Méthodes non linéaires de remise en forme de faisceaux pour amplificateur de puissance à fibre multimode

Laurent Lombard

▶ **To cite this version:**

Laurent Lombard. Méthodes non linéaires de remise en forme de faisceaux pour amplificateur de puissance à fibre multimode. Physique Atomique [physics.atom-ph]. Université Paris Sud - Paris XI, 2005. Français. NNT : . tel-00160884

HAL Id: tel-00160884
https://pastel.hal.science/tel-00160884

Submitted on 9 Jul 2007

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

N^o d'ordre : 8006

Université de Paris – Sud
U.F.R. Scientifique d'Orsay

Thèse

présentée pour obtenir le grade de

Docteur en sciences
de l'Université Paris XI Orsay

par

Laurent LOMBARD

Méthodes non linéaires de remise en forme de faisceau pour amplificateur de puissance à fibre multimode

soutenue le 3 octobre 2005 devant le jury composé de :

M. Alain Barthélémy	Rapporteur
M. Arnaud Brignon	
M. Patrick Georges	Directeur de Thèse
M. Pierre Glorieux	Président
M. Jean-Louis Le Gouët	
M. François Sanchez	Rapporteur
M. Bruno Desruelle	
M. Andrei Fodiati	

Je remercie Jean-Paul Castéra de m'avoir accueilli à Thales Research and Technology où la majorité des travaux de thèse ont eu lieu en collaboration avec l'Institut d'Optique. Je remercie également Pierre Chavel pour avoir permis cette collaboration et pour m'avoir accueilli lors de la dernière année de thèse à l'Institut d'Optique.

Je tiens aussi à remercier vivement François Sanchez et Alain Barthélémy, qui ont eu la lourde tâche de relire ce long document (et la longue tâche de relire ce lourd document). J'ai poussé le vice jusqu'à leur livrer le manuscrit au début des vacances d'été... encore désolé pour vos vacances.

Mes remerciements vont aussi à Pierre Glorieux m'a fait l'honneur d'accepter la présidence de ce jury, de surcroît avec humour. Merci également à Bruno Desruelle et Jean-Louis Le Gouët qui ont eu la gentillesse de participer à ce jury. Enfin, un grand merci à Andrei Fotiadi, spécialiste de l'effet Brillouin, qui a accepté de faire le déplacement depuis la Belgique — et a supporté un manuscrit et une soutenance en français. Nous avons eu de nombreuses occasions de partager nos points de vue : merci aussi, Andrei, pour ces intéressants échanges.

Je tiens à remercier chaleureusement les trois personnes qui m'ont directement encadré : Arnaud Brignon, Patrick Georges et Jean-Pierre Huignard. Arnaud, merci pour ton encadrement, ta disponibilité, tes conseils pragmatiques et efficaces et la confiance que tu as su m'accorder. Et pour ton humour, aussi ! Patrick, merci pour ton accompagnement tout au long de cette thèse. Bien que la partie expérimentale ne se soit pas déroulée dans ton laboratoire, tu as toujours su te tenir informé et être de bon conseil. Merci pour ton accueil lors de la dernière année et ton chaleureux soutien (qui rend cette période presque agréable !) pendant la rédaction de ce manuscrit, que tu as par ailleurs rigoureusement relu et corrigé. Jean-Pierre, merci pour vos visites régulières, pour votre enthousiasme communicatif pour votre imagination débordante. Nos échanges ont été extrêmement productifs et motivants.

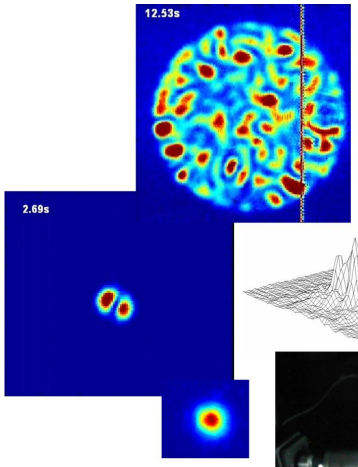
Je n'oublie pas Éric Lallier, Gilles Pauliat, Gaëlle Lucas-Leclin, Gérald Roosen, qui ont de près ou de loin participé à ces travaux. Éric, à qui la barbe sied, surtout celle de Père-Noël (qui en descendant du Ciel vers le 25 décembre 2002, m'a déposé une jolie diode de pompe de 300W dans mes petits souliers !), merci pour ta disponibilité et tes conseils utiles. Gilles, merci pour ta collaboration et ton aide précieuse sur le cristal photoréfractif. Je n'oublie pas Chantal Moroval et Alain Enard qui furent d'une grande aide technique sur les fibres et Joseph Colineau pour la réalisation de circuits électroniques. Merci également à l'indispensable Yves Gourdel et... Léon Brillouin (dont le prénom n'est donc pas « Effet » ou « Diffusion »).

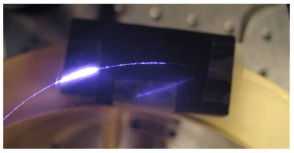
L'ambiance du laboratoire est également un facteur très important dans le bon déroulement d'une thèse. Et de ce côté là, rien à redire : dans les labos de TRT comme dans ceux de l'équipe ELSA de l'Institut, l'ambiance est très agréable. J'ai beaucoup apprécié de partager repas, cafés et/ou bureaux avec des collègues sympathiques. Merci William, David, Noémie, Simon, Emilie (craque pas !) et Mathieu pour m'avoir supporté dans vos bureaux dans une ambiance euh... toujours décontractée, souvent de travail et parfois ludique (ou culinaire...). L'équipe « régalade » reçoit ici toute ma gratitude, en particulier Loïc qui a eu la bonne idée d'emménager à côté de ce bar : Loïc, donc, mais aussi Jérôme, Romain, Mehdi, Sébastien, Bastien, Giuseppe, Thierry, Vincent, Aymeric, re-William, re-David, et re-Emilie... L'équipe « pauses café », moment(s)

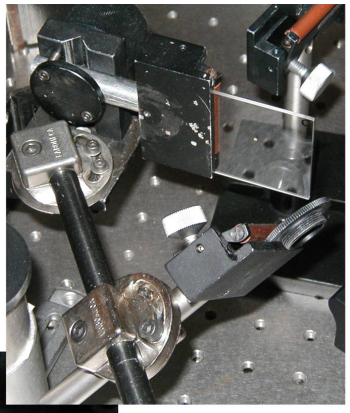
fort(s) de la journée, de détente, de débats politiques, de sciences (!!), de contrepèteries et autres blagues, bref à peu près tout y passe (dont le pire est enregistré dans un livre, futur best-seller, après sa découverte dans quelques milliers d'années sur le site archéologique de Corbeville) : Daniel, Barbara, Stéphanie (M. et Mme Biskidi ont un fils... César !), Sylvie, Ghaya, JPP, Julien, Arnaud, Sylvain, Patrick, Kahina, (et re-{équipe_régalade}, bien entendu)... Je n'oublie pas les autres membres du labo, qui devaient préférer le thé (ou le café de la cantine) : Jean-Claude, Sylvain D., Gilles, Muriel, Christian, Thierry, Laure, Dominique, Jérôme, Anne,... Enfin, merci à toute la sympathique équipe ELSA pour leur accueil : François, Frédéric, Marc, Gérard, Justine, Julien, Pierre, Aude, Yoann, Benjamin et... Seb et Séb (à moins que ça ne soit Séb et Seb).

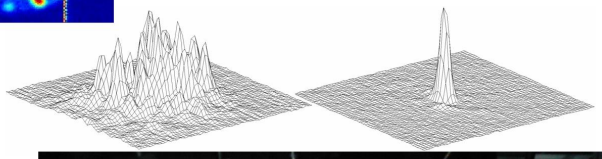
De plus, j'ai eu la chance lors de cette thèse d'avoir pu faire des vacations de TP à l'École Supérieure d'Optique. Je remercie chaleureusement Lionel, Thierry et Kafing avec qui j'ai partagé cette expérience enrichissante.

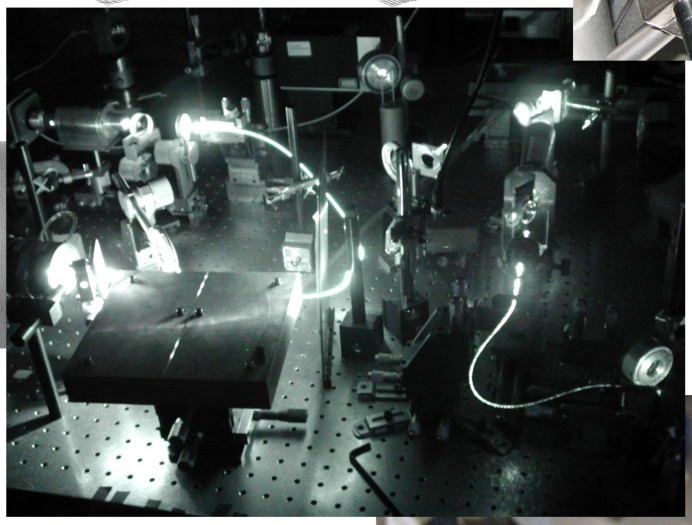
Enfin, un grand merci à ma famille et mes amis, qui assurèrent un indispensable soutien. En particulier, Grégoire et Josselin, merci pour votre relecture fine du manuscrit (qui aurait donc pu être encore pire, si, si !). Merci également à J. Gutenberg et à l'entreprise Xerox, sans lesquels la diffusion de ce manuscrit eût été impossible. Merci à mes parents, Yves et Marie-Odile et à mes frères Pierre, Nicolas et Emmanuel.

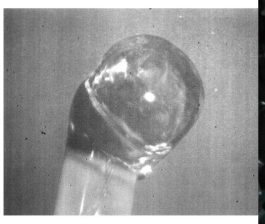

12.53s
2.69s

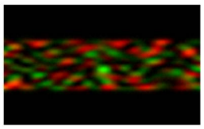


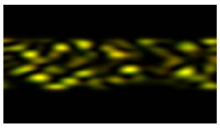


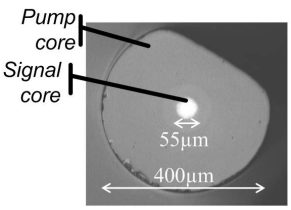


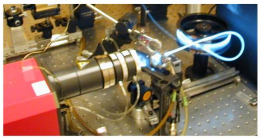


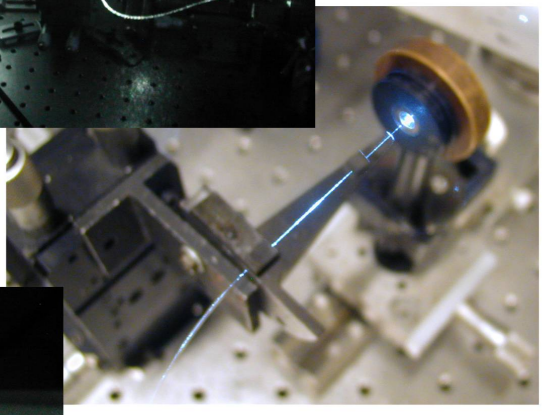


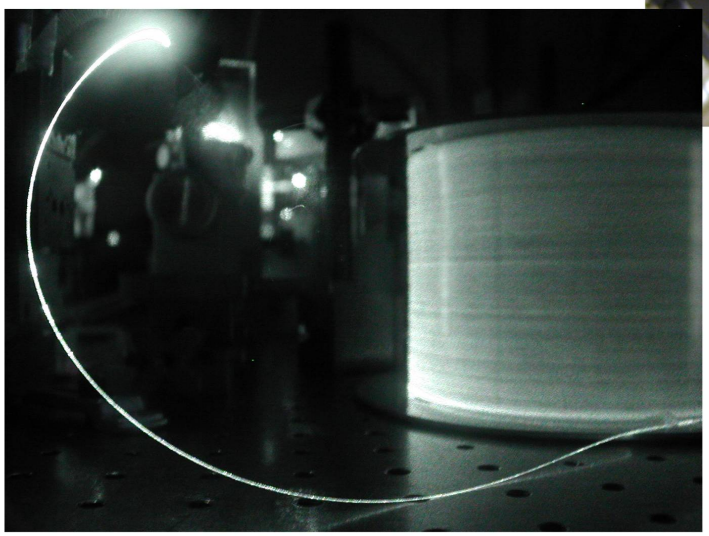


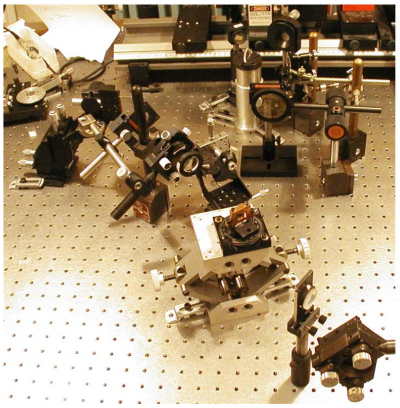



Pump
core
Signal
core
55µm
400µm









La technologie des amplificateurs et lasers à fibre haute puissance a connu de grands progrès ces dernières années depuis la première démonstration d'une puissance de $100W$ dans une fibre conventionnelle par Dominic en 1999 [Dominic *et al.*, 1999; Gapontsev *et al.*, 2003]. En régime impulsionnel, les puissances crêtes atteignent quelques kilowatts [Richardson *et al.*, 1997; Piper *et al.*, 2004]. La puissance est limitée par le seuil de dommage et les effets non linéaires dus aux hautes densités de puissance dans le coeur de la fibre (celui-ci a généralement un diamètre $D \approx 6\mu m$). Une solution pour augmenter les seuils de dommage et des effets non linéaires est d'augmenter la surface du coeur donc son diamètre D. Néanmoins, si la fréquence de coupure de la fibre $V = k_0 \frac{D}{2} ON$ dépasse la valeur 2.4 avec ON l'ouverture numérique de la fibre et $k_0 = 2\pi/\lambda$ la constante de propagation de l'onde optique dans le vide, alors la fibre devient multimode. Le faisceau amplifié est alors dégradé et il est plus difficile à focaliser. Ainsi, les fibres multimodes à grand coeur ($50\mu m$, $100\mu m$ voire $1mm$) supportent des puissances plus élevées mais dégradent la qualité de faisceau.

De nombreux travaux ont récemment été menés sur des fibres quasi-monomodes à grand coeur ($20\mu m$ à $40\mu m$) et faible ouverture numérique (≈ 0.06). En régime continu, des puissances de l'ordre de $600W$ en fonctionnement laser [Limpert *et al.*, 2003; Jeong *et al.*, 2005a] et de l'ordre de $200W$ en fonctionnement amplificateur [Liem *et al.*, 2003; Jeong *et al.*, 2005b] ont ainsi pu être atteintes dans des fibres. D'autres travaux tentent de conserver une propagation monomode dans une fibre multimode [Di-Teodoro *et al.*, 2002].

L'approche originale de cette thèse consiste à séparer les problèmes *d'amplification à haute puissance* et de *qualité spatiale*. Dans un premier temps, nous nous proposons d'obtenir un faisceau de puissance importante et de qualité spatiale éventuellement médiocre grâce à un amplificateur à fibre à très grand coeur. Ces fibres sont très multimodes et permettent d'atteindre des puissances importantes sans être limité par les seuils de dommage ou des effets non linéaires. Dans un deuxième temps, nous nous proposons de réaliser un convertisseur non linéaire afin de retrouver la qualité spatiale monomode. Cette amélioration de la qualité spatiale du faisceau en sortie d'amplificateur multimode pourra se faire par « nettoyage de faisceau » et « conjugaison de phase » en utilisant des effets d'optique non linéaire.

Nous utiliserons le schéma schéma d'amplification classique « oscillateur maître et amplificateur de puissance », traditionnellement abrégé par MOPA (master oscillator power amplifier). Ce schéma permet de conserver après amplification les caractéristiques de cohérence de l'oscillateur. Le faisceau issu d'un oscillateur laser maître (ici un laser monomode spectralement et spatialement) est amplifié dans une fibre multimode (ici une fibre dopée Ytterbium et pompée par diodes). Par ailleurs, la surface du coeur de la fibre multimode pourra être choisie aussi grande que l'on veut pour atteindre des puissances amplifiées importantes tout en limitant la densité de puissance dans le coeur de la fibre.

En contrepartie, le faisceau amplifié est spatialement multimode et dépolarisé. Il est également « cohérent », c'est à dire que les champs électriques extraits en deux points arbitraires du faisceau présentent :

- la même fréquence temporelle, et
- une différence de phase temporelle constante (mais qui dépend du choix des points),

et ce quel que soit leur état de polarisation. Il n'y a pas de dégradation spectrale et il est théoriquement possible de retrouver la caractéristique monomode spatiale de l'onde issue de l'oscillateur avec un système de remise en forme équivalent à deux lames minces (ou une lame épaisse) de phase $\phi(x, y)$, de biréfringence $\Delta n(x, y)$ et de transmission $T(x, y)$.

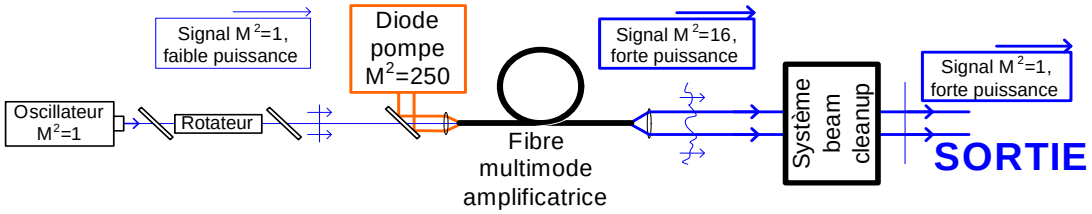


Fig. 1 – Configuration MOPA avec fibre aberrante et dépolarisante suivie d'un système de beam cleanup. Le faisceau en entrée du système de beam cleanup est multimode, dépolarisé et cohérent. En sortie il est monomode spatial, linéairement polarisé et de puissance totale équivalente.

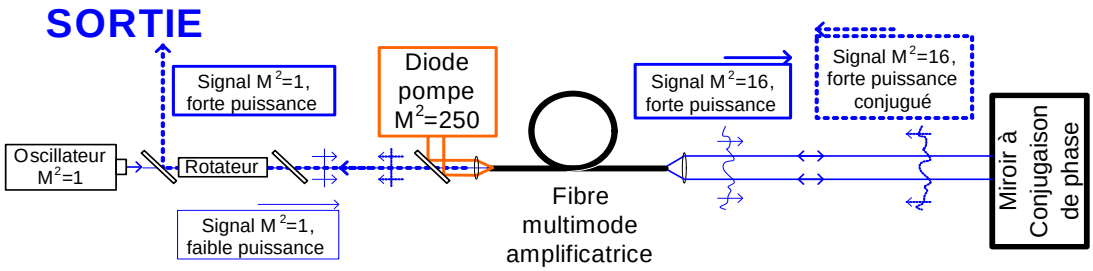


Fig. 2 – Configuration MOPA avec fibre aberrante et dépolarisante suivie d'un miroir à conjugaison de phase vectorielle. Le faisceau avant et après réflexion sur le miroir à conjugaison de phase est multimode, dépolarisé et cohérent. Après un second passage dans la fibre aberrante, il est monomode spatial, linéairement polarisé et de puissance totale amplifiée. L'ensemble miroir à conjugaison de phase et fibre en second passage peut être vue comme un système de beam cleanup.

On peut imaginer deux configurations simples pour ce système de remise en forme : le système de nettoyage de faisceau, représenté sur la figure 1, et le système de conjugaison de phase, représenté sur la figure 2.

Nettoyage de faisceau ou beam cleanup. Dans le système de nettoyage de faisceau, qui est appelé communément dans la littérature et dans la suite de ce manuscrit *beam cleanup*, le faisceau est nettoyé en simple passage : l'ensemble des modes spatiaux réparti sur les deux polarisations constituant l'onde Signal multimode est concentré sur un seul mode spatial et une seule polarisation.

Conjugaison de phase. Dans le système de conjugaison de phase, le faisceau amplifié est conjugué en phase sur les deux polarisations (conjugaison vectorielle) en sortie d'amplificateur puis repasse par le même chemin en sens inverse dans la fibre. Il en ressort monomode spatial et polarisé en raison du principe de retour inverse de la lumière. Dans la majorité des cas, et en particulier dans le système que nous allons étudier, on ne sait pas réaliser de miroir à conjugaison de phase capable de compenser des inhomogénéités spatiales de perte ou de gain. Une contrainte de ce système est alors que l'amplification doit être homogène sur les différents modes spatiaux constituant le faisceau aberrant. Dans le cas contraire, le faisceau Signal sera dégradé.

L'objectif de cette thèse est de réaliser expérimentalement :
- l'amplificateur multimode,
- la remise en forme basée sur l'effet non linéaire photoréfractif,

– la remise en forme basée sur l'effet non linéaire de diffusion Brillouin stimulée

et d'en déterminer les limitations. On décrit dans une première partie le travail réalisé sur l'amplificateur à fibre multimode lui-même. Les deux effets non linéaires font l'objet des deux parties suivantes : dans la seconde partie, on étudie le montage en beam cleanup obtenu par mélange à deux ondes dans un cristal photoréfractif et dans une troisième partie, on étudie le montage en conjugaison de phase ou en beam cleanup par diffusion Brillouin stimulée dans une fibre multimode à gradient ou saut d'indice.

Table des matières

I Amplificateur à fibre multimode **1**

1 Amplificateur à fibre multimode **3**
1.1 Matériel disponible . . . 3
1.2 Résultats de puissance . . . 4
1.3 Problèmes rencontrés à haute puissance . . . 10
1.4 Conclusion sur l'amplificateur de puissance à fibre multimode . . . 15

II Traitement de faisceau par beam cleanup dans un cristal photoréfractif **17**

2 Beam cleanup par mélange à deux ondes dans un cristal photoréfractif **19**
2.1 Principe du beam cleanup par mélange à deux ondes dans un cristal photoréfractif 20
2.2 Résultats expérimentaux de beam cleanup par mélange à deux ondes. Systèmes de compensation du déphasage. . . . 29
2.3 Mélange à deux ondes auto-référencé . . . 44
2.4 Observation de l'inversion ou de l'inactivation de domaines dans les cristaux. Tests d'un cristal de Co :$BaTiO_3$. . . . 52
2.5 Conclusion sur le beam cleanup par mélange à deux ondes dans un cristal photoréfractif. . . . 60

III Traitement de faisceau par diffusion Brillouin stimulée (SBS) **63**

3 Physique de l'effet Brillouin **69**
3.1 Physique de l'effet Brillouin . . . 70
3.2 Interaction entre deux ondes planes : formulation de l'amplification SBS . . . 76
3.3 Interaction entre deux ondes planes : application à la fibre monomode . . . 82
3.4 Interaction entre deux ondes non planes : formulation . . . 88
3.5 Considérations spectrales . . . 94

4 La conjugaison de phase par effet Brillouin **99**
4.1 Introduction à la conjugaison de phase . . . 100
4.2 Historique de la conjugaison de phase par diffusion stimulée (Brillouin ou Raman) 104
4.3 La conjugaison de phase par SBS - Interprétation de Zel'dovich . . . 107
4.4 La conjugaison de phase par SBS - une interprétation « réseaux ». Interaction de deux ondes planes non guidées . . . 109
4.5 La conjugaison de phase par SBS - une interprétation « réseaux ». Extension à des formes arbitraires d'ondes non guidées . . . 116
4.6 Causes de non-conjugaison . . . 121

4.7 Onde Pompe dépolarisée, conjugaison de phase vectorielle . . . 122

5 Modélisation de la conjugaison de phase par effet Brillouin dans un guide multimode 127
5.1 Rappel des formules - Hypothèses . . . 128
5.2 Équations d'évolution dans un guide d'onde au seuil . . . 132
5.3 Écriture matricielle - Équation aux valeurs propres . . . 136
5.4 Classement des termes de M - Régimes de longueur . . . 138
5.5 Les trois matrices . . . 144
5.6 Vers une onde Stokes conjuguée en phase de l'onde Pompe ? . . . 153
5.7 Exemples de résultats de simulation . . . 162
5.8 Résumé . . . 165

6 Qualité de conjugaison de phase - Influence des paramètres importants 167
6.1 Expression des paramètres de qualité de la conjugaison de phase dans une fibre . 168
6.2 Écart à la fibre idéale - conséquences sur la fidélité/sélectivité . . . 173
6.3 Résumé des cas considérés . . . 185

7 Régime de Conjugaison de phase - Interprétation et résultats des simulations 187
7.1 Effet de l'annulation des coefficients d'accord de phase K_{inin} . . . 188
7.2 Effet du déséquilibre des facteurs de recouvrement R_{inin} . . . 202
7.3 Effet du déséquilibre de l'excitation . . . 206
7.4 Effet des dégénérescences de la fibre . . . 209
7.5 Simulations complètes de l'effet Brillouin dans les fibres . . . 209
7.6 Rôle des dégénérescences . . . 220
7.7 Élargissement des hypothèses . . . 221
7.8 Conclusion générale sur la conjugaison de phase dans les fibres multimodes . . . 227

8 Résultats expérimentaux 233
8.1 État de l'art . . . 235
8.2 Schémas expérimentaux . . . 243
8.3 Fibre à Saut d'Indice FSI en régime de fibre longue : configurations CW et QCW 254
8.4 Fibre à Saut d'Indice FSI en régime de fibre de longueur moyenne : conjugaison de phase . . . 272
8.5 Conclusion : l'effet Brillouin dans une FSI . . . 281
8.6 Fibre à Gradient d'Indice FGI en régime de fibre longue . . . 282
8.7 FGI en régime de fibre de longueur moyenne . . . 285
8.8 Conclusion : l'effet Brillouin dans une FGI . . . 297
8.9 Beam cleanup en cavité Brillouin . . . 299
8.10 Conclusion des expériences . . . 312

9 Configuration MOPA et miroir à conjugaison de phase 319
9.1 Conditions à respecter . . . 319
9.2 Solutions possibles . . . 322

10 Configuration MOPA et beam cleanup 329
10.1 Effet Brillouin : prévisions vs. résultats . . . 330
10.2 Simulation de beam cleanup par effet Brillouin . . . 331
10.3 Beam cleanup en cavité . . . 338
10.4 Conclusion : beam cleanup par effet Brillouin . . . 341

11 Conclusion générale **343**

A Conventions Électromagnétiques, équations de base **347**
A.1 Résumé des notations 347
A.2 Équations de base pour un milieu diélectrique non-linéaire 348
A.3 Décomposition du champ en ondes monochromatiques 349
A.4 Équations non linéaires - notation complexe 352

B Propagation modale dans une fibre optique **355**
B.1 Profils d'indice 355
B.2 Equations de Maxwell dans les fibres 355
B.3 Résolution des équations 356
B.4 Modes propres d'une fibre à Saut d'Indice (SI) 358
B.5 Modes propres d'une fibre à Gradient d'Indice (GI) 362

C Observation des comportements temporel et spectral des FGI et des FSI **367**
C.1 Observations du spectre 367
C.2 Observations temporelles 373

D Publications et conférences **379**

Première partie

Amplificateur à fibre multimode

Chapitre 1

Amplificateur à fibre multimode

Dans ce chapitre nous décrivons le MOPA (master oscillator power amplifier, ou oscillateur maître et amplificateur de puissance) utilisant une fibre multimode que nous avons mis en place et utilisé lors de ce travail de thèse. Nous présentons aussi les performances obtenues.

1.1 Matériel disponible . . . 3
1.1.1 Fibre multimode dopée ytterbium . . . 3
1.1.2 Oscillateur . . . 3
1.1.3 Diodes de pompe . . . 4
1.2 Résultats de puissance . . . 4
1.2.1 Résultats à haute puissance . . . 6
1.2.2 Couplage multimode . . . 8
1.2.3 Spectre . . . 8
1.3 Problèmes rencontrés à haute puissance . . . 10
1.3.1 Polissage de la fibre . . . 10
1.3.2 Effet de la puissance de pompe sur la surface de la fibre . . . 10
1.3.3 Montage de refroidissement de la fibre . . . 12
1.3.4 Instabilités au seuil laser . . . 13
1.4 Conclusion sur l'amplificateur de puissance à fibre multimode . . . 15

1.1 Matériel disponible

1.1.1 Fibre multimode dopée ytterbium

La fibre utilisée présente deux coeurs : le coeur signal est dopé ytterbium ($6500 molppm\ Yb_2O_3$), a un diamètre de $55\mu m$ et une ouverture $ON = 0.19$. Le coeur pompe a une forme de D, un diamètre de $340/400\mu m$ et une ouverture numérique $ON = 0.39$. Elle a été fournie par l'Institute for Physical High Technology (IPHT, Jena, Allemagne). La figure 1.1 montre un photo de coupe de la fibre après polissage manuel et un exemple de figure de mode en sortie de fibre.

1.1.2 Oscillateur

Le laser maître est une source $Nd : YAG$ NPRO (modèle Mephisto de la société Innolight) de puissance continue maximale $500mW$ à une longueur d'onde $1.06\mu m$. Il est spectralement et

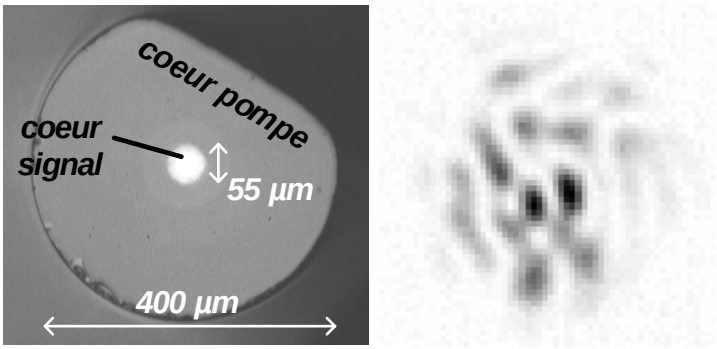


Fig. 1.1 – Fibre utilisée : le coeur « signal » est dopé ytterbium (diamètre $55\mu m$, ON 0.19) et le coeur « pompe » (diamètre $400\mu m$, ON 0.39) a une forme de D. Le profil spatial en champ lointain du signal amplifié est montré à droite.

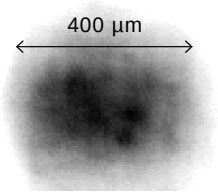


Fig. 1.2 – Profil d'intensité du faisceau Pompe incident sur la fibre amplificatrice dans le plan de la face d'entrée de la fibre.

spatialement monomode. Sa longueur de cohérence est spécifiée supérieure à $3km$. Le faisceau monomode est focalisé dans le coeur signal multimode de la fibre amplificatrice.

1.1.3 Diodes de pompe

Le laser de pompe de la fibre amplificatrice est fourni par la société « Laserline ». Il s'agit d'un « stack » de diodes laser dont le faisceau est mis en forme en un spot de la taille du coeur de pompe de l'amplificateur. Le faisceau est spécifié pour un diamètre à mi-hauteur de $400\mu m$ et une ouverture de 0.4. Les diodes de pompe fournissent une puissance jusque $300W$ à une longueur d'onde de $940nm$. La figure 1.2 montre le profil du faisceau au point de focalisation (face d'entrée de la fibre amplificatrice). L'ouverture numérique mesurée est $ON = 0.31$. La figure 1.3 montre la puissance des diodes de pompe incidente sur la fibre amplificatrice en fonction de l'intensité. La puissance peut monter jusque $300W$ ce qui correspond à un courant d'environ $50A$.

1.2 Résultats de puissance

Nous rapportons dans ce paragraphe les résultats en puissance les plus intéressants que nous avons pu obtenir. L'absorption dans la fibre de l'onde pompe a pu être mesurée à une longueur d'onde $920nm$: $\alpha_{920nm} \approx 1.6m^{-1}$ et à une longueur d'onde $940nm$: $\alpha_{940nm} \approx 0.7m^{-1}$. Une longueur de fibre $2.5m$ est alors optimale à la longueur d'onde de pompage $940nm$. Une puissance de signal en entrée de fibre de 100 à $200mW$ est suffisante pour saturer l'amplificateur. Le schéma expérimental utilisé est montré sur la figure 1.4. Des simulations ont montré que le pompage contrapropagatif est plus efficace que le pompage copropagatif.

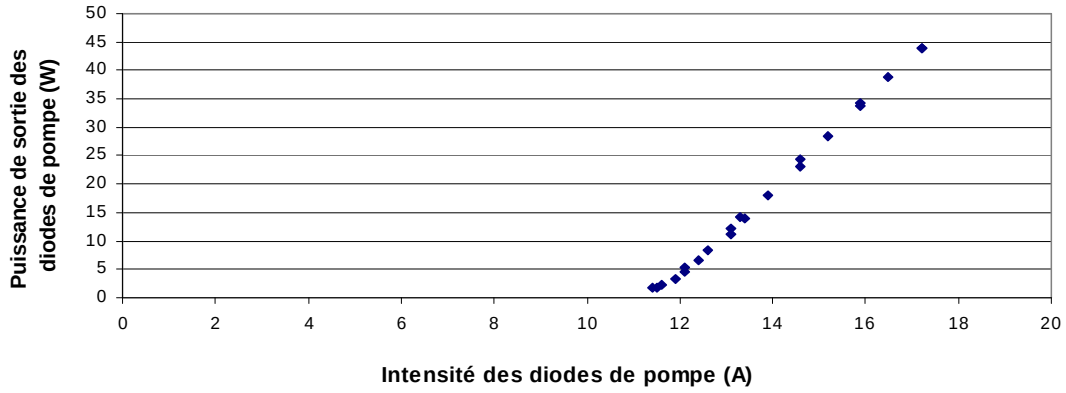


Fig. 1.3 – Puissance en sortie des diodes de pompe en fonction du courant d'alimentation.

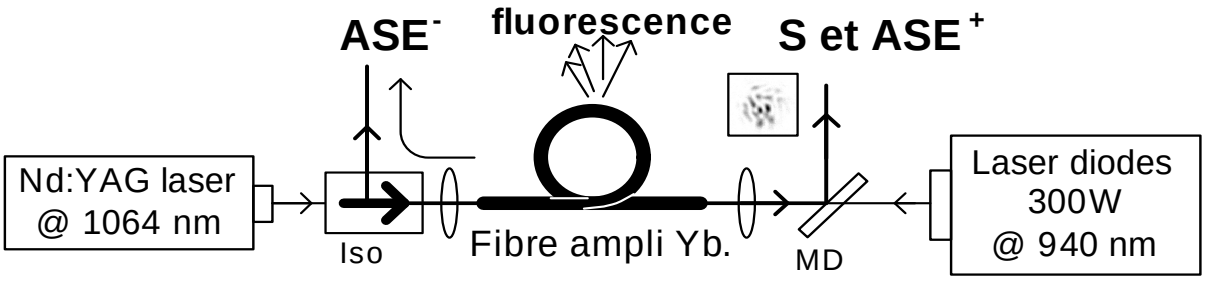


Fig. 1.4 – Schéma expérimental de l'amplificateur à fibre multimode pompé par diode et injecté par l'oscillateur monomode. MD : miroir dichroïque séparant les longueurs d'onde $940nm$ et $1.06\mu m$.

1.2.1 Résultats à haute puissance

Conditions expérimentales

La fibre multimode, de longueur $2.5m$, est maintenue dans un support en cuivre destiné à évacuer la chaleur produite dans la fibre. Le faisceau des diodes de pompe est couplé dans le gros coeur de la fibre (de diamètre $400\mu m$). Le faisceau monomode issu de l'oscillateur a une puissance de $360mW$. Il est injecté dans les modes d'ordre élevés du coeur dopé de la fibre multimode (de diamètre $50\mu m$) afin de maximiser la puissance extraite. La procédure de réglage de l'injection du signal dans les modes d'ordre élevés du coeur dopé est la suivante : le signal monomode est d'abord centré sur le coeur (couplé dans les modes d'ordre faibles) car ce réglage est unique. Le coeur est alors décalé d'environ son demi-rayon : des modes d'ordre plus élevé sont excités et l'extraction de puissance est maximale. Cette procédure est décrite précisément dans la section 8.2.

Résultats

Dans ces conditions, les résultats obtenus avec le schéma expérimental de la figure 1.4 sont montrés sur les figures 1.5 et 1.6. On a tracé sur 1.5, en fonction de la puissance incidente sur la fibre :

- la puissance de l'onde en sortie d'amplificateur, constituée de l'onde signal amplifiée et de l'émission spontanée amplifiée copropagative au signal (ASE^+),
- la puissance de l'émission spontanée amplifiée contrapropagative au signal (ASE^-),

et ceci avec ou sans signal incident sur la fibre. En outre, on a représenté sur la figure 1.6 fluorescence de la fibre évaluée avec un détecteur en silicium situé sur le coté de la fibre. Lorsque le signal est absent (sans S), seul l'ASE^+ est détectée en sortie de fibre. Lorsque le signal est présent (avec S), la puissance détectée est la somme du signal S amplifié et de l'ASE^+. En effet, il est délicat de séparer les deux contributions. Sur les courbes où le signal est présent (avec S), la puissance de l'émission spontanée ASE^+ est bien plus faible que dans le cas ou le signal est absent.

Puissances obtenues

Pour une puissance de pompe de $200W$, la puissance de l'ASE^- diminue fortement (de $29W$ à $4.4W$) et celle de la fluorescence baisse dès que le signal est présent. En effet, l'amplification du signal diminue fortement l'inversion de population. De même, la puissance de l'ASE^+ diminue fortement et est remplacée par le signal. Il est difficile de séparer les contributions du signal amplifié S et de l'émission spontanée amplifiée ASE^+ en sortie de fibre. Nous pouvons estimer qu'à cette puissance elle subit le même facteur d'atténuation 6.6 que l'ASE^-, et passe ainsi de $59W$ à $9W$. On estime ainsi qu'à une puissance de pompe de $200W$, la puissance de l'ASE^- est $4.4W$, celle de l'ASE^+ est $9W$ et celle du signal amplifié est $73.5W$, ce qui fait un rendement brut signal utile en sortie sur puissance de pompe de 37%. La puissance $S+ASE^+$ mesurée pour une puissance pompe de $260W$ est 107.7, ce qui se ramène à une puissance ASE^+ de $11.7W$ et une puissance de signal amplifié de $96W$ si on conserve le même facteur d'atténuation. Le rendement est alors toujours de 37%.

Avec la puissance de pompe totale disponible ($300W$), nous avons obtenu une puissance $S + ASE^+$ de $110W$ au lieu des $124W$ prévus par extrapolation de la droite, en raison d'un couplage du signal dans les modes faibles lors de la mesure.

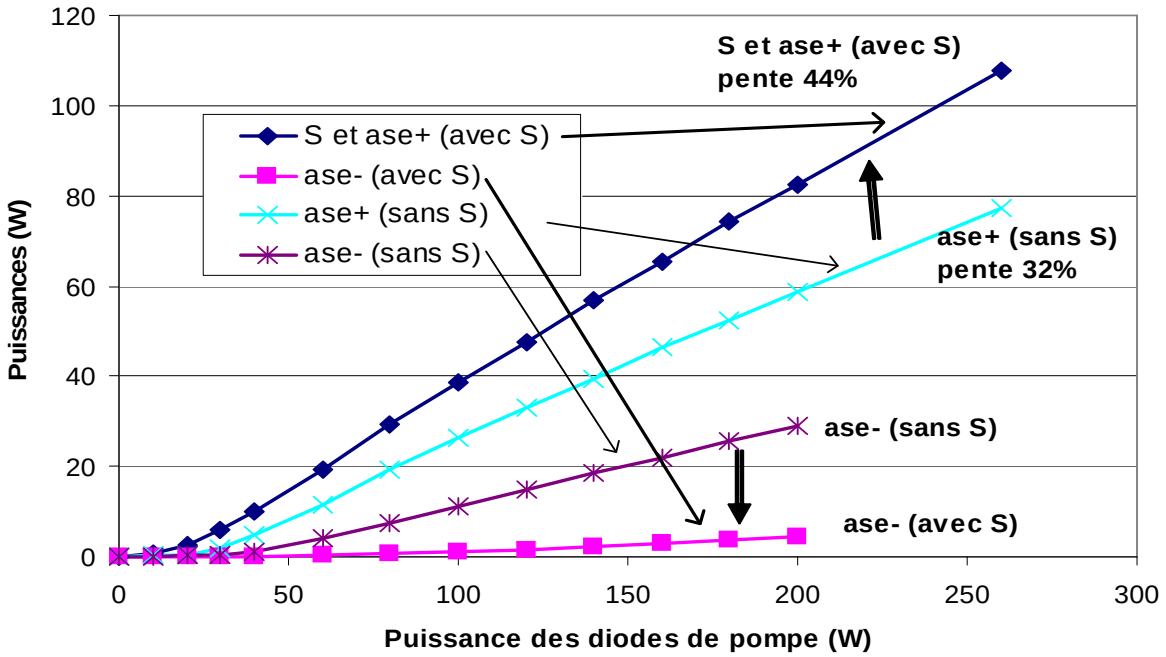


Fig. 1.5 – Puissances obtenues avec un amplificateur à fibre de longueur $2.5m$ et une onde signal de puissance $360mW$ ou $0W$ (ASE seule) en entrée de la fibre. On a tracé en fonction de la puissance des diodes de pompe incidente sur la fibre, avec et sans signal, les puissances de l'ASE^- et de la somme $S + ASE^+$ ou ASE^+ suivant le cas.

Remarques

Il est intéressant de noter que ces différentes courbes sont linéaires à partir d'une puissance de pompe de $50W$ incidents. La droite correspondant au signal amplifié et à l'émission spontanée amplifiée présente une pente de 43% et un seuil de pompe de $11W$. Notons aussi que la baisse de fluorescence observée sur la courbe 1.6 à tous les niveaux de puissance de pompe est un bon indicateur d'optimisation de l'extraction. En effet, plus le signal en sortie d'amplificateur est puissant, moins l'inversion de population donc la fluorescence est importante.

Importance de l'émission spontanée

Afin de mesurer plus précisément la proportion d'ASE^+ dans la puissance mesurable $S + ASE^+$, nous avons utilisé un filtre interférentiel. Celui est spécifié pour transmettre très bien une bande de longueur d'onde de largeur $3nm$ à mi-hauteur. En réalité, ce filtre transmet environ 33% du signal à la longueur d'onde $1.06\mu m$ et moins de 1% de l'ASE^+. Une mesure de la puissance avant et après un tel filtre de la puissance de $S+ASE^+$ permet d'évaluer les puissances respectives des deux composantes.

La mesure, montrée sur la figure 1.7, est réalisée en fonction de la puissance du signal incident sur la fibre pour deux puissances de pompe : $60W$ et $160W$. Les courbes se comportent comme on s'y attend : la puissance d'ASE diminue vite avec la puissance injectée pour atteindre moins de 10% vers une centaine de milliwatts incidents pour une puissance de pompe de $160W$. De ces mesures, nous pouvons déduire qu'une puissance du signal de $300mW$ incident sur la fibre suffit à maintenir le niveau de puissance d'ASE^+ bien inférieur à 10% de la puissance totale pour des puissances de pompe de l'ordre de $160W$. Cela conforte l'évaluation précédente de la puissance

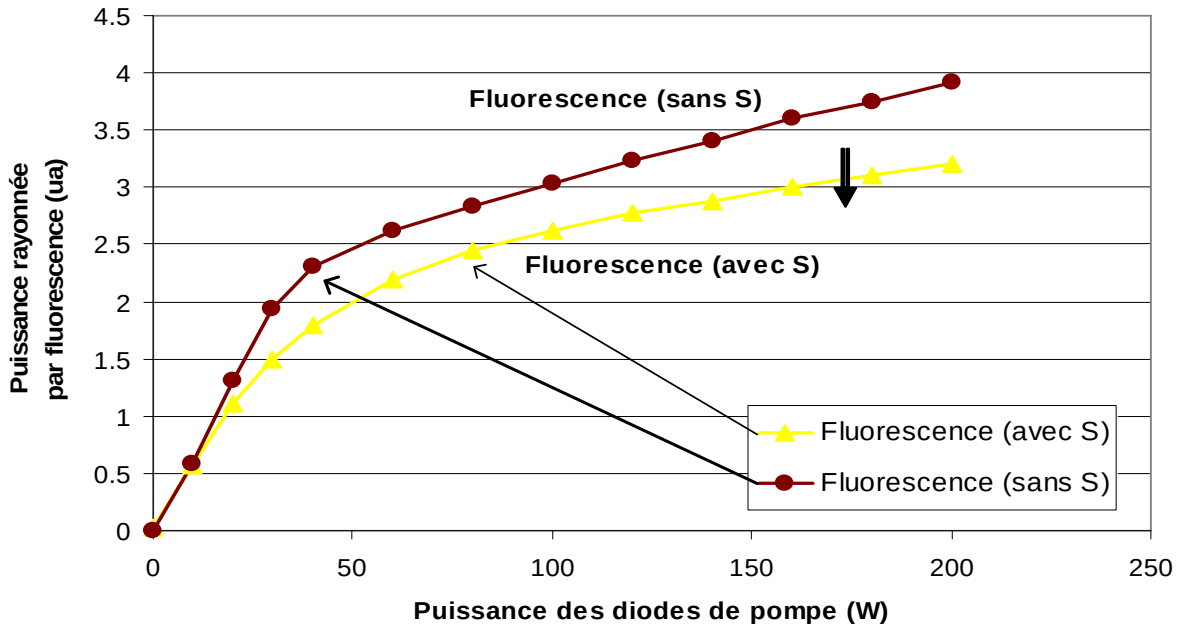


Fig. 1.6 – Fluorescence de la fibre mesurée sur un amplificateur à fibre de longueur $2.5m$, avec ou sans l'onde signal de puissance $360mW$ ou $0W$ en entrée de fibre.

d'ASE avec une puissance de pompe de $260W$: la puissance de l'émission spontanée amplifiée avait été évaluée à 10% de l'onde totale, ce qui paraît raisonnable.

1.2.2 Couplage multimode

Afin d'illustrer l'importance du couplage de l'onde signal dans la fibre, nous avons reproduit sur la figure 1.8 des profils de faisceaux avec et sans amplification pour des couplages dans les modes d'ordre faible ou d'ordre élevé. En (1.8a), on voit le profil du signal en sortie de fibre multimode de longueur $2.5m$ lorsque le signal est couplé dans les modes d'ordre faible de la fibre. Il n'est constitué que de quelques modes parmi les plus faibles. Le faisceau amplifié quant à lui est montré en (1.8b). Le profil est légèrement plus multimode car les modes d'ordre élevé sont moins saturés donc voient un gain plus important. Si le couplage dans le coeur signal est décalé transversalement, de nombreux modes d'ordre élevé sont excités, comme cela est visible sans amplification sur la figure (1.8c). L'amplification est alors plus efficace et plus homogène sur le profil d'intensité (1.8d). Le contraste est meilleur dans 1.8d que dans 1.8b, car la proportion d'ASE est plus faible. Une estimation similaire à celle du paragraphe 1.2.1 permet de déterminer les valeurs de puissance rapportées dans le tableau 1.1. Une différence de 20% est estimée dans la puissance de l'onde S seule ($36W$ au lieu de $30W$) à meme puissance de pompe entre un couplage dans les modes d'ordre faible et un couplage dans les modes d'ordre élevé. Cela montre l'importance d'un couplage optimal.

1.2.3 Spectre

Nous avons reproduit sur la figure 1.9 des spectres mesurés en sortie de fibre à différentes puissances de pompe de l'amplificateur à fibre, avec et sans signal incident. La figure 1.9a montre le spectre linéaire et logarithmique de $S + ASE^+$ quand l'amplification dépasse à peine l'absorption. Notons que l'ASE est symétrique et présente un maximum vers $1.05\mu m$. Pour une

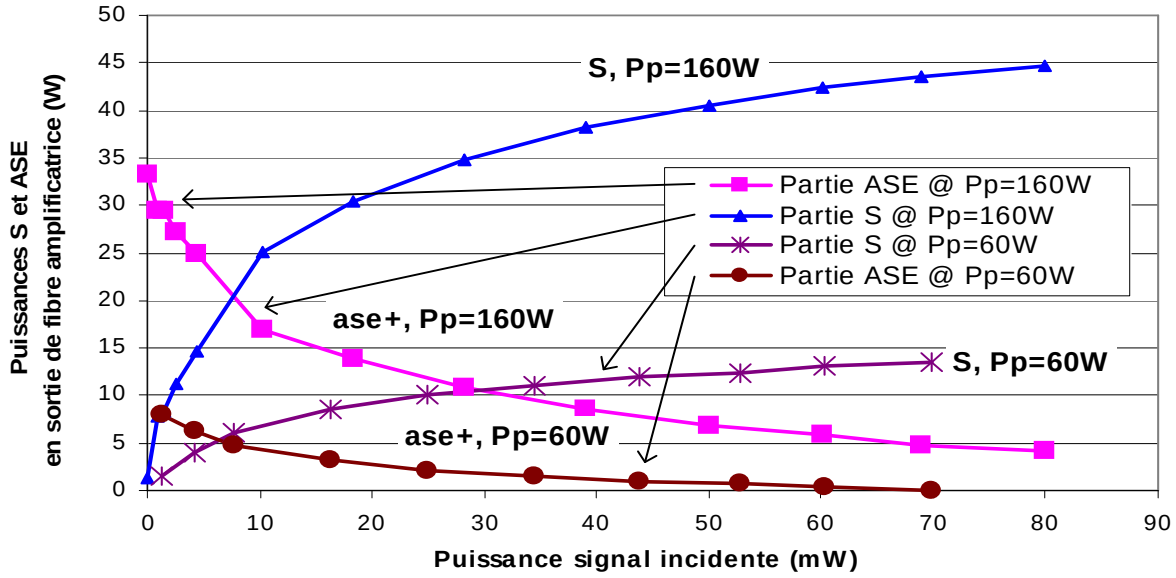


Fig. 1.7 – Puissances des ondes S et ASE^+ en sortie de fibre multimode pour une puissance de pompe de $60W$ ou de $160W$.

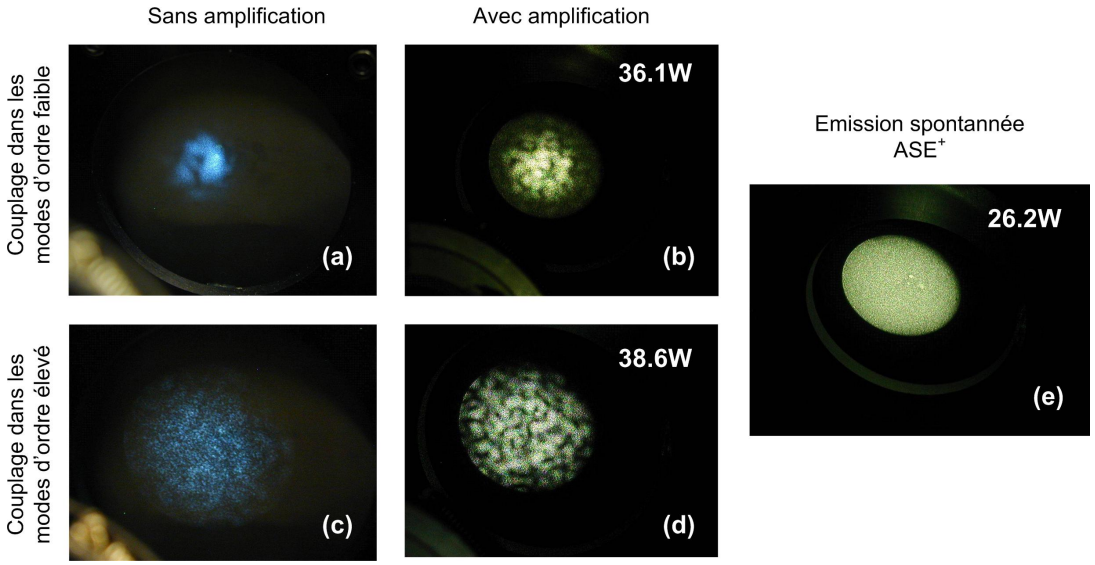


Fig. 1.8 – Profils du faisceau $S + ASE^+$ en sortie de fibre amplificatrice de longueur pompée avec une puissance de $100W$, quand le signal est couplé sur les modes d'ordre faible avec (b) et sans (a) amplification, et quand il est couplé sur des modes d'ordre élevé avec (d) et sans (c) amplification. Le profil de l'ASE^+ est présenté en (e) quand le signal est éteint.

	$S + ASE^+$	ASE^-	ASE^+ estimé	S estimé	Proportion $ASE^+/(S + ASE^+)$
Couplage dans les modes faibles	36.1	2.5	5.8	*30.3*	16%
Couplage dans les modes élevés	38.6	1.1	2.6	*36.0*	7%

Tab. 1.1 – Puissances estimées en sortie d'amplificateur à fibre multimode de longueur $2.5m$ pompée avec une puissance incidente de $100W$.

puissance de pompe de $30W$ ou de $160W$, c'est à dire pour une puissance d'ASE^+ de $2W$ ou de $46W$, le spectre d'ASE^+ est sensiblement le même (1.9b et 1.9c), que l'onde signal soit présente ou non. Le spectre émis s'affine et son maximum se décale entre $1.03\mu m$ et $1.04\mu m$.

1.3 Problèmes rencontrés à haute puissance

L'utilisation d'une puissance de pompe de l'ordre de la centaine de watts s'accompagne de problèmes technologiques plus ou moins aisés à résoudre. Nous décrivons ici quelques un des problèmes que nous avons rencontré en indiquant les solutions techniques apportées.

1.3.1 Polissage de la fibre

Afin de préparer les extrémités des fibres optiques au couplage, on utilise habituellement une cliveuse. Cette méthode consiste à tendre la fibre puis à initier une fracture avec un couteau en diamant : la fibre se casse alors en deux avec une planéité suffisante. Cette technique fonctionne très bien sur les fibres de diamètre $125\mu m$ clivées perpendiculairement à l'axe de la fibre. Pour des fibres plus large, ou pour obtenir un clivage avec un angle supérieur à 10^o, cette technique est beaucoup plus délicate à mettre en oeuvre. Dans notre cas, la fibre a un diamètre total de $400\mu m$ et doit être clivée avec un angle de 15^o pour évacuer la réflexion de Fresnel hors de l'ouverture numérique et ainsi éviter un effet laser. Pour ces deux raisons, il a fallu polir manuellement la fibre amplificatrice. Ce polissage est délicat en raison de la fragilité de la fibre dégainée. La fibre est maintenue dans une férule en cuivre grâce à une cire qui est solide à température ambiante et liquide à haute température. Cette férule est elle même maintenue avec un angle de 15^o par un support fixé à trois plaquettes de verre qui sont polies en même temps que la fibre. Un exemple de résultat est montré sur la figure 1.10. Les rayures diagonales blanches visibles sur la figure proviennent d'impurtées présentes dans l'opaline utilisée dans la dernière étape de polissage et sont sans conséquence sur la tenue au flux de la surface. En effet, elles ne sont que diffusantes et n'absorbent pas. En revanche, les taches noires doivent être évitées car elles absorbent la lumière et peuvent chauffer au point de liquéfier le verre comme sur la figure 1.11.

1.3.2 Effet de la puissance de pompe sur la surface de la fibre

Un premier problème technique auquel nous avons été confronté à ces niveaux de puissance est la conséquence de la température importante atteinte par la fibre. Celle-ci chauffe d'une part sur la surface d'entrée de l'onde pompe, et d'autre part le long de la fibre elle-même dans laquelle la puissance pompe est guidée.

La figure 1.11 montre la conséquence de la présence d'un point absorbant à la surface de la fibre. Une telle détérioration a un effet sur le coefficient de couplage de l'onde pompe mais n'est pas forcement fatale à la fibre. En effet, l'absorption du point noir a chuté et la forme de

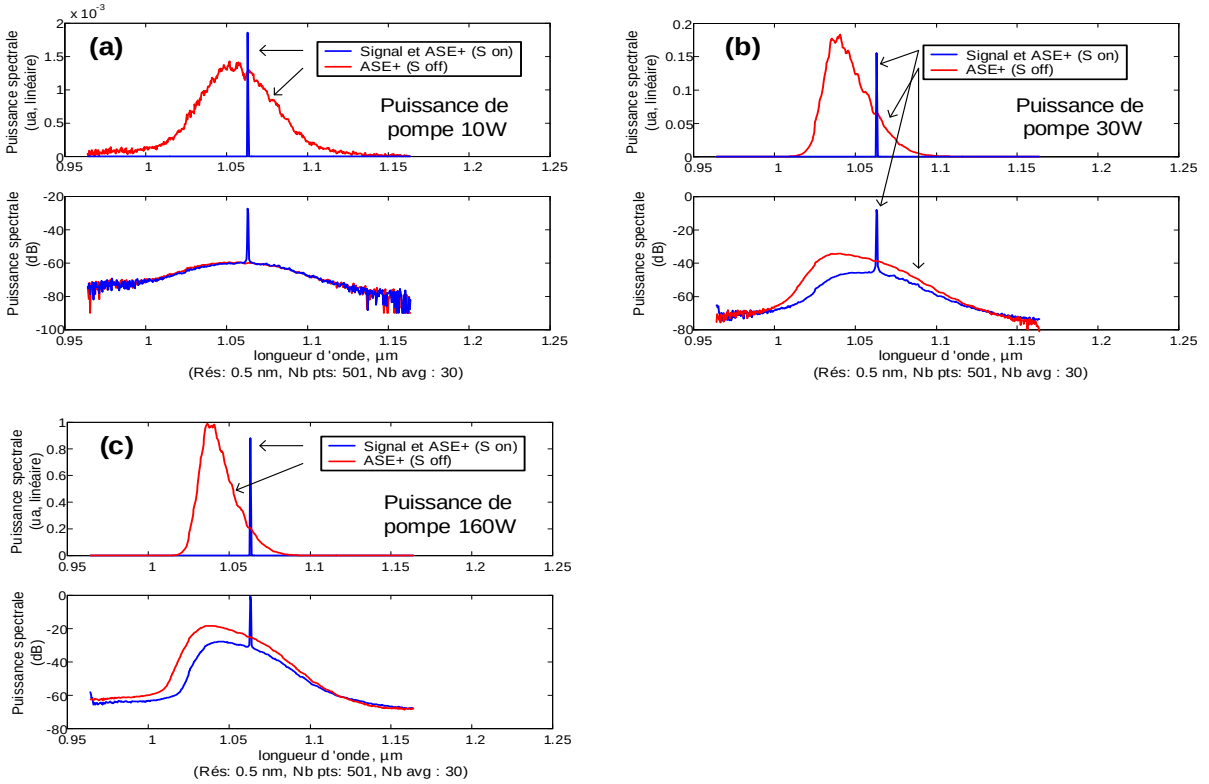


FIG. 1.9 – Spectre de l'onde $S + ASE^+$ mesuré pour différentes puissances de pompe, avec ou sans signal incident. En (a), la puissance de pompe est de $10W$, en (b) de $30W$ et en (c) de $160W$.

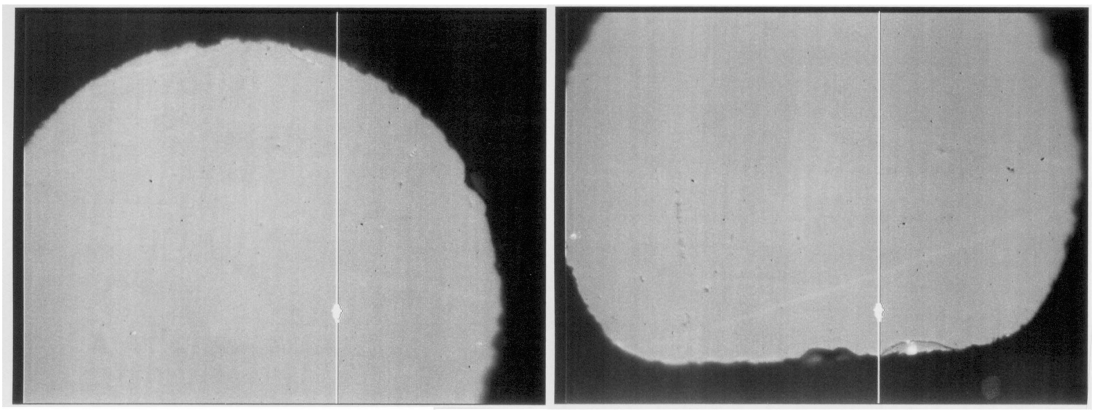


FIG. 1.10 – Exemple de surface polie de la fibre amplificatrice. La surface fait un angle de 15^o avec l'axe de la fibre. La ligne blanche verticale est un défaut de la caméra.

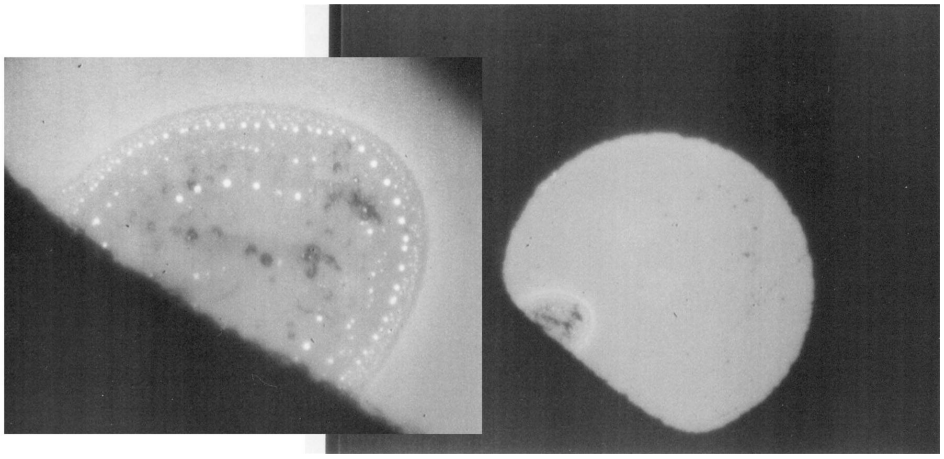


Fig. 1.11 – Conséquence d'un point absorbant sur la surface de la fibre après illuminations avec l'onde pompe de puissance de l'ordre de $100W$.

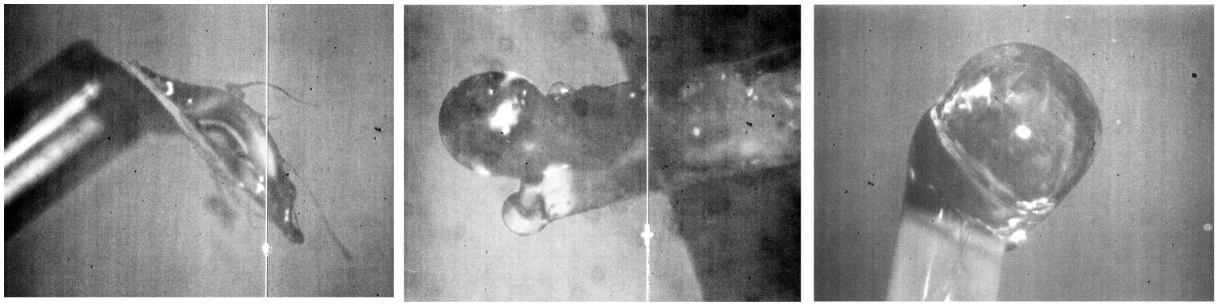


Fig. 1.12 – Photos de l'extrémité de la fibre après sa destruction par élévation de la température.

la zone détériorée s'est stabilisée. En revanche, la figure 1.12 montre des cas où la température de l'extrémité de la fibre est montée trop haut, pourtant avec des puissances de pompe ne dépassant parfois pas $200W$. Il s'agit probablement de points absorbants dont l'absorption a augmenté avec la température. L'extrémité de la fibre doit donc être polie proprement de manière à supprimer tout site d'absorption, et un système de refroidissement de l'extrémité de la fibre doit nécessairement être ajouté.

D'autre part, la température augmente également le long de la fibre : la gaine en silicone d'épaisseur $100\mu m$ environ peut s'enflammer au simple contact de la fibre. Cela est arrivé avec une fibre de longueur $0.6m$ pompée avec une puissance de $100W$: il faut également refroidir la fibre sur sa longueur, au moins sur la longueur où la puissance de pompe guidée est supérieure à $\approx 100W$.

1.3.3 Montage de refroidissement de la fibre

Le support de la fibre doit donc contenir un système de refroidissement de l'ensemble de la fibre particulièrement efficace à l'extrémité où la pompe est focalisée. Le premier système sur lequel il a été possible d'injecter une puissance de $300W$ de pompe est montré sur la figure 1.13. Ici une fibre courte de longueur $0.2m$ est maintenue entre deux séries de plaques qui jouent le rôle de thermostats à température constante. L'extrémité de la fibre quant à elle est maintenue par une mâchoire refroidie par une circulation d'eau. Le couplage dans la fibre est réglé mécaniquement en déplaçant l'ensemble de la fibre.

En 1.14, on a représenté le montage finalement utilisé pour atteindre des puissances impor-

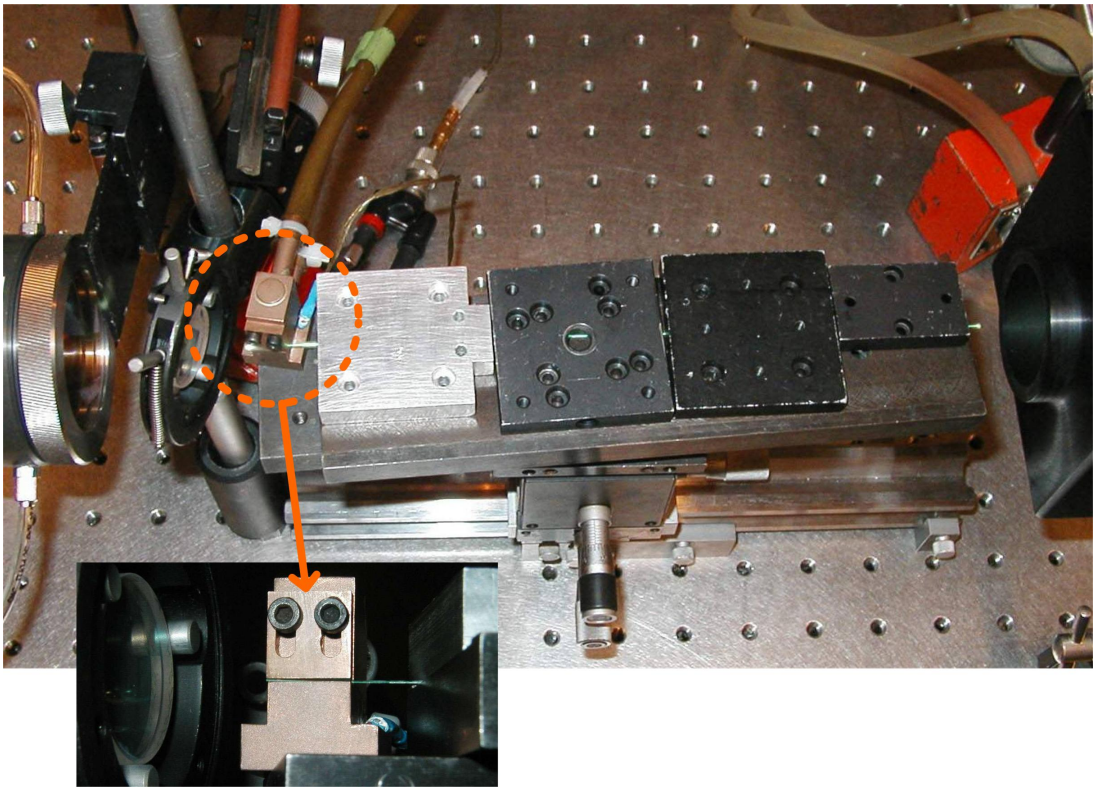


Fig. 1.13 – Montage expérimental de refroidissement de l'extrémité de la fibre amplificatrice. L'ensemble de la fibre est maintenue à température ambiante grâce au contact imposé par les plaques posées sur la fibre.

tantes : la fibre est enroulée en spirale et maintenue sur un bloc de cuivre refroidi. Le contact est assuré par la pression exercée par les deux plaques de cuivre supérieures. L'extrémité de la fibre qui accepte la puissance de pompe est visible sur la figure 1.14c. Le refroidissement du bloc se fait précisément à cette extrémité ou l'essentiel de la chaleur est créé. Il faut aussi évacuer toute la chaleur provenant des rayons de pompe non couplés dans la fibre et absorbés par le support. Grâce à ce montage, des puissances de signal amplifié de $100W$ à des puissances de pompage de $300W$ et plus ont pu être atteintes dans l'amplificateur à fibre multimode.

1.3.4 Instabilités au seuil laser

La fibre amplificatrice pompée à forte puissance (à partir d'une centaine de watt) présente un fort gain quand le signal n'est pas injecté. Un résidu de réflexion sur une surface de la fibre ou sur l'axe optique derrière la fibre suffit alors à engendrer des oscillations à l'approche du seuil laser. Lorsque ces oscillations dépassent le seuil de dommage du coeur, ce dernier est détruit sur les deux extrémités de la fibre, comme le montrent les photos de la figure 1.15. Cela arrive fréquemment quand les faces de la fibre ne sont pas polies avec un angle suffisant (8^o au lieu de 15^o par exemple) ou quand un élément optique présente une face perpendiculaire à l'axe optique (cube séparateur de polarisation par exemple). Les dommages ne sont pas limités aux surfaces : la figure 1.16 montre un exemple de dommage optique interne du coeur signal. Les bulles visibles grâce à l'injection de lumière blanche avec un microsope dans le coeur de pompe sont réparties sur dix centimètres. Ce dommage interne est peu fréquent : le dommage se limite généralement aux surfaces de la fibre. Il est donc important de veilleur à supprimer toute réflexion parasite afin d'éviter ces problèmes.

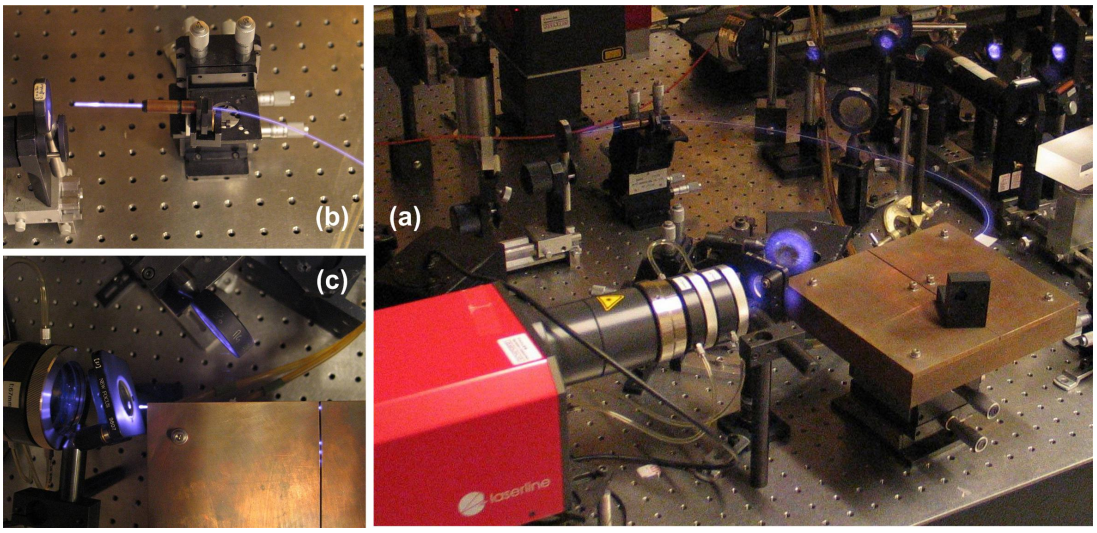


Fig. 1.14 – Montage du support de la fibre amplificatrice de puissance. En (a), on voit le support en cuivre constitué d'un bloc refroidit par eau. L'extrémité de la fibre d'entrée du signal est montrée en (b) et l'extrémité d'entrée de l'onde pompe est montrée en (c).

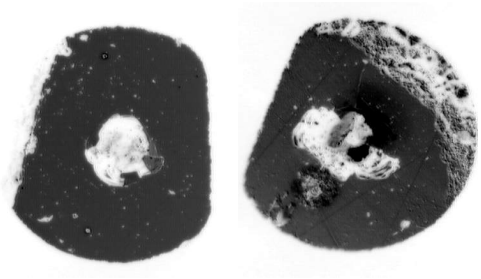


Fig. 1.15 – Faces d'entrée et de sortie de l'onde pompe après destruction du coeur dopé par des oscillations dues à l'approche du seuil laser.

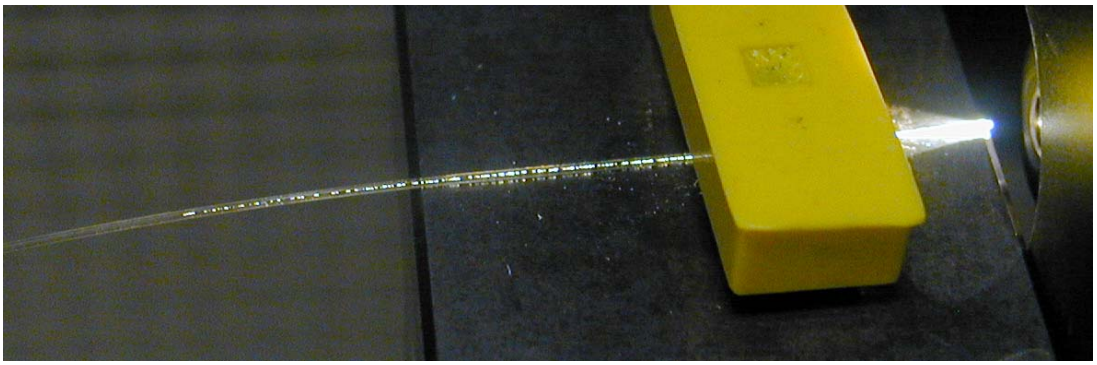


Fig. 1.16 – Dommage optique réparti sur une dizaine de centimètres dans le coeur signal.

1.4 Conclusion sur l'amplificateur de puissance à fibre multimode

Nous avons donc à notre disposition un amplificateur à fibre multimode permettant de délivrer un faisceau amplifié monofréquence, multimode spatial et dépolarisé de puissance jusque $100W$. Nous l'utiliserons communément dans nos expériences à des puissances de l'ordre $30W$ en sortie d'amplificateur, c'est à dire avec une puissance des diodes de pompe inférieure à $100W$. Avec ces limitations de puissance, le MOPA multimode fonctionne de manière fiable et ne nécessite pas de réglage sur plusieurs jours à raison de plusieurs heures d'utilisation par jour. Dans les expériences du chapitre 8, nous utiliserons le même amplificateur en mode quasi-continu afin d'atteindre des puissances crêtes importantes.

Deuxième partie

Traitement de faisceau par beam cleanup dans un cristal photoréfractif

Chapitre 2

Beam cleanup par mélange à deux ondes dans un cristal photoréfractif

L'approche originale de beam cleanup d'un faisceau amplifié par une fibre multimode dans un cristal photoréfractif étudiée dans ce travail de thèse a été proposée en 2001 par Brignon et al. [Brignon *et al.*, 2001]. Le beam cleanup par mélange à deux ondes dans un cristal photoréfractif a été validé dans le domaine visible [Chiou et Pochi, 1985; Mager *et al.*, 1995], après un dépolariseur [Heebner *et al.*, 2000], et dans l'infrarouge proche à $1064nm$ après un aberrateur [Brignon *et al.*, 2001; Brignon *et al.*, 1997]. Cette approche est ici appliquée à un amplificateur à fibre multimode dopée Ytterbium pompée par diodes.

Le principe du beam cleanup par mélange à deux ondes dans un cristal photoréfractif, ainsi que la caractérisation de cet effet dans le cristal que nous avons utilisé sont décrits dans la première section (2.1). L'ensemble du système oscillateur, amplificateur multimode et convertisseur de mode est ensuite mis en place. Un système actif de compensation des fluctuations de phase se révèle nécessaire et deux solutions sont proposées et réalisées dans la section 2.2. Une configuration bien plus efficace est alors proposée et réalisée dans la section 2.3 : c'est le *beam cleanup par mélange à deux ondes auto-référencé* (ou self referenced two wave mixing). Enfin, dans la section 2.4, nous décrivons les effets que nous avons observés de dégradation des cristaux et des résultats préliminaires obtenus avec un cristal photoréfractif dopé avec du cobalt.

2.1 Principe du beam cleanup par mélange à deux ondes dans un cristal photoréfractif 20
2.1.1 Effet photoréfractif 20
2.1.2 Beam cleanup par mélange à deux ondes dans un cristal photoréfractif . 20
2.1.3 Caractérisation d'un cristal photoréfractif Rh :$BaTiO_3$ à $1.06\mu m$ 23
2.1.4 Application à la correction de faisceau issu d'un MOPA multimode spatial 26
2.2 Résultats expérimentaux de beam cleanup par mélange à deux ondes. Systèmes de compensation du déphasage. 29
2.2.1 Mélange à deux ondes sans compensation 29
2.2.2 Schéma avec boucle de contre-réaction numérique et détection de phase de frange. 32
2.2.3 Schéma avec boucle de contre-réaction analogique 38
2.2.4 Conclusion 43
2.3 Mélange à deux ondes auto-référencé 44
2.3.1 Idée du miroir point 45
2.3.2 Réalisation technique du miroir point 45
2.3.3 Qualité de filtrage spatial 45
2.3.4 Schéma expérimental 47

2.3.5 Résultats en puissance et efficacité 47
2.3.6 Qualité de faisceau 49
2.3.7 Sensibilité aux fluctuations thermiques du second ordre 50
2.3.8 Conclusion 50
2.4 Observation de l'inversion ou de l'inactivation de domaines dans les cristaux. Tests d'un cristal de Co :$BaTiO_3$. 52
2.4.1 Effet des inhomogénéités du faisceau signal S 52
2.4.2 Effets constatés dans le premier cristal : inversion des domaines et non-uniformité de gain photoréfractif 54
2.4.3 Effet observé dans le second cristal 56
2.4.4 Test du cristal photoréfractif dopé au cobalt 57
2.5 Conclusion sur le beam cleanup par mélange à deux ondes dans un cristal photoréfractif. 60

2.1 Principe du beam cleanup par mélange à deux ondes dans un cristal photoréfractif

2.1.1 Effet photoréfractif

L'effet photoréfractif [Pauliat et Roosen, 2000] est le phénomène de variation de l'indice de réfraction d'un matériau exposé à une figure d'intensité non uniforme. De manière générale, cet effet provient d'un déplacement de charges générées optiquement quand le cristal est éclairé par une figure d'intensité non uniforme. Dans le cas des cristaux photoréfractifs à diffusion comme le $BaTiO_3$, des porteurs mobiles de charge sont générés par absorption principalement sur les franges brillantes de la figure d'intensité. Ces porteurs diffusent alors dans tout le matériau en laissant des défauts de charge là où ils ont été générés. Cette répartition spatialement inhomogène des charges induit un fort champ électrique qui modifie localement l'indice de réfraction par effet Pockels. L'effet photoréfractif vu par une figure d'interférence est montré sur la figure 2.1 : la modulation d'intensité entraîne une excitation non uniforme des couples électron-trou. Par exemple, les trous peuvent être fixes et les électrons librement diffusés. Une répartition des charges apparaît alors, comme montré en 2.1b. Cette figure de répartition est décalée d'un angle ϕ. Cet angle peut être non nul, par exemple lorsqu'un champ externe est appliqué ou sous la présence d'un champ résiduel issu de l'orientation de domaines cristallins. Dans le cas des matériaux photoréfractifs que nous allons utiliser, l'angle ϕ est nul. Le champ électrique engendré par cette répartition spatiale des charges est décalé de $\pi/2$ et engendre une variation de l'indice de réfraction par effet Pockels.

2.1.2 Beam cleanup par mélange à deux ondes dans un cristal photoréfractif

Mélange à deux ondes

Les matériaux photoréfractifs à diffusion permettent le transfert d'énergie [Yeh, 1989] entre deux ondes cohérentes interférant dans le matériau par l'intermédiaire du réseau d'indice généré par la figure d'interférence. En effet, dans le cas de deux ondes interférant dans le cristal, la figure d'indice induite par la figure d'interférence joue le rôle de réseau de diffraction volumique et ces deux ondes diffractent mutuellement l'une sur l'autre. C'est le *mélange à deux ondes*. Une fois que le réseau photoréfractif est inscrit dans le cristal, il diffracte l'ondes R vers d'une part l'ordre 0 du réseau (onde transmise R_t) et d'autre part l'ordre 1 du réseau (onde diffractée

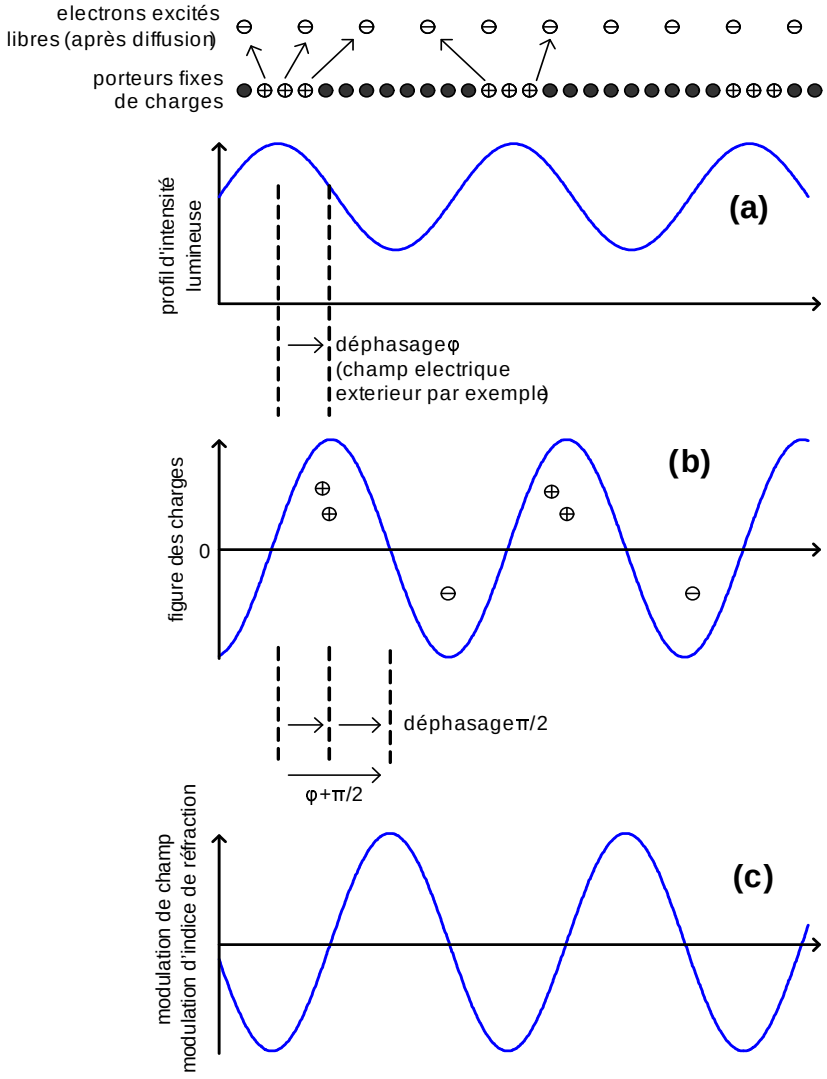


Fig. 2.1 – Effet photoréfractif vu par une figure d'interférence sinusoïdale : (a) profil de la figure d'interférence, (b) figure de répartition des charges, après déphasage de ϕ, (c) modulation de champ électrique donc d'indice de réfraction par effet Pockels. Dans le cas du $BaTiO_3$ que nous utilisons, nous avons $\phi = 0$ et un déplacement des trous plutôt que des électrons.

R_d). Les autres ordres sont négligeables. De la même manière, le réseau transmet S vers S_t et diffracte S vers S_d.

Les champs électriques de ces différents faisceaux s'additionnent en sortie : dans la direction de R on a :

$$E^R(d) = E^{R_t} + E^{S_d}$$

et dans la direction de S on a :

$$E^S(d) = E^{S_t} + E^{R_d}$$

De plus, le réseau d'indice est décalé de $\pi/2$ par rapport au réseau d'interférence dans la direction définie par l'orientation de l'axe c du cristal (voir figure 2.2). Les champs de la première équation s'additionnent alors constructivement et ceux de la seconde s'additionnent destructivement : la direction de l'axe c est adaptée à une diffraction en phase de l'onde S le long de l'onde R et en opposition de phase de l'onde R le long de l'onde S. L'onde S est donc cumulativement diffractée vers l'onde R et son énergie est transférée à l'onde R.

Beam cleanup par mélange à deux ondes

Dans le phénomène de mélange à deux ondes, les fronts d'onde des deux faisceaux ne sont pas déformés par l'interaction : S transfère son énergie et non sa phase à R. Afin de comprendre cela, reprenons les équations couplées de variation d'intensité et de phase. Les équations en intensité sont écrites en 2.1 et 2.2 :

$$\frac{dI_S}{dz} = -\Gamma \sin(\phi + \pi/2)\frac{I_S I_R}{I_S + I_R} - \alpha I_S \tag{2.1}$$

$$\frac{dI_R}{dz} = \Gamma \sin(\phi + \pi/2)\frac{I_S I_R}{I_S + I_R} - \alpha I_R \tag{2.2}$$

où I_R et I_S sont les intensités des faisceaux, Γ est le gain photoréfractif (m^{-1}) et α l'absorption (m^{-1}). Les équations de modification de la phase sont données par le système :

$$\frac{d\psi_S}{dz} = -\frac{\Gamma}{2}\cos(\phi + \pi/2)\frac{I_S}{I_S + I_R} \tag{2.3}$$

$$\frac{d\psi_R}{dz} = -\frac{\Gamma}{2}\cos(\phi + \pi/2)\frac{I_R}{I_S + I_R} \tag{2.4}$$

L'angle ϕ correspond au déphasage entre la figure d'interférence et la figure de répartition des charges. Le $\pi/2$ qui y est additionné provient de la diffraction. Dans le cas qui nous intéresse, le décalage $\phi = 0$. Dès lors, les variations de phase sont nulles, et l'intensité est transférée. Autrement dit, les fronts d'onde des deux faisceaux ne sont pas déformés par l'interaction et S transfère son énergie, et non sa phase, à R.

Cette propriété remarquable permet le *beam cleanup par mélange à deux ondes* schématisé sur la figure 2.2. Un faisceau monomode de faible intensité R est mélangé à un faisceau multimode de forte intensité S dans le cristal photoréfractif. Le réseau d'indice diffracte le faisceau de forte intensité S le long du faisceau monomode R en conservant le front d'onde de R. Le faisceau intense et aberrant S est donc diffracté vers un faisceau monomode intense R.

En d'autres termes, le mélange à deux ondes dans un cristal photoréfractif agit comme un convertisseur spatial de mode [Brignon *et al.*, 2001], sous certaines précautions de régularité de la figure d'intensité de S : le front d'onde de l'onde référence R et le front d'onde de l'onde référence amplifiée $R + S_{\text{diffracté}}$ sont les mêmes ; leurs figures d'intensité en revanche ne le sont pas nécessairement : si l'intensité de l'onde S n'est pas uniforme, l'intensité de l'onde diffractée ne le sera pas non plus.

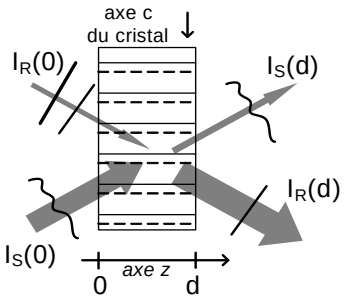


Fig. 2.2 – Mélange à deux ondes dans un cristal photoréfractif. $I_R(z)$, $I_S(z)$: intensités des faisceaux R et S. Les traits continus représentent les maxima de la figure d'interférence. Les lignes en pointillé montrent les maxima de la figure d'indice décalée.

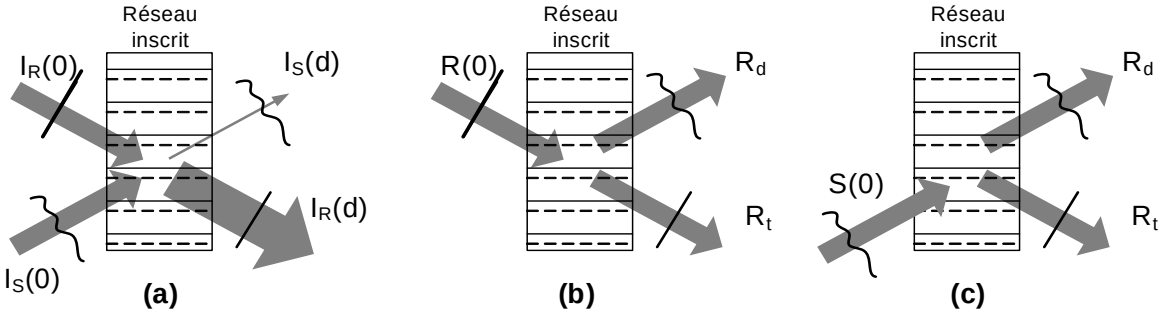


Fig. 2.3 – Beam cleanup d'un faisceau S vers un faisceau R dans le cas de puissances équilibrées. (a) effet de beam cleanup quand le réseau est inscrit. (b) Diffraction de l'onde R seule sur le réseau inscrit. (c) Diffraction de S seule sur le réseau inscrit.

Gain photoréfractif

Le système d'équations en intensité permet de calculer le gain photoréfractif : après une distance de propagation d dans le cristal, l'onde référence R voit un gain en intensité donné par (2.5) où β est le rapport d'intensité I_S/I_R.

$$G = \frac{I_R(d)}{I_R(0)} = \frac{\beta+1}{\beta+e^{\Gamma d}} \cdot e^{(\Gamma-\alpha)d} \tag{2.5}$$

$$\beta = \frac{I_S(0)}{I_R(0)} \tag{2.6}$$

Réseau holographique

La figure 2.3 montre l'effet du réseau dans le cas où les intensités en entrée sont égales. On voit sur 2.3b et 2.3c que le réseau diffracte alors équitablement chaque onde selon l'ordre 0 et l'ordre 1. Lorsque les deux faisceaux sont présents en même temps, les interférences sont constructives dans la direction intéressante et destructives dans l'autre, d'où le transfert d'énergie de l'onde S vers l'onde R.

2.1.3 Caractérisation d'un cristal photoréfractif Rh :$BaTiO_3$ à $1.06\mu m$

Deux cristaux photoréfractifs ont été utilisés dans les expériences. Les deux cristaux sont constitués de titanate de baryum dopé au rhodium Rh :$BaTiO_3$ et fournis par D. Rytz (FEE

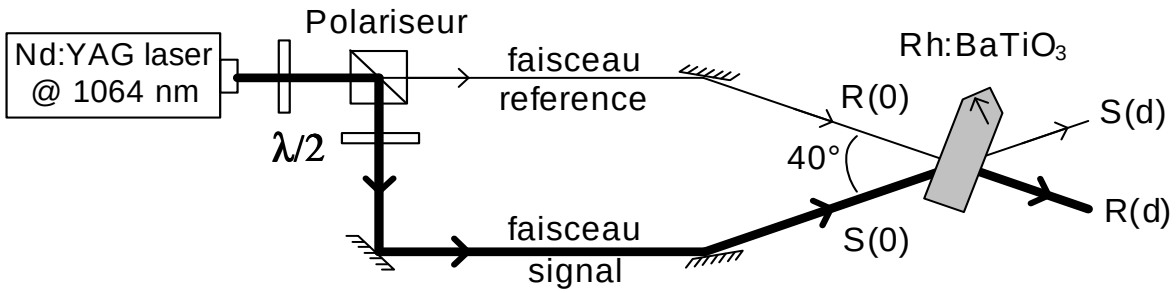


Fig. 2.4 – Schéma expérimental de caractérisation du cristal photoréfractif en mélange à deux ondes planes.

GmbH). Le premier cristal a été utilisé antérieurement dans des études de conjugaison de phase. Il est collé entre deux lames de YAG traitées anti-reflet et sensées évacuer la chaleur lors d'utilisations à haute puissance. Le second quant à lui est neuf, mais le traitement anti-reflet de la face d'entrée est imparfait. La concentration de rhodium dans le four au moment de la fusion est 1000 ppm. Les cristaux ont une forme de toit (voir la figure 2.4) afin d'éviter tout oscillation parasite provenant de la diffusion amplifiée.

Dans le cas du second cristal, les faces d'entrée et de sortie du cristal, de dimension $8 \times 8mm^2$ sont traitées antireflet et coupées à 45^o de l'axe c du cristal. Avec ce cristal, les polarisations et les plans d'incidence des faisceaux R et S doivent être dans le plan de l'axe c du cristal, qui est dans le plan horizontal, afin d'optimiser le gain photoréfractif. L'épaisseur du cristal est $d = 3mm$. Dans cette section, nous caractérisons ce cristal en mélange à deux ondes avec des faisceaux plans et peu puissants.

Schéma expérimental de caractérisation du cristal photoréfractif

Un montage simple de mélange à deux ondes planes schématisé sur la figure 2.4 a été réalisé pour caractériser le cristal. Le laser source est le laser maître utilisé dans l'ensemble du manuscrit : il s'agit d'une source $Nd : YAG$ NPRO de puissance maximale $500mW$ à une longueur d'onde $1.06\mu m$. Il est spectralement et spatialement monomode. Le faisceau collimaté issu de l'oscillateur est séparé en deux faisceaux : le faisceau signal S et le faisceau référence R. Le mélange à deux ondes est réalisé avec ces deux faisceaux dans le cristal. Les faisceaux référence amplifiée $R(d)$ et signal déplété $S(d)$ quittent le cristal. Les angles d'incidence sont 0^o pour R (pour minimiser les aberrations sur le front d'onde de référence) et 40^o pour le signal (afin d'avoir un pas optimal de franges $\Lambda \approx 1.9\mu m$ [Huot, 1999]). Les faisceaux sont collimatés et de diamètre environ $2.4mm$ sur le cristal.

Mesure du gain photoréfractif

Le gain photoréfractif défini par G dans l'équation (3) a été expérimentalement mesuré dans ce cristal en fonction du rapport de puissance β.

Les résultats sont montrés sur la figure 2.5. La courbe 2.5a montre le gain G sur le faisceau R en fonction du rapport de puissance β. Le gain maximal mesuré est d'environ 2000, ce qui correspond à un gain photoréfractif linéaire $\Gamma = 24.6cm^{-1}$. La figure 2.5b montre l'efficacité de conversion totale dans le cristal. Cette efficacité reste supérieure à 90% pour un rapport d'intensité β allant jusqu'à environ 200.

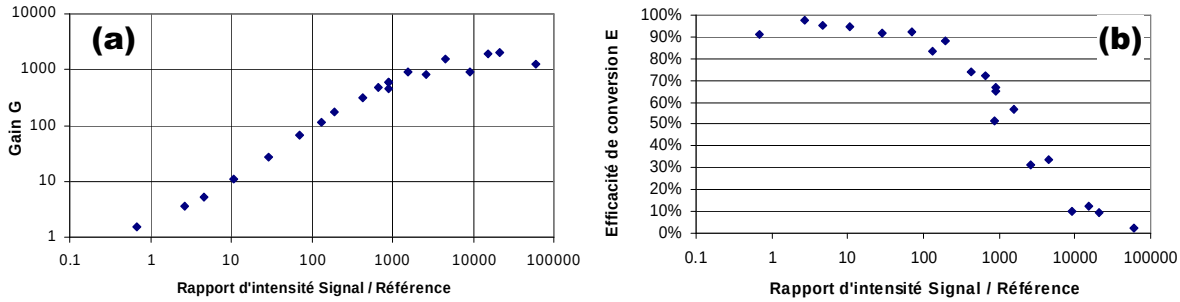


Fig. 2.5 – Expérience de mélange à deux ondes planes : (a) gain photoréfractif $G = I_R(d)/I_R(0)$ et efficacité de conversion $E = I_R(d)/(I_R(0) + I_S(0))$ en fonction du rapport des puissances incidents $\beta = I_S(0)/I_R(0)$.

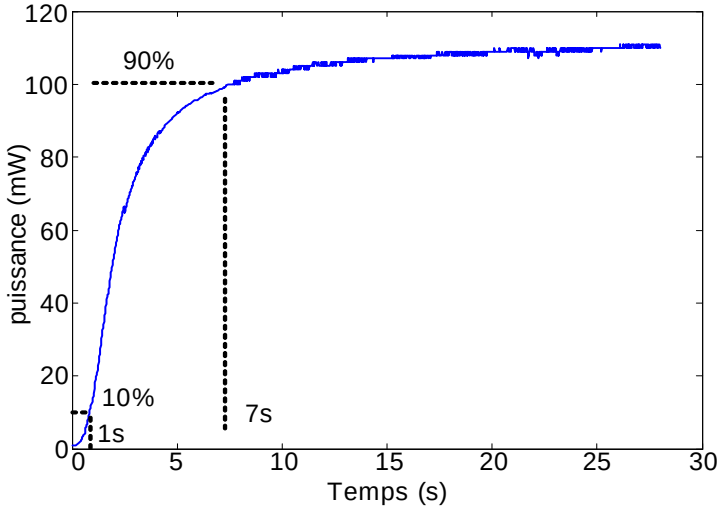


Fig. 2.6 – Évolution de la puissance de l'onde référence R amplifiée dans le cristal photoréfractif.

Évolution temporelle

Un exemple d'évolution temporelle de la puissance de l'onde amplifiée dans le cristal photoréfractif $R(d)$ est montré sur la figure 2.6. Les puissances respectives de l'onde R et de l'onde S en entrée de cristal sont $I_R(0) = 1mW$ et $I_S(0) = 132mW$. En sortie de cristal, après $30s$ de construction de réseau, la référence amplifiée atteint $I_R(d) = 111mW$ et le signal déplété $I_S(d) = 18.2mW$. Le gain photoréfractif est donc $G = 111$ et l'efficacité de conversion $\eta = 84\%$. Le temps caractéristique de montée de 10% à 90% est ici $\tau = 6s$, ce qui est classique à ce niveau d'intensité et à cette longueur d'onde. Il est d'autant plus court que les faisceaux sont intenses.

Qualité de faisceaux

La figure 2.7 montre la qualité du faisceau en sortie de cristal pour une amplification d'un facteur 111. La méthode consiste à mesurer le rayon du faisceau dans chaque plan observé par la caméra par le moment d'ordre 2 puis de faire un ajustement sur la courbe du rayon du faisceau le long de l'axe optique. Cette méthode, décrite plus précisément dans le paragraphe 8.2.1 (page 247), fonctionne avec des faisceaux peu aberrants comme avec des faisceaux largement multimodes. Dans le cas de faisceaux faiblement multimodes, le calcul de rayon par un ajustement gaussien donne des valeurs similaires. Les incertitudes sont principalement liées au bruit de fond

des images, et les valeurs ne sont pas plus précises que ±10%.

Le faisceau de référence de puissance $1mW$ qui ne traverse pas le cristal présente un facteur de qualité M^2 proche de 1. L'écart à 1.0 s'explique par les incertitudes de mesure qui sont de l'ordre de 10%. Le faisceau référence qui traverse le cristal sans amplification présente également un bon facteur de qualité $M^2 = 1.2$ malgré l'astigmatisme introduit par le cristal. En effet, ce dernier présente une mauvaise qualité optique et ne se comporte pas comme une lame à faces parallèles (qui ne présenterait pas s'astigmatisme). Le faisceau de référence amplifié par l'onde signal S monomode de puissance $132mW$ présente une qualité de faisceau identique, avec $M^2 = 1.1$ et le même astigmatisme. Il y a amplification uniforme du faisceau de référence sans dégradation de la qualité de faisceau.

Recyclage de la polarisation verticale.

Le mélange à deux ondes du schéma de la figure 2.4 fonctionne avec des faisceaux polarisés horizontalement, c'est à dire dans le plan de la figure car l'axe du cristal est dans le plan de la figure. Ainsi, lorsque l'onde signal S à convertir est dépolarisée, seule sa composante polarisée horizontalement est convertie dans cette configuration. Dans le cas qui nous intéresse, le faisceau issu de la fibre amplificatrice multimode est dépolarisé et cohérent, ce qui signifie que tous les modes qui le constituent ont chacun une polarisation elliptique différente.

On peut convertir les deux polarisations simultanément en les séparant avec un polariseur et en redressant la polarisation verticale en polarisation horizontale avec une lame demi-onde. Ces deux faisceaux, que nous noterons signal non retourné , S_{NR} et signal retourné , S_R sont polarisés horizontalement. On les superpose alors à l'onde référence R sur le cristal. L'angle entre ces deux faisceaux est de l'ordre de 1 à 2^o. L'acceptante angulaire du cristal est de l'ordre de 10^o, ce multiplexage en angle ne pose donc aucun problème. Le schéma expérimental précédent a été légèrement modifié afin de valider ce système de recyclage de la polarisation verticale. Il est représenté sur la figure 2.8.

Nous avons mesuré l'efficacité de transfert de ce système dans le cas d'une onde Référence R de puissance $18.3mW$, et d'ondes signal retourné S_R et signal non retournée S_{NR} de puissances respectives $49mW$ et $48mW$. Ces puissances sont mesurées après le cristal quand aucun réseau n'y est inscrit. Dans le cas où seules les ondes R et S_R sont présentes, l'efficacité du réseau atteint 95% avec $64mW$ dans la direction de la référence. Dans le cas où R et S_{NR} sont présents, l'efficacité est 92%. Enfin, si les deux ondes signal S_{NR} et S_R sont présentes, l'efficacité baisse à 85%, ce qui traduit une saturation du gain pourtant faible.

La figure 2.9 montre les évolutions temporelles de la puissance de l'onde référence amplifiée $R(d)$ dans le cristal photoréfractif. Les faisceaux S_{NR} et S_R sont alternativement masqués puis simultanément incidents sur le cristal. Le cristal est légèrement tourné entre deux cas pour effacer le cristal (en réalité il s'agit d'une désadaptation angulaire).

En conclusion, le cristal photoréfractif Rh :$BaTiO_3$ testé présente un gain photoréfractif linéaire important $\Gamma = 24.6cm^{-1}$. Une efficacité de conversion de 90% peut être espérée pour un rapport de puissance de 100. Dans ce cas, le temps d'établissement du réseau est de l'ordre de $6s$ pour une densité de puissance de $700mW/cm^2$ et la qualité de faisceau de l'onde référence amplifiée est la même que l'onde R avant amplification. La possibilité de recyclage de la polarisation est également démontrée avec une efficacité similaire à la configuration sans dépolarisation.

2.1.4 Application à la correction de faisceau issu d'un MOPA multimode spatial

Le phénomène de mélange à deux ondes dans un cristal photoréfractif étudié auparavant peut être utilisé pour convertir un faisceau multimode, issu d'un MOPA multimode spatial en un fais-

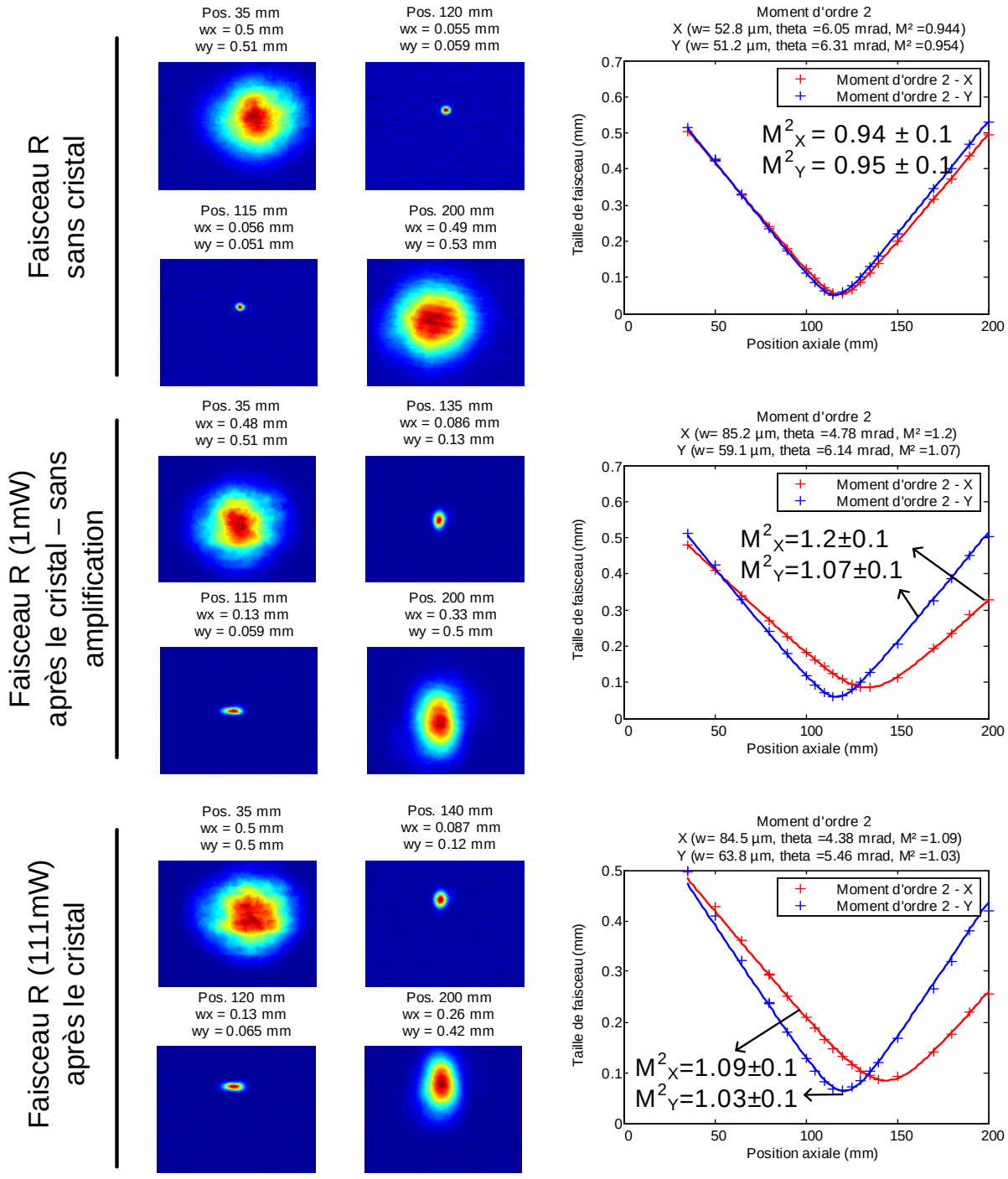


Fig. 2.7 – Mesure de qualité du faisceau R après amplification dans le cristal photoréfractif ($G = 111$). (a) Faisceau référence R sans le cristal, (b) faisceau référence R après le cristal sans amplification, (c) idem avec amplification.

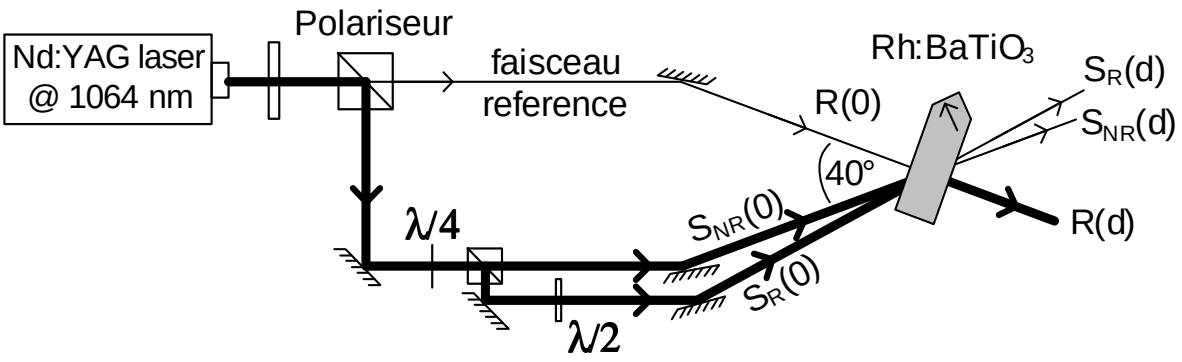


Fig. 2.8 – Schéma expérimental de test du recyclage de la polarisation verticale dans le cas d'un signal monomode spatial. Les faisceaux Signal retourné et non retourné sont écartés d'un angle de quelques degrés.

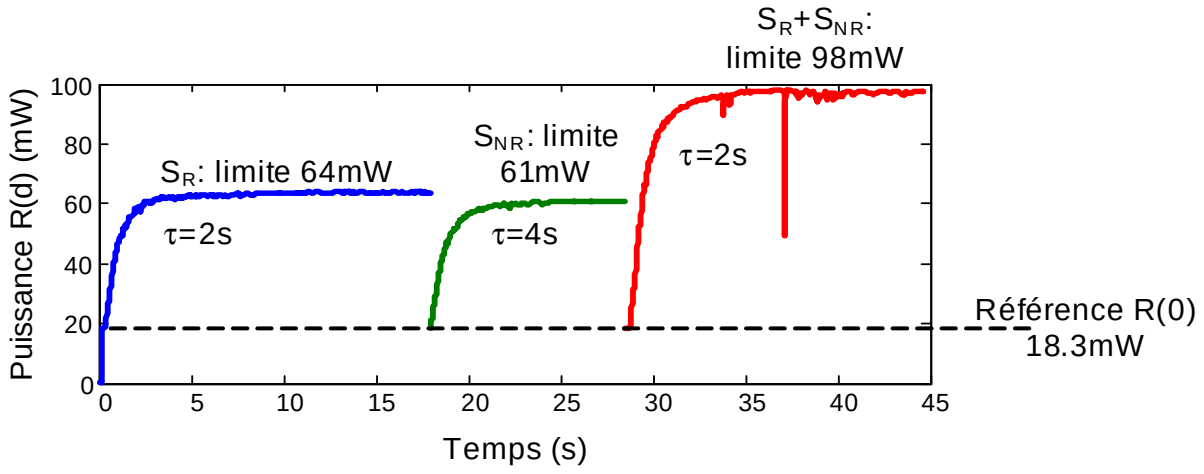


Fig. 2.9 – Evolution temporelle de la puissance de l'onde Référence R amplifiée respectivement par l'onde Signal retournée S_R, l'onde Signal non retournée S_{NR} et la somme des ondes Signal $S_R + S_{NR}$.

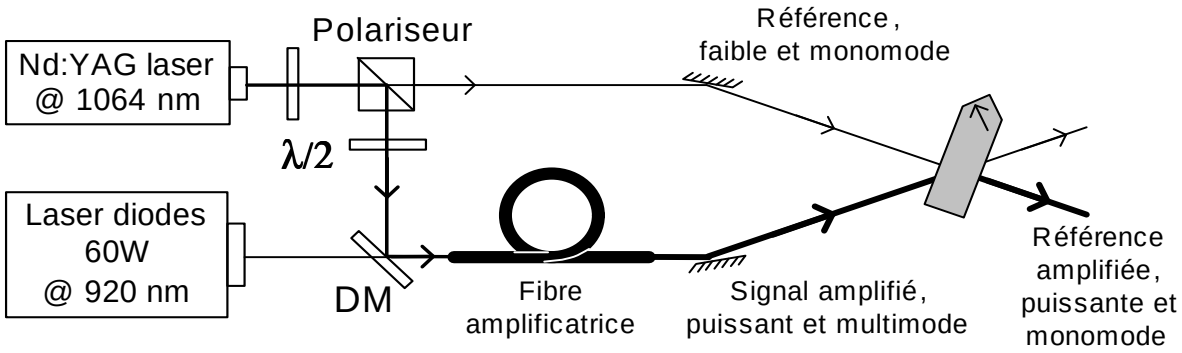


Fig. 2.10 – Schéma de principe du beam cleanup mélange à deux ondes dans un cristal photoréfractif appliqué au faisceau issu d'un amplificateur à fibre multimode.

ceau monomode spatial, comme schématisé sur la figure 2.10 (ici sans recyclage de polarisation). De cette manière, le faisceau signal multimode spatial et dépolarisé issu de l'amplificateur à fibre peut être converti en faisceau monomode et polarisé linéairement grâce au beam cleanup par mélange à deux ondes avec recyclage de polarisation dans un cristal photoréfractif. Dans les sections suivantes, nous présentons les résultats obtenus dans le cadre de cette thèse avec le matériel à notre disposition : un oscillateur monomode, un amplificateur à fibre multimode et un cristal photoréfractif.

2.2 Résultats expérimentaux de beam cleanup par mélange à deux ondes. Systèmes de compensation du déphasage.

Dans cette section, nous mettons en évidence la nécessité d'ajouter un système de compensation de la fluctuation de phase de l'amplificateur dans le schéma de la figure 2.10. Nous présentons alors les résultats obtenus avec deux systèmes différents de compensation.

2.2.1 Mélange à deux ondes sans compensation

Le schéma de la figure 2.10 a été réalisé avec un amplificateur à fibre multimode de longueur $L = 0.66m$. L'utilisation d'une fibre aussi courte n'optimise pas la puissance disponible mais minimise les fluctuations de phase. Une puissance de $1W$ est ainsi disponible en sortie d'amplificateur avec une puissance de pompe incidente de $18W$ et une puissance de $3W$ est disponible quand la puissance incidente des diode de pompe est $38W$. Seule la polarisation horizontale de l'onde multimode dépolarisée en sortie d'amplificateur est utilisée, c'est à dire la moitié de cette puissance.

Fluctuations de phase

Nous avons vu dans l'étude de caractérisation du cristal photoréfractif que le réseau d'indice met quelques secondes à se mettre en place : la puissance de l'onde R amplifiée n'est maximale qu'après 2 à 3 secondes d'illumination du cristal. Cette constante de temps dépend de la puissance des ondes interférant ainsi que de leur rapport. Dans le cadre de l'étude de la section 2.2, elle vaut entre $30s$ et une minute. Il faut que les franges d'interférence entre les faisceaux R et S de la figure 2.10 qui induisent le réseau soient stables en intensité et en phase pendant le temps de construction du réseau. Cela revient à dire que les deux bras de l'interféromètre équivalent

au schéma de la figure 2.10 doivent avoir des chemins optiques stables pendant cette durée, c'est à dire une minute environ.

Or des fluctuations thermiques internes à la fibre modifient le chemin optique du bras de l'interféromètre qui passe par la fibre amplificatrice multimode. L'origine de ces fluctuations thermiques est la mauvaise évacuation de la chaleur créée dans la fibre et le cumul de l'effet sur la longueur de la fibre. Ces fluctuations géométriques du chemin optique dans la fibre ont deux effets :

- au premier ordre, elles introduisent une fluctuation de la phase commune de tous les modes de la fibre. Cette fluctuation commune, que nous appellerons *piston de phase* ne modifie pas la figure de mode en sortie, et
- au second ordre, elles introduisent des variations de phase relative entre les différents modes. Ces fluctuations au second ordre ont pour effet de modifier la figure de mode en sortie de fibre.

L'effet du piston de phase est simplement de translater les interférences dans le cristal. L'effet du second ordre modifie la répartition spatiale de l'intensité et de la phase du faisceau signal S. Pour que le mélange à deux ondes fonctionne correctement dans le cristal photoréfractif, il faut que ces deux effets aient des constantes de temps inférieures à la constante du cristal. Il paraît assez naturel que les variations de piston au premier ordre seront plus importantes que les variations de la figure de mode.

Mesure des fluctuations de phase

Nous avons pu évaluer l'importance respective de ces deux effets de la fluctuation thermiques indépendamment. La figure 2.11 montre le piston mesuré entre les deux bras de l'interféromètre pendant quelques minutes. La mesure est effectuée par observation du deplacement de franges d'interférences avec le système qui sera décrit plus loin (figure 2.14). La fibre utilisée a une longueur de $0.66m$ et la puissance des diodes de pompe est $38W$. Ces variations de phase sont très rapides et une dizaine de franges peut défiler en quelques secondes : le réseau photoréfractif n'a pas le temps de se mettre en place. En conséquence, le beam cleanup par mélange à deux ondes ne peut s'effectuer dans ce système simple.

Le schéma expérimental indiqué sur la figure 2.12 permet de mesurer l'effet au second ordre : on a enregistré en fonction du temps l'évolution figures de speckle créées avec le faisceau signal S observé par une caméra sur un diffuseur. Le diffuseur est fixe et seules les phases relatives des différents modes entraînent une évolution de la figure de speckle observée. Autrement dit, la figure de speckle est insensible aux fluctuations du piston de phase mais seulement aux fluctuations de la phase relative entre les modes. La mesure est effectuée dans les mêmes conditions que sur la figure 2.11 hormis la longueur de la fibre qui est 6 fois plus longue (l'effet sera d'autant plus visible). La figure 2.13 montre une quantification de l'évolution de la figure de speckle par un paramètre d'intercorrélation entre la première image et les images suivantes, défini par $\sum_{\text{pixels}} (\text{Image N} - \text{Image 0})$. Ce paramètre est nul entre deux images identiques et normalisé à 1 entre deux images décorrélées. Ici la figure de speckle s'écarte progressivement de la figure originale, à mesure que les fluctuations de phase modifient la figure de mode. On en déduit un temps de stabilité de la phase relative entre les modes de l'ordre de $15min$ (10% à 90%), ce qui est grand devant la constante du cristal. Notons aussi que la fibre pompée varie plus rapidement au début puis présente la même pente que la fibre non pompée : il est probable qu'elle n'était pas tout à fait stabilisée en température au début de la mesure.

D'après ces observations, le temps de stabilité des fluctuations au premier ordre est inférieur à la seconde tandis que le temps de stabilité des fluctuations du second ordre est supérieur à $10min$. De son côté, le temps de réponse du cristal photoréfractif est de l'ordre de la minute.

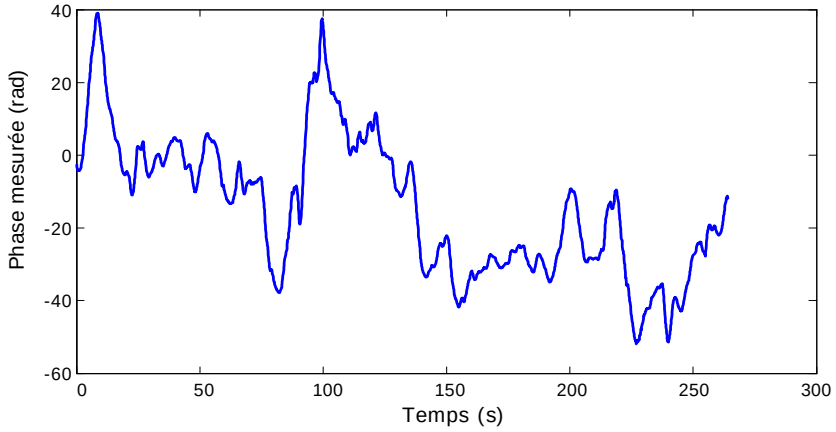


Fig. 2.11 – Évolution du piston de déphasage entre les deux bras de l'interféromètre. La mesure est effectuée pendant $5min$ avec une fibre de longueur $0.66m$ sous une puissance de pompe incidente de $38W$.

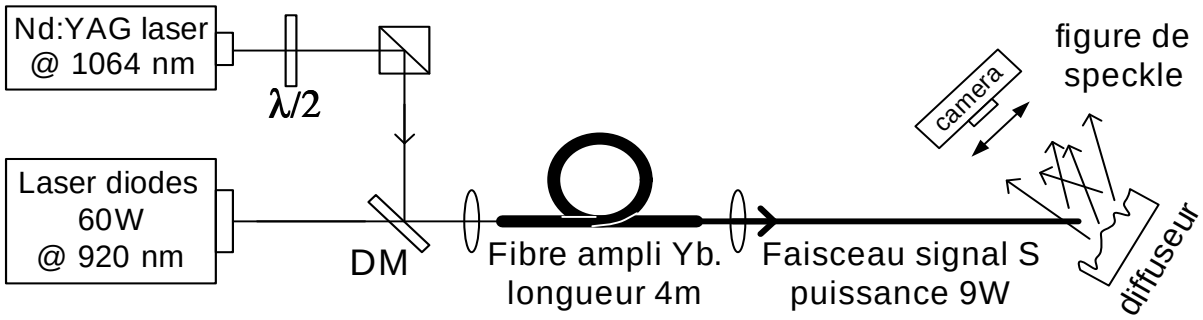


Fig. 2.12 – Schéma expérimental de mesure des variations de phase au second ordre dues aux fluctuations thermiques dans la fibre.

Ainsi le piston doit être supprimé ou compensé tandis que les fluctuations du second ordre ne poseront a priori pas de problème.

Suppression ou compensation des fluctuations de phase au premier ordre

Ainsi, nous allons être gênés par les fluctuations thermiques de la fibre qui engendrent un piston de phase sur le signal amplifié trop rapide pour l'effet photoréfractif. En effet, un calcul simple mené avec un coefficient de dilatation relatif de $0.5 \cdot 10^{-6} K^{-1}$ prévoit une variation de chemin optique de 2Π dans une fibre de longueur $0.66m$ pour une variation globale de la température dans la fibre de $2K$, ce qui est tout à fait possible (la température de la fibre dépasse largement 60^o). Ce sont probablement les échanges de chaleur avec l'environnement de la pièce qui sont responsables de ces variations rapides : le simple fait d'approcher la main de la bobine entraîne un déphasage de plusieurs longueurs d'onde.

Afin de résoudre ce problème, nous avons tenté d'isoler la fibre en empêchant les circulations d'air avec un boîtier. Cette technique s'est révélée inefficace. Une autre idée est d'immerger la fibre dans l'eau afin d'accélérer les échanges de chaleur. Cela présente deux problèmes :

- il faut que la gaine soit de très bonne qualité (ce qui n'est pas le cas) car l'eau a tendance à aggraver les microfissures du verre, et
- les parties non immergées de la fibre doivent rester très courtes devant les $0.66m$ de la

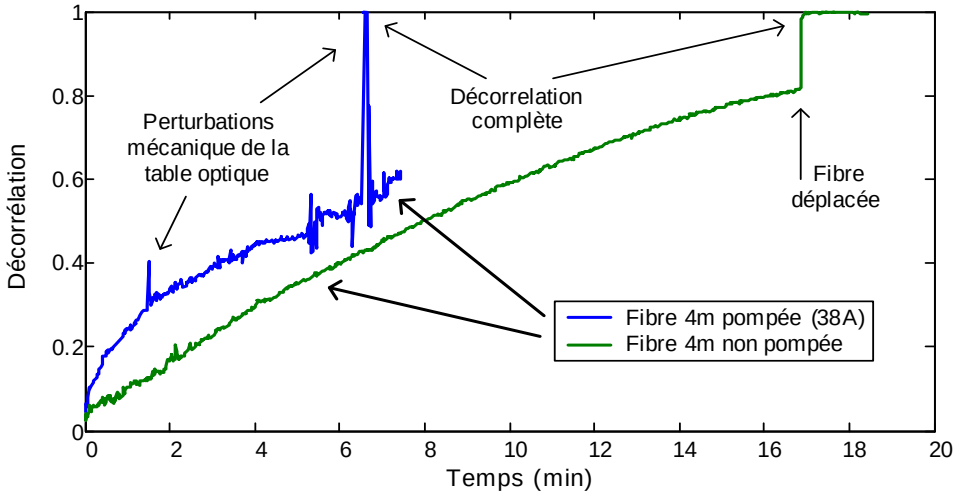


Fig. 2.13 – Inter-corrélation de l'intensité de la figure de speckle enregistrée avec le montage de la figure 2.12.

fibre testée ici (moins de $5cm$ par exemple), ce qui paraît impossible dans ce montage.

L'utilisation d'huile plutôt que d'eau résoudrait le premier problème mais pas le second.

Il semble donc nécessaire d'ajouter un système de compensation du piston. Il s'agit alors d'insérer sur le bras de l'onde référence un déphaseur qui introduit le même déphasage que sur l'autre bras. Vu les déphasages et la vitesse mis en jeu, il est tout à fait possible de réaliser mécaniquement cette compensation avec un miroir monté sur un cristal piézo-électrique par exemple. L'asservissement de la position du miroir peut alors être effectuée de deux manières :

– sur la position des franges d'interférences dans un plan conjugué avec le cristal, ou
– sur le maximum de puissance diffractée par le cristal photoréfractif.

Ces deux méthodes ont été testées et sont présentées dans les paragraphes suivants.

2.2.2 Schéma avec boucle de contre-réaction numérique et détection de phase de frange.

Dans ce paragraphe nous décrivons le premier dispositif de compensation du piston de phase qui a été mis en place. Il utilise une boucle de contre-réaction numérique. Nous allons successivement voir le principe du montage, les points délicats qui méritent d'être signalés ainsi que les résultats obtenus avec cette configuration.

Principe

Nous avons vu que le système interférométrique de beam cleanup dans le cristal nécessitait un interférogramme stable pendant quelques secondes, or le piston de phase introduit par la fibre de longueur $0.66m$ entraîne des variations de phase de plusieurs radians par seconde. Il est donc nécessaire d'ajouter un système de compensation de phase soit direct (on détecte les variations de déphasage et on les compense), soit indirect (on maximise l'onde diffractée par le cristal). Nous avons choisi de commencer par la première méthode, qui présente l'intérêt de découpler les effets de phase des éventuels problèmes de mélange à deux ondes. La méthode employée va donc consister à :

– mesurer continûment la différence de phase entre les deux bras de l'interféromètre,
– en déduire les variations de piston de phase,

– en déduire une variation de tension à appliquer au cristal piézoélectrique par une méthode d'asservissement PID afin de compenser cette variation de piston par un déplacement du miroir sur le bras référence,
– appliquer cette nouvelle tension au cristal piézoélectrique.

Observation des franges d'interférence La mesure de la différence de phase entre les bras se fait par observation des franges d'interférence entre les deux bras comme indiqué sur la figure 2.14. Afin qu'un seul système de franges soit visible sur la caméra avec une dizaines de franges sur une centaine de pixels par exemple, il faut ajouter un filtre spatial sur le bras multimode pour ne sélectionner qu'un seul grain de speckle de la figure de modes et des lentilles pour adapter les divergences des faisceaux qui interfèrent. Le choix du grain est indifférent car tous les modes de la fibre subissent le même piston au premier ordre, c'est à dire que chaque grain contient la même information de phase.

Mesure du piston de phase La mesure de la différence de phase optique entre les bras revient alors à mesurer la phase des franges sinusoïdales d'interférence détectées par la caméra et dont un exemple est montré sur la figure 2.15. Une fenêtre de quelques pixels de haut et d'une dizaine de franges de large en est extraite, elle est réduite à une dimension en moyennant les quelques pixels de hauteur. A la sinusoïde résultante sont ensuite appliquées une fenêtre de Hanning (voir 2.2.2) puis une transformé de Fourrier rapide (FFT). Le spectre calculé contient généralement un pic en amplitude à la fréquence des franges, il suffit alors d'extraire la phase de la fréquence correspondant à ce pic d'amplitude pour évaluer la phase du système de frange. Une mesure du piston de phase entre les bras est alors cette phase à $2\pi + c$ près, où c est une constante. Le piston est compris entre $-\pi$ et $+\pi$. On définit ce piston comme erreur à corriger par le PID : ce dernier va tenter de ramener le piston à 0.

Le PID Le PID (proportionnel, intégrateur, dérivateur) est aussi réalisé de manière informatique. Le coefficient dérivateur est choisi nul en raison de la difficulté à le mettre en oeuvre dans une boucle numérique tandis que les autres coefficients sont réglables directement sur l'interface. Le code informatique C utilisé est montré sur le tableau 2.1. L'image est acquise et montrée à l'utilisateur, puis la phase est calculée : c'est la phase de la composante fréquentielle de la FFT de plus grande amplitude après application de la fenêtre de Hanning. Cette phase est l'erreur injectée dans le PI dont les coefficients sont réglables par l'utilisateur.

Sortie de la commande de tension par CNA La tension calculée par le PI informatique doit ensuite être exportée vers une tension réelle appliquée sur le cristal piézoélectrique. Ce cristal est formé de deux lames coulissantes, ce qui lui permet d'avoir une course de plusieurs dizaines de μm. Il est alimenté par un générateur de haute tension qui accepte une entrée analogique de $0V$ à $5V$. Cette tension est réalisée à partir de la valeur numérique grâce à un convertisseur numérique/analogique (CNA) que nous avons monté sur un circuit branché sur le port parallèle de l'ordinateur. Ce port parallèle contient 25 broches dont 12 sont contrôlables directement en sortie (ON $0V$ et OFF $+5V$). Ces 12 broches sont alors branchées sur les 8 ou 12 entrées du CNA 8 ou 12 bits. Il suffit alors de transformer la tension de commande (0 à 255 en 8 bits et 0 à 4095 en 12 bits) en bits (00000000 pour 0 et 11111111 pour 255 par exemple) et d'appliquer ces valeurs aux broches du port parallèle correspondant aux entrées du CNA pour exporter la tension. L'ensemble de cette procédure est très rapide devant le temps d'acquisition de l'image.

Points délicats

Acqui_Image() ;	ACQUISITION IMAGE
m_ImShow1.afficher_image(m_Image1) ;	AFFICHAGE IMAGE
float phase = CalculPhaseImage() ;	Calcul de la phase
float deltaV = m_fP*phase + m_fI*m_vfDeltaVHist->sum() ;	
deltaV = max(min(deltaV, MAX_DTENS), -MAX_DTENS) ;	Limitation sur deltaV à la tension prévue pour un déphasage de $2\pi/5$
deltaV = fmod(deltaV+TENS_2PI/2,TENS_2PI)-TENS_2PI/2 ;	Modulo de deltaV pour un déphasage inférieur à 2pi
(*m_vfDeltaVHist)[m_sIter%FB_TAILLE_HISTORY] = deltaV ;	Enregistrement de deltaV
m_sTension += deltaV ;	Application de deltaV
LptOut12(m_usTension) ;	Sortie de la tension vers le CNA

Tab. 2.1 – Code informatique commenté de la procédure PI.

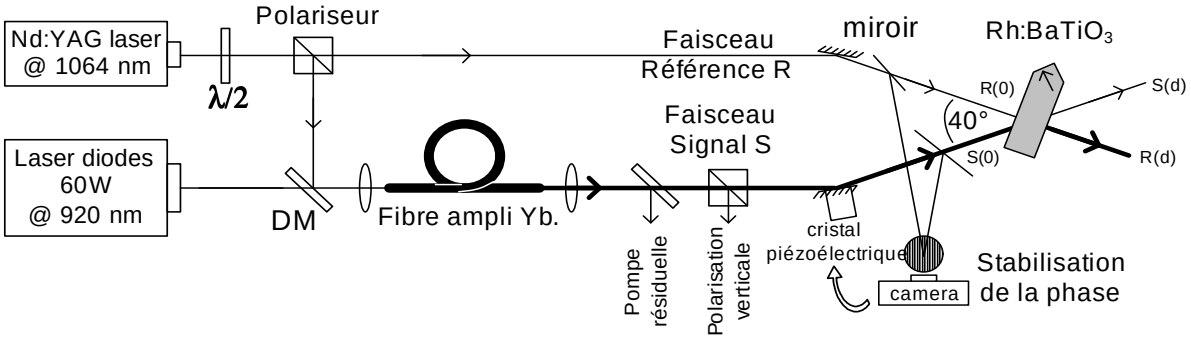


Fig. 2.14 – Montage expérimental de beam cleanup par mélange à deux ondes après un MOPA à fibre multimode avec système numérique de compensation du piston de phase.

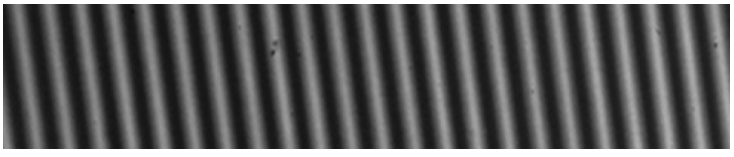


Fig. 2.15 – Exemple de figure d'interférence mesurée par la caméra.

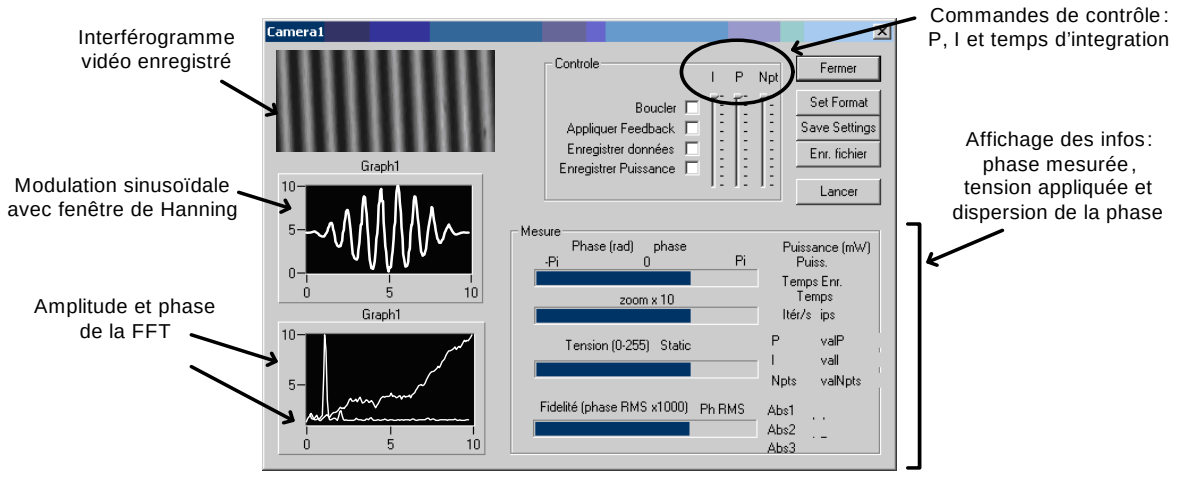


Fig. 2.16 – Interface utilisateur de contrôle de la boucle numérique de compensation du piston de phase introduit par la fibre amplificatrice multimode.

Détection de la phase à partir des images Afin de mesurer au mieux la phase de la sinusoïde d'intensité, nous appliquons une fenêtre de Hanning définie par $H(n) = \sin^2(\frac{\pi n}{N})$. L'ajout de la fenêtre de Hanning a un effet de moyennage du spectre et en particulier de la phase, ce qui réduit le bruit de mesure. Lors de simulations de translations d'un spectre avec et sans fenêtre de Hanning, nous avons constaté une baisse du bruit quadratique moyen d'un facteur 5. La figure 2.17 montre les interférogrammes et spectres comparés dans les deux cas. L'utilité de cette fenêtre est plus flagrante quand les franges ne sont pas rectilignes : en effet, des franges courbes présentent un spectre de fréquence large et la fenêtre de Hanning effectue un moyennage de ces fréquences, ce qui permet de lisser les mesures de phase entre des images successives.

Utilisation 8 ou 12 bits Le nombre de bits utilisé par le CNA est un paramètre important. En effet, si le CNA possède 8 bits en entrée, il ne pourra reproduire que 256 niveaux de phase différents. Si l'on souhaite une stabilité de phase de l'ordre de $2\pi/100$, le CNA ne pourra suivre qu'une variation de phase inférieure à deux franges, au delà il y aura nécessairement des sauts de phase, comme illustré sur la figure 2.18 : on y a représenté en (a) la mesure de phase faite par le logiciel à une fréquence d'environ $10Hz$ et en (b) la commande de tension appliquée sur le cristal piézoélectrique. La boucle d'asservissement est dans un premier temps ouverte, on voit alors les variations de phase entre les deux bras varier continuellement. La boucle est ensuite fermée, stabilisant ainsi la phase. Après quelques secondes, la commande de tension atteint son maximum (255) et est recentrée en engendrant un saut de phase. De même, quand elle arrive à son minimum (0), elle doit être recentrée. Au final, la phase subit de fréquents sauts qui introduisent un bruit important.

Étant donné que la phase varie parfois de l'ordre de 100 radians en quelques dizaines de seconde (temps de réaction du cristal), le CNA idéal comporterait $100 \times 100 = 10000$ niveaux soit environ 13 bits. Nous n'avons que 11 bits disponibles sur le port parallèle de l'ordinateur soit 2000 points. Nous allons donc choisir un CNA de précision 16 bits utilisé avec les 11 bits disponibles.

A titre d'exemple, la figure 2.19 montre les résultats obtenus avec un CNA 8 bits que nous avions en stock et un CNA 16 bits que nous avons commandé. Tout d'abord, sans asservissement, la référence amplifiée est très bruitée. On voit furtivement le réseau monter quand la phase

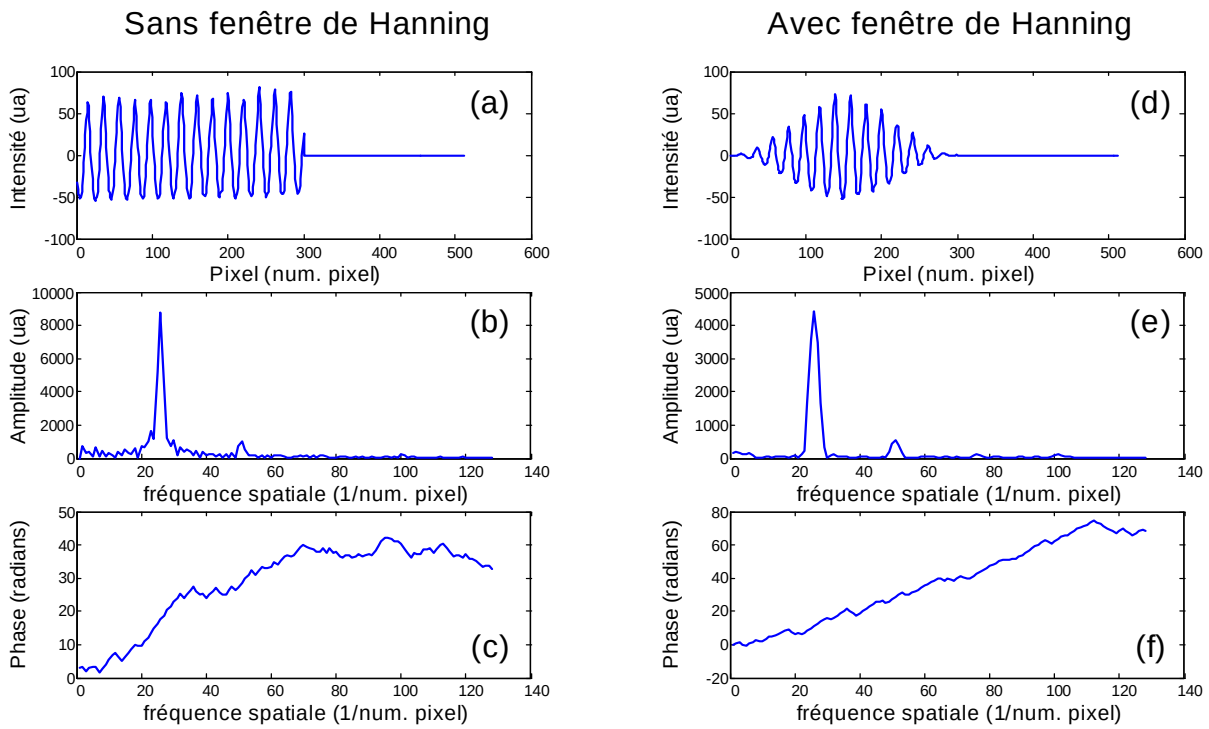


Fig. 2.17 – Mesure de phase d'une sinusoïde avec et sans fenêtre de Hanning : interférogrammes mesurés à la caméra et étendus à $2^9 = 512$ (a et d), amplitude de la FFT (b et e), et phase de la FFT (c et f).

mesurée a une pente nulle. Lorsque l'asservissement est mis en place, la phase se stabilise dans les deux cas et le réseau croît avec une constante de l'ordre d'une minute. Dans le cas du CNA 8bits, les nombreux sauts de phase de 2π induisent un important bruit dans la puissance convertie. Dans le cas du CNA 16 bits, les sauts sont bien moins nombreux et la courbe en puissance nettement moins bruitée. Un recalage est tout de même nécessaire vers $400s$ (voir 15e) ce qui entraîne une perturbation du signal amplifié.

Résultats expérimentaux

Nous décrivons ici les résultats obtenus avec la boucle d'asservissement numérique présentée précédemment. Ces résultats ne sont pas complètement optimisés : en particulier le recyclage de la polarisation n'est pas mis en place car nous avons vite choisi d'abandonner ce montage au profit du mélange à deux ondes auto-référencé présenté dans la section suivante.

Conditions expérimentales Le laser oscillateur (laser $Nd : YAG$, $300mW$, $1.06\mu m$, monomode spectral et temporel) est divisé en deux parties : une petite partie ($40mW$) est utilisée comme faisceau référence R et le reste ($250mW$) est amplifié dans l'amplificateur à fibre. La fibre a une longueur de $0.66m$ et absorbe une puissance d'environ $13W$ de la puissance des diodes à $920nm$. Le signal S amplifié dans la fibre a une puissance de $3W$, est dépolarisé et multimode (ouverture $ON = 0.2$ et diamètre $55\mu m$).

Puissances Dans ces conditions, le schéma de le mélange à deux ondes décrit sur la figure 2.14 est mis en place avec une puissance de $40mW$ sur le faisceau référence monomode R et une

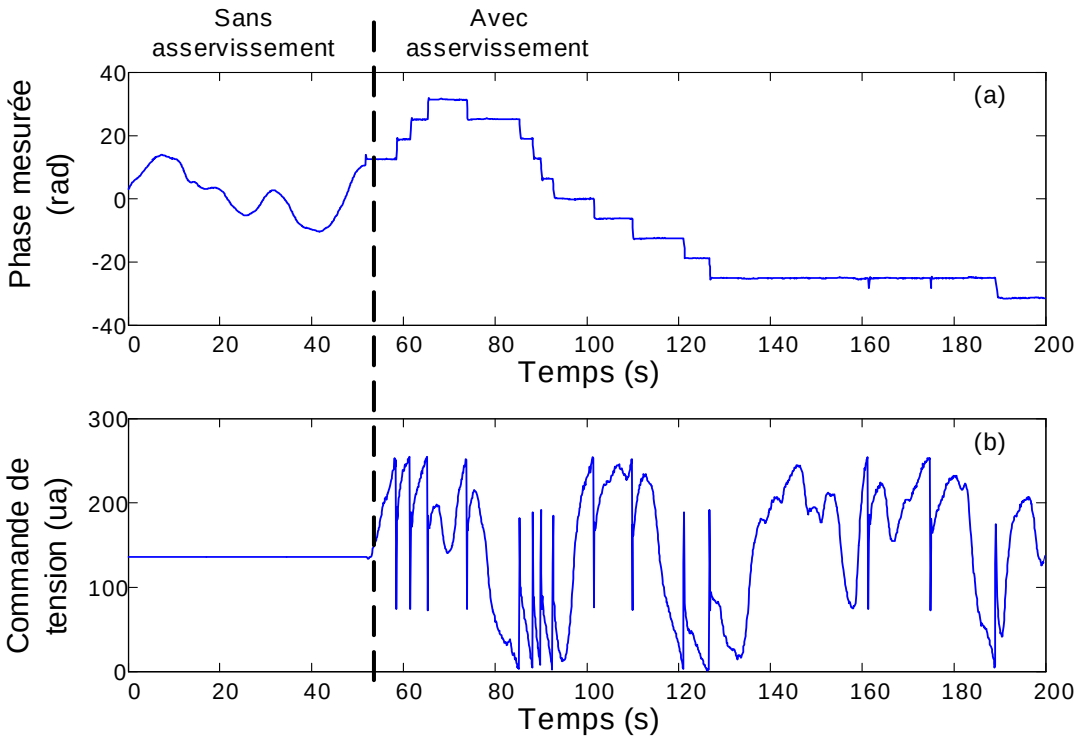


Fig. 2.18 – Déphasage mesuré (a) et commande de l'asservissement (b) en fonction du temps pour le montage utilisé avec un CNA de précision 8 bits et une fibre de $0.66m$ et une puissance des diodes de pompe de $18W$.

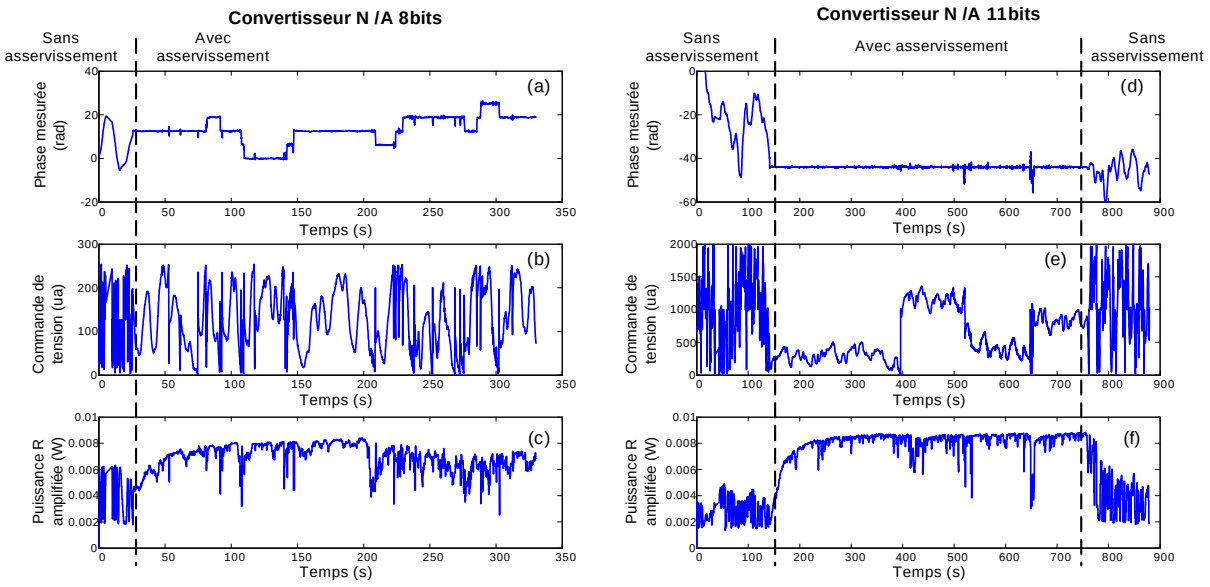


Fig. 2.19 – Évolution temporelle des données dans les mêmes conditions que la figure 15 (fibre de longueur $0.66m$, puissance des diodes de pompe $18W$), avec le convertisseur 8 bits et le convertisseur 11 bits : phase mesurée (a et d), tension de commande (b et e) et puissance de l'onde référence amplifiée (c et f).

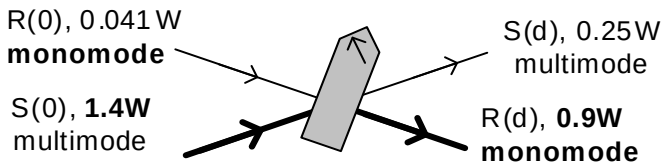


Fig. 2.20 – Puissances mises en jeu dans le mélange à deux ondes du montage de la figure 2.14.

puissance de $1.4W$ sur le faisceau multimode S polarisé horizontalement. La puissance atteinte sur le faisceau référence amplifié après le cristal est $0.95W$. Ces puissances sont rappelées sur la figure 2.20 et l'évolution temporelle de la phase stabilisée par la boucle d'asservissement numérique ainsi que l'évolution de la puissance diffractée sont montrées sur la figure 2.21. Le temps de montée du faisceau est ici $\tau = 55s$. A l'instant $t = 300s$, on masque le faisceau référence R. Le faisceau référence amplifié chute immédiatement d'une quantité égale à la puissance du faisceau référence incident. L'onde signal est toujours diffractée par le réseau qui s'efface progressivement en $85s$. Remarquons les nombreux pics négatifs sur la courbe : ils sont le reflet du bruit de phase. En effet, dès que la phase s'écarte de la phase moyenne de référence, les interférences entre le signal diffracté et la référence transmise ne sont plus complètement constructives. De tels pics ne sont plus visible lorsque seule l'onde S est incidente sur le cristal car il n'y a plus interférence.

Qualité de faisceau La figure 2.22 montre deux profils en champ lointain : l'onde signal S en sortie de fibre l'onde référence R amplifiée dans le cristal. De plus, on a représenté le profil de faisceau dans le plan du cristal photoréfractif. Les inhomogénéités qui apparaissent sur ce dernier profil reflètent dans ce cas des inhomogénéités d'amplification dans le cristal : en effet, ce profil n'est pas translaté quand l'onde signal est translatée. Nous étudierons plus précisément ce phénomène dans la section 2.4. La comparaison des deux profils en champ lointain montre néanmoins une nette amélioration de la qualité de faisceau par conversion de mode de l'onde signal S à l'onde référence R amplifiée. Le faisceau amplifié est proche de la limite de la diffraction (le paramètre M^2 est proche de 1).

Conclusion

Nous avons donc démontré la faisabilité de la conversion spatiale multimode-vers-monomode après un amplificateur à fibre multimode dopée Ytterbium et pompée par diode en utilisant un cristal photoréfractif sensible dans l'infrarouge et un système de compensation numérique des fluctuations de piston de phase dans l'amplificateur. La puissance obtenue dans cette première expérience est d'environ $0.9W$ et la qualité de faisceau proche de la limite de diffraction. Un résultat important de cette expérience est que la compensation des fluctuations de phase au premier ordre est suffisante, comme prévu par les observations au premier et au second ordre.

Les limitations de ce système sont la vitesse et la complexité : la fréquence de rafraîchissement de la caméra étant limitée autour de $10images/s$, la boucle ne peut corriger des variations rapides de la phase. A des vitesses plus importantes, l'asservissement doit être analogique. En outre, il est complexe à mettre en oeuvre. Dans le paragraphe suivant nous présentons la seconde boucle d'asservissement qui a été testée.

2.2.3 Schéma avec boucle de contre-réaction analogique

Ce paragraphe présente une boucle de compensation du piston de phase par une méthode analogique. Elle ajuste la phase introduite sur le bras de référence en maximisant la puissance

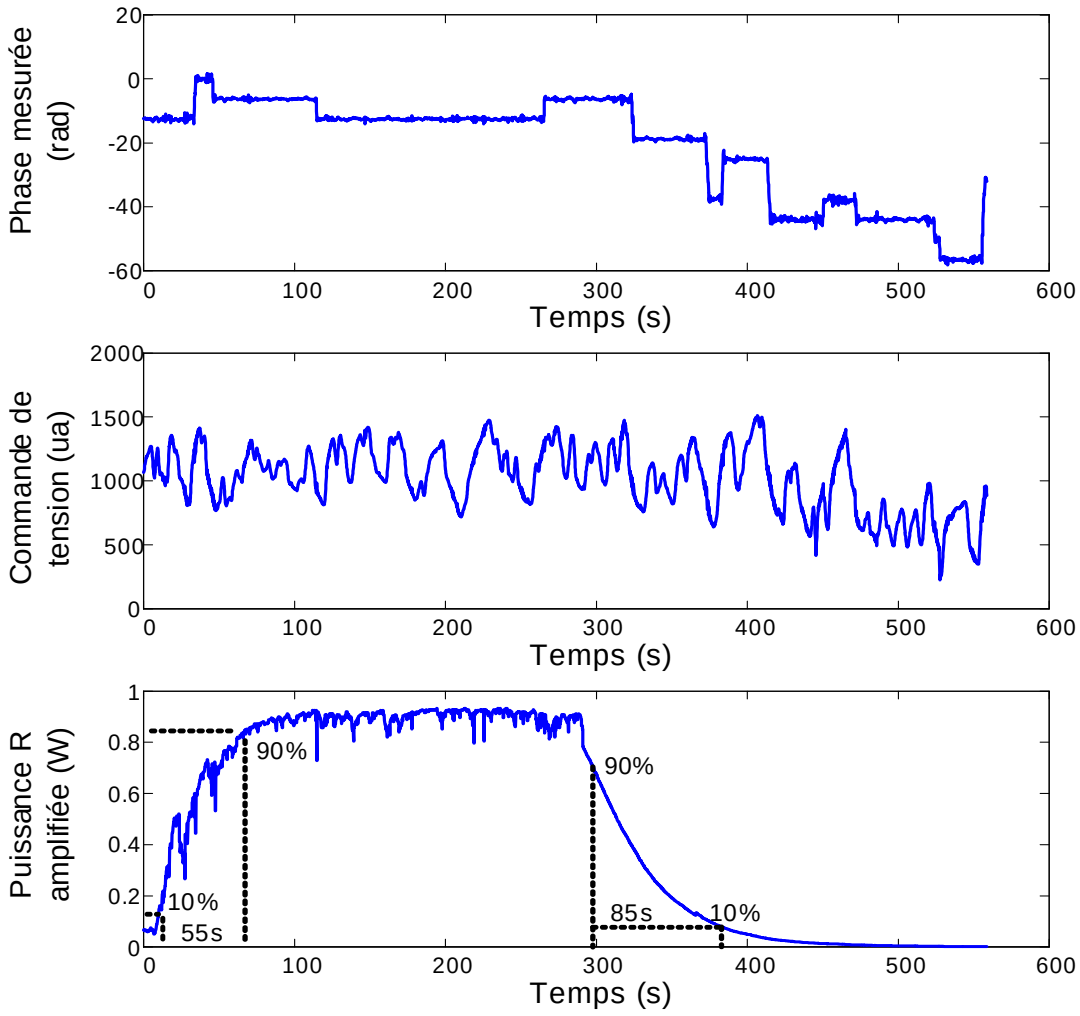


Fig. 2.21 – Évolutions temporelles de (a) le déphasage mesuré entre les bras, (b) la tension appliquée sur le cristal piézoélectrique et (c) la puissance de l'onde référence R amplifiée par le cristal photoréfractif. Au temps $t = 10s$, l'onde signal S est envoyée. Au temps $t = 300s$, l'onde référence R est masquée.

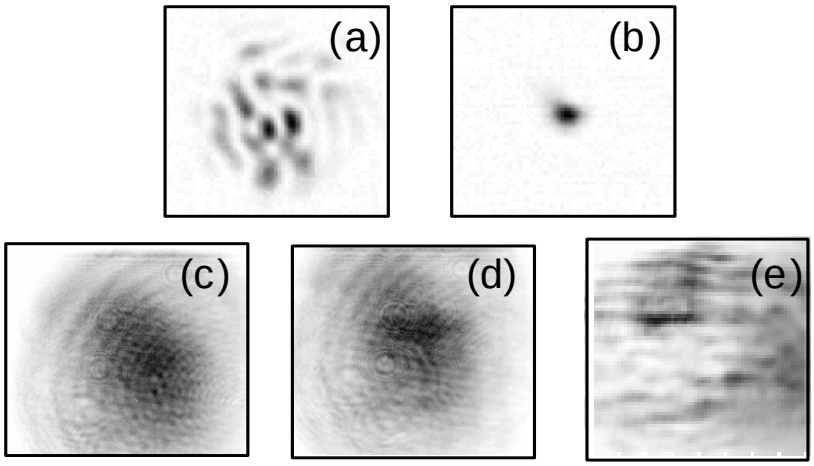


Fig. 2.22 – Profils des faisceaux en champ lointain de (a) l'onde signal S amplifiée par l'amplificateur multimode avant la conversion et (b) l'onde référence R amplifiée après le cristal. Les profils dans le plan du cristal sont également montrés pour la référence R sans cristal (c), avec le cristal (d) et amplifié par le cristal (e).

de la référence amplifiée.

Principe

Le principe de la mesure est schématisé sur la figure 2.23. Un détecteur mesure la puissance du faisceau diffracté vers le faisceau référence : c'est la puissance à maximiser. Lorsqu'une ébauche de réseau a lieu dans le cristal, cette puissance dépend de manière sinusoïdale du déphasage entre les deux bras (donc de la tension appliquée au cristal piézoélectrique), comme indiqué sur la figure 2.24. La boucle d'asservissement modifie la phase du bras référence afin de suivre ce maximum. La boucle accroche et le réseau peut croître. Le réseau s'initie lorsque la pente du déphasage s'annule et que celle-ci reste stable un bref instant. Si le réseau ne s'initie jamais, la boucle ne peut pas fonctionner. Nous n'avons néanmoins jamais constaté une telle situation, qui nécessiterait des retournements de pente du déphasage très rapides devant le temps de réponse du cristal.

Cette boucle a été proposée en 1986 par Kamshilin [Kamshilin *et al.*, 1986] pour stabiliser un montage holographique. Le système d'optimisation du signal de la photodiode est le suivant : la tension de base contrôlant la position du cristal piézoélectrique est modulé par une sinusoïde de fréquence grande devant la vitesse de variation de la phase (par exemple $f = 400Hz$). Cette modulation de la phase du bras de référence est rapide et petite devant 2π. Cette oscillation de phase entraîne une oscillation de la puissance sur la photodiode de la manière indiquée sur la figure 2.25 :

- lorsque la phase moyenne correspond au maximum de puissance (il n'y a rien à compenser), l'oscillation détectée ne présente qu'une composante à la fréquence $2f$. La composante à la fréquence f est nulle. La moyenne du produit des signaux électriques fournis par l'oscillateur et la photodiode est nulle.
- lorsque la phase moyenne est trop faible (gauche du maximum), l'oscillation détectée présente une composante à f qui est en phase avec l'oscillation de départ. Le produit moyen des signaux d'excitation et détecté par la photodiode est positif, la tension de base appliquée au cristal piézoélectrique doit être augmentée.
- lorsque la phase moyenne est trop élevée, au contraire, l'oscillation détectée est en opposi-

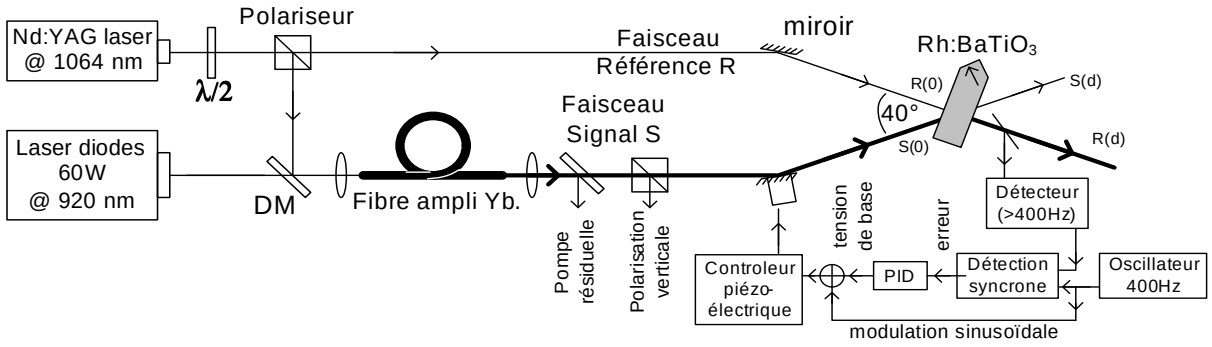


Fig. 2.23 – Montage expérimental de beam cleanup par mélange à deux ondes après un MOPA à fibre multimode avec système analogique de compensation du piston de phase par maximisation de puissance.

tion de phase avec l'excitation de départ. Le produit intégré est alors négatif et la tension de base doit être diminuée.

Le signal d'erreur de phase est donc le produit entre le signal électrique d'excitation et le signal détecté par la photodiode. Il est facilement mesurable avec une détection synchrone. Un circuit analogique PID classique modifie la tension de base appliquée au cristal d'après ce signal d'erreur. La nouvelle tension de base est alors modulée en fréquence (addition de l'oscillation rapide grâce à un circuit simple de sommation) et appliquée au cristal piézoélectrique.

Les limitations identifiées par Kamshilin dans l'utilisation d'un tel système pour stabiliser un interféromètre annexe sont d'une part la sensibilité au bruit d'intensité du laser et d'autre part son insensibilité aux variations lentes de phase. Dans notre expérience, la seconde limitation n'a pas lieu d'être et la première n'apparaît pas car l'intensité du laser est très stable devant les fluctuations de phase.

Cette solution présente l'avantage d'être plus rapide que la solution numérique : le système n'est limité que par la vitesse mécanique du cristal piézoélectrique. Le cristal que nous avons utilisé dans notre expérience présente une résonance à une fréquence légèrement supérieure à $400Hz$. Nous avons choisi $f = 400Hz$ pour éviter cette résonance. Le défaut de cette solution est qu'elle requiert l'apparition d'un réseau furtif, par exemple lors d'une annulation de pente de la phase. Si le bruit de phase est trop important, il est possible que cette méthode ne fonctionne pas. Nous n'avons pas rencontré ce problème dans nos expériences.

Résultats

Le schéma expérimental de la figure 2.23 a été réalisé. La carte électronique PID + sommeur a été conçue grâce aux conseils de J. Colineau. Cette carte simple contient deux amplificateurs opérationnels et quelques composants passifs. Leurs caractéristiques ont été déterminées grossièrement grâce aux besoins de vitesse et au coefficient de déphasage avec la tension. Ces caractéristiques se sont révélées bien adaptées. Dans des conditions similaires (fibre de longueur $2.5m$, puissance du signal S sur le cristal $\approx 3W$), les résultats obtenus avec l'asservissement numérique et l'asservissement analogique sont comparés sur la figure 2.26.

Dans le cas numérique, le bruit d'intensité en sortie est important et l'efficacité mauvaise. L'efficacité de conversion est probablement due à un recouvrement non optimisé entre les faisceaux R et S sur le cristal mais le bruit est inhérent à la vitesse limitée de traitement. La puissance perdue est essentiellement due à la transmission du cristal ($\approx 90\%$).

Dans le cas de l'asservissement analogique, la phase est stabilisée dès que l'asservissement est mis en route, c'est-à-dire au temps $t = 45s$. On constate que le bruit de phase est toujours

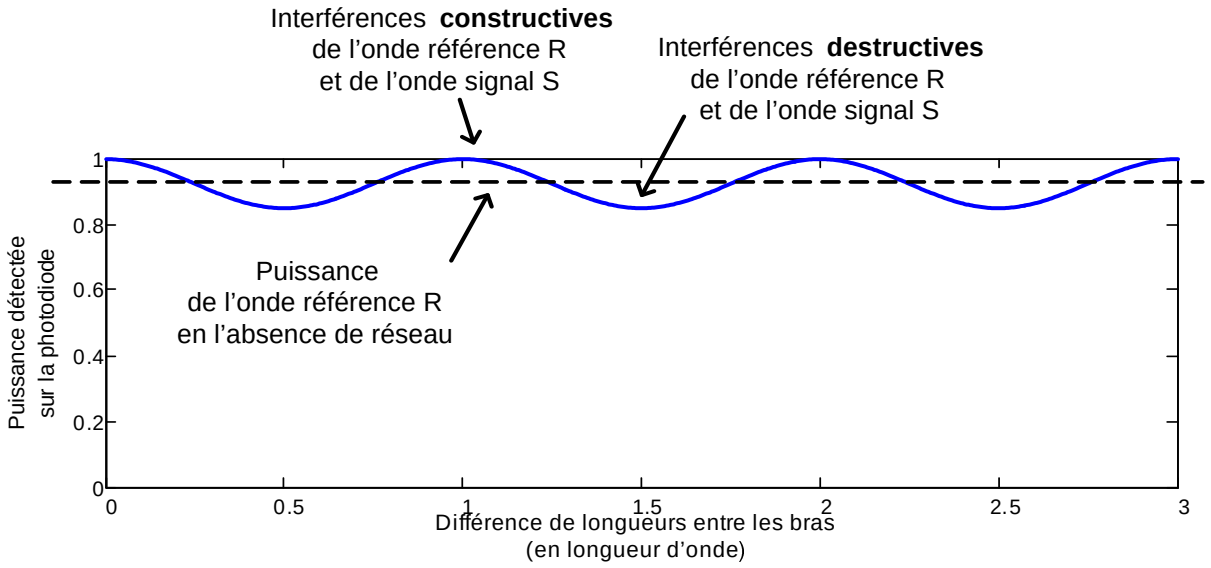


Fig. 2.24 – Variation de la puissance sur la photodiode quand le piston de phase varie et qu'un léger réseau de diffraction est apparu dans le cristal.

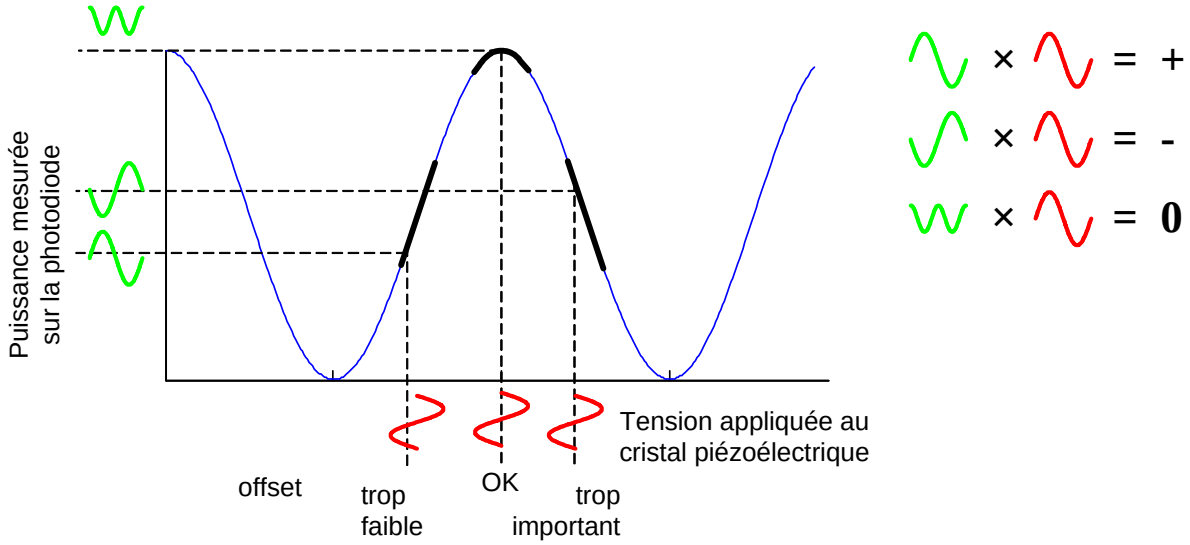


Fig. 2.25 – Réponse en puissance à la tension de base modulée appliquée au cristal piézoélectrique.

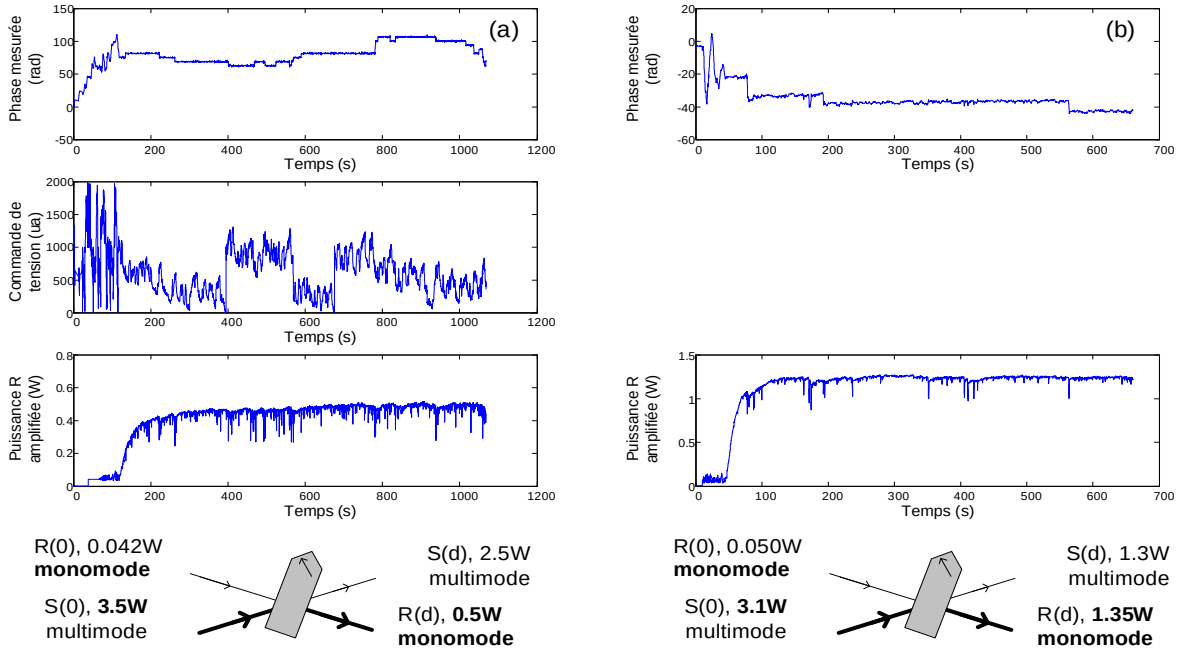


Fig. 2.26 – Résultats avec une fibre de longueur $2.5m$. Les puissances sont indiquées sur le bas de la figure. En (a) l'asservissement est numérique, en (b) l'asservissement est analogique.

présent mais nettement plus faible dans le cas de la commande analogique et une conversion de 43% est obtenue. En outre, une modulation à une fréquence de $400Hz$ est bien sûr inévitable.

Cette courbe permet de faire une remarque générale sur la dynamique du réseau photoréfractif : on peut observer sur la courbe de montée en puissance de 2.26b quelques hésitations du réseau à croître un peu avant le temps $t = 100s$. Nous avons souvent (mais pas systématiquement) observé cette légère baisse de vitesse de construction du réseau. En général, une perturbation du système (léger coup sur la table par exemple) relance la croissance du réseau lorsque celle-ci ralentit. Sans perturbation, elle reste à ce niveau, probablement en raison d'une compétition avec des réseaux parasites. Par exemple, le phénomène de fanning apparaît quand une seule onde est présente dans le cristal. Dans ce cas, il n'y a pas d'interférence donc a priori pas d'effet photoréfractif. En réalité, la diffusion inévitable de l'onde crée de nombreux réseaux photoréfractifs aléatoires. L'onde incidente est alors diffusée dans toutes les directions.

2.2.4 Conclusion

La principale difficulté rencontrée dans le beam cleanup par mélange de mode dans un cristal photoréfractif du faisceau issu d'un MOPA multimode spatial est la fluctuation de la phase du faisceau amplifié. Nous avons dans un premier temps mis en évidence les temps caractéristiques de ces fluctuations à l'ordre 1 (piston) et aux ordres supérieurs. Nous en avons déduit qu'il est nécessaire d'utiliser un système actif de compensation du piston et inutile de compenser les ordres supérieurs.

Nous avons choisi d'utiliser dans un premier temps une boucle d'asservissement numérique de la phase en passant par un ordinateur. Le succès de cet asservissement réalisé à partir d'un seul mode spatial de la fibre (un seul grain de la figure de mode) confirme la stabilité de la phase relative des différents modes. Les limitations sont d'une part la vitesse de cet asservissement (environ $10Hz$, suffisant pour les vitesses de variation de phase mises en jeu mais insuffisant avec des longueurs de fibre plus importantes) et d'autre part sa complexité. En outre, la puissance

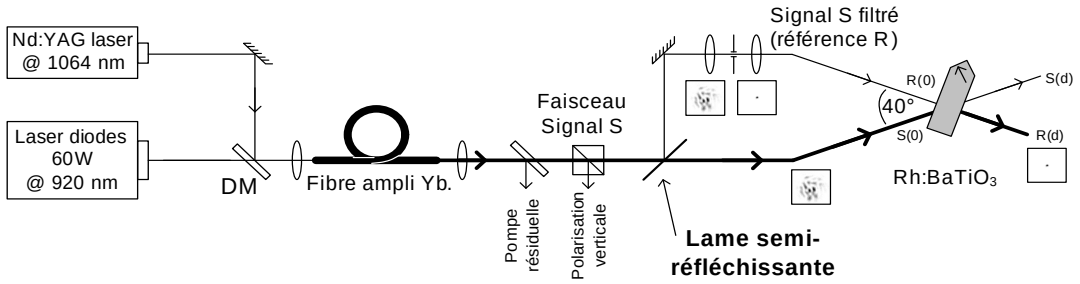


Fig. 2.27 – Principe du mélange à deux ondes auto-référencé. Le piston de phase est le même sur les deux bras de l'interféromètre et n'a donc pas d'influence sur la position des franges dans le cristal.

l'onde référence amplifiée par le cristal reste assez bruitée en raison de la faible vitesse de la boucle.

Une boucle d'asservissement plus rapide et basée sur l'optimisation de la puissance en sortie a donc été mise en place. Grâce à une perturbation sinusoïdale de la phase, les écarts au déphasage moyen sont facilement détectés et compensés. Le bruit de puissance de l'onde diffractée est fortement réduit.

Des rendements photoréfractifs de l'ordre de 50% ont été obtenus avec ces systèmes de compensation active du piston. Le rendement n'est pas limité par la boucle de compensation : il pourrait être amélioré par une optimisation des recouvrements entre les faisceaux, ainsi que d'autres améliorations dont le recyclage de la polarisation verticale et la suppression des inhomogénéités en intensité dans le plan du cristal. Néanmoins ce système n'a pas été optimisé car une solution nettement moins complexe et plus élégante a été proposée : le mélange à deux ondes auto-référencé que nous allons présenter dans la section 2.3.

2.3 Mélange à deux ondes auto-référencé

Nous avons vu que la suppression du piston de phase permettait de stabiliser suffisamment la figure d'interférence pour que le réseau photoréfractif ait le temps de la suivre. En revanche, la stabilisation se fait par une boucle d'asservissement assez complexe.

Nous avons proposé une solution originale qui permet de s'affranchir directement du problème du piston, et qui ne nécessite donc pas de compensation au premier ordre. L'idée est de créer le faisceau référence à partir du faisceau signal amplifié multimode dépolarisé, comme schématisé sur la figure 2.27. En effet, il suffit de prélever une partie du faisceau avec une lame semi-réfléchissante, puis de la filtrer spatialement avec un système classique lentille-trou . L'effet de piston de phase est alors le même sur la référence R créée et le signal S multimode : les franges d'interférences sont alors stables. Les fluctuations de phase de l'onde signal à convertir sont ainsi automatiquement compensées.

Cette solution est bien sûr sensible aux variations de phase du second ordre, et nécessite un nouveau réglage dès que la figure de modes est réordonnée. Heureusement, cette figure de mode évolue rapidement à l'allumage du système (en une dizaine de minutes, comme montré sur la figure 2.13), puis se stabilise et reste identique pendant plusieurs heures (voir le paragraphe 2.3.7).

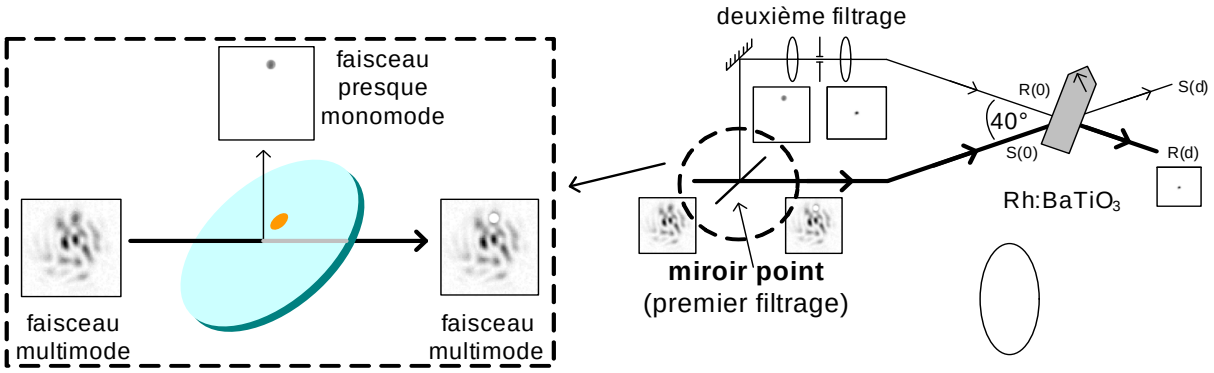


Fig. 2.28 – Schéma de principe du double filtrage : premier filtrage avec le miroir point et second filtrage avec une configuration lentille-trou.

2.3.1 Idée du miroir point

Cette solution simple est malheureusement limitée en efficacité : en effet, la transmission d'un filtre spatial pour un faisceau de qualité $M^2 = 10$ est généralement $T = (M^2)^{-2} = 1\%$. Si, pour des raisons d'efficacité de conversion dans le cristal photoréfractif, on veut que le rapport des puissances R et S sur le cristal soit de l'ordre de 1%, il faut une réflectivité de 50% de la lame semi-réfléchissante. Les puissances des faisceaux R et S sur le cristal seront alors 0.5% et 50% du faisceau incident, ce qui limite l'efficacité totale à 50%.

Nous avons proposé une amélioration qui résout ce problème de perte par filtrage spatial : l'idée est d'effectuer une partie du filtrage sur la lame semi-réfléchissante en ne réfléchissant qu'un grain de la figure de mode. Chaque grain isolé a une phase relativement plane et est presque limité par la diffraction. Nous introduisons donc la solution de miroir point , qui transmet la majeure partie du faisceau multimode et réfléchit seulement un grain de la figure de mode. Le grain réfléchi (plus la réflexion parasite) est ensuite rendu complètement monomode par un second filtrage spatial. Une puissance très faible est perdue au niveau du second filtre spatial car le grain réfléchi est pratiquement monomode. La figure 2.28 montre le principe de la solution avec des exemples de faisceaux.

L'efficacité du système n'est plus limitée. Par exemple, pour un faisceau multimode de paramètre $M^2 = 10$, le grain monomode représente une proportion de puissance d'environ $T = (M^2)^{-2} = 1\%$. Les pertes de filtrage sont négligeables : on a pratiquement 1% de puissance dans R monomode et 99% de puissance dans S multimode sur le cristal, ce qui fait bien un rapport de puissance 100 sur le cristal.

2.3.2 Réalisation technique du miroir point

La réalisation d'un tel miroir point a été possible par dépôt d'une couche d'or sur un substrat traité anti-reflet pour une longueur d'onde de $1.06\mu m$. Un cache réalisé en molybdène présentait un simple de trou de diamètre $1mm$. Le résultat est un miroir point de diamètre $1mm$ sur une lame traitée anti-reflet.

2.3.3 Qualité de filtrage spatial

Double filtrage

Le filtrage spatial de l'onde référence R s'effectue en deux étapes : une première étape consiste à ne réfléchir qu'un grain de la figure de mode grâce au miroir point, et la seconde étape consiste

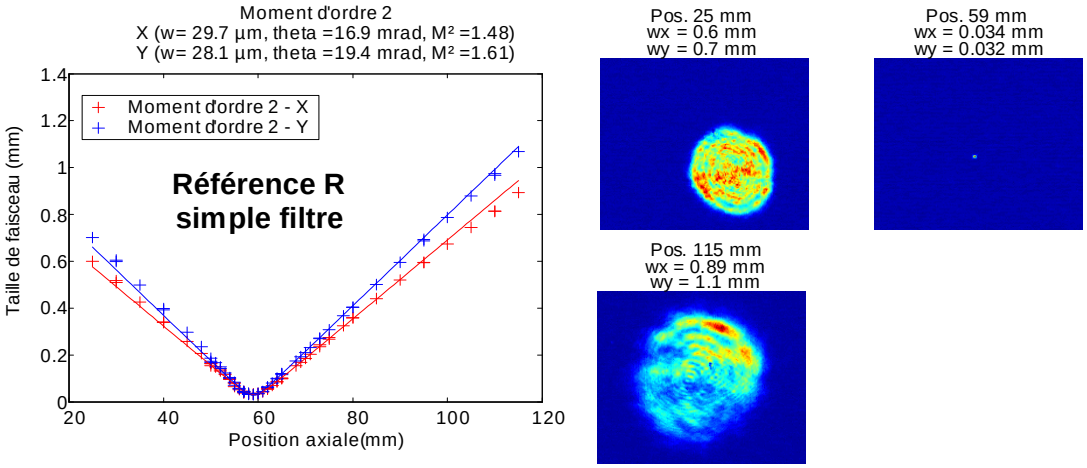


Fig. 2.29 – Mesure de la qualité de faisceau d'un grain de la figure de mode réfléchi par le miroir point sans second filtrage. On mesure $M^2 = 1.6$.

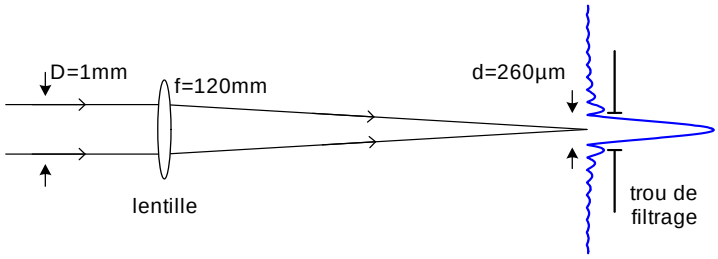


Fig. 2.30 – Tache d'Airy après une lentille convergente supposée non aberrante.

en un montage simple lentille-trou. En effet, le faisceau réfléchi directement par le miroir point est en général un disque de qualité de faisceau moyenne qui nécessite un second filtrage. A titre d'exemple, la figure 2.29 montre une mesure de qualité de faisceau d'une onde réfléchie par ce miroir. Le faisceau présente un paramètre $M^2 = 1.6$.

Le second filtrage consiste à focaliser ce disque avec une lentille et à placer un trou sur le point de focalisation afin de ne récupérer que le spot central de la tâche d'Airy. Ce spot présente un diamètre $d = 2.44 * \lambda \cdot f/D$ avec f la longueur focale et D le diamètre du faisceau collimaté au niveau de la lentille, comme indiqué sur la figure 2.30. Dans notre cas, la longueur focale est $f = 120mm$, $D = 1.2mm$ et d=260μm. Nous avons choisi un trou de diamètre $d = 250\mu m$. Une mesure de la qualité de faisceau après ce second filtre est indiquée sur la figure 2.31. On mesure alors $M^2 = 1.2$ dans une direction et $M^2 = 1.0$ dans l'autre direction. Cette différence est essentiellement due au fait que le miroir point est rond et apparaît ovale à l'angle de 45^o. Il apparaît donc plus petit dans la direction horizontale et mieux adapté au filtrage. En effet, la dimension du trou n'est pas exactement adaptée et il est possible de deviner un anneau sur le premier profil de faisceau de la figure 2.31 (position $20mm$).

Profils des faisceaux sur le cristal

Les profils des faisceaux au niveau du cristal sont montrés sur la figure 2.32. On y voit le faisceau de référence R après double filtrage (a, caméra saturé et b, caméra non saturée) ainsi que les deux faisceaux issus des deux polarisations du signal. En effet, le recyclage de la polarisation présenté en mélange à deux ondes sur la figure 2.8 du paragraphe 2.1.3 est utilisé ici avec les

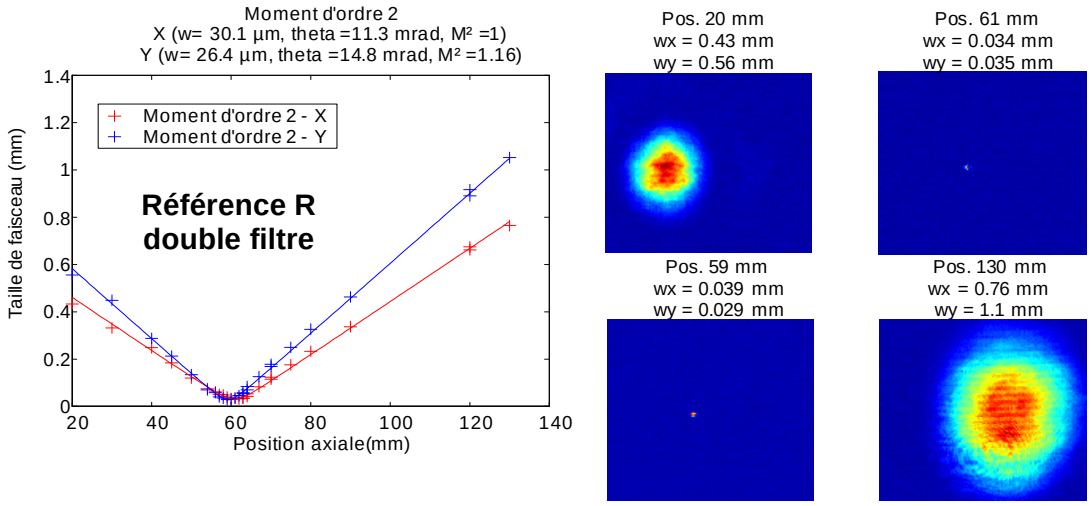


Fig. 2.31 – Mesure de qualité de faisceau du spot référence R filtré par le miroir point puis le système lentille-trou. On mesure $M^2 = 1.1$.

mêmes notations : S_{NR} (visible en 2.32c) pour le la composante de polarisation non retournée du faisceau signal, et S_R (visible en 2.32d) pour la composante de polarisation retournée avec la lame demi-onde. Lorsque la caméra est saturée (2.32a), les anneaux dus à la diffraction du trou de filtrage sont visibles. La taille des faisceaux S_R et S_{NR} est adaptée au lobe central de la tache d'Airy du faisceau R, ainsi les anneaux ne seront pas amplifiés.

2.3.4 Schéma expérimental

Le schéma expérimental final de cette étude est montré sur la figure 2.33. Dans le cadre de gauche on a représenté l'amplificateur à fibre multimode, et dans le cadre de droite on a représenté le convertisseur holographique de mode.

Le faisceau amplifié multimode en sortie de fibre, appelé faisceau signal S, est séparé sur ses deux polarisations à l'entrée du convertisseur de mode. La polarisation verticale est retournée avec une lame demi onde. On prélève une partie de la polarisation horizontale qu'on filtre afin de créer un faisceau de référence monomode, qui sera amplifié dans le cristal photoréfractif Rh :$BaTiO_3$ par mélange à deux ondes. Le prélèvement se fait par un miroir point qui ne réfléchi qu'un grain de la figure de mode de S. Ce premier filtrage spatial est suivi d'un second filtrage par une association lentille-trou.

L'ensemble convertisseur de mode spatial de la figure 2.33 convertit un faisceau S complètement dépolarisé et aussi aberrant que l'on veut ($M^2 <\approx 1000$) en un faisceau monomode et linéairement polarisé. Les conditions sur le faisceau incident S sont les suivantes :

- le faisceau multimode S doit être spatialement cohérent, c'est à dire que chaque grain de la figure de mode de S peut avoir une polarisation elliptique différente mais la relation de phase de grain à grain est fixe,
- le faisceau S doit être temporellement cohérent sur la longueur d'interaction dans le cristal, soit quelques millimètres. Il doit en outre être cohérent sur la différence éventuelle de longueur entre les bras de l'interféromètre.

2.3.5 Résultats en puissance et efficacité

La puissance de la diode de pompe de la fibre multimode amplificatrice est $90W$. On estime qu'une puissance de $60W$ est absorbée dans la fibre de longueur $3.5m$. L'onde signal amplifiée

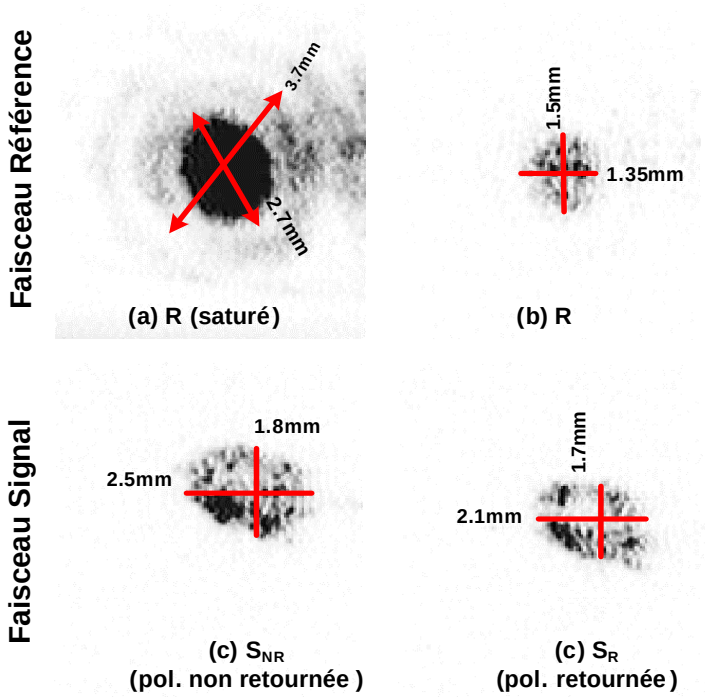


Fig. 2.32 – Profil des faisceaux dans le plan du cristal. Le faisceau de référence est visualisé saturé (a) et non saturé (b). On montre aussi les deux polarisation du faisceau Signal S : S_R en (d) et S_{NR} en (c).

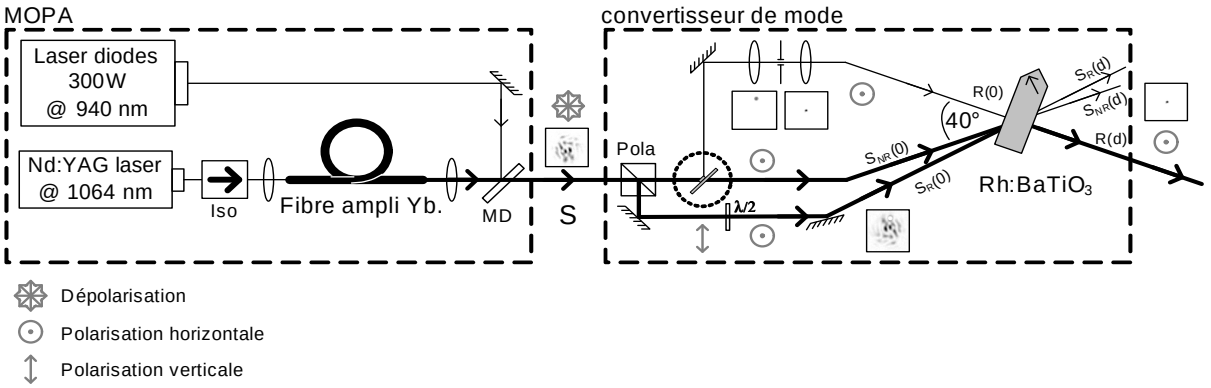


Fig. 2.33 – Schéma expérimental du MOPA à fibre multimode suivi du convertisseur holographique de mode.

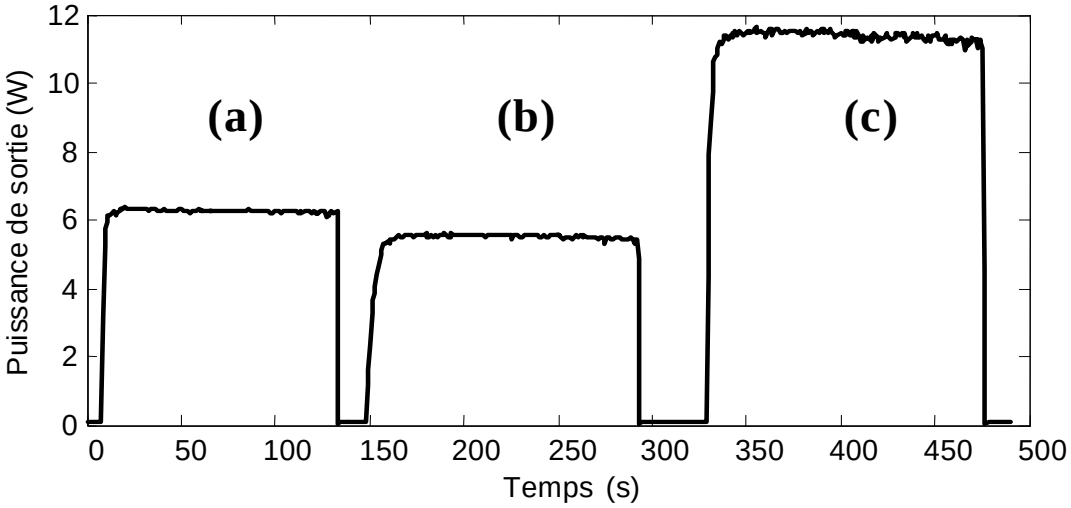


Fig. 2.34 – Évolution de la puissance de l'onde référence amplifiée R après le cristal, (a) avec S_{NR} seul, , (b) avec S_R seul, et (c) avec S_{NR} et S_R simultanément. Le temps de montée (de 10 à 90% de la puissance maximale) vaut environ 2 à 3s. La puissance de base est celle de la référence R, soit 110mW.

par la fibre multimode a une puissance de 18W, présente une qualité de faisceau $M^2 = 7.4$ et est complètement dépolarisée.

Dans ces conditions, nous obtenons après le convertisseur spatial de mode un faisceau référence amplifiée R de puissance 11.6W, linéairement polarisé et de paramètre $M^2 = 1.2$. La puissance de l'onde référence R avant le cristal est 0.11W tandis que la puissance totale sur les deux faisceaux S_R (composante de polarisation retournée du signal) et S_{NR} (composante de polarisation non retournée du signal) est 14.9W. La puissance totale de ces deux faisceaux après le cristal est 2.7W.

La figure 2.34 montre l'évolution temporelle de l'onde référence R amplifiée dans le cristal, d'abord par l'onde S_{NR} seule, puis par l'onde S_R seule et enfin par la somme des deux ondes $S_R + S_{NR}$. Le temps de montée est de l'ordre de 2 à 3s dans ces conditions. Les efficacités de transfert par mélange à deux ondes sont respectivement 77%, 82% et 78%. Compte tenu de la transmission globale de 81% des éléments optiques entre la sortie de la fibre amplificatrice et la somme des puissances $S_R + S_{NR}$ avant le cristal, l'efficacité globale est ramenée à 63% en puissance pour l'ensemble du convertisseur de mode spatial. Les traitements des éléments optiques ne sont pas optimisés.

2.3.6 Qualité de faisceau

Le paramètre M^2 a été mesuré pour les différents faisceaux et est montré sur la figure 2.35. Le signal en sortie de fibre amplificatrice présente une valeur $M^2 = 7.4$ sur chacune de ses polarisations. Le faisceau référence R obtenu par le double filtrage vérifie $M^2 = 1.0$, ce qui signifie qu'il est très bien filtré. Enfin, le paramètre M^2 mesuré sur le faisceau en sortie de convertisseur est $M^2 = 1.2$: il est presque limité par la diffraction. Le faisceau référence amplifiée diverge moins que le faisceau référence non amplifié en raison de la lentille thermique convergente due à l'absorption résiduelle dans le cristal. La figure 2.36 montre les profils des différents faisceaux ramenés à la même divergence, c'est-à-dire que les faisceaux les plus divergents sont dilatés pour être ramenés à la même divergence que les faisceaux les moins divergents. Cela permet de comparer directement les profils de ces faisceaux focalisés avec une ouverture numérique

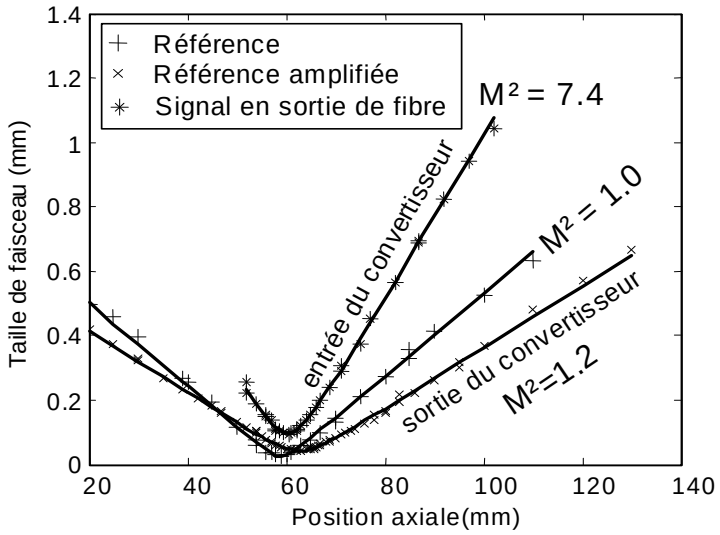


Fig. 2.35 – Paramètre M^2 des différents faisceaux mis en jeu.

commune. La figure 2.37 montre quant à elle les profils de spot dans le plan du cristal. On remarque que le profil de l'onde référence amplifiée en 2.37b est modulé par des franges. Cela n'a pas d'incidence importante sur la qualité de faisceau. Les raisons de cette modulations sont d'une par la transposition en intensité de la figure de mode du signal R à l'onde référence amplifiée, et d'autre part un effet d'annulation du gain photoréfractif observé dans les cristaux que nous avons utilisés. Le premier effet peut être amélioré en homogénéisant la figure de mode du signal avec un aberrateur supplémentaire par exemple, et le second effet est plus largement décrit dans la section suivante.

2.3.7 Sensibilité aux fluctuations thermiques du second ordre

Dans le cas du montage de beam cleanup par mélange à deux ondes auto-référencé, nous nous affranchissions des fluctuations de phase du premier ordre, c'est-à-dire du piston de phase. En revanche, cette solution est sensible aux fluctuations du second ordre, dont les temps caractéristiques sont de l'ordre de quelques dizaines de minutes. En effet, le miroir point est placé de manière à réfléchir un grain de la figure de mode, mais si la configuration des phases fluctue, il est possible que ce grain disparaisse et donc que la puissance de l'onde référence s'annule. Nous avons constaté expérimentalement qu'après un temps de stabilisation de l'ordre de quelques dizaines de minutes, la figure de mode est stable à l'échelle de plusieurs heures. A titre d'exemple, nous avons montré sur la figure 2.38 la figure de mode du signal amplifié par la fibre multimode pompée par une puissance de $20W$ à différents moments. Le système s'est stabilisé pendant une dizaine de minutes avant l'acquisition de la première image. La figure de mode varie visiblement très peu entre les différentes images, et en particulier, les grains spécialement intenses ne bougent pas sur la durée de la mesure.

2.3.8 Conclusion

Nous avons donc réalisé un convertisseur holographique de mode spatial, ou beam cleanup par mélange à deux ondes auto-référencé dans un cristal photoréfractif (self referenced two wave mixing beam cleanup), permettant de transformer un faisceau dépolarisé et aussi aberrant que l'on veut en un faisceau monomode spatial. La seule condition est que l'ensemble du faisceau

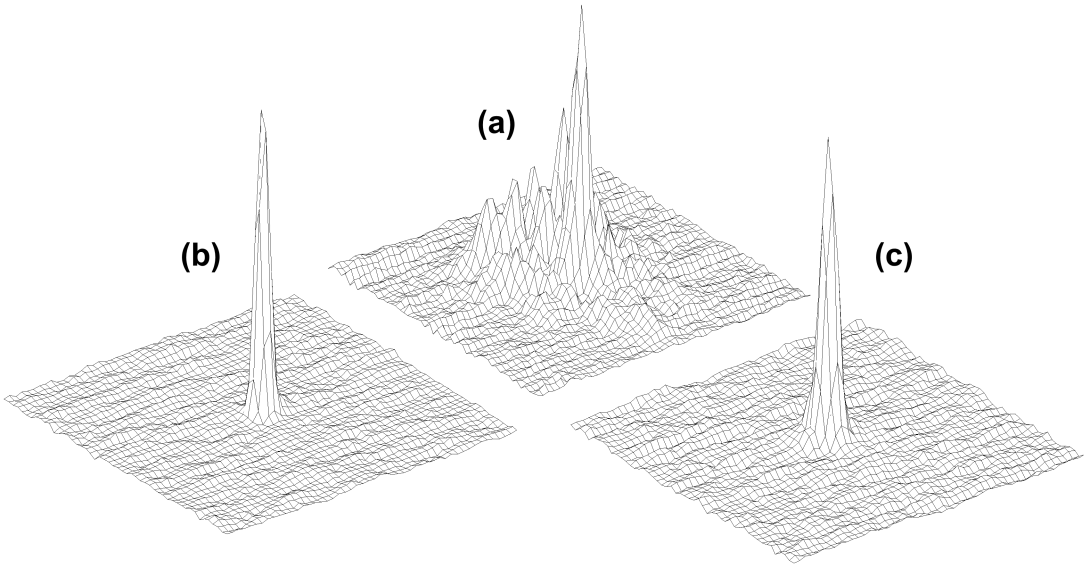


Fig. 2.36 – Profil en champ lointain des différents faisceaux : (a) faisceau signal S_{NR} sur la polarisation horizontale, $7.4W$, $M^2 = 7.4$; (b) faisceau référence R après le double filtrage, $0.11W$, $M^2 = 1.0$; (c) faisceau référence après amplification dans le cristal, $11.6W$, $M^2 = 1.2$ dans la direction horizontale et $M^2 = 1.3$ dans la direction verticale. Les échelles sont corrigées pour ramener tous les faisceaux à la même divergence.

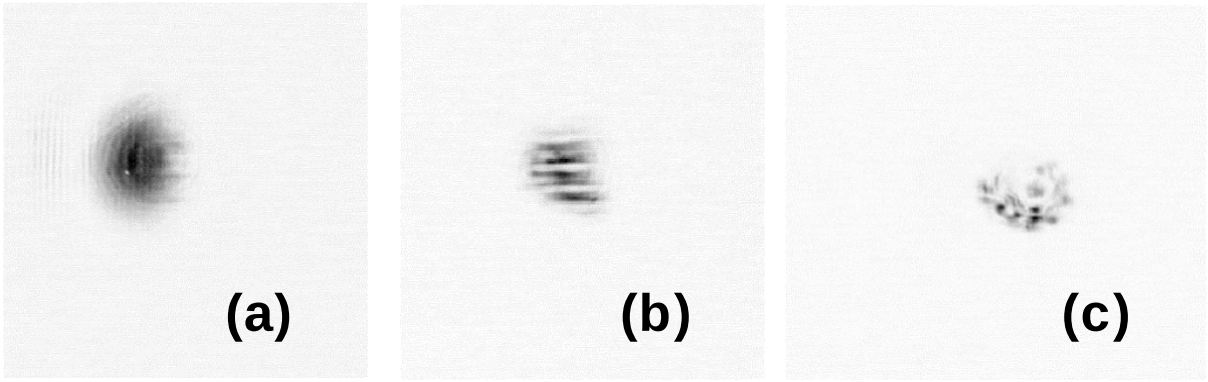


Fig. 2.37 – Profil des faisceaux dans le plan du cristal : (a) faisceau référence R sans amplification, (b) faisceau référence R amplifié et (c) faisceau signal S_{NR}.

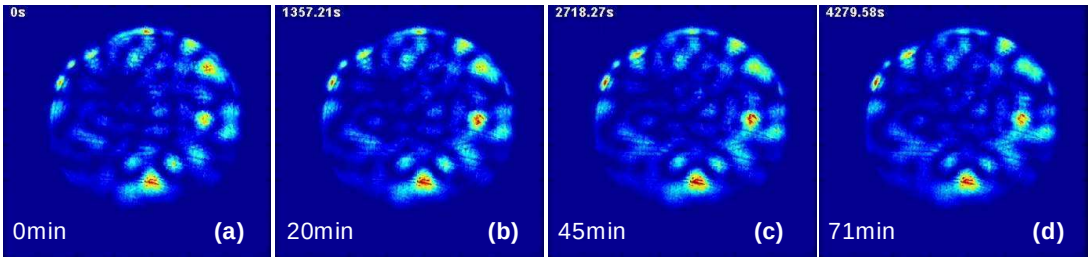


Fig. 2.38 – Évolution de la figure de mode de l'onde amplifiée dans la fibre multimode pompée avec une puissance de $20W$. L'enregistrement commence après une dizaine de minutes de stabilisation, et les écarts à la première image sont notés sous les profils.

soit cohérent, avec une longueur de cohérence de l'ordre de quelques millimètres.

Nous avons utilisé ce convertisseur après le MOPA à fibre multimode dopée ytterbium et pompée par diodes décrit dans le chapitre 1. Une efficacité de conversion totale de 63% (et de conversion dans le cristal photoréfractif de 78%) a été obtenue avec le faisceau dépolarisé de paramètre $M^2 = 7.4$ de puissance $18W$ issu du MOPA. Le faisceau converti a une puissance de $11.6W$ et une qualité de faisceau $M^2 = 1.2$ à 1.3.

Dans la section suivante nous décrivons les inhomogénéités d'amplification observées avec les deux cristaux testés. Les effets reportés dans cette section traduisent la limitation en puissance des systèmes utilisant ces cristaux photoréfractifs.

2.4 Observation de l'inversion ou de l'inactivation de domaines dans les cristaux. Tests d'un cristal de Co :$BaTiO_3$.

Les inhomogénéités d'amplification en intensité au niveau du cristal observées par exemple sur la figure 2.37b ont plusieurs origines :

- l'inhomogénéité en intensité du faisceau signal S est transféré au faisceau de référence si aucune précaution particulière n'est prise (voir le paragraphe suivant),
- différents effets curieux ont été observés dans les deux cristaux de Rh :$BaTiO_3$ que nous avons testés. Il s'agit de modifications internes du cristal, réversibles ou non.

Nous reportons les observations de ces effets dans les paragraphes suivants.

2.4.1 Effet des inhomogénéités du faisceau signal S

L'onde signal collimatée peut être considérée comme un ensemble de « canaux de grains de lumière collimatés ». Chacun de ces grains interfère avec une partie spatiale du faisceau référence R, crée son réseau de diffraction et finalement se diffracte le long de R. La phase de l'onde R amplifiée sera parfaitement plane mais son profil d'intensité correspondra au profil d'intensité de S, lissé dans la direction horizontale, comme montré sur la figure 2.39. Un observateur A, en face du signal, voit la figure de mode simulée (a) tandis que l'observateur B, en face de la référence, voit en (b) l'intégration des « canaux de lumière » sur la distance parcourue dans le cristal, c'est à dire la figure de mode lissée. La largeur du lissage est liée à la longueur du cristal et à son gain. En revanche, il n'y a aucun lissage vertical de l'intensité de l'onde signal S. Le profil de l'onde référence amplifiée est alors modulée par l'intensité lissée vue en 2.39b et ressemble alors aux profils montrés sur la figure 2.40. On a photographié le profil d'intensité de l'onde référence amplifiée par une onde signal fixe en différentes zones du cristal. On remarque que ce profil est conservé : les franges proviennent de l'inhomogénéité verticale de l'onde signal et ne sont pas liées au cristal. Des inhomogénéités horizontales sont également présentes sur l'onde signal mais sont lissées par la conversion.

Afin de supprimer ce problème, il faut veiller à ce que les grains de lumière ne soient pas collimatés dans le cristal, mais se mélangent sur la longueur d'interaction L. Dans la situation idéale, l'onde signal serait très aberrante et de grande ouverture.

Nous pouvons formaliser ces conditions dans le cas où S est focalisée sur le cristal : d'une part, afin que chaque grain ne soit pas collimaté dans l'ensemble du milieu d'interaction, il faut que sa longueur de Rayleigh z_R vérifie $2z_R < L$. Cela impose un angle de divergence minimal de l'onde signal θ_S par l'intermédiaire de $z_R = n\lambda/(\pi\theta_S^2)$:

$$\theta_S > \sqrt{\frac{2n}{\pi}\frac{\lambda}{L}}$$

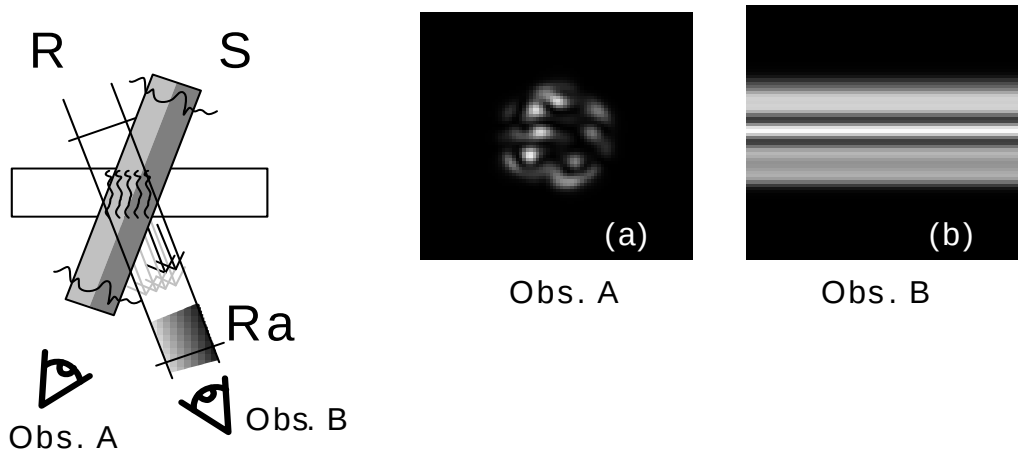


Fig. 2.39 – Diffraction d'une onde signal non homogène le long de l'onde référence. L'observateur A voit la figure de mode du signal et l'observateur B voit la même figure intégrée sur le plan de la figure.

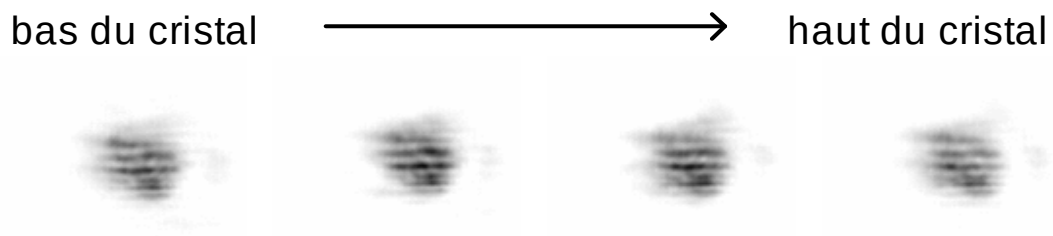


Fig. 2.40 – Profil de l'onde référence amplifiée par mélange à deux ondes dans le cristal photoréfractif. Seule la position du cristal change afin d'en tester plusieurs zones.

D'autre part, il faut que le diamètre $2w_s$ de l'onde signal collimatée soit supérieur au diamètre $2w_R$ de l'onde référence :

$$w_S > w_R$$

Dans notre cas, nous avons $w_R \approx 1mm$, $L = 3mm$ et $n \approx 2$, d'où

$$\theta_S > 21mrad$$

et

$$w_S > 1mm$$

, soit un paramètre de qualité $M^2 > 66$! Nous avons mesuré un paramètre $M^2 = 7.4$ sur chaque polarisation, ce qui est bien insuffisant pour respecter ces conditions. Les solutions qui s'offrent à nous sont :

- diminuer la taille des spots pour augmenter leur divergence, ou
- utiliser un aberrateur annexe pour augmenter la divergence du signal.

La première solution augmente l'intensité sur le cristal et n'est pas viable à haute puissance. La seconde solution est aisément réalisable avec un aberrateur du type matrice de microlentilles ou une fibre très multimode.

Il existe une autre solution plus simple pour améliorer ce problème : changer le plan d'incidence des faisceaux S (incliner le faisceau signal verticalement), afin qu'au cours de la propagation dans le cristal, chaque grain soit étalé sur une distance supérieure à la distance entre deux grains. Cela impose un angle d'incidence vertical θ pour le signal tel que $\theta > nd/L$ où n est l'indice de réfraction, L la longueur d'interaction et d la distance entre deux grains. Dans notre cas, si l'on considère 10 grains transverses ($M^2 = 10$), un spot de diamètre $1mm$, une longueur d'interaction $L = 3mm$ et un indice $n = 2$, il faut $\theta > 5^o$, ce qui est tout à fait raisonnable.

Ces méthodes d'amélioration de la qualité de faisceau mériteraient d'être mises en place dans le cadre de la continuité de ce travail.

2.4.2 Effets constatés dans le premier cristal : inversion des domaines et non-uniformité de gain photoréfractif

Nous rapportons ici les deux effets observés dans le premier cristal que nous avons testé. Celui-ci est maintenu entre deux plaques de YAG traitées anti-reflet. Les deux plaques ont été ajoutées pour évacuer la chaleur du cristal plus rapidement dans le but d'applications à haute puissance. Nous avons constaté dans ce cristal une « inversion des domaines » d'une part et une non-uniformité du gain photoréfractif d'autre part.

Inversion des domaines

Afin de mettre clairement en évidence l'effet observé, nous avons réalisé le montage de mélange à deux ondes indiqué sur la figure 2.41. Deux ondes planes suffisamment larges pour recouvrir la surface du cristal interfèrent dans le cristal. Celui-ci est orienté de manière à transférer l'énergie du signal S vers la référence R bien que la référence soit ici plus puissante que le signal. On observe alors la surface du cristal dans la direction de l'onde S déplétée. Lorsque aucun transfert n'a lieu, c'est à dire qu'aucun réseau n'est inscrit, le profil de l'onde signal vue par la caméra est uniforme comme montré sur la figure 2.42a. Après une dizaine de minutes, le réseau est en place et on montre en 2.42b le profil de l'onde signal déplétée. Si tout se passait bien, le spot serait uniformément blanc (absence de lumière). Il apparaît ici clairement des zones noires où le faisceau signal est amplifié au lieu d'être déplété. Nous avons tracé l'évolution temporelle moyenne des pixels amplifiés et déplétés sur la figure 2.42c. Lorsque les deux ondes R et S sont en place, on y voit la décroissance de l'intensité des pixels déplétés, comme attendu, et la

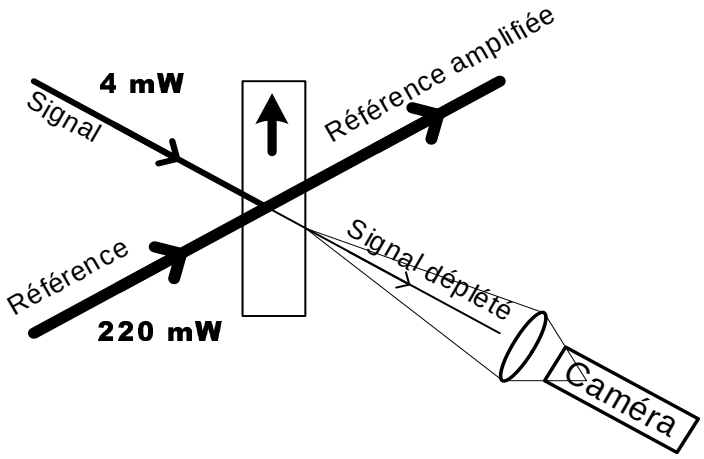


Fig. 2.41 – Montage expérimental de mise en évidence de l'effet d'inversion des domaines photoréfractifs.

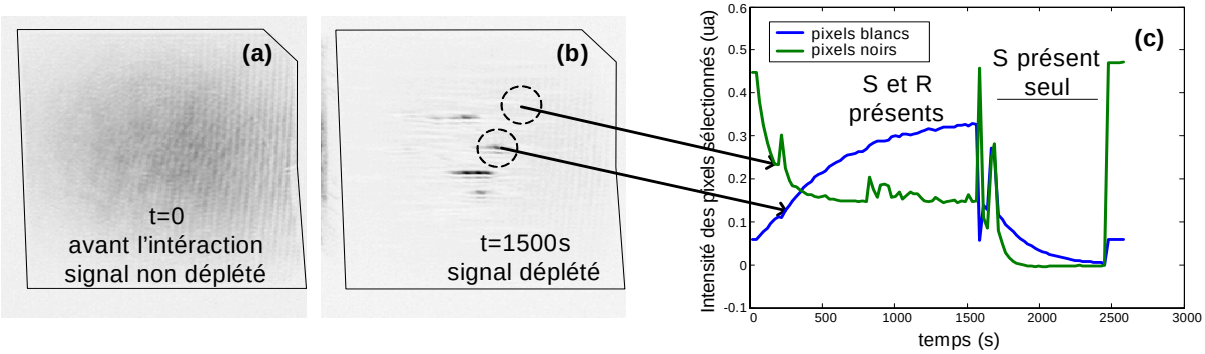


Fig. 2.42 – Profils observés par la caméra dans le plan du cristal (montage de la figure 38) : (a) profil du signal non déplété, avant l'interaction et (b) profil du signal déplété. En (c), évolution temporelle moyenne des pixels de la zone blanche et noire.

croissance de l'intensité des pixels inversés. Ensuite l'onde signal S est coupée et le réseau s'efface sous l'illumination uniforme de la référence. On voit alors la diffraction de l'onde référence diminuer puis s'annuler.

Ainsi, tout se passe comme si l'orientation de l'axe du cristal sur les domaines repérés en noir sur la figure 2.42b s'était inversée, avec pour conséquence l'inversion du sens du déphasage de $\phi = \pi/2$ et donc l'inversion du sens du gain photoréfractif.

Cet effet est similaire à l'effet observé dans la référence [Cudney et Kaczmarek, 2000]. Cudney constate en 2000 que certains de ses cristaux Rh :$BaTiO_3$ (environ trois fois plus dopé que les nôtres) contiennent des domaines inversés (à 180^o comme dans notre cas). Il constate aussi que ces domaines retournés se réorientent convenablement lorsqu'une figure d'interférence entre deux faisceaux verts crée un champ de charge d'espace suffisant. Dans une communication privée, il précise que la seule présence d'un faisceau vert uniforme est suffisante, la réorientation serait alors liée à l'absorption. Nous n'avons pas d'explication à cette inversion des domaines. Dans le cas de Cudney, l'inversion est probablement spontanée : elle a été constatée sur plusieurs cristaux stockés plusieurs mois dans l'obscurité. Il semble que cet effet soit apparu progressivement sur ce cristal, car il n'a pas été constaté immédiatement. Néanmoins, ce cristal a effectivement été stocké quelques mois avant que nous ayons pu l'utiliser.

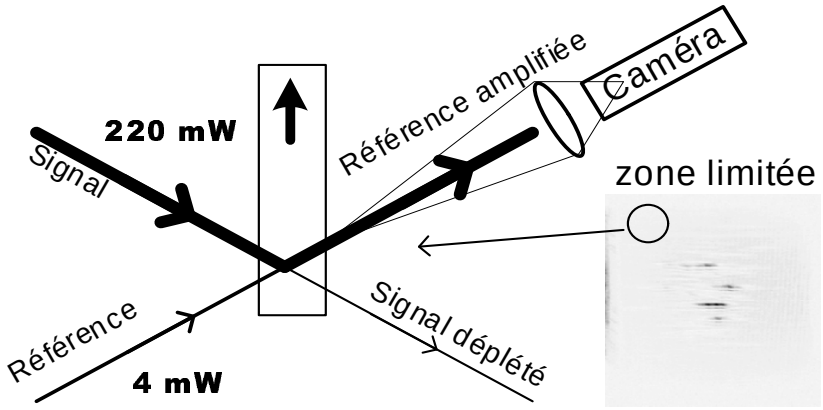


Fig. 2.43 – Montage expérimental de mise en évidence de l'effet d'inversion des domaines photoréfractifs.

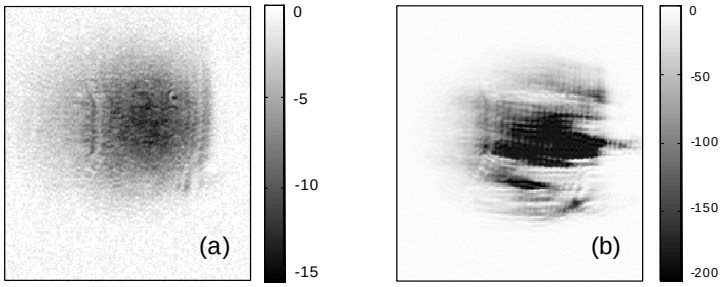


Fig. 2.44 – Observation de l'amplification non uniforme dans le cristal photoréfractif. On observe les faisceaux R non amplifié (a) et amplifié (b).

Non uniformité de l'amplification

Un autre effet a été observé dans le même cristal : la non uniformité de l'amplification. Les conditions expérimentales sont indiquées sur la figure 2.43 : le diamètre des ondes planes utilisées est suffisamment faible pour que les faisceaux ne voient pas les domaines retournés du paragraphe précédent. Dans ces conditions, on observe un second effet, montré sur la figure 2.44. Sur 2.44a, on montre l'onde référence monomode avant amplification par l'onde signal également monomode. Sur la figure 2.44b, on montre le faisceau référence amplifié, une fois que le réseau photoréfractif est construit. L'amplification n'est pas uniforme. On vérifie que les domaines ne sont pas inversés : il s'agit simplement d'une inhomogénéité de gain photoréfractif. Cette inhomogénéité traduit une mauvaise qualité du cristal.

Conclusion

En conclusion, ce cristal paraît inadapté à une conversion spatiale optimale de faisceaux aberrants, en raison du vieillissement constaté, qui se traduit par une inversion des domaines ainsi qu'une inhomogénéité du gain photoréfractif. Nous n'avons pas identifié si ce vieillissement provient d'une longue conservation sans utilisation où de son utilisation sous de fortes intensités.

2.4.3 Effet observé dans le second cristal

Un effet de vieillissement accéléré différent a été observé dans le second cristal et est reporté dans ce paragraphe.

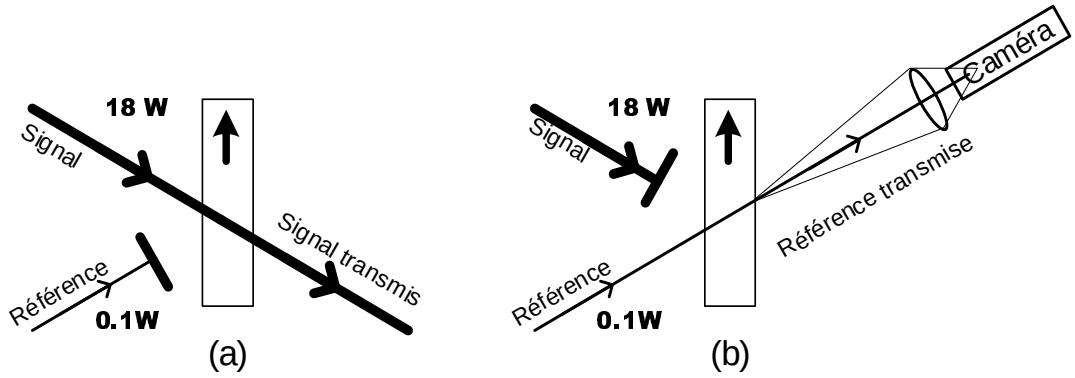


Fig. 2.45 – Schéma expérimental de l'expérience permettant de mettre en évidence l'apparition des franges ou lentilles cylindriques. (a) Illumination par le signal, (b) sondage par la référence.

Après une utilisation de ce cristal pendant une centaine d'heures à des intensités de l'ordre de la dizaine de watts sur quelques millimètres carrés, le cristal montre le signe de vieillissement suivant : des franges horizontales apparaissent dans le cristal en quelques secondes à forte illumination et se traduisent par une baisse d'efficacité de conversion. On peut voir par exemple une légère décroissance sur la courbe de puissance de la figure 2.34. Au bout d'une trentaine de minute, l'efficacité chute ainsi de moitié.

L'effet est plus précisément mis en évidence avec le montage en sonde décrit sur la figure 2.45. Dans un premier temps, un signal laser ou ASE intense est envoyé seul dans le cristal (2.45a). Dans le cas du signal laser (quand le spot est cohérent), il apparaît alors du fanning : le spot est diffracté sur des réseaux aléatoires qui se créent dans le cristal. Dans le cas de l'émission spontanée (ASE), le faisceau signal est simplement transmis. Au bout de quelques secondes, le faisceau signal est coupé et on observe la transmission du faisceau référence à travers le cristal (2.45b). On s'attend à ce que le faisceau référence ne soit pas déformé par le cristal.

Les profils observés sont montrés sur la figure 2.46 : en haut le spot référence dans le plan du cristal, et en bas le spot dans un plan éloigné d'une dizaine de centimètres. Le profil de l'onde référence avant l'envoi du signal est montré en (a) et (b). En (c) et (d), on observe les mêmes profils après quelques secondes d'illumination du signal. L'effet observé est équivalent à des lentilles cylindriques sur le cristal. Elles sont peu visibles sur le cristal (de période environ $190\mu m$) mais évidentes dans un plan éloigné. Après $2min$ d'illumination de la référence, ces franges ont disparu comme montré sur (e) et (f).

Ces franges apparaissent sur l'ensemble de la surface du cristal bien que l'illumination par le signal soit localisée. En revanche, elles ne disparaissent après $2min$ qu'à l'endroit où l'illumination avec l'onde référence a lieu. Sans illumination, elles disparaissent après plusieurs heures. Elles réapparaissent à la même position dès qu'elles sont illuminées par le signal.

Afin de s'affranchir temporairement de ce problème, nous avons constaté qu'il suffit d'illuminer l'ensemble du cristal avec un laser vert de puissance $200mW$ pendant quelques heures. Le cristal retrouve alors un comportement normal et les franges précédentes n'apparaissent plus. C'est après un tel traitement que nous avons pu obtenir les meilleurs résultats en puissance ($11.6W$). Après quelques dizaines de minutes d'utilisation à pleine puissance, les franges réapparaissent nettement. Nous n'avons pas d'explication à cette observation.

2.4.4 Test du cristal photoréfractif dopé au cobalt

Nous avons enfin testé un cristal de titanate de baryum dopé au cobalt Co :$BaTiO_3$. L'effet photoréfractif n'a jamais été observé à une longueur d'onde de $1\mu m$ avec un tel dopage, en

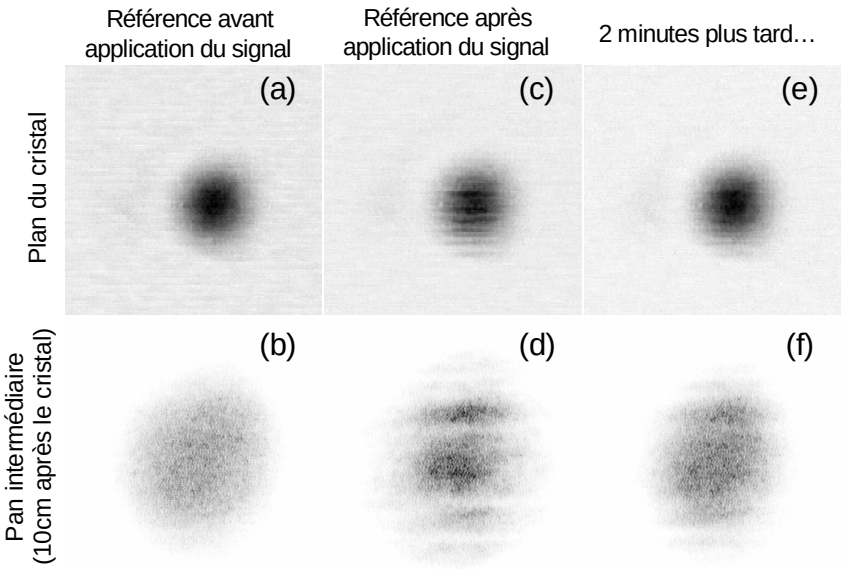


Fig. 2.46 – Profil de la référence sonde de l'expérience décrite dans la figure 2.45. (a) et (b) : profils sur le cristal et après diffraction de la sonde sans illumination du cristal ; (c) et (d) : mêmes profils après une illumination du signal de quelques secondes ; (e) et (f) même profils, après 2 minutes d'illumination de la sonde de faible puissance.

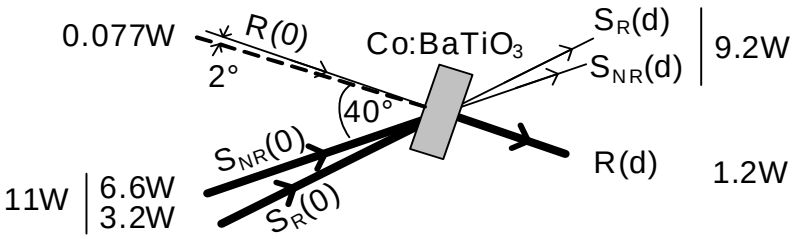


Fig. 2.47 – Puissances obtenues avec le cristal dopé au cobalt.

particulier en raison de l'absorption (et du gain photoréfractif) bien plus faible qu'avec le dopage au rhodium. Nous espérons cependant voir un effet photoréfractif grâce à la forte puissance dont nous disposons. Nous ne nous attendons pas à avoir un gain photoréfractif important : le but est ici d'une part de constater l'effet photoréfractif et d'autre part de déceler éventuellement un comportement similaire aux cristaux dopés au rhodium.

Résultats en puissance

Les résultats en puissance sont montrés sur les figures 2.47 et 2.48. Notons en particulier que les efficacités varient entre 10 et 20%, ce qui est relativement faible comparé aux résultats obtenus avec le cristal dopé au rhodium. Le gain brut maximal obtenu ici est 15. Les temps de montée visibles sur la figure 2.48 sont situés entre 20 et 40s contre 2s environ avec le cristal dopé au rhodium dans des conditions de puissance équivalentes.

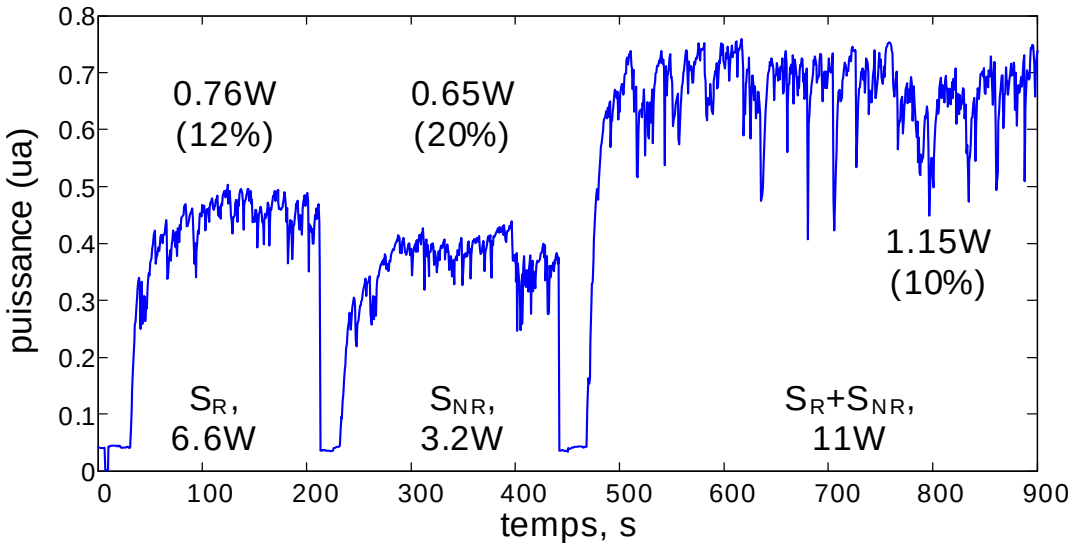


Fig. 2.48 – Évolution de la puissance du faisceau référence amplifié.

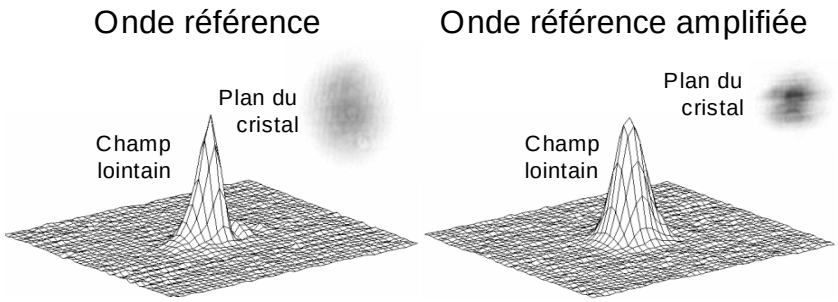


Fig. 2.49 – Qualité du faisceau amplifié et du faisceau référence.

Qualité de faisceau

La qualité du faisceau amplifié peut être estimé en le comparant, en champ proche et en champ lointain, au faisceau référence R (figure 2.49). Le faisceau amplifié semble être d'aussi bonne qualité que le faisceau référence. La modulation d'intensité de l'onde amplifiée visible dans le plan du cristal est dû au profil d'intensité de l'onde S et non à une inhomogénéité de gain : le décalage du cristal ne modifie pas ce profil.

Évolution temporelle

Nous avons mesuré la stabilité temporelle de la puissance de l'onde amplifiée pendant plusieurs heures, durant lesquelles les puissances des ondes incidentes sont restées stables. Le résultat est montré sur la figure 2.50 : la puissance est stable en moyenne mais fluctue avec des fréquences de l'ordre de $2Hz$. L'expérience est très sensible aux courants d'air dans la pièce, probablement parce que les faces du cristal ne sont pas traitées et que des réflexions parasites créent des réseaux concurrents.

Nous ne notons ni évolution de la puissance moyenne, ni évolution du profil de faisceau sur les $5h$ de l'expérience.

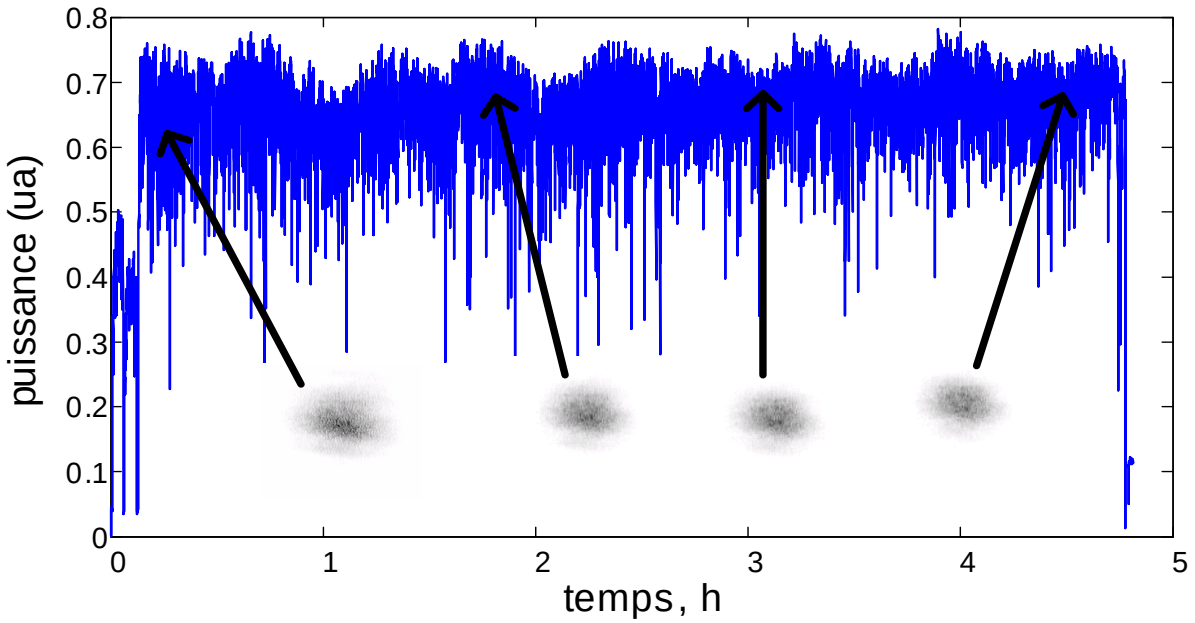


Fig. 2.50 – Évolution temporelle à long terme de la puissance diffractée par le cristal et du profil du faisceau.

Conclusions préliminaires avec le cristal Co :$BaTiO_3$.

Nous avons observé pour la première fois un effet photoréfractif à une longueur d'onde $1\mu m$ dans un cristal Co :$BaTiO_3$. L'effet de nettoyage de faisceau auto-référencé avec recyclage de la polarisation est également observé avec une efficacité de 20% à faible puissance et 10% à une puissance signal de $11W$. La qualité de faisceau de l'onde référence amplifiée semble parfaite. Aucun effet de vieillissement du cristal, similaire aux effets constatés dans les cristaux dopé au rhodium, n'est ici observé à l'échelle de quelques heures. La puissance de l'onde amplifiée est fortement bruitée, probablement en raison de réseaux parasites. Ces résultats préliminaires sont prometteurs pour la réalisation d'un dispositif fiable de beam cleanup ou de conjugaison de phase par mélange à deux ondes dans un cristal photoréfractif, moyennant un traitement anti-reflet adapté et une augmentation du gain Γd, par exemple avec un dopage plus élevé (mais dopage et gain ne sont pas toujours proportionnels) ou une longueur plus importante.

2.5 Conclusion sur le beam cleanup par mélange à deux ondes dans un cristal photoréfractif.

Dans ce cadre de ces travaux de thèses sur la mise en forme d'un faisceau multimode spatial par beam cleanup par mélange à deux ondes dans un cristal photoréfractif, nous avons obtenu les résultats suivants :

Un cristal photoréfractif Rh :$BaTiO_3$ a été testé en mélange à deux ondes à une longueur d'onde $1.06\mu m$. Il présente un gain photoréfractif linéaire important $\Gamma = 24.6cm^{-1}$, et une efficacité de conversion de 90% peut être espérée pour un rapport de puissance de 100. Nous avons également démontré la possibilité de recyclage de la polarisation avec une bonne efficacité.

Nous avons ensuite évalué la stabilité de la phase du faisceau issu du MOPA multimode que nous souhaitons nettoyer. Nous avons isolé des fluctuations de phase de ce faisceau au premier ordre (piston) et au second ordre. Nos mesures ont montré qu'il suffit de compenser les

fluctuations au premier ordre dans le montage de beam cleanup avec référence externe.

Deux systèmes de compensation du piston avec boucle d'asservissement et miroir mobile ont alors été testés.

- Un système direct et complètement numérique : détection de phase par observation de franges d'interférences avec une caméra, mesure de phase par transformée de Fourier, asservissement PI numérique et sortie de la commande en tension vers le contrôleur du miroir mobile par CNA. Ce système complexe est trop lent pour les fluctuations importantes à haute puissance.
- Un système indirect et complètement analogique d'optimisation de puissance de sortie : grâce à une perturbation sinusoïdale de la phase, les écarts au déphasage moyen sont facilement détectés et compensés par un PID analogique. Le bruit de puissance de l'onde diffractée est fortement réduit.

Ces systèmes de compensation active du piston ont présenté des rendements de l'ordre de 50%, limités uniquement par le manque d'optimisation du recouvrement des faisceaux. D'autres améliorations incluraient le recyclage de la polarisation verticale et la suppression des inhomogénéités en intensité dans le plan du cristal. Ces amélioration n'ont pas été mises en oeuvre une solution plus aisée à mettre en oeuvre a été inventée.

Notons que l'idée de détection de l'effet d'une modulation à une fréquence précise est applicable au multiplexage en fréquence de la détection de variations de phase dans des amplificateurs à fibre parallèles. Connaissant les différents déphasages, il est alors possible de mettre en phase des amplificateurs de puissance monomodes. Cette idée a malheureusement été publiée par un autre groupe durant l'été 2004, c'est-à-dire entre son invention et la demande de dépôt de brevet.

Une architecture auto-référencée de mélange à deux ondes a alors été imaginée et proposée. Le principe est de fabriquer une onde référence par filtrage spatial de l'onde signal. Les fluctuations de phase gênantes au premier ordre sont alors annulées. L'utilisation d'un « miroir point » suivi d'un second filtre spatial permet de prélever très efficacement une référence à partir du signal. Ce système de beam cleanup par mélange à deux ondes auto-référencé dans un cristal photoréfractif (self referenced two wave mixing beam cleanup) permet a priori de transformer tout faisceau dépolarisé et aussi aberrant que l'on veut en un faisceau monomode spatial à condition que le faisceau aberrant soit cohérent spatialement et sur une propagation de quelques millimètres.

Nous avons utilisé ce convertisseur après le MOPA à fibre multimode dopée ytterbium et pompée par diodes décrit plus haut dans le chapitre 1. Le faisceau issu de cet amplificateur multimode a une puissance de $18W$, est dépolarisé et de paramètre $M^2 = 7.4$. Il est converti avec le système de beam cleanup auto-référencé vers un faisceau de puissance $11.6W$ et de qualité de faisceau $M^2 = 1.2$ à 1.3. L'efficacité de conversion totale est 63% (et l'efficacité de conversion dans le cristal photoréfractif est 78%).

Ici une fibre de $50\mu m$ de diamètre est utilisée en mode continu mais on pourrait utiliser une fibre de diamètre $> 100\mu m$ voire $1mm$ et un oscillateur continu ou impulsionnel. En revanche, ce convertisseur ne fonctionnerait pas avec un laser multimode spatial : en effet, les différents modes issus d'un tel laser n'ont pas tout à fait la même fréquence car les longueurs de cavité sont légèrement différentes pour chaque mode. Il faudrait alors prendre une référence pour chaque mode et cela revient à convertir indépendamment chaque mode. En revanche, ce système est bien adapté au MOPA multimode, dont on sait qu'il est cohérent, et que prélever un mode suffit à créer une référence pour les autres modes.

Le système de beam cleanup par mélange à deux ondes auto-référencé dans un cristal photoréfractif a été l'objet d'une demande de dépôt de brevet et les résultats ont été publié dans l'article [Lombard *et al.*, 2004]. D'autre part, les résultats du montage avec compensation numérique active des fluctuations de phase ont été publiés dans [Lombard *et al.*, 2003].

Nous avons ensuite décrit les effets de vieillissement constatés dans les cristaux dopés au

rhodium que nous avons utilisés. Des retournements des domaines ainsi que des inhomogénéités d'amplification ont été observées avec les deux cristaux testés. L'application d'un faisceau vert permet de supprimer temporairement ces problèmes dans le second cristal. Ces effets mal compris semblent pour le moment constituer la limitation en puissance du beam cleanup par mélange d'ondes dans des cristaux photoréfractifs fortement dopés au rhodium et à une longueur d'onde de $1.06\mu m$.

Les perspectives de continuation de ces travaux incluent une amélioration de la qualité spatial avec par exemple une inclinaison du faisceau signal pour gommer ses inhomogénéités en intensité et l'utilisation de cristaux photoréfractifs dopés différemment, par exemple avec du cobalt. Les premiers tests effectués avec un cristal photoréfractif de Co :$BaTiO_3$ se sont révélés encourageants. D'autre part, une configuration de conjugaison de phase vectorielle est réalisable avec les mêmes cristaux photoréfractifs, avec pour avantages essentiels une moindre puissance incidente sur le cristal et une meilleure extraction par double passage dans l'amplificateur aberrant. Des travaux ultérieurs seront menés sur ce sujet.

Troisième partie

Traitement de faisceau par diffusion Brillouin stimulée (SBS)

Cette partie traite de la correction de faisceau par diffusion Brillouin stimulée (ou Spontaneous Brillouin Scattering, couramment abrégé par SBS) dans une fibre multimode.

L'effet Brillouin présente des propriétés très intéressantes de conjugaison de phase. Ces propriétés bien connues sont utilisées dans le régime impulsionnel (durées d'impulsion de quelques dizaines de nanosecondes) pour conjuguer en phase des fronts d'onde aberrants. Classiquement, le milieu d'interaction est un liquide ou un gaz dans une cellule (guidante ou non, de longueur L allant du millimètre à quelques dizaines de centimètres), ou bien une fibre optique multimode courte (de longueur L de l'ordre de quelques mètres). L'effet d'optique non linéaire Brillouin n'est visible que lorsque la puissance P_p de l'onde optique dépasse une puissance seuil P_p^{seuil} qui vérifie $P_p^{\text{seuil}} = 21S/(g_B L)$. S est la section de l'onde, L est la longueur d'interaction et g_B le gain Brillouin du matériau. La puissance seuil nécessaire dans ces milieux d'interaction courts (Cellule ou fibre de quelques mètres) est de l'ordre du mégawatt voire du kilowatt. Seul un fonctionnement en régime impulsionnel permet d'atteindre de telles puissances crêtes.

L'idée de départ de ce travail de thèse est l'utilisation d'un milieu d'interaction très long (longueur d'interaction L de l'ordre du kilomètre) afin que la puissance seuil de l'effet soit réduite à une valeur de l'ordre du watt et que les propriétés de conjugaison de phase soient utilisables en régime continu. Ensuite, le miroir à conjugaison de phase peut alors être placé en sortie d'un MOPA (Master Oscillator Power Amplifier) continu aberrant. Une configuration en double passage permet de retrouver le faisceau caractère monomode du faisceau amplifié après double passage dans l'amplificateur. Nous souhaitons expérimentalement conjuguer en phase le faisceau issu de l'amplificateur à fibre multimode grâce à une autre fibre multimode très longue et d'atténuation faible. Si la conjugaison de phase est de bonne qualité, le faisceau aberrant doit théoriquement retrouver son aspect monomode après un second passage et une seconde amplification dans l'amplificateur à fibre multimode. Le but est donc de démontrer la faisabilité d'un système MOPA continu fibré utilisant un miroir à conjugaison de phase par effet Brillouin dans une fibre multimode longue.

L'originalité des travaux présentés dans cette thèse réside dans l'investigation expérimentale et théorique du phénomène de conjugaison de phase par effet Brillouin dans une fibre multimode longue en régime continu ou quasi-continu. En effet, la conjugaison de phase dans ces conditions n'a jamais été expérimentalement ni théoriquement clairement démontrée. Historiquement, les travaux se sont déroulés comme suit :

1. Des expériences préliminaires ont démontré l'absence de conjugaison de phase en régime continu dans une fibre à saut d'indice de longueur $1km$. La conjugaison de phase en régime impulsionnel a pu être vérifiée dans la même fibre à saut d'indice de longueur $2m$.
2. Une recherche bibliographique et théorique nous a permit d'effectuer des simulations numériques du phénomène de conjugaison de phase par effet Brillouin. Ces simulations ont confirmé l'impossibilité d'utiliser une fibre à saut d'indice longue pour conjuguer en phase un faisceau continu. Elles prévoient aussi que la conjugaison dans une fibre à gradient d'indice sera moins bonne, mais sans restriction de longueur de fibre.
3. D'autres expériences menées avec une fibre à gradient d'indice longue en régime continu et en régime impulsionnel ont confirmé la mauvaise qualité de conjugaison de phase dans ce type de fibre. Des comportements très différents sont observés dans les fibre à gradient et à saut d'indice, quelque soit leur longueur.
4. L'ensemble de ces expériences et de ces simulations nous permettent de conclure sur l'impossibilité de réaliser un miroir à conjugaison de phase de bonne qualité par effet Brillouin dans fibre multimode longue. Des pistes à explorer sont suggérées.
5. L'ensemble de ces expériences nous permettent également d'imaginer une configuration de cavité Brillouin en anneau utilisable à des fins de beam cleanup. Ce schéma de cavité est

réalisé et testé. Des résultats préliminaires très prometteurs sont présentés, permettant d'envisager la réalisation d'un dispositif de nettoyage de faisceau par effet Brillouin en cavité.

Nous rendons ici compte de ces travaux et résultats, qui sont constitués d'une part d'une analyse théorique du phénomène de conjugaison de phase et du phénomène de beam cleanup par effet Brillouin dans des fibres en régime continu, et d'autre part d'un ensemble de résultats expérimentaux originaux qui sont confrontés à la théorie développée.

Un premier chapitre (3) décrit la physique de l'effet Brillouin ainsi que sa formulation dans des cas simples. On peut y retrouver les formules classiques appliquées à la propagation modale des fibres. Nous prendrons également certaines hypothèses simplificatrices pour la suite de l'étude. Le paragraphe 3.5 en particulier introduit et justifie les hypothèses que nous allons faire sur le spectre de l'onde Brillouin.

Le second chapitre (4) traite de la conjugaison de phase par effet Brillouin dans des milieux non guidants. Une courte bibliographie historique est suivie de l'explication « classique » du phénomène de conjugaison par effet Brillouin. Cette explication, introduite par Zel'dovich, se base sur une superposition des figures de speckle volumique. Ensuite une formulation de l'effet en espace libre nous permet d'introduire une interprétation originale de l'effet, sous forme de réseaux superposés. Cette vison a été évoquée par Suni en 1989 mais est malheureusement restée peu exploitée. Dans le cadre de ce travail, elle nous permettra d'introduire facilement les différentes raisons d'une conjugaison imparfaite ainsi que de comprendre le rôle de la polarisation des ondes en jeu. En outre, cette vision nous permettra plus tard d'interpréter les résultats théoriques de ce travail de thèse.

Le chapitre suivant (5) formule l'effet Brillouin dans les guides, et plus particulièrement dans les fibres optiques. La linéarisation des équations non linéaires permet de dégager un système linéaire de nombreuses équations, qui peut à son tour être écrit sous forme d'une équation matricielle. L'idée de cette écriture matricielle est due à Hellwarth en 1978 qui considéra alors la conjugaison de phase par effet Brillouin dans des guides de type cellule de gaz. Dans ce travail, Hellwarth décompose la matrice en une matrice de conjugaison, une matrice de perturbation et une matrice résiduelle. Il analyse ensuite l'influence de la matrice de perturbation par divers paramètres. Malheureusement, cette astucieuse idée d'une étude matricielle n'est pas complètement exploitée et Hellwarth omet les paramètres les plus pertinents pour l'analyse de l'effet Brillouin dans les fibres (il suppose que les facteurs de recouvrement sont égaux, par exemple). Les conclusions de son travail sont limitées à la formulation d'une longueur limite de guide. Une grande partie de ses hypothèses (recouvrement égaux, pas de dégénérescences) n'est plus valable dans le cas des fibres optiques.

L'idée du traitement mathématique matriciel de ce système d'équation, ainsi que la démarche générale de l'étude d'une perturbation après classement des termes sont les points de départ de ce travail original (ch. 5 et 6). Cette étude, que nous avons souhaitée exhaustive et détaillée, est adaptée au cadre des fibres optiques (choix des décompositions, hypothèses raisonnables) et l'ensemble des résultats des chapitres 5 et suivants sont nouveaux.

Dans le ch. 5, nous proposons une décomposition originale de la matrice M du système complexe des équations de l'effet Brillouin. Les termes de la matrice M correspondent à toutes les combinaisons de réflexion sur toutes les combinaisons de réseaux induits par électrostriction. Ils sont alors classés et regroupés en trois matrices BC, PC et U en fonction de leur rôle physique. Trois régimes de longueur de fibre liés à des comportements physiques différents découlent de cette décomposition. Par exemple, l'effet de conjugaison de phase n'est possible que dans le régime de longueur de fibre moyenne. Nous verrons que les différents comportements expérimentaux observés (conjugaison ou beam cleanup) peuvent être prévus grâce à cette décomposition.

Nous introduisons dans le chapitre 6 deux indicateurs de la qualité de la conjugaison de

phase : la fidélité et la sélectivité. Ensuite, la méthode de perturbation est appliquée pour calculer analytiquement la contribution des principales grandeurs réelles d'une fibre qui l'éloignent de la fibre idéale : longueur de fibre, dégénérescence des modes, inégalité des facteurs de recouvrement et déséquilibre de l'excitation. Cette analyse analytique exhaustive est originale et en particulier n'a jamais été appliquée à des fibres optiques réelles.

Ces formulations analytiques abstraites sont ensuite traitées et commentées dans le chapitre 7. Le but est d'en extraire des critères utilisables directement pour dimensionner les fibres optiques dans le but de réaliser un miroir à conjugaison de phase. Nous essayons également d'en proposer une explication physique quand c'est possible. Des simulations complètes de l'effet dans différents cas significatifs sont présentés et reliées aux critères issus de l'analyse analytique. Des commentaires sont proposés sur les questions de polarisation, de déplétion de l'onde pompe et d'effet du mélange de mode. En conclusion de cette analyse théorique, on résume les différents paramètres qui autorisent ou non l'utilisation d'une fibre optique longue comme miroir à conjugaison de phase en régime continu.

Le chapitre 8 présente les résultats des expériences menées avec une fibre à gradient d'indice et une fibre à saut d'indice dans les deux régimes principaux isolés précédemment. Ces résultats confirment les considérations théoriques et l'avant dernier chapitre 9 résume les conditions, dégagées dans l'ensemble de l'analyse, dans lesquelles il peut y avoir conjugaison dans une fibre multimode. Nous verrons que les fibres multimodes classiques longues ne sont pas adaptées à la conjugaison de phase, mais nous proposerons deux pistes originales à étudier.

L'ensemble des travaux théoriques et expérimentaux précédents nous ont amené à imaginer le schéma original de *cavité Brillouin filtrée et auto-alignée* pour le beam cleanup de faisceaux aberrants. Le schéma est introduit à la fin du chapitre 8 et les résultats préliminaires obtenus avec cette nouvelle configuration y sont présentés. Le dernier chapitre (10) est consacré au beam cleanup dans les fibres multimodes par effet Brillouin en régime continu. On y présente un modèle original du beam cleanup (sous des hypothèses différentes des chapitres 5 à 7) qui permet d'expliquer certains résultats expérimentaux restés inexpliqués sous l'hypothèse du seuil. Le modèle de beam cleanup est appliqué à la configuration de *cavité Brillouin filtrée et auto-alignée*. Le comportement de la cavité est expliquée et les résultats expérimentaux prometteurs sont confirmés. Les performances de la cavité prévues par le modèle à plus haute puissance concluent le chapitre.

Chapitre 3

Physique de l'effet Brillouin

Dans ce chapitre nous traitons de la physique de base de l'effet Brillouin. Dans un premier paragraphe 3.1, nous traitons de l'origine de l'effet au plan microscopique : diffusion Brillouin spontanée puis stimulée par électrostriction. Dans un second paragraphe 3.2, nous formulons cet effet d'optique non linéaire dans le cas simple de l'interaction de deux ondes planes. Ensuite en 3.3, nous appliquons ces formules « monomodes spatiales » dans le cas de la fibre monomode. Dans 3.4, nous généralisons les équations au cas d'une interaction entre des ondes arbitraires, équations qui seront largement développées dans les chapitres suivants. Enfin, le dernier paragraphe 3.5 traitera de considérations spectrales et des hypothèses simplificatrices que nous prendrons dans le cadre de l'étude.

3.1 Physique de l'effet Brillouin 70
3.1.1 Diffusion spontanée et simulée 70
3.1.2 Diffusion Brillouin spontanée (SpBS) 71
3.1.3 Diffusion Brillouin Stimulée (StBS) - Électrostriction 73
3.2 Interaction entre deux ondes planes : formulation de l'amplification SBS 76
3.2.1 Notations 76
3.2.2 Formulation non linéaire de la Diffusion Brillouin Stimulée 77
3.2.3 Équation d'onde optique 80
3.2.4 Gain : équations d'évolution de l'intensité 81
3.3 Interaction entre deux ondes planes : application à la fibre monomode 82
3.3.1 Exemple de la rétrodiffusion dans une fibre monomode 82
3.3.2 De l'amplification 85
3.3.3 Solution analytique de la courbe de répartition sans absorption 87
3.4 Interaction entre deux ondes non planes : formulation 88
3.4.1 Terme source : Généralisation de la formulation de P_{NL} 89
3.4.2 Évolution des enveloppes : cas de l'espace libre et cas du guide 91
3.5 Considérations spectrales 94
3.5.1 Décalage en Fréquence de l'onde Stokes 94
3.5.2 Dépendance du gain avec la largeur spectrale du laser pompe 94
3.5.3 Spectre de gain pour chaque mode 94

3.1 Physique de l'effet Brillouin

3.1.1 Diffusion spontanée et simulée

Nous appellerons ici « diffusion spontanée » la diffusion dans un milieu dont les propriétés optiques ne sont pas modifiées par l'onde incidente. Au paragraphe suivant nous introduirons l'électrostriction, effet qui a justement pour conséquence de modifier les propriétés du milieu.

Une onde optique est spontanément diffusée dans toutes les directions par les molécules du milieu. Un milieu parfaitement homogène ne peut pas être diffusant : ce sont les inhomogénéités optiques du milieu qui seront la cause d'une diffusion. Formulons-les de la manière suivante, à partir de (A.11) qui exprime $\vec{\mathcal{D}}$ dans un milieu linéaire (On s'est placé dans ce chapitre dans le cas d'un milieu linéaire : les autres termes n'interviennent pas) :

$$\vec{\mathcal{D}} = \epsilon_0 \vec{\mathcal{E}} + \vec{\mathcal{P}} = \epsilon_0 (1 + \chi^{(1)}) \vec{\mathcal{E}} = \epsilon_0 n^2 \vec{\mathcal{E}} \tag{3.1}$$

Écrivons Les variations locales de ϵ dans l'espace avec

$$\epsilon(x, y, z) = \epsilon_M + \delta\epsilon(x, y, z) = \epsilon_0 (1 + \chi^{(1)}) + \delta\epsilon(x, y, z) \tag{3.2}$$

où ϵ_M est la valeur moyenne.

$$\vec{\mathcal{D}} = \epsilon \vec{\mathcal{E}} = \epsilon_0 \vec{\mathcal{E}} + \underbrace{\epsilon_0 \chi^{(1)} \vec{\mathcal{E}}}_{\vec{\mathcal{P}}_L \text{ (indice } n)} + \underbrace{\delta\epsilon \vec{\mathcal{E}}}_{\delta\vec{\mathcal{P}}_L \text{ (diffusion)}} \tag{3.3}$$

$$\vec{\mathcal{P}}(x, y, z) = \epsilon_0 \chi^{(1)} \vec{\mathcal{E}}(x, y, z) + \delta\epsilon(x, y, z) \vec{\mathcal{E}}(x, y, z) \tag{3.4}$$

Une inhomogénéité d'indice et donc nécessaire à la diffusion. La diffusion spontanée n'est rien d'autre que la ré-émission par les molécules de la matière (par l'intermédiaire de $\vec{\mathcal{P}}_L + \delta\vec{\mathcal{P}}_L$) du champ $\mathcal{E}$ incident. Si la matière n'est pas inhomogène (contribution de $\vec{\mathcal{P}}_L$ par $\chi^{(1)}$), il y a toujours somme cohérente dans la direction de l'onde incidente (c'est l'origine de l'indice de réfraction) et toujours annulation cohérente dans une autre direction. Au contraire, la contribution des inhomogénéités locales par $\delta\vec{\mathcal{P}}_L$ ne respecte plus cet accord de phase.

Les origines de cette inhomogénéité peuvent être diverses, elles peuvent provenir par exemple :

- des défauts des matériaux : par exemple impuretés dans un cristal, répartition irrégulière des molécules dans un milieu amorphe, variations locales de pression dans un gaz,
- des défauts imposés par l'opérateur : réseau de Bragg dans une fibre, ondes de pression dans un cristal acousto-optique

Nous verrons qu'en optique non linéaire, $\vec{\mathcal{P}}_{NL}$ traduit des inhomogénéités induites par l'onde elle-même (on sort alors du cadre « diffusion spontanée ») : réseau photoinduit dans un cristal photoréfractif, effet Kerr, émission Brillouin stimulée.

Dans le cas de l'effet Brillouin, la *diffusion Brillouin spontanée* (Spontaneous Brillouin Scattering, SpBS) consiste en la réflexion d'une onde optique sur une onde acoustique aléatoire (d'origine thermique par exemple) qui se propage dans le milieu (onde de pression). On parle de *diffusion Brillouin stimulée* (Stimulated Brillouin Scattering, StBS), quand l'onde réfléchie renforce l'effet de la SpBS (par *électrostriction* par exemple).

Nous étudierons successivement :

1. Les *variations d'indice* avec *la pression* : on a vu que la diffusion nécessite des inhomogénéités d'indice. Dans le cas de l'effet Brillouin, elles sont dues à des inhomogénéités de pression. C'est la SpBS.

2. La propagation de ces *variations de pression* sous forme d'une *onde acoustique* qui se propage.
3. L'excitation d'*ondes acoustiques* par *électrostriction*.
4. Enfin, les *effets combinés* de l'électrostriction et des ondes acoustiques. C'est la StBS.

3.1.2 Diffusion Brillouin spontanée (SpBS)

La diffusion Brillouin spontanée (SpBS) provient de la variation de l'indice de réfraction avec la pression locale dans le matériau. En général une variation locale de pression va se propager sous la forme d'une onde acoustique qui se déplace dans le matériau. L'étude de la SpBS revient finalement à l'étude de la diffusion d'une onde optique par une onde acoustique, comme illustré sur la figure 3.1.

Variation de l'indice avec la pression

Afin de connaitre les propriétés de diffusion par effet Brillouin, nous allons chercher à lier la permittivité électrique $\delta\epsilon$ définie dans (3.3) à d'autres paramètres. En particulier, cherchons une relation entre $\delta\epsilon$ et la pression locale d'un matériau. Pour cela nous passons par la densité ρ du matériau :

$$\delta\epsilon = \frac{\partial\epsilon}{\partial\rho}\delta\rho = \left(\frac{\partial\epsilon}{\partial\rho}\right)\left(\frac{\partial\rho}{\partial p}\right)\delta p \tag{3.5}$$

avec δp variation de pression locale et $\delta\rho$ variation de densité. La densité est supposée ici ne pas dépendre de la température. On définit :

$$\gamma_e = \rho\frac{\partial\epsilon}{\partial\rho} \tag{3.6}$$

$$C = \frac{1}{\rho}\frac{\partial\rho}{\partial p} \tag{3.7}$$

respectivement γ_e constante électrostrictive, et C la compressibilité avec la pression. On obtient

$$\boxed{\delta\epsilon = C\gamma_e\delta p} \tag{3.8}$$

Propagation d'une onde acoustique

L'équation de propagation d'une onde acoustique de pression δp s'écrit [Boyd, 1992] :

$$\frac{\partial^2\delta p}{\partial t^2} - \Gamma'\nabla^2\frac{\partial\delta p}{\partial t} - v^2\nabla^2\delta p = 0 \tag{3.9}$$

avec v la vitesse du son dans le milieu et Γ' l'atténuation acoustique, liée à la viscosité du milieu.

Une solution de cette équation de propagation s'écrit :

$$\delta p = \delta p_0 e^{i(\vec{q}\cdot\vec{r}-\Omega t)} + c.c. \tag{3.10}$$

avec

$$q = \frac{\Omega}{v} + \frac{i\Gamma}{2v} \tag{3.11}$$

où l'on a posé $\Gamma = \Gamma' q^2$. Le coefficient d'atténuation de l'onde est $\alpha_s = q^2\Gamma'/v$ et le temps de vie du phonon $\tau_p = 1/\Gamma = 1/(q^2\Gamma')$. L'équation (3.9) ne comporte pas de terme source à droite car on a considéré la propagation d'une onde « spontanée » qui s'atténue typiquement après quelques micromètres de propagation. Cette onde peut être d'origine thermique par exemple. Intéressons nous maintenant à la diffusion d'une onde optique par cette onde acoustique.

Conséquence : diffusions spontanées Stokes et anti-Stokes d'une onde plane par une onde acoustique

Considérons l'onde Pompe :

$$\mathcal{E}_0(\vec{t},t) = E_0 e^{i(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t)} + c.c. \tag{3.12}$$

diffusée par l'onde acoustique précédente (3.10). L'onde diffusée obéit à l'équation de propagation A.13 :

$$\nabla^2\mathcal{E} - \frac{n^2}{c^2}\frac{\partial^2\mathcal{E}}{\partial t^2} = \mu_0\frac{\partial^2\delta\mathcal{P}_\mathcal{L}}{\partial t^2} \tag{3.13}$$

avec

$$\delta\mathcal{P}_\mathcal{L} = \delta\epsilon\vec{\mathcal{E}_0} = C\gamma_e\delta p\vec{\mathcal{E}_0} \tag{3.14}$$

En remplaçant (3.10) dans (3.14) et (3.12) dans (3.13), on obtient l'équation qui relie l'onde diffusée à sa source : le réseau acoustique éclairé par l'onde Pompe.

$$\nabla^2\mathcal{E}-\frac{n^2}{c^2}\frac{\partial^2\mathcal{E}}{\partial t^2} = -\mu_0 C\gamma_e\left[\underbrace{(\omega-\Omega)^2E_0\delta p_0 e^{i(\vec{k}-\vec{q})\cdot\vec{r}-i(\omega-\Omega)t}}_{\text{Stokes}} + \underbrace{(\omega+\Omega)^2E_0\delta p_0 e^{i(\vec{k}+\vec{q})\cdot\vec{r}-i(\omega+\Omega)t}}_{\text{anti-Stokes}} + c.c.\right] \tag{3.15}$$

Notons que cette équation contient dans la partie droite les termes sources des ondes diffusées qui obéissent à l'équation classique de propagation de gauche. Il est important de rappeler qu'on est dans le cas *spontané*, c'est à dire que l'onde Pompe considérée ne modifie pas l'onde acoustique.

L'observation de l'équation (3.15) permet d'isoler deux termes dans la polarisation : l'un est à l'origine d'une onde contra-propagative *Stokes* et l'autre à l'origine d'une onde co-propagative *anti-Stokes*. Dans le cas schématisé sur la figure 3.1, seule l'onde Stokes est constructive. On ne s'intéresse qu'à l'onde Stokes : en effet, lors du mécanisme de diffusion stimulée, l'onde anti-Stokes n'est pas amplifiée mais atténuée [Boyd, 1992]p337.

La condition d'accord de phase et le décalage Doppler (vitesse de l'onde acoustique) s'écrivent :

$$\vec{k'} = \vec{k} - \vec{q} \tag{3.16}$$
$$\omega' = \omega - \Omega \tag{3.17}$$

Ces deux conditions, avec $\omega' = \left|\vec{k'}\right| c/n$, imposent

$$|\vec{q}| = 2\left|\vec{k}\right| cos(\theta/2) \tag{3.18}$$
$$\Omega = 2n\omega\frac{v}{c}cos(\theta/2) \tag{3.19}$$

Le décalage maximal est obtenu pour $\theta = 0$, c'est à dire quand l'onde optique est alignée avec l'onde acoustique, et qu'elle est réfléchie sur elle-même. Dans ce cas,

$$\Omega_{max} = 2n\omega\frac{v}{c} = 2kv = \frac{4\pi n}{\lambda}v \tag{3.20}$$

Dans la silice, à $1.06\mu m$, nous avons mesuré expérimentalement pour ce décalage maximal des valeurs de $17GHz$ et $13GHz$ pour deux types de fibre. On en déduit $v = 6.2km/s$ et $v = 4.8km/s$: la vitesse dépend de la composition du verre utilisé (dopage de la silice...). Notons que q n'est pas réel, il contient une partie imaginaire qui traduit l'atténuation de l'onde acoustique. Cette atténuation est responsable de l'élargissement de la raie d'émission spontanée, qui, même

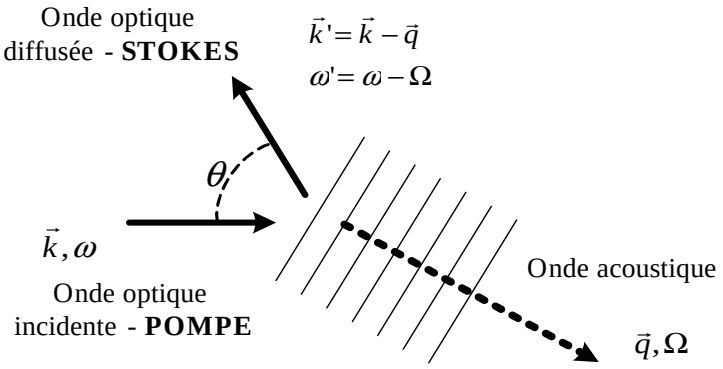


Fig. 3.1 – Illustration de la diffusion Brillouin spontanée par une onde acoustique aléatoire.

pour une rétro-diffusion, n'est pas strictement monochromatique : on a $\omega' = \omega - \Omega_{max} \pm \Gamma/2$. Notons également qu'en première approximation, autour de Ω_{max}, on a

$$\Omega \approx \Omega_{max}(1 - \frac{\theta^2}{8}) \tag{3.21}$$

Ainsi, la diffusion Brillouin *spontanée* est la diffraction d'une onde Pompe sur tous les petits réseaux acoustiques qui sont *statistiquement présents* dans une fibre, en particulier à cause des effets thermiques. La diffusion Brillouin *stimulée* quant à elle concerne la diffraction d'une onde Pompe sur des ondes acoustiques *induites par une interaction acousto-optique* et non plus statistiques.

3.1.3 Diffusion Brillouin Stimulée (StBS) - Électrostriction

Nous venons de voir que la diffusion Brillouin spontanée SpBS correspondait à la diffusion d'une *onde optique Pompe* vers une *onde optique Stokes* par une *onde acoustique* qui se propage dans le matériau (à une vitesse de l'ordre de $6km/s$ dans une fibre en silice). Les ondes optiques voient l'onde acoustique mais l'onde acoustique ne voit pas les ondes optiques : l'origine de l'onde acoustique est complètement aléatoire et indépendante de l'onde optique.

En revanche, dans le cas de la diffusion Brillouin stimulée (StBS), il va y avoir couplage entre toutes ces ondes : les ondes optiques Pompe et Stokes vont interférer entre elles, et cette figure d'interférence va *entretenir et renforcer* l'onde acoustique. C'est *l'électrostriction* qui est responsable de ce couplage.

L'électrostriction : une attirance non linéaire pour les extrêmes !

L'électrostriction traduit la propension des molécules de matière à être attirées par les fortes intensités. La figure 3.2 en donne une idée : les molécules dipolaires constitutives des matériaux diélectriques se polarisent avec le champ. Alors les deux charges séparées ne voient plus le même champ si celui ci n'est pas uniforme : le dipôle est attiré dans le sens des champs les plus forts en valeur absolue. La conséquence de cette attirance pour le forts champs est une variation de la pression locale δp du matériau avec le champ non uniforme appliqué $\mathcal{E}$ qui entraîne une variation de la constante diélectrique $\delta\epsilon$ comme défini dans (3.3).

Jusqu'ici nous avions supposé que la diffusion était spontanée, c'est à dire que $\delta\epsilon$ ne dépendait pas des ondes optiques mais uniquement des variables d'espace. Maintenant nous allons supposer

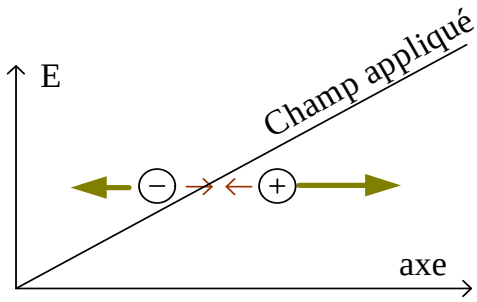


Fig. 3.2 – Origine physique de l'électrostriction : les molécules dipolaires sont attirées par les forts champs donc les fortes intensités.

justement que $\delta\epsilon$ dépend de l'intensité locale. Le caractère *stimulée* de la diffusion apparaîtra.

$$\vec{\mathcal{P}} = \underbrace{\epsilon_0 \chi^{(1)} \vec{\mathcal{E}}}_{\vec{\mathcal{P}}_L} + \underbrace{\delta\epsilon(\mathcal{E})\vec{\mathcal{E}}}_{\vec{\mathcal{P}}_{NL}} \tag{3.22}$$

Variation de la pression par électrostriction

Calculons la variation de densité en fonction de la variation du champ électrique $\mathcal{E}$. Considérons un dipôle $\vec{p} = e\vec{x}$ où $\vec{x}$ le vecteur reliant les deux charges opposées $+e$ et $-e$. Le travail effectué par $\vec{\mathcal{E}}$ sur le dipôle $\vec{p}$ en passant de $\vec{\mathcal{E}}$ à $\vec{\mathcal{E}} + d\vec{\mathcal{E}}$ est $\vec{p} \cdot d\vec{\mathcal{E}}$. Puis si α est la polarisabilité, on a $\vec{p} = \alpha\vec{\mathcal{E}}$. Enfin, l'énergie totale stockée dans la molécule s'exprime par

$$U = \int_0^{\mathcal{E}} \vec{p} \cdot d\vec{\mathcal{E}} = \int_0^{\mathcal{E}} \alpha\vec{\mathcal{E}} \cdot d\vec{\mathcal{E}} = \frac{\alpha\mathcal{E}^2}{2} \tag{3.23}$$

Nous avons pour la densité de polarisation électrique linéaire $\vec{\mathcal{P}}_L = \left(\epsilon_0\chi^{(1)} + \delta\epsilon\right)\vec{\mathcal{E}}$. C'est ici la variation de l'énergie stockée (avec la variation de polarisabilité) qui nous intéresse, et qui s'écrit donc :

$$\delta U = \frac{\delta\alpha\mathcal{E}^2}{2} = \frac{\delta\epsilon\mathcal{E}^2}{2} \tag{3.24}$$

D'un autre côté, l'énergie stockée par compression du matériau s'écrit

$$\delta W = \delta p_e \frac{\delta\rho}{\rho} = \delta p_e \frac{\delta\epsilon}{\gamma_e} \tag{3.25}$$

où δp_e est la variation de pression induite par électrostriction et où on a utilisé (3.6). Ces variations d'énergie s'annulent, et avec l'ensemble des équations (3.6) à (3.8), on peut écrire $\delta U = \delta W$, puis pour δp_e,

$$\delta p_e = \frac{\gamma_e \mathcal{E}^2}{2} \tag{3.26}$$

Cette variation de pression implique des déplacements mécaniques, dont le temps de réaction est de l'ordre de la ns dans un solide, donc lent devant les variations du champ : nous pouvons ré-écrire la variation de pression *induite par électrostriction* δp_e moyennée sur une échelle de temps de l'ordre de la ns :

$$\boxed{\delta p_e = \frac{\gamma_e}{2}\left\langle \mathcal{E}^2 \right\rangle} \tag{3.27}$$

Cas simple : on néglige les effets de propagation acoustique

Dans ce paragraphe on néglige l'atténuation de l'onde acoustique et on se place à la résonance Ω_B. Cela revient à dire que l'on ne prend en compte que la variation de pression induite par électrostriction. On a alors $\delta p = \delta p_e$ et on peut écrire, avec (3.8),

$$\delta\epsilon(\mathcal{E}) = C\gamma_e\delta p = C\gamma_e\delta p_e = \frac{C\gamma_e^2}{2}\left\langle\mathcal{E}^2\right\rangle \tag{3.28}$$

Puis en reprenant (3.22),

$$\vec{\mathcal{P}} = \left(\epsilon_0\chi^{(1)} + \delta\epsilon(\mathcal{E})\right)\vec{\mathcal{E}} = \left(\epsilon_0\chi^{(1)} + \frac{C\gamma_e^2}{2}\left\langle\mathcal{E}^2\right\rangle\right)\vec{\mathcal{E}} \tag{3.29}$$

Ainsi $\delta\epsilon$ dépend du champ local par l'intermédiaire de l'électrostriction : il s'agit d'un changement d'indice du matériau (dû à un changement de densité) dans les zones brillantes. La polarisation induite apparaît comme un effet non linéaire du 3ème ordre. Il n'est pas immédiat, son temps de réponse est de l'ordre de la ns.

Cas général : Propagation d'une onde induite acoustique par électrostriction

Dans ce paragraphe nous reprenons les équations de propagation acoustiques avec comme terme source la variation de pression induite par électrostriction δp_e. L'équation de propagation d'une onde acoustique de pression δp (3.9), avec le terme source, s'écrit :

$$\frac{\partial^2\delta p}{\partial t^2} - \Gamma'\nabla^2\frac{\partial\delta p}{\partial t} - v^2\nabla^2\delta p = \frac{1}{\rho_0 C}\nabla\cdot\vec{f} \tag{3.30}$$

avec v la vitesse du son dans le milieu, ρ_0 la densité moyenne du matériau et Γ' un paramètre d'atténuation. Le terme source à droite de l'égalité est la divergence de la force par unité de volume $\vec{f}$. Elle s'écrit

$$\vec{f} = -\nabla\delta p_e \tag{3.31}$$

Finalement, avec (3.26), l'onde de pression p obéit à :

$$\boxed{\frac{\partial^2\delta p}{\partial t^2} - \Gamma'\nabla^2\frac{\partial\delta p}{\partial t} - v^2\nabla^2\delta p = -\nabla^2\frac{\gamma_e}{2\rho_0 C}\left\langle\mathcal{E}^2\right\rangle} \tag{3.32}$$

Cette équation est à lier aux autres équations de couplage indice-pression (3.8), d'indice non linéaire (3.22) et de propagation pour les ondes optiques (A.13).

$$\delta\epsilon = C\gamma_e\delta p \tag{3.33}$$

$$\vec{\mathcal{P}}_{NL} = \delta\epsilon(\mathcal{E})\vec{\mathcal{E}} \tag{3.34}$$

$$\nabla^2\vec{\mathcal{E}}(\vec{r},t) - \frac{n^2}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\vec{\mathcal{E}}(\vec{r},t) = \mu_0\frac{\partial^2}{\partial t^2}\vec{\mathcal{P}}_{NL}(\vec{r},t) \tag{3.35}$$

Ces trois équations se résument en :

$$\boxed{\nabla^2\vec{\mathcal{E}}(\vec{r},t) - \frac{n^2}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\vec{\mathcal{E}}(\vec{r},t) = \mu_0 C\gamma_e\frac{\partial^2}{\partial t^2}\delta p\vec{\mathcal{E}}(\vec{r},t)} \tag{3.36}$$

C'est le couplage entre l'onde de pression δp et l'onde optique $\mathcal{E}$ par l'intermédiaire des deux équations de propagation (3.32) et (3.36) qui est à l'origine de la diffusion Brillouin *stimulée*. Dans le paragraphe suivant nous allons formuler ces équations plus simplement sous forme de polarisabilité non linéaire.

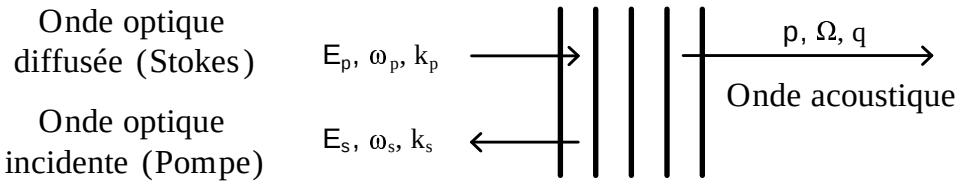


Fig. 3.3 – Schéma du générateur/amplificateur par Diffusion Brillouin Stimulée et conventions : I_p, E_p, ω_p sont respectivement l'intensité, l'amplitude du champ, et la pulsation de l'onde Pompe. Les mêmes paramètres sont définis avec l'onde Stokes.

3.2 Interaction entre deux ondes planes : formulation de l'amplification SBS

Dans ce paragraphe nous utilisons les résultats des paragraphes précédents dans le cas particulier d'une interaction « monomode spatiale », c'est à dire entre deux ondes planes monochromatiques et contrapropagatives dans un amplificateur Brillouin. Le but est de formuler le gain Brillouin dans ce cas simple.

3.2.1 Notations

Le schéma de l'amplificateur Brillouin est montré sur figure 3.3. Une onde optique Pompe E_p, de pulsation ω_p et de vecteur d'onde k_p interagit avec une onde Stokes (notations symétriques à l'onde Pompe) pour créer une onde acoustique p de pulsation Ω et de vecteur d'onde q.

Formulation complexe des ondes

Notons les deux ondes planes polarisées monochromatiques :

$$E_p(z,t) = \widetilde{E}_p(z,t)e^{i(k_p z-\omega_p t)} \tag{3.37}$$
$$E_s(z,t) = \widetilde{E}_s(z,t)e^{i(-k_s z-\omega_s t)} \tag{3.38}$$

où $\widetilde{E}_p$ et $\widetilde{E}_s$ sont les enveloppes lentement variables et avec les champs réels $\mathcal{E}_p$ et $\mathcal{E}_s$ qui valent $\mathcal{E}_i = \frac{1}{2}(E_i + c.c.)$. De manière similaire, écrivons l'onde de pression :

$$\delta p(z,t) = \tfrac{1}{2}\left(\overline{\delta p}(z,t)e^{i(qz-\Omega t)} + c.c.\right) \tag{3.39}$$

où $\overline{\delta p}$ est l'enveloppe lente de l'onde de pression, $\Omega = \omega_p - \omega_s$ proche de Ω_B et $q = 2k_p$.

Nous allons injecter ces notations dans l'équation (3.32) qui régit l'évolution de l'onde de pression induite par le champ d'interférence entre l'onde Pompe et l'onde Stokes $\mathcal{E} = \mathcal{E}_p + \mathcal{E}_s$. Cela nous donnera l'équation de l'onde acoustique p. Cette dernière pourra alors être utilisée comme source de polarisation non linéaire dans l'équation (3.36) et nous en déduirons les évolutions des ondes Pompe et Stokes, donc le gain de l'amplificateur Brillouin.

Conditions sur Ω et q

Tout d'abord, on remarque que les conditions d'accord de phase et de conservation d'énergie imposent :

$$\Omega = \omega_p - \omega_s \tag{3.40}$$
$$|\vec{q}| = \left|\vec{k}_p - \vec{k}_s\right| = k_p + k_s \approx 2k_p \tag{3.41}$$

Ainsi la valeur de la pulsation de l'onde acoustique Ω (décalage Brillouin) est fixée par la différence entre les pulsations de l'onde Pompe et de l'onde Stokes. Le gain de l'amplificateur Brillouin est maximal pour $\Omega = \Omega_B$ (pulsation naturelle Brillouin) définie par les paramètres physiques du matériau. Pour des valeurs de la pulsation Ω proche de Ω_B, l'onde acoustique sera plus faible et déphasée avec la figure d'interférence.

Pulsation naturelle Brillouin Ω_B

La pulsation naturelle Brillouin Ω_B est la fréquence de résonance acoustique du matériau. A la résonance, et si on néglige toute atténuation de l'onde acoustique, on a :

$$\Omega \quad = |\vec{q}|\, v = \tfrac{nv}{c}(\omega_p + \omega_s) \quad \approx \frac{2nv}{c}\omega_p \tag{3.42}$$

avec v la vitesse du son dans le matériau et n son indice à la longueur d'onde Pompe. Ainsi à la résonance, les constantes physiques du matériau imposent v et n donc Ω que nous noterons Ω_B. Dans le cas d'un matériau d'indice *homogène* n :

$$\Omega_B \approx \frac{2nv}{c}\omega_p \tag{3.43}$$

Dans le cas d'un matériau d'indice non homogène, par exemple dans le cas de la fibre où les différents modes ont des indices effectifs différents, il faut conserver la notation

$$\boxed{\Omega_B = (k_p + k_s)\, v} \tag{3.44}$$

Dans le cas de l'amplificateur, l'atténuation de l'onde acoustique engendre un élargissement spectral du gain : nous pouvons avoir Ω proche mais différent de Ω_B.

3.2.2 Formulation non linéaire de la Diffusion Brillouin Stimulée

Nous tentons ici de trouver une expression simple de la diffusion Brillouin stimulée, sous forme d'un effet non linéaire.

Équation d'onde acoustique

Il s'agit d'exprimer le comportement de l'onde acoustique générée par les ondes Pompe et Stokes. En injectant (3.39) dans le membre de gauche de (3.32), et $\mathcal{E} = \mathcal{E}_p + \mathcal{E}_s$ dans le membre de droite, on obtient

$$-2i\Omega\frac{\partial\overline{\delta p}}{\partial t} + (\Omega_B^2 - \Omega^2 - i\Omega\Gamma_B)\overline{\delta p} - 2iqv^2\frac{\partial\overline{\delta p}}{\partial z} = \frac{q^2\gamma_e}{2\rho_0 C}\widetilde{E}_p\widetilde{E}_s^* \tag{3.45}$$

où $\overline{\delta p}$, $\widetilde{E}_p$ et $\widetilde{E}_s$ dépendent lentement de z et t (cela signifie simplement que $\frac{\partial}{\partial t} \ll \Omega$ et $\frac{\partial}{\partial z} \ll q$). On voit apparaître la largeur spectrale $\Gamma_B = q^2\Gamma'$ et le temps de vie du phonon $\tau_B = 1/\Gamma_B$. On se place maintenant en régime stationnaire, c'est à dire quand la dérivée $\frac{\partial}{\partial t}$ s'annule. De plus, on néglige classiquement le terme en $\frac{\partial}{\partial z}$ [Boyd, 1992]. Ce dernier point est basé sur le fait que la longueur d'atténuation α_a^{-1} du phonon acoustique est faible devant la longueur typique de variation du produit des enveloppes $\widetilde{E}_p\widetilde{E}_s^*$. En effet, on a $\alpha_a^{-1} = \frac{qv^2}{\Omega_B\Gamma_B} = \frac{v}{\Gamma_B}$, or nous avons mesuré une vitesse $v \approx 6km/s$ et une largeur spectrale $\Gamma_B \approx 20MHz$ d'où $\alpha_a^{-1} \approx 500\mu m$[1]. On obtient alors facilement :

[1] Notons que dans une fibre d'ouverture numérique 0.2, c'est à dire dont les constantes de propagation extrêmes sont distantes de $\Delta\beta/\beta \approx 1\%$, les grains de speckle ont une longueur $\pi/\Delta\beta \approx 100\lambda = 100\mu m$. Elle n'est pas « grande » devant $\alpha_a^{-1} \approx 500\mu m$! La validité de cette approximation est elle à mettre en doute ?

$$\boxed{\overline{\delta p}(z,t) = \frac{q^2\gamma_e}{2\rho_0 C}\frac{\widetilde{E}_p\widetilde{E}_s^*}{\Omega_B^2-\Omega^2-i\Omega\Gamma_B}} \tag{3.46}$$

Densité de polarisation non linéaire

Avec (3.33) et (3.34), on écrit alors

$$\begin{aligned}
\vec{\mathcal{P}}_{NL} &= C\gamma_e\delta p\vec{\mathcal{E}} && (3.47)\\
&= C\gamma_e\frac{1}{2}\left(\overline{\delta p}(z,t)e^{i(qz-\Omega t)}+c.c.\right)\vec{\mathcal{E}} && (3.48)\\
&= C\gamma_e\frac{1}{2}\left(\overline{\delta p}(z,t)e^{i(qz-\Omega t)}+c.c.\right)\frac{1}{2}\left(\widetilde{E}_p e^{i(k_pz-\omega_pt)}+\widetilde{E}_s e^{i(-k_sz-\omega_st)}+c.c.\right) && (3.49)\\
&= C\gamma_e\frac{1}{4}\left(\overline{\delta p}^*\widetilde{E}_p e^{i(-k_sz-\omega_st)}+\overline{\delta p}\widetilde{E}_s e^{i(k_pz-\omega_pt)}\right)+c.c. && (3.50)
\end{aligned}$$

où on a supprimé les termes non optiques.

Ainsi la densité de polarisation, qui est le terme source de l'effet dans l'équation (3.35), se présente comme la somme de deux termes : d'une part la diffusion de $\widetilde{E}_p$ sur le réseau $\overline{\delta p}^*$ (amplification de $\widetilde{E}_s$), et d'autre part la diffusion de $\widetilde{E}_s$ sur le réseau $\overline{\delta p}$ (déplétion de l'onde Pompe $\widetilde{E}_p$).

$$\vec{\mathcal{P}}_{NL} = \frac{q^2\gamma_e^2}{4\rho_0}\frac{1}{2}\left(\frac{\widetilde{E}_p^*\widetilde{E}_s\widetilde{E}_p e^{i(-k_sz-\omega_st)}}{\Omega_B^2-\Omega^2+i\Omega\Gamma_B}+\frac{\widetilde{E}_p\widetilde{E}_s^*\widetilde{E}_s e^{i(k_pz-\omega_pt)}}{\Omega_B^2-\Omega^2-i\Omega\Gamma_B}+c.c.\right) \tag{3.51}$$

Ainsi la densité de polarisation non linéaire responsable de la *déplétion de l'onde Pompe* s'écrit

$$\vec{\mathcal{P}}_{NL}^{p} = \frac{q^2\gamma_e^2}{4\rho_0}\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\Omega_B^2-\Omega^2-i\Omega\Gamma_B}\widetilde{E}_p\widetilde{E}_s^*\widetilde{E}_s e^{i(k_pz-\omega_pt)}+c.c.\right) \tag{3.52}$$

et la densité de polarisation non linéaire responsable de l'*amplification Stokes* s'écrit

$$\boxed{\vec{\mathcal{P}}_{NL}^{s} = \frac{q^2\gamma_e^2}{4\rho_0}\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\Omega_B^2-\Omega^2+i\Omega\Gamma_B}\widetilde{E}_p^*\widetilde{E}_s\widetilde{E}_p e^{i(-k_sz-\omega_st)}+c.c.\right)} \tag{3.53}$$

Cette dernière formulation nous intéresse particulièrement car elle est la source de l'onde Stokes. Nous allons maintenant formuler ces équations en terme de « $\chi^{(3)}$ », c'est à dire d'effet non linéaire pur d'ordre 3. Ces conventions sont rappelées en annexe.

Dans un premier temps, nous nous plaçons dans un cas simple, au maximum du gain, quand $\Omega = \Omega_B$. L'onde acoustique a la même période que la figure d'interférence : il n'y a pas de déphasage entre $\mathcal{P}_{NL}^s$ et $\widetilde{E}_s$ (due à la partie réelle de $\frac{1}{\Omega_B^2-\Omega^2+i\Omega\Gamma_B}$). Dans un deuxième temps, nous formulerons le cas général.

Formulation en $\chi^{(3)}$ à la résonance $\Omega = \Omega_B$

Dans ce cas particulier, l'équation (3.53) se récrit

$$\vec{\mathcal{P}}_{NL}^{s} = \frac{q^2\gamma_e^2}{4\rho_0\Omega_B\Gamma_B}\frac{1}{2}\left(\frac{1}{i}\widetilde{E}_p^*\widetilde{E}_s\widetilde{E}_p e^{i(-k_sz-\omega_st)}+c.c.\right) \tag{3.54}$$

où l'on remarque le terme en $\frac{1}{i}$ qui correspond au déphasage entre l'onde acoustique propagée et l'onde « moteur » issue des interférences entre les ondes Pompe et Stokes. Si on reprend la convention de formulation de la densité de polarisation non linéaire définie en (A.9) sur une polarisation $\widehat{x}$:

$$\vec{\mathcal{P}}_x = \epsilon_0\chi^{(1)}\mathcal{E}_x\widehat{x} + \epsilon_0\chi^{(2)}\mathcal{E}_x^2\widehat{x} + \epsilon_0\chi^{(3)}\mathcal{E}_x^3\widehat{x} + ... \tag{3.55}$$

L'effet Brillouin est d'ordre 3, nous développons donc $\mathcal{P}_{NL} = \epsilon_0\chi^{(3)}\mathcal{E}^3$ avec $\mathcal{E} = \mathcal{E}_p + \mathcal{E}_s$. Cela permet d'écrire, si l'on ne conserve que les termes oscillant aux fréquences optiques,

$$\mathcal{P}_{NL} = \frac{3}{2}\epsilon_0\chi^{(3)}\frac{1}{2}\left(\underbrace{\widetilde{E}_p^*\widetilde{E}_s\widetilde{E}_p e^{i(-k_sz-\omega_st)}}_{\text{Gain Stokes}} + \underbrace{\widetilde{E}_p\widetilde{E}_s^*\widetilde{E}_s e^{i(k_pz-\omega_pt)}}_{\text{Déplétion Pompe}} + cc.\right) \tag{3.56}$$

En comparant (3.54) et (3.56), on trouve que l'effet Brillouin, au pic de résonance, est un effet du troisième ordre avec un déphasage de $\pi/2$ et un coefficient $\chi^{(3)}$ complexe qui vaut :

$$\boxed{\chi^{(3)}_{\Omega=\Omega_B} = \frac{q^2\gamma_e^2}{6\rho_0\epsilon_0 i\Omega_B\Gamma_B}} \tag{3.57}$$

Formulation en $\chi^{(3)}$ hors résonance

Nous nous plaçons ici dans le cas général, c'est à dire lorsque Ω n'est pas forcément égal à Ω_B. Une partie réelle apparaît alors dans le coefficient de l'équation (3.53). Nous la récrivons en notation complexe :

$$\vec{P}^s_{NL} = \frac{q^2\gamma_e^2}{4\rho_0}\frac{1}{\Omega_B^2 - \Omega^2 + i\Omega\Gamma_B}\widetilde{E}_p^*\widetilde{E}_s\widetilde{E}_p e^{i(-k_sz-\omega_st)} \tag{3.58}$$

avec :

$$\mathcal{P}_{NL} = \frac{1}{2}\left[P_{NL} + cc.\right] \tag{3.59}$$

D'après (3.61)

$$P^s_{NL} = \frac{3}{2}\epsilon_0\chi(\Omega)\widetilde{E}_p^*\widetilde{E}_s\widetilde{E}_p e^{i(-k_sz-\omega_st)} \tag{3.60}$$

$$P^p_{NL} = \frac{3}{2}\epsilon_0\chi^*(\Omega)\widetilde{E}_s^*\widetilde{E}_p\widetilde{E}_s e^{i(k_pz-\omega_pt)} \tag{3.61}$$

avec $\chi(\Omega)$ complexe. Par comparaison de (3.58) et (3.61), on peut écrire, pour la partie de la polarisation non linéaire responsable de l'amplification Brillouin,

$$\chi(\Omega) = \frac{q^2\gamma_e^2}{6\epsilon_0\rho_0}\cdot\frac{1}{\Omega_B^2 - \Omega^2 + i\Omega\Gamma_B} \tag{3.62}$$

avec

$$h_B(\Omega) = \frac{1}{1 - 2i(\Omega_B - \Omega)/\Gamma_B} \tag{3.63}$$

on écrit

$$\boxed{\chi^{(3)}(\Omega) = \chi^{(3)}_{\Omega=\Omega_B}\cdot h_B(\Omega)} \tag{3.64}$$

$\chi^{(3)}$ est complexe dès que Ω n'est pas centré en Ω_B. Cela reflète les effets de déphasage entre l'onde d'interférence, moteur de l'onde acoustique, et l'onde acoustique elle-même.

3.2.3 Équation d'onde optique

Jusqu'ici nous avons formulé l'équation d'onde acoustique (3.46) induite par deux ondes optiques Pompe et Stokes en fonction des différents paramètres. On en a déduit une densité de polarisation non linéaire, source de l'amplification de l'onde Stokes et de la déplétion de l'onde Pompe. La densité de polarisation non linéaire est déphasée de $\pi/2$ par rapport l'onde de pression induite par électrostriction. Utilisons maintenant cette densité de polarisation dans les équations de propagation optiques afin de calculer l'évolution des ondes Pompe et Stokes.

Utilisons l'équation de propagation de Maxwell (A.13)

$$\nabla^2\vec{E}(z,t) - \frac{n^2}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\vec{E}(z,t) = \mu_0\frac{\partial^2}{\partial t^2}\vec{P}_{NL}(z,t) \tag{3.65}$$

avec (3.37) et (3.38) pour les expressions de $\vec{E}_s(z,t)$ et $\vec{E}_p(z,t)$ dans $\vec{E}(z,t) = \vec{E}_s(z,t) + \vec{E}_p(z,t)$, et (3.58) pour l'expression de $\vec{P}^s_{NL}$. Nous incluons également le terme de densité de polarisation symétrique responsable de la déplétion de l'onde Pompe. Cela donne :

$$\left(\nabla^2 - \frac{n^2}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)\left(\widetilde{E}_p(z,t)e^{i(k_pz-\omega_pt)} + \widetilde{E}_s(z,t)e^{i(-k_sz-\omega_st)}\right) \tag{3.66}$$

$$= \mu_0\frac{\partial^2}{\partial t^2}\frac{3}{2}\epsilon_0\left(\chi(\Omega)\widetilde{E}^*_p\widetilde{E}_s\widetilde{E}_pe^{i(-k_sz-\omega_st)} + \chi^*(\Omega)\widetilde{E}_p\widetilde{E}^*_s\widetilde{E}_se^{i(k_pz-\omega_st)}\right) \tag{3.67}$$

On isole et on développe la partie « Stokes » (termes qui oscillent en $\omega_s t$) :

$$\left.\begin{array}{l}\widetilde{E}_s(z,t)\nabla^2e^{i(-k_sz-\omega_st)}\\ -\frac{n^2}{c^2}\widetilde{E}_s(z,t)\frac{\partial^2}{\partial t^2}e^{i(-k_sz-\omega_st)}\\ +2\frac{\partial}{\partial z}\widetilde{E}_s(z,t)\frac{\partial}{\partial z}e^{i(-k_sz-\omega_st)}\\ -2\frac{n^2}{c^2}\frac{\partial}{\partial t}\widetilde{E}_s(z,t)\frac{\partial}{\partial t}e^{i(-k_sz-\omega_st)}\\ +\frac{\partial^2\widetilde{E}_s(z,t)}{\partial z^2}e^{i(-k_sz-\omega_st)}\\ -\frac{n^2}{c^2}\frac{\partial^2\widetilde{E}_s(z,t)}{\partial t^2}e^{i(-k_sz-\omega_st)}\end{array}\right\} = \frac{3}{2c^2}\chi^{(3)}(\Omega)\left\{\begin{array}{l}\widetilde{E}^*_p\widetilde{E}_s\widetilde{E}_p(z,t)\frac{\partial^2}{\partial t^2}e^{i(-k_sz-\omega_st)}\\ +2\frac{\partial}{\partial t}\widetilde{E}^*_p\widetilde{E}_s\widetilde{E}_p(z,t)\frac{\partial}{\partial t}e^{i(-k_sz-\omega_st)}\\ \frac{\partial^2}{\partial t^2}\widetilde{E}^*_p\widetilde{E}_s\widetilde{E}_p(z,t)e^{i(-k_sz-\omega_st)}\end{array}\right. \tag{3.68}$$

Dans le membre de gauche, les deux premières lignes s'annulent : il s'agit de l'équation de propagation linéaire. Les deux termes centraux de gauche constituent le premier ordre et les deux derniers le second ordre (hypothèse des enveloppes lentement variables dans l'espace et dans le temps). Dans le membre de droite, le terme de premier ordre est le premier, les autres sont du second ordre. On ne garde que les termes du premier ordre :

$$-\frac{\partial}{\partial z}\widetilde{E}_s(z,t) + \omega_s/k_s\frac{n^2}{c^2}\frac{\partial}{\partial t}\widetilde{E}_s(z,t) = \frac{-3\omega_s^2}{2c^2 2ik_s}\chi^{(3)}(\Omega)\widetilde{E}^*_p\widetilde{E}_s\widetilde{E}_p(z,t) \tag{3.69}$$

Équations d'évolution des enveloppes lentement variables

Après simplification, on a pour les ondes Stokes et Pompe,

$$-\frac{\partial}{\partial z}\widetilde{E}_s(z,t) + \frac{n}{c}\frac{\partial}{\partial t}\widetilde{E}_s(z,t) = \frac{-3\omega}{4inc}\chi^{(3)}(\Omega)\widetilde{E}^*_p\widetilde{E}_s\widetilde{E}_p(z,t) \tag{3.70}$$

$$\frac{\partial}{\partial z}\widetilde{E}_p(z,t) + \frac{n}{c}\frac{\partial}{\partial t}\widetilde{E}_p(z,t) = \frac{-3\omega}{4inc}\chi^{(3)*}(\Omega)\widetilde{E}^*_p\widetilde{E}_s\widetilde{E}_p(z,t) \tag{3.71}$$

Régime stationnaire

En régime stationnaire, les dérivées temporelles sont nulles.

$$\frac{d\widetilde{E}_s(z,t)}{dz} = -\frac{3i\omega}{4nc}\chi^{(3)}_{\Omega=\Omega_B}\cdot\frac{|\widetilde{E}_p|^2\widetilde{E}_s}{1-2i(\Omega_B-\Omega)/\Gamma_B} \tag{3.72}$$

$$\frac{d\widetilde{E}_p(z,t)}{dz} = \frac{3i\omega}{4nc}\chi^{(3)*}_{\Omega=\Omega_B}\cdot\frac{|\widetilde{E}_s|^2\widetilde{E}_p}{1+2i(\Omega_B-\Omega)/\Gamma_B} \tag{3.73}$$

3.2.4 Gain : équations d'évolution de l'intensité

Nous cherchons ici à exprimer la variation d'intensité des ondes Pompe $I_P(z)$ et Stokes $I_S(z)$ le long de l'axe, dans un régime permanent (le temps n'intervient pas). Pour ce faire calculons :

$$\frac{dI_s}{dz} = \frac{n}{2c\mu_0}\frac{d}{dz}\widetilde{\mathcal{E}}_s(z)^2 = \frac{n}{2c\mu_0}\frac{d}{dz}\widetilde{E}_s\widetilde{E}_s^*(z) \tag{3.74}$$

$$\frac{dI_s}{dz} = \frac{n}{2c\mu_0}\left[\widetilde{E}_s^*(z)\frac{d\widetilde{E}_s(z)}{dz} + c.c.\right] \tag{3.75}$$

et avec (3.73) :

$$\frac{dI_s}{dz} = \frac{n}{2c\mu_0}\left[-\frac{3i\omega}{4nc}\chi^{(3)}_{\Omega=\Omega_B}\cdot\frac{|\widetilde{E}_p|^2|\widetilde{E}_s|^2}{1-2i(\Omega_B-\Omega)/\Gamma_B} + c.c.\right] \tag{3.76}$$

$$= -\frac{2c\mu_0}{n}\cdot I_pI_s\cdot\frac{3\omega}{4nc}i\chi^{(3)}_{\Omega=\Omega_B}\left[\frac{1}{1-2i(\Omega_B-\Omega)/\Gamma_B} + c.c.\right] \tag{3.77}$$

$$= -\frac{\omega^2\gamma_e^2}{nvc^3\epsilon_0^2\rho_0\Gamma_B}\cdot\frac{(\Gamma_B/2)^2}{(\Gamma_B/2)^2+(\Omega-\Omega_B)^2}\cdot I_pI_s \tag{3.78}$$

Ainsi, pour les ondes Stokes et Pompe,

$$\frac{dI_s}{dz} = -gI_pI_s \tag{3.79}$$

$$\frac{dI_p}{dz} = -gI_pI_s \tag{3.80}$$

Ces calculs ne tiennent pas compte de l'absorption du milieu. L'ajout du terme d'absorption α en m^{-1} donne :

$$\frac{dI_s}{dz} = -gI_pI_s + \alpha I_s \tag{3.81}$$

$$\frac{dI_p}{dz} = -gI_pI_s - \alpha I_p \tag{3.82}$$

le signe + ou - dépend du sens de propagation. Les constantes utilisées sont :

$$g(\Omega) = g_0\frac{(\Gamma_B/2)^2}{(\Gamma_B/2)^2+(\Omega-\Omega_B)^2} = g_0\frac{1}{1+\frac{(\Omega-\Omega_B)^2}{(\Gamma_B/2)^2}} \tag{3.83}$$

et

$$g_0 = \frac{\omega^2\gamma_e^2}{nvc^3\epsilon_0^2\rho_0\Gamma_B} \tag{3.84}$$

g_0 est le gain Brillouin au pic, en m/W, et $g(\Omega)$ est le gain Brillouin effectif qui dépend du décalage $\Omega-\Omega_B$ imposé (on est en configuration « amplificateur Brillouin »).

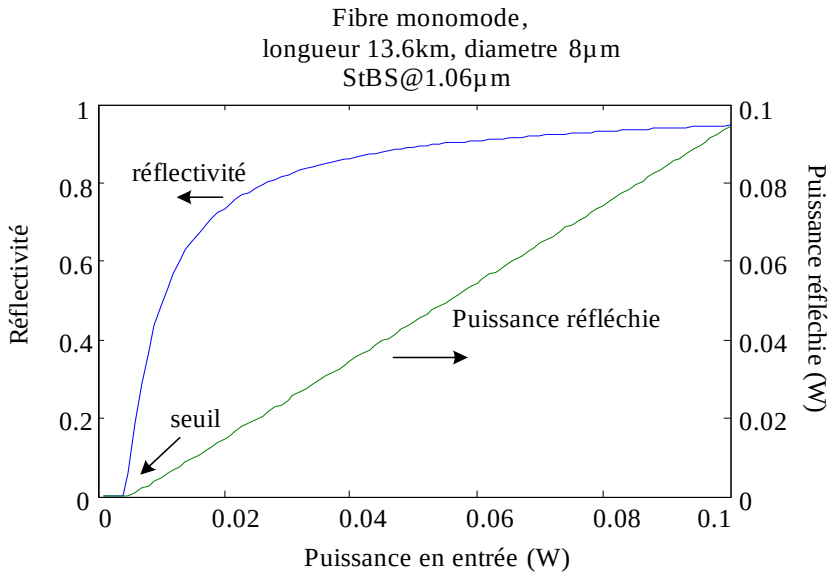


Fig. 3.4 – Exemple de courbe de réflectivité dans une fibre monomode longue. La puissance réfléchie et la réflectivité sont tracées en fonction de la puissance incidente. Un seuil à 5mW apparaît clairement.

3.3 Interaction entre deux ondes planes : application à la fibre monomode

Dans ce paragraphe, nous exploitons les formules précédentes en les appliquant à la fibre monomode : dans un premier temps nous formulons l'effet dans la fibre, nous reviendrons alors sur le phénomène d'amplification, et nous présenterons enfin les résultats d'un modèle numérique simple qui exploite les équations en intensité. Le paragraphe suivant sera consacré à la formulation de l'effet Brillouin pour une interaction entre des ondes arbitraires.

3.3.1 Exemple de la rétrodiffusion dans une fibre monomode

Dans le domaine des télécommunications optiques, un problème bien connu est la rétrodiffusion Brillouin dans une fibre monomode. La rétrodiffusion Brillouin est la réflexion plus ou moins importante du faisceau Pompe vers le faisceau Stokes dans le milieu d'interaction. En particulier, quand un signal laser est envoyé dans une fibre longue comme celles qui transportent les communications transatlantiques, l'effet Brillouin peut réfléchir toute la puissance de l'onde Pompe vers la source, et ce pour des intensités très faibles. Elle atteint par exemple 50% dans une fibre de $13.6km$ avec une puissance de Pompe inférieure à $10mW$: c'est une des premières limitations rencontrées par ces systèmes. Elle oblige à prendre des précautions particulières.

La figure 3.4 montre la puissance réfléchie et la réflectivité d'une telle fibre en fonction de la puissance couplée. Cette courbe est une simulation issue du modèle qui sera développé plus bas. On peut y voir en particulier que la rétrodiffusion Brillouin est un phénomène à seuil : sous la puissance seuil, rien ne se passe ; au dessus de la puissance seuil toute la puissance de l'onde Pompe excédant la puissance seuil est réfléchie. Ce seuil est d'autant plus bas que la longueur d'interaction est importante : une des solutions pour éliminer ce problème est alors de limiter la longueur des fibres utilisées.

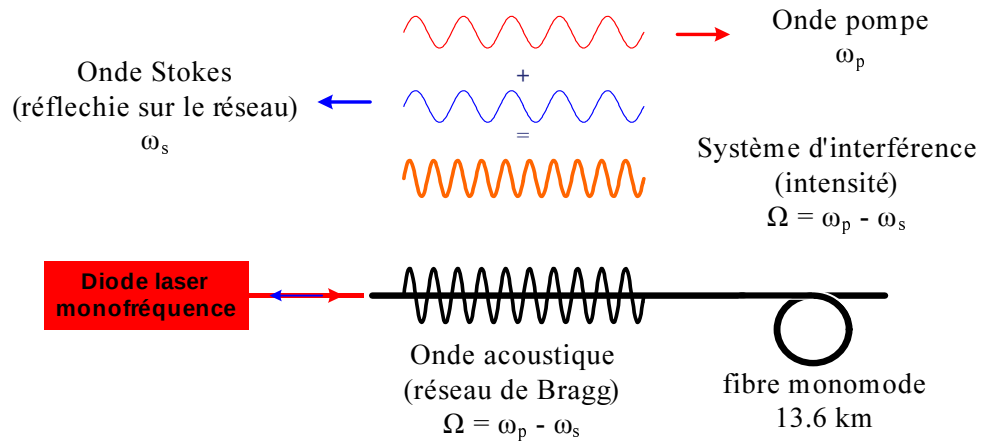


Fig. 3.5 – Ondes impliquées dans la diffusion Brillouin stimulée dans une fibre monomode longue.

Rétrodiffusion Brillouin ou... miroir de Bragg !

La figure 3.5 schématise ce qui se passe dans la fibre : au départ, seule l'onde Pompe est présente dans la fibre. Supposons maintenant qu'un des photons de l'onde Pompe se soit réfléchi sur une onde acoustique thermique (issue du bruit), avec le décalage naturel Brillouin Ω_B. Ce photon « Stokes spontané » interfère avec l'onde Pompe. La figure d'interférence a alors un pas d'environ $\lambda/2$ si λ est la longueur d'onde du faisceau Pompe, et se déplace dans le sens de l'onde Pompe à une vitesse $v = \frac{C}{2n}\frac{\Omega}{\omega}$ où ω est la pulsation de l'onde Pompe. Par électrostriction, cette figure d'interférence va *amplifier l'onde acoustique* thermique. Cette onde acoustique thermique devient alors stimulée et joue le rôle de *réseau de Bragg* pour réfléchir une partie de l'onde Pompe en phase avec le photon de départ : il y a *amplification* du photon Stokes. Cet effet en cascade donne ainsi naissance à l'onde Stokes, qui s'auto-entretient par électrostriction.

De la figure d'interférence à l'onde acoustique

Afin de comprendre ce qui se passe dans la fibre, intéressons nous à la figure d'interférence de deux ondes contra-propagatives et décalées en fréquence de Ω dans un milieu. Supposons qu'elles se propagent dans la direction de l'axe z et qu'elles soient polarisées parallèlement.

$$\mathcal{E}_p(z,t) = \mathcal{E}_p cos(k_p z - \omega_p t) \quad (3.85)$$
$$\mathcal{E}_s(z,t) = \mathcal{E}_s cos(-k_s z - \omega_s t) \quad (3.86)$$
$$\omega_s = \omega_p - \Omega \quad (3.87)$$

La figure d'interférence provient de la somme cohérente de ces champs :

$$\mathcal{E}_{tot}(z,t) = \mathcal{E}_p(z,t) + \mathcal{E}_s(z,t) = \mathcal{E}_p cos(k_p z - \omega_p t) + \mathcal{E}_s cos(-k_s z - \omega_s t) \quad (3.88)$$

L'intensité « vue » par les molécules (responsables du phénomène d'électrostriction décrit plus haut) est proportionnelle à la moyenne temporelle $\langle \mathcal{E}^2_{tot}(z) \rangle$ (équation 3.28) sur une échelle de

l'ordre de la nanoseconde : $\delta\epsilon(\mathcal{E}) = \frac{C\gamma_e^2}{2}\left\langle \mathcal{E}_{tot}^2 \right\rangle$. Or

$$\begin{aligned}
\mathcal{E}_{tot}^2(z,t) &= (\mathcal{E}_p cos(k_p z - \omega_p t) + \mathcal{E}_s cos(-k_s z - \omega_s t))^2 && (3.89)\\
&= \mathcal{E}_p^2 cos^2(k_p z - \omega_p t) + \mathcal{E}_s^2 cos^2(-k_s z - \omega_s t) \\
&\quad + 2\mathcal{E}_p\mathcal{E}_s cos(k_p z - \omega_p t) cos(-k_s z - \omega_s t) && (3.90)\\
&= \mathcal{E}_p^2 cos^2(k_p z - \omega_p t) + \mathcal{E}_s^2 cos^2(-k_s z - \omega_s t) \\
&\quad + \mathcal{E}_p\mathcal{E}_s cos\left((k_p - k_s)z - (\omega_p + \omega_s)t\right) \\
&\quad + \mathcal{E}_p\mathcal{E}_s cos\left((k_p + k_s)z - (\omega_p - \omega_s)t\right) && (3.91)
\end{aligned}$$

Il faut maintenant prendre la moyenne temporelle à l'échelle vue par les molécules, c'est à dire à la nanoseconde. Les deux premiers termes sont des offsets (somme des intensités des deux faisceaux), le 3ème est bien trop rapide à la fréquence optique, et le dernier est la modulation qui nous intéresse à Ω.

$$\begin{aligned}
\left\langle \mathcal{E}_{tot}^2(z) \right\rangle &= \frac{\mathcal{E}_p^2 + \mathcal{E}_s^2}{2} + \mathcal{E}_p\mathcal{E}_s cos\left((k_p + k_s)z - (\omega_p - \omega_s)t\right) && (3.92)\\
&= \frac{\mathcal{E}_p^2 + \mathcal{E}_s^2}{2} + \mathcal{E}_p\mathcal{E}_s cos\left(Kz - \Omega t\right) && (3.93)
\end{aligned}$$

La figure d'interférence est une onde sinusoïdale qui se déplace à la vitesse $v = \frac{\Omega}{K} \approx \frac{\Omega}{2k_s} = \frac{c\Omega}{2n\omega}$. Cette onde d'interférence est le terme source dans l'équation de propagation de l'onde acoustique (3.32). Elle va générer une onde acoustique qui va se propager dans le matériau à la vitesse v. On a résolu cette équation et on sait qu'à la résonance Ω_B, l'onde acoustique sera déphasée de $\pi/2$ par rapport à l'onde d'excitation (3.46) :

$$\delta p(z,t) = -\frac{q^2\gamma_e}{2\rho_0 C\Omega_B\Gamma_B}\mathcal{E}_p\mathcal{E}_s sin\left(Kz - \Omega_B t\right) \tag{3.94}$$

De l'onde acoustique à l'amplification Stokes

Hors résonance, un terme de phase s'ajoute. Généralement, le faisceau Stokes revient naturellement décalé de la fréquence de résonance Ω_B. La vitesse du son v_{son} est constante dans un matériau donné (mais dépend des paramètres mécaniques, dont les dopages dans la silice...). L'onde acoustique a une pulsation Ω_B qui vérifie (3.43) : $\Omega_B = 2n\frac{v_{son}}{c}\omega$.

Ensuite, l'indice de réfraction est modifié par la compression acoustique : l'onde acoustique est aussi un réseau de Bragg parfaitement adapté aux deux ondes considérées et décalées de $\pi/2$ comme il se doit, il réfléchit *efficacement* l'onde Pompe sur l'onde Stokes. En effet, l'onde acoustique va induire une densité de polarisation non linéaire en diffractant l'onde Pompe (3.47)

$$\begin{aligned}
\vec{\mathcal{P}}_{NL} &= C\gamma_e\delta p(z,t)\vec{\mathcal{E}}_p(z,t) && (3.95)\\
\vec{\mathcal{P}}_{NL} &= -C\gamma_e\frac{q^2\gamma_e}{2\rho_0 C\Omega_B\Gamma_B}\mathcal{E}_p\mathcal{E}_s sin\left(Kz - \Omega_B t\right)\mathcal{E}_p cos(k_p z - \omega_p t) && (3.96)
\end{aligned}$$

qui est bien une source à (entre autres) $\omega_p - \Omega_B = \omega_s$. La résolution de l'équation de propagation optique de Maxwell (3.65) avec le terme source précédent permet alors de retrouver l'amplification exponentielle (3.81) :

$$\begin{aligned}
\frac{dI_s}{dz} &= -gI_p(z)I_s(z) + \alpha I_s(z) && (3.97)\\
\frac{dI_p}{dz} &= -gI_p(z)I_s(z) - \alpha I_p(z) && (3.98)
\end{aligned}$$

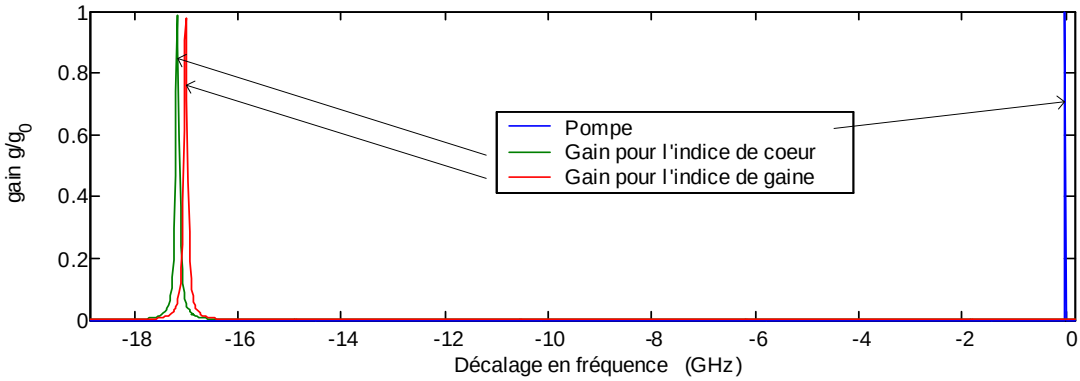


Fig. 3.6 – Spectre d'amplification dans la silice ($\Gamma_B = 80MHz$, $\Omega_B = 17GHz$, $\lambda = 1.06\mu m$) pour un indice de coeur $n_c = 1.464$ et un indice de gaine $n_g = 1.45$ d'une fibre à saut d'indice d'ouverture numérique $ON = 0.2$.

On comprend par ce petit calcul que l'onde Pompe et l'onde Stokes interfèrent et induisent un réseau de Bragg qui, en réfléchissant l'onde Pompe sur Stokes amplifie le phénomène. Le gain Brillouin dépend de Ω par (3.83) et est maximal pour $\Omega = \Omega_B$: pour une fibre de silice et une onde Pompe de longueur d'onde $1.5\mu m$, $\Omega_B \approx 10GHz$. A une longueur d'onde de $1.06\mu m$, $\Omega_B \approx 15GHz$. Notons que Ω_B varie avec l'indice n : la figure 3.6 montre le spectre calculé à partir de (3.83) pour des valeurs classiques de la silice et des indices de coeur et de gaine (espacés d'environ 1%) d'une fibre à saut d'indice d'ouverture numérique $ON = 0.2$.

3.3.2 De l'amplification

Dans ce paragraphe, nous nous intéressons à l'amplification de l'onde Stokes par effet Brillouin : sous le seuil et au dessus du seuil. Il s'agit de résoudre au mieux les équations d'évolution en intensité (3.97) et (3.98).

Sous le seuil : amplification exponentielle

Lorsque la puissance de l'onde Pompe incidente est inférieure à la puissance seuil, on se trouve en régime de non-déplétion de l'onde Pompe. On peut alors considérer que I_p n'est pas déplétée par effet Brillouin mais seulement par l'absorption. L'équation (3.98) permet alors d'écrire, pour l'onde Pompe : $\frac{dI_p}{dz} = -\alpha I_p(z)$ d'où $I_p(z) = I_p(0)e^{-\alpha z}$. L'équation (3.97) sur l'intensité de l'onde Stokes s'écrit alors :

$$\frac{dI_s}{dz} = -gI_p(0)e^{-\alpha z}I_s(z) + \alpha I_s(z) \tag{3.99}$$

qui est intégrable :

$$I_s(z) = I_s(0)e^{-gI_p\frac{1-e^{-\alpha z}}{\alpha}+\alpha z} \tag{3.100}$$

En définissant la longueur efficace de la fibre $L^{\text{eff}} = \frac{1-e^{-\alpha z}}{\alpha}$ ($L^{\text{eff}} \to L$ quand $\alpha \to 0$) et en négligeant l'absorption de l'onde Stokes devant son gain, la solution s'écrit :

$$I_s(L) = I_s(0)e^{-gI_pL^{\text{eff}}} \tag{3.101}$$

Il y a amplification exponentielle (gain $G = e^{gI_pL^{\text{eff}}}$ où L^{eff} est la longueur efficace de la fibre) des photons Stokes de bruit émis à la fin de la fibre : prenons une puissance initiale $P_s(L)$ (par

exemple un photon par seconde) de photons Stokes émis ou diffusés accidentellement à la fin de la fibre et à la bonne longueur d'onde $\omega_s - \Omega_B$. Les photons verront un gain exponentiel :

$$P_s(0) = P_s(L)e^{gI_pL^{\text{eff}}} \tag{3.102}$$

avec L longueur de la fibre, I_p intensité de l'onde Pompe et g le gain Brillouin. Une définition possible du *seuil Brillouin* est la puissance de Pompe P_p à laquelle la puissance P_s des photons amplifiés atteint 1% de la puissance de Pompe : $P_s = P_0e^{gI_pL^{\text{eff}}} = 0.01 \times P_p$.

Expérimentalement, une loi empirique simple est communément admise [Agrawal, 1989] : au *seuil de la diffusion Brillouin stimulée*, on a $gI_pL^{\text{eff}} = 21$, c'est à dire, avec la surface S du coeur,

$$P_p^{seuil} = \frac{21S}{gL^{\text{eff}}} \tag{3.103}$$

Tant que gI_pL^{eff} est inférieur à 21, la puissance P_s de l'onde Stokes est considérée comme négligeable devant la puissance de l'onde Pompe. Au-delà, la déplétion de l'onde Pompe doit être prise en compte. La simulation de la figure 3.4 montre la forme de la réflectivité Brillouin : sous le seuil, la puissance Stokes reste très faible puis à partir de $5mW$ le gain $e^{gP_pL^{\text{eff}}/S}$ atteint environ $e^{21} = 1.3{\cdot}10^9$ et amplifie $1ph/s$ jusque environ $0.3nW$. Au-dessus du seuil, il faut prendre en compte la déplétion de l'onde Pompe.

Notons qu'il ne s'agit pas d'un seuil au sens « laser » du terme, où la condition est très précise : gain × pertes = 1. On a un retour Brillouin même sous le « seuil Brillouin ». Ce seuil est plus précisément défini par l'apparition de la déplétion de l'onde Pompe.

Au dessus du seuil : effet de la déplétion de l'onde Pompe

Lorsque la puissance de Pompe dépasse le seuil Brillouin, l'amplification exponentielle de (3.102) n'est plus valable, et c'est l'ensemble des deux équations (3.97) et (3.98) qui doit être résolu. Dans le cas particulier où α est nul, il est possible de trouver une solution analytique. En revanche, si α est non nul, la résolution se fait de manière numérique. Nous présentons maintenant un algorithme de résolution de cet ensemble d'équations dans le cas général. La figure 3.7 montre trois courbes de réflectivité Brillouin : une courbe calculée avec (3.102), qui n'est valable que sous le seuil, et deux courbes calculées avec l'algorithme qui va être présenté, pour respectivement $\alpha = 0$ et $\alpha = 2dB/km$. On a pris pour le gain Brillouin $g = 5 \cdot 10^{-11}m/W$ [Agrawal, 1989] (valeur commune dans les fibres). On peut remarquer sur les deux courbes simulées qu'à même géométrie, un augmentation de l'absorption induit une augmentation du seuil Brillouin.

Algorithme de simulation numérique de l'effet Brillouin dans une fibre monomode

La simulation numérique qui a permis de tracer la figure précédente fonctionne sur un principe simple : découper la fibre en mini-fibres courtes (par exemple le millième de la fibre de départ) et propager les équations (3.97) et (3.98). La procédure de calcul est la suivante :

1. On connaît $P_p(0)$ à l'entrée de la fibre, on fait l'hypothèse d'un coefficient R de réflexion du miroir Brillouin, donc aussi $P_s(0) = R \cdot P_p(0)$.
2. Avec ces deux conditions initiales, on calcule successivement pour chaque tranche dz au point z de la fibre les variations $dI_{s,p} = dz * (-gI_p(z)I_s(z) \pm \alpha I_{s,p}(z))$. On en déduit $I_{s,p}(z + dz) = I_{s,p}(z) + dI_{s,p}$.
3. Si au cours de la propagation il existe une tranche dans laquelle $I_s(z + dz)$ est négatif, alors R était sous-évalué. Il faut augmenter R et recommencer les calculs.

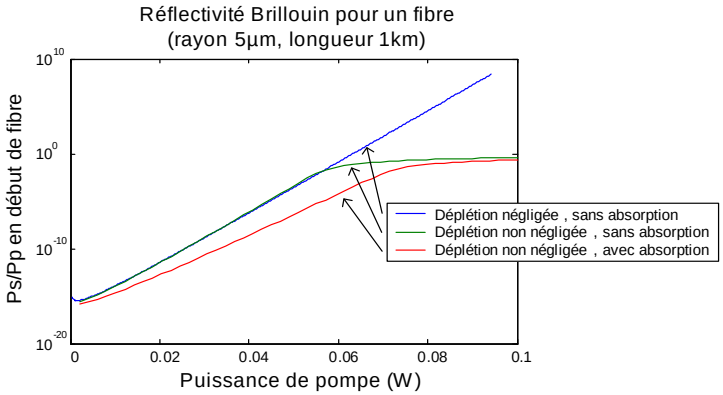


Fig. 3.7 – Rapport de la puissance Stokes à la puissance Pompe pour une fibre de rayon de coeur $5\mu m$ et de longueur 1km. Le calcul est fait avec le gain exponentiel, avec le gain variable (déplétion de l'onde Pompe) et enfin avec une légère absorption $\alpha = 2dB/km$.

4. Sinon, on propage jusqu'à la fin de la fibre. Si $I_s(L)$ est supérieur à une limite fixée (par exemple 1 photon par seconde), alors R était sur-évalué. Il faut diminuer R et recommencer. Sinon on s'arrête : on a trouvé un R raisonnable.

On constate que la limite a priori arbitraire que l'on se fixe pour la puissance de l'onde Stokes en sortie n'a pas beaucoup d'influence sur la réflectivité : des choix de 1, 10 ou 100 photons par seconde en sortie de fibre donneront sensiblement les mêmes résultats. En effet, l'amplification dépend exponentiellement de la valeur de la puissance de Pompe et linéairement du nombre de photons choisi.

Exemple de résultat

La figure 3.8 montre la répartition des puissances des ondes Pompe et Stokes le long d'une fibre monomode (rayon $5\mu m$, longueur $1km$, absorption $2dB/km$). On a tracé sur 3.8(a) les puissances transmises et réfléchies et sur 3.8(b) la répartition de la puissance Stokes sous et au-delà du seuil. En 3.8(c) : sous le seuil, la déplétion de l'onde Pompe ne se remarque pas (c'est une exponentielle lentement décroissante traduisant l'absorption) tandis qu'au dessus du seuil, une forte déplétion est visible au début de la fibre.

3.3.3 Solution analytique de la courbe de répartition sans absorption

Il est possible de trouver une solution analytique au profil des intensités Pompe et Stokes $I_p(z)$ et $I_s(z)$ dans le cas où l'absorption α est négligée. En effet, les équations (3.97) et (3.98) se mettent sous la forme suivante :

$$\frac{dI_s}{dz} = -gI_p(z)I_s(z) \tag{3.104}$$

$$\frac{dI_p}{dz} = -gI_p(z)I_s(z) \tag{3.105}$$

on en déduit facilement $\frac{dI_s}{dz} = \frac{dI_p}{dz}$ d'où :

$$I_p(z) = I_s(z) + C \tag{3.106}$$

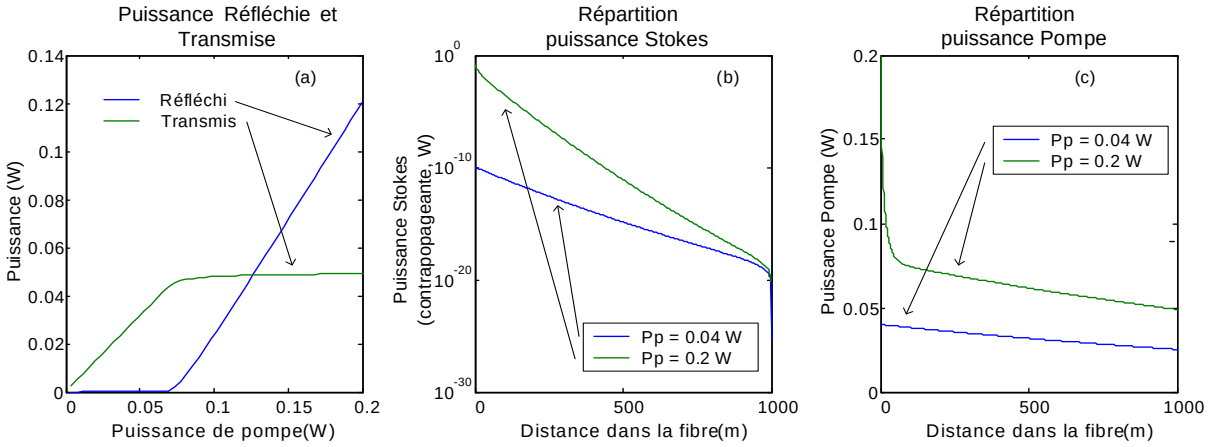


Fig. 3.8 – (a) Puissances réfléchies et transmises en fonction de la puissance Pompe pour une fibre de rayon de coeur $5\mu m$ et de longueur $1km$, avec une absorption de $2dB/km$; (b) Répartition de la puissance de l'onde Stokes le long de la fibre, pour une puissance Pompe de $0.04W$ (sous le seuil) et une puissance Pompe de $0.2W$ (seuil franchi) ; (c) Mêmes courbes pour la puissance de Pompe.

où C est la constante $C = I_p(0) - I_s(0) = I_p(0)(1-r)$ avec r réflectivité Brillouin de la fibre. On peut écrire :

$$\frac{dI_s(z)}{I_s(z)} = -gI_p(z)dz = -g(I_s(z)+C)dz = \frac{dI_p(z)}{I_p(z)} - gCdz \tag{3.107}$$

d'où :

$$\frac{I_s(z)}{I_s(0)} = \frac{I_p(z)}{I_p(0)}e^{-gCz} = \frac{I_s(z)+C}{I_s(0)+C}e^{-gCz} \tag{3.108}$$

Une simple manipulation donne ensuite :

$$I_s(z) = \frac{r(1-r)}{e^{gCz} - r}I_p(0) \tag{3.109}$$

D'autre part la courbe de réflectivité Brillouin est une droite de pente 1 et qui démarre au seuil I_p^{seuil} avec $gI_p^{seuil}L = 21$: on a $I_s(0) = rI_p(0) = I_p(0) - I_p^{seuil}$, d'où $C = I_p^{seuil}$. Le terme exponentiel du dénominateur s'écrit alors $gCz = gI_p^{seuil}z = 21z/L$. On a donc une équation simplifiée :

$$\boxed{I_s(z) = \frac{r(1-r)}{e^{21z/L} - r}I_p(0)} \tag{3.110}$$

3.4 Interaction entre deux ondes non planes : formulation

Dans ce paragraphe, on généralise l'analyse précédente au cas de deux ondes Pompe et Stokes de formes d'ondes arbitraires, illustrées sur la figure 3.9. Cette généralisation sera utilisée dans les chapitres suivants.

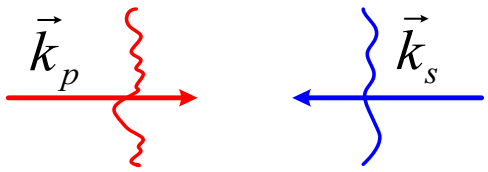


Fig. 3.9 – Ondes Pompe et Stokes considérées

Notation des ondes optiques

De manière générale, on peut décrire une onde monochromatique polarisée de forme d'onde arbitraire avec la formulation suivante.

$$E_p(\vec{r},t) = \breve{E}_p(\vec{r},t)e^{-i\omega_p t} \tag{3.111}$$
$$E_s(\vec{r},t) = \breve{E}_s(\vec{r},t)e^{-i\omega_s t} \tag{3.112}$$

La forme du front d'onde est contenue dans le terme $\breve{E}(\vec{r},t)$. Ce terme peut contenir une dépendance en t, lente devant la constante de temps $2\pi/\omega$. $\breve{E}$ peut être décomposée : par exemple, elle peut être décomposée en ondes planes (voir A.20) :

$$\breve{E}(\vec{r},t) = \sum_{\vec{k}} \widetilde{E}^{\vec{k},\omega}(\vec{r},t)e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}} \tag{3.113}$$

ou bien sur les modes d'un guide (voir B.12) :

$$\breve{E}(\vec{r},t) = \breve{E}(r,\phi,z,t) = \sum_{l,m} c_{lm}(z,t)\psi_{lm}(r,\phi)e^{i\beta_{lm}z} \tag{3.114}$$

3.4.1 Terme source : Généralisation de la formulation de P_{NL}

Résolution de l'onde acoustique

Nous avions montré dans le paragraphe 3.2.2 que $\delta p(z,t) = \frac{1}{2}\left(\overline{\delta p}(z,t)e^{i(qz-\Omega t)} + c.c.\right)$ est solution de l'équation de propagation acoustique (3.32) avec $\overline{\delta p}(z,t) = \frac{q^2\gamma_e}{2\rho_0 C}\frac{\widetilde{E}_p\widetilde{E}_s^*}{\Omega_B^2-\Omega^2-i\Omega\Gamma_B}$ (3.46) dans la configuration d'ondes Pompe et Stokes planes monochromatiques. Ici la forme de l'onde est arbitraire ; il faut écrire l'équation de propagation acoustique (3.32) en entier :

$$\frac{\partial^2\delta p}{\partial t^2} - \Gamma'\nabla^2\frac{\partial\delta p}{\partial t} - v^2\nabla^2\delta p = -\nabla^2\frac{\gamma_e}{2\rho_0 C}\left\langle\mathcal{E}^2\right\rangle \tag{3.115}$$

avec

$$\left\langle\mathcal{E}^2\right\rangle = \left\langle\left(\mathcal{E}_p+\mathcal{E}_s\right)^2\right\rangle \tag{3.116}$$
$$= \frac{1}{4}\left\langle\left(\breve{E}_p e^{-i\omega_p t} + \breve{E}_s e^{-i\omega_s t} + c.c.\right)^2\right\rangle \tag{3.117}$$
$$\approx \frac{1}{2}\left(\breve{E}_p^*\breve{E}_s e^{-i(\omega_s-\omega_p)t} + cc.\right) \tag{3.118}$$

où l'on a retiré les termes en $e^{-i(\omega_p+\omega_s)t}$ et les termes constants. Ainsi :

$$\frac{\partial^2\delta p}{\partial t^2} - \Gamma'\nabla^2\frac{\partial\delta p}{\partial t} - v^2\nabla^2\delta p = -\nabla^2\frac{\gamma_e}{2\rho_0 C}\frac{1}{2}\breve{E}_p^*\breve{E}_s e^{-i(\omega_s-\omega_p)t} + cc. \tag{3.119}$$

Il faut ensuite développer $\breve{E}_p$ et $\breve{E}_s$ selon la décomposition choisie : somme d'ondes planes ou somme de modes de fibre. Par exemple, dans le cas de la somme d'onde plane, on a

$$\breve{E}_p^* \breve{E}_s = \sum_{\vec{k_p},\vec{k_s}} \widetilde{E}^{\vec{k}_p,\omega_p *}(\vec{r},t)\widetilde{E}^{\vec{k}_s,\omega_s}(\vec{r},t)e^{-i(\vec{k}_p+\vec{k}_s)\cdot\vec{r}} \tag{3.120}$$

Alors l'équation (3.119), par linéarité, se récrit en autant de mini-équations similaires à (3.45) :

$$-2i\Omega\frac{\partial\overline{\delta p^{p,s}}}{\partial t} + (\Omega_B^{2p,s} - \Omega^2 - i\Omega\Gamma_B)\overline{\delta p^{p,s}} - 2iqv^2\frac{\partial\overline{\delta p^{p,s}}}{\partial z} = \frac{(k_p+k_s)^2\gamma_e}{2\rho_0 C}\widetilde{E}^{\vec{k}_p,\omega_p *}\widetilde{E}^{\vec{k}_s,\omega_s} \tag{3.121}$$

avec autant de définitions de $\delta p^{p,s}$:

$$\delta p^{p,s}(z,t) = \tfrac{1}{2}\left(\overline{\delta p^{p,s}}(z,t)e^{i((k_p+k_s)z-\Omega t)} + c.c.\right) \tag{3.122}$$

et de solutions :

$$\overline{\delta p^{p,s}}(z,t) = \frac{(k_p+k_s)^2\gamma_e}{2\rho_0 C}\frac{\widetilde{E}^{\vec{k}_p,\omega_p *}\widetilde{E}^{\vec{k}_s,\omega_s}}{\Omega_B^{2p,s} - \Omega^2 - i\Omega\Gamma_B} \tag{3.123}$$

Puis, en écrivant que la pression totale est la somme de toutes ces solutions, on peut écrire :

$$\delta p(\vec{r},t) = \frac{1}{2}\left(\sum_{\vec{k_p},\vec{k_s}} \frac{|\vec{k}_s+\vec{k}_p|^2\gamma_e}{2\rho_0 C}\frac{\widetilde{E}^{\vec{k}_p,\omega_p *}(\vec{r},t)\widetilde{E}^{\vec{k}_s,\omega_s}(\vec{r},t)}{\Omega_B^{2p,s} - \Omega^2 + i\Omega\Gamma_B}e^{-i(\vec{k}_p+\vec{k}_s)\cdot\vec{r}-i\Omega t} + c.c.\right) \tag{3.124}$$

Le même raisonnement avec la décomposition en modes guidés donne une expression similaire.

Hypothèse simplificatrice

Nous allons ici faire une hypothèse simplificatrice très efficace :

$$|\vec{k}_s + \vec{k}_p| \approx 2k_p \tag{3.125}$$

Ce qui est équivalent à, dans le cas guidé :

$$\beta^s_{l'm'} + \beta^p_{lm} \approx 2\beta^p_{01} \tag{3.126}$$

Cette hypothèse a pour conséquence importante de négliger la dépendance de Ω_B avec les ondes qui interfèrent : on rappelle que $\Omega_B^{p,s} = v\cdot|\vec{k}_s+\vec{k}_p| = 2n\omega\frac{v}{c}cos(\theta/2)$ (cas espace libre) et $\Omega_B^{p,s} = v\cdot(\beta^s_{l'm'}+\beta^p_{lm})$ (cas guidé). Nous considérerons que cette hypothèse est valable quand on néglige des variations de $\Omega_B^{p,s} \approx 15GHz$ qui sont de l'ordre de la largeur spectrale $\Gamma_B \approx 20MHz$, c'est à dire des variations de Ω_B de l'ordre de 10^{-3}. Nous allons donc faire cette hypothèse à condition que :

$$\theta < 0.1 \tag{3.127}$$
$$ON < 0.07 \tag{3.128}$$

En effet, $\theta < 0.1$ assure que $\cos(\theta/2) \approx 1-\theta^2/8 > 0.999$ et $ON < 0.07$ assure que $(\beta_{l'm'} - \beta_{lm})/\beta_{lm} < ON^2/4 = 10^{-3}$.

Dans le cas de l'espace, nous allons nous restreindre à des ouvertures de focalisation inférieures à 0.1, ce qui n'est pas contraignant. En revanche, dans le cas guidé, la condition

$ON < O.07$ est trop contraignante et nous allons utiliser ces résultats pour des ouvertures plus importantes. Nous justifions ce choix dans le paragraphe 3.5.

Cette hypothèse simplifie la notation. Ω_B ne dépend plus que de l'indice de réfraction n.

$$\delta p(\vec{r},t) = \frac{1}{2}\left(\frac{4k_p^2\gamma_e}{2\rho_0 C}\frac{1}{\Omega_B^2-\Omega^2+i\Omega\Gamma_B}\sum_{\vec{k_p},\vec{k_s}}\widetilde{E}^{\vec{k}_p,\omega_p*}(\vec{r},t)\widetilde{E}^{\vec{k}_s,\omega_s}(\vec{r},t)e^{-i(\vec{k}_p+\vec{k}_s)\cdot\vec{r}-i\Omega t}+c.c.\right) \quad (3.129)$$

$$= \frac{4k_p^2\gamma_e}{4\rho_0 C}\frac{1}{\Omega_B^2-\Omega^2+i\Omega\Gamma_B}\breve{E}_p^*\breve{E}_s(\vec{r},t)e^{-i\Omega t}+c.c. \quad (3.130)$$

$$(3.131)$$

qui est valable dans le cas de la propagation libre comme de la propagation guidée.

Densité de polarisation non linéaire

Avec $\vec{\mathcal{P}}_{NL} = C\gamma_e\delta p\vec{\mathcal{E}}$, on peut écrire en notation complexe :

$$\vec{P}_{NL}^{s} = \frac{4k_p^2\gamma_e^2}{4\rho_0}\frac{1}{\Omega_B^2-\Omega^2+i\Omega\Gamma_B}\breve{E}_p^*\breve{E}_s\breve{E}_p e^{-i\omega_s t} \quad (3.132)$$

soit :

$$\boxed{P_{NL}^{(\omega_s)} = \frac{3}{2}\epsilon_0\chi^{(3)}(\Omega)E_pE_p^*E_s(\vec{r},t)} \quad (3.133)$$

avec

$$\boxed{\chi^{(3)}(\Omega) = \chi^{(3)}_{\Omega=\Omega_B}\cdot\frac{1}{1-2i(\Omega_B-\Omega)/\Gamma_B}} \quad (3.134)$$

$$\boxed{\chi^{(3)}_{\Omega=\Omega_B} = \frac{2k_p^2\gamma_e^2}{3\epsilon_0\rho_0 i\Omega_B\Gamma_B}} \quad (3.135)$$

3.4.2 Évolution des enveloppes : cas de l'espace libre et cas du guide

Ici nous résolvons l'équation de propagation optique avec l'hypothèse des enveloppes lentement variables.

Résolution de l'équation de Maxwell

La notation des champs (3.111) et (3.112) est scalaire (la polarisation n'est pas prise en compte). Nous utilisons l'équation de propagation non linéaire de Maxwell (A.13) récrite avec des variables complexes pour lier l'évolution des champs à la densité de polarisation non linéaire précédente (voir 3.133).

$$\nabla^2 E(\vec{r},t) - \frac{n^2}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}E(\vec{r},t) = \mu_0\frac{\partial^2}{\partial t^2}P_{NL}(\vec{r},t) \quad (3.136)$$

Nous rappelons l'hypothèse prise : Ω_B ne dépend pas des termes de la décomposition considérés. Cela restreint l'étude à des angles inférieurs à $0.1rad$ et des ouvertures inférieures à 0.07.

Cas de la propagation en espace libre : décomposition en ondes plane

Reprenons donc la décomposition en ondes planes la plus simple

$$E_s(\vec{r},t) = \breve{E}_s(\vec{r},t)e^{-i\omega_s t} \tag{3.137}$$
$$= \sum_{\vec{k}_s} \widetilde{E}_s^{\vec{k}_s}(\vec{r},t)e^{-i\vec{k}_s\cdot\vec{r}}e^{-i\omega_s t} \tag{3.138}$$

et injectons la dans 3.136 après remplacement de P_{NL} par 3.133. Nous gardons l'expression complète de $E_p(\vec{r},t)$.

$$\sum_{\vec{k}_s}\left[\nabla^2\left(\widetilde{E}_s^{\vec{k}_s}(\vec{r},t)e^{i(-\vec{k}_s\cdot\vec{r}-\omega_s t)}\right) - \frac{n^2}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\left(\widetilde{E}_s^{\vec{k}_s}(\vec{r},t)e^{i(-\vec{k}_s\cdot\vec{r}-\omega_s t)}\right)\right]$$
$$= \sum_{\vec{k}_s}\left[\mu_0\frac{\partial^2}{\partial t^2}\frac{3}{2}\epsilon_0\chi^{(3)}E_pE_p^*(\vec{r},t)\left(\widetilde{E}_s^{\vec{k}_s}(\vec{r},t)e^{i(-\vec{k}_s\cdot\vec{r}-\omega_s t)}\right)\right] \tag{3.139}$$

soit

$$\sum_{\vec{k}_s}\left[\begin{array}{l}\widetilde{E}_s^{\vec{k}_s}(\vec{r},t)\nabla^2\left(e^{i(-\vec{k}_s\cdot\vec{r}-\omega_s t)}\right)\\ +\nabla^2\left(\widetilde{E}_s^{\vec{k}_s}(\vec{r},t)\right)e^{i(-\vec{k}_s\cdot\vec{r}-\omega_s t)}\\ +2\nabla\widetilde{E}_s^{\vec{k}_s}(\vec{r},t)\nabla e^{i(-\vec{k}_s\cdot\vec{r}-\omega_s t)}\end{array} + \frac{n^2}{c^2}\left(\begin{array}{l}\widetilde{E}_s^{\vec{k}_s}(\vec{r},t)\frac{\partial^2}{\partial t^2}\left(e^{i(-\vec{k}_s\cdot\vec{r}-\omega_s t)}\right)\\ +\frac{\partial^2}{\partial t^2}\left(\widetilde{E}_s^{\vec{k}_s}(\vec{r},t)\right)e^{i(-\vec{k}_s\cdot\vec{r}-\omega_s t)}\\ +2\frac{\partial}{\partial t}\widetilde{E}_s^{\vec{k}_s}(\vec{r},t)\frac{\partial}{\partial t}e^{i(-\vec{k}_s\cdot\vec{r}-\omega_s t)}\end{array}\right)\right] =$$
$$\frac{3}{2c^2}\chi^{(3)}\sum_{\vec{k}_s}\left[\begin{array}{l}E_pE_p^*\widetilde{E}_s^{\vec{k}_s}(\vec{r},t)\frac{\partial^2}{\partial t^2}\left(e^{i(-\vec{k}_s\cdot\vec{r}-\omega_s t)}\right)\\ +\frac{\partial^2}{\partial t^2}\left(E_pE_p^*\widetilde{E}_s^{\vec{k}_s}(\vec{r},t)\right)e^{i(-\vec{k}_s\cdot\vec{r}-\omega_s t)}\\ +2\frac{\partial}{\partial t}E_pE_p^*\widetilde{E}_s^{\vec{k}_s}(\vec{r},t)\frac{\partial}{\partial t}e^{i(-\vec{k}_s\cdot\vec{r}-\omega_s t)}\end{array}\right] \tag{3.140}$$

Cette formule est une généralisation de la formule (3.68). La première ligne de la partie gauche de l'équation s'annule : c'est l'équation de propagation d'une onde plane progressive monochromatique. La troisième ligne de la partie gauche et la première ligne de la partie droite constituent l'ordre 1 de l'équation tandis que la seconde de gauche et les deux dernières lignes de la partie droite représentent l'ordre 2 (approximation de l'enveloppe lentement variable, qui dit que $\nabla \ll k$ et $\frac{\partial}{\partial t} \ll \omega$). Il reste :

$$\sum_{\vec{k}_s}\left[2\nabla\widetilde{E}_s^{\vec{k}_s}(\vec{r},t)\nabla e^{i(-\vec{k}_s\cdot\vec{r}-\omega_s t)} + \frac{n^2}{c^2}2\frac{\partial}{\partial t}\widetilde{E}_s^{\vec{k}_s}(\vec{r},t)\frac{\partial}{\partial t}e^{i(-\vec{k}_s\cdot\vec{r}-\omega_s t)}\right] =$$
$$\sum_{\vec{k}_s}\left[\frac{3}{2c^2}\chi^{(3)}E_pE_p^*\widetilde{E}_s^{\vec{k}_s}(\vec{r},t)\frac{\partial^2}{\partial t^2}\left(e^{i(-\vec{k}_s\cdot\vec{r}-\omega_s t)}\right)\right] \tag{3.141}$$

autrement dit, après manipulation du ∇ où l'on définit $\frac{\partial}{\partial r_{\vec{k}}}$ dérivée partielle selon r dans la direction $\vec{k}$ (revient à changer de base de dérivation pour chaque $\vec{k}$, et prendre alors $\hat{x} = \vec{k}/k$),

$$\sum_{\vec{k}_s}\left[-2ik_s\frac{\partial}{\partial r_{\vec{k}}}\widetilde{E}_s^{\vec{k}_s}(\vec{r},t)e^{-i\vec{k}_s\cdot\vec{r}} - 2i\omega_s\frac{n^2}{c^2}\frac{\partial}{\partial t}\widetilde{E}_s^{\vec{k}_s}(\vec{r},t)e^{-i\vec{k}_s\cdot\vec{r}}\right] = \sum_{\vec{k}_s}\left[-\omega_s^2\frac{3}{2c^2}\chi^{(3)}E_pE_p^*\widetilde{E}_s^{\vec{k}_s}(\vec{r},t)e^{-i\vec{k}_s\cdot\vec{r}}\right] \tag{3.142}$$

Dans le cadre de ces travaux nous restons en régime stationnaire : la dépendance temporelle (terme en $\partial/\partial t$) ne sera pas prise en compte. On peut de plus factoriser k_s car il est constant

sur les différentes directions de la décomposition. Il reste donc :

$$\sum_{\vec{k}_s}\left[\left(\frac{\partial}{\partial r_{\vec{k}_s}}\widetilde{E}_s^{\vec{k}_s}(\vec{r})\right)e^{-i\vec{k}_s\cdot\vec{r}}\right]=\frac{\omega_s^2}{2ik_s}\frac{3}{2c^2}\chi^{(3)}E_pE_p^*\sum_{\vec{k}_s}\left[\widetilde{E}_s^{\vec{k}_s}(\vec{r})e^{-i\vec{k}_s\cdot\vec{r}}\right] \tag{3.143}$$

$$\sum_{\vec{k}_s}\left[\frac{\partial}{\partial r_{\vec{k}_s}}\widetilde{E}_s^{\vec{k}_s}(\vec{r})e^{-i\vec{k}_s\cdot\vec{r}}\right]=\frac{3\omega_s}{4in_sc}\chi^{(3)}E_p(\vec{r})E_p^*(\vec{r})\breve{E}_s(\vec{r}) \tag{3.144}$$

$$\boxed{\sum_{\vec{k}_s}\left[\frac{\partial}{\partial r_{\vec{k}_s}}\widetilde{E}_s^{\vec{k}_s}(\vec{r})e^{i(-\vec{k}_s\cdot\vec{r}-\omega_st)}\right]=\frac{3\omega_s}{4in_sc}\chi^{(3)}(\Omega)E_p(\vec{r})E_p^*(\vec{r})E_s(\vec{r},t)} \tag{3.145}$$

avec l'hypothèse de l'angle faible ($\theta < 0.1$). Cette expression sera utilisée dans le chapitre suivant.

Cas de la propagation guidée : décomposition en modes guidés

Dans le cas de la décomposition sur les modes de la fibre, on prend :

$$\begin{aligned}E_s(\vec{r},t) &= \breve{E}_s(\vec{r},t)e^{-i\omega_st} &(3.146)\\ &= \breve{E}(r,\phi,z,t)e^{-i\omega_st} &(3.147)\\ &= \sum_{l,m}c_{lm}(z,t)\psi_{lm}(r,\phi)e^{-i\beta_{lm}z}e^{-i\omega_st} &(3.148)\end{aligned}$$

Les équations s'écrivent de la même manière :

$$\begin{aligned}\sum_{l,m}\left[-2i\beta_{lm}\frac{dc_{lm}(z,t)}{dz}\psi_{lm}(r,\phi)e^{-i\beta_{lm}z}-2i\omega_s\frac{n(r)^2}{c^2}\frac{\partial c_{lm}(z,t)}{\partial t}\psi_{lm}(r,\phi)e^{-i\beta_{lm}z}\right]&\\ =\sum_{l,m}\left[-\omega_s^2\frac{3}{2c^2}\chi^{(3)}E_pE_p^*c_{lm}(z,t)\psi_{lm}(r,\phi)e^{-i\beta_{lm}z}\right] &(3.149)\end{aligned}$$

et en ne considérant pas les variations temporelles, on retrouve

$$\sum_{l,m}\left[\beta_{lm}\frac{dc_{lm}(z)}{dz}\psi_{lm}(r,\phi)e^{-i\beta_{lm}z}\right]=\frac{\omega_s^2}{2i}\frac{3}{2c^2}\chi^{(3)}E_pE_p^*\sum_{l,m}\left[c_{lm}(z,t)\psi_{lm}(r,\phi)e^{-i\beta_{lm}z}\right] \tag{3.150}$$

et au final

$$\sum_{l,m}\left[\beta_{lm}\frac{dc_{lm}(z)}{dz}\psi_{lm}(r,\phi)e^{-i\beta_{lm}z}\right]=\frac{3\omega_s^2}{4ic^2}\chi^{(3)}E_p(r,\phi,z)E_p^*(r,\phi,z)\breve{E}_s(r,\phi,z) \tag{3.151}$$

$$\boxed{\sum_{l,m}\left[\beta_{lm}\frac{dc_{lm}(z)}{dz}\psi_{lm}(r,\phi)e^{i(-\beta_{lm}z-\omega_st)}\right]=\frac{3\omega_s^2}{4ic^2}\chi^{(3)}(\Omega)E_p(r,\phi,z)E_p^*(r,\phi,z)E_s(r,\phi,z,t)} \tag{3.152}$$

Cette expression sera utilisée dans le chapitre traitant de la modélisation de l'effet Brillouin dans un guide mulitmode. Dans le paragraphe suivant, nous justifions l'approximation de Ω_B constant dans le cas du guide, même en dehors de l'hypothèse $ON < 0.07$.

3.5 Considérations spectrales

Ce paragraphe mentionne la question délicate du spectre Brillouin. Nous rappelons d'abord la formulation du décalage Brillouin ainsi que la dépendance de la largeur spectrale Brillouin avec la largeur spectrale de l'onde Pompe. Ensuite, nous mentionnons la dépendance du décalage avec les constantes de propagation dans le cas d'une fibre ; c'est le point délicat : il apparaît dans la littérature des visions contradictoires. Néanmoins, ce point doit être clarifié pour la suite du modèle. Il conditionne le gain Brillouin de chaque mode.

3.5.1 Décalage en Fréquence de l'onde Stokes

Nous avons vu (3.44) que l'onde Stokes est décalée en fréquence de Ω_B par rapport à l'onde Pompe avec Ω_B lié à la vitesse de l'onde acoustique dans le matériau :

$$\Omega_B = (k_p + k_s)\, v \approx= \frac{4\pi n}{\lambda} v \tag{3.153}$$

Ce décalage en fréquence (décalage Brillouin) dans la silice est de l'ordre de $10GHz$ vers les basses fréquences à une longueur d'onde de $1.5\mu m$. Ce décalage varie en $1/\lambda$ et vaut environ $15GHz$ à $1.06\mu m$. A cette longueur d'onde, avons mesuré $13GHz$ et $17GHz$ dans deux types de fibre différents. L'écart provient de la vitesse de l'onde acoustique qui dépend de la composition chimique du verre.

3.5.2 Dépendance du gain avec la largeur spectrale du laser pompe

Nous mentionnons ici l'effet de la largeur spectrale de pompe sur le gain Brillouin. Ce dernier étant un effet cumulatif sur la longueur d'interaction, cela revient aussi à se demander comment varie l'effet avec la longueur de cohérence du laser pompe. Dans le cas d'une onde Pompe de profil spectral lorentzien de largeur FWHM $\Delta\nu_p$, on peut calculer que le gain Brillouin est multiplié par un facteur inférieur à 1 ([Agrawal, 1989] p. 267) :

$$g_B^{\Delta\nu_p} = \frac{\Delta\nu_B}{\Delta\nu_B + \Delta\nu_p} g_B^0 \tag{3.154}$$

où g_B^0 est le gain quand la longueur de cohérence pompe est infinie, et $\Delta\nu_B$ est la largeur FWHM du spectre d'amplification Brillouin : $\Delta\nu_B = 1/(\pi T_B)$ où T_B est le temps de vie du phonon acoustique. Ainsi, grosso modo, si la largeur de l'onde pompe est 10 fois plus importante que la largeur naturelle Brillouin, le gain Brillouin est divisé par 10 et le seuil multiplié par 10. En général, on a $\Delta\nu_B \approx 10MHz$. Dans le cadre de notre modèle et de nos expériences, la largeur de pompe est de l'ordre de quelques kHz et nous pouvons donc considérer que l'onde Pompe est monochromatique. Nous allons faire de même dans le modèle. Notons que le spectre de gain dépend de la réflectivité (voir figure 3.10). La largeur $\Delta\nu_B \approx 10MHz$ est atteinte à grande réflectivité.

3.5.3 Spectre de gain pour chaque mode

Au paragraphe précédent, nous avions fait l'hypothèse de négliger la dépendance du décalage Brillouin Ω_B avec les modes de la fibre, à condition que $ON < 0.07$ (3.128). Nous expliquons ici pourquoi nous étendons cette approximation pour des ouvertures plus importantes. Nous mentionnons dans un premier temps la dépendance de Ω_B avec les modes considérés. Ensuite, nous citons les raisons d'élargissement spectral, qui tendent à diminuer les effets de décalage. Enfin, en nous appuyant sur les résultats expérimentaux, nous justifions le fait de ne pas prendre en compte les effets de spectre dans la suite du modèle.

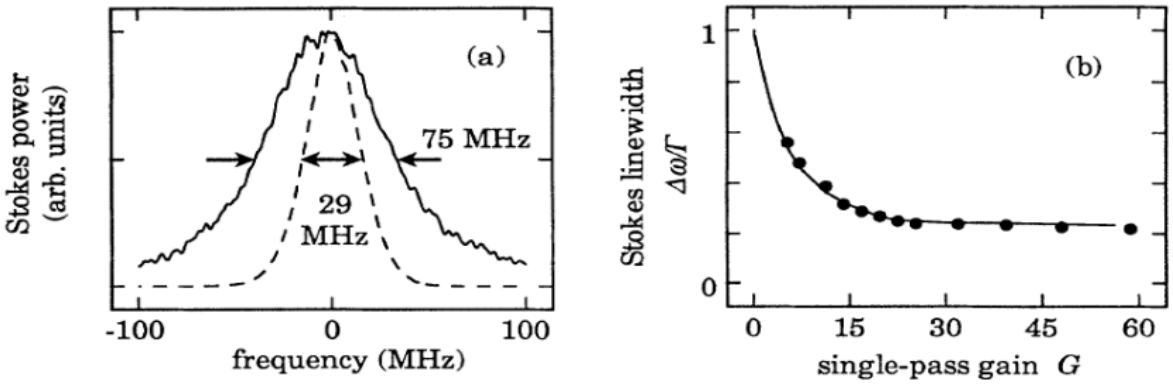


FIG. 2. (a) Stokes spectrum for low input laser power (5.8 mW, solid line) and high input laser power (66 mW, dotted line). (b) Dependence of the stokes linewidth on the single-pass gain. The solid circles show the measured values and the solid line shows the prediction of theory.

Fig. 3.10 – Exemple de spectre d'onde Stokes Brillouin. La figure (a) montre le spectre de l'onde Stokes analysée par un Fabry-Pérot dans la référence [Gaeta91].

Séparation des gains pour les différents modes

Dans le cas de la fibre, les différents modes Pompe interfèrent avec les différents modes Stokes. Chaque mode possède un front d'onde plan : les interférences entre un mode Pompe i et un mode Stokes j sont planes et ont un vecteur d'onde $q_{ij} = \beta_i^p + \beta_j^s$. Le décalage Brillouin résonnant est alors situé en

$$\Omega_{Bij} = q_{ij} v = \left(\beta_i^p + \beta_j^s\right) v \tag{3.155}$$

En supposant que v est constante dans la fibre, les différents modes Stokes auront des gains spectraux légèrement décalés, car $\beta_i^p + \beta_j^s$ varie généralement entre $n_g k_0$ et $n_c k_0$, c'est à dire de 1% environ pour une ouverture numérique $ON = 0.2$. Ω_{Bij} varie donc de 1% également soit d'environ $150MHz$ ($\Omega_B \approx 15GHz$). Ce décalage n'est plus négligeable devant les $80MHz$ de largeur Brillouin spontanée ou les $10MHz$ de largeur Brillouin amplifiée : la figure 3.11 montre la dépendance spectrale du gain $h_B(\Omega)$ pour différents modes de la fibre. Nous avons utilisé une largeur de raie $\Gamma_B = 80MHz$. Plus les modes sont élevés, plus ils sont localisés sur les bords de la fibre, donc plus faible est leur indice effectif, et enfin plus faible est leur le décalage Brillouin. Ainsi, les gains sont dissociés en amplification. Or nous avons constaté expérimentalement que l'onde Stokes ne revient que sur une composante spectrale, de largeur inférieure à $20MHz$. A cette fréquence, les gains sont alors très déséquilibrés. Nous verrons que cette information est importante dans le cadre du modèle Brillouin dans les fibre multimodes.

Causes d'élargissement

Il existe un certain nombre d'articles qui considèrent les raisons de l'élargissement :

Fibres monomodes. Dans les fibres monomodes, pour commencer, plusieurs phénomènes ont été reportés ou prévus :

– Un « hole burning » spectral a été observé par Kovalev et Harrisson en 1999 ([Kovalev et Harrison, 2000b]) qu'il explique par une dispersion des vecteurs d'ondes dans la fibre. Cette

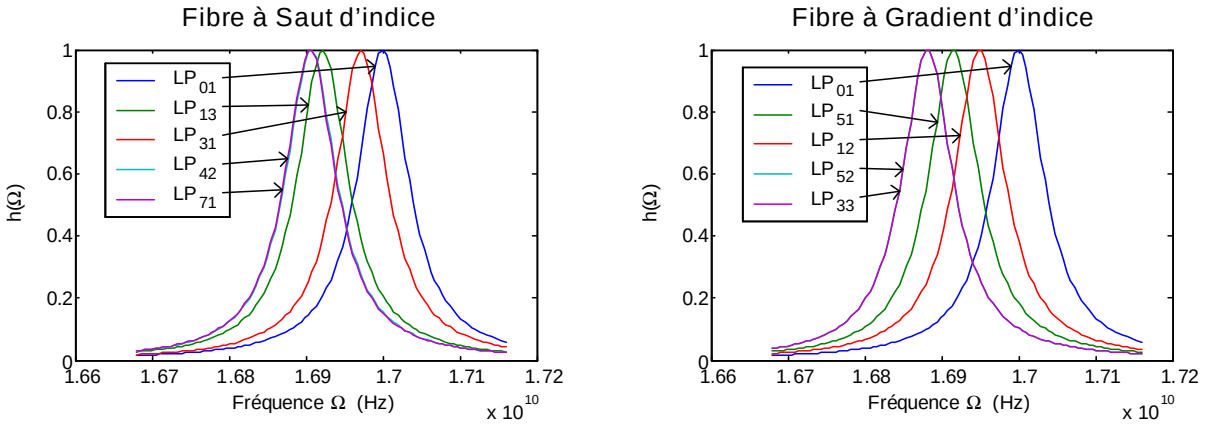


Fig. 3.11 – Spectre d'amplification pour quelques modes d'une FSI (gauche) et d'une FGI (droite)

explication a été contestée par Randoux et Zemmouri en 2002 ([Randoux *et al.*, 2002]) qui disent l'expliquer avec un modèle à une dimension. En même temps, Andrei Fotiadi publie un modèle à une dimension ([Fotiadi *et al.*, 2002]) dont les résultats divergent légèrement d'avec Kovalev.

– La diffraction de l'onde acoustique dans la fibre est également responsable d'un élargissement comme l'a prévu Zel'dovich en 1986 [Zel'dovich et Pilipetskii, 1986; Fotiadi, 2001].
– Enfin, il faut signaler l'article de Botineau [Botineau *et al.*, 1995] qui pour sa part prend en compte les inhomogénéités de vitesse acoustique dans la fibre, qui seraient dues à la concentration en GeO_2. Dans ce cas, le centre de la fibre et le bord n'ont pas la même fréquence de résonance (et c'est surtout vrai en FGI, car en FSI l'indice donc le dopant est à peu près constant) et le mode fondamental voit son spectre élargi. C'est probablement l'effet mesuré par Kovalev [Kovalev et Harrison, 2002] qui mesure un élargissement croissant jusque $250MHz$ pour différentes ouvertures numériques de fibres à gradient d'indice. Il explique cet élargissement par les « angles des modes » (référence à l'ouverture numérique). Son explication est fortement troublante car dans la fibre le front d'onde des modes est plan.

Fibres multimodes. Quant aux fibres multimodes, elles subissent bien sûr les différents élargissements précédents.

– L'élargissement dû au dopage a un comportement très différent en fibre à saut d'indice et en fibre à gradient d'indice. La figure 3.12 montre un exemple de résultat numérique qui prend en compte les différentes vitesses de propagation de l'onde acoustique. Sans être précis, ce calcul montre l'allure de l'effet d'une dispersion de la vitesse acoustique avec le dopage (donc l'indice). C'est un élargissement des calculs de Botineau [Botineau *et al.*, 1995] au cas d'une fibre multimode.
– L'élargissement dû à la somme des gains des différents modes décalés respectivement de Ω_{Bij}. Il a été mentionné en 1986 par Krivoshchekov [Krivoshchekov *et al.*, 1986] et simulé en 1997 par Fotiadi [Fotiadi et Kuzin, 1997].

Résultats expérimentaux

Il est difficile d'arbitrer entre le phénomène de séparation et les phénomènes d'élargissement pour prévoir théoriquement ce qu'il se passe dans la fibre. Pourtant il est important de savoir ce

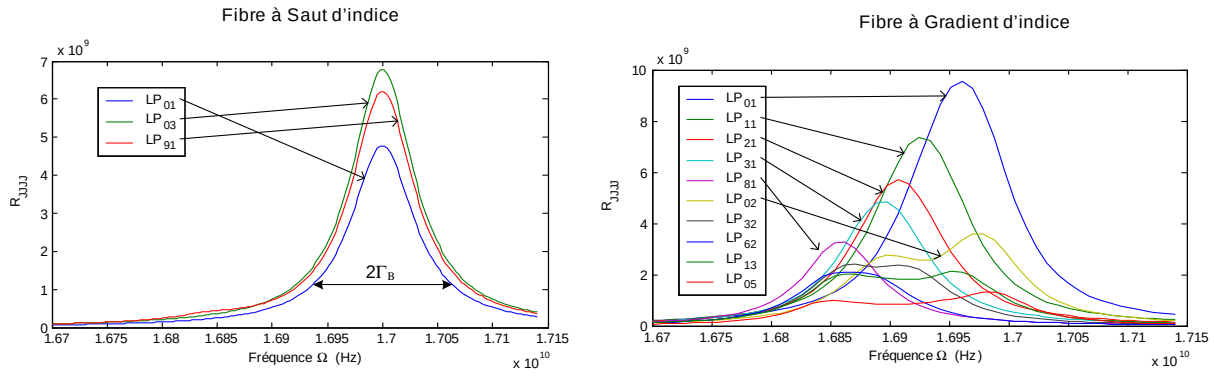


Fig. 3.12 – Gain Brillouin pour des modes différents de la fibre multimode en fonction du décalage Ω autour de $\Omega_B = 17.0GHz$. Nous avons ici pris en compte une dispersion de la vitesse acoustique avec l'indice. A gauche, FSI, $V = 13$: on ne voit que l'effet de l'élargissement acoustique $\Gamma_B = 70MHz$. A droite, FGI, $V = 19$: l'effet de décalage est net.

qu'il en est, en particulier pour le gain relatif de chaque mode, à une fréquence Brillouin précise. Nous avons constaté expérimentalement, en continu comme en quasi-continu, en fibre à saut d'indice comme en fibre (FSI) à gradient d'indice (FGI), que les ondes Stokes avaient toujours une largeur spectrale inférieure à $20MHz$. Ces expériences sont rapportées dans le paragraphe C.

En FSI, nous avons constaté soit un retour Stokes cohérent, réparti sur un grand nombre de modes de la fibre, soit un retour Stokes incohérent, réparti sur tous les modes de la fibre. Dans les deux cas, la largeur Stokes est restée inférieure à $20MHz$. *Nous n'avons pas observé d'élargissement* dépendant du mode (figure 3.11). On peut en conclure que le gain est équitablement réparti sur tous les modes (pas de mode privilégié en retour incohérent). Les explications possible sont :

- le mélange de mode, qui « moyenne » tous les effets spécifiques à un mode,
- l'élargissement spectral du gain de tous les modes au delà de la séparation de $150MHz$ ($\Gamma_B > (n_c - n_g)/n_c\Omega_B = 150MHz$).

Cela est appuyé par le fait que la conjugaison de phase fonctionne en régime impulsionnel, alors que nous verrons qu'un déséquilibre de gain entre les modes de 50% détruit la fidélité.

En FGI, la conclusion est plus délicate : il est difficile d'avoir plusieurs modes Stokes en retour simultanément. Les mesures spectrales n'ont pas montré d'élargissement, mais avions nous réellement plusieurs modes Stokes simultanément réfléchis ?

Conclusions spectrales

La prise en compte de tous ces phénomènes est concrètement très difficile. Nous prenons donc le parti de ne pas compliquer l'analyse développée plus bas avec des considérations spectrales : d'une part elles se moyennent dans la FSI et d'autre part elles ne font que renforcer les résultats en FGI. Nous considérerons dorénavant que le gain Brillouin est constant pour tous les modes. Cela revient à dire que le gain Brillouin a un spectre plat, autrement dit que l'onde acoustique réagit immédiatement à l'excitation par électrostriction.

Chapitre 4

La conjugaison de phase par effet Brillouin

Le but de ce chapitre est de comprendre les raisons pour lesquelles la diffusion Brillouin stimulée engendre un effet de conjugaison de phase. Nous présentons ici une vision originale du phénomène sous forme de « réseaux ». Cette vision clarifie les équations et permet également de comprendre ce qui se passe dans la fibre. Elle part d'une décomposition des formules (déjà traitées au chapitre précédent) appliquées au cas d'une propagation non guidée.

Nous allons mener cette étude comme suit : dans un premier paragraphe 4.1, nous définirons les termes de *conjugaison de phase* et de *fidélité*. Ensuite nous retracerons dans 4.2 la plupart des travaux théoriques et expérimentaux qui ont été menés sur le sujet. Il s'agit essentiellement de travaux russes des années 80. La vision « réseau » sera developpée à partir des formules dans le cas d'une interaction simple entre deux ondes (par. 4.4) et dans le cas général d'ondes de forme quelconques (par. 4.5). Le paragraphe 4.3 présentera la vision classique de Zel'dovich qui est généralement utilisée pour expliquer le phénomène. Enfin, les paragraphes 4.6 et 4.7 traiteront respectivement des causes responsables d'une non-conjugaison et du problème de la polarisation de l'onde Pompe (conjugaison de phase vectorielle).

4.1 Introduction à la conjugaison de phase 100
4.1.1 Qu'est ce qu'un miroir à conjugaison de phase ? 100
4.1.2 Correction d'aberrations 101
4.1.3 Formulation de la conjugaison de phase 101
4.1.4 Fidélité de conjugaison de phase 102
4.2 Historique de la conjugaison de phase par diffusion stimulée (Brillouin ou Raman) 104
4.2.1 Conjugaison de phase dans un milieu non guidant 104
4.2.2 Conjugaison de phase dans les fibres 106
4.3 La conjugaison de phase par SBS - Interprétation de Zel'dovich . . 107
4.4 La conjugaison de phase par SBS - une interprétation « réseaux ». Interaction de deux ondes planes non guidées 109
4.4.1 Situation $k_{p_1} = k_{p_2}$ et $k_{s_1} = k_{s_2}$ 111
4.4.2 Situation $k_{p_1} \neq k_{p_2}$ et $k_{s_1} = k_{s_2}$ 111
4.4.3 Situation $k_{p_1} = k_{p_2}$ et $k_{s_1} \neq k_{s_2}$ 112
4.4.4 Situation générale $k_{p_1} \neq k_{p_2}$ et $k_{s_1} \neq k_{s_2}$ 112
4.4.5 Cas favorable contrapropagatif $\vec{k}_{p_2} = \vec{k}_{s_2}$ et $\vec{k}_{p_1} = \vec{k}_{s_1}$ 113
4.4.6 Conclusion de l'étude de l'interaction de deux ondes planes non guidées 116
4.5 La conjugaison de phase par SBS - une interprétation « réseaux ». Extension à des formes arbitraires d'ondes non guidées 116

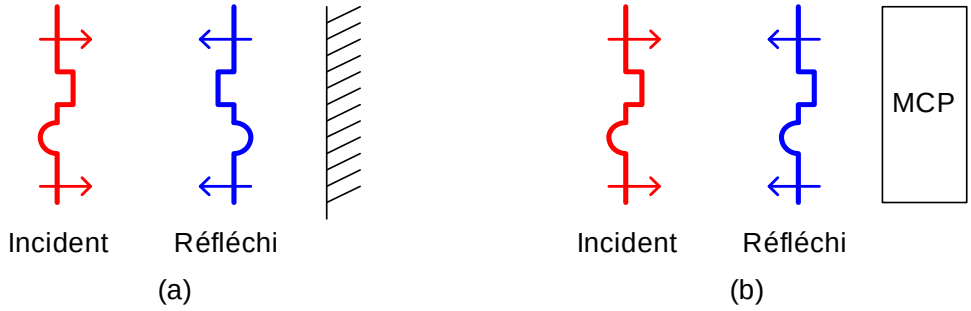


Fig. 4.1 – Différence entre un miroir conventionnel et un miroir à conjugaison de phase (MCP). Les avances et retards de phase sont (a) conservées par le miroir conventionnel et (b) inversées par le miroir à conjugaison de phase.

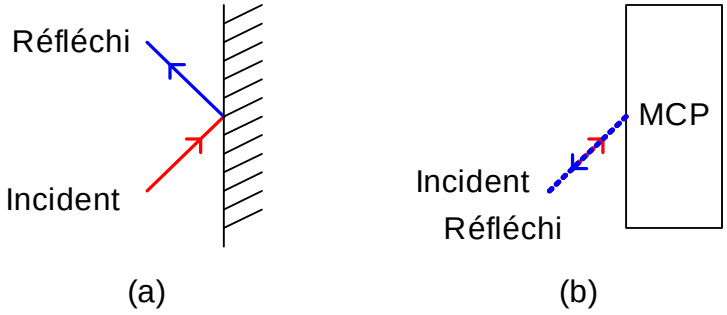


Fig. 4.2 – Réflexion d'un rayon sur (a) un miroir conventionnel et (b) un miroir à conjugaison de phase.

4.6 Causes de non-conjugaison 121
4.7 Onde Pompe dépolarisée, conjugaison de phase vectorielle 122

4.1 Introduction à la conjugaison de phase

Nous présentons rapidement dans ce paragraphe le miroir à conjugaison de phase, son utilité ainsi que sa formulation dans le cas des décompositions que nous avons déjà mentionnées. Nous définissons et formulons également la fidélité de la conjugaison de phase, dans l'optique des chapitres suivants.

4.1.1 Qu'est ce qu'un miroir à conjugaison de phase ?

Définissons le par opposition au miroir conventionnel : les figures 4.1 et 4.2 montrent la différence entre un miroir conventionnel et un miroir à conjugaison de phase (MCP). En terme de front d'onde, d'une part, le miroir conventionnel conserve les avances et retards de phase : si une partie du faisceau incident est en avance de phase sur le reste du faisceau, alors cette même partie le sera aussi sur le faisceau réfléchi. En revanche, le miroir à conjugaison de phase inverse les avances : la partie en avance de phase se retrouvera en retard de phase dans le faisceau réfléchi. En terme de rayon, d'autre part, on peut définir un miroir à conjugaison de phase comme miroir qui renvoie chaque faisceau incident sur lui-même, quel que soit son angle d'incidence.

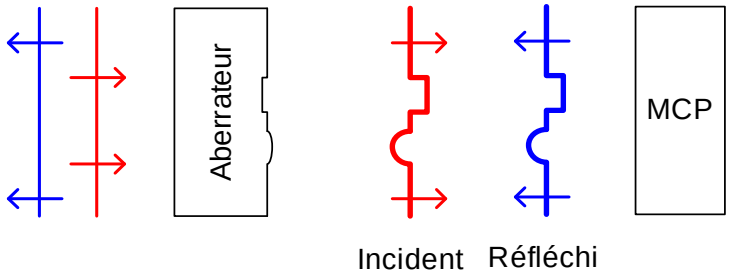


Fig. 4.3 – Correction d'aberrations par un miroir à conjugaison de phase.

4.1.2 Correction d'aberrations

L'intérêt principal d'un miroir à conjugaison de phase est de pouvoir compenser les aberrations d'un milieu de phase non uniforme par double passage. Ceci est illustré sur la figure 4.3. Il est important de noter que le MCP ne compense que les phases et non les amplitudes : si le milieu aberrant est également absorbant (de façon non homogène), alors le faisceau conjugué, après double passage, ne sera pas identique au faisceau incident.

4.1.3 Formulation de la conjugaison de phase

De manière générale, on peut décrire une onde monochromatique polarisée de forme d'onde arbitraire avec la formulation suivante.

$$E(\vec{r},t) = \breve{E}(\vec{r},t)e^{-i\omega t} \tag{4.1}$$

$$\mathcal{E}(\vec{r},t) = \frac{1}{2}\left(\breve{E}(\vec{r},t)e^{-i\omega t} + cc.\right) \tag{4.2}$$

La forme du front d'onde est contenue dans le terme $\breve{E}(\vec{r},t)$. Ce terme peut contenir une dépendance en t, lente devant la constante de temps $2\pi/\omega$. $\breve{E}$ peut être exprimée comme une décomposition. Par exemple, elle peut contenir une décomposition en ondes planes (voir A.20) :

$$\breve{E}(\vec{r},t) = \sum_{\vec{k}} \widetilde{E}^{\vec{k},\omega}(\vec{r},t)e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}} \tag{4.3}$$

ou bien une décomposition sur les modes d'un guide (voir B.12) :

$$\breve{E}(\vec{r},t) = \breve{E}(r,\phi,z,t) = \sum_{l,m} c_{lm}(z,t)\psi_{lm}(r,\phi)e^{i\beta_{lm}z} \tag{4.4}$$

On dit que $E'(\vec{r},t)$ est conjugué en phase de $E(\vec{r},t)$ quand

$$E'(\vec{r},t) = \breve{E}^*(\vec{r},t)e^{-i\omega t} \tag{4.5}$$

$$\mathcal{E}'(\vec{r},t) = \frac{1}{2}\left(\breve{E}^*(\vec{r},t)e^{-i\omega t} + cc.\right) \tag{4.6}$$

Cas de l'espace libre

Dans le cas de l'espace libre, nous pouvons décomposer $\breve{E}$ sur les ondes planes :

$$E(\vec{r},t) = \sum_{\vec{k}} \widetilde{E}^{\vec{k},\omega}(\vec{r},t)e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}}e^{-i\omega t} \tag{4.7}$$

Le conjugué en phase E' aura alors pour décomposition

$$E' = E^*(\vec{r},t) = \sum_{\vec{k}} \left(\widetilde{E}^{\vec{k},\omega}(\vec{r},t)\right)^* e^{-i\vec{k}\cdot\vec{r}} \tag{4.8}$$

Cas du guide d'onde

$$E(\vec{r},t) = E(r,\phi,z,t) = \sum_{l,m} c_{lm}(z,t)\psi_{lm}(r,\phi)e^{i\beta_{lm}z}e^{-i\omega t} \tag{4.9}$$

En supposant que les ondes propres du guide sont planes (pas de terme de phase dans ψ_{lm}), comme c'est le cas dans la fibre optique, on peut écrire :

$$E' = E^*(r,\phi,z,t) = \sum_{l,m} c^*_{lm}(z,t)\psi_{lm}(r,\phi)e^{-i\beta_{lm}z}e^{-i\omega t} \tag{4.10}$$

Ainsi, la conjugaison de phase se résume en trois points :

1. Le vecteur polarisation complexe $\vec{E}(\vec{r},t)$ est remplacé par son complexe-conjugué $\vec{E}^*(\vec{r},t)$. En particulier, notons qu'une onde circulairement polarisée droite reste circulairement polarisée droite après réflexion sur un MCP (Un miroir conventionnel réfléchirait une onde circulairement polarisée gauche).
2. $\widetilde{E}^{\vec{k},\omega}$ ou c_{lm} sont remplacés par leur conjugués $\left(\widetilde{E}^{\vec{k},\omega}\right)^*$ ou c^*_{lm} ce qui traduit le renversement du front d'onde.
3. $\vec{k}$ et β_{lm} sont remplacés par $-\vec{k}$ et $-\beta_{lm}$, l'onde conjuguée en phase est contra-propagative à l'onde Pompe.

4.1.4 Fidélité de conjugaison de phase

La *fidélité* de la conjugaison de phase est classiquement définie dans le système « trou de filtrage - aberrateur - MCP » comme la proportion de la puissance du faisceau Stokes qui repasse intégralement dans le trou après double passage dans l'aberrateur. Un MCP parfait a une fidélité de 1, c'est à dire que tout le faisceau Pompe est conjugué en phase. La réflectivité d'un MCP est un paramètre indépendant.

Considérons le schéma de la figure 4.4 : une onde plane monochromatique incidente de la forme $Ee^{i(kz-\omega t)}$ traverse un milieu aberrant (aberration de phase uniquement : pas de transmission variable, et pas de dépolarisation). Il en ressort le même champ auquel on a ajouté le terme de retard de phase $\phi(x,y)$: $Ee^{i(kz-\omega t)+i\phi(x,y)}$. Le faisceau réfléchi par le miroir à conjugaison de phase est écrit $E'(x,y)e^{i(-kz-\omega t)}$ juste avant le second passage dans l'aberrateur. Notons qu'il se propage dans la direction des z négatifs. Après le second passage, on retrouve $E'(x,y)e^{i(-kz-\omega t)+i\phi(x,y)}$.

On cherche ici à déterminer la proportion de la puissance de l'onde Stokes qui est conjuguée en phase. Cela revient à regarder le rapport entre la quantité de puissance qui se diffracte à l'infini sur l'axe (ou qui se focaliserait au foyer d'une lentille) et la quantité de puissance qui diffracte dans d'autres directions (ou qui se focaliserait ailleurs qu'au foyer). Un schéma de mesure de la fidélité aisi définie est montrée sur 4.5.

La puissance totale contenue dans le faisceau Stokes s'écrit

$$P_{tot} \propto \int_{x,y} \left\| E'(x,y)e^{i(-kz-\omega t)+i\phi(x,y)} \right\|^2 dxdy = \int_{x,y} \left\| E'(x,y) \right\|^2 dxdy \tag{4.11}$$

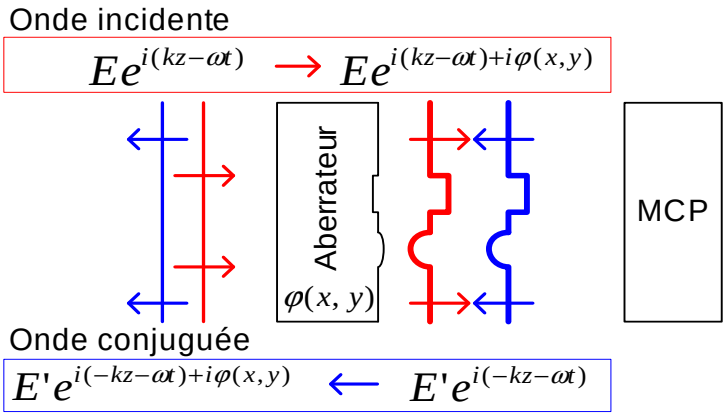


Fig. 4.4 – Formulation de la fidélité du miroir à conjugaison de phase.

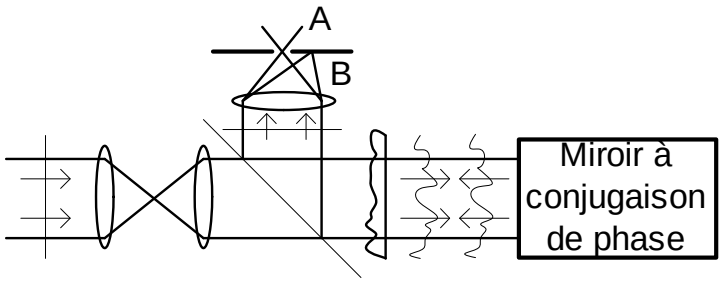


Fig. 4.5 – Schéma expérimental de mesure de la fidélité du miroir à conjugaison de phase par filtrage spatial. La fidélité est définie comme le rapport de la puissance traversant le filtre (A) et de la puissance totale (A et B).

Si l'on ignore la diffraction, et que l'on ne prend que le champ qui va se propager dans un tube infini de surface S contenant l'aberrateur, alors le champ uniforme à l'autre extrémité du tube s'écrit $E_S = \int_S E'(x,y)e^{i(-kz-\omega t)+i\phi(x,y)}/S$ et la puissance contenue dans ce tube vaut

$$\propto S \left\|E_S\right\|^2 = S \left\| \int_S E'(x,y)e^{i(-kz-\omega t)+i\phi(x,y)}/S \right\|^2 \quad (4.12)$$

$$= S \left\| \int_S E'(x,y)E^*(x,y)dxdy \right\|^2 /S^2 \left\|E^*\right\|^2 \quad (4.13)$$

$$= \left\| \int_{x,y} E'(x,y)E^*(x,y)dxdy \right\|^2 /P_{E^*} \quad (4.14)$$

Ainsi

$$\boxed{fid = \frac{P_{CP}}{P_{tot}} = \frac{\int_{x,y} E'(x,y)E^*(x,y)dxdy}{\int_{x,y} \left\|E'(x,y)\right\|^2 dxdy \int_{x,y} \left\|E^*(x,y)\right\|^2 dxdy}} \quad (4.15)$$

Cette formulation sera utilisée dans le modèle pour qualifier théoriquement le MCP.

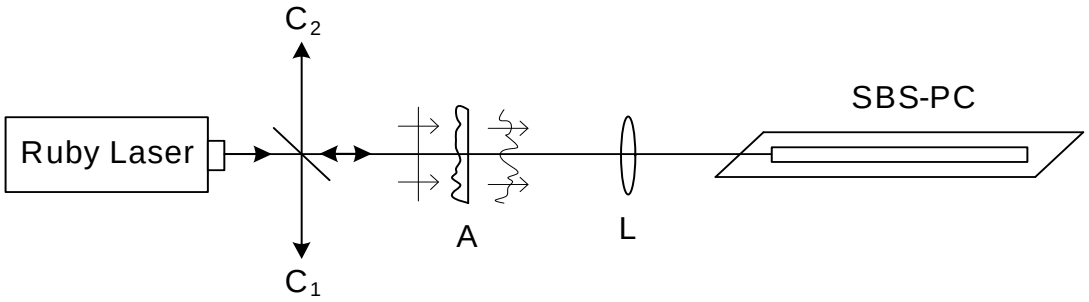


Fig. 4.6 – Schéma de la première expérience de conjugaison de phase par SBS. La source est un laser à rubis pulsé monomode. (C_1) et (C_2) caméras, (A) aberrateur, (L) lentille, (SBS-PC) guide contenant du méthane.

4.2 Historique de la conjugaison de phase par diffusion stimulée (Brillouin ou Raman)

Nous rappelons ici les grands développements de la recherche sur la conjugaison de phase par diffusion stimulée. L'effet Raman et l'effet Brillouin sont tous deux appropriés à la conjugaison de phase.

4.2.1 Conjugaison de phase dans un milieu non guidant

Découverte de la conjugaison de phase par diffusion Brillouin stimulée

La découverte de la conjugaison de phase par diffusion Brillouin Stimulée date de 1972 lorsque Zel'dovich publie ses résultats [Zel'dovich *et al.*, 1972; Nosach *et al.*, 1972]. Dans son expérience, schématisée sur la figure 4.6, un faisceau monomode (impulsion de 110ns) traverse un aberrateur constitué d'une lame de verre attaquée par de l'acide fluorhydrique (HF). Le faisceau aberrant est ensuite focalisé dans une cellule guide contenant du Méthane sous pression. Le guide a une forme carrée de $4\times4mm^2$ et une longueur de $1m$. Zel'dovich enregistre les divergences des faisceaux : le faisceau laser original (après un diaphragme rectangulaire, il est monomode dans le sens vertical, 4.7a), le faisceau issu de l'aberrateur, si l'on remplace la cellule par un miroir conventionnel (4.7c). Le spot Stokes contient les aberrations inverses et retrouve le caractère monomode après être repassé dans l'aberrateur (4.7b). Le spot (4.7d) est enregistré sans aberrateur : c'est le conjugué en phase d'un faisceau monomode.

Nous pouvons conclure de cette expérience :

- L'onde Stokes contient les aberrations inverses de l'onde Pompe. Le caractère monomode est retrouvé après double passage dans une lame très aberrante.
- L'onde Stokes d'un faisceau monomode n'est pas tout à fait conjugué en phase : la divergence est retrouvé dans le sens multimode (horizontal) mais pas dans le sens monomode (vertical).

La dernière conclusion n'est pas systématique, et semble être ici liée à la géométrie de l'expérience.

Nosach [Nosach *et al.*, 1972] montre la même année une application importante de cet effet : la correction des aberrations introduites par un amplificateur laser à rubis de mauvaise qualité dans un cellule-guide de $1m$ remplie de CS_2. Il montre ainsi la faisabilité de cette architecture. En particulier le gain n'a pas d'effet néfaste sur la correction.

D'autres expériences [Bespalov *et al.*, 1977a; Bespalov *et al.*, 1977b; Blashchuk *et al.*, 1977] en 1977 montrent que la conjugaison de phase peut aussi être réalisée dans un milieu non guidé,

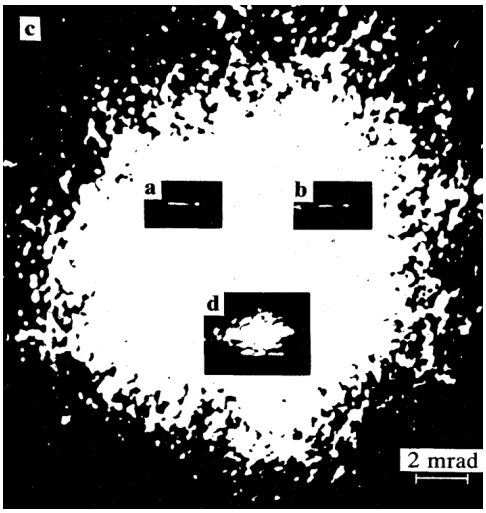


Fig. 4.7 – Photos des spots de l'expérience de Zel'dovich. (a) spot en sortie de laser, (b) spot Stokes, après double passage dans l'aberrateur, (c) spot réfléchi par un miroir conventionnel, après double passage dans l'aberrateur, (d) spot Stokes en l'absence d'aberrateur.

près du seuil. Certains étudient la qualité de la conjugaison de phase avec des images [Basov *et al.*, 1979b] et en particulier Pilipetsky [Basov *et al.*, 1979c] montre que des composantes très faibles d'une image (jusque 10^{-6} en intensité) sont bien conjuguées dans une structure guidée. Les expériences de Basov et al. [Basov *et al.*, 1978] et Blashchuk et al. [Blaschuk *et al.*, 1978; Blashchuk *et al.*, 1978] montrent que la conjugaison de phase ne se produit que quand le faisceau est uniformément polarisé dans le milieu où l'interaction a lieu.

En impulsionnel, des expériences de Kudriavtseva [Kudriavtseva *et al.*, 1978] montrent que la conjugaison de phase SRS fonctionne avec des impulsions de $25ps$. En SBS, des impulsions de quelques ns sont nécessaires, Hon en 1980 [Hon, 1980] montre que la conjugaison de phase peut être accompagnée sans dégradation d'une compression d'impulsion de 20 à $2ns$.

Pilipetskiy et Efimkov en 1981 vérifient l'hypothèse sur laquelle est basée l'explication de la conjugaison de phase : le gain Brillouin est deux fois plus important pour l'onde conjuguée en phase que pour les autres ondes [Pilipetskiy *et al.*, 1981; Efimkov *et al.*, 1981].

Fidélité en fonction de la géométrie

Beaucoup de travaux ont été menés sur la fidélité de la conjugaison de phase en fonction des différentes géométries, en particulier au début des années 80 [Gerasimov *et al.*, 1977; Borisov *et al.*, 1978; Borisov *et al.*, 1980; Wang et Giuliano, 1978; Blekhovskikh *et al.*, 1978; Basov *et al.*, 1979a; Mays et Lysiak, 1979; Mays et Lysiak, 1980]. Certaines de ces études rapportent que la fidélité diminue quand la réflectivité augmente, et d'autres disent au contraire qu'elle reste stable. Deux études sont intéressantes : Celle de Suni [Suni et Falk, 1987] et celle de Ottusch [Ottusch et Rockwell, 1991]. Suni constate essentiellement deux situations : dans le cas d'un guide (cellule d'éthanol $3 \times 3 \times 600mm$) neuf (propre), la fidélité est très bonne à basse réflectivité puis diminue à haute réflectivité. Ils attribuent ce comportement à une saturation dans les régions de grand gain Brillouin. Dans le cas d'un guide usé, ils voient aussi le cas contraire, où la fidélité est faible à faible réflectivité puis augmente. Il s'agirait alors de la sélectivité sur le bruit qui deviendrait meilleure à haute réflectivité. Cette explication, assez convaincante, est confirmée par Ottusch qui conclut après de nombreuses expériences que la fidélité est instable quand la réflectivité augmente, ce qui fait qu'elle baisse en moyenne. A titre d'information, d'autres

études temporelles peuvent être trouvées [Dane *et al.*, 1992; Osborne et O'Key, 1992; Jackel *et al.*, 1993]. Concernant d'autres longueurs d'onde, des recherches ont été faites en particulier dans l'UV [Levenson *et al.*, 1981; Slatkine *et al.*, 1982; Armandillo et Proch, 1983; Tomov *et al.*, 1984] et l'infrarouge lointain [Duignan *et al.*, 1987].

Les applications de ces miroirs à conjugaison de phase sont bien sûr dans la réalisation de sources laser puissantes [Basov et Zubarev, 1979], les dernières performances montent en impulsionnel à $50W$ moyens ($M^2 = 1.2$) avec un laser Q-switch dont un des miroirs est remplacé par une cellule SBS [Ostermeyer et Menzel, 1999] et à $315W$ moyens ($M^2 = 2.6$) dans un MOPA avec miroir à conjugaison de phase fibré [Riesbeck *et al.*, 2001].

Des géométries différentes ont été développées pour baisser le seuil, en particulier l'agencement de deux cellules, une première voit le faisceau intense collimaté et une seconde voit le faisceau atténué focalisé : dans ce cas la seconde cellule injecte (« seed ») la première [Hull *et al.*, 1989; Crofts *et al.*, 1991].

Enfin d'autres matériaux solides (silice fondue, verres chalcogénides) sont proposés pour relâcher les contraintes des gaz et liquides utilisés auparavant [Yoshida *et al.*, 2003; Ogusu *et al.*, 2004] .

Dans le cadre de cette thèse, citons également les expériences de correction des aberrations des fibres multimodes elles-mêmes (courtes) par des MCP « bulk » (en propagation libre, cellule de gaz ou de liquide). [Matthews et Rockwell, 1994; Jones *et al.*, 1995; Duelk *et al.*, 1995; Eichler *et al.*, 1996a; Eichler *et al.*, 1996b].

Diffusion Raman stimulée

Il est intéressant de mentionner les expériences de conjugaison de phase par diffusion Raman stimulée (SRS). En effet, SRS et SBS sont deux effet très similaires et basés sur les mêmes équations. Les différences essentielles sont :

- Le décalage en longueur d'onde est de l'ordre de $13THz$ contre $17GHz$ pour Brillouin, donc $\Delta\lambda = 60nm$ à $1\mu m$, contre $0.06nm$ dans le cas de Brillouin.
- Le seuil est plus haut car le gain est plus faible
- L'effet n'est pas aussi sensible à la largeur du spectre de pompe.
- Le SRS copropagatif existe et a un seuil plus bas que le SRS contrapropagatif. Dans le cas du SBS, seul le SBS contrapropagatif existe.

La conjugaison de phase est possible sous certaines conditions, et sur une suggestion de Zel'dovich [Zel'dovich et Shkunov, 1977], Sokolovskaya [Sokolovskaya *et al.*, 1977] et Zel'dovich [Zel'dovich *et al.*, 1977] montrent indépendamment la conjugaison de phase par SRS. Néanmoins, le décalage en longueur d'onde est bien trop important pour conserver la conjugaison sur plus de quelques centimètres : le faisceau Stokes est bien conjugué en phase à l'entrée du miroir, mais dès que l'onde se propage, elle perd cette relation de phase. Ainsi, la correction d'aberrations par SRS ne peut se faire que si l'élément aberrant est très proche de l'entrée du MCP.

4.2.2 Conjugaison de phase dans les fibres

Nous devons les premières expériences de conjugaison de phase dans les fibres à l'école russe [Petrov et Kuzin, 1982; Basiev *et al.*, 1982; Grigor'yants et Smirnov, 1983; Petrov et Kuzin, 1983; Chertkov, 1984; Kuzin *et al.*, 1984; Kuzin *et al.*, 1985].

Petrov [Petrov et Kuzin, 1982; Petrov et Kuzin, 1983] et Basiev [Basiev *et al.*, 1982] publient les premières observations en 1982. Ils utilisent tous deux des fibres à saut d'indice de diamètre $30\mu m$ et d'ouverture 0.15. Petrov utilise des fibres de longueur inférieure à $10m$ et des impulsions de $30ns$ tandis que Basiev utilise une fibre de $80m$ et des impulsions jusque $300ns$. Les deux

s'appuient sur le caractère monomode du faisceau Stokes et multimode du faisceau transmis par la fibre pour prouver qu'il y a conjugaison de phase.

L'effet limitant concernant la longueur de la fibre dans ces expériences semble être essentiellement la dépolarisation [Kuzin *et al.*, 1984; Chertkov, 1984; Kuzin *et al.*, 1985]. Chertkov, en 1984, fait le lien entre la dépolarisation et la puissance incidente. Kuzin utilise une fibre longue de $130m$ et constate un retour sur les deux polarisations. La partie de même polarisation que l'onde Pompe est bien conjuguée en phase, et l'autre partie n'a pas de corrélation avec la phase incidente. Zel'dovich, en 1986, mène une étude assez précise du phénomène de dépolarisation, qui corrobore le fait que la dépolarisation soit néfaste pour la conjugaison [Zel-dovich *et al.*, 1986; Serebryakov et Chertkov, 1987; Imai et Yoshida, 2000].

Vas'iliev inaugure en 1985 l'utilisation de fibre multimode pour corriger les aberrations d'un ampli. [Vasil'ev *et al.*, 1985; Chen *et al.*, 1998]. L'UV fait aussi l'objet de recherches en 1990 [Alimpiev *et al.*, 1990]. Il faut attendre quelques années jusque 1997 pour voir réapparaître dans la littérature l'utilisation de fibre dans des MCP [Eichler *et al.*, 1997a; Eichler *et al.*, 1997b; Eichler et Mehl, 2001]. Des résultats en puissance sont atteints [Riesbeck *et al.*, 2001; Eichler *et al.*, 2002].

Certaines investigations étudient le seuil Brillouin en fonction de différents paramètres [Tei *et al.*, 2001; Sjoberg *et al.*, 2003]. Des architectures plus complexes sont imaginées : un amplificateur dès 1988 [Kuzin *et al.*, 1988], une boucle (1990) [Bayvel et Giles, 1990; Hanisch *et al.*, 2001], un « générateur » (1998) [Heuer et Menzel, 1998], la conjugaison de phase dans un milieu à gain dopé Yb [Heuer *et al.*, 2003]. Kovalev et Harrison utilisent des fibres à gradient d'indice longues afin de conjuguer des faisceaux continus [Kovalev et Harrison, 1999; Harrison *et al.*, 1999; Kovalev et Harrison, 2000a; Kovalev et Harrison, 2003; Kovalev et Harrison, 2004].

Principales analyses théoriques

Les principaux auteurs sont Zel'dovich, Hellwarth, Suni, He [Suni et Falk, 1986; Hellwarth, 1978]. Nous en reparlerons au paragraphe 8.1.

4.3 La conjugaison de phase par SBS - Interprétation de Zel'dovich

La conjugaison de phase par SBS a pour origine le doublement du gain Brillouin pour un faisceau Stokes conjugué en phase du faisceau Pompe par rapport à un autre faisceau Stokes aléatoire. Cela est connu depuis que Zel'dovich a proposé son explication en 1972 [Zel'dovich *et al.*, 1972]. L'explication de Zel'dovich pour la conjugaison de phase par SBS est très connue et facile à comprendre, en plus d'être assez élégante. Elle explique pourquoi le gain est doublé en cas de conjugaison de phase. Il utilise le « Specklon » (grain de Speckle volumique) et la corrélation entre les intensités des ondes Pompe et Stokes.

Reprenons la première observation de la conjugaison de phase par effet Brillouin dans un guide très large (expérience décrite page 104, figures 4.6 et 4.7). Zel'dovich a constaté que les aberrations d'une lame étaient corrigées par la cellule Brillouin. Il a aussi constaté qu'en l'absence de la lame aberrante, le faisceau non aberrant n'est que « moyennement » conjugué en phase.

Afin d'expliquer le doublement du gain pour le faisceau conjugué en phase, Zel'dovich s'intéresse au champ de Speckle du faisceau incident (représenté sur la figure 4.8). Il s'agit de la répartition d'intensité dans le volume d'interaction. En reprenant la formule classique (3.97)

$$\frac{dI_s}{dz} = -gI_pI_s \tag{4.16}$$

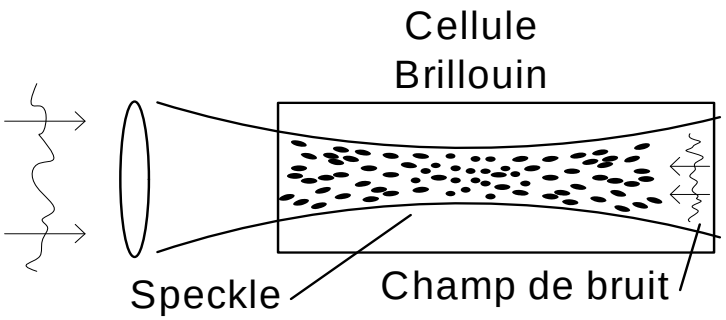


Fig. 4.8 – Origine de la conjugaison de phase par SBS. Le faisceau aberrant incident crée une répartition non homogène d'intensité (et donc de gain) dans la région de focalisation

et l'incluant dans la répartition de la puissance (intégration sur la surface dans le plan perpendiculaire à l'axe optique)

$$P_s = \langle I_s \rangle = \int_{surface} I_s dxdy \tag{4.17}$$

$$P_p = \langle I_p \rangle = \int_{surface} I_p dxdy \tag{4.18}$$

on obtient facilement

$$\frac{dP_s}{dz} = -g\frac{P_s P_p}{surface} C \tag{4.19}$$

avec

$$C = \frac{\langle I_s I_p \rangle}{\langle I_s \rangle \langle I_p \rangle} \tag{4.20}$$

où les crochets correspondent à l'intégrale sur la surface. Le gain est donc proportionnel à une sorte de corrélation des deux intensités. Si par ailleurs le faisceau est très aberrant et que les variations transverses du champ complexe obéissent à une loi gaussienne, l'histogramme des intensités s'écrit :

$$P(I) = \frac{1}{I_0} e^{-I/I_o} \tag{4.21}$$

Cette loi de répartition a la propriété de vérifier

$$\left\langle I^2 \right\rangle = 2 \langle I \rangle^2 \tag{4.22}$$

Quand I_p et I_s ne sont pas corrélés spatialement, le facteur de corrélation C vaut 1. Quand au contraire ils sont égaux, $C = 2$: le gain Brillouin sur l'onde Stokes double. Ainsi le gain est deux fois plus important pour une onde Stokes qui reproduit spatialement fidèlement l'onde Pompe, c'est à dire une onde Stokes conjuguée en phase.

Cette discrimination ne peut se faire que si le nombre de grains de Speckle est suffisant, c'est à dire pour un faisceau très aberrant. Cela correspond bien à une des conditions que nous allons trouver avec l'analyse en onde plane. Néanmoins, dans le cas d'une onde très peu aberrante, on n'a qu'un grain de Speckle (cas idéal, faisceau gaussien focalisé) qui remplit tout l'espace. On s'attend alors à ce que la conjugaison se fasse bien.

Néanmoins, ici, Zel'dovich trouve que le faisceau monomode est mal corrigé (photo 4.7d). L'explication se trouve probablement dans le fait qu'ici Zel'dovich utilise un milieu de $1m$ de long et quelques mm de large : cela permet de conjuguer correctement les faisceaux mêmes s'ils ont des composantes plus faibles qui ne croiseraient pas les composantes importantes dans un milieu focalisé. Le guide sert ainsi de miroir de repli qui confine les composantes les unes sur les autres. Néanmoins, dans le cas d'un faisceau monomode, si le mélange ne se fait pas sur une longueur suffisamment courte, on peut être dans le cas de quelques grains de Speckle, en nombre insuffisant pour réaliser une bonne conjugaison.

4.4 La conjugaison de phase par SBS - une interprétation « réseaux ». Interaction de deux ondes planes non guidées

Nous introduisons ici l'interprétation « réseau » de la conjugaison de phase par SBS. Classiquement, c'est l'interprétation en intensité que nous venons de voir qui est avancée pour comprendre le processus. Une interprétation « réseau » du doublement du gain est mentionnée par Suni [Suni et Falk, 1986] alors qu'il tente de rassembler les points de vue de Zel'dovich et de Hellwarth qui sont légèrement divergents (approximations légèrement différentes). L'interprétation du Suni utilise la décomposition des formules de l'effet Brillouin (equation (4.25) par exemple) en classant les termes par leur rôle physique : l'idée est excellente car elle permet de cibler chaque terme de l'équation non linéaire Brillouin et d'en isoler simplement les termes importants. En outre, elle permet de comprendre physiquement les raisons de la non-conjugaison. Suni passe malheureusement assez vite sur cette idée et ne l'exploite pas complètement. En outre, les hypothèses qu'il prend rendent son analyse caduque dans le cas des fibres (il néglige le décalage Brillouin ainsi que les différents gains des modes).

La conjugaison de phase par effet Brillouin (milieu non-guidant ou guidant) trouve son explication dans le mélange à 4 ondes « presque dégénéré ». Il est à opposer au mélange à 4 ondes dégénéré (toutes les ondes ont la même fréquence), par exemple dans le cristal photoréfractif ([Boyd, 1992] p.245). Dans ce paragraphe nous étudions SBS dans un milieu non guidant, grâce à la formulation faite dans le paragraphe 3.4. La compréhension du processus conjugaison en phase dans ce cas facilitera sa compréhension dans le cas guidé.

Notons que nous ne faisons aucune considération fréquentielle dans ce paragraphe. Les modules des vecteurs d'onde $|\vec{k}_s|$ sont imposés par le gain Brillouin qui est centré à la résonance Ω_B. Nous ne nous occupons ici que de géométrie et de réseaux.

Considérons dans un premier temps un cas simple : la conjugaison en phase de deux ondes pompes planes. Cet exemple permet de visualiser physiquement les réseaux acoustiques qui participent au phénomène. Nous étendrons l'analyse au cas plus général d'un faisceau arbitraire décomposé en ondes planes dans le paragraphe suivant.

Considérons le cas de deux ondes Pompes et de deux ondes Stokes comme sont indiqué sur la figure 4.9. Notons-les :

$$E_p(\vec{r},t) = \left(E_{p_1} e^{i\vec{k}_{p_1}\cdot\vec{r}} + E_{p_2} e^{i\vec{k}_{p_2}\cdot\vec{r}}\right) e^{-i\omega_p t} \tag{4.23}$$

$$E_s(\vec{r},t) = \left(E_{s_1} e^{-i\vec{k}_{s_1}\cdot\vec{r}} + E_{s_2} e^{-i\vec{k}_{s_2}\cdot\vec{r}}\right) e^{-i\omega_s t} \tag{4.24}$$

Les enveloppes E_{p_i} et E_{s_i} sont supposées dépendre uniquement d'une coordonnée, qui est l'axe de leur propagation ($\vec{k}_{p_i}$ et $\vec{k}_{s_i}$ respectivement). Leur dérivée selon cet axe pourra donc être notée $\frac{dE_{s_1}}{dr_{\vec{k}_{s_1}}}$ au lieu de $\frac{\partial E_{s_1}}{\partial r_{\vec{k}_{s_1}}}$.

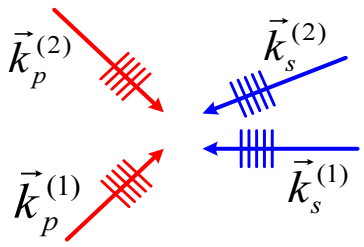


Fig. 4.9 – Mélange à quatre ondes « presque dégénéré » : cas de deux ondes Pompes planes et de deux ondes Stokes planes

La densité de polarisation s'écrit alors :

$$\begin{aligned} E_p E_p^* \breve{E}_s = & \\ & \left(E_{p_1} e^{i\vec{k}_{p_1}\cdot\vec{r}} + E_{p_2} e^{i\vec{k}_{p_2}\cdot\vec{r}}\right)\left(E_{p_1}^* e^{-i\vec{k}_{p_1}\cdot\vec{r}} + E_{p_2}^* e^{-i\vec{k}_{p_2}\cdot\vec{r}}\right)\left(E_{s_1} e^{-i\vec{k}_{s_1}\cdot\vec{r}} + E_{s_2} e^{-i\vec{k}_{s_2}\cdot\vec{r}}\right) = \\ & \underbrace{\left(|E_{p_1}|^2 + |E_{p_2}|^2 + E_{p_1}E_{p_2}^* e^{i(\vec{k}_{p_1}-\vec{k}_{p_2})\cdot\vec{r}} + E_{p_2}E_{p_1}^* e^{i(\vec{k}_{p_2}-\vec{k}_{p_1})\cdot\vec{r}}\right)}_{E_p E_p^*}\left(E_{s_1} e^{-i\vec{k}_{s_1}\cdot\vec{r}} + E_{s_2} e^{-i\vec{k}_{s_2}\cdot\vec{r}}\right) \end{aligned} \tag{4.25}$$

D'après l'équation (3.144), on sait que

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_{s_1}}{\partial r_{\vec{k}_{s_1}}} e^{-i\vec{k}_{s_1}\cdot\vec{r}} + \frac{\partial E_{s_2}}{\partial r_{\vec{k}_{s_2}}} e^{-i\vec{k}_{s_2}\cdot\vec{r}} &= \frac{3\omega_s}{4in_s c}\chi^{(3)} E_p E_p^* \breve{E}_s \\ &= \frac{3\omega_s}{4in_s c}\chi^{(3)}\left(|E_{p_1}|^2 + |E_{p_2}|^2 + E_{p_1}E_{p_2}^* e^{i(\vec{k}_{p_1}-\vec{k}_{p_2})\cdot\vec{r}}\right. \\ &\quad \left. + E_{p_2}E_{p_1}^* e^{i(\vec{k}_{p_2}-\vec{k}_{p_1})\cdot\vec{r}}\right)\left(E_{s_1} e^{-i\vec{k}_{s_1}\cdot\vec{r}} + E_{s_2} e^{-i\vec{k}_{s_2}\cdot\vec{r}}\right) \end{aligned} \tag{4.26}$$

soit :

$$\begin{aligned} & \frac{dE_{s_1}}{dr_{\vec{k}_{s_1}}} e^{-i\vec{k}_{s_1}\cdot\vec{r}} + \frac{dE_{s_2}}{dr_{\vec{k}_{s_2}}} e^{-i\vec{k}_{s_2}\cdot\vec{r}} \\ &= \frac{3\omega_s}{4in_s c}\chi^{(3)}\left(|E_{p_1}|^2 + |E_{p_2}|^2 + \begin{array}{l} E_{p_1}E_{p_2}^* e^{i(\vec{k}_{p_1}-\vec{k}_{p_2})\cdot\vec{r}} \\ E_{p_2}E_{p_1}^* e^{i(\vec{k}_{p_2}-\vec{k}_{p_1})\cdot\vec{r}} \end{array}\right) E_{s_1} e^{-i\vec{k}_{s_1}\cdot\vec{r}} \\ &\quad + \frac{3\omega_s}{4in_s c}\chi^{(3)}\left(|E_{p_1}|^2 + |E_{p_2}|^2 + \begin{array}{l} E_{p_1}E_{p_2}^* e^{i(\vec{k}_{p_1}-\vec{k}_{p_2})\cdot\vec{r}} \\ E_{p_2}E_{p_1}^* e^{i(\vec{k}_{p_2}-\vec{k}_{p_1})\cdot\vec{r}} \end{array}\right) E_{s_2} e^{-i\vec{k}_{s_2}\cdot\vec{r}} \end{aligned} \tag{4.27}$$

On peut en déduire l'évolution des enveloppes E_{s_1} et E_{s_2} indépendamment. Par exemple, si nous nous intéressons à la croissance de l'onde Stokes E_{s_1}, nous multiplions la formule précédente par $e^{i\vec{k}_{s_1}\cdot\vec{r}}$ (ce qui donne l'expression (4.28)) et nous intégrons $\vec{r}$ sur le volume, sachant que la variable qui nous intéresse ne varie que dans la direction du vecteur directeur $\vec{k}_{s_1}$.

$$\begin{aligned} & \frac{dE_{s_1}}{dr_{\vec{k}_{s_1}}} + \frac{dE_{s_2}}{dr_{\vec{k}_{s_2}}} e^{i(\vec{k}_{s_1}-\vec{k}_{s_2})\cdot\vec{r}} \\ &= \frac{3\omega_s}{4in_s c}\chi^{(3)}\left(|E_{p_1}|^2 + |E_{p_2}|^2 + \begin{array}{l} E_{p_1}E_{p_2}^* e^{i(\vec{k}_{p_1}-\vec{k}_{p_2})\cdot\vec{r}} \\ E_{p_2}E_{p_1}^* e^{i(\vec{k}_{p_2}-\vec{k}_{p_1})\cdot\vec{r}} \end{array}\right) E_{s_1} \\ &\quad + \frac{3\omega_s}{4in_s c}\chi^{(3)}\left(|E_{p_1}|^2 + |E_{p_2}|^2 + \begin{array}{l} E_{p_1}E_{p_2}^* e^{i(\vec{k}_{p_1}-\vec{k}_{p_2})\cdot\vec{r}} \\ E_{p_2}E_{p_1}^* e^{i(\vec{k}_{p_2}-\vec{k}_{p_1})\cdot\vec{r}} \end{array}\right) E_{s_2} e^{i(\vec{k}_{s_1}-\vec{k}_{s_2})\cdot\vec{r}} \end{aligned} \tag{4.28}$$

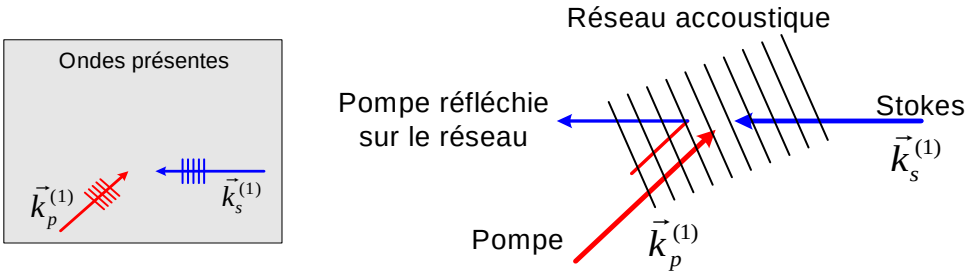


Fig. 4.10 – Cas où $k_{p_1} = k_{p_2}$ et $k_{s_1} = k_{s_2}$. C'est le mélange à deux ondes classiques, où l'onde Pompe se diffracte sur le réseau acoustique créé par elle-même et l'onde Stokes.

Les termes en $e^{i(\vec{k}_{s_1}-\vec{k}_{s_2})\cdot\vec{r}}$ sont en désaccord de phase : ce sont des *termes oscillants* qui s'annulent dès que le domaine d'intégration est d'une longueur de l'ordre de $1/(k_{s_1} - k_{s_2}) \approx \lambda/(2\pi\theta)$, qui vaut par exemple $1mm$ pour des faisceaux inclinés de $\theta = 10^{-4}rad$. Les *termes non oscillants* sont en accord de phase, c'est à dire qu'ils participent quelle que soit la longueur d'intégration. Ici, en pratique, $e^{i(\vec{k}_{s_1}-\vec{k}_{s_2})\cdot\vec{r}}$ oscille avec un période de l'ordre de la longueur d'onde, donc très vite devant les variations de l'enveloppe. Ces termes ne participent pas à la construction de l'enveloppe.

Pour intégrer sur la longueur d'interaction l'équation précédente, il faut considérer plusieurs situations : en effet, on peut avoir, ou non, $k_{p_1} = k_{p_2}$ ou $k_{s_1} = k_{s_2}$. Pour être exhaustifs, considérons indépendamment chacun de ces cas. L'un des cas constitue une situation originale intéressante, où $k_{p_1} = k_{s_1}$ et $k_{p_2} = k_{s_2}$. C'est la clé de la conjugaison de phase.

4.4.1 Situation $k_{p_1} = k_{p_2}$ et $k_{s_1} = k_{s_2}$

C'est équivalent à dire que E_{p_2} et E_{s_2} sont nuls. On a alors

$$\frac{dE_{s_1}}{dr_{\vec{k}_{s_1}}} = \frac{3\omega_s}{4in_sc}\chi^{(3)}\left|E_{p_1}\right|^2 E_{s_1} \tag{4.29}$$

Cette situation est illustrée sur la figure 4.10. Il s'agit du cas simple où l'onde Pompe se diffracte sur le réseau acoustique. Cette onde Pompe diffractée est nécessairement en phase avec l'onde Stokes car le réseau est créé avec cette onde. On peut avoir aussi $\vec{k}_{s_1} = \vec{k}_{p_1}$, auquel cas on est dans la situation étudiée plus tôt de deux ondes contrapropagatives. On retrouve bien l'équation (3.72).

Nous verrons que les développements de la formule $\partial E_s/\partial r \propto E_p E_p^* \breve{E}_s$ se ramènent à la diffraction des termes de E_p sur le réseau formé par électrostriction entre les termes de E_p^* et $\breve{E}_s$. Ici E_{p_1} se diffracte le réseau $E_{p_1}^*$, E_{s_1}.

4.4.2 Situation $k_{p_1} \neq k_{p_2}$ et $k_{s_1} = k_{s_2}$

C'est équivalent à dire que E_{s_2} est nul. On a alors

$$\frac{dE_{s_1}}{dr_{\vec{k}_{s_1}}} = \frac{3\omega_s}{4in_sc}\chi^{(3)}\left(\left|E_{p_1}\right|^2 + \left|E_{p_2}\right|^2 + \begin{array}{l} E_{p_1}E_{p_2}^* e^{i(\vec{k}_{p_1}-\vec{k}_{p_2})\cdot\vec{r}} \\ E_{p_2}E_{p_1}^* e^{i(\vec{k}_{p_2}-\vec{k}_{p_1})\cdot\vec{r}} \end{array}\right) E_{s_1} \tag{4.30}$$

La figure 4.11 représente les différents termes de cette équation. Les deux premiers termes sont à l'image du cas précédent : il s'agit de l'addition cohérente de cet effet décrit avec les deux ondes Pompe indépendamment. Les termes croisés ne sont pas intéressants. Ils s'annulent très vite lors de l'intégration (ils ne partent jamais dans la direction du faisceau Stokes).

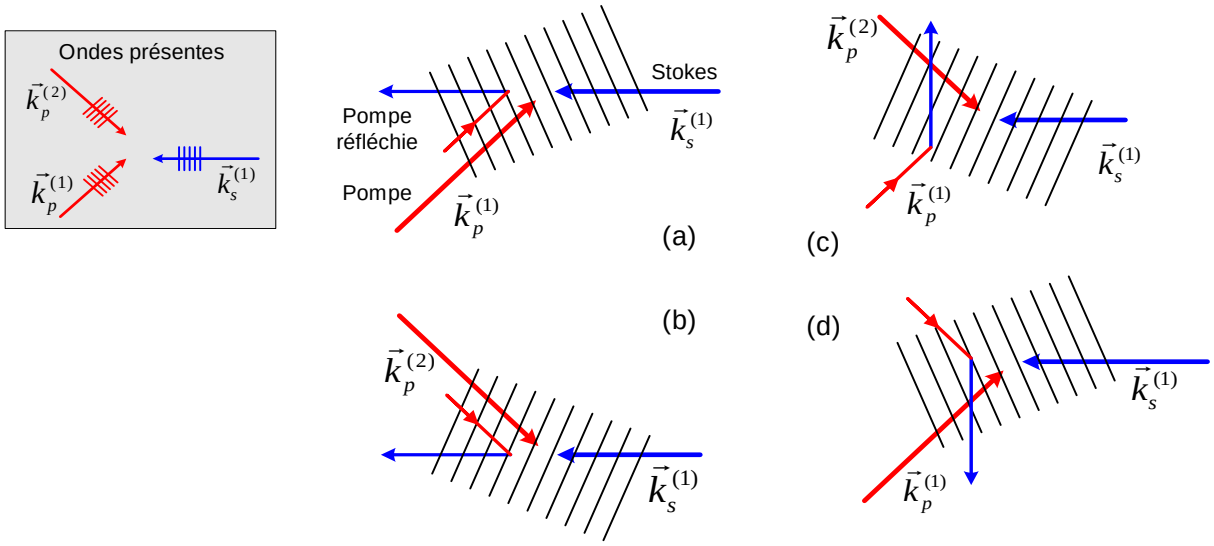


Fig. 4.11 – Cas où $k_{p_1} \neq k_{p_2}$ et $k_{s_1} = k_{s_2}$. Les différents termes de l'équation d'évolution du faisceau Stokes sont représentés. (a) terme en $|E_{p_1}|^2$, E_{p_1} se diffracte sur le réseau qu'il a créé avec E_{s_1}. Le faisceau diffracté est toujours en phase avec le faisceau Stokes E_{s_1} (b) idem avec E_{p_2}. (c) terme en $E_{p_1}E_{p_2}^* e^{i(\vec{k}_{p_1}-\vec{k}_{p_2})\cdot\vec{r}}$. Le réseau est créé par l'onde Pompe E_{p_2} et l'onde Stokes E_{s_1}, et E_{p_1} s'y diffracte. La direction de l'onde diffractée n'est pas intéressante. (d) idem, dernier terme $E_{p_2}E_{p_1}^* e^{i(\vec{k}_{p_2}-\vec{k}_{p_1})\cdot\vec{r}}$.

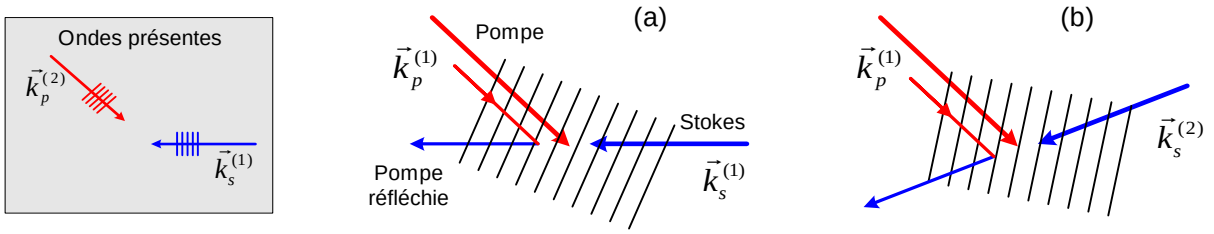


Fig. 4.12 – Cas où $k_{p_1} = k_{p_2}$ et $k_{s_1} \neq k_{s_2}$. Les différents termes de l'équation d'évolution de l'onde Stokes sont représentés. (a) terme en E_{s_1} (E_{p_1} se diffracte sur le réseau qu'il a créé avec E_{s_1}). (b) terme en E_{s_2}.

4.4.3 Situation $k_{p_1} = k_{p_2}$ et $k_{s_1} \neq k_{s_2}$

C'est équivalent à dire que E_{p_2} est nul. On a alors

$$\frac{dE_{s_1}}{dr_{\vec{k}_{s_1}}} + \frac{dE_{s_2}}{dr_{\vec{k}_{s_2}}} e^{i(\vec{k}_{s_1}-\vec{k}_{s_2})\cdot\vec{r}} = \frac{3\omega_s}{4in_s c}\chi^{(3)}\left(|E_{p_1}|^2 E_{s_1} + |E_{p_1}|^2 E_{s_2} e^{i(\vec{k}_{s_1}-\vec{k}_{s_2})\cdot\vec{r}}\right) \tag{4.31}$$

La figure 4.12 montre les différents termes : les faisceaux diffractés sont en phase avec les faisceaux Stokes. Pour la direction de l'onde Stokes E_{s_1}, l'intégration nous laisse un seul terme, comme attendu.

4.4.4 Situation générale $k_{p_1} \neq k_{p_2}$ et $k_{s_1} \neq k_{s_2}$

Dans tous les cas étudiés jusqu'ici, l'onde intéressante (onde Stokes amplifiée) était issue de la diffraction d'une onde Pompe sur le réseau créé par lui-même et l'onde Pompe. Nous allons voir

ici que la conjugaison de phase provient d'une dégénérescence des vecteurs d'onde. Reprenons :

$$\begin{aligned}
&\frac{dE_{s_1}}{dr_{\vec{k}_{s_1}}} + \frac{dE_{s_2}}{dr_{\vec{k}_{s_2}}} e^{i(\vec{k}_{s_1}-\vec{k}_{s_2})\cdot\vec{r}} \\
&= \frac{3\omega_s}{4in_s c}\chi^{(3)} \left(|E_{p_1}|^2 + |E_{p_2}|^2 + \begin{matrix} E_{p_1}E_{p_2}^* e^{i(\vec{k}_{p_1}-\vec{k}_{p_2})\cdot\vec{r}} \\ E_{p_2}E_{p_1}^* e^{i(\vec{k}_{p_2}-\vec{k}_{p_1})\cdot\vec{r}} \end{matrix} \right) E_{s_1} \\
&\quad + \frac{3\omega_s}{4in_s c}\chi^{(3)} \left(|E_{p_1}|^2 + |E_{p_2}|^2 + \begin{matrix} E_{p_1}E_{p_2}^* e^{i(\vec{k}_{p_1}-\vec{k}_{p_2})\cdot\vec{r}} \\ E_{p_2}E_{p_1}^* e^{i(\vec{k}_{p_2}-\vec{k}_{p_1})\cdot\vec{r}} \end{matrix} \right) E_{s_2} e^{i(\vec{k}_{s_1}-\vec{k}_{s_2})\cdot\vec{r}} \\
&= \frac{3\omega_s}{4in_s c}\chi^{(3)} \left(|E_{p_1}|^2 + |E_{p_2}|^2 + \begin{matrix} E_{p_1}E_{p_2}^* e^{i(\vec{k}_{p_1}-\vec{k}_{p_2})\cdot\vec{r}} \\ E_{p_2}E_{p_1}^* e^{i(\vec{k}_{p_2}-\vec{k}_{p_1})\cdot\vec{r}} \end{matrix} \right) E_{s_1} \\
&\quad + \frac{3\omega_s}{4in_s c}\chi^{(3)} \left(\left(|E_{p_1}|^2 + |E_{p_2}|^2 \right) e^{i(\vec{k}_{s_1}-\vec{k}_{s_2})\cdot\vec{r}} + \begin{matrix} E_{p_1}E_{p_2}^* e^{i(\vec{k}_{p_1}-\vec{k}_{p_2}+\vec{k}_{s_1}-\vec{k}_{s_2})\cdot\vec{r}} \\ E_{p_2}E_{p_1}^* e^{i(\vec{k}_{p_2}-\vec{k}_{p_1}+\vec{k}_{s_1}-\vec{k}_{s_2})\cdot\vec{r}} \end{matrix} \right) E_{s_2}
\end{aligned} \tag{4.32}$$

Nous traçons, sur la figure 4.13, les différents termes : sans surprise, les termes (a) et (c) sont les diffractions simples pour chaque onde Stokes. Seul (a) nous intéresse, car nous allons intégrer sur le volume pour ne garder que les termes se dirigeant vers $\vec{k}_{s_1}$. Rappelons que nous cherchons à distinguer les contributions à $\vec{k}_{s_1}$ dans l'équation (4.32) : une intégration sur $\vec{r}$ fera rapidement disparaître les termes oscillants. Le terme (b) est également inintéressant car les ondes ne sont jamais réfléchies vers $\vec{k}_{s_1}$. En effet il s'agit de la réflexion de E_{p_1} sur le réseau E_{p_2}, E_{s_1} qui par construction ne peut aller vers E_{s_1}. Enfin, le terme (d) est intéressant. Il s'agit de la réflexion de E_{p_1} sur le réseau E_{p_2}, E_{s_2} et de E_{p_2} sur le réseau E_{p_1}, E_{s_2}. Dans le cas de la figure, ces réflexions partent dans des directions inintéressantes. Le terme étudié de l'équation oscille avec les deux périodes spatiales $\frac{1}{|\vec{k}_{p_1}-\vec{k}_{p_2}+\vec{k}_{s_1}-\vec{k}_{s_2}|}$ et $\frac{1}{|\vec{k}_{p_2}-\vec{k}_{p_1}+\vec{k}_{s_1}-\vec{k}_{s_2}|}$. Néanmoins, il existe deux situations où le second dénominateur s'annule : $\vec{k}_{p_2} = \vec{k}_{s_2}$ et $\vec{k}_{p_1} = \vec{k}_{s_1}$, ou bien $\vec{k}_{p_2} = -\vec{k}_{s_1}$ et $\vec{k}_{p_1} = -\vec{k}_{s_2}$. Le premier dénominateur a deux solutions symétriques, en échangeant s_1 et s_2. Nous ne nous intéressons qu'au premier dénominateur (le second revient à échanger les deux ondes Pompe). Parmi les deux solutions de ce dénominateur, l'une correspond au Stokes copropagatif, et l'autre au Stokes contrapropagatif (contrairement à ce qu'annonce Murray [Murray *et al.*, 1999]). Dans le cas de l'effet Brillouin, le Stokes copropagatif est inexistant, car correspondrait à une onde acoustique de période infini. Intéressons-nous donc au cas de l'onde contrapropagative.

4.4.5 Cas favorable contrapropagatif $\vec{k}_{p_2} = \vec{k}_{s_2}$ et $\vec{k}_{p_1} = \vec{k}_{s_1}$

Nous nous mettons dans un cas dégénéré (voir figure 4.14) où un des termes croisés pourra intervenir constructivement. On rappelle que l'autre solution de ce terme correspond à un Stokes copropagatif et que l'autre terme est symétrique et revient à intervertir les ondes Stokes $\vec{k}_{s_1}$ et $\vec{k}_{s_2}$.

Dans ce cas particulier, les différents termes de l'équation sont illustrées sur la figure 4.15. Les deux figures de gauche correspondent à la diffraction simple, et les deux figures de droite aux termes croisés, c'est à dire à la diffraction des pompes par les réseaux qu'elles n'ont pas induits. On s'intéresse à ce qui revient vers $\vec{k}_{s_1}$: il faut considérer les cas (a) et (c). La figure 4.16 reprend les 3 cas qui diffractent dans la direction de $\vec{k}_{s_1}$:

- la diffraction de l'onde Pompe 1 sur le réseau Pompe 1 - Stokes 1 (cas suivant dégénéré)
- la diffraction de l'onde Pompe 2 sur le réseau Pompe 2 - Stokes 1
- la diffraction de l'onde Pompe 2 sur le réseau Pompe 1 - Stokes 2

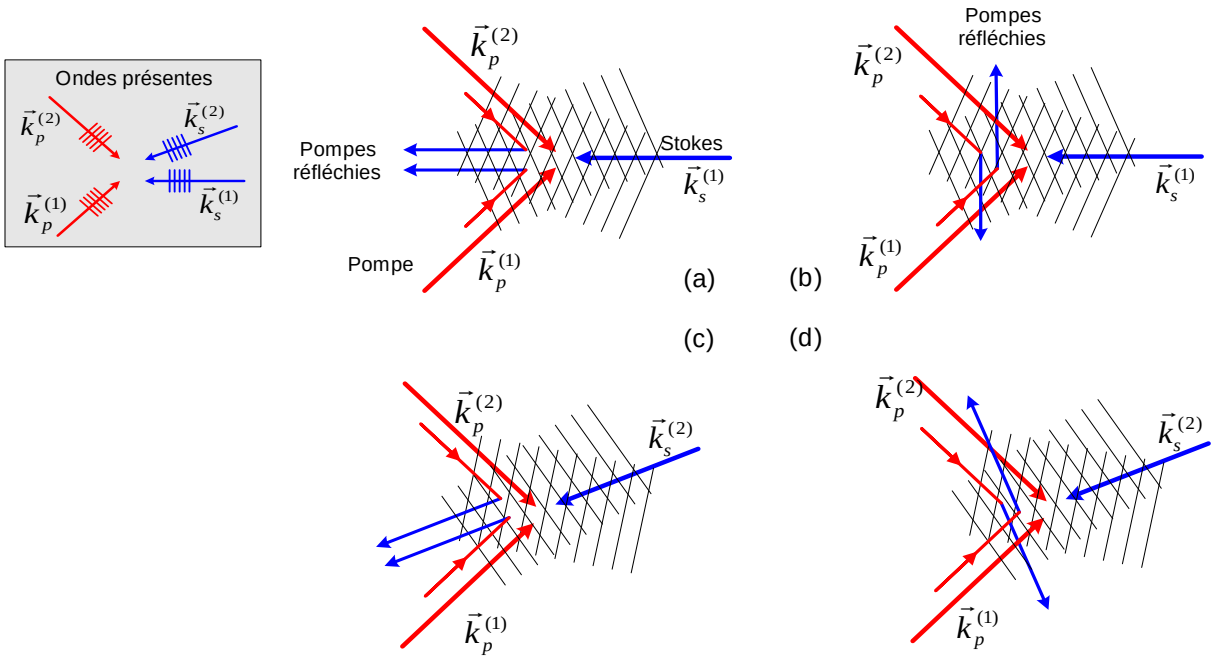


Fig. 4.13 – Cas général non dégénéré où $k_{p_1} \neq k_{p_2}$ et $k_{s_1} \neq k_{s_2}$. Les différents termes de l'équation d'évolution de l'onde Stokes sont représentés : (a) termes en E_{p_1}, E_{p_2} avec E_{s_1} (b) termes croisés $E_{p_1}E_{p_2}$ avec E_{s_1} (c) termes en E_{p_1}, E_{p_2} avec E_{s_2} et (d) termes croisés $E_{p_1}E_{p_2}$ avec E_{s_2}

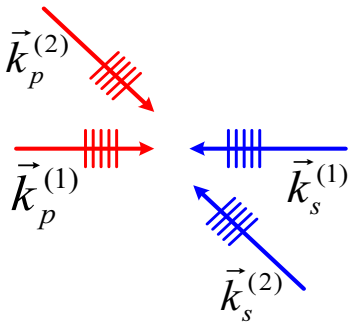


Fig. 4.14 – Cas dégénéré. On a $\vec{k}_{p_2} = \vec{k}_{s_2}$ et $\vec{k}_{p_1} = \vec{k}_{s_1}$

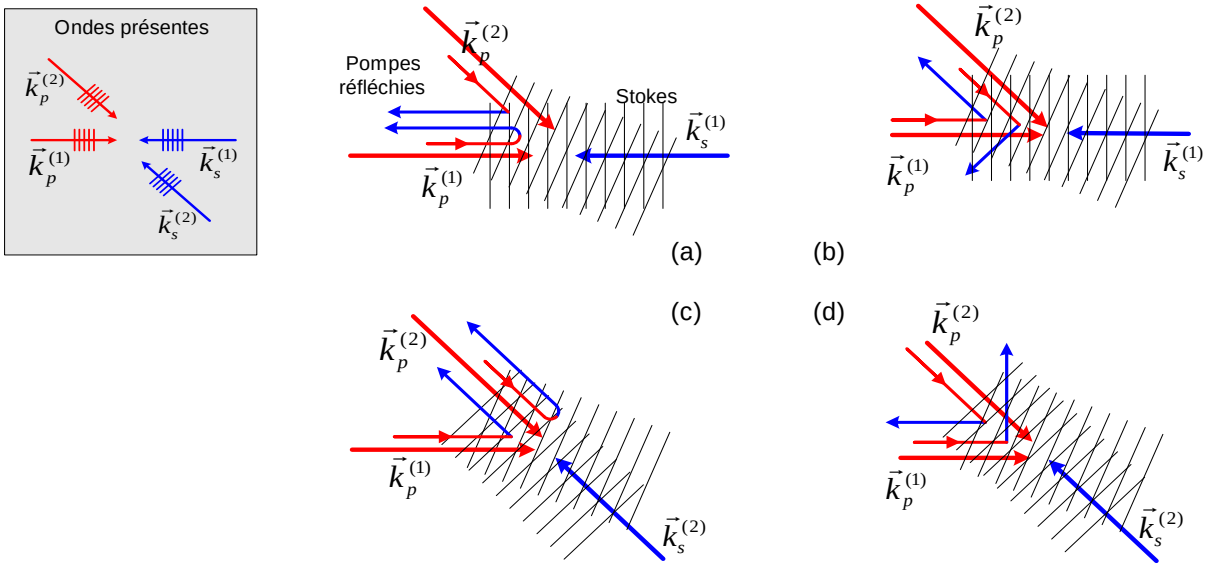


Fig. 4.15 – Cas dégénéré. On a $\vec{k}_{p_2} = \vec{k}_{s_2}$ et $\vec{k}_{p_1} = \vec{k}_{s_1}$

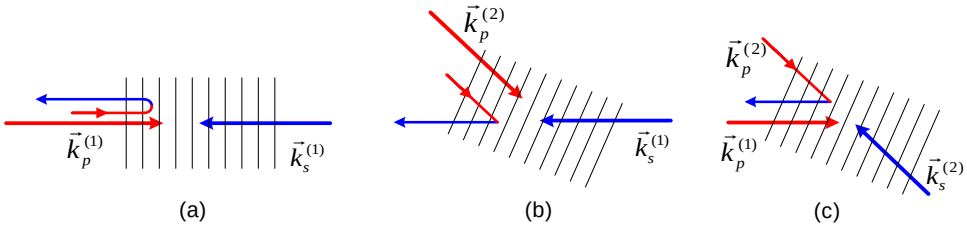


Fig. 4.16 – Zoom sur les cas intéressants. (a) et (b) réflexion directe des deux ondes Pompes sur l'onde Stokes (cas (a) de la figure 4.15). (c) terme croisé : réflexion de l'onde Pompe 2 sur le réseau créé par l'onde Pompe 1 et l'onde Stokes 2.

En effet, l'équation qui régit la variation de E_{s_1} s'écrit maintenant

$$\frac{dE_{s_1}}{dr_{\vec{k}_{s_1}}} = \frac{3\omega_s}{4in_s c}\chi^{(3)}\left[\left(|E_{p_1}|^2 + |E_{p_2}|^2\right)E_{s_1} + E_{p_2}E_{p_1}^* E_{s_2}\right] \tag{4.33}$$

On voit ici que cette dégénérescence apporte un terme supplémentaire par rapport au cas général. C'est une onde Stokes qui va interférer avec l'onde E_{s_1} qui nous intéresse. Reste à savoir si elle va interférer constructivement ou non. Pour que l'interférence soit constructive, il faut que la phase de $E_{p_2}E_{p_1}^* E_{s_2}$ soit la même que E_{s_1}. Or il n'y a pas de relation de phase a priori entre les ondes Pompe et Stokes, on peut fixer arbitrairement la phase de E_{s_2} égale à celle de $E_{p_2}^*$. Alors la phase de $E_{p_2}E_{p_1}^* E_{s_2}$ est la même que celle de $E_{p_1}^*$, et le gain Brillouin est maximisé si la condition $phase(E_{p_1}^*) = phase(E_{s_1})$ est remplie, c'est à dire si l'on a *conjugaison de phase* !

4.4.6 Conclusion de l'étude de l'interaction de deux ondes planes non guidées

Ainsi, nous avons montré que le mélange de deux ondes Pompe et deux ondes Stokes par effet Brillouin présente un maximum de gain quand les ondes Stokes sont contrapropagatives aux ondes Pompe et quand leur phase sont *les conjuguées des phases des ondes Pompe*. Par rapport au mélange à 4 ondes dégénéré en fréquence, la formulation que nous avons ici montre que la conjugaison de phase n'est pas « intrinsèque » à la diffusion Brillouin stimulée. En particulier, nous n'avons pas montré que l'amplitude des ondes en retour était aussi la même que l'onde de départ.

Plaçons nous maintenant dans un cas plus général de décomposition en ondes planes. Nous aboutirons aux mêmes résultats essentiellement mais la conjugaison de phase apparaîtra plus clairement.

4.5 La conjugaison de phase par SBS - une interprétation « réseaux ». Extension à des formes arbitraires d'ondes non guidées

Dans ce paragraphe nous reprenons plus brièvement les résultats du chapitre précédent en les étendant à une décomposition complète des ondes Pompe et Stokes sur les ondes planes. Nous discutons ensuite des facteurs responsables de la qualité de la conjugaison de phase.

Nous considérons ici le cas de deux ondes Pompe et deux ondes Stokes qui sont complètement décomposées sur une base d'ondes planes progressives monochromatiques. Notons-les :

$$E_p(\vec{r},t) = \sum_i E_{p_i}(\vec{r},t)e^{i\vec{k}_{p_i}\cdot\vec{r}}e^{-i\omega_p t} \tag{4.34}$$

$$E_s(\vec{r},t) = \sum_m E_{s_m}(\vec{r},t)e^{-i\vec{k}_{s_m}\cdot\vec{r}}e^{-i\omega_s t} \tag{4.35}$$

Nous nous sommes mis dans le cas d'ondes polarisées linéairement. Nous négligeons ici comme auparavant les effets d'angle sur les champs, c'est à dire que nous considérons que tous les champs interagissent comme s'ils étaient polarisés selon la même direction. Les interactions entre les ondes très inclinées entre elles seront surévaluées. Nous sommes toujours dans l'hypothèse $\theta < 0.1rad$ qui garantit l'indépendance de Ω_B avec les vecteurs considérés.

Les enveloppes E_{p_i} et E_{s_m} sont supposées dépendre uniquement d'une coordonnée, qui est l'axe de leur propagation ($\vec{k}_{p_i}$ et $\vec{k}_{s_m}$ respectivement). Leur dérivée selon cet axe pourra donc être notée $\frac{dE_{s_m}}{dr_{\vec{k}_{s_m}}}$ au lieu de $\frac{\partial E_{s_m}}{\partial r_{\vec{k}_{s_m}}}$. Cela revient à négliger la diffraction ou à supposer que les faisceaux ont une extension infinie.

La densité de polarisation s'écrit alors

$$\begin{aligned} E_p E_p^* \breve{E}_s &= \left(\sum_i E_{p_i}(\vec{r},t)e^{i\vec{k}_{p_i}\cdot\vec{r}}\right)\left(\sum_j E_{p_j}^*(\vec{r},t)e^{-i\vec{k}_{p_j}\cdot\vec{r}}\right)\left(\sum_m E_{s_m}(\vec{r},t)e^{-i\vec{k}_{s_m}\cdot\vec{r}}\right) \\ &= \left(\sum_{i,j,m} E_{p_i}E_{p_j}^* E_{s_m}(\vec{r},t)e^{i(\vec{k}_{p_i}-\vec{k}_{p_j}-\vec{k}_{s_m})\cdot\vec{r}}\right) \end{aligned} \tag{4.36}$$

D'après l'équation (3.144), on peut écrire

$$\begin{aligned} \sum_n \frac{\partial E_{s_n}}{\partial r_{\vec{k}_{s_n}}} e^{-i\vec{k}_{s_n}\cdot\vec{r}} &= \frac{3\omega_s}{4in_s c}\chi^{(3)} E_p E_p^* \breve{E}_s \\ &= \frac{3\omega_s}{4in_s c}\chi^{(3)}\left(\sum_{i,j,m} E_{p_i}E_{p_j}^* E_{s_m}(\vec{r},t)e^{i(\vec{k}_{p_i}-\vec{k}_{p_j}-\vec{k}_{s_m})\cdot\vec{r}}\right) \end{aligned} \tag{4.37}$$

soit

$$\frac{dE_{s_n}}{dr_{\vec{k}_{s_n}}} + \sum_{l\neq n}\frac{dE_{s_l}}{dr_{\vec{k}_{s_l}}}e^{i(\vec{k}_{s_n}-\vec{k}_{s_l})\cdot\vec{r}} = \frac{3\omega_s}{4in_s c}\chi^{(3)}\left(\sum_{i,j,m} E_{p_i}E_{p_j}^* E_{s_m}(\vec{r},t)e^{i(\vec{k}_{p_i}-\vec{k}_{p_j}-\vec{k}_{s_m}+\vec{k}_{s_n})\cdot\vec{r}}\right) \tag{4.38}$$

Ainsi, pour étudier les variations de $\frac{dE_{s_n}}{dr_{\vec{k}_{s_n}}}$, nous intégrerons sur tout l'espace la variable $\vec{r}$. Nous savons que seuls les termes non oscillants seront constructifs : la somme à gauche ne sera jamais constructive, et seuls les termes de la somme de droite qui vérifient $\Delta k = \vec{k}_{p_i} - \vec{k}_{p_j} - \vec{k}_{s_m} + \vec{k}_{s_n} = 0$ seront constructifs. En réalité il faut simplement que Δk soit inférieur à l'inverse de la longueur typique d'interaction, mais pour rester simples réduisons les cas constructifs à $\Delta k = 0$.

$$\frac{dE_{s_n}}{dr_{\vec{k}_{s_n}}} = \frac{3\omega_s}{4in_s c}\chi^{(3)} \sum_{\substack{i,j,m \\ \Delta k = 0}} E_{p_i}E_{p_j}^* E_{s_m}(\vec{r},t)e^{i(\vec{k}_{p_i}-\vec{k}_{p_j}-\vec{k}_{s_m}+\vec{k}_{s_n})\cdot\vec{r}} \tag{4.39}$$

Il faut maintenant répertorier tous les cas où nous avons $\Delta k = 0$.

Cas $i = j$

Dans ce cas on a $\vec{k}_{p_j} = \vec{k}_{p_i}$ et donc $\vec{k}_{s_m} = \vec{k}_{s_n}$, c'est à dire $m = n$ (on n'a pas de dégénérescence du genre de celles que l'on trouvera dans les guides). La somme se réduit alors à :

$$\sum_i |E_{p_i}|^2 E_{s_n}(\vec{r},t) \tag{4.40}$$

On reconnaît ici le terme (a) de la figure 4.13 par exemple, où l'onde Pompe se diffracte sur le réseau qu'elle-même a créé avec l'onde Stokes E_{s_n}.

Cas $i \neq j$

On veut ici $\Delta k = \vec{k}_{p_i} - \vec{k}_{p_j} - \vec{k}_{s_m} + \vec{k}_{s_n} = 0$, soit $\vec{k}_{p_i} - \vec{k}_{p_j} = \vec{k}_{s_m} - \vec{k}_{s_n}$. Les vecteurs $\vec{k}$ ont tous la même longueur, donc à (i,j) fixés les (m,n) solutions sont telles que le point d'origine commun à $\vec{k}_{s_m}$ et $\vec{k}_{s_n}$ sur la figure 4.17 parcourt le demi-cercle indiqué. On a indiqué aussi le cas particulier simple où $\vec{k}_{p_i} = \vec{k}_{s_m}$ et $\vec{k}_{p_i} = \vec{k}_{s_n}$ (ie. $m = i$ et $j = n$) en pointillés. Ce cas particulier s'écrit :

$$\sum_{i\neq n} E_{p_i}E_{p_n}^* E_{s_i}(\vec{r},t) \tag{4.41}$$

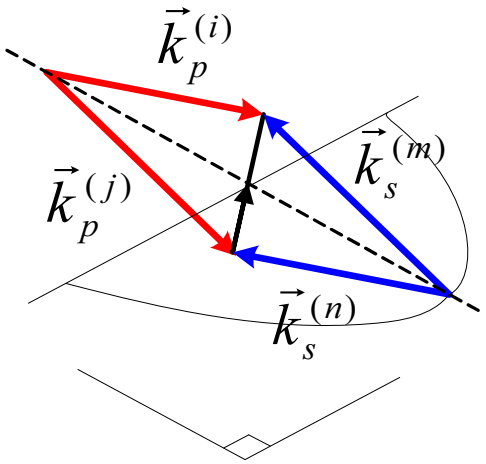


Fig. 4.17 – Solutions $\vec{k}_{s_m}$ et $\vec{k}_{s_n}$ quand $\vec{k}_{p_i} - \vec{k}_{p_j} = \vec{k}_{s_m} - \vec{k}_{s_n}$. Afin de vérifier $\Delta k = 0$, l'origine des vecteur $\vec{k}_{s_m}$ et $\vec{k}_{s_n}$ peut parcourir le demi-cercle indiqué.

Nous ne considérons pas les cas des ondes copropagatives : nous avons déjà dit que dans le cas de l'effet Brillouin elles n'avaient pas d'incidence. Les autres cas s'écrivent :

$$\sum_{\substack{i,j,m \\ \Delta k = 0 \\ i \neq j \\ i \neq m}} E_{p_i} E^*_{p_j} E_{s_m}(\vec{r},t) \tag{4.42}$$

Nous allons montrer que le cas particulier induit le conjugué en phase, tandis que les autres se moyennent à zéro. Ainsi on peut récrire l'expression (4.39) sous la forme :

$$\frac{dE_{s_n}}{dr_{\vec{k}_{sn}}} = \frac{3\omega_s}{4in_s c}\chi^{(3)} \left(\sum_i |E_{p_i}|^2 E_{s_n}(\vec{r},t) + \sum_{i \neq n} E_{p_i} E^*_{p_n} E_{s_i}(\vec{r},t) + \sum_{\substack{i,j,m \\ \Delta k = 0 \\ i \neq j \\ i \neq m}} E_{p_i} E^*_{p_j} E_{s_m}(\vec{r},t) \right) \tag{4.43}$$

Les deux premiers termes de l'équation sont représentés sur la figure 4.18 : (a) montre la diffraction de chaque onde Pompe E_{p_i} sur le réseau qu'elle crée elle-même avec l'onde Stokes E_{s_n}. (b) montre la diffraction de toutes les autres ondes Pompe E_{p_j} sur les réseaux qui sont créés par les ondes symétriques (E_{p_n} et E_{s_i}, ondes Pompe et Stokes inversées). Le dernier terme n'est pas intéressant. En général, tous les termes qui s'y additionnent ont des phases non corrélées, ce qui fait que la somme globale est nulle ou bien au moins négligeable devant les deux premiers termes.

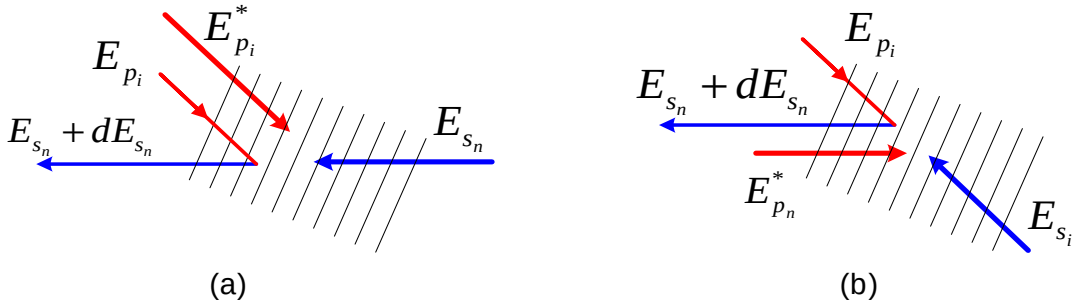


FIG. 4.18 – Deux premiers termes de l'équation (4.43). (a) terme en $|E_{p_i}|^2 E_{s_n}$ (b) terme en $E_{p_i}E^*_{p_n}E_{s_i}$

$$\frac{dE_{s_n}}{dr_{\vec{k}_{s_n}}} = \frac{3\omega_s}{4in_sc}\chi^{(3)}\left(\sum_i |E_{p_i}|^2 E_{s_n}(\vec{r},t) + \sum_{i\neq n} E_{p_i}E^*_{p_n}E_{s_i}(\vec{r},t)\right) \tag{4.44}$$

$$= \frac{3\omega_s}{4in_sc}\chi^{(3)}\left(E_{s_n}\sum_i |E_{p_i}|^2 (\vec{r},t) + E^*_{p_n}\sum_{i\neq n} E_{p_i}E_{s_i}(\vec{r},t)\right) \tag{4.45}$$

La somme $\sum_{i\neq n} E_{p_i}E_{s_i}(\vec{r},t)$ n'a aucune raison d'être particulièrement constructive, si les E_{p_i} et E_{s_i} n'ont pas de relation de phase. Ce terme peut donc généralement être pris nul, si l'on suppose que E_{p_i} et E_{s_i} n'ont pas de relation de phase particulière. Dans ce cas on peut récrire l'équation (4.45) :

$$\frac{dE_{s_n}}{dr_{\vec{k}_{s_n}}} = \frac{3\omega_s}{4in_sc}\chi^{(3)}\left(\sum_i |E_{p_i}|^2 (\vec{r},t)\right) E_{s_n} \tag{4.46}$$

Néanmoins, il est assez évident que dans le cas particulier où on a pour tout i, $E_{s_i} = E^*_{p_i}$, la somme devient maximale, et l'équation (4.45) devient alors

$$\frac{dE_{s_n}}{dr_{\vec{k}_{s_n}}} = \frac{3\omega_s}{4in_sc}\chi^{(3)}\left(E_{s_n}\sum_i |E_{p_i}|^2 (\vec{r},t) + E^{**}_{s_n}\sum_{i\neq n} E_{p_i}E^*_{p_i}(\vec{r},t)\right) \tag{4.47}$$

$$= \frac{3\omega_s}{4in_sc}\chi^{(3)}\left(\sum_i |E_{p_i}|^2 (\vec{r},t) + \sum_{i\neq n} |E_{p_i}|^2 (\vec{r},t)\right) E_{s_n} \tag{4.48}$$

$$\approx \frac{3\omega_s}{4in_sc}\chi^{(3)}\left(2\sum_i |E_{p_i}|^2 (\vec{r},t)\right) E_{s_n} \tag{4.49}$$

soit

$$\begin{cases} \frac{dE_{s_n}}{dr_{\vec{k}_{s_n}}} \approx 2\frac{3\omega_s}{4in_sc}\chi^{(3)}\left(\sum_i |E_{p_i}|^2 (\vec{r},t)\right) E_{s_n} \\ E_{s_i} = E^*_{p_i} \text{ pour tout } i \end{cases} \tag{4.50}$$

En comparant les équations (4.46) (onde Stokes quelconque) et (4.46) (onde Stokes conjuguée en phase), il apparaît que le gain Brillouin est doublé lorsque l'onde Stokes est conjuguée en phase de l'onde pompe. Ainsi que la vision « réseaux » permet de retrouver le résultat connu du doublement du gain pour le conjugué en phase.

Pourquoi le doublement du gain favorise-t-il le conjugué en phase ?

Le gain agit sur des photons de bruit, et ceci de manière exponentielle. On considère typiquement que le gain précédent doit dépasser 20 pour que la puissance de l'onde Stokes (e^{20}*puissance d'un photon par seconde, par exemple) soit non négligeable devant la puissance de l'onde Pompe. D'après cette étude, quand le gain atteint 20 pour le conjugué en phase, il atteint environ 10 pour les autres configurations Stokes, dont la puissance sera donc $e^{10} \approx 22000$ fois moins importante que pour le conjugué en phase.

Pourquoi a-t-on le doublement du gain pour le conjugué en phase ?

On a vu que les seuls réseaux qui étaient « bien orientés » pour réfléchir les modes Pompe vers le mode Stokes E_{s_n} sont les deux réseaux de la figure 4.18. La phase du premier réseau (c'est à dire sa position modulo son pas) est toujours telle que l'onde Pompe qui s'y réfléchit est en phase avec l'onde Stokes. C'est à dire que la phase du réseau (celle de $E^*_{p_i}E_{s_n}$) fois la phase de l'onde qui s'y réfléchit (donc $E_{p_i}E^*_{p_i}E_{s_n}$) est la même que celle de E_{s_n}.

La position du second réseau quant à lui (la phase de $E^*_{p_n}E_{s_i}$) est telle que l'onde qui s'y réfléchit a la phase de $E_{p_i}E^*_{p_n}E_{s_i}$.

Dans le cas général où il n'y a pas de relation de phase entre les modes Pompe et Stokes, la phase du second réseau est aléatoire : il est de temps en temps superposé au premier, et de temps en temps décalé. Pour les couples de modes où il se superpose, les deux réseaux se renforcent, et la réflectivité augmente. A l'inverse, pour les couples de modes où le second réseau est décalé d'une demi-période, il annule le premier et la réflectivité disparaît. Ainsi, dans le cas de « non-relation de phase », tous les couples de modes qui constituent le second réseau s'additionnent de manière « incohérente » : leur effet moyen est nul.

Par contre, si l'on admet une relation de phase (à déterminer) entre les ondes Pompe et Stokes, on peut avoir un effet moyen non nul. Au mieux, les deux réseaux sont toujours superposés : dans ce cas ils se renforcent toujours, on a addition cohérente (en phase) des ondes réfléchies. Il y a *doublement du gain* ! Et ceci arrive quand les phases des deux réseaux sont les mêmes, c'est à dire quand $phase(E^*_{p_i}E_{s_n}) = phase(E^*_{p_n}E_{s_i})$ soit $phase(E_{s_n}) = phase(E^*_{p_n})$. De plus, on montre que le gain global en intensité est maximal si en plus de l'égalité des phases on a égalité des amplitudes $|E_{s_n}| = \left|E^*_{p_n}\right|$. Pour cela, on développe la dérivée $\frac{d}{dz}\sum_n |E_{s_n}|^2$ qui, en plus d'un terme constant, contient le carré de $\sum_n E_{s_n}E_{p_n}$. C'est le produit scalaire de deux vecteurs $\vec{E}^*_p$ et $\vec{E}_s$ dans une base orthogonale. Si l'on suppose les vecteurs normés, leur produit scalaire est maximal quand ils sont colinéaires, c'est à dire quand $\vec{E}_s = \vec{E}^*_p$. *Il s'agit bien du conjugué en phase, aussi bien en phase qu'en amplitude.*

Donc le gain est doublé car les réseaux se renforcent dans le cas de la conjugaison de phase.

Quelles approximations a-t-on faites ?

Outre l'hypothèse de l'angle θ faible, il a fallu pour arriver à cette conclusion faire l'approximation $\sum_{i\neq n} |E_{p_i}|^2 (\vec{r},t) \approx \sum_i |E_{p_i}|^2 (\vec{r},t)$, c'est à dire $|E_{p_n}|^2 (\vec{r},t) \ll \sum_{i\neq n} |E_{p_i}|^2 (\vec{r},t)$ pour tout n, c'est à dire que chaque mode a une puissance petite devant la somme des puissances des autres modes. Autrement dit, la décomposition de l'onde Pompe sur les vecteurs $\vec{k}$ ne favorise pas trop fortement un mode : l'onde Pompe doit être très aberrante. D'après cette étude, il semble qu'un mode sur-représenté ait tendance à être sous représenté dans l'onde Stokes.

Conclusion

Pour conclure, ce traitement nous a permis de comprendre le rôle de chaque terme dans les équations non linéaires Brillouin dans le cas de la propagation libre. Nous avons retrouvé le dou-

blement du gain associé à la superposition de réseaux acoustiques dans le cas de la conjugaison de phase. Cet effet de doublement est conditionné à ce qu'il n'y ait pas de mode prépondérant et qu'un nombre important de modes soit incident.

4.6 Causes de non-conjugaison

Pourquoi l'onde conjuguée en phase n'est-elle pas parfaite dans certains cas ? D'après l'analyse de Zel'dovich, la tentation à penser qu'il n'y a pas de raison que le conjugué ne soit pas conjugué est forte. Il est vrai, et vérifié dans la pratique, que cet effet est difficile à perturber : même en présence d'autres effets non linéaires, le conjugué en phase reste relativement bon. Comme le dit Hellwarth, « Nature surely loves the phase conjugate beam ».

Bruit cohérent

Néanmoins, il existe bien des raisons pour lesquelles le faisceau n'est pas parfaitement conjugué en phase. Nous en avons mentionné une, c'est la non-vérification de l'hypothèse que nous avons faite

$$|E_{p_n}|^2(\vec{r},t) \ll \sum_{i\neq n} |E_{p_i}|^2(\vec{r},t) \text{ pour tout } n \tag{4.51}$$

c'est à dire que chaque mode a une puissance petite devant la somme des puissances des autres modes. Lorsque cette hypothèse n'est pas parfaitement réalisée, le conjugué n'est plus vraiment conjugué : il s'y ajoute ce que l'on appelle le *bruit cohérent*. C'est la correction effectuée par le terme que nous avons négligé.

Bruit incohérent

S'y ajoute le *bruit incohérent*, qui correspond aux autres termes que nous avons négligés :

$$\sum_{\substack{i,j,m \\ \Delta k = 0 \\ i\neq j; i\neq m}} E_{p_i} E^*_{p_j} E_{s_m}(\vec{r},t) \approx 0 \tag{4.52}$$

car leur effet moyen est supposé être nul. Le terme « incohérent » ne fait pas référence à une quelconque cohérence de source mais à la cohérence des différents réseaux de Bragg. Celui ci ne refait son apparition que dans le cas de distances d'interaction très courtes (quelques dizaines de longueurs d'onde), qui ne nous intéresseront pas dans le cas des études des fibres.

Δk non parfaitement nul

Un terme, souvent négligé, n'apparaît que sur des distances importantes : le *décalage Brillouin* $\Delta\lambda/\lambda \approx 10^{-5}$. Les auteurs négligent souvent ce terme car ils ne s'intéressent qu'à des interactions sur de courtes longueurs. Pourtant, s'il est cumulé sur des distances importantes (à partir de quelques mètres), il peut jouer un rôle très important sur la conjugaison de phase. L'aberration chromatique fera l'objet d'une étude précise lors de l'étude de la conjugaison de phase dans les fibres.

Pompe dépolarisée

Ensuite, la *dépolarisation* est un autre problème pour la conjugaison de phase : le phénomène ne conjugue en phase que des faisceaux linéairement polarisés. Nous allons voir tout de suite pourquoi avec un modèle simple.

... et le recouvrement imparfait des modes !

Dans cette étude, nous avons utilisé des ondes planes uniformes, donc à extension transverse infinie. Dans la réalité, les faisceaux sont souvent focalisés. Ces considérations sortent du cadre de cette étude simple de la conjugaison de phase par effet Brillouin dans un milieu non guidant. Par contre, dans l'étude dédiée à la conjugaison de phase dans un milieu guidant, ce paramètre jouera un rôle important.

4.7 Onde Pompe dépolarisée, conjugaison de phase vectorielle

Intéressons-nous à l'effet d'une dépolarisation de l'onde Pompe sur la diffusion stimulée. Ces considérations simples seront néanmoins très intéressantes. Blaschuk, en 1978 [Blaschuk *et al.*, 1978], a traité la question dans le cas de la propagation libre pour expliquer des observations qu'il avait faites. Lorsque les mêmes idées sont développées dans le cas des fibres optiques, les résultats peuvent être différents, nous y consacrerons un chapitre (voir 7.7). L'équation (3.29) nous donnait, pour la densité de polarisation totale,

$$\vec{\mathcal{P}} = \left(\epsilon_0\chi^{(1)} + \delta\epsilon(\mathcal{E})\right)\vec{\mathcal{E}} \tag{4.53}$$

où $\delta\epsilon(\mathcal{E})$ est le petit réseau créé entre l'onde Pompe et l'onde Stokes (3.28)

$$\delta\epsilon(\mathcal{E}) = \frac{C\gamma_e^2}{2}\left\|\vec{\mathcal{E}}\right\|^2 \tag{4.54}$$

Si $\vec{\mathcal{E}} = \vec{\mathcal{E}^{\perp}} + \vec{\mathcal{E}^{//}}$, on peut récrire (4.54) : $\delta\epsilon(\mathcal{E}) = \frac{C\gamma_e^2}{2}\left(\mathcal{E}^{\perp\,2} + \mathcal{E}^{//\,2}\right)$. D'autre part, on a vu également qu'à la pulsation qui nous intéressait, la partie non linéaire se réduisait à (3.133) :

$$P_{NL}^{(\omega_s)} = \frac{3}{2}\epsilon_0\chi^{(3)} \underbrace{\widetilde{E}_p}_{\text{Onde diffractée}} \underbrace{\widetilde{E}_p^*(z,t)\widetilde{E}_s(z,t)}_{\text{Réseau diffractant}} e^{i(-k_s z-\omega_s t)} \tag{4.55}$$

Ainsi, si l'on prend en compte la polarisation, on peut écrire

$$P_{NL}^{(\omega_s)\perp} = \frac{3}{2}\epsilon_0\chi^{(3)}\widetilde{E}_p^{\perp}\left(\widetilde{E}_p^{*\perp}\widetilde{E}_s^{\perp} + \widetilde{E}_p^{*//}\widetilde{E}_s^{//}\right)e^{i(-k_s z-\omega_s t)} \tag{4.56}$$

$$P_{NL}^{(\omega_s)//} = \frac{3}{2}\epsilon_0\chi^{(3)}\widetilde{E}_p^{//}\left(\widetilde{E}_p^{*\perp}\widetilde{E}_s^{\perp} + \widetilde{E}_p^{*//}\widetilde{E}_s^{//}\right)e^{i(-k_s z-\omega_s t)} \tag{4.57}$$

Pour constater l'effet, reprenons directement l'étude précédente à l'équation (4.39) avec les notations (4.34) et (4.35) :

$$\vec{E}_p(\vec{r},t) = \sum_i\left(\vec{E}_{p_i}^{\perp}(\vec{r},t) + \vec{E}_{p_i}^{//}(\vec{r},t)\right)e^{i\vec{k}_{p_i}\cdot\vec{r}}e^{-i\omega_p t} \tag{4.58}$$

$$\vec{E}_s(\vec{r},t) = \sum_m\left(\vec{E}_{s_m}^{\perp}(\vec{r},t) + \vec{E}_{s_m}^{//}(\vec{r},t)\right)e^{-i\vec{k}_{s_m}\cdot\vec{r}}e^{-i\omega_s t} \tag{4.59}$$

puis par exemple

$$\frac{dE^{\perp}_{s_n}}{dr_{\vec{k}_{s_n}}} = \frac{3\omega_s}{4in_s c}\chi^{(3)} \sum_{\substack{i,j,m \\ \Delta k = 0}} E^{\perp}_{p_i}\left(E^{*\perp}_{p_j}E^{\perp}_{s_m} + E^{*//}_{p_j}E^{//}_{s_m}\right)(\vec{r},t)e^{i(\vec{k}_{p_i}-\vec{k}_{p_j}-\vec{k}_{s_m}+\vec{k}_{s_n})\cdot\vec{r}} \tag{4.60}$$

Comme tout à l'heure (4.40), il faut maintenant répertorier tous les cas où nous avons $\Delta k = 0$.

Cas $i = j$ et $m = n$

Dans ce cas la somme se réduit à

$$\sum_i E^{\perp}_{p_i}E^{*\perp}_{p_i}E^{\perp}_{s_n}(\vec{r},t) + \sum_i E^{\perp}_{p_i}E^{*//}_{p_i}E^{//}_{s_n}(\vec{r},t) \tag{4.61}$$

$$= E^{\perp}_{s_n}\sum_i E^{\perp}_{p_i}E^{*\perp}_{p_i}(\vec{r},t) + E^{//}_{s_n}\sum_i E^{\perp}_{p_i}E^{*//}_{p_i}(\vec{r},t) \tag{4.62}$$

On suppose a priori qu'on a conjugaison de phase. Le premier terme est toujours cohérent, c'est le seul que l'on retrouve dans tous les cas. Quant au second, ses termes n'ont pas de phase déterminée à l'avance s'il n'y a pas de corrélation entre les déphasages des différents modes. Dans ce cas, il est nul en moyenne.

Cas $i \neq j$

On récrit les équations qui sont normalement à l'origine de la conjugaison de phase ($m = i$ et $j = n$) :

$$\sum_{i\neq n} E^{\perp}_{p_i}E^{*\perp}_{p_n}E^{\perp}_{s_i}(\vec{r},t) + \sum_{i\neq n} E^{\perp}_{p_i}E^{*//}_{p_n}E^{//}_{s_i}(\vec{r},t) \tag{4.63}$$

$$= E^{*\perp}_{p_n}\sum_{i\neq n} E^{\perp}_{p_i}E^{\perp}_{s_i}(\vec{r},t) + E^{*//}_{p_n}\sum_{i\neq n} E^{\perp}_{p_i}E^{//}_{s_i}(\vec{r},t) \tag{4.64}$$

Récrivons donc l'ensemble de ces termes :

$$\frac{dE^{\perp}_{s_n}}{dr_{\vec{k}_{s_n}}} = \frac{3\omega_s}{4in_s c}\chi^{(3)}\left(E^{\perp}_{s_n}\sum_i E^{\perp}_{p_i}E^{*\perp}_{p_i} + E^{//}_{s_n}\sum_i E^{\perp}_{p_i}E^{*//}_{p_i} + E^{*\perp}_{p_n}\sum_{i\neq n} E^{\perp}_{p_i}E^{\perp}_{s_i} + E^{*//}_{p_n}\sum_{i\neq n} E^{\perp}_{p_i}E^{//}_{s_i}\right) \tag{4.65}$$

Il y a cette fois-ci plus d'une solution au doublement du gain : la solution CP qui s'appuie sur le troisième terme de (4.65) et la solution mixte qui s'appuie sur le quatrième terme. Le second terme $\sum_i E^{\perp}_{p_i}E^{*//}_{p_i}$ est quant à lui négligeable si l'on n'a pas de relation de phase fixe entre les modes pompe horizontaux et les modes pompe verticaux.

Conjugué en phase

Naturellement, si l'on remplace $E^{\perp}_{s_n}$ par $E^{*\perp}_{p_n}$ et $E^{//}_{s_n}$ par $E^{*//}_{p_n}$, on retrouve la solution conjuguée en phase sur les deux polarisations.

$$\frac{dE^{\perp}_{s_n}}{dr_{\vec{k}_{s_n}}} = \frac{3\omega_s}{4in_s c}\chi^{(3)}\left(E^{*\perp}_{p_n}\sum_i \left|E^{\perp}_{p_i}\right|^2 + E^{*//}_{p_n}\sum_i E^{\perp}_{p_i}E^{*//}_{p_i} + E^{*\perp}_{p_n}\sum_{i\neq n}\left|E^{\perp}_{p_i}\right|^2 + E^{*//}_{p_n}\sum_{i\neq n} E^{\perp}_{p_i}E^{*//}_{p_i}\right) \tag{4.66}$$

Les premier et troisième termes sont égaux : c'est le doublement du gain. Les second et dernier sont nuls car on a supposé qu'il n'y avait pas corrélation entre les phase des différents modes Pompe.

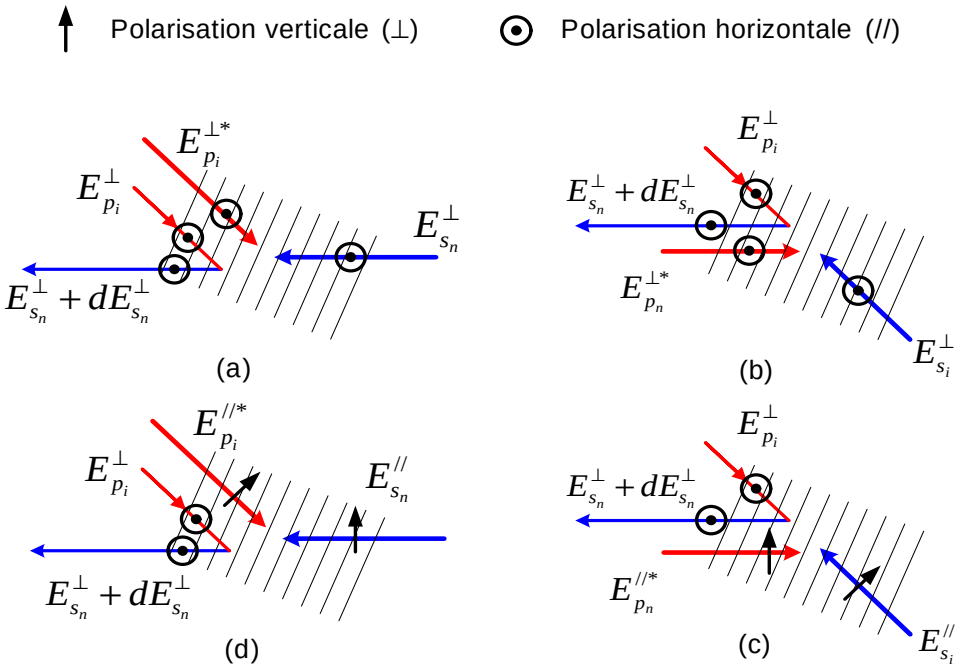


Fig. 4.19 – Conjugaison en phase d'un faisceau dépolarisé. On ne considère que ce qui revient sur la polarisation verticale. On a dessiné les réseaux créés par (a) le premier terme, (b) le troisième terme, (c) le dernier terme et (d) le second terme qui n'intervient pas tant que qu'il n'y a pas de relation de phase entre les polarisations de l'onde Pompe.

Inversion des polarisations

Curieusement, si l'on prend maintenant $E^{\perp}_{s_n} = E^{*//}_{p_n}$ et $E^{//}_{s_n} = E^{*\perp}_{p_n}$, on obtient :

$$\frac{dE^{\perp}_{s_n}}{dr_{\vec{k}_{s_n}}} = \frac{3\omega_s}{4in_s c}\chi^{(3)}\left(E^{*//}_{p_n}\sum_i \left|E^{\perp}_{p_i}\right|^2 + E^{*\perp}_{p_n}\sum_i E^{\perp}_{p_i}E^{*//}_{p_i} + E^{*\perp}_{p_n}\sum_{i\neq n} E^{\perp}_{p_i}E^{*//}_{p_i} + E^{*//}_{p_n}\sum_{i\neq n}\left|E^{\perp}_{p_i}\right|^2\right) \tag{4.67}$$

On a aussi doublement du gain dans ce cas. Essayons d'interpréter physiquement ce qu'il se passe. La figure 4.19 représente les trois réseaux créés par les trois termes (1,3 et 4) de l'équation (4.65). On remarque déjà que les réseaux sont bien créés par des faisceaux de même polarisation et que c'est bien une polarisation verticale qui se diffracte vers une autre polarisation verticale. Les deux solutions présentées précédemment correspondent à la superposition des réseaux (a) et (b) ou bien des réseaux (a) et (c). Par symétrie la polarisation horizontale présente des solutions similaires. La solution (a)-(c) est la même pour les deux polarisations, on a donc globalement trois solutions indépendantes : conjugaison en phase de la polarisation //, conjugaison en phase de la polarisation ⊥, et la solution conjugaison de phase de // sur ⊥ et vice-versa. Ces trois solutions voient le même gain Brillouin, donc sont a priori en concurrence.

Ces déductions sont confirmées par une expérience de Blaschuk en 1978 [Blaschuk *et al.*, 1978]. Celui-ci étudia la conjugaison en phase d'un faisceau dépolarisé dans une cellule d'acétone. L'expérience est menée avec un dépolariseur en calcite attaqué : la profondeur des trous ($8\mu m$) fois la différence d'indice (0.16) est suffisante pour créer une polarisation aléatoire en chaque point. Il remarque en particulier que :

– lorsque les deux polarisations ont une intensité équivalente, les deux reviennent conjuguées en phase avec une phase indépendante. A cela s'ajoute un fond sous forme de halo cor-

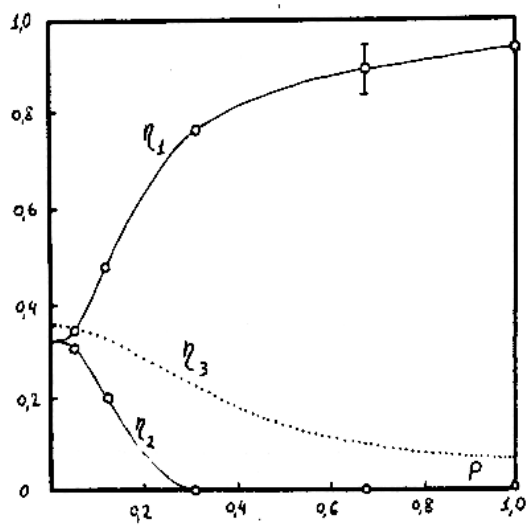


Fig. 4. Reproduction share η_1 for the vertical polarization, versus polarization degree p; η_2 – the same for the horizontal polarization; beside pointed line denotes η_3.

Fig. 4.20 – d'apres la réf. [Blaschuk *et al.*, 1978]. Conjugaison en phase d'un faisceau dépolarisé. Proportion de la puissance de l'onde Stokes dans (η_1) la polarisation privilégiée, (η_2) la polarisation orthogonale et (η_3) le halo non conjugué en fonction du degré de polarisation de l'onde Pompe.

respondant à la troisième solution. Les puissances de ces trois faisceaux Stokes sont les mêmes.

– lorsque la puissance d'une des polarisations devient plus importante que l'autre, seule la plus puissante est conjuguée en phase, les autres solutions ne reviennent plus.

La figure 4.20 reproduit la courbe donnant la proportion de l'onde Stokes dans chaque solution en fonction du degré de polarisation de l'onde Pompe. Dans la référence [Blaschuk *et al.*, 1978], il n'y a aucune allusion à la cohérence de ce halo. D'après la théorie, ce halo est sensé être le conjugué en phase vectoriel dont les polarisations sont inversées. L'utilisation d'un élément non réciproque qui aurait un effet nul à l'aller et l'inversion des polarisations au retour devrait permettre l'exploitation de ce conjugué. Néanmoins, il est très sensible à la propagation et le milieu de conjugaison ne doit pas être aberrant (ce n'est pas le cas d'une fibre).

Ainsi la conjugaison en phase d'un faisceau dépolarisé par effet Brillouin dans un milieu non dépolarisant est impossible : la phase est correctement conjuguée indépendamment sur les deux polarisations mais pas simultanément. Ceci est vrai sous l'hypothèse d'une complète dépolarisation, qui nous a permis de négliger le terme en $\sum_i E_{p_i}^{\perp} E_{p_i}^{*//}$. Dans le cas d'une relation de phase entre ces polarisations communes à tous les modes, par exemple si tous les modes sont polarisés circulairement, alors ces termes ne s'annulent plus et le conjugué en phase est perturbé. C'est le terme symétrique de (a) qui réapparaît, car cette fois ci tous ses réseaux sont en phase. Exemple connu : un faisceau Pompe polarisé circulaire droit est réfléchi circulaire droit. S'il était conjugué en phase, il serait circulaire gauche, et les deux réseaux acoustiques seraient déphasés donc s'annuleraient. Tout se passe comme s'il y avait compétition des réseaux, et que celui qui prend le dessus réfléchissait les deux polarisations.

Pour ce qui concerne ce qui se passe dans une fibre, nous y consacrons un paragraphe dans 7.7.

Chapitre 5

Modélisation de la conjugaison de phase par effet Brillouin dans un guide multimode

Dans ce chapitre, nous décrivons les formules non linéaires de l'effet Brillouin dans un guide multimode. Ces jeux d'équations compliquées seront alors mises sous forme d'équations matricielles sous certaines hypothèses nécessaires. Cette astucieuse idée de formulation matricielle est due à Hellwarth [Hellwarth, 1978; Hellwarth, 1983] qui en 1978 publie une analyse mathématique de la conjugaison de phase par effet Raman ou Brillouin dans les guides. Il a aussi l'idée de séparer la matrice en termes d'importances variables. Son analyse reste néanmoins peu abordable et se limite à de gros guides (cellules remplies de liquide ou gaz) de quelques millimètres de diamètre et dizaines de centimètres de long. Cette étude lui permit de dégager une longueur limite de fibre (aberrations chromatiques) et un nombre minimal de modes de Pompe excités.

La modélisation de l'effet Brillouin dans les guides qui est développée dans ce chapitre et les suivants part de la même écriture matricielle des équations et d'une décomposition similaire à celle de Hellwarth. Le travail présenté ici va bien plus loin et est mieux adapté à des guides de type fibre optique.

Ce chapitre concerne la mise sous équation de l'effet dans un guide dans le cas général (paragraphe 5.1), puis dans le cas particulier où la puissance Pompe est la puissance Seuil seuil de l'effet (par. 5.2). L'écriture matricielle est alors introduite dans le paragraphe 5.3. Cette équation contient de nombreux termes qui sont classés en fonction de la longueur de guide à laquelle ils agissent (par. 5.4). Ce tri aboutit à trois matrices BC, PC et U qui sont à leur tour décomposées en une matrice de premier ordre et une matrice perturbation dans le paragraphe 5.5. Le paragraphe 5.6 résume cette décomposition, en donne une interprétation physique et introduit la conjugaison de phase. Enfin le paragraphe 5.7 montre un exemple de résultat numérique à partir de cette méthode matricielle. Dans le chapitre suivant nous nous attacherons à développer la méthode des perturbations avec les différents paramètres intéressants sur cette matrice.

5.1 Rappel des formules - Hypothèses 128
5.1.1 Formulation des ondes Stokes et Pompe E_s et E_p 128
5.1.2 Hypothèses de simplification 129
5.1.3 Formulation de la densité de polarisation non linéaire P_{NL} 129
5.1.4 Équation d'évolution d'enveloppe 129
5.1.5 Équation d'évolution dans la fibre - Écriture complète 130
5.2 Équations d'évolution dans un guide d'onde au seuil 132
5.2.1 Hypothèse du seuil Brillouin 132

5.2.2 Formulation des enveloppes Pompe et Stokes . . . 132
5.2.3 Équation du gain exponentiel au seuil Brillouin . . . 132
5.2.4 Comportement avec la déplétion de l'onde Pompe . . . 133
5.2.5 Description des constantes . . . 134
5.2.6 Analogie avec l'équation en espace libre . . . 136
5.3 Écriture matricielle - Équation aux valeurs propres . . . 136
5.3.1 Rappel des hypothèses . . . 136
5.3.2 Formulation matricielle . . . 136
5.3.3 Solution vecteur propre et gain . . . 137
5.4 Classement des termes de M - Régimes de longueur . . . 138
5.4.1 Séparation des termes . . . 139
5.4.2 Interprétation des termes . . . 140
5.4.3 Importance des différentes matrices . . . 140
5.4.4 Conclusion . . . 144
5.5 Les trois matrices . . . 144
5.5.1 Matrice « Beam Cleanup » (BC) ou « Amplification » $\Delta\beta = 0$ . . . 144
5.5.2 Matrice « Conjugaison de Phase » ou « Projection » $\Delta\beta \approx 0$ . . . 149
5.5.3 Matrice *Reste U* . . . 151
5.5.4 Récapitulatif . . . 152
5.6 Vers une onde Stokes conjuguée en phase de l'onde Pompe ? . . . 153
5.6.1 Rappel : base des modes Brillouin . . . 153
5.6.2 Décomposition de M et trois régimes de longueur . . . 154
5.6.3 Régime moyen : régime de conjugaison de phase - cas de la fibre parfaite 156
5.6.4 Inégalité des facteurs de recouvrement et dégénérescence . . . 159
5.6.5 Régime long : régime de Beam Cleanup . . . 161
5.7 Exemples de résultats de simulation . . . 162
5.7.1 Algorithme de calcul de l'onde Stokes . . . 162
5.7.2 Exemple simple : conjugaison de phase dans une *FSI* en *régime de longueur moyenne* . . . 164
5.8 Résumé . . . 165

5.1 Rappel des formules - Hypothèses

Rappelons les étapes qui nous ont permis d'écrire les équations d'évolution en puissance sur les décompositions en ondes planes ou en modes de guide des ondes Pompe et Stokes

5.1.1 Formulation des ondes Stokes et Pompe E_s et E_p

Les ondes Pompe et Stokes étaient formulées (3.111) et (3.112)

$$E_p(\vec{r},t) = \breve{E}_p(\vec{r},t)e^{-i\omega_p t} \tag{5.1}$$
$$E_s(\vec{r},t) = \breve{E}_s(\vec{r},t)e^{-i\omega_s t} \tag{5.2}$$

avec, pour mémoire,

$$\vec{\mathcal{E}}_x(\vec{r},t) = \frac{1}{2}\left[\vec{E}_x + cc.\right] = \frac{1}{2}\left[\vec{E}_p(\vec{r},t) + E_p^*(\vec{r},t)\right] \tag{5.3}$$

et une décomposition en ondes planes ou en modes du type (3.113) ou (3.114) :

$$\breve{E}(\vec{r},t) = \begin{cases} \sum_{\vec{k}} \widetilde{E}^{\vec{k},\omega}(\vec{r},t)e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}} \\ \text{ou} \\ \sum_{l,m} c_{lm}(z,t)\psi_{lm}(r,\phi)e^{i\beta_{lm}z} \end{cases} \tag{5.4}$$

5.1.2 Hypothèses de simplification

1. *Hypothèse de l'enveloppe lentement variable* : quelle que soit la décomposition, les paramètres d'enveloppes $\widetilde{E}^{\vec{k},\omega}(\vec{r},t)$ et $c_{lm}(z,t)$ varient lentement dans le temps et dans l'espace devant les variations électromagnétiques typiques : la période d'oscillation $2\pi/\omega \approx 3{\cdot}10^{-15}s$ et la longueur d'onde $\lambda \approx 1\mu m$.
2. *Hypothèse scalaire* : afin de simplifier les notations, nous avons travaillé avec des variables scalaires et n'avons pas tenu compte des effets de polarisation hormis le paragraphe 4.7 qui y était spécifiquement dédié. Nous ferons ici cette hypothèse. Un paragraphe sera dédié à la polarisation dans les fibres.
3. *Non couplage de modes* : afin de pouvoir utiliser la décomposition en modes guidés dans la fibre (5.4), il nous faut aussi faire l'hypothèse du non couplage de modes dans la fibre.

Outre l'hypothèse peu contraignante de l'enveloppe lentement variable, les hypothèses 2 et 3 correspondent à une fibre parfaite (pas de couplage) et à maintien de polarisation. Pour mémoire, rappelons que nous admettons la superposition des spectres de gain pour tous les modes.

5.1.3 Formulation de la densité de polarisation non linéaire P_{NL}

Dans le paragraphe 3.4, nous avons formulé la densité de polarisation non linéaire P_{NL} qui est la source de l'onde Stokes. Cette formulation s'écrivait sous forme scalaire (3.133) :

$$P_{NL}^{(\omega_s)} = \frac{3}{2}\epsilon_0\chi^{(3)}(\Omega,\vec{r})E_pE_p^*E_s(\vec{r},t) \tag{5.5}$$

avec :

$$\chi^{(3)}(\Omega,\vec{r}) = \chi^{(3)}_{\Omega_B}\cdot h_B(\Omega,n,\omega_s) \tag{5.6}$$

et :

$$\chi^{(3)}_{\Omega=\Omega_B} = \frac{2k_p^2\gamma_e^2}{3\epsilon_0\rho_0 i\Omega_B\Gamma_B} \tag{5.7}$$

$$h_B(\Omega,n,\omega_s) = \frac{1}{1-2i(\Omega_B-\Omega)/\Gamma_B} \tag{5.8}$$

$$\Omega_B = (k_s+k_p)v \approx 2k_pv \tag{5.9}$$

Il a fallu, pour écrire cette équation, développer les différentes fréquences contenues dans la diffraction de toutes les ondes par tous les réseaux Brillouin, et ne sélectionner que les fréquences qui nous intéressent. Par exemple, ce terme ne contient pas la densité de polarisation non linéaire oscillant à ω_p et responsable de la déplétion de l'onde Pompe. Ensuite, par injection des formes d'ondes (5.4) et de la densité de polarisation non linéaire à la bonne fréquence ω_s (5.5) dans l'équation de Maxwell (3.136) :

$$\nabla^2E(\vec{r},t) - \frac{n^2}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}E(\vec{r},t) = \mu_0\frac{\partial^2}{\partial t^2}P_{NL}(\vec{r},t) \tag{5.10}$$

nous avons pu dégager une équation d'évolution d'enveloppe de l'onde Stokes (paragraphe suivant).

5.1.4 Équation d'évolution d'enveloppe

Cette équation d'enveloppe est formulable dans le cas de la décomposition en ondes planes mais aussi dans le cas de la décomposition modale.

Cas de l'onde plane

Dans le cas de la décomposition en ondes planes (3.145) :

$$\sum_{\vec{k}} \left[\frac{\partial}{\partial r_{\vec{k}}} \widetilde{E}_s^{\vec{k}}(\vec{r}) e^{i(-\vec{k}_s \cdot \vec{r} - \omega_s t)} \right] = \frac{3\omega_s}{4 i n_s c} \chi^{(3)}(\Omega, \vec{r}) E_p(\vec{r}) E_p^*(\vec{r}) E_s(\vec{r}, t) \tag{5.11}$$

Cas de la décomposition sur les modes d'une fibre

Sur des modes guidés (3.152) :

$$\sum_{l,m} \left[\beta_{lm} \frac{dc_{lm}(z)}{dz} \psi_{lm}(r,\phi) e^{i(-\beta_{lm} z - \omega_s t)} \right] = \frac{3\omega_s^2}{4ic^2} \chi^{(3)}(\Omega, \vec{r}) E_p(r,\phi,z) E_p^*(r,\phi,z) E_s(r,\phi,z,t) \tag{5.12}$$

C'est cette décomposition que nous allons maintenant développer et analyser complètement.

Décalage Brillouin

Il est important de rappeler que $\chi^{(3)}$ dépend du décalage Ω (proche de Ω_B) que l'on considère : la figure d'interférence entre le mode i pompe et le mode m Stokes a un pas $\beta_i + \beta_m$ qui crée une onde acoustique centrée sur $\Omega_B = (\beta_i + \beta_m)v$ dépendant donc de i et m. Nous allons néanmoins considérer que Ω_B est constant, ce qui simplifie grandement les équations. Nous reparlerons de cette approximation dans le paragraphe dédié à l'analyse de la qualité de conjugaison de phase en fonction des différents paramètres. Nous prenons donc $h_B = 1$ et $\chi^{(3)}$ constant dans la suite du manuscrit.

5.1.5 Équation d'évolution dans la fibre - Écriture complète

Voici l'écriture complète de l'équation précédente, où l'on décompose également l'onde Pompe sur les composantes de la fibre.

$$\begin{aligned} &\sum_{l,m} \left[\beta_{lm}^s \frac{dc_{lm}^s(z)}{dz} \psi_{lm}^s(r,\phi) e^{i(-\beta_{lm}^s z - \omega_s t)} \right] \\ &= \frac{3\omega_s^2}{4ic^2} \chi^{(3)} E_p(r,\phi,z) E_p^*(r,\phi,z) E_s(r,\phi,z,t) \qquad (5.13) \\ &= \frac{3\omega_s^2}{4ic^2} \chi_{\Omega_B}^{(3)} \sum_{l,m} \left[c_{lm}^p(z) \psi_{lm}^p(r,\phi) e^{i(\beta_{lm}^p z - \omega_p t)} \right] \\ &\quad \sum_{l,m} \left[c_{lm}^{*p}(z) \psi_{lm}^{*p}(r,\phi) e^{i(-\beta_{lm}^p z + \omega_p t)} \right] \sum_{l,m} \left[c_{lm}^s(z) \psi_{lm}^s(r,\phi) e^{i(-\beta_{lm}^s z - \omega_s t)} \right] \qquad (5.14) \end{aligned}$$

Équation locale

On fait ici un léger changement de notation : afin d'alléger les formules, transformons les sommes sur les combinaisons l, m en sommes sur un seul nombre, i. Cela simplifie les notations et ne change pas les calculs : ψ_{lm}^s s'écrira ψ_i^s. Par ailleurs, nous allons faire l'approximation de l'égalité des champs Pompe et Stokes. C'est une très légère approximation, qui permet d'écrire $\psi_{lm}^p(r,\phi) = \psi_{lm}^s(r,\phi)$. En développant le second membre, on obtient :

$$\sum_n \left[\beta_n^s \frac{dc_n^s(z)}{dz}\psi_n^s(r,\phi)e^{i(-\beta_n^s z-\omega_s t)}\right] = \frac{3\omega_s^2}{4ic^2}\chi_{\Omega_B}^{(3)}\sum_{i,j,m}\left[c_i^p c_j^{*p} c_m^s(z)\psi_i\psi_j^*\psi_m(r,\phi)e^{i(\beta_i^p-\beta_j^p-\beta_m^s)z-i\omega_s t)}\right] \tag{5.15}$$

Grâce à la relation d'orthonormalité entre les modes de la fibre (B.8)

$$\int_0^\infty\int_0^{2\pi}\psi_i^*(r,\phi)\psi_j(r,\phi)rdrd\phi = \delta_{ij} \tag{5.16}$$

on obtient une équation valable pour tout n

$$\beta_n^s\frac{dc_n^s(z)}{dz}e^{i(-\beta_n^s z-\omega_s t)} = \frac{3\omega_s^2}{4ic^2}\chi_{\Omega_B}^{(3)} \sum_{i,j,m}\left[c_i^p c_j^{*p} c_m^s(z)\left(\int_0^\infty\int_0^{2\pi}\psi_i\psi_j^*\psi_m\psi_n^*(r,\phi)rdrd\phi\right)e^{i(\beta_i^p-\beta_j^p-\beta_m^s)z-i\omega_s t}\right] \tag{5.17}$$

soit

$$\boxed{\frac{dc_n^s(z)}{dz} = \frac{3\omega_s^2}{4ic^2}\chi_{\Omega_B}^{(3)}\frac{1}{\beta_n^s}\sum_{i,j,m}\left[\left(\int_0^\infty\int_0^{2\pi}\psi_i\psi_j^*\psi_m\psi_n^*(r,\phi)rdrd\phi\right)c_i^p c_j^{*p} c_m^s(z)e^{i(\beta_i^p-\beta_j^p-\beta_m^s+\beta_n^s)z}\right]} \tag{5.18}$$

Cette équation donne la variation sur l'axe de l'amplitude du mode Stokes $c_n^s(z)$. Chaque terme de cette triple somme représente la diffraction du mode Pompe i vers le mode Stokes n, sur le réseau acoustique induit par les modes Pompe et Stokes j et m. L'intégrale double (sur la surface) est le facteur de recouvrement entre toutes les ondes mises en jeu dans chaque terme. Le terme exponentiel contient la condition d'accord de phase : son intégrale se moyenne à 0 si l'accord de phase $\Delta\beta_{ijmn} = \beta_i^p - \beta_j^p - \beta_m^s + \beta_n^s = 0$ n'est pas respecté.

Équation intégrée

Enfin, après une intégration supplémentaire le long de la fibre, on a, toujours pour tout n :

$$c_n^s(L) - c_n^s(0) = \frac{3\omega_s^2}{4ic^2}\chi_{\Omega_B}^{(3)}\frac{1}{\beta_n^s} \sum_{i,j,m}\left[\left(\int_0^\infty\int_0^{2\pi}\psi_i\psi_j^*\psi_m\psi_n^*(r,\phi)rdrd\phi\right)\left(\int_0^L c_i^p c_j^{*p} c_m^s(z)e^{i(\beta_i^p-\beta_j^p-\beta_m^s+\beta_n^s)z}dz\right)\right] \tag{5.19}$$

Équation polarisée

Par similarité avec le chapitre précédent, on reconnaît la diffraction de tous les modes Pompe ($c_i^p\psi_i$) sur tous les réseaux formés par l'onde Pompe j ($c_j^{*p}\psi_j^*$) et l'onde Stokes m ($c_m^s\psi_m$) et ceci dans la direction de c_n. Il s'agit donc d'une somme sur tous les petits réseaux formés par les différentes combinaisons de mode. Si on prend en compte la polarisation, en supposant maintenant que les sommes s'étendent à tous les modes ainsi qu'aux deux polarisations, on aura,

$$\frac{dc_n^s(z)}{dz} = \frac{3\omega_s^2}{4ic^2}\chi_{\Omega_B}^{(3)}\frac{1}{\beta_n^s} \sum_{i,j,m}\left[\left(\int_0^\infty\int_0^{2\pi}\left(\vec{\psi}_j^*\cdot\vec{\psi}_m\right)\left(\vec{\psi}_i\cdot\vec{\psi}_n^*\right)(r,\phi)rdrd\phi\right)c_i^p c_j^{*p} c_m^s(z)e^{i(\beta_i^p-\beta_j^p-\beta_m^s+\beta_n^s)z}\right] \tag{5.20}$$

où les polarisations sont portées par les champs des modes $\vec{\psi}(r,\phi)$. Les produits scalaires rappellent que seuls les champs orientés de la même manière peuvent interférer (réseaux) ou échanger de l'énergie.

5.2 Équations d'évolution dans un guide d'onde au seuil

5.2.1 Hypothèse du seuil Brillouin

Dans ce paragraphe, ainsi que dans la suite de l'étude, nous allons analyser l'équation scalaire précédente avec l'hypothèse du *seuil de l'effet Brillouin*. Cette hypothèse revient à faire l'approximation d'une onde Stokes faible devant l'onde Pompe et à négliger la déplétion de l'onde Pompe (le transfert de son énergie vers l'onde Stokes). Nous gardons néanmoins l'absorption linéique μ de la fibre.

Dans ces conditions, nous pouvons considérer que tous les modes Stokes décroissent à la même vitesse exponentielle : tous les $c_i^s(z) = c_i^s(0)e^{-\gamma/2z}$ ont le même profil.

5.2.2 Formulation des enveloppes Pompe et Stokes

Dans le cadre de l'hypothèses du seuil, nous pouvons écrire pour l'onde Pompe, sur la puissance globale (répartie sur tous les modes), en une abscisse z de la fibre :

$$P_p(z) = P_p(0) \cdot e^{-\mu z} \tag{5.21}$$

soit

$$E_p(\vec{r},t) = \left(\sum_i c_i^p \psi_i(r,\phi) e^{i\beta_i^p z - \frac{\mu}{2}z} \right) e^{-i\omega_p t} \tag{5.22}$$

L'onde Stokes, qui se propage dans la direction opposée, subit l'atténuation μ ainsi que l'amplification linéique Brillouin que nous notons γ (en intensité, c'est gI_p !). Dès lors, on peut écrire :

$$P_s(z) = P_s(0) \cdot e^{\mu z - \gamma z} \tag{5.23}$$

$$E_s(\vec{r},t) = \left(\sum_i c_i^s \psi_i(r,\phi) e^{-i\beta_i^p z + \frac{\mu}{2}z - \frac{\gamma}{2}z} \right) e^{-i\omega_p t} \tag{5.24}$$

Notons que $\gamma/2$ n'est pas forcément réel. En effet, nous avons vu dans l'équation (3.75) par exemple que l'amplification en intensité est proportionnelle à la partie réelle de γ. Ainsi nous notons plus précisément $P_s(z) = P_s(0) \cdot e^{\mu z - \Re(\gamma) z}$. La partie imaginaire provient du décalage de l'onde acoustique avec le réseau d'interférence et ne fait qu'ajouter une phase globale et variable le long de la fibre. Cela ne joue pas sur la qualité de conjugaison de phase.

5.2.3 Équation du gain exponentiel au seuil Brillouin

Sous les hypothèses précédentes, on peut récrire (5.18), pour tout n :

$$-\frac{\gamma}{2}c_n^s = \frac{3\omega_s^2}{4ic^2}\chi^{(3)}_{\Omega_B}\frac{1}{\beta_n^s} \sum_{i,j,m} \left[\left(\int_0^\infty \int_0^{2\pi} \psi_i \psi_j^* \psi_m \psi_n^*(r,\phi) r dr d\phi \right) c_i^p c_j^{*p} c_m^s e^{i(\beta_i^p - \beta_j^p - \beta_m^s + \beta_n^s)z - \mu z} \right] \tag{5.25}$$

On peut remarquer la disparition de μ qui aurait du s'additionner à $-\gamma$. Néanmoins, l'atténuation linéique n'étant pas un effet non linéaire mais un effet d'absorption liée à la partie complexe de

l'indice de réfraction, ce terme est pris en compte dans la partie « linéaire » de l'équation de Maxwell, qui régit la propagation de l'onde. Ensuite, après intégration le long de la fibre, on obtient :

$$\gamma c_n^s = -\frac{3\omega_s^2}{2ic^2}\chi^{(3)}_{\Omega_B}\frac{1}{\beta_n^s L} \sum_{i,j,m}\left[c_i^p c_j^{*p} c_m^s \left(\int_0^\infty\int_0^{2\pi} \psi_i\psi_j^*\psi_m\psi_n^*(r,\phi)rdrd\phi\right)\left(\int_0^L e^{i(\beta_i^p-\beta_j^p-\beta_m^s+\beta_n^s)z-\mu z}dz\right)\right] \quad (5.26)$$

Notons

$$R_{ijmn} = \int_0^\infty\int_0^{2\pi} \psi_i\psi_j^*\psi_m\psi_n^*(r,\phi)rdrd\phi \quad (5.27)$$

$$K_{ijmn} = \frac{1}{L}\int_0^L e^{i(\beta_i^p-\beta_j^p-\beta_m^s+\beta_n^s)z-\mu z}dz = \frac{1}{L}\int_0^L e^{i\Delta\beta_{ijmn}z-\mu z}dz \quad (5.28)$$

$$\Delta\beta_{ijmn} = \beta_i^p-\beta_j^p-\beta_m^s+\beta_n^s \quad (5.29)$$

En prenant $\beta_n^s \approx k_0 = 2\pi n/\lambda$, on peut écrire l'équation sur le gain Brillouin, au seuil de l'effet :

$$\boxed{\gamma c_n^s = -\frac{3\omega_s^2}{2ic^2k_0}\chi^{(3)}_{\Omega_B}\sum_m\left(\sum_{i,j}\left[c_i^p c_j^{*p}R_{ijmn}K_{ijmn}\right]\right)c_m^s} \quad (5.30)$$

Remarquons que chaque terme $\left[c_i^p c_j^{*p}R_{ijmn}K_{ijmn}\right]$ représente **la diffraction de l'onde Pompe i sur le réseau créé par les ondes Pompe et Stokes j et m vers l'onde Stokes n.**

5.2.4 Comportement avec la déplétion de l'onde Pompe

L'équation du gain exponentiel précédente 5.30 est valable au seuil de l'effet Brillouin, lorsque la répartition de puissance de l'onde Stokes le long de la fibre vérifie l'équation 5.24 et que la répartition de puissance de l'onde Pompe vérifie l'équation 5.21, c'est-à-dire ne subit que l'absorption. L'ensemble des solutions de cette équation au seuil de l'effet est néanmoins extensible à une réflectivité non nulle sous les hypothèses de non-absorption et que tous les coefficients $c_i^s(z)$ de l'onde Stokes voient le même gain $f_s(z)$ et tous les coefficients $c_i^p(z)$ de l'onde Pompe subissent la même déplétion $f_p(z)$. On écrit alors

$$c_i^s(z) = f_s(z)\cdot c_i^s(0) \quad (5.31)$$

$$c_i^p(z) = f_p(z)\cdot c_i^p(0) \quad (5.32)$$

pour tout i. Les puissances des ondes Pompe et Stokes s'écrivent alors, en tout point z :

$$P_p(z) = \sum_i |c_i^p(z)|^2 = f_p^2(z)\sum_i |c_i^p(0)|^2 = f_p^2(z)P_p(0) \quad (5.33)$$

$$P_s(z) = \sum_i |c_i^s(z)|^2 = f_s^2(z)\sum_i |c_i^s(0)|^2 = f_s^2(z)P_s(0) \quad (5.34)$$

D'autre part, d'après les équations 3.97 et 3.98, reformulées en puissances, on a pour l'onde Stokes $\frac{dP_s}{dz} = -g/SP_p(z)P_s(z) + \alpha P_s(z)$ où S est la surface du coeur dans le cas monomode. L'hypothèse du comportement identique pour tous les modes Pompe et Stokes justifie l'utilisation

de cette équation dans le cadre multimode, et avec l'hypothèses de non absorption ($\alpha = 0$), il apparaît : $\frac{dP_s}{dz} = -g/SP_p(z)P_s(z) = \frac{df_s(z)^2}{dz} = -g/Sf_s^2(z)f_p^2(z)P_p(0)$ d'où :

$$\frac{df_s(z)}{dz} = -\frac{gP_p(0)}{2S} f_s(z)f_p^2(z) \tag{5.35}$$

Montrons maintenant que si les coefficients $c_i^s(0)$ sont solutions de l'équation au seuil 5.30, alors ils sont aussi solution de l'équation générale 5.18 sous les équations de non absorption et de comportement uniforme des modes. En effet, 5.18 se récrit :

$$c_s^n(0)\frac{df_s(z)}{dz} = \frac{3\omega_s^2}{4ic^2}\chi^{(3)}_{\Omega_B}\frac{1}{\beta_n^s} \sum_{i,j,m}\left[\left(\int_0^\infty\int_0^{2\pi}\psi_i\psi_j^*\psi_m\psi_n^*(r,\phi)rdrd\phi\right)c_i^p c_j^{*p} c_m^s(0)f_p^2(z)f_s(z)e^{i(\beta_i^p-\beta_j^p-\beta_m^s+\beta_n^s)z}\right] \tag{5.36}$$

et d'après 5.35,

$$-\frac{gP_p(0)}{2S}c_s^n(0) = \frac{3\omega_s^2}{4ic^2}\chi^{(3)}_{\Omega_B}\frac{1}{\beta_n^s} \sum_{i,j,m}\left[\left(\int_0^\infty\int_0^{2\pi}\psi_i\psi_j^*\psi_m\psi_n^*(r,\phi)rdrd\phi\right)c_i^p c_j^{*p} c_m^s(0)e^{i(\beta_i^p-\beta_j^p-\beta_m^s+\beta_n^s)z}\right] \tag{5.37}$$

qui revient, à une constante près, à l'équation au seuil 5.25. Cette constante provient de la définition de g et de γ.

Ainsi l'équation au seuil 5.30 que nous allons résoudre dans les chapitres suivants est également valable au-dessus du seuil sous deux conditions : d'une part l'absorption de la fibre doit être négligeable par rapport au gain Brillouin, ce qui est pratiquement toujours vrai, et d'autre part les modes se comportent de la même manière, ce qui est intuitif quand le mélange de modes est important ou que la conjugaison de phase est de bonne qualité. Dans le cas où tous les modes ne voient pas la même réflectivité, cette hypothèse est mise en défaut.

Nous avons ainsi montré qu'une conjugaison de phase de bonne qualité au seuil n'est pas dégradée à plus haute réflectivité.

5.2.5 Description des constantes

Facteur de recouvrement R_{ijmn}

R_{ijmn} est le facteur de recouvrement entre les champs des modes Pompe i et j et des modes Stokes m et n. R_{ijmn} est homogène à l'inverse d'une surface :

$$R_{ijmn} = \int_0^\infty\int_0^{2\pi}\psi_i\psi_j^*\psi_m\psi_n^*(r,\phi)rdrd\phi \tag{5.38}$$

On rappelle que par définition de la base des modes dans une fibre, on a la relation d'orthonormalité :

$$\int_0^\infty\int_0^{2\pi}\psi_i^*(r,\phi)\psi_j(r,\phi)rdrd\phi = \delta_{ij} \tag{5.39}$$

où δ_{ij} vaut 1 si $i = j$ et 0 sinon. Dans le cas particulier où $i = j$ et $m = n$, le facteur de recouvrement R_{iinn} correspond au simple produit des intensités des deux modes :

$$R_{iinn} = \int_0^\infty\int_0^{2\pi}|\psi_i|^2|\psi_n|^2(r,\phi)rdrd\phi \tag{5.40}$$

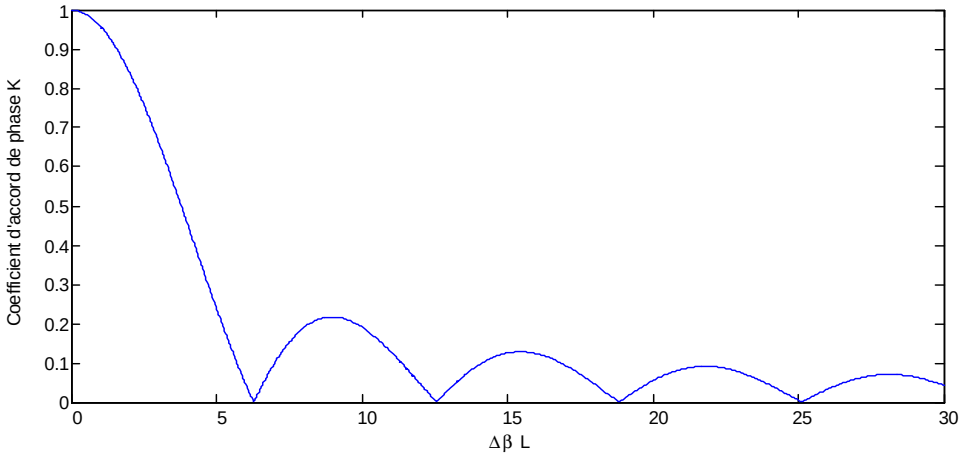


Fig. 5.1 – Valeur absolue de K_{ijmn} en fonction de $\Delta\beta_{ijmn}L$ d'après (5.43).

Nous verrons qu'elle se comporte très différemment dans le cas de la fibre à saut d'indice (FSI) et de la fibre à gradient d'indice (FGI). Les modes d'une fibre ont une phase plane, ce qui permet de d'écrire $R_{iinn} = R_{inin}$.

Coefficient d'accord de phase K_{ijmn}

K_{ijmn} est le coefficient d'accord de phase entre les différentes ondes considérée :

$$K_{ijmn} = \frac{1}{L}\int_0^L e^{i\Delta\beta_{ijmn}z-\mu z}dz \tag{5.41}$$

$$\Delta\beta_{ijmn} = \beta_i^p - \beta_j^p - \beta_m^s + \beta_n^s \tag{5.42}$$

Il est intégrable sur la longueur L de la fibre :

$$K_{ijmn} = \frac{e^{i\Delta\beta_{ijmn}L-\mu L}-1}{i\Delta\beta_{ijmn}L-\mu L} \tag{5.43}$$

Dans le cas particulier où le désaccord de phase $\Delta\beta_{ijmn}$ est nul, il s'écrit :

$$K_{\Delta\beta=0} = \frac{1}{L}\int_0^L e^{-\mu z}dz = \frac{1-e^{-\mu L}}{\mu L} = \frac{L_{eff}}{L} \tag{5.44}$$

Lorsque $\Delta\beta_{ijmn}$ n'est pas nul, K_{ijmn} décroit très vite avec le produit $\Delta\beta_{ijmn}L$ donc avec la longueur L de la fibre. La figure 5.1 montre l'évolution de son amplitude avec $\Delta\beta_{ijmn}L$ (on a prit $\mu = 0$). On peut négliger K_{ijmn} dès que $\Delta\beta_{ijmn}L \gg 2\pi$.

Dans le cas de la fibre optique, les constantes de propagation β_i des modes de la fibres sont répartis entre $2\pi n_g/\lambda$ et $2\pi n_c/\lambda$: pour une ouverture classique $ON = 0.2$, β_i varie de 1% entre les modes les plus bas et les plus élevés : $\Delta\beta_{ijmn}$ est de l'ordre de $2\pi/(100\lambda)$ et on peut négliger K_{ijmn} dès que $L \gg 100\lambda = 0.1mm$. Nous avons pris le cas des modes les plus éloignés, mais on peut estimer que dans le cas d'une fibre transportant 100 modes repartis uniformement entre $2\pi n_g/\lambda$ et $2\pi n_c/\lambda$ et pour une combinaison aléatoire de $\{i, j, m, n\}$, K_{ijmn} est négligeable dès que $L \gg 100 \times 100\lambda = 1cm$.

Ainsi, dans le cas général, nous verrons qu'il y a des combinaisons précises de $\{i, j, m, n\}$, où le désaccord de phase $\Delta\beta_{ijmn}$ est nul ou bien suffisamment faible pour que $\Delta\beta_{ijmn}L < 2\pi$ et pour que le facteur de recouvrement K_{ijmn} soit non-négligeable. En dehors de ces cas particuliers, nous

négligerons tous les termes en K_{ijmn} dont la combinaison aléatoire de $\{i, j, m, n\}$ ne vérifient pas la condition d'accord de phase $\Delta\beta_{ijmn}L < 2\pi$. Cela nous permettra de simplifier l'équation (5.30) en supprimant la plupart des termes.

5.2.6 Analogie avec l'équation en espace libre

L'équation (5.30) ressemble tout à fait à l'équation (4.39) où nous nous intéressions à la conjugaison en phase d'un faisceau décomposé en ondes planes :

$$\frac{dE_{s_n}}{dr_{\vec{k}_{s_n}}} = \frac{3\omega_s}{4in_s c}\chi^{(3)}_{\Omega_B} \sum_{\substack{i,j,m \\ \Delta k = 0}} E_{p_i}E^*_{p_j}E_{s_m}(\vec{r},t)e^{i(\vec{k}_{p_i}-\vec{k}_{p_j}-\vec{k}_{s_m}+\vec{k}_{s_n})\cdot\vec{r}} \tag{5.45}$$

Nous avions conservé les termes diffractés dans la bonne direction, donc vérifiant $\Delta k = 0$ et il s'était avéré que les deux ensembles de termes qui rentraient dans cette condition étaient d'un part les réseaux « toujours en phase » (figure 4.18a) et d'autre part les réseaux complémentaires (figure 4.18b) qui avaient le bon goût de se superposer aux premiers dans le cas du conjugué en phase.

5.3 Écriture matricielle - Équation aux valeurs propres

Dans ce paragraphe nous rappelons les hypothèses et nous formulons l'équation sur le gain (5.30) sous forme matricielle.

5.3.1 Rappel des hypothèses

Voici la liste des hypothèses plus ou moins fortes que nous avons du faire afin d'écrire les équations d'évolution sur Stokes.

1. *Hypothèse de l'enveloppe lentement variable* : les paramètres d'enveloppe varient lentement dans le temps et dans l'espace devant les variations électromagnétiques typiques. C'est une hypothèse facilement vérifiée.
2. *Hypothèse scalaire* : La polarisation n'est pas prise en compte. Tous les modes de la fibre sont et restent polarisés linéairement.
3. *Hypothèse du non couplage de modes* dans la fibre. Les modes ne sont pas couplés, sauf par des effets non linéaires.
4. *Hypothèse du seuil de l'effet Brillouin.* Nous nous plaçons dans le cas d'un signal Stokes peu puissant devant l'onde Pompe : cela permet de *négliger la déplétion de l'onde Pompe.* Nous considérerons néanmoins l'absorption linéique μ de la fibre.
5. *Évolution globale de l'enveloppe* : Nous considérons que tous les modes Stokes évoluent à la même vitesse, c'est à dire que tous les $c_i^s(z)$ ont le même profil.

5.3.2 Formulation matricielle

Dans le cadre de ces hypothèses, nous récrivons l'équation (5.30) sous forme matricielle. Elle apparaîtra alors sous une forme solvable numériquement. Les coefficients des modes Pompe et Stokes sont mis sous forme de vecteurs C^p et C^s à N éléments, où N est le nombre de modes

dans la fibre :

$$C^s = \begin{bmatrix} c_1^s \\ c_2^s \\ \vdots \\ c_i^s \\ \vdots \\ c_N^s \end{bmatrix} \tag{5.46}$$

On définie ensuite la matrice M par ses composantes :

$$M(n,m) = \sum_{i,j} \left[c_i^p c_j^{*p} R_{ijmn} K_{ijmn} \right] \tag{5.47}$$

soit

$$M = \begin{bmatrix} \sum_{i,j} \left[c_i^p c_j^{*p} R_{ij11} K_{ij11} \right] & \cdots & \sum_{i,j} \left[c_i^p c_j^{*p} R_{ijm1} K_{ijm1} \right] & \cdots & \\ \sum_{i,j} \left[c_i^p c_j^{*p} R_{ij12} K_{ij12} \right] & \cdots & & \cdots & \\ \vdots & \vdots & \ddots & & \\ \sum_{i,j} \left[c_i^p c_j^{*p} R_{ij1n} K_{ij1n} \right] & & \sum_{i,j} \left[c_i^p c_j^{*p} R_{ijmn} K_{ijmn} \right] & & \\ \vdots & \vdots & & \ddots & \\ & & & & \sum_{i,j} \left[c_i^p c_j^{*p} R_{ijNN} K_{ijNN} \right] \end{bmatrix} \tag{5.48}$$

L'équation (5.30), valable pour tout n, est alors équivalente à l'équation suivante :

$$\boxed{\frac{\gamma}{cte} C^s = M \cdot C^s} \tag{5.49}$$

avec :

$$cte = -\frac{3\omega_s^2}{2ic^2 k_0} \chi^{(3)}_{\Omega_B} \tag{5.50}$$

où γ et C^s sont les inconnues et M est construite à partir des données physiques de la fibre (R_{ijmn} et K_{ijmn}) et du profil de l'onde Pompe C^p.

5.3.3 Solution vecteur propre et gain

Base orthonormée de modes propres Brillouin

L'équation (5.49) est une équation aux valeurs propres de la matrice M. Si l'on a N modes différents dans la fibre, la matrice M est de taille $N \times N$ et elle admet généralement N vecteurs propres $V^{(i)}$ qui forment une base que l'on peut choisir orthonormée avec N valeurs propres $\Lambda^{(i)}$ non nulles. Les N solutions sont autant de configurations de modes en retour, qui sont amplifiées avec le gain linéique $\gamma^{(i)}$, proportionnel à la valeur propre.

Ainsi, les N solutions de cette équation, que nous appellerons *modes propres Brillouin* s'écrivent :

$$C^{s(i)} = V^{(i)} \tag{5.51}$$

$$\gamma^{(i)} = cte \cdot \Lambda^{(i)} \tag{5.52}$$

$$i \in \{1..N\} \tag{5.53}$$

Nous pouvons faire le choix d'une base orthonormée, qui vérifie donc :

$$C^{s(i)} \cdot C^{s(j)} = \delta_{ij} \tag{5.54}$$

Changement de base

Physiquement, résoudre cette équation revient à transposer le problème de l'espace des *modes de fibre* à l'espace des *modes Brillouin*. Nous appellerons *modes Brillouin* les configurations $V^{(i)}$. Ces modes ont un gain Brillouin uniforme $\gamma^{(i)}$. Il y a autant de modes Brillouin que de modes de fibre, donc autant de degrés de liberté : n'importe quelle configuration en retour pourra être décomposée sur les modes Brillouin. Chacun de ces modes Brillouin $V^{(i)}$ a son gain propre $\gamma^{(i)}$: on peut s'attendre à ce que le mode Brillouin de gain maximal soit prépondérant sur les autres modes Brillouin.

Le mode propre Brillouin (i) aura donc le profil d'intensité suivant, dans la fibre :

$$P_s^{(i)}(z) \quad = \quad P_s^{(i)}(0) \cdot e^{\mu z - \gamma^{(i)} z} \tag{5.55}$$

Cas idéal pour la conjugaison de phase

Nous appellerons aussi *mode propre Brillouin principal*, le mode propre Brillouin qui a le gain maximal (le plus grand $\gamma^{(i)}$). Dans le cas idéal limite, nous montrerons que le vecteur propre Brillouin principal sera le conjugué en phase de l'onde pompe ($V^{(i)} = C^{*p}$) et les autres valeurs propres $\gamma^{(j)}$ sont au moins deux fois plus faibles. C'est le fameux *doublement du gain* qui correspond à la superposition des grains de Speckle et à la superposition en phase des réseaux acoustiques. Nous verrons aussi que dans ce cas idéal, la *fidélité* du mode propre Brillouin principal sera 100%, et la fidélité des autres modes propres sera 0%, en raison de la relation d'orthogonalité (5.54).

Résolution numérique

L'équation (5.49) se résout numériquement dans les hypothèses scalaires, du seuil et du non mélange de mode. Connaissant la répartition de l'onde Pompe sur les différents modes de la fibre, ainsi que la géométrie de la fibre, on connaît M et on sait résoudre numériquement cette équation aux valeurs propres. Elle nous donne autant de vecteurs propres et de gains propres qu'il y a de modes dans la fibre. Puis l'onde Stokes en retour sera une somme des différents modes propres Brillouin amplifiés par leur gain respectif.

Étude analytique

La résolution numérique complète est possible mais n'apporte pas d'information sur les tendances : elle est lourde à mettre en oeuvre et ne peut être appliquée qu'à un nombre limité de situations ponctuelles. Il est plus intéressant d'étudier dans un premier temps l'expression de cette matrice. Pour cela nous décomposons M en ne gardant que les termes les plus importants, par similitude avec la conjugaison de phase volumique vue au paragraphe 4.5.

5.4 Classement des termes de M - Régimes de longueur

Dans ce paragraphe nous exploitons les notions d'accord de phase que nous avons mentionné pour séparer la matrice M en trois sous-matrices. Nous décrivons la méthode de tri des termes, puis les significations de chaque matrice. Séparons ici M en somme de trois matrices clés :

$$M \quad = \quad \underbrace{BC}_{\Delta\beta=0} + \underbrace{PC}_{\Delta\beta\approx 0} + \underbrace{U}_{\Delta\beta\neq 0} \tag{5.56}$$

Cette séparation diffère de celle de Hellwarth dans le sens où il mélange les deux premières matrices, alors que nous allons voir qu'elles jouent un rôle différent. Détaillons maintenant le critère de tri « $\Delta\beta = 0$ », « $\Delta\beta \approx 0$ » ou « $\Delta\beta \neq 0$ ».

5.4.1 Séparation des termes

On rappelle que M est une matrice de somme double :

$$M(n,m) = \sum_{i,j} \left[c_i^p c_j^{*p} R_{ijmn} K_{ijmn} \right] \tag{5.57}$$

qui représentent donc N^4 termes pour les différentes combinaisons de $\{i,j,m,n\}$, c'est à dire environ $4 \cdot 10^6$ termes pour les fibres qui nous ont servi dans les simulations ($N = 45$) ou $6 \cdot 10^{10}$ termes pour les fibres que nous avons utilisées dans les expériences ($N = 500$). Or K_{ijmn} est très faible dans de nombreux cas : il est utile de faire une sélection judicieuse des termes qui vont intervenir ou non. On rappelle (5.43) que :

$$K_{ijmn} = \frac{e^{i\Delta\beta_{ijmn}L - \mu L} - 1}{i\Delta\beta_{ijmn}L - \mu L} \tag{5.58}$$

$$\Delta\beta_{ijmn} = \beta_i^p - \beta_j^p - \beta_m^s + \beta_n^s \tag{5.59}$$

d'où :

$$|K_{ijmn}| \leq \frac{1}{\Delta\beta_{ijmn}L} \tag{5.60}$$

On ne garde que les combinaisons de $\{i,j,m,n\}$ qui vérifient « $\Delta\beta_{ijmn}$ petit », c'est à dire : $\Delta\beta = 0$ ou $\Delta\beta \approx 0$.

Termes cohérents, vérifiant $\Delta\beta = 0$

Les longueurs d'onde Pompe et Stokes sont très légèrement décalées : $\Delta\lambda/\lambda = 10^{-5}$. Pour un même mode i, les constantes de propagation β_i^p et β_i^s ne peuvent donc jamais être précisément égales. Il saute alors aux yeux que les solutions exactes de $\Delta\beta_{ijmn} = \beta_i^p - \beta_j^p - \beta_m^s + \beta_n^s = 0$ sont précisément :

$$\Delta\beta_{ijmn} = 0 \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{rcl} \beta_i^p & = & \beta_j^p \\ \beta_m^s & = & \beta_n^s \end{array} \right. \tag{5.61}$$

Dans le cas d'une fibre sans dégénérescence, cela revient à $i = j$ et $m = n$. En pratique, toutes les fibres ont des modes dégénérés, c'est à dire qu'il existe i et j différents tels que $\beta_i = \beta_j$. Nous plaçons tous les termes vérifiant $\Delta\beta_{ijmn} = 0$, donc $K_{\Delta\beta=0} = \frac{L_{eff}}{L}$, dans la matrice *Beam Cleanup BC*.

Termes presque cohérents, vérifiant $\Delta\beta \approx 0$

Les termes restants ont donc tous $\Delta\beta_{ijmn} \neq 0$. Néanmoins, certains sont très proches de 0. Nous appellerons $\Delta\beta \approx 0$ tous les termes restants qui vérifieraient $\Delta\beta_{\Delta\lambda=0} = 0$ *si le décalage Brillouin était nul*. La notation $\Delta\beta \approx 0$ peut prêter à confusion : *il s'agit seulement des termes qui seraient nuls si le décalage Brillouin était nul*. Les termes qui vérifient « accidentellement »

$\Delta\beta \approx 0$ ne sont pas concernés. Pour résumer, les termes concernés sont ceux qui vérifient $\Delta\beta_{ijmn} = \beta_i^p - \beta_j^p - \beta_m^s + \beta_n^s \approx 0$ sont précisément :

$$\left\{ \begin{array}{lcl} \Delta\beta_{ijmn} & \approx & 0 \\ \Delta\beta_{ijmn} & \neq & 0 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{lcl} \beta_i^p & \approx & \beta_m^s \\ \beta_j^p & \approx & \beta_n^s \end{array} \right. \tag{5.62}$$

De la même manière, dans le cas d'une fibre sans dégénérescence, cela revient à $i = m$ et $j = n$. Dans le cas général, il faut y ajouter toutes les combinaisons $\beta_i^p \approx \beta_m^s$ avec $i \neq m$, c'est l'ensemble des termes dégénérés. Nous plaçons tous les termes vérifiant $\Delta\beta_{ijmn} \approx 0$ et $\Delta\beta_{ijmn} \neq 0$ (donc $K_{\Delta\beta\approx 0} \approx \frac{L_{eff}}{L}$ si $L \ll 2\pi/\Delta\beta$), dans la matrice *Phase Conjugation PC*.

Termes incohérents $\Delta\beta \neq 0$

On met dans ce panier tous les autres termes, qui ne vérifient ni $\Delta\beta$ strictement nul, ni $\Delta\beta$ strictement nul pour un décalage Brillouin nul. Dans le cas non dégénéré, ils représentent $N^4 - 2N^2$ termes sur N^4 termes. Ils représentent respectivement 99.9% et 99.999% des termes dans les cas de 45 et 500 modes. Nous plaçons tous ces termes incohérents dans la matrice *Reste* U.

5.4.2 Interprétation des termes

Les différents cas que nous avons isolé précédemment correspondent à une réalité d'accord de phase : nous avons fait le même type de tri dans le chapitre précédent (conjugaison de phase dans le milieu non guidant). Par analogie, la figure 5.2 représente la décomposition en modes de fibre sous la forme de vecteurs d'onde inclinés (décomposition angulaire). Rappelons que le terme en $\{i, j, m, n\}$ concerne la diffraction du mode Pompe i sur le réseau d'interférence des modes Pompe et Stokes j et m, vers le mode Stokes n. Les trois cas précédents sont montrés sur la figure :

1. Termes cohérents (BC) : $i = j$ et $m = n$, le mode Pompe i se diffracte sur le réseau qu'il crée lui-même (Pompe $j = i$) avec le mode Stokes m dans la direction du mode Stokes $n = m$. Il sont toujours cohérents et n'imposent pas de relation de phase (idem cas de la figure 5.2a).
2. Termes presque cohérents (PC) : $i = m$ et $j = n$, le mode Pompe i se diffracte sur le réseau que le même mode Stokes $m = i$ crée avec le mode Pompe j dans la direction du même mode Stokes $n = j$. Ces termes n'existent que pour une longueur limite L de fibre, la phase de l'onde réfléchie dépend de la position du réseau et n'est constructive qu'en cas de conjugaison de phase (idem cas de la figure 5.2b).
3. Termes incohérents U : cas où par exemple i est différent de m et de j et il n'y a pas de dégénérescence. Dans ce cas l'onde n'est pas réfléchie efficacement (idem cas de la figure 5.2c).

Cette représentation en vecteurs n'est pas valable dans la fibre, où tous les vecteurs d'onde sont colinéaires car la phase des modes est plate. En revanche, les « longueurs » des différents vecteurs d'ondes de la fibre sont différents, la sélectivité angulaire est alors remplacée par un adaptation du pas du réseau. Le résultat est équivalent.

5.4.3 Importance des différentes matrices

Afin d'appuyer les affirmations précédentes, intéressons nous aux amplitudes des composantes des différentes matrices BC, PC et U dans le cas d'une FSI de fréquence $V = 13$ (donc dégénérée). Plus précisément, nous allons nous intéresser aux histogrammes de $K(i, j, m, n)$ et

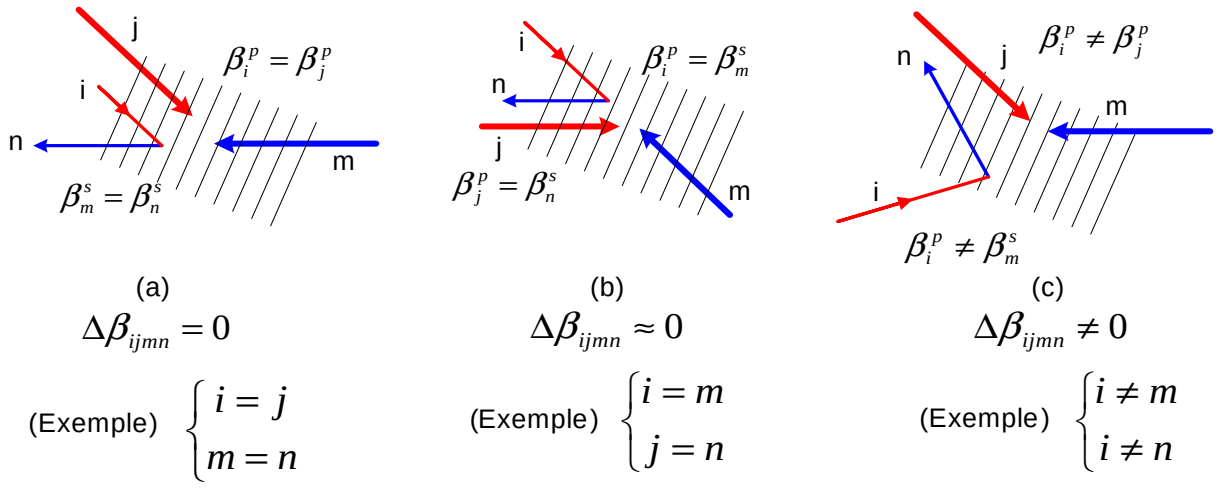


Fig. 5.2 – Cas particuliers intéressants où l'on s'attend à avoir $\Delta\beta_{ijmn} \approx 0$. (a) et (b) réflexion directe de l'onde Pompe i sur le réseau « Pompe i - Stokes n ». (c) terme croisé : réflexion de l'onde Pompe i sur le réseau « Pompe n - Stokes i ».

de $R(i,j,m,n)$ qui sont des matrices de dimension $N \times N \times N \times N$ soit $N^4 = 42^4 \approx 3 \cdot 10^6$ éléments dans le cas présent.

Histogramme des longueurs d'annulation de K_{ijmn}

Le coefficient d'accord de phase K_{ijmn} diminue quand la fibre s'allonge. On peut fixer une longueur d'annulation $L = 2\pi/\Delta\beta_{ijmn}$ comme étant la longueur de fibre à partir de laquelle le coefficient d'accord de phase K_{ijmn} est négligeable.

La figure 5.3 montre l'histogramme (double échelle logarithmique) de cette longueur d'annulation pour des différentes matrices. Les termes incohérents de la matrice U on des longueurs d'annulation très faibles, inférieurs à $0.1m$. Les termes cohérents de BC on des longueurs d'annulation infinies (représentées ici en $L = 10^2 m$). Les termes presque cohérente de PC ont quant à eux des longueurs d'annulation de l'ordre du mètre. Ainsi, pour des longueurs de fibre très faibles, toutes les matrices interviendront, puis pour des longueurs contenues entre $0.1m$ et $2m$ seules BC et PC interviendront, et après une dizaine de mètre seule BC aura des termes significatifs.

La figure 5.4 montre la répartition des coefficients d'accord de phase K_{ijmn} entre 0 et 1 pour trois longueurs de fibre : $0.1m$, $3m$ et $100m$. A une longueur de $10cm$, les coefficients K_{ijmn} des matrices BC et PC valent tous environ 1. Ceux de la matrice Reste U sont répartis régulièrement. A une longueur de $3m$, les coefficients de la matrice U sont très faibles et seuls ceux des matrices PC et BC sont importants. Au delà de $100m$, les matrices PC et U disparaissent et seule la matrice BC subsiste.

Histogramme du facteur de recouvrement R_{ijmn}

Nous traçons également l'histogramme des facteurs de recouvrement R_{ijmn} qui indique le « couplage » entre les différents modes qui s'échangent de l'énergie par effet Brillouin. Ces couplages varient dans une fourchette qui va de 0.5 à 2.5 pour les éléments de PC et BC. D'autre part, ces deux matrices ont à peu près la même répartition : en effet, chaque quadruplet $\Delta\beta_{iinn} = 0$ a son symétrique $\Delta\beta_{inin} \approx 0$ qui a le même R_{iinn}, sauf les quadruplets $\Delta\beta_{iiii}$ qui n'ont pas de symétrique (droite du graphique). Enfin, la plupart des facteurs de recouvrement

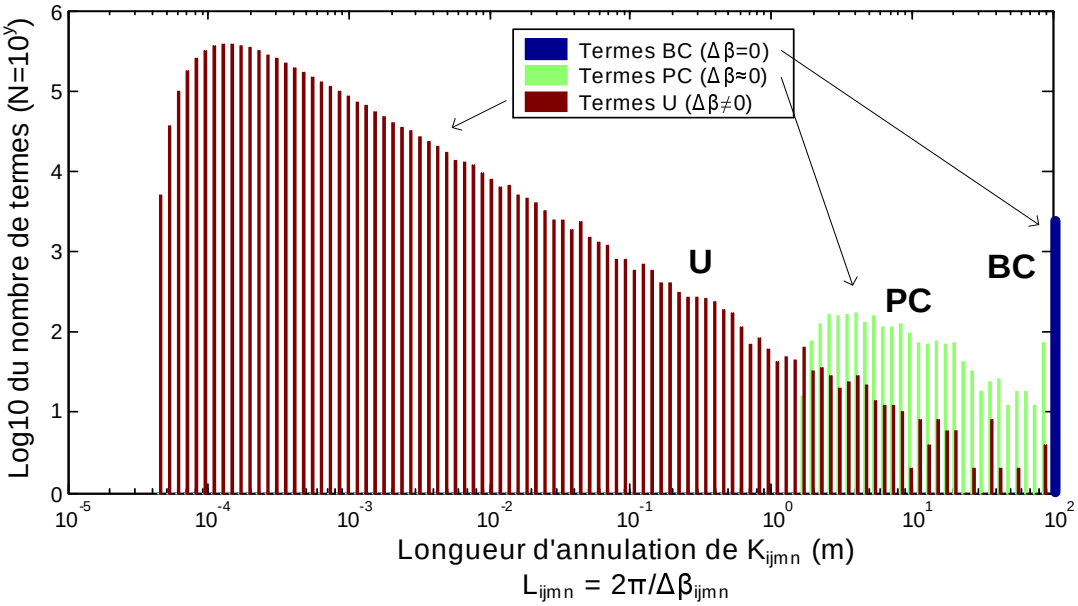


Fig. 5.3 – Histogramme des longueurs d'annulation $L = 2\pi/\Delta\beta_{ijmn}$. C'est la longueur à partir de laquelle le coefficient d'accord de phase K_{ijmn} est négligé. Les axes sont en échelle logarithmique.

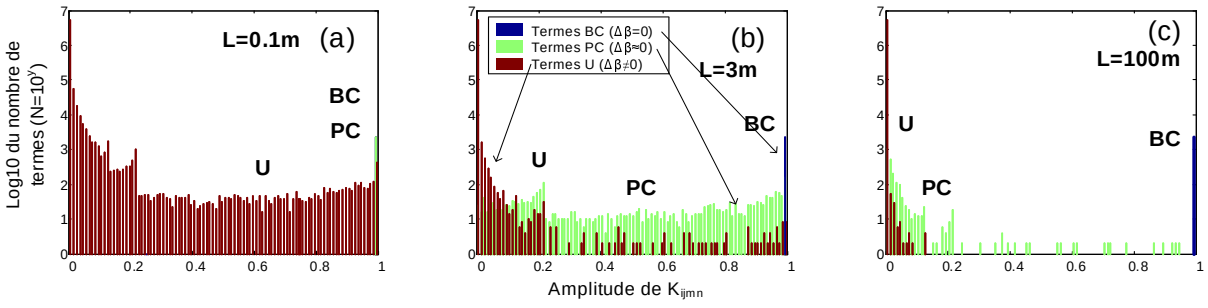


Fig. 5.4 – Histogramme des intégrales K_{ijmn}, pour différentes longueurs de fibre. (a) $0.1m$ (b) $3m$ (c) $100m$

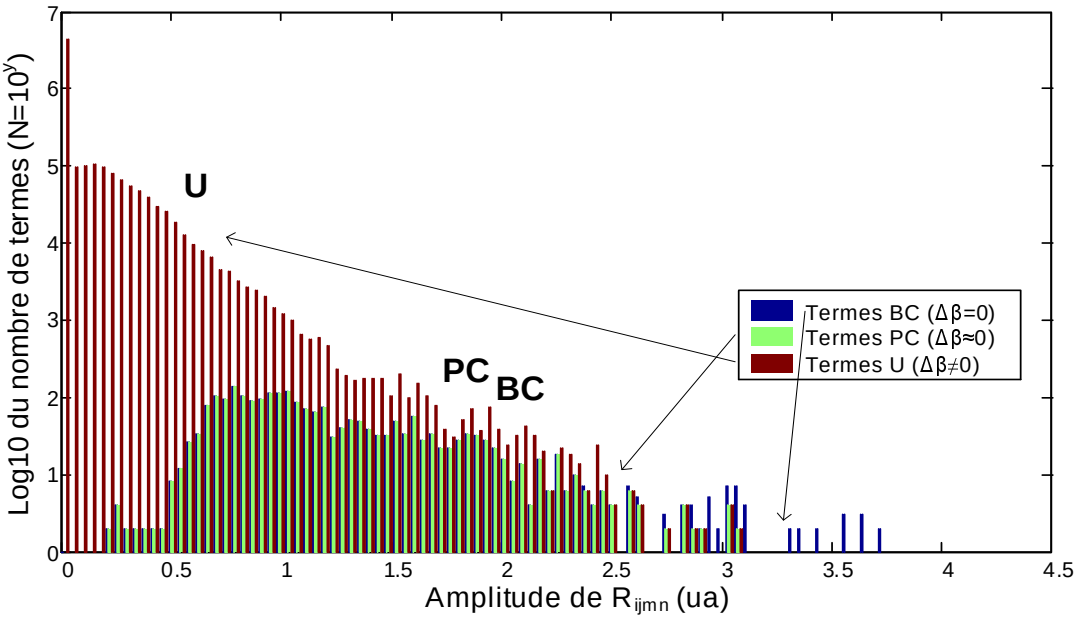


Fig. 5.5 – Histogramme des facteurs de recouvrement de R_{ijmn}.

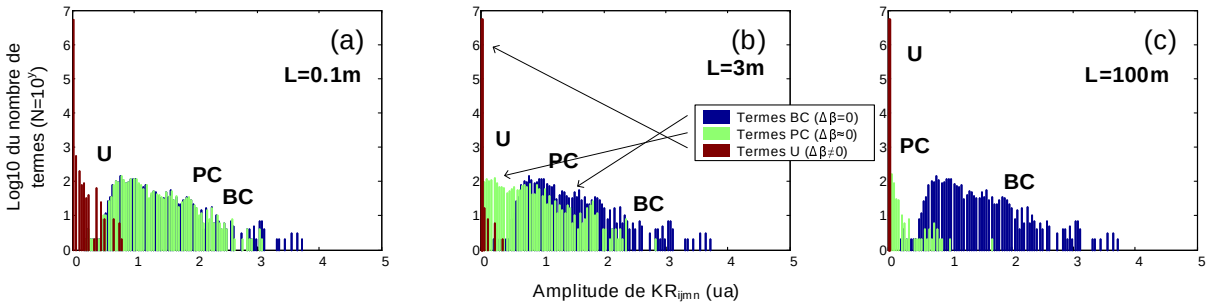


Fig. 5.6 – Histogramme des produits KR_{ijmn}, pour différentes longueurs de fibre. (a) $0.1m$ (b) $3m$ (c) $100m$

de la matrice U sont très faibles (n'oublions pas que les champs sont orthogonaux entre eux).

Trois régimes de fonctionnement

La figure 5.6 résume les considérations précédentes en montrant les histogrammes des amplitudes des produits $K_{ijmn}R_{ijmn}$ du coefficient d'accord de phase et du facteur de couplage pour chaque terme des différentes matrices. Cette figure permet de dégager les trois régimes de fonctionnement en fonction de la longueur de la fibre :

- Le régime *fibre très courte* : pour une longueur L inférieure à quelques centimètres, les trois matrices BC, PC et U sont présentes.
- Le régime *fibre moyenne* : pour une longueur L allant de quelques centimètres à quelques mètres, la matrice U disparaît et seules BC et PC on des termes significatifs. Nous verrons que c'est le régime de conjugaison de phase.
- Le régime *fibre longue* : pour une longueur supérieure à quelques mètres, la matrice PC disparaît et seule BC subsiste. On est alors dans le cas du « Beam Cleanup » où l'onde Stokes est dictée par BC, qui ne favorise pas l'onde conjuguée en phase.

5.4.4 Conclusion

Dans ce paragraphe nous nous sommes mis dans les conditions du *seuil de l'effet Brillouin* dans une fibre avec les hypothèses d'enveloppe lentement variable et de non couplage de mode ou de polarisation. Nous avons récrit sous forme matricielle (5.49) les équations de l'effet Brillouin. L'équation aux vecteurs propres de la matrice M permet de se placer dans une base de modes Brillouin qui ont un amplification uniforme. Le mode Stokes en retour au seuil est une combinaison de ces modes Brillouin.

L'étude du mode Stokes revient alors à l'étude des vecteurs et modes propres de la matrice M. Pour cela, nous avons séparé M en trois matrices :

- la matrice *Beam Cleanup*, BC,
- la matrice *Phase Conjugation*, PC,
- et la matrice *reste*, U.

Nous avons vu qu'en fonction de la longueur d'interaction, il y a trois régimes : pour une longueur faible, BC, PC et U interviennent, pour une longueur moyenne seules BC et PC interviennent et pour une grande longueur seule BC persiste. Dans le paragraphe suivant nous étudions plus précisément les sous-matrices et essayons de dégager les conditions de conjugaison de phase.

5.5 Les trois matrices

5.5.1 Matrice « Beam Cleanup » (BC) ou « Amplification » $\Delta\beta = 0$

La matrice *Beam Cleanup* BC contient les termes de M qui vérifient : $\Delta\beta_{ijmn} = \beta_i^p - \beta_j^p - \beta_m^s + \beta_n^s = 0$. Nous avons vu que cette condition est équivalente à $\beta_i^p = \beta_j^p$ et $\beta_m^s = \beta_n^s$.

Dans le où la fibre ne présente pas de dégénérescence des β, il s'agit des termes $i = j$ et $n = m$ dans l'équation (5.30) : ce sont les termes diagonaux de la matrices M, dont la somme est restreinte à la condition $i = j$. En réalité, les fibres sont toujours dégénérées et il faut aussi prendre en compte des termes non diagonaux, par exemple $\Delta\beta_{ii'nn}$ où i et i' sont des modes de même β ($\beta_i = \beta_{i'}$). Dans les fibres réelles à symétrie circulaire, on a en général dégénérescence de tous les modes avec $m \geq 2$.

Cas général

La matrice BC s'écrit :

$$BC(n,m) = \sum_{\substack{i,j \\ \Delta\beta = 0}} \left[c_i^p c_j^{*p} R_{ijmn} K_{ijmn} \right] \tag{5.63}$$

$$= \frac{L_{eff}}{L} \sum_{\substack{i,j \\ \Delta\beta = 0}} \left[c_i^p c_j^{p*} R_{\Delta\beta=0} \right] \tag{5.64}$$

$$= K_0 \sum_{\substack{i,j \\ \Delta\beta = 0}} \left[c_i^p c_j^{p*} R_{\Delta\beta=0} \right] \tag{5.65}$$

avec

$$K_0 = \frac{L_{eff}}{L} \tag{5.66}$$

La somme sur i, j tel que $\Delta\beta = 0$ comprend tous les termes dégénérés. En ne considérant que les termes non dégénérés, l'équation se simplifie.

Expression de la matrice BC sans dégénérescence

Dans le cas où les modes du guide considéré ont tous une constante de propagation différente, $\Delta\beta = 0$ se simplifie en $i = j$ et $m = n$ et BC s'écrit de la manière suivante :

$$BC(n,m) = \left(\sum_i \left[|c_i^p|^2 R_{iinn} K_{iinn} \right] \right) \delta(n,m) \tag{5.67}$$

$$= K_0 \left(\sum_i \left[|c_i^p|^2 R_{iinn} \right] \right) \delta(n,m) \tag{5.68}$$

c'est à dire :

$$BC = K_0 \begin{bmatrix} \sum_i \left[|c_i^p|^2 R_{ii11} \right] & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \cdots & & \cdots & \\ \vdots & \vdots \ddots & & & \\ 0 & & \sum_i \left[|c_i^p|^2 R_{iinn} \right] & & \\ \vdots & \vdots & & \ddots & \\ 0 & & & & \sum_i \left[|c_i^p|^2 R_{iiNN} \right] \end{bmatrix} \tag{5.69}$$

BC est une matrice diagonale dont les éléments sont légèrement différents. Nous allons l'écrire comme la somme d'une matrice moyenne « Identité » et d'une matrice « Erreur » :

$$BC = \underbrace{K_0 \overline{R_{iinn}} \sum_i \left[|c_i^p|^2 \right] \begin{bmatrix} 1 & & & 0 \\ & \ddots & & \\ & & 1 & \\ & & & \ddots \\ 0 & & & 1 \end{bmatrix}}_{\text{Identité } \overline{BC}}$$

$$+ \underbrace{\begin{bmatrix} & & & 0 \\ \ddots & & & \\ & K_0 \sum_i \left[|c_i^p|^2 \left(R_{iinn} - \overline{R_{iinn}} \right) \right] & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & \end{bmatrix}}_{Erreur\ \Delta BC}$$

$$= K_0 \overline{R_{iinn}} \sum_i \left[|c_i^p|^2 \right] Id \quad + \quad \Delta BC \tag{5.70}$$

$$= K_0 \overline{R_{iinn}} \, \|C^p\|^2 \, Id \quad + \quad \Delta BC \tag{5.71}$$

$$= \overline{BC} \quad + \quad \Delta BC \tag{5.72}$$

Ainsi dans le cas non dégénéré, la matrice Beam Cleanup BC s'écrit comme la somme d'une matrice identité (1er ordre) et d'une matrice perturbation (ordre supérieur). La valeur moyenne $\overline{R_{iinn}}$ est à définir afin de minimiser la perturbation. Nous allons décomposer de la même manière la matrice BC dans le cas général.

Séparation de BC en matrices identité et perturbation

Écrivons BC sous la forme de deux matrices, une matrice identité et une matrice perturbation. La matrice identité représente le 1er ordre de BC :

$$BC(n,m) \;=\; \overline{BC} \;+\; \Delta BC \tag{5.73}$$

avec la matrice identité :

$$\overline{BC} \;=\; K_0 \overline{R_{\Delta\beta=0}} \left\|C^p\right\|^2 Id \tag{5.74}$$

et la matrice perturbation :

$$\Delta BC(n,m) \;=\; \sum_{\substack{i,j \\ \Delta\beta=0}} c_i^p c_j^{p*} K_0 \left[R_{\Delta\beta=0} - \overline{R_{\Delta\beta=0}}\delta(n,m)\delta(i,j)\right] \tag{5.75}$$

L'intérêt de cette décomposition est de distinguer la partie $\overline{BC}$ qui participe positivement à la conjugaison de phase et la partie ΔBC qui y participe négativement.

Choix de la moyenne

Comment choisir la moyenne $\overline{R_{\Delta\beta=0}}$? Nous pourrions faire simplement la moyenne arithmétique des $R_{\Delta\beta=0}$. Afin de minimiser l'effet de la matrice perturbation ΔBC sur le conjugué C^{*p}, nous allons prendre un critère plus intéressant : nous allons imposer $\Delta BC\ C^{*p}$ perpendiculaire à C^{*p}. Cela s'écrit :

$$\begin{aligned}
0 \;&=\; C^{*p} \cdot (\Delta BC\ C^{*p}) && (5.76)\\
&=\; C^{*p} \cdot (BC - \overline{BC})\ C^{*p}) && (5.77)\\
&=\; C^{*p} \cdot (BC - K_0 \overline{R_{\Delta\beta=0}} \left\|C^p\right\|^2 Id)\ C^{*p}) && (5.78)\\
&=\; C^{*p} \cdot BC\ C^{*p} - K_0 \overline{R_{\Delta\beta=0}} \left\|C^p\right\|^4 && (5.79)
\end{aligned}$$

soit une moyenne $\overline{R_{\Delta\beta=0}}$ définie par :

$$\boxed{\overline{R} = \overline{R_{\Delta\beta=0}} = \frac{C^{*p} \cdot BC\ C^{*p}}{K_0 \left\|C^p\right\|^4} = \frac{\sum_{\Delta\beta=0} c_i^p c_j^{*p} c_n^p c_m^{*p} R_{ijmn}}{\left(\sum_i |c_i^p|^2\right)^2}} \tag{5.80}$$

Ce choix assure que la transformée par la matrice perturbation ΔBC du conjugué en phase C^{*p} est perpendiculaire au conjugué en phase.

Particularités de la matrice « Beam Cleanup » BC

Comportement avec la distance La matrice *Beam Cleanup* BC est la seule à résister à la distance : lorsque la longueur L du guide devient très grande, tous les termes de la matrice M s'annulent, sauf les termes qui vérifient précisément $\Delta\beta = 0$, c'est à dire BC. Les matrices PC et U quant à elles s'annulent : en particulier les termes de PC en $\Delta\beta \approx 0$ disparaissent à partir de quelques dizaines ou centaines de mètres de fibre. Au delà, seule subsiste la matrice *Beam Cleanup* BC et on a $M{=}BC$. Dans le cas des fibres très longues, c'est donc BC qui va imposer ses modes propres Brillouin à l'équation (5.49).

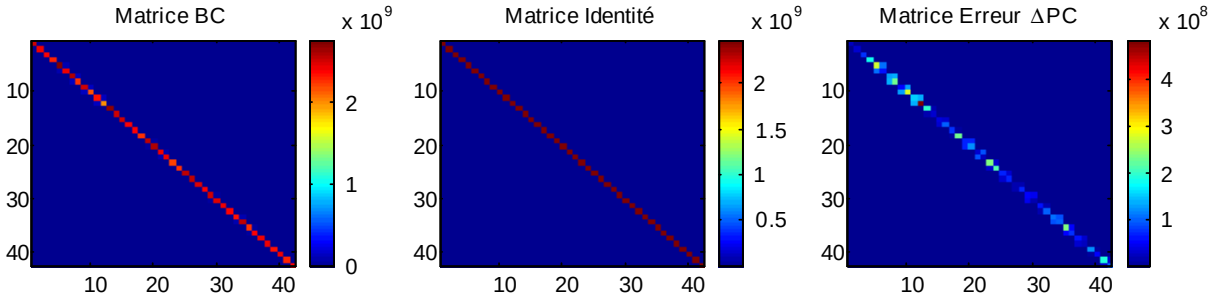


Fig. 5.7 – Fibre à Saut d'Indice de fréquence de coupure $V = 13$. (a) Matrice BC complète (b) Matrice Identité $\overline{BC}$ et (c) Matrice Erreur ΔBC.

Rôle de BC dans le régime *fibre longue* Ainsi, dans le cas de la fibre très longue, où $M = BC$, les solutions de (5.49) seront les modes propres de ΔBC.

Rôle de BC dans les régimes *fibre courte* et *fibre moyenne* Dans le cas général de l'équation (5.49) avec $M = BC + PC + U$, BC étant proche de la matrice identité, nous verrons que les vecteurs propres Brillouin de M seront imposés par $PC + U$. BC ne fera qu'ajouter une constante aux valeurs propres.

Exemple de matrices Beam Cleanup

Nous avons représenté graphiquement la matrice Beam Cleanup BC et sa décomposition sur $\overline{BC} + \Delta BC$ pour deux fibres : une FSI de fréquence $V = 13$ sur la figure 5.7 et une FGI de fréquence $V = 19$ sur la figure 5.8. Les deux matrices sont très différentes : alors que la matrice BC dans le cas FSI est relativement uniforme, elle est très bruitée dans le cas FGI.

Dans le cas de la FSI de la figure 5.7, on remarque que les éléments de la diagonale de BC sont uniformes et très important devant les éléments non diagonaux. Ces derniers sont les résultats des dégénérescences. Dans la FSI, les modes sont toujours dégénérés deux par deux (les deux modes LP_{11} « 2 lobes droite-gauche » et « 2 lobes gauche-droite » de la figure B.4 par exemple). Ils sont aux abords immédiats de la diagonale et faibles devant les éléments diagonaux : la raison en est que le facteur de recouvrement R_{ijmn} est plus faible hors diagonale que sur la diagonale. En effet, $R_{\Delta\beta=0}$ est hors diagonale l'intégrale du produit de deux champs orthogonaux et d'une intensité, contre l'intégrale du produit de deux diagrammes d'intensités (figure B.4) sur la diagonale. $R_{\Delta\beta=0}$ est donc beaucoup plus faible pour les éléments non diagonaux.

Dans le cas de la FGI de la figure 5.8, d'autres termes viennent se rajouter, qui vérifient $\Delta\beta = 0$: là où dans le cas de la FSI il y pouvait y avoir deux modes i et j de même constante de propagation $\beta_i = \beta_j$, il peut y en avoir jusqu'à dix dans le cas de la FGI. Cet effet est spécifique à la FGI et à sa répartition très régulière des constantes de propagation β des modes.

La figure 5.9 montre les valeurs des constantes de propagation β_{lm} dans une FGI et dans une FSI. Les fréquences de coupure sont choisies telles que le nombre de modes soit environ 40 dans les deux cas. Notons que seule une vingtaine de points est représentée car la plupart des points représente deux modes dégénérés (rotation de 45 deg). On peut voir une très nette différence entre les deux types de fibre sur ce graphe : les constantes de propagation sont régulièrement espacées dans le cas de la FGI et irrégulièrement dans le cas de la FSI. A une valeur β_{lm} ne correspond que les deux modes dégénérés par rotation dans le cas de la FSI tandis qu'elle correspond à de nombreux modes $\{l'm'\}$ dans le cas de la FGI. C'est la raison pour laquelle il y a bien plus de combinaison $\{i, j, m, n\}$ qui vérifient $\Delta\beta = 0$ dans le cas de la FGI que dans le cas de la FSI.

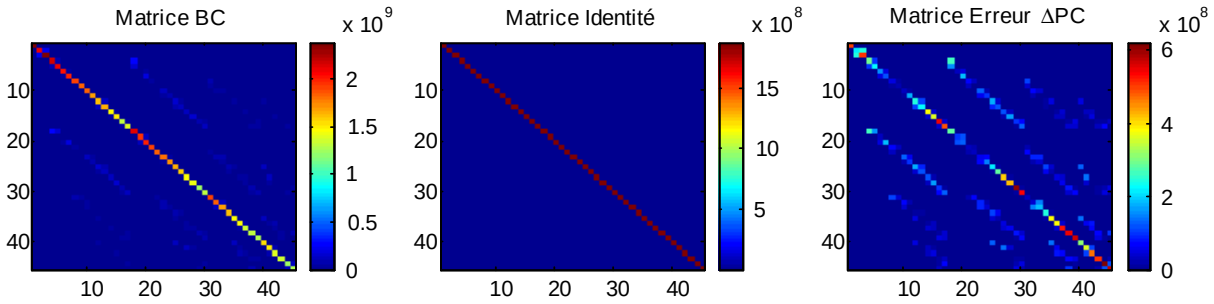


Fig. 5.8 – Fibre à Gradient d'Indice de fréquence de coupure $V = 19$. (a) Matrice BC complète (b) Matrice Identité $\overline{BC}$ et (c) Matrice Erreur ΔBC.

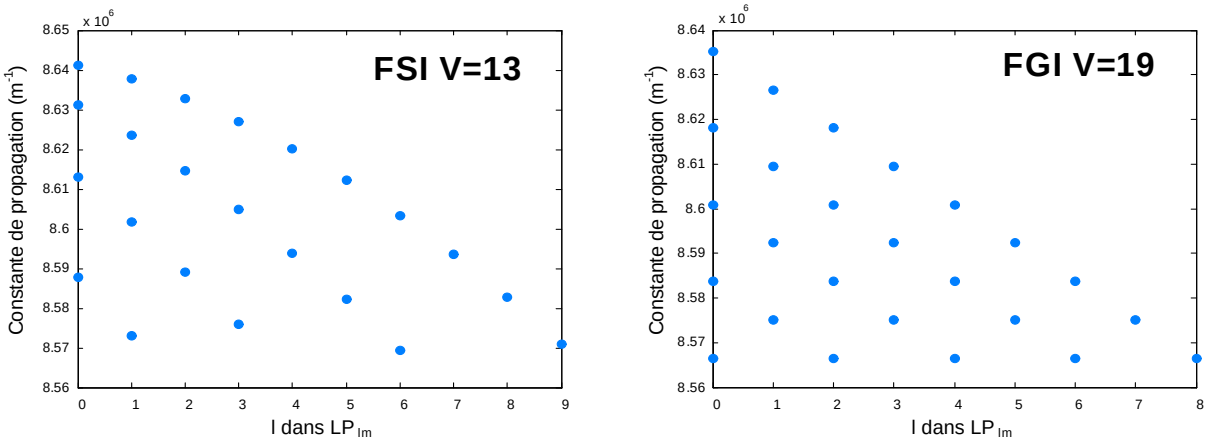


Fig. 5.9 – Valeurs des constantes de propagation β_{lm} dans une fibre à gradient d'indice (FGI) de fréquence de coupure $V = 19$ et une fibre à saut d'indice (FSI) de fréquence de coupure $V = 13$.

5.5.2 Matrice « Conjugaison de Phase » ou « Projection » $\Delta\beta \approx 0$

La matrice *Conjugaison de Phase PC* contient les termes de M qui vérifient $\Delta\beta_{ijmn} \approx 0$ (au sens du décalage Brillouin faible) et $\Delta\beta_{ijmn} \neq 0$ (et qui ne sont pas contenus dans BC). Nous avons vu que cette condition est équivalente à $\beta_i^p \approx \beta_m^s$ et $\beta_j^p \approx \beta_n^s$.

Dans le cas où la fibre ne présente pas de dégénérescence des β, il s'agit des termes $i = m$ et $n = j$ dans l'équation (5.30) : ces termes sont répartis dans toute la matrice M.

Cadre général

Le cas généralisé s'écrit avec la condition $\Delta\beta \approx 0$. Elle a une signification bien particulière ici : elle comprend les termes qui donneraient $\Delta\beta = 0$ s'il n'y avait pas le décalage Brillouin (de l'ordre de $\frac{\Delta\lambda}{\lambda} \approx 5 \cdot 10^{-6}$). *Elle ne comprend pas les termes qui vérifieraient de manière fortuite* $\Delta\beta \approx 0$.

$$PC(n,m) = \sum_{\substack{i,j \\ \Delta\beta \approx 0 \\ \Delta\beta \neq 0}} \left[c_i^p c_j^{*p} K R_{ijmn} \right] \tag{5.81}$$

Expression de la matrice PC sans dégénérescence

Dans le cas où les modes du guide considéré ont tous une constante de propagation différente et $\Delta\beta \approx 0$ se simplifie en $i = m$ et $n = j$ en excluant $i = m = n = j$ qui est déjà contenu dans BC. PC s'écrit de la manière suivante :

$$PC(n,m) = \left[c_m^p c_n^{*p} R_{mnmn} K_{mnmn} \right] (1 - \delta(m,n)) \tag{5.82}$$

c'est une matrice sans éléments diagonaux :

$$PC = \begin{bmatrix} 0 & c_2^p c_1^{*p} RK_{2121} & \cdots & \cdots \\ c_1^p c_2^{*p} RK_{1212} & 0 & \cdots & \cdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \\ & c_m^p c_n^{*p} RK_{mnmn} & 0 & \\ \vdots & \vdots & & \ddots \\ c_N^p c_2^{*p} RK_{1N1N} & & & 0 \end{bmatrix} \tag{5.83}$$

On a presque la matrice idéale de conjugaison de phase. La matrice idéale de conjugaison de phase est la matrice *projection sur le conjugué* :

$$\overline{PC}(n,m) = \overline{RK_{inin}} \quad [c_m^p c_n^{*p}] = \overline{RK_{inin}} \quad C^{*p} \cdot (C^p)^T \tag{5.84}$$

où le T indique la transposition. On souhaite donc écrire :

$$\begin{aligned} PC &= \overline{RK_{inin}} \underbrace{\begin{bmatrix} |c_1^p|^2 & c_2^p c_1^{*p} & & \\ c_1^p c_2^{*p} & \ddots & & \\ & & c_m^p c_n^{*p} & \\ & & \cdots & |c_N^p|^2 \end{bmatrix}}_{\text{Matrice de conjugaison}} + \underbrace{\begin{bmatrix} \ddots & & \\ & -\overline{RK_{nnnn}} |c_n^p|^2 & \\ & c_m^p c_n^{*p} \left(RK_{inin} - \overline{RK_{inin}} \right) & \ddots \end{bmatrix}}_{\textit{Erreur } \Delta PC} \\ &= \overline{RK_{inin}} \left\{ [c_m^p c_n^{*p}] \right\}_{m,n} + \Delta PC \qquad (5.85) \\ &= \overline{PC} + \Delta PC \qquad (5.86) \end{aligned}$$

Ainsi, comme dans le cas de la matrice *Beam Cleanup*, la matrice conjugaison de phase PC se décompose en une matrice de premier ordre et une matrice perturbation. La matrice de premier ordre est une matrice de projection sur le vecteur conjugué. La valeur moyenne $\overline{RK_{inin}}$ est choisie, comme dans le cas de la matrice *Beam Cleanup*, pour minimiser l'effet de la perturbation.

Séparation de PC en matrices projection et perturbation

Reprenons l'expression généralisée de la matrice PC avec la condition $\Delta\beta \approx 0$. Nous l'écrivons également comme la somme d'une matrice de premier ordre et d'une matrice perturbation :

$$PC(n,m) = \sum_{\substack{i,j \\ \Delta\beta \approx 0 \\ \Delta\beta \neq 0}} \left[c_i^p c_j^{*p} KR_{ijmn}\right] = \overline{PC} \quad + \quad \Delta PC \tag{5.87}$$

avec la matrice de projection :

$$\begin{aligned} \overline{PC}(n,m) &= \overline{KR_{\Delta\beta\approx 0}}\,[c_m^p c_n^{*p}] && (5.88)\\ &= \overline{KR_{\Delta\beta\approx 0}} C^{*p} C^p && (5.89) \end{aligned}$$

et la matrice de perturbation :

$$\Delta PC(n,m) = \sum_{\substack{i,j \\ \Delta\beta \approx 0 \\ \Delta\beta \neq 0}} \left[c_i^p c_j^{*p} KR_{ijmn}\right] - \overline{KR_{\Delta\beta\approx 0}}\,[c_m^p c_n^{*p}] \tag{5.90}$$

Cette décomposition distingue la partie $\overline{PC}$ qui participe positivement à la conjugaison de phase et la partie ΔPC qui y participe négativement. La matrice ΔPC contient les écarts à la moyenne des termes de PC ($KR_{ijmn} - \overline{KR_{\Delta\beta\approx 0}}$) ainsi que les éléments diagonaux qui sont comptés à la fois dans BC et dans $\overline{PC}$.

Choix de la moyenne

Comme dans le cas de la matrice Beam Cleanup BC, nous utilisons le critère $\Delta PC\ C^{*p}$ orthogonal à C^{*p} pour minimiser l'effet de la perturbation :

$$\begin{aligned} 0 &= C^{*p} \cdot (\Delta PC\ C^{*p}) && (5.91)\\ &= C^{*p} \cdot (PC - \overline{PC})\ C^{*p}) && (5.92)\\ &= C^{*p} \cdot (PC - \overline{KR_{\Delta\beta\approx 0}} C^{*p} C^p)\ C^{*p}) && (5.93)\\ &= C^{*p} \cdot PC\ C^{*p} - \overline{KR_{\Delta\beta\approx 0}}\,\|C^p\|^4 && (5.94) \end{aligned}$$

soit une moyenne $\overline{KR_{\Delta\beta\approx 0}}$ définie par :

$$\boxed{\overline{KR} = \overline{KR_{\Delta\beta\approx 0}} = \frac{C^{*p} \cdot PC\ C^{*p}}{\|C^p\|^4} = \frac{\sum_{\Delta\beta\approx 0} c_i^p c_j^{*p} c_n^p c_m^{*p} KR_{ijmn}}{\left(\sum_i |c_i^p|^2\right)^2}} \tag{5.95}$$

Ce choix assure que la transformée par la matrice perturbation ΔPC du conjugué en phase C^{*p} est perpendiculaire au conjugué en phase.

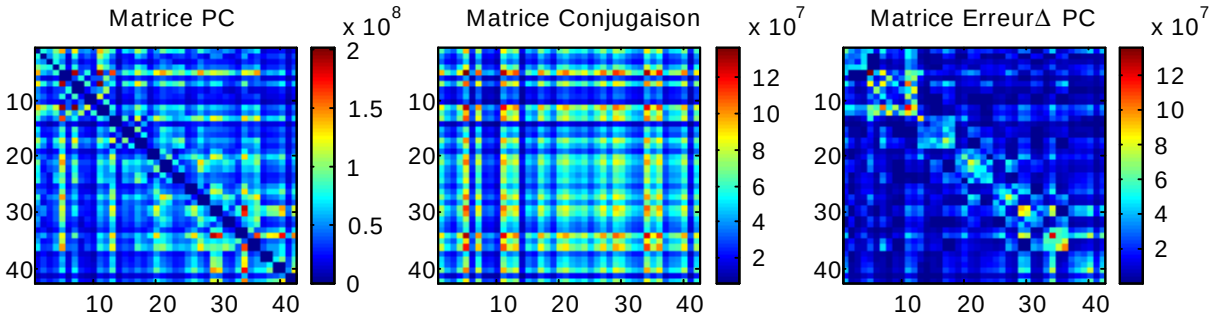


Fig. 5.10 – FSI de fréquence de coupure $V = 13$. (a) Matrice PC complète (b) Matrice conjugaison $\overline{PC}$ et (c) Matrice Erreur ΔPC.

Rôle de la matrice « Conjugaison de Phase » PC

Comportement avec la distance La matrice PC contient les termes qui vérifient $\Delta\beta \approx 0$, donc par définition elle résiste assez bien à la distance. En effet, tant que la longueur L de la fibre vérifie $L \ll 2\pi/\overline{\Delta\beta_{PC}}$, où $\overline{\Delta\beta_{PC}}$ est une moyenne des $\Delta\beta$ dans PC, on a $K_{\Delta\beta\approx 0} \approx K_0$. Au delà de cette longueur, la matrice PC disparaît.

La solution de l'équation aux valeurs propres de la matrice projection sur le mode conjugué en phase $\overline{PC} = \overline{KR_{\Delta\beta\approx 0}} C^{*p} C^p$, est donc très simple : toutes les valeurs propres sont nulles sauf une, $\lambda^{(0)} = \overline{KR_{\Delta\beta\approx 0}} \|C^p\|^2$ associée au vecteur propre $V^{(0)} = C^{*p}$. Ainsi le seul vecteur propre de $\overline{PC}$ est l'onde conjuguée en phase elle même.

Rôle de la matrice PC **dans le régime *fibre longue* ou *fibre courte*** Dans le régime de la fibre longue, PC a disparu donc n'intervient pas. Dans le régime de la fibre courte, au contraire, il est présent ainsi que la matrice Reste U. On ne peut pas conclure.

Rôle de la matrice PC **dans le régime *fibre moyenne*** Nous verrons que dans ce régime, où nous avons $M \approx BC + PC$, PC jouera le rôle de selection pour favoriser le conjugué en phase (par doublement du gain)

Exemple de matrices « Conjugaison de Phase » PC

Les figures 5.10 et 5.11 montrent les valeurs absolues des éléments de PC pour une FSI et une FGI de même longueur $L = 0.3m$. On peut y remarquer que les matrices PC à gauche sont remplies à l'exception des points qui correspondants aux termes de BC et qui vérifient $\Delta\beta = 0$. Le matrices projection quant à elles sont remplies entièrement et les matrices perturbations corrigent les écarts, en particulier les points comptés deux fois (dans BC et dans $\overline{PC}$). C'est pourquoi les matrices de perturbation contiennent des éléments du même ordre de grandeur que les matrices de projection. On s'attend à ce que ces matrices perturbation, étant presque diagonales, ne modifient pas trop les vecteurs propres. La matrice perturbation apparait assez diagonale dans le cas de la FSI mais pas dans le cas de la FGI : la conjugaison de phase rique d'être moins bonne en FGI qu'en FSI.

5.5.3 Matrice *Reste* U

La matrice U contient tous les termes de la matrice M qui ne sont pas dans BC ni dans PC, donc qui ne vérifient ni $\Delta\beta = 0$ ni $\Delta\beta \approx 0$. Ces termes représentent la grande majorité des termes composant la matrice M et s'annulent très vite dès la longueur de la fibre vérifie

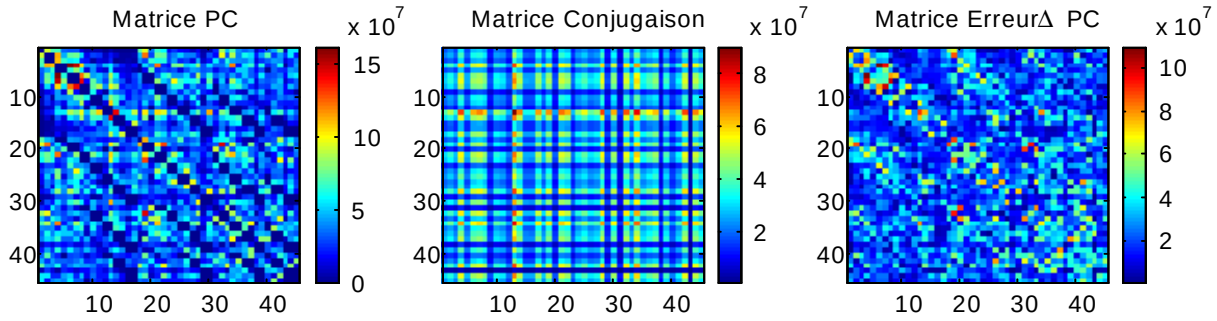


Fig. 5.11 – FGI de fréquence de coupure $V = 19$. (a) Matrice PC complète (b) Matrice conjugaison $\overline{PC}$ et (c) Matrice Erreur ΔPC.

$L > 2\pi/\overline{\Delta\beta_U}$ où $\overline{\Delta\beta_U}$ est une moyenne des $\Delta\beta$ sur U. Typiquement, dès que L dépasse quelques millimètres ou centimètres, U disparaît complètement, à quelques « accidents » près qui créent des termes avec $\Delta\beta \approx 0$. Ces termes restent isolés qui n'influent pas les résultats.

Cas Général

On définit donc :

$$U \quad = \quad M - PC - BC \tag{5.96}$$

soit :

$$U(n,m) \quad = \quad \sum_{\substack{i,j \\ \Delta\beta \neq 0}} \left[c_i^p c_j^{*p} R_{ijmn} K_{ijmn} \right] \tag{5.97}$$

Rôle de la matrice *Reste* U

La matrice U ne joue aucun rôle en dehors du régime de *fibre courte* car elle disparaît dans les autres régimes. En outre, le régime de *fibre courte* ne nous intéresse pas car il n'est pas réaliste dans les fibres. Il s'agit du cas où la longueur du guide est de l'ordre de la longueur de Rayleigh du faisceau (quelques grains de speckle). Dans ce cas, la conjugaison de phase ne se fait plus, mais seuls les grains les plus intenses sont renvoyés (au seuil de l'effet). Nous verrons lors des simulations un exemple de ce régime.

5.5.4 Récapitulatif

Nous avons dans ce paragraphe trié les termes intervenant dans la matrice M qui modélise l'effet Brillouin dans une fibre en trois catégories : les termes vérifiant $\Delta\beta = 0$ sont stockés dans la matrice *Beam cleanup* BC, les termes vérifiant $\Delta\beta \approx 0$ au sens du faible décalage Brillouin sont stockés dans la matrice *Conjugaison de Phase* et enfin les autres termes, incohérents, sont stockés dans la matrice *Reste* U. Le tableau 5.1 montre les matrice utiles dans chaque régime de longueur de fibre.

Régime de longueur	Termes utiles
Courte	$M = BC + PC + U$
Moyenne	$M = BC + PC$
Longue	$M = BC$

Tab. 5.1 – Termes de M utiles

5.6 Vers une onde Stokes conjuguée en phase de l'onde Pompe ?

5.6.1 Rappel : base des modes Brillouin

Nous avons écrit l'effet Brillouin sous forme de l'équation aux vecteurs propres (5.49) dans le cadre des hypothèses de non-couplage, de non-dépolarisation et au seuil :

$$\frac{\gamma}{cte} C^s = M \cdot C^s \tag{5.98}$$

dont les N vecteurs propres $V^{(i)}$ orthonormés et les N valeurs propres non nulles $\Lambda^{(i)}$ associées s'écrivent :

$$C^{s(i)} = V^{(i)} \tag{5.99}$$
$$\gamma^{(i)} = cte \cdot \Lambda^{(i)} \tag{5.100}$$
$$i \in \{1..N\} \tag{5.101}$$

Les N solutions sont autant de *modes propre Brillouin* de modes en retour, qui sont amplifiés avec le gain linéique $\gamma^{(i)}$, proportionnel à la valeur propre :

$$P_s^{(i)}(z) = P_s^{(i)}(0) \cdot e^{\mu z - \gamma^{(i)} z} \tag{5.102}$$

Le *mode propre principal* de plus grande valeur propre (donc privilégié) est idéalement le conjugué en phase.

Base des modes Brillouin

Ces N vecteurs propres $V^{(i)}$ forment une base orthonormée : résoudre l'équation aux valeurs propres revient à se placer dans une base de modes d'égale amplification pour l'effet Brillouin. Les N vecteurs propres seront donc N « configurations de Speckle » qui subiront le gain linéique $\gamma^{(i)}$. La constante cte est un paramètre constant qui n'altère pas le résultat qualitatif que nous présentons ici.

Cohérence des modes Brillouin

Un point important dans la suite du traitement est le suivant : ces différents *modes propre Brillouin* seront ensuite considérés comme indépendants car démarrant sur différents photons de bruit, en général sans relation de phase entre eux. Cela revient à dire que la différence de phase entre les ondes Stokes en retour $C^{s(i)}$ et $C^{s(j)}$ est aléatoire et variable dans le temps. *Au même titre que deux modes longitudinaux ou transverses d'un laser n'ont pas de relation de phase, nous considérerons que deux configurations Stokes n'auront pas de relation de phase quand ils démarrent sur du bruit.* Dans le cas où ils ne démarrent pas sur du bruit mais sont injectés (un faisceau constitué de plusieurs photons en phase injectent les différents modes propres Brillouin), ils auront une relation de phase. Si nous n'avons pas de preuve de la véracité de cette hypothèse, elle a le mérite d'être intellectuellement satisfaisante et d'expliquer les observations expérimentales.

Puissance relative des modes Brillouin

Ainsi donc, nous traiterons les différents modes Brillouin $C^{s(i)}$ comme autant de modes incohérents, démarrant avec la même puissance initiale de bruit et amplifiés de manière exponentielle avec un gain absolu $G_i = e^{\gamma^{(i)}L}$ (où L la longueur de la fibre, à comparer à la formule classique dans une fibre monomode $G = e^{g_B IL}$ avec g_B le gain Brillouin et I la densité de puissance pompe. Dans notre cas, $\gamma^{(i)}$ comprend déjà I). G_i est le gain vu par le photon de bruit aléatoire qui injecte le mode i en bout de fibre. Il est admit empiriquement que le seuil est atteint quand G_i dépasse e^{21} : l'amplification correspondante transforme quelques photons par seconde en quelques microwatts, ce qui commence à être détectable. Ici le seuil est atteint quand G_0 (gain le plus important) atteint e^{21}, ou encore $\gamma^{(i)}L = 21$. Les autres modes Brillouin voient alors l'amplification $G_i = e^{\gamma^{(i)}L} = e^{\frac{\gamma^{(i)}}{\gamma^{(0)}}\gamma^{(0)}L} = e^{21\frac{\gamma^{(i)}}{\gamma^{(0)}}}$. Le rapport des amplifications vaut $\frac{G_i}{G_0} = e^{21\frac{\gamma^{(i)}}{\gamma^{(0)}}} \cdot e^{-21} = e^{21\frac{\gamma^{(i)}-\gamma^{(0)}}{\gamma^{(0)}}}$. C'est aussi le rapport des puissances entre les différents modes Stokes en entrée de fibre. Par exemple, pour une différence de 10% dans le gain entre $\gamma^{(1)}$ et $\gamma^{(0)}$, on a un rapport de puissance $e^{-2} = 0.13$. Pour une différence de 20%, on n'a déjà plus que qu'un rapport 0.02. Enfin, pour le rapport 2 sur γ que l'on a théoriquement, le rapport des puissances est $4.5 \cdot 10^{-5}$.

Cas idéal de la conjugaison de phase

Dans le cas idéal de la conjugaison de phase, le premier vecteur propre $C^{s(0)}$ est proportionnel au conjugué en phase C^{p*} et la première valeur propre est deux fois plus importante que les autres valeurs propres, c'est à dire que le gain brut de $C^{s(0)} = C^{p*}$ est $e^{10.5} = 36\ 000$ fois plus élevé que le gain brut des autres valeurs propres.

Ainsi, dans le cas idéal :

$$\begin{aligned} i = 0 \begin{cases} fidelite(C^{s(0)}) &= \left(\frac{C^{s(0)}}{|C^{s(0)}|} \cdot \frac{C^{p*}}{|C^{p*}|}\right)^2 = 1 \\ gain(C^{s(0)}) &= G_0 = e^{\gamma^{(0)}L} = e^{21} = 1.3 \cdot 10^9 \end{cases} \\ i \neq 0 \begin{cases} fidelite(C^{s(i)}) &= \left(\frac{C^{s(i)}}{|C^{s(i)}|} \cdot \frac{C^{p*}}{|C^{p*}|}\right)^2 = 0 \\ gain(C^{s(0)}) &= G_i = e^{\gamma^{(i)}L} < e^{\frac{\gamma^{(i)}}{2}L} = e^{10.5} = 36\ 000 \end{cases} \end{aligned} \tag{5.103}$$

Autrement dit :

- La valeur propre principale est nettement plus élevée que les autres valeurs propres
- Le vecteur propre correspondant a une bonne fidélité

5.6.2 Décomposition de M et trois régimes de longueur

La matrice M est décomposée en trois matrices intervenant dans trois régimes de longueur différents. Ensuite, chacune des matrices est décomposée selon son rôle dans le processus de conjugaison.

Décomposition de la matrice M

La matrice M est décomposée en trois matrices :

$$M = BC + PC + U \tag{5.104}$$

avec :

$$\begin{cases} BC = \overline{BC} & + & \Delta BC \\ PC = \overline{PC} & + & \Delta PC \end{cases} \tag{5.105}$$

1. La matrice *Beam cleanup* BC contient les termes de M vérifiant $\Delta\beta = 0$. Cette matrice ne dépend pas de la longueur de la fibre. Physiquement, elle correspond à la diffraction de chaque mode sur le réseau qu'il crée avec les Stokes (cas (a) de la figure 5.2). C'est une amplification toujours cohérente. Le gain est uniforme et ne favorise pas de mode. La matrice BC est présente dans tous les régimes de longueur de fibre.
2. La matrice *Conjugaison de Phase* PC contient les termes de M vérifiant $\Delta\beta \approx 0$ au sens du faible décalage Brillouin (cas (b) de la figure 5.2). Elle correspond à la projection du Stokes sur l'onde Pompe conjuguée en phase : elle présente un gain maximal pour le conjugué en phase. Cette matrice n'est présente que dans les régimes de fibre courte et moyenne, et disparaît dans le régime de fibre longue.
3. La matrice *Reste* U contient les termes incohérents de M qui ne vérifient ni $\Delta\beta = 0$ ni $\Delta\beta \approx 0$ (cas (c) de la figure 5.2 où le réseau n'est pas adapté à la réflexion). Elle ne favorise pas la conjugaison de phase et n'agit que dans le régime de fibre courte.

Trois régimes de longueur de fibre

Les trois régimes de longueur de fibre que nous avons pu dégager sont :
- Le régime de *fibre courte* ($L < L_{CM} = 2\pi/\overline{\Delta\beta_U}$, inférieure au centimètre) : la matrice U n'est pas encore nulle ; $M = BC + PC + U$. Le conjugué en phase n'est pas favorisé. Ce régime ne convient pas à la conjugaison de phase.
- Le régime de *fibre moyenne* ($L_{CM} \ll L < L_{ML}$), de longueur comprise entre quelques centimètres et quelques mètres : la matrice U est pratiquement nulle ; $M = BC + PC$. C'est le régime de conjugaison de phase. BC assure l'amplification et PC la sélectivité de l'onde conjuguée en phase (ie. augmente significativement l'amplification pour le conjugué en phase).
- Le régime de *fibre longue* ($L > L_{ML} = 2\pi/\overline{\Delta\beta_{PC}}$) où la fibre dépasse une longueur liée au $\Delta\beta$ moyen dans PC : la matrice PC disparaît ; $M = BC$. BC impose l'onde Stokes.

Longueur limite $L_{ML} = 2\pi/\overline{\Delta\beta_{PC}}$: régimes moyen-long. La longueur limite entre les régimes *moyen* et *long*, c'est à dire la longueur maximale d'une fibre permettant la conjugaison de phase, est une donnée importante qui mérite d'être traitée dans un chapitre ultérieur (voir 6.2.2 et 7.1).

Longueur limite $L_{CM} = 2\pi/\overline{\Delta\beta_U}$: régimes court-moyen. La longueur limite entre les régimes *court* et *moyen* est suffisamment faible pour ne pas nous inquiéter dans le cas de la fibre. Elle dépend de l'ouverture numérique et est de l'ordre du millimètres dans une fibre d'ouverture $ON = 0.2$: Nous avons vu qu'en l'absence d'absorption, les termes de la matrice U sont en $1/\Delta\beta L$ et sont négligeables dès que $L \gg 2\pi/\Delta\beta$. Pour avoir une idée de cette longueur, nous pouvons considérer que l'indice effectif des modes est équitablement réparti entre les indices de coeur et de gaine n_g et n_c. Dès lors $|\Delta\beta_{ijmn}| = |\beta_i^p - \beta_j^p - \beta_m^s + \beta_n^s| = |k_0^p(b_1^p - b_2^p)(n_c - n_g) + k_0^s(b_1^s - b_2^s)(n_c - n_g)|$ où b_1^s, b_2^s, b_1^p et b_2^p sont répartis uniformément entre 0 et 1. Nous plaçons dans la matrice U tous les termes qui ne vérifient pas $|\Delta\beta_{ijmn}| \approx 0$. Alors la matrice U contient des termes de moyenne $\overline{\Delta\beta_U} = \overline{|\Delta\beta_{ijmn}|} \approx 2k_0\overline{|b_1^p - b_2^p|}(n_c - n_g)$. Avec

$\int\int_0^1 |x-y|dxdy = 1/3$, la valeur moyenne de $|\Delta\beta|$ dans U est $\overline{\Delta\beta_U} \approx 2k_0(n_c-n_g)/3$. La longueur limite L_{CM} entre les régimes court et moyen est donc $L_{CM} = 2\pi/\overline{\Delta\beta_U} \approx 3\lambda/(2(n_c-n_g))$:

$$L_{CM} = \frac{3\lambda}{2}\frac{1}{n_c-n_g} = \frac{3n\lambda}{ON^2} \tag{5.106}$$

Pour une ouverture numérique $ON = 0.2$, la matrice U est en moyenne négligeable quand $L \gg L_{CM} \approx 100\lambda \approx 0.1mm$. La limite entre les régimes court et moyen est donc situé autour du millimètre.

Décomposition des matrices BC et PC en matrice de 1er ordre et perturbation

Les matrices BC et PC sont décomposées en une matrice favorable à la conjugaison et une matrice perturbation :

$$BC = \overline{BC} + \Delta BC = K_0\overline{R_{\Delta\beta=0}}\,\|C^p\|^2\,Id + \Delta BC \tag{5.107}$$
$$PC = \overline{PC} + \Delta PC = \overline{KR_{\Delta\beta\approx 0}}C^{*p}C^p + \Delta PC \tag{5.108}$$

où Id est la matrice identité (des 1 sur la diagonale et des 0 ailleurs), $C^{*p}C^p$ est la matrice $c_i^{*p}c_j^p$. Les valeurs moyennes $\overline{R_{\Delta\beta=0}}$ et $\overline{KR_{\Delta\beta\approx 0}}$ sont choisies telles que

$$0 = C^{*p}\cdot(\Delta BC\ C^{*p}) \tag{5.109}$$
$$0 = C^{*p}\cdot(\Delta PC\ C^{*p}) \tag{5.110}$$

5.6.3 Régime moyen : régime de conjugaison de phase - cas de la fibre parfaite

Dans ce paragraphe, nous nous plaçons dans le régime de la *fibre de longueur moyenne* (qui favorise le conjugué en phase). Cela revient à dire $M = BC + PC$. Nous traitons ici le cas légèrement restrictif où on a égalité des facteurs de recouvrement R_{ijmn} et non dégénérescence ; ce sont les conditions parfaites pour la conjugaison de phase. Nous consacrerons ensuite un paragraphe aux introductions d'une part d'une inégalité des facteurs de recouvrement et d'autre part des dégénérescences. Ces deux points seront approfondis dans des chapitres suivants 6 et 7 où nous traiterons systématiquement des causes d'une conjugaison imparfaite.

Simplification de l'équation aux valeurs propres

La fibre parfaite présente les deux propriétés suivantes :
- égalité des facteurs de recouvrement ($\overline{R} = R_{ijmn}$),
- non-dégénérescence ($\Delta\beta_{ijmn} = 0$ est équivalent à $i = j$ et $m = n$; $\Delta\beta_{ijmn} \approx 0$ est équivalent à $i = m$ et $j = n$).

Sous ces hypothèses, la matrice perturbation ΔBC (5.75) est nulle et la matrice perturbation ΔPC (5.90) est réduite à une matrice « presque identité », qui ne comporte que des termes diagonaux : $\Delta PC(n,n) = -K_0\overline{R}\,|c_n^p|^2$. Pour une pompe répartie équitablement sur les différents modes Pompe, la matrice ΔPC est une matrice identité. Ainsi

$$M = \overline{BC} + \overline{PC} + \Delta PC \tag{5.111}$$

Les vecteurs propres de M sont donc les vecteurs propres de $\overline{BC} + \overline{PC} + \Delta PC$.

Contribution de la matrice moyenne Beam Cleanup $\overline{BC}$

Rappelons que la matrice moyenne Beam Cleanup $\overline{BC}$ s'écrit comme une matrice identité :

$$\overline{BC} = K_0\overline{R_{\Delta\beta=0}}\,\|C^p\|^2\,Id \tag{5.112}$$

Équation aux vecteurs propres d'une matrice identité Considérons l'équation aux vecteurs propres suivante :

$$\lambda V = M \cdot V \tag{5.113}$$

où M est une matrice, V un vecteur et λ un scalaire. Supposons qu'alle ait pour solution un ensemble de vecteurs propres $\{V_i\}_{i=1...N}$ et un ensemble de valeurs propres $\{\lambda_i\}_{i=1...N}$ associé. Alors l'équation :

$$\lambda V = (M + a \cdot Id) \cdot V \tag{5.114}$$

où a est une constante scalaire et Id la matrice identité, aura pour solution le même ensemble vecteurs propres $\{V_i\}_{i=1...N}$ et un ensemble de valeurs propres associé décalé $\{\lambda_i - a\}_{i=1...N}$. Ainsi l'ajout d'une matrice identité dans une équation aux vecteurs propres ne modifie pas l'ensemble des vecteurs propres solution.

Rôle de la matrice moyenne Beam Cleanup $\overline{BC}$ Les vecteurs propres de la matrice M définie par (5.111) sont imposés par $\overline{PC} + \Delta PC$. BC ne fera qu'ajouter une constante aux valeurs propres. Physiquement, cela signifie que les termes de la matrice Beam Cleanup BC ne font qu'apporter une contribution *non sélective* au gain global Stokes : BC ne sélectionne pas de mode mais les amplifie tous *uniformément* de $K_0\overline{R}\,\|C^p\|^2$. C'est le cas a du schéma de la figure 5.2.

Contribution de la matrice perturbation Conjugaison de Phase ΔPC

Cette matrice est nulle hors diagonale dans le cadre des hypothèses et s'écrit :

$$\Delta PC(n,n) = -K_0\overline{R}\,|c_n^p|^2 \tag{5.115}$$

Elle contient N fois moins de termes que les matrices $\overline{BC}$ et $\overline{PC}$ et il s'agit presque d'une matrice identité. Considérons-la pour le moment comme une matrice identité, d'une part parce qu'elle a une faible contribution (en $1/N$) et d'autre part car nous traiterons les défauts de conjugaison dus à ΔPC, entre autres, dans le chapitre 6. Dans ce cas et comme dans le cas de la matrice $\overline{BC}$, il s'agit d'une matrice identité qui ne sélectionne pas les vecteurs propres. La présence de ΔPC n'affectera pas la qualité de la conjugaison. Elle diminuera le gain global d'un facteur $1/N$ en relatif.

Contribution de la matrice moyenne Conjugaison de Phase $\overline{PC}$

Rappelons que la matrice moyenne « Conjugaison de Phase » $\overline{PC}$ s'écrit comme une matrice projection :

$$\overline{PC} \quad = \quad \overline{KR_{\Delta\beta\approx 0}} C^{*p} C^p \tag{5.116}$$

Équation aux vecteurs propres d'une matrice projection Intéressons nous aux vecteurs propres d'une matrice de projection, comme $\overline{PC}$, de la forme $P = C^*C$: tout vecteur V est

transformé de la manière suivante :

$$P\,V = \underbrace{(C^*C)}_{\text{Matrice projection}} V \tag{5.117}$$

$$= \underbrace{(C\,V)}_{\substack{\text{Multiplication}\\ \text{terme a terme}}} C^* \tag{5.118}$$

$$= \underbrace{(C^* \cdot V)}_{\text{Produit scalaire}} C^* \tag{5.119}$$

Le résultat de l'application de P sur V est donc le vecteur C^* multiplié par le produit scalaire entre V et C^*. Il est dès lors évident que la seule valeur propre non nulle de P est $\lambda^{(0)} = 1$ associé au vecteur propre $V^{(0)} = C^*$.

Rôle de la matrice moyenne Conjugaison de Phase $\overline{PC}$ Nous avons vu que la matrice Identité $\overline{BC}$ n'impose pas de vecteur propre, tout comme la matrice perturbation ΔPC : $\overline{PC}$ impose les vecteurs propres. Or $\overline{PC}$ ne possède qu'un vecteur propre : le conjugué en phase C^{*p}. Les $N-1$ autres vecteurs propres de M seront alors simplement une base de l'hyperplan orthogonal à C^{*p}.

Résumé du cas de la fibre parfaite

Ainsi, dans le cas de la fibre parfaite, l'onde Stokes favorisée est le vecteur propre principal de $M = \overline{BC} + \overline{PC} + \Delta PC$ avec :

- $\overline{BC}$: matrice identité ($\overline{BC} = K_0\overline{R}\,\|C^p\|^2\,Id$), donc n'impose pas de vecteur propre. Tout vecteur est vecteur propre avec $\Lambda^{(i)} = K_0\overline{R}\,\|C^p\|^2$.
- $\overline{PC}$: matrice projection $\overline{PC} = K_0\overline{R}C^{*p}C^p$ qui impose son vecteur propre C^{*p} avec $\Lambda^{(0)} = K_0\overline{R}\,\|C^p\|^2$. Il est transparent (valeur propre nulle) à tous les autres vecteurs orthogonaux à C^{*p}.
- ΔPC : matrice presque diagonale, négligée à partir de $N = 10$ car n'intervenant que en $1/N$

On a pris soin de faire l'hypothèse de la base orthonormée, c'est à dire que les vecteurs propres $C^{s(i)}$ vérifient $C^{s(i)} \cdot C^{s(j)} = \delta_{ij}$. En conclusion, les vecteurs et valeurs propres de $M = \overline{BC} + \overline{PC} + \Delta PC$ sont donc le vecteur propre principal :

$$\begin{cases} C^{s(0)} = C^{*p}/\,\|C^p\| \\ \Lambda^{(0)} = \|C^p\|^2\,(K_0\overline{R} + K_0\overline{R}) \end{cases} \tag{5.120}$$

et les vecteurs propres secondaires :

$$\left\{C^{s(i)}, \Lambda^{(i)}\right\}_{i\neq 0} \text{ tels que } \begin{cases} C^{*p} \cdot C^{s(i)} = 0 \\ \Lambda^{(i)} = \|C^p\|^2\,K_0\overline{R} \end{cases} \tag{5.121}$$

En conclusion, en régime de *fibre de longueur moyenne*, dans le cas de la fibre parfaite (facteurs de recouvrement égaux, pas de dégénérescence) et sous l'hypothèse de N grand, on a doublement du gain pour la configuration de conjugaison de phase. Au seuil, la discrimination entre le mode Brillouin principal (conjugué en phase) et les autres modes Brillouin est une différence de gain intégré de 36 000.

5.6.4 Inégalité des facteurs de recouvrement et dégénérescence

Dans ce paragraphe, on introduit les inégalités de facteurs de recouvrement ainsi que les dégénérescences. Le but est d'interpréter les conséquences de ces deux écarts. Ils seront traités plus quantitativement dans les chapitres suivants 6 et 7.

Facteurs de recouvrement R_{ijmn}

Dans ce paragraphe, nous refaisons les hypothèses précédentes sauf celle de l'égalité des facteurs de recouvrement R_{ijmn}. Dans ce cas, l'équation aux valeurs propres simplifiée dans le cadre de l'hypothèse du régime de conjugaison de phase (matrice U négligée) et de non-dégénérescence s'écrit de manière développée :

$$\begin{aligned}\gamma c_n^s &\propto \sum_{i,j,m}\left[c_i^p c_j^{*p} RK_{ijmn}\right] c_m^s \qquad (5.122)\\ &= \underbrace{\left(\sum_i \left[|c_i^p|^2 K_0 R_{iinn}\right]\right)}_{\overline{BC}} c_n^s + \underbrace{\left(\sum_i \left[c_i^p c_i^s K_0 R_{inin}\right]\right)}_{\overline{PC}} c_n^{*p} - \underbrace{\left[\|c_n^p\|^2 K_0 R_{nnnn}\right]}_{\Delta PC} c_n^s\end{aligned}$$

En laissant de côté le dernier terme en ΔPC comme dans le paragraphe précédent et en appliquant $R_{iinn} = R_{inin}$ car les phases des modes de fibre sont planes :

$$\gamma c_n^s \propto \left(\sum_i \left[|c_i^p|^2 K_0 R_{iinn}\right]\right) c_n^s + \left(\sum_i \left[c_i^p c_i^s K_0 R_{iinn}\right]\right) c_n^{*p} \qquad (5.123)$$

Cette équation ressemble fortement à l'équation (4.45) dans le cas de la conjugaison de phase en milieu non-guidant. Nous avions alors montré que le gain était doublé pour le conjugué en phase, c'est à dire quand les coefficients de l'onde Stokes avaient la *même phase* et la *même amplitude* que ceux de l'onde Pompe conjuguée.

Égalité des phases

La somme du second terme de (5.123) est une somme de nombres complexes, donc en moyenne nulle si la phase de chaque terme est aléatoire. En revanche, dans le cas particulier où la phase est constante (c'est à dire $phase(c_i^p c_i^s) = cte$ pour tout i ou encore $phase(c_i^s) = cte - phase(c_i^p) = cte + phase(c_i^{*p})$), la somme est constructive et le second terme s'ajoute au premier : le gain augmente. Rappelons que les RK_{ijmn} sont réels (phase nulle). Ainsi, le gain est augmenté quand il y a conjugaison de la phase au sens propre (égalité des phases des modes).

Égalité des amplitudes

Concernant l'amplitude des modes, on ne peut pas montrer, comme dans le cas de l'équation (4.45), que le gain sur $\sum_i \|c_i^s\|^2$ est maximal quand les amplitudes des $\{c_i^s\}$ et des $\{c_i^p\}$ sont proportionnelles. En effet, le calcul de la dérivée $\frac{d}{dz}\sum_i \|c_i^s\|^2$ fait apparaître un terme en $\sum_{i,n} RK_{inin} c_i^s c_i^p c_n^{*s} c_n^{*p}$ et nous ne pouvons pas conclure. De même, le premier terme n'amplifie pas toutes les composantes c_n^p de la même manière.

L'égalité des amplitudes ne peut être démontrée que dans le cas de l'hypothèse de l'égalité de tous les facteurs de recouvrement... c'est l'hypothèse du paragraphe précédent. Les simulations nous montreront que l'influence des écarts dus à R_{inin} seront faibles, ce qui encourage à récrire

cette équation en dégageant des termes moyens et des termes correctifs :

$$\begin{aligned}\gamma c_n^s \quad \propto \quad & \overbrace{\left(\overline{R_{iinn}}\sum_i\left[|c_i^p|^2\right]\right)c_n^s+\left(\overline{R_{inin}}\sum_i\left[c_i^p c_i^s\right]\right)c_n^{*p}}^{\text{termes moyens}} \\ + \quad & \underbrace{\left(\sum_i\left[|c_i^p|^2\left(R_{iinn}-\overline{R_{iinn}}\right)\right]\right)c_n^s+\left(\sum_i\left[c_i^p c_i^s\left(R_{inin}-\overline{R_{inin}}\right)\right]\right)c_n^{*p}}_{\text{termes correctifs}} \end{aligned} \tag{5.124}$$

Cette écriture est équivalente à séparer les moyennes $\overline{BC}$ et $\overline{PC}$ des perturbation ΔBC et ΔPC. Négliger l'ensemble des termes correctifs revient alors à ne conserver $\overline{BC}+\overline{PC}$ dont nous savons que le résultat est le doublement du gain pour le conjugué en phase. Cela est aussi équivalent à l'équation non guidée, en espace libre (4.45)

Conclusion

Ainsi, moyennant l'équilibrage des facteurs de recouvrement (R_{iinn} et R_{inin}), ainsi que l'hypothèse d'un grand nombre de modes excités, on retrouve le phénomène de doublement du gain dans le cas non guidé que nous avons étudié précédemment : le cas non guidé et d'extension infinie est équivalent au cas guidé sans dégénérescence et avec des facteurs de recouvrement équilibrés.

D'autre part, cette étude nous a montré qu'un déséquilibre des facteurs de recouvrement implique un déséquilibre de l'amplitude des modes du mode Brillouin principal. La phase du mode Brillouin principal quant à elle n'est pas affectée.

Dégénérescence

La dégénérescence est la particularité d'une fibre d'avoir plusieurs modes de même constante de propagation β : le mode i est dit dégénéré quand il existe $j \neq i$ avec $\beta_i = \beta_j$. Dans la FSI, c'est le cas de tous les modes LP_{lm} avec $l \geq 1$: ils existent avec deux profils tournés de 90^o et la même constante de propagation. Dans le cas de la FGI, il y a beaucoup plus de cas de dégénérescence : en plus de la même symétrie que la FSI, la FGI a la particularité d'avoir une dépendance de β_{lm} avec la seule somme $2m+l$, c'est à dire que toutes les combinaisons $\{l, m\}$ qui vérifient $2m + l = cte$ auront la même constante de propagation β_{lm} et seront dégénérées. Nous avons représenté avec des exemples de modes ce qui se passe dans la fibre, pour différents cas :

Interaction non dégénérée La figure 5.12 montre la diffraction dans un cas non dégénéré : (a) est un des termes contenus dans BC, c'est une amplification cohérente. (b) est le terme symétrique contenu dans PC. Dans le cas où il y a conjugaison en phase, les deux réseaux sont superposés et le gain est doublé.

Interaction dégénérée dans une FSI La figure 5.13a présente un cas dégénéré dans une FSI. L'onde Pompe se diffracte vers un mode Stokes différent du mode Stokes dégénéré qui génère le réseau, mais de même constante de propagation β. Une autre situation similaire, mais dans la matrice PC, est montrée en (b).

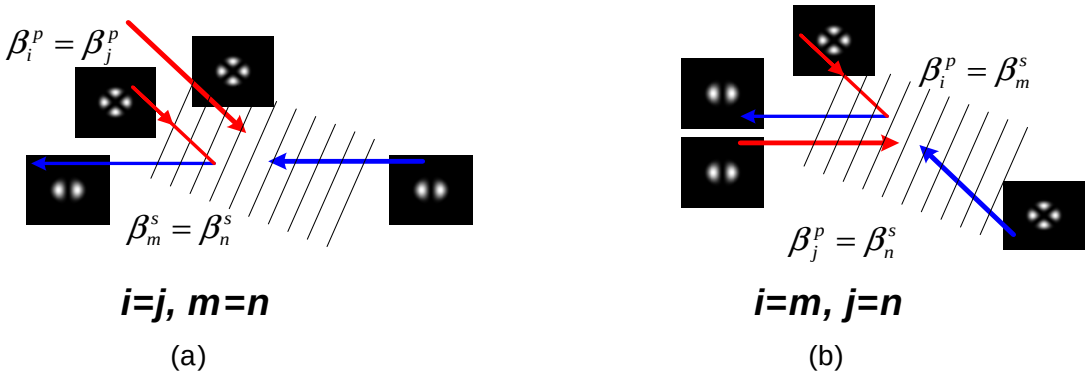


Fig. 5.12 – Diffraction non dégénérée dans une fibre à saut d'indice (FSI). (a) terme compris dans BC (b) terme croisé compris dans PC.

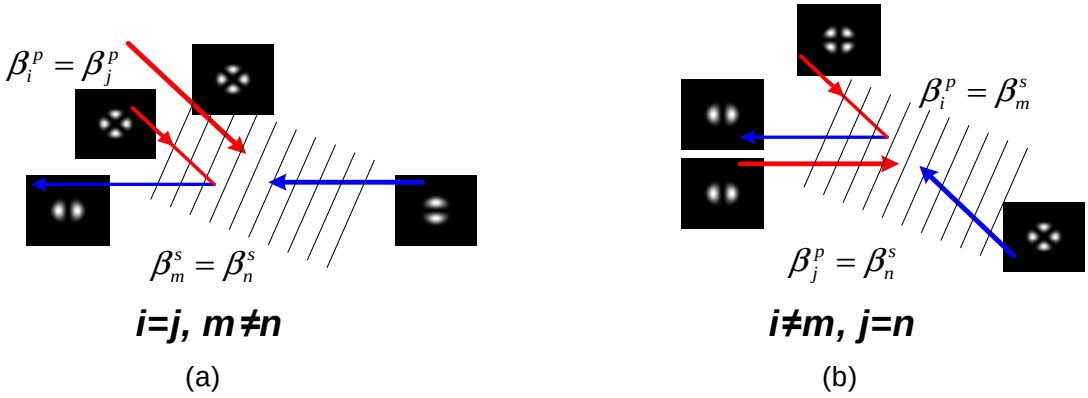


Fig. 5.13 – Diffraction dégénérée dans une fibre à saut d'indice (FSI). (a) terme compris dans BC (b) terme croisé compris dans PC.

Interaction dégénérée dans une FGI Nous avons également représenté un cas complètement dégénéré dans la figure 5.14. Les mêmes valeurs de constantes de propagation β sont portées par des modes qui n'ont rien à voir entre eux.

Notons deux points importants :

- L'efficacité de diffraction des différents cas est lié à R_{ijmn} qui traduit le recouvrement entre les modes considérés. Il est en général plus faible dans le cas de dégénérescence (par exemple R_{ijnn} où $i \neq j$) que dans le cas non dégénéré (R_{iinn}) de la figure 5.12.
- Dans le cas où il y a conjugaison de phase, l'addition de tous les modes pompe dans les deux cas de 5.12 est toujours constructive. En revanche, l'addition de toutes les combinaisons dégénérées dans les cas de 5.13 n'a aucune raison d'être constructive ou destructive, elle sera nulle en moyenne.

En conclusion, les dégénérescences ajoutent des termes qui a priori se moyennent à zéro. Nous ferons une étude plus précise dans le chapitre 6.2.5, ainsi que pour le déséquilibre des facteurs de recouvrement.

5.6.5 Régime long : régime de Beam Cleanup

Dans le régime de la fibre très longue, où $M = BC = \overline{BC} + \Delta BC$. Les solutions de l'équation aux valeurs propres (5.49) seront les modes propres de la matrice perturbation ΔBC. Celle-ci est presque diagonale dans le cas de la FSI (voir figure 5.7c) et dans le cas de la FGI (voir

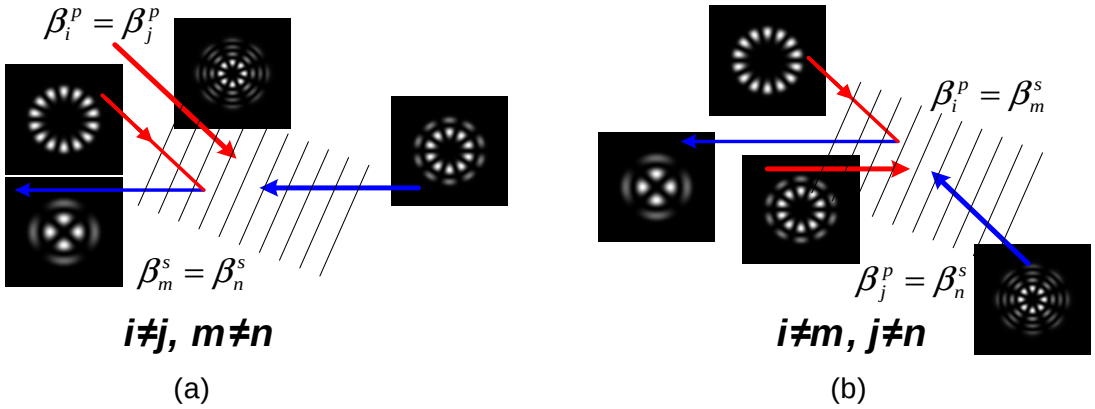


Fig. 5.14 – Diffraction dégénérée dans une fibre à gradient d'indice (FGI). (a) terme compris dans BC (b) terme croisé compris dans PC.

figure 5.8c). Les modes propres sont des « paquets » de quelques modes de même constante de propagation β (par exemple les modes dégénérés deux par deux dans le cas de la FSI) et de gain lié au facteur de recouvrement et au couplage de la pompe.

Il est possible qu'un de ces vecteurs propres Brillouin soit favorisé par le gain (par exemple une injection préférentielle sur un des modes de pompe) pour qu'il revienne seul : il s'agit alors de Beam Cleanup. Si tous les modes propres Brillouin ont des gains similaires, ils reviennent tous et se mélangent de façon incohérente. Nous consacrons un chapitre au Beam Cleanup.

5.7 Exemples de résultats de simulation

Revenons dans ce paragraphe sur l'équation aux valeurs propres (5.49) dans le cas général du guide au seuil, sous les seules hypothèses définies dans le paragraphe 5.3.1 : enveloppe lentement variable, hypothèses scalaire et du non mélange de modes, et enfin du seuil Brillouin.

$$\frac{\gamma}{cte} C^s = M \cdot C^s \tag{5.125}$$

Cette équation peut se résoudre numériquement par des méthodes matricielles, dans le seul cadre des hypothèses précédentes : on connait $cte = -\frac{3\omega_s^2}{2ic^2k_0}\chi^{(3)}_{\Omega_B}$ ainsi que M qui est construite à partir des données physiques de la fibre (R_{ijmn} et K_{ijmn}) et du profil de l'onde Pompe C^p. γ et C^s sont les inconnues à calculer numériquement : les solutions de (5.125) sont les modes propres Brillouin $V^{(i)}$ amplifiés avec le gain Brillouin $\gamma^{(i)} = cte\Lambda^{(i)}$.

Dans ce paragraphe, nous expliquons d'abord comment nous calculons, dans des conditions expérimentales données, la configuration de l'onde Stokes réfléchie par effet Brillouin. Ensuite nous appliquons cet algorithme à un exemple simple.

5.7.1 Algorithme de calcul de l'onde Stokes

Les calculs sont effectués à partir de la donnée du faisceau pompe (amplitude et phase $C^p = \{c_1^p, ..., c_N^p\}$ sur chaque mode) et des données de la fibre. Les modes Brillouin solution de (5.125) sont alors amplifiés par leur gain respectif.

Résolution numérique de l'équation aux valeurs propres

La matrice M est calculée avec la connaissance des paramètres suivants, dépendants de l'onde Pompe et de la géométrie de la fibre (constante de propagation β_{lm} des modes, répartition en

champ $\psi_{lm}(x,y)$ des modes, longueur L) :
- C^p : mode pompe en entrée
- K_{ijmn} : intégrales des $\Delta\beta$ sur la longueur de la fibre
- R_{ijmn} : intégrales de recouvrement entre les différents modes

L'équation 5.125 est alors résolue numériquement, c'est une matrice $N \times N$ à diagonaliser, ce qui se fait très vite pour $N \approx 50$. Les étapes très gourmandes en temps et en mémoire sont le calcul préliminaire de K_{ijmn} et R_{ijmn} qui sont des matrices $N \times N \times N \times N$ (4 millions d'éléments pour $N = 45$, cas de la FGI de fréquence $V = 19$ utilisée dans les exemples) et le calcul de M donc chaque élément est une somme double.

Ce calcul donne l'ensemble des vecteurs propres $\left\{V^{(i)}\right\}_{i=1..N}$ et des valeurs propres $\left\{\Lambda^{(i)}\right\}_{i=1..N}$, supposée triées par ordre décroissant. On en déduit alors les modes propres Brillouin $\left\{C^{s(i)}\right\}_{i=1..N}$ et les gains linéiques $\left\{\gamma^{(i)}\right\}_{i=1..N}$.

Amplification des modes propres Brillouin

Chaque mode propre Brillouin $\left\{C^{s(i)}\right\}_{i=1..N}$ a une puissance relative au mode propre Brillouin principal :

$$P^{(i)} = P^{(0)} \cdot e^{21\frac{\gamma^{(i)}-\gamma^{(0)}}{\gamma^{(0)}}} \tag{5.126}$$

où $P^{(0)}$ est la puissance du mode propre Brillouin principal. Chaque mode propre Brillouin a alors une répartition d'intensité, en entrée de fibre :

$$I_s^{(i)}(x,y) \quad \propto \quad P^{(i)} \left| \sum_j c_j^{s(i)} \psi_j(x,y) \right|^2 \tag{5.127}$$

Tous ces modes propres Brillouin sont ensuite sommés de manière incohérente (il n'y a pas de raison qu'ils partent sur le même bruit, au même titre que deux modes longitudinaux d'un laser). L'intensité totale, en entrée de fibre, s'écrit alors :

$$I_s(x,y) \quad \propto \quad \sum_i I_s^{(i)} \tag{5.128}$$

soit :

$$\boxed{I_s(x,y) \propto \sum_i P^{(i)} \left| \sum_j c_j^{s(i)} \psi_j(x,y) \right|^2} \tag{5.129}$$

ou encore, en ne gardant que les données numériques résultats du calcul de recherche des solutions de l'équation aux vecteurs propres :

$$I_s(x,y) \propto \sum_i e^{21\frac{\gamma^{(i)}-\gamma^{(0)}}{\gamma^{(0)}}} \left| \sum_j c_j^{s(i)} \psi_j(x,y) \right|^2 \tag{5.130}$$

Il arrive souvent que le mode propre Brillouin principal ait une valeur propre double des autres modes propres Brillouin. C'est en particulier le cas idéal de la conjugaison de phase. Dans ce cas $P^{(0)}$ est au moins $e^{10.5} = 36\ 000$ fois plus important que les puissances $P^{(i)}$ des

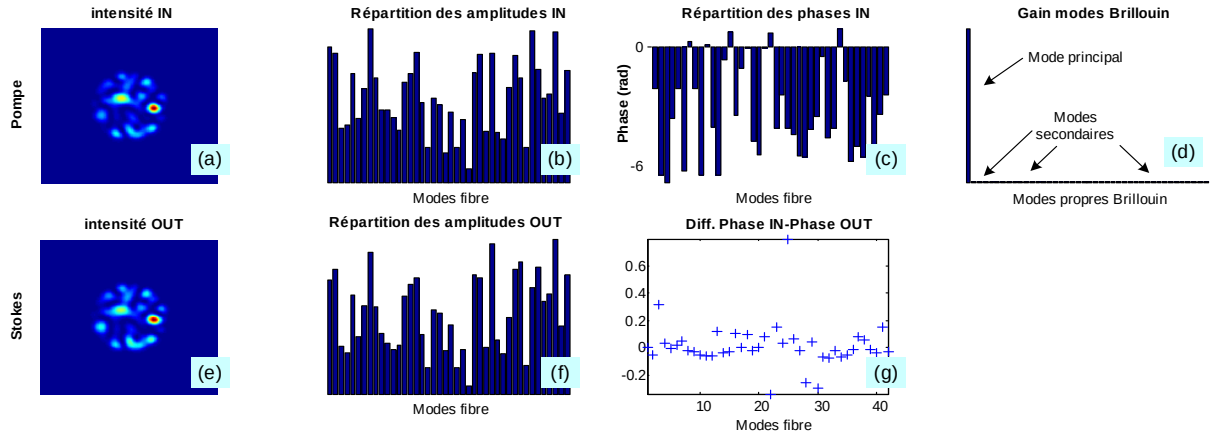


Fig. 5.15 – Conjugaison en phase dans une FSI $V = 13$ de longueur $11mm$ d'un faisceau pompe réparti aléatoirement sur les modes de la fibre. (a) et (e) répartition de l'intensité en entrée de la fibre de l'onde Pompe (a) et de l'onde Stokes (e). (b) et (f) Amplitude de chaque mode de pompe (b), et Stokes (f). (c) et (g) Phase de chaque mode de pompe (c), et Différence de phase entre les modes Stokes et les modes de Pompe (g). (d) histogramme des gains des modes Brillouin (vecteurs propres de M).

autres modes propres. Dans le cas où le mode propre Brillouin principal est prépondérant devant les autres modes propres, on peut écrire

$$I_s(x,y) \quad \propto \quad P^{(0)} \left| \sum_j c_j^{s(0)} \psi_j(x,y) \right|^2 \tag{5.131}$$

5.7.2 Exemple simple : conjugaison de phase dans une *FSI* en *régime de longueur moyenne*

Avant de détailler dans le chapitre suivant les résultats des simulations dans des cas variés, commençons par voir un exemple de courbes que l'on obtient. Les moyens informatiques actuels permettent de faire des calculs en un temps raisonnable sur une cinquantaine de modes. Certains calculs préliminaires (calcul de K_{ijmn} et de R_{ijmn} par exemple) prennent moins d'une heure. D'autre courbes nécessitent plus d'une nuit de calcul (courbes 7.17 d'évolution des paramètres avec la longueur de la fibre par exemple). L'utilisation d'un plus grand nombre de modes réduirait encore la vitesse de traitement sans forcément apporter plus d'information.

Nous avons pris pour les exemples qui seront présentés ici une FSI de fréquence de coupure $V = 13$, transportant donc $V^2/2 = 84$ modes répartis sur les deux polarisations. Dans notre hypothèse scalaire, nous ne conservons que les 42 modes sur une des polarisations. Ces modes sont représentés sur la figure B.4. La fibre présente une ouverture numérique de $ON = 0.2$ et un diamètre de coeur de $22\mu m$.

Cet exemple est montré sur la figure 5.15. Une configuration d'onde Pompe est choisie aléatoirement : chaque mode Pompe de la fibre se voit affecter une amplitude et une phase, toutes deux aléatoires. L'amplitude est choisie entre 0 et 1 tandis que la phase est prise entre $-\pi$ et π. Le spot incident, dont l'intensité est montrée en (a), est décomposé en amplitude (b) et en phase (c).

Intéressons nous d'abord à la fidélité du vecteur propre principal $C^{s(0)}$. Il est décomposé en amplitude (f) et sa phase est comparée à l'onde Pompe conjuguée (g). On voit que ce vecteur

propre est très proche du conjugué de l'onde Pompe : l'amplitude est similaire et la différence de phase reste autour de 0. La fidélité de ce vecteur propre principal est 97%.

Ensuite, la figure (d) montre les différents gain G_i. Dans le cas présent, seul le mode Brillouin principal G_0 est visible car il est prépondérant devant les autres modes propres Brillouin. Pour preuve, les valeurs propres correspondantes aux premiers modes propres sont listées dans le tableau 5.2, ainsi que les rapports de gain correspondants. On voit qu'un rapport $0.63 = \frac{4.9}{3.1}$ entre les deux premières valeurs suffit à réduire la puissance du second mode, non conjugué en phase, à moins de 0.06% du premier mode, conjugué en phase à 97%. La puissance contenue dans tous les autres modes propres représente 0.2% de la puissance du mode principal ($\frac{\sum_{i\neq 0} G_i}{G_0}$).

Ordre	Valeur propre $\Lambda^{(i)}$	Rapport de gain G_i/G_0
1	4.9237	1.00000
2	3.1104	0.00063
3	2.7912	0.00017
4	2.7211	0.00013
5	2.6963	0.00012
6	2.6648	0.00010
7	2.6328	0.00009

Tab. 5.2 – Valeur propres et rapport de gain correspondants aux différents modes propres Brillouin

Ainsi, dans cet exemple, les deux conditions nécessaires à une bonne conjugaison de phase sont réunies :

- Bonne fidélité du vecteur propre Brillouin Principal (97%)
- Bonne différence de gain entre le vecteur Propre principal et les autres (99.8%).

La figure (e) contient la somme des intensités des différents modes Brillouin, pondérés par leur gain G_i. Cela revient à faire une somme incohérente, comme justifié plus haut, sur tous les modes amplifiés. Ici, les coefficients de pondération sont si déséquilibrés qu'en réalité seul le vecteur propre principal est visible.

5.8 Résumé

Dans ce chapitre nous avons appliqué les équations non linéaires régissant l'effet Brillouin au cas du guide de type fibre moyennant les hypothèses d'enveloppe lentement variable, de non couplage de mode et de maintient de polarisation. L'équation (5.18) régit l'évolution des enveloppes des modes Stokes sous l'effet Brillouin dans le cadre général

Dans le cas particulier du seuil Brillouin, l'hypothèse de non déplétion de l'onde Pompe permet d'écrire le système d'équations (5.18) plus simplement (5.30) puis de résumer ce système en une équation matricielle aux vecteurs propres (5.49). Les solutions de cette équation sont les modes propres Brillouin qui sont amplifié par un gain linéique proportionnel à la valeur propre. Le mode propre Brillouin principal est souvent prépondérant devant les autres modes propres Brillouin. Dans le cas idéal, le mode propre Brillouin principal est conjugué en phase de l'onde Pompe et a un gain linéique deux fois plus important que les autres modes propres Brillouin.

La matrice M de (5.49) est décomposée en trois sous matrices $M = BC + PC + U$ qui interviennent dans trois régimes de longueur de fibre différents :

1. le régime de la fibre courte ($L < L_{CM} \approx 1mm$) : les trois matrices interviennent, $M = BC + PC + U$, non réalisable dans une fibre,

2. le régime de la fibre de longueur moyenne ($L_{CM} \ll L < L_{ML}$, entre quelques centimètres et quelques mètres) : deux matrices interviennent, $M = BC + PC$, c'est le régime de conjugaison de phase,
3. le régime de la fibre longue ($L > L_{ML} = 2\pi/\overline{\Delta\beta_{PC}}$, de l'ordre de quelques mètres) : une seule matrice intervient, $M = BC$, c'est un régime de Beam Cleanup.

Dans le cas du régime de conjugaison de phase, les matrices BC et PC sont décomposées en somme de matrices d'*amplification* identité $\overline{BC}$ et de *projection* $\overline{PC}$ et de matrices *perturbation* $\Delta BC + \Delta PC$. Les matrices d'amplification et de projection favorisent la conjugaison de phase et les matrices perturbation la défavorisent, en particulier en raison des dégénérescences et des inégalités de facteur de recouvrement dans la fibre. Le chapitre suivant traite systématiquement les effets des matrices perturbation grâce à une méthode perturbative sur les modes propres Brillouin.

Chapitre 6

Qualité de conjugaison de phase - Influence des paramètres importants

Nous avons vu dans le chapitre précédent que le calcul de l'onde Stokes réfléchie par effet Brillouin était une combinaison incohérente de modes propres Brillouin, solutions de l'équation aux vecteurs propres (5.98).

Dans le cas idéal de la conjugaison de phase où $M = \overline{BC} + \overline{PC}$, le mode propre Brillouin principal est l'onde conjuguée en phase de l'onde Pompe ($C^{s(0)} = C^{p*}$) et voit un gain linéique deux fois plus important que les autres modes propres Brillouin.

Dans le cas général, les matrices perturbation s'ajoutent à M : $M = \overline{BC}+\overline{PC}+\Delta BC+\Delta PC$. Ces perturbations modifient le mode propre Brillouin principal, qui n'est plus tout à fait conjugué en phase, et atténuent la différence de gain entre le mode principal et les autres modes. Ces deux effets sont formulés sous forme de deux indicateurs, la *fidélité* et la *sélectivité*. Dans ce chapitre nous calculons de manière explicite ces deux indicateurs en fonction des différents écarts à la situation idéale. Le chapitre suivant reprend ces formulations dans des applications numériques et des explications physiques.

Ce calcul de perturbation est rendu possible par la formulation matricielle de l'effet Brillouin. C'est une méthode classique, largement utilisée en mécanique quantique [Cohen-Tannoudji *et al.*, 1998]. Elle est également utilisée par Hellwarth [Hellwarth, 1978], dans une étude non exhaustive se limitant aux aberrations chromatiques. De plus, elle est ciblée vers les guides fortement multimodes du type cellule de gaz. Les calculs présentés ici portent sur différents paramètres importants. D'autres paramètres intéressants (mélange de mode, dépolarisation,...) ne sont pas considérés dans le cadre de cette thèse.

Le premier paragraphe (6.1) formule explicitement dans le cas du guide les deux paramètres intéressants : la fidélité et la sélectivité. Le second paragraphe (6.2) applique les calculs d'abord sans perturbation (6.2.1) puis pour différentes perturbations : les aberrations chromatiques (ou chute des coefficients d'accord de phase, 6.2.2), les déséquilibres des facteurs de recouvrement (6.2.3), l'excitation déséquilibrée des différents modes Pompe (6.2.4) et la dégénérescence des coefficients de propagation β (6.2.5).

6.1 Expression des paramètres de qualité de la conjugaison de phase dans une fibre 168
6.1.1 Fidélité et sélectivité 168
6.1.2 Formulation de la fidélité et de la sélectivité 170
6.2 Écart à la fibre idéale - conséquences sur la fidélité/sélectivité . . . 173
6.2.1 Fidélité et sélectivité de la fibre idéale 173
6.2.2 Annulation des coefficients d'accord de phase : effets en $\Delta\beta L$ 175

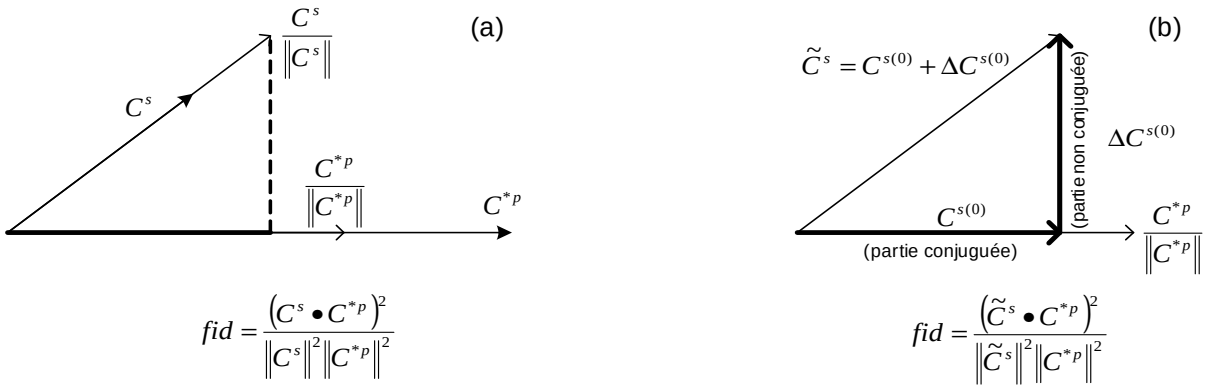


Fig. 6.1 – La fidélité est le produit scalaire entre le vecteur Stokes $\tilde{C}^s$ et le vecteur Pompe conjuguée en phase C^{*p} (a). Le vecteur Stokes $\tilde{C}^s$ est décomposé en une partie conjuguée $C^{s(0)}$ et une partie non conjuguée $\Delta C^{s(0)}$ (b).

6.2.3 Inhomogénéité des facteurs de recouvrement R_{inin} 179
6.2.4 Excitation déséquilibrée des différents modes 181
6.2.5 Dégénérescence des constantes de propagation β_{lm} 183
6.2.6 Autres paramètres 185
6.3 Résumé des cas considérés 185

6.1 Expression des paramètres de qualité de la conjugaison de phase dans une fibre

6.1.1 Fidélité et sélectivité

Les deux indicateurs qui vont nous intéresser sont la *fidélité* du mode propre Brillouin principal et la *sélectivité* du mode principal par rapport aux autres modes propres Brillouin.

Fidélité

La fidélité de la conjugaison de phase est la proportion en puissance de l'onde Stokes qui repasse par le trou dans l'expérience trou + aberrateur. C'est une méthode classique pour quantifier la qualité de la conjugaison de phase. Il faut la distinguer de la réflectivité, qui est la puissance réfléchie par le miroir à conjugaison de phase. La figure 6.1a explique la formule de la fidélité, dans le cas du guide. Mathématiquement, c'est le carré de la projection du *mode propre normé Stokes* sur le *mode normé Pompe conjuguée*. Les vecteurs sont normés, car il s'agit d'un rapport de puissance. La figure 6.1b montre la décomposition au premier ordre d'un vecteur Stokes $\tilde{C}^s = C^{s(0)} + \Delta C^{s(0)}$. $C^{s(0)}$ est la partie conjuguée en phase et $\Delta C^{s(0)}$ est la partie non conjuguée (qui ne repasse pas dans le trou). La fidélité de $\tilde{C}^s$ se développe ainsi :

$$\begin{aligned}
\text{fidélité}(\tilde{C^s}) &= \frac{\left(C^{*p}\cdot\tilde{C^s}\right)^2}{\left|\tilde{C^s}\right|^2|C^{p*}|^2} \\
&= \frac{\left|C^{*p}\cdot(C^{s(0)}+\Delta C^{s(0)})\right|^2}{\left|C^{s(0)}+\Delta C^{s(0)}\right|^2|C^{p*}|^2} \\
&= \frac{|C^{*p}|^2\left|C^{s(0)}\right|^2+0}{(\left|C^{s(0)}\right|^2+\left|\Delta C^{s(0)}\right|^2)|C^{p*}|^2} \\
&= \frac{1}{1+\frac{\left|\Delta C^{s(0)}\right|^2}{\left|C^{s(0)}\right|^2}}
\end{aligned} \tag{6.1}$$

On écrit alors, pour la fidélité,

$$\boxed{f=\frac{1}{1+r}} \tag{6.2}$$

avec l'écart à la fidélité r, définit par :

$$\boxed{r=\frac{\left|\Delta C^{s(0)}\right|^2}{\left|C^{s(0)}\right|^2}} \tag{6.3}$$

Sélectivité

La sélectivité est l'écart entre la valeur propre du mode propre Brillouin principal et les autres modes propres Brillouin. On rappelle que chaque mode propre Brillouin $\left\{C^{s(i)}\right\}_{i=1..N}$ a une puissance relative au mode propre Brillouin principal :

$$P^{(i)}=P^{(0)}\cdot e^{21\frac{\gamma^{(i)}-\gamma^{(0)}}{\gamma^{(0)}}} \tag{6.4}$$

où $P^{(0)}$ est la puissance du mode propre Brillouin principal. La sélectivité est définie par le rapport de la valeur propre principale aux valeurs propres secondaires. Elle est bien sur toujours supérieure à 1 et vaut :

$$\boxed{sel=\frac{\Lambda^{(0)}}{\Lambda^{(i)}}} \tag{6.5}$$

En terme de sélectivité, l'expression des puissances relatives est :

$$P^{(i)}=P^{(0)}\cdot e^{21(1/sel-1)} \tag{6.6}$$

La condition $P^{(i)}<0.01\cdot P^{(0)}$ est équivalente à $sel>1.3$ et la condition $P^{(i)}<0.001\cdot P^{(0)}$ est équivalente à $sel>1.5$.

Critère

La puissance « repassant par le trou » du mode Brillouin principal sera sa puissance multipliée par sa fidélité $f\cdot P^{(0)}$. La puissance des $N-1$ autres modes Brillouin est la somme $\sum_i P^{(i)}<(N-1)P^{(0)}\cdot e^{21(1/sel-1)}$. La fidélité de l'ensemble du faisceau peut être définie comme le rapport

entre la puissance du mode principal repassant par le trou et la puissance de l'ensemble du faisceau. La puissance passant par le trou est $f \cdot P^{(0)}$. La puissance totale est au maximum $P^{(0)} + \sum_i P^{(i)} < P^{(0)} + (N-1)P^{(0)} \cdot e^{21(1/sel-1)}$. La fidélité totale est donc meilleure que :

$$f_{tot} = \frac{f \cdot P^{(0)}}{P^{(0)} + (N-1)P^{(0)} \cdot e^{21(1/sel-1)}} = \frac{f}{1 + (N-1) \cdot e^{21(1/sel-1)}} \tag{6.7}$$

Les critères que nous allons utiliser seront pour la fidélité $f > 0.9$ (fidélité du mode propre Brillouin principal supérieure à 90%) et pour la sélectivité, une baisse de la fidélité totale inférieure à 5%, c'est à dire $(N-1) \cdot e^{21(1/sel-1)} < 0.05$, soit pour $N = 500$ (cas de la fibre utilisée dans les expériences), $sel > 1.8$ et pour $N = 10$, $sel > 1.3$

Afin de conserver une fidélité totale supérieure à 85%, nous définissons les critères suivants sur la fidélité du mode Brillouin principal et la sélectivité :

$$f > 0.9 \tag{6.8}$$
$$sel > 1.8 \text{ pour } N \text{ grand} \tag{6.9}$$
$$sel > 1.3 \text{ pour } N \text{ petit} \tag{6.10}$$

Nous prendrons souvent $sel > 1.9$ si possible.

6.1.2 Formulation de la fidélité et de la sélectivité

Nous formulons ici la fidélité du vecteur propre Brillouin principal, qui s'approche du conjugué en phase et sa sélectivité par rapport aux autres vecteurs.

Méthode des perturbations

La méthode des perturbations est très utile en mécanique quantique pour analyser des variations de vecteurs et valeurs propres d'une matrice faiblement perturbée. Basiquement, on connaît toutes les valeurs λ_{i0} et vecteurs propres V_{i0} d'une matrice M, et on souhaite connaître les valeurs propres et vecteurs propres λ_i et V_i de la matrice $M + \Delta M$.

$$MV_{i0} = \lambda_{i0}V_{i0} \tag{6.11}$$
$$(M + \Delta M)V_i = \lambda_i V_i \tag{6.12}$$

La théorie dit que si l'on récrit $M + \Delta M$ sous la forme $M + \epsilon\Delta M$ avec $0 < \epsilon < 1$ (apparition progressive de la perturbation), et que l'on décompose λ_i et V_i avec ϵ

$$V_i = V_{i0} + \epsilon V_{i1} + \epsilon^2 V_{i2} + \dots \tag{6.13}$$
$$\lambda_i = \lambda_{i0} + \epsilon\lambda_{i1} + \epsilon^2\lambda_{i2} + \dots \tag{6.14}$$

alors les termes au premier ordre s'écrivent

$$V_{i1} = \sum_{n \neq i} \frac{V_{n0} \cdot \Delta M V_{i0}}{\lambda_{i0} - \lambda_{n0}} V_{n0} \tag{6.15}$$
$$\lambda_{i1} = V_{i0} \cdot \Delta M V_{i0} \tag{6.16}$$

Ainsi, pour une faible perturbation ΔM, on a, au premier ordre, et pour chaque valeur propre V_i,

$$V_i \approx V_{i0} + \sum_{n \neq i} \frac{V_{n0} \cdot \Delta M V_{i0}}{\lambda_{i0} - \lambda_{n0}} V_{n0} \tag{6.17}$$
$$\lambda_i \approx \lambda_{i0} + V_{i0} \cdot \Delta M V_{i0} \tag{6.18}$$

Expression matricielle de la fidélité

Nous allons ici appliquer la méthode des perturbations au premier ordre à la matrice $\overline{BC}+\overline{PC}$ perturbée par $\Delta BC + \Delta PC$. Les formules seront appliquées au vecteur et à la valeur propre principaux. Nous sommes bien dans les hypothèses de la méthode, avec une faible perturbation de $\overline{BC}+\overline{PC}$ par $\Delta BC+\Delta PC$. On connaît toutes les valeurs propres et tous les vecteurs propres de $\overline{BC} + \overline{PC}$. D'après les formules précédentes, on peut calculer au premier ordre la nouvelle valeur propre $\tilde{\Lambda}$ et le nouveau vecteur propre $\tilde{C^s}$:

$$\tilde{\Lambda} = \Lambda^{(0)} + \Delta\Lambda^{(0)} \tag{6.19}$$
$$\tilde{C^s} = C^{s(0)} + \Delta C^{s(0)} \tag{6.20}$$

avec :

$$\Delta\Lambda^{(0)} \approx C^{s(0)} \cdot (\Delta BC + \Delta PC)\, C^{s(0)} \tag{6.21}$$
$$\Delta C^{s(0)} \approx \sum_{n\neq 0} \frac{C^{s(n)} \cdot (\Delta BC + \Delta PC)\, C^{s(0)}}{\Lambda^{(0)} - \Lambda^{(n)}} C^{s(n)} \tag{6.22}$$

soit, puisque $C^{s(0)} = C^{*p}$,

$$\Delta\Lambda^{(0)} \approx \frac{1}{\|C^p\|^2} C^{*p} \cdot (\Delta BC + \Delta PC)\, C^{*p} \tag{6.23}$$
$$\Delta C^{s(0)} \approx \frac{1}{\|C^p\|} \sum_{n\neq 0} \frac{C^{s(n)} \cdot (\Delta BC + \Delta PC)\, C^{*p}}{\Lambda^{(0)} - \Lambda^{(n)}} C^{s(n)} \tag{6.24}$$

On sait par 5.110 que C^{*p} est perpendiculaire à $(\Delta BC + \Delta PC)\, C^{*p}$. Cela permet de dire qu'au premier ordre, $\Delta\Lambda^{(0)} = 0$, et que de plus on peut étendre la somme à toutes les valeurs de n pour ΔC^{*p}. Remarquons au passage que tous les dénominateurs sont égaux.

$$\Delta\Lambda^{(0)} \approx 0 \tag{6.25}$$
$$\Delta C^{s(0)} \approx \frac{1}{\|C^p\|} \sum_{n} \frac{C^{s(n)} \cdot (\Delta BC + \Delta PC)\, C^{*p}}{\|C^p\|^2 \overline{KR_{\Delta\beta\approx 0}}} C^{s(n)} \tag{6.26}$$

La dernière formulation est simplement la relation de fermeture (décomposition d'un vecteur sur une base de l'espace vectoriel) sur la base des $C^{s(n)}$. Comme la base est orthonormée, on a :

$$\Delta\Lambda^{(0)} \approx 0 \tag{6.27}$$
$$\Delta C^{s(0)} \approx \frac{(\Delta BC + \Delta PC)\, C^{*p}}{\|C^p\|^3 \overline{KR_{\Delta\beta\approx 0}}} \tag{6.28}$$

On rappelle la fidélité de la conjugaison de phase (6.1) :

$$fidelite(\tilde{C^s}) = \frac{1}{1 + \frac{\left|\Delta C^{s(0)}\right|^2}{\left|C^{s(0)}\right|^2}} \tag{6.29}$$

Ainsi la fidélité de conjugaison de phase du vecteur propre principal de $BC + PC = \overline{BC} + \overline{PC} + \Delta PC + \Delta BC$ est $f = 1/(1 + r)$ avec l'écart r au conjugué en phase, exprimé de manière matricielle :

$$\boxed{r = \frac{\left|\Delta C^{s(0)}\right|^2}{\left|C^{s(0)}\right|^2} = \frac{\left|(\Delta BC + \Delta PC)\, C^{*p}\right|^2}{\|C^p\|^6 \left|\overline{KR_{\Delta\beta\approx 0}}\right|^2}} \tag{6.30}$$

Expression développée de la fidélité

Transformons l'expression précédente en fonction des paramètres de la fibre multimode, c'est à dire en terme de $\overline{KR_{\Delta\beta\approx 0}} = \overline{KR}$ et $\overline{R_{\Delta\beta=0}} = \overline{R}$. Il s'agit d'évaluer

$$\left|\left(\Delta BC + \Delta PC\right) C^{*p}\right|^2 \tag{6.31}$$

Or

$$\Delta BC = BC - \overline{BC} \tag{6.32}$$
$$\Delta PC = PC - \overline{PC} \tag{6.33}$$

Avec (5.75), on a à la ligne n,

$$\left(\Delta BCC^*\right)_n = \sum_m c_m^* K_0 \sum_{\substack{i,j \\ \Delta\beta = 0}} c_i c_j^* R_{ijmn} - c_n^* \overline{R_{\Delta\beta=0}} \sum_i |c_i|^2 \tag{6.34}$$

et avec (5.90), on a à la ligne n,

$$\left(\Delta PCC^*\right)_n = \sum_m c_m^* \sum_{\substack{i,j \\ \Delta\beta\approx 0 \\ \Delta\beta\neq 0}} \left[c_i^p c_j^{*p} KR_{ijmn}\right] - \sum_m c_m^* \overline{KR_{\Delta\beta\approx 0}} \left[c_m^p c_n^{*p}\right] \tag{6.35}$$

$$= \sum_m c_m^* \sum_{\substack{i,j \\ \Delta\beta\approx 0 \\ \Delta\beta\neq 0}} \left[c_i^p c_j^{*p} KR_{ijmn}\right] - \overline{KR_{\Delta\beta\approx 0}} c_n^* \sum_m |c_m|^2 \tag{6.36}$$

$$\tag{6.37}$$

Dans le cas particulier bien utile ou l'on n'a pas de dégénérescence, on peut récrire

$$\left(\Delta BCC^*\right)_n = c_n^* \sum_i |c_i|^2 K_0 R_{iinn} - c_n^* K_0 \overline{R} \sum_i |c_i|^2 \tag{6.38}$$

$$\left(\Delta PCC^*\right)_n = \sum_m c_m^* \left[c_m c_n^* KR_{mnmn}\right] - c_n^* |c_n|^2 KR_{nnnn} - \overline{KR} c_n^* \sum_m |c_m|^2 \tag{6.39}$$

$$= c_n^* \sum_m |c_m|^2 KR_{mnmn} - c_n^* |c_n|^2 KR_{nnnn} - c_n^* \overline{KR} \sum_m |c_m|^2 \tag{6.40}$$

Plus simplement,

$$\left(\Delta BCC^*\right)_n = c_n^* \sum_i |c_i|^2 K_0 (R_{iinn} - \overline{R}) \tag{6.41}$$

$$\left(\Delta PCC^*\right)_n = c_n^* \sum_i |c_i|^2 \left(KR_{mnmn} - \overline{KR}\right) - c_n^* |c_n|^2 KR_{nnnn} \tag{6.42}$$

Finalement, l'expression recherchée peut s'ecrire

$$\begin{aligned} &\left|\left(\Delta BC + \Delta PC\right) C^{*p}\right|^2 \\ &= \sum_n \left| c_n^* \sum_i |c_i|^2 K_0 (R_{iinn} - \overline{R}) + c_n^* \sum_i |c_i|^2 \left(KR_{inin} - \overline{KR}\right) - c_n^* |c_n|^2 KR_{nnnn} \right|^2 \\ &= \sum_n |c_n|^2 \left| \sum_i |c_i|^2 \left(K_0 R_{iinn} - K_0 \overline{R} + KR_{inin} - \overline{KR}\right) - |c_n|^2 KR_{nnnn} \right|^2 \end{aligned} \tag{6.43}$$

et r s'écrit de manière développée :

$$\boxed{r = \frac{\sum_n |c_n|^2 \left| \sum_i |c_i|^2 \left(K_0 R_{iinn} - K_0 \overline{R} + K R_{inin} - \overline{KR}\right) - |c_n|^2 K R_{nnnn} \right|^2}{\left(\sum_i \|c_i\|^2\right)^3 \left|\overline{KR}\right|^2}} \tag{6.44}$$

On rappelle la fidélité :

$$f = \frac{1}{1+r} \tag{6.45}$$

On a maintenant une expression de la fidélité de la conjugaison de phase au premier ordre. Elle est valable quand r reste inférieur à quelques pour cents, au delà il faut prendre en compte les ordres supérieurs. Néanmoins, cette expression va nous permettre d'évaluer des seuils sur les paramètres responsables de la baisse de fidélité. Ces paramètres sont entre autres : le nombre de modes excités, le couple longueur de la fibre et ouverture numérique, les facteurs de recouvrement entre les modes (différents pour la FSI et pour la FGI) et les dégénérescences.

Expression de la sélectivité

Un autre paramètre important, outre la fidélité du vecteur propre principal, est la sélectivité de ce vecteur par rapport aux autres vecteurs, qui ne feront qu'ajouter du bruit. Nous avons vu que la perturbation au premier ordre ne modifie pas les valeurs propres. L'expression de la sélectivité reste alors :

$$\boxed{sel = \frac{\Lambda^{(0)}}{\Lambda^{(i)}} = 1 + \frac{\overline{KR}}{K_0 \overline{R}}} \tag{6.46}$$

6.2 Écart à la fibre idéale - conséquences sur la fidélité/sélectivité

Grâce aux formules précédentes, nous pouvons évaluer au premier ordre les conséquences d'un écart à la fibre parfaite, et ainsi définir des seuils limites sur les paramètres importants suivants :

- Nombre de modes excités
- Longueur de la fibre et ouverture numérique
- Inégalités de facteur de recouvrement K_{ijmn} entre les modes
- Dégénérescences (des modes différents ont le même β)

Nous allons considérer les variations de ces paramètres sur une fibre virtuelle, qui ne s'écarte de la fibre parfaite que par le paramètre considéré. Pour cela définissons, d'abord la fibre idéale.

6.2.1 Fidélité et sélectivité de la fibre idéale

Fibre idéale

On déduit des formules précédentes les caractéristiques de la fibre parfaite pour la conjugaison de phase :

- Pas d'aberration chromatique, ce qui équivaut à dire que la propagation se fait strictement de la même manière pour les longueurs d'onde Pompe et Stokes. En conséquence, PC ne dépend pas de la longueur de la fibre. En pratique, cela revient à se placer en régime de longueur de fibre moyenne. Mathématiquement, tous les $\Delta\beta$ seront nuls à la fois dans BC et dans PC, c'est à dire $K_{iinn} = K_{inin} = \frac{L_{eff}}{L}$.

- Nombre N de modes excités importants. Nous verrons que la qualité de la conjugaison de phase dépend de N.
- Modes excités de manière équitable sur tous les modes, c'est à dire par exemple $|c_i^p|^2 = \frac{1}{N}$. Cette notation assure un vecteur Pompe normé : $\|C^p\|^2 = \sum_i |c_i^p|^2 = \sum_{i=1}^N \frac{1}{N} = 1$.
- Tous les facteurs de recouvrement entre deux modes i et n sont égaux : $R_{nnnn} = \int_S |\psi_n|^4 \, dS = S$ et $R_{iinn} = R_{inin} = \int_S |\psi_i|^2 |\psi_n|^2 \, dS = S$ où S est la surface de la fibre. Notons que $|\psi_n(x,y)|^2 = I_n(x,y)$ représente la répartition en intensité des modes. On suppose ici que les intégrales des produits d'intensités entre deux modes i et n sont égales, pour toute combinaison de mode. Cette hypothèse est vérifiée en générale dans les FSI mais pas dans les FGI.

Il s'agit de calculer la sélectivité $\frac{\Lambda^{(0)}}{\Lambda^{(i)}}$ et l'écart à la fidélité r pour cette fibre idéale. Avec les hypothèses

- $K_{iinn} = K_{inin} = 1$
- $|c_i^p|^2 = \frac{1}{N}$
- $R_{iinn} = R_{inin} = R_{iiii} = S$

on obtient pour $\overline{R}$ et $\overline{KR}$:

$$\overline{R} = \frac{\sum_{\Delta\beta=0} c_i^p c_j^{*p} c_n^p c_m^{*p} R_{ijmn}}{\left(\sum_i |c_i^p|^2\right)^2} \tag{6.47}$$

$$= \frac{\sum_{i,n} |c_i|^2 |c_n|^2 R_{iinn}}{\left(\sum_i |c_i|^2\right)^2} = \frac{\sum_{i,n} \frac{1}{N}\frac{1}{N} S}{\left(\sum_i \frac{1}{N}\right)^2} = \frac{N^2 \frac{1}{N}\frac{1}{N} S}{\left(N\frac{1}{N}\right)^2} \tag{6.48}$$

$$= S \tag{6.49}$$

et

$$\overline{KR} = \frac{\sum_{\Delta\beta\approx 0} c_i^p c_j^{*p} c_n^p c_m^{*p} K R_{ijmn}}{\left(\sum_i |c_i^p|^2\right)^2} \tag{6.50}$$

$$= \frac{\sum_{i\neq n} |c_i|^2 |c_n|^2 K_0 R_{inin}}{\left(\sum_i |c_i|^2\right)^2} \tag{6.51}$$

$$= \frac{\sum_{i,n} |c_i|^2 |c_n|^2 K_0 R_{inin}}{\left(\sum_i |c_i|^2\right)^2} - \frac{\sum_i |c_i|^4 K_0 R_{iiii}}{\left(\sum_i |c_i|^2\right)^2} = K_0 \frac{N^2 \frac{1}{N^2} S}{1} - K_0 \frac{N \frac{1}{N^2} S}{1} \tag{6.52}$$

$$= K_0 S - \frac{1}{N} K_0 S \tag{6.53}$$

Sélectivité

On a pour la sélectivité

$$\frac{\Lambda^{(0)}}{\Lambda^{(i)}} = 1 + \frac{\overline{KR}}{K_0 \overline{R}} = 2 - \frac{1}{N} \tag{6.54}$$

$$\boxed{sel = 2 - \frac{1}{N}} \tag{6.55}$$

A partir de $N = 2$, la sélectivité est suffisante, supérieure à 1.5.

Fidélité

D'après (6.44) :

$$r = \frac{\sum_n |c_n|^2 \left| \sum_i |c_i|^2 (K_0 R_{iinn} - K_0 \overline{R} + K R_{inin} - \overline{KR}) - |c_n|^2 K R_{nnnn} \right|^2}{\left(\sum_i \|c_i\|^2 \right)^3 \left| \overline{KR} \right|^2} \quad (6.56)$$

$$= \frac{\sum_n \frac{1}{N} \left| \sum_i \frac{1}{N} (S - S + S - S(1 - \frac{1}{N})) - \frac{1}{N} S \right|^2}{1^3 \left| S(1 - \frac{1}{N}) \right|^2} \quad (6.57)$$

$$= 0 \quad (6.58)$$

$$\boxed{r = 0} \quad (6.59)$$

Ainsi dans le cas de la fibre idéale, la fidélité du vecteur propre principal est parfaite au premier ordre, et sa sélectivité est meilleure que 1.8 dès que N dépasse 3. Notons que l'ajout d'un coefficient α dans

- $R_{iinn} = R_{inin} = S$ pour $i \neq n$
- $R_{iiii} = \alpha S$

qui traduit mieux la réalité car chaque mode est plus recouvert avec lui même qu'avec les autres modes, n'a pas d'incidence sur la fidélité : $f = 1$. Par contre, ce coefficient change la sélectivité $2 - 1/N$ en $1 + 1/(1 + \frac{\alpha}{N-1})$. L'ajout de ce coefficient ne dégrade pas la fidélité mais diminue la sélectivité.

6.2.2 Annulation des coefficients d'accord de phase : effets en $\Delta\beta L$

Nous avons vu que la conjugaison de phase ne peut se faire dans un guide que dans le régime de longueur moyenne, entres les régimes court et long. La limite entre les régimes court et moyen a été estimée au chapitre 5.6 à environ $L \gg L_{CM} = 100\lambda = 0.1mm$ et est donc bien inférieure à la longueur des fibres utiles.

La limite supérieure $L_{ML} = \frac{2\pi}{\Delta\beta_{PC}}$ entre les régimes de conjugaison de phase (longueur moyenne) et de Beam Cleanup (fibre longue) est par contre plus délicate à évaluer. Elle correspond à la disparition de la matrice de conjugaison de phase PC en raison de la chute des coefficients d'accord de phase dans PC quand $\Delta\beta L > 2\pi$. En effet, les différentes couleurs du spectre ne voient pas le même indice effectif sur les mêmes modes : la légère différence de longueur d'onde entre l'onde Pompe et l'onde Stokes suffit à créer des $\Delta\beta$ pas tout à fait nuls dans l'expression de PC ; ce sont des *aberrations chromatiques*, comme nous le verrons plus précisément dans le chapitre suivant.

Nous calculons dans ce paragraphe cette limite supérieure en introduisant les aberrations chromatiques ($\Delta\beta \approx 0$ mais $\Delta\beta \neq 0$). La matrice BC n'est pas affectée par cet effet car elle comporte des termes où $\Delta\beta = 0$. La disparition de la matrice PC a pour effet de diminuer la sélectivité (BC amplifie indifféremment toute onde) et la fidélité (les valeurs propres de BC sont des modes isolés).

Dans la matrice BC, on a $\Delta\beta = \Delta\beta_{iinn} = \beta_i^p - \beta_i^p - \beta_n^s + \beta_n^s = 0$ tandis que dans la matrice PC on a $\Delta\beta = \Delta\beta_{inin} = \beta_i^p - \beta_n^p - \beta_i^s + \beta_n^s$ qui n'est en général pas tout à fait nul car β dépend de la longueur d'onde. Il faut donc estimer l'effet de $\Delta\beta$ sur K_{inin} qui est le coefficient d'accord

de phase entre les différentes ondes. On rappelle $K_{ijmn} = \frac{1}{L}\int_0^L e^{i(\beta_i^p - \beta_j^p - \beta_m^s + \beta_n^s)z - \mu z} dz$. Ainsi :

$$K_{ijmn} = \frac{1}{L}\int_0^L e^{i(\beta_i^p - \beta_j^p - \beta_m^s + \beta_n^s)z - \mu z} dz \tag{6.60}$$

$$= \frac{1}{L}\int_0^L e^{i\Delta\beta_{ijmn} z - \mu z} dz \tag{6.61}$$

$$= \frac{e^{(i\Delta\beta_{ijmn} - \mu)L} - 1}{(i\Delta\beta_{ijmn} - \mu)L} \tag{6.62}$$

Nous allons décomposer cette expression en supposant $\Delta\beta_{ijmn} L \ll 1$ et $\mu L \ll 1$. On sait que pour x proche de 0, on a $e^x \approx 1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{6} + ...$ Il s'en suit alors $\frac{e^x - 1}{x} \approx 1 + \frac{x}{2} + \frac{x^2}{6} + ...$ Appliquons cette approximation à K_{ijmn} :

$$K_{ijmn} \approx 1 + \frac{(i\Delta\beta_{ijmn} - \mu)L}{2} + \frac{(i\Delta\beta_{ijmn} - \mu)^2 L^2}{6} + ... \tag{6.63}$$

$$\approx 1 + \frac{i\Delta\beta_{ijmn} L}{2} - \frac{\mu L}{2} - \frac{\Delta\beta_{ijmn}^2 L^2}{6} + ... \tag{6.64}$$

Notons que nous avons aussi développé K_0 pour $\mu L \ll 1$. Pour les termes de la matrice BC, $\overline{KR_{\Delta\beta=0}}$ est la moyenne de KR_{iinn} et s'écrit

$$\overline{KR_{\Delta\beta=0}} \approx S(1 - \frac{\mu L}{2}) \tag{6.65}$$

Pour les éléments de la matrice PC, $\overline{KR_{\Delta\beta\approx 0}}$ s'écrit :

$$\overline{KR_{\Delta\beta\approx 0}} = \frac{\sum_{i,n} |c_i|^2 |c_n|^2 KR_{inin}}{\left(\sum_i |c_i|^2\right)^2} - \frac{\sum_i |c_i|^4 KR_{iiii}}{\left(\sum_i |c_i|^2\right)^2} \tag{6.66}$$

$$= \frac{1}{N^2}\sum_{i,n} R_{inin} K_{inin} - \sum_i \frac{1}{N^2} R_{iiii} K_{iiii} \tag{6.67}$$

$$\approx \frac{1}{N^2}\sum_{i,n} S(1 + \frac{i\Delta\beta_{inin} L}{2} - \frac{\mu L}{2} - \frac{\Delta\beta_{inin}^2 L^2}{6}) - \sum_i \frac{1}{N^2} S(1 - \frac{\mu L}{2}) \tag{6.68}$$

$$\approx S\left(1 - \frac{\mu L}{2} - \frac{\overline{\Delta\beta^2} L^2}{6} - \frac{1}{N}\right) \tag{6.69}$$

où $\overline{\Delta\beta^2}$ est la moyenne des tous les $\Delta\beta_{inin}^2$ sur i et sur n. Notons que la moyenne des $\Delta\beta$ est nulle et que l'on a négligé $\frac{\mu L}{2N}$.

Sélectivité

Pour la sélectivité, on a :

$$sel = \frac{\Lambda^{(0)}}{\Lambda^{(i)}} = 1 + \frac{\overline{KR_{\Delta\beta\approx 0}}}{\overline{KR_{\Delta\beta=0}}} \approx 2 - \frac{\overline{\Delta\beta^2} L^2}{6} - \frac{1}{N} \tag{6.70}$$

Fidélité

D'après (6.44) :

$$
\begin{aligned}
r &= \frac{\sum_n |c_n|^2 \left| \sum_i |c_i|^2 \left(KR_{iinn} - \overline{KR_{\Delta\beta=0}} + KR_{inin} - \overline{KR_{\Delta\beta\approx 0}} \right) - |c_n|^2 KR_{nnnn} \right|^2}{\left(\sum_i \|c_i\|^2 \right)^3 \left| \overline{KR_{\Delta\beta\approx 0}} \right|^2} \\
&= \frac{\sum_n \frac{1}{N} \left| \sum_i \frac{1}{N} (\overline{KR_{\Delta\beta=0}} - \overline{KR_{\Delta\beta=0}} + KR_{inin} - \overline{KR_{\Delta\beta\approx 0}}) - \frac{1}{N} \overline{KR_{\Delta\beta=0}} \right|^2}{1^3 \left| \overline{KR_{\Delta\beta\approx 0}} \right|^2} \\
&= \frac{\sum_n \frac{1}{N} \left| \sum_i \frac{S}{N} \left(\left(1 + \frac{i\Delta\beta_{inin} L}{2} - \frac{\mu L}{2} - \frac{\Delta\beta_{inin}^2 L^2}{6} \right) - \left(1 - \frac{\mu L}{2} - \frac{\overline{\Delta\beta^2} L^2}{6} - \frac{1}{N} \right) \right) - \frac{1}{N} \overline{KR_{\Delta\beta=0}} \right|^2}{1^3 \left| \overline{KR_{\Delta\beta\approx 0}} \right|^2} \\
&= \frac{\sum_n \frac{1}{N} \left| \sum_i \frac{S}{N} \left(\frac{i\Delta\beta_{inin} L}{2} - \frac{\Delta\beta_{inin}^2 L^2}{6} + \frac{\overline{\Delta\beta^2} L^2}{6} + \frac{1}{N} \right) - \frac{1}{N} S (1 - \frac{\mu L}{2}) \right|^2}{S^2} \\
&= \frac{1}{N^3} \sum_n \left| \sum_i \frac{\Delta\beta_{inin} L}{2} \right|^2 + \left| \sum_i - \frac{\Delta\beta_{inin}^2 L^2}{6} + \frac{\overline{\Delta\beta^2} L^2}{6} + \frac{\mu L}{2} \right|^2 \\
&\approx L^2 \left[\frac{\mu^2}{4} + \frac{1}{4N^3} \sum_n \left| \sum_i \Delta\beta_{inin} \right|^2 \right]
\end{aligned}
\tag{6.71}
$$

en négligeant les termes d'ordre 2.

Ainsi la sélectivité et l'écart à la fidélité r s'écrivent, si l'on ne considère que les aberrations chromatiques au premier ordre,

$$
\boxed{sel \approx 2 - \frac{\overline{\Delta\beta^2} L^2}{6} - \frac{1}{N}} \tag{6.72}
$$

et

$$
\boxed{r \approx L^2 \left[\frac{\mu^2}{4} + \frac{1}{4N^3} \sum_n \left| \sum_i \Delta\beta_{inin} \right|^2 \right]} \tag{6.73}
$$

Ce sont les formules complètes au premier ordre des effets des atténuations des coefficients d'accord de phase. Appliquons maintenant les critères définis au paragraphe précédent.

Application des critères

Afin de fixer des valeurs limites, imposons les conditions suivantes, justifiées plus haut, sur l'écart à la réflectivité r et sur la sélectivité sel :

- $sel > 1.9$, valeur qui assure une très bonne sélectivité.
- $r < 0.1$, qui maintient la fidélité au-dessus de 90%.

Imposons par exemple la même condition aux deux contributions à la dégradation de r et de sel. Pour la contribution de l'absorption, qui n'intervient pas sur la sélectivité,

$$
r < 0.1 \Rightarrow L^2 \frac{\mu^2}{4} < 0.1 \Leftrightarrow L < \frac{0.6}{\mu} \tag{6.74}
$$

Notons qu'en réalité l'absorption n'intervient pas car elle est très faible devant les autres aberrations. En ce qui concerne la contribution de $\Delta\beta L$,

$$sel > 1.9 \quad \Rightarrow \frac{\overline{\Delta\beta^2}L^2}{6} < 0.1 \quad \Leftrightarrow L < \frac{0.8}{\sqrt{\overline{\Delta\beta^2}}} \tag{6.75}$$

$$r < 0.1 \quad \Rightarrow L^2 \frac{1}{4N^3} \sum_n \left|\sum_i \Delta\beta_{inin}\right|^2 < 0.1 \quad \Leftrightarrow L < \frac{0.6}{\sqrt{\frac{1}{N^3}\sum_n \left|\sum_i \Delta\beta_{inin}\right|^2}} \tag{6.76}$$

Les deux conditions donnent des valeurs similaires. Par exemple, pour une fibre à Saut d'Indice d'ouverture numérique $N = 0.2$, les conditions donnent une longueur maximale de $0.4m$. Pour une fibre à Gradient d'indice équivalente, la longueur monte à environ $70m$. C'est *la longueur limite entre les régimes moyen et long*, ou encore de conjugaison de phase et de Beam Cleanup. En deçà de cette limite, les coefficients d'accord de phase K_{inin} de la matrice PC sont suffisamment important pour imposer l'onde conjuguée en phase. Au delà de la limite, la matrice PC est considérée comme trop faible devant BC.

La longueur limite L_{ML} entre les régimes de fibre moyenne et longue s'écrit donc, d'après cette étude, au premier ordre,

$$\boxed{L_{ML} = \min\left\{ \frac{0.8}{\sqrt{\overline{\Delta\beta^2}}} \quad , \quad \frac{0.6}{\sqrt{\frac{1}{N^3}\sum_n \left|\sum_i \Delta\beta_{inin}\right|^2}} \right\}} \tag{6.77}$$

Pour appliquer ces conditions aux FSI et FGI qui nous intéressent, et en dégager une loi au premier ordre, nous utilisons la borne suprérieure de l'erreur de phase $\Delta\beta_{inin}$: $\Delta\beta_{max} = \max_{i,n} \Delta\beta_{inin}$. Alors les conditions précédentes s'écrivent :

$$L < \frac{0.8}{\Delta\beta_{max}} \quad \Rightarrow \quad \frac{\overline{\Delta\beta^2}L^2}{6} < 0.1 \tag{6.78}$$

$$L < \frac{0.6}{\Delta\beta_{max}} \quad \Rightarrow \quad L^2 \frac{1}{4N^3} \sum_n \left|\sum_i \Delta\beta_{inin}\right|^2 < 0.1 \tag{6.79}$$

Récrivons

$$\Delta\beta_{inin} = \beta_i^p - \beta_n^p - \beta_i^s + \beta_n^s = \frac{d\beta_i}{dk_0}\Delta\beta_0 - \frac{d\beta_n}{dk_0}\Delta\beta_0 = \left(\frac{d\beta_i}{dk_0} - \frac{d\beta_n}{dk_0}\right)\Delta\beta_0 \tag{6.80}$$

avec $\Delta\beta_0 = k_0^p - k_0^s = \frac{2\pi}{c}\Omega_B$. Il faut maintenant observer précisément le comportement de β avec la longueur d'onde à mode fixé.

Application des critères dans le cas de la FSI

On rappelle le résultat sur la variation de la constante de propagation avec k_0, au premier ordre :

$$\frac{d\beta_i}{dk_0} \approx n_g \left(1 + b_i \frac{ON^2}{2n_g^2}\right) \tag{6.81}$$

puis

$$\Delta\beta_{inin} = \left(\frac{d\beta_i}{dk_0} - \frac{d\beta_n}{dk_0}\right)\Delta\beta_0 \tag{6.82}$$

$$= \frac{ON^2}{2n_g}(b_i - b_n)\Delta\beta_0 \tag{6.83}$$

qui est maximal pour les valeurs extrêmes de b c'est à dire 0 et 1. On a donc, pour la fibre à saut d'indice,

$$\Delta\beta_{max} = \frac{ON^2}{2n}\Delta\beta_0 \tag{6.84}$$

La condition suivante est donc suffisante pour s'affranchir de l'aberration chromatique et permet ainsi de rester dans le régime moyen :

$$\boxed{\Delta\beta_{max}L = \frac{ON^2}{2n}\Delta\beta_0 L = \frac{\pi ON^2\Omega_B}{nc}L < 0.6} \tag{6.85}$$

Nous verrons dans le chapitre suivant des interprétations physiques de cette condition.

Application des critères dans le cas de la FGI

Dans la fibre à Gradient d'indice, on a pour la constante de propagation du mode $\{l, m\}$ (B.52) :

$$\frac{d\beta_{lm}}{dk_0} = n_c + \frac{1}{2}\frac{(2m+l-1)^2}{k_0^2 n_c}\frac{2\Delta}{(D/2)^2} \tag{6.86}$$

$$= n_c\left(1 + a_{lm}^2\frac{ON^4}{8n_c^3}\right) \tag{6.87}$$

avec $a = \frac{2m+l-1}{V/2}$. Ensuite :

$$\Delta\beta_{inin} = \left(\frac{d\beta_i}{dk_0} - \frac{d\beta_n}{dk_0}\right)\Delta\beta_0 = \frac{ON^4}{8n_c^3}(a_i^2 - a_n^2)\Delta\beta_0 \tag{6.88}$$

puis :

$$\Delta\beta_{max} = \frac{ON^4}{8n_c^3}(a_{max}^2 - a_{01}^2)\Delta\beta_0 \tag{6.89}$$

Sachant que les valeurs extrêmes de a sont respectivement $a_{01} \approx 0$ et $a_{max} = 1$, on écrit

$$\Delta\beta_{max} = \frac{ON^4}{8n^3}\Delta\beta_0 \tag{6.90}$$

Dans le cas de la FGI, la condition qui permet de s'affranchir des l'aberrations chromatiques et de rester dans le régime moyen est :

$$\boxed{\Delta\beta_{max}L = \frac{ON^4}{8n^3}\Delta\beta_0 L = \frac{\pi ON^4\Omega_B}{4n^3 c}L < 0.6} \tag{6.91}$$

L peut être $4n^2/ON^2$ fois plus longue que dans le cas FSI, ce qui correspond à un facteur 240 pour une ouverture classique $ON = 0.2$.

6.2.3 Inhomogénéité des facteurs de recouvrement R_{inin}

Les inégalités sur les facteurs de recouvrement $R_{iinn} = R_{inin}$ dans les matrices BC et PC sont responsables, nous l'avons vu dans le chapitre précédent, d'une distortion en amplitude (mais non en phase) du mode Brillouin principal par rapport à l'onde Pompe conjuguée en phase. Nous quantifions leur effet ici.

L'interaction entre les modes i et j est non linéaire : elle est liée à l'intégrale R_{iinn} du produit des profils d'intensités des modes i et j (et non des profils de champs). Pour faire cette étude, nous nous mettons dans le cas d'une fibre parfaite excepté le recouvrement R_{ijmn} des modes qui n'est pas forcement homogène. Il s'agit donc d'une fibre non dégénérée et dont les $\Delta\beta$ sont nuls (ou que le décalage Brillouin est nul).

L'hypothèse de décalage Brillouin nul impose $K_{ijmn} = L_{eff}/L = K_0$ partout, en particulier dans la matrice PC. Posons $R_{in} = R_{iinn} = R_{inin} = \int_S |\psi_i \psi_n|^2 \, dS$. On rappelle (5.29) $R_{ijmn} = \int_0^\infty \int_0^{2\pi} \psi_i \psi_j^* \psi_m \psi_n^*(r,\phi) r dr d\phi$.

Alors $\overline{R}$ est la moyenne des facteurs de recouvrement R_{in} intervenant dans les matrices BC et PC :

$$\overline{R} = \frac{\sum_{i,n} |c_i|^2 |c_n|^2 R_{inin}}{\left(\sum_i |c_i|^2\right)^2} = \frac{1}{N^2} \sum_{i,n} R_{in} \tag{6.92}$$

et $\overline{KR}$ s'écrit :

$$\overline{KR} = \frac{\sum_{i,n} |c_i|^2 |c_n|^2 K_0 R_{inin}}{\left(\sum_i |c_i|^2\right)^2} - \frac{\sum_i |c_i|^4 K_0 R_{iiii}}{\left(\sum_i |c_i|^2\right)^2} = K_0 \overline{R} - K_0 \frac{1}{N} \overline{R_{ii}} \tag{6.93}$$

où $\overline{R_{ii}}$ est la moyenne des facteurs de recouvrement R_{ii} (recouvrement d'un mode avec lui-même).

Sélectivité

Pour la sélectivité, on obtient :

$$sel = 1 + \frac{\overline{KR}}{K_0 \overline{R}} = 2 - \frac{1}{N} \frac{\overline{R_{ii}}}{\overline{R}} \tag{6.94}$$

Ce qui est assez logique : la moyenne $\overline{R_{ii}}$ des R_{ii} comparée à la moyenne $\overline{R}$ des R_{in} représente l'importance de la diffraction de chaque mode sur lui-même (sans mise en phase) par rapport à l'importance de la diffraction de chaque mode sur son voisin (effet responsable de la mise en phase). Ainsi l'auto-diffraction ne doit pas être trop élevée pour conserver la conjugaison. Ce problème diminue en $1/N$ en fonction du nombre de modes injectés.

Fidélité

D'après (6.44) :

$$r = \frac{\sum_n |c_n|^2 \left| \sum_i |c_i|^2 (K_0 R_{iinn} - K_0 \overline{R} + K R_{inin} - \overline{KR}) - |c_n|^2 K R_{nnnn} \right|^2}{\left(\sum_i \|c_i\|^2\right)^3 \left|\overline{KR}\right|^2} \tag{6.95}$$

$$= \frac{\sum_n \frac{1}{N} \left| \sum_i \frac{1}{N} (K_0 R_{in} - K_0 \overline{R} + K_0 R_{in} - \overline{KR}) - \frac{1}{N} K_0 R_{nn} \right|^2}{\left|\overline{KR}\right|^2} \tag{6.96}$$

$$= \frac{1}{N} \sum_n \frac{\left| \frac{2}{N} \sum_i (R_{in} - \overline{R}) + \frac{1}{N} (\overline{R_{ii}} - R_{nn}) \right|^2}{\left| \overline{R} - \frac{1}{N} \overline{R_{ii}} \right|^2} \tag{6.97}$$

$$\tag{6.98}$$

Un mode n'est bien conjugué que quand $\left|\frac{2}{N}\sum_i(R_{in}-\overline{R})+\frac{1}{N}(\overline{R_{ii}}-R_{nn})\right|^2=0$, c'est à dire que le gain qu'il voit (la somme $\frac{2}{N}\sum_i(R_{in})-\frac{1}{N}R_{nn}$ de la diffraction de tous les modes sur lui) est égal à la moyenne des gains vus par tous les modes.

Ainsi on a, pour les défauts d'inhomogénéité des facteurs de recouvrement R_{in},

$$\boxed{sel=1+\frac{\overline{KR}}{K_0\overline{R}}=2-\frac{1}{N}\frac{\overline{R_{ii}}}{\overline{R}}} \tag{6.99}$$

et

$$\boxed{r=\frac{1}{N}\sum_n\frac{\left|\frac{2}{N}\sum_i(R_{in}-\overline{R})+\frac{1}{N}(\overline{R_{ii}}-R_{nn})\right|^2}{\left|\overline{R}-\frac{1}{N}\overline{R_{ii}}\right|^2}} \tag{6.100}$$

Interprétation physique

Ainsi, pour que la conjugaison de phase se fasse correctement, il faut d'une part que la sélectivité soit bonne, c'est à dire où les facteurs de recouvrement entre modes différents ne soient pas trop faibles devant les facteurs d'auto-recouvrement (entre chaque mode et lui même). Il faut d'autre part que les facteurs de recouvrement entre modes différents soient proches.

La fibre parfaite que nous avons considérée plus haut avait des facteurs de recouvrement égaux entre chaque mode : $\overline{R}=S=R_{in}=R_{nn}$. Cela maximise à la fois la sélectivité et la fidélité. Un autre cas, plus proche de la réalité, est le cas où $R_{in}=S$ pour $i\neq n$ et $R_{nn}=(1+\alpha)S$, c'est à dire que les facteurs de recouvrement sont tous égaux et plus faibles que les facteurs d'auto-recouvrement. Dans ce cas la fidélité est parfaite (on vérifie $r=0$) mais la sélectivité baisse quand α augmente ($sel=1+\frac{1-1/N}{1+\alpha/N}$).

6.2.4 Excitation déséquilibrée des différents modes

Nous supposons ici que les différents modes de la fibre sont excités avec des intensités différentes. Nous noterons, afin de simplifier les notations, $a_i=|c_i|^2$. Ainsi, on vérifie $\sum_i a_i=1$. Les hypothèses comprennent entre autres, $R_{iinn}=R_{inin}=S$. Alors, pour les moyennes, on a :

$$\overline{R}=\frac{\sum_{i,n}|c_i|^2|c_n|^2R_{inin}}{\left(\sum_i|c_i|^2\right)^2}=\sum_{i,n}a_ia_nS=S \tag{6.101}$$

et $\overline{KR}$ s'écrit :

$$\overline{KR}=\frac{\sum_{i,n}|c_i|^2|c_n|^2K_0R_{inin}}{\left(\sum_i|c_i|^2\right)^2}-\frac{\sum_i|c_i|^4K_0R_{iiii}}{\left(\sum_i|c_i|^2\right)^2}=K_0\overline{R}-K_0\sum_i a_i^2S=K_0S(1-\sum_i a_i^2) \tag{6.102}$$

Sélectivité

Pour la sélectivité

$$sel=1+\frac{\overline{KR}}{K_0\overline{R}}=2-\sum_i a_i^2 \tag{6.103}$$

Fidélité

Encore une fois, d'apres (6.44) :

$$r = \frac{\sum_n |c_n|^2 \left|\sum_i |c_i|^2 (K_0 R_{iinn} - K_0\overline{R} + KR_{inin} - \overline{KR}) - |c_n|^2 KR_{nnnn}\right|^2}{\left(\sum_i \|c_i\|^2\right)^3 \left|\overline{KR}\right|^2} \quad (6.104)$$

$$= \frac{\sum_n a_n \left|\sum_i a_i(S - S + S - S(1 - \sum_i a_i^2)) - a_n S\right|^2}{\left|S(1 - \sum_i a_i^2)\right|^2} \quad (6.105)$$

$$= \frac{\sum_n a_n \left|\sum_i a_i(\sum_i a_i^2) - a_n\right|^2}{(1 - \sum_i a_i^2)^2} \quad (6.106)$$

$$= \frac{\sum_n a_n^3 - \left(\sum_n a_n^2\right)^2}{(1 - \sum_i a_i^2)^2} \quad (6.107)$$

Écrivons maintenant simplement $\frac{1}{N}\sum a_i = \alpha$ et pour tout i, $a_i = \alpha + \delta_i$. On a bien sûr la moyenne $\alpha = \frac{1}{N}$ et par ailleurs $\sum \delta_i = 0$. Sans approximation on récrit :

$$r = \frac{\frac{1}{N}\sum \delta_i^2 + \sum \delta_i^3 - (\sum \delta_i^2)^2}{\left(1 - \frac{1}{N} - (\sum \delta_i^2)^2\right)^2} \quad (6.108)$$

et

$$sel = 2 - \sum_i a_i^2 = 2 - \frac{1}{N} - \sum \delta_i^2 \quad (6.109)$$

Ainsi, c'est la *variance de l'intensité* de chaque mode qui compte. *Quand tous les modes sont injectés également, quelle que soit la phase, le retour est parfaitement conjugué.* Par contre quand la répartition des injections devient variable, l'écart type $\sigma^2 = \frac{1}{N}\sum \delta_i^2$ réduit la fidélité.

Hypothèse de l'écart type faible

Ici on fait l'hypothèse que les variations autour de l'injection moyenne restent faibles devant cette injection moyenne. Mathématiquement, on écrit $\delta_i \ll \alpha = \frac{1}{N}$. Il en découle $\sum \delta_i^2 \ll \frac{1}{N}$ et $\sum \delta_i^3 \ll \frac{1}{N}\sum \delta_i^2$. Puis

$$r \approx \frac{N\sum \delta_i^2}{(N-1)^2} \approx \frac{1}{N}\sum \delta_i^2 \approx \sigma^2 \quad (6.110)$$

Notons qu'une hypothèse plus lâche est également possible : prenons $\delta_i \equiv 1/N$ (du même ordre de grandeur). Alors $\sum \delta_i^3 \equiv \frac{1}{N}\sum \delta_i^2$ et $r \approx 2\sigma^2$ soit dans le cas d'un écart type faible,

$$\boxed{r \approx 2\sigma^2} \quad (6.111)$$

et

$$\boxed{sel \approx 2 - \frac{1}{N} - N\sigma^2} \quad (6.112)$$

Si l'on impose maintenant à la fidélité d'être meilleure que 90%, il faut que $r < 0.1$, $\sigma^2 < 0.1$. La condition sur la sélectivité est plus contraignante : si l'on tolère $sel > 1.9$, et à partir que $N > 10$, on doit avoir $N\sigma^2 < 0.1$ soit un écart type $\sigma < 0.3/sqrtN$. Cela reste vrai dans la limite où $\sum \delta_i^3$ reste petit devant $\frac{1}{N}\sum \delta_i^2$. La conjuguaison de phase pourra être bonne pour un petit nombre de modes à condition que ces modes soient bien équilibrés en intensité.

6.2.5 Dégénérescence des constantes de propagation β_{lm}

Considérons ici l'effet de la dégénérescence des constantes de propagation β qui rajoute des termes à BC et PC qui ne participent pas à la conjugaison de phase. Nous allons estimer dans quelle mesure ces termes ajoutés sont gênants.

Nous notons $c_n = \frac{1}{\sqrt{n}} e^{i\phi_n}$ et $R_{ijmn} = S$ pour tout $\{i, j, m, n\}$. On note également N le nombre de modes et N' le nombre de couples dégénérés. Ainsi, dans la matrice suivante qui représente en (i, j) la différence $\beta_i - \beta_j$, on a N zéros diagonaux (modes de la fibre) et N' zéros non diagonaux qui sont les termes dégénérés qui s'ajoutent à BC et CP. Nous supposons que les modes incidents n'ont pas de phase relative fixe, c'est à dire que $\phi_i - \phi_j$ a une valeur aléatoire répartie équitablement entre 0 et 2π.

$$\begin{array}{|cccccc|}
\hline
0 & & & & & \\
 & 0 & & \boxed{0} & & \\
\boxed{0} & & 0 & & & \\
 & & & \ddots & & \\
 & & \boxed{0} & & 0 & \\
\hline
\end{array} \tag{6.113}$$

On voit par exemple sur les figures 5.7 et 5.8 à droite que les matrices ΔBC contiennent des éléments non nuls hors diagonale qui proviennent d'effets de dégénérescence. Dans ces deux cas il y en a peu par rapport à N^2 (surface de la matrice).

Dans le cas de la fibre à Saut d'indice, tous les modes qui n'ont pas une symétrie cylindrique ont un mode dégénéré (avec la même constante de propagation β) tourné de 90^o, impliquant ainsi $N' \approx 2N$. Le nombre de combinaisons dégénérées est plus important dans le cas de la fibre à Gradient d'indice. Néanmoins, on a de manière générale $N' \ll N^2$.

Avec ces hypothèses, on a

$$\overline{R} = \frac{C^{*p} \cdot BC\ C^{*p}}{\|C^p\|^4} \tag{6.114}$$

$$= \frac{S}{N^2} \sum_{\Delta\beta=0} e^{i(\phi_i - \phi_j + \phi_n - \phi_m)} \tag{6.115}$$

Ensuite on décompose $\Delta\beta = 0$ en cas élémentaires : $i = j$ et $m = n$, $i \equiv j$ et $m = n$, $i = j$ et $m \equiv n$, et $i \equiv j$ et $m \equiv n$, où l'on note $i \equiv j$ quand

– les modes i et j ont la même constante de propagation ET

– $i \neq j$.

Les deux cas symétriques sont rassemblés et on a :

$$\begin{aligned}
\overline{R} = & \frac{S}{N^2} N^2 \\
& + 2\frac{S}{N^2} N \sum_{i=1..N} \sum_{j \equiv i} e^{i(\phi_i - \phi_j)} \\
& + \frac{S}{N^2} \sum_{i=1..N} \sum_{j \equiv i} \sum_{n=1..N} \sum_{m \equiv i} e^{i(\phi_i - \phi_j + \phi_n - \phi_m)}
\end{aligned} \tag{6.116}$$

On sait d'autre part que le module d'une somme du type :

$$\left| \sum_{j=1..N} e^{i\phi_j} \right| \asymp \sqrt{N} \tag{6.117}$$

pour ϕ_i variable aléatoire répartie uniformement entre 0 et 2π. C'est le mouvement brownien.

La double somme de la ligne 6.116 contient N' termes, et on rappelle que l'on a supposé que la phase relative entre les différents modes de pompe est aléatoire. Elle évolue donc en $\sqrt{N'}$. La quadruple somme de la ligne 6.116 évolue donc en N'. En ne gardant que le premier ordre en $\frac{N'}{N^2}$,

$$\overline{R} \approx S\left(1 \pm \frac{\sqrt{N'}}{N}\right) \tag{6.118}$$

De même, on écrit

$$\overline{KR} \approx K_0 S\left(1 - \frac{1}{N} \pm \frac{\sqrt{N'}}{N}\right) \tag{6.119}$$

Sélectivité

La sélectivité s'écrit, dans le cas le plus défavorable :

$$sel = 1 + \frac{KR}{K_0 R} > 1 + \frac{1 - \frac{1}{N} - \frac{\sqrt{N'}}{N}}{1 + \frac{\sqrt{N'}}{N}} \approx 2 - 2\frac{\sqrt{N'}}{N} \tag{6.120}$$

Fidélité

Pour la fidélité, nous devons refaire le calcul :

$$r = \frac{\left|\left(\Delta BC + \Delta PC\right) C^{*p}\right|^2}{\left\|C^p\right\|^6 \left|\overline{KR_{\Delta\beta\approx 0}}\right|^2} \tag{6.121}$$

Nous allons noter, dans le cas où $i = j$ et $m \equiv n$,

$$Sm = \max_{i,m\equiv n} R_{iimn} \tag{6.122}$$

Sm est en général petit devant S. En effet, l'intégrale surfacique du produit $\psi_m \psi_n$ est nulle pour $m \neq n$. Ici ce produit est modulé par l'intensité ψ_i^2, donc R_{iimn} n'est pas strictement nul mais en général très faible. Exprimons la ligne n de la matrice ΔBCC^* :

$$\left(\Delta BCC^*\right)_n = \left(BCC^*\right)_n - K_0 \overline{R} |C|^2 c_n^* \tag{6.123}$$

$$= K_0 \frac{S}{N\sqrt{N}} \sum_{m,i,j} e^{-i\phi_m} e^{i(\phi_i - \phi_j)} - \frac{e^{-i\phi_n}}{\sqrt{N}} K_0 \overline{R} \tag{6.124}$$

$$= e^{-i\phi_n} \frac{K_0 S}{N\sqrt{N}} \left(\underbrace{\sum_i e^{i(\phi_i - \phi_i)}}_{i=j,m=n} - \frac{N}{S}\overline{R} + \frac{Sm}{S} \underbrace{\sum_{m\equiv n} e^{-i\phi_m + i\phi_n} \sum_i e^{i(\phi_i - \phi_i)}}_{i=j,m\equiv n} \right.$$

$$\left. + \underbrace{\sum_i \sum_{i\equiv j} e^{i(\phi_i - \phi_j)}}_{i\equiv j,m=n} + \underbrace{\sum_{m\equiv n} e^{-i\phi_m + i\phi_n} \sum_i \sum_{i\equiv j} e^{i(\phi_i - \phi_j)}}_{i\equiv j,m\equiv n} \right) \tag{6.125}$$

Ce sont respectivement les 4 cas précédents. Après évaluation du nombre de termes dans chaque cas, on peut écrire

$$\begin{aligned}(\Delta BCC^*)_n &= (BCC^*)_n - K_0\overline{R}|C|^2 c_n^* && (6.126)\\ &= e^{-i\phi_n}\frac{K_0 S}{N\sqrt{N}}\left(\sqrt{N'} + \frac{Sm}{S}\sqrt{\frac{N'}{N}}N + \sqrt{N'} + \sqrt{\frac{N'}{N}}\sqrt{N'}\right) && (6.127)\end{aligned}$$

Le terme dominant est ici le second, et on a

$$(\Delta BCC^*)_n \approx K_0 S e^{-i\phi_n}\left(\frac{Sm}{S}\frac{\sqrt{N'}}{N} + \frac{N'}{N^2}\right) \quad (6.128)$$

Les mêmes termes apparaissent dans le développement de $(\Delta PCC^*)_n$. En faisant ensuite la somme des carrés des modules des termes précédents, et au final

$$r \approx 4\frac{Sm}{S}\frac{N'}{N} + 4\frac{N'^2}{N^3} \quad (6.129)$$

6.2.6 Autres paramètres

D'autres paramètres peuvent être décomposés sur le même schéma mais ne peuvent être traités ici. En particulier, la largeur de raie acoustique.

D'autre part, l'étude des critères de qualité pour différentes formes de profil d'indice serait intéressante.

6.3 Résumé des cas considérés

Dans ce chapitre, nous avons formulé deux indicateurs en fonction des différents paramètres physiques réels des fibres (qui s'écartent de la fibre idéale). Les deux indicateurs sont la *fidélité*, définie comme la fidélité du mode propre Brillouin principal, et la *sélectivité*, définie comme le rapport entre la valeur propre Brillouin principale et la plus grande des autres valeurs propres.

Pour effectuer ces calculs, nous avons exprimé la variation $\Delta C^{s(0)}$ du mode propre principal $\tilde{C}^s = C^{s(0)} + \Delta C^{s(0)}$ au premier ordre par rapport au conjugué en phase $C^{s(0)}$. $\Delta C^{s(0)}$ s'exprime facilement grâce à la méthode des perturbations avec les paramètres de la fibre et les indicateurs fidélité et sélectivité s'expriment en fonction de $\Delta C^{s(0)}$ ou des valeurs propres :

$$r = \frac{\left|\Delta C^{s(0)}\right|^2}{\left|C^{s(0)}\right|^2} \quad (6.130)$$

avec $f = \frac{1}{1+r}$ et

$$sel = \frac{\Lambda^{(0)}}{\Lambda^{(i)}} = 1 + \frac{\overline{KR}}{K_0\overline{R}} \quad (6.131)$$

Des critères ont été définis pour définir les limites d'une bonne conjugaison : $sel > 1.8$ ou $sel > 1.3$ selon que N est grand ou petit pour garantir une bonne sélectivité, et $r < 0.1$, soit $f > 0.9$ pour garantir une bonne fidélité du mode principal.

Nous avons ensuite développé les calculs pour différents cas de guide :

La fibre idéale a une fidélité parfaite, $r = 0$, et une sélectivité $sel = 2 - 1/N$ qui vérifie toujours les critères.

La fibre présentant des aberrations chromatiques qui limitent la longueur du régime moyen de conjugaison de phase. $\Delta\beta$ est non parfaitement nul dans la matrice conjugaison de phase PC. Les sélectivités et fidélités s'écrivent : $sel \approx 2 - \frac{\overline{\Delta\beta^2}L^2}{6} - \frac{1}{N}$ et $r \approx L^2\left[\frac{\mu^2}{4} + \frac{1}{4N^3}\sum_n \left|\sum_i \Delta\beta_{inin}\right|^2\right]$. L'application des critères permet de formuler la longueur limite entre les régime de conjugaison de phase et de fibre longue :

$$L_{ML} = \min\left\{\frac{0.8}{\sqrt{\overline{\Delta\beta^2}}} \quad , \quad \frac{0.6}{\sqrt{\frac{1}{N^3}\sum_n \left|\sum_i \Delta\beta_{inin}\right|^2}}\right\} \tag{6.132}$$

On en dégage un critère simplifié suffisant (car surestimé), différent dans le cas de la FSI et de la FGI. Cette longueur limite de fibre qui permet une conjugaison de phase s'écrit dans le cas de la FSI :

$$L < L_{ML}^{\text{suffisant}} = 0.6\frac{nc}{\pi O N^2 \Omega_B} \tag{6.133}$$

et dans le cas de la FGI :

$$L < L_{ML}^{\text{suffisant}} = 0.6\frac{4n^3 c}{\pi O N^4 \Omega_B} \tag{6.134}$$

La condition est moins restrictive dans le cas FGI car la longueur limite est de l'ordre de 240 fois plus importante.

La fibre présentant des déséquilibres de facteurs de recouvrement, c'est à dire dont le couplage entre les ondes Stokes et Pompe dépend des modes considérés. Dans ce cas, on a trouvé : $sel = 2 - \frac{1}{N}\frac{\overline{R_{ii}}}{\overline{R}}$ et $r = \frac{1}{N}\sum_n \frac{\left|\frac{2}{N}\sum_i (R_{in} - \overline{R}) + \frac{1}{N}(\overline{R_{ii}} - R_{nn})\right|^2}{\left|\overline{R} - \frac{1}{N}\overline{R_{ii}}\right|^2}$. Nous reprenons ce point dans le chapitre suivant.

Cas d'un déséquilibre de l'excitation des modes de Pompe : Si les différents modes de Pompe sont excités avec un déséquilibre d'écart type faible, alors $r \approx 2\sigma^2$ et $sel \approx 2 - \frac{1}{N} - N\sigma^2$. Après application des critères, il faut $\sigma < 0.3$ quelque soit N, ce qui est peu contraignant. Nous étudierons plus précisément dans le chapitre suivant le cas d'un faible nombre de modes excités et déséquilibrés.

Dégénérescence des constantes de propagation β dans la fibre. On suppose que le nombre de combinaisons dégénérées de modes N' est faible devant le nombre total de combinaison N^2, et la sélectivité est $sel \approx 2 - 2\frac{\sqrt{N'}}{N}$ et la fidélité $r \approx 4\frac{Sm}{S}\frac{N'}{N} + 4\frac{N'^2}{N^3}$.

Chapitre 7

Régime de Conjugaison de phase - Interprétation et résultats des simulations

Ce chapitre exploite les résultats analytiques du chapitre précédent. Nous y avions formulé directement les deux indicateurs utiles pour quantifier la qualité de la conjugaison de phase (la fidélité et la sélectivité) en fonction des différences entre les fibres réelles et la fibre idéale définie dans le paragraphe 6.2.1. Nous appliquons ici ces formules aux fibres classiques afin d'obtenir des ordres de grandeur et des règles simples. Nous essayons aussi dans la mesure du possible d'interpréter physiquement ces résultats numériques.

Dans le premier paragraphe 7.1, nous nous attachons aux effet en $\Delta\beta L$, qui sont à l'origine de l'annulation des coefficients d'accords de phase. Ensuite nous nous intéresserons dans 7.2 à l'effet du déséquilibre des facteurs de recouvrement, qui n'a pas la même importance dans la FSI et dans la FGI. Nous traiterons aussi du déséquilibre des modes excités par l'onde Pompe dans 7.3, et des dégénérescences des constantes de propagation β dans la fibre dans 7.4. Nous effectuerons alors des simulations avec l'ensemble des paramètres réels dans le paragraphe 7.5 afin de vérifier le comportement prévu dans les paragraphes précédents. Ensuite nous reviendrons sur les possibilités d'assouplir les différentes hypothèses de départ (7.7), avant de conclure sur la théorie de la conjugaison de phase dans les fibre (7.8).

7.1 Effet de l'annulation des coefficients d'accord de phase K_{inin} 188
7.1.1 Condition de désaccord de phase 188
7.1.2 Interprétations des aberrations chromatiques 191
7.1.3 Conclusion : annulation des coefficients d'accord de phase K_{inin} 199
7.1.4 Longueur limite de fibre 200
7.2 Effet du déséquilibre des facteurs de recouvrement R_{inin} 202
7.2.1 dépendance en V 203
7.2.2 Répartition du gain sur les modes 203
7.2.3 Conclusion : effet du déséquilibre des facteurs de recouvrement R_{inin} . . 205
7.3 Effet du déséquilibre de l'excitation 206
7.3.1 Excitation statistique 206
7.3.2 Excitation privilégiée de certains modes 207
7.3.3 Excitation d'un mode principal et de quelques sous-modes 207
7.3.4 Conclusion : qualité de conjugaison et injection 209
7.4 Effet des dégénérescences de la fibre 209
7.5 Simulations complètes de l'effet Brillouin dans les fibres 209

7.5.1 Conjugaison de phase par effet Brillouin dans la FSI 210
7.5.2 Conjugaison de phase par effet Brillouin dans la FGI 214
7.5.3 Étude de cas particuliers, répartition des modes Pompe et Stokes . . . 215
7.5.4 Conclusion sur les simulations 219
7.6 Rôle des dégénérescences 220
7.7 Élargissement des hypothèses 221
7.7.1 Prise en compte de la polarisation dans une fibre 223
7.7.2 Effet de la déplétion de l'onde Pompe 226
7.7.3 Effet du mélange de modes 227
7.8 Conclusion générale sur la conjugaison de phase dans les fibres multimodes 227
7.8.1 Formulation modale de l'effet Brillouin dans les fibres multimodes . . . 227
7.8.2 Séparation des termes de la matrice M 228
7.8.3 Régime de conjugaison de phase 230
7.8.4 Régime de fibre longue 231
7.8.5 Autres paramètres entrant en jeu 231

7.1 Effet de l'annulation des coefficients d'accord de phase K_{inin}

Dans ce paragraphe nous nous intéressons plus particulièrement au problème du désaccord de phase dans la fibre, c'est à dire des effets en $\Delta\beta L$ qui ont pour conséquence l'annulation des coefficients d'accord de phase K_{ijmn} dans la matrice PC, responsable de la conjugaison de phase.

Nous avons calculé dans un paragraphe précédent (6.2.2) un critère sur cet effet (6.77) :

$$L < L_{ML} = \min\left\{ \frac{0.8}{\sqrt{\overline{\Delta\beta^2_{PC}}}} \quad , \quad \frac{0.6}{\sqrt{\frac{1}{N^3}\sum_n \left|\sum_i \Delta\beta_{inin}\right|^2}} \right\} \tag{7.1}$$

où $\overline{\Delta\beta^2}$ est la moyenne des écarts $\Delta\beta^2 = \Delta\beta^2_{inin} = (\beta^p_i - \beta^p_n - \beta^s_i + \beta^s_n)^2$ dans la matrice PC, pour avoir respectivement une bonne sélectivité et une bonne fidélité du conjugué en phase. La longueur limite L_{ML} détermine la frontière entre les régimes de fibre de longueur moyenne et de fibre longue.

Nous allons appliquer les formules plus générales aux fibre classiques et les comparer à des critères simples, puis nous essayerons d'interpréter physiquement ce critère, et en particulier pourquoi nous pouvons le relier aux *aberrations chromatiques* de la fibre.

7.1.1 Condition de désaccord de phase

Critères simplifiés

Ces conditions avaient été récrites au premier ordre dans les cas de la FSI et de la FGI respectivement (6.85) et (6.91) :

$$L < L_{ML}^{\text{suffisant}} = 0.6\frac{2n}{ON^2\Delta k_0} \quad \text{pour la FSI} \tag{7.2}$$

$$L < L_{ML}^{\text{suffisant}} = 0.6\frac{8n^3}{ON^4\Delta k_0} \quad \text{pour la FGI} \tag{7.3}$$

La condition sur la longueur de la fibre apparaît donc comme moins stricte sur la FGI que sur la FSI. Ces critères surestimés simples proviennent de l'utilisation de l'inégalité évidente (6.84) : $\Delta\beta_{inin} < \Delta\beta_{max} = ON^2\Delta\beta_0/(2n)$ avec $\Delta\beta_0 = \frac{2\pi}{c}\Omega_B$. Ils sont suffisants mais non nécessaires.

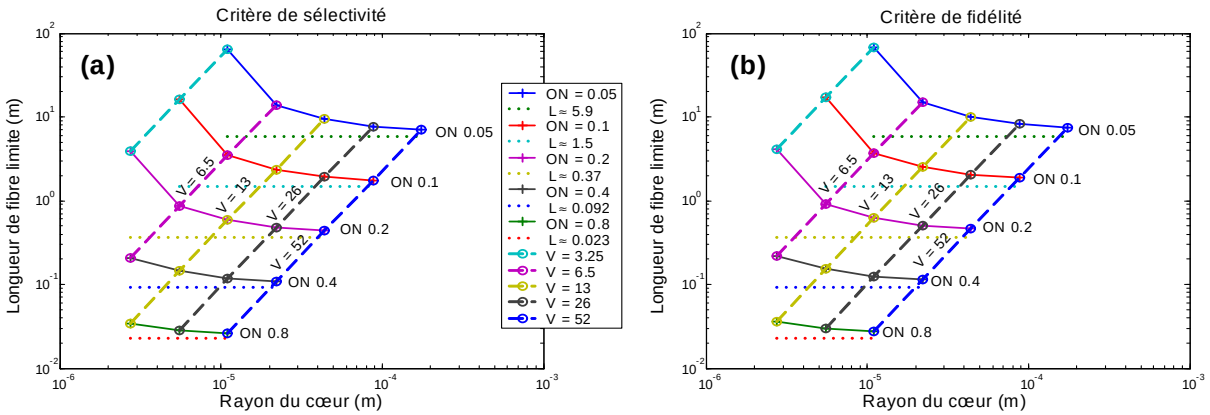


Fig. 7.1 – Longueur limite L_{ML} de la FSI pour des paramètres géométriques variées : (a) critère sur la sélectivité, (b) critère sur la fidélité. Les cas d'égale fréquence V et d'égale ouverture ON sont reliés par les trais. Les lignes horizontales pointillées montrent la limite simplifiée donnée par (7.2) et allégée d'un facteur 3.

Critères complets

Nous avons calculé numériquement les valeurs des différences $\Delta\beta_{inin}$ (pour tout couple $\{i, n\}$) pour une série de paramètres géométriques de fibre. Des FSI et une FGI d'ouverture numérique comprise entre $ON = 0.05$ et $ON = 0.8$ de rayon de coeur compris entre $R = 5.5\mu m$ et $R = 176\mu m$ ont été ainsi simulées. Les calculs ont été effectués dans la limite d'une fréquence de coupure $V < 55$ (au delà le nombre de modes devient trop important et le calcul numérique est impossible). Pour chaque géométrie de fibre (paramètres $\{ON, R\}$), nous avons calculé toutes les différences $\Delta\beta_{inin}$ puis la condition (7.1) qui donne une longueur maximale L_{ML} de fibre pour rester dans le régime de conjugaison de phase.

Les résultats sont tracés sur la figure 7.1 pour ce qui concerne la FSI. Les longueurs limites L_{ML} sont tracées en fonction du rayon du coeur de la fibre. En 7.1a, la condition sur la sélectivité (première équation dans (7.1)) et en 7.1b, la condition sur la fidélité (seconde équation dans (7.1)). Les valeurs des paramètres sont indiquées sur la droite de la figure. Le tableau 7.1 donne les valeurs de la fréquence de coupure $V = k_0 r ON$ dans les différents cas étudiés.

ON/Rayon	2.75	5.5	11	22	44	88	176
0.05			3.3	6.5	13.0	26.1	52.2
0.1		3.3	6.5	13.0	26.1	52.2	
0.2	3.3	6.5	13.0	26.1	52.2		
0.4	6.5	13.0	26.1	52.2			
0.8	13.0	26.1	52.2				

Tab. 7.1 – Valeurs de la fréquence de coupure V pour les différents paramètres de fibre simulés. Les calculs ont été effectué pour $V < 55$.

Le critère simplifié (7.2) est aussi un résultat de l'étude de Hellwarth (équ. 63 de [Hellwarth, 1978]). Il est obtenu en remplaçant toutes les différences $\Delta\beta_{inin}$ par leur valeur maximale $\Delta\beta_{max}$ et ne dépend que de l'ouverture numérique de la fibre. Il est bien sûr surestimé (longueur limite trop petite). Nous voyons sur cette figure que les géométries de fibre *d'égale ouverture numérique* ne sont pas alignées horizontalement (donc ne donnent pas la même longueur limite L_{ML}) : le critère simplifié est trop approximatif. Nous avons ajouté sur la figure en pointillé la longueur limite calculée avec le critère simplifié (7.2) divisé par 3 pour les différentes ouvertures. Ce

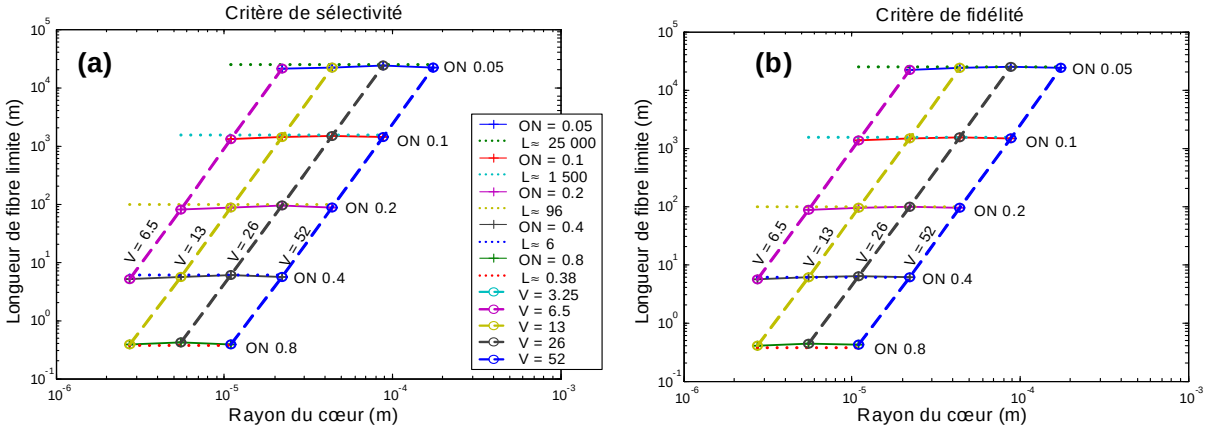


Fig. 7.2 – Longueur limite L_{ML} de la FGI pour des paramètres géométriques variées : (a) critère sur la sélectivité, (b) critère sur la fidélité. Les cas d'égale fréquence V et d'égale ouverture ON sont reliés par les trais. Les lignes horizontales pointillées montrent la limite simplifiée donnée par (7.2) et allégée d'un facteur 15.

facteur 3 est estimé empiriquement au vue de la figure et semble être une bonne évaluation de la correction à apporter au critère simplifié pour $V = 52$.

Remarquons que les conditions en sélectivité et en fidélité sont très proches. Remarquons aussi que les fibres d'égale fréquence de coupure V sont alignées sur une même droite. On sait qu'une fréquence de coupure $V = k_0 RON \approx k_0 R\sqrt{2n\Delta n}$ fixe impose l'ensemble des b des modes donc l'ensemble des $\beta = k_0\sqrt{n_g^2 + b(n_c^2 - n_g^2)} \approx k_0 n(1 + b\Delta n/n)$ (B.33) pour la fibre. On en déduit que $\Delta\beta_{inin} \propto \Delta n$ puis $\overline{\Delta\beta^2} \propto \Delta n^2$, $L_{ML} \propto 1/\sqrt{\overline{\Delta\beta^2}} \propto 1/\Delta n \propto R^2/V^2$, d'où la droite de pente 2 sur la figure. On en déduit que la puissance requise pour la conjugaison d'un faisceau comportant N modes ne peut être diminuée en augmentant la longueur de la fibre : en effet, la puissance Pompe au seuil de l'effet Brillouin vérifie :

$$P_{th} = \frac{21\pi R^2}{g_B L} > \frac{21\pi R^2}{g_B L_{ML}} \propto \frac{21\pi}{g_B} V^2 \tag{7.4}$$

ce qui donne une puissance seuil minimale pour la conjugaison de phase dans toutes les FSI de fréquence V fixée.

La figure 7.2 montre quant à elle les longueurs limites L_{ML} dans le cas de la FGI, et pour les mêmes paramètres de rayon de coeur et d'ouverture numérique. Les longueurs limites sont de deux à trois ordres de grandeur plus élevées. Remarquons que dans ce cas les géométries de fibre *d'égale ouverture numérique* sont alignées, ce qui signifie que le critère simplifié (7.3) est cette fois valable (à un facteur près) pour tous les diamètres de coeur. Le facteur correctif est comme dans le cas de la FSI un choix empirique qui superpose le critère avec les courbes : il vaut ici 4. Nous avons ajouté en pointillé ce critère simplifié (7.3) divisé par 4.

En prenant en compte ces facteurs correctifs, nous pouvons récrire les critères simples corrigés :

$$L < L_{ML} \approx \frac{3.6n}{ON^2\Delta k_0} \quad \text{pour la FSI} \tag{7.5}$$

$$L < L_{ML} \approx \frac{19n^3}{ON^4\Delta k_0} \quad \text{pour la FGI} \tag{7.6}$$

Valables pour la FSI avec des fréquences de coupure supérieures à $V \approx 13$ et pour la FGI dans tous les cas.

Dans les cas qui nous intéressent, c'est dire $V \approx 50$ et $ON \approx 0.2$, la longueur limite théorique est $L_{ML} = 0.4m$ pour la FSI et $L_{ML} = 100m$ pour la FGI. Ces conditions sont valables dans le cas des hypothèses énoncées plus haut, c'est à dire dans les conditions du seuil Brillouin et du régime CW. Les longueurs de fibre fibre publiées dans la littérature sont souvent légèrement plus longues (quelques mètres au lieu de $0.4m$), mais de même ordre de grandeur. Plusieurs cas peuvent justifier cette différence, il faut alors étudier la répartition des ondes Pompe et Stokes dans la fibre.

1. - en cas d'absorption importante, la longueur effectivement utile pour l'effet est plus courte,
2. - en régime impulsionnel, les régimes transitoires utilisent des longueurs efficaces plus courtes.

En cas de haute réflectivité, Suni a observé en 1987 [Suni et Falk, 1987] dans un guide de longueur $60cm$ la fidélité de la conjugaison de phase en fonction de la réflectivité du miroir. Il a observé des comportements opposés : la fidélité baisse toujours avec l'augmentation de la réflectivité quand le guide est neuf (parois faiblement diffusantes) mais augmente ou baisse avec l'augmentation de la réflectivité quand le guide est usé (parois diffusantes). Ce résultat porte à croire que la répartition de la diffusion Brillouin spontanée le long de la fibre joue sur la fidélité. Or le modèle étudié dans cette thèse ne considère que l'amplification des photons émis en fin de fibre et un calcul simple (5.2.4) montre alors que la déplétion de l'onde Pompe dans la fibre ne modifie pas les résultats de la simulation de la fidélité. Il est possible que ce modèle devienne incorrect en cas de haute réflectivité et nécessite une prise en compte de l'émission répartie le long de la fibre.

7.1.2 Interprétations des aberrations chromatiques

Nous nous proposons ici d'interpréter physiquement ce qu'il se passe quand la fibre devient trop longue et les raisons de la chute de la fidélité et de la sélectivité. Nous présentons d'abord l'interprétation mathématique en termes de matrice et de régime de longueur, puis l'interprétation des réseaux d'indice qui interfèrent et se déphasent avec la longueur et enfin l'interprétation par la superposition des grains de speckle dans la fibre. Ces deux interprétations physiques sont originales.

Disparition de la matrice PC

Le défaut que nous appelons ici *annulation des coefficients d'accord de phase* a pour origine le fait que les différences $\Delta\beta_{inin}$ ne sont pas tout à fait nulles. Rappelons que nous avons séparé dans le paragraphe 5.5 les termes de la grande matrice M en trois catégorie : $\Delta\beta = 0$, $\Delta\beta \approx 0$ et $\Delta\beta \neq 0$ qui ont respectivement été stockés dans les matrices BC, PC et U. Nous avons également défini trois régimes de longueur de fibre, où seule une partie de ces matrices interviennent, comme indiqué sur le tableau 5.1 et reproduit sur 7.2. Le régime de conjugaison de phase qui nous intéresse est le régime de longueur moyenne où $M = BC + PC$ et la matrice U est négligée car ses termes sont très faibles. Les termes de la matrice PC, matrice indispensable à la conjugaison, varient en $\frac{1}{\Delta\beta_{inin}L}$ (5.43). Lorsque la longueur de la fibre augmente, les termes de la matrice PC diminuent. A la limite, la matrice PC s'annule complètement. La condition (7.1) $L_{ML} \approx \frac{0.8}{\sqrt{\Delta\beta_{PC}^2}}$ traduit le maintien des termes de la matrice PC au niveau de ceux de la matrice BC. L'annulation des coefficients d'accord de phase correspond donc aussi au passage du régime de fibre moyenne au régime de fibre longue.

Régime de longueur	Termes utiles
courte	$M = BC + PC + U$
moyenne	$M = BC + PC$
longue	$M = BC$

Tab. 7.2 – Termes de M utiles

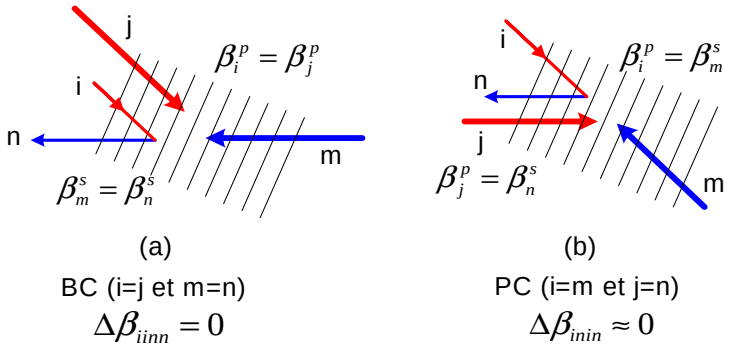


Fig. 7.3 – Deux principales catégories de termes dans M (a) $\Delta\beta_{iinn} = 0$ termes de BC, ou réflexion directe de l'onde Pompe i sur le réseau « Pompe i - Stokes n » (b) $\Delta\beta_{inin} \approx 0$ termes de PC : réflexion de l'onde Pompe i sur le réseau « Pompe n - Stokes i ». Le réseau est représenté en angle par simplicité mais dans la fibre l'adaptation se fait par le pas du réseau.

Déphasage des réseaux acoustiques

Ici nous donnons une explication sous forme de superposition de petits réseaux acoustiques de cette condition. Rappelons la formulation du gain sur le mode Stokes n (5.18) :

$$\frac{dc_n^s(z)}{dz} = \frac{3\omega_s^2}{4ic^2}\chi^{(3)}_{\Omega_B}\frac{1}{\beta_n^s}\sum_{i,j,m} R_{ijmn}c_i^p c_j^{*p} c_m^s(z)e^{i(\beta_i^p-\beta_j^p-\beta_m^s+\beta_n^s)z} \tag{7.7}$$

où le terme $\left[R_{ijmn}c_i^p c_j^{*p} c_m^s(z)e^{i(\beta_i^p-\beta_j^p-\beta_m^s+\beta_n^s)z}\right]$ représente la diffraction de l'onde Pompe i sur le réseau créé par les ondes Pompe et Stokes j et m vers l'onde Stokes n. Les termes intéressants sont triés et classés dans deux matrices BC et PC. Les termes de BC vérifient $\Delta\beta = 0$ soit $i = j$ et $m = n$ et les termes de PC vérifient $\Delta\beta \approx 0$ soit $i = m$ et $j = n$. Ils ont été représentés sur la figure 5.2 et sont reproduits respectivement sur les figures 7.3a et 7.3b.

Les ondes acoustiques, ou réseaux de Bragg représentés sur la figure 7.3 proviennent des figures d'interférences formulées dans chaque terme de (7.7) et qui s'écrivent :

$$c_j^{*p}c_m^s(z)e^{-i(\beta_j^p+\beta_m^s)z} \tag{7.8}$$

Dans les deux cas particuliers qui nous intéressent et sont représentés sur la figure 7.3 :

$$\Delta\beta_{iinn} = 0 \quad \rightarrow \quad c_i^{*p}c_n^s(z)e^{-i(\beta_i^p+\beta_n^s)z} \tag{7.9}$$

$$\Delta\beta_{inin} \approx 0 \quad \rightarrow \quad c_n^{*p}c_i^s(z)e^{-i(\beta_n^p+\beta_i^s)z} \tag{7.10}$$

Ces deux figures d'interférence ont des pas proches : $\beta_i^p + \beta_n^s$, et $\beta_n^p + \beta_i^s$. Elles ont aussi une différence de phase $phase(c_i^{*p}c_n^s) - phase(c_n^{*p}c_i^s)$. Dans le cas particulier de la conjugaison de phase on a $c_i^s = c_i^{*p}$ et la différence de phase est nulle : les figures d'interférence sont superposées en début de fibre ($z = 0$).

Cette superposition des figures d'interférences puis des réseaux engendrés correspond au doublement du gain pour une onde Stokes conjuguée en phase. Cette idée est introduite par Suni en 1986 [Suni et Falk, 1986]. Lorsqu'il n'y a pas conjugaison de phase, les deux figures d'interférence, donc les deux réseaux engendrés n'ont pas de raison d'être superposés, les ondes réfléchies par les deux réseaux s'additionnent de manière *incohérente*. Le gain est simple. En revanche, lorsque les champs sont mis en phase, les figures d'interférence et les réseaux acoustiques engendrés sont superposés. Les ondes réfléchies par les deux réseaux sont alors en phase et s'additionnent de manière *cohérente* : l'intensité réfléchie par deux réseaux en phase est deux fois plus importante que l'intensité réfléchie par deux réseaux déphasés aléatoirement. Il y a *doublement du gain* par la superposition des réseaux.

Néanmoins, la différence de pas des réseaux est non nulle : il y a par exemple une différence de fréquence spatiale $\Delta\beta_{nini} = (\beta_n^p + \beta_i^s) - (\beta_i^p + \beta_n^s)$ entre les réseaux créés d'une part par les interférences « Pompe i - Stokes n » et d'autre part par les interférences « Pompe n - Stokes i ». Ces deux réseaux sont décalés d'une frange quand $\Delta\beta_{nini} L = \pi$. Il en découle une longueur limite favorisant le conjugué en phase par doublement du gain :

$$L < \frac{\pi}{\max_{i,n} \Delta\beta_{nini}} \tag{7.11}$$

Cette condition est équivalente au critère simplifié issu des conditions de sélectivité et de fidélité (7.1). Ainsi la superposition de ces réseaux d'interférence (et acoustiques) doublent le gain Brillouin pour une onde Stokes conjuguée en phase. La longueur limite de la fibre peut être vue comme la longueur de superposition de ces réseaux acoustiques, de pas légèrement différents.

Figure de Speckle dans la FSI

Revenons à l'explication en intensité de Zel'dovich (paragraphe 4.3) : d'après ce modèle simple, le gain Brillouin est doublé pour une onde Stokes conjuguée en phase car les figures de Speckle Pompe et Stokes sont alors superposées. La même explication peut être utilisée dans la fibre : les ondes Pompe et Stokes constituent deux figures de Speckle, dont le champ local est la somme des champs des différents modes de fibre excités.

La FSI en régime de fibre moyenne La figure 7.4 montre une simulation de ces figures de speckle Pompe (1ère ligne) et Stokes (2ème ligne) à l'intérieur d'une fibre en coupe transverse le long de l'axe. La fibre simulée est une FSI ($V = 13$, $R = 11\mu m$, $ON = 0.2$) de longueur $L = 10cm$. Les trois lignes d'images représentent respectivement l'intensité de l'onde Pompe, l'intensité de l'onde Stokes, et la somme des intensités Pompe (en rouge) et Stokes (en vert) sur deux couleurs différentes. La première colonne représente l'intensité des ondes sur la face d'entrée de la fibre, et les cinq colonnes de droite, l'intensité du speckle sur des coupes longitudino-transverses du coeur (pour 5 positions différentes le long de l'axe de la fibre). La dimension des trois images de la surface du coeur est deux fois le diamètre $2R = 22\mu m$ du coeur. La dimension des 15 images de coupe est $dz = 1mm$ (largeur) et le double du diamètre du coeur (hauteur). Les 5 coupes de fibre qui sont montrées sont situées : au début de la fibre ($z = [0, 1mm]$), après $L/10$ ($z = [L/10, L/10 + 1mm]$), après $L/2$, après $3L/4$ et en fin de fibre.

Le speckle est montré en fausses couleurs pour les ondes Pompe et Stokes. Dans la seconde ligne, l'intensité de l'onde Stokes est calculée comme la somme incohérente des modes propres Brillouin qui subissent leur gain linéique respectif $\gamma^{(i)}$, proportionnel à la valeur propre :

$$P_s(z) \quad = \quad \sum_i P_s^{(i)}(0) \cdot e^{-\gamma^{(i)} z} \tag{7.12}$$

C'est pourquoi en fin de fibre, tous les modes propres Brillouin ont une intensité similaire ($1 photon/seconde$ par exemple) car ils sont injectés par une puissance équivalente de bruit. Le mode propre Brillouin conjugué en phase, qui a un gain linéique deux fois plus élevé, se distingue nettement de ses concurrents vers la moitié de la fibre. En début de fibre, les autres modes propres sont négligeables. La troisième ligne contient sur trois couches de couleur différentes :

- l'intensité de l'onde Pompe sur la voie rouge,
- l'intensité de l'onde Stokes issue du mode propre Brillouin principal (idéalement le conjugué en phase de l'onde Pompe) sur la voie verte,
- et l'intensité de l'ensemble des autres modes propres Brillouin sur la voie bleue.

Les intensités de la voie rouge (Pompe) et de la somme des voies verte et bleue (ensemble des modes propres Brillouin) sont normalisées. En fin de fibre, on ne voit que l'onde Pompe en rouge et la somme incohérente des différents modes propres Brillouin. Dès le milieu de la fibre et jusqu'au début de la fibre, les modes Brillouin incohérents (en bleu) ont disparu et seules subsistent les figures de speckle de l'onde Pompe et de l'onde Stokes. Ici la conjugaison est excellente : le mode propre Brillouin principal est l'onde conjuguée en phase de l'onde Pompe. Les figures de speckle pompe et Stokes sont donc superposées et prennent la couleur commune rouge+vert=jaune.

La sélectivité peut être ici visualisée comme la vitesse avec laquelle le mode propre Brillouin principal prend le dessus sur les autres modes propres Brillouin. On rappelle que la sélectivité est le rapport entre la valeur propre principale et la seconde valeur propre. Si la sélectivité est proche de 1, le mode propre principal en vert n'est pas favorisé et l'onde Stokes en sortie de fibre sera une somme incohérente des modes propres Brillouin. Dans l'idéal, la sélectivité se rapproche de 2, auquel cas la puissance du mode propre principal est déjà 190 fois plus importante que la puissance des autres modes propres à la moitié de la fibre. Ce rapport monte à 36000 en début de fibre. C'est le cas ici : la sélectivité de la conjugaison de phase est très bonne.

La fidélité quant à elle peut être visualisée comme la ressemblance entre les figures de Speckle de l'onde Pompe et de l'onde Stokes principale : en effet, deux figures de mode en intensité d'une fibre ne sont identiques que si les modes ont les même amplitude et phase. Ici les deux figures de Speckle sont superposées, ce qui traduit l'excellent fidélité de la conjugaison de phase.

La FSI en régime de fibre courte La figure 7.5 montre les mêmes informations pour trois longueurs de fibre. Lorsque celle-ci est plus petite ou de l'ordre de la taille du gain de speckle ($10\mu m$ sur 7.5a), le conjugué disparaît. En effet, les modes n'ont pas pu se propager et seule l'intensité locale sur la surface d'entrée définit la réflectivité. La taille longitudinale du grain de speckle est liée à l'ouverture numérique et correspond à une distance à partir de laquelle les oscillations en $e^{i\beta z}$ se décalent de 2π pour les différents modes, soit $\Delta z = \frac{2\pi}{\Delta\beta_{max}}$. De plus, dans la FSI, on écrit $\Delta\beta_{max} = k_0(n_c - n_g)$ d'où :

$$\Delta z = \frac{2\pi}{\Delta\beta_{max}} = \frac{2n\lambda}{ON^2} \tag{7.13}$$

et ici on a avec $ON = 0.2$, $\Delta z \approx 80\mu m$. Les cas représentés sur 7.5b et 7.5c correspondent à des longueurs plus importantes que la taille du grain de speckle : $550\mu m$ et $1.6mm$ respectivement (quelques grains et quelques dizaines de grains de speckle). Le conjugué apparaît à partir de quelques grains et se stabilise à partir de quelques dizaines de grains de speckle. Ces longueurs de fibre ne sont pas réalistes mais permettent de comprendre comment la sélection du conjugué se fait. Le passage de la figure 7.5b à la figure 7.5c montre la transition entre le régime de fibre courte et le régime de fibre moyenne.

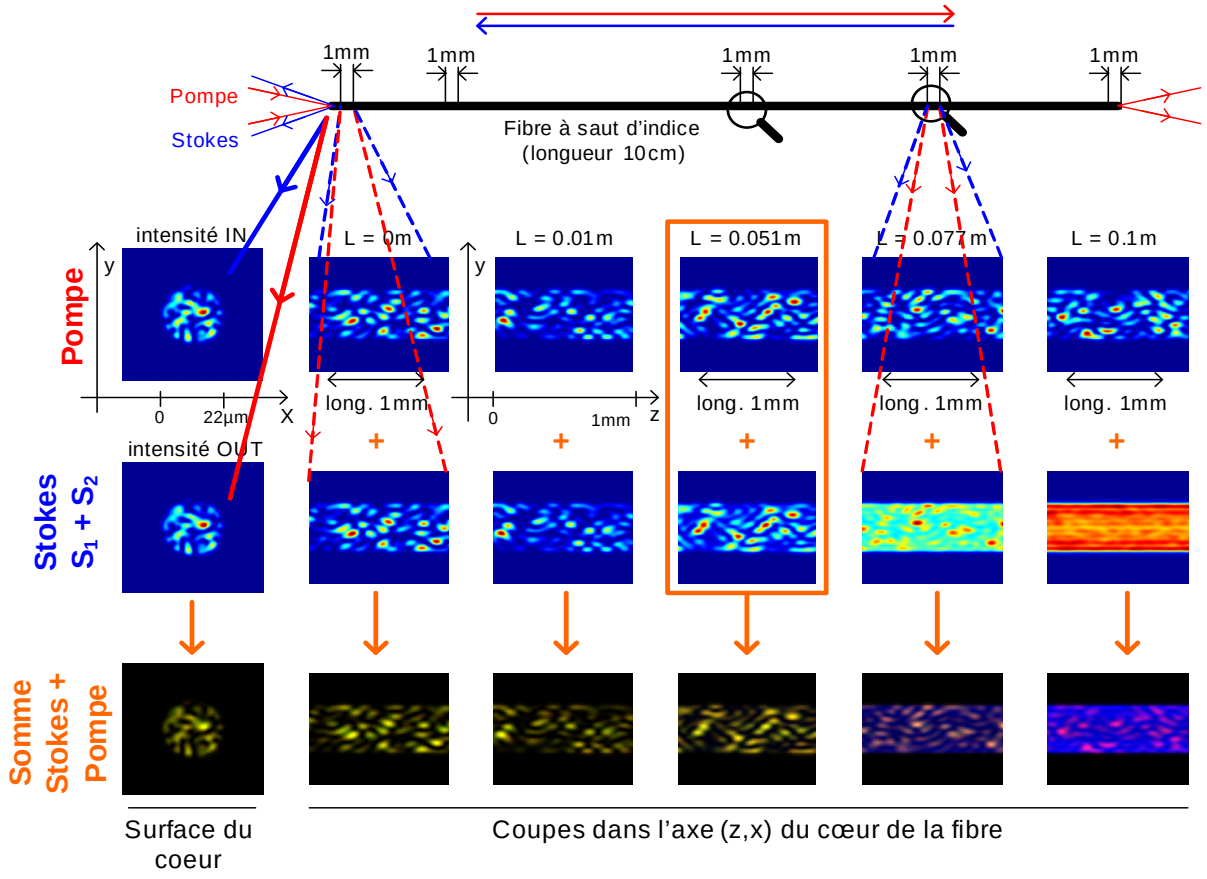


Fig. 7.4 – Figures de mode en entrée de fibre (colonne de gauche) et coupe longitudino-transverse des figures de speckle en différents points de la fibre (5 colonnes de droite) pour l'onde Pompe (ligne supérieure), l'onde Stokes (ligne intermédiaire) et la somme Pompe et Stokes sur trois voies distinctes (ligne inférieure). La simulation est effectuée avec une FSI de diamètre de coeur $22\mu m$, d'ouverture 0.2 et de longueur $0.1m$.

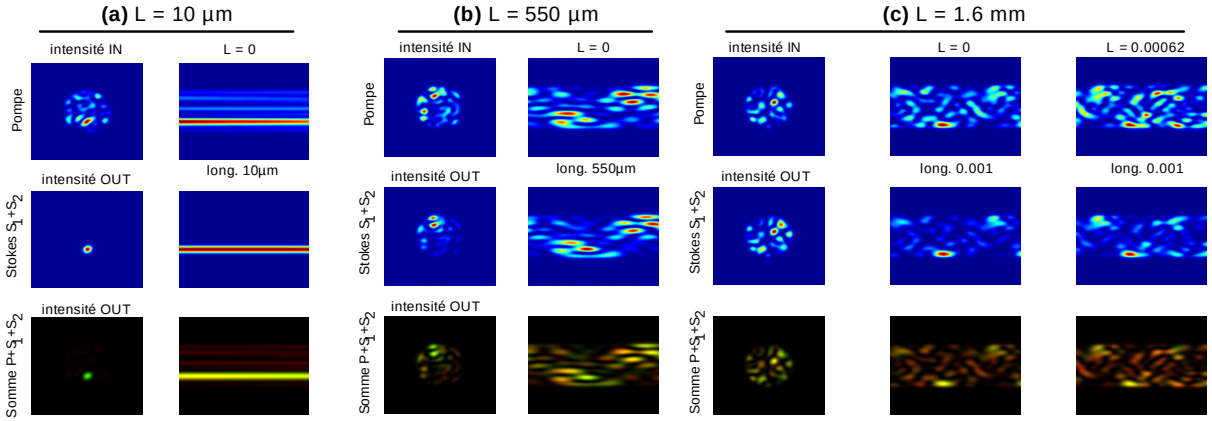


Fig. 7.5 – Coupes des figures de Speckle pour une FSI de longueurs respectives $10\mu m$, $0.5mm$ et $1.6mm$. Lorsque la fibre est plus courte que la taille d'un grain de speckle (environ $100\mu m$), seul le grain le plus brillant est réfléchi. A partir de quelques grains, le conjugué apparaît et se stabilise à partir de quelques dizaines de grains.

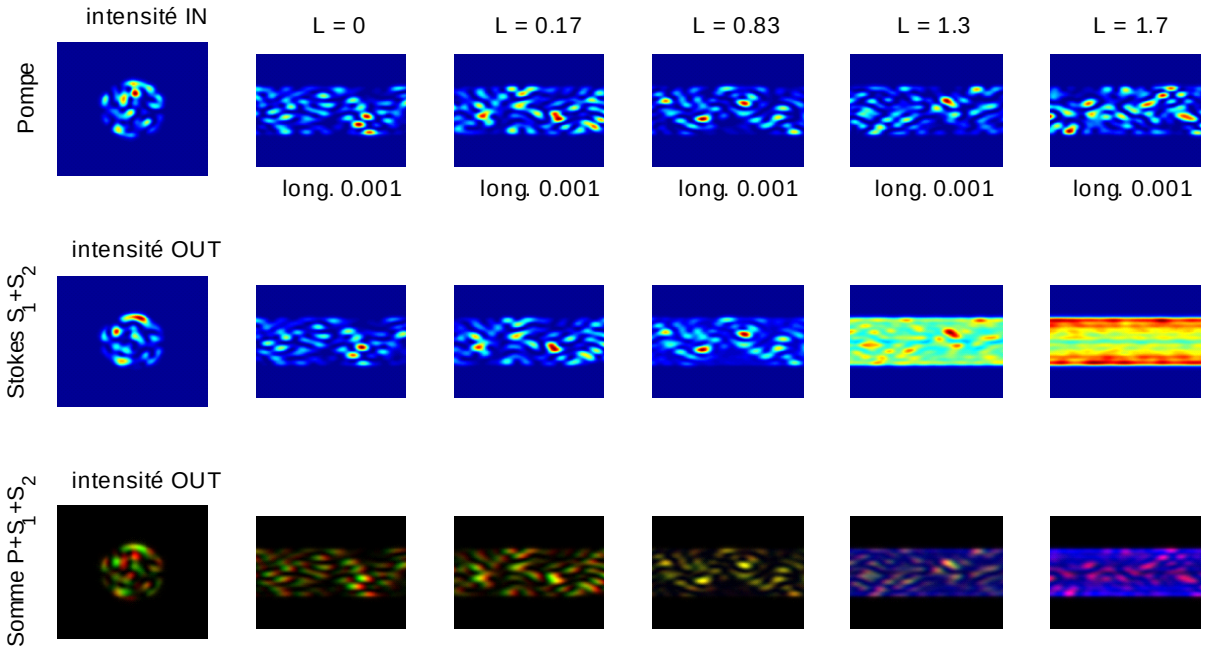


Fig. 7.6 – Coupes des figures de Speckle pour la même FSI de longueur $L = 1.67m$

Transition du régime moyen au régime long dans La FSI La figure 7.6 montre le speckle dans une fibre de $1.7m$. Les figures de speckle Pompe et Stokes sont visiblement similaires, mais légèrement décalées en début et en fin de fibre. Ce décalage est remarquable sur la troisième ligne : en début de fibre, les couches rouge (Pompe) et verte (Stokes) sont légèrement décalées, en fin de fibre, le décalage est inversé et de même amplitude, et au centre de la fibre, les deux figures de speckle sont superposées. La taille d'un grain de speckle est proportionnelle à la longueur d'onde dans une FSI. Or les longueurs d'onde Pompe et Stokes, donc les tailles grains de speckle sont légèrement différentes : $\Delta\Delta z/\Delta z = \Delta\lambda/\lambda = 10^{-5}$ où Δz est la longueur du grain. Le gain Brillouin est maximal en cas de superposition de ces deux figures de speckle : la figure de speckle Stokes va donc naturellement se centrer sur la fibre. La fidélité de la conjugaison de phase est bonne au centre de la fibre, mais n'est dans cette simulation plus que de 0.52 en entrée de fibre. La mauvaise fidélité en entrée de fibre est donc explicable par les *aberrations chromatiques* de la première moitié de la fibre : les deux longueurs d'onde ne se propagent pas de la même manière dans le coeur de la fibre, et le déphasage entre les différents modes n'est pas conservé.

La FSI en régime de fibre longue La figure 7.7 montre le cas d'une fibre de longueur $3.4m$. Les figures de Speckle sont superposées au centre de la fibre, mais sont complètement décalées en début de fibre : la fidélité simulée vaut ici 0.1. La sélectivité chute également : la couche bleue est visible au centre de la fibre sur la troisième ligne, ce qui signifie que le rapport du gain du mode propre Brillouin principal aux gains des autres modes a baissé. En effet, il ne vaut que 1.11 contre 1.52 dans le cas de la FSI de longueur $1.6m$: le mode propre Brillouin principal n'est pas franchement favorisé devant les autres modes propres Brillouin. Néanmoins, rappelons que nous sommes dans l'hypothèse du seuil : l'amplification est exponentielle et l'onde Pompe n'est pas déplétée. En cas de déplétion de l'onde Pompe, l'écart entre le mode propre Brillouin principal et les autres peut se creuser. Enfin, la figure 7.8 montre le cas d'une fibre de $30m$. Nous avons vu dans le cas précédent que la longueur de superposition des figures de speckle Pompe et Stokes est de l'ordre de $3m$. Quelle que soit la configuration de mode de l'onde Stokes, sa figure de speckle ne pourra se superposer à celle de l'onde Pompe sur plus d'un dixième de la fibre.

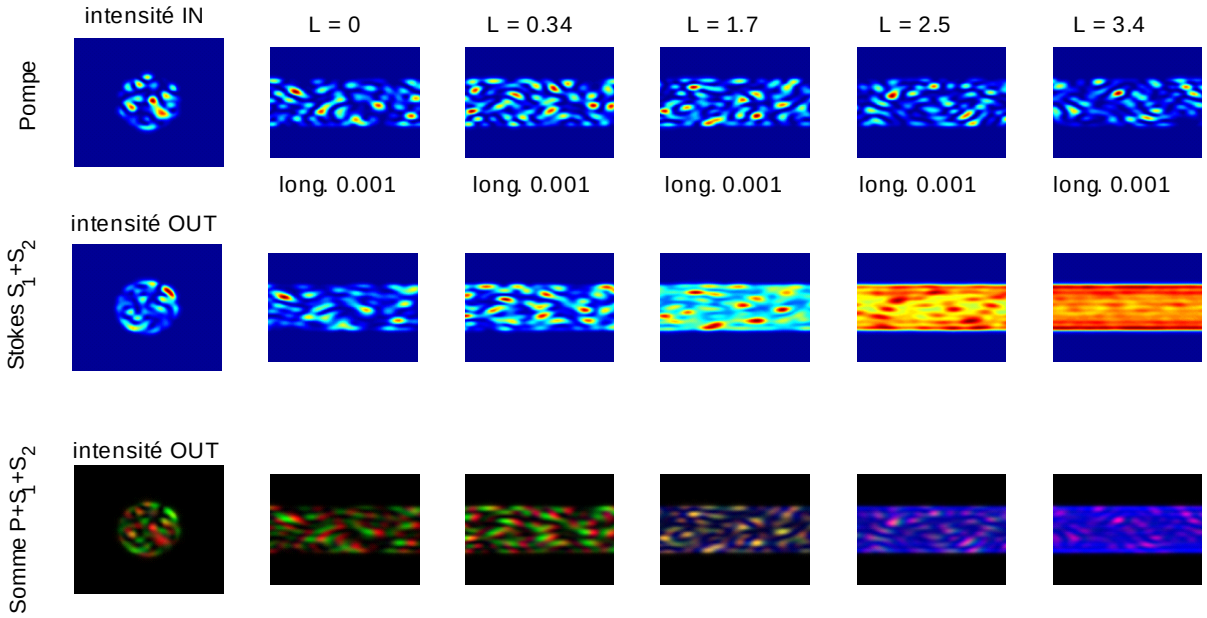


Fig. 7.7 – Coupes des figures de Speckle pour la même FSI de longueur $L = 3.4m$

La fidélité du mode propre Brillouin principal chute ici à 8%, et sa sélectivité à 1.02 : le mode propre Brillouin principal voit un gain intégré supérieur de 50% aux autres modes propres, il n'est pas favorisé. Ainsi, tous les modes propres Brillouin ont un gain similaire, ils s'additionnent donc de manière incohérente en début de fibre : on s'attend à avoir au seuil une onde Stokes incohérente, mélange de tous les modes de la fibre.

Longueur	Fidélité	Sélectivité
$10\mu m$	0.20	1.53
$0.5mm$	0.86	1.34
$1.6mm$	0.93	1.49
$0.1m$	0.98	1.59
$1.6m$	0.52	1.52
$3.4m$	0.10	1.11
$30m$	0.08	1.018

Tab. 7.3 – Valeurs de fidélité et sélectivité pour les différentes longueurs de fibre présentées.

Le tableau 7.3 résume les résultats numériques des simulations présentées sur les différentes figures précédentes.

Conclusion : critère simple Avec cette vision des grains de speckle, nous avons vu que la conjugaison de phase dans la fibre se passe correctement dans un intervalle de longueur de fibre compris entre quelques dizaines de grains de speckle et la longueur de superposition des grains de speckle Pompe et Stokes. Calculons cette période de superposition dans le cas de la FSI. Les grains de speckle ont pour taille

$$\Delta z_p = \frac{2n\lambda_p}{ON^2} \tag{7.14}$$

$$\Delta z_s = \frac{2n\lambda_s}{ON^2} \tag{7.15}$$

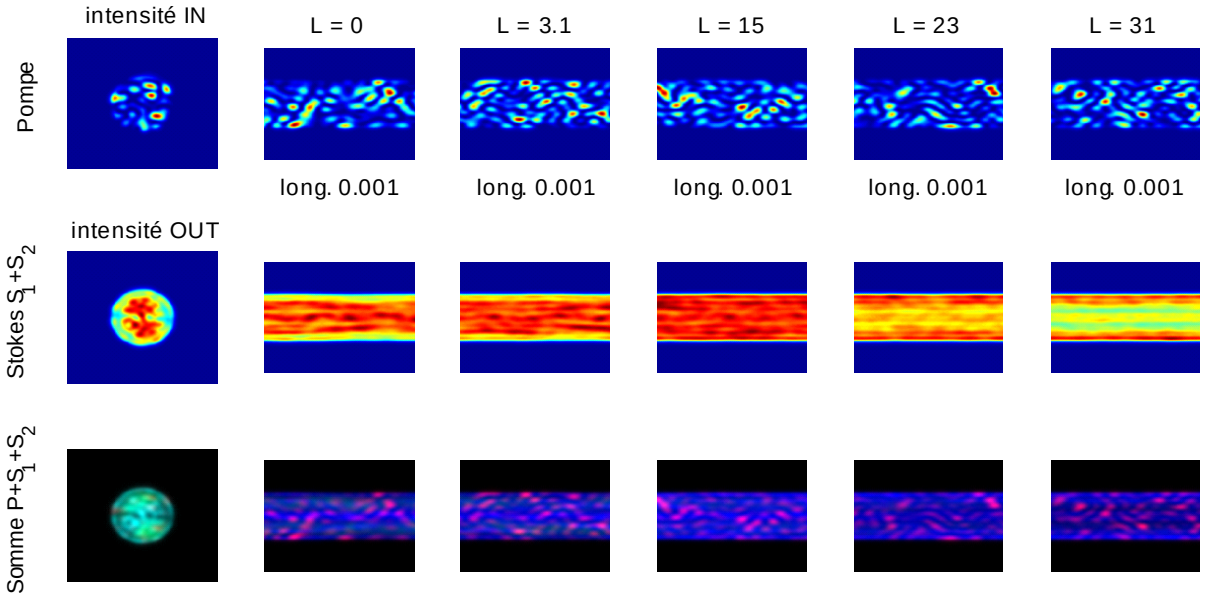


Fig. 7.8 – Coupes des figures de Speckle pour la même FSI de longueur $L = 30m$

Les figures de speckle sont complètement décalées après une longueur $L_{dephasage}$ telle que $L_{dephasage} = N\Delta z_s = (N+1)\Delta z_p$:

$$L_{dephasage} = \frac{\Delta z^2}{\Delta z_s - \Delta z_p} = \frac{2n\lambda^2}{\Delta\lambda ON^2} = \frac{4n\pi}{\Delta k_0 ON^2} \tag{7.16}$$

La condition sur la longueur de la fibre pour avoir une bonne conjugaison de phase s'écrit alors $10\Delta z_p < L < L_{dephasage}$:

$$\frac{2n\lambda}{ON^2} < L < \frac{4n\pi}{\Delta k_0 ON^2} \tag{7.17}$$

Ces bornes inférieure et supérieure sont calculées pour quelques valeurs d'ouverture sur le tableau 7.4. Elles correspondent aux limites entre les régime court et moyen, et entre les régime moyen et long respectivement et sont à rapprocher aux valeurs précédentes calculées pour L_{CM} (5.106) et L_{ML} (7.2). La borne inférieure est la même à un facteur 1.5 près. La borne supérieure est 10 fois plus élevée que critère simple suffisant de (7.2), et 3 fois plus élevée que le critère corrigé (7.5) (qui reste le plus précis, car il correspond à $r < 0.1$).

Ouverture	Borne inférieure	Borne supérieure
0.05	$1.3mm$	$21m$
0.1	$0.3mm$	$5.3m$
0.2	$80\mu m$	$1.3m$
0.4	$20\mu m$	$0.33m$

Tab. 7.4 – Bornes inférieure et supérieure du régime de conjugaison de phase d'après l'interprétation du Speckle, issues de (7.17), pour les différentes ouvertures de FSI.

Ainsi cette vision par grain de speckle permet d'une part d'interpréter la conjugaison de phase comme une superposition de figures de Speckle Pompe et Stokes, et d'autre part de voir les aberrations chromatiques de la fibre comme élément limitant la longueur de fibre utilisable.

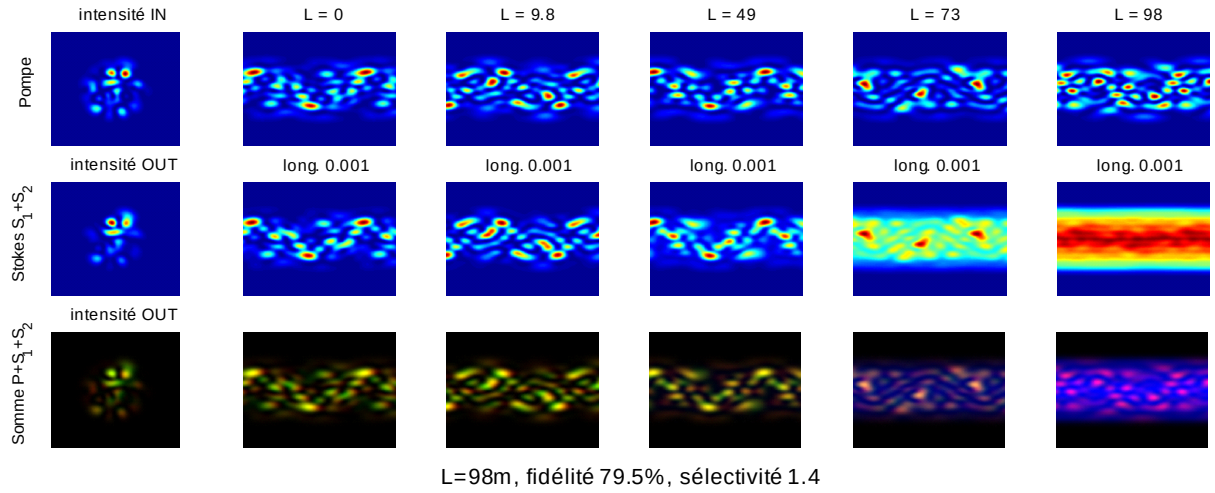


Fig. 7.9 – Coupes des figures de speckle pour une FGI $V = 19$ et $L = 100m$

Figures de speckle dans la FGI

La FGI en régime de fibre moyenne La figure 7.9 montre le speckle dans une FGI de fréquence $V = 19$ et de longueur $L = 100m$. Même pour une telle longueur, les figures de speckle des ondes Pompe et Stokes sont correctement superposées : en effet, la particularité de la FGI est que la différence entre les constantes de propagation ne dépend pas de la longueur d'onde. Ainsi, les tailles des grains de speckle pour les ondes Pompe et Stokes sont égales au premier ordre. Les aberrations chromatique à l'ordre supérieur n'apparaissent qu'à partir de $100m$. Aussi, cette simulations montre que la conjugaison n'est pas mauvaise, avec une fidélité de 80% et une sélectivité de 1.4. Néanmoins, remarquons sur la figure d'intensité que les modes d'ordre élevé ont disparu (en bordure de coeur). Nous remarquons également que les grains de speckle sont moins « nets » dans l'onde Stokes que dans l'onde Pompe, du fait que moins de modes y participent.

La FGI en régime de fibre longue La fibre montrée sur la figure 7.10 a une longueur $L = 1km$. Les modes d'ordre supérieur ont disparu, et seuls certains modes d'ordre faibles sont réfléchis : il s'agit des modes d'ordre faibles les plus injectés. La fidélité chute à 4%.

Conclusion : un critère simple un raisonnement similaire à celui utilisé dans le cas de la FSI permet de retrouver le critère simple limitant la longueur de la fibre en raison des aberrations chromatique. En réalité, ce problème des aberrations chromatiques laisse place, dans la FGI, à un autre problème : le déséquilibre des facteurs de recouvrement, qui défavorisent les modes d'ordre élevé devant les modes d'ordre faible. C'est ce que nous allons étudier maintenant.

7.1.3 Conclusion : annulation des coefficients d'accord de phase K_{inin}

Nous avons proposé plusieurs interprétations physiques de l'effet de l'annulation des coefficients d'accord de phase K_{inin} : dans l'interprétation mathématique, la chute des coefficients K_{inin} entraîne la chute de la matrice PC qui est à l'origine de la conjugaison. L'interprétation des réseaux quant à elle attribue le doublement du gain à la superposition du réseau créé par la combinaison « Pompe i - Stokes n » et de celui créé par la combinaison « Pompe n - Stokes i ». La longueur limite de la fibre est liée à la différence de pas entre ces deux réseaux : il ne peuvent être superposés que sur une longueur limitée de la fibre. Enfin, l'interprétation avec les

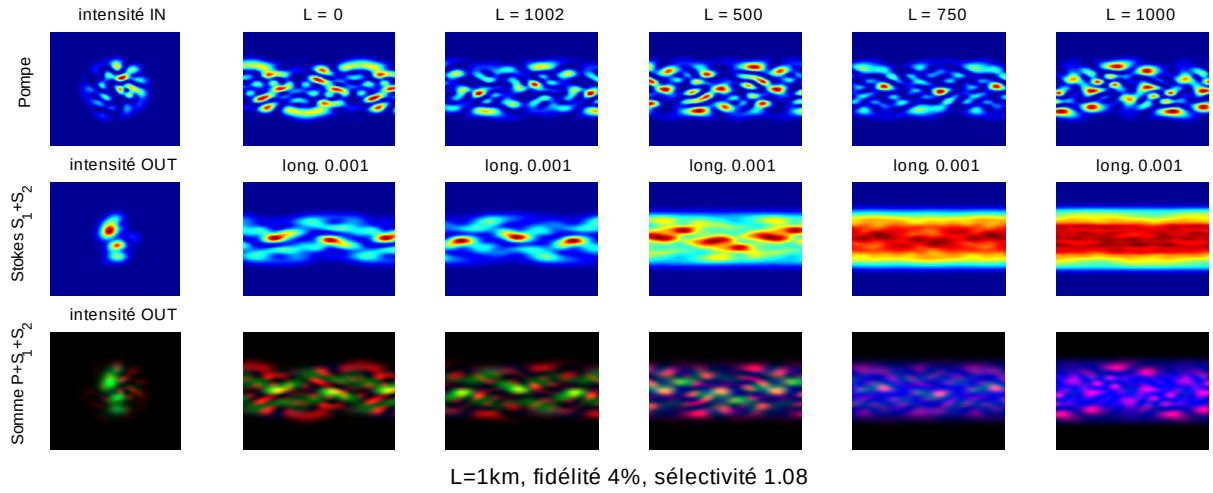


Fig. 7.10 – Coupes des figures de speckle pour une FGI $V = 19$ et $L = 1km$

figures de speckle nous a permis de mettre en évidence le rôle des aberrations chromatiques qui limitent la longueur de fibre utilisée pour la conjugaison de phase.

La limite entre les régimes court et moyen se situe environ à une longueur égale à quelques dizaines de longueur de grain de speckle, soit de l'ordre de $1mm$. La limite entre les régimes moyen et long est quant à elle de l'ordre du mètre pour la FSI et de l'ordre de la centaine de mètres pour la FGI. Sa formule simplifiée s'écrit dans les cas FSI et FGI (avec le facteur empirique) :

$$L < L_{ML} \approx \frac{3.6n}{ON^2\Delta k_0} \quad \text{pour la FSI} \tag{7.18}$$

$$L < L_{ML} \approx \frac{19n^3}{ON^4\Delta k_0} \quad \text{pour la FGI} \tag{7.19}$$

7.1.4 Longueur limite de fibre

Les aberrations chromatiques que nous venons d'étudier sont également responsables de la limitation de la longueur de la fibre amplificatrice multimode, dont on veut conjuguer le faisceau en phase. En effet, la propagation dans les deux directions dans la fibre se fait à des longueurs d'onde légèrement différentes, donc légèrement différemment. La qualité de faisceau n'est dès lors conservée que si cette différence de propagation est suffisamment faible.

La figure 7.11 montre les conventions prises : l'onde Pompe s'écrit, sur chaque mode i, $e^{i(\beta_i^p z - \omega t + \phi_i^p)}$ et l'onde Stokes i s'écrit $e^{i(-\beta_i^s z - \omega t + \phi_i^s)}$. Si la conjugaison de phase se passe bien en sortie de fibre, on a $e^{i(\beta_i^p L + \phi_i^p)} = e^{-i(-\beta_i^s L + \phi_i^s)}$ soit :

$$(\beta_i^p - \beta_i^s)L = \phi_i^s - \phi_i^p \tag{7.20}$$

La fidélité de la conjugaison de phase en entrée de fibre, pour une excitation homogène, est alors, d'après 6.1, et en entrée de fibre,

$$f = \frac{\left|\sum_i \left(e^{i(\phi_i^s)}\right)\left(e^{i(\phi_i^p)}\right)^*\right|^2}{N^2} = \frac{\left|\sum_i e^{i(\phi_i^s - \phi_i^p)}\right|^2}{N^2} \tag{7.21}$$

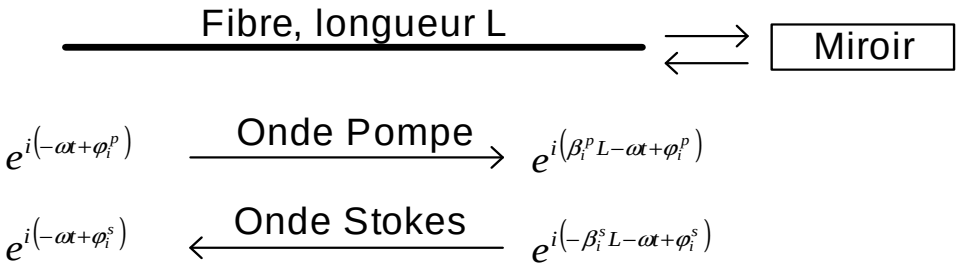


Fig. 7.11 – Propagation d'une onde Pompe et d'une onde Stokes dans une fibre optique.

et

$$\sqrt{f} = \frac{\left|\sum_i e^{i(\beta_i^p-\beta_i^s)L}\right|}{N} \tag{7.22}$$

$$= \frac{1}{N}\left|\sum_i e^{i\frac{d\beta_i}{dk_0}\Delta k_0 L}\right| \tag{7.23}$$

D'autre part, on sait que pour la FSI (B.34) :

$$\frac{d\beta_i}{dk_0} \approx n_g\left(1+b_i\frac{ON^2}{2n_g^2}\right) \tag{7.24}$$

et pour la FGI (B.52) :

$$\frac{d\beta_i}{dk_0} = n_c\left(1+a_i^2\frac{ON^4}{8n_c^3}\right) \tag{7.25}$$

avec b_i uniformément réparti entre 0 et 1 (histogramme $h(x)=1$ pour x entre 0 et 1) et a_i a une répartition croissante (histogramme $h(x)=x$ pour x entre 0 et 1). Ces deux histogrammes sont extraits de la figure 5.9.

Dans le cas de la FSI, la fidélité se récrit alors

$$\sqrt{f} = \frac{\left|\sum e^{i(\beta_i^p-\beta_i^s)L}\right|}{N} \tag{7.26}$$

$$= \frac{1}{N}\left|\sum e^{i\Delta k_0 L n_g\left(1+b_i\frac{ON^2}{2n_g^2}\right)}\right| \tag{7.27}$$

$$= \frac{1}{N}\left|e^{i\Delta k_0 L n_g\left(1+\overline{b_i}\frac{ON^2}{2n_g^2}\right)}\right|\left|\sum e^{i\Delta k_0 L n_g\left((b_i-\overline{b_i})\frac{ON^2}{2n_g^2}\right)}\right| \tag{7.28}$$

où $\overline{b_i}$ est la moyenne de b_i sur l'ensemble des i. On développe alors au premier ordre $e^x \approx 1+x+x^2/2$:

$$\sqrt{f} \approx 1+\frac{1}{N}\left|-\sum\frac{1}{2}\left(\Delta k_0 L n_g(b_i-\overline{b_i})\frac{ON^2}{2n_g^2}\right)^2\right| \tag{7.29}$$

$$= 1-\frac{1}{2}\left(\Delta k_0 L n_g\frac{ON^2}{2n_g^2}\right)^2\frac{1}{N}\sum(b_i-\overline{b_i})^2 \tag{7.30}$$

or $\frac{1}{N}\sum(b_i-\overline{b_i})^2=\int_0^1(x-1/2)dx=1/12$.

$$\sqrt{f} = 1-\frac{1}{24}\left(\Delta k_0 L n_g \frac{ON^2}{2n_g^2}\right)^2 \tag{7.31}$$

$$f = 1-\frac{1}{12}\left(\Delta k_0 L \frac{ON^2}{2n_g}\right)^2 \tag{7.32}$$

La condition $f>0.9$ s'écrit alors pour la fibre à saut d'indice :

$$\boxed{L<1.1\frac{2n_g}{\Delta k_0 ON^2}=1.1\frac{n_g c}{\pi\Delta\nu ON^2}} \tag{7.33}$$

Pour une ouverture $ON=0.2$ et un décalage $\Delta\nu=17GHz$, cette longueur limite vaut dans la FSI $L=0.22m$

Dans le cas de la FGI, le développement s'écrit :

$$\sqrt{f} = 1-\frac{1}{2}\left(\Delta k_0 L n_g \frac{ON^4}{8n_c^3}\right)^2 \frac{1}{N}\sum(a_i^2-\overline{a_i^2})^2 \tag{7.34}$$

Avec a_i réparti linéairement entre 0 et 1 ($h(x)=x$), on a $\overline{a_i^2}=\sum x^3/\sum x=1/2$ et $\frac{1}{N}\sum(a_i^2-\overline{a_i^2})^2=\int_0^1 x(x^2-1/2)/\int_0^1 x=1/12$. On ecrit de même :

$$f = 1-\frac{1}{12}\left(\Delta k_0 L \frac{ON^4}{8n_c^2}\right)^2 \tag{7.35}$$

puis la condition $f>0.9$ s'écrit pour la fibre à gradient d'indice :

$$\boxed{L<1.1\frac{8n_c^2}{\Delta k_0 ON^4}=1.1\frac{4n_c^2 c}{\pi\Delta\nu ON^4}} \tag{7.36}$$

Pour une ouverture $ON=0.2$ et un décalage $\Delta\nu=17GHz$, cette longueur limite vaut dans la FGI $L=32m$.

Ces résultats sont compatibles avec l'expérience de Matthews en 1994 [Matthews et Rockwell, 1994] qui réalise la conjugaison de phase vectorielle d'un faisceau déformé par une fibre de longueur $2m$, de diamètre $400\mu m$ et d'ouverture $ON=0.3$. Le décalage Brillouin dans la cellule utilisée est $3GHz$ et la fidélité qu'il obtient est 70%. La longueur limite pour garantir une fidélité de 90% est dans ce cas, et d'après les calculs, $L=0.6m$ en FSI et $L=36m$ en FGI. La fibre est injectée dans une très faible ouverture ($ON=0.03$), l'effet des aberrations n'apparaît qu'avec la répartition sur tous les modes, ce qui explique que la longueur de $2m$ soit acceptable. En outre, il ne voit pas de différence de qualité entre la FSI et la FGI : il est probable qu'il soit limité par les autres phénomènes (qualité de la conjugaison vectorielle dans la cellule).

Nous concluons de ces calculs que la solution MOPA utilisant une fibre amplificatrice multimode en double passage, associée à un miroir à conjugaison de phase par effet Brillouin présente les limites de longueur de fibre amplificatrice données par (7.33) pour la FSI (de l'ordre de $0.4m$ pour un décalage $\Delta\nu=17GHz$ et une ouverture $ON=0.2$) et par (7.36) pour la FGI (de l'ordre de $30m$ pour un décalage $\Delta\nu=17GHz$ et une ouverture $ON=0.2$).

7.2 Effet du déséquilibre des facteurs de recouvrement R_{inin}

L'autre grande cause de non-conjugaison de phase est le déséquilibre des facteurs de recouvrement $\overline{R_{inin}}$, comme formulé en (6.99) et (6.100) :

$$sel = 2-\frac{1}{N}\frac{\overline{R_{ii}}}{\overline{R}} \tag{7.37}$$

et

$$r = \frac{1}{N}\sum_n \frac{\left|\frac{2}{N}\sum_i (R_{in} - \overline{R}) + \frac{1}{N}(\overline{R_{ii}} - R_{nn})\right|^2}{\left|\overline{R} - \frac{1}{N}\overline{R_{ii}}\right|^2} \tag{7.38}$$

Il ne faut pas que les écarts des R_{inin} à $\overline{R}$ (uniformité de la projection) ni que ceux des R_{nnnn} à $\overline{R_{ii}}$ (uniformité de l'auto-amplification) ne soient trop importants. Ces facteurs de recouvrement représentent la capacité de deux modes Stokes à interférer avec deux modes Pompe. Plus simplement, le facteur de recouvrement entre les modes i et n R_{inin} s'écrit comme l'intégrale des répartition en intensité des deux modes :

$$R_{in} = R_{iinn} = R_{inin} = \int_S |\psi_i|^2 |\psi_n|^2 \, dS \propto \int_{x,y} I_i(x,y) I_j(x,y) dxdy \tag{7.39}$$

7.2.1 dépendance en V

Un point important à noter est que l'ensemble des facteurs de recouvrement R_{ijmn} ne dépend que de la fréquence de coupure V d'une fibre SI ou GI. En effet, quelque soient l'ouverture numérique ON et le rayon R, les formules de calcul des répartition d'intensité (voir l'annexe correspondante) ne dépendent que de $V = Rk_0ON$. Par exemple, dans la FSI, l'ensemble des b (donc l'ensemble des modes guidés) obéit à une équation qui n'a en paramètre que la fréquence V. Les champs électriques ψ des modes solutions s'écrivent alors $\frac{J_l(Ur/R)}{J_l(U)}$ avec $U = V\sqrt{1-b}$. D'où, pour une FSI, l'ensemble des rapports R_{ijmn}/R_{0000} ne dépend que de la fréquence V. De même, on montre que dans la FGI l'ensemble des rapports R_{ijmn}/R_{0000} ne dépend que de la fréquence V.

Nous avons calculé l'ensemble des R_{in} pour une FSI et une FGI de fréquences de coupure variant de $V = 3$ à $V = 52$. Le nombre de modes sur une polarisation varie alors entre 3 et 631 pour la FSI et de 1 à 325 pour la FGI. Sélectivité et fidélité ne sont bien entendu pas définies dans le cas d'un mode unique.

La figure 7.12a montre la sélectivité pour les deux types de fibre de différentes fréquences de coupure. On voit que pour une fréquence de coupure supérieure à $V = 10$, la sélectivité est meilleure que 1.8 pour les deux types de fibre : c'est largement suffisant pour favoriser le premier mode Brillouin. La figure 7.12b montre quant à elle la fidélité du mode propre Brillouin principal. On constate qu'à partir d'une fréquence $V = 13$ pour la FSI (42 modes par polarisation) et de $V = 8$ pour la FGI (10 modes par polarisation), cette fidélité ne dépend plus de la fréquence de coupure V et est stable aux alentours de 99.5% pour la FSI et 89.2% pour la FGI. Notons qu'une valeur de fidélité de 89% ne respecte plus l'approximation $r \ll 1$ utilisée dans la méthode des perturbations. Nous retiendrons que la conjugaison de phase est moins fidèle que 90% dans le cas de la FGI.

7.2.2 Répartition du gain sur les modes

Afin de comprendre où interviennent les facteurs de recouvrement dans l'amplification de l'onde Stokes, reprenons les équations d'évolution exactes des amplitudes Stokes et pompe (5.18) :

$$\frac{dc_n^s(z)}{dz} = \frac{3\omega_s^2}{4ic^2}\chi^{(3)}_{\Omega_B}\frac{1}{\beta_n^s} \tag{7.40}$$

$$\sum_{i,j,m}\left[\left(\int_0^\infty\int_0^{2\pi}\psi_i\psi_j^*\psi_m\psi_n^*(r,\phi)rdrd\phi\right)c_i^p c_j^{*p} c_m^s(z)e^{i(\beta_i^p-\beta_j^p-\beta_m^s+\beta_n^s)z}\right] \tag{7.41}$$

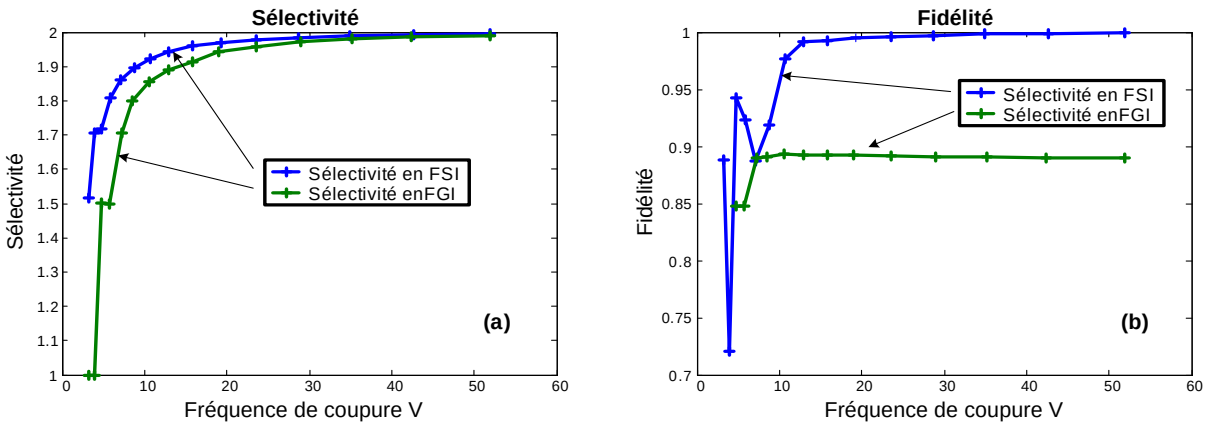


Fig. 7.12 – Simulations de la sélectivité (a) et de la fidélité (b) de la conjugaison de phase dans des fibres SI et GI de fréquences de coupure V variables.

et si on néglige tout les termes qui constituent la matrice U :

$$\frac{dc_n^s(z)}{dz} = \frac{3\omega_s^2}{4ic^2}\frac{1}{\beta_n^s}\chi^{(3)}_{\Omega_B} \tag{7.42}$$

$$\sum_{\Delta k=0}\left[R_{ijmn}c_i^p c_j^{*p} c_m^s(z)e^{i(\beta_i^p-\beta_j^p-\beta_m^s+\beta_n^s)z}\right] + \sum_{\Delta k\approx 0}\left[R_{ijmn}c_i^p c_j^{*p} c_m^s(z)e^{i(\beta_i^p-\beta_j^p-\beta_m^s+\beta_n^s)z}\right] \tag{7.43}$$

Qu'en est il alors des équations d'évolution en intensité le long de la fibre ? Jusqu'ici nous nous étions placés au seuil Brillouin, dans lequel l'évolution est exponentielle pour l'onde Stokes sans déplétion pour l'onde Pompe. Rappelons l'expression de la puissance contenue dans le mode injecté (l,m) :

$$P_{lm} = \frac{nc\epsilon_0}{2}\left\|c_{lm}\right\|^2 \tag{7.44}$$

Alors

$$\frac{dP_n^s}{dz} = \frac{nc\epsilon_0}{2}c_n^{s*}\frac{dc_n^s}{dz} + c.c. \tag{7.45}$$

$$= \frac{nc\epsilon_0}{2}\frac{3\omega_s^2}{4ic^2}\frac{1}{\beta_n^s}\chi^{(3)}_{\Omega_B}\left(\sum_{\Delta k=0}\left[R_{ijmn}c_i^p c_j^{*p} c_m^s c_n^{*s}(z)e^{i(\beta_i^p-\beta_j^p-\beta_m^s+\beta_n^s)z}\right]\right. \tag{7.46}$$

$$\left. + \sum_{\Delta k\approx 0}\left[R_{ijmn}c_i^p c_j^{*p} c_m^s c_n^{*s}(z)e^{i(\beta_i^p-\beta_j^p-\beta_m^s+\beta_n^s)z}\right]\right) + c.c. \tag{7.47}$$

Dans le cas d'une fibre sans dégénérescence, on obtient :

$$\frac{dP_n^s}{dz} = \frac{nc\epsilon_0}{2}\frac{3\omega_s^2}{4ic^2}\frac{1}{\beta_n^s}\chi^{(3)}_{\Omega_B}\left(\sum_i R_{in}|c_i^p|^2|c_n^s|^2(z) + \sum_{i\neq n}R_{in}c_i^p c_n^{*p}c_i^s c_n^{*s}(z)e^{i\Delta\beta_{inin}z}\right) + c.c. \tag{7.48}$$

Maintenant, dans le cas d'une fibre en régime de longueur moyenne ($\Delta\beta_{inin}=0$), sans dégénérescence, et en cas de conjugaison de phase (avec les bonnes relation de phase et d'intensité,

c'est à dire $c_n^s \propto c_n^{*p}$), on a

$$\frac{dP_n^s}{dz} = \frac{nc\epsilon_0}{2}\frac{3\omega_s^2}{4ic^2}\frac{1}{\beta_n^s}\chi^{(3)}_{\Omega_B}\left(\sum_i R_{in}|c_i^p|^2|c_n^s|^2(z) + \sum_{i\neq n} R_{in}c_i^p c_n^{*p} c_i^{*p} c_n^p(z)\right) + c.c. \quad (7.49)$$

$$= \frac{nc\epsilon_0}{2}\frac{3\omega_s^2}{4ic^2}\frac{1}{\beta_n^s}\chi^{(3)}_{\Omega_B}\left(2\sum_i R_{in}|c_i^p|^2|c_n^s|^2(z) - R_{nn}|c_n^p|^2|c_n^s|^2(z)\right) + c.c. \quad (7.50)$$

$$= \left(\frac{2}{nc\epsilon_0}\frac{3\omega_s^2}{4ic^2}\frac{1}{\beta_n^s}\chi^{(3)}_{\Omega_B} + c.c.\right)\left(2\sum_i R_{in}P_i^p(z) - R_{nn}P_n^p(z)\right)P_n^s(z) \quad (7.51)$$

soit, plus simplement

$$\boxed{\frac{dP_n^s}{dz} = -2\sum_i g_{in}P_i^p P_n^s + g_{nn}P_n^p P_n^s} \quad (7.52)$$

avec

$$g_{in} = -\left(\frac{2}{nc\epsilon_0}\frac{3\omega_s^2}{4ic^2}\frac{1}{\beta_n^s}\chi^{(3)}_{\Omega_B} + c.c.\right)R_{in} \quad (7.53)$$

Par symétrie,

$$\boxed{\frac{dP_i^p}{dz} = -2\sum_n g_{in}P_n^s P_i^p + g_{ii}P_i^s P_i^p} \quad (7.54)$$

Ces équation d'évolution (7.52) et (7.54) sont à associer aux conditions aux limites qui sont $P_n^s(L) = 1 photon/s$ pour chaque n et $P_i^p(0)$ déterminé pour tout i par les conditions de couplage de l'onde Pompe.

Ainsi, dans le cas de la conjugaison de phase, le gain linéique sur chaque mode indépendant s'écrit $-2\sum_i g_{in}P_i^p + g_{nn}P_n^p$. Toujours dans l'hypothèse du seuil, et en supposant l'onde Pompe équitablement répartie sur les différents modes ($P_i^p = P^p$), on peut dire que le gain sur chaque mode est :

$$\frac{dP_n^s}{dz} = \underbrace{\left(-2\sum_i g_{in} + g_{nn}\right)}_{\alpha_n} P^p P_n^s \quad (7.55)$$

La figure 7.13 montre le gain linéique vu par chaque mode Stokes de la fibre d'après (7.55) (conditions de conjugaison de phase et de répartition équitable des modes de Pompe). Dans le cas de la FSI, les différents modes de fibre constituant l'onde conjuguée en phase voient le même gain : l'onde Stokes conjuguée en phase est uniformément amplifiée. Dans le cas de la FGI en revanche, le gain linéique vu par les différents modes de fibres constituant l'onde conjuguée en phase varie du simple au double. L'onde Stokes ne sera pas amplifiée uniformément, seuls les modes d'ordre faible sont réellement amplifiés.

7.2.3 Conclusion : effet du déséquilibre des facteurs de recouvrement R_{inin}

La figure 7.13 a montré que dans le cas de la FSI, les facteurs de recouvrement sont équilibrés et la conjugaison de phase n'est pas limitée par cet effet. Dans le cas de la FGI au contraire, une bonne conjugaison est impossible en raison du déséquilibre des facteurs de recouvrement, qui favorisent les modes d'ordre faible.

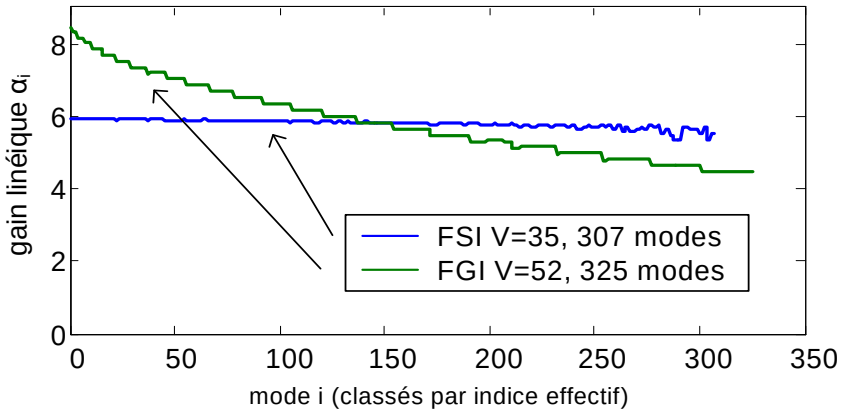


Fig. 7.13 – Gain linéique calculé au seuil pour chaque mode d'une FSI ($V = 35$) ou d'une FGI ($V = 52$) comportant environ 300 modes sur chaque polarisation, dans les hypothèses de bonne conjugaison en phase et d'injection équitable des modes de fibre. Les modes sont triés par indice effectifs, en commençant par les plus proches de l'indice du coeur.

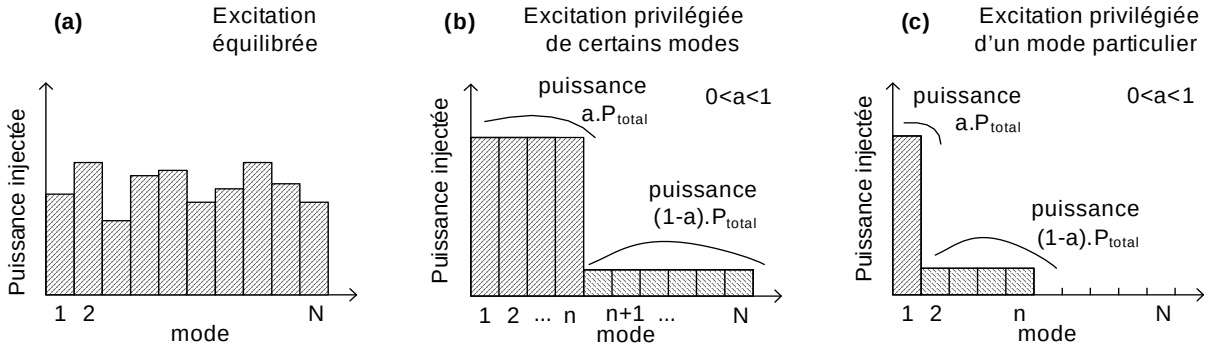


Fig. 7.14 – Cas d'excitation des modes de Pompe : (a) tous les modes sont excités avec un écart type σ, (b) tous les modes sont excités mais n modes le sont préférentiellement et se partagent une proportion a de la puissance totale, les $N - n$ autres se partagent une proportion $1 - a$ de la puissance totale, et (c) seuls n modes sont excités sur les N modes, un seul est excité préférentiellement avec la proportion a de la puissance totale.

7.3 Effet du déséquilibre de l'excitation

Dans ce paragraphe, nous étudions les effets du déséquilibre de l'excitation : jusqu'ici, l'onde Pompe excitait uniformément tous les modes de la fibre. En réalité, l'excitation est souvent inégale et favorise plutôt un ou plusieurs modes. Nous allons considérer les trois cas d'excitation montrés sur la figure 7.14 : excitation statistique de tous les modes, excitation privilégiée de quelques modes, et excitation privilégiée d'un mode particulier. Ce sont trois cas d'injection classiquement rencontrés. Nous les traitons dans trois parties distinctes.

7.3.1 Excitation statistique

Nous nous plaçons ici dans le cas de l'excitation statistique de tous les modes de la fibre, c'est à dire qu'ils sont tous plus ou moins excités. La moyenne de la puissance injectée dans chaque mode est normalisée à $1/N$ et l'écart type noté σ. Ainsi la puissance totale injectée est $N \cdot 1/N = 1$. Nous avons vu dans le chapitre 6.2.4 que la sélectivité et la fidélité s'écrivent (6.111)

et (6.112) dans le cadre d'un écart type σ petit devant ou de l'ordre de $1/N$:

$$r \approx 2\sigma^2 \tag{7.56}$$

$$sel \approx 2 - \frac{1}{N} - N\sigma^2 \tag{7.57}$$

Dans le cadre d'une excitation d'un nombre important N de modes injectés dans la fibre, et si l'on tolère une sélectivité de 1.9 ($\frac{1}{N} + N\sigma^2 < 0.1$), alors l'écart type toléré est $\sigma < \frac{0.3}{\sqrt{N}}$. C'est à dire qu'en relatif, la puissance dans chaque mode sera de l'ordre de

$$P_i = \frac{1}{N} \pm \frac{0.3}{\sqrt{N}} = \frac{1}{N}\left(1 \pm 0.3\sqrt{N}\right) \tag{7.58}$$

Ainsi, si l'on excite $N = 50$ modes, l'écart type relatif toléré sur chaque mode est $0.3\sqrt{50} = 2$. C'est à dire que certains modes pourront être trois fois plus excités que la moyenne sans baisse de sélectivité ou de fidélité. La conjugaison de phase est très robuste et reste bonne même pour une excitation d'écart type important.

7.3.2 Excitation privilégiée de certains modes

Nous considérons ici le type d'injection indiqué sur la figure 7.14b : la plupart des modes de la fibre sont faiblement injectés et quelques modes sont fortement et équitablement injectés. L'ensemble des modes fortement injectés représente une proportion a de la puissance totale et l'ensemble des autres modes représente une proportion $1-a$ de la puissance totale. Dans ce cas il faut reprendre les formules sans approximation (6.103) et (6.107) qui donnent la sélectivité et la fidélité en fonction de la répartition de la puissance injectée. Nous avons calculé numériquement ces deux formules en fonction des paramètre n (nombre de modes fortement injectés) et de a (proportion de la puissance dans les modes très injectés). La figure 7.15a montre les résultats de la condition de fidélité pour $N = 300$ modes au total : un nombre n d'entre eux sont équitablement injectés avec une proportion a de la puissance totale. La surface correspondant à la réalisation de la condition sur la fidélité est représentée en blanc, et la surface correspondant à la non-réalisation (mauvaise fidélité) est représentée en noir.

Ce résultat nous permet de dire que dès que $n > 1$, c'est à dire que deux modes ou plus sont excités équitablement, la conjugaison de phase est bonne. Lorsqu'un seul mode est préférentiellement injecté, la conjugaison de tous les modes est correcte pourvu qu'il ne contienne pas plus de 50% de la puissance totale. A titre d'exemple, si $n = 10$ modes de l'onde Pompe contiennent 80% de la puissance et les $N - n = 290$ modes contiennent les 20% restants, la conjugaison de phase aura une fidélité supérieure à 90%. Dans le cas d'un faisceau faiblement aberrant, si le mode fondamental contient plus de 50% de la puissance totale, la conjugaison de phase sera dégradée. S'il contient moins de 50% en revanche, la conjugaison sera de bonne qualité.

7.3.3 Excitation d'un mode principal et de quelques sous-modes

Un second cas très classique est celui où l'on a un mode très injecté et plusieurs autres légèrement injectés (figure 7.14b). C'est le cas par exemple lorsque l'on injecte un faisceau presque monomode dans une fibre multimode. On a représenté sur la figure 7.16a la réalisation de la condition sur la fidélité (zone blanche) et en 7.16b la réalisation de la condition sur la sélectivité en fonction du nombre de modes faiblement excités (2 à 20 sur 300) et de la proportion a de la puissance totale dans le mode privilégié. Il apparaît clairement que le critère sur la fidélité est suffisant. La ligne correspondant à 2 modes excités montre qu'ils ne doivent pas être plus déséquilibrés que 60% de la puissance dans l'un et 40% dans l'autre. Lorsque plus de modes sont excités, en règle générale le mode le plus excité ne doit pas contenir plus de 50% de la puissance totale incidente.

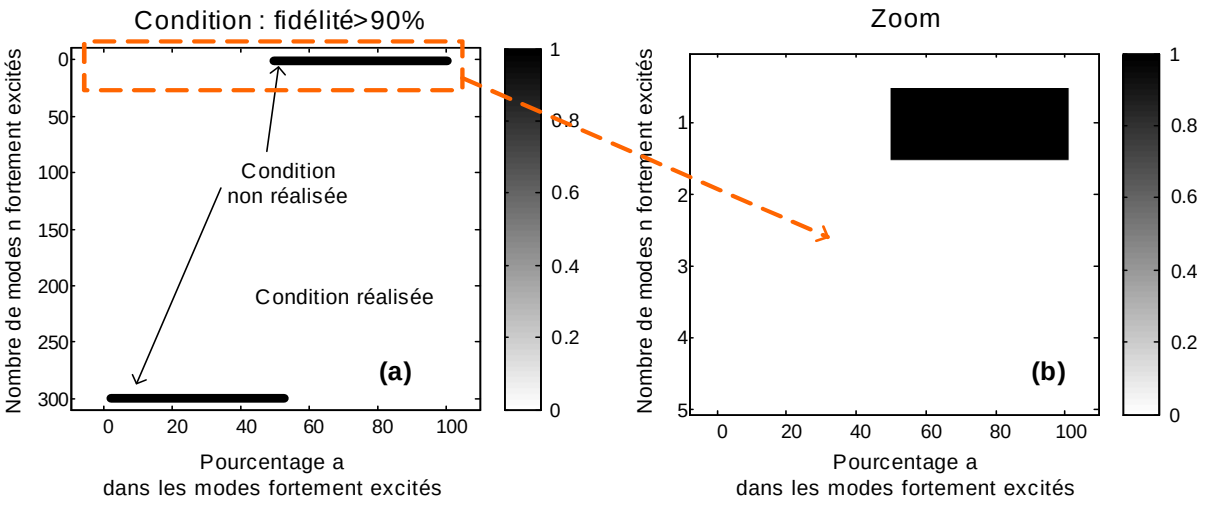


Fig. 7.15 – Représentation du critère de fidélité dans le cas de l'excitation privilégiée de certains modes (figure 7.14b) en fonction de n (nombre de modes excités) et de a (proportion de puissance dans ces modes) : (a) la courbe complète, (b) courbe agrandie sur la bande noire. La conjugaison de phase est meilleure que 90% sur les zones blanches et moins bonne sur les zones noires.

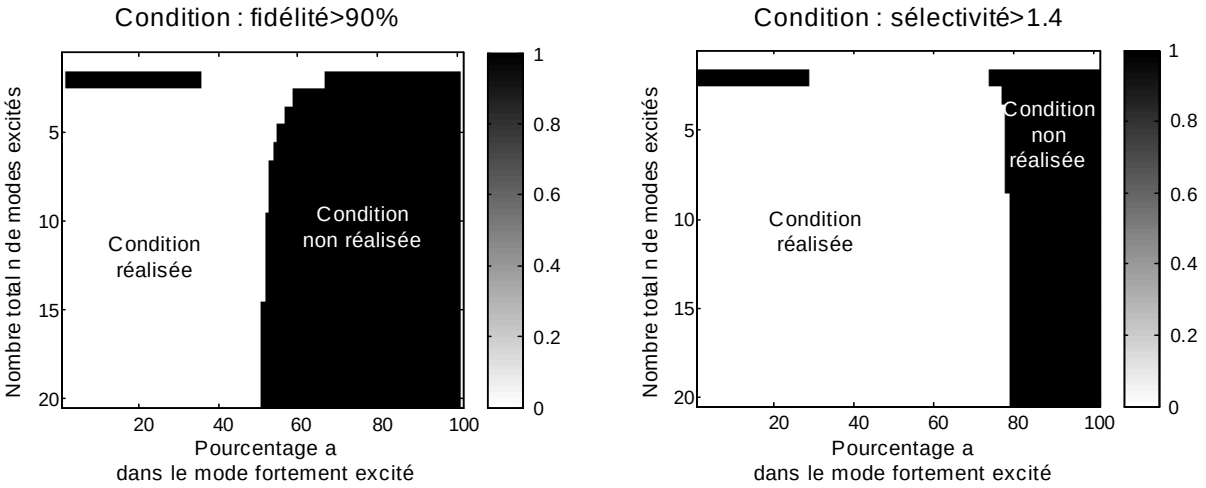


Fig. 7.16 – Représentation des critères de fidélité et de sélectivité dans le cas de l'excitation privilégiée d'un mode parmi n (figure 7.14c) en fonction de n (nombre total de modes excités) et de a (proportion de puissance dans le mode privilégié) : (a) critère de fidélité, (b) critère de sélectivité. La conjugaison de phase est meilleure que 90% sur les zones blanches et moins bonne sur les zones noires.

7.3.4 Conclusion : qualité de conjugaison et injection

Nous avons appris dans ce paragraphe que la qualité de la conjugaison dans une fibre idéale est robuste avec l'injection de l'onde Pompe. Dans le cas d'une répartition statistique de la puissance dans les N modes de la fibre (figure 7.14a), l'écart type toléré relativement à la puissance moyenne est $\overline{P_i}(1 \pm 0.3\sqrt{N})$. Si $N > 10$, l'écart toléré sur les modes est égal à plusieurs fois la moyenne. Quand l'injection est répartie entre n modes et $N - n$ modes égaux (7.14b), la conjugaison est toujours bonne dès que $n \geq 2$. Si seuls deux modes sont injectés, ils ne doivent pas être plus déséquilibrés de plus d'un facteur 1.5. Enfin, quand un seul mode est dominant (7.14c), il doit contenir moins de la moitié de la puissance totale.

Ainsi, des précautions doivent être prises dans le cas de la conjugaison de phase d'un faisceau monomode dans une fibre : il doit être décentré afin d'injecter un nombre maximum de modes. Dans le cas où il est parfaitement centré et injecte par exemple pour 60% le mode fondamental LP_{01} et pour 40% les modes supérieurs symétriques LP_{02}, LP_{03}, ... , la qualité de conjugaison du faisceau monomode sera inférieure à 90%.

7.4 Effet des dégénérescences de la fibre

L'application directe des formules de dégénérescence donne des résultats catastrophiques : une fidélité inférieure à 90% pour la fibre à saut d'indice et pratiquement nulle pour la fibre à gradient d'indice. En réalité, le calcul complet montrera dans le paragraphe suivant que la dégénérescence n'altère pas la qualité de la conjugaison, dans le cas de la FGI comme dans celui de la FSI. En effet, les facteurs de recouvrement ont tendance à minimiser les réseaux parasites dûs à la dégénérescence. Le paragraphe 7.6 confirme le rôle minime de la dégénérescence et l'étude de la fibre idéale du chapitre 9 montrera qu'une fibre aussi dégénérée qu'une FGI présentera une très bonne conjugaison.

7.5 Simulations complètes de l'effet Brillouin dans les fibres

Dans ce paragraphe, nous effectuons des calculs numériques complets sur la matrice M. On rappelle que cette matrice est calculée à partir des paramètres géométriques de la fibre (SI ou GI) et de la répartition de l'onde Pompe sur les modes de la fibre. La résolution numérique de son équation aux vecteurs propres permet de calculer les modes propres Brillouin et leur gain linéique respectif. Une somme incohérente de ces modes propres amplifiés permet alors de prévoir l'onde Stokes au seuil de l'effet et sous les hypothèses vues lors du développement de ce modèle. Dans le cas idéal, le mode propre Brillouin principal (de gain maximal) est l'onde conjuguée en phase de l'onde Pompe et sa valeur propre est deux fois plus élevée que celle des autres modes propres. Nous effectuons ces calculs pour les trois régimes de fibre (court, moyen et long), d'abord pour la FSI puis pour la FGI. Le but est de comparer ces résultats aux tendances que nous avons extraites dans les paragraphes précédents.

Le tableau 7.5 montre les différents paramètres des fibres simulées et utilisées dans les expériences. La complexité des calculs et la mémoire utilisée varient en N^4 où N est le nombre de modes considérés : Nous avons du limiter N à 45 lors des simulations : les procédures de calcul des termes de la matrice M utilisent alors de l'ordre de $1Go$ de mémoire et de la demi-heure de temps de calcul. Les longueurs limite régime court - régime moyen L_{CM} et régime moyen - régime long L_{ML} sont issues respectivement du calcul simple (5.106) mené au paragraphe 5.6 et des critères corrigés (7.5) pour la FSI et (7.6) pour la FGI.

Type de fibre	Rayon de coeur (μm)	ON	Nombre de modes par polarisation	Fréquence de coupure	L_{CM}	L_{ML}	Utilisation
FSI	$11\mu m$	0.20	42	13.0	$77\mu m$	$0.37m$	simulations
FGI	$16\mu m$	0.20	45	18.9	$77\mu m$	$109m$	simulations
FSI	$25\mu m$	0.22	269	32.5	$64\mu m$	$0.30m$	expériences
FGI	$31\mu m$	0.27	300	49.8	$42\mu m$	$33m$	expériences

Tab. 7.5 – Paramètre des fibres utilisées dans les simulations et dans les expériences.

7.5.1 Conjugaison de phase par effet Brillouin dans la FSI

Nous nous concentrons ici sur une FSI de fréquence de coupure $V = 13$, d'ouverture numérique $ON = 0.2$ et de rayon de coeur $R = 11\mu m$. Elle peut transporter $N = 42$ modes sur chaque polarisation. Ces 42 modes sont présentés sur la figure B.4 en annexe. Les bornes de longueur entre les différents régimes sont $L_{CM} = 77\mu m$ et $L_{ML} = 0.37m$. Nous résolvons dans ce paragraphe l'équation aux valeurs propres pour cette FSI et dans de nombreuses conditions.

Régimes moyen et long

La procédure utilisée est la suivante : la matrice M est calculée à partir du vecteur Pompe (injection phase et amplitude dans chaque mode) et des paramètres de la fibre. L'équation aux vecteurs propres en M est alors résolue et chacun de ces vecteurs propres Brillouin voit le gain proportionnel à sa valeur propre.

Nous avons effectué ce calcul pour différentes longueurs de la FSI et avec des vecteurs Pompe aléatoires (amplitude et phase de chaque mode aléatoire). Ces résultats, valables au seuil Brillouin, sont présentés sur la figure 7.17.

- En (a), on trace la fidélité du mode propre Brillouin principal et du mode propre Brillouin secondaire. La fidélité est bonne pour une fibre courte mais s'effondre dès que la fibre dépasse la longueur limite entre les régimes moyen et long. La valeur théorique (voir figure 7.1) $L_{ML} = 0.37m$ est repérée sur le graphe. Au delà de cette longueur, le mode propre Brillouin principal n'est plus l'onde conjuguée en phase. Curieusement, le second mode propre Brillouin, dont la fidélité monte jusqu'à 60%, prend le relais. Néanmoins, la sélectivité s'annule et aucun mode n'est alors sélectionné. On a repéré sur ce graphe quatre longueurs de fibres dont le calcul est détaillé sur les figures (1) à (4).
- En (b), on a tracé la sélectivité ainsi que les valeurs propres principale et secondaire en unités arbitraires. La sélectivité est bonne (supérieure à 1.5) quand la fibre est courte. Puis les valeurs propres principale et secondaire se rapprochent et le mode propre Brillouin principal n'est plus sélectionné. L'onde Stokes au seuil de l'effet est alors un mélange incohérent de tous les modes Stokes de valeur propre équivalente.
- En (c), on a tracé les sommes des valeurs absolues des composantes des différentes matrices, afin d'évaluer leur poids respectif. C'est un choix de norme arbitraire mais suffisant pour comparer les importances de différentes matrices : les matrices BC et ΔBC sont stables pour toute longueur de fibre ; la matrice U disparaît dès que la longueur dépasse quelques centimètres ; et la matrice PC s'écroule, comme prévu, quand la longueur de la fibre dépasse L_{ML}. Rappelons que ΔBC comprend la correction apportée par les déséquilibres des facteurs de recouvrement et par les dégénérescences (figures 5.7 et 5.8). ΔBC reste faible devant $\overline{BC}$ dans le cas de la FSI : les dégénérescences ne font pas chuter la fidélité et les facteurs de recouvrement sont proches dans le cas de la FSI. Quand la longueur de la fibre est inférieure à L_{ML}, ΔPC est environ deux fois plus faible que $\overline{PC}$. Cette matrice comprend les corrections des dégénérescences ainsi que la diagonale qui est retranchée à

PC. Rappelons que la diagonale ne modifie pas la fidélité et que les dégénérescences restent faibles. Lorsque la longueur de la fibre dépasse $L_{ML} = 2\pi/\overline{\Delta\beta_{PC}}$, la matrice PC disparaît car les coefficients d'accord de phase (intégrales de $e^{\Delta\beta z}$ sur z) s'annulent.

Sur le côté droit de la même figure, on a détaillé les résultats pour des longueurs particulières de fibre, repérées sur la courbe (a) par les numéros (1) à (4). Pour chacune de ces configurations, nous calculons la répartition d'intensité sur la face d'entrée de la fibre pour :

- l'onde Pompe (aléatoire),
- l'onde Stokes principale (mode propre Brillouin principal),
- la somme incohérente des autres ondes Stokes ($N-1$ modes propres Brillouin), qui sont négligeables si tout se passe bien,
- et l'intensité totale sur les mêmes couches de couleur que pour les figures de Speckle : en rouge l'onde Pompe, en vert l'onde Stokes principale et en bleu les autres ondes Stokes.

Si la conjugaison de phase est parfaite, la seconde figure est le conjugué en phase de l'onde Pompe (bonne fidélité), la troisième a une puissance totale très faible devant l'onde Stokes principale (bonne sélectivité), et sur la dernière figure, la couche de couleur bleue est invisible, les couches rouge et verte sont superposées et donnent du jaune. La puissance totale des $N-1$ modes propres Brillouin relativement à la puissance de l'onde Stokes principale est indiquée dans la légende de chaque figure.

Le premier calcul, représenté en (1), est effectué pour une FSI de longueur $10cm$. La conjugaison de phase est excellente : on a à la fois une bonne fidélité (l'intensité de l'onde Stokes principale ressemble à l'intensité pompe) et une bonne sélectivité (la somme des autres ondes Stokes reste faible, à 0.3% de l'onde Stokes principale). Dans les deux calculs suivants (2) et (3), la fidélité baisse visiblement mais pas encore la sélectivité. Dans le dernier calcul (4) où la FSI a une longueur $L = 14m$, l'onde Stokes principale a une fidélité de 20% mais est noyée dans la somme des autres ondes Stokes. L'onde réelle en retour est une somme incohérente de tous ces modes propres Brillouin. Les cas de conjugaison de phase et de retour incohérent ont pu être observés expérimentalement et sont reportés dans le chapitre 8.

Régimes court et moyen

A titre de comparaison, on a montré sur la figure 7.18 les mêmes données que dans le paragraphe précédent pour une FSI en régime court (longueur $10\mu m$ à $1cm$). Ces longueurs de fibre ne sont pas réalistes mais permettent de comprendre l'effet de la matrice U. En effet cette matrice est plus importante que les autres matrices : on rappelle que ses termes ne commencent à s'annuler que pour des longueurs supérieures à $L_{CM} \approx 100 \cdot \lambda$ soit $0.1mm$ pour une ouverture $ON = 0.2$. La courbe de fidélité (a) croît quand la norme de la matrice U décroît sur (c). Pour $L < L_{CM}$, la lumière n'est pas guidée et seul le grain de speckle le plus lumineux est réfléchi. La fidélité est mauvaise. Puis pour $L = 1mm \gg L_{CM}$, l'onde conjuguée en phase apparaît et la matrice U disparaît.

Influence de l'ouverture numérique

Nous avons vu que la longueur limite L_{ML} entre les régimes moyen et long variait en ON^{-2}. La figure 7.19 montre l'effet de l'ouverture numérique sur les courbes de fidélité et de sélectivité. Nous les avons tracées en 7.19a et 7.19b respectivement pour trois FSI de fréquence de coupure $V = 13$ et d'ouvertures numériques respectives 0.1, 0.2 et 0.4. Nous avons superposé à ces courbes de fidélité et de sélectivité les courbes théoriques au premier ordre issues des formules 6.72 et 6.73. Les longueurs limites théoriques issues du critère corrigé (7.18) sont respectivement $1.47m$, $0.37m$ et $9cm$ et également représentés sur le graphe sous forme de taquets en haut des courbes. Le comportement prévu au premier ordre est donc vérifié par le calcul complet. Le

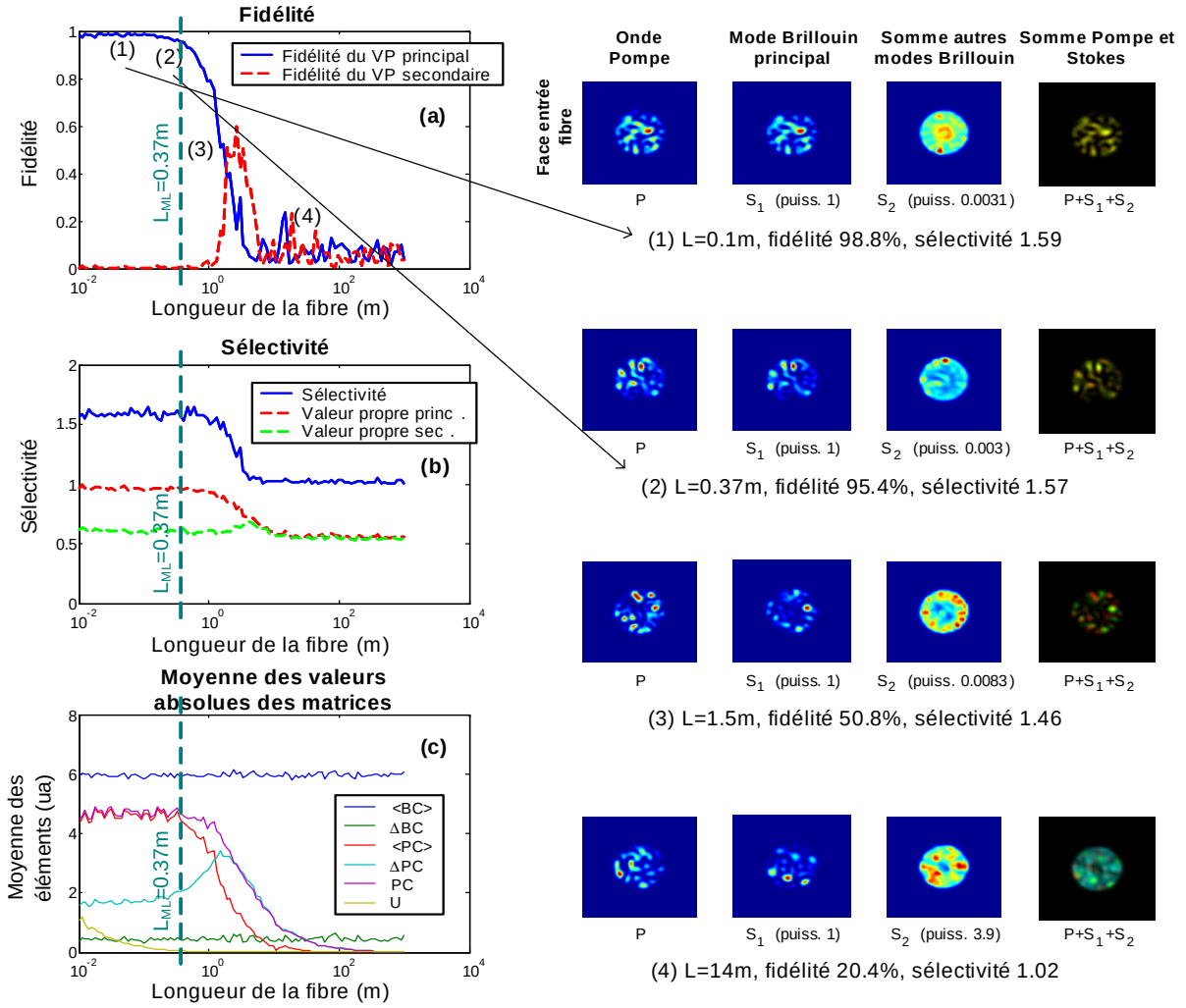


Fig. 7.17 – Simulation de l'effet Brillouin dans une FSI de fréquence $V = 13$, d'ouverture $ON = 0.2$ et de longueur variable : en fonction de la longueur de la fibre, on a tracé à gauche (a) la fidélité des modes propres Brillouin principal et secondaire, (b) la sélectivité ainsi que les valeurs propres principale et secondaire (ua), et (c) les sommes des valeurs absolues des composantes des différentes matrices. A droite, on a détaillé certains points de la courbe (a), numérotés de (1) à (4).

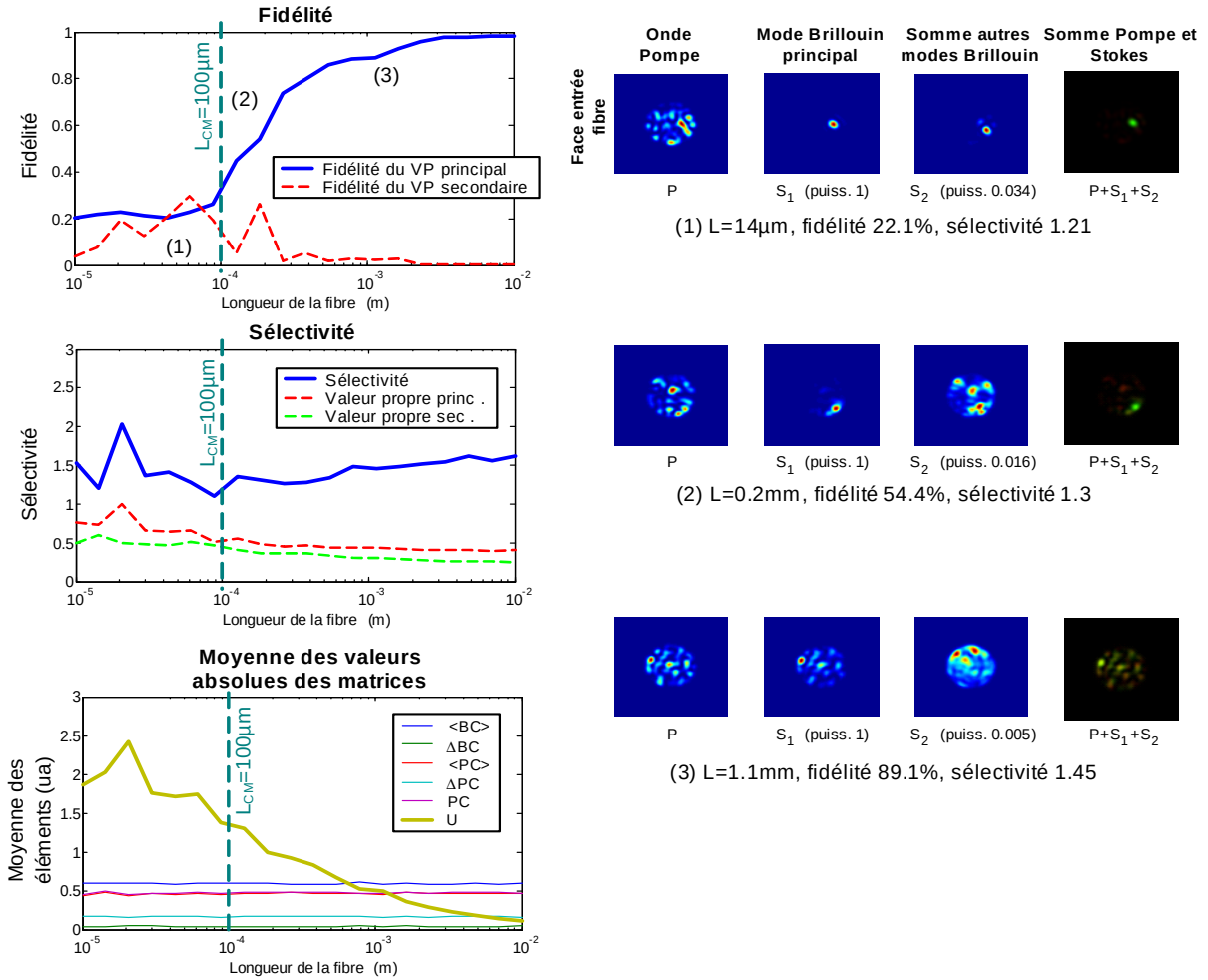


Fig. 7.18 – Mêmes données que dans la figure 7.17 pour une longueur de la FSI comprise entre $10\mu m$ et $10mm$. Il s'agit du régime de la fibre courte dont la longueur limite est $L_{CM} \approx 0.1mm$. On a également reporté à droite des résultats en intensité pour des longueurs particulière de la fibre.

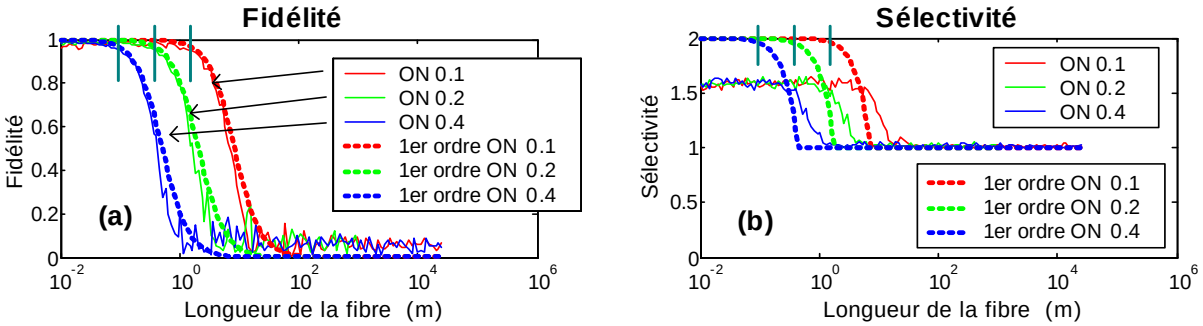


Fig. 7.19 – Courbes simulées (traits pleins) et prévues par l'approximation au premier ordre (pointillés) pour (a) la fidélité et (b) la sélectivité en fonction de leur longueur de trois FSI de fréquence de coupure $V = 13$ et d'ouvertures respectives $ON = 0.1$, $ON = 0.2$ et $ON = 0.4$. Les traits en haut des courbes corresponde à la limite L_{ML} prévue par le critère simple corrigé.

décalage sur la sélectivité à faible longueur (surestimation théorique de la sélectivité) est due à l'hypothèse 5.121 qui n'est plus tout à fait valable lorsque ΔPC n'est pas nul. Le comportement de sélectivité est tout de même bien apprécié.

Conclusion : la FSI

Les trois régimes de la FSI présentent des comportement totalement différents : dans le cas du régime de fibre courte, seuls les grains de speckle le plus intenses sont réfléchis car il n'y a pas propagation de l'onde : il n'y a pas conjugaison de phase. Le régime moyen apparaît dès que la fibre dépasse $L_{CM} \approx 100 \cdot \lambda = 0.1mm$. La conjugaison de phase est alors excellente dans le cadre de nos hypothèses. Dans le cas du régime long, la diffusion Brillouin stimulée réfléchit a priori une onde Stokes somme incohérente de tous les modes de fibre. Ces prévisions sont en accord avec les résultats expérimentaux que nous présentons dans le chapitre 8. La simulation permet également de vérifier la dépendance en ON^{-2} de la longueur limite L_{ML} entre les régimes moyen et long de fibre.

7.5.2 Conjugaison de phase par effet Brillouin dans la FGI

Régimes moyen et long

Les mêmes calculs ont été effectués avec les paramètres géométriques d'une fibre à gradient d'indice. Cette dernière a été dimensionnée de manière a accepter autant de mode que la FSI : sa fréquence de coupure vaut $V = 19$ et son ouverture $ON = 0.2$, elle support 45 modes. Les résultats sont illustrés sur la figure 7.20. Les courbes (a), (b) et (c) contiennent, comme dans le cas de la FSI, la fidélité, la sélectivité et la norme des différentes matrices en fonction de la longueur de la fibre. Les principales différences avec la FGI sont :

- la longueur limite entre les régime de fibre moyenne et de fibre longue est située vers $L_{ML} = 100m$, soit près de 300 fois plus que dans le cas de la FSI. Remarquons que la sélectivité comme la fidélité voit une longueur similaire,
- la fidélité crête ne dépasse pas 70%c contre presque 100% pour la FSI,
- la sélectivité est autour de 1.3 à 1.4, ce qui est faible par rapport à la valeur de 1.6 de la FSI,
- les amplitudes des matrices ΔBC et ΔPC sont plus importantes que dans le cas de la FSI. En effet, il y a à la fois plus d'inhomogénéités et plus de dégénérescences à compenser dans ces matrices.

La présence de la matrice U encore à des longueurs de l'ordre de $L = 1m$ est également un élément qui joue en la défaveur de la conjugaison. Elle est due à la répartition régulière des constantes de propagation : de nombreuses annulations des $\Delta\beta_{ijmn}$ ont alors lieu dans la matrice U. Néanmoins, on constate sur cette figure que la présence cette matrice n'affecte pas ou peu la fidélité ou la sélectivité.

En conclusion, on s'attend à une mauvaise qualité de conjugaison de phase dans une FGI. Cela est confirmé par les différentes longueurs détaillées en (1) à (5) sur la droite de la figure 7.20 : sur les figures (1) à (3), il apparaît nettement que seule une partie de la figure est conjuguée, en particulier les grains répartis en bordure de coeur ne sont pas réfléchis. Au delà de la longueur limite $L_{ML} = 109m$, comme illustré sur les figures (4) à (5), seuls les modes d'ordre faible les plus injectés sont réfléchis la sélectivité est mauvaise : on s'attend alors à une onde Stokes incohérente limitées aux modes d'ordre faible. Ces résultats sont cohérents avec la courbe de fidélité de la figure 7.12b lors de l'étude de l'effet des déséquilibres de facteurs de recouvrement. La figure 7.13 a également montré la sélection privilégiée des modes d'ordre faible.

Conclusion : la FGI

En conclusion, on s'attend avec la FGI à une mauvaise conjugaison de phase privilégiant les modes d'ordre faible dans le régime de fibre moyenne. Dans le régime de fibre longue, on s'attend à une onde Stokes somme incohérente des modes d'ordre faible de la fibre. Une utilisation d'un effet de beam cleanup est elle envisageable ?

7.5.3 Étude de cas particuliers, répartition des modes Pompe et Stokes

Dans ce paragraphe, nous reprenons quelques situations particulière déjà détaillées dans les figures 7.17 (en FSI) et 7.20 (en FGI) et nous nous intéressons particulièrement à l'amplitude et à la phase des différents modes qui constituent les ondes Stokes et Pompe.

Fibre à saut d'indice

Les figures 7.21 à 7.23 montrent le détail des modes des configurations de conjugaison dans trois FSI de longueurs $0.1m$ (figure 7.17(1)), $1.5m$ (figure 7.17(3)) et $14m$ (figure 7.17(4)).

Régime de fibre moyenne La figure 7.21 montre la répartition des modes dans un cas de conjugaison parfaite. Les figures de mode Pompe et mode propre Brillouin principal sont identiques : la fidélité est bonne (98.8%). Cela est confirmé d'une part par les figures de répartition d'amplitude sur les modes de la fibre (les figures (c) et (d) sont très proches, les amplitudes des modes sont respectées) et d'autre part par les figures de répartition de phase sur les modes de la fibre (la figure (f) montre que les différences de phase n'excèdent pas $0.15rad \approx \pi/20$). La sélectivité quant à elle est très bonne (1.59), d'où la prépondérance de la puissance du mode propre Brillouin principal sur les autres modes propres : la figure (g) montre l'histogramme des puissances sur les différents modes (ou le gain total, ce qui revient au même). C'est un cas de conjugaison parfaite.

Régime de fibre longue La figure 7.22 reprend l'exemple de la FSI de longueur $L = 1.5m$ montré en 7.17(2). La fidélité a fortement chuté (51%) en raison des aberrations chromatiques. Nous avons vu sur la figure de speckle 7.6 que la conjugaison est correcte au milieu de la fibre. Il y a, en ce plan, égalité de la phase et de l'intensité. C'est pourquoi la répartition en intensité du mode propre Brillouin principal est correcte en (d). En revanche, l'égalité des phases des modes n'est pas conservée lors de la propagation en raison du décalage Brillouin :

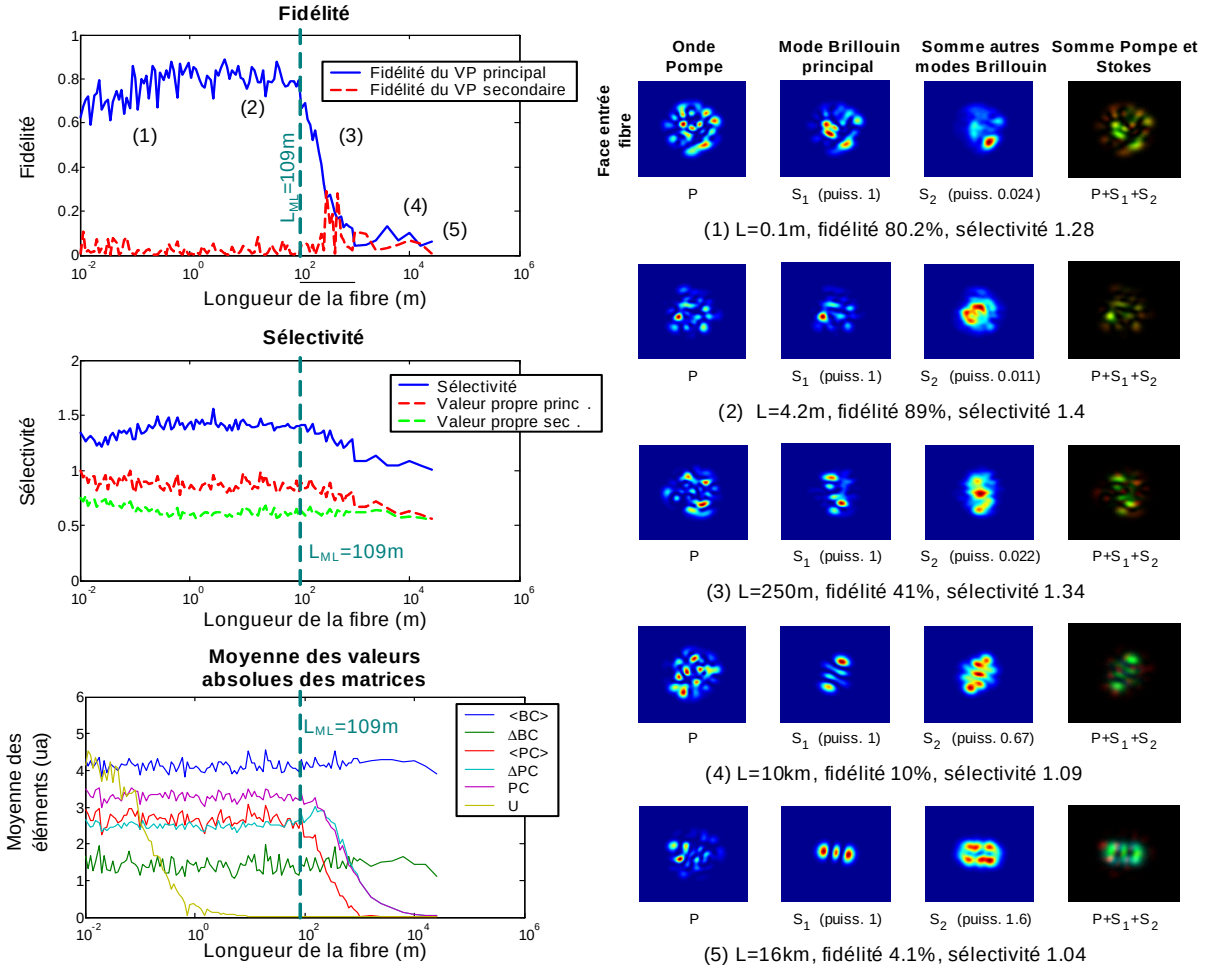


Fig. 7.20 – Mêmes paramètres que pour la figure 7.17 dans le cas d'une FGI de fréquence $V = 19$ et d'ouverture $ON = 0.2$.

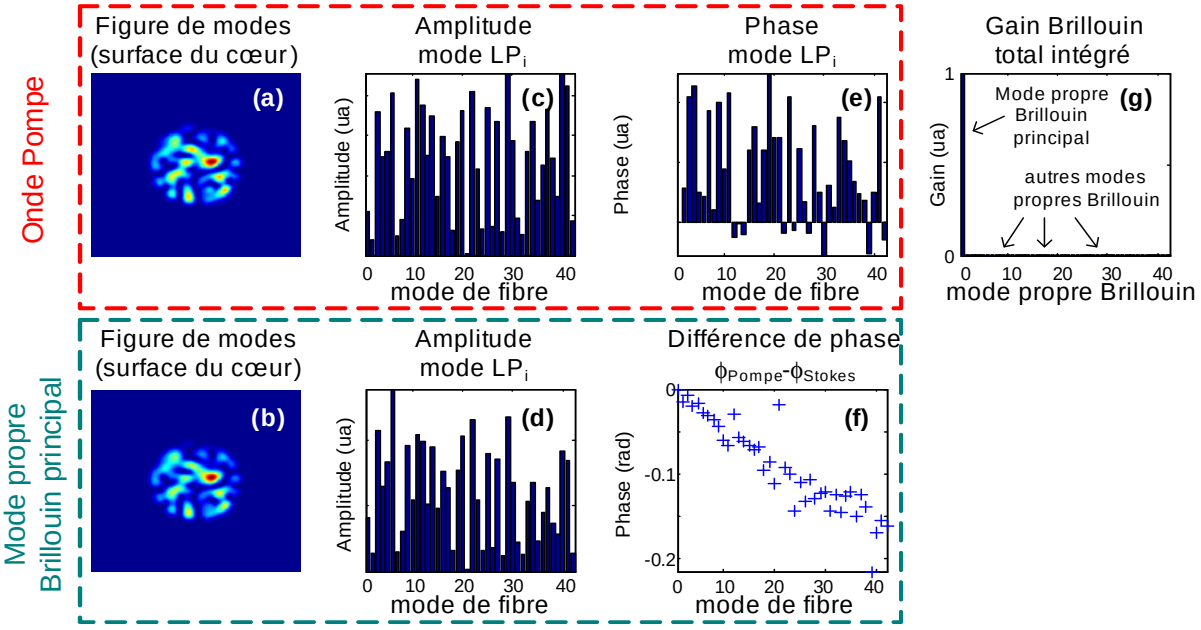


Fig. 7.21 – Exemple de conjugaison dans une FSI de longueur $L = 0.1m$ montré en 7.17(1). Le cadre rouge contient, pour l'onde Pompe : (a) la figure de mode sur la surface d'entrée de la fibre, (c) l'amplitude et (e) la phase respective de l'onde Pompe sur chaque mode de fibre. Le cadre vert contient, pour le mode propre Brillouin principale : (b) la figure de mode sur la surface d'entrée de la fibre, (d) l'amplitude du mode propre sur chaque mode de fibre et (f) la différence de phase entre l'onde Pompe et le mode propre Brillouin principal sur chaque mode de fibre. En (f) on montre le gain total intégré de chaque mode propre Brillouin. Le mode propre principal a ici un gain prépondérant.

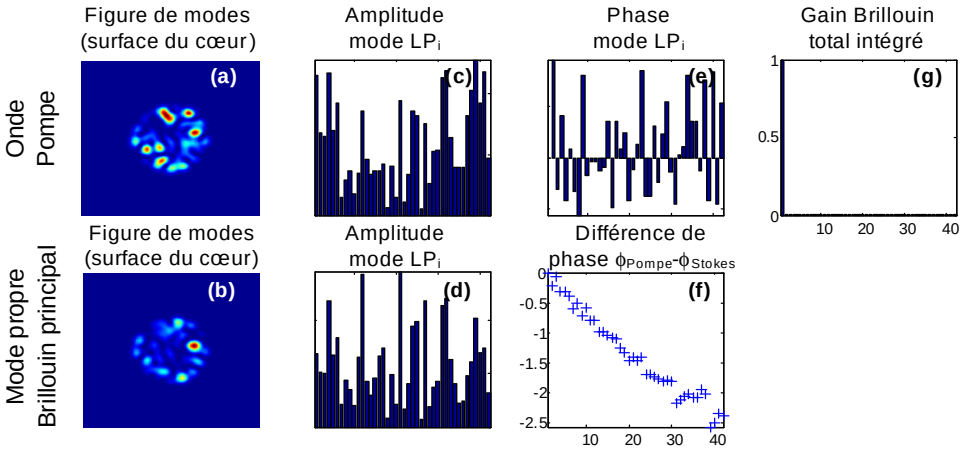


Fig. 7.22 – Mêmes données que dans 7.21 avec une FSI de longueur $L = 1.5m$.

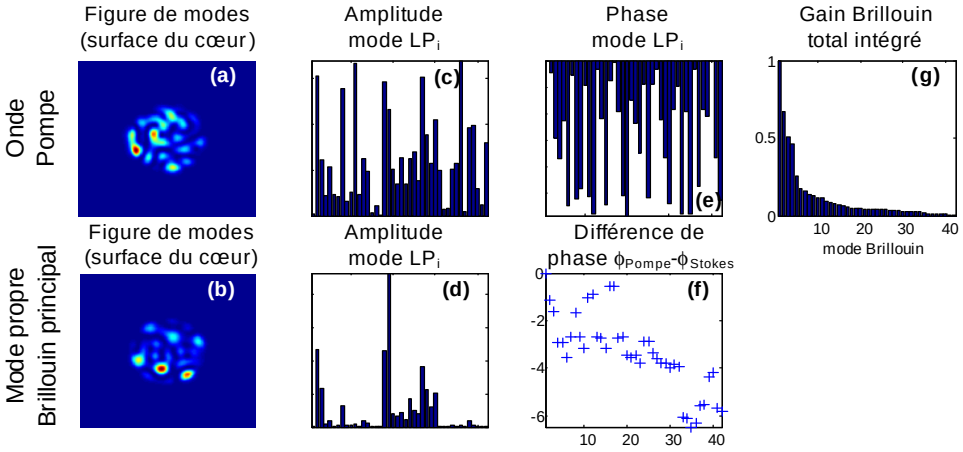


Fig. 7.23 – Mêmes données que dans 7.21 avec une FSI de longueur $L = 14m$.

les aberrations chromatiques de la fibre introduisent une dépendance linéaire du déphasage avec l'ordre du mode, que nous voyons sur la figure (f) et qui fait chuter la fidélité de la conjugaison. La sélectivité quant à elle reste très bonne (1.46). La figure 7.23 reprend le cas de la FSI de longueur $L = 14m$. L'intensité des modes est perturbée, mais la fidélité chute surtout (à 10%) en raison de la phase décalée de plus de 2π. La sélectivité chute à son tour (1.02), et les modes propres Brillouin supérieurs représentent 4 fois la puissance du mode principal.

Fibre à gradient d'indice

Les figures 7.24 à 7.26 montrent le détail des modes des configurations de conjugaison dans trois FGI de longueurs $4.2m$ (figure 7.20(2)), $250m$ (figure 7.20(3)) et $16km$ (figure 7.20(5)). Elles permettent de comprendre plus précisément l'effet Brillouin dans une FGI.

Régime de fibre courte Sur la figure 7.24, on se met dans un cas où la fidélité de la conjugaison vaut 89%. La phase est correctement conjuguée mais la fidélité est limitée par l'effet de passe bas sur l'intensité des modes qui est net sur la figure (d). Il est à relier à la figure 7.13 montrant les gains des modes en fonction de leur ordre : le gain décroît avec l'ordre du mode. La sélectivité quant à elle est relativement bonne (1.3).

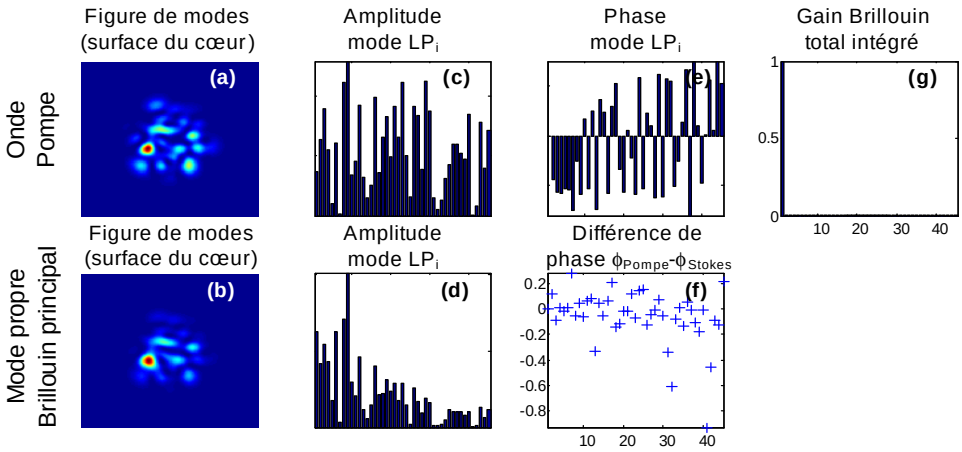


Fig. 7.24 – Mêmes données que dans 7.21 avec une FGI de fréquence de coupure $V = 19$ et de longueur $L = 4.2m$.

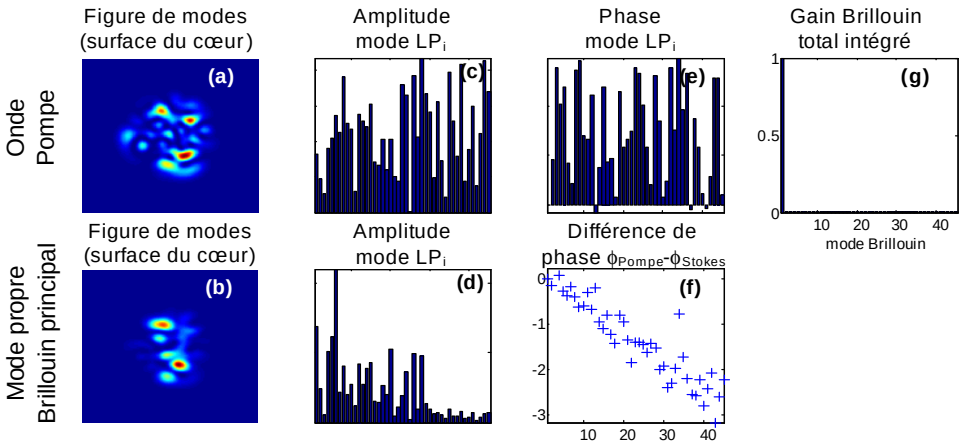


Fig. 7.25 – Mêmes données que dans 7.21 avec une FGI de fréquence de coupure $V = 19$ et de longueur $L = 250m$.

Régime de fibre longue La figure 7.25 présente le cas d'une FGI de longueur $250m$, c'est à dire le double de la limite du régime de conjugaison de phase. La fidélité chute à 41% en raison des aberrations chromatiques qui décalent la phase des modes élevés (f) et de l'effet du passe bas en intensité (d). La sélectivité est toujours 1.3. Enfin, la figure 7.26 montre le cas d'une FSI en régime de fibre longue ($L = 16km$). La conjugaison a bien sur disparue en raison d'une phase aléatoire (f) et d'une mauvaise sélectivité. Remarquons particulièrement que seuls quelques modes de fibre sont sélectionnés dans le mode propre Brillouin principal : il s'agit d'un groupe de modes bas dégénérés en β et particulièrement injectés par l'onde Pompe.

7.5.4 Conclusion sur les simulations

Ces simulations ont permis de confirmer les trois régimes de conjugaison de phase : le régime court, où les effets de guidage n'apparaissent pas, le régime moyen, qui est le régime de conjugaison de phase et le régime long, ou la sélectivité étant nulle, on attend au seuil un retour incohérent sur plusieurs modes. Le passage du régime moyen au régime long se traduit en FSI ou en FGI par un déphasage entre les modes d'ordre faible et les modes d'ordre élevé : c'est

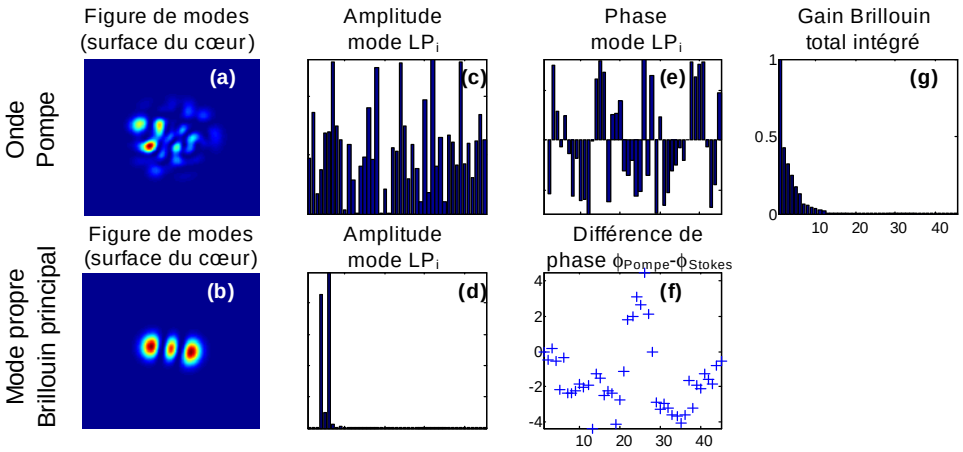


Fig. 7.26 – Mêmes données que dans 7.21 avec une FGI de fréquence de coupure $V = 19$ et de longueur $L = 16km$.

l'effet des aberrations chromatiques. Dans la FSI en régime moyen, la conjugaison de phase est excellente et n'est limitée, dans le cadre de nos hypothèses, que par les longueurs limites de ce régime. La FSI en régime long réfléchit une onde Stokes somme incohérente de tous les modes de fibre. La conjugaison de phase en FGI en régime moyen est limitée à une fidélité de l'ordre de 70 à 80% en raison du déséquilibre des facteurs de recouvrement qui ont tendance à privilégier les modes d'ordre faible. En régime long, la FGI réfléchit une onde Stokes incohérente constituée seulement des modes les plus faibles de la fibre.

7.6 Rôle des dégénérescences

Dans ce paragraphe nous cherchons à cerner le rôle des dégénérescences des fibres à saut et gradient d'indice dans la fidélité de la conjugaison de phase. Afin d'évaluer l'influence des dégénérescences sur cette fidélité, nous avons mené des simulations dans le cas de trois fibres différentes :

1. une fibre à saut d'indice comportant un quarantaine de modes ($V = 13$),
2. une fibre à gradient d'indice contenant également une quarantaine de mode ($V = 19$),
3. enfin une fibre à saut d'indice « non dégénérée », c'est à dire dont on a gardé uniquement un mode sur deux (en général une FSI contient des paires de mode dégénérés tournés de 90^o).

Nous avons tracé sur les figures 7.27 à 7.29 les courbes de fidélité de la conjugaison de phase en fonction de la longueur de la fibre dans plusieurs cas, pour chaque type de fibre :

1. le cas où on conserve dans le calcul à la fois les coefficients K_{ijmn} et R_{ijmn},
2. le cas où seul le coefficient R_{ijmn} est conservé, c'est à dire que l'on supprime l'effet de la dégénérescence,
3. enfin le cas où seul le coefficient K_{ijmn} est conservé, c'est à dire que l'on supprime l'effet du recouvrement des modes. Dans ce cas toutes le combinaisons de mode se voient également.
4. Notons que le cas trivial où les deux effets sont supprimés correspond à une fibre parfaite. Dans ce cas la fidélité est évidemment 100% quelle que soit la longueur de la fibre.

On reconnaît sur ces figures les comportements de la fidélité d'une FSI et d'une FGI : excellente dans le cas d'une FSI courte et moyenne dans le cas d'un FGI courte, et mauvaise dans les

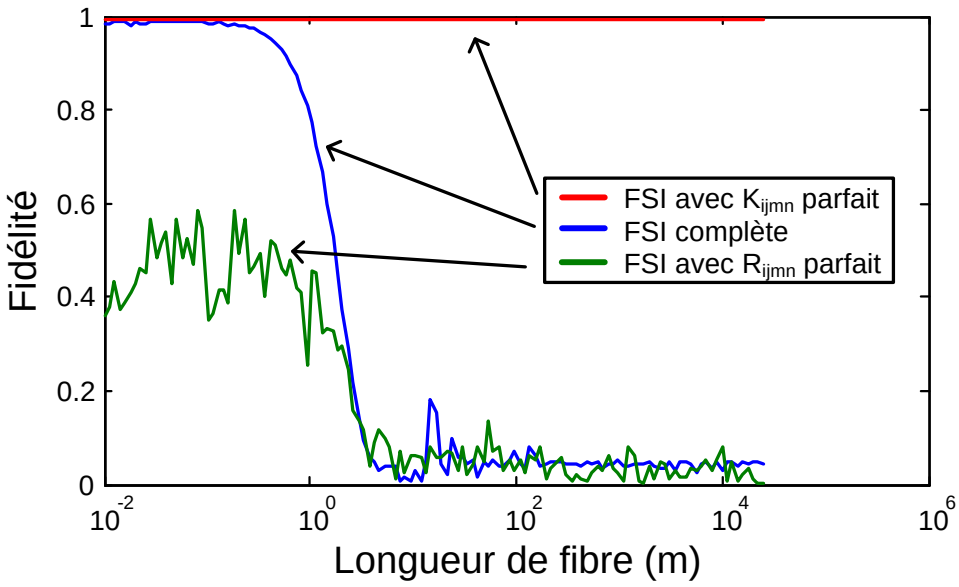


Fig. 7.27 – Fidélité de conjugaison de phase en fonction de la longueur d'une fibre à saut d'indice ($V = 13$) complète (en bleu), dont on a retiré l'effet de la dégénérescence (en rouge) et dont a retiré l'effet du recouvrement des modes (en vert).

cas de fibre longue. Lorsque l'effet de coefficient d'accord de phase est supprimé (en rouge), c'est à dire pour des fibres sans dégénérescence ni aberration chromatique, on constate que la fidélité est maximale. En revanche, lorsque l'effet du coefficient de recouvrement est absent, on constate que la fidélité chute considérablement. La raison en est que dans ce cas, de nombreuses combinaisons de modes participent au même réseau acoustique, et non plus les seules deux combinaisons intéressantes $i = j, m = n$ et $i = m, j = n$. Ces combinaisons parasites sont en général minimisées par le coefficient de recouvrement qui est faible pour des modes pris au hasard. Cette sélectivité bienvenue disparaît avec le coefficient R_{ijmn}.

Enfin, remarquons le comportement de la fibre non-dégénérée dont on a supprimé l'effet du coefficient de recouvrement : la fidélité est faible pour les courtes longueurs puis croit jusqu'à la longueur limite entre les régimes moyen et courts. Ce comportement est aussi observé à une échelle plus faible dans le cas de la FGI complète. L'origine en est la contribution de nombreux modes dont le désaccord de phase $\Delta\beta_{ijmn}$ est presque nul. Ils ne contribuent plus quand $\Delta\beta_{ijmn}L \gg 2\pi$.

En conclusion, l'effet brut des dégénérescences des fibres est très nuisibles à la fidélité dans tous les types de fibre. Dans les cas réels, cet effet néfaste est néanmoins minimisé par le facteur de recouvrement. D'autre part ces simulations confirment que le principal facteur responsable de la fidélité moyenne dans la FGI est bien le facteur de recouvrement. Une fibre « idéale » traitée au chapitre 9 montrera qu'une fibre hypothétique dont les modes sont aussi dégénérée qu'une FGI mais le facteur de recouvrement aussi bon qu'une FSI présentera une très bonne conjugaison.

7.7 Élargissement des hypothèses

Dans ce paragraphe, nous nous proposons de discuter les hypothèses prises au début de cette étude : d'abord l'hypothèse scalaire, qui suppose que l'onde Pompe est linéairement polarisée et la fibre non dépolarisante, ensuite l'hypothèse du seuil : que se passe-t-il si l'onde Pompe est

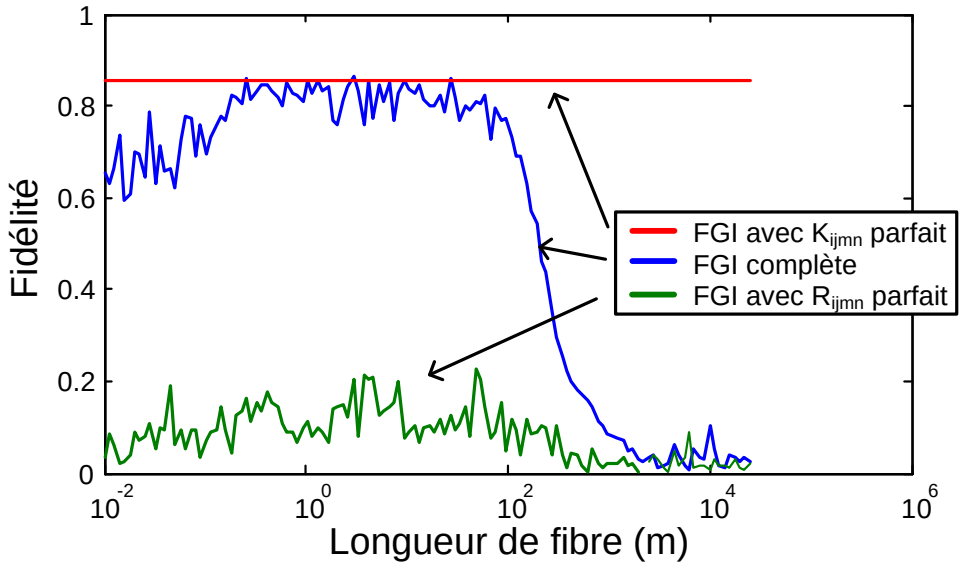


Fig. 7.28 – Idem figure 7.27 avec une fibre à gradient d'indice ($V = 19$).

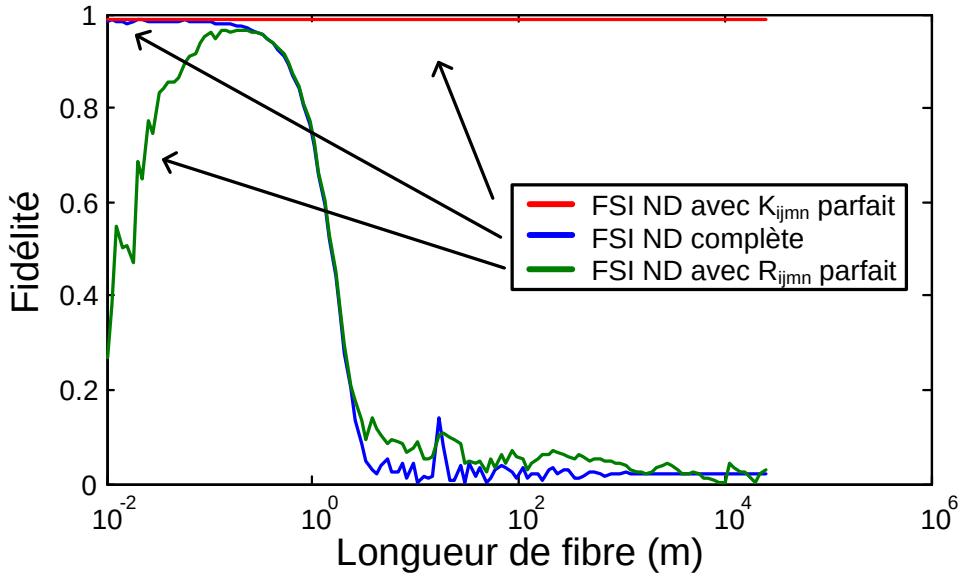


Fig. 7.29 – Idem figure 7.27 avec une fibre à saut d'indice sans dégénérescence ($V = 19$).

déplétée par l'onde Stokes ? Enfin, le mélange de mode, qui ne manque pas de se produire dans une fibre réelle.

7.7.1 Prise en compte de la polarisation dans une fibre

Équations de gain

Rappelons les formules qui décrivent ce qui se passe en espace libre (4.65) :

$$\frac{dE^{\perp}_{s_n}}{dr_{\vec{k}_{s_n}}} = \frac{3\omega_s}{4in_s c}\chi^{(3)}\left(E^{\perp}_{s_n}\sum_i E^{\perp}_{p_i}E^{*\perp}_{p_i} + E^{//}_{s_n}\sum_i E^{\perp}_{p_i}E^{*//}_{p_i} + E^{*\perp}_{p_n}\sum_{i\neq n} E^{\perp}_{p_i}E^{\perp}_{s_i} + E^{*//}_{p_n}\sum_{i\neq n} E^{\perp}_{p_i}E^{//}_{s_i}\right) \tag{7.59}$$

et récrivons là en ne gardant que les phases :

$$e^{i\phi^{\perp}_{s_n}}\sum_i e^{i(\phi^{\perp}_{p_i}-\phi^{\perp}_{p_i})} + e^{i\phi^{//}_{s_n}}\sum_i e^{i(\phi^{\perp}_{p_i}-\phi^{//}_{p_i})} + e^{-i\phi^{\perp}_{p_n}}\sum_{i\neq n} e^{i(\phi^{\perp}_{p_i}+\phi^{\perp}_{s_i})} + e^{-i\phi^{//}_{p_n}}\sum_{i\neq n} e^{i(\phi^{\perp}_{p_i}+\phi^{//}_{s_i})} \tag{7.60}$$

1. le premier terme correspond à l'amplification de l'onde Stokes, quelles que soient les configurations de phase (terme de la matrice BC)
2. le second n'intervient que quand l'onde Pompe a une relation de phase fixe entre les modes de la fibre ($\phi^{\perp}_{p_i} = \phi^{//}_{p_i} + cte$). Sinon il se moyenne à 0.
3. le troisième correspond au doublement du gain lors de la conjugaison de phase ($\phi^{\perp}_{p_i} = -\phi^{\perp}_{s_i} + cte$) (terme de la matrice PC)
4. le dernier correspond à une sorte de conjugaison de phase mutuelle, le fameux halo dans l'expérience de Blaschuk [Blaschuk *et al.*, 1978] ($\phi^{\perp}_{p_i} = -\phi^{//}_{s_i} + cte$).

Cohérence des modes

Afin de comprendre les différents cas, nous définissons pour deux faisceaux polarisés orthogonalement et répartis sur les modes i de la fibre :

- la *non-cohérence* entre ces faisceaux, quand les différences $\phi^{//}_i - \phi^{\perp}_i$ varient dans le temps à l'échelle du temps de vie des phonons : les phases fluctuent plus vite que la nanoseconde.
- la *cohérence* entre ces faisceaux, quand les différences $\phi^{//}_i - \phi^{\perp}_i = \Delta\phi_i$ sont fixes dans le temps. En revanche $\Delta\phi_i \neq \Delta\phi_j$ pour $i \neq j$: la différence de phase n'est pas égale pour tous les modes.
- la *relation de phase fixe* entre ces faisceaux, quand les différences $\phi^{//}_i - \phi^{\perp}_i = \Delta\phi$ sont stables et identiques. C'est un cas courant (faisceau polarisé + lame quart d'onde par exemple).

Dans les deux premiers cas, le terme 2 s'annule. Il y a alors deux solutions au doublement du gain : la solution CP qui s'appuie sur le troisième terme de (7.60) et la solution mixte qui s'appuie sur le quatrième terme. Dans le troisième cas, la somme $\sum_i E^{\perp}_{p_i}E^{*//}_{p_i}$ s'écrit $e^{-i\Delta\phi}\sum|E^{\perp}_{p_i}E^{*//}_{p_i}|$. Elle n'est plus négligeable et correspond au cas (d) de la figure 4.19, où les réseaux créés par les polarisations orthogonales diffractent la polarisation parallèle.

Ainsi, les différentes situations rencontrées seront un mélange des trois situations précédentes sur chaque mode. On sait par expérience que la conjugaison de phase se passe bien dans une fibre tant que les modes qui se propagent sont bien polarisés : dès que la fibre devient dépolarisante et sauf si le gain Brillouin effectif est confiné avant la dépolarisation, le conjugué perd sa polarisation et sa fidélité.

Cas de non-cohérence

Dans le cas de non-cohérence, les seconds et quatrième termes de (7.60) disparaissent : le second en raison d'une somme non constructive et le quatrième parce que la condition $\phi_{p_i}^{\perp} = \phi_{s_i}^{//}$ imposerait une variation trop rapide des positions des ondes acoustiques. Ainsi, seuls le premier terme (amplification uniforme) et le troisième (conjugaison de phase) sont présents : on s'attend à avoir une conjugaison de phase indépendante sur les deux polarisations. Les deux conjugués ne sont pas cohérents.

De manière générale, les deux polarisations sont trop *incohérentes* pour interférer entre elles et avec des réseaux acoustiques. Tout se passe comme si elles ne se « voyaient » pas.

Cas de cohérence sans relation de phase fixe

Dans le cas où les modes Pompe en entrée n'ont *pas de relation de phase fixe* (mais peuvent être tout de même cohérents), le second terme est une somme de termes de phases aléatoires donc s'annulent en moyenne. Les troisième et quatrième termes sont présents.

Dans une fibre à maintient de polarisation, nous nous attendons à des résultats similaires à ceux que Blaschuck a obtenu en 1978 [Blaschuk *et al.*, 1978] et qui sont décrits au chapitre 4.7. Rappelons qu'il a tenté de conjuguer en phase une onde dépolarisée dans une cellule et qu'il a observé en retour les deux polarisations conjuguées en phase mais sans relation de phase entre elles, plus le conjugué mutuel. La puissance relative de ces trois ondes Stokes est montrée sur la figure 4.20. Elle est fortement déséquilibrée lorsque la dépolarisation n'est pas complète. Une fibre à maintien de polarisation joue le même rôle que la cellule de Blaschuck, qui n'est pas dépolarisante : si les puissances des deux polarisation de l'onde Pompe sont équilibrées, trois ondes Stokes incohérentes doivent revenir, avec des puissances équilibrées : deux ondes Stokes polarisées et conjuguées en phase et une onde Stokes dépolarisée (conjugué mutuel). Si ces puissances sont déséquilibrées, on s'attend à voir seulement une onde Stokes sur la polarisation prédominante. Ajoutons que si la fibre ne guide pas de la même manière les deux polarisations, on s'attend à ce que le quatrième terme de l'équation 7.60 ne soit pas constructif, ce qui annulerait le conjugué mutuel. La cellule de Blaschuk ne présente pas ce problème : en propagation libre, les deux polarisations voient le même milieu.

Ainsi, dans le cas le plus favorable, les deux conjugués reviennent mais ne sont pas cohérents. Le seul cas exploitable est la conjugaison de phase d'une seule polarisation. *Ce sont les conditions classiques requises pour la conjugaison de phase dans une fibre* (une seule polarisation, fibre non dépolarisante sur la longueur effective pour le gain Stokes [Serebryakov et Chertkov, 1987]).

Dans une fibre sans maintien de polarisation, pour une onde Pompe polarisée, l'onde Pompe, polarisée linéairement en entrée de fibre, se dépolarise dans la fibre lors de sa propagation. La plupart des expérimentateurs qui ont constaté une mauvaise conjugaison dans des fibres longues accusent principalement la dépolarisation (voir par exemple [Serebryakov et Chertkov, 1987] et la figure 8.2 pour une constatation expérimentale et [Zel-dovich *et al.*, 1986] pour une analyse). En effet, en cas de dépolarisation, les polarisations originale et orthogonales sont globalement fortement déséquilibrées (la polarisation originale est plus « présente » dans la fibre que la polarisation orthogonale. C'est alors le cas montré à droite de la courbe 4.19 : les coefficients de réflexion Brillouin sont déséquilibrés, seule une polarisation revient et ne peut être conjuguée en phase. Une étude plus complète de ce cas nécessiterait une bonne connaissance des phénomènes de mélange de modes et de brouillage de polarisation.

Dans une fibre sans maintien de polarisation, pour une onde pompe dépolarisée, en revanche, on s'attend à avoir conjugaison sur les deux polarisations, comme dans l'expérience de Blashuck. Il est possible que la dépolarisation de la fibre mette en phase les deux ondes Stokes a priori incohérentes. Il y aurait alors *conjugaison de phase vectorielle dans une fibre*. A notre connaissance, aucune expérience dans la littérature n'infirme ou ne confirme cette possibilité.

Cas de la relation de phase fixe

Dans le cas où les deux polarisations de pompe ont une *relation de phase fixe*, le second terme s'écrit $e^{-i\Delta\phi}\sum|E_{p_i}^{\perp}E_{p_i}^{*//}|$: il n'est donc plus du tout négligeable. Il correspond à la réflexion d'une polarisation par les réseaux créés par l'autre polarisation. Il y a alors concurrence pour chaque polarisation, entre conjugaison de phase et réflexion sur les réseaux de l'autre polarisation. En effet, on a pris pour hypothèse que la phase de l'onde Pompe vérifiait :

$$\phi_i^{\perp} - \phi_i^{//} = \Delta\phi \tag{7.61}$$

ce qui nous permet de récrire les termes de phase de notre équation sous la forme

$$Ne^{i\phi_{s_n}^{\perp}} + Ne^{i\Delta\phi}e^{i\phi_{s_n}^{//}} + e^{-i\phi_{p_n}^{\perp}}\sum_{i\neq n}e^{i(\phi_{p_i}^{\perp}+\phi_{s_i}^{\perp})} + 0 \tag{7.62}$$

$$Ne^{i\phi_{s_n}^{//}} + Ne^{-i\Delta\phi}e^{i\phi_{s_n}^{\perp}} + e^{-i\phi_{p_n}^{//}}\sum_{i\neq n}e^{i(\phi_{p_i}^{//}+\phi_{s_i}^{//})} + 0 \tag{7.63}$$

qui correspondent respectivement au gain sur l'onde Stokes perpendiculaire et au gain sur l'onde Stokes parallèle. On a supprimé le dernier terme qui n'est pas efficacement constructif pour les raisons citées.

Hypothèse 1 : Faisons l'hypothèse que nous avons conjugaison de phase *pour les deux polarisations.*

$$\phi_{s_n}^{\perp} = -\phi_{p_n}^{\perp} \tag{7.64}$$

$$\phi_{s_n}^{//} = -\phi_{p_n}^{//} \tag{7.65}$$

alors les deux gains précédents se récrivent, après développement,

$$Ne^{-i\phi_{p_n}^{\perp}}\left(1+e^{2i\Delta\phi}\right) \tag{7.66}$$

$$Ne^{-i\phi_{p_n}^{//}}\left(1+e^{-2i\Delta\phi}\right) \tag{7.67}$$

Donc pour $\Delta\phi = 0$ ou $\Delta\phi = \pi$, on a bien doublement du gain pour le conjugué en phase. Mais il s'agit simplement des deux configurations de polarisation linéaire : dans le cas général, le gain n'est pas doublé.

Hypothèse 2 : Faisons simplement l'hypothèse qu'*une des polarisations* est conjuguée en phase.

$$\phi_{s_n}^{\perp} = -\phi_{p_n}^{\perp} \tag{7.68}$$

alors son gain s'écrit

$$2Ne^{-i\phi_{p_n}^{\perp}} + Ne^{i(\Delta\phi+\phi_{s_n}^{//})} \tag{7.69}$$

il est maximal pour $-\phi^{\perp}_{p_n} = \Delta\phi + \phi^{//}_{s_n}$ soit $\phi^{//}_{s_n} = -\phi^{//}_{p_n} - 2\Delta\phi$. Son gain et celui de l'autre polarisation s'écrivent alors :

$$3Ne^{-i\phi^{\perp}_{p_n}} \tag{7.70}$$

$$3Ne^{-i\left(\phi^{//}_{p_n} - 2\Delta\phi\right)} \tag{7.71}$$

Ce gain est plus important que dans le cas de la conjugaison des deux polarisations : cette configuration est favorisée. On rappelle que l'onde Pompe vérifiait $\phi^{\perp}_{p_i} = \phi^{//}_{p_i} + \Delta\phi$, cette étude simple a montré que le signal vérifie $\phi^{\perp}_{s_i} = \phi^{//}_{s_i} + \Delta\phi$. Ce n'est pas de la conjugaison de phase : si l'onde Pompe $\perp$ était en avance sur l'onde Pompe //, l'onde Stokes $\perp$ est toujours en avance sur l'onde Stokes //.

La réflexion d'un faisceau monomode sur ce miroir est équivalente à la réflexion sur un miroir plan. Ce n'est pas le conjugué en phase. Néanmoins, les aberrations sont tout de même corrigées sur la polarisation conjuguée en phase et donc sur la polarisation non conjuguée (car elle sont parfaitement superposées). Seul manque pour la conjugaison de phase le signe de la phase relative.

Conclusion

Ainsi, les trois situations principales que nous avons vues quant à la polarisation sont les suivantes :

- L'onde Pompe est polarisée linéairement et le gain Brillouin effectif a lieu dans la partie non dépolarisée de la fibre : la conjugaison de phase se passe bien.
- L'onde Pompe est dépolarisée (polarisations cohérentes ou incohérentes) dans une fibre à maintien de polarisation : on s'attend à avoir le conjugué en phase de chaque polarisation mais sans relation de phase.
- L'onde Pompe dépolarisée est cohérente dans une fibre sans maintien de polarisation : on peut espérer avoir une conjugaison de phase vectorielle. Il faut que les deux polarisations soient équilibrées en puissance.
- L'onde Pompe possède un déphasage fixe entre ses polarisations (polarisation globale elliptique ou non car les intensités des différents modes ne sont pas forcement les mêmes) : une des polarisations est conjuguée en phase. L'autre est réfléchie sur les réseaux de la première. Si tous les modes sont équivalents et superposés (polarisation elliptique) on a presque conjugaison de phase si ce n'est que l'avance de phase est conservée entre les polarisations.

Les seuls cas de polarisation utilisables pour la conjugaison de phase sont

- l'onde Pompe polarisée linéairement et la fibre non dépolarisante sur la longueur d'interaction Brillouin : il y a conjugaison de phase,
- l'onde Pompe dépolarisée dans une fibre mélangeant les polarisations : il y a peut-être conjugaison de phase vectorielle (à vérifier expérimentalement).

7.7.2 Effet de la déplétion de l'onde Pompe

La déplétion de l'onde Pompe dans les cas de non absorption et de comportement équilibré de la puissance des différents modes n'a pas d'effet d'après l'étude du paragraphe 5.2.4. Reprenons le cas de la FSI de longueur $L = 1.6m$ de la figure 7.6, où nous avions superposition des figures de speckle Stokes et Pompe au milieu de fibre. Cette superposition était alors perdue en début et fin de fibre en raison des aberrations chromatiques et la fidélité chutait à 0.52. Le plan de superposition était situé au milieu de la fibre car au seuil le gain est équi-réparti dans la fibre. Dans le cas où l'onde Pompe est déplétée, le comportement devrait être le même (voir 5.2.4).

Néanmoins, l'expérience de Suni en 1987 [Suni et Falk, 1987]— a montré des comportements différents en fonction de la réflectivité. Il les a attribués à la diffusion sur les parois du guide. Le modèle qui nous a conduit à toutes ces conclusions considère l'émission spontanée d'un photon en fin de fibre et non une émission répartie le long du guide. La prise en compte de la répartition de l'effet pourrait modifier ces résultats en écourtant la longueur réelle d'interaction car à haute réflectivité la majeure partie du gain se fait du côté de l'entrée de la fibre. Le plan de superposition de l'exemple précédent peut alors être décalé vers l'entrée de la fibre et la longueur effective d'interaction est plus courte que la longueur réelle de la fibre : on s'attend dès lors à une amélioration de la qualité de conjugaison de phase quand la réflectivité augmente.

Il est donc possible que cet effet de variation de la qualité de conjugaison échappe à notre modèle restreint par l'hypothèse d'émission du photon uniquement en fin de fibre. Dans ce cas, la condition sur la longueur de la fibre serait plus lâche dans la réalité (au dessus du seuil) que dans notre modèle. Aucun effet corroborant cette remarque n'a cependant été observé par nous ni rapporté à notre connaissance dans la littérature.

7.7.3 Effet du mélange de modes

L'effet du mélange des modes serait intéressant à traiter, mais nécessite une connaissance précise du phénomène et en particulier de sa dépendance avec la longueur d'onde : le mélange de mode est il achromatique ? Dans ce cas, qui parait le plus probable, il permet d'envisager la correction des déséquilibres de facteurs de recouvrement par un mélange de modes imposé.

7.8 Conclusion générale sur la conjugaison de phase dans les fibres multimodes

Résumons ici les résultats de cette étude théorique de la conjugaison de phase par effet Brillouin dans les fibres multimodes d'une onde monochromatique continue.

7.8.1 Formulation modale de l'effet Brillouin dans les fibres multimodes

Équation locale

L'effet Brillouin dans une fibre multimode se traduit par l'équation (5.18) :

$$\frac{dc_n^s(z)}{dz} = \frac{3\omega_s^2}{4ic^2}\chi_{\Omega_B}^{(3)}\frac{1}{\beta_n^s}\sum_{i,j,m}\left[\left(\int_0^\infty\int_0^{2\pi}\psi_i\psi_j^*\psi_m\psi_n^*(r,\phi)rdrd\phi\right)c_i^pc_j^{*p}c_m^s(z)e^{i(\beta_i^p-\beta_j^p-\beta_m^s+\beta_n^s)z}\right] \quad (7.72)$$

Elle est vraie dans les hypothèses d'enveloppe lentement variable et scalaire. Elle devient par ailleurs intégrable avec l'hypothèse du non-couplage de modes.

Hypothèses du seuil de l'effet Brillouin

L'hypothèse du seuil de l'effet Brillouin consiste à dire que l'onde pompe $\{c_i^p\}_{i=1..N}$ ne subit pas de déplétion, c'est à dire que ses coefficients ne varient le long de la fibre qu'en raison de l'absorption résiduelle. L'équation précédente est alors une équation d'évolution exponentielle. Il est alors raisonnable de supposer que les N solutions de cette équation seront des configurations de modes de gain uniforme. Cela revient à écrire l'onde Stokes sous la forme (5.24) :

$$P_s(z) = P_s(0)\cdot e^{\mu z-\gamma z} \quad (7.73)$$

$$E_s(\vec{r},t) = \left(\sum_i c_i^s\psi_i(r,\phi)e^{-i\beta_i^pz+\frac{\mu}{2}z-\frac{\gamma}{2}z}\right)e^{-i\omega_pt} \quad (7.74)$$

où μ est l'absorption linéique et γ le gain Brillouin uniforme.

Équation au seuil de l'effet Brillouin

Une intégration de (5.18) avec (5.24) permet d'écrire l'équation linéarisée dans le cas du seuil Brillouin (5.30) :

$$\gamma c_n^s = -\frac{3\omega_s^2}{2ic^2k_0}\chi_{\Omega_B}^{(3)} \sum_m \left(\sum_{i,j} \left[c_i^p c_j^{*p} R_{ijmn} K_{ijmn} \right] \right) c_m^s \tag{7.75}$$

où chaque terme $\left[c_i^p c_j^{*p} R_{ijmn} K_{ijmn} \right]$ représente **la diffraction de l'onde Pompe i sur le réseau créé par les ondes Pompe et Stokes j et m vers l'onde Stokes n**. Les constantes sont définies :

$$R_{ijmn} = \int_0^\infty \int_0^{2\pi} \psi_i \psi_j^* \psi_m \psi_n^*(r,\phi) r dr d\phi \tag{7.76}$$

$$K_{ijmn} = \frac{1}{L}\int_0^L e^{i(\beta_i^p - \beta_j^p - \beta_m^s + \beta_n^s)z - \mu z} dz = \frac{1}{L}\int_0^L e^{i\Delta\beta_{ijmn} z - \mu z} dz \tag{7.77}$$

$$\tag{7.78}$$

R_{ijmn} et K_{ijmn} sont respectivement le facteur de recouvrement et le coefficient d'accord de phase entre les modes i, j, m et n.

Équation aux vecteurs propres

L'équation précédente peut s'écrire sous la forme de l'équation au vecteurs propres (5.49) :

$$\frac{\gamma}{cte} C^s = M \cdot C^s \tag{7.79}$$

avec (5.47)

$$M(n,m) = \sum_{i,j} \left[c_i^p c_j^{*p} R_{ijmn} K_{ijmn} \right] \tag{7.80}$$

Cette équation aux valeurs propres admet N modes propres Brillouin $C^{s(i)} = V^{(i)}$ de gain uniforme $\gamma^{(i)} = cte \cdot \Lambda^{(i)}$. Le mode propre Brillouin principal est le mode propre de plus grande valeur propre. Ces modes propres Brillouin sont les modes Stokes en retour au seuil de l'effet Brillouin. Ils s'additionnent de manière incohérente et leur puissance est proportionnelle à $e^{21\frac{\gamma^{(i)}}{\gamma^{(0)}}}$.

7.8.2 Séparation des termes de la matrice M

La matrice M est séparée en trois sous matrices en fonction de la condition d'accord de phase : la matrice Beam Cleanup BC qui correspond aux termes en accord de phase, la matrice Conjugaison de Phase PC qui correspond aux termes en accord de phase au sens du faible décalage Brillouin, et la matrice Reste U qui corresponds aux autres termes, en désaccord de phase (5.56) :

$$M = \underbrace{BC}_{\Delta\beta=0} + \underbrace{PC}_{\Delta\beta\approx 0} + \underbrace{U}_{\Delta\beta\neq 0} \tag{7.81}$$

Régime de longueur	Termes utiles
courte	$M = BC + PC + U$
moyenne	$M = BC + PC$
longue	$M = BC$

Tab. 7.6 – Régimes

Régimes de longueur de fibre

Les trois matrices précédentes interviennent comme l'indique le tableau suivant : Le régime *fibre courte* correspond à la présence des trois matrices. Il ne nous intéresse pas. Le régime de *fibre de longueur intermédiaire* ne concerne que les matrices BC et PC. C'est le régime de la conjugaison de phase. Le régime *fibre longue* ne conserve que la matrice BC. C'est le régime de Beam Cleanup.

Longueurs limites entre les régimes

La longueur limite entre les régimes de fibre courte et moyenne L_{CM} est liée à l'atténuation moyenne des termes composant la matrice U. Ceux-ci sont négligeables quand :

$$L \gg L_{CM} = \frac{3n\lambda}{ON^2} \tag{7.82}$$

soit $L \gg 100\lambda = 0.1mm$ pour une ouverture numérique classique $ON = 0.2$ et une répartition uniformes des indices équivalents entre les indices de coeur et de gaine. La limite entre les deux premiers régimes est située entre $1mm$ et $10mm$. Dans le cas de la FGI, la répartition régulière des modes augmente cette longueur mais a peu d'influence sur la qualité de la conjugaison.

La longueur limite entre les régimes moyen et long L_{ML} correspond à la disparition de la matrice PC. Elle est liée aux aberrations chromatiques de la propagation des modes donc aux variations des constantes de propagation avec la longueur d'onde. Cette limite est très différente dans les FSI et les FGI. Un critère au premier ordre, valable pour des FSI de fréquence de coupure de l'ordre de $V = 30$ à 50, est donné par (7.5) :

$$L < L_{ML} \approx \frac{3.6n}{ON^2\Delta k_0} = \frac{1.8nc}{\pi ON^2\Omega_B} \tag{7.83}$$

Le critère au premier ordre valable de manière générale en FGI et donné par (7.6) :

$$L < L_{ML} \approx \frac{19n^3}{ON^4\Delta k_0} = \frac{9.5n^3c}{\pi ON^4\Omega_B} \tag{7.84}$$

où Ω_B est le décalage Brillouin (en Hz). Une FSI d'ouverture numérique $ON = 0.2$ a une longueur limite entre les régimes intermédiaire et long $L = 0.37m$. Une FGI de même ouverture a une longueur limite $L = 109m$.

Séparation des matrices BC et PC

Les matrices BC et PC sont décomposées en une matrice favorable à la conjugaison et une matrice perturbation (5.108) :

$$BC = \overline{BC} + \Delta BC \tag{7.85}$$
$$PC = \overline{PC} + \Delta PC \tag{7.86}$$

Les matrices $\overline{BC}$ et $\overline{PC}$ sont des matrices d'amplification et de projection sur le conjugué en phase.

7.8.3 Régime de conjugaison de phase

Conjugaison de phase

En régime de longueur de fibre moyenne, $M = BC + PC = \overline{BC} + \overline{PC} + \Delta BC + \Delta PC$. La matrice $\overline{BC} + \overline{PC}$ possède un vecteur propre Brillouin principal C^{*p} (onde Pompe conjuguée en phase) de valeur propre $\|C^p\|^2 (K_0\overline{R} + \overline{KR})$ et $N-1$ vecteurs Propres Brillouin orthogonaux et de valeur propre $\|C^p\|^2 (K_0\overline{R})$. Le mode propre Brillouin privilégié au premier ordre est le mode Stokes conjugué en phase de l'onde Pompe. Au seuil, il est 36 000 fois plus important que les autres modes propres Brillouin.

Perturbation

Les matrices perturbation ΔBC et ΔPC sont orthogonales à C^{*p}. Elles contiennent les termes qui s'écartent de la fibre parfaite. Entre autres :

- les aberrations chromatiques ou atténuation des coefficients d'accord de phase,
- les inhomogénéités des facteurs de recouvrement,
- les dégénérescences,
- le déséquilibre en intensité entre les modes Pompe.

Quantification des influences des perturbations

Une méthode de développement de ces perturbations permet de dégager deux indicateurs : la *sélectivité* et la *fidélité* de la conjugaison de phase. La première traduit la prépondérance du mode Brillouin principal (idéalement le mode conjugué en phase) sur les autres modes propres Brillouin. La seconde traduit la fidélité de ce mode propre Brillouin principal. Deux critères découlent de la condition de fidélité totale $f_{totale} > 85\%$:

$$f > 0.9 \tag{7.87}$$

$$sel > 1.8 \text{ pour } N \text{ grand} \tag{7.88}$$

$$sel > 1.3 \text{ pour } N \text{ petit} \tag{7.89}$$

Effets des perturbations

Aberrations chromatiques ou annulation des coefficients d'accord de phase : elles sont responsables de la chute de la fidélité et de la sélectivité lors du passage du régime moyen au régime long. Elles sont à l'origine de la longueur limite L_{ML}, et se traduisent par un déphasage progressif des modes d'ordre élevé par rapport aux modes d'ordre faible.

Inhomogénéités des facteurs de recouvrement : elles sont très importantes dans la FGI où le gain chute quand la constante de propagation β s'éloigne du mode fondamental (modes moins confinés). La fidélité de la conjugaison de phase est limitée par l'effet de ces inhomogénéités, qui se traduisent par une réflexion sélective des modes d'ordre faible uniquement. Les facteurs de recouvrement sont homogènes dans la FSI.

Dégénérescences : les faibles dégénérescences de la FSI n'affectent pas la conjugaison de phase. D'autre part, les fortes dégénérescences de la FGI se montreront également négligeables dans le cas de la fibre idéale étudié dans un chapitre ultérieur de conclusion.

Déséquilibre en intensité entre les modes Pompe : de manière générale, la conjugaison est très robuste avec le déséquilibre en intensité des modes injectés, dès que ceux-ci sont en nombre supérieur à 3 ou 4. Dés que $N > 10$, l'écart type autorisé sur la puissance injectée dans chaque mode est supérieur à la puissance moyenne de chaque mode. Dans le cas où le nombre de modes est faible, nous avons pu dégager les tendances suivantes :

- si un seul mode est très injecté et plusieurs autres peu injectés : la fidélité se détériore si le mode principal contient plus de la moitié de la puissance Pompe totale (répartie sur tous les modes),
- si seuls deux modes sont injectés, la fidélité se détériore si le rapport de leur puissance dépasse 1.5.

Condition de conjugaison de phase idéale

En conclusion, nous pouvons espérer obtenir une bonne conjugaison de phase dans une FSI de longueur comprise entre $10mm$ ($\gg L_{CM} \approx 0.1mm$) et $0.4m$ ($= L_{ML}$). Ces valeurs dépendent de l'ouverture numérique et sont données pour $ON = 0.2$. Nous ne pouvons pas espérer une bonne conjugaison dans une FGI en raison de l'inhomogénéité des facteurs de recouvrement, sauf dans certains cas particuliers d'injection (très peu de modes par exemple).

7.8.4 Régime de fibre longue

Au delà de quelques mètres de FSI ou de quelques centaines de mètres de FGI, l'effet Brillouin passe en régime de fibre longue où $M = BC$. Dès lors, les modes propres Brillouin sont les vecteurs propres de la matrice BC presque diagonale, c'est à dire les paquets de modes dégénérés. Si les gains de chaque paquet sont équivalents, l'onde Stokes est une somme incohérente de tous ces modes propres Brillouin. C'est le cas de la FSI : l'onde Stokes attendue est une combinaison incohérente de tous les modes de fibre. Si les gains sont déséquilibrés, le mode propre de gain maximal est privilégié au seuil. C'est le cas de la FGI, où on attend un retour incohérent sur les modes d'ordre faible de la fibre.

7.8.5 Autres paramètres entrant en jeu

Polarisation

Les seuls cas de polarisation utilisables pour la conjugaison de phase sont

- l'onde Pompe polarisée linéairement et la fibre non dépolarisante sur la longueur d'interaction Brillouin : il y a conjugaison de phase,
- l'onde Pompe dépolarisée dans une fibre mélangeant les polarisations : il y a peut-être conjugaison de phase vectorielle (à vérifier expérimentalement).

Déplétion de l'onde Pompe

On s'attend à ce que la déplétion de la pompe diminue la longueur effective d'interaction. Une fibre longue peut alors être utilisée en régime de longueur moyenne.

Chapitre 8

Résultats expérimentaux

Dans ce chapitre nous décrivons les expériences que nous avons faites avec deux fibres multimodes. L'une est une fibre à saut d'indice (FSI) et l'autre une fibre à gradient d'indice (FGI). Les expériences ont été menées dans 3 configurations différentes :

1. Faisceau Pompe continu (CW) multimode transverse : le faisceau est issu d'un oscillateur monomode spatial et fréquentiel suivit d'un amplificateur à fibre multimode. La longueur de cohérence de ce faisceau est supérieure à $2km$ et la qualité de faisceau est $M^2 \approx 10$.
2. Faisceau Pompe quasi-continu (QCW) multimode transverse : le même faisceau est découpé en impulsions de durée $\tau = 1\mu s$ à une fréquence de répétition $f = 33kHz$. La longueur de cohérence de ce faisceau est $L_{coh} = 300m$, c'est à dire la longueur des impulsions. La forme spatiale du faisceau est la même que dans le cas CW, en particulier la qualité de faisceau est $M^2 \approx 10$.
3. Faisceau Pompe $20ns$ monomode transverse : un laser commercial délivre des impulsions monomodes d'énergie maximale $200mJ$, de durée $\tau = 20ns$ et de longueur de cohérence estimée $L_{coh} = 50cm$. La longueur des impulsions est $L = 6m$. Il est limité par la diffraction ($M^2 \approx 1$).

Les résultats théoriques des chapitres précédents distinguent trois régimes de fonctionnement : le régime de la fibre courte, le régime de la fibre moyenne (régime de conjugaison de phase) et le régime de la fibre longue.

Dans le cas de la FSI, la théorie précédente donne une longueur limite L_{ML} autour du mètre (limite entre les régimes de fibre moyenne et longue pour la FSI). Les configurations étudiées sont les suivantes :

- La FSI de longueur $1km$ en pompage CW (régime long)
- La FSI de longueur $1km$ en pompage QCW (régime long)
- La FSI de quelques mètres en pompage impulsionnel (régime moyen).

Les configurations de pompage CW et QCW, qui utilisent respectivement $1km$ de fibre et $100m$ de fibre ($300m$ en espace libre correspondent à $100m$ aller-retour dans une fibre), correspondent au régime de fibre longue. En revanche, la configuration de pompage impulsionnel ($20ns$) n'utilise que $2m$ de fibre en aller retour, on est encore dans le régime de fibre moyenne.

Dans le cas de la FGI, la limite entre le régime de fibre longue et le régime de fibre moyenne se situe autour de la centaine de mètres. La FGI utilisée a une longueur de $1km$ ou de $30m$. Elle est étudiée dans les configurations de pompage suivantes :

- La FGI de longueur $1km$ en pompage CW (régime long)
- La FGI de longueur $1km$ en pompage QCW (régime moyen)
- La FGI de longueur $30m$ en pompage QCW (régime moyen)
- La FGI de quelques mètres en pompage impulsionnel (régime moyen).

Seule la première configuration correspond au régime de fibre longue, les suivantes correspondent au cas de la fibre de longueur moyenne.

Dans un premier paragraphe (8.1), nous répertorions les expériences qui ont été publiées dans le domaine de l'effet Brillouin dans les fibres multimodes. Ensuite (8.2) nous présentons les différents montages utilisés dans nos expériences. Les techniques utilisées pour faire les différentes mesures sont également présentées. Dans un troisième et un quatrième paragraphe, on rapporte les résultats obtenus en régime long (8.3) et moyen (8.4) avec la FSI puis nous concluons (8.5). Le régime moyen est le régime de conjugaison de phase. Les paragraphes (8.6) et (8.7) rapportent les résultats en régime long et moyen obtenus avec une FGI qui sont résumés en (8.8). La vue de ces différents résultats nous amène à concevoir un schéma de beam cleanup en cavité avec la FGI, qui est décrite en (8.9). Enfin, nous reportons les observations temporelles et spectrales sur les différents schémas (C). Le dernier paragraphe (8.10) présente les conclusions de ces analyses expérimentales.

8.1 État de l'art . . . 235
8.1.1 École russe : les années 80 . . . 235
8.1.2 L'école allemande : le régime impulsionnel . . . 237
8.1.3 La conjugaison de phase en CW . . . 239
8.1.4 Approches théoriques . . . 240
8.1.5 Expériences de beam cleanup . . . 241
8.1.6 Cavités Brillouin . . . 242
8.1.7 Résumé de l'état de l'art . . . 242
8.2 Schémas expérimentaux . . . 243
8.2.1 Configuration de pompage continu (CW) et quasi-continu (QCW) . . . 243
8.2.2 Configuration de pompage impulsionnel 20ns . . . 252
8.2.3 Fibres multimodes utilisées dans les expériences . . . 252
8.3 Fibre à Saut d'Indice FSI en régime de fibre longue : configurations CW et QCW . . . 254
8.3.1 Prévisions théoriques et premières observations . . . 254
8.3.2 Analyse de l'effet de cavité sur la FSI . . . 260
8.3.3 FSI en cavité forcée . . . 267
8.3.4 Conclusion : la FSI en régime de fibre longue . . . 271
8.4 Fibre à Saut d'Indice FSI en régime de fibre de longueur moyenne : conjugaison de phase . . . 272
8.4.1 Prévisions théoriques . . . 273
8.4.2 Réflectivités . . . 273
8.4.3 Profil et polarisation du faisceau Stokes . . . 274
8.4.4 Correction d'aberration . . . 274
8.5 Conclusion : l'effet Brillouin dans une FSI . . . 281
8.5.1 Régime de fibre moyenne . . . 281
8.5.2 Régime de fibre longue . . . 281
8.6 Fibre à Gradient d'Indice FGI en régime de fibre longue . . . 282
8.6.1 Prévisions théoriques . . . 282
8.6.2 Réflectivité . . . 282
8.6.3 Observation du profil Stokes . . . 283
8.6.4 Conclusion sur la FGI en régime long . . . 285
8.7 FGI en régime de fibre de longueur moyenne . . . 285
8.7.1 Prévisions théoriques . . . 285
8.7.2 Pompage QCW d'une FGI de longueur 1km . . . 286
8.7.3 Pompage QCW d'une FGI de longueur 30m . . . 292

8.7.4 Pompage impulsionnel 20ns d'une FGI de longueur 2m. 295
8.8 Conclusion : l'effet Brillouin dans une FGI 297
8.8.1 Résumé 297
8.8.2 La FGI comme miroir à conjugaison de phase ? 298
8.8.3 La FGI comme convertisseur de mode ? 298
8.9 Beam cleanup en cavité Brillouin 299
8.9.1 Conservation du mode fondamental dans une FGI de 30m 299
8.9.2 Observations : l'effet Brillouin en cavité 301
8.9.3 Beam cleanup en cavité Brillouin filtrée 304
8.9.4 Conclusion : la cavité Brillouin 311
8.10 Conclusion des expériences 312
8.10.1 Points à retenir 312
8.10.2 Résumé des réflectivités Brillouin atteintes 315

8.1 État de l'art

Répertorions ici l'ensemble des expériences qui ont été reportées dans la littérature concernant la conjugaison de phase par effet Brillouin dans une fibre multimode.

8.1.1 École russe : les années 80

Petrov et al. : premières observations

Nous devons à l'école russe les premières expériences de conjugaison de phase par effet Brillouin dans des fibres multimodes. En 1982, Petrov et Kuzin [Petrov et Kuzin, 1982] observent une onde Stokes monomode spatiale dans des fibres de longueur comprises entre 0.3 et 10m, de diamètre de coeur 30μm et d'ouverture 0.15. L'impulsion Pompe dure 30ns. Une ouverture leur permet de vérifier que la puissance réfléchie est conjuguée en phase. Ils obtiennent une puissance Pompe au seuil de l'effet de 4kW pour les fibres de longueur comprises entre 0.5 et 10m et une réflectivité de 50% pour une puissance Pompe valant trois fois la puissance au seuil, ce qui correspond environ à une efficacité limite de 66%.

Chertkov : étude systématique

Chertkov en 1984 [Chertkov, 1984] conjugue en phase un faisceau détérioré par un amplificateur « bulk » aberrant. Les impulsions de 25ns sont couplées dans différentes fibres en silice et en quartz fondu de diamètres compris entre 50 et 400μm et de longueur $L = 2.5m$. Le seuil à 50μm de diamètre est 20μJ pour les deux types de fibre et comme Petrov et al., il obtient une réflectivité de 50% à une puissance triple de la puissance au seuil. La qualité de conjugaison de phase est mesurée par la méthode du double passage dans un trou de filtrage. Il mesure des courbes similaires représentées sur la figure 8.1 pour toutes les fibres : augmentation de la réflectivité et de la qualité de la conjugaison avec la puissance de Pompe.

Il n'explique pas la raison pour laquelle la qualité de conjugaison augmente avec la puissance de pompe. Il mesure une longueur de dépolarisation de 15cm, donc courte devant la longueur des fibres. Il est probable que cette augmentation de qualité soit liée à la participation plus importante de la fibre non dépolarisée. En effet, la dépolarisation peut être vue comme une perte dans la fibre, or une perte ne peut être rattrapée par conjugaison. Elle est d'autant plus faible que la réflexion se passe majoritairement dans une zone limitée de la fibre.

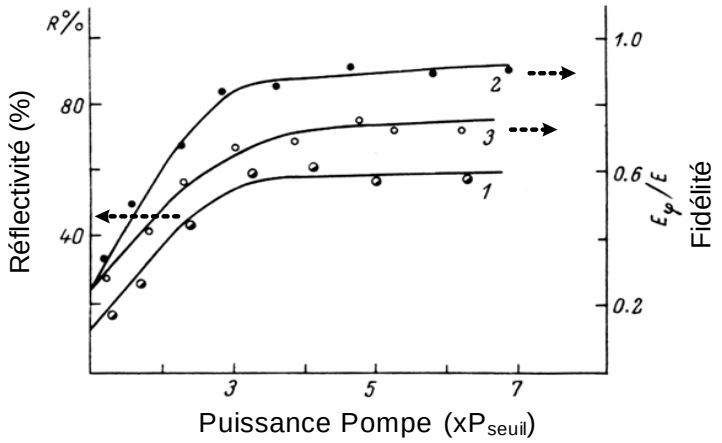


Fig. 8.1 – Expérience de Chertkov [Chertkov, 1984] : (1) réflectivité, (2) fidélité en pompage monomode et (3) fidélité en pompage multimode d'une FSI (diam. $50\mu m$, long. $2.5m$) en fonction de l'écart au seuil.

Basiev et al. : CP ou BC dans une fibre longue ?

Basiev, en 1982, fait une expérience intéressante [Basiev *et al.*, 1982] avec une FSI longue de $80m$, de diamètre $30\mu m$ et d'ouverture 0.15. Il l'excite avec une onde Pompe peu divergente ($0.07rad$). Il observe en retour une onde Stokes monomode également, mais de dimension intermédiaire entre la taille du spot Pompe et la taille du mode fondamental. Il ne donne pas d'explication convaincante. Il est possible qu'un mélange des deux effets se produise, car le mode fondamental est injecté de manière privilégiée par une pompe très peu divergente.

Kuzin et al. : CP dans une fibre longue

Kuzin fait en 1985 [Kuzin *et al.*, 1985] une expérience intéressante : il conjugue un faisceau monomode entouré d'un anneau (diffraction d'un trou) dans une FSI courte ($7m$) puis dans une FSI longue ($130m$) avec un spot de durée $500ns$. Le spot Pompe est monomode mais filtré par un agencement de deux trous. Dans la fibre courte ($7m$), le seuil de l'effet est $50W$ et il obtient la conjugaison du spot central et d'une partie de l'anneau. Il précise que l'anneau est moins bien réfléchi que le spot central mais que ce dernier a la même divergence que l'onde Pompe. Dans la fibre longue ($130m$), le seuil descend à $10W$ et il obtient un faisceau Stokes sur les deux polarisations. La polarisation identique à la polarisation Pompe est aussi conjuguée en phase de l'onde Pompe tandis que l'autre polarisation s'en « écarte sensiblement ». Il précisera plus tard [Kuzin E. A. et ed M, 1994] que la proportion de puissance Stokes repassant dans le filtre est supérieure à 80% dans le cas de la polarisation Pompe et presque 0 dans la polarisation orthogonale. Il mesure la longueur de dépolarisation autour de $100m$. C'est tout à fait étonnant pour une fibre multimode et laisse penser qu'un très faible nombre de modes est injecté.

Conscient de l'incompatibilité de son résultat avec la formule de Hellwarth donnant une longueur maximale de fibre autour du mètre ainsi que de celle de Zel'dovich (autour de $10m$), Kuzin explique que la conjugaison se passe bien en distinguant trois régions de la fibre. Les trois régions sont les suivantes : la région occupée par le précurseur, une région longue de naissance de l'onde Stokes mais de phase aléatoire, la région en entrée de fibre où l'essentiel de l'amplification Brillouin et de la sélectivité de l'onde conjuguée se fait. Cette explication est incompatible avec notre modèle : nous avons montré au chapitre 5.2 qu'une forte réflectivité (déplétion de l'onde Pompe) ne change pas les formules et les solutions propres de l'équation de l'effet Brillouin.

D'après ces formules, le conjugué n'est donc pas plus favorisé quand la majorité de la réflexion a lieu en début de fibre que quand elle est répartie sur toute la fibre (comme au seuil). Ces résultats du modèle sont vrais tant que l'onde Stokes est intégralement issue de l'amplification du bruit thermique en fin de fibre, mais en réalité le bruit est reparti le long de la fibre et certains photons Stokes n'auront vu qu'une partie de la fibre : un modèle plus fin permettrait peut-être de confirmer l'explication de Kuzin.

Dans l'expérience de Kuzin, la puissance de l'onde Pompe au seuil de l'effet est divisée par 5 (au lieu de 20) quand la longueur est multipliée par 20 (de $7m$ à $135m$). La longueur équivalente est alors $7 \times 5 = 35m$ au lieu des $135m$ de fibre. Ajoutons que le précurseur (qui génère le début de l'onde Stokes) dure entre $50ns$ et $100ns$ d'après les figures, ce qui correspond à un temps de parcours entre 25 et $50ns$ dans la fibre, soit entre 6 et $12m$. L'ensemble des $500ns$ ne participe pas à l'amplification car ils ne sont pas encore rentrés dans la fibre. Ainsi, si l'amplification est limitée au début de cette fibre équivalente de longueur 6 à $12m$, il est concevable que le faisceau soit en partie conjugué en phase malgré le régime théorique long de la fibre totale.

Une autre explication des phénomènes observés est possible : il ne s'agit peut-être pas d'une réelle conjugaison de phase car le spot injecté est monomode. L'argument qui joue en faveur d'une conjugaison est que le spot central de l'onde Stokes a la même divergence que le spot central de l'onde Pompe : ce phénomène peut aussi être intermédiaire entre conjugaison et beam cleanup dans la FSI en régime long.

Ainsi, nous sommes ici probablement dans un cas limite entre la conjugaison et le beam cleanup dans une fibre. Ces résultats seraient probablement différents dans le régime de pompage continu, où il n'y a pas de précurseur.

Serebryakov et Chertkov : vers la conjugaison en régime continu

Serebryakov et Chertkov, en 1987 [Serebryakov et Chertkov, 1987], tentent de conjuguer en phase des impulsions microseconde dans des fibres de longueur entre $1m$ et $10m$. Les impulsions durent $2\mu s$ et sont envoyées dans une fibre quartz de diamètre $250\mu m$ et d'ouverture 0.12. Le faisceau Pompe est rendu aberrant ($M^2 \approx 50$) par passage dans un amplificateur de mauvaise qualité optique. La fidélité après conjugaison dans la fibre et second passage dans l'amplificateur est mesurée pour une puissance Pompe 3 fois supérieure à la puissance de seuil et pour différentes longueurs de fibre. Cette mesure est reproduite sur la figure 8.2, qui montre la fidélité et la dépolarisation de l'onde Stokes en fonction de la longueur de la fibre. La fidélité passe de 70 à 40% entre 1 et $10m$ de fibre, tandis que la polarisation du faisceau Stokes passe de 100% à 75% polarisé horizontalement entre 1 et $10m$ (et 25% polarisés verticalement). Notons que seule la polarisation horizontale de l'onde Stokes est renvoyée dans l'amplificateur. Les puissances seuil de l'effet et seuil de dommage sont respectivement $10kW$ et $100kW$ pour une fibre de $2m$ et sont $2kW$ et $100kW$ pour la fibre de longueur $10m$. La réflectivité totale atteint 85% sur la somme des deux polarisations. Serebryakov explique la chute de fidélité par la dépolarisation et le décalage Brillouin, effets apparaissant à des longueurs équivalentes.

Cette expérience en régime quasi-continu semble montrer que la conjugaison de phase en continu d'une onde fortement aberrante est impossible dans des fibres de plus de quelques mètres. Les deux raisons avancées sont le décalage Brillouin et la dépolarisation.

8.1.2 L'école allemande : le régime impulsionnel

Eichler et al.

Eichler, en 1997 [Eichler *et al.*, 1997b], s'intéresse à la conjugaison de phase par effet Brillouin dans les fibres multimodes en régime pulsé avec des impulsions de $30ns$. Il compare les réflec-

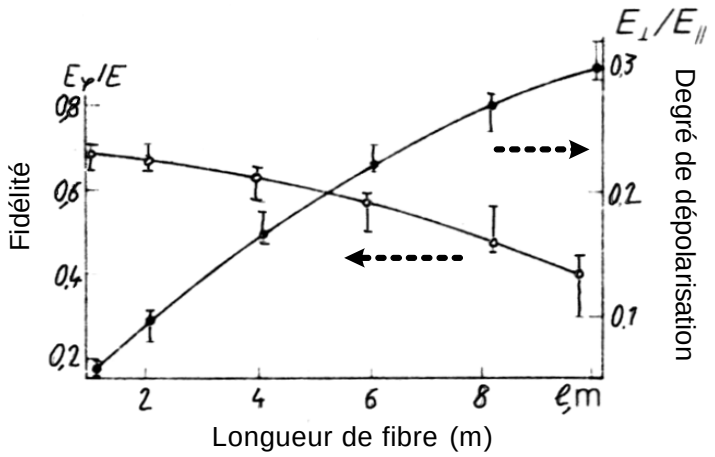


Fig. 8.2 – Expérience de Serebryakov [Serebryakov et Chertkov, 1987] : la fidélité (proportion conjuguée en phase) et le degré de polarisation (défini comme le rapport en puissance entre les onde Stokes polarisées parallèlement et orthogonalement à l'onde Pompe) en fonction de la longueur de la fibre.

tivités et fidélités de différentes longueurs de fibre (FSI, diam. $200\mu m$, ON 0.22) entre 0.1 et $10m$. Il remarque qu'en raison de la longueur de cohérence $L_{coh} = 50cm$ du laser utilisé, la longueur utile de fibre est $2m$: l'utilisation d'une fibre plus longue n'a pas d'effet. En excitation monomode spatiale et pour une fibre de longueur $4m$, il a un seuil de $500\mu J$ soit $17kW$, une réflectivité maximale de 50% à $5mJ$ incidents (seuil de dommage $500MW/cm^2$) et une fidélité de 93%. Le spot Stokes n'est pas dépolarisé de plus de 10% tandis que le spot Pompe transmis est complètement dépolarisé. Il dit pouvoir descendre en dessous de 0.5% de dépolarisation en prenant des précautions particulières lors du dénudage de la fibre. En utilisant un aberrateur « fibre multimode » $8.7cm$ suivi d'une fibre à conjugaison de phase de longueur $2m$, le seuil reste le même, la réflectivité atteint 50% et la fidélité 78%. On note que la réflectivité est stable pour une puissance Pompe allant de la puissance seuil à 10 fois celle-ci. L'aberrateur fibre dépolarise le faisceau en un passage de 9%.

En 2002, Eichler et al. [Eichler *et al.*, 2002] étudient les réflectivités de différentes FSI de même longueur $L = 10m$, de même ouverture $ON = 0.22$ et de diamètres 25, 50, 100 et $200\mu m$. Les réflectivités sont montrées sur la figure 8.3. Le seuil de dommage commun est environ $1GW/cm^2$ pour des impulsions de durée $30ns$. Signalons la publication par Riesbeck en 2001 [Riesbeck *et al.*, 2001] d'une source MOPA massive avec un miroir à conjugaison de phase par effet Brillouin dans une fibre multimode de $315W$ moyens et un facteur de qualité de faisceau $M^2 = 2.6$.

Heuer et Menzel

Heuer et Menzel proposent en 1998 [Heuer et Menzel, 1998] une configuration étonnante de miroir à conjugaison de phase, réalisé avec une fibre multimode de diamètre $100\mu m$ sur une longueur $0.5m$ puis étirée jusqu'à un diamètre de $20\mu m$ sur $0.5m$. Cette configuration « taper » permet selon lui de réduire le seuil, bien qu'il ne compare pas les réflectivités avec et sans cet entonnoir. On peut néanmoins estimer d'après les résultats d'Eichler (seuil à $500\mu J$ pour $L = 2m$) que la puissance seuil pour une fibre de diamètre $100\mu m$ et de longueur $1m$ sera de l'ordre de $60\mu J$. Heuer mesure une puissance seuil de $15\mu J$, c'esst à dire divisée d'un facteur 4 par rapport à la valeur précédente. Il ne donne pas d'explication sur cette baisse du seuil. En revanche, il montre une dynamique importante : de $15\mu J$ à $4mJ$ sans dommage. A $4mJ$

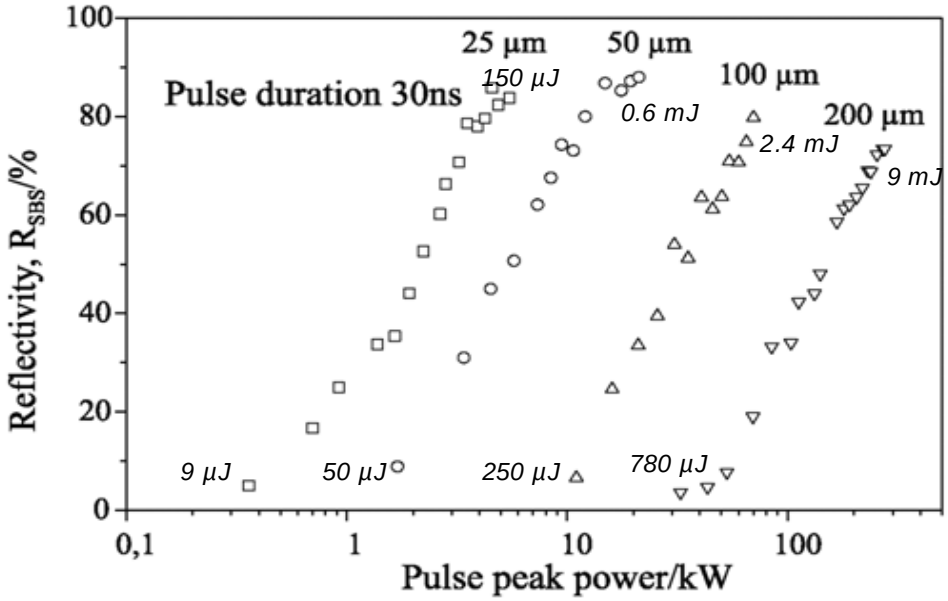


Fig. 8.3 – Expérience de Eichler [Eichler *et al.*, 1997b] : courbes de réflectivité Brillouin pour différents diamètres de FSI ($L = 10m$, $ON = 0.22$) excitées par une onde Pompe de durée $30ns$. Les puissances seuil de l'effet et de dommage sont indiquées.

incidents, la réflectivité atteint 92%.

Une autre configuration proposée en 2003 [Heuer *et al.*, 2003] consiste à utiliser pour fibre à conjugaison de phase une FSI dopée et pompée. Le gain permet alors de réduire considérablement le seuil et d'atteindre des réflectivités de plus de 10000%. La conjugaison de phase se passe bien dans cette fibre double coeur dopée Ytterbium de longueur $10m$, de diamètre $47\mu m$ et d'ouverture $ON = 0.17$. La puissance de pompe laser est $20W$ dont $11W$ absorbés. La puissance seuil est $0.5\mu J$. La puissance maximale extraite est $16mW$ pour une énergie incidente de $100\mu J$ et le gain en intensité est 8. L'oscillateur a une durée d'impulsion de $100ns$ à une fréquence de $20Hz$.

8.1.3 La conjugaison de phase en CW

Kovalev et Harrisson

Harrison, Kovalev et al. publient en 1999 [Harrison *et al.*, 1999] la réalisation d'un miroir à conjugaison de phase avec une FGI de longueur $4.23km$, de diamètre de coeur $50\mu m$ et d'ouverture $ON = 0.2$. La puissance Pompe au seuil de l'effet est $70mW$ et ils obtiennent une réflectivité de 65% à 3.5 fois cette puissance seuil. Curieusement la réflectivité baisse pour des puissances Pompe plus importantes que 10 fois la puissance seuil environ. Afin de mesurer la qualité de la conjugaison de phase, ils observent la différence de forme du spot après un double passage dans un aberrateur (lame attaquée par de l'acide fluorhydrique). Il y a effectivement amélioration de la qualité de faisceau entre le miroir conventionnel et le miroir à conjugaison de phase fibré. Néanmoins ni la fidélité ni la qualité de faisceau ne sont quantifiées. Ils constatent de plus deux points surprenants :

- le faisceau Stokes est polarisé linéairement et tourné de 18^o par rapport au faisceau Pompe et ce quelle que soit l'orientation de la polarisation du faisceau Pompe et
- le faisceau Stokes et le faisceau Pompe n'ont pas un waist commun : il semble que la différence en terme de rayon de courbure est de l'ordre de $2m$.

A-t-on réellement conjugaison de phase, ou beam cleanup en partie ? Ce déplacement étonnant du waist est explicable s'il y a beam cleanup car le faisceau Stokes suit alors la forme du mode fondamental.

En 2004, Kovalev et al. publient [Kovalev et Harrison, 2004] les résultats de la conjugaison d'un faisceau amplifié dans une FSI multimode de longueur $6m$ par une FGI de longueur $3.6km$. Le gain en petit signal dans l'amplificateur est de 3 en raison de la faible puissance de l'onde Pompe disponible. Le spot en sortie de fibre amplificatrice est aberrant et elliptique (donc non dépolarisé) de rapport d'axe 1/3. La fibre miroir à conjugaison de phase présente une réflectivité de l'ordre de 20%. Après un double passage dans l'amplificateur, le spot Stokes est amélioré par rapport au spot Pompe après un simple passage. Néanmoins, les auteurs admettent que seulement 30% de ce spot est de même divergence que le spot de départ. Ils accusent :

– les pertes par couplage (lentilles et ouvertures numériques)
– la « dépolarisation » dans l'amplificateur (qui est plutôt de la biréfringence).

Néanmoins, les photos de l'onde Stokes après double passage montrent un spot assez uniforme avec un anneau.

Tout porte à croire, dans ces expériences, que la conjugaison de phase en régime CW dans une FGI longue est délicate. Le modèle vu dans les chapitres précédents appliqué à la FGI prévoit que la conjugaison de phase s'effectue en phase mais non en amplitude sur les différents modes. Cela explique le décalage entre les points de focalisation des ondes Pompe et Stokes dans l'expérience de 1999 : les modes d'ordre faible ne peuvent reproduire les composantes fortement divergentes de l'onde Pompe et le rayon de courbure est plus faible. La rotation de la polarisation peut-être due à un effet de torsion de la fibre apparu lors de la fabrication.

Mocofanescu et al.

Mocofanescu et al. [Mocofanescu *et al.*, 2004] publient en 2004 des exemples de résultats de conjugaison de phase dans une FGI multimode de diamètre $50\mu m$ à une longueur d'onde $\lambda = 1.5\mu m$. Ses expériences sont « tout fibré » et les aberrations introduites par un « mélangeur de mode » commercial. La fidélité est alors facile à extraire avec un circulateur. Ses résultats montrent que la conjugaison de phase se passe bien pour une divergence de faisceau aberrant inférieure à $2mrad$. Il voit les régimes de conjugaison de phase et de beam cleanup. La divergence du faisceau en entrée ainsi que la puissance de l'onde Pompe déterminent le régime. Malheureusement aucun résultat plus précis n'est publié.

8.1.4 Approches théoriques

En ce qui concerne les approches théoriques de la conjugaison de phase dans les guides, il y a essentiellement deux papiers importants, datés de 1977 et 1978 : celui de Zel'dovich [Zel'dovich et Shkunov, 1977] et celui de Hellwarth [Hellwarth, 1978]. Zel'dovich se concentre sur le doublement de gain par superposition des grains de Speckle dans la fibre. De sa formulation découle une loi imposant une longueur maximale de fibre. Hellwarth quant à lui fait une analyse en reformulant mathématiquement les équations de l'effet Brillouin sous forme matricielle. Il en déduit quelques lois dont une longueur maximale dépendant de l'ouverture numérique.

Suni et Falk tentent en 1986 [Suni et Falk, 1986] de concilier les deux points de vue. Ils résolvent les problèmes des deux approches. Il n'y a néanmoins pas de grande nouveauté. Citons Moore qui en 2001 publie un modèle pour un amplificateur à fibre multimode limité par la diffraction grâce à la conjugaison de phase par effet Brillouin [Moore, 2001]. C'est le schéma réalisé par Heuer en 2003 [Heuer *et al.*, 2003]. D'autres auteurs ont travaillé plus spécifiquement sur le cas de la propagation en espace libre.

8.1.5 Expériences de beam cleanup

L'effet de beam cleanup a surtout été observé avec l'effet Raman qui utilise la même formulation que l'effet Brillouin. La différence essentielle est que le décalage Raman est de l'ordre de la vingtaine de nanomètres contre le centième de nanomètre pour le décalage Brillouin. Le régime de fibre de longueur moyenne n'est donc pas observable en effet Raman et seul le régime de fibre long est réaliste. En conséquence, la conjugaison de phase par effet Raman dans une fibre est impossible. Elle est possible en espace libre.

Beam cleanup par effet Raman dans des fibre

Baldeck explique sa première observation expérimentale de beam cleanup [Baldeck *et al.*, 1988] en 1988 par effet Raman dans une FSI par une auto-modulation d'indice dû à l'effet Kerr.

Chiang observe en 1992 [Chiang, 1992] un effet beam cleanup par effet Raman dans une FGI de diamètre $50\mu m$ et d'ouverture 0.2. L'onde pompe est une impulsion de durée $3ns$. Dans le cas d'une fibre de longueur $10m$, il observe en retour, en fonction du couplage, le mode LP_{01} seul, le mode LP_{11} seul, ou une combinaison des deux. Dans le cas d'une fibre de longueur $30m$, il a pu isoler les modes LP_{01}, LP_{21}, LP_{02}, LP_{31}, LP_{12} et LP_{41}, comme montrés sur la figure 8.4, ou une combinaison de deux ou trois de ces modes. En particulier, il a pu observer un anneau, ce qui signifie qu'il a observé deux modes LP_{11} orientés à 90^o et incohérents. Enfin, dans une fibre de longueur $1km$, il a pu isoler le mode fondamental grâce à de bonnes conditions de couplage. Plus généralement, c'est une combinaison de modes qui revient. Ces observations sont tout à fait similaires à celles que nous allons décrire dans la FGI. Il les explique par une inhomogénéité des facteurs de recouvrement qu'il calcule... dans une FSI, étonnamment. Il propose alors de réaliser un laser Raman utilisant cet effet de beam cleanup Raman dans une fibre multimode.

C'est chose faite par Beak et Roh en 2004 [Baek et Roh, 2004] : ils réalisent un laser monomode avec une FGI de diamètre $50\mu m$ et de longueur $40m$. La qualité de faisceau mesurée est $M^2 = 1.66$.

Beam cleanup par effet Brillouin dans des fibres

La combinaison de faisceaux par diffusion Brillouin stimulée a été observée en propagation libre par différents auteurs [Rockwell et Giuliano, 1986; Valley *et al.*, 1986; Moyer *et al.*, 1988].

Dans les fibres, la première observation de beam cleanup dans une fibre par effet Brillouin est due à Hans Bruesselbach en 1993 [Bruesselbach, 1993]. Il utilise d'abord une FSI de fréquence $V = 14.4$, de diamètre $30\mu m$, d'ouverture 0.12 et de longueur $3.3km$. Le mélange de mode dans la fibre suffisamment faible pour que 35% de la lumière couplée dans le mode fondamental y reste après les $3.3km$. Il observe un seuil Brillouin pour une puissance $100mW$ à la longueur d'onde $752nm$ et une efficacité de conversion dans le mode fondamental de 84% pour une puissance pompe de $650mW$. Il fait la même observation dans une FGI de diamètre $9\mu m$, d'ouverture 0.12 et de longueur $2.2km$. Cette dernière ne propage que 3 modes.

Rodgers en 1999 reprend cette idée [Rodgers *et al.*, 1999] pour combiner deux lasers (cohérents ou espacés d'au plus $100MHz$) dans une fibre faiblement multimode (fréquence $V = 4.4$, $ON = 0.12$ et le diamètre $d = 9.5\mu m$) de longueur $4.4km$. Il constate un retour sur le mode fondamental de la fibre. Il met également en place une cavité afin de diminuer le seuil ($27mW$ à $20mW$) et d'améliorer la pente de la courbe de réflectivité (42 à 52%). Russell, en 2001 [Russell *et al.*, 2001], combine également deux faisceaux complètement incohérents par cette méthode.

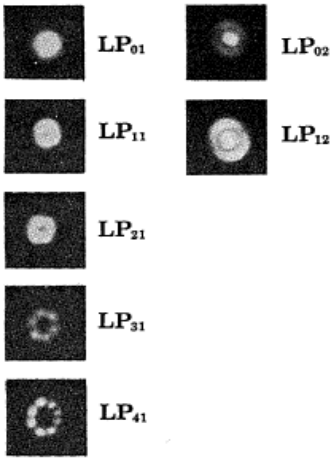


Fig. 8.4 – Ondes Stokes Raman dans une FGI de longueur $30m$, observées par Chiang en 1992 [Chiang, 1992]

8.1.6 Cavités Brillouin

En fibre multimode, seul Hanisch rapporte [Hanisch *et al.*, 2001] une baisse de seuil Brillouin d'un facteur environ 2 dans une cavité formée :

- soit d'une cellule Brillouin en espace libre,
- soit d'une FSI de diamètre $50\mu m$ et de longueur $1.6m$,
- soit de la fibre « taper » de longueur $1m$ et de diamètres 100 et $20\mu m$.

Il y a très peu d'information quant à la qualité de la conjugaison alors obtenue, mis à part le fait qu'il ne faut pas que le couplage soit trop fort afin de ne pas détériorer la qualité de faisceau.

8.1.7 Résumé de l'état de l'art

L'ensemble de ces expériences nous permettent de dire que la conjugaison de phase est aisée à obtenir dans une FSI dans le cas d'un pompage impulsionnel de quelques dizaines de nanosecondes. Ainsi l'école russe rapporte des fidélités supérieures à 70% avec des réflectivités de l'ordre de 60 à 80% et l'école allemande obtient des réflectivités supérieures à 90% à haute puissance dans des fibres multimodes. En particulier, signalons la correction des aberrations d'une FSI de longueur $\approx 9cm$ légèrement dépolarisante (9%). La fidélité atteint 78% et la réflectivité 50%.

L'utilisation de fibres et d'impulsions plus longues ne permet pas d'obtenir une bonne qualité de conjugaison. Les deux raisons généralement avancées par les expérimentateurs sont la dépolarisation de l'onde Pompe et le décalage Brillouin qui interviennent à partir de quelques mètres. Des effets de conjugaison de phase ont néanmoins été observés avec des fibres longues mais de longueur effective moyenne. Dans ces cas, il semble subsister un flou entre les régimes de beam cleanup et de conjugaison de phase : en effet, lorsque l'onde Pompe est monomode transverse, le beam cleanup et la conjugaison de phase renvoient le même type de profil de faisceau.

En régime continu et dans des fibres longues, Kovalev réalise une conjugaison partielle d'un faisceau aberrant (FGI). D'autres auteurs observent un effet de beam cleanup dans des fibres transportant généralement moins d'une cinquantaine de modes sur chaque polarisation.

Dans une cavité Brillouin utilisant une fibre multimode, la seule expérience rapportée est celle de Hanish qui semble permettre une petite réduction du seuil en régime de conjugaison de phase.

	Type de fibre	Diamètre µm	Longueur m	ON	Durée d'impulsion ns	Seuil W	Seuil mJ	Puissance pompe maximale W	Puissance pompe maximale mJ	Réflectivité maximale	Pente (R limite)	Fidélité	S m2	Gain Brillouin g_B m2/W	seuil de dommage W/m2
Petrov 82	FSI	30	2-10	0.15	30	4000	120	**12000.0**	0.36	50%	66%	-	7E-10		1.7E+13
Chertkov84	FSI	50	2.5	NA	25	800	20	**4800.0**	0.12		50%	70%	2E-09	2.1E-11	2.4E+12
Chertkov84	FSI	400	2.5	NA	25	50000	1.3	**320000.0**	8		50%	70%	1E-07	2.1E-11	2.5E+12
Basiev82	FSI	30	80	0.15	300	34	10	-	-	>65%	-	BC ou CP?	7E-10	5.5E-12	-
Kuzin85	FSI	30	7	0.12	500	50	**0.025**	500	**0.25**	80%	80%	80-100%	7E-10	4.2E-11	7.1E+11
Kuzin85	FSI	30	130	1.12	500	10	**0.005**	500	**0.25**	100%	100%	80%	7E-10	1.1E-11	7.1E+11
Serebryakov87	FSI	250	2	0.12	2000	10000	**20**	100000	**200**		85%	70%	5E-08	5.2E-11	2.0E+12
Serebryakov87	FSI	250	10	0.12	2000	2000	**4**	100000	**200**		85%	40%	5E-08	5.2E-11	2.0E+12
Eichler97b	FSI	200	2-10	0.22	30	17000	0.5	**166666.7**	5	50%	50%	93%	3E-08	-	5.3E+12
Eichler97b	FSI	25	10	0.22	30	**300.0**	0.009	**5000.0**	0.15	80%	80%	-	5E-10	3.4E-12	1.0E+13
Eichler97b	FSI	50	10	0.22	30	**1666.7**	0.05	**20000.0**	0.6	85%	85%	-	2E-09	2.5E-12	1.0E+13
Eichler97b	FSI	100	10	0.22	30	**8333.3**	0.25	**80000.0**	2.4	80%	80%	-	8E-09	2.0E-12	1.0E+13
Eichler97b	FSI	200	10	0.22	30	**26000.0**	0.78	**300000.0**	9	75%	75%	-	3E-08	2.5E-12	9.6E+12
Heuer98	"Taper"	100-20	1	0.1	30	**500.0**	0.015	**133333.3**	4	92%	92%	95%	-	-	-
Heuer03	Yb-FSI	47	10	0.17	100	**5.0**	0.0005	**7.0**	0.0007	10000%	-	80%	2E-09	7.3E-10	4.0E+09
Harrison99	FGI	50	4230	0.2	CW	0.07	-	0.25	-	65%	-	-	2E-09	1.4E-10	1.3E+08
Kovalev04	FGI	50	3600	NA	CW	0.26	-	1	-	20%	-	-	2E-09	4.4E-11	5.1E+08
Kovalev03	FGI	50	340	NA	CW	0.5	-	-	-	NA	-	-	-	-	-
Laurent	FSI	50	0.5		20	**3000.0**	0.06	**120000.0**	2.4				2E-09	2.7E-11	6.1E+13
Laurent	FSI	50	0.08		20	**20000.0**	0.4	**170000.0**	3.4				2E-09	2.6E-11	8.7E+13

Fig. 8.5 – Récapitulatif des valeurs expérimentales publiées sur la conjugaison de phase dans une fibre.

Nous résumons ce catalogue des plus importantes publications effectuées sur le sujet dans le tableau représenté sur la figure 8.5.

Nous présentons maintenant les résultats expérimentaux obtenus dans le cadre de ce travail de thèse.

8.2 Schémas expérimentaux

Dans ce paragraphe, nous décrivons les deux configurations qui nous ont permis de tester la conjugaison de phase et le beam cleanup dans les deux fibres. Nous décrivons aussi les mesures de profil d'indice effectuées sur les fibres.

8.2.1 Configuration de pompage continu (CW) et quasi-continu (QCW)

Schéma du système.

La figure 8.6 montre les détails du schéma expérimental utilisé pour les expériences en continu et quasi continu décrites dans ce chapitre. Les paragraphes suivants décrivent les éléments du schéma.

Oscillateur et découpage Un laser $Nd:YAG$ NPRO (Mephisto de la société Innolight) délivre une puissance continue de $500mW$ à une longueur d'onde de $1.064\mu m$. Il est monofréquence et spécifié pour une longueur de cohérence supérieure à $3km$. Un modulateur acousto-optique permet de moduler la puissance transmise dans un ordre de diffraction. En CW, pour une excitation sinusoïdale à $50MHz$ et d'amplitude crête à crête de $500V$, son efficacité de diffraction vers l'ordre 1 est de 65%, soit $333mW$. Une puissance moyenne de quelques milliwatts est suffisante pour saturer le préamplificateur sans atteindre le seuil Brillouin. Dans le cas CW, le modulateur acousto-optique est continûment passant, tandis que dans le cas QCW il ouvre des fenêtres de durée $1\mu s$ à une fréquence de $33kHz$, soit un rapport cyclique 30.

Préamplificateur Le faisceau laser diffracté dans l'ordre 1 est injecté dans la fibre monomode avec une lentille asphérique de focale $11mm$. Le couplage est assez mauvais (de l'ordre de 25%) en raison d'une non-adaptation des tailles de mode, mais suffit à saturer l'amplificateur : une puissance d'environ $2dBm$, soit $1.6mW$ moyen est couplée dans la fibre ($50mW$ crête dans le

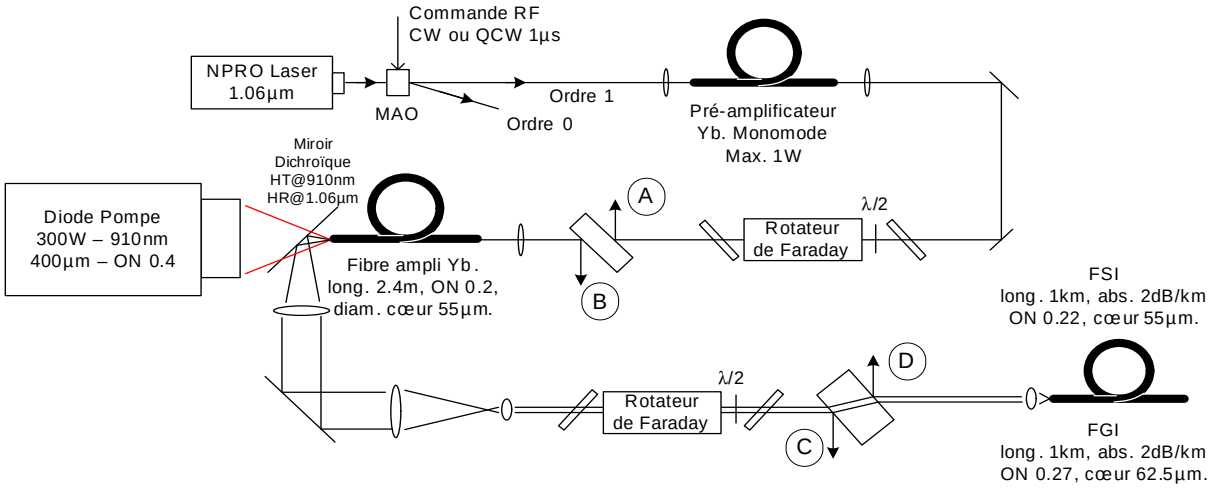


Fig. 8.6 – Schéma expérimental du système de pompage CW et QCW de la fibre GI ou SI testée. A, B, C et D sont les voies d'observation des faisceaux Pompe et Stokes : A, diagnostique du faisceau issu de l'oscillateur ; B, émission spontanée contrapropagative et absence de retour ; C, diagnostique du faisceau incident sur la fibre Brillouin ; D, diagnostique du faisceau Stokes. MAO : modulateur acousto-optique

cas QCW). La puissance de sortie du préamplificateur est d'environ $150mW$ continus, soit $4.5W$ crête en fonctionnement QCW. Notons que le seuil Brillouin dans le préamplificateur est autour de $5W$ en sortie d'ampli. Ce seuil bas serait dû à une importante longueur de fibre superflue dans le préamplificateur. Le faisceau en sortie de préamplificateur est collimaté avec une lentille de focale $11mm$ et traverse un isolateur.

Amplificateur à fibre multimode Une lentille de longueur focale $20mm$ focalise le faisceau dans la fibre amplificatrice multimode. L'ouverture numérique du faisceau focalisé est comprise entre 0.05 et 0.1. La taille du spot est située entre 12 et $25\mu m$ de diamètre car le faisceau est monomode.

La fibre est polie avec un angle de 15^o par rapport à l'axe optique à chacune de ses extrémités. Un simple calcul de l'angle maximal dans la fibre à partir de l'ouverture numérique prédit qu'un angle de $7^o = ON/n$ devrait suffire à éviter toute oscillation mais nous avons observé un effet d'oscillations de relaxation laser dans l'amplificateur à fibre avec généralement pour conséquence la destruction des faces de la fibre. Un angle de polissage de 15^o a été choisi par la suite, ce qui évite alors complètement ce genre de problème.

Le nombre de modes excités dans la fibre amplificatrice est lié au couplage du faisceau monomode incident. On peut ne coupler qu'un très faible nombre de modes en inclinant la fibre de 7^o pour rattraper la déviation due au polissage en angle. Il est néanmoins préférable de coupler un grand nombre de modes afin d'extraire le maximum de puissance de l'amplificateur. Il suffit pour cela de décentrer l'axe de la fibre par rapport à l'axe de la lentille. Le signal remplit alors toute l'ouverture numérique en sortie de fibre amplificatrice ($ON = 0.22$). Ces observations sont rapportées dans le chapitre 1.

Pompage de l'amplificateur à fibre L'amplificateur à fibre multimode double coeur est pompé par un faisceau remis en forme issu de diodes lasers. Ce laser de pompe « Laserline » émet jusque $300W$ à une longueur d'onde de $940nm$ sur un faisceau de $400\mu m$ de diamètre avec une ouverture numérique $ON = 0.4$. La fibre est ainsi pompée en régime contrapropagatif et l'onde

signal est séparé de l'onde Pompe à la sortie grâce à un miroir dichroïque qui transmet l'onde Pompe et réfléchit l'onde signal (transmission $HT = 96.6\%$). L'angle d'inclinaison du miroir est exagéré sur la figure 8.6 : en réalité il vaut 23^o, d'une part pour minimiser les aberrations sur le faisceau pompe transmis et d'autre part pour s'assurer que la longueur d'onde de la chute de réflexion du miroir (longueur d'onde à laquelle le miroir transmet et réfléchit 50%) soit située entre $940nm$ et $1.06\mu m$).

Le faisceau multimode contient moins de 10% d'ASE (ou ESA, émission spontanée amplifiée). L'essentiel du signal est cohérent.

Système optique de focalisation dans la fibre Brillouin. Ce faisceau doit alors être focalisé dans une autre fibre multimode qui doit servir de miroir à conjugaison de phase. Cette seconde fibre a des caractéristiques équivalentes à la première : diamètre de coeur de $50\mu m$ et ouverture $ON = 0.22$. Il faut donc faire une imagerie de grandissement 1 entre la sortie de l'amplificateur et l'entrée de la fibre Brillouin. Par ailleurs, nous avons les impératifs suivants : la distance entre la sortie de l'ampli et la première lentille doit être supérieure à une cinquantaine de millimètres, en raison de la géométrie du pompage contrapropagatif. D'autre part, nous souhaitons dans un premier temps traverser un isolateur afin de découpler le miroir de l'amplificateur. Il faut donc que le faisceau soit collimaté sur une distance d'une trentaine de cm et avec un diamètre inférieur à $5mm$. La solution retenue est la suivante :

- Le faisceau amplifié est collimaté par un doublet Melles-Griot de longueur focale $80mm$ et traité HT à $1.06\mu m$. L'utilisation d'un doublet permet de réduire fortement les aberrations sphériques. Le faisceau collimaté a un diamètre de $25mm$.
- Un télescope composé de deux lentilles sphériques convergentes de focales $200mm$ et $30mm$ respectivement permet de réduire la taille du faisceau collimaté.
- L'isolateur permet de supprimer tout retour vers l'amplificateur.
- Ensuite une lentille asphérique Thorlabs C230 de focale $4.5mm$ et d'ouverture maximale 0.55 couple le faisceau dans la fibre Brillouin.

Fibre Brillouin Le miroir à conjugaison de phase est constitué d'une fibre multimode qui contient le même nombre de modes que la fibre amplificatrice. Cela assure un couplage optimal et un seuil Brillouin aussi bas que possible. Les deux fibres utilisées, respectivement à saut et à gradient d'indice, sont décrites dans le paragraphe 8.2.3.

Protocole de réglage du système optique

Alignement de l'amplificateur monomode. Le faisceau diffracté par le modulateur acousto-optique est couplé dans la fibre monomode du préamplificateur. Quelques milliwatts moyens suffisent à saturer l'amplificateur.

Couplage de l'onde Pompe dans la fibre amplificatrice multimode. Il s'agit ici de coupler le maximum de signal dans le double coeur de la fibre. Une méthode de réglage simple et rapide consiste à optimiser l'émission spontanée émise transversalement par la fibre. Un détecteur est placé de manière à ce qu'il reçoive la fluorescence de la fibre sans voir l'onde Pompe non couplée. Pour cela, un détecteur en silicium placé sur une fente du support en cuivre de la fibre est tout à fait adapté. Optimiser le couplage de l'onde Pompe revient alors à maximiser le signal de fluorescence sur le détecteur.

Couplage du signal dans la fibre amplificatrice multimode. Il faut cette fois-ci coupler le signal monomode dans le coeur multimode de la fibre tout en excitant un nombre important

de modes (pour que l'extraction soit meilleure). Le réglage se fait en deux étapes :

Dans un premier temps, il faut coupler le maximum de signal dans le petit coeur. Nous utilisons la même technique que pour le couplage de l'onde Pompe : optimisation de la fluorescence de la fibre, l'onde Pompe étant éteinte. En effet, grâce à l'absorption résiduelle de la fibre à 1.06μm, le signal joue aussi le rôle de Pompe. En général, à l'issue de ce réglage, le signal est couplé dans les modes les plus faibles de la fibre, ce qui n'optimise pas l'extraction : afin d'extraire le maximum de signal, il faut coupler le maximum de modes.

La seconde étape consiste donc à maximiser l'extraction en minimisant la fluorescence due à **l'onde Pompe**. En effet, la fluorescence est minimale quand le signal amplifié fait chuter l'inversion de population dans la fibre. On observe les effets suivants :

- Lorsque le signal n'est pas couplé, la fluorescence est maximale.
- Lorsque seuls les modes faibles de la fibre sont couplés, la fluorescence est plus faible.
- Lorsque tous les modes de la fibre sont couplés, la fluorescence est minimale.

Pour résumer : pompe éteinte, on optimise le couplage du signal en maximisant la fluorescence due à l'absorption résiduelle. Ensuite, pompe allumée, on dérègle légèrement le couplage pour minimiser la fluorescence et optimiser l'extraction en excitant le maximum de modes.

Alignement du faisceau avec le télescope et l'isolateur. L'alignement du télescope ne pose aucun problème spécifique. En revanche, la moindre réflexion dans l'amplificateur le déstabilise et engendre d'importantes oscillations autour de $1kHz$. Ces oscillations sont probablement une conséquence des effets thermiques et d'effets d'interférence entre les modes. Une réflexion dépassant la dizaine de pourcents peut engendrer des oscillations de relaxation suffisantes pour détruire les faces de la fibre amplificatrice. Les composants optiques ne doivent donc pas réfléchir l'onde Pompe dans la fibre. Les cubes séparateurs de polarisation sont donc proscrits dans l'isolateur, à cause de leurs faces perpendiculaires à l'axe. Il faut impérativement utiliser des polariseurs à l'incidence de Brewster. De la même manière, le rotateur est incliné par rapport à l'axe pour que la réflexion sur ses faces droites ne soit pas renvoyée dans l'amplificateur.

Alignement de la lentille de focalisation dans la fibre Brillouin. La position transverse de cette lentille est assez critique car il faut éviter les aberrations qui font chuter le couplage, même si le faisceau est déjà de mauvaise qualité.

Alignement de la fibre Brillouin. La meilleure méthode consiste à regarder à la caméra le faisceau réfléchi par Fresnel sur les faces d'entrée et de sortie (après double passage) de la fibre et éjectés par l'isolateur. Lorsque la distance focale est bonne, le spot réfléchit par la face d'entrée est collimaté. Lorsque la position transverse est bonne aussi, le faisceau réfléchit par la seconde face de la fibre apparaît. Il suffit alors de superposer ces deux réflexions de Fresnel.

Procédures de mesure

Deux lames épaisses sont réparties sur le schéma expérimental. Elles permettent de suivre les évolutions des paramètres expérimentaux. Notons que dans le cas de deux lames, on prend soin de ne les incliner que légèrement par rapport à l'axe, afin de minimiser la dépendance de la réflectivité avec la polarisation. Les lames sont choisies épaisses pour séparer spatialement les réflexions sur les deux faces.

Signal en entrée de fibre amplificatrice. La voie A permet de suivre la puissance issue de l'oscillateur et en particulier, dans le cas QCW, de voir l'impulsion de $1\mu s$.

ASE et retour dans la fibre. La voie B permet d'avoir accès à l'émission spontanée amplifiée en sortie d'amplificateur. Elle permet aussi de vérifier qu'il n'y a pas de retour cohérent dans l'amplificateur (qui se traduit par la présence d'une figure de speckle) ou éventuellement d'observer le retour quand on supprime l'isolateur.

Signal incident sur la fibre Brillouin. La voie C réfléchit le faisceau incident sur la fibre. On peut y observer la puissance incidente ainsi que la forme temporelle dans le cas du QCW. On peut aussi y vérifier dans le cas CW que la puissance n'oscille pas.

Signal en retour de la fibre Brillouin. Cette voie D est la plus intéressante. On y observe simultanément la puissance réfléchie par Fresnel et par Effet Brillouin. D'autre part, on y voit la forme des faisceaux en retour : le faisceau réfléchi par Fresnel sur la première face, le faisceau réfléchi par Fresnel sur la seconde face et le faisceau Stokes généré par effet Brillouin dans la fibre.

Méthode d'évaluation des paramètres

Nous commentons ici les méthodes utilisées pour évaluer les paramètres suivants :

Mesure de puissances. Les mesures de puissances sont faites indirectement et après étalonnage. Par exemple, en C on mesure la puissance incidente sur la fibre après avoir fait l'étalonnage en remplaçant la fibre par un mesureur de puissance. En revanche, la mesure de la réflectivité Brillouin n'étant pas étalonnable, il faut utiliser une mesure de la réflectivité de la lame de verre et de la transmission de la lentille.

Mesure de M^2. Les mesures du paramètre M^2 d'un faisceau sont effectuées par la méthode du moment d'ordre 2 : les images du faisceau à mesurer sont capturées en différents plans autour du point de focalisation. Ensuite, un logiciel calcul le barycentre de chaque image puis la moyenne quadratique des écarts à ce barycentre : c'est le diamètre au sens du moment d'ordre 2 du faisceau dans chaque plan. Enfin, un ajustement des paramètres de focalisation gaussien et du paramètre M^2 sur ces diamètres donne une valeur de M^2. Celle-ci est théoriquement toujours au-dessus de 1, néanmoins les erreurs de mesure ajoutent une barre d'incertitude assez importante, de l'ordre de 10%.

Les formules utilisées pour les calculs sont les suivantes. Le champ d'un faisceau gaussien [Siegman, 1986] est proportionnel à :

$$E(x,y,z) \propto \frac{1}{q(z)} \exp\left[-ik\frac{x^2+y^2}{2q(z)}\right]$$

avec le rayon complexe $q(z)$ défini par $\frac{1}{q(z)} = \frac{1}{R(z)} - i\frac{\lambda}{\pi w^2(z)}$. On en déduit la répartition transverse d'intensité du faisceau gaussien circulaire et du faisceau gaussien astigmatique :

$$I(x,y,z) \propto \exp\left[-2\frac{x^2+y^2}{w^2(z)}\right] \tag{8.1}$$

$$I(x,y,z) \propto \exp\left[-2\left(\frac{x^2}{w_x^2(z)} + \frac{y^2}{w_y^2(z)}\right)\right] \tag{8.2}$$

Le rayon de la gaussienne s'écrit dans le cas d'un faisceau gaussien :

$$w^2(z) = w_0^2\left(1 + \left[M^2\frac{\lambda(z-z_0)}{\pi w_0^2}\right]^2\right) \tag{8.3}$$

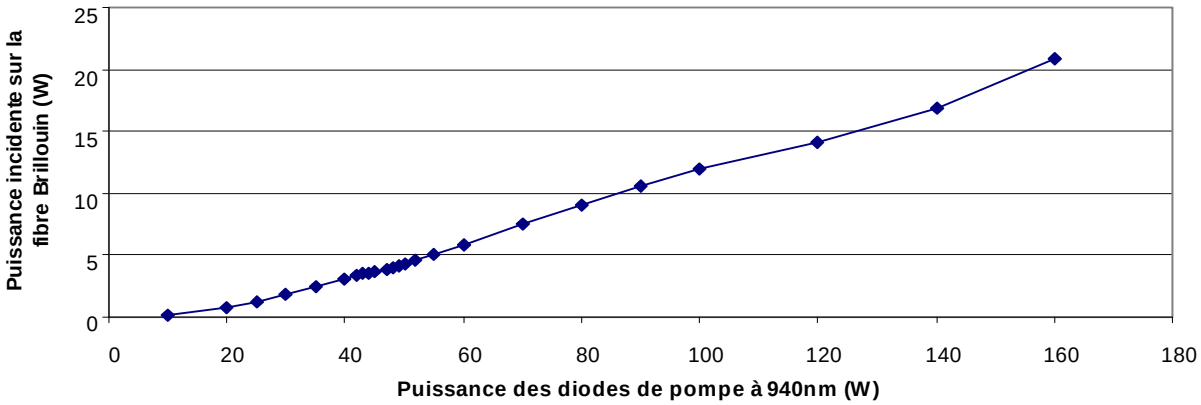


Fig. 8.7 – Puissance CW incidente sur la fibre testée en fonction de la puissance des diodes de pompe incidente sur l'amplificateur multimode.

Avec M^2 le paramètre de qualité du faisceau : le cas $M^2 = 1$ correspond à un faisceau gaussien limité par la diffraction tandis que le cas $M^2 > 1$ modélise un faisceau aberrant. La procédure de calcul du paramètre M^2 d'un faisceau est la suivante : dans un premier temps on mesure le profil du faisceau $I(x, y, z_i)$ en quelques plans z_i. le diamètre correspondant est alors calculé comme le moment d'ordre 2 :

$$w^2(z_i) = 2\frac{\int\int (x+y)^2 I(x,y,z_i)dxdy}{\int\int I(x,y,z_i)dxdy}$$

Dans le cas d'un faisceau astigmatique, les diamètres respectifs en x et en y sont donnés par :

$$w_x^2(z_i) = 4\frac{\int\int x^2 I(x,y,z_i)dxdy}{\int\int I(x,y,z_i)dxdy} \quad (8.4)$$

$$w_y^2(z_i) = 4\frac{\int\int y^2 I(x,y,z_i)dxdy}{\int\int I(x,y,z_i)dxdy} \quad (8.5)$$

Ensuite un ajustement est effectué entre le diamètre effectif $w(z_i)$ mesuré en fonction de la position de la mesure z_i avec la formule (8.3) et sur les valeurs de w_0, z_0 et M^2.

Faisceau incident sur la fibre Brillouin

Dans ce chapitre, nous décrivons les caractéristiques principales du faisceau incident sur la fibre : puissance, cohérence, forme spatiale et temporelle. Il y a deux régimes de pompage : continu (CW) et quasi-continu (QCW) qui n'est que le découpage du CW en tranches de 1μs et à 33kHz. Les propriétés de cohérence sont étudiées en CW. La forme spatiale est la même pour les deux régimes.

Puissances : Régime continu CW. La puissance du signal incident sur la fibre Brillouin est indiquée sur la figure 8.7 en fonction de la puissance des diodes de pompe. Par rapport à la puissance en sortie de la fibre amplificatrice, on perd environ un facteur 3 (pertes isolateur, miroirs et lentilles). Ici « pompe » se réfère au pompage de l'amplificateur à fibre par les diodes laser à $940nm$. Par la suite, nous appellerons « Pompe de l'effet Brillouin » le signal amplifié incident sur la fibre Brillouin.

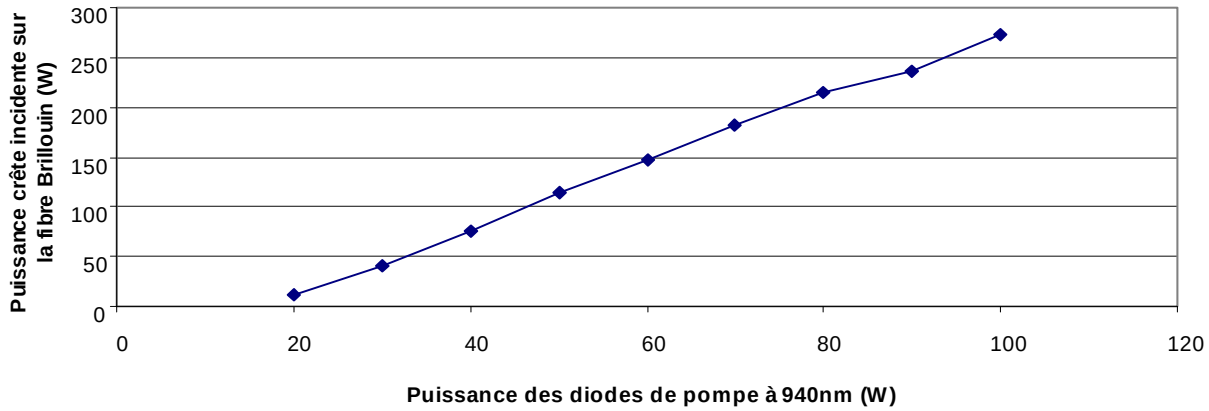


Fig. 8.8 – Puissance crête QCW incidente sur la fibre Brillouin en fonction de la puissance de la diode de pompe incidente sur l'amplificateur multimode.

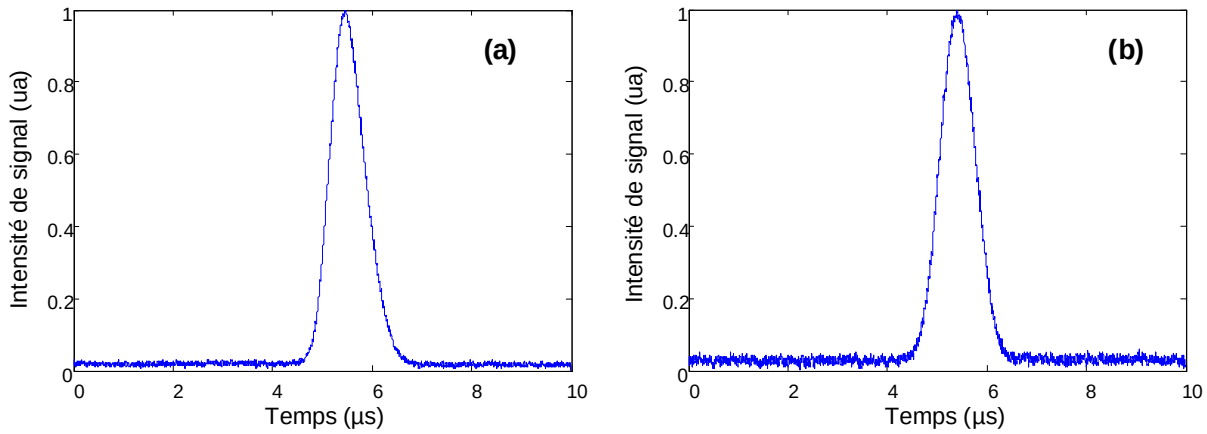


Fig. 8.9 – Profil temporel de l'impulsion QCW $1\mu s$. (a) puissance moyenne $48W$, puissance crête $1.5kW$, (b) puissance moyenne $1.2W$, puissance crête $36W$.

Puissances : Régime quasi-continu QCW. On a tracé sur la figure 8.8 les puissances crêtes, calculées simplement par $P_{crete} = P_{moyen}/(33kHz \times 1\mu s)$, en fonction de la puissance des diodes de pompe incidente sur la fibre amplificatrice.

Profil temporel. En régime CW, la puissance est constante. Certaines oscillations, dues au préamplificateur, ont parfois été observées. La présence d'une lame quart d'onde à l'entrée du préamplificateur permet généralement de minimiser ce problème.

En régime QCW, la forme de l'impulsion est présentée sur la figure 8.9. Le profil 8.9a a été enregistré pour une puissance moyenne du signal de $48W$ et de pompe $160W$ (puissance crête $1.5kW$). La courbe 8.9b correspond à la même mesure effectuée à une puissance de pompe de $20W$ et une puissance de signal amplifié de $1.2W$ moyens soit $36W$ crête.

Cohérence. La cohérence de l'oscillateur est meilleure que $L_{coh} > 1.5km$. La figure 8.10 montre l'expérience que nous avons mené afin de vérifier la cohérence de l'oscillateur. Dans l'expérience de la figure 8.10a, on envoie le faisceau signal de puissance $0.41W$ dans la fibre de $1km$. Il en ressort $0.27W$ multimodes, soit une transmission $T = 0.66$. Les franges formées sur la caméra défilent à raison d'environ 6 franges par secondes. La cohérence du laser est donc

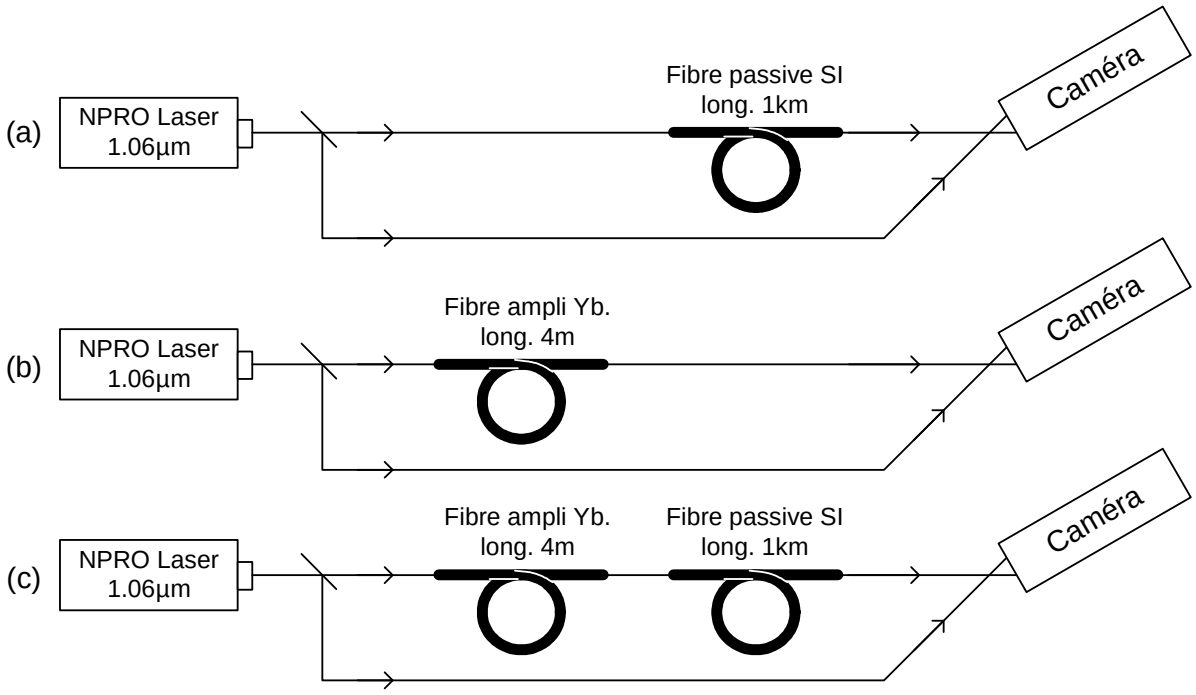


Fig. 8.10 – Méthode d'évaluation de la longueur de cohérence de l'onde Pompe CW.

	Position waist (mm)	Rayon waist (mm)	M^2 (moment)	M^2 (fit)
X	287.84	0.099	**7.3**	10.3
Y	289.53	0.095	**6.5**	7.2

Tab. 8.1 – Mesure du paramètre M^2 du faisceau Pompe incident.

meilleure que $1.5km$. Ensuite, nous avons fait la même expérience avec la fibre amplificatrice (b), les franges bougent alors très peu, même pour une puissance de pompe de $20W$ incidente sur la fibre amplificatrice. Enfin, nous avons couplé la lumière amplifiée par la fibre amplificatrice dans la fibre Brillouin de longueur $1km$. Pour une puissance de pompe de $10W$, nous observons un défilement de 8 franges par seconde et pour une puissance de pompe de $20W$, le défilement atteint jusque 20 franges par secondes. Ainsi, même quand le faisceau est amplifié, sa cohérence reste supérieure à $1.5km$.

Paramètre M^2 du faisceau incident Nous mesurons le paramètre M^2 du faisceau Pompe grâce à la réflexion de Fresnel sur l'entrée de la fibre Brillouin. Le faisceau est équivalent en régime CW et QCW. La mesure a ici été faite en régime QCW (puissance des diodes de pompe $100W$). La puissance crête atteint $300W$ en sortie d'amplificateur. La réflexion de Fresnel sur la face d'entrée est observée en D (figure 8.12). Le paramètre M^2 est mesuré d'après la mesure de la taille du spot en focalisation (figure 8.11). Après allumage de l'amplificateur, ce profil se stabilise en quelques secondes et son paramètre $M^2 \approx 7$ peut alors être mesuré dans les deux directions. Les résultats sont montrés sur le tableau 8.1 pour deux méthodes de calcul : la méthode du moment d'ordre 2 (bien adaptée aux faisceaux multimodes) et la méthode du fit. Généralement les résultats des deux méthodes convergent pour un paramètre M^2 proche de 1. La méthode du moment est plus précise dans le cas des faisceaux fortement multimodes.

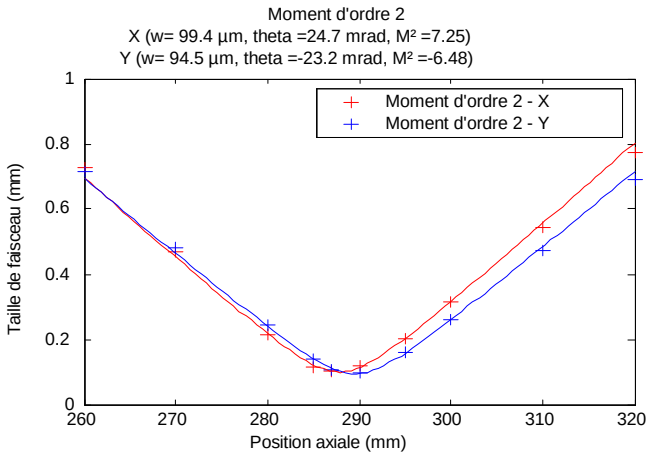


Fig. 8.11 – Mesure du paramètre M^2 du faisceau Pompe incident : tailles du faisceau.

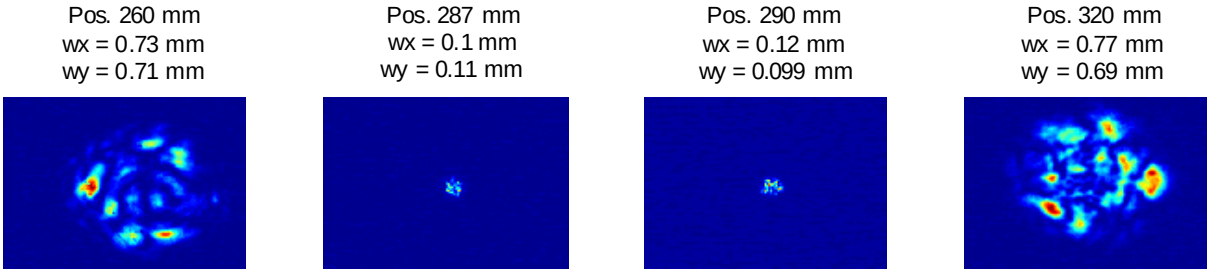


Fig. 8.12 – Mesure du paramètre M^2 du faisceau Pompe incident : profil du faisceau pour : (a) et (d) les positions extrêmes de la courbe et (b) et (c) les points de focalisation pour les deux directions X et Y.

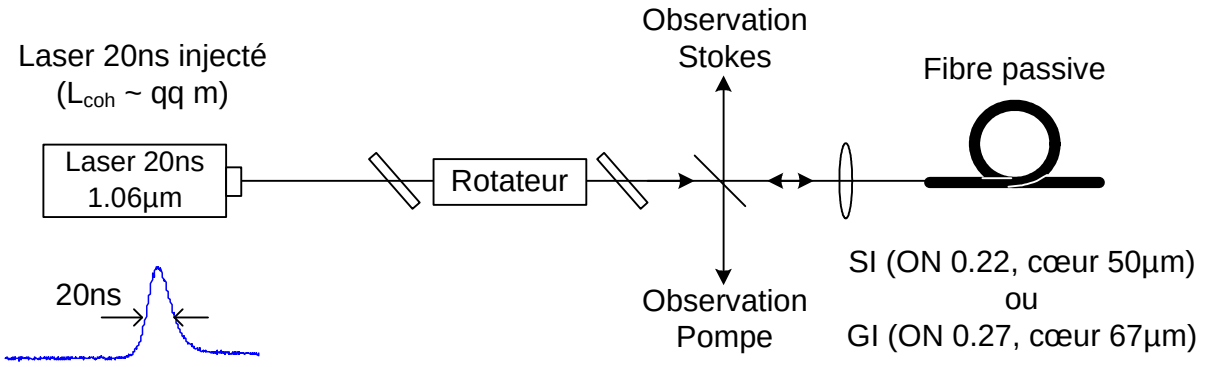


Fig. 8.13 – Montage expérimental de la configuration de Pompage impulsionnel. Les deux voies d'observation sont indiquées sur le schéma.

Couplage dans la fibre Brillouin

Les valeurs de couplage sont estimées à partir de la transmission de fibres courtes (longueurs 20 à 30cm). En général, cette transmission est de l'ordre de 65 à 80%. La raison essentielle de ces variations est l'excitation de modes plus ou moins élevés dans la fibre amplificatrice. Le couplage réel dans la fibre, si l'on soustrait la réflexion de 5% sur la face arrière, est donc situé entre 70 et 80% en fonction du nombre de modes excités dans la fibre amplificatrice.

8.2.2 Configuration de pompage impulsionnel $20ns$

Le schéma général des expériences menées en configuration de pompage impulsionnel est montré sur la figure 8.13. Le laser utilisé est un laser Q-switch Quantel qui délivre des impulsions de durée $20ns$ à mi-hauteur à la fréquence de $50Hz$. Il est injecté par un oscillateur continu cohérent du style NPRO. Dans le cas de notre laser, cette injection est anormalement instable : le temps de cohérence des impulsions oscille entre la durée de l'impulsion (impulsion parfaitement mono-fréquence) et une durée très courte (impulsion large spectre). La période d'oscillation est de l'ordre de 10s.

Une calibration préalable du système permet de connaître les intensités incidentes et en réflexion sur la fibre. On peut aussi mesurer les intensités transmises. Ces mesures calibrées ont une précision de l'ordre de 6%, d'une part parce que les affichages ont une précision de 5% et d'autre part parce que les différentes calibrations sont constantes dans une fourchette de l'ordre de 3%.

Le faisceau utile peut contenir des énergies de l'ordre de quelques centaines de millijoules. Nous n'utilisons pas plus de quelques millijoules dans nous expériences. La qualité de faisceau mesurée du laser est $M^2 = 1$ et sa longueur de cohérence est estimée à $50cm$ (mesures décrites dans le paragraphe 8.3).

8.2.3 Fibres multimodes utilisées dans les expériences

Les expériences ont été menées avec deux fibres multimodes longues :

– La première fibre, que nous noterons FSI, est une fibre multimode à saut d'indice. Son diamètre de coeur est 50μm et son ouverture numérique est $ON = 0.22$. Elle a été achetée chez Thorlabs sous la référence AFS50/125Y. Elle est spécifiée pour n'absorber que 1 à 2 dB/km à la longueur d'onde d'utilisation 1.06μm (voir la figure 8.14). La figure 8.15 montre deux photos de la surface de la fibre sans et avec couplage d'une lampe blanche

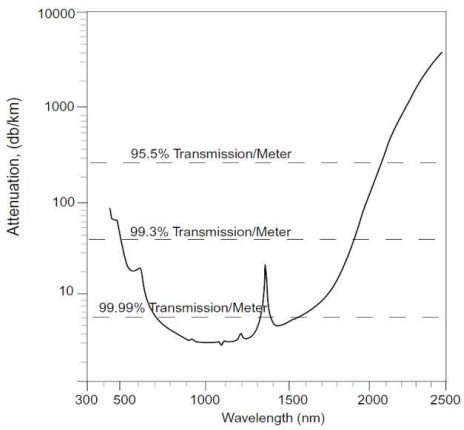


Fig. 8.14 – Courbe du constructeur de transmission de la fibre FSI.

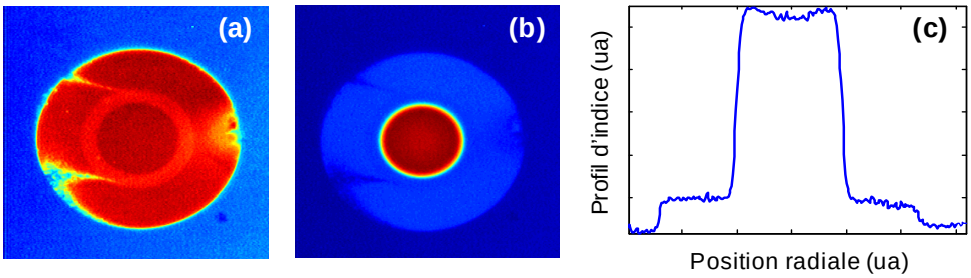


Fig. 8.15 – Fibre à Saut d'indice FSI. (a) face de la fibre (b) figure d'intensité d'une lampe blanche après $1km$ de propagation (c) profil d'indice.

à l'autre extrémité de la fibre de longueur $1km$. L'intensité est alors proportionnelle à la figure d'indice de la fibre et montrée en 8.15c. Le profil en saut d'indice comporte une bosse inverse au centre. Sa fréquence de coupure est V=32.5 et elle transporte 269 modes sur chaque polarisation.

– La seconde, notée FGI, est une fibre à gradient d'indice de diamètre $62.5\mu m$ et d'ouverture numérique $ON = 0.27$. Elle comprend environ le même nombre de modes que la fibre FSI car elle supporte 300 modes sur chaque polarisation avec une fréquence de coupure $V = 50$. La figure 8.16 montre le profil d'indice parabolique. Un ajustement parabolique montré sur la figure 8.17 permet de mesurer une dépendance en $\left(\frac{r}{R}\right)^{\alpha}$ avec $\alpha = 2.33$.

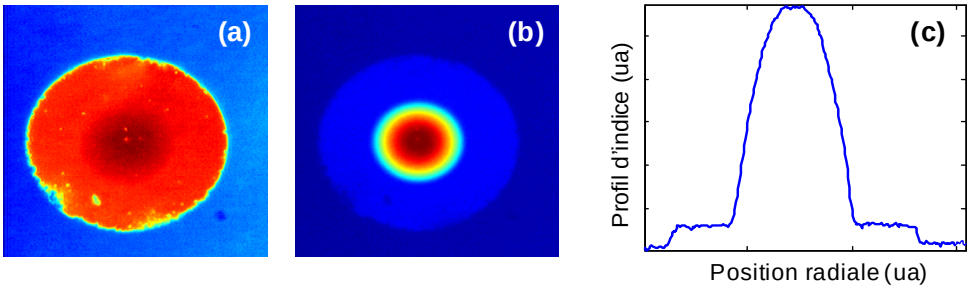


Fig. 8.16 – Fibre à Gradient d'indice FGI. (a) face de la fibre (b) figure d'intensité d'une lampe blanche après $1km$ de propagation (c) profil d'indice.

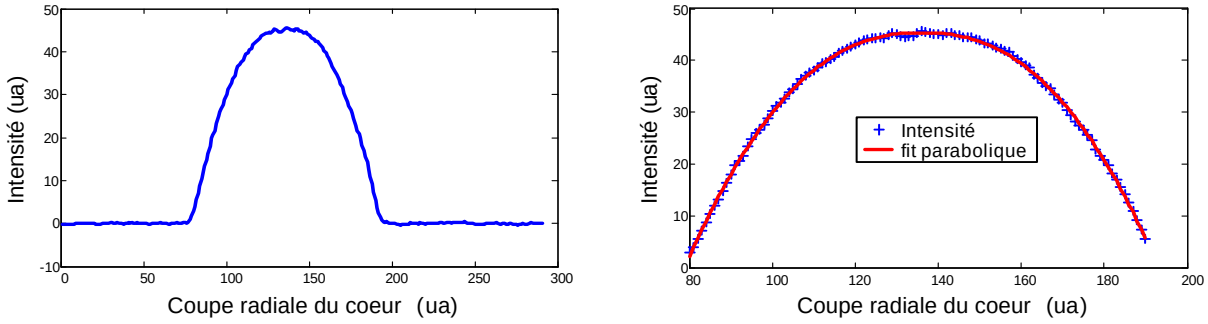


Fig. 8.17 – Fibre à Gradient d'indice FGI. Profil d'indice et ajustement parabolique sur l'indice dans le coeur.

8.3 Fibre à Saut d'Indice FSI en régime de fibre longue : configurations CW et QCW

Nous utilisons ici le schéma expérimental montré sur la figure 8.6. La FSI de longueur $1km$ est mise en place. Nous allons observer trois comportements différents de la figure de speckle (ou figure de mode) Stokes : un mélange incohérent, une figure de speckle qui évolue et une figure de speckle fixe.

8.3.1 Prévisions théoriques et premières observations

Prévisions théoriques

La théorie prévoit, pour la FSI longue que seule la matrice BC est présente : la formule 7.18 donne une longueur limite $L_{ML} = 0.37m$ pour la FSI d'ouverture $ON = 0.2$. Or la matrice BC est diagonale (aux dégénérescences près) et ses modes propres Brillouin sont les modes de la fibre. Il n'y a pas de mode propre Brillouin privilégié car le gain sur chaque mode propre Brillouin est le même, (la courbe 7.13 montre le gain sur chaque mode dans le régime de conjugaison, il est le même à un facteur 2 près dans le régime de fibre longue). On s'attend donc au seuil à un faisceau Stokes composé de la somme incohérente de tous les modes de fibre, amplifiés également. Au delà du seuil, on ne peut pas dire si un des modes va être privilégié, car on n'est pas dans les conditions de conjugaison de phase de la formule (formule montrant que la déplétion n'a pas d'importance).

Observation : Réflectivité de la FSI clivée droite

Nous mesurons ici la puissance de l'onde Stokes réfléchie par la FSI de longueur 1km clivée perpendiculairement aux faces. Cette puissance égale à la somme des deux polarisations est mesurée sur la voie D de la figure 8.6. Les réflexions de Fresnel sur les faces d'entrée et se sortie de la fibre ne sont pas soustraites : il faut retirer 4% à ces réflectivités pour connaître la réflectivité Brillouin réelle.

La figure 8.18 montre les puissances réfléchie et transmise par la fibre en fonction de la puissance Pompe incidente. Elle met en évidence le comportement linéaire de la puissance réfléchie et la présence du seuil. La figure 8.19 montre la réflectivité et la transmission de la fibre : la réflectivité est nulle sous le seuil Brillouin qui est situé vers $3W$ et tend vers une constante au dessus. Nous préférerons la première présentation des résultats qui permet grâce à un ajustement sur la partie linéaire la mesure du seuil et de la réflectivité limite. La figure 8.20 présente cet ajustement sur la courbe de la puissance Pompe incidente en fonction de la puissance Stokes

	Longueur	Seuil	Pente (Brillouin pur)	Réflectivité maximale (Brillouin pur)
FSI CW	$1km$	$2.6W$	52%	42.4%@$21W$

TAB. 8.2 – Paramètres obtenus avec la FSI de longueur $1km$.

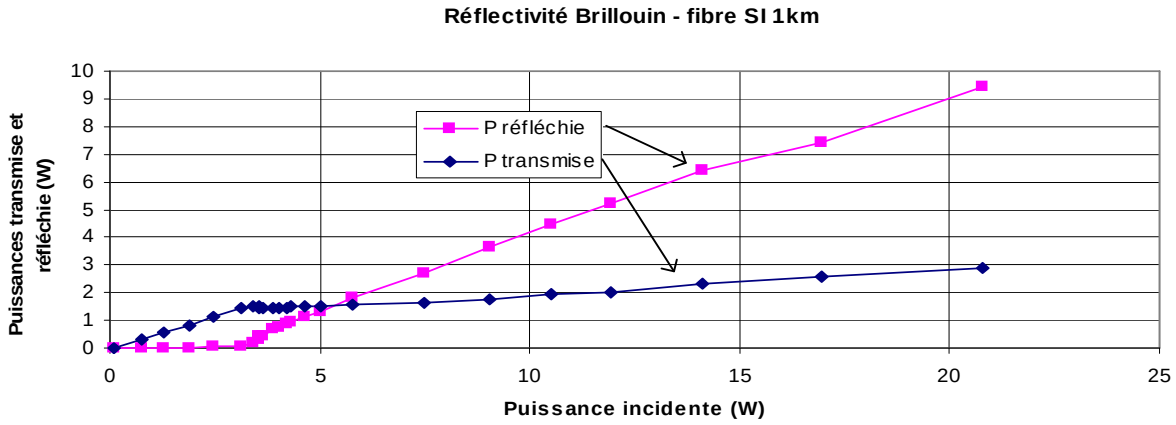


FIG. 8.18 – Puissances Pompe transmise et Stokes réfléchie par la FSI de longueur $1km$ en pompage CW.

réfléchie. On en déduit un seuil $P_{th} = 2.6W$ et une réflectivité limite de $R_{max} = 1/1.86 = 54\%$. La réflectivité Brillouin limite est donc ((54%-4%)/96%)=52%. Dans cette expérience la réflectivité atteint 45% (donc $(0.45 - 0.04)/0.96 = 0.42$, soit 42% Brillouin pur) avec une puissance totale incidente de $21W$ et réfléchie de $9.4W$. Les résultats sont résumés dans le tableau 8.2.

Le seuil théorique est de $0.82W$ sans dépolarisation, sans absorption et pour une fibre de diamètre $50\mu m$ et de longueur $1km$. Si l'on tient compte d'un couplage de 70% et de la dépolarisation (facteur 2), alors la valeur théorique se ramène à $2.3W$, en bon accord avec la mesure.

Observation : profil de l'onde Pompe

Nous décrivons ici l'allure du spot Pompe que l'on peut observer, soit par réflexion spéculaire sur la face d'entrée de la FSI, soit après un double passage dans la fibre et une réflexion spéculaire sur la face arrière de la fibre. Dans le paragraphe suivant, nous observerons le profil de l'onde Stokes. La puissance de l'onde Pompe reste inférieure au seuil de l'effet Brillouin.

Réflexion de Fresnel sur la face avant de la fibre. Pour mesurer les profils de faisceau nous avons imagé la face d'entrée de la FSI sur une caméra CCD. Sur la figure 8.21, on présente les réflexions spéculaires de l'onde Pompe sur la face avant de la fibre à 15 secondes d'intervalle. La figure de speckle (figure de modes) est immobile à cette échelle de temps. *Cela signifie que la fibre amplificatrice est géométriquement (donc thermiquement) stable à cette échelle de temps.* Au démarrage de l'amplificateur, il faut quelques secondes pour que la FSI amplificatrice pompée atteigne un état thermique stable.

On distingue aussi la réflexion sur la face arrière atténuée d'environ $(60\%)^2 = 35\%$. Saturons la caméra avec la réflexion avant afin de faire ressortir la partie réfléchie sur la face arrière.

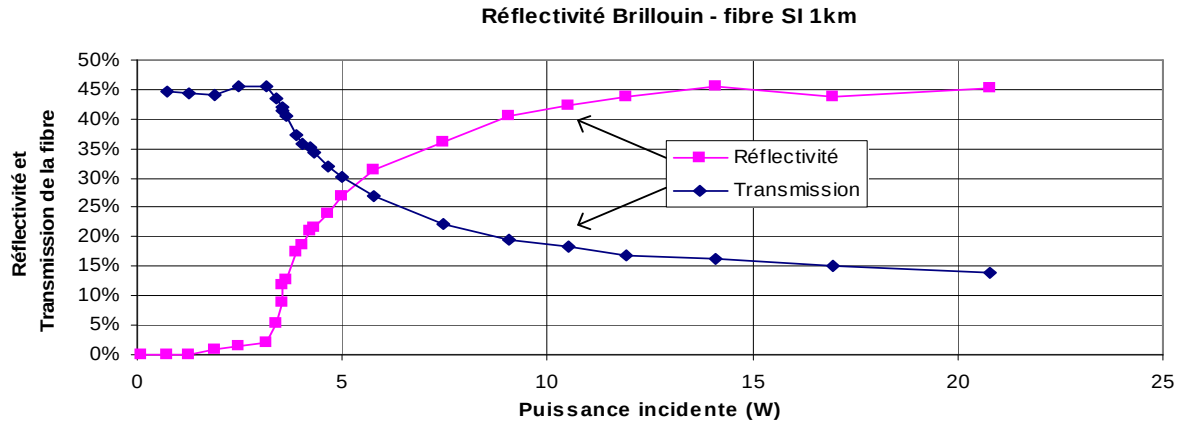


Fig. 8.19 – Réflectivité et transmission de la FSI de longueur $1km$ en pompage CW.

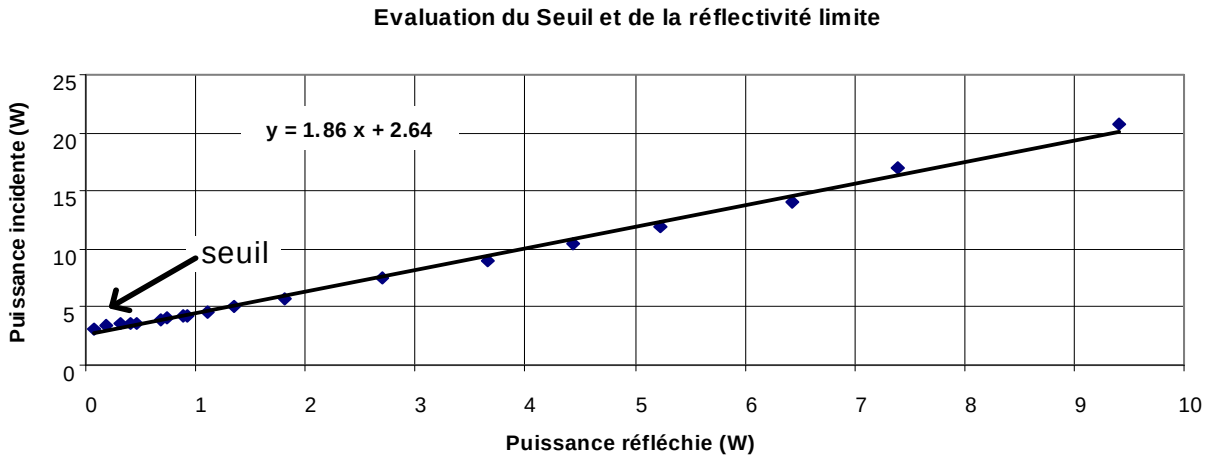


Fig. 8.20 – Ajustement sur la partie linéaire de la courbe de la puissance réfléchie (figure 8.18). La puissance seuil est de $2.6W$ et la pente $1/1.86 = 0.54$.

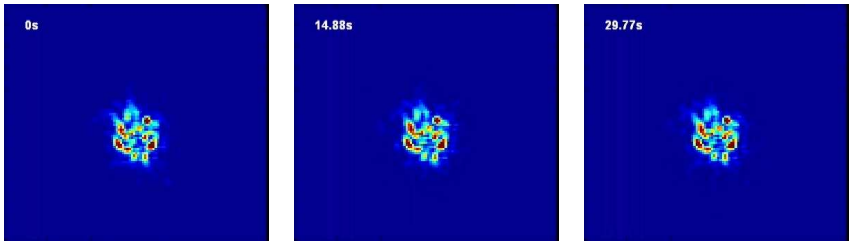


Fig. 8.21 – Différents profils de l'onde Pompe mesurés à $15s$ d'intervalle.

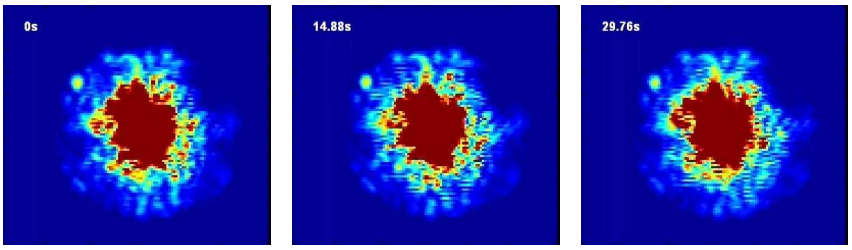


Fig. 8.22 – Différents profils de l'onde Pompe après double passage dans la fibre, mesurés à $15s$ d'intervalle. La vitesse de variation est de l'ordre de $100Hz$.

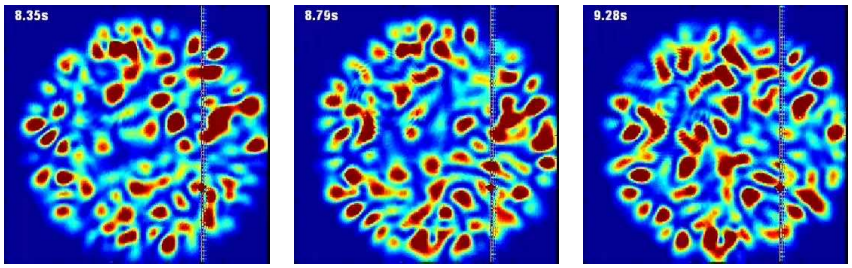


Fig. 8.23 – Différents profils de l'onde Pompe après double passage dans la fibre, mesurés à $0.5s$ d'intervalle. La vitesse de variation est ici de l'ordre de $1Hz$.

Réflexion de Fresnel sur la face arrière de la fibre. La figure 8.22 montre la même image saturée, ce qui permet de mettre en évidence le mouvement du speckle de l'onde Pompe réfléchie sur la face arrière. L'entrelacement de la caméra est visible au bord du faisceau, aux endroits où le mouvement des grains de speckle est important. En effet, les caméras analogiques prennent classiquement deux demi-images entrelacées pour construire une image complète. La fréquence d'acquisition des demi-images est $50Hz$. Ici, l'entrelacement de la caméra est visible, ce qui signifie que la période de redistribution de la figure de speckle est inférieur à $20ms$. En outre, cette période n'est pas assez courte pour brouiller l'acquisition, donc supérieure au temps d'acquisition, de l'ordre de $10ms$. Pour résumer, si la période de stabilité de la figure de speckle était supérieure à $20ms$, le speckle ne serait pas visible. Inversement, si elle était très inférieure à $10ms$, chaque demi image verrait la même moyenne et l'entrelacement ne serait pas non plus visible. Ainsi, la fréquence de redistribution de la figure de mode de la pompe est aux alentours de $100Hz$: c'est la vitesse des variations thermiques de la fibre de longueur $1km$.

Une autre mesure (figure 8.23) montre la polarisation verticale de l'onde Pompe réfléchie sur la face arrière d'une FSI (la polarisation horizontale se superpose à la réflexion de la face avant). L'entrelacement n'est plus visible, mais l'onde bien structurée. La période de stabilité est cette fois comprise entre $20ms$ (speckle invisible) et $500ms$ (les trois images sont différentes), soit de l'ordre de quelques Hz. La stabilité thermique de la pièce au moment de la mesure explique la différence avec le cas de la figure 8.22. Notons que la figure de modes est nette et bien contrastée : cela signifie que le faisceau est cohérent, c'est-à-dire qu'il existe une relation de phase fixe entre les différents modes de fibre qui constituent cette figure de modes Pompe réfléchie sur la face arrière.

En conclusion, le profil spatial de modes de l'onde Pompe en entrée de fibre est stable dans le temps, tandis que la figure de modes de l'onde Pompe après un double passage dans la fibre de $1km$ est redistribuée en raison des fluctuations thermiques à une fréquence allant de $1Hz$ à $100Hz$ en fonction de la stabilité thermique au moment de la mesure. Les fluctuations thermiques de la fibre engendrent des fluctuations de longueur de fibre communes à tous les modes d'une

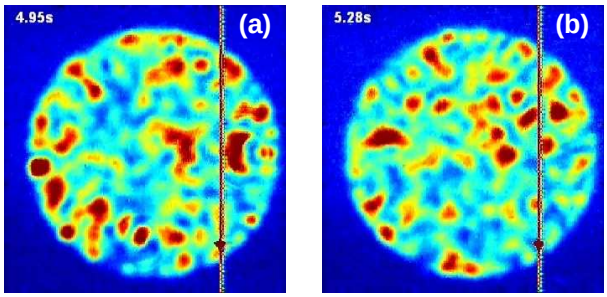


Fig. 8.24 – Profils de l'onde Stokes mesurés à 15s d'intervalle.

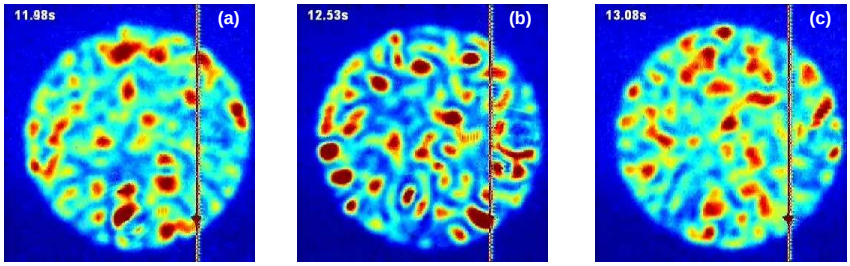


Fig. 8.25 – Profils de l'onde Stokes mesurés à 0.5s d'intervalle.

part (voir la correction du piston de phase dans le chapitre de beam cleanup non auto-référencé) et des fluctuations différentielles entre les différents modes de fibre d'autre part. L'évolution de la figure de mode de l'onde Pompe après double passage dans la fibre est due aux fluctuations thermiques différentielles de la fibre.

Observation : profil de l'onde Stokes

Décrivons ici l'observation de l'onde Stokes réfléchie de l'onde Pompe stable que nous avons montré précédemment. Le spot Stokes (appelé aussi spot Brillouin) est montré sur la figure 8.24a : c'est une combinaison de modes de fibre. On observe que cette figure de modes évolue rapidement dans le temps.

Évolution temporelle. Le profil de l'onde Stokes est représenté sur la figure 8.24a. Le trait vertical sur la figure correspond à un pixel mort de la matrice CCD. L'ensemble de la figure bouge en permanence : la figure 8.24b représente le même spot pris 0.3s plus tard. Les grains de speckle (la figure de mode) sont complètement réordonnés en l'espace d'une fraction de seconde. Ici l'entrelacement n'est pas visible, ce qui signifie que la redistribution est plus lente que 20ms.

Cohérence spatiale. La figure de mode Stokes se superpose de temps en temps à un fond lumineux : on a représenté sur la figure 8.25 trois images (a), (b) et (c) du spot Stokes à trois instants proches. Il est visible que le spot 8.25b a un meilleur contraste que les spots 8.25a et 8.25c. Cela signifie qu'il est plus cohérent sur le temps d'intégration. Afin d'introduire une notion simple de cohérence partielle adaptée à notre cas, imaginons un faisceau constitué d'une onde cohérente et d'un fond lumineux incohérent. Le faisceau est plus « cohérent » quand la proportion de puissance contenue dans l'onde cohérente est importante. C'est le cas ici : le spot central présente un fond lumineux plus faible que les spot latéraux. On peut comparer ces trois spots aux spots de la figure 8.23 qui montre dans les mêmes conditions la réflexion sur la deuxième face de la fibre : le contraste est alors maximal car le spot est totalement cohérent.

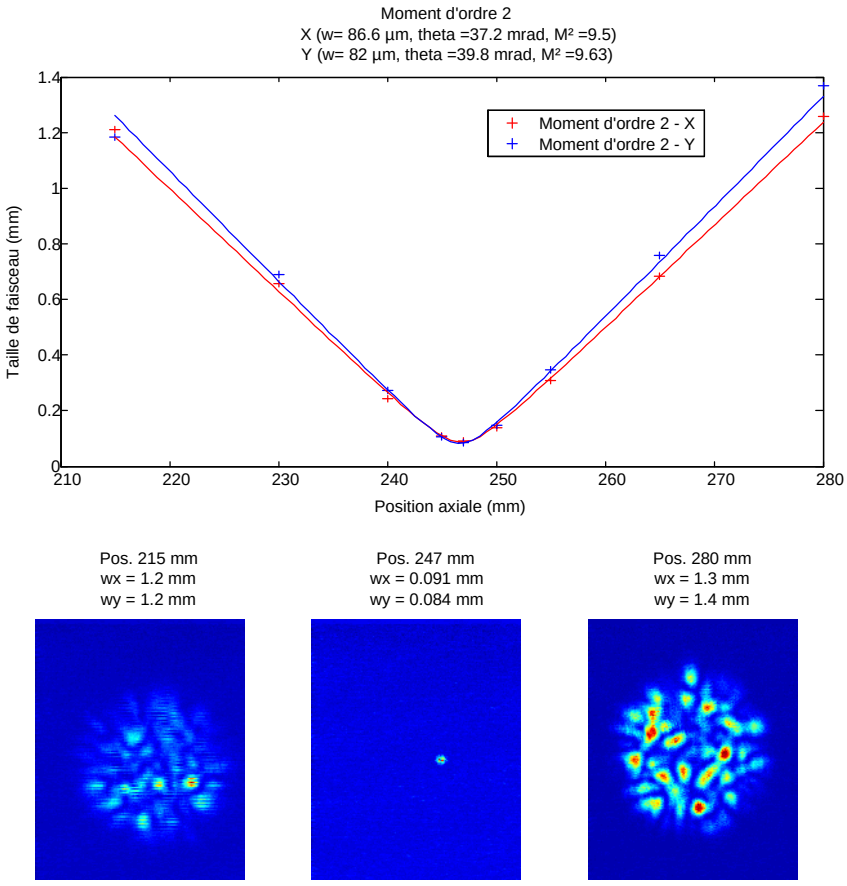


Fig. 8.26 – Mesure du paramètre M^2 de l'onde Stokes dans le cas de la FSI de longueur $1km$ en pompage CW et en clivage droit.

On déduit de cette observation que les spots 8.25a et 8.25c sont la somme d'une figure de modes cohérente et d'un bruit de fond (formé par d'autres modes incohérents) et que le spot 8.25b n'est constitué que d'une figure de mode cohérente. Le faisceau Stokes est de temps en temps cohérent et de temps en temps en partie incohérent. Ajoutons que la vitesse d'évolution des figures de modes Stokes (8.25) et Pompe réfléchie (8.23) est la même (dans des conditions identiques) : ces deux mouvements ont probablement la même cause, à savoir les fluctuations thermiques de la fibre.

La figure de mode cohérente n'est pas polarisée : on vérifie en effet que chaque grain de speckle a une polarisation elliptique indépendante.

Qualité spatiale. Le paramètre M^2 de ce spot Stokes en mouvement est mesuré et vaut $M^2 = 10$. La figure 8.26 reprend les points de mesure. Cette valeur de M^2 indique qu'un nombre important de modes participe à ce spot : la présence de tous les modes correspondrait à une valeur $M^2 = 12$.

Mise en évidence de l'effet de cavité

L'observation des deux types de comportement précédents (spot fortement contrasté ou faiblement contrasté) a pu être mis en relation avec la présence ou non de pics dans le diagramme temporel de la puissance Stokes. Un détecteur ponctuel est placé sur le spot Stokes de la figure 8.25 et mesure l'évolution temporelle d'une partie de ce spot. La figure 8.27 montre le diagramme

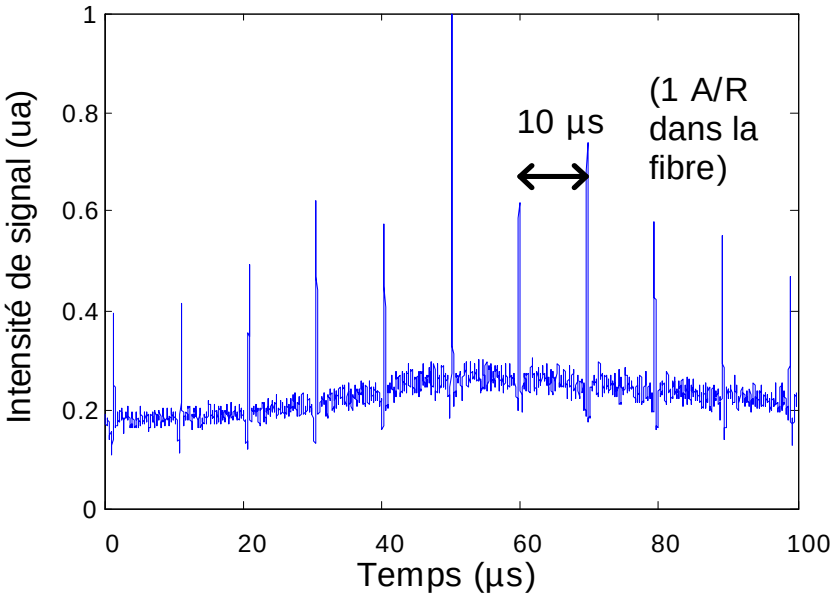


Fig. 8.27 – Évolution temporelle de l'intensité de l'onde Stokes dans un cas cohérent.

temporel vu par le détecteur dans le cas du spot Stokes contrasté (cohérent) représenté sur la figure 8.25b.

On y voit un fond continu, autour de 0.2 (u.a.) et des pics éloignés de $10\mu s$. C'est le temps nécessaire à la lumière pour faire un aller-retour dans une fibre de longueur $1km$ et d'indice $n = 1.5$. Dans le cas des spots plus flous (moins cohérents) de 8.25a et 8.25c, ces pics sont nettement plus faibles dans le diagramme temporel que dans le cas de spots contrastés (8.25b).

Nous pouvons donc relier la cohérence du mode à la présence des pics dans le diagramme d'intensité. Or ceux ci sont naturellement attribués à la réflexion de l'onde Stokes sur les faces clivées droites de la fibre (4% à chaque extrémité) qui forment une cavité.

La présence de cette cavité constituée des deux faces clivées droites de la fibre, qui réfléchissent 4% des ondes, suffit donc à modifier le comportement de l'onde Stokes : c'est « l'effet de cavité Brillouin ». Kovalev a également rapporté [Kovalev et Harrison, 2003] un effet de cavité dans ses expériences : il observe une stabilisation de la puissance dans une fibre longue grâce au clivage droit des extrémités de la fibre. Cela nous amène à examiner l'influence de la face arrière de la fibre, dont on peut supprimer la réflexion par clivage en angle ou dépôt de vaseline adaptée en indice.

8.3.2 Analyse de l'effet de cavité sur la FSI

Nous avons observé un effet de cavité dû à la réflexion de 4% en fin de fibre. Afin de s'affranchir de cet effet, nous avons plusieurs solutions :

- soit empêcher les ondes réfléchies d'être guidées en clivant la fibre avec un angle suffisant pour que la réflexion de Fresnel ne soit pas couplée dans le coeur. L'angle minimal est 7^o dans le cas d'une ouverture $ON = 0.2$. En pratique, nous avons constaté sur l'amplificateur qu'un angle de 15^o était préférable,
- soit empêcher la réflexion de Fresnel en ajoutant un liquide adapté en indice en sortie de fibre. On dépose une goutte de vaseline sur l'extrémité de la fibre, la réflexion sur cette surface courbe n'est pas couplée dans la fibre,
- soit empêcher l'onde Pompe d'atteindre l'extrémité de la fibre en la découpant en impulsion de durée $1\mu s$, c'est à dire de longueur $300m$ dans le vide et $200m$ dans la fibre.

Nous testons ces trois configurations dans ce paragraphe.

Vaseline, clivage en angle et impulsion quasi-continue.

Afin de quantifier l'effet de cavité, nous avons supprimé la réflexion sur la deuxième face de la fibre. Les deux méthodes testées s'avèrent équivalentes : le clivage en angle d'une part et la vaseline d'autre part. L'utilisation d'impulsions quasi-continues a les mêmes conséquences.

Clivage en angle. L'angle de clivage doit être suffisamment important pour que la réflexion de Fresnel sorte de l'ouverture de la fibre. Comme pour l'amplificateur, une dizaine voire une quinzaine de degrés sont ici nécessaires. Il existe un modèle particulier de cliveuse en angle qui applique une torsion à la fibre avant le clivage. Les résultats de ce clivage sont connus pour être aléatoires et plusieurs essais ont étés nécessaires avant de pouvoir obtenir un clivage satisfaisant à 15^o.

Dépôt de vaseline. La vaseline a la particularité d'avoir un indice de réfraction proche de celui du verre, ainsi les réflexions de Fresnel sont supprimées sur l'interface verre-vaseline et sont reportées sur l'interface vaseline-air, qui a la forme d'une goutte et n'est pas spécialement alignée avec la fibre : ainsi la majeur partie des 4% réfléchis ne revient pas dans le coeur.

Utilisation d'une impulsion quasi-continue. Le schéma expérimental présenté dans la figure 8.6 montre le système utilisé pour créer une impulsion de durée $1\mu s$. L'oscillateur NPRO est découpé en impulsions de $1\mu s$ à une fréquence de $33kHz$ qui sont préamplifiées puis amplifiées dans la fibre multimode. Le préamplificateur permet d'atteindre la saturation de l'amplificateur. L'impulsion de durée $1\mu s$ et de forme temporelle gaussienne est ensuite focalisée dans la FSI. La longueur efficace d'amplification Brillouin dans la fibre est la longueur d'aller-retour en $1\mu s$, c'est à dire $100m$ de fibre. En effet, les photons qui subiront le plus d'amplification sont ceux qui sont diffusés en début d'impulsion et qui sont amplifiés par l'ensemble de l'impulsion Pompe. Aucun effet de cavité n'est possible.

L'utilisation de l'une de ces trois méthodes met en évidence la disparition de l'effet de cavité qui se traduit en particulier par :

- une augmentation du seuil,
- une décohérence du faisceau en retour.

Augmentation du seuil

Pompage CW et clivage en angle ou vaseline. Dans le cas de la suppression de la réflexion sur la seconde face, les puissances transmises et réfléchies par la FSI sont montrées sur la figure 8.28 et un ajustement sur la partie linéaire de la puissance Stokes est présentée sur la figure 8.29. La puissance seuil s'est décalée à $4.8W$, soit pratiquement deux fois le seuil de $2.6W$ mesuré auparavant. La pente de la courbe est 59% total donc 57% sans réflexion de Fresnel, à comparer avec respectivement 54 et 50% : la pente a légèrement augmenté, probablement en raison d'un meilleur couplage. La hausse du seuil Brillouin explique la réflectivité atteinte de 35% au total, plus faible que les 45% précédents.

Ainsi la suppression de la réflectivité de la face arrière a pour conséquence une augmentation du seuil d'un facteur 1.8. Les valeurs sont reportées dans le tableau 8.3.

Pompage QCW. Les résultats en pompage quasi-continu sont montrées sur la figure 8.30 : le seuil de l'effet vaut $P_{seuil} = 39W$ crête, la pente totale est 64% donc 62.5% Brillouin. La

	Longueur	Seuil	Pente (Brillouin pur)	Réflectivité maximale (Brillouin pur)
FSI CW	$1km$	$4.8W$	57%	32%@$12W$

Tab. 8.3 – Paramètres obtenus avec la FSI de longueur $1km$.

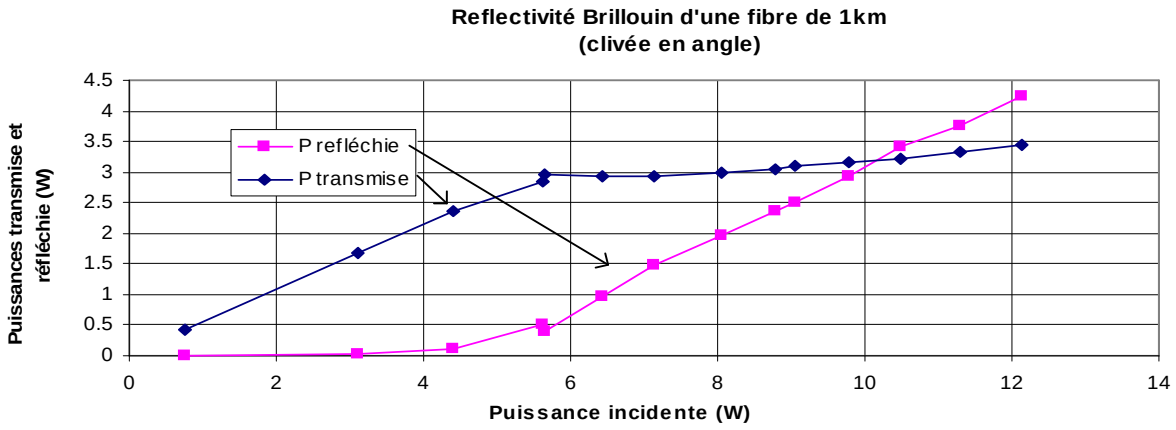


Fig. 8.28 – Puissances réfléchie et transmise par la FSI sans réflexion sur la seconde face en pompage CW.

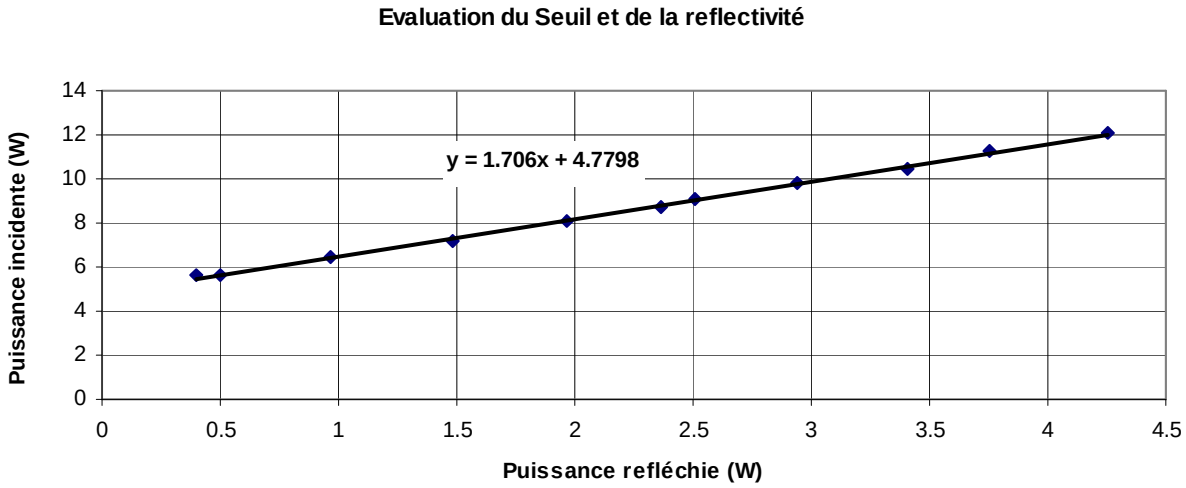


Fig. 8.29 – Ajustement sur la partie linéaire de la puissance Stokes : le seuil est mesuré à $4.8W$ et la pente à $1/1.7 = .59$.

	Longueur	Seuil	Pente (Brillouin pur)	Réflectivité maximale (Brillouin pur)
FSI QCW	$1km$	$39W$	63%	52%@$272W$

TAB. 8.4 – Paramètres obtenus avec la FSI de longueur $1km$ en pompage CW.

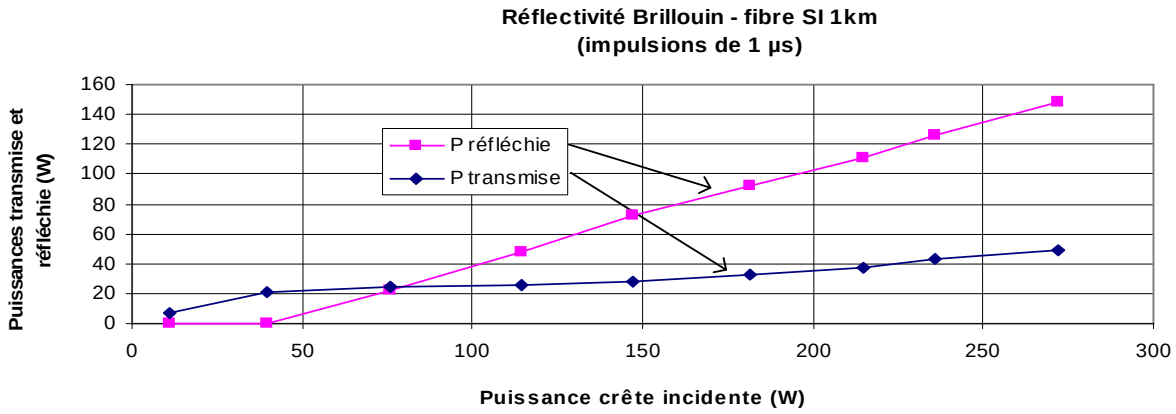


FIG. 8.30 – Puissances réfléchie et transmise par la FSI en pompage QCW. L'ajustement donne une puissance crête seuil de $39W$ et une pente de $1/1.56 = 0.64$.

réflectivité maximale atteinte est 54% donc 52% Brillouin à $P_p = 272W$ crête incidents. Les valeurs sont reportées dans le tableau 8.4.

La pente est plus importante dans le cas QCW car une longueur de fibre plus faible est parcourue, ce qui réduit l'absorption. On rappelle que la longueur efficace d'interaction, dans le cas d'un coefficient d'absorption μ en m^{-1}, est :

$$L_{eff} = \frac{1 - e^{-\mu L}}{\mu} \tag{8.6}$$

Pour un coefficient d'absorption mesuré de l'ordre de $\mu = 6.4 \cdot 10^{-4} m^{-1}$ (transmission $T = 60\%$ dans une fibre de longueur $L = 1km$ avec un coefficient de couplage estimé 80%), on a $L_{eff}(1km) = 739m$ et $L_{eff}(100m) = 97m$.. Le gain Brillouin peut être déduit de la formule

$$g_B = \frac{21S}{P_{seuil} L_{eff}} \tag{8.7}$$

soit $g_B = 1.16 \cdot 10^{-11} m/W$ dans le cas CW et $g_B = 1.12 \cdot 10^{-11} m/W$ dans le cas QCW, ce qui est tout à fait cohérent. La valeur courante du gain Brillouin est $g_B = 5 \cdot 10^{-11} m/W$. Le facteur 4 provient en partie de la dépolarisation et en partie du caractère multimode : on s'attend en effet à une baisse de gain d'un facteur 2 quand il n'y a pas conjugaison de phase. Les deux valeurs de gain sont très proches, dans un intervalle de 5%.

Profil spatial du faisceau Stokes

On rappelle que la théorie dans le cas de la FSI en régime fibre longue prévoit un retour incohérent avec un gain équivalent sur tous les modes de la fibre. C'est précisément le comportement que nous constatons en pompage QCW ou sans réflexion sur la deuxième face à basse réflectivité.

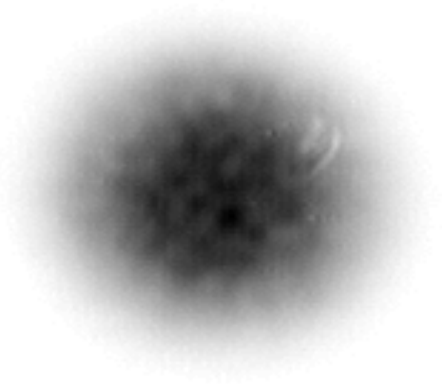


Fig. 8.31 – Profil de l'onde Stokes (halo incohérent), en polarisation verticale.

Pompage quasi-continu QCW. En régime QCW, le faisceau Stokes est complètement dépolarisé et revient sans aucune structure. Tout se passe comme s'il revenait une somme incohérente de tous les modes de la fibre.

Comportement : la figure 8.31 montre une photo de l'onde Stokes sur la polarisation verticale (résultat identique sur la polarisation horizontale). Le comportement est le même à faible ou forte réflectivité : l'onde Stokes ne comporte aucune structure.

Qualité de faisceau : la mesure du facteur de qualité M^2 de l'onde Stokes (figure 8.31d) est montrée sur la figure 8.32. On mesure $M^2 \approx 12$: cette valeur correspond environ à la valeur $M^2 \approx 15$ prévue par la formule $M^2 = \pi\omega\theta/\lambda$ avec les valeurs de la fibre (rayon 25μm, angle 0.2rad). Une telle divergence associée à la non-structure du spot prouve que le spot est un mélange incohérent des différents modes à l'échelle de temps vidéo, c'est à dire des fréquences inférieures à $50Hz$.

Ainsi, comme prévu par la théorie, le spot Stokes en pompage QCW est un mélange incohérent des modes de fibre.

Pompage continu CW et clivage en angle (ou vaseline). Dans ce cas, le spot Stokes a un profil qui dépend de la puissance de l'onde Pompe : à faible réflectivité totale (sous les 10% au total, soit 6% Brillouin), le spot en retour est le même que le spot en pompage QCW (voir figure 8.31), c'est à dire un mélange incohérent de tous les modes. A partir d'une réflectivité de l'ordre de **10%,** une **structure apparaît** dans le halo Stokes. Plus la réflectivité augmente, plus le faisceau Stokes est cohérent.

La figure 8.33 montre la forme du spot pour différents points de la courbe de réflectivité. Le trou blanc au centre des spots provient d'une impureté sur la lentille de focalisation qui a été remplacée par la suite. Sous la réflectivité critique de 10%, le spot Stokes est incohérent puis se structure. A haute réflectivité, le mode est finalement complètement cohérent, comme dans le cas du clivage droit.

La figure 8.34 résume les différences de comportement avec et sans vaseline en extrémité de fibre :

- la première ligne rappelle que la présence de la réflectivité de la seconde face impose une structure à l'onde Stokes tandis que
- la seconde ligne montre qu'en dessous du seuil de cohérence l'onde Stokes est incohérente et au dessus de ce seuil l'onde Stokes est en partie cohérente.

Tout se passe comme si l'apparition de cette cohérence provenait d'une **réflectivité parasite** sur l'interface air-vaseline. Sous le seuil de cohérence, cette réflectivité est insuffisante pour

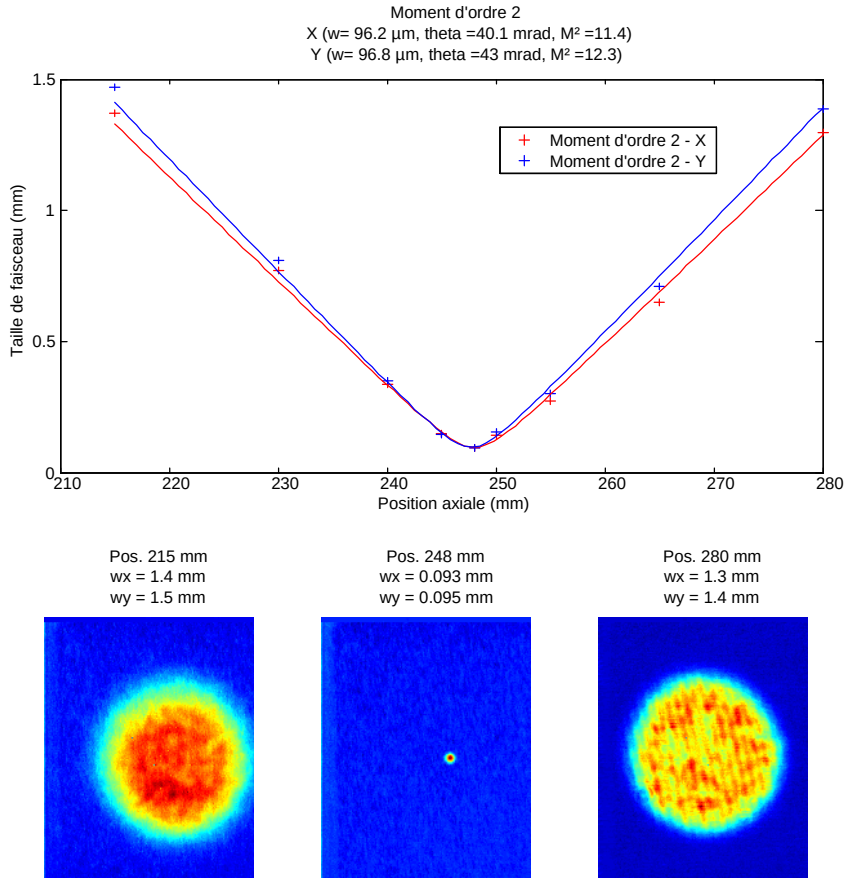


Fig. 8.32 – Mesure du paramètre M^2 de l'onde Stokes (halo incohérent). On mesure $M^2 = 12$.

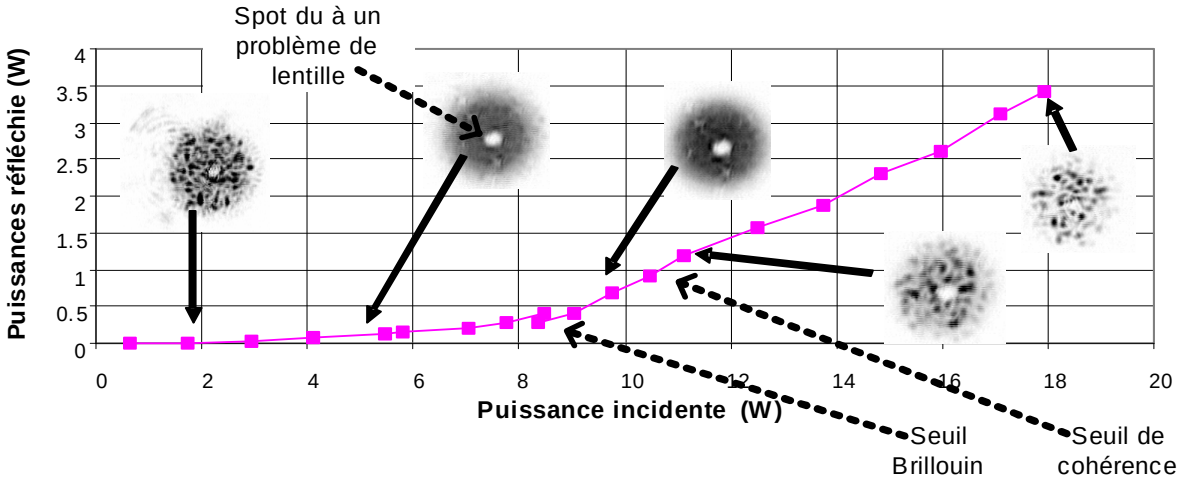


Fig. 8.33 – Profil de l'onde Stokes superposé à différents niveaux de réflectivité Brillouin dans la FSI de longueur $1km$ clivée en angle. Le spot sous le seuil de l'effet correspond à la réflexion de Fresnel de l'onde Pompe.

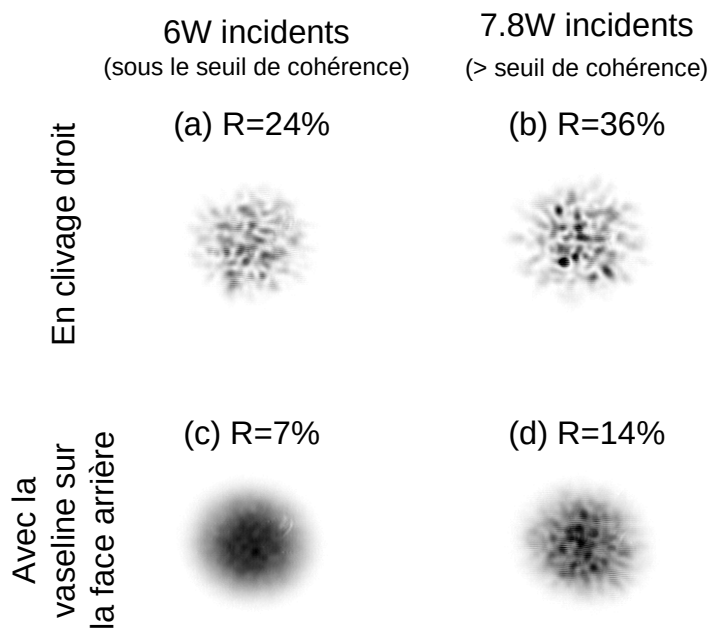


Fig. 8.34 – Profil de l'onde Stokes dans différentes configurations : (a) et (b) : clivage droit, l'onde Stokes est toujours structurée. (c) et (d) : clivage en angle ou vaseline : (c) sous une réflectivité totale de 10% le spot est incohérent et (d) pour une réflectivité plus importante le spot est structuré.

imposer un mode Stokes tandis qu'au-dessus du seuil de cohérence, sa sélectivité structure l'onde Stokes. En pompage QCW en revanche, les impuretés internes à la fibre ne suffisent jamais à privilégier un mode Stokes : le spot reste incohérent, même pour une réflectivité supérieure à 50%.

Comportement temporel

Le comportement temporel est intéressant dans le cas du pompage continu : les courbes temporelles de la figure 8.35 sont prises avec un détecteur spatialement petit devant la taille du faisceau. Sous le seuil de cohérence, l'intensité est peu bruitée (figure 8.35a) car le spot est incohérent. A la limite des 10% de réflectivité totale, quand la cohérence apparaît, des sauts de puissance sont visibles (figure 8.35b) et correspondent à l'apparition temporaire d'une structure. A plus forte réflectivité, la structure Stokes bouge en permanence (figure 8.35c). Le comportement temporel à plus haute résolution ne nous intéresse pas pour le moment.

Conclusion

Nous avons observé trois situations différentes dans cette FSI en régime fibre longue :
- Dans le cas du pompage QCW ou du pompage CW avec vaseline sous le seuil de cohérence, l'onde Stokes en retour est un mélange incohérent et non polarisé des différents modes de fibre : aucune figure de speckle n'est visible, l'intensité est uniforme. Le M^2 mesuré est 12.
- Dans le cas du pompage CW avec vaseline ou clivage en angle au delà du seuil de cohérence ($R \approx 6\%$), une structure de mode est privilégiée et revient préférentiellement.
- Dans le cas du pompage CW, avec clivage droit des faces, la présence de la cavité favorise ou sélectionne un mode Stokes cohérent, c'est à dire une combinaison des modes propres de la fibre. Ce mode évolue avec les fluctuations thermiques de la fibre.

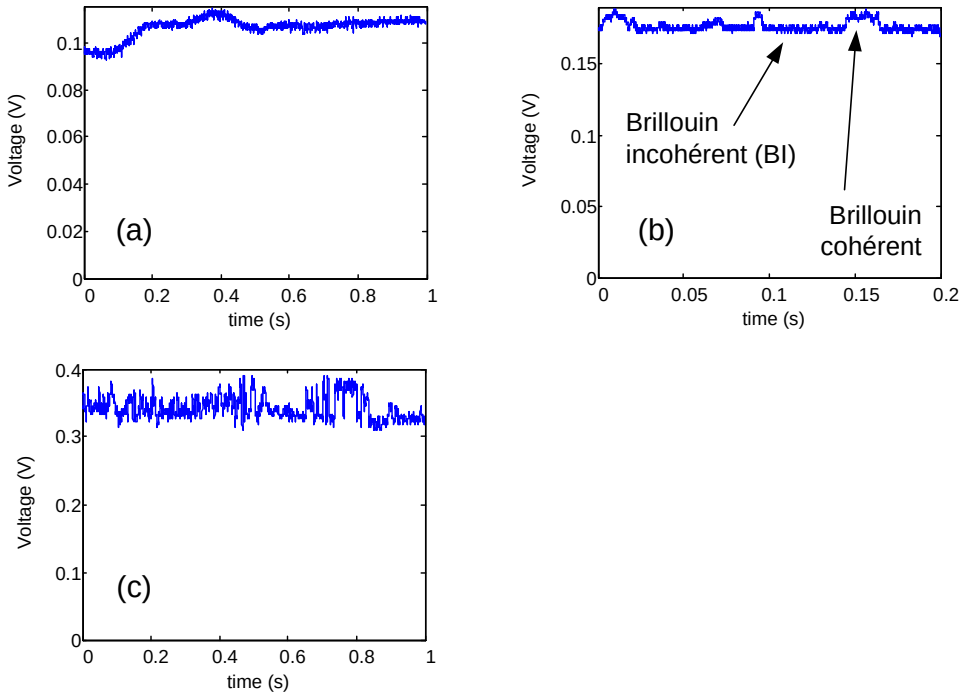


Fig. 8.35 – Comportement temporel de l'onde Stokes dans le cas du pompage CW de la FSI de $1km$, à différentes réflectivités : (a) faisceau incohérent, pour une réflectivité inférieure à 10%, (b) onde Stokes est cohérente ou incohérente (à la limite où la cohérence apparaît) et (c) faisceau structuré (cohérent) à haute réflectivité.

Le mode Stokes structuré qui apparaît est probablement la configuration la plus stable dans la cavité formée par les deux faces de la fibre ou par la face d'entrée et une réflexion parasite sur la face de sortie. Nous allons maintenant nous intéresser à une autre configuration de cavité, où le mode Stokes est rebouclé en fin de fibre Brillouin.

8.3.3 FSI en cavité forcée

Nous allons dans ce paragraphe boucler la fibre sur elle-même afin d'étudier le comportement de l'effet Brillouin en cavité.

Schéma de cavité

Le schéma utilisé pour le bouclage est montré sur la figure 8.36 : le faisceau Stokes est bouclé sur la sortie de la fibre. Par construction, on ne couple que la partie polarisée verticalement de l'onde Stokes vers la sortie de la fibre : ce choix n'a pas d'incidence car la longueur de dépolarisation de l'onde dans la fibre est petite (quelques dizaines de cm) devant la longueur de la fibre ($1km$).

La lentille n'est pas nécessairement présente. Dans un premier temps la lentille n'est pas utilisée et la sortie de la fibre est simplement mise dans l'ouverture numérique de l'onde Stokes en retour. Dans une seconde expérience la lentille permet un couplage efficace. Le but est ici de voir l'effet sur le profil spatial du mode Stokes de ce bouclage qui est plus fort que les deux réflexions de Fresnel précédentes.

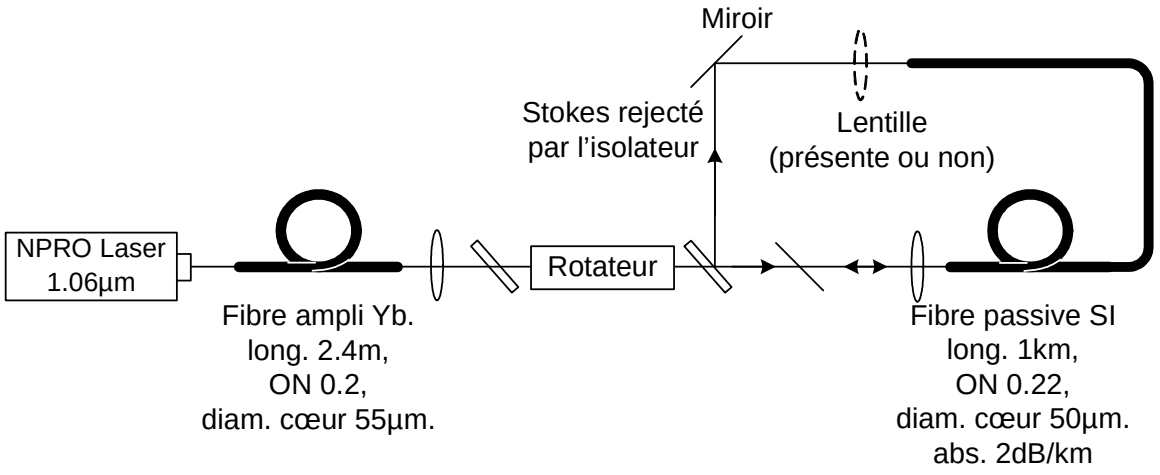


Fig. 8.36 – Schéma de boucle Brillouin utilisée en pompage CW. Le couplage de l'onde Stokes est de l'ordre de 15% avec la lentille et de l'ordre de 0.03% sans la lentille.

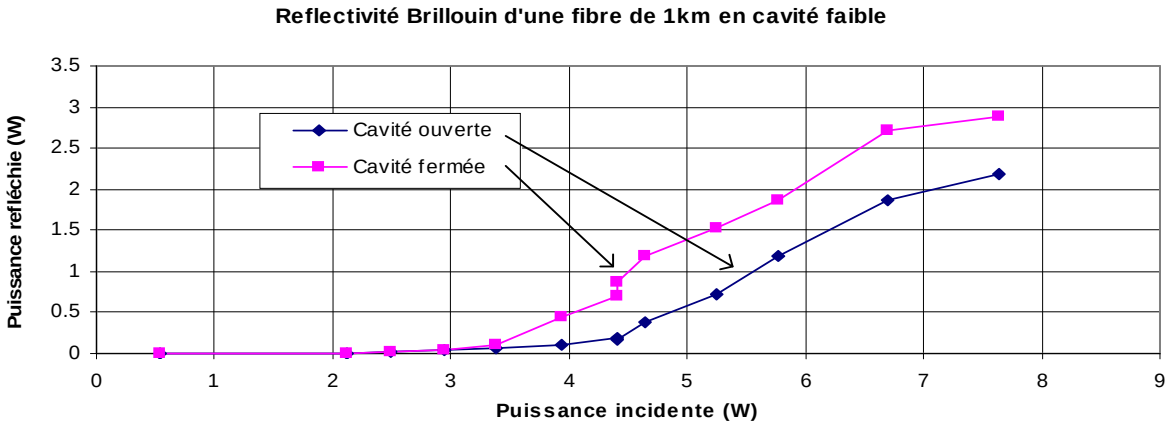


Fig. 8.37 – Puissance réfléchie par la FSI de $1km$ avec et sans cavité Brillouin de couplage faible.

Courbes de réflectivité - cas de la cavité faible

Dans le cas de la cavité à couplage faible (sans la lentille), la fibre est simplement alignée avec l'onde Stokes collimatée en retour, qui est un spot de quelques millimètres de diamètre. Le couplage est alors extrêmement faible, de l'ordre de $(50\mu m/2mm)^2/2 \approx 3 \cdot 10^{-4}$. La courbe de réflectivité est montrée sur la figure 8.37 et les résultats résumés dans le tableau 8.5. Malgré le très faible coefficient de couplage, de l'ordre de 0.03%, l'effet est notable sur le seuil et sur la pente de la courbe : baisse de seuil de 15% et augmentation de pente de 69 à 82%.

Courbes de réflectivité - cas de la cavité forte

Dans le cas du bouclage fort, on peut espérer coupler de l'ordre de 30% de la puissance Stokes d'une polarisation, c'est à dire environ 15% de la puissance Stokes totale. L'effet sur le seuil est alors remarquable visible sur les courbes de puissances réfléchies montrées sur la figure 8.38. Une comparaison des effets des cavités faible et forte est reportée sur le tableau 8.6 : avec

	Cavité ouverte	Cavité fermée
Seuil	4.1W	3.4W
Pente (Brillouin pur)	69%	82%
Rmax@7.6W (Brillouin pur)	26%	35%

Tab. 8.5 – Réflectivités atteintes avec et sans cavité.

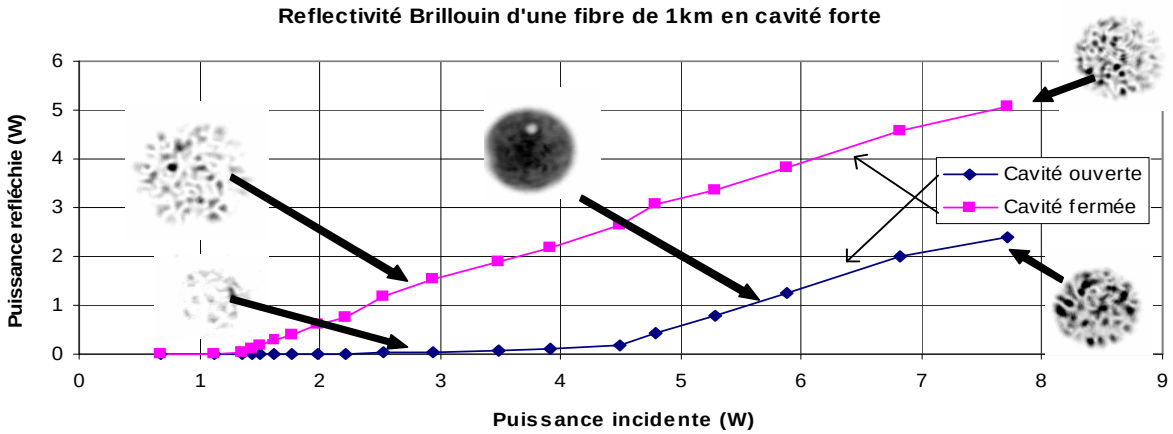


Fig. 8.38 – Puissance réfléchie par la FSI de 1km avec et sans cavité Brillouin de couplage fort.

le bouclage fort, le seuil a baissé de 75% contre 15% avec le bouclage faible. En revanche, l'effet sur la pente est sensiblement le même : une augmentation de 10 à 20%.

Profil du faisceau Stokes

Dans les deux cas de couplage, l'allure du faisceau Stokes est la même : l'onde Stokes est à la fois complètement cohérente et stable pendant plusieurs secondes. Dans le cas de la cavité formée par les deux faces de la fibre, l'onde Stokes était structurée, dépolarisée et évoluait avec les fluctuations thermiques dans le temps. Ici la figure de mode Stokes est également structurée et dépolarisée mais stable dans le temps sur une période de quelques secondes, comme la séquence de la figure 8.39 le montre : le mode Stokes est stable pendant les 6 premières secondes puis bascule vers un mode Brillouin différent, lui même stable pendant 2s avant de laisser la place au premier pour une seconde etc. Nous avons observé jusque 5 modes différents alternés dans la cavité.

Notons :

- en cavité faible, la forme du mode stable **ne dépend pas** du couplage de l'onde Stokes dans la face arrière de la fibre (position de la face arrière dans le spot Stokes) : en effet, ce sont toujours les modes faibles qui sont alors couplés. En revanche, la forme du mode stable est fortement sensible à la moindre torsion de la fibre.
- dans le cas du couplage fort, où l'onde Stokes est focalisée en sortie de fibre, la figure de

	Cavité ouverte	Cavité fermée forte	Cavité fermée faible
Seuil	4.1W	1.2W	3.4W
Pente	67%	80%	82%
Rmax@7.6W	26%	65%	35%

Tab. 8.6 – Résumé des réflectivités atteintes avec et sans cavité forte ou faible.

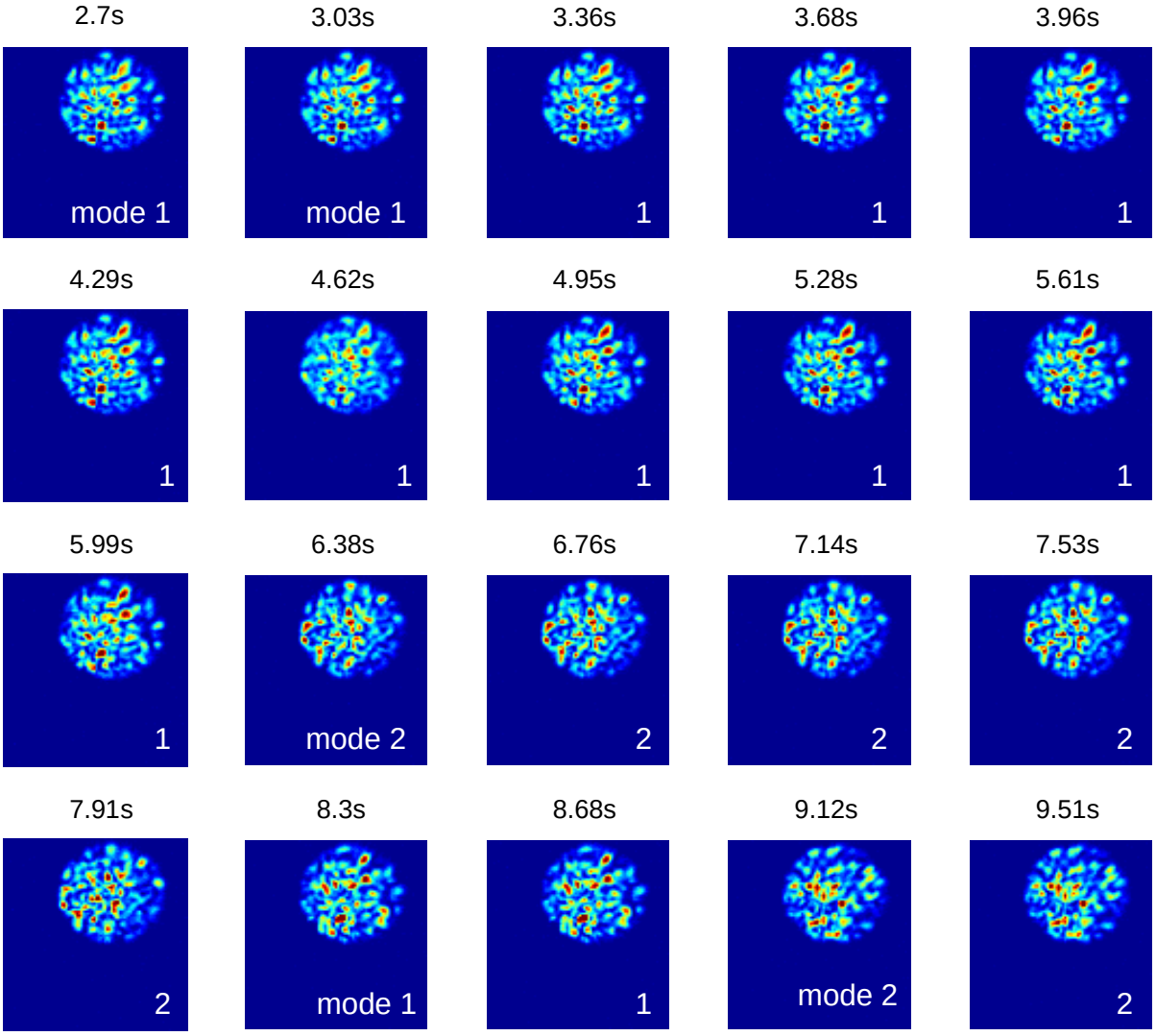


Fig. 8.39 – Évolution temporelle de la figure de mode de l'onde Stokes en cavité Brillouin. On remarque la stabilité du mode sélectionné entre les instants $2.7s$ et $5.99s$, puis la stabilité d'un autre mode entre $6.38s$ et $7.91s$. L'onde Stokes revient alors sur le premier mode ($8.3s$) et rebascule sur le second ($9.12s$).

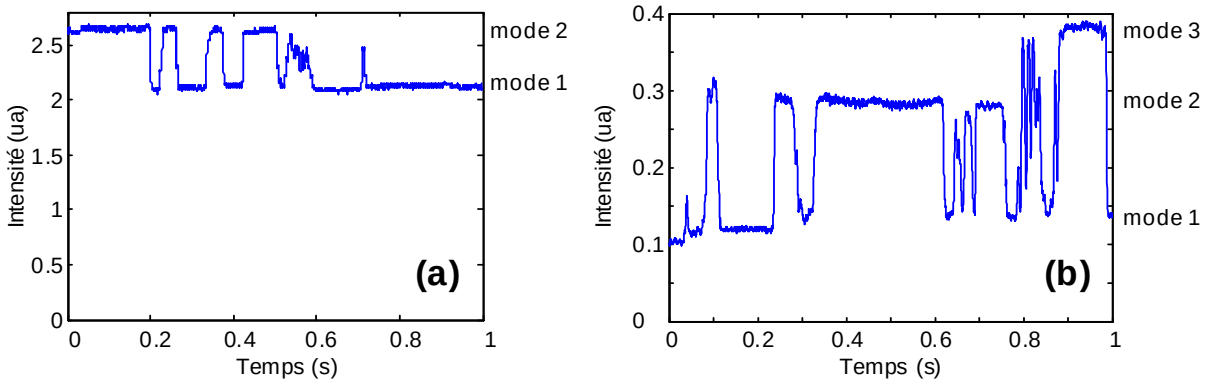


Fig. 8.40 – Évolution temporelle de l'intensité Stokes locale. Les sauts de modes sont nets. En (a) et (b), il y a respectivement deux et trois modes en compétition.

mode Stokes dépend à la fois de la position du couplage et de la disposition de la fibre.

Tout se passe comme si une position de la fibre admettait plusieurs modes propres Brillouin de la cavité en compétition. L'onde Stokes a alors tendance à se stabiliser sur un de ces modes pendant plusieurs secondes. La forme de ces modes ne dépend pas des fluctuations thermiques. Il y a résonance de l'onde Stokes dans la cavité. Il est toujours cohérent. On peut se demander pourquoi les configurations stables 1 et 2 de la figure 8.39 ne fluctuent pas dans le temps au même titre que l'onde Pompe après double passage dans la fibre ? On note des différences entre le premier ($2.7s$) et le dernier ($8.7s$) spot 1. Il est clair que cette variation est bien plus faible que les variations en $1Hz$ observées sur la figure 8.23. Rappelons néanmoins que d'une part il s'agit ici d'une boucle, donc un seul passage doit être considéré et que d'autre part les modes sélectionnés sont liés à la répartition de l'onde Pompe, immobile sur les premiers mètres voire les premières dizaines de mètre de fibre. Les modes sélectionnés ne dépendent pas autant de la géométrie de la fibre.

Évolution temporelle

La figure 8.40 montre un exemple d'enregistrement de l'évolution de la puissance Stokes avec le temps. Le détecteur est plus petit que le spot et n'intègre pas l'ensemble de la puissance Stokes. On voit très nettement sur ce graphe que le système oscille entre deux états stables dans la cavité, c'est à dire deux figures de modes propres de la cavité. On peut comparer ce graphe avec la courbe bruitée de la figure 8.35c en l'absence de boucle.

8.3.4 Conclusion : la FSI en régime de fibre longue

Retour incohérent

Le retour incohérent se manifeste dans le cas du pompage CW quand la face arrière est rendue non réfléchissante et la réflectivité inférieure à 10%, ou dans le cas du pompage QCW, où l'impulsion n'a pas le temps d'atteindre la face arrière avant d'être réfléchie. Le spot Stokes est non cohérent.

Tout se passe comme si les différents modes propres Brillouin (combinaison de modes de la fibre qui voit un gain exponentiel) voient le même gain et reviennent de manière incohérente, remplissant ainsi l'ensemble des modes de la fibre. Mathématiquement, la matrice PC est nulle car la fibre est longue et seule BC, matrice identité dans le cas FSI, dicte le Brillouin. L'ensemble des modes propres Brillouin est donc aussi l'ensemble des modes propres de la fibre, avec des

gains égaux. L'onde Pompe est très vite équitablement repartie sur tous les modes de la fibre par effet de mélange de modes. Tous les modes de la fibre sont donc amplifiés de la même manière et comme ils sont incohérents entre eux, nous avons en sortie une somme incohérente et dépolarisée de tous ces modes.

Retour cohérent

C'est le cas du pompage CW quand les deux faces réfléchissent 4%. C'est aussi le cas à haute réflectivité (supérieure à 10%) quand la seconde face est rendue « non-réfléchissante ». C'est enfin le cas de la cavité Brillouin quand une partie de l'onde Stokes est renvoyée en fin de fibre. Dans tous ces cas, il y a favorisation d'une figure de mode Stokes par rapport aux autres.

- quand les deux faces de la fibre forment une cavité linéaire de 4%, on voit une onde Stokes structurée et dépolarisée qui bouge avec les variations thermiques de la fibre. C'est probablement le mode Brillouin qui est le plus stable dans cette cavité linéaire.
- quand la seconde face est supprimée mais que la réflectivité est importante, un faisceau structuré apparaît sur le spot incohérent. Il correspond probablement à un mode adapté à une cavité résiduelle très faible : la simple présence d'un diffuseur après la sortie de la fibre (tige d'arrêt ou main du manipulateur par exemple) suffit à structurer le faisceau en fermant une cavité très faible. Il suffit que quelques photons reviennent préférentiellement dans un mode particulier pour que ce mode prenne le dessus sur les autres. Ce mode est instable car il n'est que très légèrement favorisé.
- enfin, en cavité fermée en anneau, l'onde Stokes est complètement structurée, dépolarisée et stable. C'est la géométrie de la cavité qui détermine le mode stable. Le mode sélectionné est stable et insensible aux variations thermiques rapides que nous avons constatées dans les autres cas. Il existe plusieurs modes stables en compétition : l'onde Stokes bascule alors entre ces modes, qui restent stables quelques secondes. Néanmoins, le mode reste dépendant de l'injection de l'onde Pompe : si celle ci est modifiée, la figure de mode Stokes l'est aussi. Dans le cas contraire, cet outil aurait été un formidable stabilisateur de faisceau.

Lien avec la formulation matricielle

Dans le cas de la FSI en régime long, seule la matrice BC intervient. Elle ne favorise aucun mode. L'onde Stokes est alors théoriquement une somme incohérente des modes de la fibre. Ce cas correspond aux prévisions de la figure de speckle 7.8 ou de la simulation (4) de 7.17 et c'est ce qui est observé ici en l'absence de cavité. En revanche, la présence d'une cavité, qu'elle soit aléatoire ou imposée, qu'elle soit extrêmement faible ($\approx 10^{-3}$) ou forte ($\approx 10\%$), favorise et sélectionne un mode propre Brillouin. Dans une cavité linéaire, la figure de mode Stokes est sensible aux fluctuations thermiques de la fibre (longueur de la cavité), tandis que dans une cavité en anneau la figure de modes Stokes est insensible à la longueur de la cavité.

8.4 Fibre à Saut d'Indice FSI en régime de fibre de longueur moyenne : conjugaison de phase

Dans ce paragraphe nous utilisons le schéma expérimental indiqué sur la figure 8.13. La fibre a une longueur de quelques mètres et l'impulsion utilisée a une durée de $20ns$. La longueur de la fibre est dans le régime moyen, favorable à la conjugaison de phase. Le faisceau incident sur la fibre est cette fois monomode.

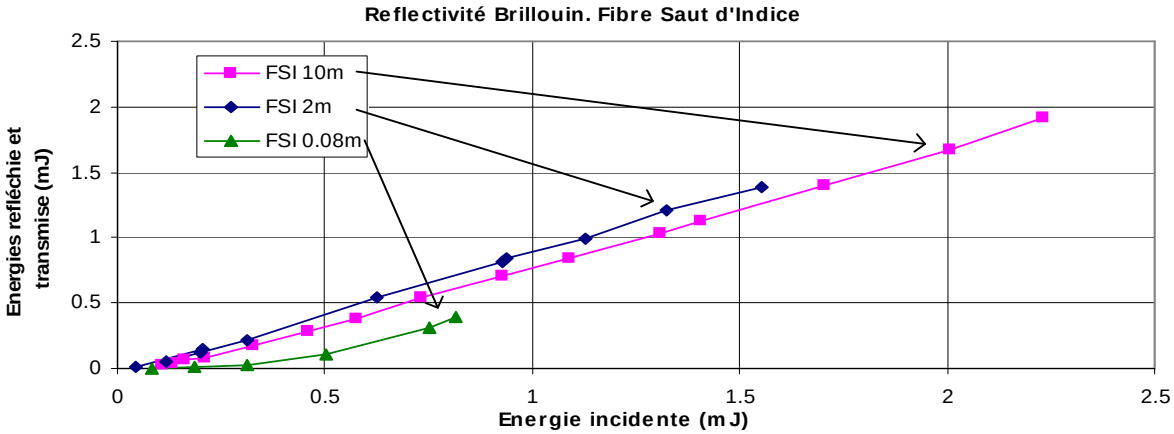


Fig. 8.41 – Puissances Stokes réfléchies dans des FSI de différentes longueurs en pompage impulsionnel $20ns$.

Longueur	Seuil	Pente (Brillouin pur)	Réflectivité maximale (Brillouin pur)
$10m$	$160\mu J$	91%	86%@2.23mJ
$2m$	$60\mu J$	94%	89%@1.55mJ
$0.08m$	$400\mu J$	90%	48%@0.8mJ

Tab. 8.7 – Valeurs de seuils et réflectivités pour les diverses longueurs de fibre.

8.4.1 Prévisions théoriques

La théorie prévoit dans une FSI une conjugaison de phase de bonne fidélité et de bonne sélectivité. En effet, les effets d'aberration chromatique sont négligeables, les effets de déséquilibre de facteur de recouvrement sont très faibles, comme cela a été calculé dans le chapitre 7. La seule interrogation reste la capacité de la FSI à conjuguer une onde faiblement aberrante : nous avons vu que la fidélité chute quand un seul mode de la fibre contient plus de la moitié de la puissance totale.

Le gain Brillouin g_B attendu est de l'ordre de $10^{-11}m/W$. Dans la littérature, les chiffres sont souvent de l'ordre de $g_B = 5 \cdot 10^{-11}m/W$ pour la silice pur et $g_B = 2.5 \cdot 10^{-11}m/W$ pour les fibres (voir figure 8.5).

8.4.2 Réflectivités

Les puissances réfléchies mesurées pour trois longueurs de fibres sont indiquées sur la figure 8.41. Les pentes et les seuils des courbes sont indiqués dans la table 8.7. Le couplage dans la FSI est environ 90%, d'où les pentes élevées.

Nous avons tracé sur la figure 8.42 une courbe d'évolution du seuil en fonction de la longueur de la FSI. Le seuil sature pour des fibres plus longues que $0.5m$, donnant ainsi une idée de la longueur de cohérence du laser : environ $0.5m$.

Notons les hautes densités de puissance crêtes atteintes : plus de $2mJ$ sur un coeur de diamètre $50\mu m$ correspond à une puissance crête de l'ordre de $6GW/cm^2$, ce qui est important comparé aux seuils de dommage rapportés dans la littérature et qui ne dépassent pas $2GW/cm^2$ (voir figure 8.5). Notons également la réflectivité d'une fibre de longueur $L = 8cm$!

Le gain Brillouin peut être évalué à partir des seuils dans les fibres les plus courtes (avant

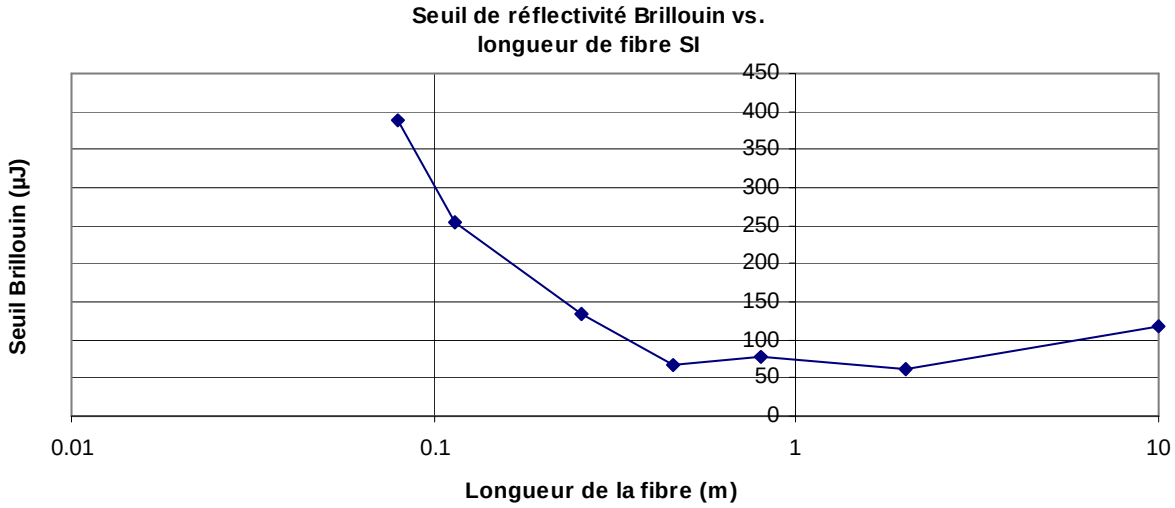


Fig. 8.42 – Evolution du seuil de l'effet pour différentes longueurs de fibre.

la saturation du seuil). La figure 8.43 montre l'évolution du seuil avec le paramètre $21S/L$. On a théoriquement $P_{th} = \frac{1}{g_B}\frac{21S}{L}$. L'ajustement donne une valeur $1/g_B = 3.66 \cdot 10^{16} \mu W/m$ soit $g_B = 2.7 \cdot 10^{-11} m/W$. Cela correspond bien aux valeurs publiées dans la littérature.

8.4.3 Profil et polarisation du faisceau Stokes

Sans surprise, le spot Stokes est dans la FSI toujours très stable et semble être monomode. Dans le paragraphe suivant nous testons la capacité du miroir Brillouin à conjuguer un faisceau aberrant en phase. En ce qui concerne la polarisation, une onde Pompe polarisée linéairement est réfléchie polarisée linéairement dans la même direction (cela est aussi vrai avec la FGI). Dans la FSI uniquement, une onde Pompe polarisée circulairement est réfléchie circulaire inversée (comme un miroir plan) : la dépolarisation du faisceau après double passage dans la lame quart d'onde est au maximum de 20%.

8.4.4 Correction d'aberration

Dans ces expériences nous voulons montrer que la conjugaison de phase fonctionne correctement avec une FSI en régime de longueur moyenne, que l'onde Pompe soit très aberrante ou non. Pour cela nous utilisons le schéma expérimental indiqué sur la figure 8.44 : l'onde Pompe issue du laser impulsionnel est réfléchi par effet Brillouin dans la FSI. L'aberrateur n'est pas toujours présent. Nous observons la forme du spot Stokes et nous le comparons avec la forme du spot de Pompe incident ou réfléchi sur la face d'entrée de la FSI.

Correction d'aberrations - aberrateur massif

Le schéma expérimental de cette expérience est celui de la figure 8.44. L'aberrateur massif (bulk) est constitué d'une lame de microscope attaquée par de l'acide fluorhydrique (HF). Sa transmission est uniforme. Il est placé proche de la lentille de focalisation afin de minimiser les pertes par diffraction. Le couplage en présence de l'aberrateur est typiquement de l'ordre de 35%.

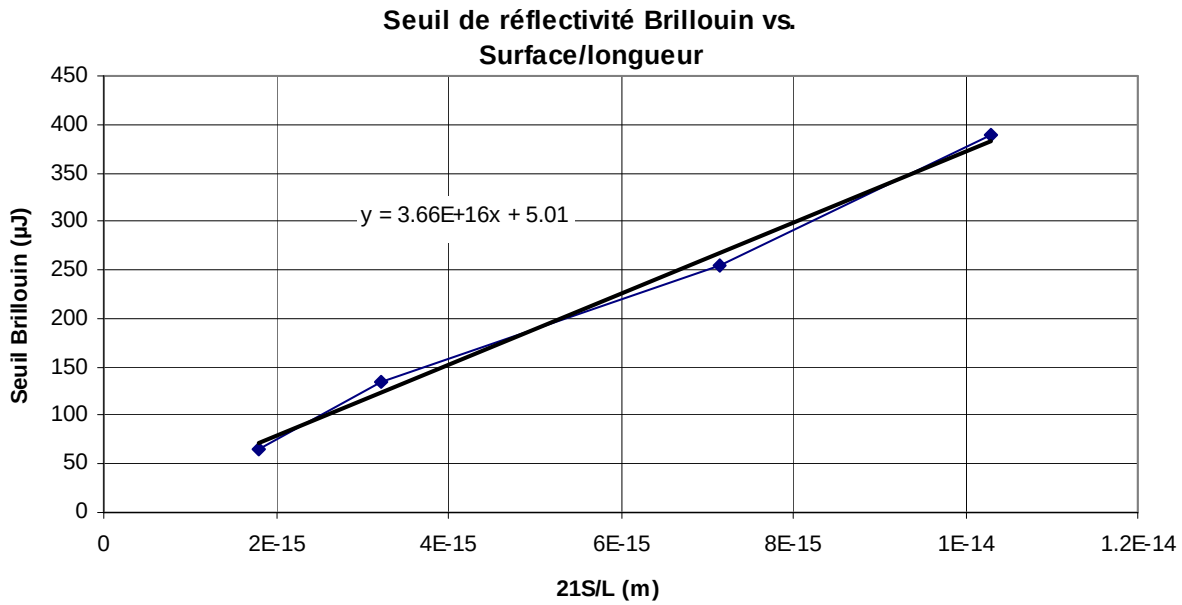


Fig. 8.43 – Seuil de l'effet Brillouin en fonction de l'inverse de la longueur de la FSI.

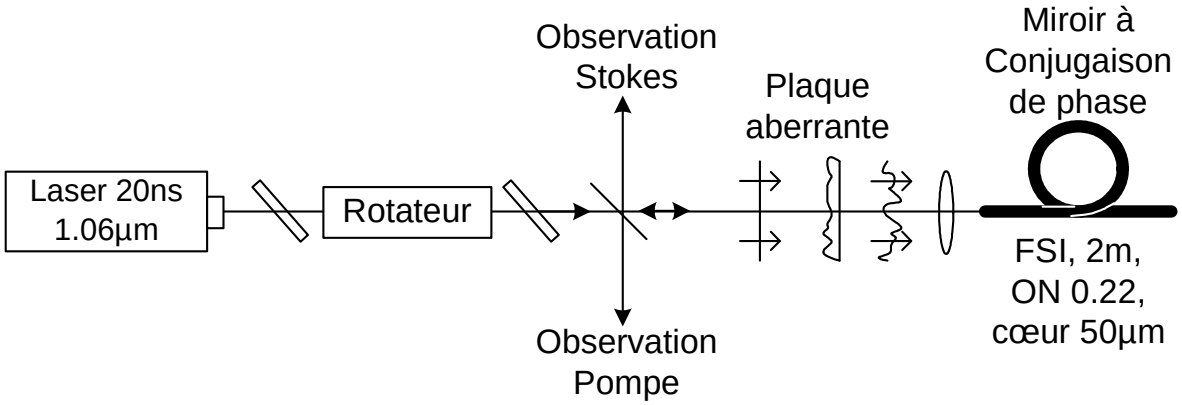


Fig. 8.44 – Schéma expérimental du test de la conjugaison de phase d'un faisceau rendu aberrant par un aberrateur (lame inhomogène) dans une FSI en régime de pompage impulsionnel.

Aberrateur présent ?	Injection ?	Énergie incidente mJ	Énergie Stokes mJ	Énergie transmise mJ	R	T	M^2
non	non	0.938	0.045	0.720	5%	77%	3
non	oui	0.895	0.648	0.140	72%	16%	0.95

Tab. 8.8 – Valeur de réflectivité et de qualité de faisceau obtenues sans aberrateur.

Aberrateur présent ?	Injection ?	Énergie incidente mJ	Énergie Stokes mJ	Énergie transmise mJ	R	T	M^2
oui	non	0.938	0.019	0.340	2%	36%	9
oui	oui	0.900	0.119	0.120	13%	13%	1.2

Tab. 8.9 – Valeurs de réflectivité et de qualité de faisceau obtenues avec l'aberrateur massif.

Faibles aberrations : $M^2 = 3.0$ La figure 8.45 montre les spots Pompe et Stokes en l'absence d'aberrateur. Les faibles aberrations présentes sur le spot Pompe réfléchi par la face d'entrée (montré en 8.45a) sont essentiellement des aberrations d'astigmatisme et proviennent de la lentille de focalisation dans laquelle le faisceau passe deux fois. La qualité de faisceau est $M^2 = 3.0$. La figure 8.45b montre le spot Stokes pour une réflectivité de 72% : il est complètement corrigé des aberrations de la lentille après double passage dans la lentille et conjugaison en phase. Précisons que pour une réflectivité de 90%, le spot est conjugué en phase de la même manière. La qualité de faisceau du laser monomode est retrouvée : $M^2 = 0.95$. Le couplage dans la fibre est ici de 85%. Les valeurs obtenus sont reportées sur le tableau 8.8.

Notons que la notion d'aberrations faible n'implique pas qu'un faible nombre de modes soit injecté dans la fibre, car un spot même monomode peut injecter un grand nombre de modes s'il n'est pas adapté au mode fondamental en position et en ouverture.

Fortes aberrations : $M^2 = 9$ L'aberrateur est placé devant la lentille de focalisation dans la fibre. Le couplage dans la fibre n'est alors plus que de 36% (voir tableau 8.9). La figure 8.46a montre la forme du faisceau Pompe réfléchi sur la face d'entrée de la fibre après double passage dans l'aberrateur. La qualité de faisceau est très mauvaise, de l'ordre de $M^2 = 9$. La figure 8.46b montre que la conjugaison de phase restaure la qualité de faisceau originale après double passage dans l'aberrateur : $M^2 = 1.2$. De manière étonnante, les 13% réfléchis (soit 40% des 36% couplés) suffisent à reconstruire un faisceau monomode, malgré les 64% de perte par couplage dans la fibre. Les valeurs obtenues sont reportées sur le tableau 8.9.

Correction d'aberrations fortes - aberrateur fibre

Afin de confirmer la possibilité de corriger des aberrations dues à une fibre multimode, nous tentons l'expérience décrite sur la figure 8.47 : c'est une fibre à saut d'indice qui joue le rôle d'aberrateur. Le faisceau couplé dans la fibre aberrante est monomode, mais les modes se mélangent très vite dans la fibre : plusieurs modes sont excités en sortie de fibre mais toujours polarisés rectilignement.

Réflectivité Brillouin de l'aberrateur fibre La fibre utilisée comme aberrateur a une longueur $L = 7cm$. 87% de l'onde Pompe incidente est transmise par la fibre. La courbe 8.48 et le tableau 8.10 montrent la réflectivité Brillouin de cette fibre seule (réflexion de Fresnel sur les faces soustraite). Le paramètre M^2 du faisceau Stokes est mesuré $M^2 = 0.95$: l'onde Stokes

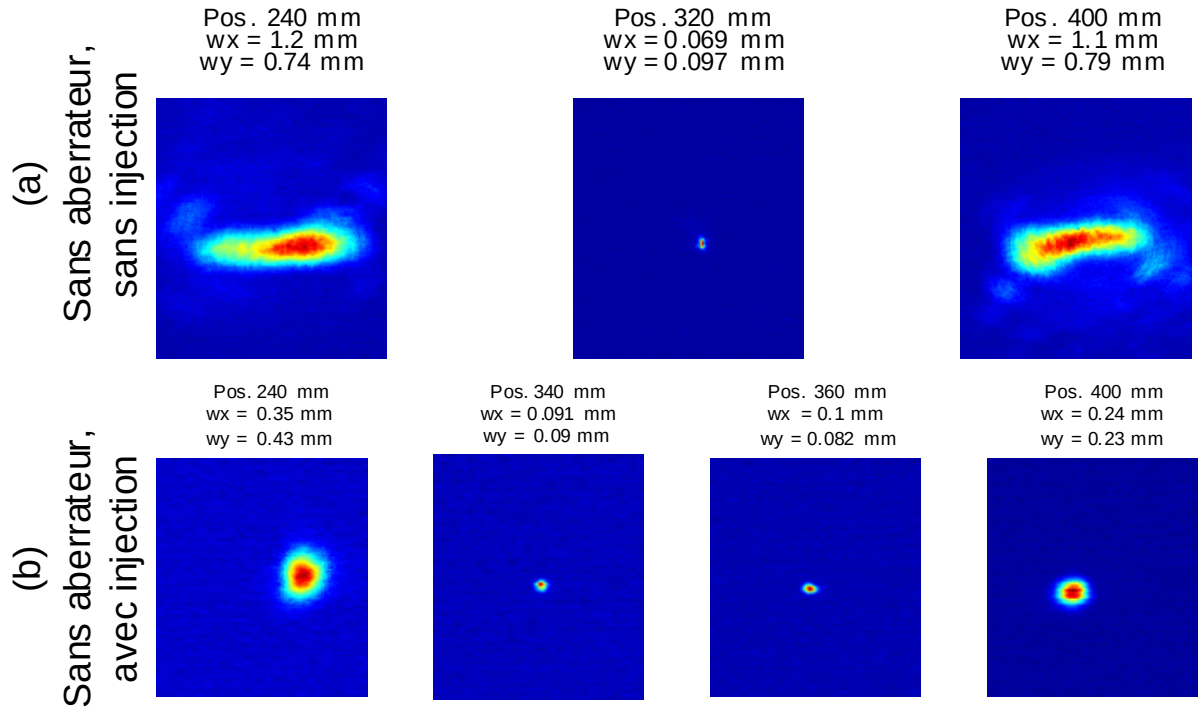


Fig. 8.45 – Spot des réflexions de Fresnel (a) et Stokes (b) dans le cas d'une FSI de $2m$. Les valeurs du paramètre M^2 sont respectivement 3.0 et 0.95.

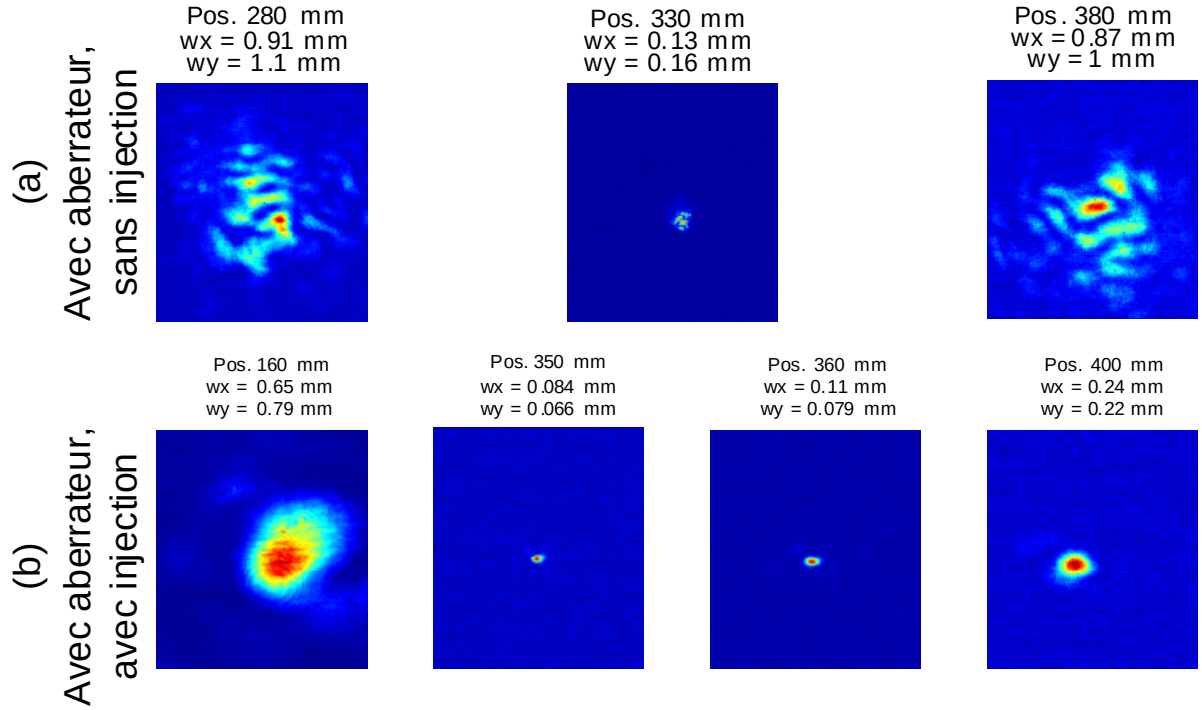


Fig. 8.46 – Spot des réflexions de Fresnel (a) et Stokes (b) dans le cas d'une FSI de $2m$. L'aberrateur est présent. Les valeurs du paramètre M^2 sont respectivement $M^2 = 9$ et $M^2 = 1.2$.

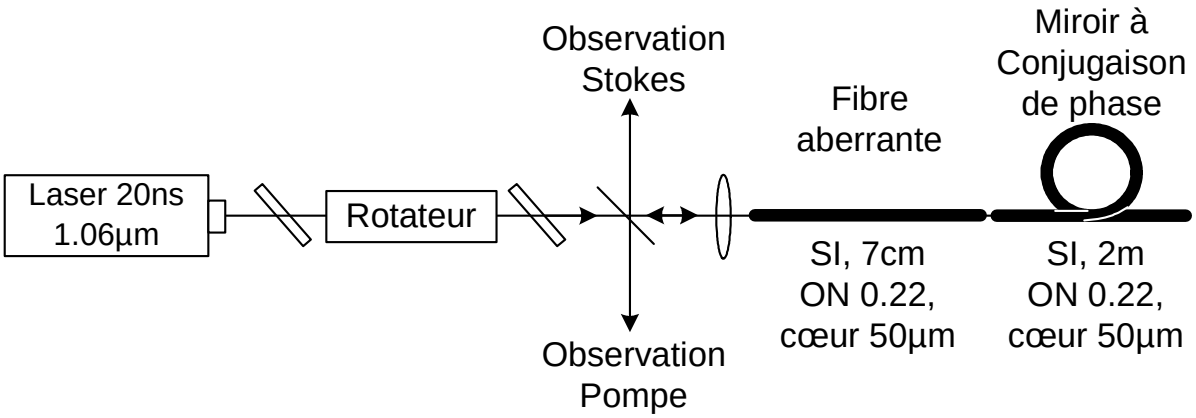


Fig. 8.47 – Schéma expérimental du test de la conjugaison de phase d'un faisceau rendu aberrant par un aberrateur fibre (FSI de longueur $7cm$) dans une FSI de longueur $2m$ en régime de pompage impulsionnel.

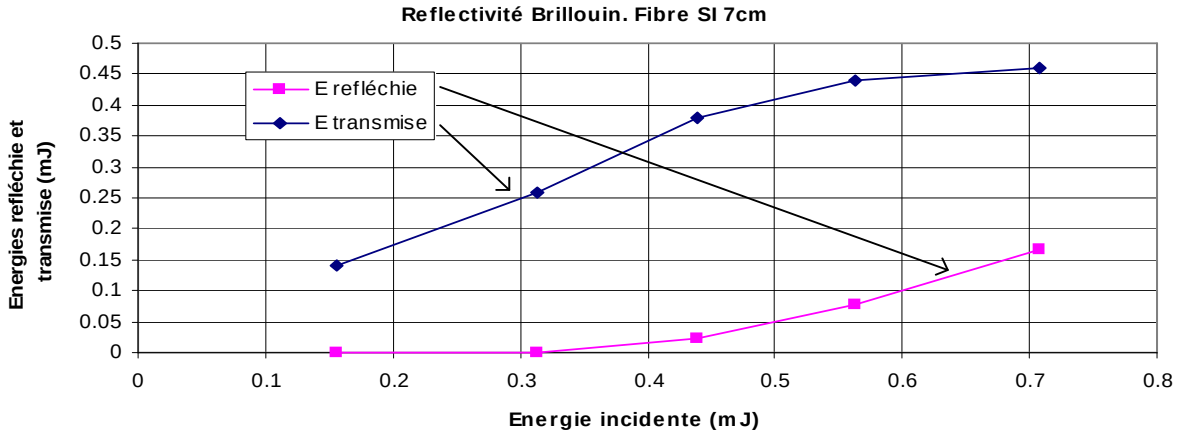


Fig. 8.48 – Puissance réfléchie par la FSI de longueur $7cm$ seule.

est conjuguée en phase du faisceau incident monomode. Cela confirme qu'une FSI de longueur $L = 0.07m$ est toujours en régime de longueur moyenne.

Nous ne cherchons pas ici à conjuguer en phase le faisceau avec cette fibre mais à corriger ses aberrations avec une seconde fibre. Ainsi, lors de la correction des aberrations de cette fibre par le miroir à conjugaison de phase constitué par la FSI de longueur $L = 2m$, nous souhaitons éviter de dépasser le seuil Brillouin de la fibre aberrante : pour cela nous allons limiter l'énergie de l'onde Pompe à un facteur 2 sous $0.4mJ$. Néanmoins, nous savons que le seuil baisse quand la fibre est injectée par une onde Stokes.

Aberrateur fibre et miroir sphérique. Afin de quantifier les aberrations introduites par la fibre, nous remplaçons dans cette expérience la fibre à conjugaison de phase par un miroir sphérique après la fibre aberrante. Celui-ci est utilisé en son centre de courbure pour conjuguer le coeur avec lui-même. La courbe de réflectivité est montrée en 8.49 : elle est linéaire et l'effet Brillouin n'apparaît pas. La pente de la droite est 95% et l'offset est $1.5\mu J$. La mesure du paramètre M^2 effectuée pour une énergie Pompe de $200\mu J$ soit 94% de réflectivités donne $M^2 = 3$ et est indiquée sur la figure 8.50 : plusieurs modes de la fibre sont excités.

Longueur	Seuil	Pente (Brillouin pur)	Réflectivité maximale (Brillouin pur)
$0.07m$	$0.41mJ$	54%	24%@$0.71mJ$

Tab. 8.10 – Paramètres obtenus avec la FSI de longueur $7cm$.

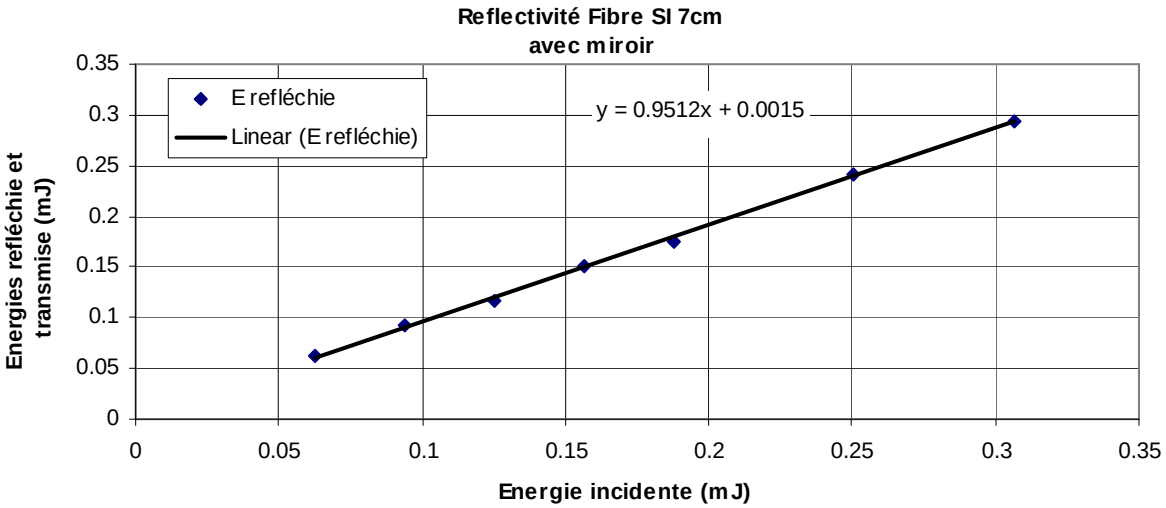


Fig. 8.49 – Réflectivité obtenue avec la FSI aberrante suivie d'un miroir conventionnel.

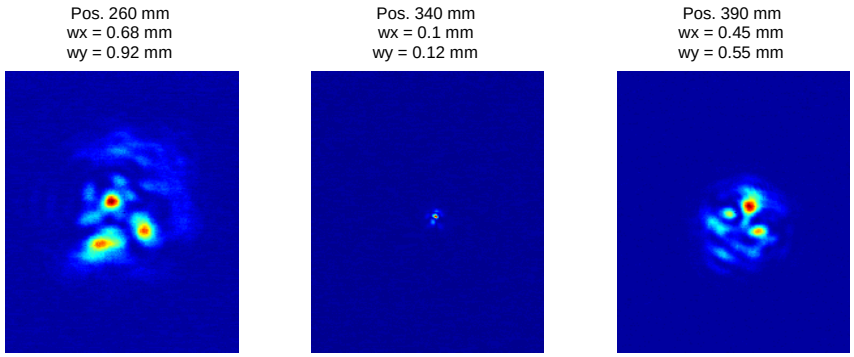


Fig. 8.50 – Spot Pompe après double passage dans la FSI aberrante suivie d'un miroir conventionnel.

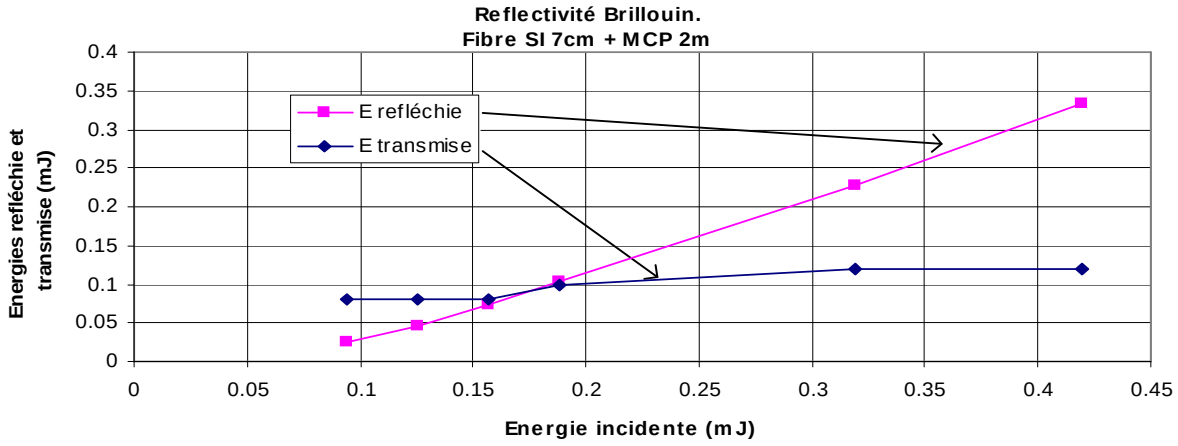


Fig. 8.51 – Puissances réfléchies par le système FSI $7cm$ (aberrateur) et FSI $2m$ (miroir à conjugaison de phase).

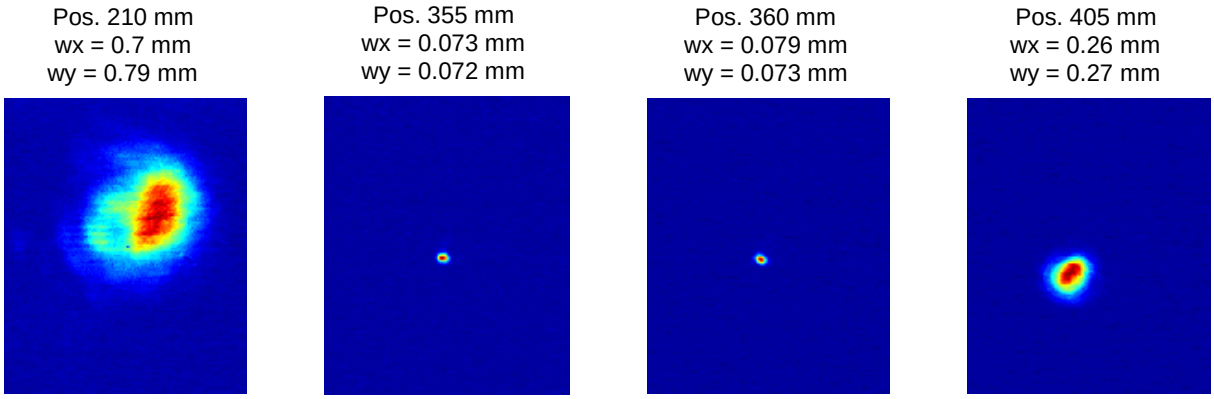


Fig. 8.52 – Spot Stokes réfléchi par le système FSI $7cm$ et FSI $2m$. La correction du faisceau est nette (à comparer avec le spot de la figure 8.50).

Aberrateur fibre et miroir à conjugaison de phase FSI de longueur $L = 2m$. Le schéma expérimental complet montré sur la figure 8.47 est réalisé. Le couplage entre les deux fibres est réalisé en rapprochant finement les deux extrémités des fibres. Les pertes de couplage entre les deux fibres sont plus faibles que 10%. La courbe de réflectivité 8.51 montre un seuil 5 fois plus faible qu'avec la fibre aberrante seule : ces valeurs sont reportées dans le tableau 8.11. La qualité de faisceau montrée en figure 8.52 est mesurée à une puissance incidente de $0.16mJ$, soit 47% de réflectivité : le paramètre M^2 du faisceau Stokes est $M^2 = 1.1$. La figure 8.53 compare les spots aberrant et corrigé, en champ lointain et pour une même divergence.

Ainsi la conjugaison de phase fonctionne très bien avec la FSI. Ceci dit, il est difficile dans cette expérience de faire la part des choses entre ce qui se passe dans l'aberrateur et dans le miroir à conjugaison de phase, car finalement... c'est la même fibre ! En effet, l'onde Stokes provenant

Longueur	Seuil	Pente	Réflectivité maximale
$2m$	$0.076mJ$	96%	80%@$0.41mJ$

Tab. 8.11 – Paramètres obtenus avec le système FSI $7cm$ et FSI $2m$.

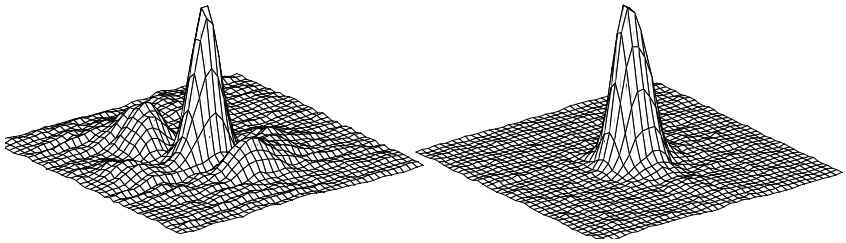


Fig. 8.53 – Comparaison du spot Pompe (réfléchi par le système FSI $7cm$ et miroir conventionnel) et du spot Stokes (réfléchi par le système FSI $7cm$ et FSI $2m$) ramenés à la même divergence.

du miroir interfère avec l'onde Pompe dans la fibre courte, ce qui crée par électrostriction un réseau acoustique se propageant dans la fibre. Afin de séparer clairement les fonctions, il aurait fallu que le décalage Brillouin soit différent dans le miroir et dans l'aberrateur, ce n'est pas le cas. Une expérience similaire a été réalisée par Eichler en 1997 [Eichler *et al.*, 1997b], dans une fibre de longueur $L = 8.7cm$, de diamètre $200\mu m$ et d'ouverture $ON = 0.22$. Il a obtenu une fidélité de 78% et une réflectivité de 50%. Dans son expérience, la dépolarisation du faisceau Pompe en simple passage a travers la fibre aberrante est 9% et du faisceau Stokes 10%. Dans notre expérience, la dépolarisation est pratiquement nulle, ce qui explique une meilleure fidélité ($M^2 = 1.1$, soit une fidélité de l'ordre de 90%).

8.5 Conclusion : l'effet Brillouin dans une FSI

Ainsi nous avons pu comparer les comportements de la FSI en régime de fibre moyenne et de fibre longue.

8.5.1 Régime de fibre moyenne

En régime de fibre moyenne, la conjugaison se passe correctement, comme prévu par la théorie. Nous avons observé une très bonne conjugaison dans les cas d'une aberration forte comme d'une aberration faible. Nous n'avons pas testé le critère selon lequel la conjugaison se dégrade quand un mode est très préférentiellement injecté car l'injection particulière d'un mode est impossible avec notre système optique : l'onde Pompe est couplée dans de nombreux modes.

Nous avons également corrigé les aberrations d'une FSI multimode courte.

8.5.2 Régime de fibre longue

En régime de fibre longue et en l'absence de cavité (faces effacées par la vaseline ou pompage QCW), l'onde Stokes est constituée d'un ensemble incohérent de modes de fibre : les observations sont conformes aux attentes.

La présence de cavité linéaire ou en anneau, même très faible, sélectionne une figure de mode privilégiée qui revient en priorité. Dans la cavité en anneau, le mode est stable (insensible aux fluctuations thermiques de la fibre). Ainsi, l'effet Brillouin dans une FSI est très sensible aux effets de cavité.

C'est probablement un tel effet de cavité qui a permis à Bruesselbach en 1993 [Bruesselbach, 1993] de voir un effet de beam cleanup dans une FSI de longueur $3.3km$ et de fréquence $V = 14.4$. Il souligne qu'il n'y a pas de mélange de mode. Le beam cleanup fonctionne quand il injecte la fibre avec un angle ou avec toute l'ouverture numérique, donc a priori sur de nombreux modes.

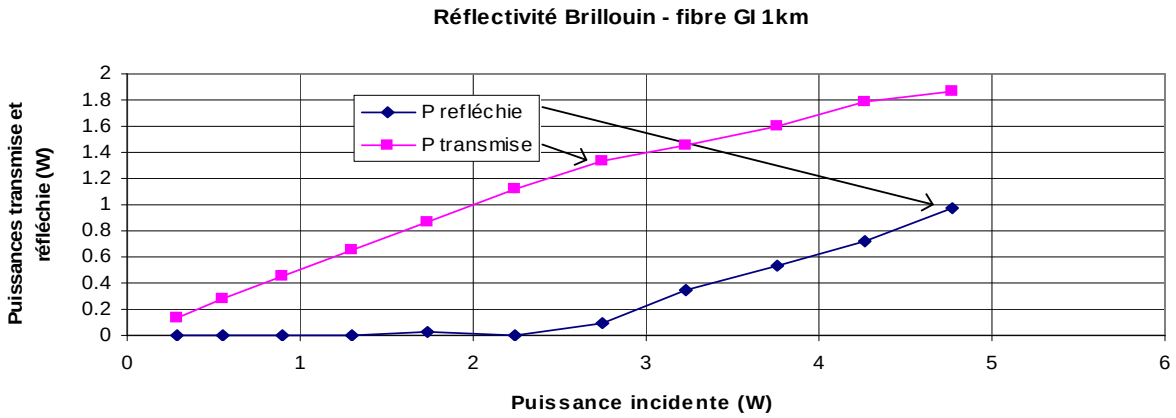


Fig. 8.54 – puissances transmise et réfléchie par la FGI de longueur $1km$ pompée en CW.

Longueur	Seuil	Pente (Brillouin pur)	Réflectivité maximale (Brillouin pur)
$1km$	$2.5W$	40%	17%@$4.8W$

Tab. 8.12 – Paramètres obtenus avec la FGI de longueur $1km$.

Sans effet de cavité, il n'y a pas de raison qu'il n'y ai pas le même retour incohérent que nous avons constaté.

8.6 Fibre à Gradient d'Indice FGI en régime de fibre longue

Nous utilisons ici le schéma expérimental montré sur la figure 8.6 avec la FGI de longueur $1km$.

8.6.1 Prévisions théoriques

Dans le régime de fibre longue, seule la matrice BC participe à l'effet Brillouin. Nous avons vu que contrairement au cas de la FSI, la matrice BC dans le cas FGI est fortement déséquilibrée car les facteurs de recouvrement entre les différents modes favorisent les modes d'ordre faible. Elle comprend également de nombreuses dégénérescences.

On s'attend ici à avoir, au seuil de l'effet Brillouin, un retour incohérent sur l'ensemble des modes de fibre, les modes d'ordre faible étant néanmoins privilégiés. Au-delà du seuil, il est possible qu'en raison de la déplétion de la pompe, seuls les modes les plus favorisés soient réfléchis.

8.6.2 Réflectivité

Le couplage dans la FGI est équivalent au couplage dans la FSI, c'est à dire environ 75 à 80%. Les puissances transmise et réfléchie sont indiquées sur la figure 8.54 : pour ne pas prendre de risque avec l'amplificateur, nous avons limité la puissance incidente à $4.8W$ dans cette mesure. En CW, les paramètres de réflectivité et de seuil sont indiqués sur le tableau 8.12. Ces résultats sont tout à fait similaires aux valeurs obtenues dans le cas de la FSI.

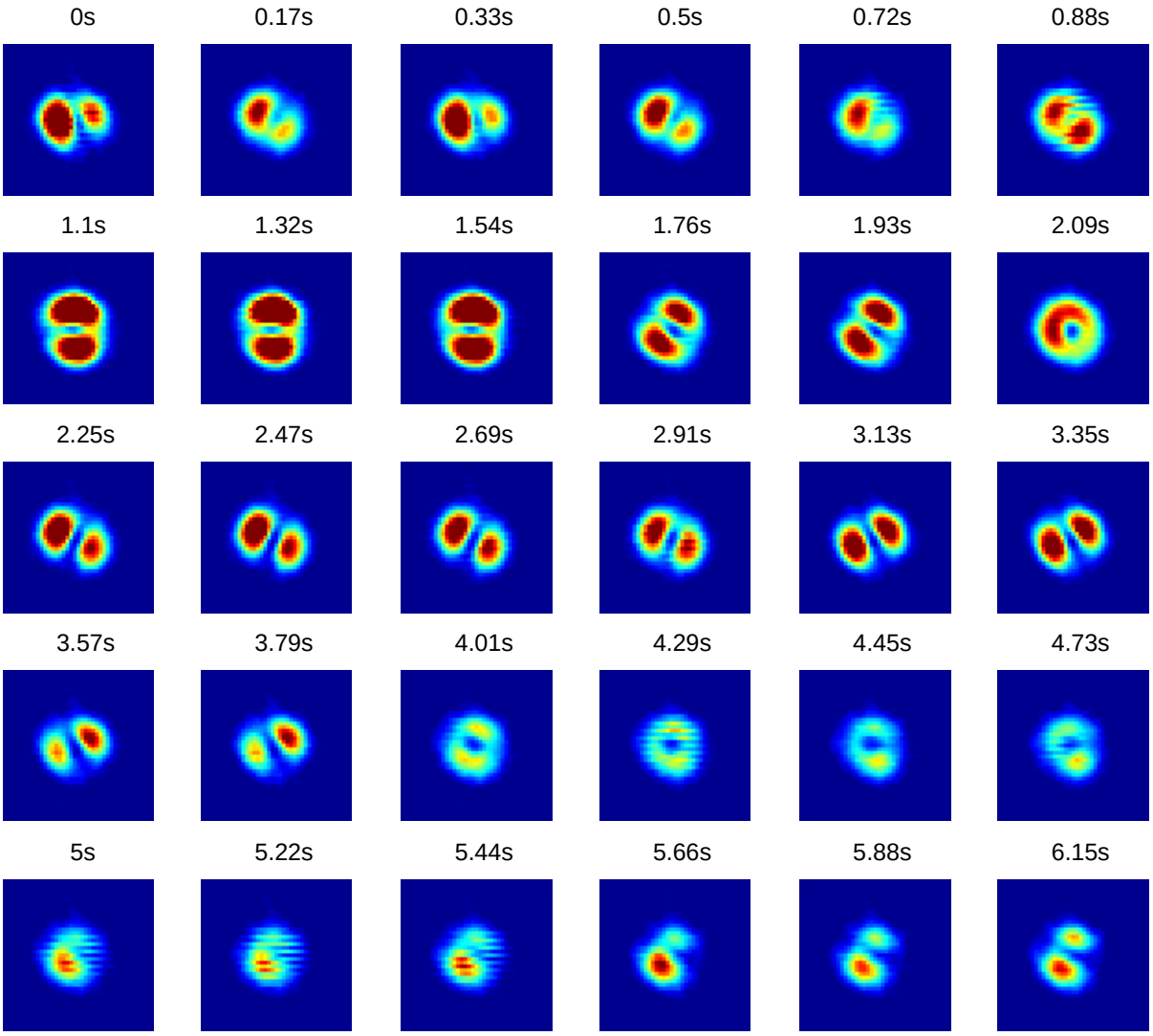


Fig. 8.55 – Profil de l'onde Stokes réfléchie par la FSI de longueur $1km$ sans polariseur. Il y a visiblement deux modes LP_{11} complémentaires d'intensité relative variable et d'orientation variable.

8.6.3 Observation du profil Stokes

Comportement

Dans le cas du pompage CW de la FGI de longueur $L = 1km$, on observe, sans polariseur, les images représentées sur la figure 8.55. Il s'agit des 30 premières images d'une vidéo du spot Stokes focalisé. On y voit essentiellement les deux modes LP_{11} complémentaires, parfois très déséquilibrés en intensité tourner autour de l'axe de la fibre.

Ainsi seuls les deux modes LP_{11} complémentaires de la fibre reviennent. Une analyse plus fine montre que les deux modes LP_{11} sont toujours polarisés orthogonalement selon des directions fluctuantes (au même titre que la direction des axes des deux modes). La direction des polarisations n'est pas liée à la direction des axes. La direction des axes des modes, de leur polarisation et leur intensité relative sont trois paramètres qui fluctuent dans le temps. Lorsqu'ils sont de puissance équivalente, le profil d'intensité a une forme de « donut » (image $2s$ de la figure 8.55 par exemple). La plupart du temps, un des deux modes est environ 10 fois plus

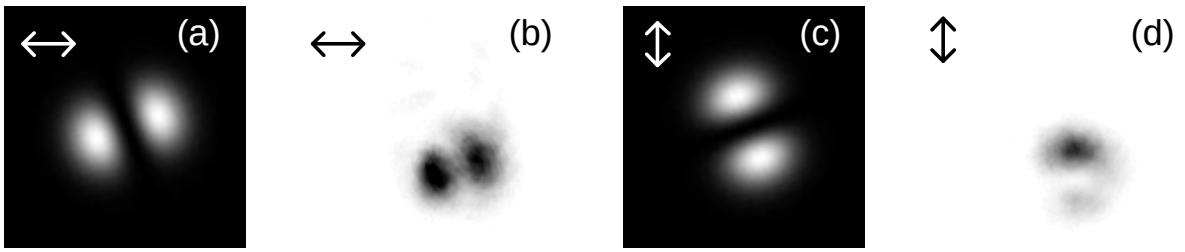


Fig. 8.56 – Spots Stokes dans la FGI $1km$: (b) et (d) modes LP_{11} complémentaires observés sur les deux polarisations et (a) et (c) simulation des modes LP_{11} complémentaires correspondant dans la FGI.

intense que l'autre. A titre d'exemple, on peut avoir sur les deux polarisations respectivement les deux modes LP_{11} complémentaires montrés sur la figure 8.56 a et c (simulations). Les spots b et d montrent un exemple de signal observé sur les polarisations horizontale et verticale.

Tout se passe comme si le l'onde Stokes était un donut composé de deux modes, avec une polarisation tournante autour du donut. Les trois paramètres fluctuants et qui définissant le système sont alors :

- orientation de la polarisation d'un des modes,
- orientation de l'axe d'un des modes,
- le rapport de puissance entre les modes

Le troisième paramètre vaut souvent 10. Les deux autres varient dans le temps, ils semblent être aléatoires et indépendants.

Tout se passe comme si les deux polarisations de l'onde Pompe donnaient chacune naissance à un mode LP_{11}. Les gains des deux modes sont proches, néanmoins :

- sur chaque polarisation, les deux modes LP_{11} ont une relation de phase fixe (pas de donut sur une polarisation),
- les deux polarisations ne peuvent coexister sur la même surface du coeur.

Les fluctuations thermiques de l'état de la fibre semblent suffire à faire fluctuer l'orientation de ces deux modes et leur gain respectif. En effet, l'effet de sélection se produisant sur une grande longueur de fibre, les conditions en entrée de fibre n'ont pas ou peu d'influence : du point de vue de l'onde Stokes moyenné sur la longueur de la fibre, la fibre et le gain présentent une symétrie de révolution autour de l'axe. Seules les fluctuations thermiques sont alors responsables de la sélection des directions des modes, de leur polarisation et de leur puissance respectives. Notons que nous n'avons pas constaté d'effet de cavité : l'ajout d'une goutte de vaseline à la sortie de la fibre (ce qui revient à supprimer la réflexion sur la deuxième face), n'a aucun effet sur le comportement de l'onde Stokes.

Les effets de sélections sur les modes Stokes sont plus forts que les effets de cavité, contrairement à la FSI.

Qualité de faisceau

Nous avons donc ici affaire à un mode LP_{11} tournant... La mesure du paramètre M^2 de ce faisceau sur un temps qui intègre les variations de l'orientation du mode donne une valeur plus faible que le paramètre M^2 d'un donut (dont la qualité vaut $M^2_{donut} = 2.3$) : on mesure $M^2 = 1.9$ dans les deux directions (tableau 8.13 et figure 8.57). On rappelle que le paramètre M^2 du faisceau incident est 7. A une réflectivité de 20%, on a un gain en brillance d'un facteur 2 entre l'onde Pompe et l'onde Stokes.

	M^2 X (moment)	M^2 Y (moment)	M^2 X (fit)	M^2 Y (fit)
Faisceau Stokes (LP_{11})	**1.9**	**1.9**	2.2	1.7

Tab. 8.13 – Mesure du M^2 du spot Stokes obtenu avec la FGI de longueur $1km$.

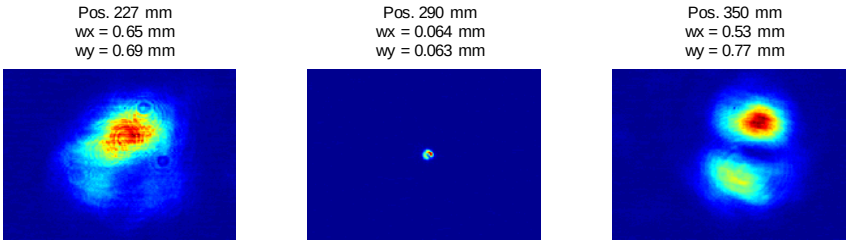


Fig. 8.57 – Spots Stokes lors de la mesure de son paramètre M^2.

8.6.4 Conclusion sur la FGI en régime long

Nous avons donc pu constater le comportement de la FGI en régime long : au contraire de la FSI où tous les modes de la fibre sont réfléchis de manière incohérente, seuls les modes d'ordre faible sont réfléchis par la FGI. Il y a de plus compétition entre les modes faibles et finalement seul le mode LP_{11} dégénéré en orientation et en polarisation est réfléchi. En effet, le mode fondamental LP_{01} présente un gain plus important que les autres modes au seuil (voir la figure 7.13 par exemple). La déplétion de l'onde Pompe modifie cette tendance : les simulations en beam cleanup du chapitre 10 montrent que les modes légèrement plus élevés dont le LP_{11} présentent un gain plus important au-delà du seuil. La raison en est que le mode fondamental LP_{01} est le seul à avoir un recouvrement quasi-nul avec les modes les plus élevés.

Ce genre d'observation n'a jamais été reporté dans la littérature à ma connaissance.

8.7 FGI en régime de fibre de longueur moyenne

Nous nous intéressons maintenant aux trois autres configurations qui se ramènent au régime de fibre moyenne. Ces trois configurations sont le pompage quasi-continu QCW (FGI de longueur $1km$ ou $30m$) et le pompage impulsionnel $20ns$.

8.7.1 Prévisions théoriques

Dans le régime de fibre de longueur moyenne, les deux matrices BC et PC participent à l'effet Brillouin. On est donc dans les bonnes conditions pour la conjugaison en phase des modes de la fibre. Par contre, nous avons vu que la FGI ne présente pas un gain équilibré pour tous les modes et la conjugaison en intensité est déséquilibrée : la FGI présente un effet passe-bas sur les intensités et favorise les modes d'ordre faible.

On s'attend ici à avoir une onde Stokes dont la phase des modes est l'opposée de la phase des modes Pompe, mais dont l'amplitude des modes n'est pas nécessairement égale à l'amplitudes des modes Pompe.

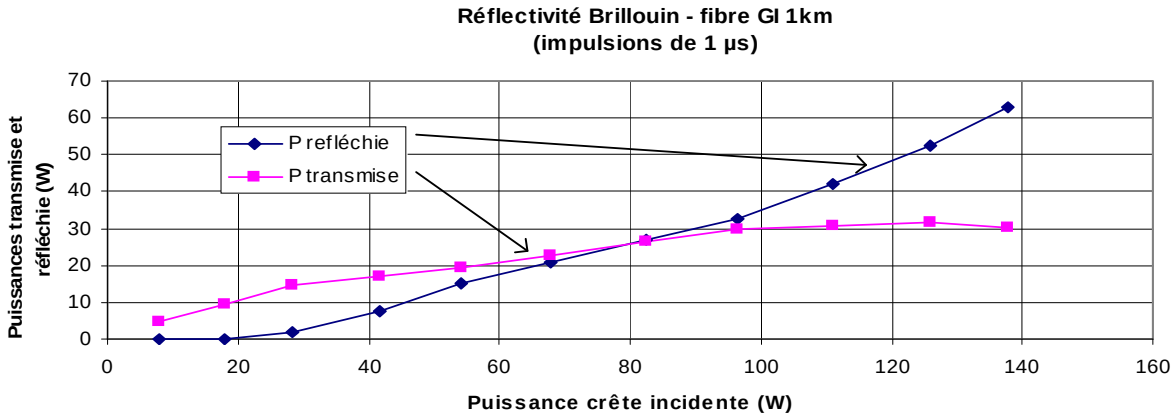


Fig. 8.58 – puissances transmise et réfléchie par la FGI de longueur $1km$ pompée en QCW.

Longueur	Seuil	Pente (Brillouin pur)	Réflectivité maximale (Brillouin pur)
$1km$, QCW	$31W$	54%	44%@$140W$

Tab. 8.14 – Puissances crête seuil et réflectivités obtenues avec la FGI de longueur $1km$ pompée en QCW.

8.7.2 Pompage QCW d'une FGI de longueur $1km$

Réflectivité

Le schéma utilisé est toujours celui de la figure 8.6. L'onde Pompe est quasi-continue : des impulsions de $1\mu s$ à la cadence de $33kHz$ sont focalisées dans la FGI de longueur $1km$. Les courbes de puissance et les mesures de seuil sont montrées dans la figure 8.58 et le tableau 8.14.

Les valeurs des seuils et des pentes dans les fibres SI et GI sont récapitulées dans le tableau 8.15. Les seuils sont équivalents en CW, ce qui était attendu. Ils sont légèrement différents en QCW en faveur de la FGI, ce qui peut être lié au couplage mais aussi au gain Brillouin qui est sensé doubler en cas de conjugaison de phase. La pente de la droite est dans les deux cas plus importante en QCW qu'en CW et en FSI qu'en FGI.

Profil du faisceau Stokes

En pompage QCW, le comportement du spot Stokes est différent du pompage CW. Les deux polarisations n'ont plus un comportement similaire. Temporellement, les spots Stokes sont stables et non soumis aux fluctuations thermiques : en effet, seules les conditions d'injection imposent la figure de mode de l'onde Stokes.

	Fibre SI	Fibre GI
Seuil CW	2.6W	2.5W
Pente CW	52%	40%
Seuil QCW	39W	31W
Pente QCW	63%	54%

Tab. 8.15 – Puissances seuil et pentes obtenues avec les fibres SI et GI de longueur $1km$ pompée en QCW ou en CW.

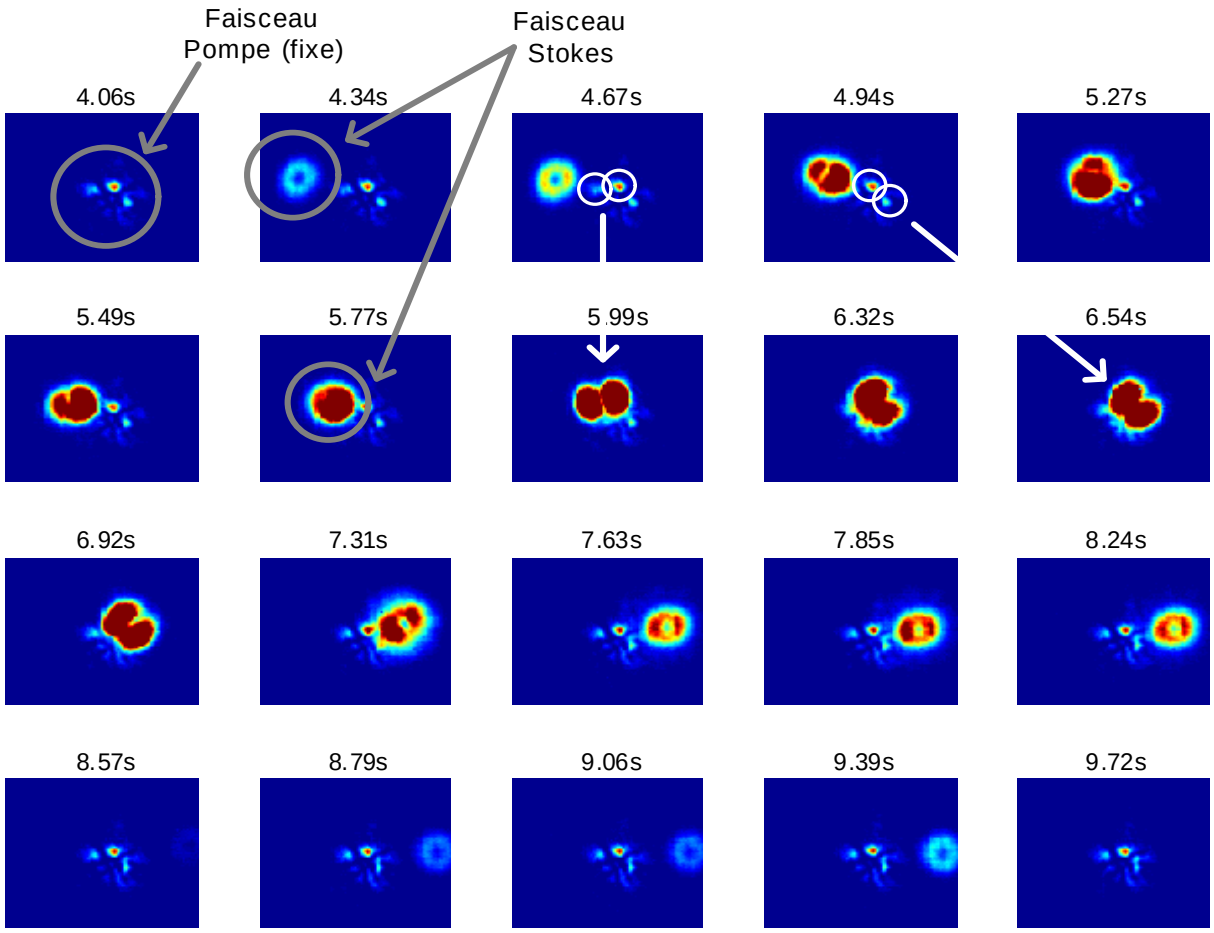


Fig. 8.59 – Polarisation horizontale de l'onde Stokes issue de la FGI de $1km$ en régime QCW pour différents alignement de l'onde Pompe et du coeur. Pour des modes couplés très élevés (trois premières images et 8 dernières images), l'onde Stokes est un donut. Pour des modes moins élevés, l'onde Stokes est le mode LP_{11} orienté pour se superposer à l'onde Pompe.

Polarisation horizontale. La figure 8.59 montre l'évolution de l'onde Stokes horizontale quand la FGI est déplacée transversalement à l'axe : l'onde Stokes est toujours centrée sur le coeur de la fibre. Les trois premières images correspondent à des modes de fibre injectés par la Pompe très élevés (coeur très décentré). Dans ce cas, l'onde Stokes revient essentiellement sur un donut, c'est à dire la somme incohérente des deux modes LP_{11} complémentaires de cette polarisation. Les images suivantes correspondent à l'injection de modes d'ordre plus faible. Dans ce cas, il apparaît assez clairement que l'onde Stokes a ses pics d'intensité centrés sur les pics du spot incident : cet effet est particulièrement mis en évidence avec les flèches blanches. Le mode Stokes revient alors sur les modes de fibre les plus injectés.

Il est possible d'injecter préférentiellement certains modes d'ordre élevés : la figure 8.60 montre les modes les plus élevés qu'il est possible de sélectionner. Notons que la surface de la fibre, au moment de la mesure, avait malheureusement un défaut qui se traduit par deux points. Le comportement montré ici est néanmoins fidèle au cas général. Les modes les plus élevés que nous avons atteints sont souvent un mélange de modes faible (LP_{01}, LP_{11}) et d'un mode élevé (LP_{61}, LP_{71}). Les modes semblent s'additionner de manière incohérente, en intensité.

Ainsi, la polarisation **horizontale** de l'onde Stokes (polarisation de l'onde Pompe incidente) est constituée d'un faible nombre de modes de fibre, semblant correspondre aux modes les plus

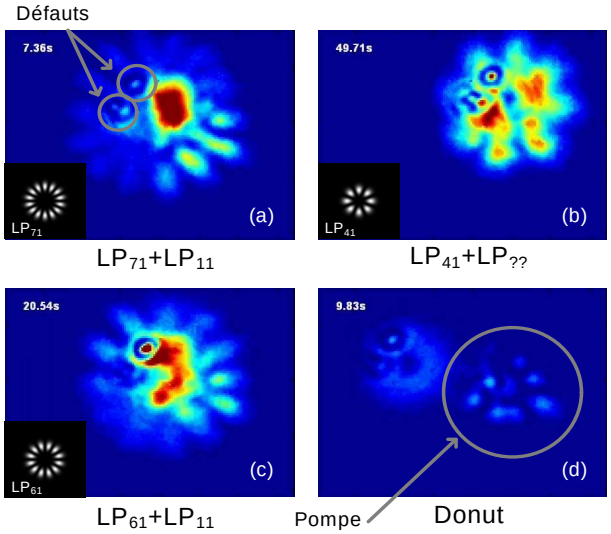


Fig. 8.60 – Polarisation horizontale de l'onde Stokes issue de la FGI de $1km$ en régime QCW pour des focalisations de l'onde Pompe favorisant certains modes : en (a) le mode LP_{71}, en (b) le LP_{41}, en (c) le LP_{61} et enfin en (d) aucun mode particulier.

injectés. Il est difficile d'injecter préférentiellement le mode fondamental, le mode LP_{11} revient plus naturellement. Lorsque les modes injectés sont réellement trop importants, c'est une somme incohérente des deux modes LP_{11} qui revient (donut). L'observation de la sélection de modes dans une FGI a déjà été observée sur l'onde Stokes de l'effet Raman [Chiang, 1992]. Une observation équivalente n'a jamais été rapportée à notre connaissance sur l'onde Stokes de l'effet Brillouin.

Polarisation verticale. La polarisation **verticale** quant à elle revient toujours sous la forme d'un donut, c'est à dire la somme incohérente des deux modes LP_{11} complémentaires. La figure 8.61 montre les différentes configurations en retour sur la polarisation verticale, lorsque la fibre Brillouin est déplacée transversalement. Le spot Stokes a toujours plus ou moins une forme de donut, en particulier lorsque le maximum de pompe est couplée dans la fibre (entre $17s$ et $34s$). Ce comportement est très différent du cas de la polarisation horizontale : l'onde Stokes horizontale est générée par la partie polarisée du faisceau Pompe (en entrée de fibre) tandis que l'onde Stokes verticale est générée par la partie dépolarisée de l'onde Stokes (plus loin dans la fibre).

Une expérience intéressante pour confirmer cette interprétation eut été d'observer l'effet d'une rotation de la polarisation de l'onde Pompe incidente avec une lame demi-onde. Dans le cadre de l'explication précédente, le comportement de l'onde Stokes aurait suivi la rotation de l'onde Pompe. Dans le cadre d'une explication liée à une asymétrie de la fibre (comportement différent dans les deux polarisations), le comportement de l'onde Stokes n'aurait pas suivi la rotation de l'onde Pompe et l'explication précédente devrait être remise en cause.

Importance du couplage. Afin d'appuyer nos affirmations sur l'importance du couplage dans les modes d'ordre faible, nous avons comparé la figure de mode Pompe en sortie de fibre dans deux cas :

– la situation où les modes couplés sont suffisamment bas (d'ordre inférieur à $\approx LP_{71}$) pour que le mode Stokes suive les modes pompe (situations (a), (b) et (c) dans la figure 8.60). La figure de modes de l'onde Pompe en sortie de fibre (figure 8.62a) est centrée sur les

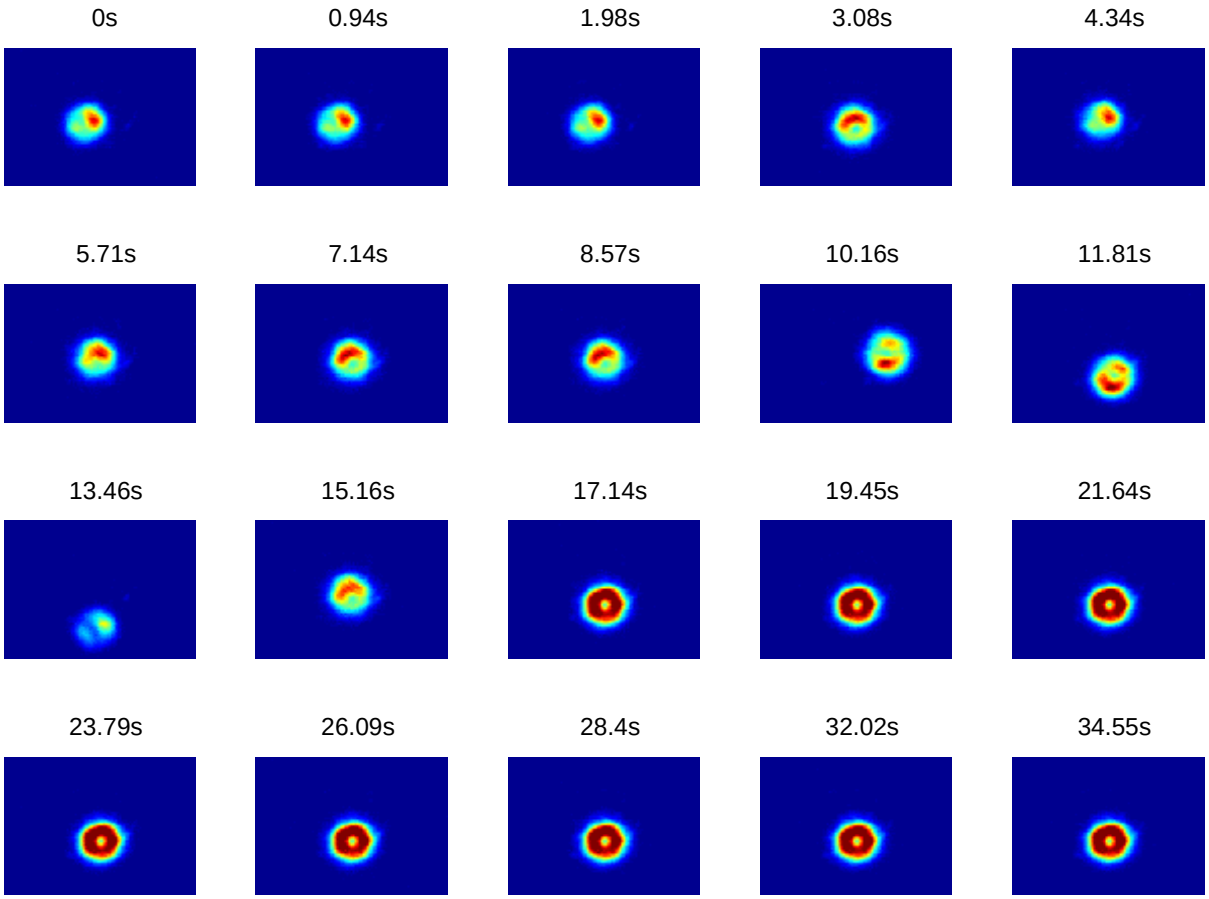


Fig. 8.61 – Polarisation verticale de l'onde Stokes issue de la FGI de $1km$ en régime QCW pour des focalisations variables de l'onde Pompe. L'onde Stokes est un donut

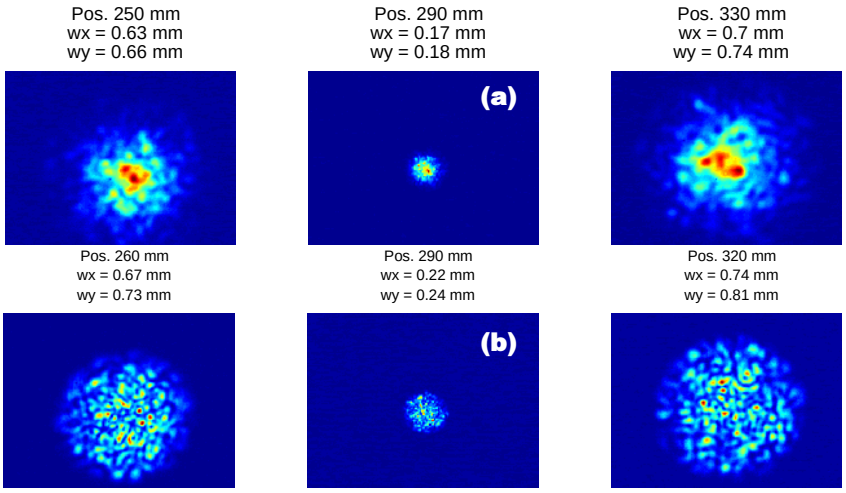


Fig. 8.62 – Figure de mode de l'onde Pompe en sortie de FGI, $L = 1km$, dans le cas (a) d'un couplage dans les modes d'ordre faible et (b) dans les modes d'ordre élevés.

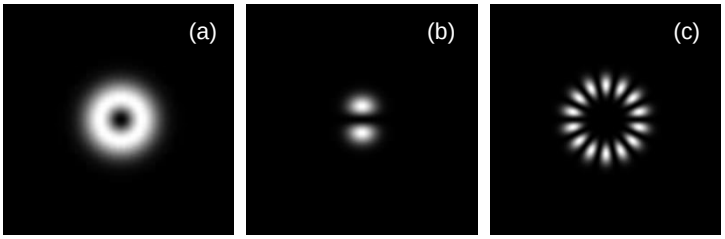


Fig. 8.63 – Différents modes Stokes observés en retour dans la FGI de $1km$ en pompage QCW : (a) : Donut, couple de mode (LP_{11} et LP_{11} à 90^o) revenant naturellement sur la polarisation verticale et sur la position horizontale quand le mode injecté est élevé, (b) : LP_{11}, Mode le plus souvent observé en retour Stokes (angle variable), (c) : LP_{71}, Mode isolé le plus élevé observé sur l'onde Stokes. L'injection de modes plus élevés engendre un donut.

modes d'ordre bas et son paramètre M^2 est faible ($M^2 = 9$). La réflectivité totale lors de cette mesure est $R_B = 49\%$,

– la situation où les modes d'ordre élevé sont préférentiellement couplés : le mode Stokes est alors un donut (cas (d) dans la figure 8.60) et le faisceau de Pompe en sortie de fibre (figure 8.62b) est réparti sur tous les modes ($M^2 = 15$). La réflectivité ne dépasse alors pas $R_B = 13\%$.

Résumé Les principaux spots observés en retour sont répertoriés dans la figure 8.63. Il s'agit de modes calculés. Le mode fondamental est quant à lui difficile à obtenir.

Qualité de faisceau

Toujours dans le cas de la FGI de $1km$ en pompage quasi-continu, nous mesurons le paramètre M^2 des différents faisceaux dans la configuration de réflectivité maximale (réflectivité Brillouin pure de 46%, pour une puissance incidente crête de 120W). La puissance totale du spot Stokes est $55W$ dont $14W$ sur la polarisation verticale (donut) et $41W$ sur la polarisation horizontale (LP_{11}). La transmission de la fibre est $T = 21\%$.

Les paramètres M^2 mesurés pour l'onde de Pompe, l'onde Stokes verticale et l'onde Stokes

	M^2 X (moment)	M^2 Y (moment)	M^2 X (fit)	M^2 Y (fit)
Faisceau Pompe	**5.6**	**5.4**	5.8	4.4
Faisceau Stokes (donut)	**2.3**	**2.3**	2.9	2.8
Faisceau Stokes (LP_{11})	**1.5**	**2.0**	1.5	2.0

Tab. 8.16 – Mesure des paramètre M^2 des différents faisceaux considérés.

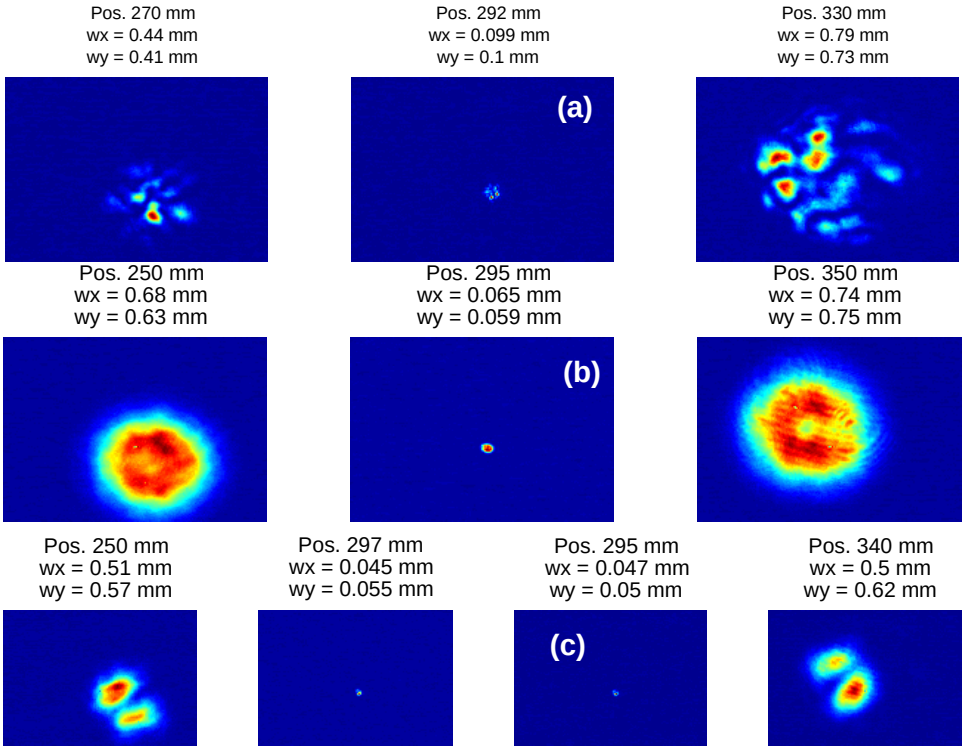


Fig. 8.64 – Différents spots dans le cas de la FGI de longueur $1km$ pompée en régime QCW et à une réflectivité de 46%. (a) spot Pompe, $P = 120W$, $M^2 = 5.5$, (b) spot Stokes vertical, $P = 14W$, $M^2 = 2.3$, (c) spot Stokes horizontal, $P = 41W$, $M^2 = 1.5 \times 2$.

horizontales sont respectivement $M^2 = 5.5$, $M^2 = 2.3$ et $M^2 = 1.5$ dans une direction et 2.0 dans l'autre direction (voir tableau 8.16). Les spots sont montrés sur les figures 8.64a, 8.64b et 8.64c.

Observation du beam cleanup

Nous avons vu qu'en pompage QCW dans une FGI de longueur $1km$ il est aisé de sélectionner un mode LP_{11} unique en retour. Il est en pratique beaucoup plus délicat de sélectionner un mode LP_{01} : celui-ci requiert un réglage très fin. Il a été tout de même possible de sélectionner le mode fondamental en retour : on peut parler de beam cleanup, où le mode en retour sélectionné est le mode fondamental et non plus le mode LP_{11}. Ce résultat n'a été obtenu qu'une fois. Sur une puissance crête incidente de $115W$, la réflectivité Brillouin atteint 45% soit $52W$ crête. De plus le faisceau est polarisé à 91% : $47W$ dans la polarisation horizontale et $4.7W$ dans la polarisation verticale. La qualité de faisceau est mesurée $M^2 = 1.2$. Cette mesure est détaillée sur le tableau 8.17 et le faisceau obtenu montré sur la figure 8.65.

Ainsi le faisceau Pompe de paramètre $M^2 = 5.5$ est converti par effet Brillouin à 41% sur un

	M^2 X (moment)	M^2 Y (moment)	M^2 X (fit)	M^2 Y (fit)
Faisceau Stokes	**1.2**	**1.2**	1.2	1.1

Tab. 8.17 – Mesure du paramètre M^2 du mode Stokes LP_{01} sélectionné dans la FGI.

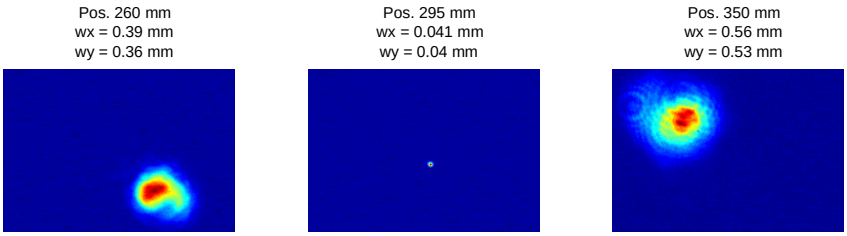


Fig. 8.65 – Spot Stokes LP_{01} sélectionné dans la FGI.

faisceau Stokes polarisé linéairement de paramètre $M^2 = 1.2$. Le gain en brillance est cette fois de 9 ($0.41 \times 5.5^2/1.2^2$). Ce résultat est à notre connaissance la première démonstration de nettoyage de faisceau vers le mode fondamental LP_{01} par effet Brillouin dans une fibre multimode à gradient d'indice. Rodgers [Rodgers *et al.*, 1999] et Bruesselbach [Bruesselbach, 1993] rapportent des résultats similaires à plus faible puissance et dans des fibres peu multimodes ($V \approx 4$ à 14). Elle dépend fortement de la configuration d'injection mais est stable lorsque l'injection de l'onde Pompe est stable.

8.7.3 Pompage QCW d'une FGI de longueur $30m$

Nous utilisons ici la même configuration expérimentale que dans le chapitre précédent en remplaçant la FGI de longueur $1km$ par une FGI de longueur $30m$. Pour la FGI de longueur $1km$, la suppression de la réflectivité sur la face arrière de la fibre ne modifie pas les comportements : il n'y a pas d'effet de cavité. On s'attend alors à voir un comportement similaire à celui du cas précédant puisque seuls les 30 premiers mètres étaient utiles. Plus précisément, ce cas revient au cas précédent sans les effets qui ont lieu en fin de fibre.

Courbe en réflectivité

Les résultats en réflectivités (figure 8.66) sont similaires à ceux enregistrés avec la FGI de longueur $1km$ et sont comparées sur le tableau 8.18. Pourtant la longueur d'aller-retour d'une impulsion de $1\mu s$ dans un indice de réfraction de 1.5 est $L = 100m$. Il semble que seuls les 30 premiers mètres soient significatifs vis à vis du seuil, ce qui s'explique par le profil temporel gaussien et non carré de l'impulsion de Pompe (en effet, la puissance n'est pas constante le long de l'impulsion, le seuil n'est dépassé qu'au sommet de la gaussienne). Il peut aussi s'agir d'un meilleur couplage.

Longueur	Seuil	Pente	Réflectivité maximale
$1km$, QCW	$31W$	54%	44%@$140W$
$30m$, QCW	$29W$	56%	45%@$150W$

Tab. 8.18 – Puissances crêtes seuil et réflectivités obtenues avec les FGI de longueur $1km$ et $30m$ pompée en QCW.

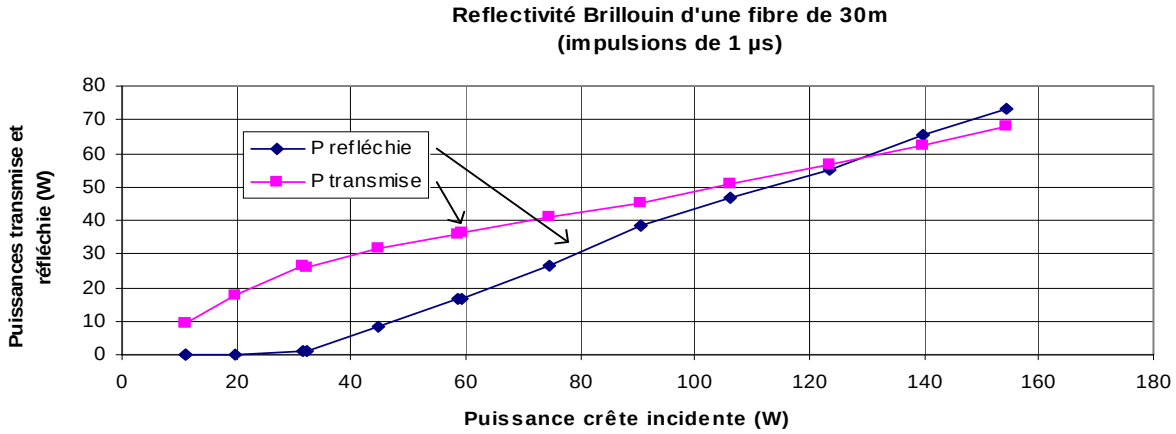


Fig. 8.66 – Puissances transmise et réfléchie par la FGI de longueur $30m$ pompée en QCW.

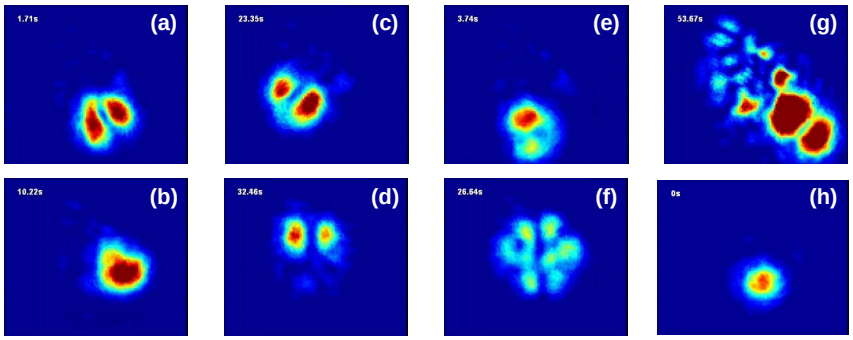


Fig. 8.67 – Spots Stokes (polarisation horizontale) réfléchis par la FGI de longueur $30m$ pompée en quasi-continu pour différentes positions de la FGI face à l'onde Pompe.

Profil du faisceau

On observe une sorte de mélange des situations CW et QCW dans la FGI de longueur $1km$:

- sur la polarisation horizontale (pompe), l'onde Stokes revient sur un seul mode, stable et qui suit le maximum d'injection. La figure 8.67 montre le spot Stokes sur la polarisation horizontale lors du déplacement de la fibre devant l'onde Pompe. L'onde Stokes suit le mode injecté comme dans la configuration de pompage QCW. En 8.67h, la condition d'injection permet d'avoir du beam cleanup sur la polarisation horizontale.
- sur la polarisation verticale, c'est un mode LP_{11} qui revient. Il est orienté perpendiculairement au mode LP_{11} de l'autre polarisation. Son intensité est instable et fluctue. Des photos prises à des instants différents sont montrées sur la figure 8.68.

Ainsi, dans le cas de la FGI de longueur $30m$ en QCW, le spot Stokes suit le mode le plus injecté sur la polarisation incidente. La polarisation orthogonale quant à elle ne présente pas le profil d'intensité en donut de la FGI de $1km$ mais seulement un mode en compétition spatiale avec l'autre polarisation. L'ajout de vaseline en sortie de fibre n'a pas de conséquence, ce qui confirme qu'il n'y a pas d'effet de cavité. On en déduit que le donut précédent provient essentiellement de la seconde partie de la fibre. L'utilisation d'un système d'imagerie rapide (temps d'intégration inférieure à la microseconde) serait intéressant à ce niveau.

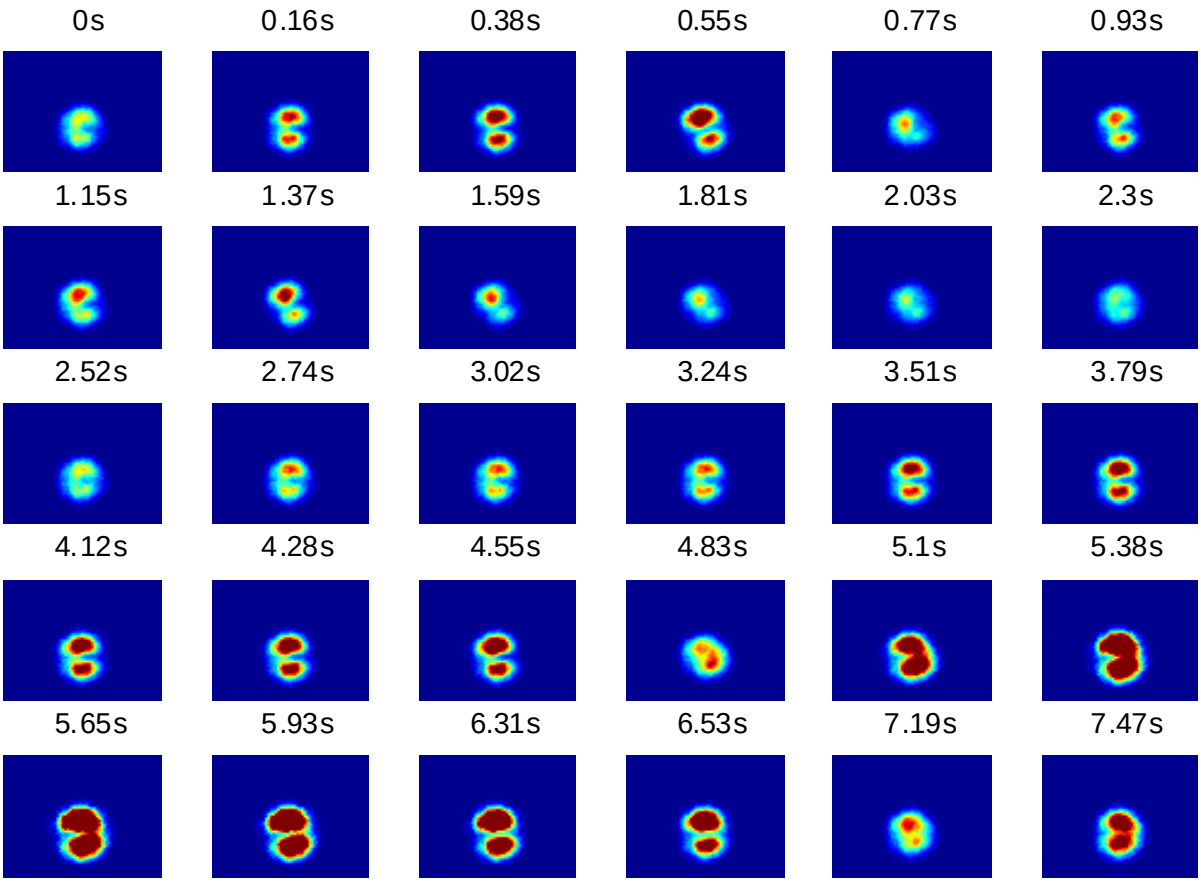


Fig. 8.68 – Spots Stokes (polarisation verticale) réfléchis par la FGI de longueur $30m$ pompée en quasi-continu. Ici, la focalisation de l'onde Pompe est fixe, le spot Stokes sur la polarisation horizontale est un mode LP_{11} et on observe les oscillations du spot LP_{11} complémentaire sur la polarisation verticale.

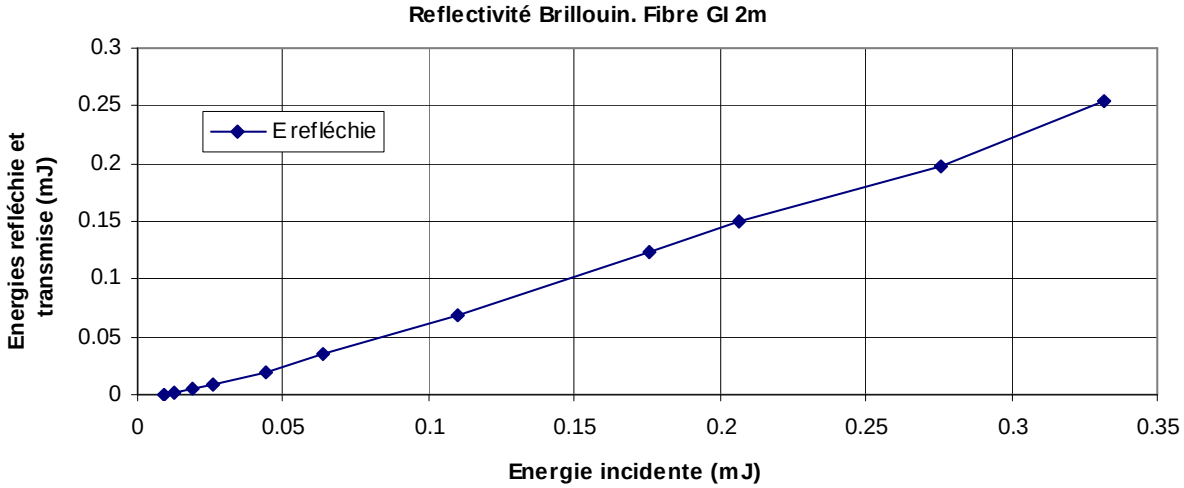


Fig. 8.69 – Puissances transmise et réfléchie par la FGI de longueur $30m$ pompée en QCW.

Longueur	Seuil	Pente	Réflectivité maximale
FGI $2m$	$22\mu J$	81%	81%@$0.33mJ$
FSI $2m$	$60\mu J$	94%	89%@$1.55mJ$

Tab. 8.19 – Puissances crête seuil et réflectivités obtenues avec une FGI de longueur $2m$. On rappelle les paramètres obtenus dans une configuration équivalente avec une FSI.

8.7.4 Pompage impulsionnel $20ns$ d'une FGI de longueur $2m$.

Nous prenons le schéma expérimental déjà utilisé avec la FSI et représenté sur la figure 8.13.

Réflectivité

Le seuil de l'effet Brillouin est nettement plus bas dans la FGI que dans la FSI : il est trois fois plus faible ($20\mu J$ contre $60\mu J$). Le seuil de dommage est également plus bas, mais d'un facteur 6 ($0.33mJ$ contre $2mJ$). Le couplage est également autour de 90%. La puissance réfléchie est indiquée sur la figure 8.69 et les paramètres mesurés sur le tableau 8.19. La baisse de seuil par rapport à la FSI de diamètre équivalent est probablement à mettre sur le compte d'un mélange de modes bien plus lent dans la FGI.

Profil spatial

Les comportements de l'onde Stokes réfléchie par la FGI sont totalement différents du cas de la FSI. Le spot Stokes est instable et oscille visiblement entre deux modes. La figure 8.70 montre quelques images d'une vidéo d'évolution de l'onde Stokes réfléchie par une FGI sans changement de couplage. Ce comportement est assez proche de celui de l'onde Stokes dans le cas d'une onde Pompe CW. Sur ces images, la réflectivité est $R = 80\%$.

Dans le cadre de la FGI, la théorie nous a montré qu'il y avait filtrage des modes faibles en raison des gains non uniformes sur chaque mode. Ici à nouveau, il semble que le mode LP_{11} soit favorisé mais instable. Il n'y a pas conjugaison en phase d'une excitation monomode spatiale.

Lors de cette expérience, nous avons remarqué que le faisceau Pompe transmis par la FGI de longueur $2m$ (et par la suite $30m$) reste pratiquement monomode spatial, pourvu que l'injection soit centrée. Cela montre le faible mélange de mode qui a lieu dans une FGI. Notons que la

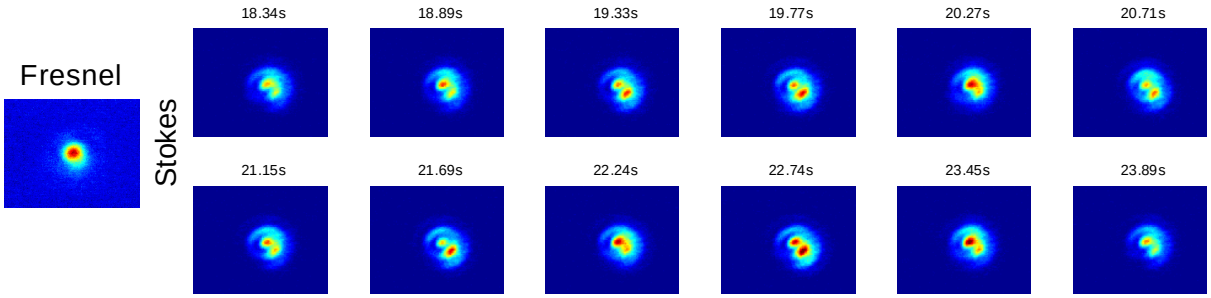


Fig. 8.70 – Spot Stokes réfléchi par la FGI de longueur $2m$ en pompage impulsionnel.

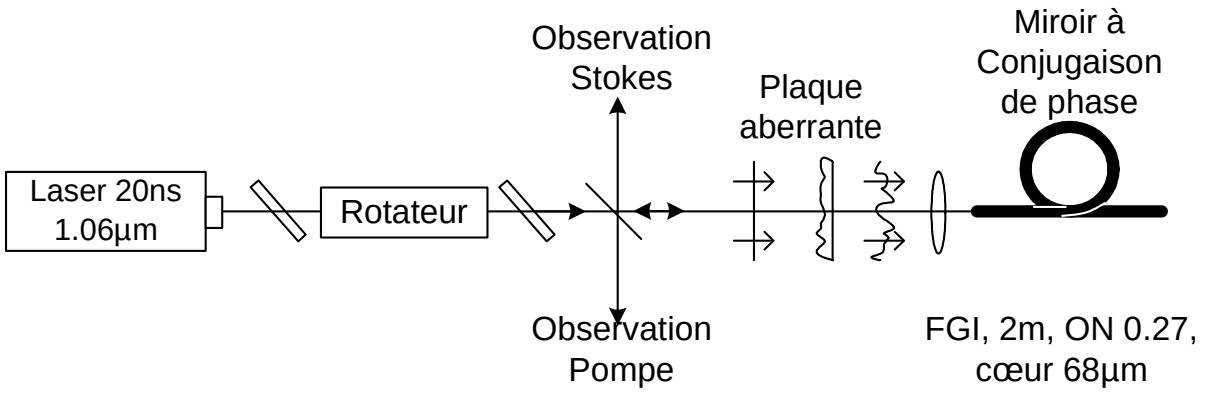


Fig. 8.71 – Schéma expérimental de test de la conjugaison de phase d'une onde aberrante dans une FGI (idem figure 8.47 avec une FGI).

mauvaise qualité de la conjugaison dans la FGI n'est pas liée à cette injection dans le mode fondamental car injecter des modes élevés n'améliore pas la qualité de la conjugaison.

Conjugaison de phase d'un faisceau aberrant

Nous reprenons le schéma expérimental utilisé avec la FSI et représenté sur la figure 8.47 et rappelé sur la figure 8.71. Le couplage est également de l'ordre de 35%.

Le spot Stokes résultant est montré sur la figure 8.72, le paramètre M^2 vaut entre 7 et 9. Il vaut $M^2 = 9$ après double passage et réflexion sur la face d'entrée : il n'y a donc pas d'amélioration de la qualité de faisceau, la fidélité de la conjugaison est mauvaise.

Il semble néanmoins qu'une composante de l'onde Stokes soit conjuguée en phase : la figure 8.73 montre le profil du spot Stokes en un plan intermédiaire ainsi que la gaussienne de largeur

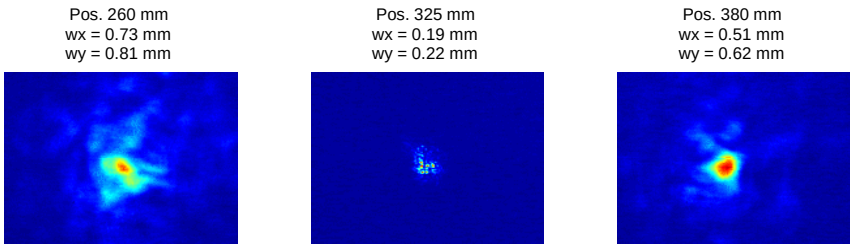


Fig. 8.72 – Spot Stokes réfléchi par la FGI de longueur $2m$ et après double passage dans l'aberrateur.

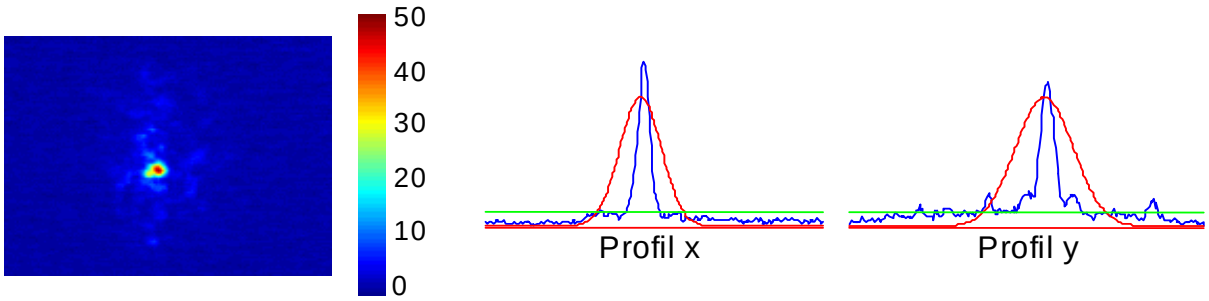


Fig. 8.73 – Spot Stokes réfléchi par la FGI après double passage dans l'aberrateur et son profil dans les deux directions dans un plan intermédiaire.

évaluée par moment d'ordre 2 (méthode utilisée pour évaluer le paramètre M^2). Il apparaît sur la figure qu'un spot fondamental fin est superposé à un piédestal. La somme du spot fin et du piédestal a une largeur bien plus importante que le spot seul : la mesure du M^2 n'est pas représentative de la fidélité définie comme la proportion du faisceau qui repasserai dans un trou de filtrage. L'origine de ce spot peut être la conjugaison de phase de mauvaise fidélité, ou tout simplement un ordre 0 (partie non aberrante) de l'aberrateur. Dans tous, les cas la conjugaison est de mauvaise fidélité.

Nous avons également tenté de conjuguer en phase le spot rendu aberrant par la FSI de longueur $7cm$: il n'y a pas d'effet de conjugaison de phase avec la FGI.

Observations sur la polarisation du faisceau Stokes

Une onde Pompe polarisée linéairement revient polarisée linéairement dans la même direction (comme dans le cas de la FSI). La FGI réfléchit une onde Pompe polarisée circulairement vers une polarisation Stokes aléatoire, à l'inverse de la FSI. En effet, la dépolarisation après double passage dans une lame quart d'onde varie de 0% à 100%. De plus, elle varie dans le temps.

8.8 Conclusion : l'effet Brillouin dans une FGI

8.8.1 Résumé

Régime de fibre longue

En pompage continu, nous avons toujours observé les 2 modes LP_{11} :
- complémentaires (spatialement non superposés),
- de polarisations orthogonales (chacun est polarisé linéairement),
- de puissance relative variable mais très souvent déséquilibrée (souvent rapport 0.1).

Rappelons que l'ajout de vaseline en sortie de fibre, c'est à dire la suppression de feedback par la seconde face, n'a aucun effet sur le comportement. Nous pouvons déduire de cela :
- les modes LP_{11} ont le plus grand gain,
- les deux modes LP_{11} en retour sont dissociés spatialement et en polarisation : il y a compétition totale entre les deux polarisations d'un même mode (la présence de l'une supprime le gain de l'autre). Il y a aussi compétition totale entre les deux modes d'une même polarisation,
- ces deux modes peuvent cohabiter, il n'y a pas compétition totale.

Cela se comprend si les modes sont conservés avec leur polarisation dans la fibre : dans ce cas ils se partagent des parties complètement dissociées de l'onde Pompe.

Régime de fibre moyenne

En pompage quasi-continu QCW et dans une FGI de longueur $30m$ ou $1km$, nous observons :
- sur la polarisation horizontale (polarisation de l'onde Pompe), l'onde Stokes revient sur les modes faibles les plus injectés et ce de manière incohérente. Le mode LP_{11} est nettement favorisé. Il peut également revenir par exemple sur les modes LP_{11} et LP_{71} simultanément, il semble que ces deux modes sont alors incohérents. Si aucun mode faible n'est préférentiellement injecté (couplage dans les modes supérieurs), alors l'onde Stokes est réfléchie vers un « donut », c'est à dire une somme équitable et incohérente des deux modes LP_{11} complémentaires,
- sur la polarisation verticale, l'onde Stokes revient toujours sur un donut (deux modes LP_{11} complémentaires, équitables et incohérents).

De ces informations, nous pouvons tirer les conclusions :
- les modes LP_{11} ont le plus grand gain,
- la vitesse de mélange des modes de pompe est plus longue que la distance de construction de l'impulsion Stokes. C'est pourquoi le mode le plus injecté est favorisé, à l'inverse du cas CW.
- dans le cas où l'onde Pompe ne privilégie pas un mode, c'est à dire si l'on couple sur des modes très élevés ou si l'on isole la polarisation verticale, c'est naturellement le donut qui revient. Dans le cas des modes élevés, par exemple, on a en retour un donut dépolarisé. On en déduit qu'il n'y a plus compétition entre les deux polarisations et entre les deux modes.

Cette différence de comportement entre les deux polarisations est très probablement due à l'orientation de la polarisation de l'onde Pompe, qui ne se dépolarise qu'après une distance de propagation de l'ordre du mètre dans la fibre.

8.8.2 La FGI comme miroir à conjugaison de phase ?

Toutes ces expériences plus ou moins qualitatives correspondent assez bien à ce que la théorie prévoit. Elles montrent qu'une FGI ne peut être utilisée en miroir à conjugaison efficace dans une architecture simple en raison de la différence de gain Brillouin entre les modes. Cette différence provient du déséquilibre des facteurs de recouvrement et ne pourra être résolue sans renoncer au profil d'indice quadratique.

Il est envisageable en revanche de lisser ce déséquilibre en moyennant les gains grâce au mélange de modes. En effet, s'il est possible de favoriser le mélange de modes tout le long de la fibre, le gain vu par les différents modes sera équilibré. Attention, ce mélange doit rester achromatique, sous peine de retrouver le problème rencontré en FSI.

Les différentes méthodes de mélange de mode à étudier pourraient être : une mâchoire répartie sur l'ensemble de la fibre (le pas de la perturbation doit être adaptée à l'écart entre les constantes de propagation), ou une perturbation régulière de la géométrie de la fibre (profil d'indice, diamètre).

8.8.3 La FGI comme convertisseur de mode ?

Si la FGI s'est montrée inefficace comme miroir à conjugaison de phase, elle a au contraire laissé entrevoir un potentiel de beam cleanup. Dans sa version simple, la FGI s'est avéré un bon convertisseur de faisceau multimode vers un spot à deux lobes, le LP_{11}. Nous avons également pu démontrer la conversion d'un faisceau multimode ($M^2 = 5.5$) vers un faisceau monomode ($M^2 = 1.2$) polarisé à 91% avec une réflectivité de 43%. Cet effet très intéressant n'est malheureusement pas facilement reproductible car très sensible au couplage à l'entrée de la fibre.

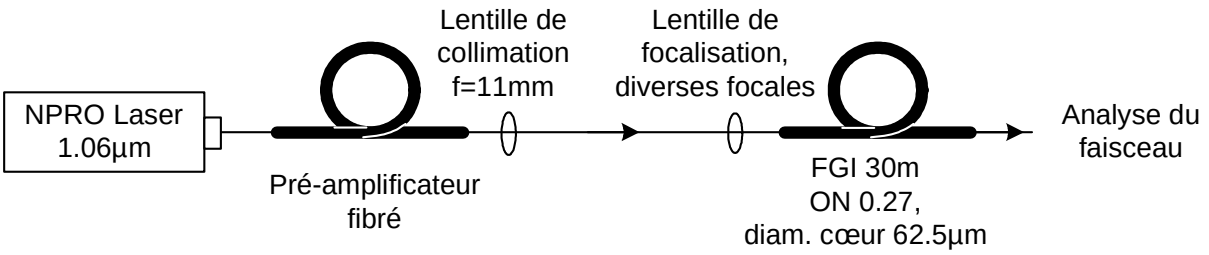


Fig. 8.74 – Schéma expérimental de caractérisation du faisceau Pompe en sortie de FGI de longueur $30m$ injectée avec un faisceau monomode. Différentes focales sont testées pour la lentille de focalisation dans la FGI.

Néanmoins, l'association des trois points suivants :
- les résultats en cavité FSI ont montré la puissance du bouclage de l'onde (gain en stabilité, baisse du seuil, suppression du démarrage sur le bruit),
- le déséquilibre des gains de la FGI en faveur des modes d'ordre faible,
- et la conservation de mode fondamental dans une FGI de longueur $30m$,

conduisent naturellement à penser à un schéma bouclé favorisant un mode au choix de l'utilisateur. En effet, si un mode de fibre est préférentiellement injecté en fin de fibre et que le mélange de modes n'est pas trop important, on s'attend à ce que le gain de ce mode soit plus important que le gain des autres modes.

8.9 Beam cleanup en cavité Brillouin

Dans ce paragraphe, nous développons l'idée suivante : utiliser la FGI pour réaliser le beam cleanup de l'onde Pompe en la réfléchissant par effet Brillouin sur le mode fondamental de la fibre. La FGI ne favorise pas naturellement le mode fondamental : nous allons le privilégier devant les autres modes en augmentant son gain Brillouin grâce à une cavité Brillouin.

L'idée est donc d'injecter avec la boucle seulement le mode fondamental LP_{01} de la fibre Brillouin, afin d'abaisser le seuil Brillouin pour ce mode. Nous espérons alors que les autres modes et en particulier les modes LP_{11} n'auront pas suffisamment de gain pour être réfléchis. Dans ce schéma, il est préférable que le mode fondamental LP_{01} injecté se conserve le long de la fibre, or nous avons remarqué expérimentalement qu'il était possible de conserver la propagation d'un mode fondamental polarisé dans une FGI de longueur $30m$. Nous cherchons dans un premier temps à vérifier la conservation du mode fondamental dans la FGI de longueur $30m$. Ensuite nous testons plusieurs schémas d'injection sélective. Nous terminons par l'idée de la cavité filtrée auto-alignée et nous présentons les résultats préliminaires obtenus avec cette cavité.

8.9.1 Conservation du mode fondamental dans une FGI de $30m$

L'expérience suivante a été réalisée afin d'évaluer la capacité de la fibre à maintenir une propagation monomode sur quelques dizaines de mètres. Le faisceau monomode collimaté de diamètre $\approx 2mm$ issu du préamplificateur est focalisé dans la FGI de longueur $30m$. La FGI est enroulée en bobine (diamètre $0.3m$) sans forte contrainte et surtout dans un même plan. Nous avons testé des lentilles de focalisation de diverses longueurs focales.

Le schéma de l'expérience est montré sur la figure 8.74. La figure 8.75 montre le faisceau en sortie pour différentes longueurs focales : (a) 100mm, (b) 40mm et (c) 20mm. Les paramètres M^2 mesurés sont respectivement 11.5, 2.5 et 1.2. Dans le dernier cas, on a de plus conservation de la polarisation d'entrée à 90%.

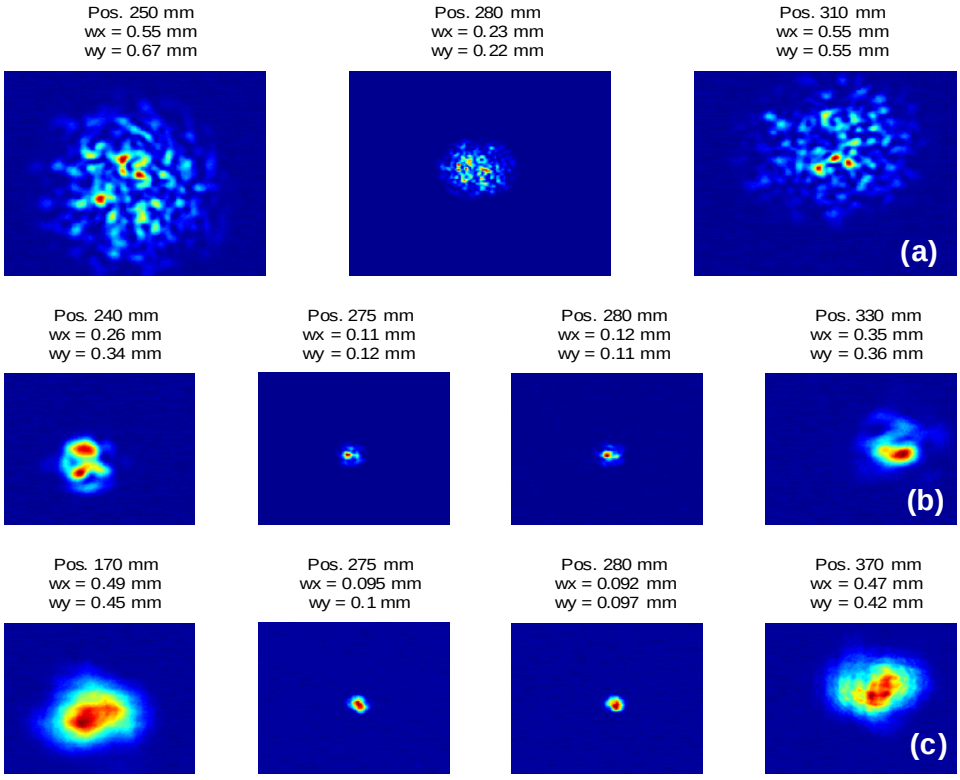


Fig. 8.75 – Spot Pompe en sortie de FGI de longueur $30m$ excitée avec un faisceau monomode et différentes focales : (a) $100mm$, (b) $40mm$ et (c) $20mm$.

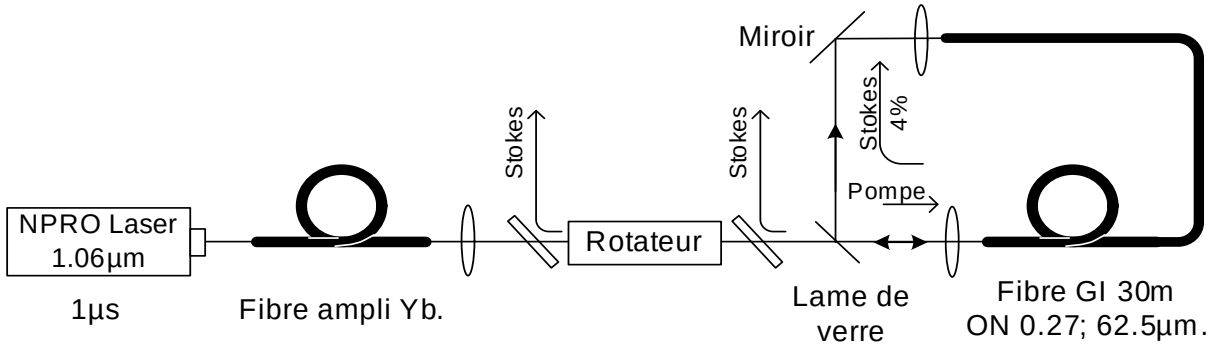


Fig. 8.76 – Schéma expérimental d'une cavité Brillouin avec la FGI de longueur $30m$. La cavité est fermée avec une simple lame de verre non polarisante (1 à 2% de couplage).

La lentille de longueur focale $20mm$ présente une bonne adaptation du spot monomode focalisé et du mode fondamental de la fibre. Seul celui-ci est injecté et se propage sur $30m$ avec conversation du mode et de la polarisation. Le diamètre du mode fondamental dans cette fibre est $12.5\mu m$ et la tache d'Airy d'un faisceau de diamètre $2mm$ focalisé avec une lentille de longueur focale $20mm$ est, d'après la formule $1 = M^2 = \pi\omega\theta/\lambda$, $d = 2\omega = 12.7\mu m$, ce qui correspond bien à la taille du mode.

Notons que la conservation du mode est sensible à la position de la fibre : cette dernière doit être maintenue coplanaire. La possibilité de conservation du mode sur une telle longueur est un résultat étonnant et permet d'envisager l'amplification directe d'un faisceau monomode dans une FGI dopée et très multimode.

8.9.2 Observations : l'effet Brillouin en cavité

Différents schémas de cavité sont possibles : l'onde Stokes peut être réfléchie par une lame de verre ou par un des polariseurs de l'isolateur. Rappelons que nous cherchons à privilégier le mode LP_{01} devant les modes d'ordre plus élevé.

Cavité 1 : Couplage par une lame de verre

La cavité la plus simple (figure 8.76) consiste à réfléchir une faible quantité de l'onde Stokes à l'arrière de la fibre avec une simple lame de verre non polarisante. Le coefficient de rebouclage de l'onde Stokes vers la FGI est de l'ordre de 1 à 2% de la puissance Stokes totale (soit 25 à 30% des 4% réfléchis par la lame). L'onde Stokes est éjectée par le polariseur sur ses deux voies.

Le tableau 8.20 rapporte les résultats en réflectivité de cette cavité, considérée en « intracavité » au niveau de la face d'entrée de la fibre. On y voit en particulier la baisse de seuil d'un facteur 1.5 due à la lame de verre. Les résultats en cavité ouverte ne sont pas aussi bons que dans le paragraphe précédent, en raison probablement d'un mauvais couplage et d'un fonctionnement multimode du laser Oscillateur (seuil à $59W$ crête, pente de 30% et réflectivité maximale de 20% à comparer respectivement à 29W, 58% et 43% obtenus précédemment).

La qualité du faisceau Stokes dépend de l'injection dans la fin de la fibre qui est délicate à régler. La mesure de la qualité de faisceau, reportée sur la figure 8.77, donne un résultat de l'ordre de $M^2 = 2.5$ pour un couplage soigneusement réglé : il faut injecter préférentiellement le mode fondamental. Cette cavité est insuffisamment sélective pour sélectionner le mode fondamental : si elle l'était, la mesure du paramètre M^2 donnerait un résultat proche de 1.

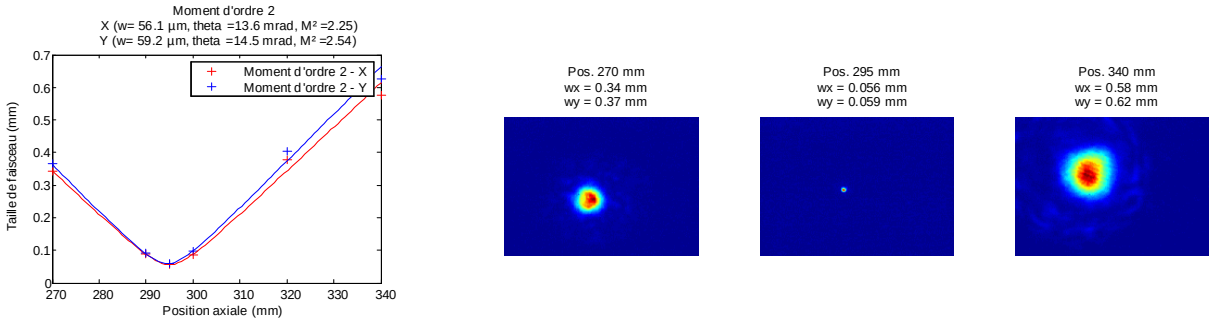


Fig. 8.77 – Mesure du paramètre M^2 du spot Stokes réfléchi par la cavité de la figure 8.76. On mesure $M^2 = 2.5$.

	Cavité ouverte	Cavité fermée
Seuil	69W	44W
Pente	26%	19%
Rmax@120W	9%	18%

Tab. 8.20 – Seuils et réflectivité la cavité (ouverte et fermée) Brillouin de la figure 8.76.

Cavité 2 : couplage fort par l'isolateur.

Le schéma 8.78 montre la cavité forte. L'onde Stokes polarisée horizontalement est éjectée en polarisation verticale par l'isolateur et rebouclée dans la fibre. Une lame demi-onde redresse la polarisation de l'onde Stokes rebouclée : sans la lame, l'onde Stokes ne fait que deux tours dans la cavité ; avec la lame, l'onde Stokes est *piégée* dans la cavité. Le coefficient de couplage de cette cavité est de l'ordre de 10 à 20%.

Réflectivité - effet de la polarisation. Les réflectivités obtenues sont de l'ordre de 30%, avec ou sans cavité. En effet, les conditions de couplage optimisant l'amplification du mode fondamental imposent un désalignement des coeurs qui n'optimise pas la réflectivité : la réflectivité peut être améliorée, au détriment de la qualité de faisceau.

Qualité de faisceau - polarisation redressée. La lame demi-onde est mise en place. L'onde Stokes est piégée dans la cavité, en polarisation horizontale. Les ondes Pompe et Stokes sont colinéaires dans la fibre tant qu'il n'y a pas dépolarisation et l'amplification Brillouin est maximale. En revanche, nous observons une qualité de faisceau dégradée. Plusieurs modes Brillouin sont en compétition : d'une part le mode qui est naturellement réfléchi (mode LP_{11}) et d'autre part le mode injecté. L'injection du mode LP_{01} seul est délicate, en réalité un nombre important de modes sont injectés et le mode fondamental n'a pas le gain maximal. Il y a superposition des modes injectés et du mode naturel. On mesure dans une situation optimale mais fortement dépendante du couplage de l'onde Stokes, $M^2 \approx 2$ (figure 8.79).

Qualité de faisceau - polarisation non redressée. Afin d'éviter la concurrence du mode naturel, il suffit d'injecter l'onde Stokes sur la polarisation verticale. L'efficacité n'est pas optimale, d'une part parce que les ondes Pompe et Stokes ont des polarisations différentes et d'autre part parce que l'onde Stokes ne tourne pas dans la cavité. En revanche, le mode injecté n'est pas superposé au mode naturel. Le faisceau Stokes est alors relativement propre pour un couplage soigné ($M^2 = 1.8$ sur la figure 8.80). Comme dans la situation précédente, il est délicat d'injecter le mode fondamental sans injecter les autres modes d'ordre faible qui présentent plus de gain.

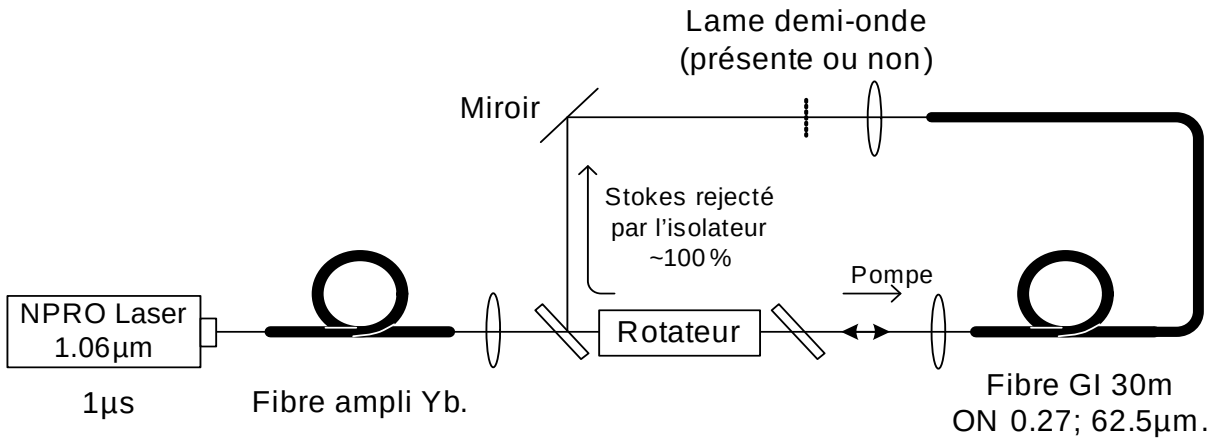


Fig. 8.78 – Schéma expérimental d'une cavité Brillouin avec la FGI de longueur $30m$. La cavité est fermée avec l'isolateur

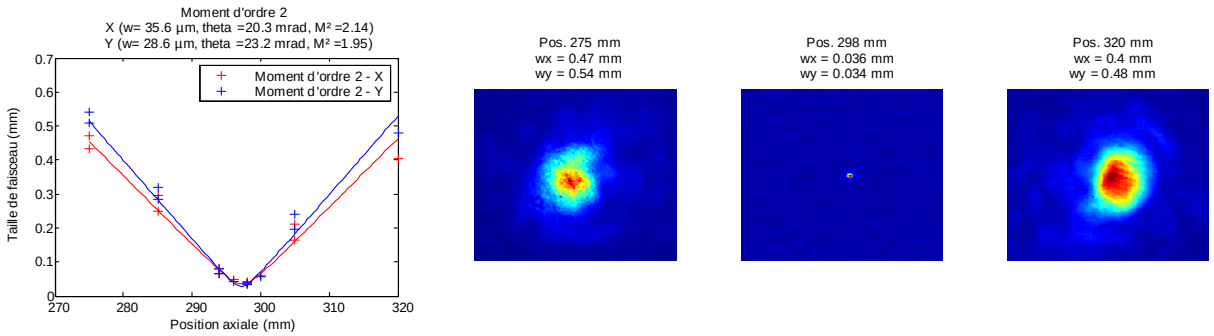


Fig. 8.79 – Profil de l'onde Stokes en retour dans la cavité de la figure 8.78, lors d'une injection maximisant le mode fondamental. On mesure $M^2 \approx 2$.

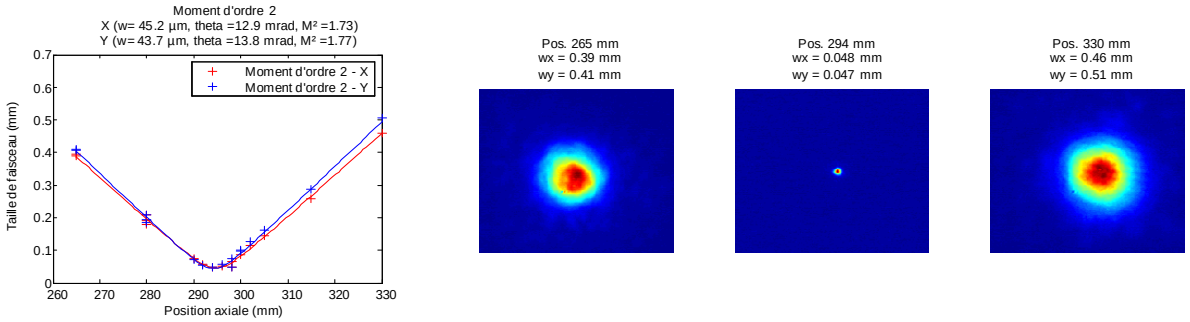


Fig. 8.80 – Profil de l'onde Stokes en retour dans la cavité de la figure 8.78 sans redressement de la polarisation Stokes, lors d'une injection maximisant le mode fondamental. On mesure $M^2 \approx 1.8$.

A la vue de ces deux tentatives, le point délicat semble être la sélection du mode fondamental par le couplage en face arrière, qui se fait souvent au détriment de la puissance couplée : comment coupler efficacement l'onde Stokes dans le mode fondamental de la FGI sans injecter les modes d'ordre supérieur ? L'idée est évidemment d'ajouter un filtre dans la cavité.

8.9.3 Beam cleanup en cavité Brillouin filtrée

Les expériences précédentes ont montré :
- que l'efficacité du couplage n'est pas capitale : un coefficient de bouclage de l'ordre du pourcent est suffisant pour augmenter le gain Brillouin de manière significative (facteur 1.5),
- qu'il était techniquement délicat de boucler le mode fondamental LP_{01} de la fibre sur elle-même sans injecter les modes asymétriques LP_{11} ou supérieurs, qui ont un gain plus élevé.

L'utilisation d'un filtre intra-cavité, même de faible transmission, est alors envisageable.

Schéma expérimental de la cavité Brillouin filtrée

Filtrage par un trou. Par exemple, comme schématisé sur la figure 8.81, nous pourrions ajouter un système de filtrage lentille-trou avant le couplage sur la face arrière. Le trou doit alors être adapté à la taille du mode fondamental de la fibre et aligné parfaitement avec celle-ci. La difficulté sera bien sûr d'aligner parfaitement le trou de filtrage et le coeur de la fibre. En effet, on cherche à injecter un mode symétrique sans injecter les modes asymétriques latéraux.

Filtrage par une fibre. Afin d'éviter cette étape d'alignement qui s'annonce très délicate, nous préférons une méthode équivalente de filtrage qui consiste à souder une fibre monomode (de longueur d'onde de coupure $910nm$) avec la fibre multimode GI. La fibre monomode, en ne guidant que son mode fondamental, jouera le rôle de filtre spatial (trou) dans la cavité Brillouin. Elle présente en outre l'immense avantage d'être toujours alignée très précisément avec la fibre multimode. En effet, la technologie de soudure des fibres optiques permet un alignement excellent de deux fibres de même diamètre total (l'alignement se fait grâce à l'effet lentille de la fibre, qui ne dépend pas de la taille du coeur mais seulement de la taille de la gaine). Cette solution, schématisée sur la figure 8.82, assure un alignement parfait des deux coeurs, malgré leur différence de taille. Le couplage du mode fondamental de la fibre monomode se fait alors dans les différents ordres symétriques de la FGI (LP_{01}, LP_{02}, LP_{03}, etc...). Parmi ceux-ci, seul le mode LP_{01} présente un gain important.

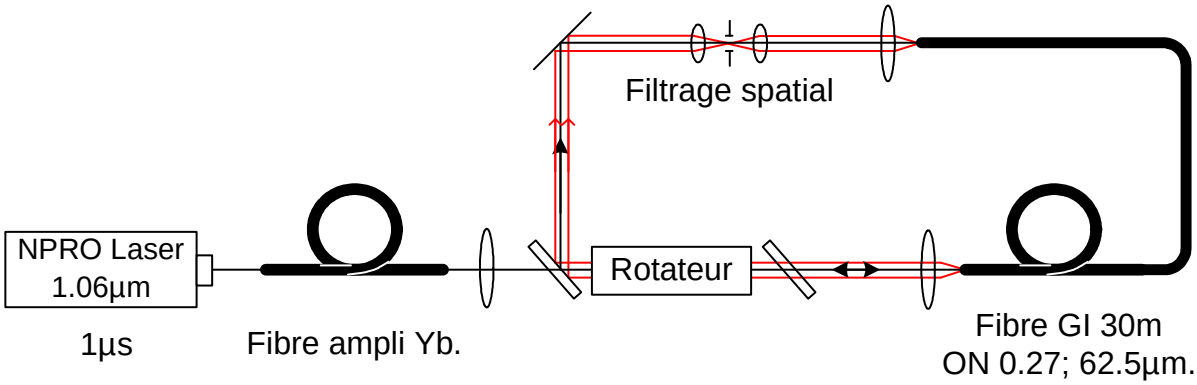


Fig. 8.81 – Cavité Brillouin contenant la FGI de longueur $30m$ et un trou de filtrage de l'onde Stokes pour n'injecter que le mode fondamental.

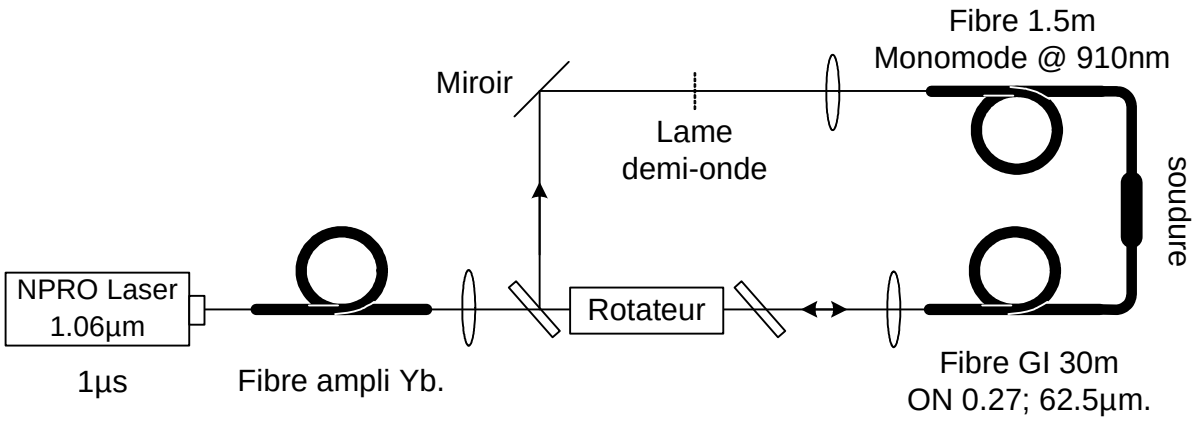


Fig. 8.82 – Cavité Brillouin contenant la FGI de longueur $30m$ et une fibre monomode soudée à la FGI jouant le rôle de filtre auto-aligné pour n'injecter que le mode fondamental.

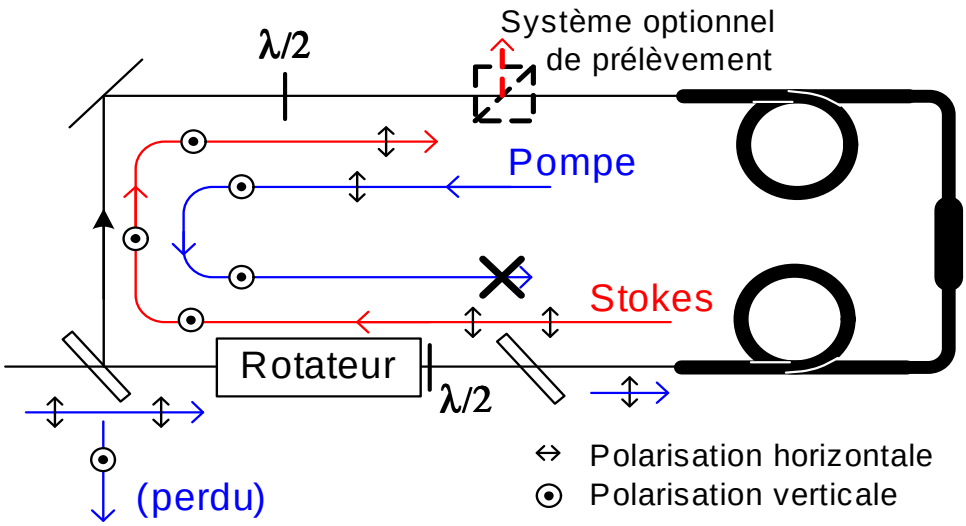


Fig. 8.83 – Agencement des polarisations dans la cavité Brillouin. Le cube séparateur de polarisation permet d'extraire une proportion variable de l'onde Stokes.

Extraction de la puissance de la cavité. Notons que l'agencement des polarisations assure que l'onde Pompe fait un seul tour dans la cavité puis est éjectée tandis que l'onde Stokes est indéfiniment bouclée. Comme schématisé sur la figure 8.78, On peut ajouter un système polarisant qui extrait un partie (jusque 100%) de l'onde Stokes (extraction de la puissance) avant bouclage.

Transmission du filtre Le couplage entre le mode fondamental de la fibre monomode et le mode fondamental de la FGI est limité car les diamètres de ces modes sont très différents :

- la fibre monomode de fréquence de coupure $V = 2.4$ à $910nm$ a typiquement un diamètre de coeur entre $4.3\mu m$ ($ON = 0.20$) et $6.2\mu m$ ($ON = 0.14$),
- la FGI multimode a un diamètre de mode fondamental de $12.5\mu m$.

On peut calculer que le mode guidé de la fibre monomode sera couplé pour 60% dans le mode fondamental LP_{01} de la fibre multimode et pour 40% dans les modes supérieurs symétriques LP_{0X}. Ces modes présentent un gain Brillouin plus faible (ils ne reviennent jamais naturellement) et nous ne les observons pas en sortie de fibre. Le coefficient de couplage 60% intervient aussi à l'entrée de la fibre monomode car le système d'imagerie entre les deux coeurs a un grandissement 1. La transmission globale du filtre fibre est au maximum 40% sur le mode LP_{01}.

Théorie : baisse du seuil

Dans la configuration de la figure 8.83, l'onde Stokes passe plusieurs fois dans la FGI, donc voit plusieurs fois le gain Brillouin, proportionnel à l'intensité de l'onde Pompe. Le gain total vu par un photon de bruit est l'intégrale de cette intensité d'enveloppe gaussienne, diminuée des pertes par couplage à chaque tour. Afin de prédire la valeur du seuil de l'effet Brillouin pour cette configuration de cavité et en pompage quasi-continu QCW, écrivons la forme de l'intensité de pompe :

$$I_p(t) = I_m e^{-\frac{t^2}{0.6^2\tau^2}} \tag{8.8}$$

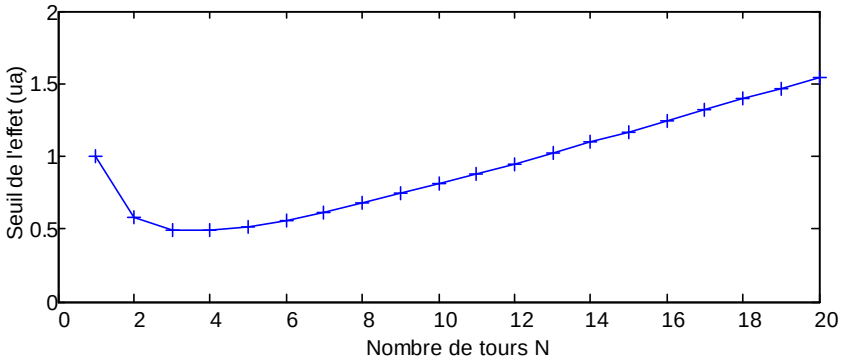


Fig. 8.84 – Seuil théorique de l'effet Brillouin dans une cavité à perte pompée par une impulsion gaussienne en fonction du nombre de tours considérés.

où τ est la largeur de l'impulsion à mi-hauteur ($\tau = 1\mu s$) et $I_m = I_p(0)$ est l'intensité crête. Dans la fibre, la répartition de l'intensité s'écrit :

$$I_p(z) = I_m e^{-\frac{n^2 z^2}{0.6^2 c^2 \tau^2}} \tag{8.9}$$

où n est l'indice et c la vitesse de la lumière. La longueur d'impulsion est $c\tau/n = 200m$ dans notre cas. Le gain vu par un photon de bruit en un passage dans la fibre de longueur L, au maximum de gain, s'écrit :

$$G_1 = e^{g\int_{-L/2}^{L/2} I_p(z)dz} = e^{gI_m\sqrt{\pi}\frac{c\tau}{n}\mathrm{erf}[\frac{nL}{2c\tau}]} \tag{8.10}$$

où erf est la fonction d'erreur. En N passages et en supposant que l'onde Stokes LP_{01} est couplée sur elle-même avec le coefficient R (qui prend en compte la transmission des éléments optiques et la transmission du filtre fibre) :

$$G_N = e^{g\int_{-NL/2}^{NL/2} I_p(z)dz} R^{N-1} = e^{gI_m\sqrt{\pi}\frac{c\tau}{n}\mathrm{erf}[\frac{nNL}{2c\tau}]} R^{N-1} \tag{8.11}$$

La baisse du seuil peut se déduire de l'écriture $G_1 = G_N = e^{21}$ pour des intensités crêtes respectives I_m^1 et I_m^N. On en déduit :

$$\frac{I_m^N}{I_m^1} = \frac{\mathrm{erf}[\frac{nL}{2c\tau}]}{\mathrm{erf}[\frac{nNL}{2c\tau}]} - (N-1)ln(R) \tag{8.12}$$

La courbe montrée sur la figure 8.84 montre la baisse du seuil prévu pour les valeurs utilisées dans cette expérience : $L = 30m$, $n = 1.5$, $\tau = 1\mu s$ et R est estimé à $R = 0.2$ (la transmission du filtre fibre est limitée à 40%, le facteur 2 supplémentaire comprend la transmission des optiques et un désalignement éventuel).

Ce calcul simple prévoit une baisse du seuil d'un facteur 2 dès deux tours de cavité puis une stabilisation pour un nombre de tours plus important. Le seuil remonte car nous avons considéré que l'onde était complètement piégée dans une cavité à pertes : il faudrait en réalité considérer un couplage vers l'extérieur et sommer les contributions de chaque tour. Néanmoins ce modèle simple donne une bonne idée de la baisse de seuil pour un nombre limité de tours.

Résultats expérimentaux en cavité filtrée

Filtrage par la fibre monomode La figure 8.85 montre les puissances des faisceaux transmis par l'ensemble des fibres avec une source multimode. La puissance monomode transmise par le

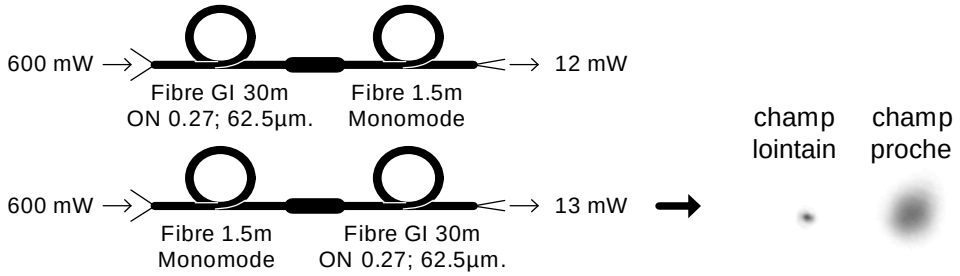


Fig. 8.85 – Puissances des faisceau transmis par l'ensemble des deux fibres soudées, le faisceau injecté est multimode. On a aussi représenté les profils d'intensité en champs proche et lointain du faisceau transmis par la fibre multimode

système est la même quel que soit son sens. Cette transmission vaut environ 2%, ce qui correspond à une source multimode de paramètre $M^2 = 7$, en accord avec les mesures précédentes de qualité du faisceau Pompe. On a également représenté le faisceau dans la seconde configuration en champ proche et en champ lointain. Le faisceau est presque monomode transverse : il n'y a pas de mélange de mode dans la fibre multimode. Afin de vérifier la conservation du mode fondamental, le spot en sortie de fibre **multimode** est montré en champ proche et en champ lointain à droite du schéma. Il s'agit bien du mode fondamental de la fibre multimode qui a été injecté par la fibre monomode et conservé lors de la propagation. Le mode fondamental ne se conserve dans la fibre multimode qu'à condition que celle ci soit enroulée dans un plan et ne subisse pas de torsion nette.

Dépendance à la polarisation. La figure 8.86 montre la réflectivité intracavité du système précédent en fonction de la puissance de pompe incidente sur la fibre, dans deux cas : avec et sans la lame demi onde qui ferme la cavité. Sans lame, l'onde Stokes ne passe que deux fois dans la fibre, tandis qu'avec la lame, elle peut faire 6 tours (tant que l'impulsion Pompe est présente). Nous avons vu que la forme de l'impulsion implique que le seuil est constant à partir de deux tours, ce qui explique cette faible différence. Indépendamment du nombre de tours, on comprend assez bien que le gain dans la fibre de longueur $30m$ soit le même pour les deux polarisations : en effet, la polarisation du faisceau multimode ne se conserve pas sur une distance de plus de quelques dizaines de cm : au-delà, il n'y a plus réflectivité préférentielle d'une polarisation. Notons que l'orientation de la polarisation de l'onde Stokes injectée en fin de fibre monomode est conservée lors de l'amplification Brillouin : horizontale avec la lame demi-onde et verticale sans la lame.

Réflectivité de la cavité. La courbe 8.87 montre la réflectivité intracavité (réflectivité Brillouin) dans le cas d'une polarisation horizontale et le tableau 8.21 résume les valeurs numériques. Comme prévu, l'effet de la cavité est de baisser d'un facteur 2 le seuil Brillouin. Le gain en cavité ouverte est plus faible que dans le chapitre précédent : les conditions expérimentales ne sont ici pas optimales, il s'agit probablement d'un problème de couplage ou d'une oscillation laser sur deux modes.

Évolution temporelle. On a représenté sur la figure 8.88 l'évolution temporelle de l'intensité Stokes pour une réflectivité de 25%. La forme de l'onde Pompe incidente sur la cavité est superposée à la courbe.

On note sur l'impulsion Pompe une légère déplétion : le préamplificateur fibré est au seuil de l'effet Brillouin. Notons aussi que l'onde Stokes n'apparaît que $0.5\mu s$ après l'entrée de l'onde

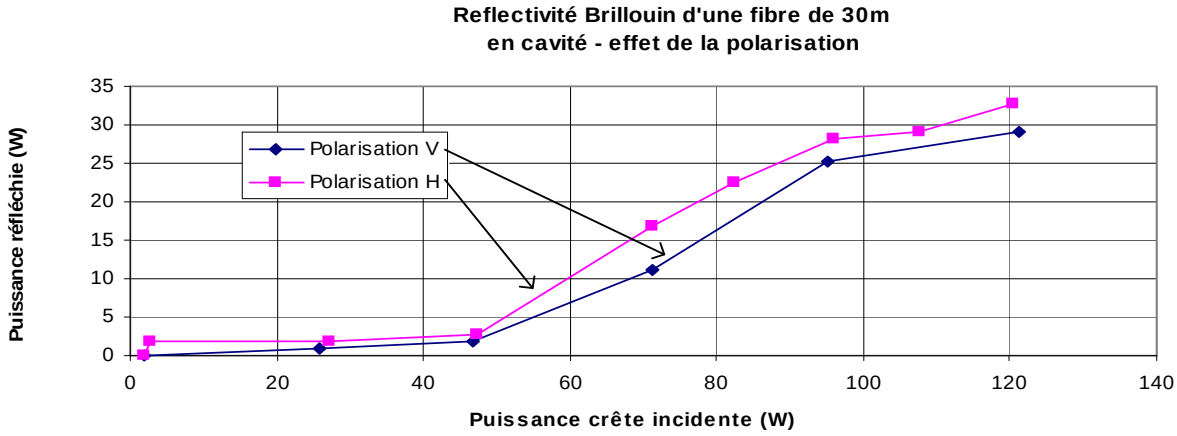


Fig. 8.86 – Puissances intracavité réfléchies avec et sans redressement de la polarisation dans la cavité Brillouin de la figure 8.82. L'effet du redressement de la polarisation est négligeable.

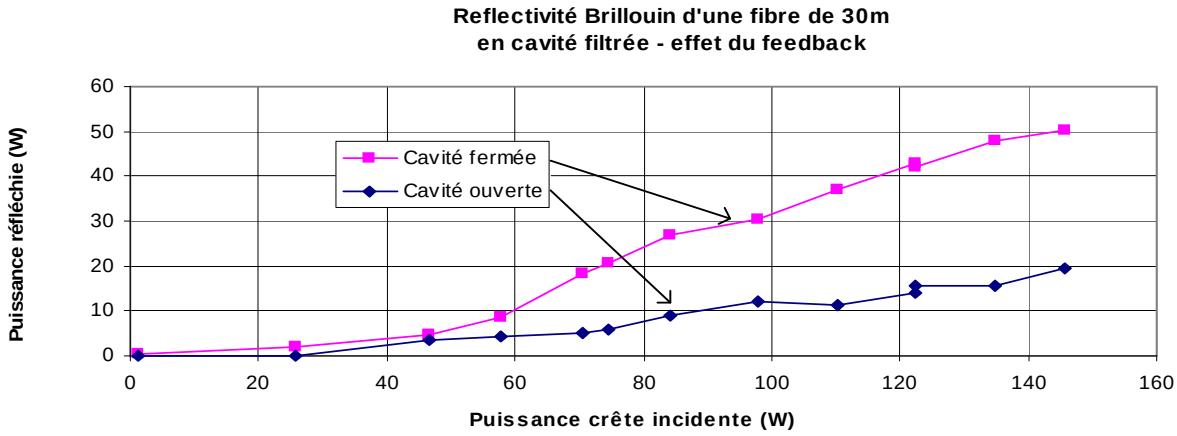


Fig. 8.87 – Puissances réfléchie intracavité par la cavité Brillouin ouverte et fermée de la figure 8.82. La polarisation de l'onde Stokes est horizontale.

	Cavité ouverte	**Cavité fermée**
Seuil	39W	**21W**
Pente	14%	**40%**
Rmax@150W	9%	**31%**

Tab. 8.21 – Seuils et réflectivités atteints dans la cavité Brillouin ouverte et fermée de la figure 8.82. La polarisation de l'onde Stokes est horizontale.

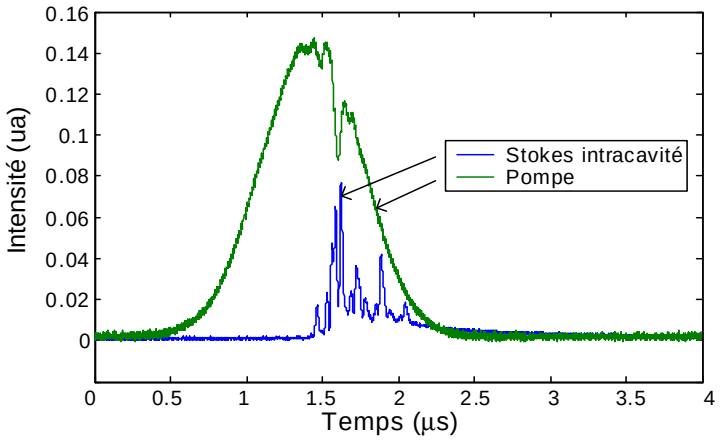


Fig. 8.88 – Profil temporel de l'onde Stokes.

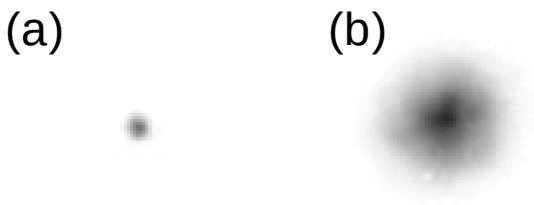


Fig. 8.89 – Faisceau Stokes réfléchi par la cavité filtrée.

Pompe dans le système, c'est à dire quand les premiers photons de pompe ont déjà parcouru trois fois la longueur de la fibre : cela est tout à fait en accord avec le fait qu'il faut que les premiers photons diffusés (à l'arrivée de l'onde Pompe en fin de fibre) aient subi deux fois l'amplification dans la fibre.

Profil du faisceau Stokes. Le spot Stokes en retour est visiblement le mode fondamental de la FGI. Il est présenté sur les figures 8.89a (champ lointain) et 8.89b (champ proche). De plus, il est polarisé et immobile : un désalignement de l'onde Pompe en entrée de fibre ou du couplage Stokes dans la fibre monomode n'a d'effet que sur l'intensité du spot et non sur son profil spatial. Le profil du faisceau est le même, avec et sans redressement de la polarisation avec la lame demi-onde. La mesure de la qualité de faisceau dans les deux cas donne $M^2 = 1.3$. La mesure faite sans la lame est présenté sur la figure 8.90.

Comportement du faisceau. Le spot Stokes sélectionné par la fibre monomode filtre est très stable. Les figures suivantes, extraites de vidéos, montrent les évolutions du spot pour différents réglages sur la fibre. L'image est focalisée sur la surface d'entrée de la fibre (mise au point réalisée sur les bords nets de la fibre).

- *Translation de la fibre dans le plan de la surface :* l'onde Pompe est fixe et on translate la fibre dans le plan de la surface. L'évolution est montrée sur la figure 8.91. La caméra est saturée afin de visualiser nettement l'onde Pompe. Elle est immobile et le spot Stokes suit la fibre (c'est bien le mode fondamental de la fibre).
- *Translation de l'onde Pompe dans le plan de la surface de la fibre :* l'onde Pompe est translatée grâce à un réglage angulaire avant la lentille de focalisation dans la fibre. Le

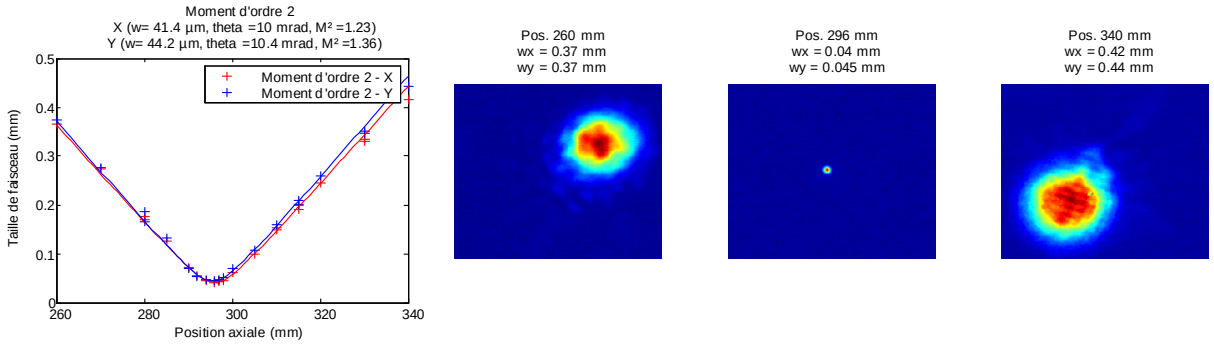


Fig. 8.90 – Mesure du paramètre M^2 du faisceau Stokes réfléchis par la cavité filtrée. On mesure $M^2 = 1.3$.

spot Stokes est fixe et ne varie qu'en intensité (figure 8.92).

- *Couplage de l'onde Stokes dans la fibre monomode :* cette fois, on modifie le couplage du spot Stokes dans la fibre monomode en la translatant dans l'axe de sa surface. Comme dans le cas du couplage de l'onde Pompe, le spot Stokes ne varie qu'en intensité (figure 8.93).
- *Plan de focalisation de la caméra :* le plan objet conjugué avec la matrice de la caméra est translatée le long de l'axe optique, c'est à dire sur différents plans en avant et en arrière du plan de la surface. Les premières images de la figure 8.94 correspondent au plan de la surface. Curieusement, le plan de la surface ne correspond pas au plan où le spot Pompe est le plus petit. Sur certaines images, il est possible de repérer la position du bord de la fibre, ce qui permet d'étalonner l'échelle des images car la fibre a un diamètre total de 125μm. On trouve que la taille du mode en retour est autour de 14μm de diamètre tandis que le mode fondamental a théoriquement un diamètre de 12μm. Les ordres de grandeur sont donc corrects.

8.9.4 Conclusion : la cavité Brillouin

En conclusion la fibre à gradient d'indice semble être bien adaptée au beam cleanup en cavité filtrée. Nous avons montré, dans cette expérience préliminaire, une réflectivité intracavité maximale de 34% pour une puissance crête de 130W. Le seuil de l'effet se situe à une puissance crête de 21W. Le faisceau converti est polarisé et limité par la diffraction.

Le schéma de la cavité peut être amélioré par différentes interventions :

- utilisation d'un pompage continu. En effet, le pompage quasi-continu n'autorise que deux rotations dans la cavité, comme nous l'avons vu. Un pompage continu aurait un seuil plus bas et une meilleure efficacité. Dans le cas de cette expérience, on attend donc un seuil inférieur à 20W continus. Nous n'avons pas eu le temps de tester cette configuration.
- adaptation des tailles de mode : l'utilisation d'une fibre monomode à gros coeur comme filtre présenterait l'intérêt de minimiser les pertes par adaptation de mode (60% dans la configuration actuelle).
- couplage des deux polarisations Pompe dans la FGI, comme indiqué sur la figure 8.95. Les deux polarisations de l'onde Pompe sont isolées séparément et rassemblées dans la FGI. Ainsi les deux polarisations de l'onde Pompe participent à l'amplification du mode fondamental Stokes (après dépolarisation de ces deux polarisations dans la fibre multimode) sans risque de retour dans le laser maître. L'efficacité de ce convertisseur multimode dépolarisé vers monomode polarisé peut alors atteindre 100%.

Enfin, ce système peut être utilisé pour combiner spatialement plusieurs lasers indépendants

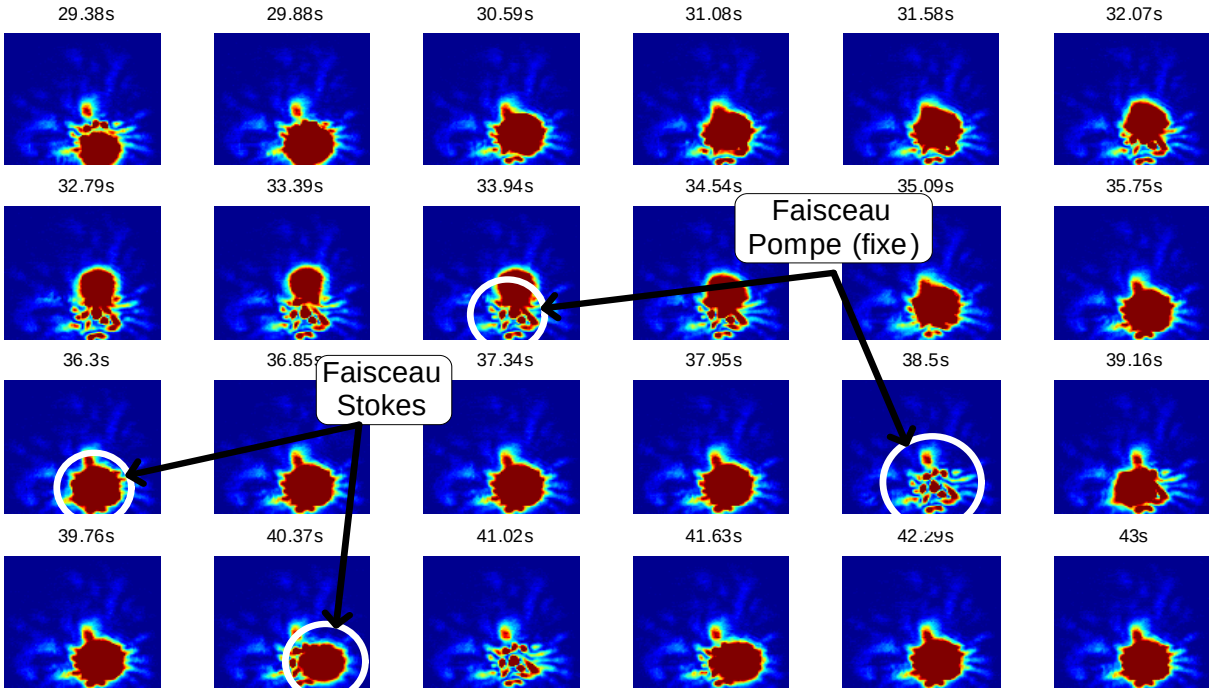


Fig. 8.91 – Évolution du spot Stokes lors du désalignement du coeur de la FGI avec le spot de Pompe. Le spot Pompe est immobile et le spot Stokes suit le mode fondamental de la FGI.

et spectralement dissociés. Russell [Russell *et al.*, 2001] a ainsi combiné spatialement deux lasers incohérents dans une FSI (sans cavité) très faiblement multimode.

8.10 Conclusion des expériences

8.10.1 Points à retenir

La fibre à saut d'indice FSI

Nous avons observé le comportement de la FSI en régime de fibre longue ($L > 10m$). Sans effet de cavité, l'onde Stokes est une somme incohérente (à notre échelle d'observation) de tous les modes de la fibre. Cela est conforme à la théorie qui prévoit une somme incohérente de tous les modes Brillouin avec le même gain. L'effet d'une cavité parasite est de favoriser un mode Brillouin cohérent au delà du seuil de cohérence. L'effet de cavité linéaire formée avec les deux faces de la fibre a pour effet de baisser le seuil d'un facteur 2 et de sélectionner un mode Brillouin cohérent, bien qu'instable. L'effet d'une cavité bouclée externe est d'imposer des modes Brillouin cohérents fixes et de basculer entre ces modes. Ainsi, la FSI longue est très sensible aux effets de cavité. Des réflectivités maximales de 43% (pente 52%) sans cavité (puissance Pompe $21W$) et 66% (pente 80%) en cavité (puissance Pompe $7.6W$) ont été atteintes dans la FSI.

La FSI en régime moyen ($L < 10m$) utilisée avec un pompage impulsionnel permet de conjuguer en phase avec une excellente fidélité et une excellente sélectivité un spot rendu aberrant par une lame inhomogène. La qualité de la conjugaison est bonne bien que le couplage dans la fibre vaille 35% et limite la réflectivité à 13%. De la même manière, les aberrations d'une fibre courte ($7cm$) ont été corrigées avec une réflectivité Brillouin de 80% à $0.4mJ$ ainsi que les aberrations de la lentille de focalisation.

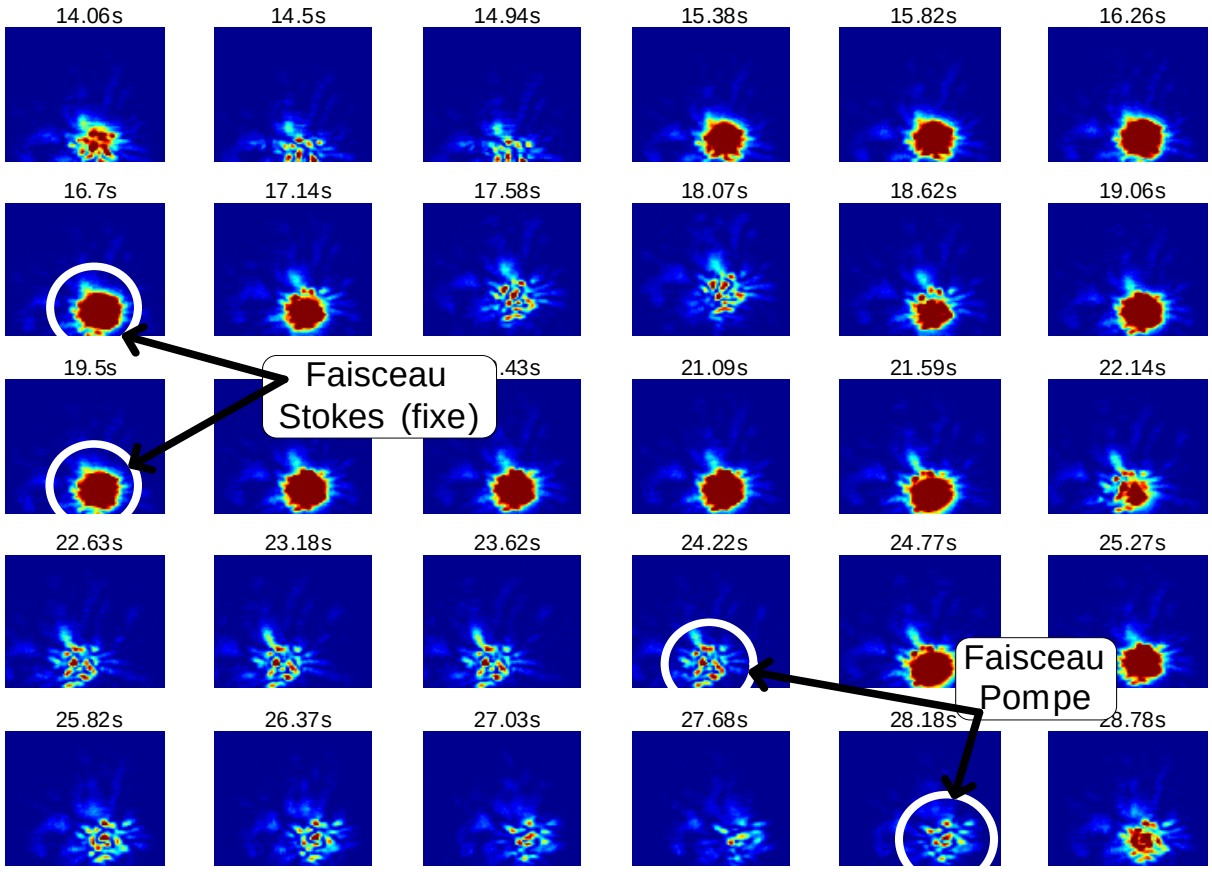


Fig. 8.92 – Évolution du spot Stokes lors du désalignement du spot de Pompe avec le coeur de la FGI. Le spot Stokes est immobile car il suit le mode fondamental de la FGI.

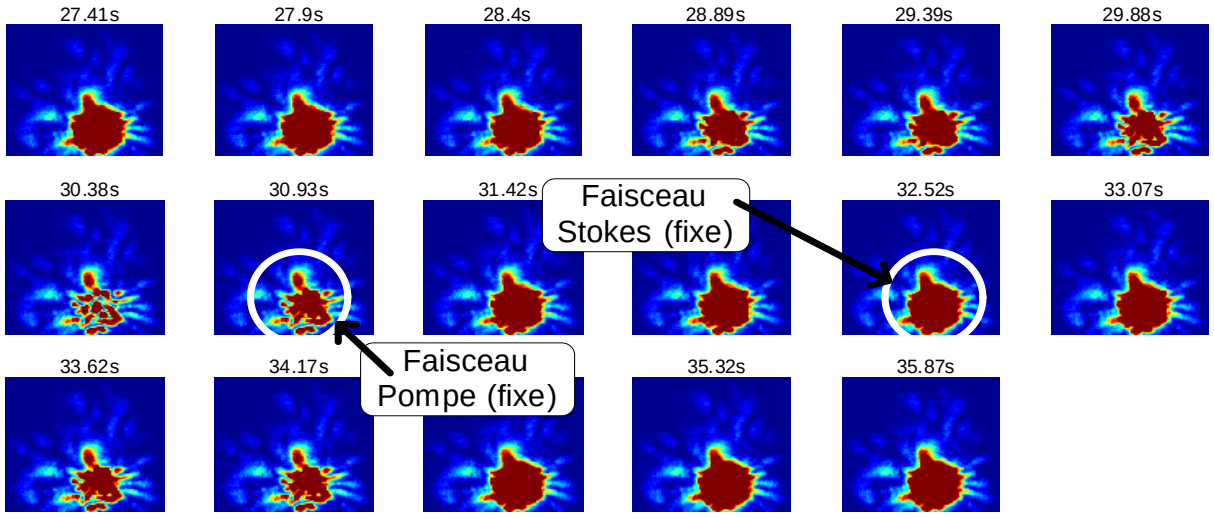


Fig. 8.93 – Évolution du spot Stokes, lors du désalignement du couplage dans la fibre monomode. Le spot Stokes est immobile et ne varie qu'en intensité : il reste sur le mode fondamental de la FGI.

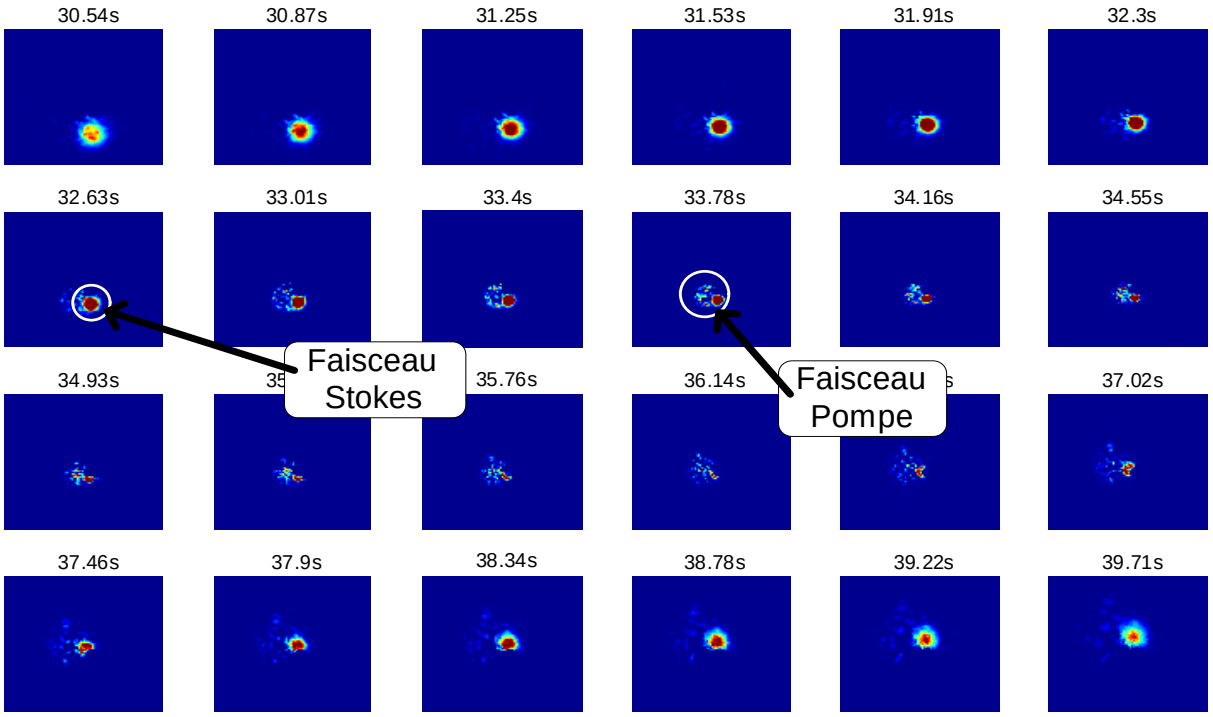


Fig. 8.94 – Évolution du spot Stokes lors du déplacement de la caméra sur son axe optique.

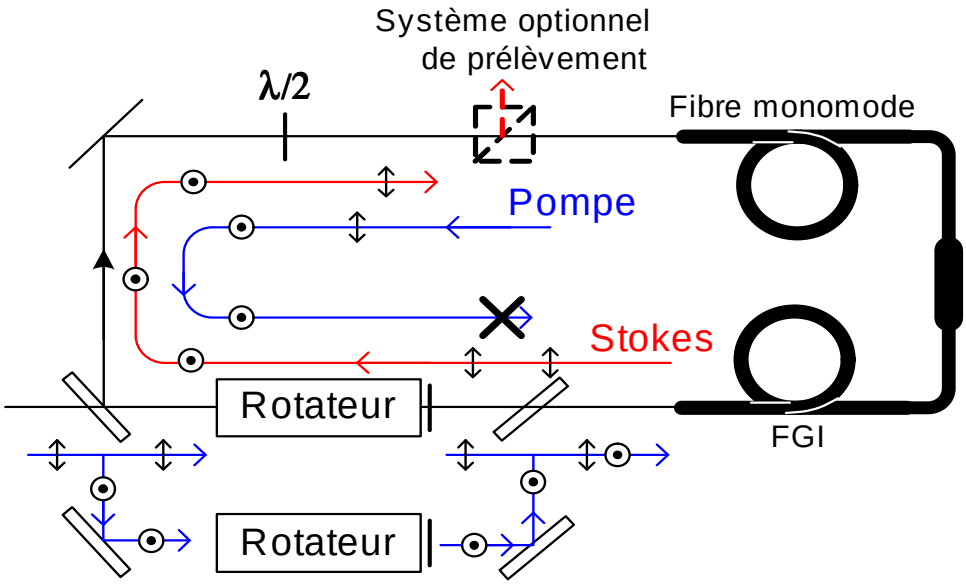


Fig. 8.95 – Schéma optimisé de la cavité Brillouin auto-alignée. Les deux polarisations de l'onde Pompe sont utilisées pour amplifier le mode Stokes fondamental.

La fibre à gradient d'indice FGI

En régime de fibre longue ($L > 100m$), l'onde Stokes réfléchie par la FGI est répartie sur deux modes LP_{11} dissociés en polarisation et spatialement. L'orientation des modes, leur polarisation et leur intensité respective fluctuent ; il ne s'agit pas d'un effet de cavité mais d'un effet de sélection en raison du déséquilibre des facteurs de recouvrement, comme prévu par la théorie. Une réflectivité de 20% (pente 42%) a été atteinte dans cette configuration.

En régime de fibre moyenne ($L < 100m$), la FGI se présente comme un miroir à conjugaison de phases qui ne renverrait que les modes d'ordre faible, en particulier le mode LP_{11}, mais aussi d'autres modes particulièrement injectés. En pompage QCW et pour une longueur de fibre de $30m$ ou $1km$, les réflectivités atteignent 45% pour $150W$ crête et une pente de 56%.

Un mode LP_{01} a pu être sélectionné afin de réaliser du beam cleanup sans cavité dans une FGI. La réflectivité est 45% et le spot Stokes, dont le paramètre $M^2 = 1.2$, est polarisé à 91%. C'est la première démonstration de beam cleanup dans une FGI.

Une particularité intéressante de la FGI est sa capacité à propager un mode fondamental polarisé sur $30m$ sans mélange de modes ni dépolarisation. L'association de la FGI qui présente un faible mélange de modes sur $30m$ et d'une cavité Brillouin contenant un filtre monomode qui favorise artificiellement le mode fondamental de la fibre permet de réaliser un convertisseur multimode vers monomode spatial. Une telle cavité Brillouin filtrée auto-alignée de beam cleanup a été réalisée en rebouclant sur elle-même une FGI de longueur $30m$ soudée à une fibre monomode sélectionnant le mode fondamental. Des résultats préliminaires sont une réflectivité intracavité de 31% avec une pente de 40% en pompage quasi-continu polarisé de puissance $150W$ crête. La qualité de faisceau de l'onde extraite est $M^2 = 1.3$. En optimisant le schéma et en utilisant une onde Pompe continu, nous espérons réaliser un convertisseur multimode dépolarisé monomode polarisé avec une bonne efficacité. Ce schéma original est aussi une première démonstration de beam cleanup en cavité Brillouin.

8.10.2 Résumé des réflectivités Brillouin atteintes

Nous avons répertorié les réflectivités Brillouin obtenues dans les différents cas dans les tableaux 8.22 à 8.25. Les réflectivités sont exprimées en « Brillouin pur » (réflexion de Fresnel déduite) et à l'extérieur de la fibre. La pente est la réflectivité limite à puissance de Pompe très grande.

Dans le tableau 8.22, les résultats obtenus en régime impulsionnel $20ns$ sont décrits. Notons l'énergie importante couplée dans la FSI de diamètre $50\mu m$. Cette énergie correspond à une intensité de $6GW/cm^2$, alors que les valeurs rapportées dans la littérature pour les fibres se situent autour de $2GW/cm^2$ (voir la figure 8.5). Dans la FSI de longueur $2m$, nous avons pu obtenir des réflectivités importantes pour une puissance Pompe 25 fois supérieure au seuil de l'effet. Notons aussi que le seuil Brillouin est plus bas en GI qu'en SI, peut être parce que le nombre de modes couplés est faible. En effet, le seuil augmente d'un facteur 3 après l'aberrateur fibre.

Dans le tableau 8.23, nous avons rapporté les puissances obtenues lors de la conjugaison de phase d'un faisceau rendu aberrant par une fibre et par une plaque dans la FSI. La réflectivité obtenue est mauvaise avec l'aberrateur massif en raison du mauvais couplage (35% seulement).

Dans le tableau 8.24, nous avons montré les résultats avec et sans cavité Brillouin, en régime de fibre longue. Le seuil le plus bas est obtenu en cavité avec la FSI de longueur $1km$. Les réflectivités maximales atteintes et les pentes ne sont pas aussi importantes qu'en excitation impulsionnelle car les faisceaux subissent l'absorption d'une plus grande longueur de fibre.

Enfin, la réflectivité en beam cleanup est montrée dans le tableau 8.25. Dans le cas de la cavité, on peut espérer avoir une meilleure réflectivité en régime de pompage continu et avec

	Longueur	Seuil	Pente (Brillouin pur)	Réflectivité maximale (Brillouin pur)
FSI 20ns	$10m$	$160\mu J$	91%	86%@$2.23mJ$
FSI 20ns	$2m$	$60\mu J$	94%	89%@$1.55mJ$
FSI 20ns	$0.08m$	$0.4mJ$	90%	48%@$0.8mJ$
FGI 20ns	$2m$	$0.022mJ$	81%	81%@$0.33mJ$
FGI QCW	$1km$	$31W$	54%	44%@$140W$

Tab. 8.22 – Résultats en régime de longueur moyenne

	Longueur	Seuil	Pente (Brillouin pur)	Réflectivité maximale (Brillouin pur)
FSI 20ns aberrateur massif	$2m$			13%@$0.9mJ$
FSI 20ns aberrateur fibe	$2m$	$0.076mJ$	96%	80%@$0.41mJ$

Tab. 8.23 – Résultats en régime de longueur moyenne avec correction des aberrations d'une fibre courte par une FSI

une cavité optimisée.

En conclusion, les résultats obtenus correspondent bien aux résultats prévus par la théorie développée plus haut, en particulier :

- la bonne qualité de conjugaison de phase de la FSI en régime de longueur moyenne,
- l'absence de cohérence de l'onde Stokes issu de la FSI en régime long,
- la favorisation des modes d'ordre faible dans la FGI, d'où une mauvaise conjugaison de phase.

Nous n'avions pas prévu, en revanche, l'importance de la présence d'une cavité même faible pour la sélection des modes Brillouin dans la FSI longue et la compétition entre les modes dissociés spatialement et en polarisation dans la FGI longue.

Il semble d'après ces expériences que la fibre à saut d'indice soit bien adaptée à la conjugaison de phase, à condition de limiter sa longueur à quelques mètres. En revanche, la qualité de la conjugaison de phase dans la fibre à gradient d'indice est très mauvaise. Cette dernière est bien adaptée au beam cleanup vers l'ordre LP_{11}. Un montage en cavité filtrée auto-alignée grâce à une FGI de $30m$ soudée à une fibre monomode a donné d'excellents résultats préliminaires et mérite d'être approfondi.

	Longueur	Seuil	Pente (Brillouin pur)	Réflectivité maximale (Brillouin pur)
FSI QCW	$1km$	$39W$	63%	52%@$272W$
FSI CW 0%	$1km$	$4.8W$	57%	32%@$12W$
FSI CW 4%	$1km$	$2.6W$	52%	42.4%@$21W$
FGI CW 4%	$1km$	$2.5W$	40%	17%@$4.8W$
FSI CW cavité	$1km$	$1.2W$	65%	65%@$7.6W$

Tab. 8.24 – Résultats en régime de fibre longue

	Longueur	Seuil	Pente (Brillouin pur)	Réflectivité maximale (Brillouin pur)
QCW sans cavité	$1km$	$115W$		45%@$140W$
QCW avec une cavité	$30m$	$21W$	40%	31%@$150W$

Tab. 8.25 – Résultats en régime de beam cleanup en FGI

Chapitre 9

Configuration MOPA et miroir à conjugaison de phase

La configuration MOPA (Master oscillator power amplifier) avec miroir à conjugaison de phase est indiquée sur la figure 9.1. Le faisceau parfaitement monomode spatial et polarisé linéairement issu de l'oscillateur est amplifié par une fibre multimode double coeur dopée ytterbium et pompée par une diode laser. Il en sort amplifié mais aberrant et dépolarisé. Le miroir à conjugaison de phase réfléchit un faisceau conjugué qui, en repassant dans l'amplificateur aberrant, retrouve ses caractéristiques originales (limité par la diffraction et polarisé linéairement) après une seconde amplification. Il est extrait par l'isolateur indiqué sur la figure.

La solution étudiée dans les chapitres 3 à 9 est la réalisation du miroir à conjugaison de phase par effet Brillouin dans une fibre multimode. Nous avons pu extraire différentes conditions sur la géométrie de la fibre amplificatrice ainsi que sur la géométrie de la fibre Brillouin pour le bon fonctionnement de ce système. Elles sont rappelées dans le paragraphe 9.1. Le paragraphe 9.2 s'appuie sur ces conditions et les résultats expérimentaux pour conclure sur l'utilisation d'un miroir à conjugaison de phase par effet Brillouin dans la géométrie MOPA et miroir à conjugaison de phase de la figure 9.1.

9.1 Conditions à respecter 319
9.1.1 Conditions sur la fibre amplificatrice 319
9.1.2 Conditions sur la fibre Brillouin 321
9.1.3 Bonne qualité de faisceau 321
9.2 Solutions possibles 322
9.2.1 La FSI : un excellent miroir à conjugaison de phase en régime impulsionnel 322
9.2.2 La FGI : un mauvais miroir à conjugaison de phase 322
9.2.3 La FGI à mélange de mode réparti 322
9.2.4 La fibre idéale pour la conjugaison de phase : un mélange « FSGI » . . . 323

9.1 Conditions à respecter

Le travail d'analyse théorique de la conjugaison de phase dans les fibres par effet Brillouin a permis de dégager des conditions nécessaires pour une bonne qualité de conjugaison.

9.1.1 Conditions sur la fibre amplificatrice

Seuil de l'effet Brillouin. La fibre amplificatrice multimode doit amplifier l'onde signal sans effet non linéaire ou élargissement de spectre. C'est en particulier l'effet Brillouin qui est le plus

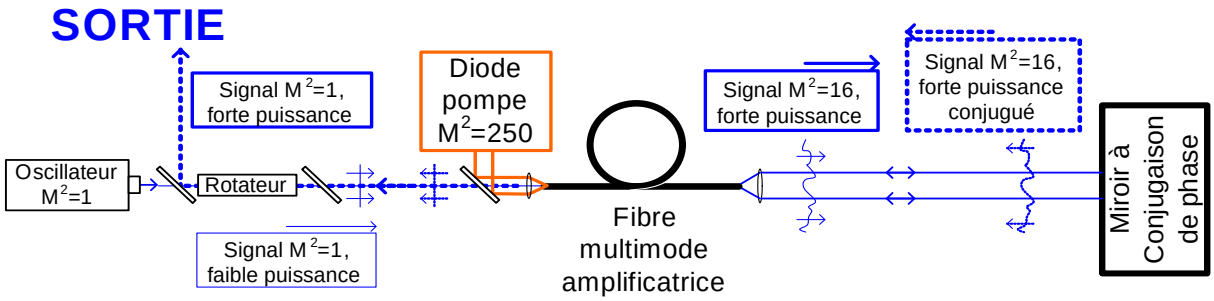


Fig. 9.1 – Configuration de conjugaison de phase - schéma de principe. L'onde monomode spatiale et polarisée issue de l'oscillateur est amplifiée dans la fibre multimode dopée. L'onde aberrante dépolarisée et amplifiée est ensuite conjuguée en phase par le miroir à conjugaison de phase (conjugaison de phase vectorielle). Après un second passage dans la fibre dopée aberrante, le faisceau conjugué est réamplifié et retrouve son caractère monomode spatial et polarisé. Il est extrait par un isolateur.

susceptible de se produire en raison de la faible largeur de spectre de l'onde signal : le seuil de l'effet Brillouin ne doit pas être dépassé dans la fibre amplificatrice. Si le gain par émission stimulée de l'amplificateur est G, le gain total pour le photon de bruit est égal au produit de l'intégrale $e^{\int_0^{L_{FA}} g_B I_L(z)dz}$ (où $I_L(z)$ est l'intensité du faisceau laser dans la fibre amplificatrice et L_{FA} la longueur de la fibre amplificatrice) et du gain laser G. La condition pour ne pas dépasser le seuil s'écrit alors :

$$G_{total} = G \cdot e^{\int_0^{L_{FA}} g_B I_L(z)dz} < e^{21} \tag{9.1}$$

soit

$$\int_0^{L_{FA}} g_B I_L(z)dz + \ln G < 21 \tag{9.2}$$

Une condition largement suffisante utilise l'intensité de l'onde laser en sortie de fibre I_L^{max} et le gain petit signal de l'amplificateur G^{max} :

$$g_B I_L^{max} L_{FA} + \ln G^{max} < 21 \tag{9.3}$$

Longueur aberrante. La longueur de la fibre amplificatrice ne doit pas dépasser la longueur aberrante pour le décalage Brillouin considéré. En effet, le décalage Brillouin rend la qualité de la conjugaison de phase sensible aux aberrations chromatiques de la fibre amplificatrice lors du second passage. La longueur limite d'une FSI pour que la fidélité en entrée de fibre soit meilleure que 90% est donnée par (7.33) :

$$L_{FA} < 1.1 \frac{n_g c}{\pi \Delta\nu O N^2} \tag{9.4}$$

Dans la FGI, nous avons vu que les aberrations chromatiques sont nulles au premier ordre, la même condition s'écrit alors (7.36) :

$$L_{FA} < 1.1 \frac{4 n_c^2 c}{\pi \Delta\nu O N^4} \tag{9.5}$$

Pour une ouverture $ON = 0.2$ et un décalage $\Delta\nu = 17GHz$, cette longueur limite vaut dans la FSI $L_{FA} < 0.22m$ et dans la FGI $L_{FA} < 32m$.

9.1.2 Conditions sur la fibre Brillouin

Seuil de l'effet Brillouin. Le seuil de l'effet Brillouin doit bien sur être dépassé dans la fibre Brillouin. La fibre est absorbante et l'équation (3.103) est valable : la puissance de l'onde Laser doit dépasser la puissance seuil $P_p^{seuil} = \frac{21S}{gL_{FB}^{eff}}$ avec $L_{FB}^{eff} = \frac{1-e^{-\alpha L_{FB}}}{\alpha} \approx L_{FB} - \alpha\frac{L_{FB}^2}{2}$ où L_{FB} est la longueur de la fibre Brillouin. Un bon ordre de grandeur de la longueur L_{FB} requise est donné en négligeant α :

$$\frac{21S}{g_B P_L} < L_{FB} \tag{9.6}$$

où P_L est la puissance de l'onde Laser en sortie d'amplificateur multimode.

Régime de conjugaison de phase. Nous avons dégagé de l'analyse théorique trois régimes de fonctionnement en fonction de la longueur de la fibre : le régime court, le régime moyen et le régime long. Le régime moyen est le régime de conjugaison de phase. Il est borné par les limites entre les régimes court et moyen L_{CM} et entre les régimes moyen et long L_{ML}. La borne inférieure est de l'ordre du millimètre et la borne supérieure de l'ordre du mètre :

$$L_{CM} < L_{FB} < L_{ML} \tag{9.7}$$

avec les valeurs issues de (5.106), (7.18) et (7.19)

$$L_{CM} = \frac{3n\lambda}{ON^2} \tag{9.8}$$

$$L_{ML} \approx \frac{3.6n}{ON^2\Delta k_0} \quad \text{pour la FSI} \tag{9.9}$$

$$L_{ML} \approx \frac{19n^3}{ON^4\Delta k_0} \quad \text{pour la FGI} \tag{9.10}$$

La figure 9.2 reprend les conditions sur la longueur de la fibre Brillouin. En (a), on a tracé la longueur minimale L_{CM} et les longueurs maximales L_{ML} dans les deux types de fibre. La longueur maximale est plus importante dans le cas de la FGI que dans le cas de la FSI. Pour une ouverture $ON = 0.2$, on rappelle que $L_{CM} = 0.1mm$ et $L_{ML} = 0.4m$ pour la FSI et $L_{ML} = 100m$ pour la FGI. Pour un diamètre de coeur de $50\mu m$, les puissances seuil de l'effet sont alors respectivement $4.2kW$ et $14W$.

9.1.3 Bonne qualité de faisceau

La qualité de la conjugaison de phase dépend entre autres du facteur de recouvrement R_{in} entre les modes. On rappelle les résultats du paragraphe 7.2 : dans la configuration de conjugaison de phase, on peut calculer le gain sur chaque mode de fibre constituant l'onde Stokes. Le résultat, dans le cas où tous les modes de l'onde Pompe comportent la même puissance, est donné par l'équation (7.55) :

$$\frac{dP_n^s}{dz} = \underbrace{(-2\sum_i g_{in} + g_{nn})}_{\alpha_n} P^p P_n^s \tag{9.11}$$

avec (7.53) :

$$g_{in} = -\left(\frac{2}{nc\epsilon_0}\frac{3\omega_s^2}{4ic^2}\frac{1}{\beta_n^s}\chi_{\Omega_B}^{(3)} + c.c.\right) R_{in} \tag{9.12}$$

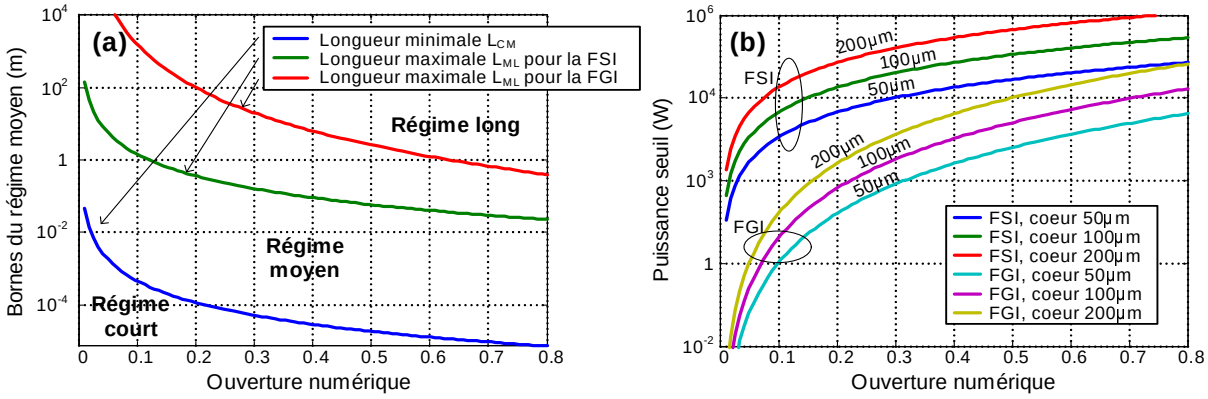


Fig. 9.2 – Longueurs de fibre Brillouin limites et puissances seuil pour le miroir à conjugaison de phase. (a) Longueurs limites du régime de conjugaison de phase (régime moyen) d'après (9.8) à (9.10) pour une FSI et pour une FGI en fonction de leur ouverture numérique. (b) Puissances seuil de l'effet Brillouin à la longueur maximale du régime de conjugaison de phase, en fonction de l'ouverture numérique et pour différentes tailles de coeur.

g_{in} est ici le gain Brillouin de chaque mode i de l'onde Pompe vers le mode n de l'onde Stokes (on a ici $P_i^p = P^p$). La figure 7.13, reproduite en 9.3, montre le gain linéique α_n vu par chaque mode Stokes dans le cas de la FSI et dans le cas de la FGI. Dans le cas de la FSI, l'onde Stokes conjuguée en phase est uniformément amplifiée, tandis que dans le cas de la FGI, seuls les modes d'ordre faible sont amplifiés : la conjugaison ne sera pas de bonne qualité.

D'autres raisons de non conjugaison ont été également étudiées, comme les dégénérescences ou la répartition de l'onde Pompe sur les modes de la fibre. Ces paramètres n'interviennent pas ou peu. Certains paramètres n'ont pas été étudiés, comme la dépolarisation ou la déplétion de l'onde Pompe. Nous nous attendons à un effet négatif de la dépolarisation, et à un effet positif de la déplétion.

9.2 Solutions possibles

9.2.1 La FSI : un excellent miroir à conjugaison de phase en régime impulsionnel

En conclusion des résultats théoriques et expérimentaux, la FSI est un excellent miroir à conjugaison de phase dans le régime de fonctionnement approprié. Sa longueur est limitée à quelques mètres et une puissance crête importante est nécessaire pour déclencher l'effet (de l'ordre de $10kW$). Ce miroir à conjugaison de phase par effet Brillouin dans une FSI ne convient pas pour un faisceau CW.

9.2.2 La FGI : un mauvais miroir à conjugaison de phase

La FGI n'est pas utilisable dans les hypothèses de non mélange de mode et au seuil pour réaliser un miroir à conjugaison de phase en raison des déséquilibres dans les facteurs de recouvrement.

9.2.3 La FGI à mélange de mode réparti

La FGI présente l'immense avantage par rapport à la FSI de ne pas présenter d'aberration chromatique au premier ordre. La longueur limite entre les régimes moyen et long L_{ML} est de

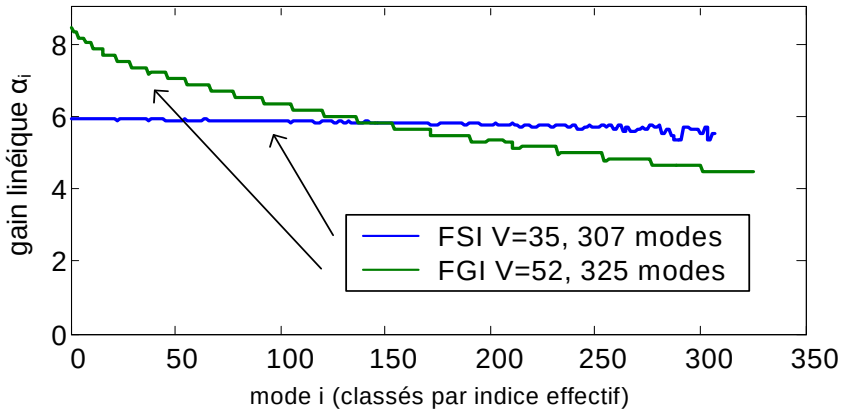


Fig. 9.3 – Gain linéique calculé au seuil pour chaque mode d'une FSI ($V = 35$) ou d'une FGI ($V = 52$) comportant environ 300 modes sur chaque polarisation, dans les hypothèses de bonne conjugaison en phase et d'injection équitable des modes de fibre. Les modes sont triés par indice effectif décroissant (en commençant par les plus proches de l'indice du coeur).

plus de deux ordres de grandeur plus importante que la même longueur limite dans le cas de la FSI. La puissance crête minimale est de ce fait deux ordres de grandeur plus faible et devient utilisable en régime CW. Le problème du facteur de recouvrement entre les modes peut être minimisé par mélange de mode réparti dans la fibre. Aucun mode de fibre n'est alors privilégié sur l'ensemble de la fibre.

La figure 9.4 montre une réalisation possible de cette idée : un mélangeur de mode réalisé sous la forme d'une mâchoire impose une torsion périodique de la fibre, ce qui a pour effet de mélanger les modes (on rappelle (B.45) : $\beta_{lm} \approx k_0 n_c - (2m + l - 1)\sqrt{2\Delta}/(D/2)$

$$\Lambda = \frac{2\pi}{\Delta\beta} = \frac{2\pi(D/2)}{\sqrt{2\Delta}} = \frac{n\pi D}{ON} \tag{9.13}$$

où D est le diamètre du coeur et ON l'ouverture de la fibre. Cette perturbation doit être effectuée un grand nombre de fois lors de l'amplification : la période de perturbation doit être petite devant la longueur totale de la fibre, par exemple à chaque boucle si la fibre est bobinée 100 fois.

Ce mélangeur de mode n'a a priori pas d'effet négatif sur la qualité de la conjugaison car les aberrations qu'il introduit sont corrigées. En revanche, il ne doit pas introduire d'aberrations chromatiques trop importantes pour être corrigées par le miroir à conjugaison de phase par effet Brillouin.

9.2.4 La fibre idéale pour la conjugaison de phase : un mélange « FSGI »

Une autre piste à envisager pour réaliser un miroir à conjugaison de phase par effet Brillouin dans une fibre multimode longue consiste à associer une FSI et une FGI. Les modes transportés par cette fibre idéale seraient espacés comme dans la fibre GI et auraient des figures d'intensité identiques à celles de la fibre SI.

Nous avons mathématiquement fabriqué une telle fibre à partir de la FSI $V = 13$ et de la FGI $V = 19$, qui comprennent toutes les deux une quarantaine de modes (42 et 45). Nous avons pris les 40 modes communs (même LP_{lm}) et prélevé sur la FGI les constantes de propagation et sur la FSI les figures de champ. La fibre résultante ne présente donc ni les problèmes d'aberration chromatique ni les problèmes de facteur de recouvrement. On voit sur les figures 9.5 (voir aussi

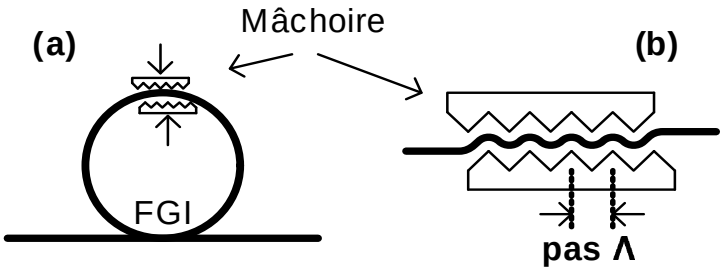


Fig. 9.4 – Schéma de la FGI à mélange de mode réparti. Un mélangeur de mode formé par une mâchoire perturbe la fibre régulièrement afin de moyenner le gain Brillouin. Le pas Λ de la mâchoire est adaptée à l'intermode $\Delta\beta$: $\Lambda = 2\pi/\Delta\beta$. (a) Schéma de la FGI régulièrement perturbée, (b) détail du mélangeur de modes.

figure 7.17)et 9.6 qu'entre $1m$ et $100m$ la fibre présente une bonne conjugaison, pas aussi bonne toutefois qu'en FSI, en raison de la dégénérescence.

Les figures 9.7 et 9.8 présentent les figures de mode en entrée de fibre et les figures de speckle dans la fibre parfaite, comme dans la figure 7.4. La figure 9.7 montre des figures de speckle sont superposés : la conjugaison est de bonne fidélité (95%) et de bonne sélectivité (1.5). Notons que la superposition est légèrement moins nette que dans le cas de la FSI de longueur $0.1m$ (figure 7.4 : fidélité 98% et sélectivité 1.6). Les aberrations chromatiques n'apparaissent pas, contrairement au cas de la FSI de longueur $1.7m$ (figure 7.6 : fidélité 52% et sélectivité 1.5). La figure 9.7 présente le cas d'une fibre parfaite en régime de fibre longue : la conjugaison n'a plus lieu, ni effet de sélection des modes d'ordre faible, comme dans le cas de la FSI. L'ensemble des modes dans le mode propre Brillouin principal est dégénéré (ils ont la même constante de propagation).

Cette fibre idéale combine l'absence d'aberration chromatique de la FGI et l'équilibre des facteurs de recouvrement de la FSI. Ces deux types de fibres ont un profil d'indice qui s'écrit :

$$n(r) = n_c - (n_c - n_g)\left(\frac{r}{R}\right)^{\alpha} \quad \text{pour } r < R \tag{9.14}$$

$$n(r) = n_g \quad \text{pour } r > R \tag{9.15}$$

La FSI correspond à $\alpha = \infty$ et la FGI à $\alpha = 2$. La figure 9.9 montre différents profils d'indice :
- le profil $\alpha = 2$ correspond à la FGI standard, avec laquelle nous avons fait les calculs,
- le profil $\alpha = 2.3$ correspond au profil mesuré sur la fibre que nous avons utilisée lors de nos expériences et
- le profil $\alpha = \infty$ correspond à la FSI.

Enfin, on a représenté deux profils intermédiaires, $\alpha = 4$ et $\alpha = 8$ qui présenteront probablement des propriétés intermédiaires entre la FSI et la FGI :
- des aberrations chromatiques moins importantes que la FSI, c'est à dire une limite L_{ML} plus grande et
- des facteurs de recouvrement plus équilibrés que dans la FGI.

Somme toute, on peut s'attendre à une moins bonne fidélité mais sur une distance plus longue.

Le travail théorique à mener maintenant est le calcul de la répartition du champ et des constantes de propagation des modes que cette fibre peut propager. Ce calcul est fastidieux mais numériquement possible avec un logiciel de calcul des différences finies.

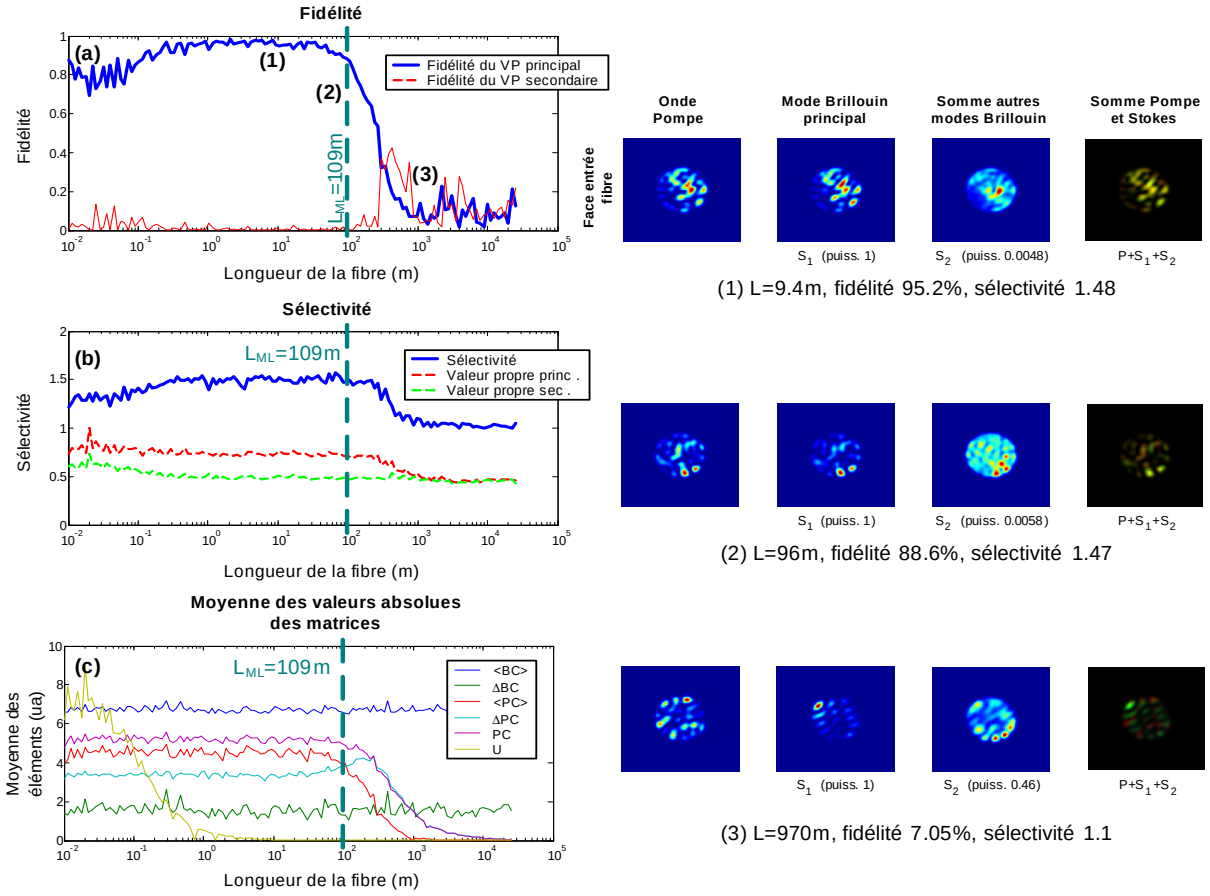


Fig. 9.5 – Simulation de l'effet Brillouin (voir aussi 7.17) dans une fibre parfaite mélange de FSI et FGI. On a tracé à gauche (a) la fidélité des modes propres Brillouin principal et secondaire, (b) la sélectivité ainsi que les valeurs propres principale et secondaire (ua), et (c) les sommes des valeurs absolues des composantes des différentes matrices. A droite, on a détaillé certains points de la courbe (a), numérotés de (1) à (3).

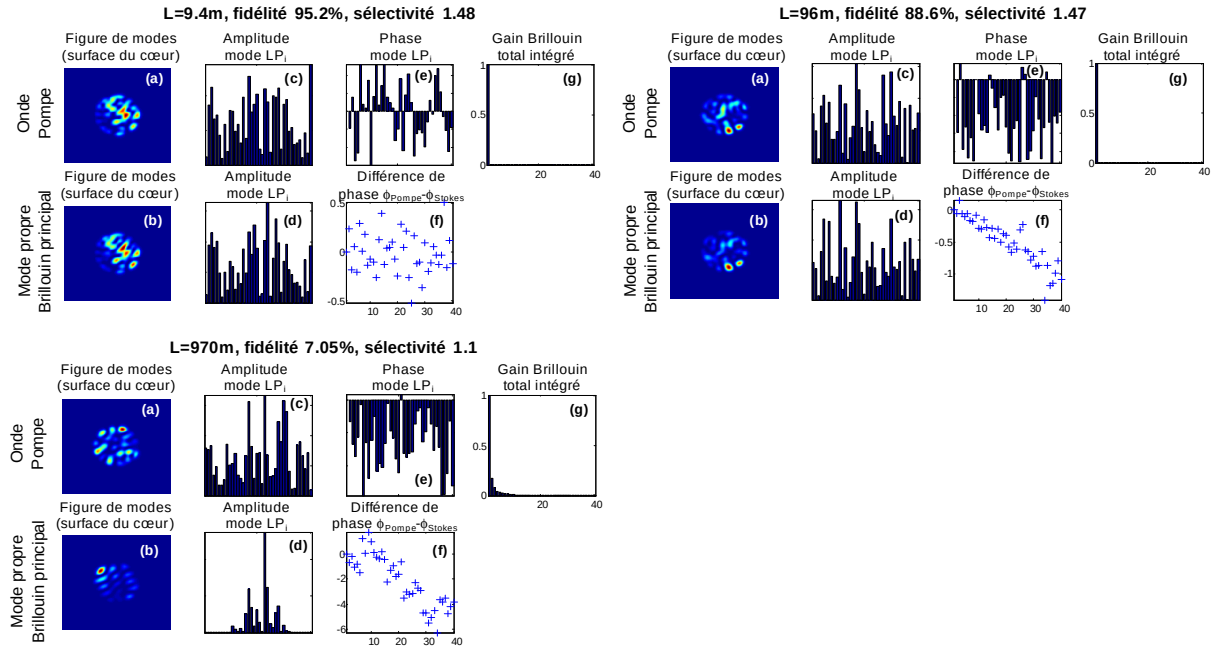


Fig. 9.6 – (voir aussi 7.21) Exemple de conjugaison dans la fibre parfaite. Dans le cas des longueurs de fibre 10 et $100m$, l'intensité des modes de Pompe et Stokes sont proches : il n'y a pas d'effet de sélection des modes faibles comme sur la figure 7.24 (FGI). L'effet de glissement de phase dû aux aberrations n'est visible qu'à partir de $L = 100m$ contre $L = 1.5m$ sur la figure 7.22 (FSI).

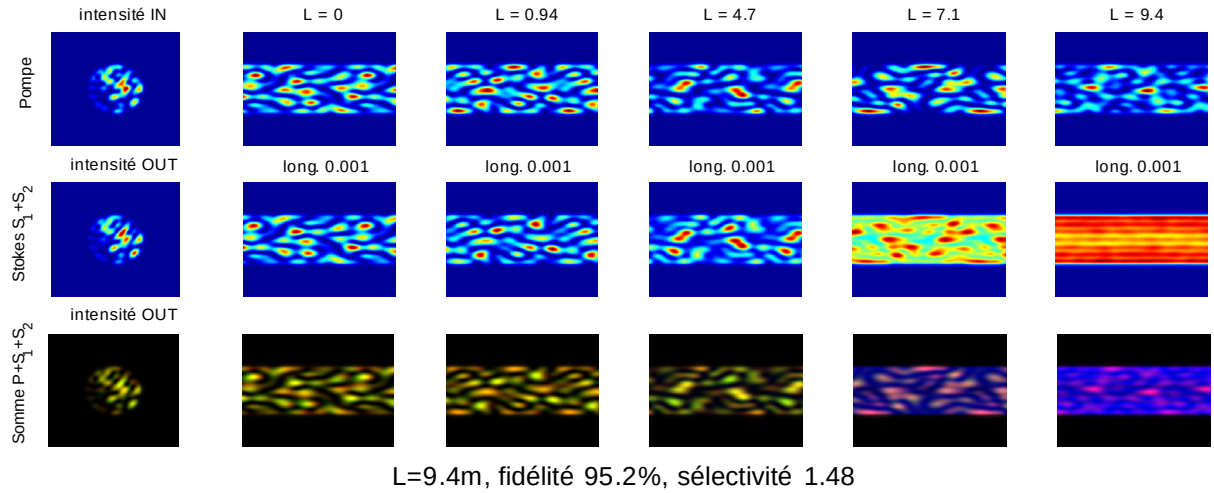


Fig. 9.7 – Figures de mode en entrée de fibre (colonne de gauche) pour l'onde Pompe (ligne supérieure), l'onde Stokes (ligne intermédiaire) et la somme Pompe et Stokes sur trois voies distinctes (ligne inférieure). Les colonnes de droite montrent des coupes des figures de speckle dans la fibre. La simulation est effectuée avec la fibre parfaite pour $L = 9.4m$.

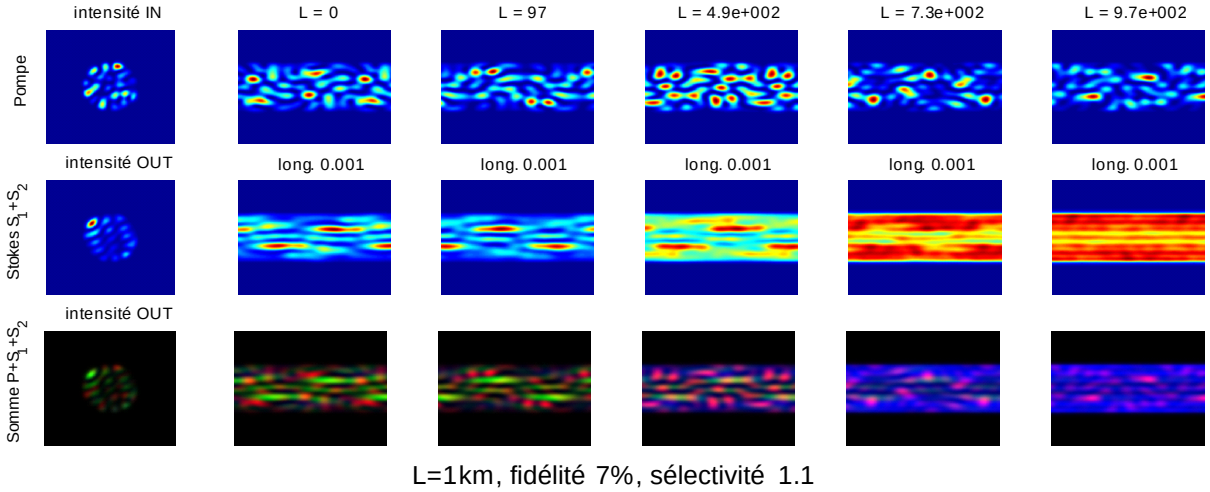


Fig. 9.8 – Figures de mode en entrée de fibre et coupe de speckle dans le cas de la fibre parfaite de longueur $L = 1km$.

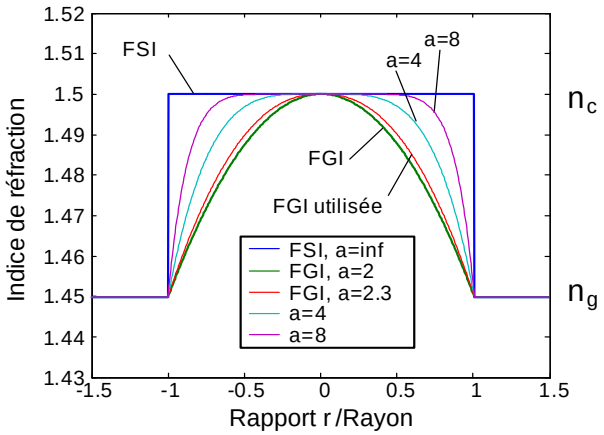


Fig. 9.9 – Profil d'indice de réfraction intermédiaire entre la FSI et la FGI.

Chapitre 10

Configuration MOPA et beam cleanup

On appelle beam cleanup tout effet qui réduit directement le paramètre M^2 d'un faisceau. Afin d'être intéressant, ce beam cleanup se doit d'augmenter la Brillance du faisceau, c'est à dire le rapport P/M^2 où P est la puissance en W du faisceau. La figure 10.1 montre une telle configuration. La boite « beam cleanup » transforme un faisceau dépolarisé multimode spatial en faisceau polarisé monomode spatiale, avec si possible une transmission proche de 100%.

Nous traitons ici de l'effet de beam cleanup par Diffusion Brillouin Stimulée (SBS) dans une fibre. Il y a beam cleanup par effet Brillouin dans une fibre quand le faisceau Stokes est de meilleure qualité que le faisceau pompe. C'est le cas quand le nombre de modes de fibre qui composent l'onde Stokes est plus faible que le nombre de modes qui composent l'onde Pompe. Et il est intéressant quand la puissance de l'onde Stokes se rapproche de la puissance pompe, c'est à dire pour une bonne réflectivité.

Peu de résultats ont été publiés sur le sujet dans les fibres (voir le paragraphe consacré au beam cleanup dans 8.1). Insistons sur la première observation de Bruesselbach en 1993 [Bruesselbach, 1993] qui observe un effet de beam cleanup dans une FSI et une FGI longues, mais peu multimodes ($V = 14.4$ et 4.4 respectivement). Ces résultats ne sont que brièvement cités dans un abstract. D'autres expériences de Rodgers [Rodgers *et al.*, 1999] et de Russel [Russell *et al.*, 2001] tentent de combiner deux lasers dans une fibre faiblement multimode également.

10.1 Effet Brillouin : prévisions vs. résultats 330
10.1.1 Prévisions théoriques 330
10.1.2 Résultats expérimentaux 330

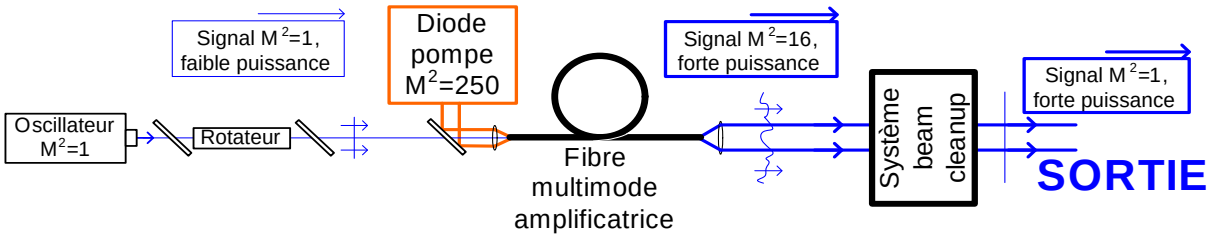


FIG. 10.1 – Configuration de beam cleanup - schéma de principe. L'onde monomode spatiale et polarisée issue de l'oscillateur est amplifiée dans la fibre multimode dopée. L'onde aberrante dépolarisée et amplifiée est ensuite rendue monomode spatiale et polarisée par un système de beam cleanup.

	Régime court	Régime long
FSI	Conjugaison de bonne qualité	Somme incohérente de tous les modes de fibre
FGI	Conjugaison de mauvaise qualité	Somme incohérente des modes d'ordre faible uniquement

Tab. 10.1 – Comportement prévu dans la fibre au seuil de l'effet Brillouin

10.2 Simulation de beam cleanup par effet Brillouin 331
10.2.1 Simulations beam cleanup avec déplétion de l'onde Pompe 331
10.2.2 Simulation du beam cleanup par SBS dans une fibre sans Feedback . . . 333
10.3 Beam cleanup en cavité 338
10.3.1 Seuil en cavité 338
10.3.2 Simulations beam cleanup avec déplétion de l'onde Pompe en cavité Brillouin 339
10.4 Conclusion : beam cleanup par effet Brillouin 341

10.1 Effet Brillouin : prévisions vs. résultats

10.1.1 Prévisions théoriques

La modélisation de l'effet Brillouin dans les fibres nous a permis de distinguer deux régimes de fonctionnement :

- le régime moyen quand la longueur de la fibre Brillouin respecte $L_{CM} < L < L_{ML}$ où a lieu la conjugaison de phase et où les matrices BC et PC participent ;
- le régime long quand $L_{ML} < L$ où seule la matrice BC participe.

Le comportement attendu dans chaque cas dépend de la géométrie de la fibre, en particulier des facteurs de recouvrement et des dégénérescences.

Nous avons été capables de prévoir ces comportements au seuil de l'effet grâce à la formulation matricielle, qui prend comme hypothèse la non déplétion de l'onde Pompe, qui est très importante dans la formulation de la matrice. Ces prévisions sont rappelées sur le tableau 10.1. Elles ne sont valables a priori qu'au seuil, mais d'après l'étude du paragraphe 5.2.4, elles sont aussi valables au dessus du seuil quand il n'y a pas d'absorption importante et que les modes ont un comportement similaire. Ces conditions sont respectées dans le cas de la FSI : on s'attend à ce qu'elles soient valables à plus haute réflectivité. Quand ces conditions ne sont pas respectées comme dans la FGI, une simulation numérique est nécessaire.

10.1.2 Résultats expérimentaux

Les prévisions récapitulées sur le tableau 10.1 se sont avérées vraies avec la FSI : les expériences ont confirmé que la FSI est un bon miroir à conjugaison de phase en régime moyen, que la FSI réfléchit un ensemble incohérent de modes en régime long il et qu'elle est très sensible aux effets de cavité. Nous ne somme pas surpris de constater que les prévisions restent valables au dessus du seuil car dans les deux cas la déplétion de l'onde Pompe est uniforme (tous les modes Pompe sont déplétés de la même manière). Cela a pour conséquence en particulier de ne pas modifier les gains relatifs des modes propres Stokes, au premier ordre.

La FGI a donné des résultats légèrement différents des prévisions. En régime long, elle ne réfléchit que les deux modes LP_{11} complémentaires : c'est visiblement l'effet de la compétition entre les modes propres Brillouin. Nous ne sommes pas étonnés de ces écarts aux prévisions : la

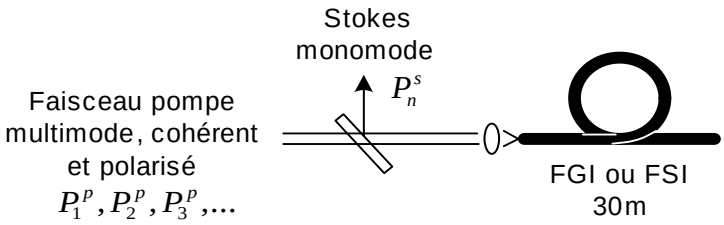


Fig. 10.2 – Configuration de la FGI ou FSI pour la simulation de la déplétion.

réflexion sélective des modes d'ordre faible changent la répartition relatives de modes de Pompe sur la fibre et modifie les gains relatifs intégrés sur la longueur de la fibre. Toujours dans le cas de la FGI longue, les modes réfléchis sont instables en orientation, en polarisation et en puissance relative, ce qui rend l'ensemble inutilisable pour du beam cleanup. En régime moyen, la FGI s'est également avérée être un mauvais miroir à conjugaison de phase : elle ne réfléchit que les modes d'ordre faible, avec une préférence pour les modes asymétriques LP_{11}. Il est possible d'avoir le mode fondamental seul en retour mais le réglage est délicat. La FGI nue en régime moyen n'est pas utilisable comme miroir à conjugaison de phase, ni comme système de beam cleanup.

L'amélioration du système grâce à l'utilisation d'une cavité auto-filtrée permet de favoriser artificiellement le mode fondamental et de réaliser un système de beam cleanup multimode dépolarisé vers monomode polarisé. La FGI devient utilisable pour du beam cleanup. Il est alors utile de tenter, grâce à des simulations, de comprendre ce qu'il se passe dans la fibre au delà du seuil.

10.2 Simulation de beam cleanup par effet Brillouin

Les considérations théoriques des chapitres précédents ne sont pas valables au dessus du seuil. Le calcul numérique précis de tous les paramètres de phase et d'intensité des modes Stokes est impossible sans hypothèse simplificatrice. L'hypothèse prise lors de l'analyse au seuil était la non déplétion de l'onde Pompe. Les résultats expérimentaux nous ont appris qu'au dessus du seuil, dans le cas de la FGI, seuls des modes uniques sont réfléchis. Nous prenons alors l'hypothèse d'un seul mode de fibre réfléchi par effet Brillouin dans la fibre. La figure 10.2 résume cette hypothèse.

10.2.1 Simulations beam cleanup avec déplétion de l'onde Pompe

Dans un chapitre précédent, nous avions calculé l'évolution de la puissance d'un mode Stokes dans le cas d'une fibre sans dégénérescence (7.47) :

$$\frac{dP_n^s}{dz} = \frac{nc\epsilon_0}{2}\frac{3\omega_s^2}{4ic^2}\frac{1}{\beta_n^s}\chi^{(3)}_{\Omega_B}\left(\sum_i R_{in}|c_i^p|^2|c_n^s|^2(z) + \sum_{i\neq n} R_{in}c_i^p c_n^{*p} c_i^s c_n^{*s}(z)e^{i\Delta\beta_{inin}z}\right) + c.c. \quad (10.1)$$

Dans le cas où il y a conjugaison de phase, les puissances doivent vérifier (7.52) et (7.53) :

$$\frac{dP_n^s}{dz} = -2\sum_i g_{in}P_i^p P_n^s + g_{nn}P_n^p P_n^s \quad (10.2)$$

$$g_{in} = -\left(\frac{2}{nc\epsilon_0}\frac{3\omega_s^2}{4ic^2}\frac{1}{\beta_n^s}\chi^{(3)}_{\Omega_B} + c.c.\right)R_{in} \quad (10.3)$$

Dans le cas particulier de la conjugaison d'une onde Pompe équi-répartie sur tous les modes, une condition nécessaire à une bonne conjugaison est l'égalité des gains vus par les différents modes. Nous avons vu que cette condition était réalisée dans une FSI mais pas dans une FGI (voir figure 9.3).

Nous nous plaçons ici dans le cas où un seul mode de fibre n constitue l'onde Stokes. Cela revient à dire que $c_m^s = 0$ pour tout m différent de n. Cela revient aussi à supprimer la matrice PC qui concerne les interactions mutuelles entre les modes de l'onde Stokes. Cette hypothèse ne se formule pas différemment dans le cas d'une fibre moyenne ou longue. L'équation (10.1) se simplifie alors en :

$$\frac{dP_n^s}{dz} = \frac{nc\epsilon_0}{2}\frac{3\omega_s^2}{4ic^2}\frac{1}{\beta_n^s}\chi^{(3)}_{\Omega_B}\sum_i R_{in}|c_i^p|^2|c_n^s|^2(z) + c.c. \tag{10.4}$$

qui se récrit, en terme de puissance,

$$\boxed{\frac{dP_n^s}{dz} = -\sum_i g_{in}P_i^pP_n^s} \tag{10.5}$$

Il faut associer à cette équation la formule d'évolution de l'onde Pompe :

$$\boxed{\frac{dP_i^p}{dz} = -g_{in}P_i^pP_n^s} \tag{10.6}$$

et les conditions aux limites qui sont :

- $P_n^s(L) = 1photon/s$ et
- $P_i^p(0)$ déterminé pour tout i par les conditions de couplage de l'onde Pompe.

Notons que g_{in} n'est pas en m/W comme g_B mais en $1/mW$ car il est définit pour des puissances et non des intensités. Ainsi, il comprend déjà un terme de surface en $1/S$ (par l'intermédiaire de R_{in}). Afin de généraliser nos calculs, nous allons définir des nouvelles variables adimensionnées :

$$Q_n^s(x) = \frac{P_n^s(xL)}{P^p_{n,seuil}} \tag{10.7}$$

$$Q_i^p(x) = \frac{P_i^p(xL)}{P^p_{n,seuil}} \tag{10.8}$$

avec $P^p_{n,seuil}$ la puissance Pompe seuil pour le mode n lorsque tous les modes sont injectés équitablement. L'équation du seuil en puissance est similaire à la version en intensité : $P^p_{n,seuil}L\sum_i g_{in} = 21$.

$$P^p_{n,seuil} = \frac{21}{L\sum_i g_{in}} \tag{10.9}$$

Alors on a $\frac{d}{dx}Q_n^s = \frac{L}{P^p_{n,seuil}}\frac{d}{dx}P_n^s$, et on peut récrire, avec $G_n = \sum_i g_{in}$

$$\frac{dQ_n^s}{dx} = -\frac{21}{G_n}\sum_i g_{in}Q_i^pQ_n^s \tag{10.10}$$

$$\frac{dQ_i^p}{dx} = -\frac{21}{G_n}g_{in}Q_i^pQ_n^s \tag{10.11}$$

et les conditions au limites s'écrivent maintenant :

$$Q_n^s(1) = \frac{1photon/s}{P^p_{n,seuil}} \tag{10.12}$$

$$Q_i^p(0) = \frac{P_i^p(0)}{P^p_{n,seuil}} \tag{10.13}$$

Ces équations sont sans dimension : dès lors que $Q_i^p(0)$ est connu et que les g_{in} relatifs sont connus (ie. la géométrie de la fibre est connue), on connaît le comportement du Brillouin pour toutes les réflectivités relatives à la puissance seuil. Cela n'est pas strictement vrai : l'équation 10.12 qui donne la condition en fin de fibre pour l'onde Stokes n'est pas absolue sous cette forme et dépend du seuil. Le choix de un $photon/s$ est arbitraire peut être remplacé par la convention suivante : le gain au seuil est $G = e^{21}$ et le seuil est défini à une réflectivité de 1%. Au final, la puissance en fin de fibre est $P_n^s(L) = 0.01 \times e^{-21} P^p_{n,seuil} = 8 \cdot 10^{-12} P^p_{n,seuil}$. Ce changement de convention n'a pas d'effet sur les résultats. Nous récrivons dès lors les conditions aux limites, avec $\epsilon = 8 \cdot 10^{-12}$:

$$Q_n^s(1) = \epsilon \tag{10.14}$$

$$Q_i^p(0) = \frac{P_i^p(0)}{P^p_{n,seuil}} \tag{10.15}$$

Connaître les rapport de puissance $\frac{P_i^p(0)}{P^p_{n,seuil}}$ en entrée de fibre et les g_{in} relatifs suffisent maintenant à calculer la répartition des puissances des modes Pompe et du mode Stokes dans la fibre ainsi que la réflectivité et la transmission de chaque mode Pompe. Changer la longueur de fibre ou la puissance totale de Pompe revient alors à changer la valeur de la puissance seuil.

Cette équation est suffisamment simple pour être résolue par une méthode itérative. Elle repose sur le fait qu'un seul mode Stokes revient. Nous avons vu que dans la FGI au seuil, seuls les modes faibles revenaient, avec une préférence pour le mode fondamental. Nous allons voir qu'au dessus du seuil, si on ne considère que des modes uniques, la tendance peut s'inverser en raison de la déplétion de l'onde Pompe.

10.2.2 Simulation du beam cleanup par SBS dans une fibre sans Feedback

Le schéma du système simulé est représenté sur la figure 10.2 : une onde Pompe multimode est (équitablement ou non) répartie sur les modes de la fibre dans laquelle il va y avoir interaction Brillouin. La répartition de puissance des différents modes de l'onde Pompe et du mode Stokes considéré sont régies par le système d'équation (10.10) et (10.11), et les conditions aux limites (10.14) et (10.15). La géométrie de la fibre (FSI ou FGI) définit les valeurs de gain Brillouin g_{in} et les puissances seuil normalisées $P^p_{n,seuil}$. La simulation est menée pour différentes répartitions de l'onde Pompe : d'une part la puissance Pompe totale $\sum_i P_i^p(0)$ est variable et d'autre part la répartition sur les modes de fibre est aléatoire. La phase des modes n'intervient pas.

Un exemple de résultat de la simulation est détaillé sur la figure 10.3. La fibre utilisée ici est une FGI. Sa longueur n'a pas d'importance et ne joue que sur le seuil. Les équations sont résolues pour une répartition en puissance de l'ensemble des modes pompe ainsi que le mode Stokes considéré (ici le mode fondamental LP_{01}). La réflectivité est dans ce cas 17%. L'algorithme utilisé est l'ajustement de la réflectivité par dichotomie afin d'atteindre ϵ pour l'onde Stokes en sortie de fibre.

Nous résolvons cet ensemble d'équation d'une part pour une FGI et d'autre part pour une FSI. Dans chaque cas, on fait varier la puissance totale $\sum_i P_i^p(0)$ de l'onde Pompe en entrée de

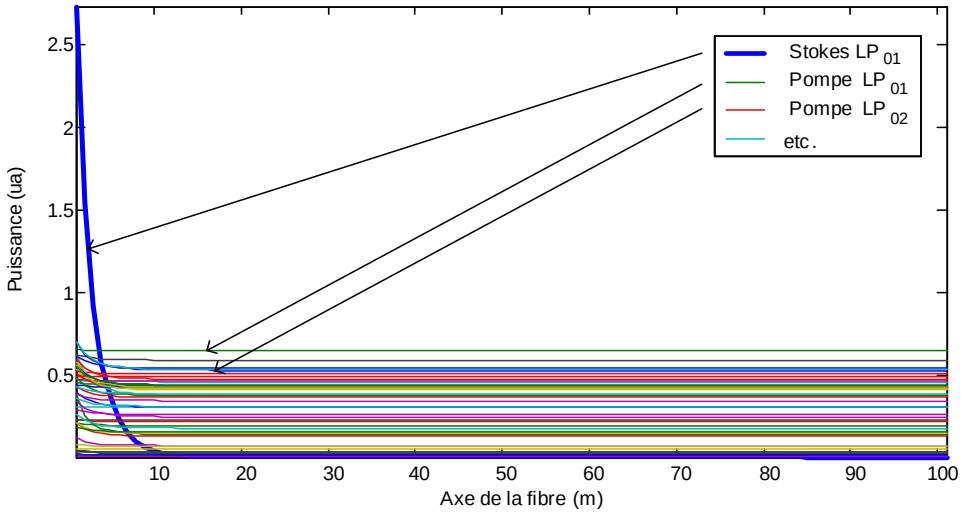


Fig. 10.3 – Répartition des puissances Pompe et Stokes dans une FGI de longueur graduée de 0 à 100 pour une réflectivité $R = 17\%$.

fibre entre les bornes suivantes :

$$\frac{1}{2}\frac{1}{N}\sum_n P^p_{n,seuil} < \sum_i P^p_i(0) < 100\frac{1}{N}\sum_n P^p_{n,seuil} \tag{10.16}$$

où $\frac{1}{N}\sum_n P^p_{n,seuil}$ est le seuil moyen sur les modes Stokes n. On fait varier aussi le mode Stokes n considéré en retour. La FSI utilisée a une fréquence de coupure $V = 13$ et la FGI une fréquence $V = 19$ (une quarantaine de modes dans chaque cas). Les résultats des calculs sont montrés sur les figures 10.4 et 10.5

Résultats des simulations en FSI. La figure 10.4 montre les résultats des calculs faits avec la FSI. Pour chaque point, la répartition de l'onde Pompe sur les modes de la fibre en entrée est aléatoire. La figure (a) montre la puissance seuil $P^p_{n,seuil}$ de chaque mode Stokes n, définie par (10.9) : $P^p_{n,seuil} = \frac{21}{L\sum_i g_{in}}$. Nous savons que dans le cas de la FSI il est homogène, car tous les modes ont un gain Brillouin similaire pour une excitation équitable des modes de Pompe. On peut comparer cette figure à la figure 7.13, qui montre l'amplification de chaque mode Stokes en cas de conjugaison. Elle est tout à fait similaire. La figure (c) montre d'une part la réflectivité de chaque mode Stokes et d'autre part la puissance réfléchie en fonction de la puissance totale de l'onde Pompe (unité : nombre de la puissance au seuil). La réflectivité ($R = Q^s_n(0)/\sum_i Q^p_i(0)$) tend vers 100% pour tous les modes, qui sont relativement bien superposés. Le mode fondamental (le plus intéressant) est représenté en trait gras. Nous constatons qu'il s'agit bien de droites et qu'il n'y a pas de mode privilégié par rapport aux autres. La réflectivité de tous les modes tend vers 100%. Cette information n'était pas évidente, vue la non-linéarité des équations. Les figures (b) et (d) représentent en niveaux de couleur la même courbe de réflectivité en fonction du mode Stokes n considéré (axe X) et de la puissance totale de l'onde Pompe incidente (Axe Y). L'échelle de couleur de (b) est logarithmique et celle de (d) est linéaire. Le seuil est visible sur (b) : la réflectivité de 1% est atteinte à $\log(R = 0.01) = -4.6$, c'est à dire la transition entre la couleur jaune et la couleur rouge sur le graphe. Cette limite est une droite, ce qui confirme la courbe (a). La courbe (e) montre, à puissance de Pompe constante, la réflectivité de chaque mode Stokes. Encore une fois, ces réflectivités sont les mêmes pour tous les modes, aux variations de répartition de l'onde Pompe près.

Résultats des simulations en FGI. La figure 10.5 montre les mêmes résultats dans le cas de la FGI. La courbe de seuil est tout à fait semblable à la figure de gain 7.13 comme dans le cas de la FSI : les modes les plus faibles sont privilégiés, leur seuil étant plus bas. La courbe (b) confirme cette tendance : la ligne des 1% de réflectivité, autour de la couleur jaune, montre un seuil bas pour les modes d'ordre faible. En revanche, un résultat tout à fait étonnant est visible sur la figure (d) : la tendance s'inverse à plus haute réflectivité. Le mode fondamental et les premiers modes sont défavorisés devant les modes plus élevés. La figure (c) montre en particulier que le mode fondamental est fortement défavorisé et tend vers une réflectivité maximale de 85% contre 100% pour des modes plus élevés. Paradoxalement, c'est le mode fondamental qui a le seuil le plus bas. La figure (e) confirme que les gains des modes à puissance de Pompe équivalente sont beaucoup plus dispersés que dans le cas FSI. Cet effet peut être un explication à nos observations expérimentales avec la FGI longue : les modes favorisés dans le cas d'une FGI longue sont les modes LP_{11}, soit 2 et 3 sur ces graphes : bien que le mode fondamental ait un seuil plus bas, la déplétion de l'onde Pompe le défavorise par rapport aux modes plus élevés.

Il y a bien sûr une explication à ce résultat : une étude détaillée des courbes de transmission de chaque mode Pompe montre que les 15% de réflectivités perdus proviennent de facteurs de recouvrement R_{1n} particulièrement faibles pour certains modes n. La figure 10.6 illustre cette affirmation : on a tracé le facteur de recouvrement R_{i1} entre le mode fondamental et le mode élevé i en fonction de i. On constate que dans le cas de la FGI, ce facteur est très modulé : le rapport entre le facteur le plus élevé et le facteur le plus faible est 256. Dans le cas de la FSI, cette modulation n'est que de 6.5. On a aussi représenté quelques figures d'intensité de mode. On rappelle que R_{in} est simplement le produit de ces figures d'intensité. Généralement, les modes en couronne (LP_{n1}) et à deux couronnes (LP_{n2}) ont un mauvais recouvrement avec le monde fondamental. Dans le cas de la FSI au contraire, le mode fondamental est suffisamment large pour avoir un recouvrement non négligeable avec les modes en couronne. Cette modulation n'est pas aussi importante sur les facteurs de recouvrement entre modes plus élevés (R_{i2}, R_{i3},...), qui sont naturellement plus larges que le mode fondamental. Ainsi, à très haute réflectivité (puissance de Pompe à 100 fois la puissance seuil), la réflectivité des modes en couronne sur le mode fondamental n'est que de l'ordre de 20%. Remarquons que ceci est valable quand tous les modes de la fibre sont injectés équitablement et ne se mélangent pas. Dans la réalité, le mélange de modes élevé limite cet effet.

Simulations en excitation non homogène. Des simulations similaires, effectuées avec une répartition de l'onde Pompe non homogène, favorisant par exemple le mode fondamental ou un ordre d'ordre faible, a pour conséquence un faible déséquilibre des réflectivités maximales dans le cas FSI, et un fort déséquilibre dans le cas FGI. Curieusement, le mode Pompe particulièrement injecté n'est pas particulièrement réfléchi. A titre d'exemple, une excitation du mode fondamental dix fois plus importante que la moyenne des autres modes ne déséquilibre que faiblement les courbes de réflectivité de la FSI (2 à 3%) et fortement (jusque 30%) celles de la FGI sans favoriser le mode Stokes fondamental. Ce dernier tend vers une réflectivité de 90% contre 85% dans le cas d'une excitation homogène, donc toujours inférieure aux autres modes.

Conclusion. Nous concluons de ces simulations à haute réflectivité :

- la FSI se comporte comme prévu : tous les modes gardent le même gain et sont réfléchis de manière incohérente,
- la FGI ne se comporte pas de la même manière au seuil et à haute réflectivité : les effets de déséquilibre de facteur de recouvrement limitent la réflectivité des modes d'ordre très faible en l'absence de mélange de mode.

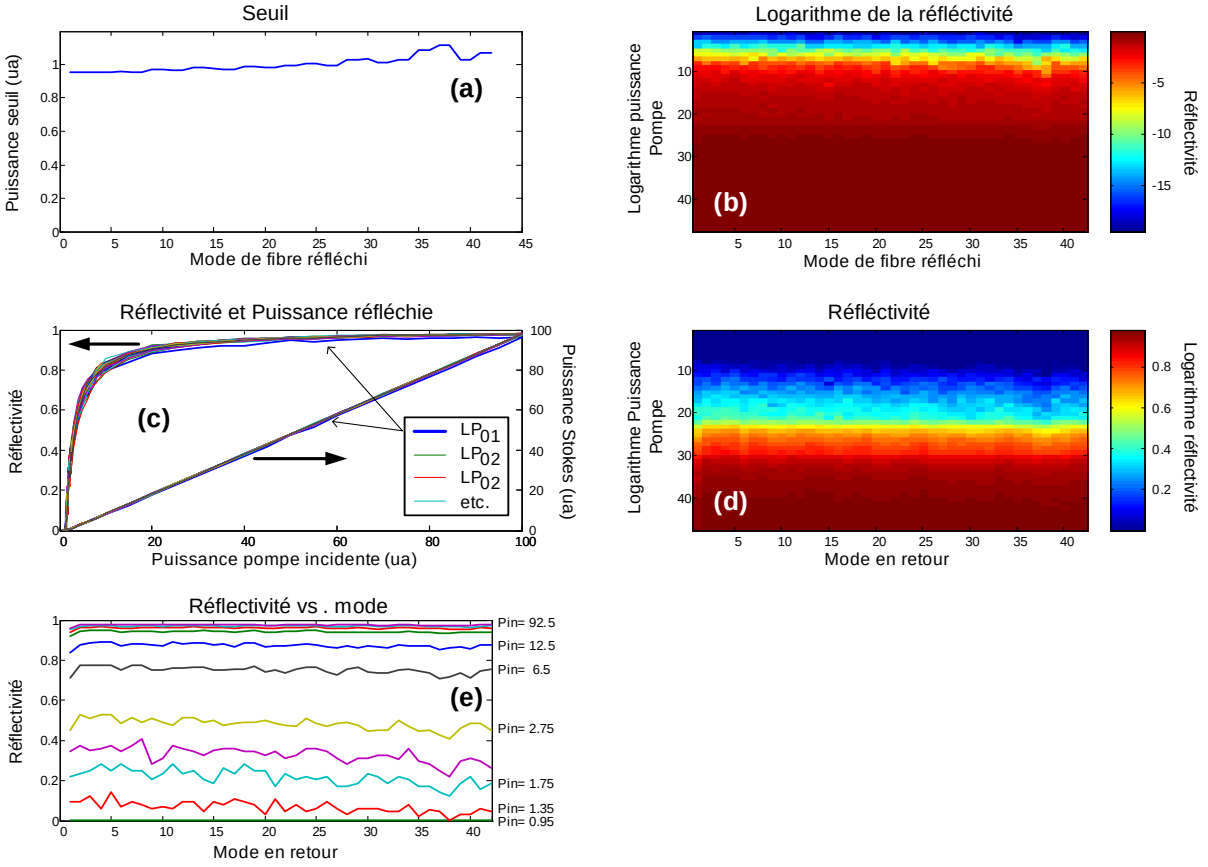


Fig. 10.4 – Simulation de l'effet Brillouin dans l'hypothèse d'une onde Stokes composée d'un unique mode dans une fibre multimode FSI. (a) Seuil relatif $P^{p}_{n,seuil}$ des modes n en retour. Les modes sont classés par constante de propagation. (b) Logarithme de la réflectivité et (d) réflectivité en fonction du mode Stokes n en retour et de la puissance moyenne incidente. (c) Réflectivité (gauche) et Puissance réfléchie (droite) pour les différents modes n en fonction de la puissance incidente. (e) Réflectivité pour différentes puissances de Pompe en fonction du mode n.

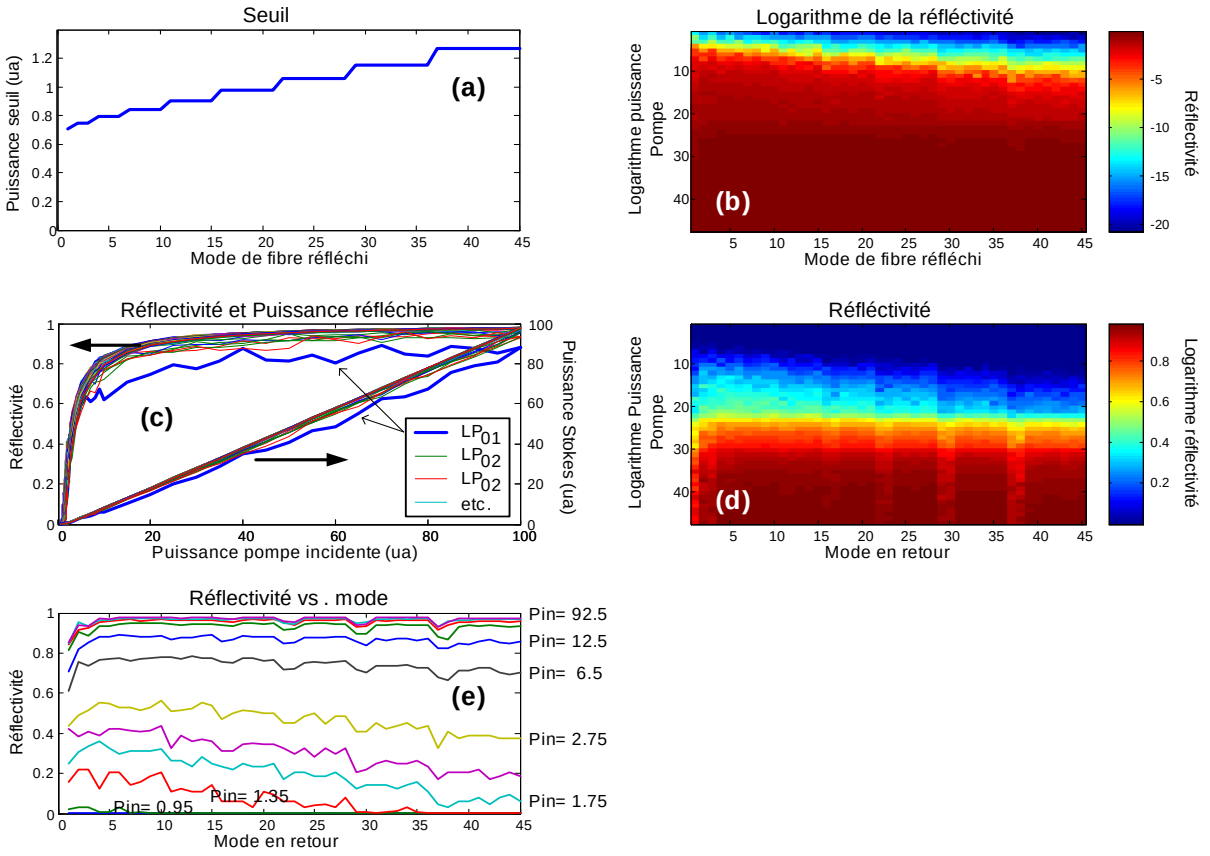


Fig. 10.5 – Idem figure 10.4 avec une FGI

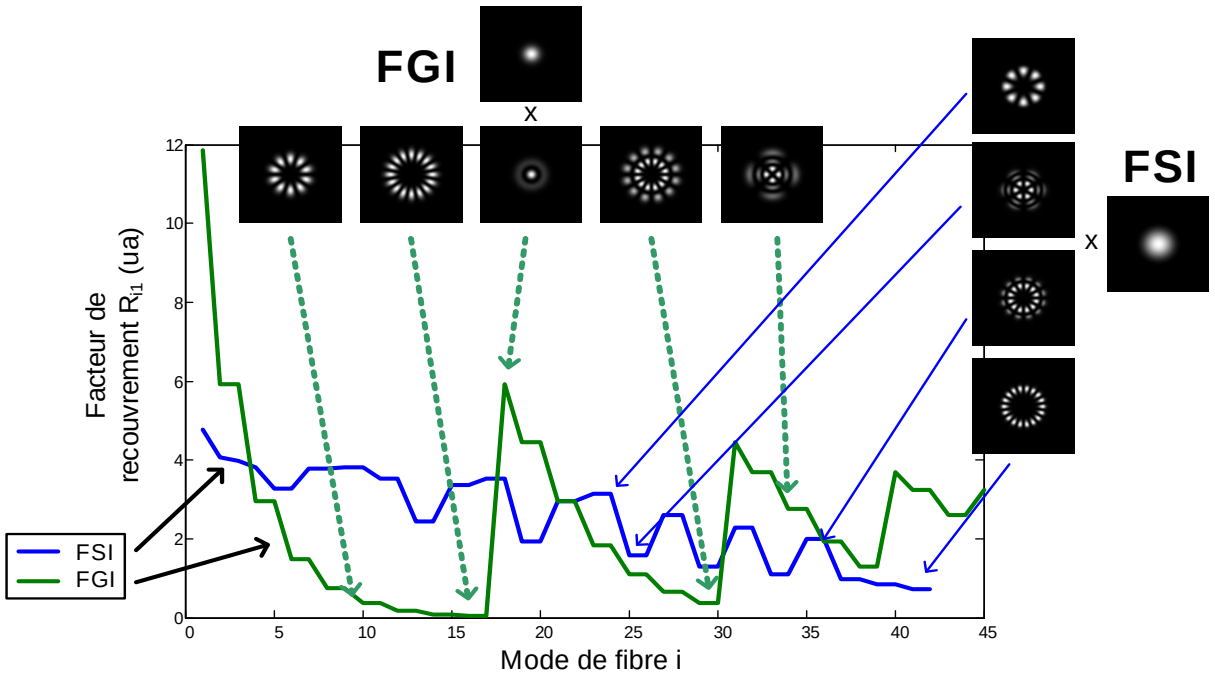


Fig. 10.6 – Facteur de recouvrement R_{i1} du mode i avec le mode fondamental LP_{01} (n=1) dans le cas de la FSI de fréquence $V = 13$ et dans le cas FGI de fréquence $V = 19$.

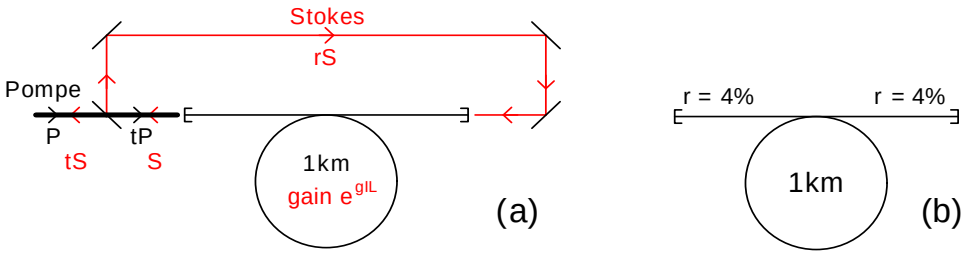


Fig. 10.7 – Configurations simples de cavité Brillouin : (a) cavité en anneau. P : puissance de l'onde Pompe, S : puissance de l'onde Stokes, t : transmission et r : réflectivité du miroir de couplage. On suppose qu'il n'y a pas de perte par couplage ou en espace libre. (b) cavité linéaire (faces de la fibre).

10.3 Beam cleanup en cavité

Nous avons constaté expérimentalement l'effet du bouclage sur la baisse du seuil de l'effet Brillouin : un facteur 2 environ pour une cavité linéaire constituée des faces non traitées de la fibre, et un facteur 4 pour une cavité bouclée (coefficient $\approx 1\%$). Nous tentons ici de modéliser cette baisse de seuil, d'une part, et de modéliser l'influence de la cavité sur le comportement à haute réflectivité, d'autre part.

10.3.1 Seuil en cavité

Dans ce paragraphe, nous quantifions la baisse de seuil par bouclage de l'onde Stokes. On a schématisé sur la figure 10.7 les deux cas de cavité Brillouin : en 10.7a la cavité en anneau et en 10.7b la cavité linéaire. Dans la cavité en anneau, une proportion r de la puissance Stokes S est rebouclée à la fin de la fibre. Ce couplage est réglable par l'opérateur entre 0% et 100%. La puissance Stokes extraite est alors au mieux une proportion $t = 1 - r$ de la puissance Stokes intracavité. Dans la cavité linéaire, ce sont les réflectivités naturelles sur les deux faces qui ferment la cavité. Le coefficient de couplage r est alors imposé, de l'ordre de $(4\%)^2 * 60\% \approx 10^{-3}$ si l'absorption de la fibre est 40%. La transmission t de la cavité est alors $t = 96\%$.

Sans bouclage, un photon de bruit émis à la fin de la fibre voit un gain simple de $G = e^{g_B I_p L_{eff}}$, et le seuil est dépassé quand $G = e^{21}$. Avec bouclage r, et après N passages,le gain vu par le photon est :

$$G = e^{g_B I_p L_{eff}} + r e^{2 g_B I_p L_{eff}} + r^2 e^{3 g_B I_p L_{eff}} + ... + r^N e^{(N+1) g_B I_p L_{eff}} \quad (10.17)$$

$$= \frac{1 - (r e^{g_B I_p L_{eff}})^{N+1}}{1 - r e^{g_B I_p L_{eff}}} e^{g_B I_p L_{eff}} \quad (10.18)$$

Le seuil est atteint quand $G = e^{21}$. Cette équation est résolue numériquement en fonction du coefficient r et pour quelques valeurs du nombre de tours N de l'onde Stokes dans la cavité. La valeur d'intensité Pompe correspondante I_p est montrée sur la figure 10.8a. Elle est exprimée relativement à l'intensité seuil sans cavité. La baisse de seuil intracavité est ainsi un facteur entre 2 et 3 (en fonction de N) pour un couplage $r = 0.1\%$ et entre 2 et 5 pour un couplage $r = 1\%$. En régime QCW, le nombre de tours est limité par la durée d'impulsion (dans nos expériences, $N = 2$ ou 3. En régime CW, le nombre de tours à considérer est infini, on peut prendre ici $N = 1000$. Ces résultats sont compatibles avec les résultats expérimentaux :

- en régime CW, baisse de seuil d'un facteur 2 en cavité linéaire et 4 en cavité bouclée ($r = 1\%$),
- en régime QCW baisse d'un facteur 2 en cavité bouclée ($r = 1\%$, et $N = 2$).

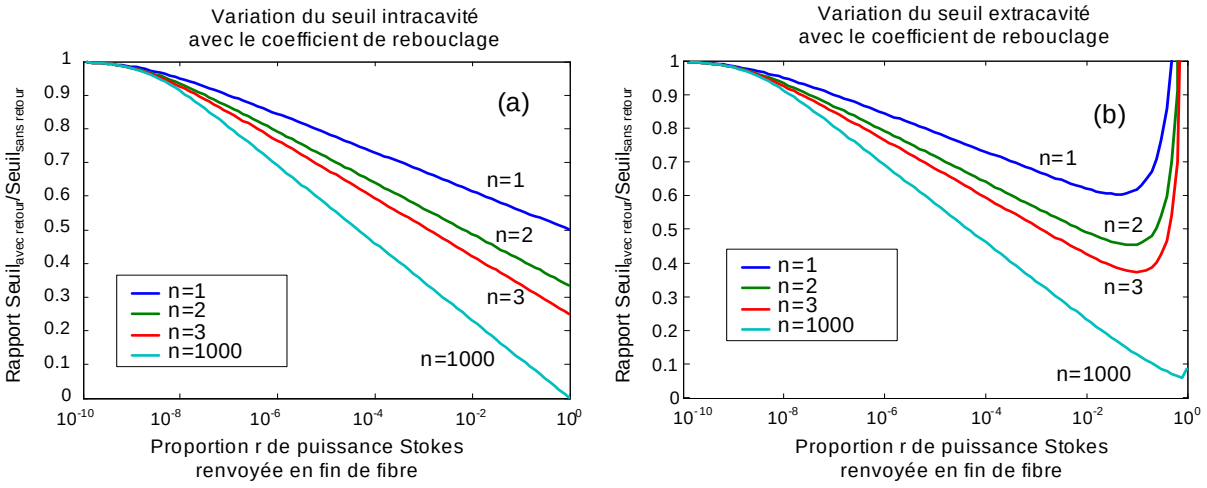


Fig. 10.8 – Variation de la puissance seuil de l'effet Brillouin en fonction du coefficient r de rebouclage, pour différents nombres de tours de la cavité. (a) seuil intracavité, (b) seuil extracavité.

Le seuil extracavité dans cette configuration est $I_p^{extra} = I_p^{intra}/t$. Il est tracé en fonction de $r = 1-t$ sur la courbe 10.8b. Le couplage optimal semble se situer autour de 10% de réflectivité.

Dans le schéma proposé sur la figure 8.95 et reproduit en 10.9, les seuils intracavité et extracavité sont les mêmes et seule puissance extractible dépend du bouclage : plus r est important, plus le seuil est faible, et moins on peut extraire de puissance.

La cavité Brillouin de la figure 10.8a dans le cas du régime de pompage continu, peut aussi être vu comme une cavité laser : le gain est apporté par l'onde Pompe et les pertes correspondent au couplage r. La condition s'écrit alors $gains = pertes$, c'est à dire $r \times G = 1$ avec $G = e^{g_B I_p L_{eff}}$. Cela se récrit simplement

$$I_p = \frac{\log r}{g_B L_{eff}} \tag{10.19}$$

Soit un rapport de seuil en cavité par rapport au seuil hors cavité :

$$= \frac{\log r}{21} \tag{10.20}$$

Cette baisse de seuil en régime continu correspond à la courbe $N = 1000$ de la figure 10.8a, sauf à très faible réflectivité ($r < 10^{-8}$) où l'émission spontanée en fin de fibre devient plus importante que le couplage (r de l'ordre de $e^{-21} \approx 10^{-9}$). Le tableau 10.2 répertorie quelques valeurs de baisse de seuil.

10.3.2 Simulations beam cleanup avec déplétion de l'onde Pompe en cavité Brillouin

La simulation du paragraphe précédent (figure 10.2) calculait la réflectivité de chaque mode de fibre Stokes en l'absence des autres modes Stokes. Le même calcul peut être mené en cavité Brillouin filtrée, où seul le mode fondamental est rebouclé sur lui même avec un coefficient r. Le schéma de cette cavité est montré sur la figure 10.10.

Le but est ici également de déterminer quel mode Stokes présente le gain total le plus important : c'est celui-ci qui sera réfléchi a priori. Les équations de gain (10.10) et (10.11) ne

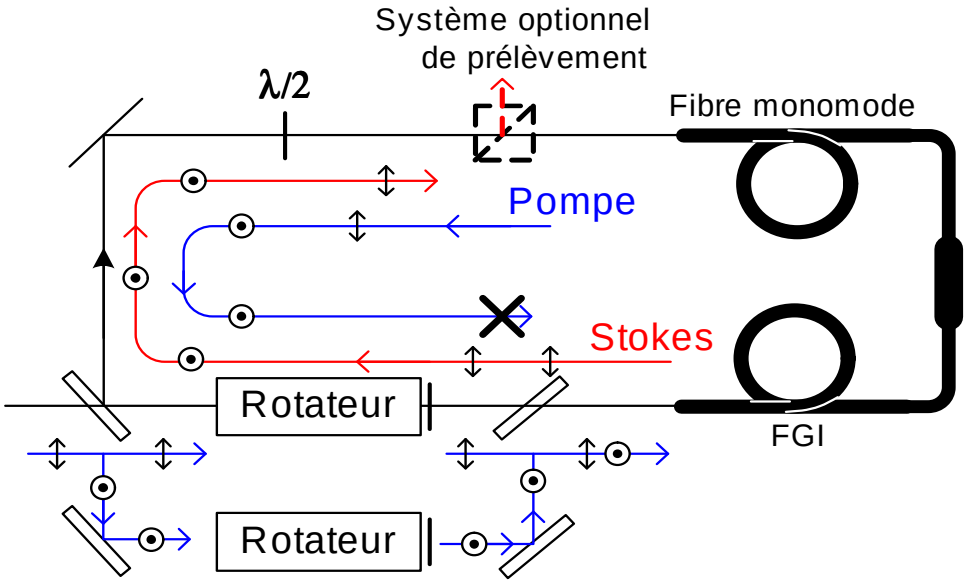


Fig. 10.9 – Schéma optimisé de la cavité Brillouin auto-alignée. Les deux polarisations de l'onde Pompe sont utilisées pour amplifier le mode Stokes fondamental.

Couplage r	Baisse de seuil I_p^{CF}/I_p^{CO}
10^{-6}	1.5
10^{-5}	1.8
10^{-4}	2.3
0.001	3.0
0.01	4.6
0.1	9.5
0.2	13
0.5	30

Tab. 10.2 – Baisse de seuil de l'effet Brillouin pour différents couplages r. I_p^{CO} : Intensité Pompe seuil en cavité ouverte, I_p^{CF} : Intensité Pompe seuil en cavité fermée.

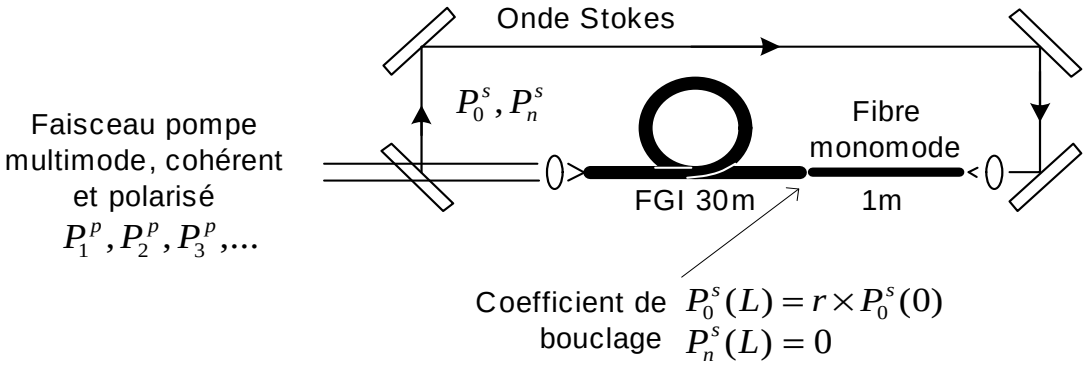


Fig. 10.10 – Simulation de la déplétion dans le cas de la cavité Brillouin auto-filtrée

changent pas par rapport au cas sans cavité :

$$\frac{dQ_n^s}{dx} = -\frac{21}{G_n}\sum_i g_{in} Q_i^p Q_n^s \tag{10.21}$$

$$\frac{dQ_i^p}{dx} = -\frac{21}{G_n} g_{in} Q_i^p Q_n^s \tag{10.22}$$

pour toute onde Stokes n considérée et pour tous les modes i de l'onde Pompe. Il s'agit du cas général d'excitation homogène et on rappelle $G_n = \sum_i g_{in}$. Les conditions aux limites sur les modes i de l'onde Pompe (10.14) ne sont pas modifiées. En revanche, le gain total requis sur les modes Stokes est modifiée pour le mode fondamental bouclé ($n = 1$). En effet, il n'exige plus un gain ϵ mais un gain $G = 1/r$. C'est la condition de seuil du laser Brillouin. Les équations aux limites deviennent :

$$Q_1^s(1) = r \tag{10.23}$$

$$Q_n^s(1) = \epsilon \text{ pour } n \neq 1 \tag{10.24}$$

$$Q_i^p(0) = \frac{P_i^p(0)}{P_{n,seuil}^p} \tag{10.25}$$

Les résultats de ce système d'équation sont montrés sur la figure 10.11. Les réflectivités des modes d'ordre supérieur à 1 sont les mêmes que dans le cas non bouclé. Le maximum de ces réflectivités est tracé en rouge sur les deux courbes. La réflectivité du mode fondamental est tracée pour différents coefficients de couplage, entre 10^{-6} et 0.3. Le mode fondamental n'est privilégié que quand sa réflectivité est supérieure à la réflectivité de tous les autres modes. Il est très net que dans tous les cas de bouclage, le mode fondamental n'est pas favorisé à haute réflectivité, comme dans le cas non bouclé. L'effet principal du bouclage est la diminution nette du seuil du mode fondamental, ce qui lui permet d'être favorisé jusqu'à des valeurs de réflectivité de l'ordre de 60% à 80%. En particulier, dans les cas qui nous intéressent de couplage $r = 0.1\%$ et $r = 1\%$, la réflectivité maximale sur le mode fondamental est environ 70%. Au delà, un mode d'ordre supérieur non couplé sera prépondérant. Rappelons que ces considérations ne sont valables que dans le cas de non mélange de mode. Si les modes en couronne, interagissant peu avec le mode fondamental se répartissent sur les autres modes, un effet de moyennage devrait améliorer la réflectivité maximale sur le mode fondamental.

10.4 Conclusion : beam cleanup par effet Brillouin

En conclusion, l'effet Brillouin dans une FGI semble être bien adaptée au beam cleanup, en raison du déséquilibre des facteurs de recouvrement qui favorise les modes d'ordre faible. Un effet de beam cleanup vers le mode fondamental de la fibre est néanmoins expérimentalement délicat à obtenir, voire impossible en régime de fibre longue. Il est possible de favoriser un retour sur le mode fondamental en bouclant une cavité Brillouin contenant un filtre qui impose des pertes importantes sur les modes d'ordre élevés. Une telle cavité a été proposée, simulée et testée expérimentalement. Les simulations expliquent correctement ces résultats expérimentaux préliminaires, qui ont démontré la conversion de 32% de la puissance crête de $150W$ d'une impulsion de durée $1\mu s$ et de profil fortement multimode vers un faisceau polarisé monomode spatial ($M^2 = 1.3$). Les simulations ont montré qu'au delà d'une certaine réflectivité, de l'ordre de 70%, les modes d'ordre supérieur risquent de devenir prépondérants sur le mode fondamental.

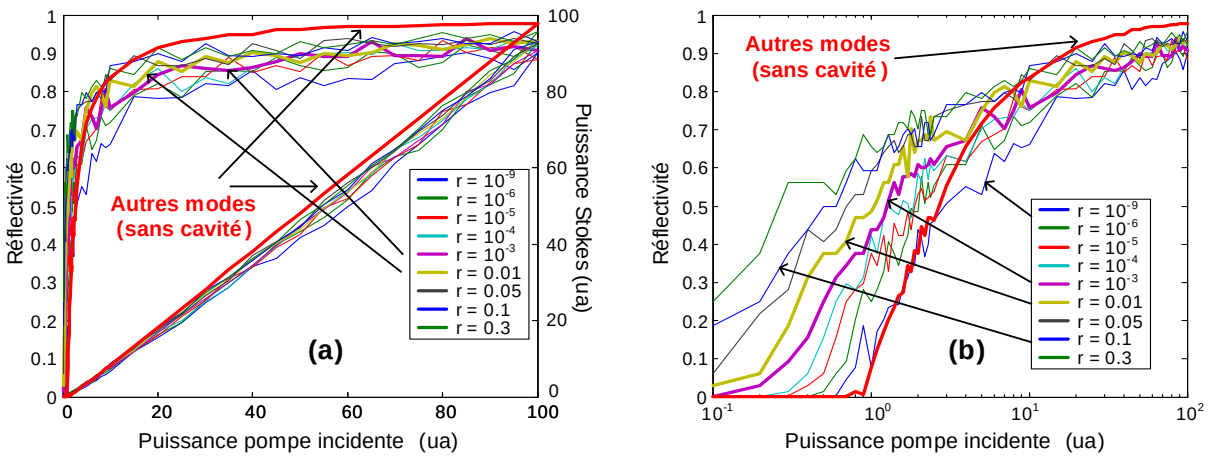


Fig. 10.11 – Résultats de simulation de la déplétion dans le cas de la cavité Brillouin auto-filtrée. (a) Réflectivité du mode fondamental bouclé en fonction de la puissance Pompe incidente, pour différents coefficients de couplage. La réflectivité maximale des modes non bouclée est également représentée en rouge. (b) Même courbe avec l'abscisse en échelle logarithmique.

Chapitre 11

Conclusion générale

L'objet de cette thèse est l'étude de deux systèmes de remise en forme de faisceau après un amplificateur à fibre multimode dopée ytterbium et pompée par diodes : l'effet de Beam cleanup par mélange à deux ondes dans un cristal photoréfractif et l'effet de beam cleanup ou de conjugaison de phase par diffusion Brillouin stimulée dans une fibre multimode.

Amplificateur à fibre multimode

Dans un premier temps, l'amplificateur à fibre multimode double coeur dopée ytterbium et pompée par diodes de haute puissance a été réalisé. Des puissances de pompage de $300W$ et de signal avant amplification de $0.5W$ étaient disponibles. L'utilisation d'une puissance si importante requiert des précautions particulières et des solutions technologiques ont été mises en place (montage de refroidissement de l'ensemble de la fibre et polissage avec un angle de 15^o). Ainsi, l'onde signal amplifié a atteint une puissance de $96W$ à une puissance de pompe de $260W$, correspondant à un rendement net de 37%. Le front d'onde est alors dépolarisé et de qualité de faisceau de l'ordre de $M^2 = 10$.

Beam cleanup par mélange à deux ondes dans un cristal photoréfractif

La configuration de beam cleanup par mélange à deux ondes dans un cristal photoréfractif a ensuite été réalisée. Le cristal de Rh :$BaTiO_3$ à notre disposition a été caractérisé, avec en particulier un gain linéique photoréfractif de $\Gamma = 24.6cm^{-1}$. Par ailleurs, des temps caractéristiques de fluctuations de phase dans la fibre amplificatrice multimode de premier ordre ($\approx 1s$) et d'ordre supérieur ($\approx 20min$) ont été évaluées, mettant en évidence la nécessité d'introduire une boucle de compensation des fluctuations de premier ordre. Deux montages actifs ont ainsi été réalisés :

- Boucle de compensation du déphasage par mesure directe. Le système est complètement numérique (détection de la phase des franges par caméra, boucle PI codée, CNA pour l'application de la tension), ce qui limite sa vitesse de traitement à environ $10Hz$ et introduit un bruit important.
- Boucle de compensation du déphasage par mesure indirecte (optimisation de la puissance en sortie d'amplificateur). Cette solution est complètement analogique et repose sur une perturbation de la phase autour d'une moyenne. Cette moyenne est stabilisée en annulant l'effet de la perturbation sur la puissance diffractée. Cette méthode est plus rapide et moins bruitée que la précédente.

Afin d'éviter le système de compensation de phase, une importante amélioration du système a alors été proposée et mise en place : le *beam cleanup par mélange à deux ondes auto-référencé dans un cristal photoréfractif*. Cette configuration est insensible aux fluctuations de phase du

premier ordre. Le faisceau de référence est efficacement prélevé sur le faisceau multimode amplifié avec un miroir point. Le recyclage de la polarisation orthogonale est également mise en place. Grâce à cette configuration, la conversion d'un faisceau multimode dépolarisé de puissance $18W$ et de qualité $M^2 = 7.4$ a été converti en un faisceau monomode spatial linéairement polarisé de puissance $11.6W$ et de qualité $M^2 = 1.2$. Une efficacité de conversion brute dans le cristal de 78% et une efficacité nette entre la puissance du faisceau mutlimode et du faisceau converti de 63% ont été obtenus. Ces résultats ont été publiés dans [Lombard *et al.*, 2004]. Le schéma de beam cleanup par mélange à deux ondes auto-référencé (self referencing two wave mixing beam cleanup) a par ailleurs fait l'objet d'une demande de brevet.

La configuration finale est un convertisseur de mode spatial multimode vers monomode. Il peut a priori convertir n'importe quel faisceau multimode spatial, dépolarisé, cohérent et stable dans le temps (pour la position du miroir point) vers un faisceau monomode spatial et linéairement polarisé avec une efficacité de l'ordre de 63%. Le paramètre M^2 acceptable pour l'onde à convertir n'est limitée que par la taille et l'acceptance angulaire du cristal, c'est à dire M^2 de l'ordre de 1000.

Des effets de vieillissement ont été constatés sur les cristaux que nous avons testés, qui se traduisent par des zones d'inversion de domaines photoréfractifs (gain inversé) ou apparitions de franges d'inhomogénéité de gain et d'indice. Certains de ces défauts ont pu être temporairement annulés avec une illumination de l'ensemble du cristal de quelques heures avec une puissance de l'ordre de quelques centaines de milliwatts à une longueur d'onde de $532nm$. Ces observations sont compatibles avec des observations reportés dans la littérature. Des expériences préliminaires avec un cristal Co :$BaTiO_3$ se sont révélées encourageantes.

Conjugaison de phase et beam cleanup par diffusion Brillouin stimulée dans une fibre multimode

La réalisation expérimentale du miroir à conjugaison de phase par diffusion Brillouin stimulée dans une fibre longue après notre amplificateur multimode s'est révélée impossible. Cela nous a amenés à chercher une explication théorique. Nous avons alors développé un modèle original de la conjugaison de phase par effet Brillouin dans une fibre multimode.

Modèle de la conjugaison de phase par SBS. L'écriture des équations de l'effet Brillouin dans une fibre optique dans le cas général et sous les hypothèses de :

- non mélange des modes,
- champs électriques scalaires, et
- d'enveloppe lentement variable

permet d'obtenir une équation d'évolution des coefficients des modes Stokes. Avec l'hypothèse supplémentaire du seuil de l'effet Brillouin, cette équation se simplifie et s'écrit sous la forme d'un système linéaire d'équations pour lequel Hellwarth propose en 1978 une méthode de développement que nous reprenons en partie. Après un tri des termes selon leur rôle physique, nous parvenons à une bonne compréhension de cet effet et il est possible de répertorier les paramètres essentiels. Un développement analytique de la perturbation de la fidélité, accompagné d'une interprétation physique des paramètres choisis pour leur importance, nous mènes à déterminer les situations optimales de conjugaison de phase. Ainsi nous introduisons les trois régimes de longueur de fibre, la nécessité de l'homogénéité des recouvrements des modes, les configurations compatibles de l'injection de l'onde Pompe,... Les grandes conclusions de cette analyse théorique sont :

- d'une part que la fibre à saut d'indice présente une conjugaison de phase de bonne qualité en régime de longueur moyenne, c'est à dire généralement de longueur limitée à quelques

mètres,
– et d'autre part la fibre à gradient d'indice ne peut pas réaliser de conjugaison de bonne qualité car elle favorise les modes d'ordre faible.

Expériences. De nombreuses configurations sont expérimentalement testées et confrontées aux prévisions du modèle avec un excellent accord. Aucun résultat expérimental ne contredit les résultats du modèle. Seules les mesures spectrales restent étonnantes et leur compréhension n'est pas encore complète. Les raisons d'élargissement du spectre Brillouin est encore à l'origine de débats dans la communauté de l'effet Brillouin.

Conclusion : conjugaison de phase par SBS dans une fibre. D'après ces résultats, l'obtention d'un comportement de conjugaison de phase par diffusion Brillouin stimulée dans une fibre multimode nécessite une fibre à saut d'indice courte, et donc un régime impulsionnel car les puissances seuil dépassent alors le kilowatt.

Modèle du beam cleanup par SBS. En revanche, la théorie et l'expérience montrent qu'il est possible d'obtenir un comportement de beam cleanup en particulier dans les fibres à gradient d'indice. Néanmoins, le mode de fibre Stokes qui est sélectionné n'est pas le mode fondamental LP_{01} attendu d'après ce modèle. Un modèle adapté à l'analyse de l'effet de beam cleanup par diffusion Brillouin stimulée au delà du seuil a été réalisé. Pour cela, d'autres hypothèses simplificatrices remplacent celle du seuil dans le modèle précédent. Ce nouveau modèle permet de comprendre le retour observé expérimentalement sur un mode LP_{11} et non LP_{01} en raison d'une baisse de gain avec déplétion de l'onde Pompe.

Conclusion : beam cleanup en cavité Brillouin filtrée et auto-alignée. Un schéma original de cavité Brillouin filtrée permettant de rattraper cette baisse de gain est proposée, modélisée et testée. De plus, une astuce technique de réalisation d'un filtre auto-aligné par soudage d'une fibre monomode à la fibre multimode à gradient d'indice permet de réaliser une telle cavité Brillouin filtrée automatiquement et des résultats très prometteurs sont obtenus : conversion d'un faisceau linéairement polarisé multimode issu de l'amplificateur en un faisceau de paramètre $M^2 = 1.3$ avec une réflectivité de 32%. Un schéma amélioré contenant un système de recyclage de la polarisation a été proposé également. Il doit permettre théoriquement de convertir un faisceau multimode, dépolarisé et cohérent en un faisceau monomode, polarisé et cohérent. En revanche, la modélisation de cette cavité Brillouin prévoit une réflectivité vers le mode fondamental limitée à 70% et une reflectivité sur des modes plus élevés au-delà. Une demande de brevet a été déposée sur ce système.

Perspectives

Beam cleanup par mélange à deux ondes dans un cristal photoréfractif. Cette technique s'est révélée très efficace et a montré ses limites au niveau du vieillissement du cristal. D'autres cristaux avec des dopages éventuellement différents doivent être considérés dans le même schéma. Un miniaturisation du système est également à envisager.

Conjugaison de phase dans un cristal photoréfractif. Elle n'a pas été testé dans le cadre de cette thèse, mais devrait fonctionner sans être limitée par les vitesses de fluctuation thermique d'après nos observations. Il est à noter que la puissance vue par le cristal dans ce cas est bien plus faible que dans le cas du beam cleanup, ce qui implique une plus grande durée de vie du cristal.

Conjugaison de phase par effet Brillouin dans une fibre multimode. La conjugaison de phase par SBS dans une fibre multimode est impossible sans atteindre des puissances continues de l'ordre de quelques kilowatts. Une investigation expérimentale et théorique peut être néanmoins effectuée dans le cas spécifique de la conjugaison de faisceaux très faiblement multimodes dans des FGI, comme dans les expériences de Kovalev [Kovalev et Harrison, 2004] qui semblent fonctionner en partie. En ce qui concerne les faisceaux très multimodes, nous avons proposé l'utilisation d'une fibre gradient d'indice à mélange de modes réparti. Cette solution, simple à mettre en oeuvre, mériterait d'être testée. Nous avons aussi suggéré l'utilisation d'une fibre de profil intermédiaire entre le gradient et le saut d'indice. Un calcul de répartitions d'intensité et des constantes de propagation des modes doit alors être mené afin de mesurer les critères de sélectivité et de fidélité de la conjugaison que l'on pourrait théoriquement atteindre avec ce nouveau profil.

Beam cleanup par effet Brillouin dans une fibre multimode. La solution de beam cleanup en *cavité Brillouin filtrée et auto-alignée* semble être la solution la plus prometteuse : elle est simple à fabriquer, simple à aligner et ne nécessite pas de fibre spéciale. Avec le recyclage de la polarisation et l'utilisation d'un circulateur multimode, on propose un schéma « tout fibré » de dispositif de beam cleanup qui prend n'importe quel faisceau dépolarisé multimode cohérent continu et réfléchi un faisceau polarisé monomode cohérent. Une largeur de spectre similaire à la largeur Brillouin, c'est à dire $20MHz$ est suffisante, mais il est possible que le système soit utilisable avec des spectres plus larges voire plusieurs lasers indépendants.

Annexe A

Conventions Électromagnétiques, équations de base

Nous nous plaçons dans le système d'unité SI ou MKS. Les vecteurs seront représentés par un vecteur $\vec{\mathcal{E}}$. Nous considérons un milieu *diélectrique, non magnétique, homogène et isotrope*. Il est aussi *non linéaire*. Nous nous plaçons dans le cadre général ou les champs dépendent de toutes les coordonnées ($\vec{\mathcal{E}} = \vec{\mathcal{E}}(\vec{r}, t)$). Les notations utilisées pour les champs sont décrites dans la table A.1. Les champs sont pour le moment tous réels. Nous introduirons une notation complexe par la suite.

$\mathcal{E}$	Champ Electrique	V/m
$\mathcal{D}$	Densité de flux électrique	C/m^2
$\mathcal{P}$	Densité de polarisation électrique	C/m^2
$\mathcal{H}$	Champ magnétique	A/m^2
$\mathcal{B}$	Densité de flux magnétique	W/m^2

Tab. A.1 – Notations des Champs

A.1 Résumé des notations

- $\vec{\mathcal{E}}(\vec{r}, t)$: vecteur réel champ électrique. dépend de la position $\vec{r}$ et du temps t. Le vecteur se décompose sur la base orthonormée $(\widehat{x}, \widehat{y}, \widehat{z})$: $\vec{\mathcal{E}}(\vec{r}, t) = \mathcal{E}_x(\vec{r}, t)\widehat{x} + \mathcal{E}_y(\vec{r}, t)\widehat{y} + \mathcal{E}_z(\vec{r}, t)\widehat{z}$
- $\vec{\mathcal{E}}_x^{\vec{k},\omega}(\vec{r}, t)$: onde plane progressive monochromatique, de vecteur d'onde $\vec{k}$ et de pulsation ω polarisée selon $\widehat{x}$.
- $\mathcal{E}_x^{\vec{k},\omega}$: Enveloppe constante de l'onde précédente $\vec{\mathcal{E}}_x^{\vec{k},\omega}(\vec{r}, t) = \mathcal{E}_x^{\vec{k},\omega} cos(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t + \phi)\widehat{x}$
- $\widetilde{\mathcal{E}}_x^{\vec{k},\omega}(\vec{r}, t)$: Enveloppe lentement variable de l'onde précédente $\vec{\mathcal{E}}_x^{\vec{k},\omega}(\vec{r}, t) = \widetilde{\mathcal{E}}_x^{\vec{k},\omega}(\vec{r}, t) cos(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t + \phi)\widehat{x}$. L'enveloppe lentement variable permet de faire des approximation décrites dans un chapitre plus loin.
- $\vec{E}_x^{\vec{k},\omega}(\vec{r}, t)$: Notation complexe de l'onde précédente $\vec{E}_x^{\vec{k},\omega}(\vec{r}, t) = \widetilde{E}_x^{\vec{k},\omega}(\vec{r}, t) e^{i(\vec{k}\cdot\vec{r} - \omega t)}\widehat{x}$. On a : $\vec{\mathcal{E}}_x^{\vec{k},\omega}(\vec{r}, t) = \frac{1}{2}\left(\vec{E}_x^{\vec{k},\omega}(\vec{r}, t) + cc.\right)$ et $\widetilde{E}_x^{\vec{k},\omega}(\vec{r}, t) = \widetilde{\mathcal{E}}_x^{\vec{k},\omega}(\vec{r}, t) e^{i\phi}$.
- La décomposition en ondes planes s'écrit autant en formulation complexe qu'en réel : $\vec{\mathcal{E}}_x(\vec{r}, t) = \sum_{\vec{k}_1}^{\vec{k}_N} \sum_{\omega_1}^{\omega_N} \vec{\mathcal{E}}_x^{\vec{k},\omega}(\vec{r}, t)$, $\vec{E}_x(\vec{r}, t) = \sum_{\vec{k}_1}^{\vec{k}_N} \sum_{\omega_1}^{\omega_N} \vec{E}_x^{\vec{k},\omega}(\vec{r}, t)$ avec toujours $\vec{\mathcal{E}}_x(\vec{r}, t) = \frac{1}{2}\left(\vec{E}_x(\vec{r}, t) + cc.\right)$
- Lorsque nous supposerons que la décomposition ne se fait que selon le vecteur $\vec{k}$ (cas

des modes dans la fibre), nous noterons $\vec{\mathcal{E}}_x^{\omega}(\vec{r},t) = \sum_{\vec{k}_1}^{\vec{k}_N} \vec{\mathcal{E}}_x^{\vec{k}}(\vec{r},t)$. Dans la version complexe, nous pourrons factoriser $e^{-i\omega t}$: $\vec{E}_x^{\omega}(\vec{r},t) = \sum_{\vec{k}_1}^{\vec{k}_N} \vec{E}_x^{\vec{k}}(\vec{r},t) = \sum_{\vec{k}_1}^{\vec{k}_N} \widetilde{E}_x^{\vec{k}}(\vec{r},t)e^{i(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t)}\widehat{x}$ $= \left(\sum_{\vec{k}_1}^{\vec{k}_N} \widetilde{E}_x^{\vec{k}}(\vec{r},t)e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}}\widehat{x}\right) e^{-i\omega t} = \vec{\mathbf{E}}(\vec{r})e^{-i\omega t}$

– Les exposants $\vec{k}$ et ω qui rappellent que l'on est dans le cadre de la décomposition en ondes planes progressives monochromatiques seront omis assez vite.

A.2 Équations de base pour un milieu diélectrique non-linéaire

A.2.1 Équations de Maxwell

Les équations de Maxwell s'écrivent dans un milieu non conducteur, sans source, homogène et isotrope :

$$\nabla \times \vec{\mathcal{H}} = \frac{\partial \vec{\mathcal{D}}}{\partial t} \tag{A.1}$$

$$\nabla \cdot \vec{\mathcal{D}} = 0 \tag{A.2}$$

$$\nabla \times \vec{\mathcal{E}} = -\frac{\partial \vec{\mathcal{B}}}{\partial t} \tag{A.3}$$

$$\nabla \cdot \vec{\mathcal{H}} = 0 \tag{A.4}$$

où l'opérateur nabla ∇ (sans doute de l'hébreu nêbel = harpe) s'écrit $\nabla = \frac{\partial}{\partial x}\widehat{x} + \frac{\partial}{\partial y}\widehat{y} + \frac{\partial}{\partial z}\widehat{z}$.

A.2.2 Excitation du milieu

Le milieu est considéré non magnétique. Les équations suivantes viennent traduire l'excitation du milieu.

$$\vec{\mathcal{B}} = \mu_0 \vec{\mathcal{H}} \tag{A.5}$$

$$\vec{\mathcal{D}} = \epsilon_0 \vec{\mathcal{E}} + \vec{\mathcal{P}} \tag{A.6}$$

Avec $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} H/m$ la permittivité magnétique du vide et $\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} F/m$ la permittivité électrique du vide. De plus, on a $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$ et $F = C/V$. L'équation (A.5) signifie que le milieu est non magnétique. L'équation (A.6) indique que le champ électrique à considérer est la somme du champ électrique appliqué $\vec{\mathcal{E}}$ et du champ $\vec{\mathcal{P}}$ rayonné par les molécules mises en mouvement par $\vec{\mathcal{E}}$. De manière générale (sauf anisotropie), on écrit

$$\vec{\mathcal{P}} = \epsilon_0 \chi(\mathcal{E}) \vec{\mathcal{E}} \tag{A.7}$$

χ dépend en général très faiblement de $\mathcal{E}$ et on peut développer cette dépendance de la manière suivante

$$\vec{\mathcal{P}}_x = \epsilon_0 \left(\chi^{(1)} + \chi^{(2)}\mathcal{E} + \chi^{(3)}\mathcal{E}^2 + ...\right) \cdot \vec{\mathcal{E}}_x \tag{A.8}$$

ce qui est équivalent à

$$\vec{\mathcal{P}}_x = \underbrace{\epsilon_0 \chi^{(1)} \mathcal{E}_x \widehat{x}}_{\text{Partie linéaire } \vec{\mathcal{P}}_{L,x}} + \underbrace{\epsilon_0 \chi^{(2)} \mathcal{E}_x^2 \widehat{x} + \epsilon_0 \chi^{(3)} \mathcal{E}_x^3 \widehat{x} + ...}_{\text{Partie non linéaire } \vec{\mathcal{P}}_{NL,x}} \tag{A.9}$$

Par exemple, si le milieu est linéaire, la densité de polarisation est simplement proportionnelle au champ appliqué.

$$\vec{\mathcal{P}} = \epsilon_0 \chi^{(1)} \vec{\mathcal{E}} \tag{A.10}$$

Le champ $\vec{\mathcal{P}}$ rayonné est à l'origine de l'indice de réfraction $n = \sqrt{1+\chi^{(1)}}$. On écrit aussi :

$$\vec{\mathcal{D}} = \epsilon\vec{\mathcal{E}} = \epsilon_0(1+\chi^{(1)})\vec{\mathcal{E}} = \epsilon_0 n^2 \vec{\mathcal{E}} \tag{A.11}$$

A.2.3 Équations de Propagation

La combinaison des équations (A.4) à (A.9) impliquent sur le champ $\vec{\mathcal{E}}$

$$\nabla^2\vec{\mathcal{E}}(\vec{r},t) - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\vec{\mathcal{E}}(\vec{r},t) = \mu_0\frac{\partial^2}{\partial t^2}\vec{\mathcal{P}}(\vec{r},t) \tag{A.12}$$

C'est l'équation de propagation pour $\vec{\mathcal{E}}$.On peut ré-écrire (A.12) en isolant les termes non linéaires, ce qui fait apparaître une terme source.

$$\nabla^2\vec{\mathcal{E}}(\vec{r},t) - \frac{n^2}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\vec{\mathcal{E}}(\vec{r},t) = \mu_0\frac{\partial^2}{\partial t^2}\vec{\mathcal{P}}_{NL}(\vec{r},t) \tag{A.13}$$

avec $n^2 = 1+\chi$ indice de réfraction. Il traduit la polarisabilité linéaire du milieu excité par $\vec{\mathcal{E}}$. n traduit le « ralentissement » de l'onde $\vec{\mathcal{E}}$ qui interfère avec $\vec{\mathcal{P}}_L$. Dans (A.13), le terme de droite doit être interprété comme un *terme source*. Il sera par exemple la source de fréquences supplémentaires qui ne seraient pas contenues dans l'onde excitatrice originale ($\vec{\mathcal{E}}$).

A.3 Décomposition du champ en ondes monochromatiques

Afin de simplifier les notations et les calculs, nous allons utiliser la décomposition en ondes planes monochromatiques du champ $\vec{\mathcal{E}}$.

A.3.1 L'onde plane monochromatique polarisée

Une onde plane monochromatique polarisée selon $\widehat{x}$, qui se propage dans la direction $\vec{k}$ à a longueur d'onde $\lambda = \lambda_0/n$ s'écrit sous la forme

$$\vec{\mathcal{E}}_x^{\vec{k},\omega}(\vec{r},t) = \mathcal{E}_x^{\vec{k},\omega}(\vec{r},t)\widehat{x} = \mathcal{E}_x^{\vec{k},\omega} cos(\vec{k}\cdot\vec{r} - \omega t + \phi)\widehat{x} \tag{A.14}$$

avec $\mathcal{E}_x^{\omega}$ amplitude (V/m), $\omega = 2\pi\nu$ la pulsation de l'onde, $k_z = 2\pi n/\lambda = \omega/v$, le vecteur d'onde, et ϕ phase de l'onde en $\vec{r} = \vec{0}$. $\hat{x}$ est un vecteur unitaire sans dimension dirigé dans l'axe de la polarisation. $n = c/v$ est l'indice de réfraction du milieu (v vitesse de l'onde lumineuse à cette fréquence). On peut toujours écrire $\vec{\mathcal{E}}$ comme une superposition d'ondes planes monochromatiques qui peuvent s'écrire sous la forme de l'équation (A.14).

$$\vec{\mathcal{E}}_x(\vec{r},t) = \int_0^\infty \int_{\vec{k}} \vec{\mathcal{E}}_x^{\omega}(\vec{r},t)d\omega d\vec{k} = \widehat{x}\int_0^\infty \int_{\vec{k}} \mathcal{E}_x^{\vec{k},\omega} cos(\vec{k}\cdot\vec{r} - \omega t + \phi)d\omega d\vec{k} \tag{A.15}$$

Le champ $\vec{\mathcal{E}}$ peut aussi être une simple superposition de quelques fréquences discrètes et de quelques directions discrètes :

$$\vec{\mathcal{E}}_x(\vec{r},t) = \sum_{\vec{k}_1}^{\vec{k}_N}\sum_{\omega_1}^{\omega_N} \vec{\mathcal{E}}_x^{\vec{k},\omega}(\vec{r},t) \tag{A.16}$$

L'intérêt de cette décomposition est de faire des calculs plus simples sur chacune des ondes monochromatiques et d'étendre à toutes les longueurs d'onde par linéarité (avec (A.15) ou (A.16)).

A.3.2 Onde plane de base

La brique de base de nos calculs sera cette onde plane monochromatique polarisée (A.14). Nous allons l'agrémenter d'une enveloppe que nous allons éventuellement supposer lentement variable. Écrivons maintenant :

$$\vec{\mathcal{E}}_x^{\vec{k},\omega}(\vec{r},t) = \mathcal{E}_x^{\vec{k},\omega}(\vec{r},t)\widehat{x} = \widetilde{\mathcal{E}}_x^{\vec{k},\omega}(\vec{r},t)cos(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t+\phi)\widehat{x} \tag{A.17}$$

Ici l'amplitude de l'onde n'est plus constante. Son enveloppe ($\widetilde{\mathcal{E}}_x^{\vec{k},\omega}(z,t)$) marquée d'un tilde « ˜ » dépend du temps et de la position. Nous verrons l'intérêt de cette notation lors du calcul des modes guidés dans les fibres. Notons que l'ajout de cette enveloppe ne garantit plus la vérification des équations de Maxwell par l'onde $\vec{\mathcal{E}}_x^{\vec{k},\omega}$. Seules certaines formes d'enveloppe seront compatibles avec les équations de Maxwell. En outre la phase n'est pas variable dans cette notation. Nous allons introduire la notation complexe au chapitre suivant, ce qui permettra d'inclure la phase dans l'enveloppe variable.

A.3.3 Enveloppe lentement variable

Dans certains cas nous considérerons que l'enveloppe introduite dans l'équation (A.17) du chapitre précédent est lentement variable. Cela permet de faire les approximations suivantes :

$$\frac{\partial\widetilde{\mathcal{E}}_x^{\vec{k},\omega}}{\partial t} \ll \omega\widetilde{\mathcal{E}}_x^{\vec{k},\omega} \tag{A.18}$$

$$\frac{\partial\widetilde{\mathcal{E}}_x^{\vec{k},\omega}}{\partial x,y,z} \ll k_{x,y,z}\widetilde{\mathcal{E}}_x^{\vec{k},\omega} \tag{A.19}$$

A.3.4 Notation Complexe

Nous ré-écrivons l'équation (A.17) en format complexe :

$$\vec{E}_x^{\vec{k},\omega}(\vec{r},t) = \underbrace{\widetilde{E}_x^{\vec{k},\omega}(\vec{r},t)}_{\text{Enveloppe complexe}} e^{i(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t)}\widehat{x} \tag{A.20}$$

La relation entre les conventions réelle et complexe s'écrit

$$\vec{\mathcal{E}}_x^{\vec{k},\omega} = PartieReelle\left(\vec{E}_x^{\vec{k},\omega}\right) = \frac{1}{2}\left(\vec{E}_x^{\vec{k},\omega}+cc.\right) \tag{A.21}$$

A noter, $\widetilde{E}_x^{\vec{k},\omega} = \widetilde{\mathcal{E}}_x^{\vec{k},\omega}e^{\phi}$, où ϕ est le terme de phase qui était dans le *cos* dans l'équation (A.17). On en déduit en particulier

$$\left\|\widetilde{E}_x^{\vec{k},\omega}\right\|^2 = \left(\widetilde{E}_x^{\vec{k},\omega}\right)\left(\widetilde{E}_x^{\vec{k},\omega}\right)^* = \left(\widetilde{\mathcal{E}}_x^{\vec{k},\omega}\right)^2 \tag{A.22}$$

A.3.5 Exemple

Prenons l'exemple d'une *onde plane monochromatique* se déplaçant dans le sens des z positifs et polarisée le long de l'axe $\vec{x}$. Le champ électrique pourra être décrit sous la forme

$$\vec{\mathcal{E}}(z,t) = \vec{\mathcal{E}}_x(z,t) = \mathcal{E}_x(z,t)\widehat{x} = \widetilde{\mathcal{E}}_x(z,t)cos(k_z z-\omega t+\phi)\widehat{x} \tag{A.23}$$

Dans la représentation complexe, on écrira

$$\vec{E}_x(z,t) = \underbrace{\widetilde{E}_x(z,t)}_{\text{Enveloppe complexe}} e^{i(k_z z-\omega t)}\widehat{x} \tag{A.24}$$

Si l'on fait aussi l'hypothèse de l'enveloppe lentement variable, on peut écrire d'après (A.18) et (A.19)

$$\frac{\partial \widetilde{E}_x(z,t)}{\partial t} \ll \omega \widetilde{E}_x(z,t) \tag{A.25}$$

$$\frac{\partial \widetilde{E}_x(z,t)}{\partial z} \ll k_z \widetilde{E}_x(z,t) \tag{A.26}$$

A.3.6 Équations de Propagation pour une onde plane monochromatique

Vérifions que l'onde plane monochromatique de l'exemple précédent (A.26) vérifie l'équation de propagation (A.13) qui découle des équations de Maxwell dans un milieu linéaire ($\vec{\mathcal{P}}_{NL}(z,t) = 0$). On a

$$\nabla^2\vec{\mathcal{E}}(z,t) = \frac{\partial^2}{\partial z^2}\vec{\mathcal{E}}(z,t) = -k_z^2\vec{\mathcal{E}}(z,t) \tag{A.27}$$

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2}\vec{\mathcal{E}}(z,t) = -\omega^2\vec{\mathcal{E}}(z,t) \tag{A.28}$$

donc

$$\nabla^2\vec{\mathcal{E}}(\vec{r},t) - \frac{n^2}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\vec{\mathcal{E}}(\vec{r},t) = -k_z^2\vec{\mathcal{E}}(z,t) + \frac{n^2}{c^2}\omega^2\vec{\mathcal{E}}(z,t) = \underbrace{\left(-k_z^2 + \frac{n^2}{c^2}\omega^2\right)}_{=0 \text{ car } k_z=\omega n/c}\vec{\mathcal{E}}(z,t) = 0 \tag{A.29}$$

A.3.7 Extension à tous les champs

Des notations équivalentes sont introduites pour les champs $\vec{\mathcal{D}}$, $\vec{\mathcal{P}}$, $\vec{\mathcal{H}}$ et $\vec{\mathcal{B}}$.

$$\vec{\mathcal{D}}_x = \frac{1}{2}\left(\vec{D}_x + cc.\right) = PartieReelle\left(\vec{D}_x\right) \tag{A.30}$$

$$\vec{\mathcal{P}}_x = \frac{1}{2}\left(\vec{P}_x + cc.\right) = PartieReelle\left(\vec{P}_x\right) \tag{A.31}$$

$$\vec{\mathcal{H}}_y = \frac{1}{2}\left(\vec{H}_y + cc.\right) = PartieReelle\left(\vec{H}_y\right) \tag{A.32}$$

$$\vec{\mathcal{B}}_y = \frac{1}{2}\left(\vec{B}_y + cc.\right) = PartieReelle\left(\vec{B}_y\right) \tag{A.33}$$

A.3.8 Intensité d'une onde monochromatique

Afin de calculer l'intensité d'une onde en fonction de l'amplitude du champ, nous introduisons le vecteur de Poynting $\vec{\mathcal{S}}$.

$$\vec{\mathcal{S}} = \vec{\mathcal{E}} \times \vec{\mathcal{H}} \tag{A.34}$$

On sait que la puissance électromagnétique qui traverse une surface S un milieu non conducteur sans charge s'écrit, grâce au vecteur de Poynting

$$Puiss = \oint_S \vec{\mathcal{S}} \cdot \vec{n} dS \tag{A.35}$$

Avec *Puiss* en W et $\vec{n}$ vecteur unitaire perpendiculaire à la surface. On peut aussi calculer l'intensité I en W/m^2 qui traverse une surface que l'on va supposer orthogonale à la direction de propagation de l'onde.

$$I = \left\langle \vec{\mathcal{S}} \cdot \vec{n} \right\rangle = \left\langle \left| \vec{\mathcal{S}} \right| \right\rangle \tag{A.36}$$

Considérons encore une fois l'onde plane monochromatique définie dans (A.17). Nous nous plaçons dans l'hypothèse de l'enveloppe lentement variable : l'intensité est calculée localement (dans l'espace et dans le temps). Le champ magnétique correspondant $\vec{\mathcal{H}}$ s'écrit de la même manière. La relation entre $\vec{\mathcal{B}}$ et $\vec{\mathcal{H}}$ est donnée par l'équation (A.6). Avec l'équation de Maxwell (A.3), et avec les approximations provenant des hypothèses d'enveloppe lentement variables, (A.18) et (A.19), on obtient pour la pulsation ω :

$$\mu_0 \omega \widetilde{\mathcal{E}}_x(z,t) = k_z \widetilde{\mathcal{E}}_x(z,t) \tag{A.37}$$

puis avec (A.34)

$$\vec{\mathcal{S}} = \vec{\mathcal{E}} \times \vec{\mathcal{H}} = \frac{k_z}{\omega \mu_0} \widetilde{\mathcal{E}}_x(z,t)^2 cos^2(k_z z - \omega t + \phi) \tag{A.38}$$

L'équation (A.36) donne l'intensité du faisceau. Nous moyennons temporellement sur une échelle contenu entre la variation du *cosinus* et la variation de l'enveloppe $\widetilde{\mathcal{E}}_x(z,t)$. Ainsi, nous prenons la moyenne du $cos(\omega t)^2$ dans le temps : $\left\langle cos(\omega t)^2 \right\rangle = \frac{1}{2}$. L'intensité I en W/m^2 du faisceau est alors :

$$I = \frac{k_z}{\omega \mu_0} \left\langle \mathcal{E}_x(z,t)^2 \right\rangle = \frac{k_z}{2\omega \mu_0} \widetilde{\mathcal{E}}_x(z,t)^2 = \frac{n}{2c\mu_0} \widetilde{\mathcal{E}}_x(z,t)^2 = \frac{nc\epsilon_0}{2} \widetilde{\mathcal{E}}_x(z,t)^2 = \frac{nc\epsilon_0}{2} \left\| \widetilde{E}_x^{\vec{k},\omega} \right\|^2 \tag{A.39}$$

A.4 Équations non linéaires - notation complexe

Reprenons notre onde plane de base (A.17), supposé polarisée selon $\widehat{x}$ à la fréquence $\omega = 2\pi\nu$. Nous supprimons dans les notations les exposants $\vec{k}, \omega$ jusqu'à la fin de ce chapitre.

$$\vec{\mathcal{E}}_x(\vec{r},t) = \underbrace{\widetilde{\mathcal{E}}_x(\vec{r},t)}_{\text{Enveloppe lentement variable}} cos(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t + \phi)\widehat{x} \tag{A.40}$$

L'écriture complexe correspondante

$$\vec{E}_x(\vec{r},t) = E_x(\vec{r},t)\widehat{x} = \widetilde{E}_x(\vec{r},t) e^{i(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t)}\widehat{x} \tag{A.41}$$

avec, pour mémoire,

$$\vec{\mathcal{E}}_x(\vec{r},t) = \frac{1}{2}\left[\vec{E}_x + cc.\right] = \frac{1}{2}\left(\widetilde{E}_x(\vec{r},t) e^{i(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t)} + \widetilde{E}_x^*(\vec{r},t) e^{-i(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t)}\right)\widehat{x} \tag{A.42}$$

On ré-écrit aussi le vecteur Polarisation de l'équation (A.9)

$$\vec{\mathcal{P}}_x = \underbrace{\chi^{(1)}\left(\frac{1}{2}\left[E_x + cc.\right]\right)\epsilon_0 \widehat{x}}_{\frac{1}{2}\left[\vec{P}_{L,x}+cc.\right]} + \underbrace{\chi^{(2)}\left(\frac{1}{2}\left[E_x + cc.\right]\right)^2 \epsilon_0 \widehat{x} + \chi^{(3)}\left(\frac{1}{2}\left[E_x + cc.\right]\right)^3 \epsilon_0 \widehat{x} + ...}_{\frac{1}{2}\left[\vec{P}_{NL,x}+cc.\right]} \tag{A.43}$$

sous la forme

$$\vec{P}_x = \vec{P}_{L,x} + \vec{P}_{NL,x} \tag{A.44}$$

avec

$$\vec{P}_{L,x}(\vec{r},t) = \epsilon_0 \chi^{(1)} E_x(\vec{r},t)\widehat{x} \tag{A.45}$$

et

$$\frac{1}{2}\left[\vec{P}_{NL,x}+cc.\right]=\epsilon_0\chi^{(2)}\left(\frac{1}{2}\left[E_x+cc.\right]\right)^2\widehat{x}+\epsilon_0\chi^{(3)}\left(\frac{1}{2}\left[E_x+cc.\right]\right)^3\widehat{x}+... \tag{A.46}$$

La partie non linéaire $\vec{P}_{NL,x}$ doit être développée, il en résulte beaucoup de termes à des fréquences multiples de la fréquence originale ω dans le cas monochromatique, ou bien à des fréquences somme et différente des fréquences constitutives de $\vec{\mathcal{E}}$ dans son développement avec (A.15) ou (A.16). Développons par exemple l'ordre 2 :

$$\frac{1}{2}\left[\vec{P}_{NL,x}+cc.\right]=\frac{\epsilon_0\chi^{(2)}}{4}\left(E_x^2+cc^2+2E_xcc\right)\widehat{x} \tag{A.47}$$

En simplifiant, on voit apparaître une composante à la fréquence 2ω et un composante continue qui ne rayonne pas.

$$\vec{P}_{NL,x}=\frac{\epsilon_0\chi^{(2)}}{2}\left(\underbrace{E_x^2}_{\text{fréquence } 2\omega}+\underbrace{|E_x|^2}_{\text{fréquence } 0}\right)\widehat{x} \tag{A.48}$$

La composante à 2ω est responsable par exemple du phénomène de doublement de fréquence. De la même manière, on peut développer l'ordre 3. C'est ce que nous ferons pour étudier l'effet Brillouin qui est un effet d'ordre 3 (en $\chi^{(3)}$).

Annexe B

Propagation modale dans une fibre optique

B.1 Profils d'indice

Nous utiliserons des fibres à profils d'indice en échelon (Fibre à Saut d'indice (SI), ou *Step Index Fiber*) ou paraboliques (Fibres à Gradient d'indice (GI), ou *Gradient Index Fiber*). La figure B.1 présente ces deux profils. La résolution des équations de maxwell sous la contrainte de ces profils d'indice nous donnera un ensemble discret de modes propres guidés par la fibre. Nous pourrons alors utiliser ces modes propres pour résoudre les équations non linéaires de l'effet Brillouin.

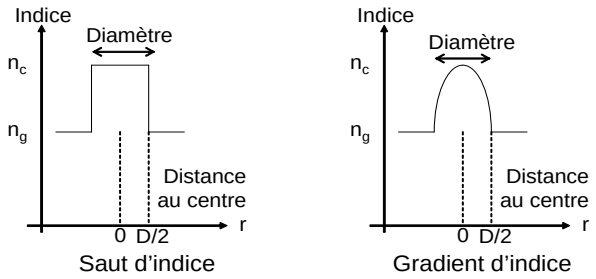


FIG. B.1 – Profils d'indice dans une fibre optique. A gauche, le profil est en *saut d'indice*. A droite, le profil est en *gradient d'indice* avec une décroissance parabolique de l'indice entre le centre et R. n_c, n_g : indices de coeur et de gaine.

B.2 Equations de Maxwell dans les fibres

Il s'agit dans un premier temps de résoudre les équations de maxwell dans la fibre. Une étude précise dans les guides de lumière peut être trouvée dans la référence []. D'après cette référence, dans le cas de la fibre optique on a $n_g \approx n_c$, on peut se placer dans l'approximation des rayon faiblement guidés. Dans ce cas les constantes de propagation sont sensiblement les mêmes pour les ondes polarisées TE et TM. On peut alors résoudre les équations de manière scalaire en supposant la polarisation orientée dans une direction. Les résultats seront valables pour la polarisation orthogonale. L'ensemble des solutions supposées polarisées dans une directions seront notées LP_{lm} (Linearly Polarized).

B.2.1 Équation de propagation scalaire

Dans l'hypothèse scalaire (la polarisation est orientée dans une direction) et pour un milieu diélectrique linéaire, les équations de Maxwell dictent l'équation de propagation suivante :

$$\nabla^2\Psi = \frac{n^2}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\Psi \tag{B.1}$$

où $\Psi(r,\phi,z,t)$ est une composante transverse du champ électrique ($\widetilde{\mathcal{E}}_x$ ou E_x par exemple). Ψ dépend de r et ϕ (rayon et angle dans le plan transverse), z (position sur l'axe de la fibre) et t (temps). Nous nous plaçons dans le cadre des ondes progressives conservatives monochromatiques, on suppose que Ψ s'ecrit

$$\Psi(r,\phi,z,t) = \psi(r,\phi)\exp i(\beta z - \omega t) \tag{B.2}$$

Cette expression est à comparer avec l'équation (A.41). Cela revient à faire l'hypothèse que l'onde se propage le long de l'axe de la fibre en conservant son enveloppe. Nous allons voir que la résolution de l'équation (B.1) sous cette hypothèse permet de calculer des *modes propres* de la fibre qui se propagent sans perte et en conservant leur enveloppe.

B.2.2 Équation de propagation dans l'hypothèse des ondes progressives conservatives monochromatiques

En utilisant (B.2), (B.1) se ré-écrit :

$$\nabla^2\psi(r,\phi) + \left(\frac{\omega^2}{c^2}n^2(r) - \beta^2\right)\psi(r,\phi) = 0 \tag{B.3}$$

avec $n(r)$ profil d'indice, SI ou GI. Par symétrie axiale, on peut supposer que l'on peut séparer les variables de la solution $\psi(r,\phi)$ en l'ecrivant sous la forme

$$\psi(r,\phi) = R(r)\Phi(\phi) \tag{B.4}$$

R est la dépendance radiale et Φ la dépendance angulaire du champ. On peut alors séparer l'équation (B.3) et en déduire une égalité entre deux termes qui ne dépendent pas des mêmes variables, et qui sont donc égaux à une même constante.

$$\frac{r^2}{R}\left(\frac{d^2R}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{dR}{dr}\right) + r^2\left[n^2(r)k_0^2 - \beta^2\right] = -\frac{1}{\Phi}\frac{d^2\Phi}{d\Phi^2} = +l^2 \tag{B.5}$$

où l est la constante commune.

B.3 Résolution des équations

– L'équation en $\Phi(\phi)$ dans (B.5) donne

$$\Phi(\phi) = \begin{cases} cos(l\phi) \\ \text{ou} \\ sin(l\phi) \end{cases} \tag{B.6}$$

La constante l ne peut prendre que des valeurs entières $0, 1, 2, ...$ car il faut que $\Phi(\phi+2\pi) = \Phi(\phi)$

– Pour chaque valeur de l, il faut résoudre l'équation en β et sur la partie radiale $R(r)$ qui s'écrit :

$$r^2\left(\frac{d^2R}{dr^2} + r\frac{dR}{dr}\right) + \left\{\left[n^2(r)k_0^2 - \beta^2\right]r^2 - l^2\right\}R = 0 \tag{B.7}$$

Notons que la forme de l'indice $n(r)$ intervient dans cette équation.

B.3.1 Modes propres de la fibre

Il s'agit donc maintenant, à l donné, de résoudre l'équation (B.7) en β et R. En général deux ensembles de valeurs sont compatible avec une solution $R(r)$: un ensemble discret qui vérifie aussi $k_0^2 n_g^2 < \beta^2 < k_0^2 n_c^2$ et un ensemble continu avec $\beta^2 < k_0^2 n_g^2$. Nous nous intéressons plus particulièrement à l'ensemble discret de solutions (cf. chapitre suivant). La démarche va être, pour chaque valeur entière de l, de chercher toutes les solutions β et formes $R(r)$ correspondantes qui vérifient (B.5) ET $k_0^2 n_g^2 < \beta^2 < k_0^2 n_c^2$. Ces solutions formeront l'ensemble des *modes propres* de la fibre.Nous rechercherons plus loin ces modes propres dans le cas du profil à saut d'indice ou du profil à gradient d'indice.

B.3.2 Classification des solutions

Comme nous venons de voir, nous pouvons classifier les solutions β en deux catégories.

- Les solutions qui vérifient $k_0^2 n_g^2 < \beta^2 < k_0^2 n_c^2$. Ce sont les *modes guidés*. A l donné, seul un nombre restreint de valeurs de β_{lm} seront solutions (comme dans un puis de potentiel). Les modes correspondants seront notée LP_{lm} avec m entier $(1, 2, 3...)$. Ces modes propres, solutions de (B.5), sont supposés orthonormés :

$$\int_0^\infty \int_0^{2\pi} \psi_{lm}^*(r,\phi)\psi_{l'm'}(r,\phi) r dr d\phi = \delta_{ll'}\delta_{mm'} \tag{B.8}$$

- Si l'on tolère $\beta^2 < k_0^2 n_g^2$, il y aura un continuum de solution pour β. Les modes correspondants ne sont pas guidés : ce sont les *modes radiatifs*.
- β ne peut pas être supérieur à $k_0 n_c$ car n_c est l'indice le plus élevé dans la fibre.

Une répartition aléatoire du champ sur la surface de la fibre pourra se décomposer sur l'ensemble des modes guidés et des modes radiatifs de la manière suivante

$$\Psi(r,\phi,z,t) = \underbrace{\sum_{l,m} c_{lm}\psi_{lm}(r,\phi)e^{i(\beta_{lm}z-\omega t)}}_{\text{guidé}} + \underbrace{\int_0^{k_0 n_g} c(\beta)\psi_\beta(r,\phi)e^{i(\beta z-\omega t)}d\beta}_{\text{non guidé}} \tag{B.9}$$

La quantité $|c_{lm}|^2$ est proportionnelle à la puissance portée par le mode guidé (l, m). $|c(\beta)|^2\, d\beta$ correspond de la même manière à la puissance portée par les modes radiatifs compris entre β et $\beta + d\beta$. La décomposition du champ incident sur ces modes permet de connaître le couplage et la répartition sur les modes de la fibres.

B.3.3 Décomposition d'un mode en entrée sur la base des modes propres

Supposons que l'on connaisse l'ensemble des modes propres guidés d'une fibre, qui comme nous venons de le dire forme une base orthonormée, donc vérifie (B.8). Comment décomposer alors une répartition du champ en entrée sur cette base ? Considérons une onde en entrée de fibre notée $\vec{E}_x(\vec{r},t) = \widetilde{E}_x(\vec{r})e^{i(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t)}\widehat{x}$ (notation complexe, (A.41)). La répartition de champ $\widetilde{E}_x(r,\phi)$ en entrée de fibre peut être décomposée pour sa partie couplée sur la base orthonormée des modes guidés et pour sa partie non couplée sur la base des modes non guidés (B.9). La décomposition sur les modes propres de la fibre s'écrit

$$c_{lm} = \int_0^\infty \int_0^{2\pi} \psi_{lm}^*(r,\phi)\widetilde{E}_x(r,\phi) r dr d\phi \tag{B.10}$$

alors

$$\widetilde{E}_x(r,\phi) = \underbrace{\sum_{l,m} c_{lm}\psi_{lm}(r,\phi)}_{\text{partie couplée}} + \text{partie non guidé} \tag{B.11}$$

puis dans la fibre, cette partie couplée se propagera sous la forme :

$$\vec{E}_x(r,\phi,z,t) = \widehat{x}\sum_{l,m} c_{lm}\psi_{lm}(r,\phi)e^{i(\beta_{lm}z-\omega t)} \tag{B.12}$$

L'intensité en W/m^2 s'écrit, d'après (A.39),

$$I(r,\phi) = \frac{nc\epsilon_0}{2}\left(\widetilde{E}_x(r,\phi)\widetilde{E}_x^*(r,\phi)\right) \tag{B.13}$$

Donc la puissance en W du faisceau, en intégrant sur la surface de la fibre

$$\begin{aligned}
P &= \int_0^\infty\int_0^{2\pi} I(r,\phi)rdrd\phi && \text{(B.14)}\\
&= \frac{nc\epsilon_0}{2}\int_0^\infty\int_0^{2\pi}\left(\widetilde{E}_x(r,\phi)\widetilde{E}_x^*(r,\phi)\right)rdrd\phi && \text{(B.15)}\\
&= \frac{nc\epsilon_0}{2}\int_0^\infty\int_0^{2\pi}\left\|\sum_{l,m} c_{lm}\psi_{lm}(r,\phi) + \text{partie non guidé}\right\|^2 rdrd\phi && \text{(B.16)}\\
&= \frac{nc\epsilon_0}{2}\int_0^\infty\int_0^{2\pi}\overbrace{\left(\sum_{l,m,l',m'} c_{lm}c_{l'm'}^*\psi_{lm}(r,\phi)\psi_{l'm'}^*(r,\phi)\right)}^{\text{non nul si } l=l' \text{ et } m=m' \text{ (B.8)}} && \text{(B.17)}\\
&\quad + \overbrace{\left(\sum_{l,m} c_{lm}\psi_{lm}(r,\phi)\text{partie non guidée}\right)}^{\text{nul après intégration}} rdrd\phi && \text{(B.18)}\\
&= \frac{nc\epsilon_0}{2}\sum_{l,m} c_{lm}c_{lm}^* && \text{(B.19)}
\end{aligned}$$

Avec nos conventions, la puissance contenue dans le mode injecté (l,m) est

$$P_{lm} = \frac{nc\epsilon_0}{2}\|c_{lm}\|^2 \tag{B.20}$$

B.4 Modes propres d'une fibre à Saut d'Indice (SI)

Nous nous plaçons ici dans le cas d'une fibre à Saut d'Indice, c'est à dire le schéma de gauche de la figure B.1.

$$n(r) = \begin{cases} n_c & r < D/2 \\ n_g & r > D/2 \end{cases} \tag{B.21}$$

B.4.1 Paramètres d'une fibre à Saut d'Indice

Une fibre à Saut d'Indice est entièrement caractérisée avec les données de ses indices de coeur et de gaine n_c et n_g, son diamètre de coeur D et son absorption α (en m^{-1}). On peut calculer son Ouverture Numérique (B.22) qui est aussi approximativement l'angle du rayon le plus incliné qui est encore guidé par la fibre. On calcule aussi sa fréquence de coupure V (B.23). Plus celle-ci est grande, plus on s'éloigne de la limite de diffraction, et plus la fibre pourra transporter de modes. Si $V < 2.405$, l'équation sur $R(r)$ (B.5) n'acceptera qu'une seule solution guidée pour $l = 0$ et aucune pour $l \geq 1$, c'est le mode fondamental LP_{01}. En revanche, si $V > 2.405$, plusieurs modes d'ordre supérieurs seront également guidés.

$$ON = sin(\theta) = \sqrt{n_c^2 - n_g^2} \approx \theta \tag{B.22}$$

$$V = k_0 \frac{D}{2} ON = k_0 \frac{D}{2} \sqrt{n_c^2 - n_g^2} = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{D}{2} \sqrt{n_c^2 - n_g^2} \tag{B.23}$$

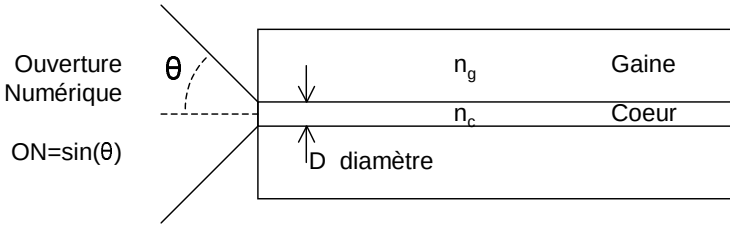


Fig. B.2 – Schéma d'une fibre à Saut d'Indice. n_c, n_g : indices de coeur et de gaine, D : diamètre du coeur, $ON = sin(\theta)$: ouverture numérique.

B.4.2 Résolution de l'équation sur R

Avec le profil d'indice (B.21), l'équation sur $R(r)$ (B.5) s'écrit :

$$r^2 \frac{d^2R}{dr^2} + r\frac{dR}{dr} + \left(r^2(k_0^2 n_c^2 - \beta^2) - l^2\right) R = 0 \quad \left(r < \tfrac{D}{2}\right) \tag{B.24}$$

$$r^2 \frac{d^2R}{dr^2} + r\frac{dR}{dr} + \left(r^2(k_0^2 n_g^2 - \beta^2) - l^2\right) R = 0 \quad \left(r < \tfrac{D}{2}\right) \tag{B.25}$$

Ces équations différentielles en R ont pour solutions les fonctions de Bessel $J_l(x)$ et $Y_l(x)$ pour (B.24) et $K_l(x)$ et $I_l(x)$ pour (B.25). $Y_l(x)$ et $I_l(x)$ divergent respectivement en $r \to 0$ et en $r \to \infty$ et sont donc incompatibles. Les deux autres sont compatibles. Si l'on suppose l'existence d'un β solution, R s'écrira alors, à une constante de normalisation A près, et avec la condition de continuité à l'interface $r = D/2$:

$$R(r) = \begin{cases} A \dfrac{J_l\left(r\sqrt{k_0^2 n_c^2 - \beta^2}\right)}{J_l\left(D/2\sqrt{k_0^2 n_c^2 - \beta^2}\right)} & r < \frac{D}{2} \\ A \dfrac{K_l\left(r\sqrt{\beta^2 - k_0^2 n_g^2}\right)}{K_l\left(D/2\sqrt{\beta^2 - k_0^2 n_g^2}\right)} & r > \frac{D}{2} \end{cases} \tag{B.26}$$

D'où, pour la composante du champ électrique Ψ que nous avions considérée :

$$\Psi(r, \phi, z, t) = R(r)\Phi(\phi)e^{i(\beta z - \omega t)} = R(r)e^{i(\beta z - \omega t)} \begin{cases} cos(l\phi) \\ \text{ou} \\ sin(l\phi) \end{cases} \tag{B.27}$$

B.4.3 Forme générale de la solution

Pour résumer, l'équation (B.1) a pour solution Ψ sous la forme $\Psi(r,\phi,z,t) = \psi(r,\phi)\exp i(\beta z - \omega t)$ si et seulement si :

- l est un entier positif.
- β est solution (cf. chapitre suivant).

Alors Ψ s'écrit

$$\Psi(r,\phi,z,t) = Acos(l\phi)e^{i(\beta z-\omega t)} \begin{cases} \frac{J_l\left(r\sqrt{k_0^2n_c^2-\beta^2}\right)}{J_l\left(\frac{D}{2}\sqrt{k_0^2n_c^2-\beta^2}\right)} & r < \frac{D}{2} \\ \frac{K_l\left(r\sqrt{\beta^2-k_0^2n_g^2}\right)}{K_l\left(\frac{D}{2}\sqrt{\beta^2-k_0^2n_g^2}\right)} & r > \frac{D}{2} \end{cases} \tag{B.28}$$

ou

$$\Psi(r,\phi,z,t) = Asin(l\phi)e^{i(\beta z-\omega t)} \begin{cases} \frac{J_l\left(r\sqrt{k_0^2n_c^2-\beta^2}\right)}{J_l\left(\frac{D}{2}\sqrt{k_0^2n_c^2-\beta^2}\right)} & r < \frac{D}{2} \\ \frac{K_l\left(r\sqrt{\beta^2-k_0^2n_g^2}\right)}{K_l\left(\frac{D}{2}\sqrt{\beta^2-k_0^2n_g^2}\right)} & r > \frac{D}{2} \end{cases} \tag{B.29}$$

Avec A une constante de normalisation commune.

B.4.4 Condition sur β

Pour l donné, il faut trouver les β « solution » afin de pouvoir écrire Ψ ((B.28) et (B.29)). Une condition sur β découle de la condition de continuité de dR/dr en $r = D/2$:

$$V\sqrt{1-b}\frac{J_{l-1}[V\sqrt{1-b}]}{J_l[V\sqrt{1-b}]} = -V\sqrt{b}\frac{K_{l-1}[V\sqrt{b}]}{K_l[V\sqrt{b}]} \text{ pour } l \geq 1 \tag{B.30}$$

et

$$V\sqrt{1-b}\frac{J_1[V\sqrt{1-b}]}{J_0[V\sqrt{1-b}]} = V\sqrt{b}\frac{K_1[V\sqrt{b}]}{K_0[V\sqrt{b}]} \text{ pour } l = 0 \tag{B.31}$$

avec

$$b = \frac{\beta^2/k_0^2 - n_g^2}{n_c^2 - n_g^2} \tag{B.32}$$

b vérifie $0 < b < 1$ quand $k_0^2n_g^2 < \beta^2 < k_0^2n_c^2$, c'est à dire quand le mode est guidé. L'inverse de (B.32) est

$$\beta = k_0\sqrt{n_g^2 + b(n_c^2 - n_g^2)} \tag{B.33}$$

Ainsi, pour une fibre de fréquence de coupure V et pour un entier l, la résolution des équations (B.30) et (B.31) permet de trouver 0, 1 ou plusieurs solutions b situées entre 0 et 1 donc autant de solutions pour β et une ($l = 0$) ou deux ($l \geq 1$) possibilités pour Ψ. Chaque mode est noté LP_{lm} avec $l = \{0,1,2,...\}$ et $m = \{1,2,...\}$. m correspond aux différentes solutions pour b. Les LP_{lm} avec $l \geq 1$ sont doublées par rotation de $\pi/4$.

B.4.5 Variations de β avec le nombre d'onde k

Il est utile de calculer la variation de la constante de propagation β avec le nombre d'onde k : nous venons de voir que la constante de propagation s'écrit $\beta = k_0 n_g\sqrt{1 + b\frac{ON^2}{n_g^2}}$ avec b entre

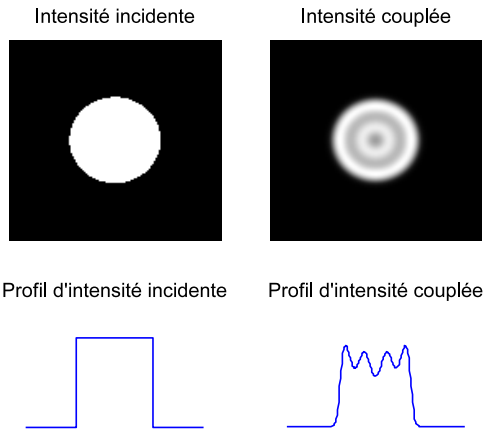


Fig. B.3 – Couplage dans la fibre d'un « tube de lumière » de la même dimension que le coeur. $D = 22\mu m$, $V = 13$. Le couplage ne dépasse pas 95%.

0 et 1. Le paramètre b dépend k_0 par la fréquence de coupure V qui intervient dans l'équation vérifiée par b mais à un ordre élevé. Au premier ordre on a

$$\frac{d\beta_i}{dk_0} = n_g\sqrt{1 + b_i\frac{ON^2}{n_g^2}} \approx n_g\left(1 + b_i\frac{ON^2}{2n_g^2}\right) \tag{B.34}$$

B.4.6 Procédure de calcul des modes

Si l'on souhaite connaître l'ensemble des modes propres à la longueur d'onde λ qui sont guidés par un fibre de diamètre D et d'indices n_g et n_c, la procédure est la suivante :

- Dans un premier temps on calcule le paramètre V (fréquence de coupure) de la fibre avec (B.23).
- Ensuite pour $l = 0$ on résout l'équation (B.31) en b. L'ensemble des solutions b_{0m} entre 0 et 1 est transformé en un ensemble de solutions β_{0m} entre $k_0 n_g$ et $k_0 n_c$. Pour chacune de ces solutions β_{0m} la composante du champ électrique $\Psi_{0m}(r, \phi, z, t) = \psi_{0m}(r, \phi) \exp i(\beta_{0m} z - \omega t)$ est donnée par (B.28). $\psi_{0m}(r, \phi)$ est la répartition transverse du champ.
- Puis pour tous les $l \geq 1$ on résout l'équation (B.32). De même les b_{lm} entre 0 et 1 sont transformés β_{lm} entre $k_0 n_g$ et $k_0 n_c$. Puis $\Psi_{lm}(r, \phi, z, t) = \psi_{lm}(r, \phi) \exp i(\beta_{lm} z - \omega t)$ admet deux solutions données par (B.28) et par (B.29). $\psi_{lm}(r, \phi)$ est la répartition transverse du champ et prend deux formes différentes (tournées de $\pi/4$).
- Pour l croissant, les équations sur b admette de moins en moins de solution entre 0 et 1 jusque à ne plus en admettre du tout. Le nombre de modes guidés est fini et vaut environ $N \approx V^2/2$ (sur l'ensemble des deux polarisations).

Cet ensemble de modes $\psi^*_{lm}(r, \phi)$ forme une base orthogonale des modes guidés dans la fibre. On rend cette base orthonormale en ajustant A tel que (B.8) soit vérifiée quand $l = l'$ et $m = m'$.

B.4.7 Décomposition d'un mode en entrée sur la base des modes propres

La figure B.3 montre le couplage d'une onde plane cylindrique de même diamètre que le coeur de la fibre. La répartition en intensité de l'onde incidente est montrée sur la gauche et la répartition en intensité de l'onde guidée est représentée à droite. Seuls 95% de la puissance est couplée.

B.4.8 Modes propres d'une fibre multimode de fréquence de coupure $V = 13$

La figure B.4 présente la répartition spatiale en intensité des modes propres d'une fibre à saut d'indice de diamètre $22\mu m$, et d'ON 0.2 à la longueur d'onde $\lambda = 1.06\mu m$. Quand $l \geq 1$, chaque mode LP_{lm} donne deux figures par rotation de $\pi/4$.

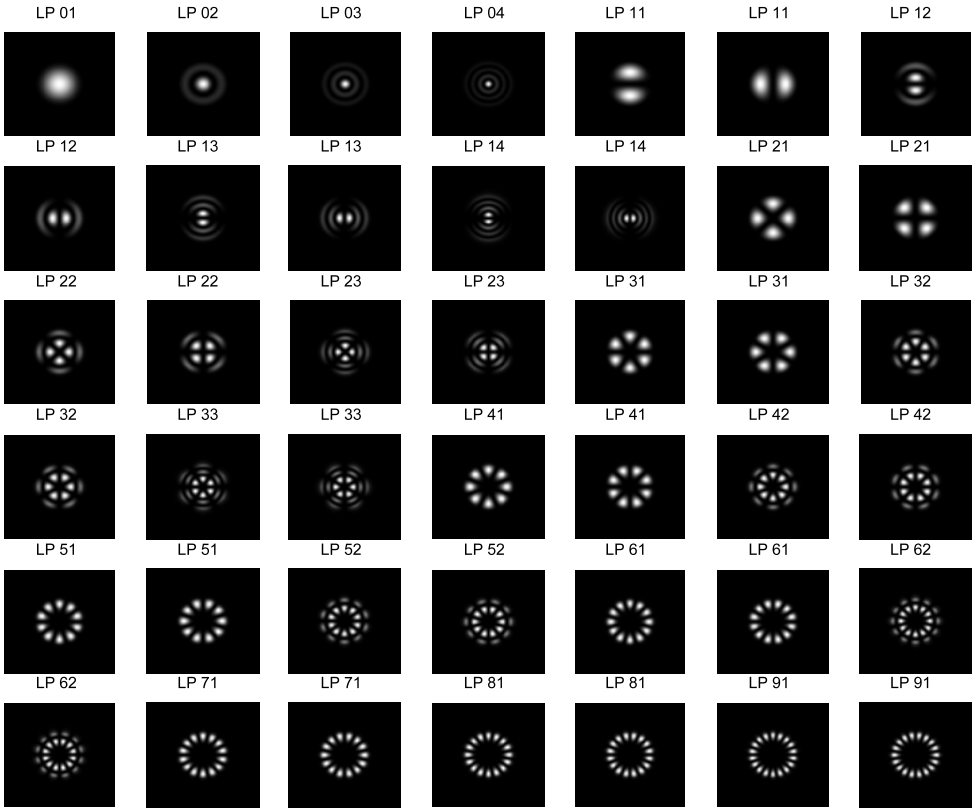


Fig. B.4 – Répartition en intensité des modes propres d'une fibre de fréquence de coupure $V = 13$.

B.5 Modes propres d'une fibre à Gradient d'Indice (GI)

Nous nous plaçons maintenant dans le cas d'une fibre à Gradient d'Indice parabolique, c'est à dire le schéma de droite de la figure B.1.

$$n(r) = \begin{cases} n_c\sqrt{1 - 2\Delta\left(\frac{r}{D/2}\right)^2} & r < D/2 \\ n_g & r > D/2 \end{cases} \tag{B.35}$$

avec

$$\Delta = \frac{n_c^2 - n_g^2}{2n_c^2} \approx \frac{n_c - n_g}{n_c} \tag{B.36}$$

B.5.1 Paramètres d'une fibre à Gradient d'Indice

De même que pour la fibre à Saut d'Indice, la fibre à Gradient d'Indice parabolique est entièrement caractérisée par les données de ses indices de coeur et de gaine n_c et n_g, son diamètre de coeur D et son absorption α (en m^{-1}). Son Ouverture Numérique (B.37) et sa fréquence

de coupure V (B.38) ont des formes similaires et la limite de la fibre monomode s'écrit aussi $V < 2.405$.

$$ON = sin(\theta) = \sqrt{n_c^2 - n_g^2} \approx \theta \tag{B.37}$$

$$V = k_0 \frac{D}{2} ON = k_0 n_c \frac{D}{2} \sqrt{2\Delta} \tag{B.38}$$

B.5.2 Résolution de l'équation sur β et R

Nous allons résoudre l'équation sur β et R (B.5) avec une version simplifiée de forme d'indice (B.35) ou l'on ne considère que la partie parabolique de l'indice (B.39). Elle n'est pas physiquement réalisable puisque $n^2 \to -\infty$ quand $r \to \infty$ mais reste bonne au premier ordre.

$$n(r) = n_c \sqrt{1 - 2\Delta \left(\frac{r}{D/2} \right)^2} \tag{B.39}$$

Dans ces conditions, à l donné, on a

$$\beta_{lm} = k_0 n_c \left[1 - 2 \frac{2m + l - 1}{k_0 n_c} \sqrt{\frac{2\Delta}{(D/2)^2}} \right]^{1/2} \tag{B.40}$$

$$R_{lm}(r) = A_{lm} r^l e^{-\frac{1}{2}\gamma^2 r^2} L_{m-1}^l(\gamma^2 r^2) \tag{B.41}$$

Avec A_{lm} constante de normalisation, $\gamma = \frac{\sqrt{V}}{D/2}$, et $L_n^k(x)$ le polynome de Laguerre associé donné par

$$L_n^k(x) = \sum_{p=0}^{n} (-1)^p \frac{\Gamma(n + k + 1)}{(n - p)! \Gamma(p + k + 1) p!} x^p \tag{B.42}$$

La forme générale de la solution s'écrira

$$\Psi(r, \phi, z, t) = A_{lm} cos(l\phi) e^{i(\beta z - \omega t)} r^l e^{-\frac{1}{2}\gamma^2 r^2} L_{m-1}^l(\gamma^2 r^2) \tag{B.43}$$

ou

$$\Psi(r, \phi, z, t) = A_{lm} sin(l\phi) e^{i(\beta z - \omega t)} r^l e^{-\frac{1}{2}\gamma^2 r^2} L_{m-1}^l(\gamma^2 r^2) \tag{B.44}$$

Avec A_{lm} une constante de normalisation.

B.5.3 Procédure de calcul des modes

La procédure de calcul des modes propres pour une fibre à GI est plus simple que pour une fibre à SI : Si l'on souhaite connaître l'ensemble des modes propres à la longueur d'onde λ qui sont guidés par une fibre à GI parabolique de diamètre D et d'indices n_g et n_c, la procédure est la suivante :

- Dans un premier temps on calcule le paramètre V (fréquence de coupure) de la fibre avec (B.38).
- Ensuite pour tous les $l \geq 0$ calcule les β contenus entre $k_0 n_g$ et $k_0 n_c$ avec (B.40). Puis $\Psi_{lm}(r, \phi, z, t) = \psi_{lm}(r, \phi) \exp i(\beta_{lm} z - \omega t)$ admet deux solutions données par (B.43) et par (B.44). $\psi_{lm}(r, \phi)$ est la répartition transverse du champ et prend deux formes différentes quand $l \geq 1$ ou une seule quand $l = 0$.
- Le nombre de modes guidés est également fini et vaut ici environ $N \approx V^2/4$ soit deux fois moins que pour la fibre à SI.

B.5.4 Remarque sur la constante de propagation β dans une fibre à gradient d'indice

Notons que l'équation (B.40) peut se développer, pour $(2m+l+1)\frac{\sqrt{2\Delta}}{k_0 n_c D/2} \ll 1$

$$\beta_{lm} = k_0 n_c - (2m+l-1)\frac{\sqrt{2\Delta}}{D/2} \tag{B.45}$$

Par exemple, pour $\Delta = 10^{-2}$ et $D = 22\mu m$ à $\lambda = 1.06\mu m$, on a $\frac{\sqrt{2\Delta}}{k_0 n_c D/2} \approx 2 \cdot 10^{-3}$ et $2m + l + 1 \leq 14$. L'approximation est valable dans ce cas. On peut alors noter que les constantes de propagation sont espacées régulièrement, et que l'écart ne dépend pas de la longueur d'onde.

Afin de retrouver une notation similaire à celle de la FSI, définissons un paramètre a_{lm} de la même manière :

$$a_{lm} = \frac{n_c^2 - \beta_{lm}^2/k_0^2}{n_c^2 - n_g^2} \tag{B.46}$$

avec a vérifie $0 < a < 1$. Notons que $a_{lm} = 1 - b_{lm}$ si l'on fait le rapprochement avec le calcul équivalent (B.32) effectué en fibre à saut d'indice. Alors

$$a_{lm} = \frac{2m+l-1}{V/2} \tag{B.47}$$

et la constante β s'écrit à l'ordre 2 :

$$\begin{aligned}
\beta_{lm} &= k_0 n_c \left(1 - a_{lm}\frac{ON^2}{n_c^2}\right)^{1/2} && \text{(B.48)}\\
&\approx k_0 n_c - a_{lm}\frac{k_0 ON^2}{2n_c} + a_{lm}^2\frac{k_0 ON^4}{8n_c^2} && \text{(B.49)}\\
&\approx k_0 n_c \left[1 - \frac{2m+l-1}{k_0 n_c}\sqrt{\frac{2\Delta}{(D/2)^2}} - \frac{1}{2}\frac{(2m+l-1)^2}{k_0^2 n_c^2}\frac{2\Delta}{(D/2)^2}\right] && \text{(B.50)}
\end{aligned}$$

Remarquons que le coefficient du premier ordre en a_{lm} ne dépend pas de k_0 : les modes ont tous le même espacement, quelle que soit la longueur d'onde.

B.5.5 Variation de la constante de propagation β_{lm} avec le nombre d'onde k

Comme dans le cas de la fibre à saut d'indice, nous calculons la variation de la constante de propagation avec le nombre d'onde k. Le terme du premier ordre de la décomposition de β_{lm} disparaît, seul le terme du second ordre persiste :

$$\begin{aligned}
\frac{d\beta_{lm}}{dk_0} &= n_c + \frac{1}{2}\frac{(2m+l-1)^2}{k_0^2 n_c}\frac{2\Delta}{(D/2)^2} && \text{(B.51)}\\
&= n_c\left(1 + a_{lm}^2\frac{ON^4}{8n_c^3}\right) && \text{(B.52)}
\end{aligned}$$

B.5.6 Décomposition d'un mode en entrée sur la base des modes propres

La figure B.5 montre le couplage d'une onde plane cylindrique de même diamètre que le coeur de la fibre. La répartition en intensité de l'onde incidente est montrée sur la gauche et la répartition en intensité de l'onde guidée est représentée à droite. Seuls 95% de la puissance sont couplés.

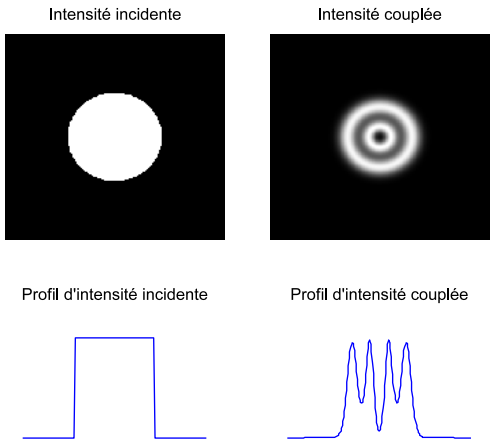


Fig. B.5 – Couplage dans la fibre d'un « tube de lumière » de la même dimension que le coeur. $D = 22\mu m$, $V = 13$. Le couplage vaut 89%.

B.5.7 Modes propres d'une fibre multimode de fréquence de coupure $V = 13$

La figure B.6 présente la répartition spatiale en intensité des modes propres d'une fibre à gradient d'indice parabolique de diamètre $22\mu m$, et d'ON 0.2 à la longueur d'onde $\lambda = 1.06\mu m$. Quand $l \geq 1$, chaque mode LP_{lm} donne deux figures par rotation de $\pi/4$.

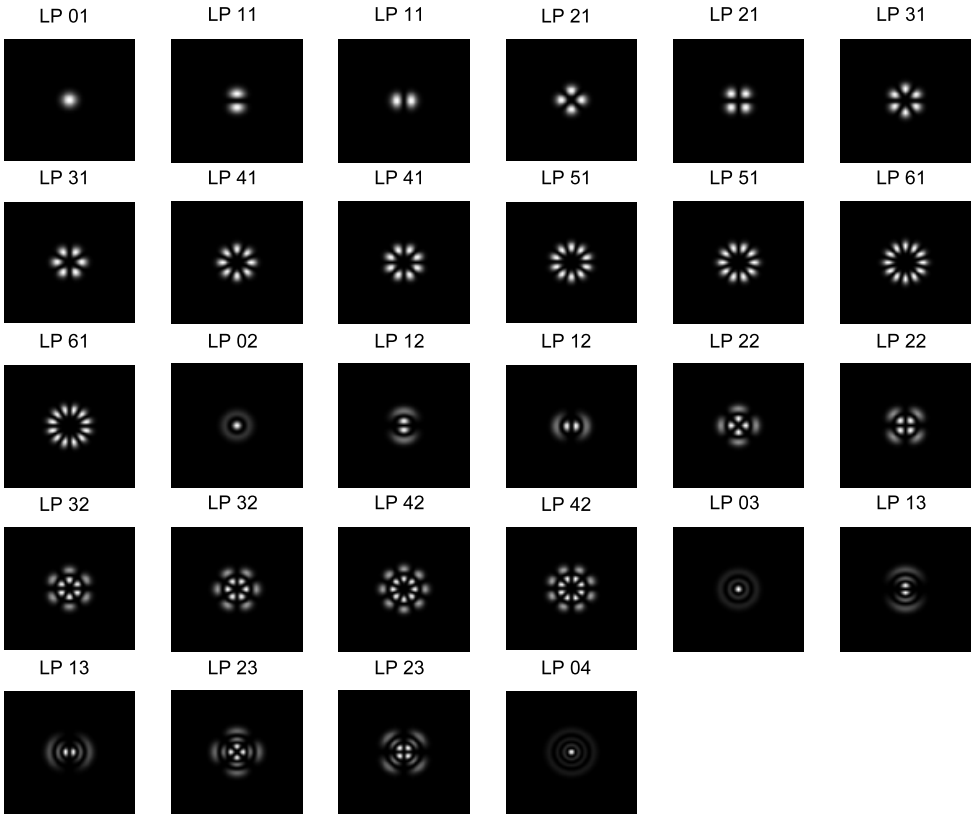


Fig. B.6 – Répartition en intensité des modes propres d'une fibre de fréquence de coupure $V = 13$.

Annexe C

Observation des comportements temporel et spectral des FGI et des FSI

Nous rapportons dans cette annexe des observations temporelles et spectrales souvent communes à la FSI et à la FGI. Elles n'ont pas de lien direct avec le modèle théorique et la conjugaison de phase et n'apportent généralement pas de nouvelles explications aux observations précédentes. Elles sont rassemblées ici pour faciliter la comparaison. Les observations spectrales fines appuieront une hypothèse de départ du modèle (spectre de gain Brillouin suffisamment large pour recouvrir tous les modes).

C.1 Observations du spectre

Les spectres sont mesurés avec un Analyseur de Spectre Optique fibré limité en résolution à $0.01nm$. La mesure est faite sur la voie D de la figure 8.6 : le spectre de la réflexion de Fresnel s'ajoute au spectre du spot Stokes. La figure C.1 montre les spectres mesurés avec une résolution de $0.01nm$ (1000 points, pas de moyennage) et en échelle linéaire des faisceaux réfléchis par les fibres GI et SI. On voit dans chaque cas un pic à droite correspondant à la réflexion de la Pompe par Fresnel et un pic à gauche correspondant à l'onde Stokes décalée. La largeur des deux pics n'est pas résolue par l'appareil. Le décalage en fréquence est de $14.5GHz$ dans la FGI et $17.2GHz$ dans la FSI. L'écart entre les deux décalages s'explique par une différence de composition chimique. Nous n'avons malheureusement pas plus d'information sur la composition chimique des fibres utilisées.

C.1.1 Spectre de l'onde Stokes en FSI

Dans la fibre à saut d'indice, le spectre est le même dans le cas CW et QCW : nous n'avons jamais constaté d'autre pic. En revanche, nous avons pu remarquer que l'oscillateur NPRO oscille de temps en temps sur deux modes simultanés. La figure C.2 montre à gauche le cas classique avec le pic Fresnel et le pic Stokes et à droite une situation où l'oscillateur produit deux modes espacés de $6GHz$ qui donnent naissance à deux Stokes. La présence des deux modes détériore ou supprime la réflexion Brillouin : si les modes sont équilibrés, le seuil est doublé. Il faut donc centrer de temps en temps la température du cristal NPRO sur un plage où l'oscillateur est monomode.

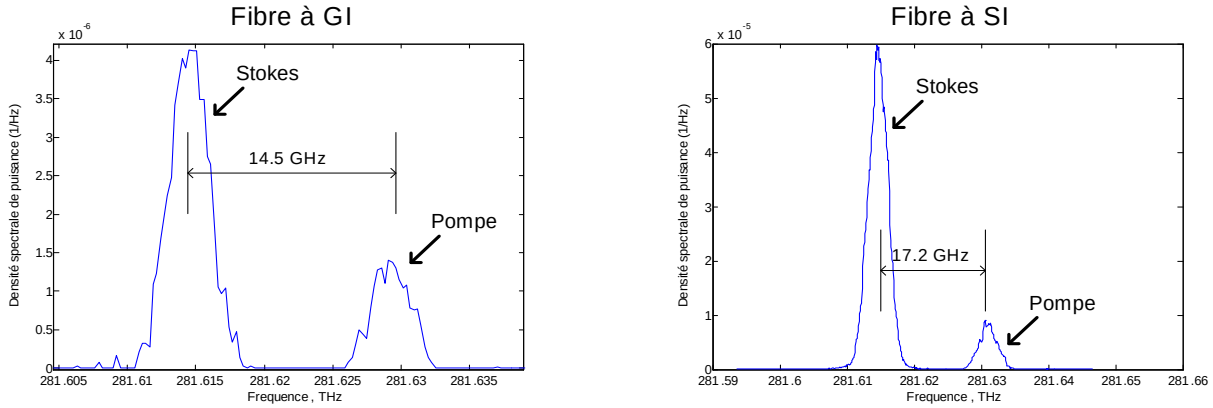


Fig. C.1 – Profils spectraux des ondes Stokes et Pompe pour la FSI et pour la FGI. On mesure un décalage Brillouin de $14.5GHz$ dans la FGI et $17.2GHz$ dans la FSI.

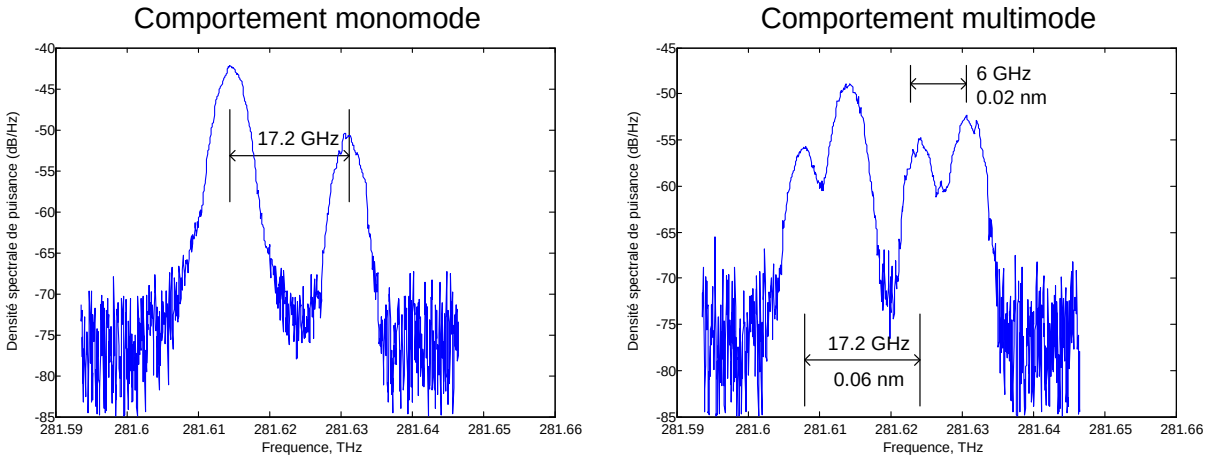


Fig. C.2 – Profils spectraux des ondes Stokes et Pompe pour la FSI dans le cas d'un comportement monomode et bi-mode de l'oscillateur.

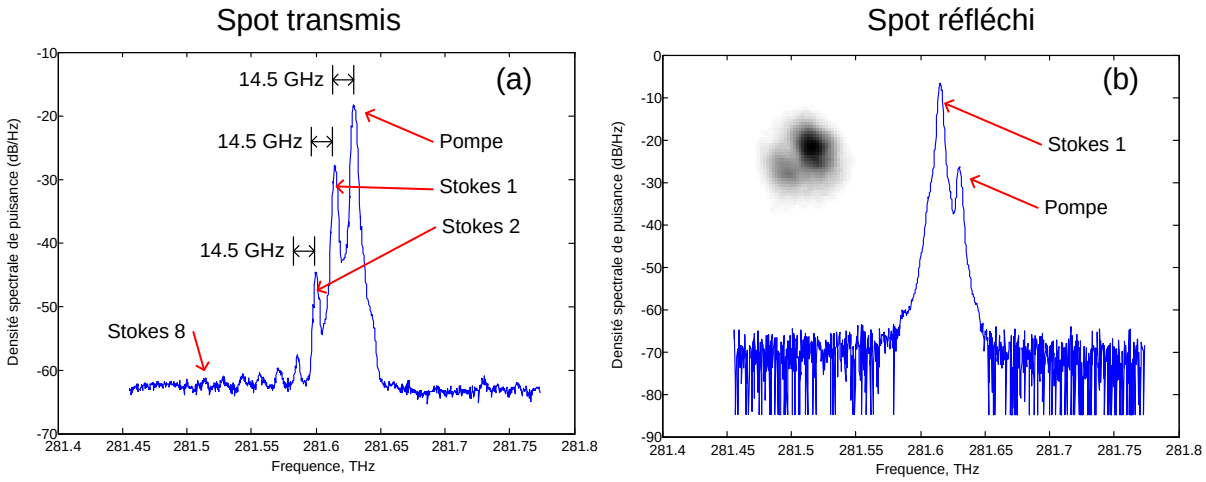


Fig. C.3 – Profils spectraux des ondes Stokes et Pompe pour la FGI en pompage QCW : (a) spectre de l'onde transmise, (b) spectre de l'onde réfléchie. On a représenté le profil LP_{11} de l'onde Stokes.

C.1.2 Spectre de l'onde Stokes en FGI

La fibre GI en régime de pompage CW présente le spectre montré sur la figure C.1 à une réflectivité totale de 23%.

En régime de pompage QCW, nous avons observé l'apparition d'autres pics, en particulier des pics Stokes secondaires et d'ordres plus élevés. En général, ces ordres supérieurs restent faibles devant le premier ordre. Par exemple, dans le cas du retour sur le mode de fibre LP_{11} dans la FGI de longueur $1km$ en QCW avec 40% de réflectivité Brillouin, le spectre que l'on obtient en sortie de fibre est représenté sur la figure C.3a et celui de la pompe transmise est représenté sur la figure C.3b ainsi que l'allure du mode Stokes. On peut distinguer jusque 8 ordres dans le spot transmis. Le mode d'ordre 2 est atténué de $20dB$ par rapport au premier, soit un facteur 100. Une explication simple consiste à dire qu'il s'agit de réflexions multiples entre la face d'entrée de la fibre et le réseau acoustique mobile qui réfléchie l'onde Pompe vers l'ordre Stokes principal (la face arrière est trop loin pour participer). Chaque réflexion sur le réseau décale alors la fréquence optique de $14.5GHz$. Néanmoins, nous n'avons pas observé les pics secondaires sur la partie réfléchie, ce qui semble indiquer que les pics Stokes secondaires sont créés uniquement dans la direction de l'onde Pompe.

De même, dans le cas du donut (sélectionné par excitation des modes élevés de la fibre), avec une réflectivité Brillouin faible, de l'ordre de 5%, un mode supérieur est observé en sortie de fibre (figure C.4a) et non en réflexion (figure C.4b).

Dans un cas encore différent, nous avons observé les spectres de la figure C.5. Les trois courbes C.5a, C.5b et C.5c montrent différentes situations d'injection dont le spot Stokes est indiqué. Remarquons sur la courbe C.5c les 20 ordres Stokes à gauche et les 15 ordres à droite de l'onde Pompe. Les modes sont espacés du décalage Brillouin. La présence de tous ces ordres est due à une dégradation de la fibre (après application d'une mâchoire de mélange de modes) à environs $20cm$ de l'entrée de la fibre. Ce peigne de modes a disparu avec la suppression de cette partie de la fibre. Les ordres supérieurs Stokes sont toujours bien plus faibles (facteur 10 à 100 pour les plus importants) que le mode principal. Tout se passe comme si l'onde Stokes se réfléchissait plusieurs fois sur l'onde acoustique mobile et subissait autant de fois le décalage Brillouin. Il s'agit donc peut être d'un effet de cavité entre la partie dégradée de la fibre et le réseau acoustique mobile. Une autre explication des modes d'ordre supérieur consiste à dire

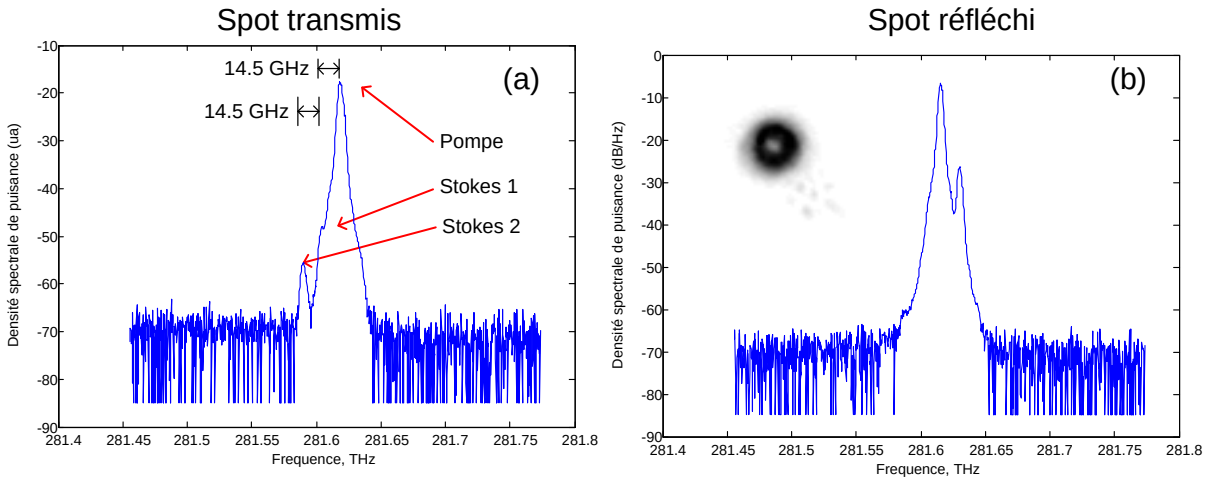


Fig. C.4 – Profils spectraux des ondes Stokes et Pompe pour la FGI en pompage QCW : (a) spectre de l'onde transmise, (b) spectre de l'onde réfléchie. On a représenté le profil donut de l'onde Stokes.

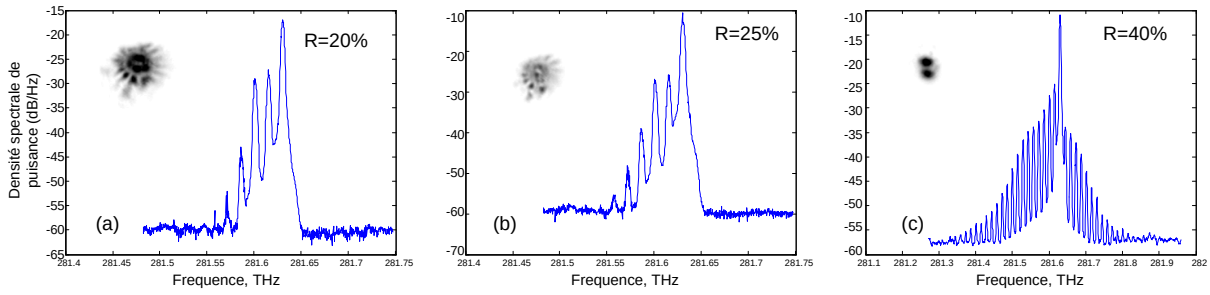


Fig. C.5 – Profils spectraux des ondes transmises dans la FGI en pompage QCW pour trois injections différentes. On a aussi représenté le profil donut de l'onde Stokes.

que les surintensités de l'onde Stokes que nous verrons sur les expériences temporelles jouent elles-mêmes le rôle de Pompe pour des ondes Stokes supérieures. Cela n'explique toujours pas que les modes supérieurs ne sont visibles que sur le signal transmis.

C.1.3 Spectre fin

Nous avons également effectué des mesures fines du spectre des ondes réfléchies (effet Brillouin et réflexion de Fresnel) grâce à un interféromètre de Fabry-Pérot. La distance entre les miroirs est $0.139m$, ce qui correspond à un intervalle spectral libre de $FSR = 1.08GHz$. Les faisceaux Stokes et Pompe peuvent ainsi être simultanément observés. L'intervalle spectral libre est bien inférieur à leur distance spectrale réelle : la mesure de leur espacement ne donne qu'une valeur de décalage Brillouin modulo $1.08GHz$. En revanche, la largeur des pics est une donnée intéressante. La figure C.6 rapporte la mesure effectuée sous le seuil Brillouin donc sur le faisceau Pompe seul. On mesure une largeur de raie de $32MHz$ pour l'onde Pompe. Or on sait que cette dernière a une largeur réelle de l'ordre de quelques kilohertz : la limite de l'appareil est atteinte (finesse 30). C'est probablement le caractère multimode spatial de l'onde Pompe qui limite la résolution de l'appareil : en effet, les composantes inclinées du faisceau ne voient pas tout à fait la même longueur que les composantes horizontales.

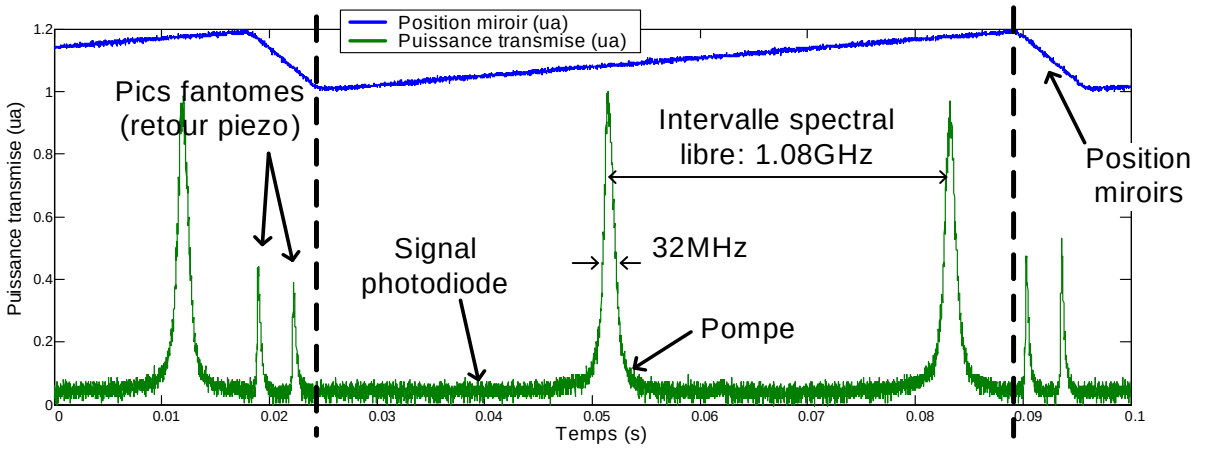


Fig. C.6 – Profil spectral fin de l'onde Pompe réfléchie par Fresnel en pompage QCW.

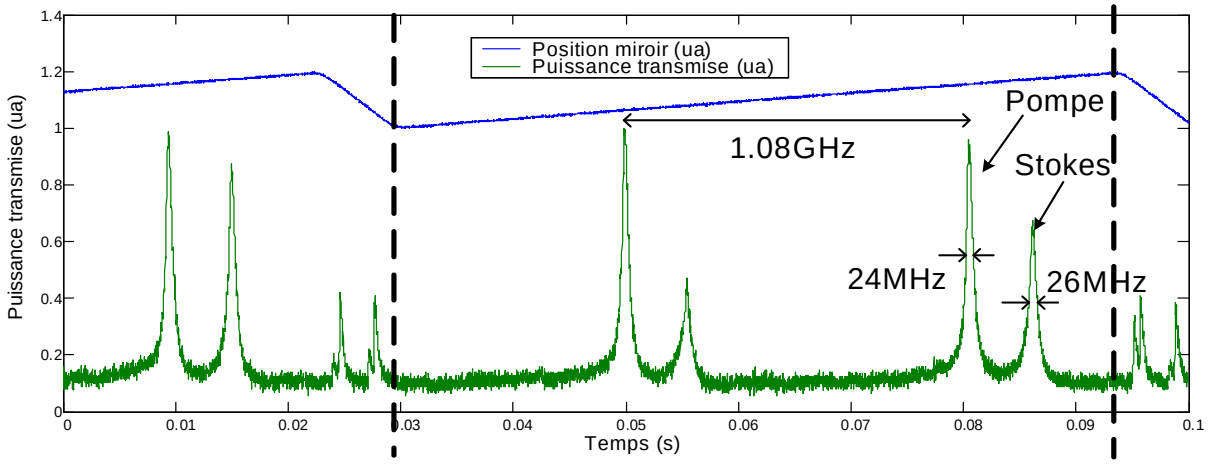


Fig. C.7 – Profil spectral fin des ondes Pompe et Stokes réfléchies par la FSI de longueur $1km$ en cavité en pompage CW.

Cas de la FSI en cavité, pompage CW.

Dans le cas de la FSI en cavité, le spot Stokes est une figure de mode cohérente et stable, qui bascule d'une configuration à une autre. Le spectre mesuré dans cette configuration est reporté sur la figure C.7. Le réglage semble être meilleur sur l'onde Pompe, car la largeur à mi-hauteur mesurée est maintenant $24MHz$. On peut déduire de cette mesure que l'onde Stokes est plus fine que $26MHz$.

Cas de la FSI de longueur $1km$, pompage QCW.

Dans ce cas, on observe un retour incohérent sur tous les modes de la fibre et aucune structure de mode. Le spectre mesuré est montré sur la figure C.8. La largeur de raie mesurée sur l'onde Pompe est de l'ordre de $35MHz$. Ici la largeur de raie de l'onde Stokes est meilleure que $\approx 23MHz$.

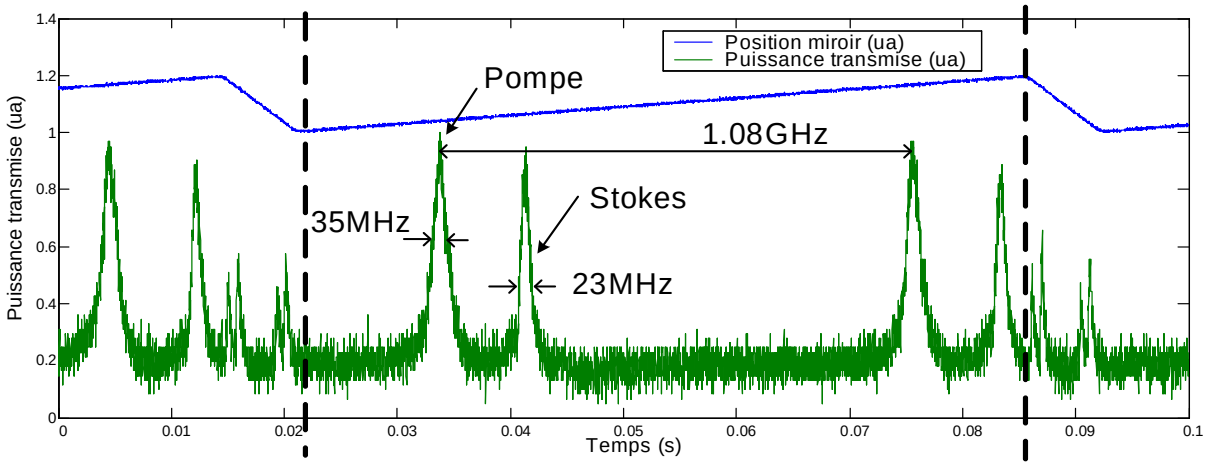


Fig. C.8 – Profil spectral fin des ondes Pompe et Stokes réfléchies par la FSI de longueur $1km$ en pompage QCW.

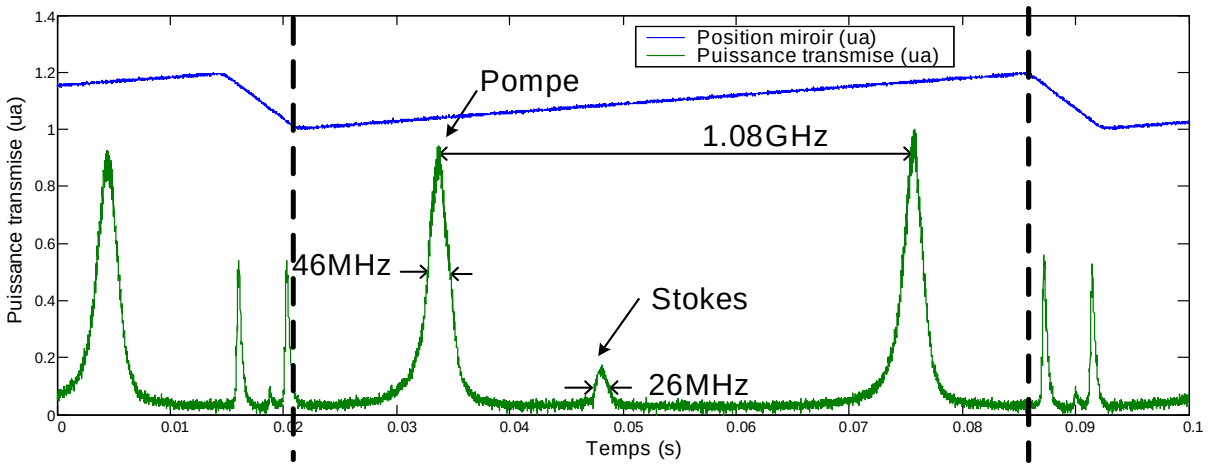


Fig. C.9 – Profil spectral fin des ondes Pompe et Stokes réfléchies par la FGI de longueur $1km$ en pompage QCW.

Cas de la FGI de longueur $1km$, pompage QCW.

On rappelle que dans ce cas l'onde Stokes est réfléchie sur le mode le plus injecté. Le spectre mesuré est montré sur la figure C.9. La largeur de raie de l'onde Pompe toujours du même ordre de grandeur, tandis que la largeur de raie de l'onde Stokes est meilleure que $\approx 26MHz$. Cette mesure très bruitée est délicate mais confirme qu'il n'y a toujours pas d'élargissement.

Cas de la FGI de longueur $30m$ en cavité beam cleanup, pompage QCW.

L'onde Stokes est le mode fondamental de la fibre. Le spectre mesuré est montré sur la figure C.10. Encore une fois, cette mesure confirme qu'il n'y a pas d'élargissement de l'onde Stokes.

Ainsi, toutes ces mesures ont montré que le spectre de l'onde Stokes ne s'élargit pas de manière mesurable dans nos expériences. Cela appuie l'hypothèse de départ que nous avions faite (voir le paragraphe 3.5), à savoir que la largeur spectrale Brillouin, élargie par les dopages (ou autres), rend négligeable la différence de décalage entre les modes. L'expérience est néanmoins critiquable : l'observation d'un faisceau multimode avec un interféromètre Fabry-Pérot introduit

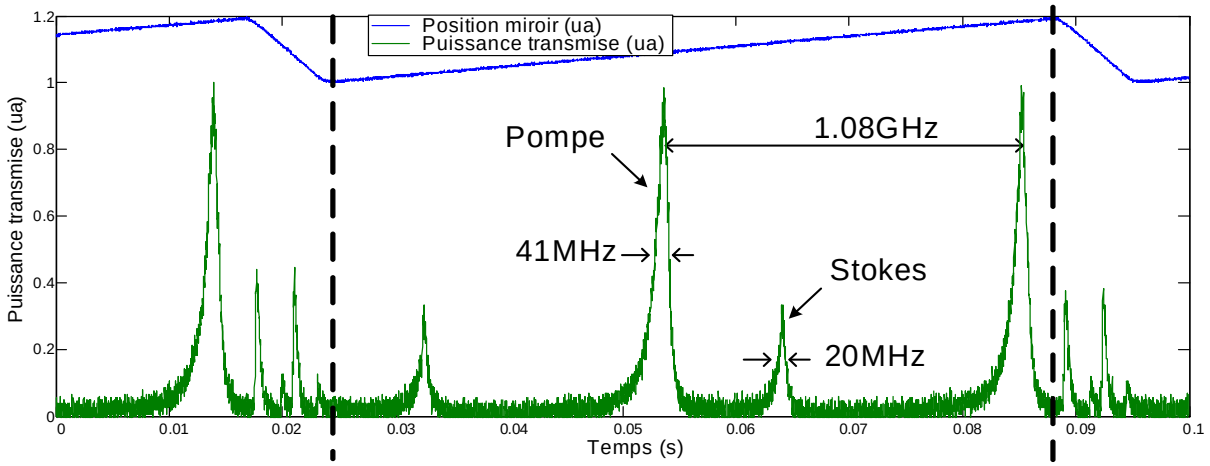


Fig. C.10 – Profil spectral fin des ondes Pompe et Stokes réfléchies par la FGI de longueur $30m$ en cavité beam cleanup et en pompage QCW.

un filtrage spatial, qui peut être responsable de l'unique pic Stokes observé. Mais le fait que la FSI en retour incohérent ne présente pas d'élargissement, ainsi que le fait que nous n'ayons pas observé de déplacement de spectre lors des réglages, tendent à conforter nos conclusions dans le cas de la FSI. Dans le cas de la FGI, en revanche, il est difficile d'avoir des modes différents réfléchis simultanément et la conclusion est moins nette.

La question des raisons de ces observations reste ouverte. Une explication possible est un élargissement suffisant du gain Brillouin spontané (dû à la composition chimique des fibres, au mélange de mode...) pour que les différents modes (donc le décalage Brillouin devrait s'étaler sur $\approx 150MHz$) présentent un gain équivalent à la longueur d'onde sélectionnée par le gain Brillouin stimulé. Il serait intéressant de pousser cette étude plus loin.

C.2 Observations temporelles

C.2.1 Comportement temporel en pompage continu CW

La FSI en pompage continu présente une figure de mode Stokes cohérente et fluctuante. Nous avons vu sur la figure 8.27 (ch. 8.3), reproduite sur la figure C.11b un ensemble de pics traduisant l'effet de cavité. La figure C.11a montre l'évolution à une échelle de temps plus grande : il n'y a pas d'effet particulier.

La FGI quant à elle présente en pompage CW un spot Stokes sous forme de deux modes LP_{11} en compétition. La figure C.12 montre l'évolution temporelle globale à trois échelles de temps. L'intensité est plus bruitée que dans le cas de la FSI. Ces oscillations présentent des fréquences propres dont une oscillation de période autour de $2\mu s$ et une autre oscillation autour de $120ns$. Elles ne correspondent pas à un aller retour dans la fibre et sont peut etre liées au temps du vie du phonon acoustique dans le matériau ?

C.2.2 Comportement temporel en pompage QCW de la FGI

Nous nous plaçons dans le cas du pompage quasi-continu de la FGI de longueur $1km$. On rappelle que l'onde Stokes suit les modes particulièrement injectés par l'onde Pompe. Plaçons nous alors plus précisément dans le cas de l'injection de modes élevés de la fibre où le profil de l'onde réfléchie a une forme de donut sur les deux polarisations et à faible réflectivité (réflectivité Brillouin 5%).

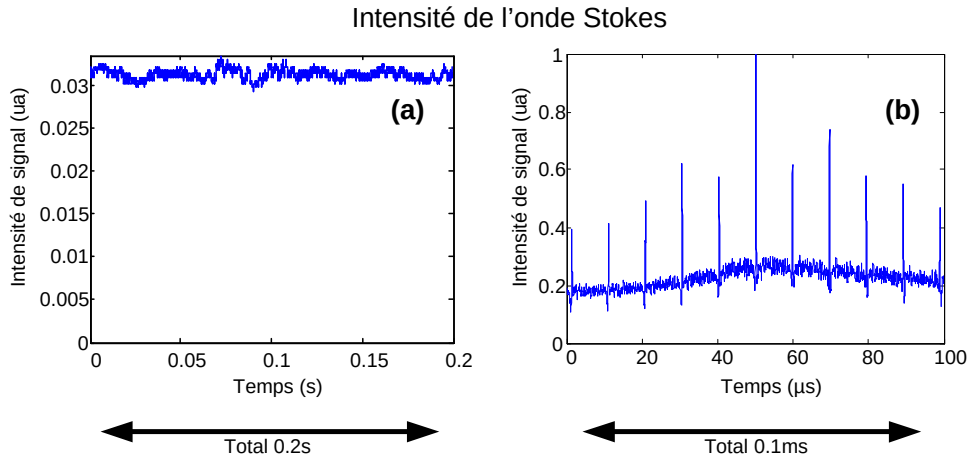


Fig. C.11 – Profil temporel de l'intensité de l'onde Stokes réfléchie par la FSI de longueur $1km$ en pompage CW.

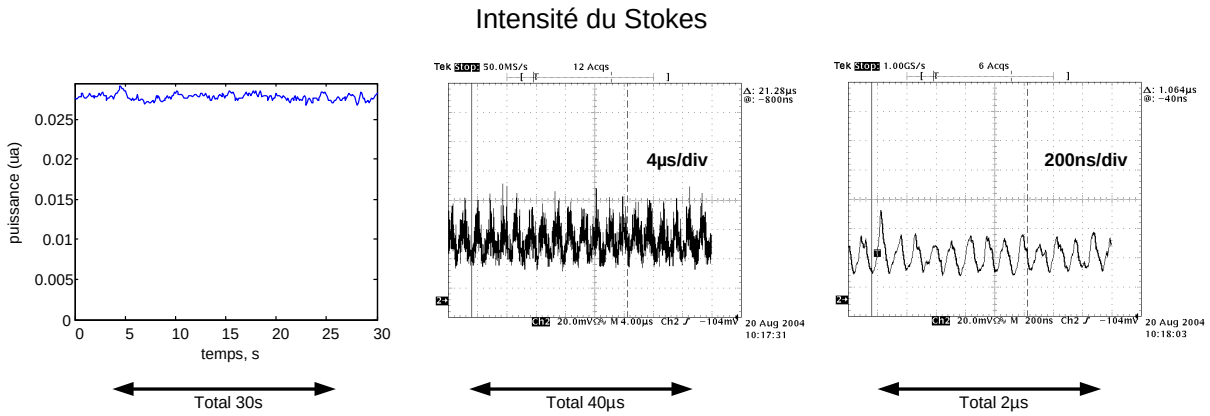


Fig. C.12 – Profil temporel de l'intensité de l'onde Stokes réfléchie par la FGI de longueur $1km$ en pompage CW.

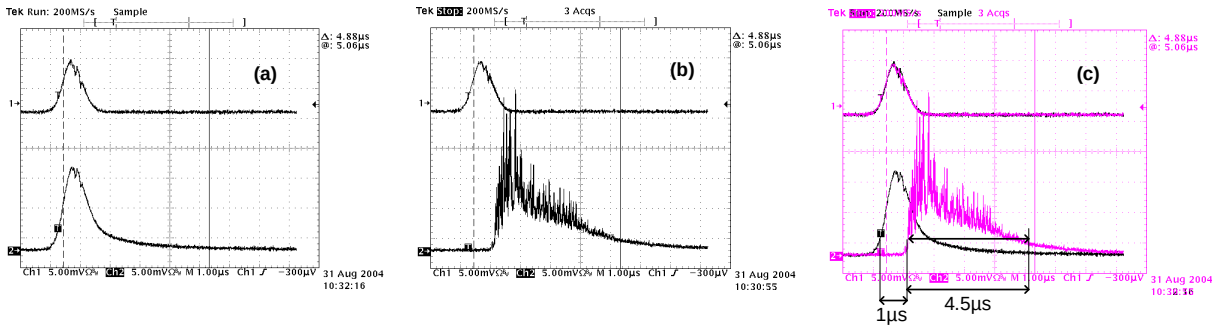


Fig. C.13 – Profil temporel de l'intensité des ondes réfléchies par la FGI de longueur $1km$ en pompage CW : (a) réflexion de Fresnel de l'onde Pompe, (b) onde Stokes et (c) superposition des courbes (a) et (b).

La figure C.13 montre les formes d'impulsion en réflexion. La courbe supérieure est la forme d'impulsion en sortie d'ampli Les figures C.13a et C.13b montrent les réflexions Fresnel et Stokes. La réflexion de Fresnel suit sans surprise la forme de l'impulsion incidente. L'impulsion Brillouin en retour (C.13b) est très bruitée et dure plus longtemps que l'impulsion incidente. Cette forme très bruitée de l'impulsion est souvent observée dans l'effet Brillouin et montre d'importantes surintensités. Afin de comparer plus précisément l'impulsion incidente et l'impulsion Brillouin, on a superposé sur C.13c les deux courbes C.13a et C.13b. Sans surprise, on constate que l'onde Stokes est émise $1\mu s$ après l'arrivée de l'onde Pompe : les premiers photons Stokes ont profité de l'amplification par l'ensemble de l'impulsion. D'autre part, l'onde Stokes dure $4.5\mu s$; c'est aussi le temps de parcours de l'impulsion dans la fibre, ou d'aller-retour jusque la moitié de la fibre : l'onde Pompe passe sous le seuil Brillouin vers la moitié de la fibre.

La figure C.14 montre, toujours dans la situation d'injection des modes élevés, l'impulsion Pompe en sortie de FGI. La figure C.14a montre l'impulsion Pompe en sortie pour différentes positions du détecteur ponctuel en bordure de spot (c'est à dire sur les modes de plus grande ouverture, ou encore les modes élevés). A titre de comparaison, on a reporté en rouge l'impulsion Pompe en entrée retardée du temps de parcours dans la fibre. On distingue 2 comportements : un affinement de l'impulsion ou au contraire l'apparition d'un creux. Ces comportements sont peut-être liés à la dynamique de construction de l'impulsion Brillouin. Les modes faibles (détecteur au centre du spot), voient un creux apparaître, comme reportés sur la C.14b. N'oublions pas que les modes élevés sont plus injectés ici. On voit également la réflexion de Fresnel du donut en retour, décalée par rapport à l'impulsion de pompe de $1\mu s$.

C.2.3 Comportement temporel en pompage impulsionnel de la FSI

Nous avons réalisé des mesures temporelles avec avec la FSI de longueur $2m$ et grâce à une photodiode rapide (ET3000). Les mesures reportées sur la figure C.15. La forme temporelle du faisceau incident est montrée en (a) : la largeur à mi-hauteur est $20ns$. En (b), la réflexion de Fresnel de largeur environ $30ns$. Le temps de parcours de la fibre de $2m$ est $20ns$. En (c), on voit le spot réfléchi au seuil Brillouin : la première bosse correspond à la réflexion de Fresnel et la seconde au Stokes, dont la largeur à mi-hauteur est inférieure à $10ns$. Le faisceau transmis, quant à lui, ne dure plus que $12ns$. Enfin, à plus forte réflectivité, les figures (e) et (f) présentent l'onde Stokes ($11ns$) et l'onde Pompe déplétée ($5.5ns$). Ainsi, le précurseur, c'est à dire la partie de l'onde Pompe qui initie la diffusion Brillouin, dure environ $5.5ns$ à cette réflectivité.

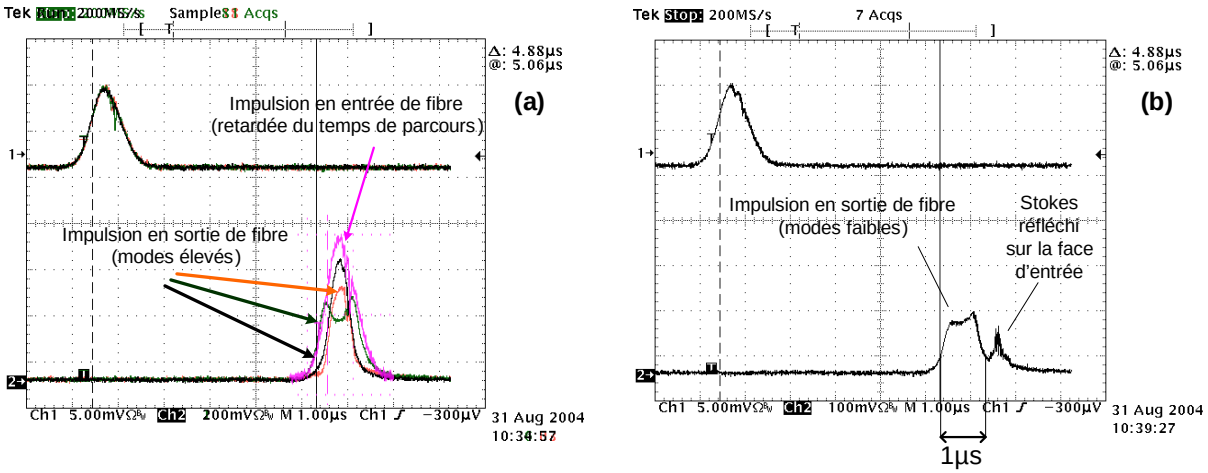


Fig. C.14 – Profil temporel de l'intensité des ondes transmises par la FGI de longueur $1km$ en pompage CW : (a) en bordure de champ (modes élevés), différentes positions du détecteur, (b) au centre du champ, Pompe déplétée et stokes réfléchi par Fresnel sur la face d'entrée.

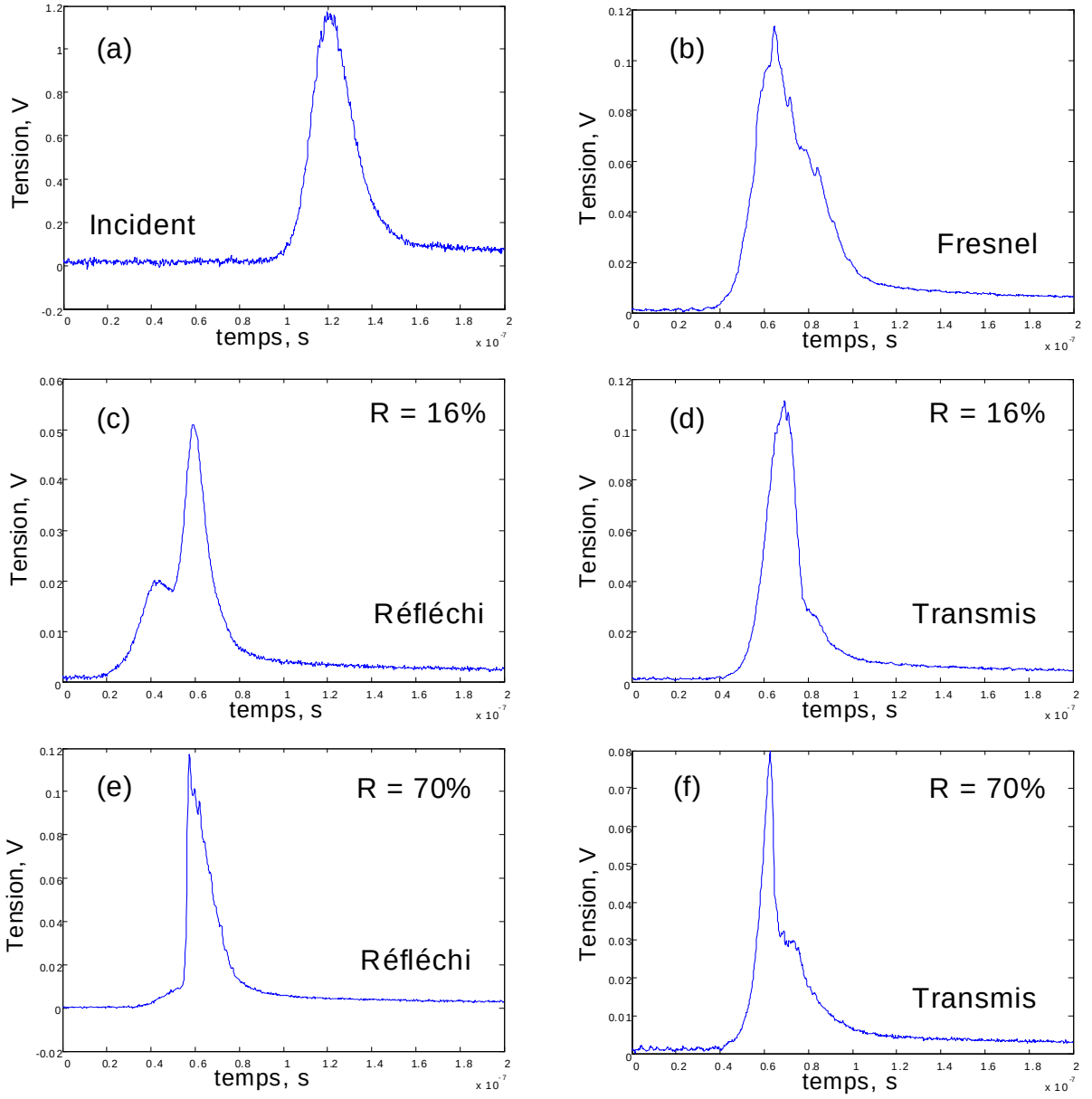


Fig. C.15 – Formes temporelles de l'onde Pompe (a) et de la réflexion de Fresnel sur les deux faces de la FSI $2m$ (b), formes temporelles des faisceaux réfléchis et transmis légèrement au dessus du seuil à une réflectivité totale de 16% (c et d) et à une réflectivité totale de 70% (e et f).

Annexe D

Publications et conférences

Conférences orales avec publication des actes

- *Ninth Int. Conf. on Photorefractive Effects, Materials, and Devices*, Nice (juin 2003), « Diode-pumped Yb-doped large-core fiber amplifier with a multimode-to-singlemode photorefractive converter », L. Lombard, A. Brignon, J.P. Huignard, E. Lallier, G. Lucas-Leclin, P. Georges, G. Pauliat, G. Roosen,
- *Photonics West*, San Jose, Californie (jan. 2004), « Diffraction limited polarized emission from a multimode Yb-doped fiber amplifier after nonlinear beam cleanup », L. Lombard, A. Brignon, J.P. Huignard, E. Lallier, G. Lucas-Leclin, P. Georges, G. Pauliat, G. Roosen,
- *JNOG*, Paris (oct. 2004), conférence invitée, « Amplificateur à fibre multimode dopée Yb avec système de remise en forme », L. Lombard, A. Brignon, J.P. Huignard, E. Lallier, G. Lucas-Leclin, P. Georges, G. Pauliat, G. Roosen,
- *JSO*, Châtillon (juin 2005), conférence invitée, « Nonlinear mode cleaning for high power fibers », L. Lombard, A. Brignon, J.P. Huignard, E. Lallier, G. Lucas-Leclin, P. Georges, G. Pauliat, G. Roosen.

Conférences orales sans publication des actes

- *CLEO Europe 2003*, Munich (juin 2003), « Diode-pumped Yb-doped large-core fiber amplifier with a multimode-to-singlemode photorefractive converter », L. Lombard, A. Brignon, J.P. Huignard, E. Lallier, G. Lucas-Leclin, P. Georges, G. Pauliat, G. Roosen.
- *CLEO US 2003*, Baltimore (juin 2003), « Diode-pumped Yb-doped large-core fiber amplifier with a multimode-to-singlemode photorefractive converter », L. Lombard, A. Brignon, J.P. Huignard, E. Lallier, G. Lucas-Leclin, P. Georges, G. Pauliat, G. Roosen.
- *CLEO US 2004*, San Fransisco (juin 2004), « Diffraction limited polarized emission from a multimode Yb fiber amplifier after nonlinear beam converter », L. Lombard, A. Brignon, J.P. Huignard, E. Lallier, G. Lucas-Leclin, P. Georges, G. Pauliat, G. Roosen.
- *Security and Defence 2004*, Londres (oct. 2004). « Diffraction limited polarized emission from a multimode Yb-doped fiber amplifier after nonlinear beam cleanup », L. Lombard, A. Brignon, J.P. Huignard, E. Lallier, G. Lucas-Leclin, P. Georges, G. Pauliat, G. Roosen.
- *JNCO 2005*, Lyon (déc. 2005), conférence invité. « Interactions non-linéaires pour réaliser un convertisseur multimode - monomode : application aux lasers à fibre », L. Lombard, A. Brignon, J.P. Huignard, E. Lallier, G. Lucas-Leclin, P. Georges, G. Pauliat, G. Roosen.

Publications internationales

- « Diode-pumped Yb-doped large-core fiber amplifier with a multimode-to-singlemode photorefractive converter », L. Lombard, A. Brignon, J.P. Huignard, E. Lallier, G. Lucas-Leclin, P. Georges, G. Pauliat, G. Roosen, OSA Trends in Optics and Photonics Series, Vol. 87, « Photorefractive Effects, Materials and Devices », pp. 547-550, 2003,
- « Diffraction-limited polarized emission from a multimode ytterbium fiber amplifier after a nonlinear beam converter », L. Lombard, A. Brignon, J. P. Huignard, E. Lallier, G. Lucas-Leclin, P. Georges, G. Pauliat, G. Roosen, Optics Letters, 29, 989, 2004,
- « Diffraction limited polarized emission from a multimode Yb fiber amplifier after nonlinear beam cleanup », L. Lombard , A. Brignon, J.P. Huignard, E. Lallier, G. Lucas-Leclin, P. Georges, G. Pauliat, G. Roosen, Proceedings SPIE Vol 5335, p. 39-45, « Fiber Lasers : Technology, Systems, and Applications » ; L. N. Durvasula ; Ed.,
- « Beam cleanup in a self-aligned gradient index Brillouin cavity for high power multimode fiber amplifier », L. Lombard, A. Brignon, J. P. Huignard, P. Georges, Optics Letters, 31, 158, 2006.

Autres publications

- *POLOQ automne 2004*, « Diffraction limited polarized emission from a multimode Yb-doped fiber amplifier after nonlinear beam cleanup », L. Lombard , A. Brignon, J.P. Huignard, E. Lallier, G. Lucas-Leclin, P. Georges, G. Pauliat, G. Roosen, pp. 45-55 (Direction Générale de l'Armement).
- *COLOQ 8*, Toulouse (sept. 2003), « Amplificateur à fibre multimode dopée Yb avec convertisseur holographique "multimode – monomode" », L. Lombard , A. Brignon, J.P. Huignard, E. Lallier, G. Lucas-Leclin, P. Georges, G. Pauliat, G. Roosen,
- *COLOQ 9*, Dijon (sept. 2005), « Méthodes de remise en forme de faisceau par effet Brillouin pour amplificateur de puissance à fibre multimode », L. Lombard, A. Brignon, J. P. Huignard, P. Georges.

Brevets

- Demande de Brevet n^o 0311730 (oct. 2003) : « Convertisseur multimode-monomode, en particulier pour source laser à fibre amplificatrice multimode »,
- Demande de Brevet n^o 0509093 (juin 2005) : « Source laser fibrée pour application Lidar »,

Bibliographie

Agrawal, G. (1989). *Nonlinear Fiber Optics*. Academic Press. 86, 94

Alimpiev, S. S., Bukreev, V. S., Vartapetov, S. K., Veselovskii, I. V., Dianov, E. M., Mel'nikov, I. V., Nersisyan, V. S., Obidin, A. Z. et Prokhorov, A. M. (1990). Phase conjugation of XeCl laser radiation in a multimode fiber waveguide. *Soviet Journal of Quantum Electronics*, 20, 276. 107

Armandillo, E. et Proch, D. (1983). Highly efficient, high-quality phase-conjugate reflection at 308 nm using stimulated Brillouin scattering. *Optics Letters*, 8, 523. 106

Baek, S. H. et Roh, W. B. (2004). Single-mode Raman fiber laser based on a multimode fiber. *Optics Letters*, 29, 153. 241

Baldeck, P. L., Raccah, F., Garuthara, R. et Alfano, R. R. (1988). Spectral and temporal investigation of cross-phase modulation effects on picosecond pulses in singlemode optical fibers. *In AIP Conference Proceedings*, numéro 172, page 700. 241

Basiev, T. T., Dianov, E. M., Karasik, A. Y., Luchnikov, A. V., Mirov, S. B. et Prokhorov, A. M. (1982). Stimulated Mandelstam-Brillouin scattering in a multimode glass fibre waveguide. *Pis'ma v Zhurnal Eksperimental'noi i Teoreticheskoi Fiziki*, 36, 85. Translation in : JETP-Letters. 106, 236

Basov, N. et Zubarev, I. (1979). Powerful laser systems with phase conjugation by SMBS mirror. *Applied Physics*, 20, 261. 106

Basov, N. G., Efimkov, V. F., Zubarev, I. G., Kotov, A. V., Mikhailov, S. I. et Smirnov, M. G. (1978). Wave front reversal accompanying VRMB of depolarised pumping. *Pis'ma v Zhurnal Eksperimental'noi i Teoreticheskoi Fiziki*. 105

Basov, N. G., Efimkov, V. F., Zubarev, I. G., Kotov, A. V., Mironov, A. B., Mikhailov, S. I. et Smirnov, M. J. (1979a). Influence of certain radiation parameters on wavefront reversal of a pump wave in a Brillouin mirror. *Soviet Journal of Quantum Electronics*, 9, 455. 105

Basov, N. G., Zubarev, I. G., Kotov, A. V., Mikhailov, S. I. et Smirnov, M. G. (1979b). Small-signal wavefront reversal in nonthreshold reflection from a Brillouin mirror. *Soviet Journal of Quantum Electronics*, 9, 237. 105

Basov, N. G., Zubarev, I. G., Kotov, A. V., Mikhailov, S. I. et Smirnov, M. G. (1979c). Small-signal wavefront reversal in nonthreshold reflection from a Brillouin mirror. *Soviet Journal of Quantum Electronics*, 9, 237. 105

Bayvel, P. et Giles, I. P. (1990). Observation of Brillouin enhanced four wave mixing in an all-fibre ring resonator. *Optics Communications*, 75, 57. 107

Bespalov, V. I., Betin, A. A. et Pasmanik, G. A. (1977a). Experimental study of the stimulated scattering threshold of multimode light beams and the degree of reproduction of pumping in scattered radiation. *Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii, Radiofizika*. 104

Bespalov, V. I., Betin, A. A. et Pasmanik, G. A. (1977b). Restoration effects during excited scattering. *Pis'ma v Zhurnal Tekhnicheskoi Fizika*, 3, 215. Translation in : Soviet-Technical-Physics-Letters. 104

Blaschuk, V. N., Krasheninnikov, V. N., Melnikov, N. A., Pilipetsky, N. F., Ragulsky, V. V., Shkunov, V. V. et Zel'dovich, B. Y. (1978). SBS wave front reversal for the depolarized light-theory and experiment. *Optics Communications*, 27, 137. 105, 122, 124, 125, 223, 224

Blashchuk, V. N., Zel'dovich, B. Y., Krasheninnikov, V. N., Mel'nikov, N. A., Pilipetskii, N. F., Ragul'skii, V. V. et Shkunov, V. V. (1978). Stimulated scattering of depolarized radiation. *Soviet Physics Doklady*, 23, 588. 105

Blashchuk, V. N., Zel'dovich, B. Y., Mel'nikov, N. A., Pilipetskii, N. F., Popovichev, V. I. et Ragul'skii, V. V. (1977). Conversion of the wave-front during excited scattering of focused light beams. *Pis'ma v Zhurnal Tekhnicheskoi Fizika*. 104

Blekhovskikh, G. L., Kudryavtseva, A. D. et Sokolovskaya, A. I. (1978). Reconstruction of the wavefront of light beams in stimulated Raman scattering. *Soviet Journal of Quantum Electronics*, 8, 1028. 105

Borisov, B. N., Krizhilin, Y. I., Nashchekin, S. A., Orlov, V. K. et Shklyarik, S. V. (1980). Wavefront inversion in induced Mandel'shtam-Brillouin scattering in a glass without failure. *Soviet Physics Technical Physics*, 25, 645. 105

Borisov, B. N., Kruzhilin, Y. I. et Shklyarik, S. V. (1978). Wave-front inversion of the output from a neodymium laser caused by a stimulated-Brillouin-scattering mirror. *Soviet Technical Physics Letters*, 4, 66. 105

Botineau, J., Picholle, E. et Bahloul, D. (1995). Effective stimulated Brillouin gain in singlemode optical fibres. *Electronics Letters*, 31, 2032. 96

Boyd, R. (1992). *Nonlinear Optics*. Academic Press. 71, 72, 77, 109

Brignon, A., Huignard, J. P., Garrett, M. H. et Mnushkina, I. (1997). Spatial beam cleanup of a Nd :YAG laser operating at 1.06 mu m with two-wave mixing in Rh :$BaTiO_3$. *Applied Optics*, 36, 7788. 19

Brignon, A., Huignard, J. P. et Lallier, E. (2001). Multimode to single-mode conversion of a Yb-doped fiber amplifier with a photorefractive Rh :$BaTiO_3$ crystal. *Applied Physics B Lasers and Optics*, B72, 789. 19, 22

Bruesselbach, H. (1993). Beam cleanup using stimulated Brillouin scattering in multimode fibers. *In CLEO 1993 Proceedings*. 241, 281, 292, 329

Chen, J., Hong, Z., Bao, C., Qiu, W. et Wang, X. (1998). Nd :YAG master-oscillator power amplifier with an optical fiber phase conjugating mirror. *In Proceedings of the SPIE The International Society for Optical Engineering. 1998*. 107

Chertkov, A. A. (1984). Phase conjugation of a laser beam in an optical fiber. *Soviet Technical Physics Letters*, 10, 598. 106, 107, 235, 236

Chiang, K. S. (1992). Stimulated Raman scattering in a multimode optical fiber : evolution of modes in Stokes waves. *Optics Letters*, 17, 352. 241, 242, 288

Chiou, A. E. T. et Pochi, Y. (1985). Beam cleanup using photorefractive two-wave mixing. *Optics Letters*, 10, 621. 19

Cohen-Tannoudji, C., Diu, B. et Laloe, F. (1998). *Quantum Mechanics*, volume I and II. Wiley, John & Sons. 167

Crofts, G. J., Damzen, M. J. et Lamb, R. A. (1991). Experimental and theoretical investigation of two-cell stimulated-Brillouin-scattering systems. *Journal of the Optical Society of America B Optical Physics*, 8, 2282. 106

Cudney, R. S. et Kaczmarek, M. (2000). Light-induced removal of 180 degrees ferroelectric domains in Rh :$BaTiO_3$. *Optics Express*, 7. 55

Dane, C. B., Neuman, W. A. et Hackel, L. A. (1992). Pulse-shape dependence of stimulated-Brillouin-scattering phase-conjugation fidelity for high input energies. *Optics Letters*, 17, 1271. 106

Di-Teodoro, F., Koplow, J., Moore, S. et Kliner, D. (2002). Diffraction-limited, 300-kW peak-power pulses from a coiled multimode fiber amplifier. *Optics Letters*, 27, 518. vi

Dominic, V., MacCormack, S., Waarts, R., Sanders, S., Bicknese, S., Dohle, R., Wolak, E., Yeh, P. et Zucker, E. (1999). 110W fibre laser. *Electronics Letters*, 35, 1158. vi

Duelk, M., Baining, L. et Eichler, H. J. (1995). Reduction of beam divergence after multi mode glass fibers by SBS phase conjugation. *In CLEO 1995 Proceedings.* 106

Duignan, M. T., Feldman, B. J. et Whitney, W. T. (1987). Stimulated Brillouin scattering and phase conjugation of hydrogen fluoride laser radiation. *Optics Letters*, 12, 111. 106

Efimkov, V. F., Zubarev, I. G., Kotov, A. V., Moronov, A. B. et Mikhailov, S. I. (1981). Gain increments of Stokes fields in stimulated scattering of spatially inhomogeneous radiation. *Soviet Journal of Quantum Electronics*, 11, 533. 105

Eichler, H. J., Haase, A., Kunde, J., Liu, B. et Mehl, O. (1997a). Fiber phase-conjugator as reflecting mirror in an MOPA-arrangement. *In Proceedings of the SPIE The International Society for Optical Engineering.* 107

Eichler, H. J., Haase, A. et Menzel, R. (1996a). High beam quality by SBS phase conjugation of a single rod Nd-amplifier up to 140 W average output power. *Optical and Quantum Electronics*, 28, 261. 106

Eichler, H. J., Kunde, J. et Liu, B. (1997b). Quartz fibre phase conjugators with high fidelity and reflectivity. *Optics Communications*, 139, 327. 107, 237, 239, 281

Eichler, H. J., Liu, B., Duelk, M., Lu, Z. et Chen, J. (1996b). Phase conjugation behind an ordered multimode fibre bundle. *Optics Communications*, 123, 412. 106

Eichler, H. J. et Mehl, O. (2001). Phase conjugate mirrors. *Journal of Nonlinear Optical Physics and Materials*, 10, 43. 107

Eichler, H. J., Mocofanescu, A., Riesbeck, T., Risse, E. et Bedau, D. (2002). Stimulated Brillouin scattering in multimode fibers for optical phase conjugation. *Optics Communications*, 208, 427. 107, 238

Fotiadi, A. A. (2001). Phase conjugation by stimulated Brillouin amplification in cylindrical fibers. *In CLEO 2001 Proceedings.* 96

Fotiadi, A. A., Kiyan, R., Deparis, O., Megret, P. et Blondel, M. (2002). Statistical properties of stimulated Brillouin scattering in single-mode optical fibers above threshold. *Optics Letters*, 27, 83. 96

Fotiadi, A. A. et Kuzin, A. (1997). SBS amplification in multimode optical fibers. *In CLEO 1997 Proceedings.* 96

Gapontsev, V., Platonov, N., Shkurihin, O. et Zaitsev, I. (2003). 400W low-noise single-mode CW Ytterbium fiber laser with an integrated fiber delivery. *In CLEO 2003 Postdeadline papers.* vi

Gerasimov, V. B., Gerasimova, S. A. et Orlov, V. K. (1977). Wavefront of Stokes component in stimulated Brillouin backscattering. *Soviet Journal of Quantum Electronics*, 7, 527. 105

Grigor'yants, V. V. et Smirnov, V. I. (1983). Stimulated Brillouin scattering in fiber-optic waveguides. *Soviet Journal of Quantum Electronics*, 13, 1334. 106

Hanisch, C., Heuer, A. et Menzel, R. (2001). Threshold reduction of stimulated Brillouin scattering (SBS) using fiber loop schemes. *Applied Physics B Lasers and Optics*, B73, 851. 107, 242

Harrison, R. G., Kovalev, V. I., Weiping, L. et Dejin, Y. (1999). SBS self-phase conjugation of CW Nd :YAG laser radiation in an optical fibre. *Optics Communications*, 163, 208. 107, 239

Heebner, J. E., Bennink, R. S., Boyd, R. W. et Fisher, R. A. (2000). Conversion of unpolarized light to polarized light with greater than 50% efficiency by photorefrac-tive two-beam coupling. *Optics Letters*, 25, 257. 19

Hellwarth, R. (1983). *Phase conjugation by stimulated Backscattering*, chapitre 7. Fisher, Ed., Academic Press. 127

Hellwarth, R. W. (1978). Theory of phase conjugation by simulation scattering in a waveguide. *Journal of the Optical Society of America*, 68, 1050. 107, 127, 167, 189, 240

Heuer, A., Hanisch, C. et Menzel, R. (2003). Low-power phase conjugation based on stimulated Brillouin scattering in fiber amplifiers. *Optics Letters*, 28, 34. 107, 239, 240

Heuer, A. et Menzel, R. (1998). Phase-conjugating stimulated Brillouin scattering mirror for low powers and reflectivities above 90% in an internally tapered optical fiber. *Optics Letters*, 23, 834. 107, 238

Hon, D. T. (1980). Pulse compression by stimulated Brillouin scattering. *Optics Letters*, 5, 516. 105

Hull, D. R., Lamb, R. A. et Digman, J. R. (1989). Efficient phase conjugation at high energies using two cells. *Optics Communications*, 72, 104. 106

Huot, N. (1999). *Etude de $BaTiO_3$:Rh photoréfractif à $1,06\mu m$ et application à la correcion dynamique de front d'onde par conjugaison de phase.* Thèse de doctorat, Université de Paris Sud. 24

Imai, Y. et Yoshida, M. (2000). Polarization characteristics of fiber-optic SBS phase conjugation. *Optical Fiber Technology : Materials, Devices and Systems*, 6, 42. 107

Jackel, S., Shalev, P. et Lallouz, R. (1993). Experimental and theoretical investigation of statistical fluctuations in phase conjugate mirror reflectivity. *Optics Communications*, 101, 411. 106

Jeong, Y., Nilsson, J., Sahu, J. K., Soh, D. B., Dupriez, P., Codemard, C. A., Baek, S., Payne, D. N., Horley, R., Alvarez-Chavez, J. A. et Turner, P. W. (2005a). Single-mode plane-polarized ytterbium-doped large-core fiber laser with 633-W continuous-wave output power. *Optics Letters*, 30, 955. vi

Jeong, Y., Nilsson, J., Sahu, J. K., Soh, D. B. S., Alegria, C., Dupriez, P., Codemard, C. A., Payne, D. N., Horley, R., Hickey, L. M. B., Wanzcyk, L., Chryssou, C. E., Alvarez-Chavez, J. A. et Turner, P. W. (2005b). Single-frequency, single-mode, plane-polarized ytterbium-doped fiber master oscillator power amplifier source with 264 W of output power. *Optics Letters*, 30, 459. vi

Jones, D. C., Rockwell, D. A. et Matthews, S. C. (1995). Aberration and depolarization compensation of a 10-m large-core (up to 1-mm) fiber by using a Brillouin phase-conjugate mirror. *In CLEO 1995 Proceedings.* 106

Kamshilin, A. A., Frejlich, J. et Cescato, L. (1986). Photorefractive crystals for the stabilization of the holographic setup. *Applied Optics*, 25, 2375. 40

Kovalev, V. I. et Harrison, R. G. (1999). Diffraction limited output from a CW Nd :YAG master oscillator/power amplifier with fibre phase conjugate SBS mirror. *Optics Communications*, 166, 89. 107

Kovalev, V. I. et Harrison, R. G. (2000a). CW fibre-based SBS phase conjugator : applications for power scalable beam clean up of all-solid state MOPA's. *In LEOS 2000 Proceedings.* 107

Kovalev, V. I. et Harrison, R. G. (2000b). Observation of inhomogeneous spectral broadening of stimulated Brillouin scattering in an optical fiber. *Physical Review Letters*, 85, 1879. 95

Kovalev, V. I. et Harrison, R. G. (2002). Waveguide-induced inhomogeneous spectral broadening of stimulated Brillouin scattering in optical fiber. *Optics Letters*, 27, 2022. 96

Kovalev, V. I. et Harrison, R. G. (2003). CW fibre-based SBS phase conjugator. *In CLEO Europe 2003 Postdeadline papers.* 107, 260

Kovalev, V. I. et Harrison, R. G. (2004). CW fibre-based SBS phase conjugator+fiber ampli. *In Photoniccs West 2004 Proceedings.* 107, 240, 346

Krivoshchekov, V. A., Pilipetskii, N. F. et Shkunov, V. V. (1986). Dependence of the quality of wavefront reversal by stimulated scattering in a fiber waveguide on the coupling-in conditions. *Soviet Journal of Quantum Electronics*, 16, 827. 96

Kudriavtseva, A. D., Sokolovskaia, A. I., Gazengel, J., Phu-Xuan, N. et Rivoire, G. (1978). Reconstruction of the laser wave-front by stimulated scatterings in the pico-second range. *Optics Communications*, 26, 446. 105

Kuzin, E. A., Petrov, M. P. et Davydenko, B. E. (1984). Phase conjunction by long optical fibers. *Soviet Technical Physics Letters*, 10, 349. 106, 107

Kuzin, E. A., Petrov, M. P. et Davydenko, B. E. (1985). Phase conjugation in an optical fibre. *Optical and Quantum Electronics*, 17, 393. 106, 107, 236

Kuzin, E. A., Petrov, M. P. et Fotiadi, A. A. (1988). Fiber-optic stimulated-Brillouin-scattering amplifier. *Soviet Physics Technical Physics*, 33, 206. 107

Kuzin E. A., P. M. P. et ed M, F. A. A. (1994). *Phase Conjugation by SMBS in Optical Fibers*, chapitre 74. Gower, M. and Proch, D., Ed., Springer (Berlin). 236

Levenson, M. D., Johnson, K. M., Hanchett, V. C. et Chiang, K. (1981). Projection photolithography by wave-front conjugation. *Journal of the Optical Society of America.* 106

Liem, A., Limpert, J., Zellmer, H. et Tunnermann, A. (2003). 100W single-frequency master-oscillator fiber power amplifier. *Optics Letters*, 28, 1537. vi

Limpert, J., Liem, A., Zellmer, H. et Tunnermann, A. (2003). 500W continuous wave fibre laser with excellent beam quality. *Electronics Letters*, 39, 645. vi

Lombard, L., Brignon, A., Huignard, J. P., Lallier, E., Lucas-Leclin, G., Georges, P., Pauliat, G. et Roosen, G. (2003). Diode-pumped Yb-doped large-core fiber amplifier with a multimode-to-singlemode photorefractive converter. *In CLEO Europe 2003 Proceedings.* 61

Lombard, L., Brignon, A., Huignard, J. P., Lallier, E., Lucas Leclin, G., Georges, P., Pauliat, G. et Roosen, G. (2004). Diffraction-limited polarized emission from a multimode ytterbium fiber amplifier after a nonlinear beam converter. *Optics Letters*, 29, 989. 61, 344

Mager, L., Pauliat, G., Rytz, D., Garrett, M. H. et Roosen, G. (1995). Wavefront correction of nanosecond pulses at 532 nm by photorefractive two wave mixing. *Nonlinear Optics, Principles, Materials, Phenomena and Devices*, 11, 135. 19

Matthews, S. C. et Rockwell, D. A. (1994). Correction of phase and depolarization distortions in a multimode fiber at 1.064 mu m with stimulated-Brillouin-scattering phase conjugation. *Optics Letters*, 19, 1729. 106, 202

Mays, R., J. et Lysiak, R. J. (1979). Phase conjugated wavefronts by stimulated Brillouin and Raman scattering. *Optics Communications*, 31, 89. 105

Mays, R., J. et Lysiak, R. J. (1980). Observations of wavefront reproduction by stimulated Brillouin and Raman scattering as a function of pump power and waveguide dimensions. *Optics Communications*, 32, 334. 105

Mocofanescu, A. ans Wang, L., Jain, R., Shaw, K., Peterson, P. et Gavrielides, A. (2004). Efficient phase conjugation via stimulated Brilloun scattering in optical fibers. *In LEOS 2004 Proceedings*. 240

Moore, G. T. (2001). A model for diffraction-limited high-power multimode fiber amplifiers using seeded stimulated Brillouin scattering phase conjugation. *IEEE Journal of Quantum Electronics*, 37, 781. 240

Moyer, R. H., Valley, M. et Cimolino, M. C. (1988). Beam combination through stimulated Brillouin scattering. *Journal of the Optical Society of America B Optical Physics*, 5, 2473. 241

Murray, J. T., Austin, W. L. et Powell, R. C. (1999). Intracavity Raman conversion and Raman beam cleanup. *Optical Materials*. 113

Nosach, O. Y., Popovichev, V. I., Ragul'skii, V. V. et Faizullov, F. S. (1972). Cancellation of phase distortions in an amplifying medium with a 'Brillouin mirror'. *JETP Letters*. 104

Ogusu, K., Hongpu, L. et Kitao, M. (2004). Brillouin-gain coefficients of chalcogenide glasses. *Journal of the Optical Society of America B Optical Physics*, 21, 1302. 106

Osborne, M. R. et O'Key, M. A. (1992). Temporal response of stimulated Brillouin scattering phase conjugation. *Optics Communications*, 94, 346. 106

Ostermeyer, M. et Menzel, R. (1999). 50 Watt average output power with 1.2*DL beam quality from a single rod Nd :YALO laser with phase-conjugating SBS mirror. *Optics Communications*, 171, 85. 106

Ottusch, J. J. et Rockwell, D. A. (1991). Stimulated Brillouin scattering phase-conjugation fidelity fluctuations. *Optics Letters*, 16, 369. 105

Pauliat, G. et Roosen, G. (2000). *L'effet photoréfractif*. Lévy, R. and Jonathan, J.M., Ed., EdP. 20

Petrov, M. P. et Kuzin, E. A. (1982). Stimulated Brillouin scattering and phase conjugation in optical fibers. *Soviet Technical Physics Letters*, 8, 316. 106, 235

Petrov, M. P. et Kuzin, E. A. (1983). Stimulated Brillouin scattering in optical fibers, and wavefront reversal. *Soviet Physics Solid State*, 25, 188. 106

Pilipetskiy, N. F., Popovichev, V. I. et Ragulskiy, V. V. (1981). Comparison of the amplification coefficients of conjugate and non-conjugate waves in stimulated light scattering. *Optics Communications*, 40, 73. 105

Piper, A., A.Malinowski, K.Furusawa et D.J.Richardson (2004). 1.2mJ, 37ns single-moded pulses at 10kHz repetition rate from a Q-switched ytterbium fiber laser. *In CLEO 2004 Proceedings*, page CMK3. vi

Randoux, S., Zemmouri, J., Kovalev, V. I. et Harrison, R. G. (2002). Comment on "Observation of inhomogeneous spectral broadening of stimulated Brillouin scattering in an optical fiber" [and reply]. *Physical Review Letters*, 88, 029401. 96

Richardson, D., Britton, P. et Taverner, D. (1997). Diode-pumped, high-energy, single transverse mode Q-switch fibre laser. *Electronics Letters*, 33, 1955. vi

Riesbeck, T., Risse, E. et Eichler, H. J. (2001). Pulsed solid-state laser system with fiber phase conjugation and 315 W average output power. *Applied Physics B Lasers and Optics*, B73, 847. 106, 107, 238

Rockwell, D. A. et Giuliano, C. R. (1986). Coherent coupling of laser gain media using phase conjugation. *Optics Letters*, 11, 147. 241

Rodgers, B. C., Russell, T. H. et Roh, W. B. (1999). Laser beam combining and cleanup by stimulated Brillouin scattering in a multimode optical fiber. *Optics Letters*, 24, 1124. 241, 292, 329

Russell, T. H., Roh, W. B. et Marciante, J. R. (2001). Incoherent beam combining using stimulated Brillouin scattering in multimode fibers. *Optics Express*, 8. 241, 312, 329

Serebryakov, V. A. et Chertkov, A. A. (1987). Wavefront reversal of microsecond radiation in fiber waveguides. *Soviet Journal of Quantum Electronics*, 17, 493. 107, 224, 237, 238

Siegman, A. E. (1986). *Lasers*. University Science Books. 247

Sjoberg, M., Quiroga-Teixeiro, M. L., Galt, S. et Hard, S. (2003). Dependence of stimulated Brillouin scattering in multimode fibers on beam quality, pulse duration, and coherence length. *Journal of the Optical Society of America B Optical Physics*, 20, 434. 107

Slatkine, M., Bigio, I. J., Feldman, B. J. et Fisher, R. A. (1982). Efficient phase conjugation of an ultraviolet XeF laser beam by stimulated Brillouin scattering. *Optics Letters*, 7, 108. 106

Sokolovskaya, A. I., Brekhovskikh, G. L. et Kudryavtseva, A. D. (1977). Restoration of wave front of light beams during stimulated Raman scattering. *Soviet Physics Doklady*, 22, 156. 106

Suni, P. et Falk, J. (1986). Theory of phase conjugation by stimulated Brillouin scattering. *Journal of the Optical Society of America B Optical Physics*, 3, 1681. 107, 109, 193, 240

Suni, P. et Falk, J. (1987). Measurements of stimulated Brillouin scattering phase-conjugate fidelity. *Optics Letters*, 12, 838. 105, 191, 227

Tei, K., Tsuruoka, Y., Uchiyama, T. et Fujioka, T. (2001). Stimulated Brillouin scattering in multimode optical fibers. *In Proceedings of the SPIE The International Society for Optical Engineering 2001*. 107

Tomov, I. V., Fedosejevs, R. et McKen, D. C. D. (1984). High-efficiency stimulated Brillouin scattering of KrF laser radiation in SF/sub 6. *Optics Letters*, 9, 405. 106

Valley, M., Lombardi, G. et Aprahamian, R. (1986). Beam combination by stimulated Brillouin scattering. *Journal of the Optical Society of America B Optical Physics*, 3, 1492. 241

Vasil'ev, Y. P., Razenshtein, P. S. et Shklovskii, E. I. (1985). Stimulated Brillouin scattering mirror in the form of a multimode optical fiber in a four-pass neodymium phosphate glass laser amplifier. *Soviet Journal of Quantum Electronics*, 15, 1417. 107

Wang, V. et Giuliano, C. R. (1978). Correction of phase aberrations via stimulated Brillouin scattering. *Optics Letters*, 2, 4. 105

Yeh, P. (1989). Two-wave mixing in nonlinear media. *IEEE Journal of Quantum Electronics*, 25, 484. 20

Yoshida, H., Fujita, H., Nakatsuka, M., Fujinoki, A. et Yoshida, K. (2003). Fused-quartz glass with low optical quality as a high damage-resistant stimulated Brillouin-scattering phase-conjugation mirror. *Optics Communications*, 222, 257. 106

Zel-dovich, B. Y., Krivoshchekov, V. A., Mamaev, A. V., Mel-nikov, N. A., Pilipetskii, N. F. et Shkunov, V. V. (1986). Effect of depolarization on conjugation (inversion) quality in stimulated scattering in optical fibers. *JETP Letters*, 43, 17. 107, 224

Zel'dovich, B. Y., Mel'nikov, N. A., Pilipetskii, N. F. et Ragul'skii, V. V. (1977). The inversion of the wave front for stimulated Raman scattering. *Zhurnal Eksperimental'noi i Teoreticheskoi Fiziki, Pis'ma v Redaktsiyu*, 25, 41. Translation in : JETP-Letters. 106

Zel'dovich, B. Y. et Pilipetskii, A. N. (1986). Influence of sound diffraction on stimulated Brillouin scattering in a single-mode waveguide. *Soviet Journal of Quantum Electronics*, 16, 546. 96

Zel'dovich, B. Y., Popovichev, V. I., Ragul'skii, V. V. et Faizullov, F. S. (1972). Connection between the wave fronts of the reflected and exciting light in stimulated Mandel'shtam-Brillouin scattering. *JETP Letters*. 104, 107

Zel'dovich, B. Y. et Shkunov, V. V. (1977). Wavefront reproduction in stimulated Raman scattering. *Soviet Journal of Quantum Electronics*, 7, 610. 106, 240

Méthodes non linéaires de remise en forme de faisceaux pour amplificateur de puissance à fibre multimode

High power multimode fiber amplifier with wavefront reshaping for high beam quality recovery

Laurent Lombard

Mémoire de thèse – PhD. dissertation

3 octobre 2005

Résumé. Le développement récent des fibres à large cœur quasi-monomodes a permis une montée en puissance rapide des lasers à fibre. En effet, l'utilisation d'un gros cœur permet de limiter les effets non linéaires indésirables et d'augmenter les seuils de dommage. Afin de poursuivre la montée en puissance, nous avons exploré une voie originale utilisant des fibres amplificatrices dopée Ytterbium à très large cœur, donc multimodes, suivies d'interactions non linéaires de remise en forme. Deux concepts ont été étudiés pour la restitution d'un faisceau limité par la diffraction :

- le premier réalise la remise en forme par effet photoréfractif dans un cristal de $Rh:BaTiO_3$. Un schéma original a été proposé et validé expérimentalement. Ce convertisseur de mode transforme tout faisceau laser cohérent, dépolarisé et aberrant en un faisceau polarisé et limité par la diffraction,
- le second est issu d'une étude théorique et expérimentale détaillée de la rétrodiffusion Brillouin stimulée (SBS) dans des fibres multimodes. S'il est bien connu que des effets de conjugaison de phase ou de nettoyage de faisceau peuvent être observés par SBS dans les fibres multimodes, leurs conditions d'observation le sont moins. Cette étude permet de définir les conditions dans lesquelles les effets de conjugaison de phase (fibre à saut d'indice courte) ou de nettoyage de faisceau (fibres à gradient d'indice) sont attendus. Le schéma original proposé et validé expérimentalement est une cavité Brillouin auto-alignée contenant une fibre multimode à gradient d'indice. La remise en forme est effectuée par réflexion efficace du faisceau multimode vers le mode fondamental de la fibre à gradient d'indice.

Abstract. The recent development of quasi-singlemode large mode area fibers has led to a quick rise in fiber laser power. Indeed, the large core prevents nonlinear effects and increases damage threshold. In order to further increase the core diameter, we propose an alternative approach using a very large core multimode fiber amplifier followed by a nonlinear beam cleanup interaction to restore a diffraction limited beam profile. Two concepts have been studied :

- in the first one the beam quality is restored by two-wave mixing in a $Rh:BaTiO_3$ photorefractive crystal. An original scheme has been proposed and experimentally validated. This mode converter can change any depolarized, aberrated and coherent laser beam into a diffraction-limited beam,
- the second one is a result of a detailed theoretical and experimental study of stimulated Brillouin backscattering (SBS) in multimode fibers. It is well known that both phase conjugation and beam cleanup behavior are observed by SBS in multimode fibers, but the reasons why each effect occur are not clear. The study defines the conditions in which phase conjugation (short step index fibers) or beam cleanup (gradient index fibers) are more likely to occur. An original geometry has been proposed and experimentally demonstrated. We obtain efficient and highly stable beam cleanup in a multimode gradient index fiber by using a self-aligned loop geometry. Beam cleanup is achieved by efficient reflection of the multimode beam to the fundamental gradient index fiber mode.