

Prise en compte des spécificités des pièces forgées en fatigue illimitée

Nicolas Caillet

▶ **To cite this version:**

Nicolas Caillet. Prise en compte des spécificités des pièces forgées en fatigue illimitée. Mécanique [physics.med-ph]. École Nationale Supérieure des Mines de Paris, 2007. Français. NNT : 2007ENMP1523 . tel-00271401

HAL Id: tel-00271401

https://pastel.hal.science/tel-00271401

Submitted on 9 Apr 2008

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

MINES PARIS
ParisTech

ED n°364 : Sciences Fondamentales et Appliquées

N°attribué par la bibliothèque
|__|__|__|__|__|__|__|__|__|__|

T H E S E

pour obtenir le grade de
Docteur de l'Ecole des Mines de Paris
Spécialité "Mécanique numérique"

présentée et soutenue publiquement par
Nicolas CAILLET

le 13 décembre 2007

PRISE EN COMPTE DES SPECIFICITES DES PIECES FORGEES EN FATIGUE ILLIMITEE

Directeur de thèse : Yvan Chastel
Co-encadrement : Pierre-Olivier Bouchard

Jury

M. Laurent Dubar	Président
M. Pierre-Olivier Bouchard	Examinateur
M. Yvan Chastel	Examinateur
M. Pascal Daguier	Examinateur
M. Ridha Hambli	Rapporteur
M. Franck Morel	Rapporteur



ED n°364 : Sciences Fondamentales et Appliquées

N°attribué par la bibliothèque
|__|__|__|__|__|__|__|__|__|__|

T H E S E

pour obtenir le grade de
Docteur de l'Ecole des Mines de Paris
Spécialité "Mécanique numérique"

présentée et soutenue publiquement par
Nicolas CAILLET

le 13 décembre 2007

PRISE EN COMPTE DES SPECIFICITES DES PIECES FORGEES EN FATIGUE ILLIMITEE

Directeur de thèse : Yvan Chastel
Co-encadrement : Pierre-Olivier Bouchard

Jury

M. Laurent Dubar	Président
M. Pierre-Olivier Bouchard	Examinateur
M. Yvan Chastel	Examinateur
M. Pascal Daguier	Examinateur
M. Ridha Hambli	Rapporteur
M. Franck Morel	Rapporteur

REMERCIEMENTS

En tout premier lieu, je remercie M. Dubar d'avoir accepté de présider mon jury de thèse. Franck Morel et Rhida Hambli m'ont fait l'honneur d'être des rapporteurs attentifs : que leur disponibilité soit ici remerciée.

Ce travail de recherche a été mené au sein du Centre de Mise en Forme des Matériaux de l'Ecole des Mines de Paris. Dans ce contexte, je remercie Jean-Loup Chenot (Directeur du CEMEF) pour m'avoir accueilli dans son laboratoire. Tout au long de ces trois ans, j'ai fait partie des groupes MSR et M3P dirigés par Yvan Chastel et Francois Bay.

Mes remerciements les plus chaleureux et les plus sincères sont adressés à mes directeurs de thèse, Yvan Chastel et PO Bouchard. Ce travail de recherche n'aurait pu être mené à bien sans leur aide, leur soutien permanent et bien évidemment leur bonne humeur.

Merci à M. Laboureur qui a contribué à la transition du mastère à cette thèse, et qui m'a fait le plaisir d'assister à ma soutenance.

Cette thèse a été réalisée dans le cadre d'un projet national qui m'a permis de rencontrer des personnes qui m'ont été d'une aide précieuse dans cette aventure. Je remercie donc toutes les personnes qui ont fait partie du projet OPTIMAT.

Je tiens particulièrement à remercier Gilles Baudry, Pascal Daguier et Jean-Michel Jachmich d'Ascométal CREAS, sans qui une grande partie de ce travail n'aurait pu avoir lieu et qui ont toujours été sources d'une aide précieuse.

Je remercie encore une fois Franck Morel pour les discussions que j'ai eues avec lui et qui m'ont beaucoup apporté.

Je dois évidemment remercier Nicolas Laurain et Marc Milesi qui ont contribués à ce travail.

Si tout au long de ma thèse, il a régné une très bonne ambiance au sein du labo c'est en particulier grâce à certaines personnes. Merci à toute l'équipe de la Hall pour sa bonne humeur, MYP, Marie-Françoise, Geneviève, Florence, Brigitte et tous les autres.

Bien évidemment, je tiens à remercier toutes les personnes qui étaient là au cours de ces 3 ans. Merci au chef, Pomponette, Aurélien, Céline, Magalie, Carole, Olivier, Audrey, Medhi, Elise, Cédric, Sylvain, Marianne, Abla, Gérard ….Et que ceux que j'oublie de citer me pardonnent.

Un immense merci à Matt, Isa, Ben, Tom et Anne Laure pour m'avoir toujours encouragé dans ce parcours du combattant et merci d'avoir été là jusqu'au bout.

Un dernier merci pour toi, Véro, qui a toujours été là, merci pour ta très très très ….. grande patience.

SOMMAIRE

INTRODUCTION 1

I SPECIFICITE ET TENUE A LA FATIGUE DES PIECES FORGEES 3

I.1 Notations 3

I.2 Spécificités des pièces forgées 4
I.2.1 La notion de fibrage 4
I.2.2 Comportement des inclusions durant le forgeage 5
I.2.3 Influence du corroyage sur les propriétés mécaniques 6
I.2.4 Influence des traitements thermiques 7
I.2.5 Les contraintes résiduelles 9
I.2.6 Etat de surface des pièces forgées 9

I.3 Quelques notions sur la fatigue 10
I.3.1 Les différentes phases d'endommagement en fatigue 10
I.3.2 Conditions de chargement 12
I.3.3 Comportement du matériau sous différentes charges 13
I.3.4 Bilan 14

I.4 Phénomènes observés en fatigue 14
I.4.1 Influence du cisaillement moyen en torsion 14
I.4.2 Influence d'une contrainte normale moyenne en flexion 15
I.4.3 Evolution du rapport des limites de fatigue en traction et en torsion 15
I.4.4 Effet de gradient 15
I.4.5 Effet d'entaille 16
I.4.6 Influence des inclusions 17
I.4.7 Effet microstructure et texture 17
I.4.8 Fatigue des pièces forgées ou corroyées 19
I.4.9 Bilan sur les phénomènes observés en fatigue 21

I.5 Les critères d'endurance pour matériau sain 21
I.5.1 Introduction 21
I.5.2 Les critères macroscopiques 23
I.5.3 Les critères microscopiques 26
I.5.4 Les critères non locaux 32
I.5.5 Bilan sur les critères d'endurance pour matériau sain 35

I.6 Détermination de la limite de fatigue des matériaux contenant des défauts 35
I.6.1 Introduction 35
I.6.2 Classification des différentes approches 36
I.6.3 Les modèles empiriques type modèle de Frost 36
I.6.4 Les modèles de Mitchell et de Nordberg 36
I.6.5 Le modèle de De Kazinczy 37
I.6.6 Le modèle de El Haddad 37
I.6.7 Le modèle de Usami et Shida 37
I.6.8 Le modèle de Tanaka et al. 38
I.6.9 Murakami 38
I.6.10 Le critère de Billaudeau 41
I.6.11 Conclusion sur les critères pour matériaux avec défauts 43

I.7 Prise en compte des contraintes résiduelles 43

I.8 Conclusion de l'analyse bibliographique 43

II IMPLEMENTATION DE CRITERES DE FATIGUE DANS FORGE3® 45

II.1 Présentation de Forge3® 45
II.1.1 Le problème mécanique 45
II.1.2 La discrétisation du problème 48
II.1.3 Résolution numérique 51
II.1.4 Remaillage et transport de variables 52

II.2 Choix des critères à implémenter dans Forge3® 53
II.2.1 Critère pour matériau sain 53
II.2.2 Critère pour matériau à défauts 54

II.3 Implémentation du critère de Dang Van 54
II.3.1 Méthodologie 54
II.3.2 Détermination des contraintes résiduelles stabilisées : algorithme de recherche de la plus petite hypersphère contenant le trajet de chargement 54
II.3.3 Prise en compte des contraintes résiduelles 57
II.3.4 Possibilités d'extension anisotrope 59
II.3.5 Bilan sur l'implémentation du critère de Dang Van dans Forge3® 61

II.4 Réalisation d'un calcul de fatigue (critère de Dang Van) avec Forge3® 61
II.4.1 Application des contraintes 62
II.4.2 Modifications apportées sur le pas de temps 63
II.4.3 Blocage des nœuds 63
II.4.4 Exemple de calcul utilisant le critère de Dang Van 64

II.5 Implémentation d'un critère d'endurance pour matériaux avec défauts 65
II.5.1 L'équation de Murakami 65
II.5.2 Extension biaxiale 65
II.5.3 Proposition d'extension multiaxiale de l'équation de Murakami 66

II.6 Quantification du fibrage 72
II.6.1 Principe pour des inclusions ductiles 72
II.6.2 Principe pour des inclusions qui ne se déforment pas 73
II.6.3 Application dans le logiciel Forge3® 74
II.6.4 Exemple : Ecrasement de lopin 75

III VALIDATIONS DES CRITERES ET APPLICATIONS A DES PIECES SOUS SOLLICITATION 77

III.1 Essais Ascométal 77
III.1.1 Présentation des essais 77
III.1.1.1 Matériau de l'étude 77
III.1.1.2 Résultats 78
III.1.1.3 Observations micrographiques 79
III.1.2 Comparaison entre l'aire de défaut mesurée et le paramètre « area » de l'équation de Murakami 81
III.1.3 Détermination du taux de corroyage 82
III.1.3.1 Utilisation des observations micrographiques des éprouvettes sens travers 83
III.1.3.2 Utilisation des observations micrographiques des éprouvettes sens long 83
III.1.3.3 Bilan sur le calcul du corroyage 84
III.1.4 Analyse des résultats des essais de traction alternée 84
III.1.4.1 Prédictivité de l'équation de Murakami en fonction du rapport de charge 84
III.1.4.2 Origine de l'anisotropie 85
III.1.4.3 Couplage de la modélisation du corroyage avec l'utilisation du critère de Murakami 87
III.1.5 Analyse et simulation numérique des essais de torsion alternée 91

III.2 Bilan de l'étude des aciers Ascométal et modification du critère de fatigue 94

III.3 Premier exemple d'application : une vis 95
III.3.1 Mise en forme de la vis 96
III.3.2 Calculs de fatigue 97

III.4 Deuxième exemple d'application : un vilebrequin 98
III.4.1 Présentation du cas 98
III.4.2 Mise en forme du vilebrequin 98
III.4.2.1 Simulation des premières étapes de forgeage 98
III.4.2.2 Ebavurage 99
III.4.2.3 Fibrage du vilebrequin 100
III.4.3 Calculs de fatigue 100
III.4.3.1 Applications des sollicitations en fatigue 100
III.4.3.2 Résultats du critère issu de l'équation de Murakami 100
III.4.4 Influence des opérations de parachèvement 101

III.5 Conclusion 102

IV LA DEMARCHE D'OPTIMISATION : APPLICATION A UN POUSSOIR DE SOUPAPE 104

IV.1 Présentation du cas d'application : le poussoir de soupape AMIS 104

IV.2 Mise en forme du poussoir de soupape 105
IV.2.1 Rhéologie 105
IV.2.2 Etat inclusionnaire 105
IV.2.3 Simulation numérique 106
IV.2.3.1 Mise en forme du poussoir de soupape 106
IV.2.3.2 Fibrage 108

IV.3 Comportement en fatigue 109
IV.3.1 Caractérisation du poussoir en fatigue (compression répétée) 109
IV.3.1.1 Protocole expérimental 109
IV.3.1.2 Essais de fatigue sur poussoir forgé 110
IV.3.1.3 Essais de fatigue sur poussoir usiné 111
IV.3.1.4 Amorçage de la fissure de fatigue pour le poussoir forgé 112
IV.3.2 Calculs de fatigue avec Forge3® 113
IV.3.2.1 Chargement appliqué 113
IV.3.2.2 Critère de Dang Van 113
IV.3.2.3 Influence du maillage sur les résultats du calcul de fatigue 113
IV.3.2.4 Critère dérivé de l'équation de Murakami 116
IV.3.2.5 Comparaison des zones critiques avec les lieux d'amorçage expérimentaux 117
IV.3.2.6 Deuxième critère dérivé de l'équation de Murakami 118

IV.4 Optimisation : une première approche 118
IV.4.1 Le principe de l'optimisation 118
IV.4.2 Les paramètres variables 119
IV.4.3 L'optimisation manuelle 120
IV.4.3.1 Influence du fibrage initial 120
IV.4.3.2 Influence de l'épaisseur 122

IV.5 Vers une optimisation automatique 123
IV.5.1 Objectifs 123
IV.5.2 Les algorithmes d'optimisation 123
IV.5.2.1 Les algorithmes à direction de descente 124
IV.5.2.2 Les méthodes d'ordre 0 et les algorithmes évolutionnaires 124
IV.5.2.3 Les méthodes hybrides 126
IV.5.3 Mise en œuvre d'une optimisation automatique 127

IV.5.3.1 Paramétrisation du poinçon de la deuxième passe de forgeage 128
IV.5.3.2 Simulation de la mise en forme 129
IV.5.3.3 Calcul de fatigue 129
IV.5.3.4 Résultat 130

IV.6 Conclusion sur la démarche d'optimisation 131

CONCLUSION ET PERSPECTIVES 132

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES 135

ANNEXES 141

- INTRODUCTION -

Introduction

Cette thèse s'inscrit dans le cadre du projet national OPTIMAT. Son objectif a consisté à appliquer les techniques numériques d'optimisation aux procédés de mise en forme des matériaux. Trois filières « process » sont abordées dans le cadre d'OPTIMAT : la transformation des matériaux en feuilles minces, les procédés de moulage par injection de poudre et le forgeage. Plusieurs partenaires interviennent : des centres de recherches (ENSAM Angers, INSIC, UTC, CEMEF, LMA), des éditeurs de logiciels (MECALOG et TRANSVALOR) et un industriel de la forge (AMIS). La démarche adoptée consiste à privilégier l'utilisation d'outils logiciels existants, qui pourront être modifiés, améliorés et interfacés pour aboutir à des maquettes de progiciels dédiés à l'optimisation de produits obtenus par des procédés de mise en forme. Une série d'actions communes est mutualisée par les partenaires. C'est le cas de la formulation et la résolution des problèmes d'optimisation.

Au niveau du CEMEF, le procédé étudié est le forgeage. Le logiciel de mise en forme dédié à ce procédé, que nous allons utiliser, est FORGE3®.

Une étape primordiale dans toute optimisation consiste à caractériser et quantifier ce que l'on souhaite optimiser. Pour cela, il faut établir un critère dont la valeur sera minimisée. C'est le premier objectif de ce travail. Il faut pouvoir optimiser le forgeage en prenant en compte les spécificités des pièces forgées, afin d'optimiser les propriétés de ces pièces en service. Une deuxième thèse réalisée au CEMEF est axée sur les algorithmes d'optimisation.

Parmi les propriétés en service, nous avons choisi d'orienter ce travail sur la durée de vie en fatigue, dans le domaine de l'endurance illimitée. Le principal attrait du forgeage, par rapport aux procédés concurrents, se trouve dans le fibrage et la structure métallurgique de la pièce. Ce fibrage a pour effet de créer une anisotropie de comportement, notamment en fatigue. De plus, le forgeage à froid génère des contraintes résiduelles qui influent aussi sur la tenue en fatigue. Ce travail s'inscrit dans une problématique plus large qui consiste à intégrer les phases de conception et de mise en forme dans le dimensionnement des pièces en service.

Le premier chapitre commencera par présenter une étude bibliographique sur les spécificités des pièces forgées, puis il détaillera les grands critères de fatigue existants, en abordant les mécanismes de rupture en fatigue, et en distinguant matériaux sains et matériaux à défauts.

Notre stratégie s'orientera rapidement vers le développement d'un module de fatigue à l'intérieur même de FORGE 3®, pour deux raisons principales : faciliter le transfert des contraintes résiduelles entre la mise en forme et le calcul de fatigue, et permettre le couplage du fibrage obtenu en fin de simulation de forgeage avec le calcul de fatigue anisotrope.

Le deuxième chapitre portera sur l'implémentation de deux critères de fatigue dans Forge3® ; l'un, pour les matériaux sains (critère de Dang Van), et l'autre pour les matériaux présentant des défauts ou des hétérogénéités relativement grossières (critère de Murakami). Le second nécessitera une réflexion sur la possibilité de l'étendre à des sollicitations multiaxiales et une proposition d'extension sera faite. De plus, la modélisation du fibrage fera l'objet d'une analyse pour être implémentée dans Forge3®.

Dans le troisième chapitre, la pertinence du critère de Murakami (pour les matériaux à défauts) sera évaluée pour des pièces possédant un fibrage. Les prédictions du critère seront

confrontées aux résultats d'essais réalisés sur des aciers contenant des inclusions de forme allongée, caractéristiques d'un certain type de fibrage. Enfin, nous testerons la faisabilité de calculs de fatigue en prenant en compte le fibrage, sur des pièces réelles.

L'optimisation en tant que telle sera traitée dans le quatrième chapitre. Nous commencerons par présenter les possibilités d'optimisation en nous basant sur un poussoir de soupape. L'influence du fibrage et des contraintes résiduelles sera étudiée puis nous verrons comment il est possible de mettre en place une stratégie d'optimisation automatique en faisant appel à des algorithmes d'optimisation.

Enfin, nous présenterons les conclusions de ce travail et les perspectives qu'il ouvre.

- CHAPITRE I -
SPECIFICITE ET TENUE A LA FATIGUE DES PIECES FORGEES

I SPECIFICITE ET TENUE A LA FATIGUE DES PIECES FORGEES 3

I.1 Notations 3

I.2 Spécificités des pièces forgées 4
I.2.1 La notion de fibrage 4
I.2.2 Comportement des inclusions durant le forgeage 5
I.2.3 Influence du corroyage sur les propriétés mécaniques 6
I.2.4 Influence des traitements thermiques 7
I.2.5 Les contraintes résiduelles 9
I.2.6 Etat de surface des pièces forgées 9

I.3 Quelques notions sur la fatigue 10
I.3.1 Les différentes phases d'endommagement en fatigue 10
I.3.2 Conditions de chargement 12
I.3.3 Comportement du matériau sous différentes charges 13
I.3.4 Bilan 14

I.4 Phénomènes observés en fatigue 14
I.4.1 Influence du cisaillement moyen en torsion 14
I.4.2 Influence d'une contrainte normale moyenne en flexion 15
I.4.3 Evolution du rapport des limites de fatigue en traction et en torsion 15
I.4.4 Effet de gradient 15
I.4.5 Effet d'entaille 16
I.4.6 Influence des inclusions 17
I.4.7 Effet microstructure et texture 17
I.4.8 Fatigue des pièces forgées ou corroyées 19
I.4.9 Bilan sur les phénomènes observés en fatigue 21

I.5 Les critères d'endurance pour matériau sain 21
I.5.1 Introduction 21
I.5.2 Les critères macroscopiques 23
I.5.3 Les critères microscopiques 26
I.5.4 Les critères non locaux 32
I.5.5 Bilan sur les critères d'endurance pour matériau sain 35

I.6 Détermination de la limite de fatigue des matériaux contenant des défauts 35
I.6.1 Introduction 35
I.6.2 Classification des différentes approches 36
I.6.3 Les modèles empiriques type modèle de Frost 36
I.6.4 Les modèles de Mitchell et de Nordberg 36
I.6.5 Le modèle de De Kazinczy 37
I.6.6 Le modèle de El Haddad 37
I.6.7 Le modèle de Usami et Shida 37
I.6.8 Le modèle de Tanaka et al. 38
I.6.9 Murakami 38
I.6.10 Le critère de Billaudeau 41
I.6.11 Conclusion sur les critères pour matériaux avec défauts 43

I.7 Prise en compte des contraintes résiduelles 43

I.8 Conclusion de l'analyse bibliographique 43

I SPECIFICITE ET TENUE A LA FATIGUE DES PIECES FORGEES

I.1 Notations

Grandeurs macroscopiques

$\underline{\underline{\Sigma}}$ Tenseur de contraintes macroscopique

$\underline{\underline{E}}$ Tenseur de déformation macroscopique

N Contrainte normale macroscopique agissant sur un plan matériel de normale $\vec{n}$

C Cission macroscopique agissant sur un plan matériel de normale $\vec{n}$

P Pression hydrostatique macroscopique

$\underline{\underline{S}}$ Partie déviatorique du tenseur des contraintes macroscopique

J_1 Premier invariant du tenseur des contraintes

J_2 Second invariant du tenseur des contraintes

Grandeurs microscopiques

$\underline{\underline{\sigma}}$ Tenseur de contraintes microscopique

$\underline{\underline{\varepsilon}}$ Tenseur de déformation microscopique

$\vec{c}$ cission microscopique agissant sur un plan matériel de normale $\vec{n}$

p Pression hydrostatique microscopique

$\underline{\underline{s}}$ Partie déviatorique du tenseur des contraintes microscopique

ρ^* Tenseur des contraintes résiduelles stabilisées

Pour une grandeur X, on notera :

X_a Amplitude de la valeur de X au cours d'un cycle

X_m Valeur moyenne de la grandeur X au cours d'un cycle

Caractéristiques mécaniques

R_m Résistance maximale en traction monotone

σ_{-1} Limite d'endurance en traction alternée

t_{-1} Limite d'endurance en torsion alternée

f_{-1} Limite d'endurance en flexion alternée

σ_w Demi amplitude de contraintes à la limite d'endurance

Notations complémentaires

I Tenseur unité

R Rapport des contraintes

K Facteur d'intensité de contraintes (FIC)

ΔK Amplitude du facteur d'intensité de contraintes

K_t Facteur de concentration de contraintes

I.2 Spécificités des pièces forgées

Cette première partie a pour but de présenter de manière générale les principaux phénomènes qui surviennent lors du forgeage, et qui sont susceptibles de modifier notablement les propriétés finales des pièces. Notons qu'il est délicat de vouloir classer à l'identique toutes les pièces forgées, tant les conditions rencontrées peuvent être différentes suivant les types de forgeage (forgeage à chaud, matriçage, estampage, frappe à froid, filage à froid…). Néanmoins, plusieurs caractéristiques communes peuvent être mises en avant.

I.2.1 La notion de fibrage

La structure d'une pièce forgée est le résultat de l'histoire thermomécanique du matériau. Initialement, le métal brut de coulée (sous forme de lingot, de bloom ou de barre) est constitué de grains de solidification. Sous l'action des opérations de laminage ou de forgeage, les grains sont brisés et des cellules ou de nouveaux grains apparaissent. Ces microstructures, ainsi que les inclusions, sont alors étirées dans la direction de la déformation. On parle alors de fibrage. Cette expression qualitative reflète cette structure allongée. Le fibrage est généralement mis en évidence au travers des impuretés aux joints de grain du métal révélées par attaque macrographique. Les demi-produits corroyés tels que les barres, présentent généralement un fibrage unidirectionnel. Le forgeage, intervenant normalement après des opérations de corroyage, va modifier le fibrage et son orientation, et l'adapter à la géométrie de la pièce (Figure I-1).

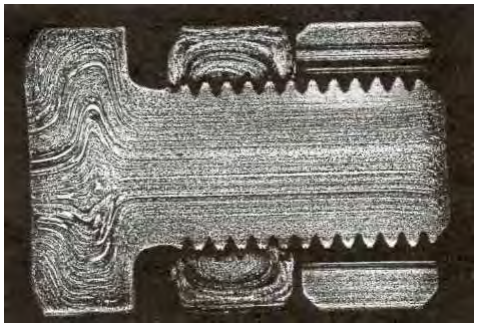


Figure I-1 : exemple de pièce fibrée([POK97])

Les traitements thermiques, présents dans la majorité des cas, peuvent avoir lieu à tous les stades de la mise en forme (avant, pendant ou après le forgeage). Les effets sur la structure du métal pourront être divers. En fonction de la température de traitement thermique et de la nature des inclusions, plusieurs cas sont envisageables :

La température est inférieure à la température de mise en solution des inclusions : les grains perdent leur allongement dans une direction privilégiée, mais les inclusions conservent leur morphologie allongée, ou bien leur distribution suivant des alignements dans la direction du fibrage.

La température est supérieure à la température de mise en solution des inclusions : la structure reprend son isotropie, et l'histoire thermomécanique est remise à zéro.

Les pièces forgées sont donc des pièces fibrées (à moins d'un traitement final à une température supérieure à la température de mise en solution des inclusions). Toutefois, la nature du fibrage peut être variable, en fonction des traitements thermiques.

I.2.2 Comportement des inclusions durant le forgeage

De nombreux auteurs ont observé l'apparition de microfissures dans les inclusions, au cours de la déformation plastique. La Figure I-2 montre la fragmentation d'inclusions MnS dans un acier Mn-Ni-Mo pour deux types de sollicitations. On observe ensuite généralement la propagation des fissures, conduisant à la fragmentation de l'inclusion en plusieurs segments, comme le montre la Figure I-3.

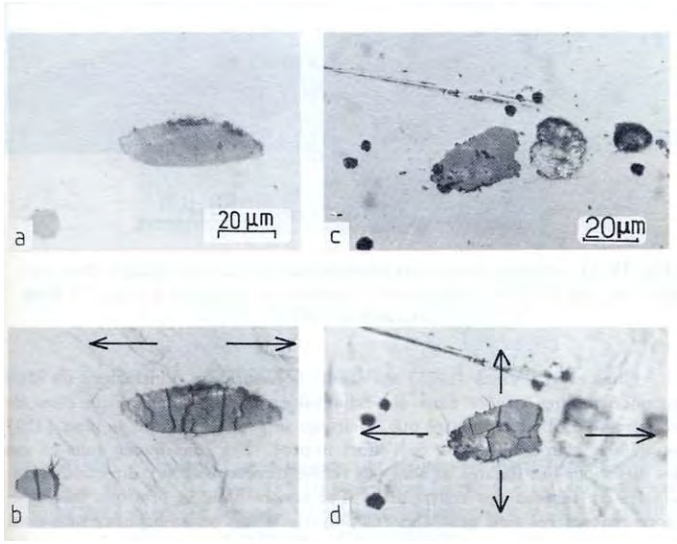


Figure I-2 : Amorçage de l'endommagement par fragmentation des inclusions, (a) et (c) inclusions dans l'état non déformé, (b) déformation en traction uniaxiale, (b) déformation sous un état de bi-traction, d'après [ZAD83]

La décohésion de l'interface inclusion-matrice est aussi souvent rencontrée lors de la déformation plastique. [BER79] et [LER83] ont montré que l'énergie de décohésion inclusion-matrice et l'énergie de rupture des inclusions sont voisines dans le cas d'inclusions MnS dans l'acier (33 CD4, 40 CD4, 20 NCD2, 40 MF4). Cela explique que ces deux types d'endommagement soient souvent rencontrés simultanément.



Figure I-3 : Sulfure fragmenté dans un acier type 30 CD4, après déformation imposée par extrusion à froid, d'après [HAI77]

Toutes les inclusions n'ont bien évidemment pas le même comportement et plusieurs types d'inclusions courantes peuvent être identifiées dans les aciers. Leur comportement lors du corroyage peut être classé en fonction de leur caractère malléable ou non (Figure I-4).

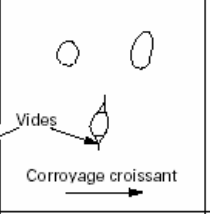
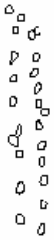
NATURE	Nitrure de titane Chromite Aluminates isolés	Oxydes de fer et de manganèse Silice Aluminates de calcium	Sulfures de fer et de manganèse	Silicates basiques	Silico-aluminates
MALLÉABILITÉ	Non malléables	Très peu malléables	Très malléables	Malléables	Non malléables
FORME					

Figure I-4 : Inclusions courantes dans les aciers corroyés (d'après [POK85])

Pendant le corroyage, les cycles de traitements mécaniques et thermiques modifient le comportement des inclusions. Quel que soit le procédé de corroyage, le métal et les inclusions malléables s'allongent dans le sens de l'écoulement du matériau. L'allongement des inclusions malléables contribue à l'obtention d'une faible résilience[1] dans le sens travers. La directivité induite par les bancs d'inclusions allongés est mise à profit pour la bonne résistance à la propagation des fissures transversales. Les tendances sont similaires concernant la ductilité.

Vis-à-vis du comportement en fatigue, l'endurance des aciers est influencée par la nature, la localisation et la géométrie des inclusions. Concernant la nature des inclusions, les ruptures par fatigue prennent naissance sur des inclusions dures. D'autre part, certaines formes et certaines natures d'inclusions engendrent des concentrations de contraintes, défavorables à la tenue en fatigue. Enfin, ce sont plus particulièrement les inclusions en surface qui abaissent les caractéristiques d'endurance, les contraintes étant généralement plus concentrées en surface.

I.2.3 Influence du corroyage sur les propriétés mécaniques

D'une manière générale, le corroyage (dont le fibrage est l'une des conséquences visibles) a plusieurs effets :

- amélioration de la compacité du matériau en éliminant des défauts ;

- structure plus fine et plus homogène (structure dendritique brisée) ;

- anisotropie de certaines caractéristiques mécaniques.

Parmi les caractéristiques mécaniques, la résistance à la traction n'est en fait quasiment pas sensible au corroyage (en pratique, un corroyage de 2 est néanmoins nécessaire pour éviter des ruptures prématurées dues aux microporosités). Quant à la limite élastique, elle dépend du taux de corroyage mais peu du sens de corroyage (Figure I-5).

En revanche, la résilience, la striction et dans une moindre mesure l'allongement à rupture, dépendent du taux de corroyage et du sens de corroyage.

[1] La résilience traduit la résistance au choc et se mesure avec l'énergie nécessaire pour casser une éprouvette préalablement entaillée

Dans le sens long, ces propriétés s'améliorent nettement jusqu'à un corroyage de l'ordre de 5, ensuite l'amélioration devient beaucoup plus faible.

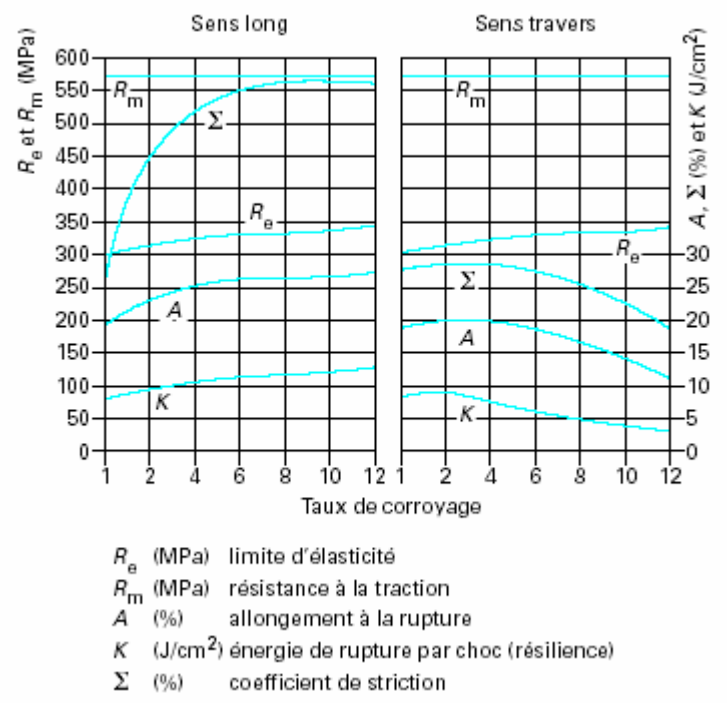


Figure I-5 : Influence du taux de corroyage sur différentes propriétés mécaniques (d'après [GAU98])

Dans le sens travers, pour un corroyage de 2 à 5, on observe des améliorations des propriétés, dues en majeure partie à la meilleure compacité et à la destruction de la structure dendritique. Par contre, à des corroyages supérieurs, ces propriétés peuvent se dégrader et devenir moins bonnes que celles du matériau non corroyé.

Par exemple, sur un acier (non précisé) avec un taux de corroyage de 6,25, la résilience est environ 2,5 fois plus élevée dans le sens long que dans le sens travers [HUS75].

I.2.4 Influence des traitements thermiques

Les pièces forgées subissent souvent des recuits de régénération entre les différentes passes de déformation. En effet, l'écrouissage du métal intervenant au cours de la déformation est synonyme de durcissement. Des recuits permettent alors de faciliter les déformations suivantes. L'écrouissage qui s'opère au cours de la déformation, correspond à une augmentation de la densité de dislocations. Le recuit, selon sa température et son temps de maintien va permettre de réorganiser les dislocations ou de diminuer leur densité.

A basse température, vers 500°C pour les aciers au carbone, le recuit conduit à la phase de restauration, au cours de laquelle la densité de dislocations diminue (Figure I-6) et les sous grains adjacents coalescent (Figure I-7).

Aux températures supérieures, le recuit peut conduire à une phase de recristallisation. La structure écrouie va alors être remplacée par une nouvelle structure composée de nouveaux grains, plus gros (Figure I-8). Dans ce cas, les grains redeviennent équiaxes et le fibrage ne peut plus être associé à la morphologie des grains.

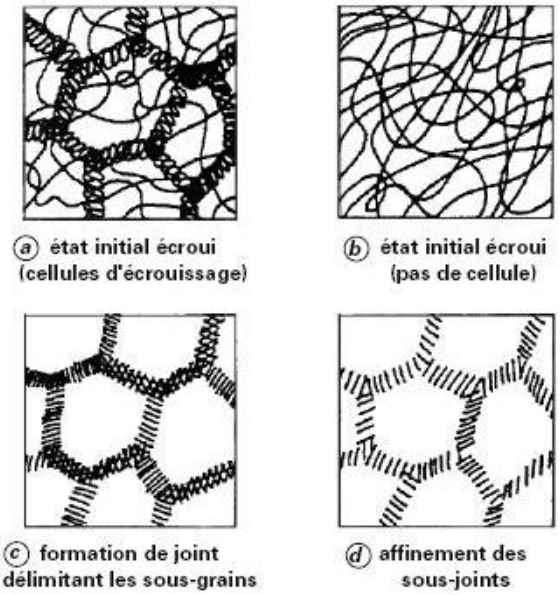


Figure I-6 : Formation de sous grains

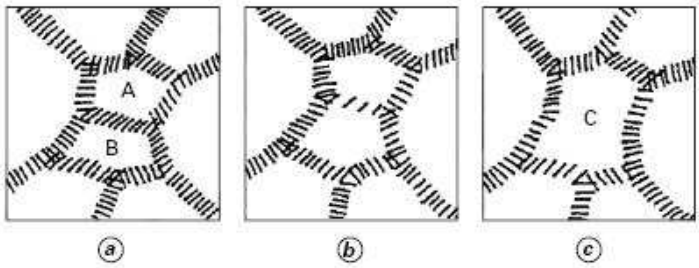


Figure I-7 : Coalescence de sous joins adjacents

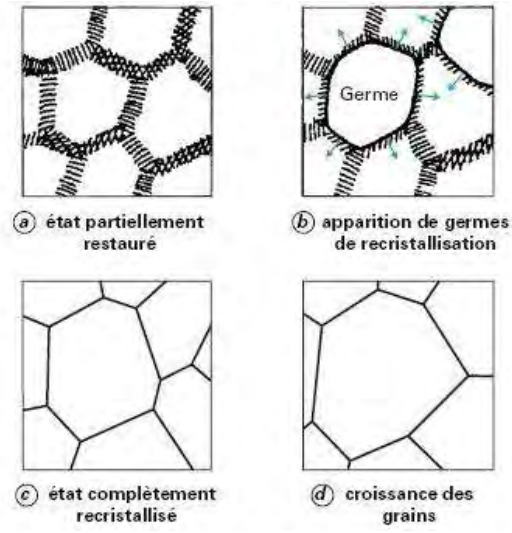


Figure I-8 : Processus de recristallisation

I.2.5 Les contraintes résiduelles

On peut définir les contraintes résiduelles comme étant une distribution spatiale de contraintes auto équilibrées dans un corps soumis à aucune contrainte extérieure (au repos).

Il existe 3 niveaux de contraintes résiduelles :

- 3ème niveau : à l'échelle du cristal et de l'empilement atomique. A ce niveau la notion même de contraintes atteint ses limites. Ce sont les effets des différents défauts cristallins et des distributions des forces d'interactions atomiques du fait de la position dans l'espace des atomes.

- 2ème niveau : il concerne les hétérogénéités et l'anisotropie de chaque grain dans un matériau polycristallin.

- 1er niveau : à l'échelle macroscopique, il concerne un grand nombre de grains ou la totalité de la pièce.

Pour la conception de pièces en mécanique générale, ce sont les contraintes résiduelles du 1er niveau qui sont prises en compte. Celles du second niveau sont néanmoins importantes car elles sont le lien avec l'écrouissage et l'endommagement du matériau.

Les origines des contraintes résiduelles sont diverses, mais elles peuvent être divisées en trois catégories : mécaniques, thermiques et métallurgiques. Souvent ces trois facteurs se combinent.

Dans le cas du forgeage, des contraintes résiduelles sont dues en grande partie aux hétérogénéités de la déformation plastique. Une trempe induira aussi des contraintes résiduelles du fait du gradient thermique généré lors de celle-ci, plus éventuellement des changements de volume accompagnant les changements de phase et de la plasticité de transformation.

Enfin, les opérations de finition (telles que l'usinage) modifient les contraintes résiduelles en surface.

I.2.6 Etat de surface des pièces forgées

Les pièces brutes de forgeage présentent une surface susceptible de posséder certains défauts caractéristiques :

- Déchirures externes et criques : fissures transversales et transgranulaires, pouvant provenir d'un forgeage trop brutal, de défauts superficiels qui causent l'amorçage ou d'une mauvaise température de forgeage.

- Les replis : une partie de la surface extérieure est piégée sous forme de repli dans la partie massive de la pièce finale (Figure I-9)



Figure I-9 : Exemple de défaut de repli ([POK97])

Ces défauts diminuent alors les propriétés de la pièce en favorisant l'amorçage de l'endommagement.

Néanmoins, des opérations de finition peuvent être utilisées afin d'obtenir des propriétés de surface, et éventuellement dimensionnelles, souhaitées. Ainsi l'usinage ou bien le grenaillage modifieront la rugosité et introduiront des contraintes résiduelles (favorables dans le cas du grenaillage).

I.3 Quelques notions sur la fatigue

L'endommagement en fatigue est défini par l'endommagement qui survient pour un chargement répété un grand nombre de fois, avec la même amplitude ou avec une amplitude variable.

Il existe plusieurs domaines de fatigue :

- La **fatigue oligocyclique** concerne le cas où les sollicitations sont suffisamment élevées pour entraîner des déformations plastiques. Le nombre de cycles à rupture est alors relativement faible, c'est-à-dire inférieur à 10 000.
- Le domaine d'**endurance illimitée** concerne les efforts qui n'entraînent pas de déformation plastique (du moins au niveau mésoscopique), pour lesquels la rupture interviendra à un grand nombre de cycles, typiquement supérieur à 100 000. On parle de limite d'endurance pour un nombre de cycles donné.
- Entre ces deux domaines se trouve le domaine d'**endurance limitée**, au sein duquel la rupture se produit après un nombre de cycles croissant quand la contrainte diminue. La limite de fatigue désigne la contrainte en dessous de laquelle la rupture ne se produira jamais (asymptote à la courbe).

On peut noter qu'en ce qui concerne les alliages d'aluminium, il n'existe pas de réelle limite de fatigue dans le sens qu'il n'y a pas de valeur asymptotique.

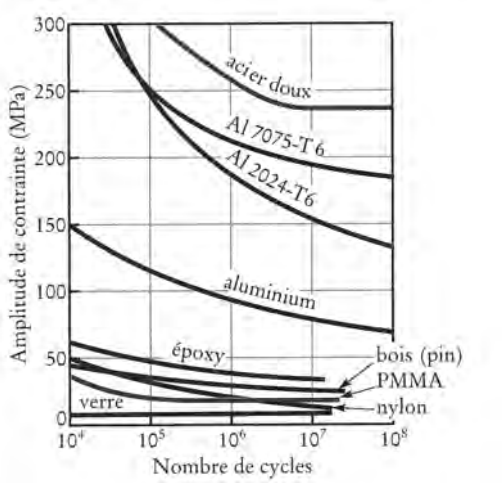


Figure I-10 : Exemples de courbes d'endurance pour plusieurs matériaux

I.3.1 Les différentes phases d'endommagement en fatigue

On distingue trois stades : l'amorçage, la propagation de la fissure et la rupture finale brutale.

L'amorçage se produit quand le matériau est soumis à des contraintes locales trop importantes et les fissures de fatigue s'amorcent à partir d'une inclusion ou d'un défaut de surface. On peut aussi voir apparaître au bout d'un certain nombre de cycles, des bandes de glissement persistantes au niveau de la localisation des déformations. Il y a formation d'intrusions et d'extrusions qui constituent les amorces de microfissures.

La propagation des fissures dépend principalement de la ductilité du matériau et du niveau des contraintes. Plus la ductilité est importante et plus le matériau va accommoder et ainsi ralentir la propagation de la fissure.

La phase d'amorçage, par rapport à la durée de vie totale, dépend des conditions de chargement. Sous fortes contraintes, ce temps d'amorçage peut ne représenter que 10% de la durée de vie. En revanche, sous de faibles amplitudes de contraintes, il peut représenter jusqu'à 90% de la durée de vie totale.

Stade I : durant l'amorçage des microfissures apparaissent. Elles peuvent alors se propager et éventuellement coalescer. Cette propagation dépend en grande partie de la microstructure et notamment de la taille de grain. Les joints de grains constituent une barrière microstructurale, freinant la propagation des fissures. Au cours du stade I, la création de fissures est gouvernée par le cisaillement.

Stade II : lorsque la fissure change de trajectoire et se propage de manière perpendiculaire à la contrainte principale maximale, elle entre dans le stade II. La propagation dans le stade II est gouvernée par la contrainte d'ouverture et le facteur d'intensité de contrainte K_I est adapté pour étudier la propagation de la fissure. Notons que des fissures non propageantes peuvent être observées également.

Rappel sur le facteur d'intensité de contraintes (FIC) K_I : En mécanique linéaire élastique de la rupture, dans la zone dite de singularité élastique (proche du fond de la fissure), les contraintes sont de la forme :

$$\sigma_{i,j} = \frac{K}{\sqrt{2\pi r}} f_{i,j}(\theta) + o(r) \qquad (I\text{-}1)$$

où θ et r sont les coordonnées polaires, f est une fonction de θ et $o(r)$ un terme du second ordre en r.

K désigne le FIC. Pour une rupture en mode I (généralement le mode le plus dangereux) on parle alors de K_I.

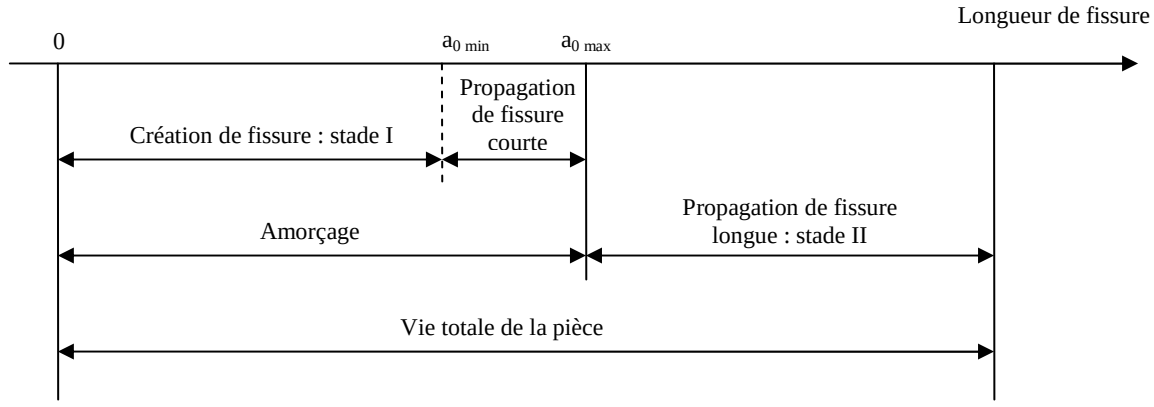


Figure I-11 : Les différentes étapes de l'endommagement en fatigue (d'après [BIL02])

La Figure I-11 présente la division du phénomène de fatigue, et introduit la notion de fissure courte et de fissure longue. En réalité, on distingue deux types de fissures courtes. Les fissures « microstructuralement courtes » et les fissures « mécaniquement courtes ». Les fissures microstructuralement courtes sont celles qui sont susceptibles de s'arrêter à causes de barrières microstructurales (par exemple des joints de grains ou des frontières entre différentes phases métallurgiques). Les fissures mécaniquement courtes sont celles dont le fort taux de plasticité en pointe de fissure ne satisfait pas la condition de plasticité confinée requise par la mécanique de la rupture. Les autres fissures sont dites longues.

I.3.2 Conditions de chargement

La Figure I-12 résume les types de chargements possibles :

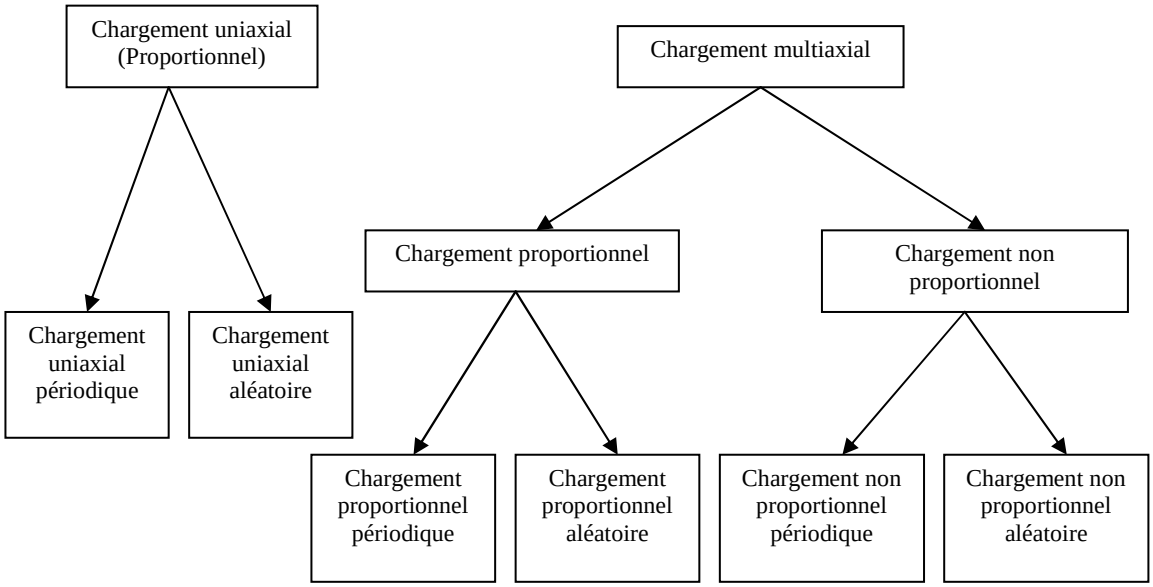


Figure I-12 : Les différents types de chargements cycliques

On différentie d'abord deux grands types de chargements : le chargement uniaxial et le chargement multiaxial. Dans le premier cas, le plus simple, la pièce est soumise à un champ de contraintes uniaxial. Cependant, la plupart du temps, les conditions de service des pièces leur imposent des champs de contraintes multiaxiaux.

Ensuite, parmi les chargements multiaxiaux, on distingue le chargement **proportionnel**. Ce type de chargement est aussi appelé simple ou radial. Il se caractérise de la manière suivante : en tout point *M* du solide, sur un cycle, le tenseur des contraintes $\sigma(M,t)$ est proportionnel à un tenseur $S(M)$ indépendant du temps, le facteur de proportionnalité étant une fonction monotone du temps $\alpha(t)$, telle que :

$$\alpha(0) = 0 \text{ et } \sigma(M,t) = \alpha(t).S(M)$$

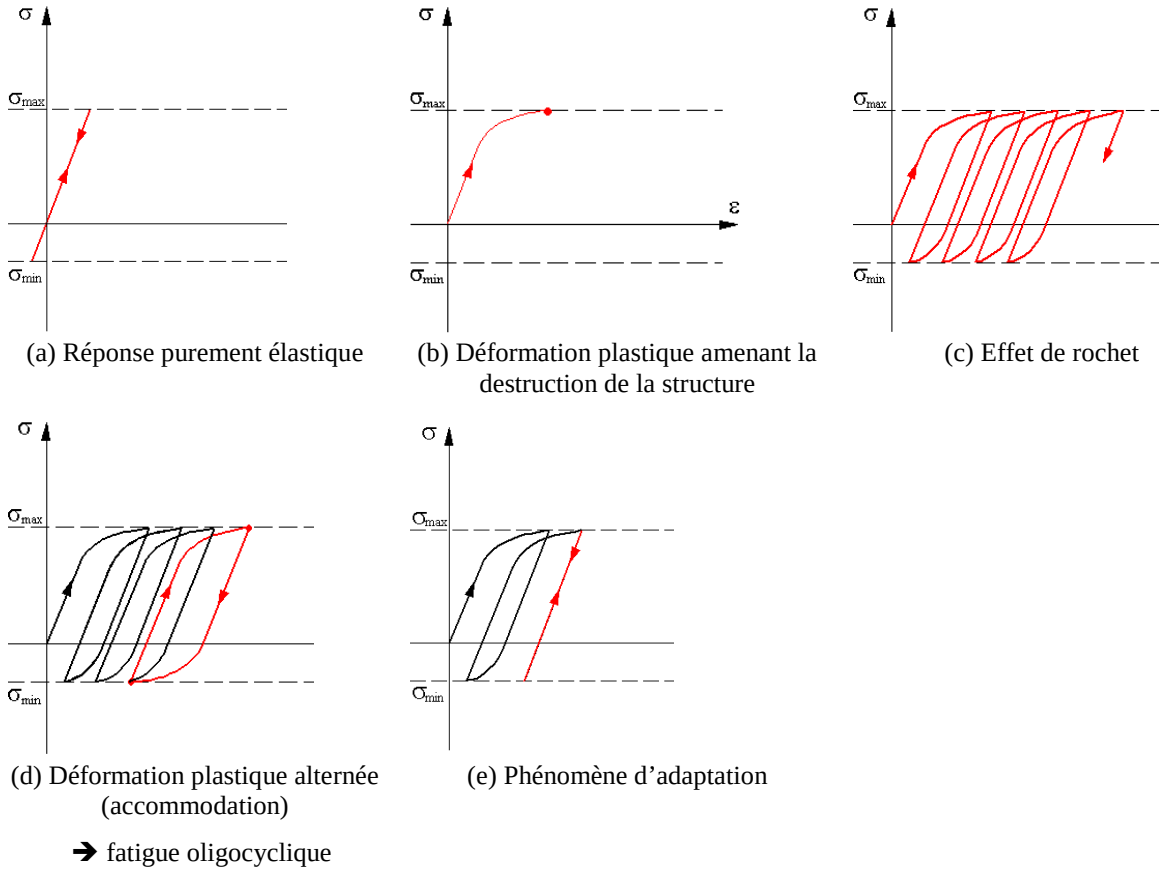
Dans ces conditions, les directions principales du tenseur des contraintes (variables en chaque point) restent constantes au cours du chargement. Notons qu'un chargement uniaxial est en fait par construction obligatoirement proportionnel.

Enfin, le chargement peut être périodique, ce qui est le cas rencontré le plus fréquemment dans la bibliographie, ou bien aléatoire.

I.3.3 Comportement du matériau sous différentes charges

Nous avons représenté sur la Figure I-13 les différentes réponses d'un matériau élastoplastique à une sollicitation cyclique. Si les contraintes sont suffisamment faibles, la réponse du matériau est purement élastique : c'est ce que l'on voit sur la Figure I-13, (a).

Si les contraintes sont trop importantes, la limite de la structure est atteinte, il y a plastification et endommagement, et la structure est détruite (b).



(a) Réponse purement élastique

(b) Déformation plastique amenant la destruction de la structure

(c) Effet de rochet

(d) Déformation plastique alternée (accommodation)

(e) Phénomène d'adaptation

➔ fatigue oligocyclique

Figure I-13 : Comportement d'un matériau sous différents chargements

En contraintes imposées non symétriques, il peut y avoir **effet de rochet**. Il y a augmentation progressive de la déformation à chaque cycle, même en **régime stabilisé** (c). Après un nombre de cycles suffisant, la déformation totale devient si importante que la forme initiale de la pièce change et elle devient inutilisable.

Lorsqu'à une sollicitation périodique correspond une réponse périodique, on dit qu'il y a **stabilisation** et existence d'un cycle stabilisé.

Dans des conditions de contraintes alternées, il peut aussi y avoir **accommodation** (d). Les contraintes alternées tendent mutuellement à s'annuler et la déformation totale reste faible, conduisant à un cycle stabilisé où l'on observe des déformations plastiques alternées.

Si la déformation plastique cesse après plusieurs cycles et que l'énergie dissipée accumulée dans toute la structure reste bornée, telle que la réponse aux sollicitations soit purement élastique, alors il y a **adaptation** (e).

Il est important de noter qu'avec un seul écrouissage isotrope, les seuls cycles stabilisés qui peuvent être obtenus à contraintes imposées sont complètement adaptés. La combinaison d'un écrouissage isotrope et d'un écrouissage cinématique linéaire permet de rendre compte d'un durcissement cyclique et peut amener à un état accommodé.

I.3.4 Bilan

Nous venons de voir combien peuvent être différents les cas rencontrés dans le domaine de la fatigue. D'une part, la complexité des chargements est un facteur important, et d'autre part, le niveau de contrainte va conditionner le type de fatigue auquel une pièce va être soumise (oligocyclique ou à grand nombre de cycles). Plusieurs problèmes peuvent donc être abordés et constituent des axes de recherche importants dans différents laboratoires :

- Calculer la durée de vie d'une pièce, c'est-à-dire prévoir le nombre de cycles à rupture pour un chargement donné.
- Prévoir la rupture ou non rupture d'une pièce pour un chargement donné (critères d'endurance illimitée)
- Etudier l'influence du chargement : passage d'un chargement uniaxial à multiaxial, étude de l'influence du déphasage, méthodes de prise en compte de chargements non périodiques…

Dans cette étude, nous focaliserons notre attention sur le deuxième point, c'est-à-dire l'**endurance illimitée**.

I.4 Phénomènes observés en fatigue

Pour tenir compte du procédé de forgeage dans la tenue en fatigue des pièces, il est nécessaire de comprendre quels sont les paramètres qui influenceront le plus les caractéristiques en fatigue. L'objectif est de disposer d'un critère de fatigue adapté aux pièces forgées. Cette partie vise donc à analyser les paramètres influant sur la fatigue et à appréhender les mécanismes principaux.

I.4.1 Influence du cisaillement moyen en torsion

Sines [SIN59] a montré, en s'appuyant sur les résultats obtenus sur 27 nuances métalliques, que la limite d'endurance en torsion dépend uniquement de l'amplitude du cisaillement et non du cisaillement moyen. Les résultats de plusieurs auteurs confirment ce résultat (Figure I-14). Lors de travaux plus récents, Papadopoulos [PAP02] tente de porter un regard critique sur l'ensemble de ces résultats. Pour statuer sur la question, il mène une série d'expériences supplémentaires, qui lui permettent de conclure que la contrainte moyenne de cission n'a qu'une très faible influence.

Si ces résultats sont observés sur matériau sain, il semble que la présence de défauts puisse changer ce comportement. Marquis et Socie [MAR00] ont mis en évidence une diminution de 30% sur l'amplitude du cisaillement à l'endurance, en présence d'un cisaillement moyen. Ces travaux ont été réalisés sur une fonte à nodules.

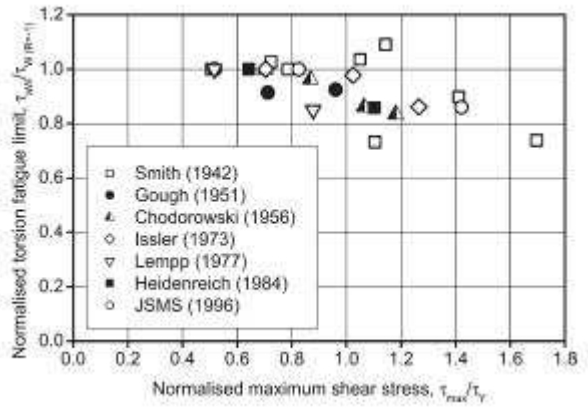


Figure I-14 : Données de la littérature sur l'évolution de la limite de fatigue en torsion avec une contrainte de cission moyenne, d'après [PAP03]

Notons aussi que pour des durées de vie à moins grand nombre de cycles (par exemple 10^4, 10^5), la superposition d'une contrainte de cisaillement moyenne diminue l'amplitude de cisaillement admissible.

I.4.2 Influence d'une contrainte normale moyenne en flexion

Les résultats de Sines [SIN59] et Lemaitre et Chaboche [LEM85] ont mis en évidence que la superposition d'une contrainte de traction diminue la limite de fatigue. Au contraire, la superposition d'une contrainte de compression augmente notablement la limite de fatigue.

I.4.3 Evolution du rapport des limites de fatigue en traction et en torsion

Le rapport entre limite d'endurance en torsion alternée et limite d'endurance en flexion alternée permet à plusieurs auteurs de classer les métaux en deux catégories : les métaux durs, pour lesquels le rapport des limites de fatigue en torsion alternée t_{-1} et en flexion alternée f_{-1} est compris entre $0.577 \le t_{-1}/f_{-1} \le 0.8$ et les métaux doux pour lesquels le rapport est supérieur.
Par ailleurs, Billaudeau [BIL02] a relevé l'évolution du rapport t_{-1}/σ_{-1} en fonction de la géométrie des défauts et leur taille, dans un acier à 0,36% de carbone. Ce rapport évolue de 0.72 à 1.

	Matériau sain	Sphère 170 µm	Ellipse 170 µm	Ellipse 400 µm	Sphère 400 µm	Sphère 900 µm
t_{-1}/σ_{-1}	0.72	0.82	0.85	0.90	0.97	1

Evolution du rapport des limites d'endurance en torsion et en traction en fonction de la géométrie de défaut pour une fonte (d'après [BIL02])

I.4.4 Effet de gradient

Il existe un effet de gradient qui s'explique par le soutien de la matière sollicitée, autour du point le plus contraint [SAV02]. Plusieurs auteurs ont mis en avant cet effet de gradient. Toutefois, c'est avec prudence qu'il faut aborder ce problème. Bien souvent, l'effet de gradient n'est pas dissocié de l'effet de taille. Il est acquis que plus la dimension d'un échantillon est grande et plus la limite de fatigue est abaissée, ceci étant dû à l'augmentation

de la probabilité de rencontrer des défauts dans un volume plus important. Par exemple, l'influence du rayon de l'éprouvette sur la limite de fatigue provient à la fois de l'effet de gradient (plus l'éprouvette est petite, plus le gradient est important), et de l'effet de taille (plus de matière sollicitée avec un rayon plus grand). Dans ce cas, ces deux effets vont dans le même sens et la limite de fatigue est plus élevée avec un rayon plus faible. En s'appuyant sur des données de la littérature et en analysant les parts respectives des effets de taille et de gradient, Padapopoulos [PAP96] a mis en évidence que l'effet de gradient est beaucoup plus significatif que l'effet de taille.

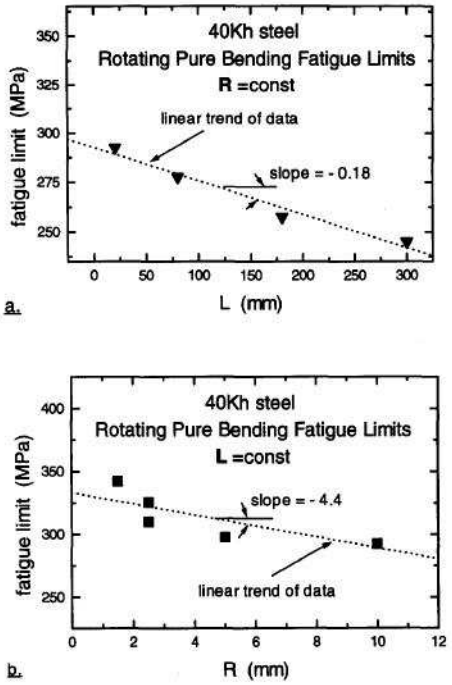


Figure I-15 : Influence de (a) la longueur de l'éprouvette et (b) du rayon de l'éprouvette sur la limite de fatigue en flexion rotative d'après [PAP96]

Ce résultat a pu être obtenu à partir d'essais en flexion rotative. A rayon constant, le gradient est le même et donc seul l'effet de taille intervient. En revanche, à longueur constante les effets de taille de gradient interviennent tous deux. La Figure I-15 montre que l'effet de gradient est bien le plus important.

I.4.5 Effet d'entaille

La présence d'une entaille entraîne une concentration de contrainte à laquelle est très sensible la limite d'endurance. Il est toutefois intéressant de noter qu'au-delà d'une certaine taille, la fissure va se propager uniquement en fonction de la contrainte nominale [SMI78]. Une fissure peut être amorcée dans un volume très restreint et ne pas se propager si le facteur d'intensité de contrainte ne le permet pas. Ainsi, le chargement nominal et l'acuité de l'entaille sont tous deux importants pour la propagation d'une fissure.

L'effet d'entaille regroupe l'effet de concentration de contrainte auquel se superpose l'effet de gradient. Ces deux effets s'opposent, ce qui rend délicat l'analyse des phénomènes, d'autant plus que les gradients engendrés par une entaille sont beaucoup plus importants que ceux liés au chargement. Il n'est donc pas exclu que des mécanismes différents de ceux rencontrés sur matériaux lisses puissent être mis en jeu.

I.4.6 Influence des inclusions

Kitagawa et Takahashi [KIT76] utilisent la longueur de fissure *a* comme paramètre pour prendre en compte la différence de comportement des fissures courtes par rapport aux fissures longues. En effet, la mécanique de la rupture en élasticité linéaire ne peut pas s'appliquer aux fissures courtes dont la condition de plasticité confinée en pointe de fissure n'est pas respectée. Ils représentent donc en log $\Delta\sigma$ / log *a* le seuil de fissuration des fissures longues et la limite d'endurance. Le même type de diagramme peut être obtenu en substituant la taille des défauts présents dans la pièce à la taille de fissure. On obtient alors deux domaines pour lesquels les comportements en fatigue diffèrent. Pour une taille de défaut inférieure à une taille critique (qui dépend de la dureté du matériau), la limite de fatigue ne dépend pas de la taille du défaut. Il est admis que la limite de fatigue est déterminée par la matrice. En revanche, au dessus de la taille critique, la limite de fatigue diminue lorsque la taille de défaut augmente. La limite de fatigue est alors déterminée par les inclusions. En outre, plus la dureté du matériau est grande et plus la taille critique est petite.

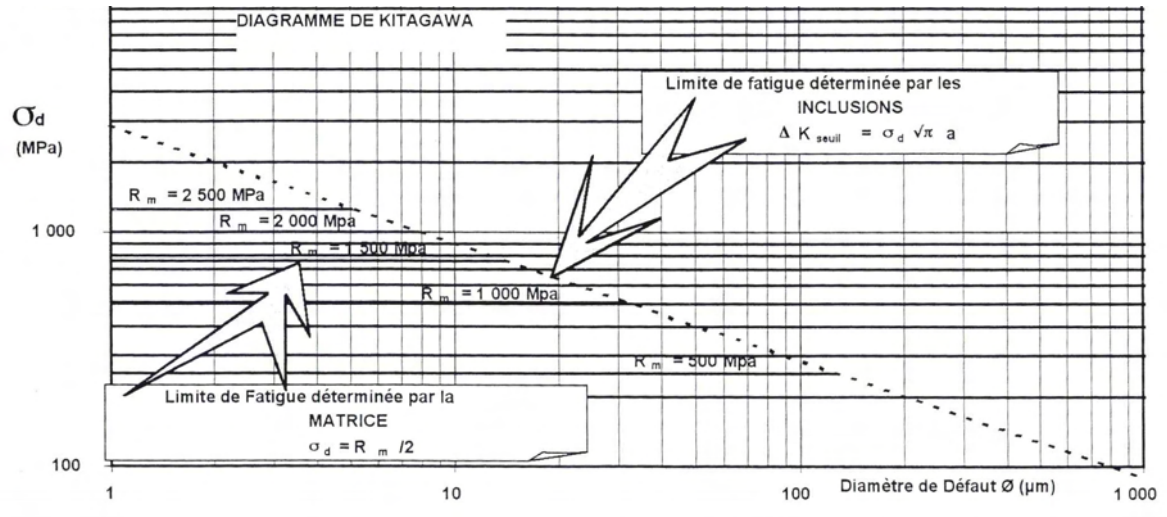


Figure I-16 : Diagramme de Kitagawa reliant la limite de fatigue à la taille de défaut, d'après [KIT76]

I.4.7 Effet microstructure et texture

Au cours de la phase d'amorçage, les joints de grains constituent une barrière microstructurale. Par exemple, pour un acier possédant une taille de grain plus petite, Kage et al. [KAG92] ont montré que la propagation de microfissure était plus vite stoppée. Le seuil de propagation dépend de la taille de grain jusqu'à une certaine longueur et la dimension de la zone plastifiée est de l'ordre de la taille du grain. Au-delà de cette longueur critique, la propagation de la fissure devient indépendante de la microstructure. La zone plastifiée monotone est alors inférieure à la taille du grain.

D'autre part, selon Tanaka et al. [TAN81], la propagation de fissure est directement reliée à la propagation des bandes de glissement dans les grains adjacents. Ainsi, la propagation est facilitée si les deux grains possèdent la même orientation.

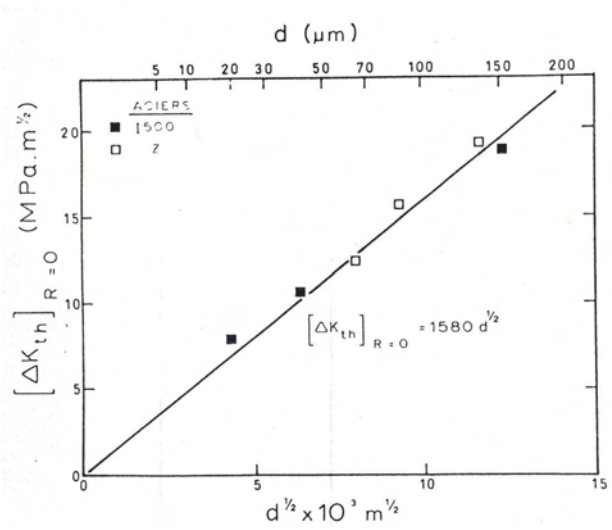


Figure I-17 : Seuil de propagation en fonction de la taille de grain d'aciers doux [BAI78]

On peut voir par exemple sur la Figure I-17 l'influence de la taille de grain d'aciers doux sur le seuil de propagation.

Certains auteurs ont essayé de relier la limite d'endurance dans le cas d'aciers [YOK69] à la taille de grain, de manière similaire à la loi de Hall-Petch qui relie la limite d'élasticité σ_D à la taille de grain *d* :

$$\sigma_D = \sigma_{D0} + k/\sqrt{d} \qquad (I\text{-}2)$$

σ_{D0} et *k* sont des constantes relatives au matériau.

La taille de grain joue donc un rôle opposé sur le seuil de propagation et la limite d'endurance. Une amélioration de la limite d'endurance avec l'affinement du grain signifie donc que l'étape d'amorçage de la fissure est déterminante dans ce cas.

Les résultats de Park et al. [PAR05] sur des aciers C-Mn montrent l'influence de la taille de grain sur le nombre de cycles à rupture en fonction de la contrainte appliquée. La Figure I-18 montre que, pour une taille de grain de 5.4 µm, la limite de fatigue est plus élevée que pour une taille de grain de 14.7 µm (de l'ordre de 25%).

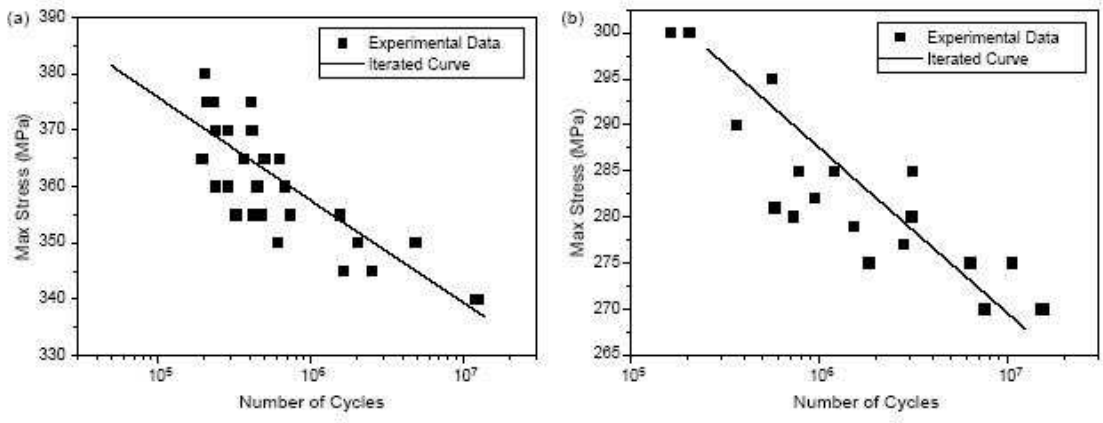


Figure I-18 : Courbes contrainte-nombre de cycles à rupture (S-N) pour un acier C-Mn avec une taille de grain de (a) 5.4 µm et (b) 14.7 µm, d'après [PAR05]

I.4.8 Fatigue des pièces forgées ou corroyées

L'influence du fibrage n'est jamais explicitement mentionnée dans la littérature, et plus généralement la notion d'anisotropie en fatigue sur des pièces forgées est très peu abordée. On peut étendre nos recherches aux pièces laminées, qui subissent elles aussi un corroyage durant leur mise en forme.

Par exemple, Singh et al. [SIN00] ont tenté de déterminer les relations microstructure-texture et texture-propriétés mécaniques d'un alliage d'aluminium laminé à chaud. Il est intéressant de voir que la microstructure se présente sous la forme de grains fins et allongés. La limite d'élasticité et le coefficient d'écrouissage sont identiques dans les 3 directions testées (longitudinale, transverse et à 45°). Les auteurs concluent que la texture cristallographique est plus déterminante que l'orientation des grains, concernant l'anisotropie de la limite élastique. L'isotropie du coefficient d'écrouissage dépendrait plus des précipités. Quant à la ténacité, les essais n'ont révélé que peu d'anisotropie. Les essais en fatigue n'ont malheureusement pas été réalisés dans plusieurs directions, les auteurs n'ayant probablement pas jugé nécessaire de tester l'anisotropie à la vue des résultats isotropes concernant les précédents paramètres. Ils mettent uniquement en évidence deux modes de rupture en fonction de la contrainte maximale.

Yeung et Hoeppner [YEU85] se sont interrogés sur les effets de l'orientation du fibrage sur la fatigue de contact dans un acier AMS6415 (0,8 CR - 1,8 Ni – 0,25 Mo - 0,38-0,43 C en w%). Les éprouvettes de fatigue ont été réalisées dans une pièce forgée de forme circulaire. Les essais sont effectués sur des éprouvettes prélevées dans le sens radial et d'autres prélevées dans le sens longitudinal. Les auteurs ont procédé à une série d'essais de fatigue qu'ils ont dépouillés de plusieurs manières. Les méthodes statistiques qu'ils ont employées sont le test de Student, l'analyse de la variance et la statistique de Weibull. Les deux premières méthodes ne permettent pas de conclure avec un intervalle de confiance de 90%, que le fibrage a introduit une anisotropie au niveau de la tenue en fatigue. En revanche, la statistique de Weibull met en évidence des différences significatives sur la durée de vie en fatigue de contact, en fonction de l'orientation de l'échantillon, et donc du fibrage.

Nous avons aussi le cas particulier des aciers duplex (2 phases : austénite et ferrite en proportions identiques). Des essais ont été réalisés sur des barres (diamètre 20 mm) et des tôles laminées (épaisseur 5 mm) [MAT01]. Dans chacun des cas, les grains sont allongés dans la direction de corroyage et, d'une manière générale, les résultats montrent que la résistance à la fatigue dans le domaine d'endurance illimitée est meilleure pour les échantillons orientés perpendiculairement à la direction de corroyage. De plus, les grains sont plus fins dans la tôle que dans la barre, et la ferrite présente une texture typique de déformation dans la tôle alors qu'elle présente une structure de recristallisation dans la barre. La limite de fatigue de la barre s'avère plus faible que celle de la tôle, indépendamment de la direction des échantillons. Cela va dans le sens de l'augmentation de la limite d'endurance pour des grains plus fins, que nous venons de voir dans le paragraphe précédent.

Des travaux sur le comportement en fatigue et l'anisotropie ont aussi été faits sur des roues de trains [EKB01], de composition : 0,28 Si - 0,81 Mn - 0,52 C (w%). Ces roues sont forgées et ont subi un traitement thermique. Les auteurs ont effectué des essais de résilience, de torsion et de fatigue en torsion. L'essai de résilience leur permet d'évaluer simultanément la limite d'élasticité et la ductilité. Suivant l'orientation des échantillons, les résultats en fatigue présentent des différences de 18%. En ce qui concerne la limite d'élasticité en torsion, les différences ne s'élèvent qu'à 8%. Les éprouvettes de résilience sont différentes et prélevées à d'autres endroits que les éprouvettes de fatigue et les résultats ne permettent pas de corrélation directe avec leur orientation. En effet, des différences plus importantes qu'en

fatigue ont été mises en évidence, mais les auteurs n'ont pas pu décorréler les effets de l'orientation et de la localisation des échantillons.

Courbon et al. [COU03] ont étudié l'influence du fibrage sur les propriétés de fatigue des aciers à roulement de type 100Cr6. A partir d'une modélisation physique basée sur la détermination des concentrations de contraintes locales au niveau des inclusions, ils déterminent la limite d'endurance en fatigue de contact, pour différents cas de forgeage. Leurs résultats prédisent un fibrage plus nocif lorsqu'il est perpendiculaire à la piste de roulement, ce qui concorde avec les observations expérimentales. Ils montrent également qu'un alignement d'inclusions proches de la normale à la piste de roulement est plus nocif qu'une inclusion isolée sur la limite d'endurance. En revanche, aucun effet coopératif n'est observé pour des alignements d'inclusions proches du plan de roulement. Un alignement d'inclusions a un effet identique à une inclusion isolée.

D'après Liu et al. [LIU95], le paramètre le plus influent sur la limite d'endurance est le type des inclusions, et ce sont des inclusions allongées dont il faut tenir compte. Toutefois, les résultats de ces auteurs sont à prendre avec précaution. En plus de la nature des inclusions, la composition des aciers qu'ils utilisent est différente. Ils possèdent par exemple des duretés différentes, comprises entre 24 HRC et 38 HRC. L'élément important est qu'ils constatent différents mécanismes à l'origine de la fissuration en fonction des types d'inclusions : la création de microfissures autour de l'inclusion, la décohésion de l'interface matrice-inclusion et la fissuration de l'inclusion (pour les inclusions les plus fragiles).

Un paramètre crucial est l'état de surface de la pièce forgée, comme le met en avant [JAC04] pour la tenue en service de bielles. Depuis longtemps, la chute de la limite de fatigue pour une pièce brute de forge a été démontrée (Figure I-19) [HAN36].

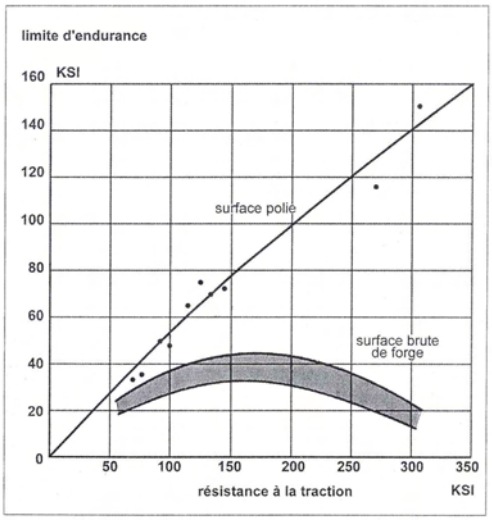


Figure I-19 : Influence de la peau de forge sur la limite d'endurance des aciers, d'après [HAN36]

Les données de la littérature montrent que la valeur moyenne du rapport limite d'endurance sur la résistance mécanique se situe aux alentours de 0.3 pour des pièces forgées, alors que sur éprouvettes lisses ce rapport se situe entre 0.4 et 0.5. Les défauts induits par le procédé de forge constituent des sites d'amorçage potentiels en fatigue. Les procédés de finition, tels que le grenaillage, permettent d'obtenir une nette amélioration des propriétés en fatigue.

Ces différents travaux s'accordent à montrer qu'il existe bien une anisotropie en fatigue engendrée par le corroyage. Malheureusement, souvent, les origines ne sont pas clairement identifiées et le fibrage intègre à la fois l'allongement des grains, la texture et l'effet des

inclusions. Cependant, on a pu voir, par exemple dans le cas des aciers à roulement, l'influence directe des alignements d'inclusions. Il semble certain que chaque phénomène (allongement des grains, texture et inclusions) joue un rôle dans l'anisotropie en fatigue, mais on peut penser qu'en fonction des cas, un de ces phénomènes sera prédominant. Le plus difficile consiste à déterminer lequel prédomine et dans quelles circonstances. De plus, a travers l'état de surface, on retrouve l'importance des contraintes résiduelles (dues par exemple au grenaillage), mais aussi celui des défauts.

I.4.9 Bilan sur les phénomènes observés en fatigue

L'ensemble des résultats que nous venons de présenter constitue une base solide pour le choix d'un critère et la manière d'y intégrer l'anisotropie due au fibrage. En effet, nous avons pu voir que ce critère devra satisfaire plusieurs points concernant :

- **Son domaine de validité** : il faut pouvoir identifier quand le critère peut être utilisé, en particulier en fonction de la taille des inclusions ou des défauts.
- **Les résultats obtenus avec des chargements de référence** : cela constitue la première exigence, c'est-à-dire prédire les limites de fatigues observées expérimentalement pour des essais de traction alternée, de flexion alternée et de torsion alternée.
- **La capacité à bien traduire les effets d'une contrainte moyenne de traction, ou de cission** : une contrainte moyenne de cission n'a pas d'influence sur la limite de fatigue (en l'absence de défauts) alors qu'une contrainte normale moyenne est bénéfique en compression et néfaste en traction.
- **La capacité à prendre en compte les effets de gradient** : la présence d'un gradient de contraintes important augmente la limite de fatigue.
- **La capacité à traduire l'anisotropie observée sur les produits corroyés** : le critère doit pouvoir intégrer les paramètres qui gouvernent le comportement anisotrope en fatigue : taille de grain, texture, taille d'inclusion, forme d'inclusion, topologie des inclusions…

Concernant le dernier point, l'analyse du rôle de la taille de grain, ainsi que des inclusions permet de rendre compte des phénomènes fondamentaux pouvant relier la tenue en fatigue et le fibrage. Il a été clairement mis en évidence qu'en fonction des mécanismes prédominant, l'origine de l'anisotropie sera différente. En effet, en présence d'un mécanisme de fatigue gouverné par les défauts, la forme de ceux-ci, leur dimension et leur topologie (présence d'alignements) sera prépondérante. En revanche, lorsque le mécanisme de fatigue est gouverné par la matrice, la phase d'amorçage est déterminante et donc la taille de grain est prépondérante. Des grains allongés engendreront a priori une anisotropie en fatigue.

Ce qui doit être le cas en règle général, l'est encore plus dans notre situation : le choix d'un critère de fatigue doit nécessairement s'accompagner de la compréhension des phénomènes qu'il est susceptible de modéliser, et doit être coordonné avec les propriétés du matériau (en particulier concernant le contenu inclusionnaire).

I.5 Les critères d'endurance pour matériau sain

I.5.1 Introduction

Nous différencions les critères pour matériaux dits « sains » et ceux pour les matériaux présentant des « défauts ». Bien sûr, toute structure cristalline présente des défauts de différents ordres. Mais la distinction que nous faisons ici s'appuie sur la description de l'évolution de la limite d'endurance avec la taille de défaut donnée par le diagramme de

Kitagawa (Figure I-16). Pour un matériau donné, il va exister une taille de défaut critique au-dessus de laquelle la limite d'endurance devient dépendante de la taille du défaut. En réalité, le matériau dit sain présente donc des défauts, mais dont la taille est inférieure à la taille critique. De plus, rappelons que le terme de « défaut » est un terme générique qui peut englober les porosités, les fissures, et les inclusions bien que la qualification de défaut pour les inclusions soit erronée. Nous utilisons la dénomination donnée dans la littérature.

Les critères d'endurance pour matériaux sains peuvent être classés de différentes manières. On distingue les critères de type plan critique, qui utilisent des valeurs relatives à un plan désigné comme étant le plan critique vis-à-vis de l'endommagement, les critères basés sur les invariants des contraintes et les critères énergétiques qui essayent de prendre en compte l'influence de l'énergie mécanique sur la tenue en fatigue. Une autre distinction doit être faite entre les critères macroscopiques, qui furent les premiers à être développés, et les critères de type microscopiques, basés sur le concept introduit par Orowan [ORO39], qui utilisent les contraintes microscopiques (à l'échelle du grain le tenseur des contraintes fait intervenir le tenseur des contraintes macroscopiques et le tenseur local des contraintes résiduelles dues aux déformation inélastiques locales). Enfin, il faut distinguer les critères non locaux, qui tiennent compte des sollicitations de la matière dans un volume élémentaire sollicité (VES) et non en un seul point.

Nous présenterons les principaux critères macroscopiques puis microscopiques, et nous nous attacherons à dissocier les critères non locaux que nous présenterons en dernier. Le but n'est pas de faire une présentation exhaustive des critères existants, mais de permettre de comprendre leurs caractéristiques et de choisir le mieux adapté ou de les développer. La Figure I-20 classe les critères que nous allons présenter.

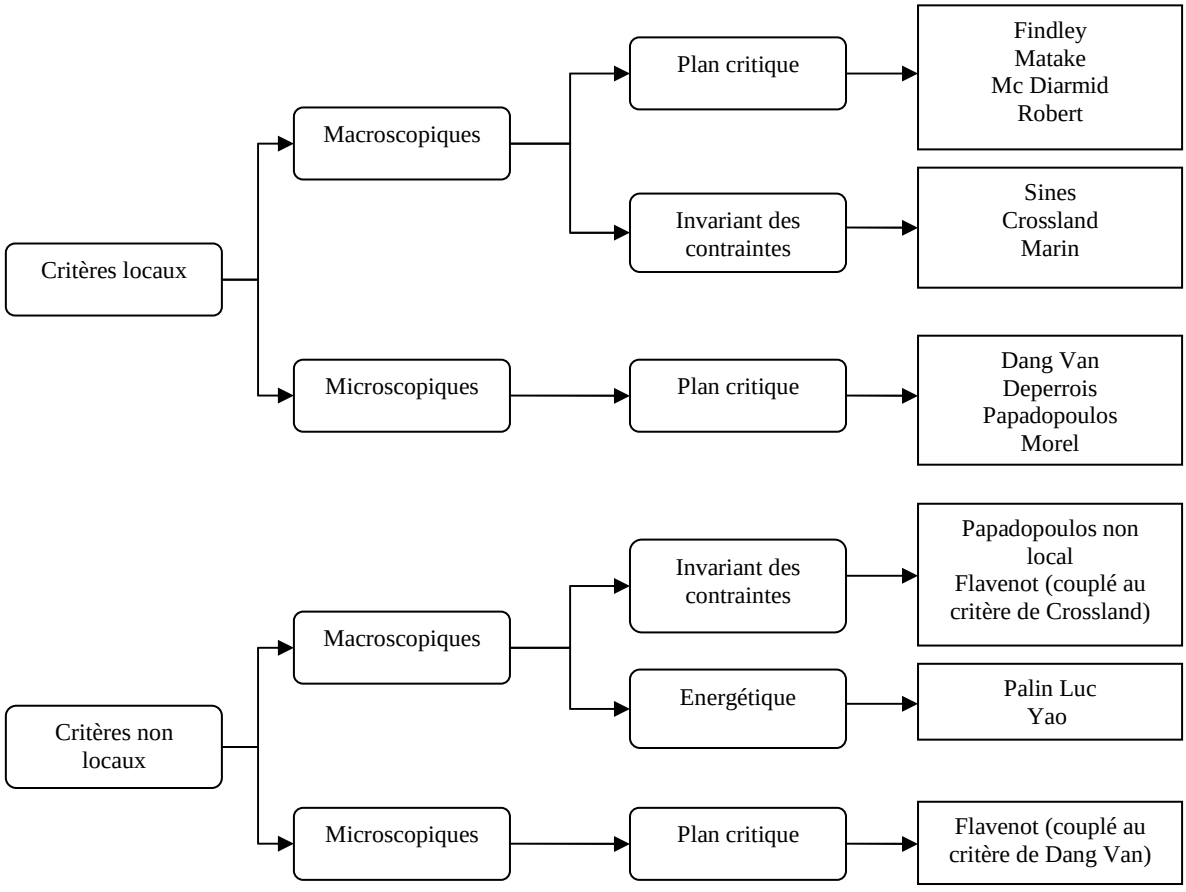


Figure I-20 : Classification des différents critères présentés

Avant de présenter des critères, nous allons revenir sur les invariants des contraintes, utilisés dans certains de ces critères.

Le tenseur des contraintes peut être décomposé en une partie sphérique et une partie déviatorique :

$$\underline{\underline{\Sigma}} = \frac{1}{3} tr(\underline{\underline{\Sigma}}) \underline{\underline{I}} + \underline{\underline{S}} \qquad (I\text{-}3)$$

Le premier invariant correspond à la partie hydrostatique :

$$J_1 = \frac{1}{3} tr(\underline{\underline{\Sigma}}) \qquad (I\text{-}4)$$

Le second invariant des contraintes J_2 représente une norme dans l'espace du déviateur des contraintes et certains critères utilisent la racine carrée de cet invariant.

$$\sqrt{J_2} = \sqrt{\frac{1}{2} \underline{\underline{S}} : \underline{\underline{S}}} \qquad (I\text{-}5)$$

Et $\sqrt{\frac{2}{3} J_2}$ représente le cisaillement octaédrique, c'est à dire le cisaillement dans le plan qui est également incliné par rapport aux directions principales du tenseur des contraintes. Dans le cas d'un chargement proportionnel, ce plan est fixe et les directions principales sont donc constantes dans le temps.

I.5.2 Les critères macroscopiques

I.5.2.1 Les critères empiriques

Les critères empiriques ont été les premiers critères proposés. Ces critères sont élaborés à partir de résultats expérimentaux, pour un type de sollicitations multiaxiales. Le plus souvent, ces essais sont de la traction-torsion ou de la flexion-torsion. Malheureusement, ces critères sont valables pour les sollicitations pour lesquelles ils ont été construits et leurs résultats ne sont pas satisfaisants dès que l'on s'en écarte. Nous citerons ici le critère de Gough et Pollard [GOU35], faisant intervenir les contraintes alternées de traction σ_a et de cisaillement τ_a :

$$\left(\frac{\sigma_a}{f_{-1}}\right)^2 + \left(\frac{\tau_a}{t_{-1}}\right)^2 = 1 \qquad (I\text{-}6)$$

I.5.2.2 Critères de Sines (global macroscopique)

Le critère de Sines [SIN81] utilise l'amplitude du cisaillement octaédrique $\sqrt{J_{2,a}}$ et la pression hydrostatique P_m moyenne au cours du cycle :

$$\sqrt{J_{2,a}} + \alpha P_m \leq \beta \qquad (I\text{-}7)$$

avec $\alpha = 3t_{-1} / f_0$ et $\beta = t_{-1}$ où f_0 représente la limite de fatigue en traction répétée.

Notons que l'application de ce critère en flexion alternée conduit à $t_{-1} / f_{-1} = 1/\sqrt{3}$, alors que l'on a vu (cf. § II.4.3) que ce rapport peut varier entre 0,5 et 1. Le critère est donc valable pour les matériaux ductiles qui vérifient cette condition, ce qui est assez restrictif.

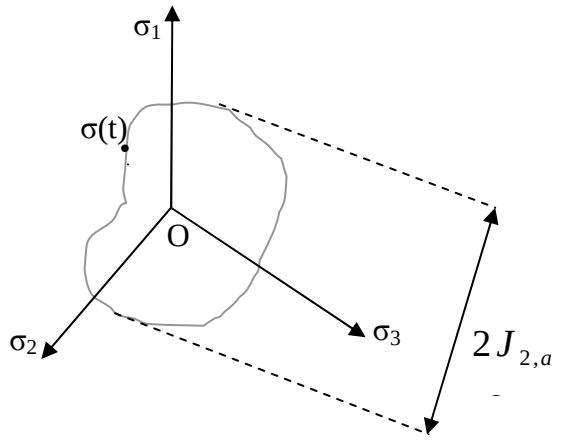


Figure I-21 : Amplitude du cycle pour le critère de Sines (ou de Crossland)

I.5.2.3 Le critère de Crossland (global macroscopique)

Le critère de Crossland [CRO56] s'appuie aussi sur l'amplitude du cisaillement octaédrique mais il utilise la pression hydrostatique maximale $P_{\max}$:

$$\sqrt{J_{2,a}} + \alpha P_{\max} \leq \beta \qquad (I\text{-}8)$$

avec $\alpha = t_{-1}$ et $\beta = t_{-1}/\sigma_{-1} - 1/\sqrt{3}$

Il faut que la relation $t_{-1}/\sigma_{-1} > 1/\sqrt{3}$ soit vérifiée pour utiliser ce critère.

Les critères de Sines et de Crossland rendent bien compte qu'une contrainte moyenne de cission n'a pas d'influence sur la limite de fatigue.

I.5.2.4 Le critère de Marin (invariant des contraintes, macroscopique)

Le critère proposé par Marin [MAR56] s'appuie sur l'amplitude $\sqrt{J_{2,a}}$ et la valeur moyenne $\sqrt{J_{2,m}}$ de $\sqrt{J_2}$. Il a la forme suivante :

$$\left(\frac{\sqrt{3J_{2,a}}}{f_{-1}}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{J_{2,m}}}{R_m}\right)^2 \leq 1 \qquad (I\text{-}9)$$

Ce critère ne parvient pas à prendre en compte l'effet négligeable d'une contrainte statique de cisaillement en torsion. De plus, en flexion, le critère prédit un effet identique d'une contrainte statique de traction ou de compression.

I.5.2.5 Le critère de Findley (plan critique macroscopique)

Le critère de Findley [FIN59] utilise l'amplitude du cisaillement associée à la valeur maximale de la contrainte normale dans le plan critique. Ce critère s'écrit :

$$\max_{\vec{n}}\left\{C_a(\vec{n}) + \alpha N_{\max}(\vec{n})\right\} \leq \beta \qquad (I\text{-}10)$$

avec $\alpha = {2t_{-1}}/{\sigma_{-1}} - 1$ et $\beta = t_{-1}$

Ce critère prévoit lui aussi l'influence sur la limite de fatigue en torsion d'une contrainte moyenne de torsion, ce qui est en désaccord avec les résultats expérimentaux.

I.5.2.6 Le critère de Matake (plan critique macroscopique)

De la même manière que Findley, Matake [MAT80] considère l'amplitude du cisaillement associée à la valeur maximale de la contrainte normale dans le plan critique. La différence provient de la définition du plan critique, qui correspond ici au plan dans lequel l'amplitude du cisaillement est maximale. Cela permet de remédier au problème du critère de Findley vis-à-vis de la torsion. De plus, le critère prédit l'influence linéaire d'une contrainte moyenne de traction en flexion. Ce critère permet d'obtenir de bons résultats pour des chargements proportionnels. En revanche, si l'on prend l'exemple d'un essai de traction biaxiale avec un cycle de traction alternée suivant l'axe de l'éprouvette et une traction statique suivant un axe perpendiculaire, alors le plan critique n'est pas unique, et en fonction du plan choisi la contrainte normale sera différente. Ce type de cas pose alors problème pour ce critère.

I.5.2.7 Le critère de Mc Diarmid (plan critique macroscopique)

Mc Diarmid [DIA 91] définit le plan critique comme étant celui où l'amplitude du cisaillement est maximale. On note $\vec{n}_c$ la normale du plan critique. Son critère s'écrit :

$$\frac{C_a(\vec{n}_c)}{t_{A,B}} + \frac{N_{\max}(\vec{n}_c)}{2.R_m} \leq 1 \qquad (I\text{-}11)$$

où R_m est la résistance maximale en traction.

Il distingue les fissures de type A qui se propagent le long de la surface et les fissures de type B qui se propagent vers l'intérieur du matériau. Il faut donc connaître les limites d'endurance en torsion alternée t_A et t_B correspondant à la formation de fissures de type A et de type B respectivement.

Ce critère prévoit bien l'influence d'une contrainte moyenne de cisaillement ou de traction, et il permet d'obtenir d'assez bons résultats.

I.5.2.8 Le critère de Robert (plan critique macroscopique)

Robert [ROB92] propose de séparer la contribution des contraintes normales en prenant les contraintes normales moyennes et alternées, associées à un plan. De plus, pour le cisaillement, il utilise la notion de plus petit cercle incluant le trajet des contraintes. Ce critère s'écrit de la manière suivante :

$$\max_{\vec{n},t}\left\{\left\|C(\vec{n},t) - C_m(\vec{n})\right\| + \alpha\left[N(\vec{n},t) - N_m(\vec{n})\right] + \beta N_m(\vec{n})\right\} \leq \lambda \qquad (I\text{-}12)$$

Ce critère prédit l'influence sur la limite de fatigue en torsion d'une contrainte moyenne de torsion, ce qui est en contradiction avec les observations expérimentales.

I.5.3 Les critères microscopiques

L'amorçage de fissures est un phénomène microscopique, à l'échelle atomique puis à celle d'un ou quelques grains. A cette échelle, le matériau n'est ni homogène ni isotrope et les réponses locales (contraintes locales et déformation plastique locale) peuvent être très différentes des réponses macroscopiques. A l'échelle macroscopique, les contraintes sont supposées élastiques, et elles sont homogènes dans un volume élémentaire V(x). En revanche, à l'échelle microscopique les contraintes ne sont pas homogènes dans le volume V(x) et la limite élastique peut localement être dépassée dans des grains défavorablement orientés.

I.5.3.1 Le critère de Dang Van

Dans son modèle, Dang Van [DAN89] assimile seuil d'amorçage et seuil de propagation de la fissure. Le principe fondamental de son approche peut s'énoncer de la manière suivante **: la rupture ne se fera pas si la réponse des grains les plus défavorablement orientés est adaptée élastiquement**.

Pour les structures homogènes, l'apparition de fissures intervient dans les zones critiques de concentration de contraintes et plus particulièrement dans les grains qui ont subi des déformations plastiques. Il faut donc évaluer les contraintes et les déformations plastiques dans ces grains.

Si on se place dans le cadre du modèle de Lin-Taylor, on a : (i) le grain est considéré comme une inclusion dans une matrice élastique infinie, (ii) la matrice impose sa déformation au grain, (iii) le grain et la matrice sont isotropes et possèdent les mêmes coefficients élastiques. On peut écrire pour un grain :

$$E^e = \varepsilon^e + \varepsilon^p \qquad (I\text{-}13)$$

E^e, ε^e et ε^p représentent respectivement les déformations élastiques macroscopiques, les déformations élastiques microscopiques et les déformations plastiques microscopiques.

Tant qu'il n'y a pas de déformation plastique macroscopique, $E = E^e$

Il n'y a pas de rupture si on peut écrire pour chaque grain :

$$\underline{\underline{\sigma}}(t) = \underline{\underline{\Sigma}}(t) + \underline{\underline{\rho}}^* \qquad (I\text{-}14)$$

$\underline{\underline{\Sigma}}(t)$ et $\underline{\underline{\sigma}}(t)$ représentent respectivement les contraintes macroscopiques et microscopiques. $\underline{\underline{\rho}}^*$ représente les contraintes résiduelles stabilisées.

où ρ^* est constant et $\sigma(t)$ satisfait le critère de plasticité.

Définissons la contrainte de cisaillement :

$$\vec{c}(\vec{n},t) = \underline{\underline{\sigma}}(t)\,\vec{n} - (\vec{n}.\underline{\underline{\sigma}}(t).\vec{n})\vec{n} \qquad (I\text{-}15)$$

C'est en fait la projection orthogonale des contraintes appliquées au plan défini par le vecteur $\vec{n}$. La norme de cette contrainte de cisaillement peut s'écrire :

$$\left\|\vec{c}(\vec{n},t)\right\| = \sqrt{\left\|\underline{\underline{\sigma}}(t)\,\vec{n}\right\|^2 - (\vec{n}.\underline{\underline{\sigma}}(t).\vec{n})^2} \qquad (I\text{-}16)$$

Il est nécessaire de postuler un critère de plasticité pour le grain. La loi de Schmid donne :

$$\forall t, \forall n, \left\|\vec{c}(\vec{n},t)\right\| \le b \qquad (I\text{-}17)$$

L'expérience montre que la pression hydrostatique intervient aussi dans le processus de rupture par fatigue. C'est pourquoi Dang Van introduit ce paramètre dans le critère :

$$\forall t, \forall n, \left\|\vec{c}(\vec{n},t)\right\| + aP \le b \qquad (I\text{-}18)$$

Le critère de Dang Van s'énonce alors :

$$\underset{\vec{n}}{Max}\,\underset{t}{Max}\left[\left\|\vec{c}(\vec{n},t)\right\| + aP(t)\right] \le b \qquad (I\text{-}19)$$

La valeur de $\vec{n}$, notée $\vec{n}^*$, pour laquelle le maximum est atteint, définit le plan dans lequel la fissure va apparaître.

De plus, il faut pouvoir exprimer $\vec{c}(n,t)$ en fonction de $\underline{\underline{\Sigma}}(t)$ et il est donc nécessaire de connaître $\underline{\underline{\rho}}^*$.

La double maximisation est coûteuse en temps de calcul. C'est pourquoi Dang Van a proposé une formulation simplifiée de son critère [DAN89], dans laquelle le cisaillement maximum est approximé par $\tau(t) = \dfrac{\sigma_I(t) - \sigma_{III}(t)}{2}$ où $\sigma_I(t)$ et $\sigma_{III}(t)$ représentent respectivement la contrainte principale maximale et minimale. Le critère devient alors :

$$\underset{t}{Max}\left[\tau(t) + aP(t)\right] \le b \qquad (I\text{-}20)$$

Un des points délicats consiste à déterminer les contraintes résiduelles stabilisées.

D'un point de vue géométrique, durant un cycle, le déviateur des contraintes S(t) décrit une courbe Γ(t) dans l'espace déviatorique. Après plusieurs cycles, un état stabilisé apparaît et S(t) décrit une courbe fermée limite Γ(t). Pour un écrouissage isotrope progressif, l'état stabilisé apparaît pour l'hypersphère de plus petit diamètre enfermant Γ. Le terme $dev\,\rho^*$ représente alors le centre de cette hypersphère. Dang Van généralise ce résultat même si ce n'est en fait pas vrai pour un écrouissage cinématique. Pour travailler dans cet espace, Dang Van utilise la norme J_2, c'est-à-dire le deuxième invariant du tenseur déviateur de contraintes.

Le calcul de $dev\,\rho^*$ correspond donc à un problème de min-max :

$$\underset{dev\,\rho}{Min}\,\underset{t}{Max}\,J_2\left\{S_{i,j}(t) - dev\,\rho_{i,j}\right\} \qquad (I\text{-}21)$$

Une première méthode donnée dans [DAN89] est une méthode incrémentale qui consiste à parcourir le cycle de chargement et à appliquer un écrouissage (isotrope et cinématique) jusqu'à l'obtention de la valeur stabilisée de $dev\,\rho^*$.

La méthode donnée dans [BAL95] utilise directement le fait que $-\underline{\underline{\rho}}^*$ est le centre de la plus petite hypersphère de l'hyperplan déviatorique, dans laquelle est inclus le trajet du déviateur des contraintes. Il suffit alors de déterminer ce cercle et son centre. Le principe de l'algorithme proposé est le suivant : pour un ensemble de points M_i ($1 \leq i \leq n$), il s'agit de tester toutes les paires (M_i,M_j) et de vérifier si tous les points sont dans l'hypersphère de diamètre M_i,M_j. Dès que la condition est réalisée, le cercle est trouvé. Si ce n'est pas le cas, il faut faire le même travail à partir d'un triplet (M_i,M_j,M_k) et regarder si tous les points sont à l'intérieur du cercle dans lequel est inscrit le triangle M_i,M_j,M_k. La condition sera alors réalisée au moins une fois.

D'autres algorithmes sont possibles. On peut citer Inglebert et al. [ING00], qui ont mis au point un algorithme valable pour des tenseurs de contraintes symétriques obtenus en théorie pour de petites déformations, et qui utilise une méthode de gradient conjugué. Par ailleurs, [BER05] ont testé l'efficacité de plusieurs algorithmes et ont mis en avant les performances des algorithmes de [BER98] et [WEB99] quand la discrétisation de la courbe $\Gamma(t)$ ne comporte pas plus de quarante points.

Détermination des constantes a et b :

Ces deux constantes peuvent être déterminées à partir d'essais de torsion alternée et de flexion alternée. Si on appelle t_{-1} la limite de fatigue obtenue en torsion alternée, et f_{-1} celle obtenue en flexion alternée, alors les deux constantes se déduisent par :

$$a = \frac{t_{-1} - f_{-1}/2}{f_{-1}/3} \qquad et \qquad b = t_{-1} \qquad (I\text{-}22)$$

Limitations du critère de Dang Van :

Ce critère n'est utilisable que pour l'endurance à un nombre de cycles illimités. Toutefois, des tentatives ont été faites par [FLA88] pour étendre ce critère à une durée de vie limitée (au-delà de 10^6 cycles), ainsi que par [ING00].

Le critère de Dang Van ne tient pas compte du déphasage des contraintes. Or lorsqu'il y a sollicitations déphasées, le temps nécessaire pour que le matériau réagisse dépend de la nature du matériau et du niveau de chargement. Ainsi le tenseur des contraintes peut ne pas être composé de la contrainte maximale suivant un axe et des contraintes instantanées suivant les autres axes, mais il est composé de l'ensemble des contraintes maximales suivant tous les axes.

I.5.3.2 Le critère de Papadopoulos 1

Le premier critère de Papadopoulos [PAP87] est proche du critère de Dang Van. Sa formulation est la suivante :

$$k^* + \alpha P_{max} \leq \beta \qquad (I\text{-}23)$$

où k^* est le rayon de la plus petite hypersphère contenant le trajet des contraintes dans l'espace déviatorique. Pour des chargements proportionnels, ce critère est identique à celui de Crossland, car $k^* = \max_t \sqrt{J_{2,a}(t)} = \sqrt{J_{2,a}}$.

De plus, $\beta = t_{-1}$ et $\alpha = 3t_{-1}/\sigma_{-1} - \sqrt{3}$. Le critère est donc valide pour $t_{-1}/\sigma_{-1} > 1/\sqrt{3}$

I.5.3.3 Le critère de Papadopoulos 2

Pour ce critère, Papadopoulos ([PAP94], [PAP01]) distingue les métaux « durs » et les métaux « doux », la différence étant faite en fonction de la valeur du rapport t_{-1}/σ_{-1}. L'auteur suppose qu'un seul système de glissement est actif par grain et le comportement du cristal est représenté par trois phases qui sont respectivement le durcissement, la saturation et l'adoucissement (Figure I-22). Papadopoulos choisit d'utiliser la déformation plastique cumulée à l'échelle mésoscopique Γ comme paramètre d'endommagement.

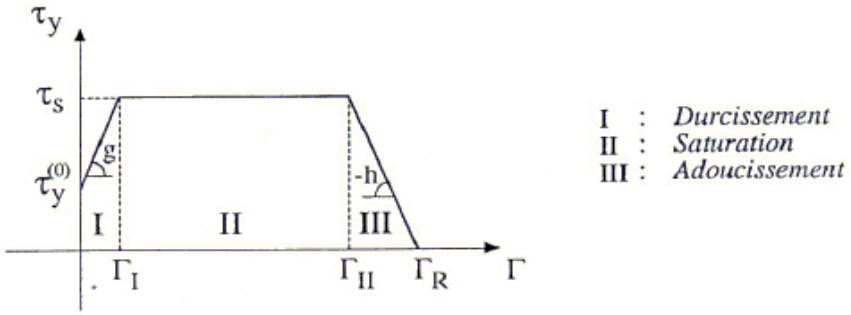


Figure I-22 : Evolution de la limite élastique mésoscopique en fonction de la déformation plastique mésoscopique cumulée Γ

- Cas des métaux « doux » : $0{,}5 < t_{-1}/\sigma_{-1} < 0{,}6$

Pour les métaux « doux », le critère s'écrit :

$$\max_{\varphi,\theta}\left[T_\sigma(\theta,\varphi)\right] + \alpha P_{\max} \le \beta \qquad (I\text{-}24)$$

T_σ est la moyenne quadratique de l'amplitude de la cission résolue τ_a selon toutes les directions du plan orienté par $\vec{n}(\theta,\varphi)$.

$$T_\sigma(\varphi,\theta) = \sqrt{\frac{1}{\pi}\int_{\psi=0}^{2\pi}\tau_a^2(\theta,\varphi,\psi)\,d\psi} \qquad (I\text{-}25)$$

Soit $\tau_{h\psi}(t)$ la projection du vecteur contrainte tangentielle $\tau_h(t)$ (agissant sur le plan de normale h à l'instant t), sur la droite orientée par l'angle ψ. τ_a est alors l'amplitude de $\tau_{h\psi}(t)$ (Figure I-23).

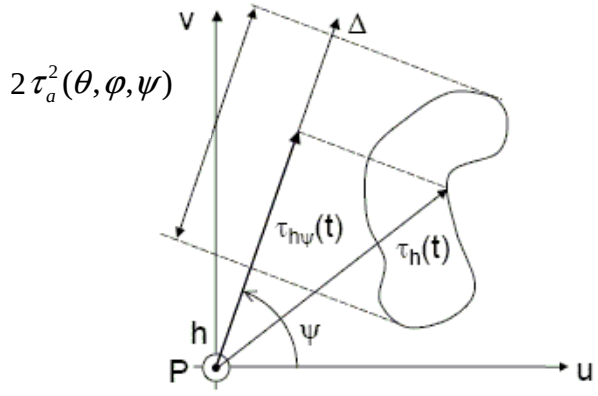


Figure I-23 : Définition de l'amplitude de la cission résolue τ_a

Les paramètres α et β sont obtenus avec les limites d'endurance en traction et torsion alternées : $\alpha = \dfrac{t_{-1} - \sigma_{-1}/2}{\sigma_{-1}/3}$ et $\beta = t_{-1}$.

- Cas des métaux « durs » : $0{,}6 < t_{-1}/\sigma_{-1} < 0{,}8$

Pour les métaux « durs », le critère s'écrit :

$$M_\sigma(\varphi,\theta) + pP_{\max} \le q \qquad (I\text{-}26)$$

M_σ représente la moyenne de l'amplitude de la cission résolue, dans tout le volume élémentaire.

$$M_\sigma(\varphi,\theta) = \sqrt{\frac{5}{8\pi^2}\int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi} T(\theta,\varphi)\sin\theta\, d\theta\, d\varphi} \qquad (I\text{-}27)$$

Les paramètres α et β sont là aussi obtenus avec les limites d'endurance en traction et torsion alternées :

$$\alpha = \frac{t_{-1} - \sigma_{-1}/\sqrt{3}}{\sigma_{-1}/3} \text{ et } \beta = t_{-1}$$

I.5.3.4 Critère de Morel

[MOR00] reprend l'approche de Papadopoulos en ne considérant que les métaux doux. C'est-à-dire, en notant $T_\Sigma = \max_{\varphi,\theta}[T_\sigma(\theta,\varphi)]$:

$$T_\Sigma + \alpha P_{\max} \le \beta \qquad (I\text{-}28)$$

De même que Papadopoulos, Morel suppose qu'un seul système de glissement est actif et il modélise le comportement du cristal selon trois phases (durcissement, saturation et adoucissement). De plus, il considère la limite d'élasticité du cristal pendant la phase de saturation τ_s, comme la combinaison de la pression hydrostatique moyenne P_{moy}, de l'amplitude de la pression hydrostatique P_a, et de l'amplitude de la contrainte de cisaillement C_a :

$$\tau_s = \frac{-\alpha P_{moy} + \beta}{\alpha\left(P_a/C_a\right) + H} \qquad (I\text{-}29)$$

Avec $\alpha = \sqrt{\pi}\left(3.t_{-1}/\sigma_{-1} - 3/2\right)$, $\beta = t_{-1}\sqrt{\pi}$ et h un coefficient de déphasage définit par $H = T_\Sigma/C_a$

Pour l'auteur, l'amorçage d'une fissure de fatigue arrive quand la déformation plastique mésoscopique accumulée Γ atteint un seuil Γ_R. Il propose l'équation d'une courbe de Whöler à l'amorçage :

$$N_a = p\ln\left(\frac{C_a}{C_a - \tau_s}\right) + q\left(\frac{\tau_s}{C_a - \tau_s}\right) - \frac{r}{C_a} \qquad (I\text{-}30)$$

où p, q et r sont des paramètres identifiables avec une courbe de Whöler expérimentale.

L'équation du critère, pour une durée de vie donnée est alors :

$$\frac{1}{N_a}\left[p\ln\left(\frac{C_a}{C_a - \tau_s}\right) + q\left(\frac{\tau_s}{C_a - \tau_s}\right) - \frac{r}{C_a}\right] \le 1 \qquad (I\text{-}31)$$

I.5.3.5 Critère de Deperrois

Le critère de Deperrois [DEP91] présente la particularité de prendre en compte le chemin de chargement. Dans le cas d'un chemin de chargement linéaire (représenté par un segment dans l'espace des contraintes), il est équivalent au critère de Crossland. En revanche, pour un chemin de chargement complexe, il présente de meilleurs résultats. Il nécessite la détermination de 5 paramètres (D_1,…, D_5) caractérisant ce chemin de chargement. Dans des cas de chargements particuliers, certains de ces paramètres seront nuls.

$$A(\Psi) + \alpha P_{\max} \le \beta \qquad (I\text{-}32)$$

avec $A(\Psi) = \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{D_1^2 + D_2^2 + D_3^2 + D_4^2 + D_5^2}$

Les paramètres du trajet de chargement sont définis de la manière suivante :

D_1 est la longueur de la plus petite corde du trajet de chargement Ψ dans l'espace du déviateur des contraintes. On considère ensuite l'hyperplan perpendiculaire à la direction selon laquelle a été pris D_1. Le trajet de chargement Ψ est projeté sur cet hyperplan pour donner Ψ_1. D_2 est la longueur de la plus petite corde du trajet de chargement projeté Ψ_1. Ce processus est itéré jusqu'à la détermination de D_5.

Ce critère est performant dans le cas de trajets complexes. Toutefois, il arrive que la détermination des paramètres se heurte à la non unicité des solutions, et la méthode échoue.

I.5.3.6 Contrainte équivalente de Mamiya et Araùjo

Notons que Mamiya et Araùjo [MAM02] ont proposé un calcul de contrainte équivalente permettant de prendre en compte le chemin de chargement, lorsque celui-ci peut être contenu dans une coque convexe proche d'un ellipsoïde dans l'espace du déviateur des contraintes (Figure I-24).

$$\tau_{eq} = \left(\sum_{i=1}^{5} a_i^2\right)^{1/2} \qquad (I\text{-}33)$$

où les a_i sont reliés à la dimension des axes de l'ellipsoïde.

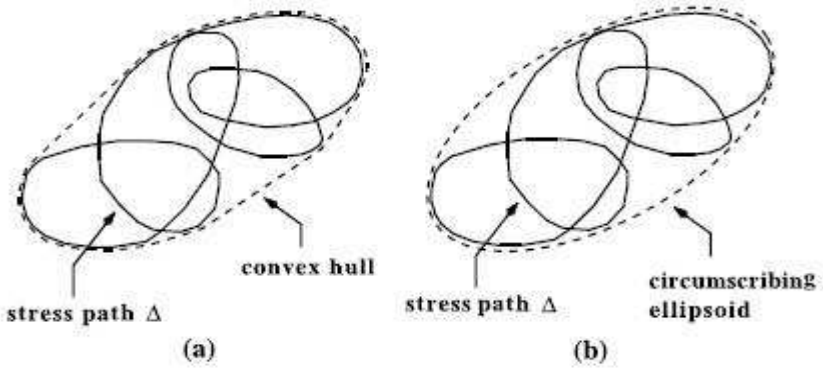


Figure I-24 : Caractérisation du trajet de chargement : (a) coque convexe, (b) ellipsoïde circonscrite

La détermination de la contrainte équivalente fait d'abord appel à un algorithme permettant de calculer le centre de la plus petite hypersphère contenant le trajet de chargement. La seconde étape permet ensuite de trouver rapidement les valeurs a_i.

Cette contrainte équivalente est ensuite introduite dans un critère de type Crossland. Le critère semble donner des résultats intéressants. Néanmoins, le fait que l'enveloppe du trajet de chargement doive être proche d'un ellipsoïde rend le critère assez restrictif.

I.5.3.7 Bilan sur les critères d'endurance macroscopiques et microscopiques

Parmi les critères présentés, nous avons vu que certains prenaient plus ou moins bien en compte les phénomènes observés en fatigue, en particulier concernant l'effet des contraintes moyennes en traction ou en cisaillement. Durant sa thèse, Weber [WEB99-2] a testé un grand nombre de critères sur une large gamme de chargements. Il en conclut qu'aucun critère ne donne des résultats parfaits pour tous les types d'essais testés. Par exemple, certains sont trop conservatifs (Findley) alors que d'autres ne le sont pas (Crossland, Papadopoulos 1). Les critères de Dang Van, de Crossland et de Papadopoulos donnent néanmoins de bons résultats dans un grand nombre de cas et sont assez faciles à mettre en œuvre. De plus, des critères comme celui de Deperrois présentent de meilleurs résultats pour des trajets plus complexes, au détriment d'une mise en œuvre plus délicate. Toutefois, aucun de ces critères ne permet de prendre en compte les effets de gradient. C'est principalement pour cela que certains auteurs ont essayé d'établir des critères non locaux.

I.5.4 Les critères non locaux

I.5.4.1 Critère de Yao

Yao s'intéresse à la fatigue d'un matériau entaillé. Il se base sur le fait que la résistance à la fatigue dépend de l'endommagement au sein d'une zone locale restreinte. Ce processus d'endommagement dépend non seulement du champ de contraintes local mais aussi du champ de déformation local, dans cette zone [YAO01]. Son approche nécessite alors de déterminer deux paramètres σ_{FI} et ε_{FI}, définis par :

$$\sigma_{FI} = \frac{1}{V}\int_{\Omega} f(\sigma_{i,j})\varphi(\vec{r})dv \qquad (I\text{-}34)$$

$$\varepsilon_{FI} = \frac{1}{V}\int_{\Omega} f(\varepsilon_{i,j})\varphi(\vec{r})dv \qquad (I\text{-}35)$$

où Ω représente le volume de la zone concernée, f(.) est la fonction donnant la contrainte ou la déformation équivalente, et $\varphi(\vec{r})$ est une fonction de pondération.

La fonction f(.) : pour les matériaux ductiles, Yao utilise la contrainte et la déformation équivalente de Von Mises. En revanche, il utilise la contrainte principale maximale pour les matériaux fragiles.

La taille de la zone Ω dépend du facteur de l'acuité de l'entaille. Plus le coefficient de concentration de contrainte est élevé, plus la zone sera importante.

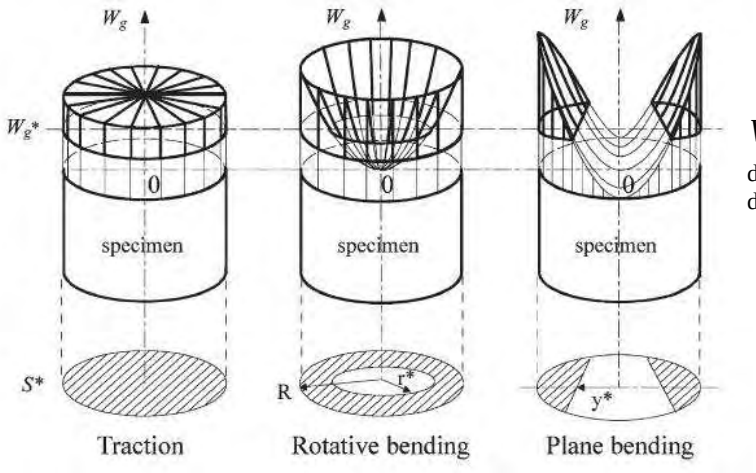
La durée de vie en fatigue est ensuite déterminée avec une loi d'endommagement telle que celle de Manson-Coffin, avec les σ_{FI} et ε_{FI} calculés suivant (I-34) et (I-35).

L'approche de Yao permet bien de prendre en compte l'effet de gradient, mais la détermination des différents paramètres n'est pas aisée.

I.5.4.2 Critère de Palin-Luc et Lasserre

Palin-Luc et Lasserre [PAL98] ont pu mettre en évidence une contrainte seuil inférieure à la limite d'endurance, au dessous de laquelle des fissures non propageantes apparaissent. Ils considèrent alors que les contraintes inférieures à ce seuil ne conduisent pas à l'endommagement du matériau. Ils définissent le volume élémentaire sollicité (VES) par l'ensemble des points participant à l'endommagement autour du point critique, c'est-à-dire pour lesquels la contrainte dépasse le seuil. On peut ainsi voir sur la Figure I-25 les différents VES pour des sollicitations en traction, en flexion rotative et en flexion plane. Le critère appliqué est ensuite un critère de type énergétique (basé sur la densité volumique d'énergie de déformation), qui est moyenné sur le VES.

Seulement trois limites de fatigue sont nécessaires pour utiliser ce critère.



W_g^* : valeur seuil de W_g en dessous de laquelle il n'y a pas de micro endommagement

Figure I-25 : Distribution de la densité volumique du travail de déformation W_g donné par cycle dans la section d'une éprouvette cylindrique en fonction des différents chargements appliqués [PAL98]

Ce critère est très intéressant car il permet de prédire les différences observées expérimentalement entre traction, flexion rotative et flexion plane. La Figure I-26 compare les écarts obtenus avec le critère proposé par Palin-Luc et Lasserre et d'autres critères de la littérature, à partir d'un panel de 38 résultats expérimentaux.

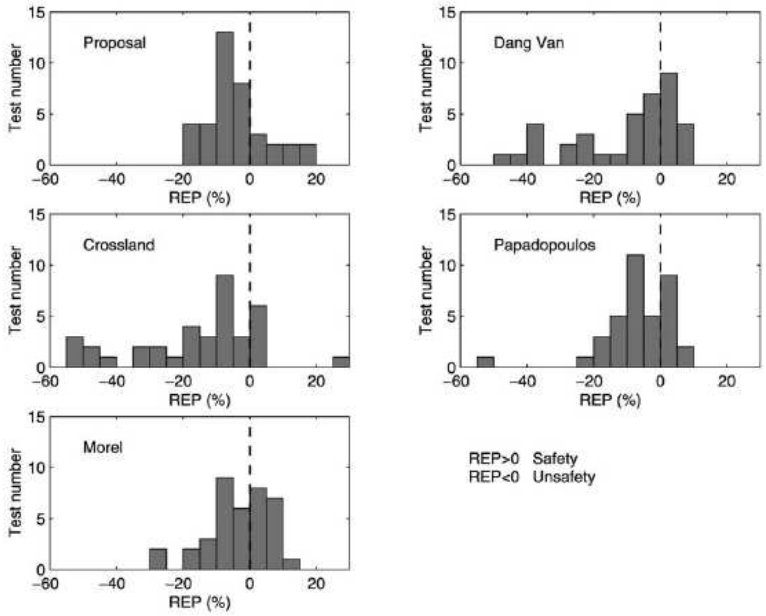


Figure I-26 : Comparaison des écarts commis avec différents critères d'endurance (REP : Relative Error of Prediction), d'après [BAN03]

Notons aussi que ce concept est très intéressant pour identifier les parties non endommageantes d'un chargement complexe et ainsi diminuer les temps des essais en éliminant ces parties de chargement.

I.5.4.3 Critère de Papadopoulos non local

Pour rendre compte de l'effet bénéfique d'un gradient, Papadopoulos [PAP96] vient enrichir le critère de Crossland. Il choisit ce critère car il permet de bien représenter l'absence d'effet d'une contrainte de cisaillement moyenne et l'effet d'une contrainte normale moyenne.

L'analyse des essais de torsion lui permet d'affirmer que le gradient de contrainte de cisaillement n'a pas d'influence sur la limite d'endurance. En effet, à rapports de charge différents, les gradients de contraintes de cisaillement sont différents et la limite de fatigue reste identique. Il propose alors la formulation suivante, faisant intervenir le gradient de la pression hydrostatique G :

$$\sqrt{J_{2,a}} + \alpha P_{\max}\left(1 - \beta\left\langle \frac{G}{P_{\max}} \right\rangle^{n}\right) \leq \lambda \qquad (I\text{-}36)$$

$$G = \sqrt{\left(\frac{\partial P_{\max}}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial P_{\max}}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial P_{\max}}{\partial z}\right)^2} \qquad (I\text{-}37)$$

β et n sont des paramètres matériaux et

$$\left\langle \frac{G}{P_{\max}} \right\rangle = \frac{G}{P_{\max}} \text{ si } \frac{G}{P_{\max}} > 0, \left\langle \frac{G}{P_{\max}} \right\rangle = 0 \text{ si } \frac{G}{P_{\max}} \leq 0,$$

$$\text{et } \left\langle \frac{G}{P_{\max}} \right\rangle = 0 \text{ si } P_{\max} = 0$$

La détermination des paramètres nécessite quatre essais : traction-compression et torsion pour α et λ, et deux essais de flexion rotative pour deux rayons d'éprouvette différents pour n et β.

En appliquant ce critère à des chargements multiaxiaux combinés, Papadopoulos obtient de bons résultats. Par exemple, en flexion et torsion, ce critère permet de retrouver une ellipse similaire à celle de Gough-Pollard.

I.5.4.4 Critère de Flavenot

Flavenot et Skalli [FLA83] ont intégré le concept de couche critique. L'endommagement ne se produit pas en un seul point mais dans un volume, qui constitue la couche critique. Ainsi, ils tiennent compte de la valeur du cisaillement et de la pression hydrostatique dans cette couche critique et ils les intègrent dans les critères multiaxiaux de Dang Van et de Crossland.

L'épaisseur de la couche critique est principalement reliée à la microstructure, et sa taille est de l'ordre de celle du grain.

I.5.4.5 Bilan sur les critères non locaux

Les critères non locaux permettent de prendre en compte les effets de gradient et ils présentent généralement de bons résultats. Toutefois, leur mise en œuvre n'est pas forcément aisée en particulier pour le critère de Yao. Nous retiendrons que le critère de Palin-Luc et Lasserre est très intéressant car il donne de bons résultats pour de nombreux types de sollicitations, et que le critère proposé par Papadopoulos est une alternative pour introduire l'effet de gradient dans un critère déjà performant.

I.5.5 Bilan sur les critères d'endurance pour matériau sain

Parmi les critères d'endurance pour matériaux sains, dans chaque catégorie (macroscopique ou microscopique, plan critique ou invariant des contraintes, local ou non local), nous pouvons distinguer des critères plus ou moins performants, dont certains qui sont rapidement en désaccord avec les résultats expérimentaux. Parmi les critères locaux, nous avons été amenés à mettre en relief les critères de Dang Van, Crossland et Papadopoulos. Ces critères ont de surcroît la possibilité d'être enrichis. En effet, pour des trajets de chargement complexes, l'approche de Deperrois ou bien celle de Mayamiya et Araùjo peuvent être adaptées à ces critères. Enfin, il est possible d'utiliser l'approche non locale de Papadopoulos pour prendre en compte l'effet de gradient.

Nous allons être amenés à considérer le problème de l'introduction de l'anisotropie dans ces critères. D'ores et déjà, on peut penser qu'il va être plus facilement envisageable d'introduire cette anisotropie pour les critères précédemment cités que pour un critère énergétique tel que celui de Palin-Luc et Lasserre.

I.6 Détermination de la limite de fatigue des matériaux contenant des défauts

I.6.1 Introduction

Nous considérons ici les défauts dont la taille est supérieure à la taille critique dans le diagramme de Kitagawa. Rappelons que cette taille critique est variable en fonction des matériaux, essentiellement en fonction de la dureté de la matrice (plus celle-ci est haute et plus la taille critique est petite).

Des défauts supérieurs à la taille critique peuvent être engendrés au sein du matériau, en relation avec le mode d'élaboration des pièces. Par exemple, les pièces de fonderie présentent

des porosités qui peuvent être de taille très variable (de quelques microns à quelques centaines de microns). De la pureté du métal et des traitements thermiques qu'il a subi va dépendre la présence d'inclusions, leur nature et leur taille. Sous la dénomination défaut sont donc regroupés ici principalement les porosités et les inclusions. Notons que le terme défaut concernant les inclusions n'est pas forcément approprié puisque l'élaborateur peut souhaiter la présence de ces inclusions.

I.6.2 Classification des différentes approches

Murakami et Endo ([MUR94]) ont recensé 18 modèles permettant de prédire la limite de fatigue de matériaux contenant des défauts, et les ont classés en trois catégories :

- Les **modèles empiriques type modèle de Frost [FRO59]**, ce dernier reliant la limite de fatigue σ_w à la longueur de fissure l par l'équation $\sigma_w^3 l = C$, où C désigne une constante matériau ;
- les approches basées sur **l'équation de Peterson [PET59]** appliquée à de petites fissures (alors qu'elle a été établie pour de grandes entailles) ;
- les approches s'appuyant sur les concepts de la mécanique de la rupture, en l'occurrence sur le seuil **de propagation de fissures** ΔK_{th} et sur le calcul de la taille de la zone de plasticité cyclique basée sur le model de Dugdale [DUG60].

Nous ne présenterons pas l'ensemble de ces critères mais nous tâcherons d'appréhender les forces et les faiblesses des différentes approches. Nous détaillerons plus particulièrement l'approche de Murakami [MUR83], [MUR86], [MUR89], [MUR91] et le critère, plus récent, proposé par Billaudeau [BIL02].

I.6.3 Les modèles empiriques type modèle de Frost

Nous venons de voir que Frost [FRO59] relie la limite de fatigue σ_w à la longueur de fissure l par l'équation $\sigma_w^3 l = C$, où C désigne une constante matériau. Kobayashi et Nakazawa [KOB69], à partir de leurs travaux ont modifié cette équation par $\sigma_w^4 l = C$. Par la suite, Murakami et Endo [MUR83] ont proposé une équation similaire avec un exposant égal à 6.

Le problème de la valeur de l'exposant semble provenir de la différence de la gamme de tailles des défauts dans les différentes études.

I.6.4 Les modèles de Mitchell et de Nordberg

Mitchell et Nordberg utilisent la formule de Peterson pour prédire la limite d'endurance de métaux contenant des inclusions non métalliques ou de petits défauts :

$$\sigma_w = \frac{\sigma_{w0}}{1 + (K_t - 1)/\left(1 + C'/\rho\right)} \qquad (I\text{-}38)$$

où K_t est le facteur de concentration de contraintes, ρ est le rayon en pointe de la discontinuité géométrique, σ_{w0} est la limite de fatigue pour le matériau sans défaut et C' est une constante matériau (dépendante de la résistance maximale R_m).

La difficulté de cette approche réside dans la détermination du facteur de concentration de contraintes.

I.6.5 Le modèle de De Kazinczy

De Kazinczy [DE K70] utilise le diamètre D du plus petit cercle contenant le défaut pour exprimer la limite d'endurance.

$$\sigma_w = \frac{\sigma_{w0}}{1 + K'\sqrt{D}} \qquad (I\text{-}39)$$

où K' est une constante (fonction du type de défaut et de la limite élastique R_e).

Il s'appuie sur le principe selon lequel, en mécanique de la rupture, la diminution de la résistance en fatigue est proportionnelle au facteur d'intensité de contraintes au niveau du défaut. Ce modèle reste néanmoins très empirique (notamment dans l'expression de la constante K'). L'aspect intéressant est qu'il essaye de proposer un paramètre permettant de considérer l'aspect tridimensionnel des défauts.

I.6.6 Le modèle de El Haddad

El Haddad et al. [EL H79] ont proposé de modéliser le diagramme de Kitagawa et Takahashi par l'équation suivante :

$$\Delta\sigma_{th} = \frac{\Delta K_{thlc}}{\sqrt{\pi(l + l_0)}} \qquad (I\text{-}40)$$

où $\Delta\sigma_{th}$ est l'amplitude de contraintes nominales seuil, ΔK_{thlc} est le seuil de propagation des fissures longues, l est égal à la moitié de la longueur de la fissure, et

$$l_0 = \frac{(\Delta K_{thlc} / \Delta\sigma_{w0})^2}{\pi} \qquad (I\text{-}41)$$

L'équation peut alors se mettre sous la forme :

$$\sigma_w = \sigma_{w0}\left(\frac{l_0}{l + l_0}\right)^{1/2} \qquad (I\text{-}42)$$

l_0 est appelée longueur de fissure fictive, et c'est une constante matériau. Cependant, l_0 ne correspond à aucune dimension physique du matériau.

Cette approche prend en compte une seule dimension du défaut, et s'avère donc être trop simplificatrice.

I.6.7 Le modèle de Usami et Shida

Usami et Shida [USA79] supposent que la taille de la zone de plasticité cyclique r_{pc} à la limite d'endurance est égale à une constante matériau. La valeur de r_{pc} dépend entre autres du facteur d'intensité de contraintes K.
En fonction du rapport des contraintes R, la limite de fatigue est donnée par :

$$r_{pc(w)} = l_{eq}\left[\cos^{-1}\left(\frac{\pi\Delta\sigma_w}{4\sigma_{Yc}}\right)-1\right] \qquad R \geq 0$$
$$r_{pc(w)} = l_{eq}\left[\cos^{-1}\left(\frac{\pi}{4\sigma_{Yc}/\sigma_{\max w}+2R}\right)-1\right] \qquad R \leq 0 \qquad \textit{(I-43)}$$

où $\Delta\sigma_w$ est l'amplitude des contraintes à la limite de fatigue, $\sigma_{\max w}$ est la contrainte maximum à la limite de fatigue et

$$l_{eq} = \frac{(K/\sigma_0)^2}{\pi} \qquad \textit{(I-44)}$$

avec σ_0 la contrainte nominale appliquée.

L'avantage de ce modèle est qu'il permet de tenir compte d'une contrainte moyenne via le rapport des contraintes et qu'il peut être étendu pour être appliqué à des défauts tridimensionnels. Toutefois, les résultas présentent des erreurs qui peuvent être importantes, en particulier pour de petits défauts.

I.6.8 Le modèle de Tanaka et al.

Tanaka et *al.* [TAN81] supposent que la condition de propagation dépend du passage ou non d'un joint de grain par la fissure.

$$\sigma_w = \sigma_{w0}\left[1+\frac{(2/\pi)\sqrt{b/\omega_0}\cos^{-1}(l/b)^{-1}}{1+K_c^m/\sigma_{fr}^*\sqrt{\pi\omega_0}}\right]\sqrt{\omega_0/b} \qquad \textit{(I-45)}$$

où σ_{fr}^* est la contrainte de frottement liée au déplacement des dislocations, K_c^m est la valeur critique du facteur d'intensité de contraintes microscopiques et b est égal à la moitié de la longueur de fissure l plus la dimension de la bande de glissement.

Les valeurs de σ_{w0}, σ_{fr}^* et K_c^m doivent être obtenues expérimentalement, par application directe du modèle.

En pratique, les auteurs proposent de prendre la moitié de la taille de grain comme valeur de σ_{w0}.

Ce modèle bidimensionnel peut être étendu à des défauts tridimensionnels en utilisant une longueur de fissure équivalente calculée avec l'équation (I.44).

I.6.9 Murakami

En 1983, Murakami et Endo [MUR83] proposent un paramètre géométrique $\sqrt{area}$ permettant de caractériser les défauts vis-à-vis de leur nocivité pour la tenue en endurance. Ce paramètre $\sqrt{area}$, valable à la fois pour des défauts 2D et des défauts 3D, est la racine carrée de l'aire de la projection du défaut sur un plan perpendiculaire à la contrainte normale maximale (Figure I-27).

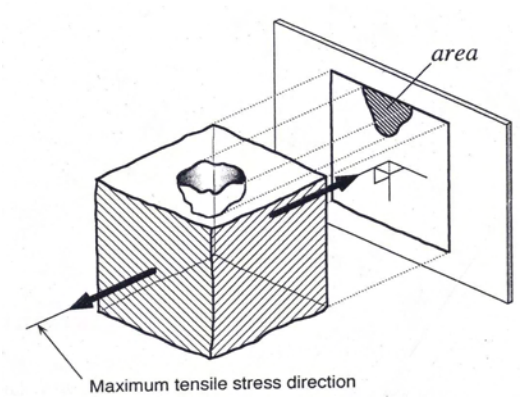


Figure I-27 : Définition du paramètre area

A partir de leurs résultats expérimentaux, ils proposent une première formule reliant la limite de fatigue en flexion rotative ou bien en traction compression, en fonction du paramètre $\sqrt{area}$.

$$\sigma_w^n \sqrt{area} = C \qquad n \approx 6 \qquad \textit{(I-46)}$$

Les constantes n et C sont à déterminer à partir d'essais de fatigue.

Par la suite, Murakami et Endo [MUR 86] ont revu leur modèle. Ils assimilent le défaut à une fissure pour laquelle l'amplitude du facteur d'intensité de contrainte pour chargement en flexion rotative ou bien en traction compression purement alternées, peut s'écrire :

$$\Delta K = 0{,}65 \times \Delta\sigma \sqrt{\pi \sqrt{area}} \qquad \textit{(I-47)}$$

Cette équation correspond à un résultat moyen établi pour une série de fissures de géométries différentes.

A partir de résultats sur 14 matériaux métalliques différents (Figure I-28), ils proposent aussi d'écrire le seuil de propagation :

$$\Delta K_{th} = 3{,}3 \times 10^{-3} (Hv + 120)(\sqrt{area})^{1/3} \qquad \textit{(I-48)}$$

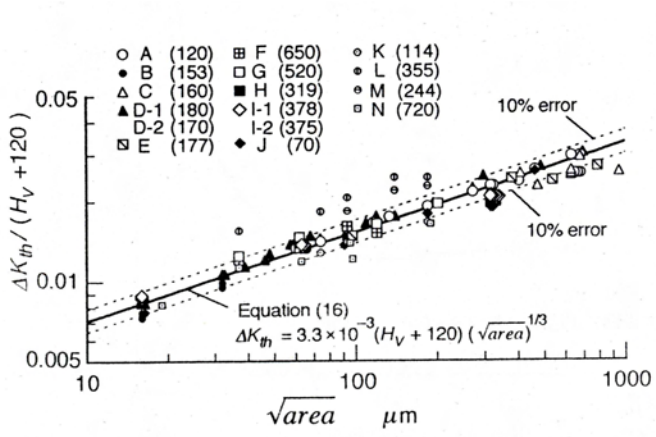


Figure I-28 : Comparaison entre les prédictions de l'équation de Murakami et des résultats expérimentaux, d'après [MUR86] (les lettres correspondent aux matériaux référencés dans [MUR86] et les nombres entre parenthèses correspondent à la dureté Vickers, Hv, des matériaux)

L'écart obtenu pour la majorité des matériaux de l'étude est inférieur à 10%.

L'égalité des deux équations donne l'expression de la limite de fatigue :

$$\sigma_w = 1.43 \times \frac{Hv + 120}{\sqrt{area}^{1/6}} \qquad (I\text{-}49)$$

Hv représente la dureté Vickers du matériau

Cette équation est en réalité valable pour des défauts de surface. Deux autres équations ont été développées :

Pour des défauts subsurfaciques :

$$\sigma_w = 1.41 \times \frac{Hv + 120}{\sqrt{area}^{1/6}} \qquad (I\text{-}50)$$

Pour des défauts internes [MUR89] :

$$\sigma_w = 1.56 \times \frac{Hv + 120}{\sqrt{area}^{1/6}} \qquad (I\text{-}51)$$

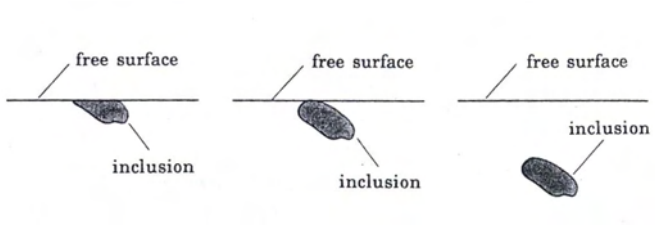


Figure I-29 : Les différentes localisations possibles des inclusions. De gauche à droite : surfacique, subsurfacique et interne ([MUR91])

On voit d'ailleurs ici que la nocivité des défauts serait plus importante lorsque ces derniers se situent juste en dessous de la surface.

Murakami et al. [MUR90] ont ensuite rajouté un terme permettant de prendre en compte l'effet de contraintes moyennes, c'est-à-dire pour un chargement présentant un rapport de charge différent de -1. Par exemple, dans le cas de défauts surfaciques :

$$\sigma_w = 1.43 \times \frac{Hv + 120}{\sqrt{area}^{1/6}} \left(0.5 - \frac{R}{2}\right)^{0.226 + Hv.10^{-4}} \qquad (I\text{-}52)$$

Cette équation a été établie à partir de résultats expérimentaux présentant des rapports de charge compris entre 0 et -3. Toutefois, Beretta et al. semblent obtenir de bon résultats pour des rapports de charge dépassant -20.

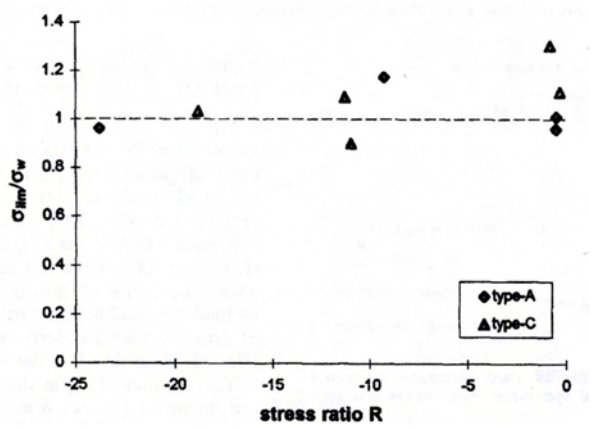
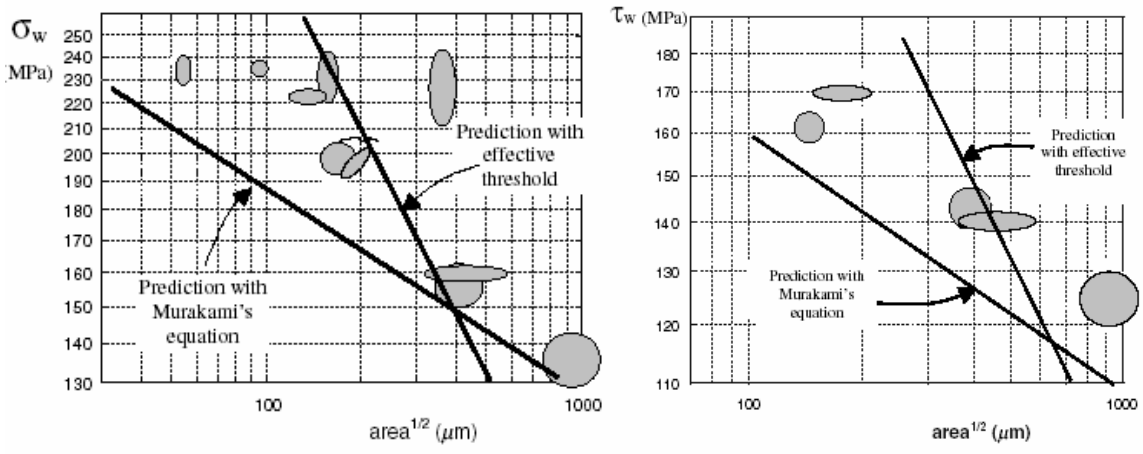


Figure I-30 : Comparaison entre résultats expérimentaux et limite de fatigue calculée avec l'équation de Murakami, sur une fonte, d'après [BER97]

Quant au domaine de validité vis-à-vis de la dureté du matériau, Murakami et al. ont trouvé des prédictions présentant des erreurs inférieures à 15% pour une gamme de dureté Vickers de 100 à 740.

I.6.10 Le critère de Billaudeau

Afin de rendre compte des défauts d'élaboration des fontes, Billaudeau [BIL02] s'est intéressé à l'endurance d'un acier C36 présentant des porosités. Des porosités de forme et de taille contrôlées ont été introduites dans cet acier. Les limites d'endurance ont été déterminées pour des inclusions sphériques de tailles différentes, et des inclusions ellipsoïdales de taille et d'orientation différentes. La Figure I-31 montre les résultats obtenus.



(a) (b)

Figure I-31 : Limites de fatigue obtenues par Billaudeau pour différentes formes et tailles de porosité, (a) en traction et (b) en torsion, [BIL02]

Les simulations numériques permettent de déterminer le facteur de concentration de contraintes K_t pour les différentes géométries de défauts. L'auteur montre qu'en tension, au dessus de $K_t = 2$ la géométrie n'a plus d'influence.

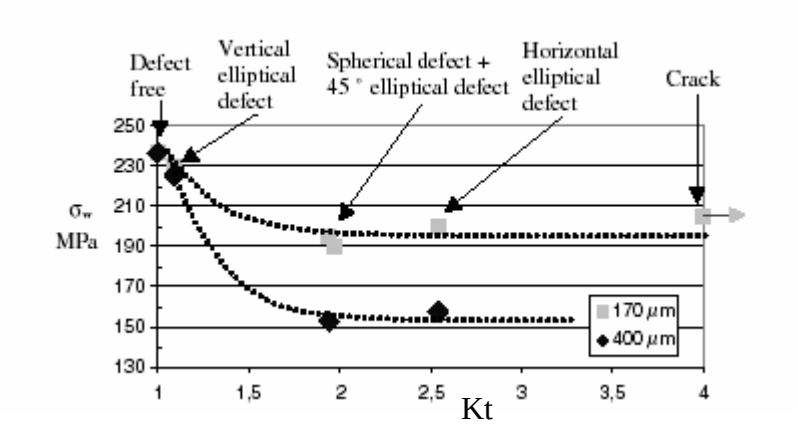


Figure I-32 : Limite de fatigue en fonction du coefficient de concentration de contrainte, pour deux tailles de porosités différentes [BIL02]

A partir de ces résultats, le critère qu'il propose comporte les mêmes bases que celui de Papadopoulos. En revanche, la fonction traduisant l'influence du gradient de pression hydrostatique prend en considération ce gradient dans une seule direction contrairement à Papadopoulos qui considère le gradient dans les trois directions. L'association des deux premiers invariants est nécessaire pour décrire la phase de création de fissure.

$$\sqrt{J_{2,a}} + \alpha J_{1,\max}\left(1 - a\left(\frac{G_{J_1}}{J_{1,\max}}\right)\right) \leq \gamma \qquad (I\text{-}53)$$

avec $G_{J_1} = \dfrac{\Delta J_1}{\sqrt{aire}}$

Pour $K_t<2$, la géométrie est influente. Le mécanisme est la création de fissures (identique au matériau sans défauts).

Pour $K_t>2$ il n'y a pas d'influence de la géométrie. Le mécanisme fait appel à l'existence de fissures non propageantes.

Le paramètre $\sqrt{aire}$ introduit par Murakami est utilisé pour déterminer la distance sur laquelle le gradient de pression hydrostatique doit être calculé. Pour donner de bons résultats le rapport « $\sqrt{aire}$ du défaut » sur « diamètre du grain moyen » doit être supérieure à 4.

L'identification des paramètres du critère doit se faire avec 3 essais (1 en torsion et 2 en flexion) avec 3 défauts différents.

Le critère proposé par Billaudeau permet de bien prendre en compte les phénomènes suivants :

- La diminution de la limite de fatigue avec l'augmentation de la taille de défaut, en traction.

- Augmentation du rapport t_{-1}/σ_{-1} avec la taille des défauts.

Cependant, le critère proposé ne permet pas d'obtenir l'influence de la taille du défaut sur la limite de fatigue en torsion.

I.6.11 Conclusion sur les critères pour matériaux avec défauts

Peu de critères d'endurance pour matériaux avec défauts sont applicables pour des défauts 3D et sont capables de prendre en compte l'effet d'une contrainte moyenne. De plus, ces critères traitent très rarement les contraintes multiaxiales. Le critère de Billaudeau possède l'énorme avantage de contribuer à combler ces lacunes. De plus, l'anisotropie due aux défauts est naturellement prise en compte. En revanche, l'inconvénient de ce critère est de nécessiter un calcul local au voisinage du défaut. Pour réaliser un calcul sur pièce réelle, il faudrait donc identifier les zones critiques par un premier calcul puis réaliser un second calcul pour connaître le gradient de contraintes au voisinage du défaut. Cette méthode est donc assez contraignante, et d'autant plus dans notre cas, si l'on souhaite intégrer le calcul à une boucle d'optimisation.

Pour des contraintes uniaxiales, l'équation de Murakami, quant à elle, donne de bons résultats, pour des défauts 3D, et reste très facilement utilisable. Cette approche est elle aussi intrinsèquement anisotrope, comme nous le verrons par la suite. L'équation de Murakami constitue donc une approche intéressante, mais qui demande à être étendue pour des contraintes multiaxiales.

I.7 Prise en compte des contraintes résiduelles

Dans les cas simples, il a été possible d'établir une relation linéaire du type Goodman, afin de déterminer la limite de fatigue en tenant compte des contraintes résiduelles. Cependant, cette approche ne permet en fait qu'une évaluation de l'évolution de la limite de fatigue avec les contraintes résiduelles. De plus, il n'est possible de traiter que des cas de contraintes uniaxiales, alors qu'en réalité les contraintes résiduelles induites par les procédés de mise en forme sont biaxiales en surface et triaxiales dans le volume.

Généralement, les contraintes résiduelles sont introduites dans les critères de fatigue multiaxiaux sous formes de contraintes statiques supplémentaires. Cependant, le phénomène de relaxation des contraintes résiduelles rend le problème plus délicat.

Ces problèmes seront abordés plus amplement dans le chapitre suivant.

I.8 Conclusion de l'analyse bibliographique

Les pièces forgées présentent des spécificités qui doivent être prises en compte pour le calcul d'endurance. D'une manière générale, les pièces forgées vont présenter un allongement des grains et un allongement ou un alignement des inclusions en fonction des chemins de déformation suivis. Chacun de ces phénomènes a une incidence sur le comportement en fatigue. Nous avons vu que la taille de grain influe sur la propagation de fissure courte. Les inclusions, au-delà d'une taille critique génèrent des concentrations de contraintes qui engendrent des mécanismes différents de ceux observés dans les matériaux sains. Or, on peut trouver des pièces forgées qui se situent d'un côté ou de l'autre du diagramme de Kitagawa et Takahashi, en fonction de la dureté de la matrice et de la taille des inclusions. La Figure I-33 montre les facteurs déterminants pour différents types de pièces.

Type de pièce	Pièces usinées moyennement sollicitées	Pièces usinées renforcées localement	Pièces brutes moyennement sollicitées	Pièces fortement sollicitées
Facteurs gouvernant l'endurance	Matrice + contraintes résiduelles	Matrice + contraintes résiduelles	Distribution des défauts macroscopiques (défauts de surface/inclusions	Sensibilité aux défauts maximum
Exemple de pièce	Injecteurs, cames	Vilebrequins	Bielles	Roulements, ressorts hélicoïdaux
Type de critère privilégié	Dang Van	Dang Van (apprécie les gains apportés par le durcissement en étendant le domaine de non rupture, et par les contraintes résiduelles par un décalage à gauche du diagramme	- 1 modèle de fatigue basé sur la durée de vie pour un défaut dans un champ de contraintes donné - 1 méthode de contrôle pour estimer la distribution	- 1 modèle de fatigue basé sur la durée de vie pour un défaut dans un champ de contraintes donné - 1 méthode de contrôle pour estimer la distribution
Commentaires			Dans le cas du forgeage les défauts s'amorcent souvent en surface : le point faible est la peau	Les états de surface doivent être adaptés Aciers très propres, traitements thermomécaniques pour fractionner et distribuer les inclusions

Figure I-33 : facteurs gouvernant l'endurance pour différents types de pièces, d'après [BAU03]

On doit donc prendre en compte les deux types d'approche (matériau sain ou matériau avec défauts). Nous disposons de critères d'endurance pour matériau sain faciles à implémenter et donnant de bons résultats dans le cas de chargements multiaxiaux (Critère de Dang Van, Crossland, Papadopoulos). Par ailleurs, l'équation de Murakami permet de donner de bonnes prédictions pour des matériaux avec défauts, mais seulement dans le cas de contraintes uniaxiales. Certains critères, avec des approches non locales, permettent d'aborder le problème de manière plus unifiée (Billaudeau). Toutefois, ces critères nécessitent de connaître le champ de contrainte autour des défauts, et le calcul en fatigue d'une pièce industrielle s'avère donc complexe, puisqu'il faut déterminer le champ de contrainte dans les zones critiques puis modéliser le défaut dans ce champ de contrainte.

- CHAPITRE II -
IMPLEMENTATION DE CRITERES DE FATIGUE DANS FORGE3®

II IMPLEMENTATION DE CRITERES DE FATIGUE DANS FORGE3® 45

II.1 Présentation de Forge3® 45
II.1.1 Le problème mécanique 45
II.1.2 La discrétisation du problème 48
II.1.3 Résolution numérique 51
II.1.4 Remaillage et transport de variables 52

II.2 Choix des critères à implémenter dans Forge3® 53
II.2.1 Critère pour matériau sain 53
II.2.2 Critère pour matériau à défauts 53

II.3 Implémentation du critère de Dang Van 54
II.3.1 Méthodologie 54
II.3.2 Détermination des contraintes résiduelles stabilisées : algorithme de recherche de la plus petite hypersphère contenant le trajet de chargement 54
II.3.3 Prise en compte des contraintes résiduelles 57
II.3.4 Possibilités d'extension anisotrope 59
II.3.5 Bilan sur l'implémentation du critère de Dang Van dans Forge3® 61

II.4 Réalisation d'un calcul de fatigue (critère de Dang Van) avec Forge3® 61
II.4.1 Application des contraintes 62
II.4.2 Modifications apportées sur le pas de temps 63
II.4.3 Blocage des nœuds 63
II.4.4 Exemple de calcul utilisant le critère de Dang Van 64

II.5 Implémentation d'un critère d'endurance pour matériaux avec défauts 65
II.5.1 L'équation de Murakami 65
II.5.2 Extension biaxiale 65
II.5.3 Proposition d'extension multiaxiale de l'équation de Murakami 66

II.6 Quantification du fibrage 72
II.6.1 Principe pour des inclusions ductiles 72
II.6.2 Principe pour des inclusions qui ne se déforment pas 73
II.6.3 Application dans le logiciel Forge3® 74
II.6.4 Exemple : Ecrasement de lopin 75

II IMPLEMENTATION DE CRITERES DE FATIGUE DANS FORGE3®

Ce chapitre présente dans un premier temps le logiciel de simulation numérique qui va être utilisé pour réaliser la simulation du forgeage et dans lequel les critères de fatigue choisis vont être implémentés. Le choix des critères de fatigue utilisés sera ensuite expliqué, en dissociant critère pour matériau sain et critère pour matériau à défaut. L'implémentation de ces critères (Dang Van pour matériaux sain et Murakami pour matériaux à défauts) sera détaillée en insistant particulièrement sur les points délicats. Les possibilités d'extension anisotrope seront aussi abordées pour le critère de Dang Van, alors qu'une extension multiaxiale du critère de l'équation de Murakami sera proposée. Pour le critère de Murakami, aucune extension anisotrope ne sera a priori nécessaire puisque ce critère est intrinsèquement anisotrope (via l'orientation des inclusions).

II.1 Présentation de Forge3®

Forge3® est un logiciel éléments finis 3D dédié à la mise en forme des matériaux. Il permet de modéliser des matériaux à comportement élastoplastique ou élasto-viscoplastique en grandes déformations. Cette partie est destinée à présenter la formulation continue du problème de forgeage, puis sa discrétisation, ainsi que sa formulation élément finis. Nous aborderons ensuite les méthodes de résolution numérique et nous finirons par présenter le remaillage et le transport des variables.

II.1.1 Le problème mécanique

II.1.1.1 Les équations d'équilibre

Le lopin est considéré comme un domaine Ω de frontière $\partial\Omega$. Les équations du problème sont exprimées en tout point de Ω en fonction des champs de vitesses **v** et de pression p. Nous utilisons ainsi une formulation à 2 champs, vitesse et pression.

Le matériau est assimilé à un milieu continu et homogène. L'écoulement de la matière lors du forgeage vérifie les principes fondamentaux de la mécanique des milieux continus : la conservation de la masse et la conservation de la quantité de mouvement.

Equation de continuité :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + div(\rho v) = 0 \qquad \textit{(II-1)}$$

Equation de l'équilibre dynamique :

$$\rho \frac{dv}{dt} - div\,\sigma = 0 \qquad \textit{(II-2)}$$

où t est le temps, ρ la masse volumique, v la vitesse d'un point matériel et σ le tenseur des contraintes de Cauchy.

Dans le cadre du forgeage, plusieurs hypothèses peuvent être faites :

- les forces de gravité et d'inertie sont négligeables devant l'action de l'outillage ;

- le matériau est incompressible.

Les équations de conservation (II.1) et (II.2) se simplifient en :

$$\begin{cases} div\, v = 0 \\ div\, \sigma = 0 \end{cases} \qquad (II\text{-}3)$$

II.1.1.2 Les conditions aux limites

Le bord $\partial\Omega$ du domaine Ω est décomposé en deux parties distinctes :

$$\partial\Omega = \partial\Omega_l \cup \partial\Omega_c \qquad (II\text{-}4)$$

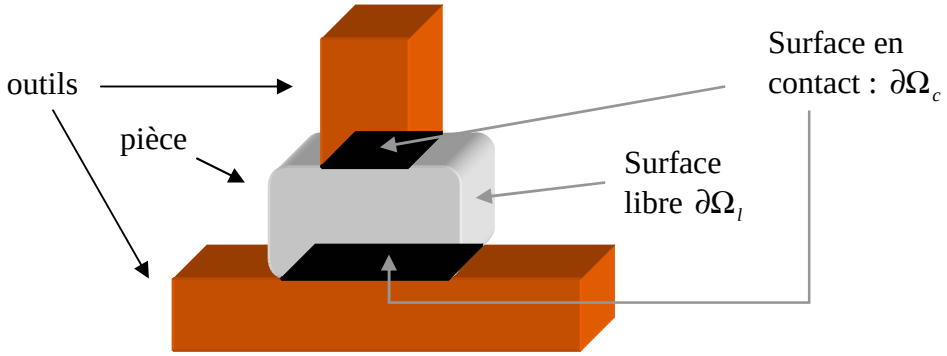


Figure II-1: Décomposition du bord du domaines en deux parties distinctes

Sur la surface libre du domaine $\partial\Omega_l$ la pièce n'est soumise à aucune contrainte, ce qui se traduit par la relation :

$$\sigma n = 0 \qquad (II\text{-}5)$$

n : normale sortante

Sur la surface en contact avec l'outillage $\partial\Omega_c$, deux types de conditions sont imposées :

Une condition de frottement qui est une condition tangentielle associée à une loi tribologique (cf. § I.1.1.3).

Une condition de contact qui exprime la non pénétration des nœuds du maillage de la pièce dans l'outil. Elle est décrite par les conditions de Signorini dont les équations sont :

$$\begin{cases} (v - v_{outil}).n \le 0 \\ \sigma_n \le 0 \\ [(v - v_{outil}).n]\sigma_n = 0 \end{cases} \qquad (II\text{-}6)$$

où $\sigma_n = \sigma n.n$ est la pression de contact et v_{outil} est la vitesse des l'outil en contact avec le matériau

II.1.1.3 Les lois de comportement

<u>La loi rhéologique : Norton-Hoff</u>

Le tenseur des contraintes σ peut être décomposé en une partie déviatorique *s* et une partie sphérique *p* (la pression hydrostatique).

$$\sigma = s - pI \qquad avec \qquad p = -\frac{1}{3}Trace(\sigma) \qquad (II\text{-}7)$$

En petites déformations, le tenseur des vitesses de déformation généralisé est défini par :

$$\dot{\varepsilon} = \frac{1}{2}\left(grad\,v + grad\,v^t\right) \qquad (II\text{-}8)$$

Pour le forgeage à chaud le métal se comporte comme un matériau viscoplastique. C'est pourquoi on utilise une loi de type Norton-Hoff, qui relie le déviateur des contraintes *s* au tenseur des vitesses de déformation $\dot{\varepsilon}$ par la relation suivante :

$$s = 2K\left(\sqrt{3}\dot{\bar{\varepsilon}}\right)^{m-1}\dot{\varepsilon} \qquad (II\text{-}9)$$

où *K* est la consistance du matériau, *m* la sensibilité à la vitesse de déformation et $\dot{\bar{\varepsilon}}$ la vitesse de déformation généralisée :

$$\dot{\bar{\varepsilon}} = \sqrt{\frac{2}{3}\dot{\varepsilon} : \dot{\varepsilon}} \qquad (II\text{-}10)$$

Notons que la consistance K du matériau peut dépendre de la température et de la déformation généralisée $\bar{\varepsilon}$.

$$\bar{\varepsilon} = \sqrt{\frac{2}{3}\varepsilon : \varepsilon} \qquad (II\text{-}11)$$

Cette loi permet de modéliser un nombre important de matériaux, et c'est celle que nous utiliserons dans la suite de la thèse. Toutefois, d'autres lois de comportement plus complexes peuvent être utilisées dans Forge3® (par exemple la loi de Hansel Spittel).

<u>La loi de frottement : Norton</u>

La loi de Norton est bien adaptée aux fortes pressions de contact présentes en forgeage. Elle relie la cission de frottement τ à la vitesse de glissement tangentielle de l'outil Δv_g suivant la relation :

$$\tau = -\alpha_f K_f \left\|\Delta v_g\right\|^{p_f - 1} \qquad (II\text{-}12)$$

avec

$$\Delta v_g = \left(v - v_{outil}\right) - \left[\left(v - v_{outil}\right).n\right]n \qquad (II\text{-}13)$$

où v_{outil} est la vitesse des l'outil des nœuds en contact avec le matériau, *n* la normale extérieure à la matière, α_f le coefficient de frottement et p_f la sensibilité à la vitesse de glissement.

Classiquement, les coefficients p_f et K_f sont pris égaux à m et K respectivement, et le frottement ne dépend alors plus que d'un seul paramètre α_f.

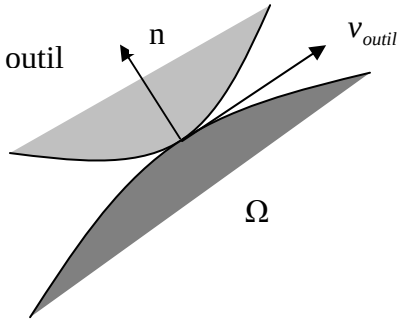


Figure II-2 : Définition de la normale n

II.1.1.4 Le système d'équation à résoudre

On obtient le système suivant :

$$\begin{cases} div\,\sigma = 0 & sur\ \Omega \\ div\,v = 0 & sur\ \Omega \\ \tau = -\alpha_f K \left\| \Delta v_g \right\|^{m-1} \Delta v_g & sur\ \partial\Omega_c \\ (v - v_{outil}).n \le 0 & sur\ \partial\Omega_c \end{cases} \qquad (II\text{-}14)$$

En décomposant le tenseur des contraintes σ en sa partie déviatorique s et sa partie sphérique p (cf. équation II.7) le système peut se réécrire :

$$\begin{cases} div\,s - grad\ p = 0 & sur\ \Omega \\ div\,v = 0 & sur\ \Omega \\ \tau = -\alpha_f K \left\| \Delta v_g \right\|^{m-1} \Delta v_g & sur\ \partial\Omega_c \\ (v - v_{outil}).n \le 0 & sur\ \partial\Omega_c \end{cases} \qquad (II\text{-}15)$$

II.1.2 La discrétisation du problème

II.1.2.1 Formulation faible du problème

La formulation faible du problème est obtenue par multiplication des équations locales par des fonctions tests, puis par intégrations.

La formulation faible du problème (II .15) s'écrit :

Trouver $v \in V_{div}^{ca}$ telle que

$$\int_\Omega s : \dot{\varepsilon}(v^*) d\Omega - \int_{\partial\Omega} \tau . v^* dS = 0 \qquad \forall v^* \in V_{div}^{ca0} \qquad (II\text{-}16)$$

où V_{div}^{ca} (respectivement V_{div}^{ca0}) représente l'espace des vitesses cinématiquement admissibles (respectivement cinématiquement admissibles à 0) :

$$\begin{aligned} V_{div}^{ca} &= \left\{ v \in \left(H^1(\Omega)^3\right); div\, v = 0 \ sur\ \Omega; (v - v_{outil}).n \le 0 \ sur\ \partial\Omega_c \right\} \\ V_{div}^{ca0} &= \left\{ v \in \left(H^1(\Omega)^3\right); div\, v = 0 \ sur\ \Omega; v.n \le 0 \ sur\ \partial\Omega_c \right\} \end{aligned} \qquad (II\text{-}17)$$

L'existence et l'unicité de la solution sont assurées ; la démonstration est donnée dans [TRA01]. De plus, l'équation II.16 est équivalente à la condition de stationnarité de la fonctionnelle viscoplastique strictement convexe $\Psi(v)$ ([GER85]) :

$$\Psi(v) = \int_{\Omega} \frac{K}{m+1} \left(\sqrt{3}\dot{\bar{\varepsilon}}\right)^{m+1} d\Omega - \int_{\partial\Omega_c} \frac{\alpha_f K}{m+1} \left\| \Delta v_g \right\|^{m+1} dS \qquad (II\text{-}18)$$

En pratique la construction des champs de vitesse V_{div}^{ca} et V_{div}^{ca0} est difficile, et le problème II.16 est formulé comme un problème de minimisation sous contrainte pour lequel la contrainte est l'incompressibilité ($div\, v = 0$). La fonctionnelle à minimiser reste la fonctionnelle viscoplastique, et on utilise les espaces V^{ca} et V^{ca0} :

$$\begin{cases} \underset{v \in V^{ca}}{Min}\, \Psi(v) \\ div\, v = 0 \end{cases} \qquad (II\text{-}19)$$

où $V^{ca} = \left\{ v \in \left(H^1(\Omega)^3\right); (v - v_{outil}).n \le 0 \ sur\ \partial\Omega_c \right\}$ et $V_0^{ca} = \left\{ v \in \left(H^1(\Omega)^3\right); v.n \le 0 \ sur\ \partial\Omega_c \right\}$

Le Lagrangien L associé au problème II.19 s'écrit :

$$L : (v, p) \in V^{ca} \times P \mapsto (v, p) = \Psi(v) - \langle div\, v, p \rangle \qquad (II\text{-}20)$$

où p est le multiplicateur de Lagrange associé à la contrainte d'incompressibilité que l'on identifie à la pression, et $P = L^2(\Omega)$.

Finalement, on obtiendra :

$$\begin{aligned} &\int_{\Omega} s : \dot{\varepsilon}(v^*) d\Omega - \int_{\Omega} p\, div(v) d\Omega - \int_{\partial\Omega_c} \tau . v^* dS = 0 \qquad && \forall v^* \in V_{div}^{ca0} \\ &\int_{\Omega} p^*\, div(v) d\Omega = 0 && \forall p^* \in L^2(\Omega) \end{aligned} \qquad (II\text{-}21)$$

II.1.2.2 Discrétisation spatiale

Soit Γ_h une triangulation éléments finis de Ω_h en sous éléments ω_h :

$$\Omega_h = \bigcup_{w_h \in \Gamma_h} \omega_h \qquad (II\text{-}22)$$

Le choix des éléments finis ω_h doit être fait de manière à respecter la condition de compatibilité de Brezzi-Babŭska. Dans Forge3®, c'est l'élément fini mixte tétraédrique P1+/P1 qui a été implémenté [COU95]. Le champ de vitesse est décomposé en une partie

linéaire sur le tétraèdre de base et en une partie linéaire bulle sur les quatre sous-tétraèdres définis par les quatre sommets et le centre de gravité du tétraèdre. La pression est linéaire sur le tétraèdre.

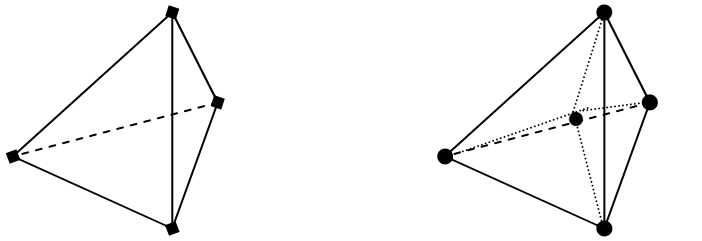


Figure II-3 : L'élément P1+/P1

En notant N^l et N^b les fonctions de base linéaires et bulle, les champs de vitesse et de pression discrets s'écrivent :

$$\begin{aligned} v_h &= v_h^l + v_h^b = \sum_{k=1}^{nbnoe} V_k N_k^l + \sum_{j=1}^{nbelt} V_j N_j^b \\ p_h &= \sum_{k=1}^{nbnoe} P_k N_k^l \end{aligned} \qquad (II\text{-}23)$$

où *nbnoe* et *nbelt* représentent respectivement le nombre de nœuds et le nombre d'éléments du maillage.

La formulation faible discrétisée éléments finis du problème est obtenue en substituant les fonctions test aux fonctions de base dans l'équation (II.21). Cette formulation est valable pour un champ cinématiquement admissible qui vérifie les équations de contact.

$$\begin{cases} \forall k = 1,...,nbnoe ; \forall i = 1,...,3 \\ \int_{\Omega_h} 2K\left(\sqrt{3}\dot{\bar{\varepsilon}}_h\right)^{m-1} \dot{\varepsilon}_h\left(v_h^l + v_h^b\right) : \dot{\varepsilon}_h\left(N_k^l e_i\right) d\Omega_h + \int_{\partial\Omega_h} \alpha_f K \left\|\Delta v_{gh}\right\|^{m-1} \left(\Delta v_{gh}.e_i\right) N_k \, dS_h \\ \quad - \int_{\Omega_h} p_h \, div\left(N_k^l e_i\right) d\Omega_h = 0 \\ \forall e = 1,...,nbelt ; \forall i = 1,...,3 \\ \int_{\Omega_h^e} 2K\left(\sqrt{3}\dot{\bar{\varepsilon}}_h\right)^{m-1} \dot{\varepsilon}_h\left(v_h^l + v_h^b\right) : \dot{\varepsilon}_h\left(N_k^b e_i\right) d\Omega_h - \int_{\Omega_h^e} p_h \, div\left(N_k^b e_i\right) d\Omega_h = 0 \\ \forall k = 1,...,nbnoe \qquad \int_{\Omega_h} N^k \, div\left(v_h^l + v_h^b\right) d\Omega_h = 0 \end{cases} \qquad (II\text{-}24)$$

où e_i est le vecteur unitaire dans la direction i de l'espace.

II.1.2.3 Gestion du contact

La gestion incrémentale du contact dans Forge3® est traitée par une méthode de pénalisation au niveau nodal. La condition de contact unilatéral pénalisée est ajoutée dans le Lagrangien, et conduit à une nouvelle formulation faible discrétisée. Nous ne donnerons pas plus de détails concernant la gestion du contact, mais le lecteur pourra se rapporter à [MOC99] pour une présentation complète.

II.1.2.4 Discrétisation temporelle

Notons [t_0 ; t_{fin}] l'intervalle temporel de forgeage. Cet intervalle est discrétisé en plusieurs pas de temps. Le schéma d'intégration temporelle utilisé par défaut dans Forge3® est un schéma de type Euler explicite :

$$X^{t+\Delta t} = X^{t} + \Delta t V^{t} \qquad (II\text{-}25)$$

L'utilisation d'un tel schéma conduit à considérer que la vitesse V^t est constante durant l'incrément $[t, t+\Delta t]$. Pour une configuration donnée au temps t, on calcule le champ de vitesses V^t, ce qui permet de déduire la configuration au pas de temps suivant $t+\Delta t$.

Cette méthode peut néanmoins présenter des inconvénients pour certaines applications bien particulières, tel le laminage circulaire pour lequel on obtient des variations de volumes très importantes. L'introduction d'un schéma de type Runge-Kutta d'ordre 2 a permis d'obtenir de bons résultats pour ce type de procédé.

II.1.3 Résolution numérique

La résolution du problème discrétisé revient à résoudre le système vectoriel non linéaire $R(v^l, v^p, p) = 0$, à chaque incrément de temps.

$$\begin{bmatrix} R_l(v^l, v^b, p) \\ R_b(v^l, v^b, p) \\ R_p(v^l, v^b, p) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \qquad (II\text{-}26)$$

Pour cela, Forge3® utilise l'algorithme de Newton-Raphson. Pour un triplet initial $(v^l_{init}, v^b_{init}, p_{init})$, on cherche une correction $(\Delta v^l, \Delta v^p, \Delta p)$ à apporter telle que :

$$R(v^l_{init} + \Delta v^l, v^b_{init} + \Delta v^p, p_{init} + \Delta p) = 0 \qquad (II\text{-}27)$$

Le résidu *R* est approché à l'ordre 1 à l'aide d'un développement de Taylor :

$$R(v^l_{init} + \Delta v^l, v^b_{init} + \Delta v^p, p_{init} + \Delta p) \approx R(v^l_{init}, v^b_{init}, p_{init}) + \frac{\partial R}{\partial v^l}\Delta v^l + \frac{\partial R}{\partial v^b}\Delta v^b + \frac{\partial R}{\partial p}\Delta p \qquad (II\text{-}28)$$

Cela conduit à la résolution du système linéaire :

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial R_l}{\partial v^l} & \frac{\partial R_l}{\partial v^b} & \frac{\partial R_l}{\partial p} \\ \frac{\partial R_b}{\partial v^l} & \frac{\partial R_b}{\partial v^b} & \frac{\partial R_b}{\partial p} \\ \frac{\partial R_p}{\partial v^l} & \frac{\partial R_p}{\partial v^b} & \frac{\partial R_p}{\partial p} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta v^l \\ \Delta v^b \\ \Delta p \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} R_l \\ R_b \\ R_p \end{bmatrix} \qquad (II\text{-}29)$$

Ce système se simplifie ([MOC99]) et on peut facilement exprimer le champ de vitesse bulle en fonction du champ de pression. On aboutit alors au système :

$$H\begin{pmatrix}\Delta v^{l}\\ \Delta p\end{pmatrix} = -R_{\mathrm{mod}\,if} \qquad (II\text{-}30)$$

où H est la matrice hessienne symétrique, et $R_{\mathrm{mod}\,if}$ le second membre modifié par l'élimination du terme bulle.

La résolution de ce système se fait de manière itérative. L'intérêt d'une telle méthode est de diminuer les temps de calcul ainsi que les coûts de stockage.

II.1.4 Remaillage et transport de variables

Au cours du forgeage, le maillage se déforme puisqu'il adopte une description Lagrangienne. Lorsque le maillage devient dégénéré un nouveau maillage doit être construit. Une première méthode de remaillage automatique a été développée par [COU91] puis améliorée par une approche d'optimisation topologique locale [COU94]. La parallélisation a ensuite été réalisée par [COU96] pour diminuer le temps de calcul.

Soit Ω le maillage dégénéré et Ω' le maillage résultant de l'opération de remaillage. Les données de l'ancien maillage doivent être transportées sur le nouveau. On rencontre deux types de variables :

- Les variables P0 par élément, qui sont constantes sur chaque élément (et stockées au centre de gravité), comme la déformation équivalente ou encore la partie déviatorique du tenseur des contraintes

- Les variables P1, qui sont les variables nodales comme la vitesse, la pression ou bien la température.

Le transport d'une variable P1

Le transport est réalisé par interpolation inverse. Pour chaque nœud k' du nouveau maillage on détermine l'élément e de l'ancien maillage qui le contient. Notons Q la quantité nodale à transporter, Q' la quantité transportée et J l'opérateur linéaire de transport par interpolation inverse. Nous avons donc :

$$Q' = JQ$$
$$\forall k' \in \Omega', Q^{k'} = \sum_{k\in e} Q^{k} N^{k}_{pond} \qquad (II\text{-}31)$$

où les $\left(N^{k}_{pond}\right)_{k=1,\ldots,4}$ sont des fonctions de pondérations permettant d'obtenir les contributions pondérées des quatre nœuds de l'élément e au nœud k'(Figure II-4).

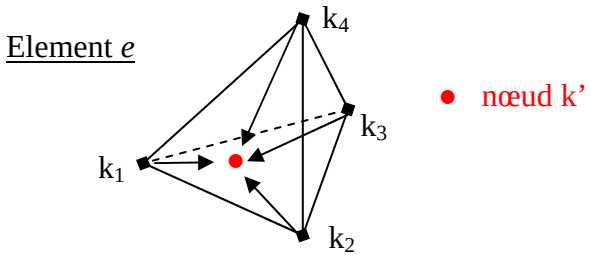


Figure II-4 : Transport par interpolation inverse

Le transport d'une variable P0

Une extrapolation nodale est d'abord réalisée pour pouvoir ensuite transporter les quantités nodales avec un transport P1.

II.2 Choix des critères à implémenter dans Forge3®

Nous avons vu précedement que les pièces forgées présentent des spécificités relatives au procédé de forgeage, et qu'elles sont susceptibles d'avoir des comportements en fatigue gouvernés par la matrice ou bien par les défauts. Pour cette raison, nous choisissons d'implémenter deux critères permettant de couvrir ces deux types de comportement.

Les premières caractéristiques retenues pour ces critères sont les suivantes :
- validité pour des contraintes multiaxiales ;
- possibilité de prise en compte des contraintes résiduelles.

Ces deux critères doivent également présenter certaines qualités pour prétendre à leur intégration dans une approche d'optimisation globale. La rapidité de calcul est essentielle si l'on veut que de nombreuses évaluations puissent êtres faites lors de l'optimisation. Enfin, les paramètres intervenant dans le calcul du critère de fatigue doivent pouvoir êtres évalués à partir des grandeurs macroscopiques, et de données initiales faciles à introduire par l'utilisateur.

II.2.1 Critère pour matériau sain

L'analyse bibliographique nous a permis de voir que de nombreux critères multiaxiaux ont été développés, et en particulier depuis Dang Van, l'approche microscopique a fait son apparition. Certains de ces critères sont plus couramment utilisés par les ingénieurs pour l'analyse du comportement sous chargement cycliques des pièces. Les critères de Crossland, de Papadopoulos et en particulier celui de Dang Van sont de ceux là. Ceci s'explique, par leurs bonnes capacités de prédiction, et par la facilité de détermination des paramètres mis en jeu. De plus, tous ces critères ne permettent pas d'intégrer les contraintes résiduelles tout en conservant leurs qualités prédictives. En effet, il est préférable d'utiliser les critères faisant appel au cisaillement octaédrique ou au maximum de cisaillement et à la pression hydrostatique. Par exemple, les critères de Dang Van, de Crossland et de Sines sont assez adaptés à la prise en compte des contraintes résiduelles.

Notre choix se porte donc sur le critère de Dang Van. Celui-ci possède les caractéristiques que nous avions requises, et il présente l'avantage d'être largement utilisé et reconnu.

II.2.2 Critère pour matériau à défauts

Nous avons pu voir dans le chapitre I qu'il existe des critères avec des approches non locales qui permettent d'aborder le problème de manière unifiée. Comme nous l'avons souligné, ces critères nécessitent de calculer le champ de contraintes autour des défauts. Cette approche s'inscrit donc mal dans notre démarche d'optimisation. On envisage mal de simuler le forgeage, déterminer les zones critiques en fatigue, modéliser le défaut dans cette zone critique puis recommencer pour réaliser l'optimisation. En revanche, l'équation de Murakami nous paraît intéressante car elle ne nécessite pas de calcul local et qu'elle donne de bonnes prédictions. De plus, l'influence du rapport de charge peut être prise en compte. Toutefois, cette équation est uniaxiale. Nous verrons que des essais d'extension biaxiale ont été réalisés (§ II.5.2). En choisissant ce critère, nous devrons mener une réflexion sur la possibilité d'étendre ce critère à des sollicitations multiaxiales. Enfin, ce critère nous permettra de prendre facilement en compte l'anisotropie due aux défauts allongés.

II.3 Implémentation du critère de Dang Van

II.3.1 Méthodologie

La procédure générale proposée par Dang Van est la suivante :

(1) Evaluation des contraintes macroscopiques par un calcul élastique

(2) Décomposition des contraintes macroscopiques en partie déviatorique et pression hydrostatique

(3) Détermination du déviateur des contraintes résiduelles stabilisées $dev\,\rho^*$

(4) Calcul du déviateur des contraintes microscopiques :

$$s_{i,j}(t) = S_{i,j}(t) + dev\,\rho^*_{i,j}$$

(5) Calcul du cisaillement maximum au long d'un cycle

$$\tau(t) = \frac{\sigma_I(t) - \sigma_{III}(t)}{2}$$

(6) Application du critère : $d = \underset{t}{Max}\left[\frac{\tau(t)}{b - aP(t)}\right]$. Si $d \geq 1$ la rupture par fatigue interviendra.

Cas particulier :

Lorsque les contraintes macroscopiques varient de façon sinusoïdale, avec un rapport de charge R = -1, les contraintes résiduelles stabilisées sont nulles et les contraintes microscopiques sont égales aux contraintes macroscopiques.

La recherche des contraintes résiduelles stabilisées est le point délicat de l'implémentation du critère de Dang Van.

II.3.2 Détermination des contraintes résiduelles stabilisées : algorithme de recherche de la plus petite hypersphère contenant le trajet de chargement

Les premières méthodes introduites par Papadopoulos consistaient à rechercher le plus petit cercle contenant le trajet des contraintes de cisaillement dans chaque plan de cisaillement. L'avantage de cette méthode est bien évidemment le fait que l'on se place dans un espace à deux dimensions. Cependant, lorsqu'on se replace dans l'espace du déviateur des contraintes, la réunion de ces cercles n'assure pas d'obtenir une seule hypersphère contenant le trajet de chargement. En d'autres termes, cette méthode n'assure pas l'unicité de l'hypersphère. Pour cela il faut travailler directement dans l'espace du déviateur des contraintes, qui est de dimension 5.

Nous avons donc choisi d'utiliser un algorithme de recherche de la plus petite hypersphère contenant un ensemble de points *P*, dans un espace à 5 dimensions.

L'algorithme doit être rapide et robuste. La rapidité est importante en vue de la phase d'optimisation. Si l'on veut pouvoir évaluer des gradients numériques, il faut que le calcul de fatigue soit rapide. Or, la recherche de l'hypersphère est effectuée en chaque point d'intégration.

Nos recherches bibliographiques nous ont permis de classer les méthodes en deux grands groupes :

1) la solution est déterminée purement par la résolution **d'un problème d'optimisation** : $\underset{j}{Min}\,\underset{i}{Max}\left\|P_i - C_j\right\|$ où les P_i sont les points devant être contenus dans l'hypersphère et où les C_j sont les points candidats pour le centre de l'hypersphère. Ce type d'approche est relativement coûteux. Des algorithmes tels que ceux développés par [ZHO93] ou encore [KUN97] peuvent être utilisés.

2) la résolution s'appuie sur la **géométrie**.

Nous nous orientons plutôt vers le deuxième type d'approche. On peut alors distinguer 3 manières de procéder. Nous allons d'abord présenter un résultat important : Pour définir une hypersphère dans un espace de dimension n, il faut n+1 points ; D'autre part, notre hypersphère passera au minimum par deux points de *P* (par exemple en 3D ces deux points formeront un diamètre de la sphère).

Cela nous amène directement à la première méthode, qui consiste à déterminer toutes les plus petites hypersphères passant par 2, 3,…, n+1 points appartenant à *P*. Ensuite il faut sélectionner celles qui contiennent tous les points P_i de *P*. On conserve finalement celle qui a le plus petit rayon. On voit donc immédiatement que pour un nombre de points important, et en dimension 5, le nombre d'opérations devient très élevé (de l'ordre de $(\text{nb points})^6$).

Deux autres types de méthodes, plus subtiles, ont été développées :

1) On dilate une hypersphère, tout en déplaçant son centre, jusqu'à obtenir une hypersphère contenant tous les points désirés ([GAR99]).

2) On fait rétrécir une hypersphère, en déplaçant son centre jusqu'à obtenir la plus petite contenant tous les points.

Ces méthodes font appel à des considérations géométriques pour gérer le déplacement du centre et la variation de rayon de l'hypersphère.

Nous allons brièvement présenter la méthode développée par Hopp et Reeve ([HOP96]), que nous avons choisie.

L'ensemble des points est appelé P. Q représente un sous-ensemble de P, contenant initialement 1 point. On considère deux hypersphères. La première (MCS : « Minimum Covering Sphere ») de centre t, définie comme étant la plus petite hypersphère dont la surface contient tous les points de Q. La seconde (CS : « Covering Sphere »), de centre c, contient tous les points de P et sa surface passe par les points de Q, mais elle n'est pas la plus petite hypersphère. On peut voir sur la Figure II-5 les différentes itérations dans un cas 2D.

La CS rétrécit en utilisant le centre de la MCS comme cible pour son nouveau centre. C'est ce que l'on peut voir sur la Figure II-6.

La surface de la MCS contient les points q_1 et q_2. Le centre C_1 de la CS se déplace vers le centre t de la MCS, et en même temps le rayon diminue de manière à toujours garder les points de Q sur sa surface. Si la surface de la CS rencontre un point de P (ici p_1) n'appartenant pas à Q alors la CS se fixe et le nouveau centre est C_2. On ajoute alors le nouveau point à Q. Le centre de la MCS est alors recalculé. Si tous les points de Q n'appartiennent pas à la surface de la nouvelle MCS, un critère permet d'éliminer un point (ce point ne contraint pas l'hypersphère recherchée). Le nouveau centre de la MCS est calculé. Le procédé est itéré.

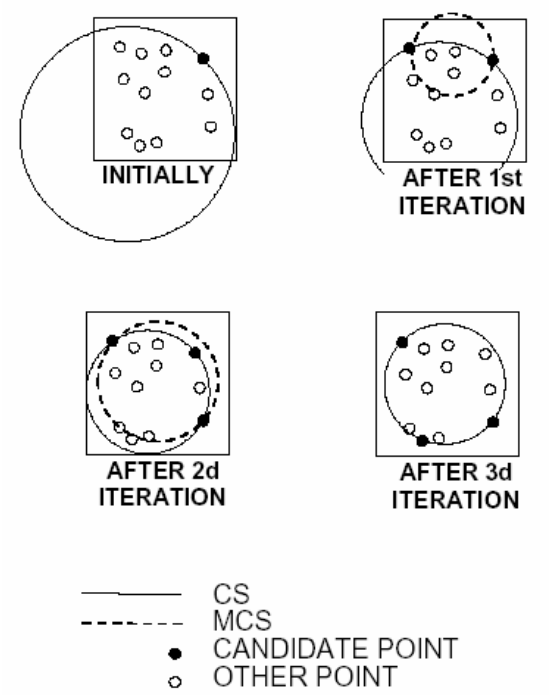


Figure II-5 : Fonctionnement de l'algorithme dans un cas 2D ([HOP96])

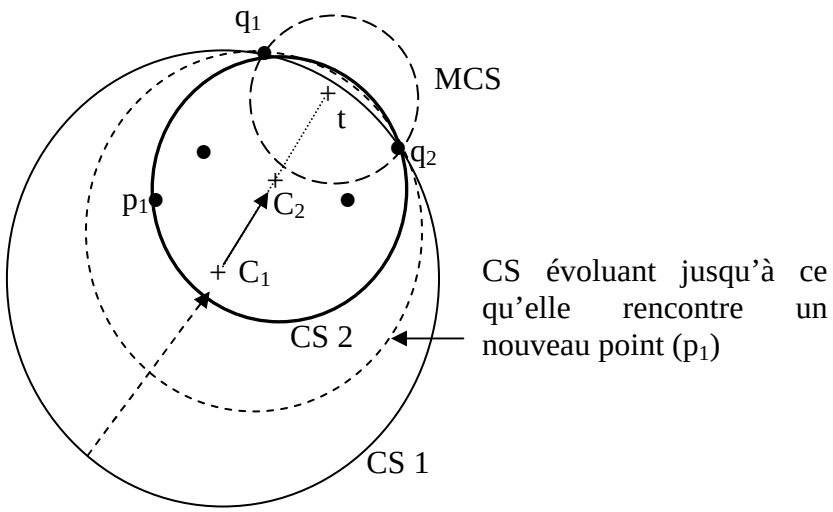


Figure II-6 : Evolution de la CS jusqu'à la rencontre de sa surface avec un nouveau point

Les temps de calcul sont très courts, mais ils peuvent varier du simple au double lorsque les points sont répartis « uniformément » ou bien s'ils sont tous très proches de la surface de l'hypersphère recherchée.

En revanche, concernant la robustesse, certains cas laissent apparaître des cycles sans fin. En effet, dans certains cas lorsque deux candidats à l'appartenance de Q sont quasiment 'équivalents', il peut exister un mécanisme qui conduit après une itération à la même configuration qu'auparavant. Il semble que ce phénomène apparaisse lorsque l'algorithme a

presque convergé, et on peut alors considérer que l'hypersphère CS représente une bonne approximation de la solution exacte.

C'est donc cet algorithme que nous avons développé dans Forge3® pour la recherche de la plus petite hypersphère.

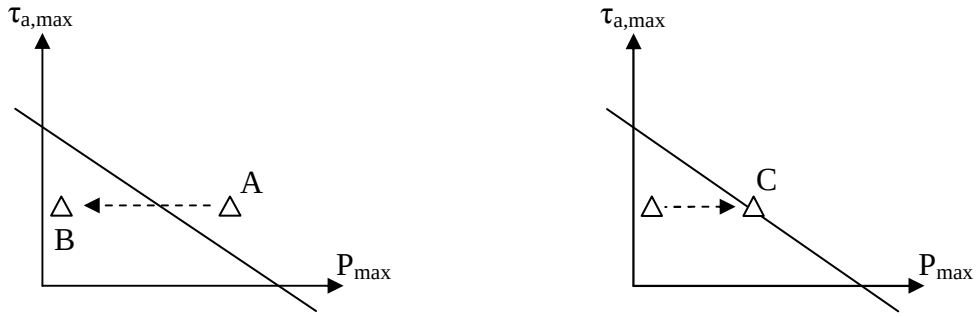
II.3.3 Prise en compte des contraintes résiduelles

II.3.3.1 Principe

Le principe consiste à introduire les contraintes résiduelles sous la forme de contraintes statiques. Le problème est alors de définir exactement les contraintes résiduelles qui doivent être introduites dans le calcul.

On peut prendre l'exemple de contraintes résiduelles en compression. La Figure II-7 (d'après [LU 02]) montre l'évolution de la limite de fatigue en fonction des contraintes résiduelles.

On voit que lorsque les contraintes résiduelles de compression ne sont pas prises en compte (point A), la limite de fatigue est sous estimée. Le fait de prendre en compte les contraintes résiduelles telles quelles (point B) augmente la limite de fatigue, qui devient cette fois surestimée. La bonne méthode consiste donc à calculer la limite de fatigue en tenant compte de la relaxation des contraintes résiduelles (point C).



(a) Prise en compte des contraintes résiduelles de compressions non relaxées

(b) Prise en compte des contraintes résiduelles relaxées.

Figure II-7 : Relaxation des contraintes résiduelles

D'autres problèmes peuvent se poser : le gradient de contraintes résiduelles peut parfois être très important en surface, ce qui est par exemple le cas lorsque la surface est grenaillée. Il peut alors être délicat de savoir quelle valeur prendre. Une solution consiste à ne pas se limiter à la valeur en un point, mais de considérer une couche critique représentative du volume dans lequel le processus d'endommagement intervient.

II.3.3.2 Relaxation des contraintes résiduelles

La relaxation des contraintes résiduelles par fatigue reste un domaine très délicat. Des études ont été menées en particulier sur des pièces grenaillées, présentant de fortes contraintes compressives en surface. On observe généralement un effondrement des contraintes résiduelles durant les premiers cycles [HOF 86], dû à la replastification du matériau au cours de la phase compressive des sollicitations. Par la suite l'évolution est plus lente et on entre réellement dans le domaine de la relaxation en fatigue qui aboutit à une deuxième chute des contraintes résiduelles. C'est ce que l'on peut voir sur la Figure II-8.

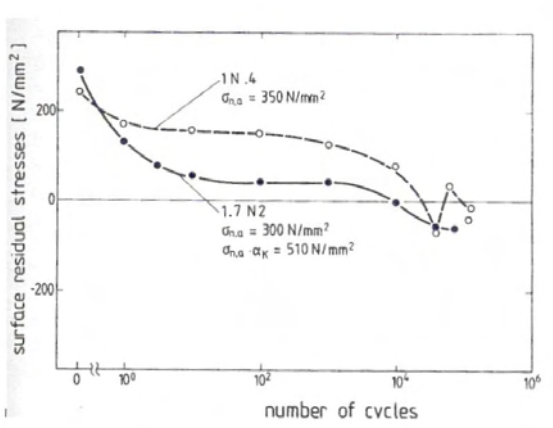


Figure II-8 : variation des contraintes résiduelles en surface pour une éprouvette entaillée (1.7N2) et une éprouvette lisse (1N.4) durant un chargement cyclique en flexion (acier Ck 45), d'après [HOF86]

Le nombre de cycles auquel intervient cette seconde chute des contraintes résiduelles n'est pas constant. On peut par exemple voir sur la Figure II-9 qu'entre 10^3 et 10^4 cycles les contraintes résiduelles sont stabilisées, ce qui n'était pas le cas sur la Figure II-8.

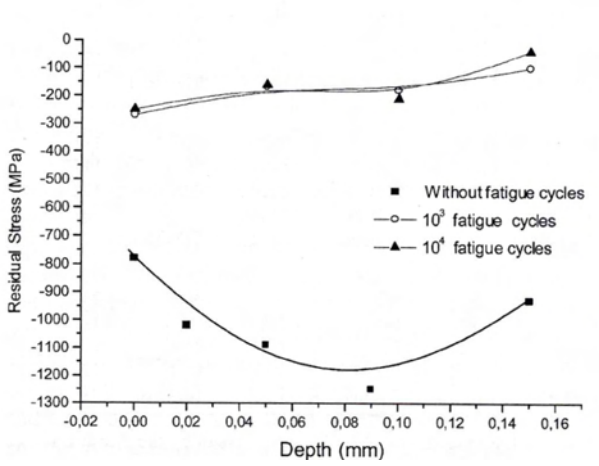
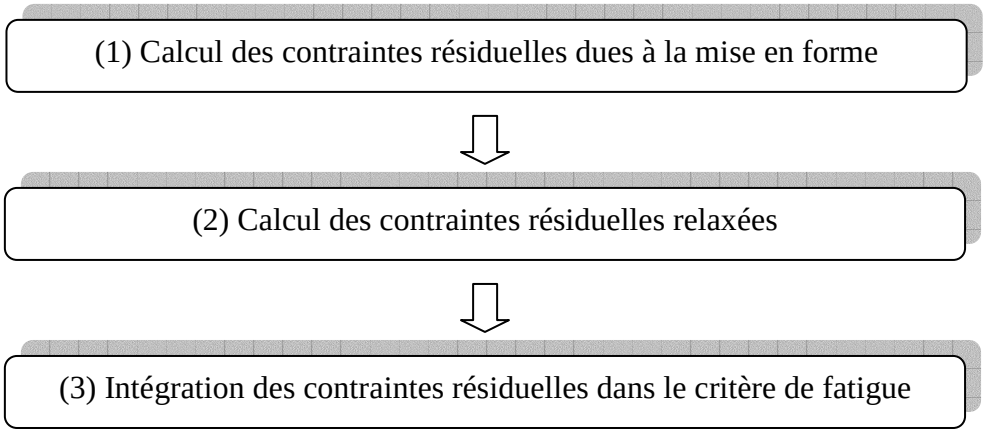


Figure II-9 : Relaxation et stabilisation des contraintes résiduelles dans un acier AISI 4340, d'après [TOR01]

Certains auteurs ont essayé de prévoir la relaxation des contraintes résiduelles avec des calculs éléments finis en élastoplasticité. Smith et al. [SMI00] parviennent à prédire l'évolution des contraintes résiduelles dans le cas d'une simple sollicitation de traction compression. En revanche, leur modèle, utilisant un écrouissage cinématique linéaire ou multilinéaire, ne permet pas d'obtenir de bons résultats pour des sollicitations cycliques. En revanche, Chaboche et Jung [CHA97] semblent obtenir de meilleurs résultats avec un écrouissage cinématique non linéaire à seuil.

II.3.3.3 Bilan sur la prise en compte des contraintes résiduelles

D'après ce que nous venons de voir concernant la prise en compte des contraintes résiduelles dans le calcul de fatigue, nous pouvons décrire la problématique en trois étapes :



Forge3® permet de calculer les contraintes résiduelles issues de la mise en forme par forgeage. Le premier point est donc maîtrisé. Le problème majeur va résider dans l'estimation des contraintes résiduelles relaxées. Ensuite, l'outil de calcul de fatigue n'aura aucun problème pour prendre en compte ces contraintes résiduelles.

La relaxation des contraintes résiduelles est un problème complexe qui ne fera pas l'objet d'une étude dans le cadre de ce travail. Nous sommes donc en mesure de relier l'impact des contraintes résiduelles de forgeage au calcul de fatigue, sans toutefois pouvoir calculer avec précision leur influence. Ce niveau de précision nous permettra d'intégrer les contraintes résiduelles lors de l'optimisation d'une pièce vis-à-vis de ses propriétés en fatigue.

II.3.4 Possibilités d'extension anisotrope

Bien que l'anisotropie ne soit pas la plus marquée dans le domaine de validité du critère de Dang Van, nous nous devons d'étudier les possibilités qu'offre ce critère à considérer l'existence de directions privilégiées donnant lieu à des comportements anisotropes en fatigue.

II.3.4.1 Extension anisotrope d'Ekberg et Sotkovszki

Ekberg et Sotkovszki [EKB01] proposent une modification du critère de Dang Van. La limite de fatigue devient dépendante du plan de cisaillement considéré. Ils introduisent trois limites de fatigue différentes suivant trois directions orthogonales. Ils supposent qu'entre ces directions principales, la limite de fatigue varie suivant un ellipsoïde. Supposons que les trois directions soient x, y et z. Alors, pour un plan orienté par sa normale $\vec{n}$, $\vec{n}$ étant défini par les angles θ et φ, la limite de fatigue sera donnée par :

$$\sigma_{eDV}(\vec{n}) = \sigma_{eDV}(\theta,\varphi) = \sqrt{\frac{\sigma_{ex}^2\sigma_{ey}^2\sigma_{ez}^2}{(\sigma_{ex}\sigma_{ey}\cos\theta)^2 + (\sigma_{ex}\sigma_{ez}\sin\theta\sin\varphi)^2 + (\sigma_{ey}\sigma_{ez}\sin\theta\cos\varphi)^2}} \qquad (II\text{-}32)$$

où $\sigma_{eDV}(\vec{n})$ est en fait la constante *b* dans le critère de Dang Van tel qu'on l'a défini précédemment (§ I.5.3.1).

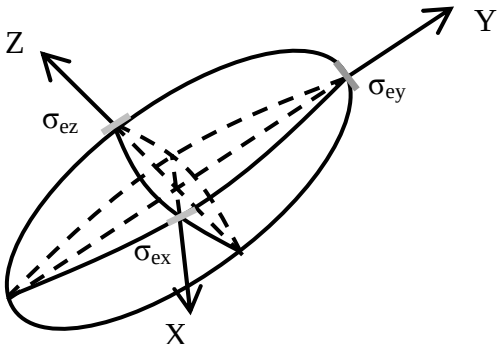


Figure II-10 : Evolution de la limite de fatigue en fonction de l'orientation du plan de cisaillement

On voit donc que l'on peut déterminer les longueurs des axes de l'ellipse en effectuant des essais de torsion alternée dans les directions principales du matériau anisotrope. Cependant les auteurs ne donnent aucune précision sur la constante *a* (relative à la pression hydrostatique). En effet, celle-ci ne semble pas changer suivant l'orientation du plan considéré. Or nous avons vu qu'il était possible de l'exprimer sous la forme : $a = \dfrac{t_{-1} - f_{-1}/2}{f_{-1}/3}$

Avec t_{-1} et f_{-1} respectivement les limites de fatigue en torsion alternée et flexion alternée.

On peut donc envisager deux cas de figure :

- *a* reste constant quelle que soit l'orientation du plan

- *a* varie suivant l'orientation du plan, auquel cas il faut procéder pour *a* de la même manière que pour *b*.

Si l'on se trouve dans la seconde situation, cela veut dire que l'application du critère de Dang Van se complexifie singulièrement. En effet, on se ramène à un problème de min-max puisque la maximisation ne porte plus uniquement sur la contrainte de cisaillement mais aussi sur le terme de pression hydrostatique. Il n'est donc plus possible de s'affranchir de la maximisation en utilisant la plus grande différence des contraintes principales. Une alternative peut évidemment être de prendre une valeur fixe pour *a*, tout en étant conscient de cette approximation.

II.3.4.2 Approche anisotrope de Cano et al.

Cano et al. ([CAN04]) ont travaillé sur une approche anisotrope des critères de fatigue macro-méso, à partir des résultats de [BUI69]. Les applications visées sont les aciers inclusionnaires et les monocristaux.

Le domaine élastique devient un ellipsoïde dans l'espace de contraintes.

Le critère de Dang Van peut alors être généralisé sous sa forme anisotrope selon l'écriture suivante :

$$\max_s \max_t \left((\alpha_s : B : \alpha_s)^{1/2} \tau^s(t) + a\sigma_n^s(t) \right) < b \qquad (II\text{-}33)$$

a et *b* sont des constantes matériau

α_s représente la déformation cumulée

σ_n^s et τ^s représentent la contrainte normale mésoscopique et le vecteur cission mésoscopique sur le plan de glissement *s*. *B* est une tenseur symétrique défini positif.

Les contraintes résiduelles stabilisées correspondent à la translation jusqu'au centre du plus petit ellipsoïde généralisé, orienté par B, contenant le trajet de chargement élastique.

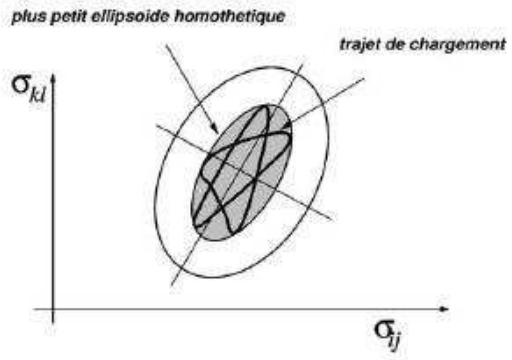


Figure II-11 : Trajet de chargement inscrit dans la plus petite ellipse homothétique donnée par le tenseur B, d'après [CAN04]

II.3.4.3 Conclusion sur l'extension anisotrope du critère de Dang van

Le point commun des approches d'Ekberg et Sotkovszki et de Canot et *al*. réside dans le fait que le trajet de chargement élastique doit être contenu dans un ellipsoïde. Toutefois, Canot et *al.* apportent une approche plus théorique, et apportent une réponse concernant le cœfficient *a* du critère de Dang Van : d'après leur approche, ce cœfficient est constant. De plus, Ekberg et Sotkovszki ne parlent pas de la manière de déterminer les contraintes résiduelles stabilisées. La procédure donnée par Canot et *al.* donnera des résultats différents pour des trajets de chargement complexes. L'avantage de l'extension réalisée par Ekberg et Sotkovszki est sa simplicité. Dans tous les cas il est nécessaire de déterminer plus de paramètres expérimentaux que pour le critère de Dang Van classique, et c'est ce qui représente le travail le plus lourd, puisque dans le premier, par exemple, il faut multiplier les essais de fatigue.

II.3.5 Bilan sur l'implémentation du critère de Dang Van dans Forge3®

Nous avons implémenté le critère classique de Dang Van dans le logiciel Forge3®. Ce critère est utilisable pour n'importe quel type de chargement. En particulier, l'implémentation d'un algorithme efficace de calcul des contraintes résiduelles stabilisées permet d'appliquer des chargements non centrés et notamment de prendre en compte les contraintes résiduelles de forgeage. La prise en compte de ces dernières doit toutefois être améliorée puisque nous ne disposons pas actuellement d'outil nous permettant de calculer leur relaxation. Toutefois, ceci ne nous empêchera pas de les intégrer lors d'un calcul d'optimisation.

II.4 Réalisation d'un calcul de fatigue (critère de Dang Van) avec Forge3®

D'un point de vue pratique, la réalisation d'un calcul de fatigue va nécessiter d'appliquer des conditions aux limites caractéristiques d'un logiciel de calcul de structure mais qui nécessiteront des adaptations de Forge3®, initialement dédié à la mise en forme. Il va s'agir d'appliquer un cycle de contrainte en certaines zones de la pièce et de bloquer les parties

fixes. Après avoir détaillé les adaptations réalisées dans Forge3®, nous décrirons la façon de réaliser un calcul de fatigue sur le cas simplifié d'un bras de suspension (Figure II-12).

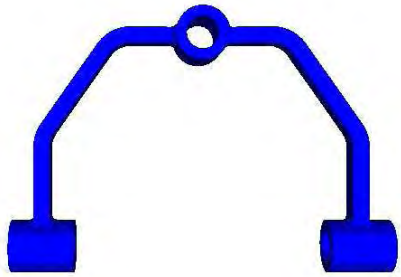


Figure II-12 : Exemple du bras de suspension

II.4.1 Application des contraintes

Nous devons pouvoir appliquer des contraintes sur des nœuds sélectionnés. Pour cela il est possible d'utiliser les sets de contraintes disponibles dans le préprocesseur de Forge3®. Ils permettent de sélectionner facilement des nœuds, en prenant l'intersection entre la pièce et une forme géométrique choisie (cylindre, parallélépipède, sphère…). Dans l'exemple de la Figure II-13, on peut voir la zone sur laquelle nous allons appliquer les contraintes. Les nœuds présents dans la zone rouge vont recevoir les conditions aux limites cycliques.

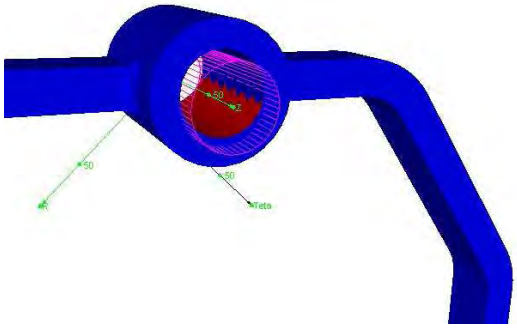


Figure II-13 : Application d'un set de contraintes

Le calcul doit être réalisé sur un seul cycle. Les contraintes au cours de ce cycle sont donc entrées point par point.

Les sets de contraintes permettent de traiter facilement les situations pour lesquelles les contraintes sont homogènes sur la surface considérée. Cela n'est pas le cas, par exemple, de la torsion. Ainsi, pour appliquer un couple à une éprouvette de torsion par exemple, nous utiliserons un outil qui permettra par un mouvement de rotation et avec un contact bilatéral (aucun décollement normal) collant (pas de glissement tangentiel), d'obtenir les bonnes sollicitations.

II.4.2 Modifications apportées sur le pas de temps

Lors de la simulation du procédé de forgeage, le pas de temps doit être suffisamment petit pour obtenir la convergence des calculs. Forge3® s'occupe de la gestion du pas de temps afin de concilier convergence et faible temps de calcul.

Le calcul de fatigue est réalisé en élasticité et de ce fait il n'est pas soumis aux problèmes de convergence rencontrés avec des lois non linéaires. Le point important va être de bien décrire le chemin de chargement entré par l'utilisateur. En effet, le chargement peut être composé de différentes contraintes appliquées en plusieurs endroits de la pièce, et en chaque endroit, il est possible d'avoir des contraintes normales et tangentielles évoluant de manière différente (c'est ce que montre la Figure II-14). Il faut donc que le pas de temps permette de tenir compte de chaque point entré par l'utilisateur. Nous avons donc modifié la gestion du pas de temps de la manière suivante :

Calcul du pas de temps : détermination de tous les instants auxquels une contrainte a été entrée (sur l'ensemble des sets de contraintes). Pour chacun de ces instants il faut vérifier si dans chaque set de contrainte une contrainte a effectivement été entrée. Pour ceux dont ce n'est pas le cas la contrainte est interpolée. Sur la Figure II-14 les traits en pointillé matérialisent les intervalles de temps qui ont été déterminés.

Si à cet instant l'utilisateur n'a pas entré de contrainte dans les autres sets, celle ci est interpolée à partir des contraintes données.

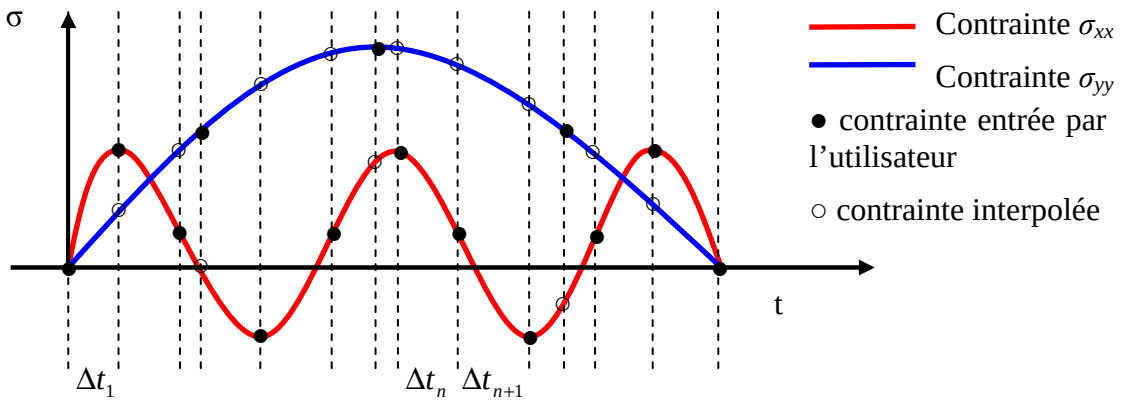
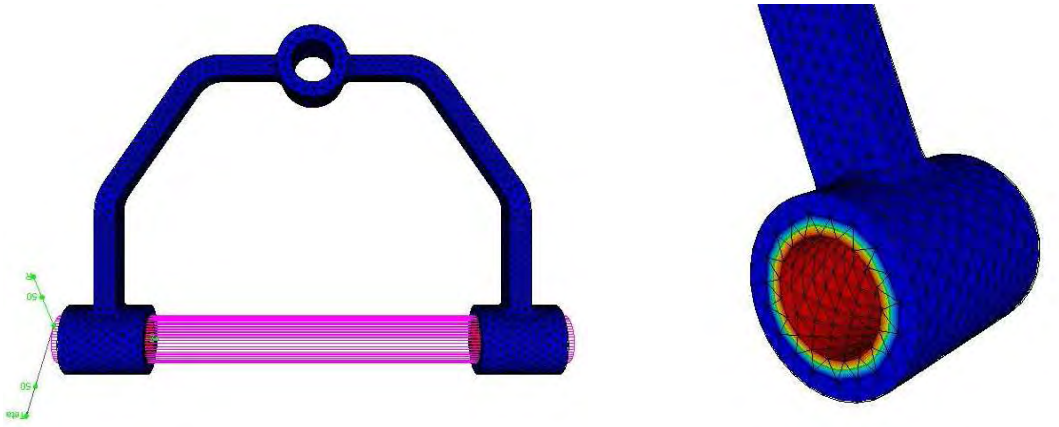


Figure II-14 : Détermination du pas de temps en fonction des cycles de contraintes entrés par l'utilisateur

II.4.3 Blocage des nœuds

Le préprocesseur de Forge3® propose des manipulateurs, qui permettent des vitesses aux nœuds sélectionnés. La sélection des nœuds s'effectue de la même manière que dans le cas des sets de contraintes. On peut donc bloquer les déplacements des nœuds désirés, dans les directions souhaitées, en imposant une vitesse nulle dans ces directions. C'est ce que nous faisons au niveau des glissières inférieures du bras de suspension (cf. Figure II-15).



(a) Blocage des nœuds des glissières (b) Détail des nœuds bloqués

Figure II-15 : Sélection des nœuds appartenant aux glissières du bras de suspension

II.4.4 Exemple de calcul utilisant le critère de Dang Van

Nous venons de voir la façon d'appliquer des contraintes, de bloquer des nœuds et de gérer le pas de temps, en vue de réaliser un calcul de fatigue. Il suffit ensuite de sélectionner le critère de fatigue souhaité pour réaliser le calcul. Pour chaque critère, certains paramètres doivent être entrés, ce qui se fait de manière simple, soit dans le préprocesseur, soit dans le fichier de référence généré par le préprocesseur. Dans notre exemple, nous avons utilisé le critère de Dang Van. Nous pouvons ainsi voir sur la Figure II-16, les zones les plus fragiles en fatigue. Nous pouvons aussi voir que pour le chargement entré, la pièce n'aura pas une endurance illimitée (la valeur du critère est supérieure à 1).

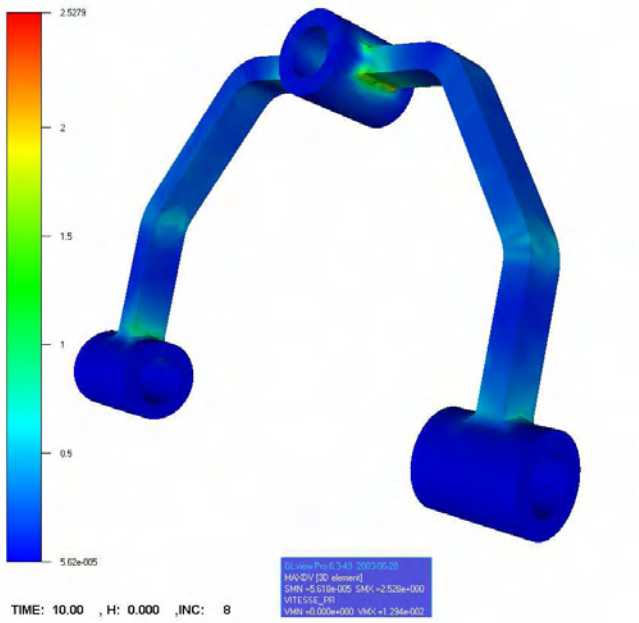


Figure II-16 : Exemple de résultat d'un calcul de fatigue utilisant le critère de Dang Van

II.5 Implémentation d'un critère d'endurance pour matériaux avec défauts

II.5.1 L'équation de Murakami

L'équation de Murakami a été présentée dans le premier chapitre (§ I.6.9). Nous rappelons ici la formulation de cette équation permettant de déterminer la limite de fatigue en fonction de la taille de défaut, lorsque cette taille est supérieure à la taille critique observable sur le diagramme de Kitagawa et Takahashi (cf. §I.4.6). Pour les défauts surfaciques :

$$\sigma_w = 1.43 \times \frac{Hv + 120}{\sqrt{area}^{1/6}} \left(0.5 - \frac{R}{2} \right)^{0.226 + Hv.10^{-4}} \qquad (II\text{-}34)$$

Hv représente la dureté Vickers du matériau, R est le rapport des contraintes et $area$ est l'aire de la projection du défaut sur un plan perpendiculaire à la contrainte normale maximale

Cette équation a été établie de manière empirique pour des contraintes uniaxiales. Son domaine de validité est donc réduit à ce type de chargement. Des travaux ont alors été menés afin d'étendre la gamme de chargement à des contraintes biaxiales.

II.5.2 Extension biaxiale

Partant du principe que la limite de fatigue est directement liée à la propagation des fissures en mode I, Beretta et Murakami ([BER00]) estiment que le rapport des limites de fatigue en flexion et en torsion est égale à :

$$\frac{\tau_w}{\sigma_w} = \frac{K_{I,tens}}{K_{I,shear}} \qquad (II\text{-}35)$$

où $K_{I,tens}$ est le facteur d'intensité de contraintes (en mode I) pour des sollicitations en traction et $K_{I,shear}$ le facteur d'intensité de contraintes (en mode I) pour des sollicitation en cisaillement.

Ce rapport, d'après les données de la littérature ([MIT77], [END87], [MUR98], [END96], [END98]), est égal à 0,85. Ainsi, pour retrouver ce résultat, ils effectuent des calculs en 3 dimensions, pour des fissures émanant de trous sphériques ou ellipsoïdaux, soumises à des contraintes biaxiales. Cela leur permet d'obtenir une fonction décrivant de manière plus générale l'évolution du rapport $K_{I,tens} / K_{I,biaxial}$, c'est-à-dire le rapport des facteurs d'intensité de contraintes pour une contrainte uniaxiale et des contraintes biaxiales.

$$\frac{K_{I,tens}}{K_{I,biaxial}} = 1 + 0{,}1804.\frac{\sigma_1}{\sigma_2} + 0{,}0329.\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_2} \right)^2 \qquad (II\text{-}36)$$

avec σ_1 et σ_2 qui sont les contraintes principales

Ainsi, la limite de fatigue pour n'importe quelle combinaison de chargements en phase de traction et de torsion, peut être calculée en utilisant cette équation. La Figure II-17 montre la justesse des résultats obtenus sur des essais menés par [END98].

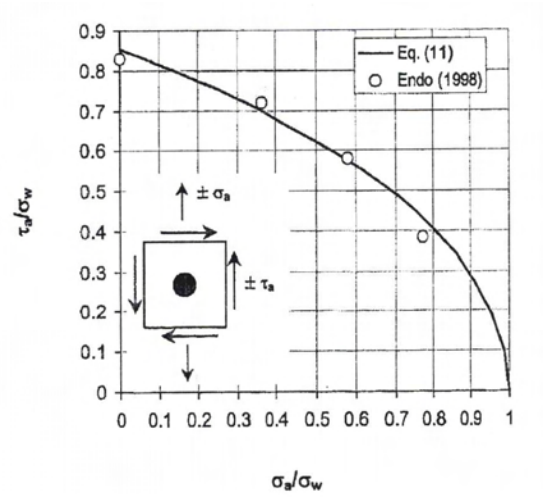


Figure II-17 : Comparaison des résultats obtenus avec l'équation (II.36), avec les résultats de [END98] sur des éprouvettes contenants de petits trous, sous chargement de tension et torsion en phase

Par ailleurs, les auteurs soulignent que la taille de défaut critique en torsion est plus grande qu'en traction. En fatigue uniaxiale, la dimension des défauts critiques en dessous de laquelle il n'y a pas d'endommagement, est de l'ordre de grandeurs des barrières microstructurales, c'est-à-dire de la taille de grain. Cependant, en torsion, la taille des fissures non propageantes est de l'ordre de 150 µm, indépendamment de la taille de grain.

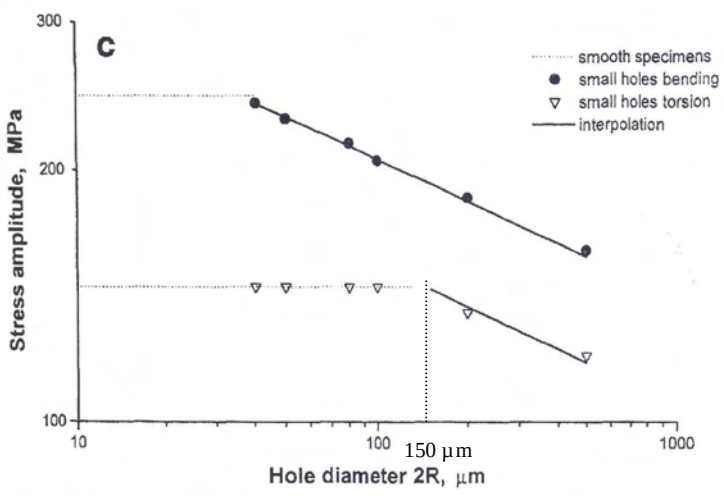


Figure II-18 : Limite de fatigue en flexion et en torsion en fonction de la taille de défaut dans un acier à 0,45% de carbone, d'après [BER00]

II.5.3 Proposition d'extension multiaxiale de l'équation de Murakami

L'extension de l'équation de Murakami à des contraintes multiaxiales soulève deux problèmes de natures différentes. Le premier problème concerne la légitimité d'une telle extension, alors que le second est d'ordre technique : de quelle manière étendre cette équation ?

Murakami utilise la mécanique de la rupture comme base de son équation. Toutefois, elle reste empirique, et à ce titre la légitimité d'une extension sera fournie par l'expérience.

D'un point de vue technique, deux problèmes se posent :

1) Ecrire le facteur d'intensité de contraintes pour des contraintes multiaxiales ;

2) Reformuler le terme permettant de prendre en compte l'effet d'une contrainte moyenne, par le biais du rapport des contraintes.

II.5.3.1 Facteur d'intensité de contrainte et contraintes multiaxiales

L'extension biaxiale réalisée par Beretta et Murakami donne une réponse partielle au premier problème. Les deux restrictions majeures concernent le fait qu'elle ne s'applique pas à des contraintes triaxiales, et que les directions principales du chargement doivent rester constantes.

Pour des inclusions situées en surface, les contraintes sont biaxiales, et donc la formulation reste suffisante. En revanche, à coeur, des contraintes triaxiales sont susceptibles d'être rencontrées. Dans ce cas de figure, on peut dans un premier temps, ne considérer que les deux contraintes principales maximales.

Lorsque le chargement n'est pas proportionnel, le rapport des contraintes utilisé pour déterminer le facteur d'intensité de contrainte (équation (II.36)) n'est pas constant. Toutefois, on peut estimer que le plus grand facteur d'intensité de contrainte obtenu au cours du cycle conduira à l'endommagement le plus important. Une solution consiste donc à calculer à chaque instant le facteur d'intensité de contraintes, en utilisant la formule de Beretta et Murakami, et à considérer la plus grande valeur obtenue sur l'ensemble du cycle.

$$K_{I,biaxial}(t) = \frac{\left(0{,}65 \times \sigma_1(t) \times \sqrt{\pi \sqrt{area(t)}}\right)}{1 + 0{,}1804.\frac{\sigma_2(t)}{\sigma_1(t)} + 0{,}0329.\left(\frac{\sigma_2(t)}{\sigma_1(t)}\right)^2} \qquad \textit{(II-37)}$$

Il suffit ensuite d'utiliser l'équation (I.48) donnant l'amplitude du facteur d'intensité de contrainte à la limite de fatigue. Dans le cas du chargement alterné, la fissure s'ouvre pour des contraintes positives, et la valeur du facteur d'intensité de contrainte à la limite de fatigue est donc égale à la moitié de l'amplitude ΔK_{th}.

$$K_{th} = \frac{1}{2}\left(3{,}3 \times 10^{-3}(Hv + 120)(\sqrt{area})^{1/3}\right) \qquad \textit{(II-38)}$$

En écrivant que le FIC doit être inférieur durant tout le cycle à la valeur donnée par l'équation (II.38), on obtient le critère d'endurance suivant :

$$\underset{t}{Max}\left(\frac{\sigma_1}{1 + 0{,}1804.\frac{\sigma_2}{\sigma_1} + 0{,}0329.\left(\frac{\sigma_2}{\sigma_1}\right)^2} \times \frac{Hv + 120}{1{,}43.\sqrt{area}^{1/6}}\left(0.5 - \frac{R}{2}\right)^{0.226 + Hv.10^{-4}}\right) < 1 \qquad \textit{(II-39)}$$

A chaque instant, les contraintes principales doivent êtres calculées pour obtenir le rapport σ_1/σ_2. Ce critère peut donc être utilisé pour des chargements biaxiaux, dont chacune des composantes est alternée.

II.5.3.2 Effet d'une contrainte moyenne

Deux cas conduisent à prendre en compte une contrainte moyenne : d'une part, un chargement non alterné et d'autre part la présence de contraintes résiduelles. Il est donc primordial d'être capable de tenir compte de l'effet d'une contrainte moyenne. Dans l'équation de Murakami c'est le terme $\left(0.5-\frac{R}{2}\right)^{0.226+Hv.10^{-4}}$ qui joue ce rôle. Tout le problème consiste donc à étendre ce terme à des contraintes multiaxiales.

La Figure II-19 montre l'influence du rapport des contraintes sur la limite de fatigue, telle que la prend en compte l'équation de Murakami.

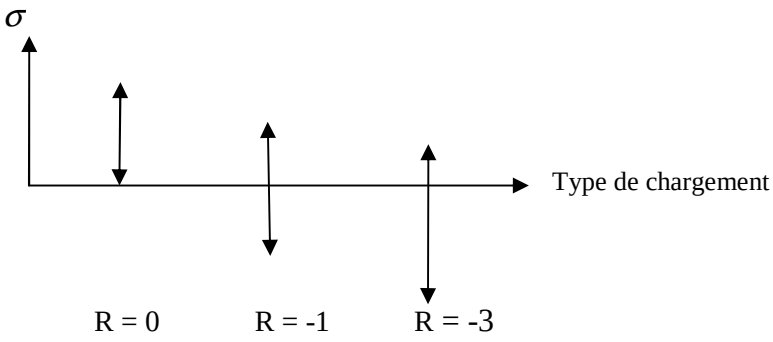


Figure II-19 : Effet du rapport des contraintes R sur l'amplitude des contraintes à la limite de fatigue

Une contrainte moyenne de traction diminue l'amplitude des contraintes à la limite d'endurance, alors qu'une contrainte moyenne compressive permet d'avoir une amplitude des contraintes plus grande à la limite d'endurance.

L'effet de fermeture de fissure est bien connu en mécanique de la rupture. Les phénomènes d'écrouissage qui interviennent en fond de fissure au cours du chargement conduisent à la fermeture prématurée de la fissure. C'est pourquoi le concept de FIC seuil (K_{th}) a été introduit. En dessous de cette valeur seuil, la fissure demeure fermée. Le FIC effectif (K_{eff}) est alors défini par $K_{\max} - K_{ouv}$. Bien que le mécanisme de fermeture de fissure n'intervienne a priori pas en tant que tel, nous pouvons penser qu'il existe néanmoins une notion similaire de FIC K_{ouv}.

La première étape consiste à déterminer une contrainte effective à partir de laquelle on obtiendrait le FIC effectif. Nous introduisons alors une contrainte seuil σ_{th} en dessous de laquelle une contrainte ne permet pas d'ouvrir la fissure. Nous noterons σ^{moy} la contrainte moyenne définie par :

$$\sigma^{moy} = \frac{\sigma_{\max} + \sigma_{\min}}{2} \qquad (II\text{-}40)$$

Dans le cas de la traction alternée cette contrainte moyenne est nulle et est égale à la contrainte seuil. On suppose que cette contrainte moyenne est une limite vers laquelle tend la contrainte seuil. Sur la Figure II-20 on voit que pour R=-3, la contrainte seuil est inférieure (en valeur absolue) à la contrainte moyenne.

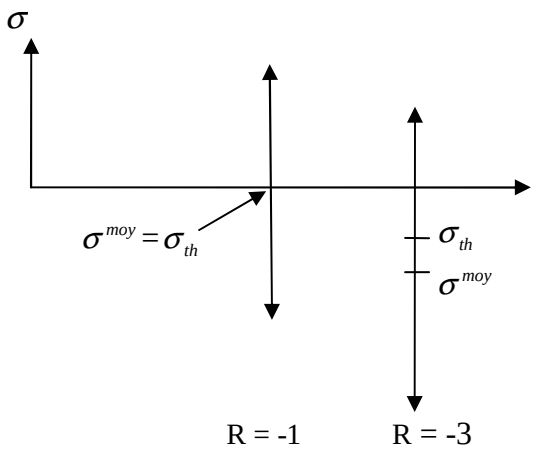


Figure II-20 : Concept de contrainte seuil limite

Pour un chargement uniaxial il est possible de déterminer la contrainte seuil σ_{th} en fonction de σ^{moy} et du rapport des contraintes R, à partir de l'équation (I.52) de Murakami.

Soit :

$$\sigma_w = \sigma_{-1}\left(0{,}5 - \frac{R}{2}\right)^{\alpha} \qquad (II\text{-}41)$$

avec $\alpha = 0{,}226 + Hv.10^{-4}$ et $\sigma_{-1} = 1.43 \times \frac{Hv + 120}{\sqrt{area}^{1/6}}$ qui est la limite de fatigue en traction alternée pour laquelle la contrainte seuil est nulle.

et par définition :

$$\sigma_w = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2} \qquad (II\text{-}42)$$

de plus, comme en traction alternée σ_{-1} est directement égal à la contrainte effective:

$$\sigma_{\max} - \sigma_{th} = \sigma_{-1} \qquad (II\text{-}43)$$

Il vient donc à partir de (II.41) et (II.43) :

$$\frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2} = \sigma_{-1}\left(0{,}5 - \frac{R}{2}\right)^{\alpha} \qquad (II\text{-}44)$$

en utilisant (II.42) et (II.44) on obtient :

$$\sigma_{\max} - \sigma_{th} = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2.\left(0{,}5 - \frac{R}{2}\right)^{\alpha}} \qquad (II\text{-}45)$$

soit :

$$\sigma_{th} = \sigma_{\max} - \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2.(0{,}5 - R/2)^{\alpha}} \qquad (II\text{-}46)$$

on peut alors utiliser (II.40) avec (II.46) pour calculer le rapport $\frac{\sigma_{th}}{\sigma^{moy}}$:

$$\frac{\sigma_{th}}{\sigma^{moy}} = \frac{2.\left(\sigma_{\max} - \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2.(0{,}5 - R/2)^{\alpha}}\right)}{\sigma_{\max} + \sigma_{\min}} \qquad \textit{(II-47)}$$

et en utilisant la définition du rapport de charge $R = \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}}$:

$$\frac{\sigma_{th}}{\sigma^{moy}} = \frac{2.\left(1 - \frac{1-R}{2.(0.5 - R/2)^{\alpha}}\right)}{1+R} \qquad \textit{(II-48)}$$

Nous obtenons finalement :

$$\sigma_{th} = \sigma^{moy} \frac{2.\left(1 - \frac{1-R}{2.(0.5 - R/2)^{0.226 + Hv.10^{-4}}}\right)}{1+R} \qquad \textit{(II-49)}$$

L'équation de Murakami peut alors s'écrire :

$$\sigma_w - \sigma_{th} = 1.43 \times \frac{Hv + 120}{\sqrt{area}^{1/6}} \qquad \textit{(II-50)}$$

Il s'agit alors de déterminer les contraintes effectives dans le cas de chargements multiaxiaux. Dans ce cas, il y a plusieurs contraintes principales et les directions principales peuvent changer au cours du cycle. Si les directions principales ne changeaient pas, nous pourrions appliquer pour chacune de ces directions l'équation (II-49).

L'idée est de retrouver un élément fixe. Pour un chargement quelconque, son centre, défini par le centre de la plus petite hypersphère contenant le trajet des contraintes, est fixe. Ce centre est un tenseur de contraintes, pour lequel nous pouvons calculer les directions propres. Nous associons ces directions propres aux directions représentatives du chargement pour notre problème.

Pour chacune de ces directions il est maintenant possible d'appliquer l'équation (II.49), afin d'obtenir ce que nous avons appelé la contrainte seuil. Nous obtenons trois contraintes-seuils qui constituent la contrainte seuil globale, dans le repère des contraintes (Figure II-21). La contrainte effective est ensuite donnée par la différence entre les contraintes cycliques et la contrainte seuil.

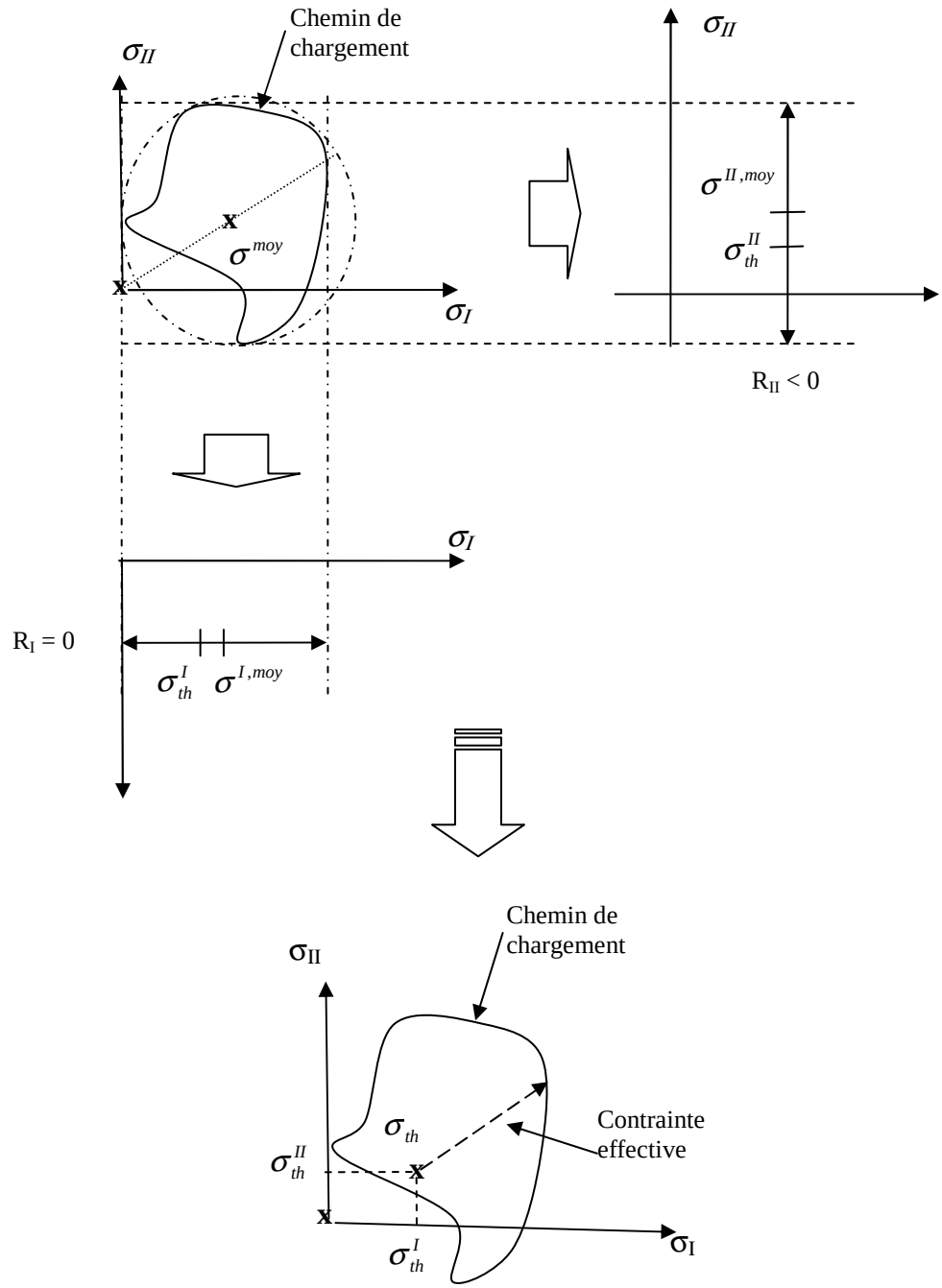


Figure II-21 : Exemple de détermination des contraintes effectives pour un chargement biaxial dont les directions propres sont constantes

II.5.3.3 Nouvelle formulation proposée

La formulation que l'on va proposer intègre l'expression du facteur d'intensité de contrainte de Murakami et Beretta et la prise en compte de l'effet de la contrainte moyenne. La détermination de la contrainte σ_{th} suivant la procédure présentée au paragraphe précédent, permet de calculer le tenseur des contraintes effectives en tout point du trajet de chargement. On applique ensuite la correction apportée par Beretta et Murakami pour le FIC. On obtient l'équivalent de l'équation (II-39) qui utilise les deux premières contraintes principales du

tenseur des contraintes effectives. Ainsi, pour qu'il n'y ait pas rupture en fatigue, il faut que la condition suivante soit respectée :

$$\underset{t}{Max}\left(\frac{\sigma_{eff}^{I}}{1+0{,}1804.\frac{\sigma_{eff}^{II}}{\sigma_{eff}^{I}}+0{,}0329.\left(\frac{\sigma_{eff}^{II}}{\sigma_{eff}^{I}}\right)^{2}} \times \frac{\sqrt{area}^{1/6}}{1{,}43.(Hv+120)} \right) < 1 \qquad (II\text{-}51)$$

Il est important de voir que, dans le cas uniaxial, ce critère est bien conservatif par rapport à l'équation de Murakami. On retrouve l'équation II-12 qui est strictement équivalente à l'équation de Murakami.

Le cas du chargement radial alterné, à partir duquel Beretta et Murakami ont introduit l'expression du FIC pour des contraintes biaxiales, donne lui aussi les mêmes résultats. En effet, pour ce type de chargement, le centre est confondu avec l'origine des contraintes et donc les contraintes effectives sont identiques aux contraintes macroscopiques.

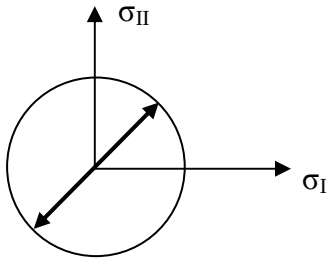


Figure II-22 : Aspect conservatif du critère pour un chargement radial, les contraintes effectives sont identiques aux contraintes macroscopiques

II.6 Quantification du fibrage

II.6.1 Principe pour des inclusions ductiles

Nous avons pu voir dans le premier chapitre que le fibrage représente une notion assez vaste réunissant aussi bien l'allongement des grains que l'allongement et l'alignement des inclusions. Pour le critère de Murakami, la donnée fondamentale est l'allongement des inclusions. En effet, le paramètre *area* est directement relié à la taille des inclusions, « vues » suivant la direction des sollicitations. Ainsi, nous nous attacherons ici à relier le fibrage à l'allongement des inclusions.

L'idée consiste à représenter la transformation d'une sphère en un ellipsoïde, en modélisant les directions principales suivant lesquelles un élément de matière s'est déformé. Pour cela, nous utilisons le tenseur des déformations F, calculé à partir du gradient lagrangien du déplacement, et défini par :

$$F_{i,j} = \delta_{i,j} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j^0} \qquad (II\text{-}52)$$

où $\delta_{i,j} = 1$ si $i = j$, et $\delta_{i,j} = 0$ si $i \neq j$

Ce tenseur peut être décomposé en une partie sphérique et une partie orthogonale $F = R.U = V.R$ (décomposition polaire). R représente la partie sphérique (mouvement de corps rigide), et U et V représentent la partie orthogonale (appelés respectivement distorsion à droite et distorsion à gauche).

Une propriété intéressante :

Un segment matériel dont la position initiale est colinéaire à un vecteur propre de U sera colinéaire à un vecteur propre de V dans sa position finale. De plus, sa dilatation linéique sera donnée par la valeur propre de V correspondante.

Les valeurs propres et les directions propres de V permettent ainsi de déterminer la direction et les dimensions des axes de l'ellipsoïde qui représente une inclusion déformée.

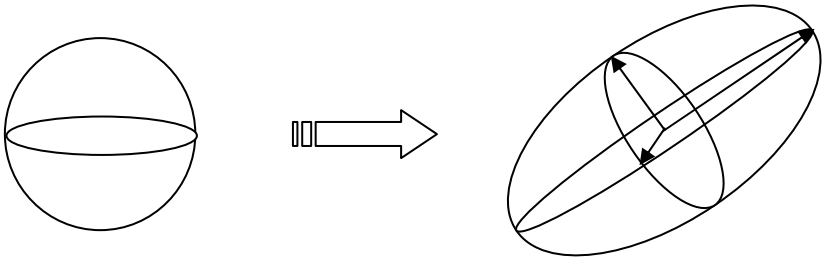


Figure II-23 : Déformation d'une sphère en une ellipse dont la direction et la dimension des axes est contenue dans le tenseur V.

Pour simplifier le calcul du paramètre *area*, nous modéliserons une inclusion déformée par un ellipsoïde de révolution. Cette idéalisation ne devrait pas avoir une influence très importante sur les résultats dans le cas d'inclusions très allongées. En revanche, pour des inclusions peu allongées, cette approximation aura une influence non négligeable.

II.6.2 Principe pour des inclusions qui ne se déforment pas

Dans le cas où les inclusions ne se déforment pas durant la mise en forme, il existe néanmoins un fibrage. En effet, les inclusions s'alignent et si elles sont préalablement allongées, elles vont avoir tendance à s'orienter dans le sens de l'écoulement de la matière. Dans ce cas, nous pouvons utiliser directement le tenseur des déformations F. En effet, si on considère un segment matériel représenté par le vecteur dm_1, alors ce segment devient après déformation dm_2, et on a la relation :

$$F.dm_1 = dm_2 \qquad (II\text{-}53)$$

En représentant le fibrage initial par un vecteur dont la direction est celle de ce fibrage, on obtient en appliquant le tenseur F, un vecteur dont la direction est celle du nouveau fibrage. Cette fois, la direction suffit puisque les inclusions gardent la même forme. Il suffit donc de connaître la forme initiale des inclusions (en les approximant toujours par un ellipsoïde de révolution).

Bien sur la réalité est souvent intermédiaire et les inclusions se déforment plus ou moins difficilement. Il faudrait donc être en mesure d'établir une loi donnant l'évolution des inclusions en fonction de la déformation de la matrice. En calculant parallèlement la direction du fibrage, il serait possible de décrire finement le fibrage.

II.6.3 Application dans le logiciel Forge3®

II.6.3.1 Calcul du tenseur des déformations

Le tenseur des déformations n'est pas calculé par défaut dans Forge3®. Nous avons à notre disposition le gradient du champ de déplacement et le gradient du champ de vitesse. Le champ de déplacement correspond au déplacement depuis l'instant initial de la simulation. Le gradient du champ de déplacement est calculé par rapport à la configuration initiale. En revanche, le gradient du champ de vitesse est calculé par rapport à la configuration actuelle.

Le calcul du tenseur des déformations peut donc être réalisé directement grâce au gradient du champ de déplacement.

Il est ainsi possible de calculer F pour une simulation. La mise en forme d'une pièce nécessite la plupart du temps plusieurs étapes. Le tenseur F relatif à l'ensemble des étapes peut être obtenu de façon simple par multiplication des tenseurs relatifs à chaque étape (donc chaque simulation) :

$$F_{0\to 2} = F_{1\to 2}.F_{0\to 1} \qquad (II\text{-}54)$$

$F_{0\to 2}$ est le tenseur des déformations entre l'état 0 et l'état 2

$F_{0\to 1}$ est le tenseur des déformations entre l'état 0 et l'état 1

$F_{1\to 2}$ est le tenseur des déformations entre l'état 1 et l'état 2

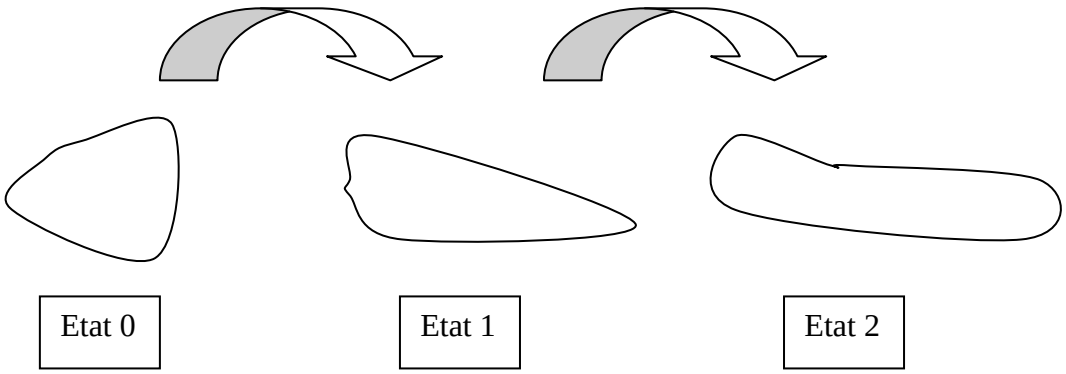


Figure II-24 : Décomposition de la transformation d'un milieu continu

II.6.3.2 Introduction d'un fibrage initial (inclusions ductiles)

La plupart du temps, le lopin à partir duquel la pièce est forgée, possède un fibrage. En effet, le lopin a pu subir des opérations préalables, telles que le laminage ou le filage, qui lui confèrent ce fibrage. Nous devons donc être en mesure de tenir compte de ce phénomène. Nous avons choisi de permettre à l'utilisateur d'entrer une valeur de corroyage initial (homogène sur le lopin) sous forme d'un vecteur. Cela revient à supposer qu'il existe une direction de déformation privilégiée et deux autres directions équivalentes. Cela représente bien le cas d'une barre par exemple. Ce vecteur est ensuite utilisé pour calculer le tenseur des déformations correspondant. Dans le repère lié au fibrage, pour un corroyage de x, alors :

$$F = \begin{bmatrix} x & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{1/x} & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{1/x} \end{bmatrix} \qquad (II\text{-}55)$$

Il suffit ensuite de repasser dans le repère principal.

II.6.3.3 Calcul du fibrage (inclusions ductiles)

Voici les étapes de calcul du vecteur fibrage :

(1) Calcul du tenseur des déformations initial, connaissant le corroyage $F_{initial}$

(2) calcul du tenseur des déformations relatif au forgeage $F_{forgeage}$

(3) calcul du tenseur des déformation total $F_{total} = F_{forgeage}.F_{initial}$

(4) calcul de $V^2 = F.F^T$

(5) calcul des valeurs propres et des vecteurs propres de V^2

(6) vecteurs propres ➔ direction des axes de l'ellipsoide

valeurs propres ➔ $\dfrac{longueur\ de\ l'axe\ i}{rayon\ de\ la\ sphère\ initiale} = \sqrt{\lambda_i}$

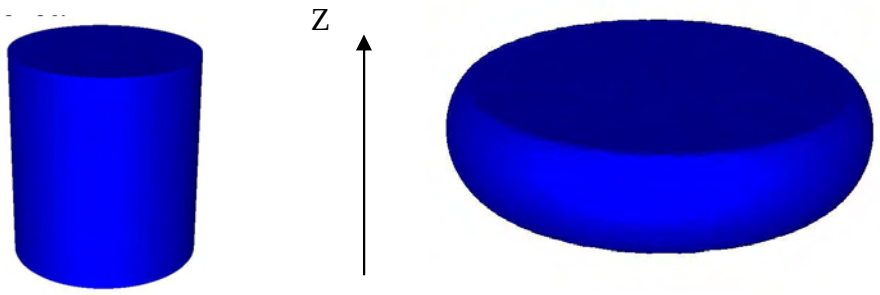
Construction du vecteur fibrage

En modélisant le fibrage comme la déformation d'une sphère en un ellipsoide de révolution, il est possible de le représenter sous forme d'un vecteur. En effet, la conservation du volume impose $\lambda_1.\lambda_2.\lambda_3 = 1$. De plus deux des axes sont équivalents. Donc, la connaissance de la direction et de la dimension de l'axe de révolution est suffisante pour décrire le fibrage.

Dans certaines situations, le fibrage pourra avoir une valeur très élevée, et bien évidemment, les inclusions ne se déformeront pas autant, même pour les plus malléables. Nous serons donc obligé de borner le fibrage. Cela préfigure en réalité le travail qui doit être fait sur l'évolution des inclusions en fonction de la déformation de la matière, et de la nature de ces inclusions.

II.6.4 Exemple : Ecrasement de lopin

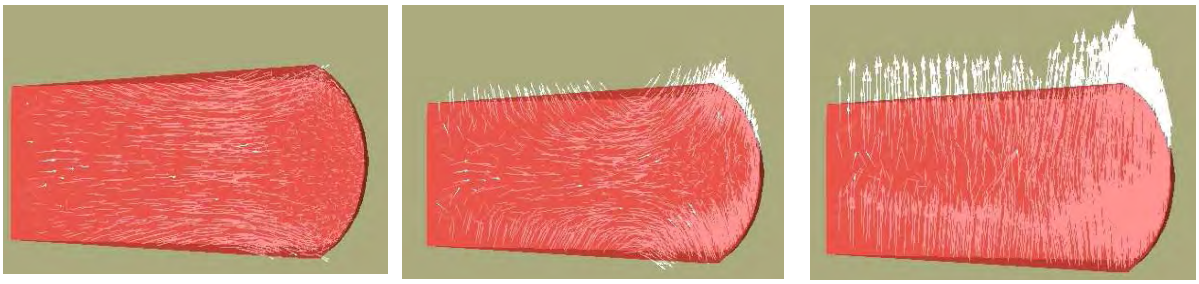
Nous allons prendre l'exemple simple que constitue un lopin écrasé entre deux outils plats. Le lopin de départ provient d'un barreau et peut ainsi posséder un fibrage initial. On peut voir sur la Figure II-25 la géométrie initiale et la géométrie finale.



(a) lopin initial (b) lopin final

Figure II-25 : Ecrasement d'un lopin entre deux outils plats

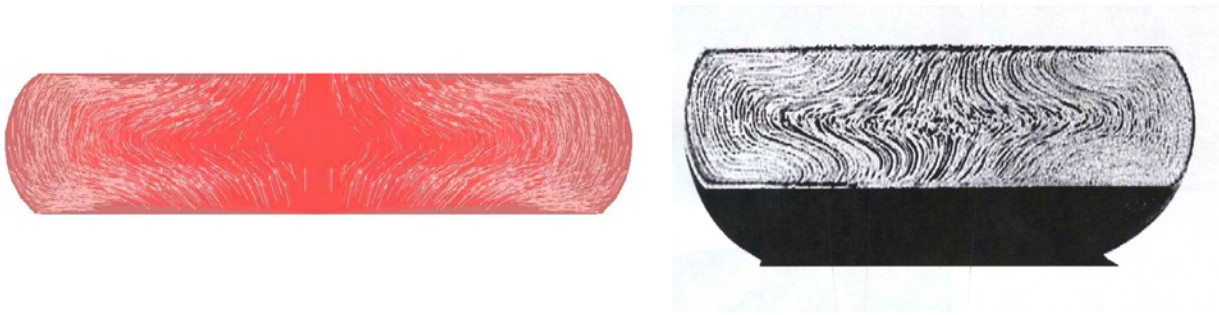
La Figure II-26 montre l'influence de la prise en compte d'un fibrage initial sur le fibrage calculé, dans le cas d'inclusions ductiles. On voit que la direction d'allongement des inclusions dépend fortement du fibrage initial. Lorsque ce fibrage initial est important (cas (c)), la déformation modifie peu la direction d'allongement des inclusions. Le fibrage initial est ici le mieux approché en considérant que le barreau possède un corroyage de 2, suivant l'axe z.



(a) sans fibrage initial (b) avec corroyage initial = 2 (c) avec corroyage initial = 6

Figure II-26 : Comparaison des vecteurs fibrage (pour les inclusions ductiles) entre un lopin avec ou sans fibrage initial

Si on se place maintenant dans le cas d'inclusions dures, la Figure II-27 montre le fibrage que l'on obtient. On peut alors constater que ce fibrage correspond bien à celui que l'on observe expérimentalement.



(a) Simulation numérique : orientation du fibrage (cas des inclusions dures) (b) micrographie

Figure II-27 : Comparaison qualitative entre le fibrage observé expérimentalement et le fibrage calculé avec Forge3®, dans le cas d'inclusions dures, sur un lopin écrasé

Nous avons pu voir dans un cas simple la facilité de prise en compte d'un fibrage initial homogène. Dans ce cas d'écrasement à froid, la réalité est mieux approchée en utilisant le fibrage tel que nous l'avons décrit pour des inclusions dures. Nous verrons par la suite les résultats obtenus sur des géométries plus complexes, mettant en jeu des conditions de contact plus délicates.

- CHAPITRE III -
VALIDATIONS DES CRITERES ET APPLICATIONS A DES PIECES SOUS SOLLICITATIONS

III VALIDATIONS DES CRITERES ET APPLICATIONS A DES PIECES SOUS SOLLICITATION 77

III.1 Essais Ascométal 77
III.1.1 Présentation des essais 77
III.1.1.1 Matériau de l'étude 77
III.1.1.2 Résultats 78
III.1.1.3 Observations micrographiques 79
III.1.2 Comparaison entre l'aire de défaut mesurée et le paramètre « area » de l'équation de Murakami 81
III.1.3 Détermination du taux de corroyage 82
III.1.3.1 Utilisation des observations micrographiques des éprouvettes sens travers 83
III.1.3.2 Utilisation des observations micrographiques des éprouvettes sens long 83
III.1.3.3 Bilan sur le calcul du corroyage 84
III.1.4 Analyse des résultats des essais de traction alternée 84
III.1.4.1 Prédictivité de l'équation de Murakami en fonction du rapport de charge 84
III.1.4.2 Origine de l'anisotropie 85
III.1.4.3 Couplage de la modélisation du corroyage avec l'utilisation du critère de Murakami 87
III.1.5 Analyse et simulation numérique des essais de torsion alternée 91

III.2 Bilan de l'étude des aciers Ascométal et modification du critère de fatigue 94

III.3 Premier exemple d'application : une vis 95
III.3.1 Mise en forme de la vis 96
III.3.2 Calculs de fatigue 97

III.4 Deuxième exemple d'application : un vilebrequin 98
III.4.1 Présentation du cas 98
III.4.2 Mise en forme du vilebrequin 98
III.4.2.1 Simulation des premières étapes de forgeage 98
III.4.2.2 Ebavurage 99
III.4.2.3 Fibrage du vilebrequin 100
III.4.3 Calculs de fatigue 100
III.4.3.1 Applications des sollicitations en fatigue 100
III.4.3.2 Résultats du critère issu de l'équation de Murakami 100
III.4.4 Influence des opérations de parachèvement 101

III.5 Conclusion 102

III VALIDATIONS DES CRITERES ET APPLICATIONS A DES PIECES SOUS SOLLICITATION

Il est important de pouvoir confronter les résultats des simulations utilisant les critères implémentés, avec des résultats expérimentaux. Dans ce chapitre, nous utiliserons d'abord le critère de Murakami pour essayer de retrouver l'anisotropie observée sur des aciers contenant des inclusions de dimension importante. Les essais retenus permettent de balayer une gamme de sollicitations en traction-compression et en torsion. Nous verrons finalement si des modifications doivent être apportées au critère. La validation de l'extension multiaxiale de l'équation de Murakami ne pourra pas être réalisée car elle nécessiterait une quantité d'essais de fatigue que nous ne sommes pas en mesure de réaliser dans le cadre de cette thèse.

Dans un deuxième temps, nous montrerons des exemples d'application sur pièce réelle afin d'évaluer l'intégration de ce critère dans un calcul éléments finis avec Forge3®.

III.1 Essais Ascométal

Nous disposons des résultats d'une série d'essais réalisés en 1993, mettant en évidence l'aspect anisotrope du comportement en fatigue d'un métal présentant des inclusions de dimension importante et de forme allongée. Nous allons donc pouvoir essayer de retrouver ces résultats avec le critère de Murakami qui a été implémenté dans Forge3®. De plus, plusieurs types de sollicitations ont été testés.

III.1.1 Présentation des essais

III.1.1.1 Matériau de l'étude

Les résultats d'essais dont nous disposons concernent un acier 42CD4 resulfuré dans un état trempé revenu, de composition chimique suivante :

Fe	C	P	Mn	Cu	S	Ca	Ni	Cr	Mo	Al	Nb	Te	N	O	Si	Ti
Σ	440	17	823	337	84	2	232	10	154	13	1	10	13	3	251	3

Tableau III-1 : Composition chimique de l'acier 42CD4 (% massique x 10^3)

Les éprouvettes ont été prélevées dans une billette (section carrée, 127 mm), à une distance de la peau d'environ 20 mm, selon trois directions différentes : sens long, sens travers et sens 45°.

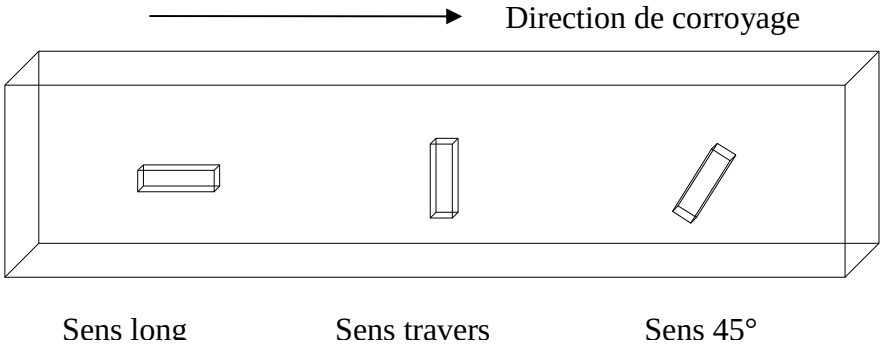


Figure III-1 : Prélèvement des échantillons suivant différentes orientations par rapport à la direction de corroyage de la billette

Les caractéristiques mécaniques sont présentées dans le tableau suivant, fonction de la direction de prélèvement :

	Re (MPa)	Rm (MPa)	A%	Z%	HV 30 kg
Sens long	1093	1184	9.5	44	375
Sens 45°	1041	1139	5.5	17	388
Sens travers	1049	1155	5.5	19	393

Tableau III-2 : Caractéristiques mécaniques de l'acier 42CD4 resulfuré trempé revenu

Cet acier comporte des sulfures très allongés.

On remarque une faible influence sur la contrainte d'écoulement (Re), la contrainte maximum (Rm) et la dureté (HV). Par contre on observe une différence importante de près de 50% sur l'allongement à rupture (A%). En effet, en sens travers, l'allongement des inclusions perpendiculairement à la sollicitation engendre des facteurs de concentration de contrainte bien plus importants. Par conséquent, il survient un endommagement plus rapide par décohésion à l'interface des inclusions et de la matrice, qui donnera lieu plus rapidement à la phase de coalescence et donc à la rupture de l'éprouvette. Comme nous le verrons dans le paragraphe suivant, cette augmentation de facteur de concentration de contraintes joue également un rôle prépondérant sur la limite d'endurance.

Plusieurs types de chargement de fatigue ont été réalisés : **traction alternée (R = -1), traction répétée (R = 0), torsion alternée (R = -1) et flexion rotative** (la géométrie des éprouvettes est donnée en annexe 2).

III.1.1.2 Résultats

Les résultats obtenus sont présentés sur la Figure III-2. Nous noterons σ_D la limite d'endurance.

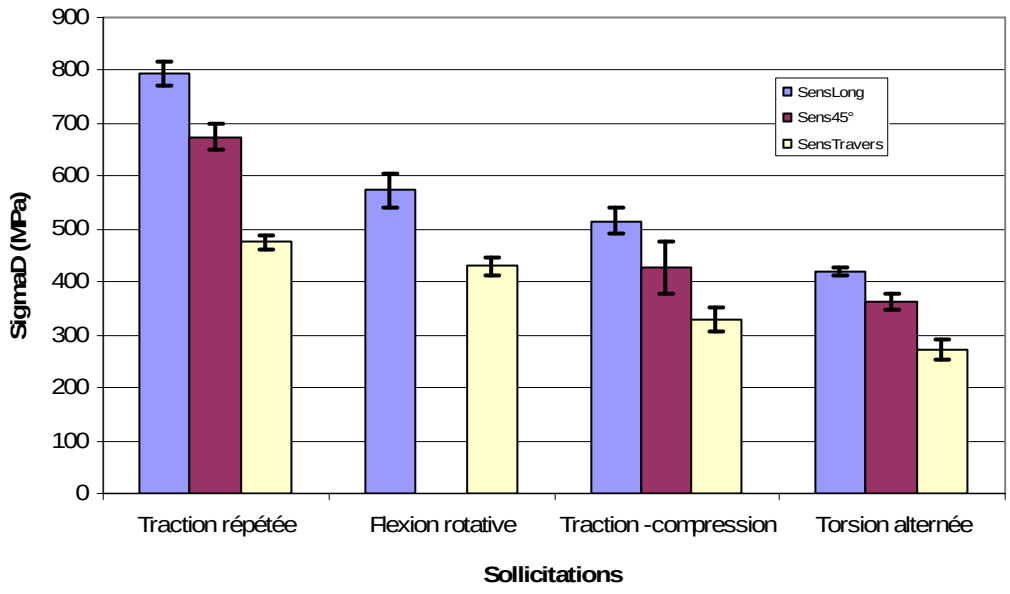


Figure III-2 : Limites d'endurance pour différents types de sollicitations, en fonction de la direction de prélèvement des éprouvettes, pour l'acier 42CD4 (+/- un écart type)

On peut constater une anisotropie importante du comportement en fatigue, quel que soit le type de sollicitation. La limite d'endurance est plus importante dans le sens long que dans le sens travers. Pour la direction 45°, la limite d'endurance se situe à un niveau intermédiaire entre sens long et sens travers. Il est intéressant de quantifier l'anisotropie en fonction du type de sollicitation. Le tableau suivant présente donc l'écart relatif entre la limite d'endurance dans le sens travers et la limite d'endurance dans le sens long, en fonction des modes de sollicitations.

	Traction répétée	Flexion rotative	Traction alternée	Torsion alternée
Ecart relatif limite d'endurance sens long et sens travers	40%	25%	36%	35%

Tableau III-3 : Ecart relatif entre limites d'endurance sens long et sens travers, pour quatre types de sollicitations

Le comportement en fatigue de l'acier testé présente un **caractère anisotrope très marqué**. Toutefois, les essais de fatigue en flexion rotative mettent en évidence un comportement anisotrope moins marqué que pour les autres essais.

III.1.1.3 Observations micrographiques

Ce paragraphe synthétise les observations micrographiques qui ont été réalisées en même temps que les essais.

Traction

Orientation	Contrainte appliquée (R = -1)	Dureté Hv	Aire ou diamètre mesuré
Sens long σ_d = 516 MPa	L9 : 490 MPa	375	201 µm² (~Ø16 µm)
Sens 45° σ_d = 427 MPa	A12 : 400 MPa A16 : 400 MPa	388	~3000 µm² (ellipse) 3850 µm² (~Ø 70 µm)
Sens travers σ_d = 329 MPa	T63 : 310 MPa T52 : 340 MPa	393	28000 µm² (Ø 100 µm+20*1000) 30*1000

Tableau III-4: Taille des inclusions dans les aciers de type 42CD4, sollicitation en traction avec un rapport de charge R = -1

Orientation	Contrainte appliquée (R = 0)	Dureté Hv	Aire ou diamètre mesuré
Sens long σ_d = 396 MPa	L63 : 415 MPa L64 : 385 MPa L67 : 400 MPa	375	~190 µm² (Ellipse) 400 µm² ~Ø 20 µm
Sens 45° σ_d = 327 MPa	A56 : 340 MPa A74 : 355 MPa	388	~3800 µm² (Ellipse) ~Ø 55 µm
Sens travers σ_d = 237 MPa	T15 : 235 MPa T44 : 250 MPa	393	25* ? ~Ø 115 µm

Tableau III-5 : Taille des inclusions dans les aciers de type 42CD4, sollicitation en traction avec un rapport de charge R = 0

Sens Long : Suite à l'observation de l'éprouvette L67 (R = 0, σ_{max} = 800 MPa, 11 906 500 cycles), il s'est avéré que l'amorçage était localisé à l'intérieur du fût. On note une lunule caractéristique autour du site d'amorçage. Une analyse quantitative de la nature chimique montre qu'il s'agit de MnS. Des observations identiques ont été obtenues sur l'éprouvette L63 (R = 0, σ_{max} = 830 MPa, 1 050 600 cycles). L'amorçage a été localisé à l'intérieur sur une inclusion de MnS.

Sens 45° : Sur les surfaces de rupture de l'éprouvette A56 (R = 0, σ_{max} = 680 MPa, 4 385 600 cycles), l'amorçage est localisé à environ 1 mm de la surface sur une inclusion. Il s'agit de Al/Ca/Ti et de MnSCa. Sur les éprouvettes A12 (R = -1, σ_{max} = 400 MPa, 8 504 900 cycles) et A16 (R = -1, σ_{max} = 400 MPa, 4 385 600 cycles), l'amorçage est dû à la présence d'inclusions de type MnS.

Sens Travers : Pour cette orientation, nous observons deux types d'amorçage :

- amorçage sur des inclusions globulaires de type Al/Ca, éprouvette T63 (R = -1, σ_{max} = 310 MPa, 4 728 600 cycles)

- amorçage sur des inclusions allongées de type MnS, éprouvette T52 (R = -1, σ_{max} = 340 MPa, 5 629 300 cycles)

Les amorçages sur des inclusions de type MnS sont les plus nombreux. Dans ce cas, les sulfures se présentent sous une forme allongée vis à vis de la sollicitation (Figure III-3).

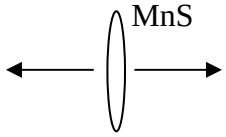


Figure III-3 : Orientation des inclusions de sulfure vis-à-vis des sollicitations, en sens travers

Torsion

Aucune lunule identique à celles observées dans le cas des éprouvettes de traction alternée n'était visible, ce qui complique le repérage de la localisation de l'amorçage. Au faible grandissement, une rupture selon l'axe de l'éprouvette en sifflet vers l'avant et en hélice vers l'arrière a été observée. La face arrière apparaît comme celle où l'amorçage s'est produit (présence de rivières). A plus fort grossissement, il est apparu que dans cette zone, des

inclusions débouchent perpendiculairement à la surface. Pour cette orientation, il existe des trous en surface où débouchent des inclusions. Ces dernières sont trop enchâssées pour pouvoir en déterminer la nature. Dans plusieurs cas, la présence de microfissures a été constatée. Cependant aucune microfissure n'a été observée en surface dans une direction perpendiculaire au sens long.

Conclusion

Il apparaît clairement que les sulfures allongés, de type MnS, jouent un rôle prépondérant dans l'amorçage des fissures conduisant à la rupture de l'éprouvette, bien que dans le sens travers il est arrivé qu'un oxyde se substitue aux sulfures pour amorcer la fissure de fatigue. Nous pouvons toutefois considérer que ce cas reste isolé.

III.1.2 Comparaison entre l'aire de défaut mesurée et le paramètre « area » de l'équation de Murakami

Le critère pour matériaux dits à défauts, que nous avons implémenté dans Forge3®, devrait être bien adapté pour le matériau de ces essais. Pour vérifier cela nous allons calculer la valeur du paramètre *area* correspondant à la contrainte appliquée pour les éprouvettes rompues et nous la comparerons aux aires mesurées expérimentalement.

Pour cela, nous utilisons l'équation de Murakami, dans laquelle nous remplaçons la limite de fatigue par la valeur de la contrainte appliquée. Nous obtenons ainsi la valeur du paramètre *area* au-delà de laquelle une rupture serait observée, pour la contrainte considérée.

$$\sigma_w = \frac{1.56 \times (Hv + 120)}{\left(\sqrt{area}\right)^{(1/6)}} \times \left(\frac{1-R}{2}\right)^{(1/2)} \qquad \textit{(III-1)}$$

Dans tous les cas, l'amorçage est localisé à l'intérieur du fût sauf pour l'éprouvette A56 pour laquelle l'amorçage avait été localisé à environ 1 mm de la surface sur une inclusion. Pour cet échantillon, nous remplaçons dans la relation (III.1) le facteur 1,56 par 1,43 comme le préconise Murakami pour des défauts internes (cf. § I.6.9). Les tableaux III.6 et III.7 présentent les aires calculées et aires mesurées pour les différents essais de traction-compression à R = -1 et R = 0.

Orientation	SigmaD (MPa)	Contrainte Appliquée (MPa)	Dureté (HV)	Aire limite critère		Aire mesurée
Long	516	L9 : 490	375	235 µm²	≥	~ Ø 16 µm soit 201 µm²
45°	427	A12 : 400	388	3657 µm²	≥	~ 3000 µm²
45°	427	A16 : 400	388	3657 µm²	≤	~ Ø 70 µm soit 3848 µm²
Travers	329	T52 : 340	393	28917 µm²	≤	~ 30*1000 soit 30000 µm²
Travers	329	T63 : 310	393	87612 µm²	>	~ 28 000 µm²

Tableau III-6 : Rapport de charge (R = -1)

Orientation	SigmaD (MPa)	Contrainte Appliquée (MPa)	Dureté (HV)	Aire calculée		Aire mesurée
Long	396	L63 : 415	375	192 µm²	≈	~ 190 µm²
Long	396	L64 : 385	375	474 µm²	≈	~ 400 µm²
Long	396	L67 : 400	375	299 µm²	≈	~ Ø 20 µm soit 314 µm²
45°	347	A56 : 340	388	2842 µm²	<	~ 3800 µm²
45°	347	A74 : 355	388	1693 µm²	≈	~ Ø 55 µm soit 1590 µm²
Travers	237	T15 : 235	393	267750 µm²		~ 25* ? µm²
Travers	237	T44 : 250	393	127428 µm²	>>	~ Ø115 µm soit 10386 µm²

Tableau III-7 : Rapport de charge (R = 0)

Pour le rapport de charge R = -1 (Tableau III-6), nous obtenons une bonne adéquation entre les ordres de grandeur des aires mesurées et des aires calculées, hormis pour l'éprouvette T63, pour laquelle l'aire mesurée est très inférieure à la valeur de l'aire calculée. Toutefois, pour qu'il y ait rupture, il est nécessaire que la valeur du paramètre *area* soit supérieure à la valeur limite qui est calculée. Or, nous avons parfois des résultats contraires.

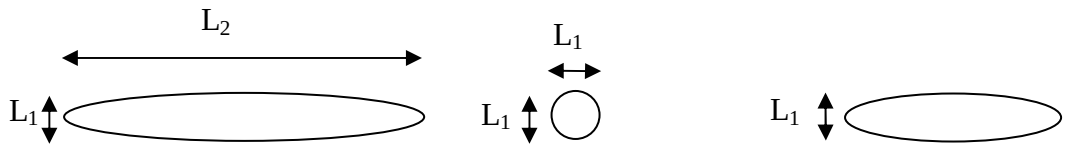
Nous obtenons des résultats assez similaires pour le rapport de charge R = 0. On remarque aussi que les plus grosses différences sont observées pour le sens travers.

Dans le sens travers, des facteurs supplémentaires doivent jouer de manière plus marquée sur la résistance à la fatigue. Nous resterons donc prudents et garderons ces observations en mémoire lors de l'analyse des résultats des simulations numériques.

III.1.3 Détermination du taux de corroyage

Nous assimilons les inclusions à des ellipsoïdes de révolution. L'axe de révolution est orienté suivant la direction du sens de corroyage (c'est-à-dire le sens long).

Ainsi, pour une éprouvette prise dans le sens long, la projection de l'inclusion suivant la normale aux sollicitations a la forme d'un disque, dont le rayon est égal au petit axe de l'ellipsoïde. Dans le sens travers, c'est une ellipse dont les axes sont égaux au petit axe et au grand axe de l'ellipsoïde. Dans la direction 45°, un des axes de l'ellipse est égal au petit axe de l'ellipsoïde.



(a) sens travers (b) sens long (c) sens 45°

Figure III-4 : Projection d'une inclusion ellipsoïdale (de révolution), orientée dans le sens du fibrage, suivant la normales aux sollicitations, dans le cas de la traction

Nous allons utiliser les observations micrographiques des éprouvettes rompues afin de déterminer le taux de corroyage de la billette à partir de laquelle ont été prélevées les éprouvettes.

III.1.3.1 Utilisation des observations micrographiques des éprouvettes sens travers

Nous disposons des mesures (longueur L_1 et largeur l_1) des dimensions des inclusions pour lesquelles la rupture s'amorce.

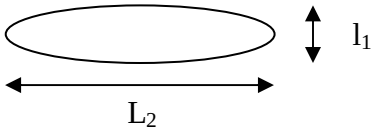


Figure III-5 : Dimensions des inclusions approximées par des ellipsoïdes de révolution

Par définition, le taux de corroyage est égal au rapport de la section initiale sur la section finale. En supposant que l'inclusion était au départ sphérique et en considérant la conservation de volume ($V_0 = V_1$), on obtient :

$$\frac{4}{3}\pi * \left(\frac{L_0}{2}\right)^3 = \frac{4}{3}\pi * \left(\frac{L_1}{2}\right) * \left(\frac{l_1}{2}\right)^2 \Leftrightarrow L_0^3 = L_1 . l_1^2$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{L_0}{L_1}\right)^3 = \left(\frac{l_1}{L_1}\right)^2$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{L_1}{L_0} = \left(\frac{L_1}{l_1}\right)^{2/3}$$

et donc : $x = {S_0}/{S_1} = {L_1}/{L_0} = \left({L_1}/{l_1}\right)^{2/3}$

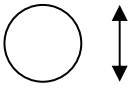
Par exemple, pour l'éprouvette T52 (R = -1), l'inclusion à l'origine de la rupture avait pour dimension l_1 = 30 µm et L_1 = 1000 µm.

Nous obtenons ainsi le taux de corroyage avec la relation $x = \left(\frac{L_1}{l_1}\right)^{2/3}$, et donc **x ≈ 10,3.**

Ce qui permet de déduire la taille initiale de l'inclusion avec $x = \frac{L_1}{L_0}$, ce qui donne **L_0 ≈ 100 µm.**

III.1.3.2 Utilisation des observations micrographiques des éprouvettes sens long

D'après l'étude, la dimension mesurée en sens long est la suivante :



On suppose que le corroyage est identique ; on peut alors déduire la longueur de l'inclusion :

$L_1 = x^{2/3} * l_1 \approx 506\ \mu m \Rightarrow$ **L_0 ≈ 50,6 µm**

Pour le rapport R = 0, nous avons fait de même en supposant que le taux de corroyage était toujours le même. En effet, nous n'avons pas pu évaluer le fibrage car nous ne disposions que de la mesure de l1. Nous avons calculé L_1 et L_0 :

$$L_1 = x^{2/3} * l_1 \approx 790\ \mu m \Rightarrow \mathbf{L_0 \approx 79\ \mu m}$$

III.1.3.3 Bilan sur le calcul du corroyage

Nous avons déduit le taux de corroyage à partir des observations des éprouvettes prélevées dans le sens long. Nous avons ensuite pu déterminer l'ordre de grandeur des inclusions à partir desquelles la rupture s'amorce. Nous retiendrons donc que le taux de corroyage est de l'ordre de 10 et que la dimension des inclusions (ramenées à une forme sphérique) auxquelles nous nous intéressons, se situe à priori entre 50 et 100 microns de diamètre. Ce domaine, assez large, est à mettre en parallèle avec l'aspect statistique du comportement en fatigue. En effet, la dispersion des résultats de fatigue est directement liée à la distribution des inclusions.

III.1.4 Analyse des résultats des essais de traction alternée

III.1.4.1 Prédictivité de l'équation de Murakami en fonction du rapport de charge

Dans un premier temps, nous effectuons une moyenne des résultats de mesures d'aires (Tableau III-8). Il est intéressant de comparer les aires mesurées expérimentalement pour les essais de traction à R = -1 et R = 0. On peut ainsi vérifier que, pour chaque direction, les ordres de grandeur sont identiques. Par exemple, dans le sens long on obtient des aires de 200 µm² et 300 µm² en moyenne, et dans le sens 45° des aires de 3424 µm² et 3087 µm². En revanche, les aires mesurées pour le sens travers sont nettement différentes, en particulier pour $R = 0$.

	Aire mesurée pour R = -1	Aire mesurée pour R = 0	Aire calculée pour R = -1	Aire calculée pour R = 0
Sens long	200 µm² **moyenne : 200 µm²**	190 µm² 400 µm² 314 µm² **moyenne : 301 µm²**	145 µm²	380 µm²
Sens 45°	3000 µm² 3848 µm² **moyenne : 3424 µm²**	3800 µm² 2375 µm² **moyenne : 3087 µm²**	1500 µm²	2600 µm²
Sens travers	30000 µm² 28000 µm² **moyenne : 29000 µm²**	10386 µm² **moyenne : 10386 µm²**	30000 µm²	180000 µm²

Tableau III-8 : Aires mesurées et aires calculées pour les essais de traction à R = 0 et R = -1

Afin d'évaluer la prédictivité de l'équation de Murakami, nous pouvons comparer l'aire qu'il est nécessaire d'introduire pour obtenir les limites de fatigue expérimentales (Tableau III-8, deux dernières colonnes). La première remarque est que l'on obtient des ordres de grandeur proches de ceux mesurés, sauf pour l'essai de traction répétée (R = 0) sens travers pour lequel on calcule 180000 µm², ce qui est beaucoup plus que les aires mesurées. La seconde remarque est que, pour la traction répétée, les aires calculées sont systématiquement plus importantes que pour la traction alternée. Deux explications peuvent être avancées :

- La distribution des inclusions des éprouvettes pour les essais de traction alternée semble montrer la présence d'inclusions plus grosses ; il est alors normal de retrouver cette différence sur les aires calculées ;
- L'équation de Murakami ne retranscrit apparemment pas l'effet du rapport de charge. En gardant une taille d'inclusion identique, la limite de fatigue est alors surestimée pour le rapport de charge R = 0 ;

Les valeurs mesurées ne concernent pas l'ensemble des éprouvettes et on ne peut donc pas s'appuyer uniquement sur la première hypothèse. Mais, il est raisonnable de penser que la seconde hypothèse est vraie. En effet, bien que l'équation de Murakami donne de bons résultats d'une manière générale, on conçoit qu'étant donné sa simplicité elle ne soit pas universelle en terme de rapport de charge. En effet, il est raisonnable de penser qu'un rapport de charge différent de -1 (donc un chargement non centré) entraîne des phénomènes d'adaptation ou d'accommodation du matériau dans certaines zones et en particulier au voisinage de la fissure. Ces phénomènes sont directement dépendants de l'écrouissage du matériau et donc chaque matériau n'aura pas exactement le même comportement. C'est pourquoi il est a priori difficile de prendre en compte l'effet du rapport de charge de la même manière pour une large gamme de matériaux. Des analyses plus fines permettraient de mieux tenir compte de l'effet du rapport de charge.

III.1.4.2 Origine de l'anisotropie

L'anisotropie observée dans les résultats de limite de fatigue peut être liée directement à la morphologie des inclusions, mais elle peut aussi être liée au rôle des barrières microstructurales lors de la propagation des fissures. Nous avons effectivement vu dans le premier chapitre (§I.4.7) que le seuil de propagation est dépendant de la taille de grain. Dans notre cas, la structure corroyée de l'acier engendre une morphologie de grain anisotrope : les grains sont allongés dans la direction de corroyage. La Figure III-6 schématise la quantité de barrières microstructurales rencontrées par la fissure en fonction de la direction de propagation de la fissure dans notre acier corroyé. Si la fissure se propage dans la direction de corroyage (cas 1), alors elle va rencontrer peu de barrière microstructurales. En revanche, dans la direction transverse (cas 2) elle rencontrera beaucoup de barrières microstructurales. Dans le cas 3, à 45°, la situation est intermédiaire.

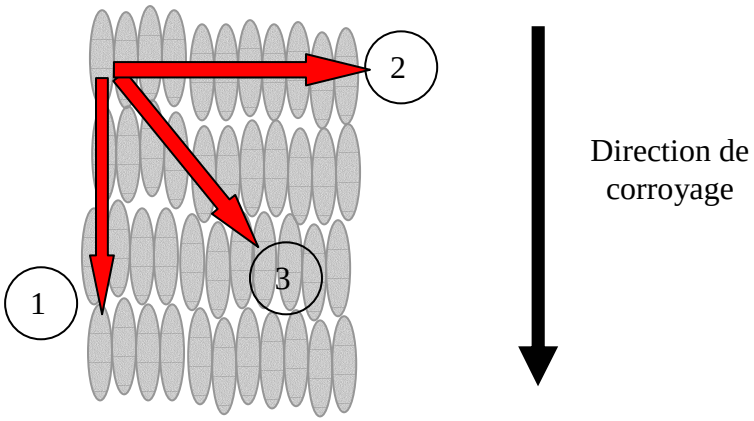


Figure III-6 : Influence du sens de corroyage sur la densité de barrières microstructurales rencontrées par une fissure

Pour simplifier, avec plus de barrières microstructurales, le seuil de propagation de la fissure est plus important et la limite d'endurance et donc plus élevée.

Pour déterminer si les barrières microstructurales jouent un rôle dans notre cas, il suffit de vérifier si le paramètre *area* mesuré, utilisé dans l'équation de Murakami, permet bien d'obtenir la limite d'endurance expérimentale. Ceci sera exact, sous réserve bien sûr, de la validité de l'équation de Murakami. Nous utiliserons donc uniquement les résultats en traction alternée, et nous évaluerons l'influence de la dureté utilisée.

Le Tableau III-9 présente pour chaque sens de prélèvement la valeur du paramètre *area* qu'il est nécessaire d'introduire dans l'équation de Murakami pour obtenir les limites d'endurance expérimentales. On voit que la valeur de dureté utilisée dans l'équation de Murakami a une grande importance. Par exemple, en sens travers la valeur du paramètre *area* peut varier entre 28500 (avec la dureté sens opposé, c'est-à-dire mesurée sur le sens long) et 42000 μm² (dureté sens travers, donc mesurée sur le même sens).

	Limite d'endurance expérimentale	Aire mesurée pour R = -1	Aire calculée avec la dureté même sens	Aire calculée avec dureté sens opposé
Sens long	515 MPa	moyenne : 200 μm²	130 μm²	200 μm²
Sens 45°	427 MPa	moyenne : 3424 μm²	1650 μm²	1650 μm²
Sens travers	329 MPa	moyenne : 29000 μm²	42000 μm²	28500 μm²

Tableau III-9 : Valeur du paramètre « area» à introduire dans l'équation de Murakami pour obtenir les limites d'endurance expérimentale, en fonction de la valeur de dureté retenue

On observe une très bonne correspondance en utilisant la dureté prise dans le sens opposé pour le sens long et le sens travers. En revanche, à 45° on ne peut pas définir une autre dureté que celle obtenue à 45° et on note ici une différence importante (1650 μm² contre 3424 μm²). Pour obtenir une concordance à 45°, il faudrait utiliser une dureté de 420 Hv, ce qui est supérieur à toutes les duretés mesurées.

La première hypothèse est que les mesures d'aires expérimentales sont plus élevées qu'elles ne le sont en réalité. Cependant, cette hypothèse ne paraît pas la plus plausible.

On peut aussi s'interroger sur l'utilisation de la dureté dans l'équation de Murakami. Rappelons que la dureté est un essai tridimensionnel qui n'est stricto sensu plane, d'où la difficulté de la relier à une orientation ou un plan de coupe. Cette dureté traduit vraisemblablement l'action des barrières microstructurales qui « gênent » la propagation de la fissure. La dureté évoluant à l'inverse de la taille de grain ou de la distance entre les barrières microstructurales, ce paramètre est bien adapté pour un milieu isotrope. Pour des essais de fatigue dans les sens travers et sens long, ce paramètre semble aussi bien adapté (sous réserve de prendre la bonne dureté). En revanche, à 45°, par exemple, on voit qu'il serait nécessaire de prendre une dureté plus élevée pour que l'équation de Murakami donne de bons résultats. On peut alors supposer que pour cette orientation, la mesure de dureté traduise mal l'action des barrières en fatigue. En effet, les sollicitations durant l'essai de dureté à 45° et la direction de propagation de la fissure en fatigue à 45° ne sont peut être pas suffisamment « comparables ». En fatigue, la fissure peut rencontrer, au départ, plus de barrières à 45° qu'en sens long ou en sens travers. C'est ce que schématise en 2D la Figure III-7. Dans ce cas, il faudrait introduire un paramètre dureté modifié à 45°, supérieure à la dureté réelle, en l'occurrence 420 HV.

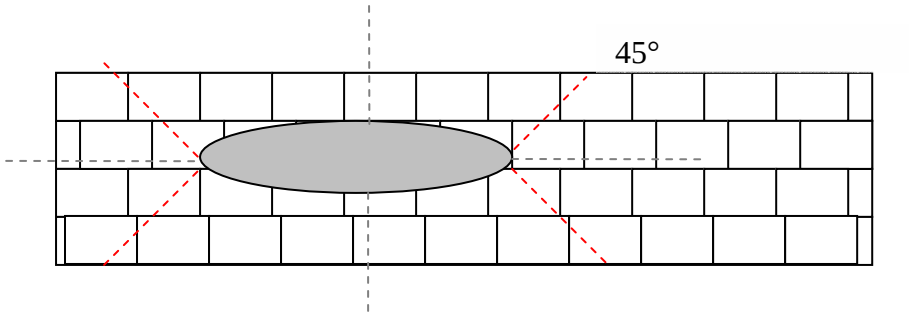


Figure III-7 : Densité de barrières microstructurales rencontrées au départ, par une fissure initiée sur une inclusion, en fonction de la direction

Ces résultats permettent de proposer les conclusions suivantes :

- il faut utiliser pour l'équation de Murakami, la dureté mesurée dans le sens opposé ;
- à 45° l'utilisation de la dureté dans l'équation de Murakami n'est peut être pas adaptée alors qu'un paramètre dureté modifié avec une valeur plus élevée le serait plus ;
- l'anisotropie de la limite d'endurance est principalement due aux inclusions, et le rôle des barrières microstructurales est limité à celui la dureté utilisée dans l'équation de Murakami. Cela représente des écarts de l'ordre 3,6%, sur un écart total de 36%. L'effet des barrières microstructurales représenteraient donc 10% de l'anisotropie.

Le deuxième point amène une question supplémentaire :

- Quelle valeur de dureté utiliser dans l'équation de Murakami pour des orientations comprises entre le sens long et le sens travers ?

Ce point sera abordé par la suite.

III.1.4.3 Couplage de la modélisation du corroyage avec l'utilisation du critère de Murakami

D'après les analyses précédentes, nous avons estimé un taux de corroyage autour de 10 et une taille d'inclusion sphérique initiale entre 25 et 50 microns (de rayon). Le Tableau III-10 compare les résultats obtenus en utilisant notre modèle (calculs analytiques) avec les résultats expérimentaux.

	SENS LONG		SENS 45°		SENS TRAVERS	
	area	σ_D	*area*	σ_D	*area*	σ_D
Dimension : 25 microns (rayon)	196	**515 MPa**	803	**455 MPa**	6209	**373 MPa**
Dimension : 50 microns (rayon)	785	**459 MPa**	1752	**426 MPa**	24836	**332 MPa**
Résultats expérimentaux	200	515 MPa	3424	427 MPa	29000	329 MPa

Tableau III-10 : Limites de fatigue obtenues en utilisant le critère dérivé de l'équation de Murakami couplé à la modélisation du fibrage, pour un taux de corroyage de 10 et deux tailles d'inclusions

La Figure III-8 montre l'évolution de la limite de fatigue calculée avec le critère dérivé de l'équation de Murakami, en fonction de l'orientation des inclusions, pour un corroyage de 10

(valeur estimée) et pour deux dimensions d'inclusions, 25 et 50 microns. Ces dimensions d'inclusions sont les bornes de l'intervalle que nous avons estimé dans notre cas. Nous pouvons voir que nous n'obtenons pas une anisotropie suffisante avec notre modèle et avec les données (corroyage et taille d'inclusions) calculées à partir des observations micrographiques. De plus, nous voyons que plus la dimension d'inclusion est importante et plus la limite de fatigue a tendance à augmenter pour les premiers degrés, lorsque la dureté modifiée est utilisée. La valeur à 45° reste néanmoins plus faible que celle dans le sens long. Cela semble peu plausible et ce phénomène peut aussi être dû à notre modélisation des inclusions et de leur corroyage.

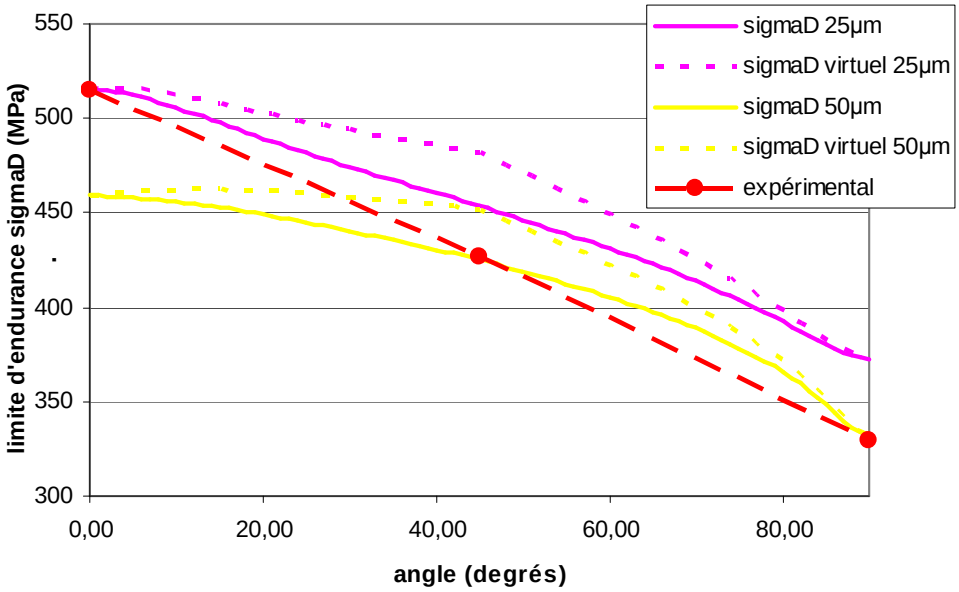


Figure III-8 : Influence de la taille d'inclusion sur l'évolution de la limite de fatigue en fonction de l'orientation des inclusions

Nous pouvons alors étudier l'influence de ces données d'entrée.

Les Figure III-9 et Figure III-10 montrent l'influence du corroyage pour des inclusions d'un rayon initial de 25 microns (limite inférieure en terme de taille). Pour la Figure III-10, la dureté utilisée à 45° correspond à la valeur modifiée.

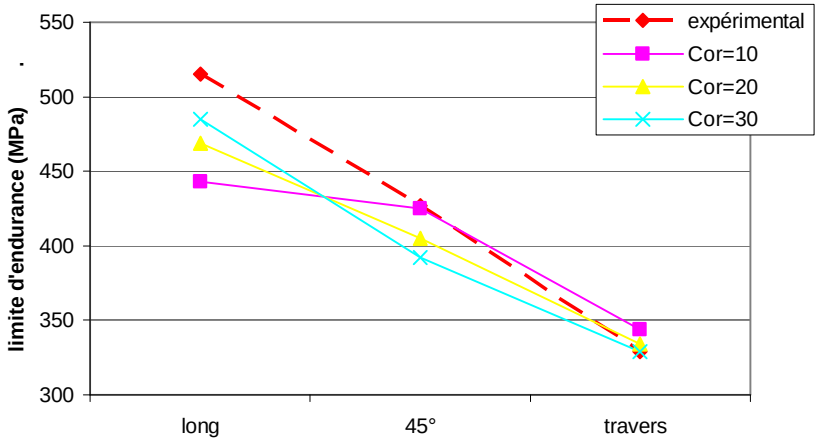


Figure III-9 : Influence du corroyage sur les limites de fatigue dans les trois sens de prélèvement, pour des inclusions de rayon initial 50 microns

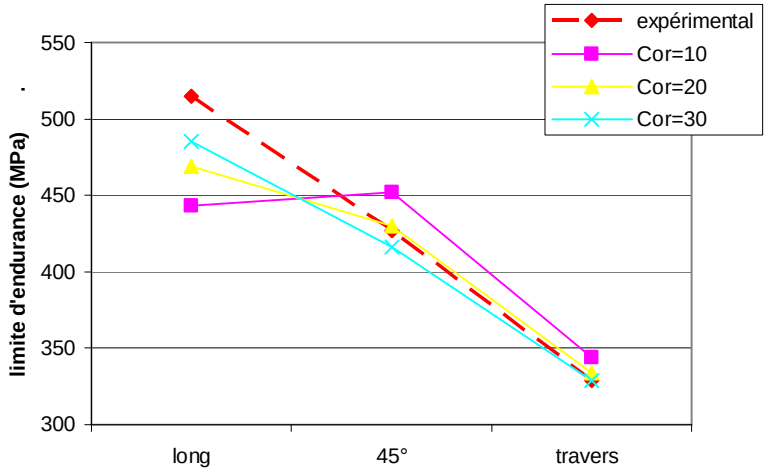


Figure III-10 : Influence du corroyage sur les limites de fatigue dans les trois sens de prélèvement, pour des inclusions de rayon initial 50 microns, en utilisant la dureté modifiée à 45°

La limite de fatigue en sens travers est assez proche de l'expérience. Pour un corroyage de 10 la limite de fatigue à 45° reste elle aussi assez proche de l'expérience. En revanche, pour approcher la limite de fatigue en sens long il faut aller vers des valeurs de corroyage très importantes (au-delà de 30). Dans ce cas là la limite de fatigue à 45° s'écarte de la valeur expérimentale, alors que la limite en sens travers reste acceptable.

Les Figure III-11 et Figure III-12 (utilisation de la dureté modifiée) montrent l'influence du corroyage pour des inclusions de rayon initial de 25 microns (cette fois ci notre limite inférieure en terme de taille). On observe, inversement au cas précédent que les limites de fatigue en sens long sont les plus proches des valeurs expérimentales (en particulier pour un corroyage de 10). Cependant, les limites de fatigue sont trop élevées dans le sens travers et pour la direction 45° lorsqu'on utilise la dureté modifiée.

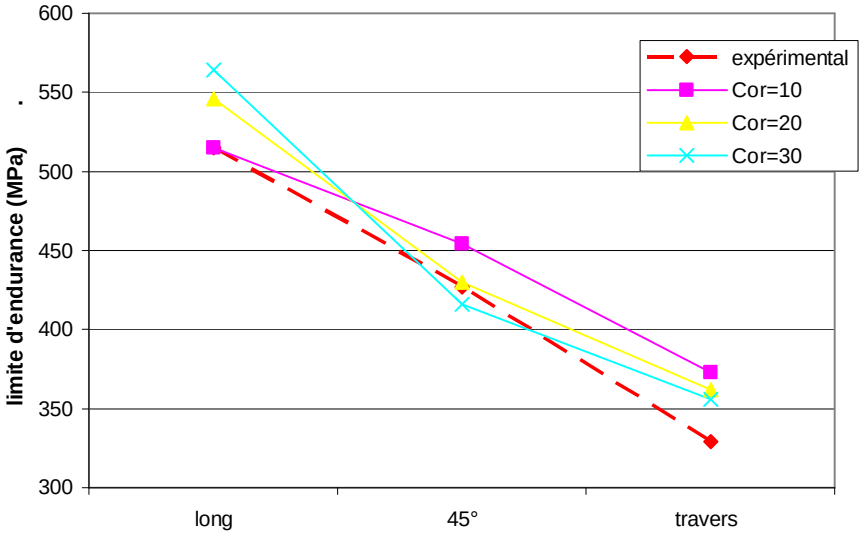


Figure III-11 : Influence du corroyage sur les limites de fatigue dans les trois sens de prélèvement, pour des inclusions de rayon initial 25 microns

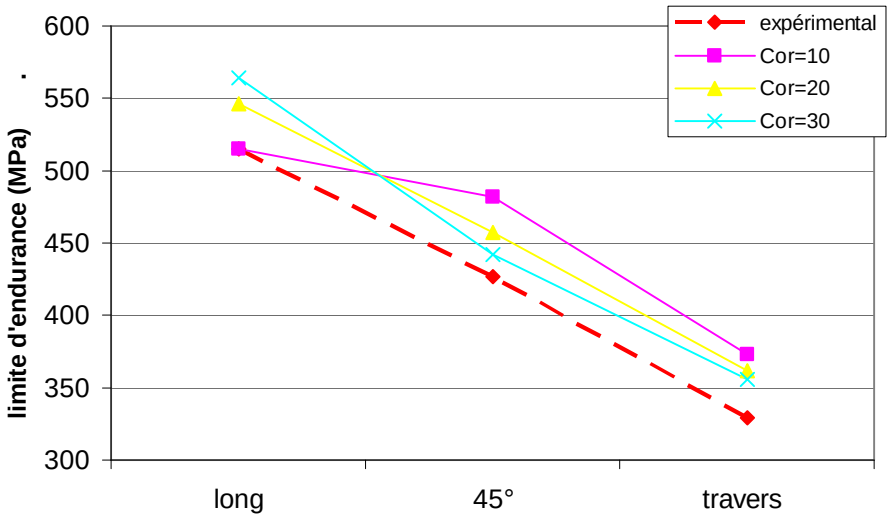


Figure III-12 : Influence du corroyage sur les limites de fatigue dans les trois sens de prélèvement, pour des inclusions de rayon initial 25 microns, en utilisant la dureté modifiée à 45°

A partir de ces résultats, nous nous sommes demandé quel jeu de paramètres pouvait permettre d'obtenir les bons résultats.

La Figure III-13 montre les limites de fatigue obtenues pour un corroyage de 27 et un rayon initial de 42 microns. Les résultats concordent pour les sens long et travers, et pour la limite de fatigue à 45° lorsqu'on utilise la dureté modifiée. Il est intéressant de noter que dans ce cas l'évolution de la limite d'endurance est quasiment linéaire au-delà de 45°, alors qu'au départ elle décroît très rapidement.

Avec les valeurs entrées (corroyage et taille d'inclusion), nous obtenons des inclusions ellipsoïdales de longueur 2270µm et de largeur 16µm. Une telle longueur semble aberrante. D'une part, cela ne correspond pas aux observations expérimentales, et d'autre part les inclusions seraient vraisemblablement fragmentées pour de tels allongements.

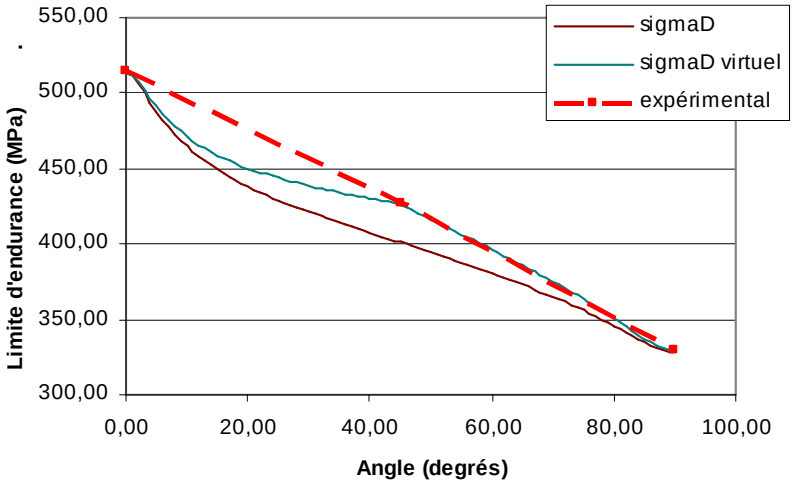


Figure III-13 : Comparaison des limites de fatigue expérimentales et celles obtenues par le calcul en considérant un corroyage de 35 et des inclusions de rayon initial 45 microns

Nous noterons néanmoins que les observations expérimentales peuvent aussi sous estimer la valeur du paramètre *area*, du fait que les inclusions peuvent êtres plus en profondeur dans la matrice par rapport au plan d'observation, et on voit alors une surface plus faible qu'en réalité.

Cette analyse a permis de mettre en évidence que notre modélisation du fibrage ne représente pas parfaitement la réalité de ce cas, et qu'en l'occurrence le taux d'anisotropie de la tenue en fatigue est minimisé. Les mesures réalisées donnent des valeurs du paramètre *area* entre 200µm² (sens long) et 29000 µm² (sens travers). Notre modélisation nécessite d'utiliser un taux de corroyage de 27 pour obtenir de telles valeurs, ce qui n'est pas réaliste. Des alignements d'inclusions, des localisations de déformation avec des écrouissages anisotropes, ou bien des fragmentations pourraient expliquer que l'on obtienne de tels résultats.

III.1.5 Analyse et simulation numérique des essais de torsion alternée

Avant de présenter les résultats expérimentaux en torsion alternée, nous allons analyser l'essai de torsion afin de voir comment vont intervenir les inclusions en fonction des différents sens de prélèvement des éprouvettes. Nous allons donc montrer comment les inclusions sont « vues » par les contraintes normales principales.

Pour cela commençons par définir les directions des contraintes principales pour l'essai de torsion. A la surface de l'éprouvette, celles-ci sont dans le plan tangent à la surface, à 45° de part et d'autre de la direction de l'axe de l'éprouvette (Figure III-14).

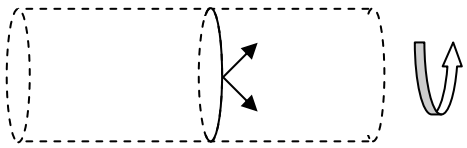


Figure III-14 : Direction des contraintes principales pour un essai de torsion

Il s'agit ensuite de voir quelles peuvent être les positions relatives possibles des inclusions par rapport à ces contraintes principales. Pour une éprouvette sens long, l'inclusion sera toujours orientée à 45° par rapport aux contraintes principales. En effet, on se ramène toujours à la situation de la Figure III-15.

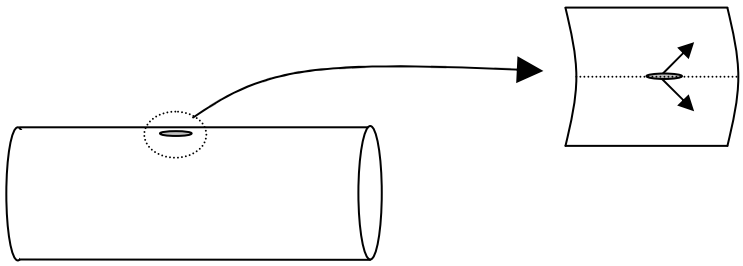


Figure III-15 : Orientation des inclusions par rapport aux contraintes principales pour un essai de torsion : cas d'une éprouvette prélevée dans le sens long

En revanche, pour une éprouvette sens travers, on trouve deux cas extrêmes. Dans un quadrant de la section de l'éprouvette, l'inclusion sera vue à 45° et dans le sens travers (Figure III-16). Entre ces deux situations obtenues de part et d'autre du quadrant, l'angle varie de 45° à 90°. La situation la plus critique correspond à l'inclusion vue dans le sens travers.

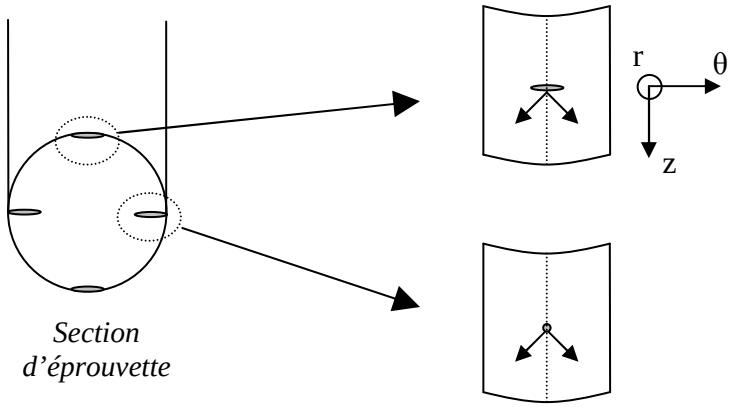


Figure III-16 : Orientation des inclusions par rapport aux contraintes principales pour un essai de torsion : cas d'une éprouvette prélevée dans le sens travers

Enfin, pour une éprouvette prélevée à 45°, on peut voir sur la Figure III-17 que l'on obtient encore deux situations extrêmes, dont la plus critique pour la tenue en fatigue est une inclusion vue dans le sens travers par l'une des deux contraintes principales.

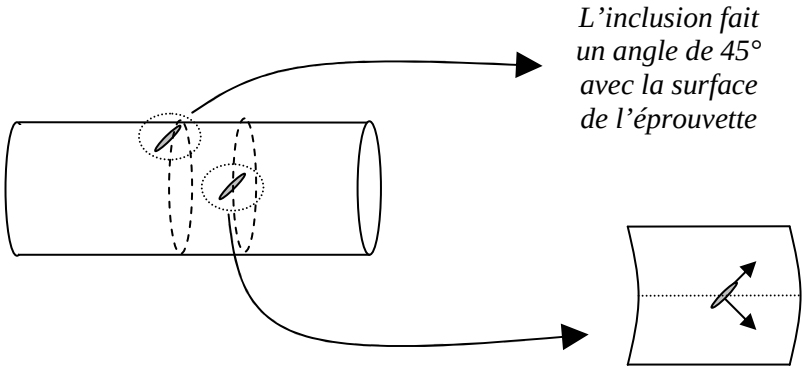


Figure III-17 : Orientation des inclusions par rapport aux contraintes principales pour un essai de torsion : cas d'une éprouvette prélevée dans le sens 45°

Ces analyses sont résumées sur la Figure III-18, qui montre la valeur du paramètre *area* dans la coupe au centre d'une éprouvette cylindrique de torsion. En sens travers et en sens 45° nous voyons que certaines zones ont un paramètre *area* maximum. Le sens 45° présente de plus une surface importante pour laquelle le paramètre est maximum. En sens long, la valeur du paramètre *area* est homogène et elle correspond à une inclusion « vue » à 45° par les contraintes.

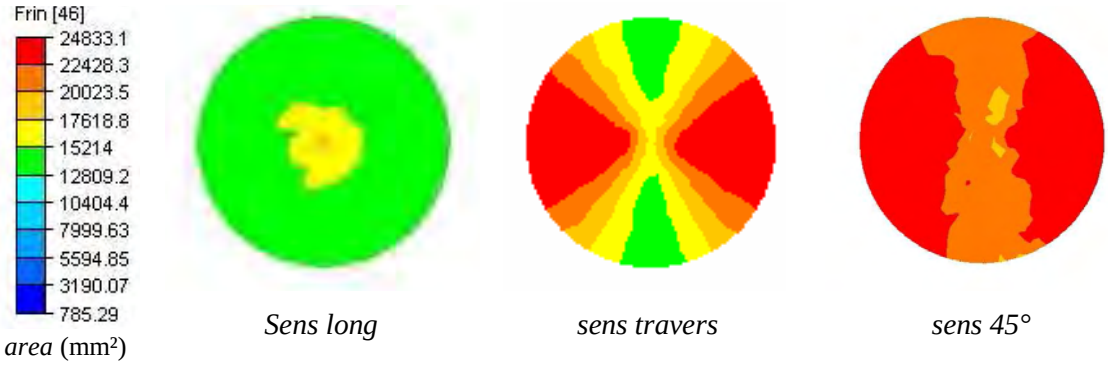


Figure III-18 : Valeurs du paramètre area en fonction du sens de prélèvement des éprouvettes, pour de la torsion simple (calculs Forge3®)

A partir de cette analyse, nous pouvons nous attendre a priori à avoir une limite de fatigue similaire en torsion alternée pour une éprouvette sens travers et une éprouvette prélevée à 45°. Cette limite de fatigue sera plus faible que pour une éprouvette sens long. De plus, en utilisant le facteur correctif obtenu avec la fonction de poids de Murakami et Beretta (cf. chapitre II, § 5.2), nous pouvons estimer les limites de fatigue en torsion alternée à partir des résultats obtenus en traction alternée.

Le Tableau III-11 présente les limites de fatigue expérimentales obtenues en traction alternée et en torsion alternée. La quatrième colonne donne la limite de fatigue théorique en torsion alternée, prenant en compte l'orientation la plus nocive des défauts en fonction du sens de prélèvement des éprouvettes (déterminée précédemment). Pour cela, nous avons multiplié la limite de fatigue obtenue expérimentalement en traction alternée (dans le sens adéquat), par le facteur correctif 0,85, afin de tenir compte de la nature différente des contraintes en torsion. En réalité, il faudrait tenir compte de l'anisotropie des propriétés mécaniques (limites d'élasticité, duretés).

Sens de prélèvement des éprouvettes	*Limite de fatigue expérimentale en traction alternée*	*Limite de fatigue expérimentale en torsion alternée*	*Limite de fatigue attendue en torsion alternée*	*Ecart relatif entre limite de fatigue expérimentale et attendue en torsion alternée*
Sens long	515 MPa	420 MPa	427 x 0,85 = 363 MPa	+ 13,5%
Sens 45°	427 MPa	363 MPa	329 x 0,85 = 280 MPa	+ 22,8%
Sens travers	329 MPa	272 MPa	329 x 0,85 = 280 MPa	- 2,8%

Tableau III-11 : Comparaison des limites de fatigue expérimentales et des limites de fatigue théoriques en torsion

La première remarque est que ces limites théoriques ne concordent pas toujours avec les limites de fatigue obtenues expérimentalement. En effet, on observe des écarts qui peuvent atteindre +22,8%. Plusieurs causes sont envisageables :

- Le facteur correctif de 0,85 n'est pas adapté ;
- Le paramètre *area* n'est pas adapté ;
- La probabilité de rencontrer un défaut de grande dimension là où les contraintes sont maximales est moins élevée dans le cas de la torsion (en effet, les contraintes maximales sont rencontrées à la surface de l'éprouvette, et elles diminuent lorsqu'on se rapproche de l'axe de l'éprouvette) ;
- L'effet des barrières microstructurales joue un rôle supplémentaire ;
- Les contraintes vues par les inclusions sont moins élevées du fait de l'effet de gradient en torsion.

Il est difficile de statuer sur l'adéquation du facteur correctif 0,85. Toutefois, si ce facteur était l'unique source des écarts obtenus, cela signifierait qu'un facteur constant ne permet pas de retranscrire la réalité. En effet, le résultat dans le sens travers est bon alors que pour le sens 45° l'écart est de 22,8%.

On devrait avoir statistiquement une population d'inclusions équivalente pour les essais de torsion, et pour les essais de traction. Donc, pour des contraintes maximales identiques « voyant » des inclusions de même dimension (statistiquement), les limites de fatigue devraient être prédictibles, sans qu'il soit nécessaire de faire intervenir directement le paramètre *area*. Nous pouvons nous interroger sur la réalité de trouver la même probabilité d'avoir des inclusions de grande dimension dans les zones les plus critiques en torsion. En effet, nous avons vu que, pour une éprouvette sens travers, ces zones sont réduites puisqu'elles se situent en surface de l'éprouvette en deux points diamétralement opposés. Cependant, cela irait à l'inverse de la tendance que l'on observe car le plus grand écart serait alors observé pour le sens travers.

Considérons maintenant le rôle des barrières microstructurales. Nous avons cherché les configurations « direction de la contrainte principale maximale / direction des inclusions » qui étaient identiques entre les essais de traction et les essais de torsion. Cependant, nous ne connaissons pas exactement la direction de propagation de la fissure courte en torsion et donc nous ne sommes pas certains de la valeur de dureté à utiliser dans l'équation de Murakami. On peut néanmoins souligner qu'au maximum, les écarts engendrés par les barrières microstructurales sont de 3,6% quand on prend directement la dureté, ou bien de 9% si on utilise la dureté modifiée : écart engendré uniquement par la dureté entre sens travers avec une dureté de 375 HV et sens 45° avec un paramètre dureté modifié de 420 HV. Ces écarts sont donc inférieurs à ceux observés et on ne peut pas impliquer uniquement cet effet.

Enfin, en torsion il existe un gradient de contraintes. Les contraintes sont maximales en surface et nulles sur l'axe de l'éprouvette. Plus les grosses inclusions seront rencontrées en profondeur et plus les sollicitations qu'elles percevront seront atténuées. Ce phénomène aura donc tendance à augmenter la limite d'endurance. Cela va dans le bon sens, du moins pour les résultats en sens long et sens 45°. A ce phénomène peut alors se superposer un effet des barrières microstructurales non transposable directement des résultats en traction. En effet, la nature plus complexe des sollicitations rend l'analyse d'un tel effet plus difficile, à moins de connaître avec précision le mécanisme de propagation des fissures lors de nos essais. N'étant pas en mesure d'accéder à ce type de résultats, nous concluons donc sur l'hypothèse suivante pour expliquer les résultats en torsion **:** le gradient de contrainte en torsion, lié à l'aspect probabiliste de rencontrer une inclusion de grande dimension, est la première cause, avec probablement un effet de barrières microstructurales**.**

III.2 Bilan de l'étude des aciers Ascométal et modification du critère de fatigue

L'analyse des résultats de fatigue de l'acier 42CD4 nous a permis de tester notre critère de fatigue anisotrope. En effet, cet acier présente une anisotropie très marquée au niveau de son comportement en fatigue. Nous avons pu constater que dans ce cas notre modèle n'était pas capable de rendre compte d'autant d'écarts en fonction du sens de prélèvement des éprouvettes. Ceci nous a mené à analyser plus finement l'essai de torsion. Nous avons alors fait l'hypothèse d'une anisotropie due à la contribution de deux effets, l'effet des inclusions et l'effet des barrières microstructurales, ce qui nous a permis d'introduire la notion de dureté modifiée. L'étape suivante va donc consister à introduire l'effet des barrières microstructurales dans notre critère de fatigue.

Afin de prendre en compte l'effet des barrières microstructurales sur le comportement en fatigue d'un matériau dit « avec défauts », nous devons être capables d'intégrer ce paramètre dans le critère de fatigue. Nous venons de voir que ce paramètre est intégré de façon implicite par le biais de la dureté. Rappelons que, dans la valeur de dureté, est intégré un ensemble de

caractéristiques microstructurales et mécaniques, induites par les déformations plastiques antérieures (écrouissages et barrières microstructurales). Les essais de traction-compression ont mis en évidence quelles duretés devaient être utilisées dans le sens long et dans le sens travers. Nous supposerons ici qu'il faut également prendre la dureté « virtuelle » présentée précédemment. N'étant pas en mesure de déterminer comment doit varier la dureté entre ces différentes valeurs, nous la ferons varier linéairement.

Nous utilisons la valeur de dureté obtenue pour un essai de dureté sens travers, que nous multiplions par un facteur correctif. C'est ce que montre la Figure III-19.

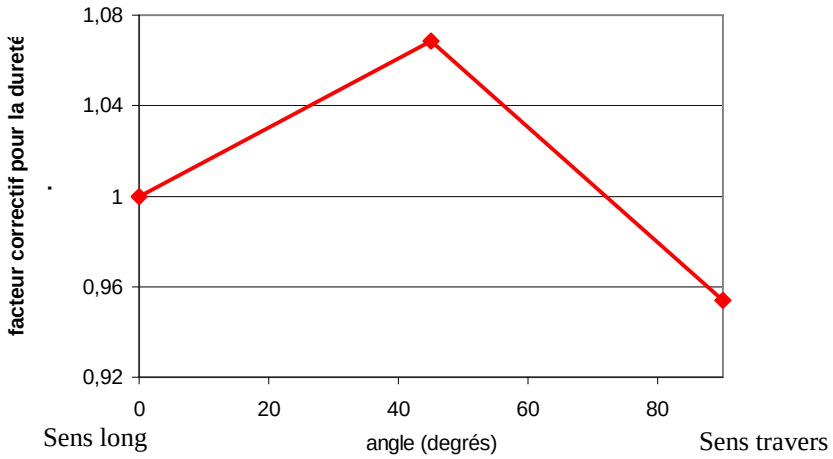


Figure III-19 : Facteur correctif en fonction de l'angle entre la direction de fibrage et la contrainte normale principale, pour l'équation de Murakami modifiée

Les résultats obtenus en torsion ne sont pas pris en compte puisque nous n'avons pas été en mesure de déterminer l'origine des écarts constatés. De plus, si nous admettions les hypothèses faites, les résultats ne seraient pas suffisants pour déterminer avec précision les effets des barrières microstructurales dans le cas de la torsion, et par extension dans le cas des sollicitations complexes.

Dans le critère dérivé de l'équation de Murakami présenté dans le chapitre II (§II.5.3.3), le paramètre de dureté *Hv* sera donc multiplié par le facteur correctif présenté sur la Figure III-19. Ce critère est rappelé ci-dessous :

$$\underset{t}{Max}\left(\frac{\sigma_{eff}^{I}}{1+0{,}1804.\dfrac{\sigma_{eff}^{II}}{\sigma_{eff}^{I}}+0{,}0329.\left(\dfrac{\sigma_{eff}^{II}}{\sigma_{eff}^{I}}\right)^{2}} \times \frac{\sqrt{area}^{1/6}}{1{,}43.(Hv+120)} \right) < 1 \qquad (III\text{-}2)$$

Ce modèle sera appliqué pour tout type de sollicitations, même s'il faut rester conscient des simplifications importantes retenues. Il pourra être amélioré dans le futur au moyen d'autres essais.

III.3 Premier exemple d'application : une vis

Ce premier exemple illustre l'approche développée, avec le calcul du fibrage lors de la mise en forme de la vis, puis l'utilisation du critère dérivé de l'équation de Murakami pour évaluer

le comportement en fatigue de la tête de la vis ; cela suppose que les inclusions dans l'acier sont suffisamment grosses pour amorcer la rupture en fatigue.

III.3.1 Mise en forme de la vis

La mise en forme de la vis se fait en deux étapes de forgeage. La Figure III-21 montre l'ébauchage au cours duquel la géométrie de la tête de la vis est mise en forme.

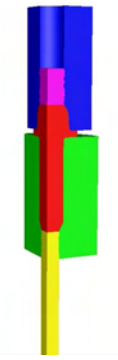


Figure III-20 : Opération de forgeage de la vis

Le matériau de la vis est un acier C15, pour lequel nous avons utilisé la loi de comportement viscoplastique suivante :

$$s = 2K\left(\sqrt{3}\dot{\bar{\varepsilon}}\right)^{m-1}\dot{\varepsilon} \qquad (III\text{-}3)$$

avec $K = K_0\left(\bar{\varepsilon} + \varepsilon_0\right)e^{-\beta T}$

Les valeurs des paramètres utilisés sont les suivantes : K = 1878,37 Mpa ; β = 0,0029 K^{-1}; m=0,141

Le fibrage calculé avec Forge3®, selon notre modélisation (pour des inclusions ductiles), est présenté sur la Figure III-21. Le corroyage initial est pris égal à 2. Dans le corps de la vis qui a été peu modifié, le fibrage correspond au fibrage initial. En revanche, dans la tête on voit que l'orientation du fibrage suit l'écoulement subi par la matière pour aboutir à la géométrie finale.

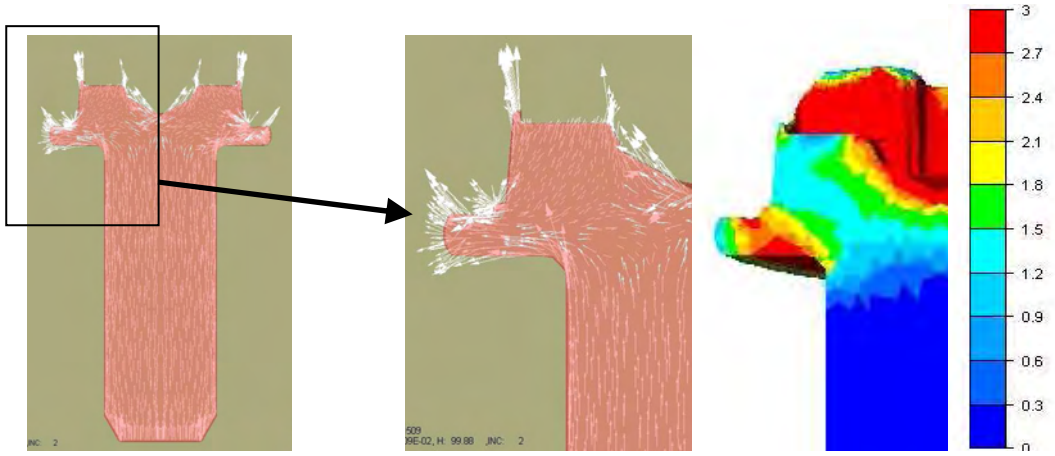


Figure III-21 : Fibrage calculé avec Forge3®, dans une coupe de la vis, et déformation équivalente

III.3.2 Calculs de fatigue

On applique une force simulant le travail en arrachement (donc avec un rapport de charge R = 0) de la vis (Figure III-22). La Figure III-23 montre les valeurs des critères de fatigue. On remarque que le critère de Murakami modifié prévoit une résistance en fatigue plus élevée que le critère de Murakami, car les barrières microstructurales jouent un rôle positif.

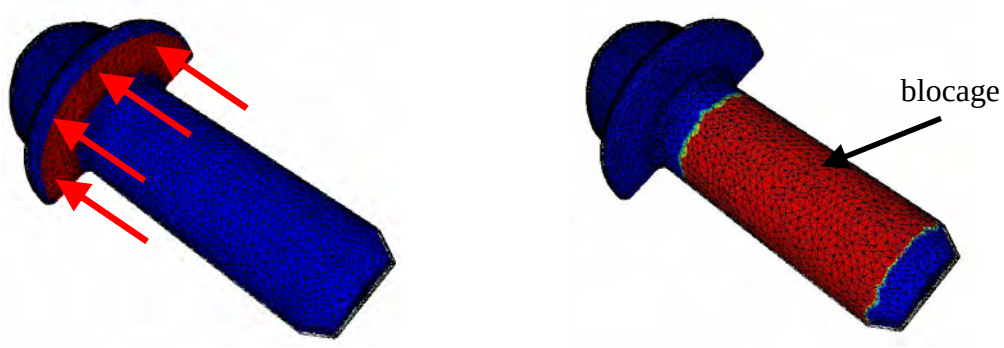
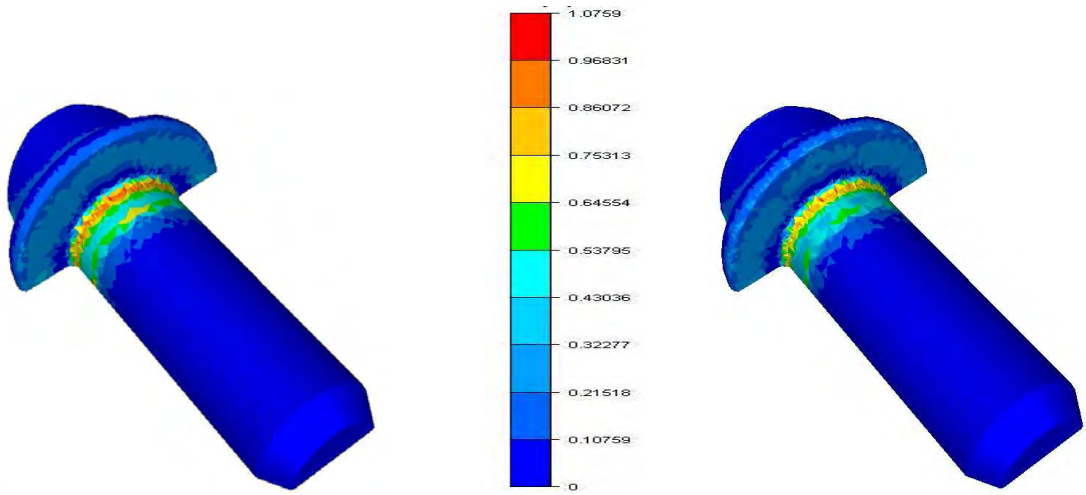


Figure III-22 : Zones d'application des conditions limites pour le calcul de fatigue



(a) Critère de Murakami (b) Critère de Murakami modifié

Figure III-23 : Valeurs des critères de fatigue (travail en arrachement)

Ce cas simple permet de montrer la mise en œuvre du critère de Murakami sur une pièce réelle. Les conditions limites ont pu être appliquées sans difficulté, mais on s'aperçoit que les zones d'application ne sont pas délimitées de manière nette, elles dépendent du maillage qui n'est pas régulier. Toutefois, le caractère anisotrope du comportement en fatigue est bien obtenu avec ce critère, en particulier avec le critère modifié, pour lequel le rôle bénéfique du fibrage est amplifié.

L'influence de la finesse du maillage sera étudiée par la suite sur un autre cas d'application.

III.4 Deuxième exemple d'application : un vilebrequin

III.4.1 Présentation du cas

Le vilebrequin est une pièce maîtresse du moteur puisqu'elle transforme le mouvement alternatif de translation des pistons en un mouvement de rotation. Cette pièce est généralement forgée, mais des vilebrequins sont aussi obtenus par fonderie. Le vilebrequin est principalement soumis à deux types de sollicitations : de la flexion et de la torsion. Dans le contexte de « downsizing » (réduction de la cylindrée des moteurs pour des puissances identiques), les vilebrequins sont, comme l'ensemble du moteur, de plus en plus sollicités. Nous allons ainsi montrer comment utiliser, sur un vilebrequin, les critères de fatigue implémentés dans Forge3®. Cet exemple va permettre de mettre en relief les points forts de notre approche, mais aussi d'identifier les points délicats dans le contexte d'application à des pièces industrielles.

III.4.2 Mise en forme du vilebrequin

L'exemple de vilebrequin dont nous disposons est forgé à chaud en deux étapes (ébauche et finition). Une troisième étape consiste à ébavurer la pièce. D'autres opérations (grenaillage et usinage) sont généralement effectuées à l'issue du forgeage. Nous reviendrons sur l'influence de ces opérations.

III.4.2.1 Simulation des premières étapes de forgeage

Le vilebrequin est en acier 38MnSi4. L'ébauche et la finition sont traitées avec une loi élasto-viscoplastique de type Hansel Spittel :

$$\sigma_f = A e^{m_1 T} \varepsilon^{m_2} e^{\frac{m_4}{\varepsilon}} \dot{\varepsilon}^{m_3} \qquad (III\text{-}4)$$

avec σ_f la limite d'écoulement, et A= 738,294501 MPa ; m_1=-0,0011 K^{-1}; m_2=0,22065 ; m_3=0,01342 ; m_4=0,00065.

Le forgeage est réalisé à chaud. Nous supposons un fibrage homogène dans le lopin de départ correspondant à un corroyage de 2.

Afin d'avoir des temps de calcul raisonnables, le maillage volumique n'est pas très raffiné. La Figure III-24 montre une partie du vilebrequin et du maillage utilisé, à l'issue de la première passe de forgeage.

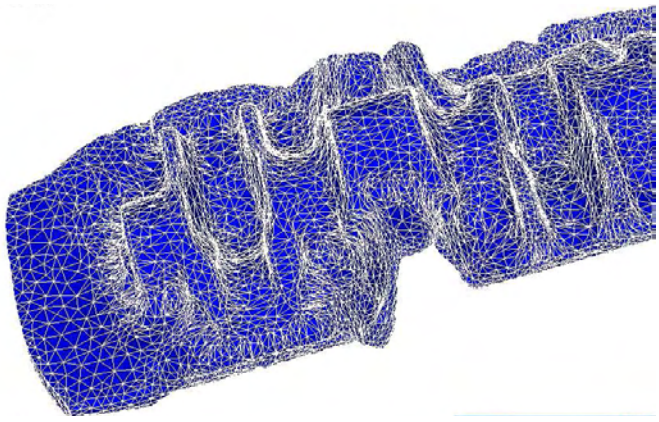


Figure III-24 : Résultat de la première passe de forgeage (ébauche)

Les contraintes résiduelles induites par le forgeage à chaud sont très faibles, comme le montre la Figure III-25. Les contraintes résiduelles les plus élevées sont obtenues dans la bavure qui sera enlevée ultérieurement.

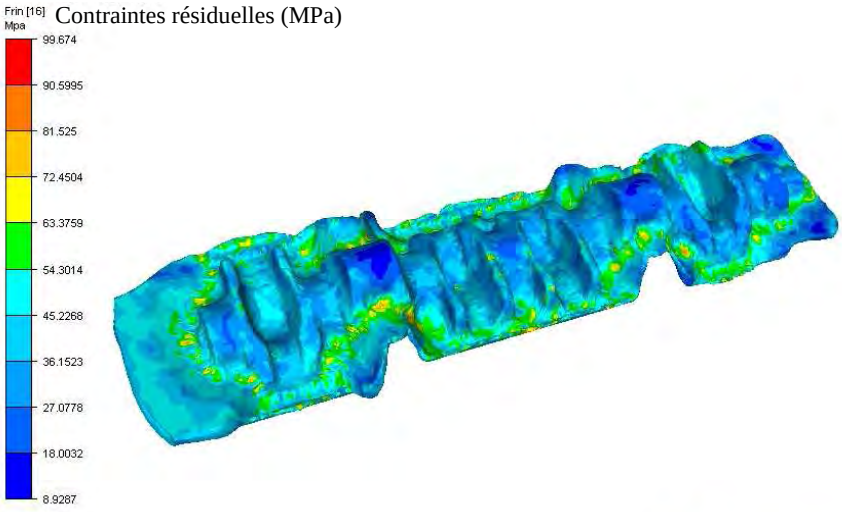


Figure III-25 : Résultat de la seconde passe de forgeage (finition)

III.4.2.2 Ebavurage

La bavure de la pièce, qui est de faible épaisseur, est ensuite découpée. Cette opération est réalisée sur une presse de forge au moyen d'outils adéquats. Cependant, ce n'est pas une opération de forgeage traditionnelle puisque la matière est déformée jusqu'à ce qu'il y ait rupture. Le logiciel Forge3® permet de réaliser ce type d'opération en utilisant une loi d'endommagement couplée c'est à dire que la valeur de l'endommagement modifie la rhéologie du matériau. Lorsque les éléments atteignent un endommagement égal à 1, ils sont éliminés suivant la technique du « kill element ». Dans notre cas, nous avons utilisé une autre fonction du logiciel : l'ébavurage géométrique. Une opération booléenne permet d'éliminer les éléments de la bavure (Figure III-26).



Figure III-26 : Ebavurage géométrique du vilebrequin par opération booléenne

Pour la suite, nous découpons une tranche du vilebrequin (Figure III-27), sur laquelle seront réalisés les calculs de fatigue.

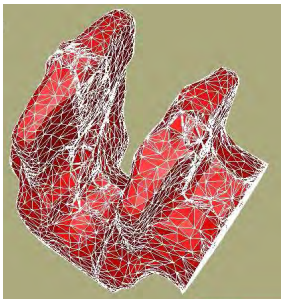


Figure III-27 : Tranche de vilebrequin sur laquelle seront réalisés les calculs de fatigue

III.4.2.3 Fibrage du vilebrequin

Le fibrage a été calculé tout au long de l'opération de forgeage (suivant la modélisation faite pour des inclusions ductiles). La visualisation du fibrage est délicate, de par la complexité de la pièce, et l'orientation tridimensionnelle qui est obtenue. La Figure III-28 montre ce fibrage dans des tranches du vilebrequin, et on voit en particulier le fibrage débouchant dans les contrepoids.

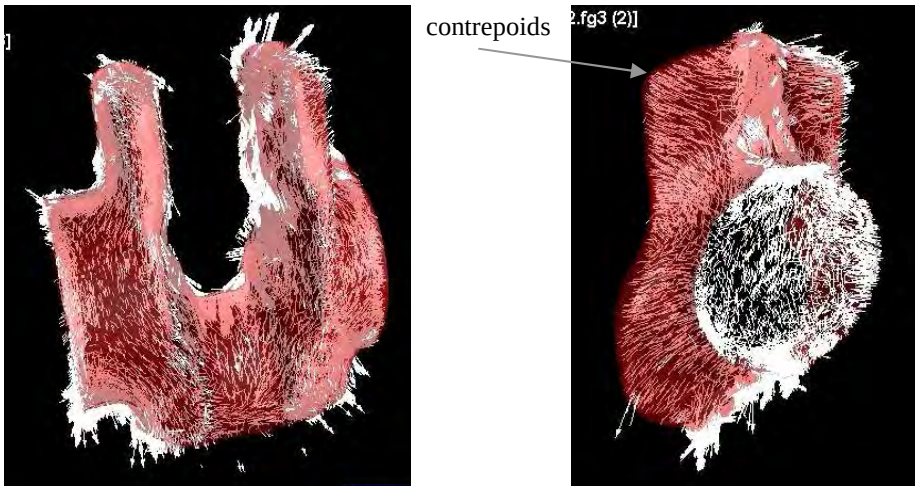


Figure III-28 : Visualisation du fibrage calculé avec Forge3®, dans des coupes du vilebrequin

III.4.3 Calculs de fatigue

III.4.3.1 Applications des sollicitations en fatigue

Nous allons nous intéresser aux sollicitations en flexion. Pour cela, nous appliquons les sollicitations présentées sur la Figure III-29.

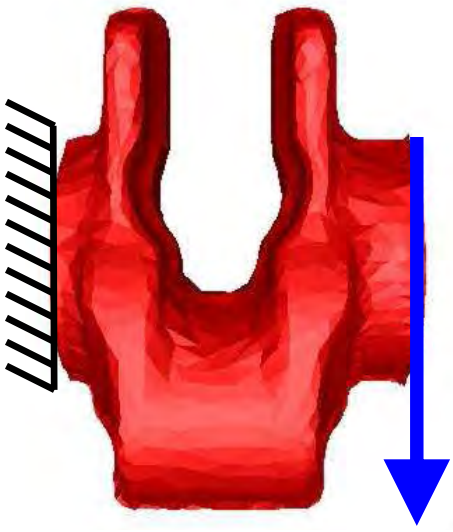


Figure III-29 : Sollicitations appliquées à une tranche de vilebrequin

III.4.3.2 Résultats du critère issu de l'équation de Murakami

Les zones critiques en fatigue obtenues avec Forge3® se situent bien dans les zones réellement sollicitées en fatigue. Cependant, nous voyons sur la Figure III-30 que la géométrie

obtenue après la mise en forme et l'ébavurage n'est pas parfaitement lisse, ce qui engendre des concentrations de contraintes lors du calcul de fatigue.

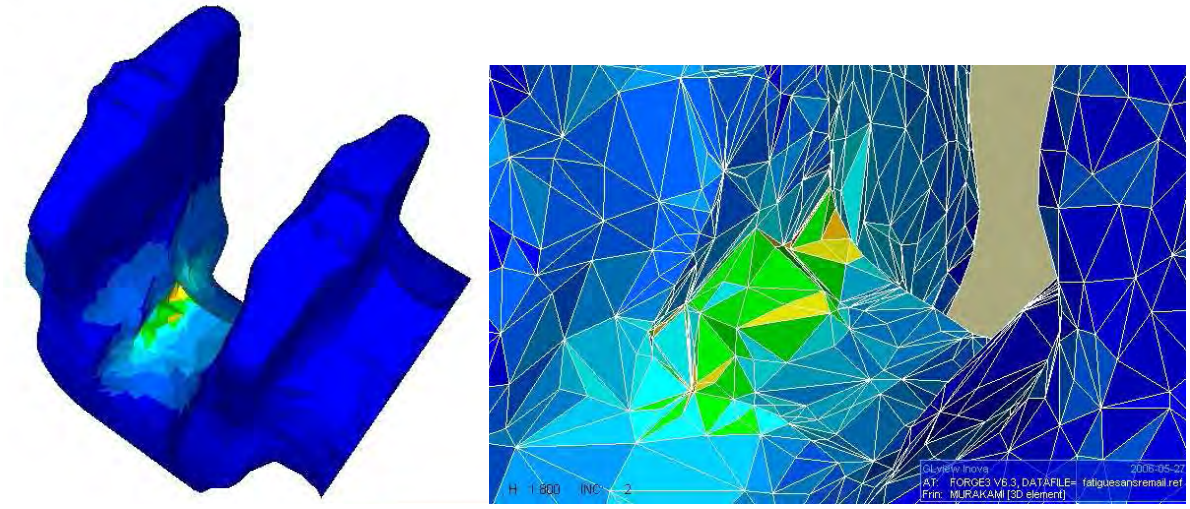


Figure III-30 : Zone critique donnée par le calcul de fatigue

La Figure III-31 montre qu'un remaillage après l'ébavurage ne permet pas d'améliorer la situation.

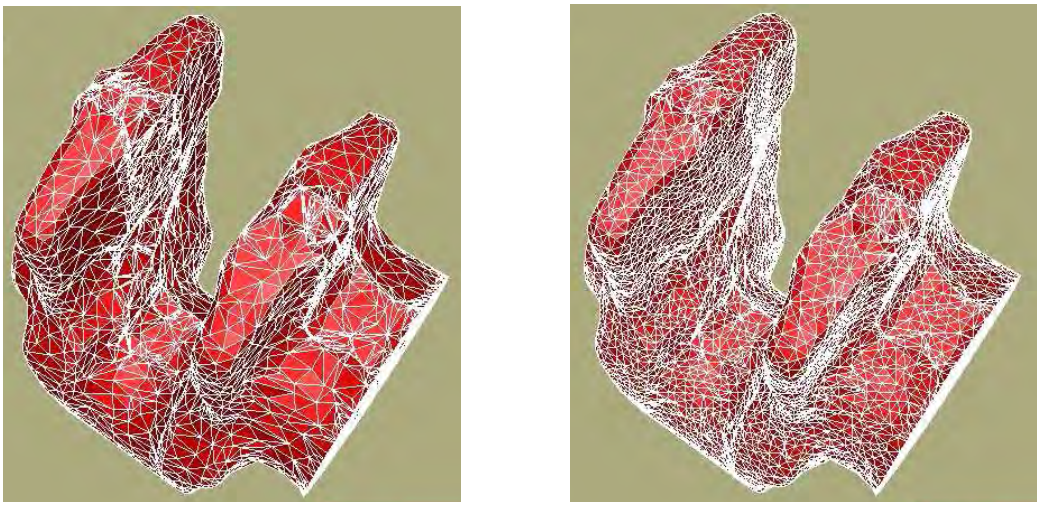


Figure III-31 : Remaillage de la tranche de vilebrequin

La meilleure solution consisterait à réaliser le calcul sur la géométrie exacte de la pièce usinée qui pourra être obtenue en réalisant une projection des résultats de Forge® sur un maillage réalisé à partir d'une CAO de la pièce fonctionnelle. Néanmoins, un maillage suffisamment fin dans Forge3® permettrait déjà d'avoir une géométrie moins accidentée, mais au détriment de temps de calculs plus élevés.

III.4.4 Influence des opérations de parachèvement

Les pièces forgées peuvent subir des opérations de parachèvement de trois types :

- Obtention du dimensionnel : usinage
- Nettoyage : grenaillage de nettoyage
- Renforcement : grenaillage de précontrainte, trempe induction ou galetage

Par exemple, sur les vilebrequins, les contrepoids sont usinés, et les traitements de renforcement sont principalement la trempe induction ou le galetage. L'opération de galetage consiste à faire rouler plusieurs fois une molette dans la zone à renforcer, en appliquant une force normale à la surface, de manière à venir écrouir la zone. Cette opération peut être simulée avec Forge3® ([DEM06]).

Pour le calcul de fatigue, il est nécessaire d'avoir la géométrie finale de la pièce et les contraintes résiduelles. La géométrie permet d'obtenir les bonnes sollicitations au sein de la pièce. Ainsi, pour la géométrie, il est possible d'utiliser la fonction de Forge3® effectuant une opération booléenne afin d'éliminer les zones qui sont enlevées par usinage dans la réalité. Cette solution ne permet pas de prendre en compte les contraintes résiduelles d'usinage mais elle constitue une bonne alternative. Les zones dans lesquelles le profil de contraintes doit être calculé précisément sont les zones les plus sollicitées, c'est-à-dire celles qui sont renforcées. Il est donc important d'être en mesure de calculer les contraintes résiduelles créées par les opérations de renforcement. Nous avons vu que le galetage pouvait être modélisé. La trempe induction peut, elle aussi, être modélisée. En revanche, le grenaillage ne peut pas être modélisé actuellement avec un logiciel métier. Aucun logiciel de grenaillage n'est en effet commercialisé pour des applications industrielles.

III.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons mis en avant l'anisotropie en fatigue de pièces corroyées présentant des inclusions d'une taille importante au sens de Kitagawa. L'analyse des résultats a permis de mettre en évidence une anisotropie majoritairement due à la morphologie allongée des inclusions ainsi qu'une petite partie due aux barrières microstructurales. En traction alternée, seulement 10% de l'anisotropie peut être attribuée aux barrières microstructurales. Cependant, cette part doit être prise en compte, et cela se fait au travers du paramètre dureté dans l'équation de Murakami. Il est alors indispensable d'attribuer une bonne valeur à ce paramètre. Pour des essais sens long, c'est la dureté mesurée en sens travers qui doit être prise alors que pour des essais sens travers, c'est la dureté mesurée dans le sens long qui doit être prise. Par ailleurs, les résultats à 45° nous ont incités à penser que la mesure de dureté à 45° ne convient pas pour un essai de fatigue à 45°. Une valeur de dureté supérieure aux valeurs mesurées dans le sens long et dans le sens travers donnent de meilleurs résultats. Nous avons donc proposé d'introduire un paramètre dureté modifié à 45°, dont la valeur a été déterminée par rapport aux résultats des essais de fatigue. Ce paramètre dureté modifié est un artifice permettant de pallier l'inadéquation du terme de dureté dans l'équation de Murakami, dans le cas que nous avons traité qui concerne un matériau fortement anisotrope au niveau de sa microstructure.

Les conclusions des essais de torsion sont très ouvertes car d'autres essais seraient nécessaires pour expliquer les résultats obtenus. Nous avons fait l'hypothèse que le gradient de contraintes existant pour ce type d'essais était en majeure partie à l'origine des résultats en fatigue plus élevés que prévus. Nous pouvons proposer, pour d'autres études, d'évaluer l'influence du gradient de contraintes pour les essais de torsion. Pour cela, la manière la plus efficace serait de mesurer, pour chaque rupture en fatigue, la profondeur de l'inclusion responsable de la rupture. Cela permettrait de calculer, pour chaque essai rompu, la valeur des contraintes réelles auxquelles l'inclusion a été soumise. Concernant l'effet des barrières microstructurales pour des sollicitations complexes, il serait indispensable de suivre l'évolution des fissures, pour proposer une amélioration du critère.

La mise en œuvre de calculs de fatigue utilisant le critère de Murakami a été réalisée avec Forge®. Le calcul préalable de la mise en forme des pièces permet d'obtenir un fibrage au

sein de la pièce, en utilisant notre modélisation de la déformation des inclusions. On obtient alors bien un comportement anisotrope en fatigue et l'effet généralement bénéfique du fibrage est mis en avant. Toutefois, des limitations existent à cette approche et nous amènent à des remarques :

- La modélisation du fibrage doit faire l'objet d'une étude pour chaque matériau afin de déterminer précisément la déformation des inclusions et prévoir leur fragmentation et ne pas leur attribuer la même déformation que la matrice environnante ;
- Les étapes qui existent après le forgeage doivent bien sur être simulées si elles induisent une modification des contraintes résiduelles, un grenaillage restant le principal point délicat ;
- La géométrie exacte des pièces doit être utilisée et le résultat de la simulation de mise en forme n'est, la plupart du temps, pas suffisamment précis ;
- Les conditions limites doivent pouvoir être appliquées de manière précise, ce qui implique parfois d'utiliser un maillage adapté.

Les deux derniers points nécessitent la mise au point d'une chaîne de simulation qui permette de projeter les résultats de la mise en forme, sur un maillage réalisé avec un outil de CAO avec la géométrie fonctionnelle, avec bien sûr une étape de calcul de l'équilibrage des contraintes résiduelles.

- CHAPITRE IV -
LA DEMARCHE D'OPTIMISATION : APPLICATION A UN POUSSOIR DE SOUPAPE

IV LA DEMARCHE D'OPTIMISATION : APPLICATION A UN POUSSOIR DE SOUPAPE 104

IV.1 Présentation du cas d'application : le poussoir de soupape AMIS 104

IV.2 Mise en forme du poussoir de soupape 105
IV.2.1 Rhéologie 105
IV.2.2 Etat inclusionnaire 105
IV.2.3 Simulation numérique 106
IV.2.3.1 Mise en forme du poussoir de soupape 106
IV.2.3.2 Fibrage 108

IV.3 Comportement en fatigue 109
IV.3.1 Caractérisation du poussoir en fatigue (compression répétée) 109
IV.3.1.1 Protocole expérimental 109
IV.3.1.2 Essais de fatigue sur poussoir forgé 110
IV.3.1.3 Essais de fatigue sur poussoir usiné 111
IV.3.1.4 Amorçage de la fissure de fatigue pour le poussoir forgé 112
IV.3.2 Calculs de fatigue avec Forge3® 113
IV.3.2.1 Chargement appliqué 113
IV.3.2.2 Critère de Dang Van 114
IV.3.2.3 Influence du maillage sur les résultats du calcul de fatigue 114
IV.3.2.4 Critère dérivé de l'équation de Murakami 116
IV.3.2.5 Comparaison des zones critiques avec les lieux d'amorçage expérimentaux 117
IV.3.2.6 Deuxième critère dérivé de l'équation de Murakami 118

IV.4 Optimisation : une première approche 118
IV.4.1 Le principe de l'optimisation 118
IV.4.2 Les paramètres variables 119
IV.4.3 L'optimisation manuelle 120
IV.4.3.1 Influence du fibrage initial 120
IV.4.3.2 Influence de l'épaisseur 122

IV.5 Vers une optimisation automatique 123
IV.5.1 Objectifs 123
IV.5.2 Les algorithmes d'optimisation 123
IV.5.2.1 Les algorithmes à direction de descente 124
IV.5.2.2 Les méthodes d'ordre 0 et les algorithmes évolutionnaires 124
IV.5.2.3 Les méthodes hybrides 126
IV.5.3 Mise en œuvre d'une optimisation automatique 127
IV.5.3.1 Paramétrisation du poinçon de la deuxième passe de forgeage 128
IV.5.3.2 Simulation de la mise en forme 129
IV.5.3.3 Calcul de fatigue 129
IV.5.3.4 Résultat 130

IV.6 Conclusion sur la démarche d'optimisation 131

IV LA DEMARCHE D'OPTIMISATION : APPLICATION A UN POUSSOIR DE SOUPAPE

L'objectif final d'une étape d'analyse vise souvent à optimiser la tenue en fatigue d'une pièce. Nous avons pu voir que l'impact de la mise en forme de la pièce est déterminant sur son comportement en fatigue. Ainsi nous proposons de déterminer quelle solution permet d'obtenir la meilleure tenue en fatigue d'une pièce, en jouant sur ses paramètres de mise en forme. La géométrie de la pièce peut aussi changer, tant que son cahier des charges fonctionnel et dimensionnel est respecté.

Dans ce chapitre, nous étudions la pièce industrielle qui nous a été proposée par l'entreprise AMIS. Il s'agit d'un poussoir de soupape. La tenue en fatigue de cette pièce a été déterminée expérimentalement et à titre de comparaison la tenue en fatigue de la même pièce usinée a aussi été déterminée. Nous testerons successivement les critères de fatigue implémentés. Nous présenterons finalement la démarche à adopter pour réaliser une optimisation.

IV.1 Présentation du cas d'application : le poussoir de soupape AMIS

La pièce proposée par AMIS est un poussoir (Figure IV-1) en 16MC5, qui sert d'interface lors de la transmission du mouvement entre l'arbre à cames et la soupape.

Cette pièce est mise en forme à partir d'un lopin issu d'un barreau cisaillé. Le lopin est ensuite calibré et il subit un recuit. La mise en forme de la pièce se fait alors par forgeage à froid en quatre passes successives. La gamme précise de la pièce industrielle ne sera pas donnée pour des raisons de confidentialité.

Le chargement réel de la pièce sera simplifié et nous considèrerons que le poussoir subit une force sur l'ergot situé à l'intérieur, et qu'il est maintenu à l'extérieur au niveau de la périphérie (Figure IV-1).

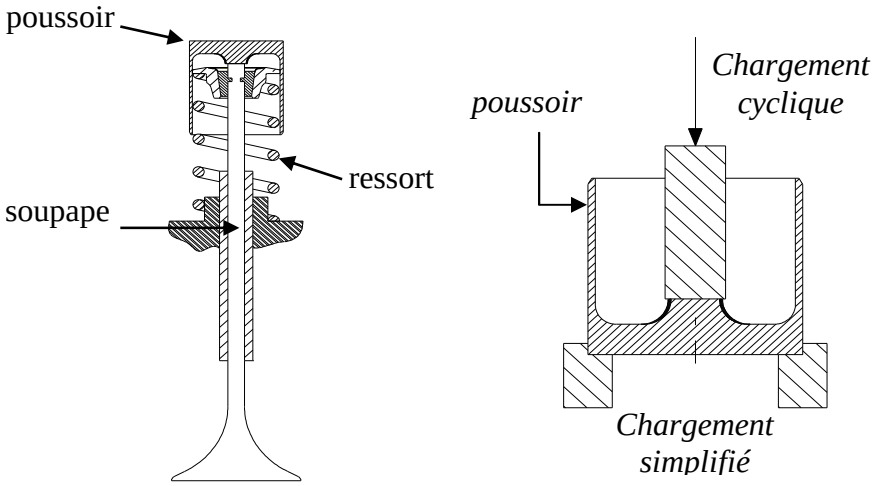


Figure IV-1 : Fonctionnement du poussoir de soupape et chargement simplifié

IV.2 Mise en forme du poussoir de soupape

IV.2.1 Rhéologie

La Figure IV-2 présente la courbe contrainte-déformation obtenue en traction à température ambiante. Nous en déduisons : $Rp_{02} = 320\ MPa$ et $Rm = 450\ MPa$. Nous utiliserons pour la simulation numérique du forgeage, une loi rhéologique de la base de données de Forge3® très proche :

$$\sigma_f = Ae^{m_1 T} \varepsilon^{m_2} e^{\frac{m_4}{\varepsilon}} \dot{\varepsilon}^{m_3} \qquad (IV\text{-}1)$$

avec σ_f la limite d'écoulement, et A= 885,923 MPa ; m_1=-0,0009 K^{-1} ; m_2=0,15724 ; m_3=0,00988 ; m_4=0,00032.

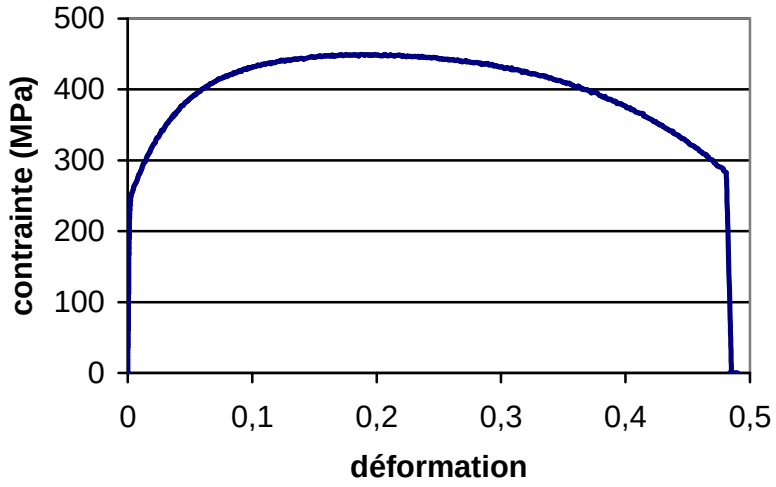


Figure IV-2 : Courbe de traction du 16MC5 utilisé pour le poussoir de soupape

IV.2.2 Etat inclusionnaire

Nous savons que le comportement en fatigue peut dépendre directement de l'état inclusionnaire. C'est pourquoi nous avons réalisé des micrographies et des analyses EDX[1] du matériau. Ces résultats nous permettent d'avoir une idée de la taille des inclusions et de leur forme, sans toutefois nous donner leur distribution. Nous pouvons voir sur la Figure IV-3 des inclusions fragmentées dont la morphologie devient assez élancée. Leur dimension reste relativement faible dans le sens de la largeur mais la longueur peut atteindre plusieurs dizaines de micromètres.

[1] Electron Dispersive X-ray microscopy : microscopie à balayage électronique couplée à l'analyse dispersive par rayons X permettant de réaliser des analyses chimiques qualitatives et quantitatives.

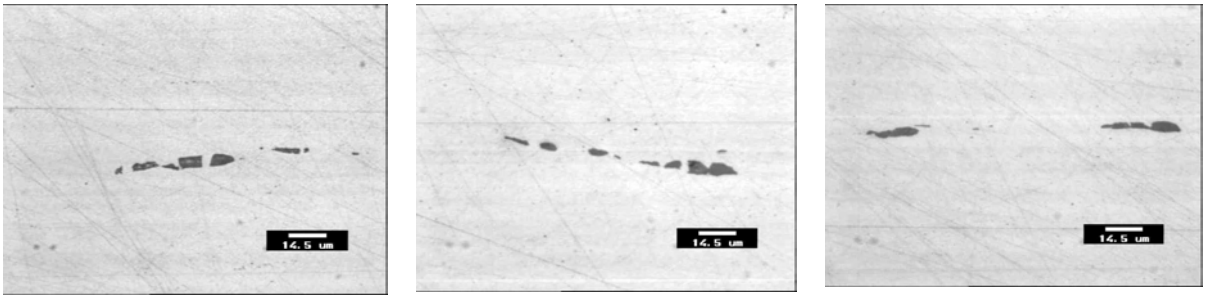


Figure IV-3 : Exemples d'inclusions allongées et fragmentées présentes dans le poussoir de soupape, vues en microscopie optique

Les analyses EDX ont montré que ces inclusions sont des sulfures de manganèse.

IV.2.3 Simulation numérique

L'objectif est de réaliser un calcul de fatigue sur la pièce en intégrant les contraintes résiduelles et le fibrage. La première étape va donc consister à réaliser la mise en forme du poussoir avec Forge3®. Nous pourrons ensuite comparer le fibrage obtenu numériquement, avec des micrographies du poussoir. Les calculs de fatigue seront réalisés avec les modules implémentés et présentés dans le chapitre précédent.

IV.2.3.1 Mise en forme du poussoir de soupape

Pour réaliser la mise en forme à froid, une loi élastoplastique a été utilisée ; en effet, il y a peu d'influence de la vitesse de déformation à froid. La lubrification lors du forgeage est assurée par un phosphatage. Nous utilisons donc une loi de frottement de Coulomb limité Tresca avec les paramètres adéquats pour ce type de lubrification (base de données de Forge3®). Les calculs ont été réalisés sur un secteur angulaire de 15°.

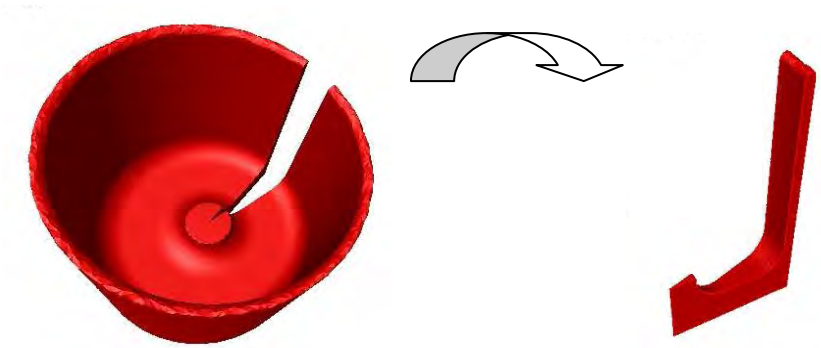


Figure IV-4 : Secteur angulaire sur lequel les calculs sont réalisés (15°)

Nous pouvons voir sur la Figure IV-5 les résultats des différentes passes de forgeage. Nous remarquons que la mise en forme du poussoir s'apparente à un filage inverse en plusieurs étapes. La paroi du poussoir ainsi formée possède une épaisseur particulièrement fine. Cela entraîne une gestion du contact assez lourde, ce qui constitue la principale cause d'allongement des temps de calculs.

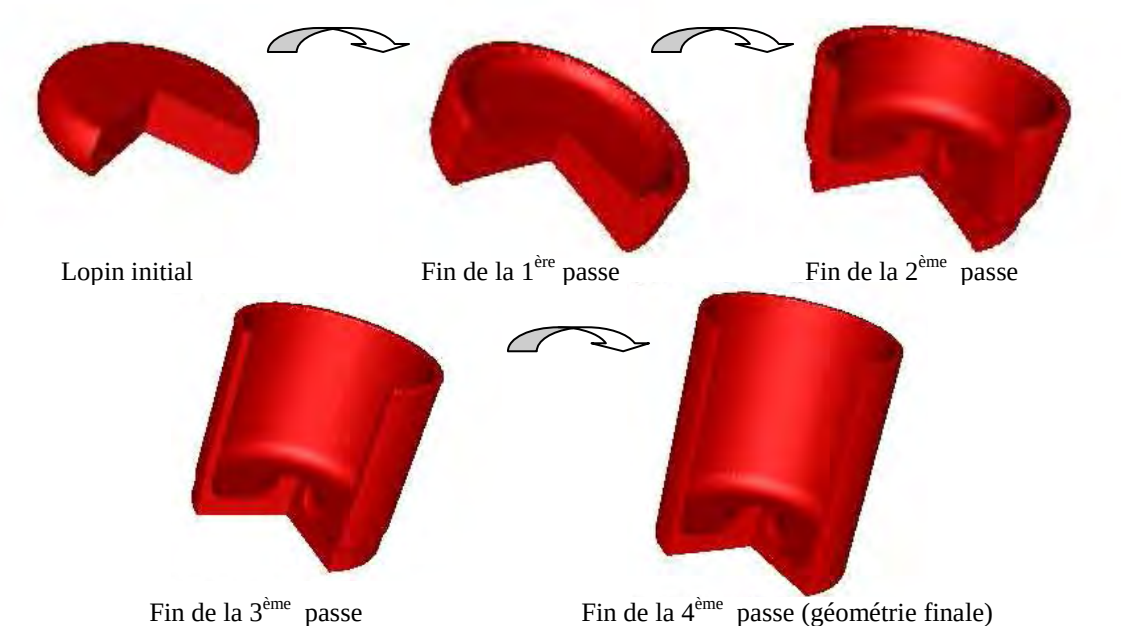


Figure IV-5 : Géométries obtenues avec Forge3® à l'issue des différentes passes de forgeage

Un fibrage initial homogène est introduit afin de reproduire le fibrage du barreau de départ. Le vecteur fibrage est ensuite calculé à chaque opération de forgeage. Nous obtenons ainsi un poussoir de soupape possédant un fibrage issu du calcul de forgeage et du corroyage initial. Les contraintes résiduelles sont aussi calculées.

La Figure IV-6 montre les contraintes autoéquilibrées (contraintes résiduelles) calculées au sein de la pièce, à l'issue de la dernière passe de forgeage. Nous voyons ainsi que les contraintes les plus élevées se situent dans la zone de courbure, à la base de la paroi du poussoir.

Plusieurs degrés de raffinement du maillage ont été testés afin de voir l'influence sur la qualité de la simulation, en particulier au niveau de la paroi du poussoir de soupape. Afin d'obtenir une qualité suffisante et des temps de calculs qui ne soient pas trop élevés, nous avons choisi d'avoir toujours deux éléments dans l'épaisseur.

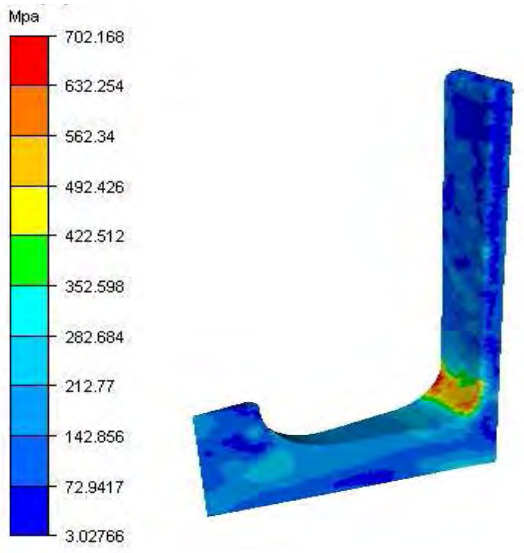


Figure IV-6 : Contraintes résiduelles (von Mises) du poussoir (secteur angulaire de 15°)

IV.2.3.2 Fibrage

La Figure IV-7 montre le fibrage obtenu dans une coupe du poussoir. A la base du poussoir (zone entourée), il est difficile d'identifier le fibrage. En revanche, les flèches montrent clairement un fibrage orienté suivant l'écoulement de la matière lors du forgeage, au niveau de l'ergot et de la base du poussoir (à mi-épaisseur).

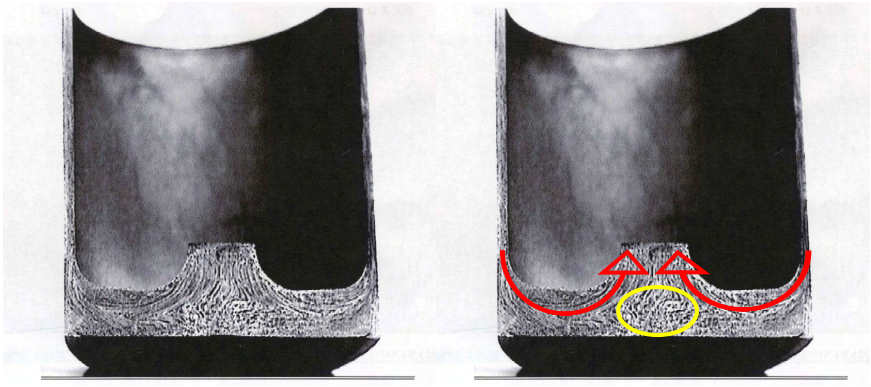


Figure IV-7 : Fibrage du poussoir de soupape (vue en coupe)

Nous voyons sur la Figure IV-8 que le calcul du fibrage réalisé avec Forge3® suivant la méthode présentée dans le chapitre II (cas des inclusions ductiles), permet de bien retrouver l'allure du fibrage observé expérimentalement. Pour cela nous avons pris un corroyage initial égale à 2.

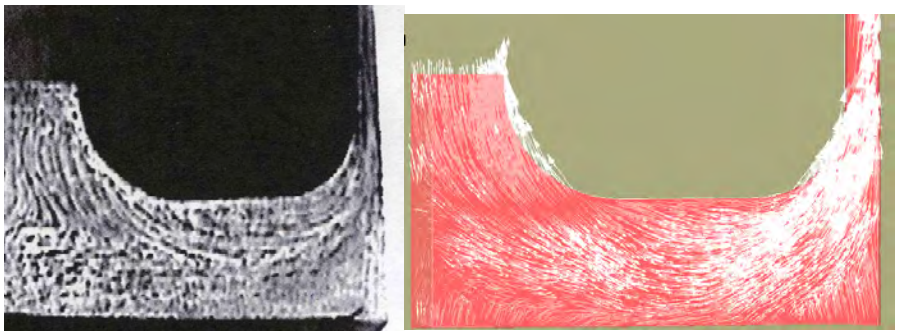


Figure IV-8 : Comparaison avec le fibrage du poussoir de soupape obtenu avec Forge3®

On peut voir par exemple sur la Figure IV-9, qu'en introduisant un corroyage initial trop important, en l'occurrence 6, l'allure générale est très différente. Le fibrage ne suit alors plus l'écoulement que la matière a subi durant le forgeage. Cela vient du fait que la déformation n'est pas suffisante en comparaison du fibrage initial.

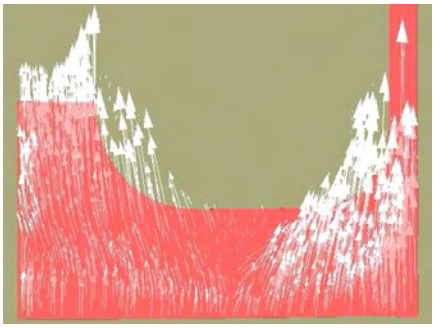


Figure IV-9 : Fibrage obtenu en introduisant un corroyage initial égal à 6

Cette modélisation semble alors ne pas être réaliste. En effet, pour de telles valeurs de corroyage, les inclusions modélisées ont des longueurs très importantes et une description locale de la déformation ne peut pas être appliquée directement à une inclusion de grande taille. Une inclusion très étirée sera vraisemblablement réorientée avec l'écoulement de la matière environnante, en même temps qu'elle pourra subir des déformations. Nous avons vu que l'orientation pouvait être obtenue en utilisant directement le tenseur de déformation F (cf. § II.6.2) dans le cas d'inclusions dures. Il serait alors aussi nécessaire de déterminer avec précision la déformation des inclusions avec la déformation de la matrice. Par exemple, nous avons vu que les inclusions ont tendance à se fragmenter, ce qui devrait être pris en compte par le modèle.

Une valeur de corroyage initial peu élevée permet toutefois de retrouver l'orientation du fibrage. Connaissant les hypothèses la modélisation, nous utiliserons celle-ci pour le critère de Murakami, en prenant un corroyage initial de 2.

IV.3 Comportement en fatigue

IV.3.1 Caractérisation du poussoir en fatigue (compression répétée)

Nous avons fait réaliser par le CETIM des essais de fatigue sur poussoirs forgés et sur poussoirs usinés. Le but est de déterminer, d'une part, la limite de fatigue de la pièce et la localisation de l'amorçage des fissures, et d'autre part, de vérifier le gain obtenu avec la mise en forme par forgeage par rapport à l'usinage.

IV.3.1.1 Protocole expérimental

Un montage spécifique a dû être mis en place pour permettre de réaliser les essais sur pièce. La Figure IV-10 montre le dispositif ainsi que le positionnement du poussoir sur la machine.

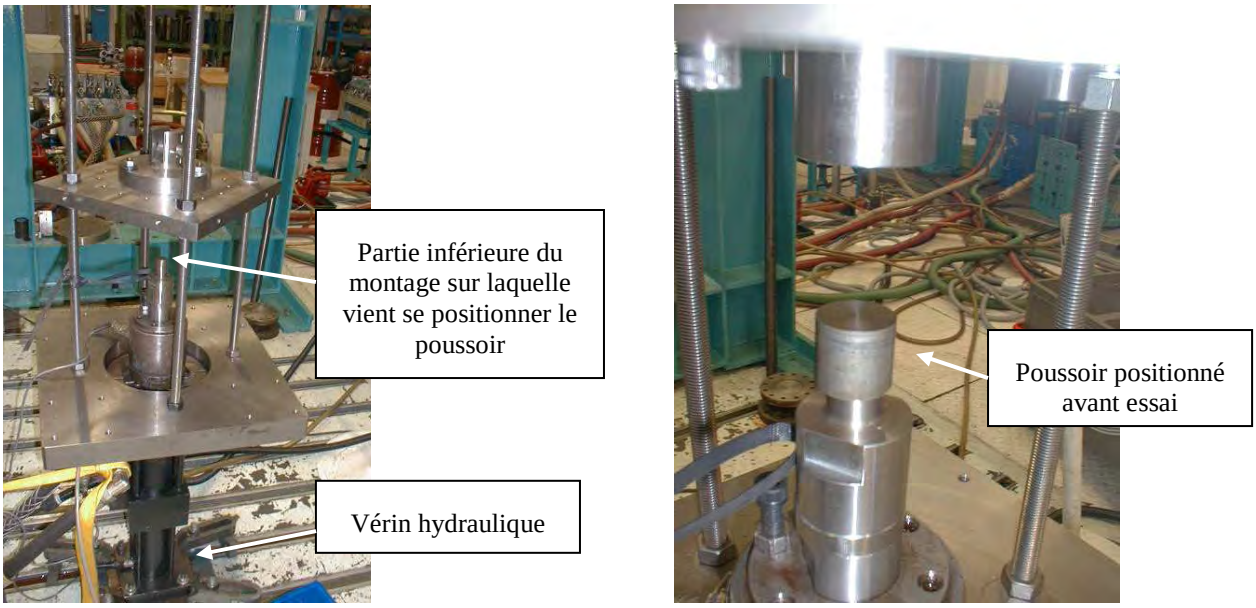


Figure IV-10 : Vue d'ensemble du dispositif d'essai et positionnement du poussoir avant essai

Durant l'essai, le poussoir est mis en compression (Figure IV-11), afin de reproduire le chargement simplifié décrit précédemment (cf. Figure IV-1).



Figure IV-11 : Mise en compression du poussoir

La méthodologie utilisée est la procédure dite « Locati-stair case ». Dans un premier temps un essai locati (annexe 3) est réalisé sur une pièce par paliers de 3.10^5 cycles afin de déterminer le niveau de départ du stair case. Le stair case (annexe 3) est ensuite mené sur au moins 6 pièces pour déterminer la limite d'endurance.

La fréquence utilisée est de 20 Hz. Le rapport de charge est de R=0,1.La censure pour le stair case est fixée à 10^6 cycles.

IV.3.1.2 Essais de fatigue sur poussoir forgé

Le niveau de départ de l'essai Locati a été fixé à Fn = 20 kN. Des paliers de 300000 cycles ont ensuite été réalisés en augmentant l'effort de 2,5 kN à chaque pas. Le Tableau IV-1 présente les résultats obtenus.

Niveau de sollicitation	1 x Fn	1,12 x Fn	1,25 x Fn	1,38 x Fn	1,5 x Fn	Niveau estimé pour départ stair case
Nombre de cycles	300000	300000	300000	300000	184090	1,3 x Fn

Tableau IV-1 : Résultats de l'essai Locati sur poussoir forgé

Le niveau de départ du stair case déterminé par le Locati est donc de 1,3 x Fn, soit 26 kN.

Les valeurs calculées par le dépouillement de l'essai Locati étant généralement surestimées, le stair case a été démarré à 25 kN. L'essai a été mené sur 6 pièces ; les résultats sont présentés dans le Tableau IV-2.

Effort	X = rupture ; O = non rupture					
	Pièce 1	Pièce 2	Pièce 3	Pièce 4	Pièce 5	Pièce 6
25 kN	X		X			
22,5 kN		O		X		X
20 kN					O	

Tableau IV-2 : Résultats de l'essai de stair case sur poussoirs forgés

Le calcul de la limite d'endurance à 10^6 cycles à partir des résultats du stair case donne une valeur de 22,5 kN et un écart type de 1,13 kN.

De plus, l'ensemble des poussoirs forgés « rompus » présente une localisation particulière des fissures. En effet, on trouve 3 fissures à l'extérieur du poussoir, allant de la périphérie vers le centre au niveau duquel elles se rejoignent. C'est ce que l'on peut voir sur la photographie de la Figure IV-12.

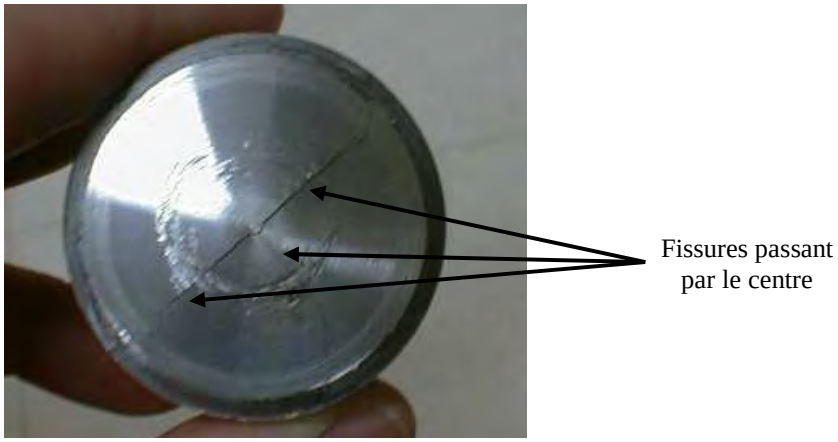


Figure IV-12 : Fissures typiques présentes sur la face extérieure du poussoir forgé ; 3 fissures se rejoignant au centre

IV.3.1.3 Essais de fatigue sur poussoir usiné

Les conditions de l'essai Locati sont identiques à celles relatives aux poussoirs forgés. Les résultats obtenus sont présentés dans le Tableau IV-3.

Niveau de sollicitation	1 x Fn	1,12 x Fn	Niveau estimé pour départ stair case
Nombre de cycles	300000	77689	0,8 x Fn

Tableau IV-3 : Résultats de l'essai Locati sur poussoir usiné

De la même manière que pour les poussoirs forgés, l'essai Locati a donc permis de déterminer le niveau de départ du stair case qui est de 0,8 x Fn soit 16 kN.

Le Tableau IV-4 présente les résultats du stair case.

Effort	X = rupture ; O = non rupture					
	Pièce 1	Pièce 2	Pièce 3	Pièce 4	Pièce 5	Pièce 6
18 kN		X		X		X
16 kN	O		O		O	

Tableau IV-4 : Résultats de l'essai de stair case sur poussoirs usinés

Le calcul de la limite d'endurance à 10^6 cycles à partir des résultats du stair case donne une valeur de 17 kN et un écart type de 1,17 kN.

Les poussoirs usinés présentent des fissures différentes de celles observées sur les poussoirs forgés. En effet, comme on peut le voir sur la Figure IV-13, la fissure relie deux points diamétralement opposés sur la périphérie, mais en contournant la zone centrale.

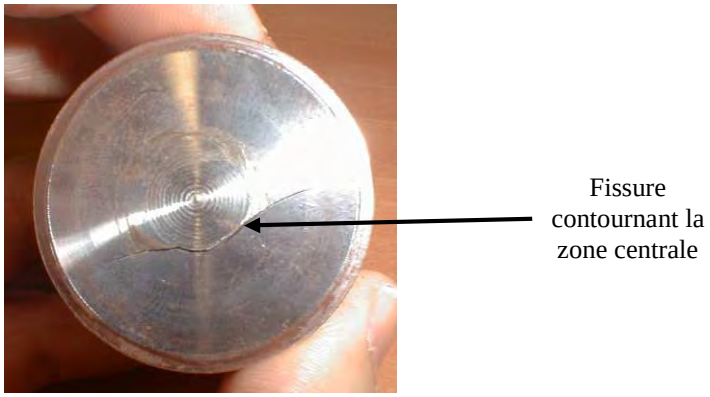


Figure IV-13 : Fissure typique sur la face extérieure du poussoir usiné

Les résultats des essais sur poussoirs usinés et sur poussoir forgés permettent de vérifier le meilleur comportement en fatigue des poussoirs forgés. L'écart est de l'ordre de 20%. L'orientation des grains est vraisemblablement plus favorable pour le poussoir forgé. Nous noterons néanmoins que l'usinage, même s'il a été réalisé avec précaution, peut aussi entraîner l'apparition de stries dont l'effet est néfaste en fatigue. Nous resterons donc prudent sur l'influence réelle de l'unique fibrage.

IV.3.1.4 Amorçage de la fissure de fatigue pour le poussoir forgé

Il est essentiel de mettre en évidence le lieu d'amorçage de la fissure. Pour cela nous avons étudié les faciès de surface après rupture. Le poussoir n'ayant pas complètement rompu, nous l'avons plongé dans un bain d'azote, puis l'application d'un choc a permis d'ouvrir complètement la fissure et de scinder le poussoir en deux parties. Nous voyons sur la Figure IV-14 que la fissure part de la base de l'ergot et s'étend jusqu'au milieu de la pièce. Une fissure verticale part ensuite jusqu'à la base du poussoir. L'amorçage semble donc se situer au niveau de la base de l'ergot.

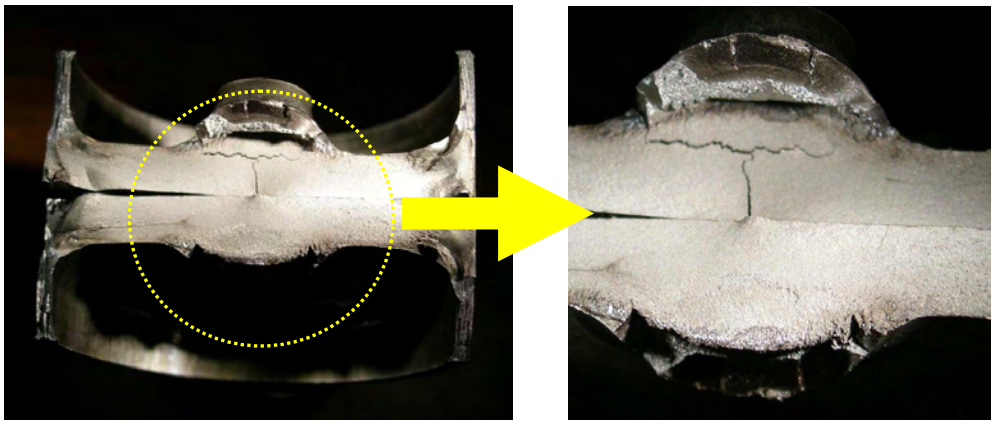


Figure IV-14 : Photo des deux faces du poussoir après ouverture des fissures de fatigue

Nous avons aussi analysé les poussoirs non rompus. Nous avons alors pu constater que sur certaines pièces des fissures se sont amorcées à la base du poussoir (Figure IV-15). Ces fissures ont jusqu'à un millimètre de longueur. On voit clairement sur la Figure IV-16 le trajet

de la fissure perpendiculaire à la surface. On remarque aussi que la fissure s'est propagée dans une direction perpendiculaire au fibrage, configuration dans laquelle la fissure rencontre de nombreuses barrières microstructurales ce qui est optimal pour améliorer la résistance en fatigue.

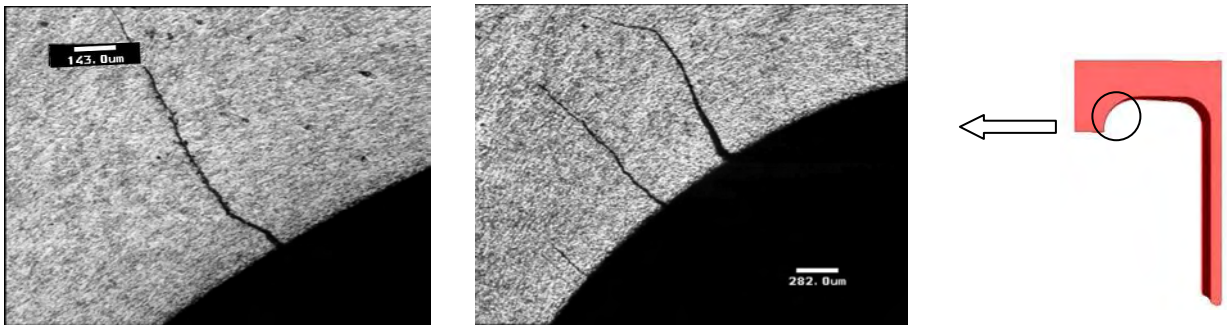


Figure IV-15 : Présence de fissures sur poussoir non rompu durant l'essai de fatigue

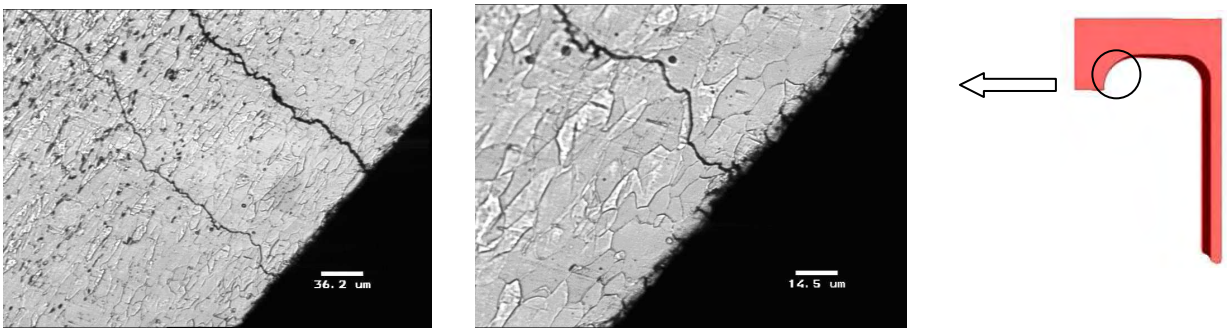


Figure IV-16 : Trajet des fissures sur poussoir non rompu durant l'essai de fatigue

IV.3.2 Calculs de fatigue avec Forge3®

L'objectif, dans un premier temps, est d'utiliser les critères de fatigue implémentés dans Forge3® et de comparer les zones critiques obtenues avec les lieux d'amorçages observés expérimentalement. N'ayant pas connaissance des paramètres des critères de fatigue, les analyses seront essentiellement qualitatives.

IV.3.2.1 Chargement appliqué

Le chargement appliqué lors des essais a été reproduit dans la simulation. Un « set de contraintes » (cf. § II.6.1) est appliqué au niveau de l'ergot alors que la base du poussoir est bloquée en déplacement suivant la zone correspondante à la zone d'appui de l'outil. Les contraintes seront prises de manière à représenter la force de 22,5 kN correspondant à la limite de fatigue du poussoir forgé.

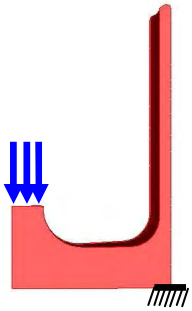
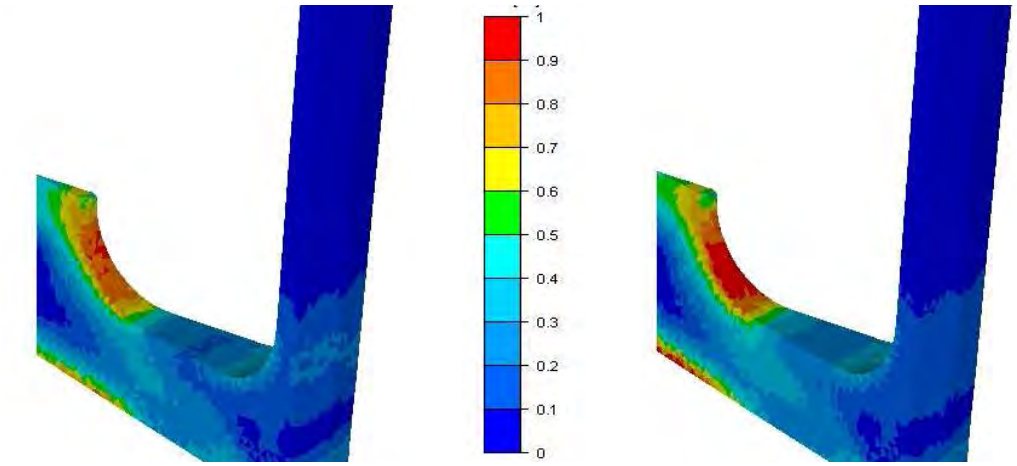


Figure IV-17 : Schéma du chargement appliqué au poussoir de soupape dans Forge3®

IV.3.2.2 Critère de Dang Van

Ne disposant pas d'essais pour des valeurs des paramètres du critère de Dang Van, nous prenons des valeurs plausibles, c'est-à-dire une pente de la droite de Dang Van de -0,3 (valeur moyenne pour un acier) et un coefficient b égal à 150, ce qui représente un ordre de grandeur réaliste pour un matériau dont la limite à la rupture est de 450MPa. La Figure IV-18 présente les valeurs du critère de Dang Van obtenues. On peut y voir les zones sollicitées en fatigue, situées d'une part dans la zone de courbure de l'ergot et d'autre part sur le fond du poussoir, sous l'ergot. La zone la plus sollicitée se trouve dans la zone de courbure. 0n peut remarquer l'influence des contraintes résiduelles sur les valeurs du critère de Dang Van, d'où l'importance de bien simuler l'opération de forgeage pour améliorer la prédiction du calcul de fatigue.



(a) avec contraintes résiduelles (b) sans contrainte résiduelle

Figure IV-18 : Valeurs du critère de Dang Van ; le maximum est obtenu dans la zone de courbure

La valeur maximale obtenue en intégrant les contraintes résiduelles est de 0,946, ce qui est proche de la valeur critique de 1. Le jeu de paramètres pris pour l'équation de Dang Van semble être proche de la réalité.

IV.3.2.3 Influence du maillage sur les résultats du calcul de fatigue

Le maillage utilisé pour réaliser le calcul de fatigue est un maillage destiné à des applications de mise en forme et non à du calcul de structure. Par exemple, le maillage n'est pas fait pour pouvoir appliquer des conditions limites de manière parfaite. La frontière entre la zone d'application de conditions limites et la zone sans, est dépendante des éléments qui ont été générés lors de la mise en forme. Pour un calcul de structure, les éléments sont générés de façon à obtenir une frontière nette. Il est donc important de voir quelle peut être l'influence du maillage sur les résultats. A l'issu de la mise en forme, nous remaillons la pièce puis nous réalisons le calcul de fatigue. Pour effectuer le remaillage, nous donnons une taille de maille moyenne. Les contraintes résiduelles ne sont d'abord pas prises en compte pour ne pas intégrer des écarts qui seraient dus aux projections des contraintes sur le nouveau maillage. Plusieurs tailles de maille ont été testées (Figure IV-19) et nous voyons sur la Figure IV-20 les écarts obtenus sur la valeur maximale du critère de Dang Van. Les écarts constatés sont inférieurs à 2% pour une taille de maille variant de 0,4 à 0,8.

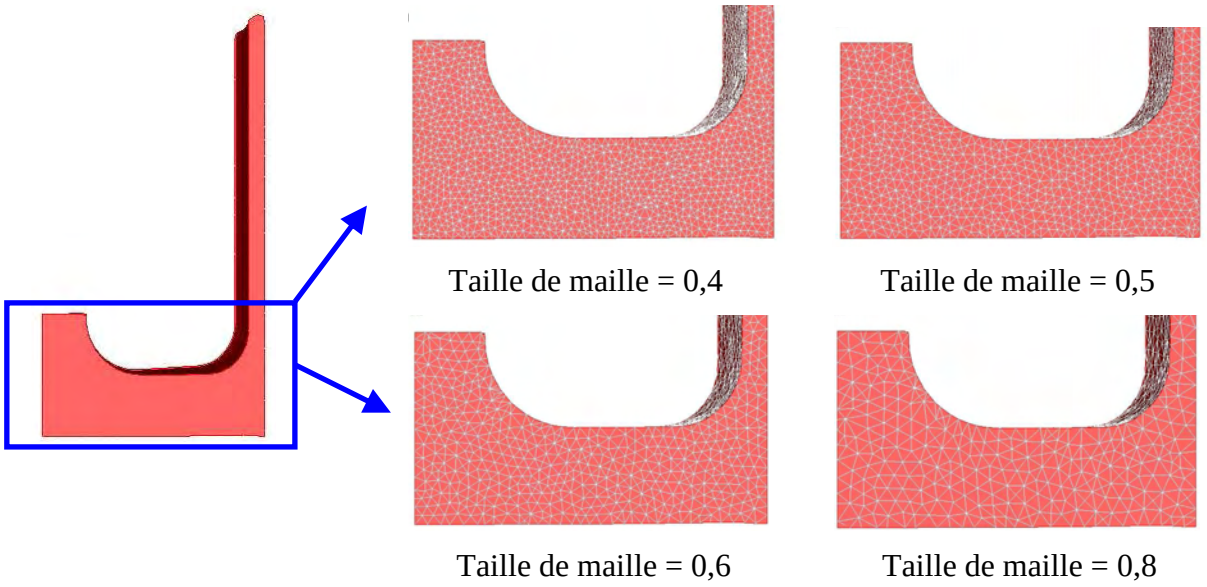


Figure IV-19 : Maillages testés pour le calcul de fatigue

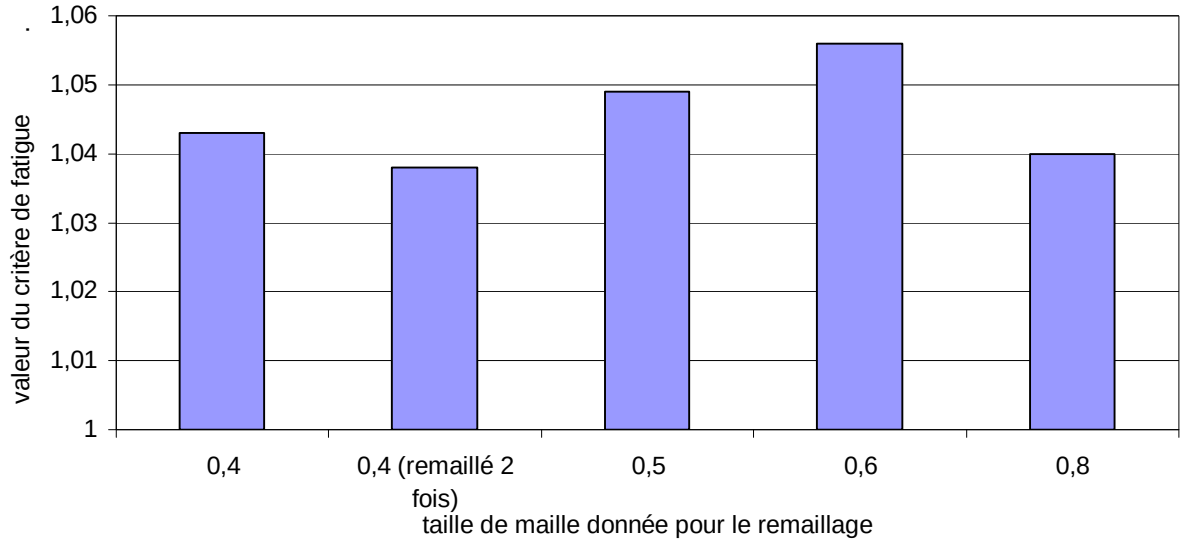


Figure IV-20 : Dispersion obtenue sur la valeur maximale du critère de Dang Van pour plusieurs maillages

Dans un deuxième temps, nous avons ajouté l'influence du maillage utilisé pour la simulation de la mise en forme. Deux maillages différents sont utilisés pour la mise en forme (Figure IV-21), puis, un remaillage avec la même taille de maille moyenne est réalisé avant d'effectuer le calcul de fatigue.

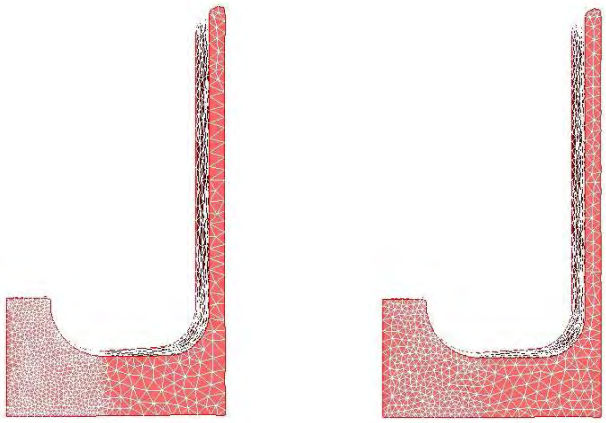


Figure IV-21 : Deux maillages différents utilisés pour la simulation de la mise en forme

Le maillage le plus fin donne une valeur maximale du critère de Dang Van égale à 0,974 et le second maillage donne une valeur de 0,946, ce qui donne un écart de l'ordre de 3%. Sans effectuer de remaillage avant le calcul de fatigue, nous obtenons des valeurs respectivement de 0,952 et 0,935. Parmi ces quatre valeurs, l'écart peut donc aller jusqu'à 4%. L'écart qui est observé est donc raisonnable mais il est important de se placer dans des conditions permettant de limiter cet écart lorsque l'on souhaitera comparer différentes solutions.

IV.3.2.4 Critère dérivé de l'équation de Murakami

Pour ce critère il est nécessaire de connaître la taille des inclusions et le fibrage initial. La détermination de la taille des inclusions nécessite une analyse inclusionnaire poussée qui dépasse le cadre de cette étude. Nous ferons donc une hypothèse pour la taille des inclusions, basée sur nos observations, ce qui ne remet pas en cause la localisation des zones critiques en fatigue, ni l'influence qualitative du fibrage et des contraintes résiduelles. En tenant compte des micrographies d'inclusions réalisées sur éprouvette, nous approximons un taux de corroyage initial de 2 et une taille d'inclusions de 10 microns. Dans un premier temps une dureté moyenne est utilisée et non une dureté anisotrope. L'ordre de grandeur de la dureté est de 220 HV.

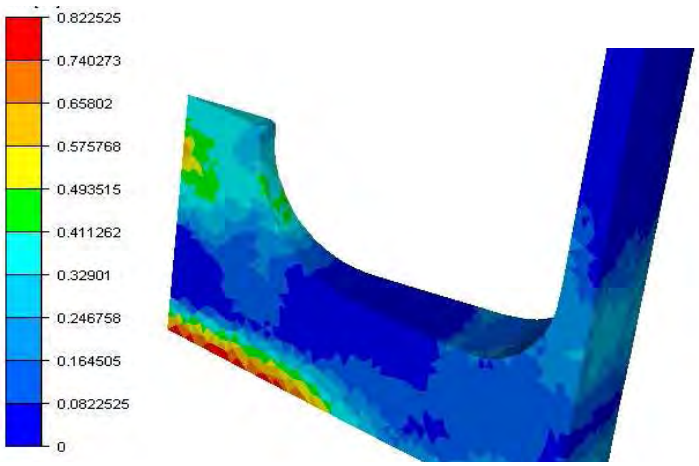
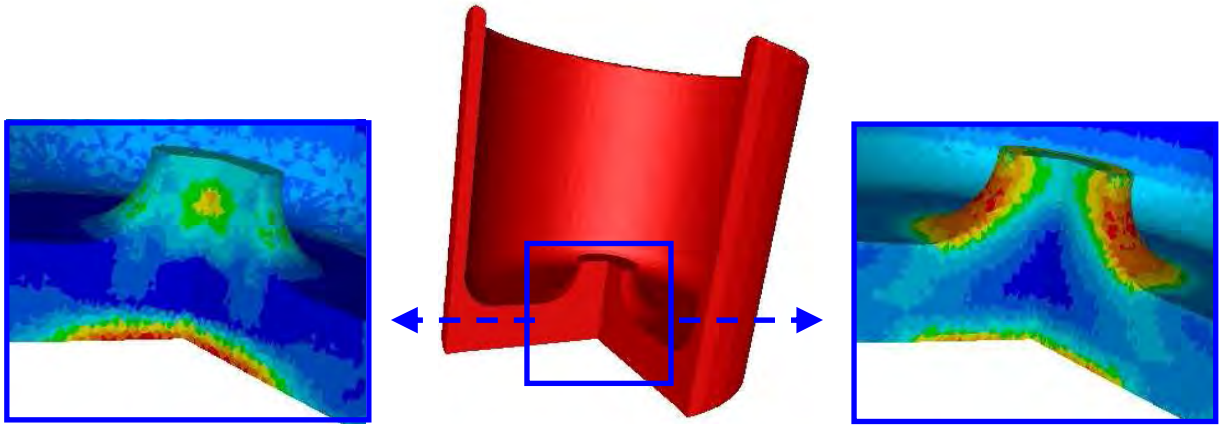


Figure IV-22 : Valeurs du critère dérivé de l'équation de Murakami dans une coupe du poussoir de soupape

Nous pouvons voir que la zone la plus sollicitée en fatigue se trouve sur le fond du poussoir, dans la partie centrale, ce qui ne correspond pas à la bonne zone. Avec la dimension d'inclusion et le corroyage initial choisis, le critère ne prévoit pas de rupture.

IV.3.2.5 Comparaison des zones critiques avec les lieux d'amorçage expérimentaux

On retrouve, avec les deux critères, les zones plus particulièrement sollicitées dans le poussoir de soupape, au niveau de la zone de courbure de l'ergot et sur le fond (dans sa partie centrale).



(a) Critère de Murakami *(b) Critère de Dang Van*

Figure IV-23 : Valeurs des critères dans les zones sollicitées en fatigue

Le critère de Murakami prévoit néanmoins sans ambiguïté que la zone d'amorçage de la rupture se situera sur le fond du poussoir. Le critère de Dang Van favorise plutôt un amorçage dans la zone de courbure de l'ergot, ce qui correspond à l'origine de l'amorçage observée expérimentalement. Le fait d'avoir un amorçage expérimental dans la zone de courbure de l'ergot signifie donc que l'on ne se situe pas dans le cadre de validité du critère de Murakami. Par conséquent, nous en concluons que les inclusions ne dépassent pas la taille critique au-delà de laquelle le matériau est dit « à défauts ».

Nous ne retrouvons pas le chemin de propagation observé sur la Figure IV-14, en effet, ces critères prédisent l'amorçage et non les chemins de propagation des fissures.

Nous voyons que pour les deux critères, les zones sollicitées sont sur le fond du poussoir et dans la zone de courbure de l'ergot. En revanche, la zone la plus sollicitée est différente en fonction des deux critères. Deux explications sont possibles. D'une part, pour le critère de Murakami, il est possible que les inclusions soient plus défavorablement orientées sur le fond du poussoir que dans la zone de courbure de l'ergot. D'autre part, le critère de Dang Van utilise le cisaillement maximum alors que le critère de Murakami utilise la contrainte principale maximale. Il est donc possible que le cisaillement soit favorisé dans la zone de courbure du poussoir alors que l'on trouve la plus grande valeur de contrainte principale sur le fond.

Nous voyons sur la Figure IV-24 que le paramètre area n'est pas plus important sur le fond du poussoir que dans la courbure de l'ergot. La différence de localisation de l'amorçage en fonction des critères n'est donc pas due à l'orientation plus défavorable des inclusions dans le fond du poussoir. Nous retiendrons donc la seconde explication.

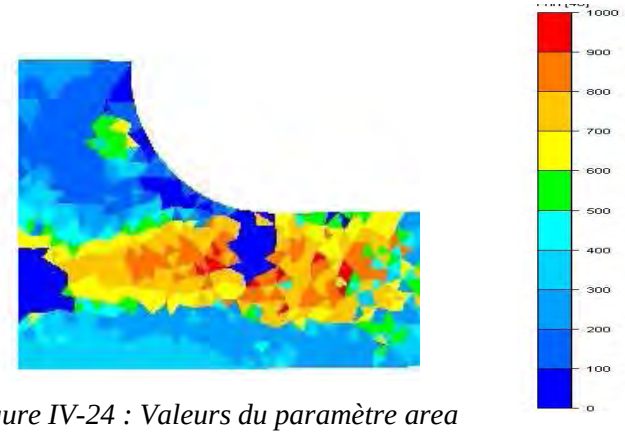
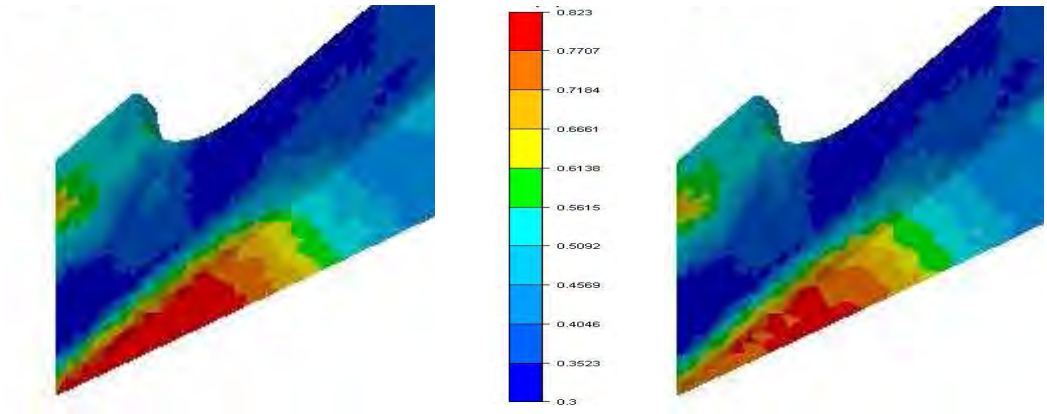


Figure IV-24 : Valeurs du paramètre area

IV.3.2.6 Deuxième critère dérivé de l'équation de Murakami

Afin de mieux prendre en compte le rôle des barrières microstructurales, nous utilisons le critère de Murakami modifié selon la méthode présentée au chapitre III (§ III.2.1). Cela revient à considérer une dureté différente en fonction de l'orientation du fibrage vis-à-vis des sollicitations. Nous attribuons une anisotropie de dureté identique à celle déterminée pour l'acier 42CD4, l'objectif étant uniquement de voir une influence qualitative. Au niveau du fond du poussoir les valeurs du critère modifié sont sensiblement moins élevées que celle du critère non modifié comme le montre la Figure IV-25.



(a) Critère de Murakami (b) Critère de Murakami, paramètre dureté modifié

Figure IV-25 : Valeurs du critère de Murakami (a),et du critère de Murakami intégrant un paramètre dureté modifié (b), sur le fond du poussoir

La valeur maximale est de 0,791 pour le critère modifié, contre 0,822. Cela correspond au fait que le fibrage est quasi perpendiculaire à la surface dans cette zone. Les contraintes en surface sont donc perpendiculaires au fibrage, et nous avons vu que dans ce cas les barrières microstructurales jouent un rôle plutôt favorable par rapport à une configuration de contraintes parallèles au fibrage.

Les valeurs dans la zone de courbure de l'ergot sont, quant à elles, similaires en utilisant le critère modifié. En effet, dans cette zone, le fibrage est quasiment parallèle à la surface, et cela correspond à la configuration calculée quand on utilise le critère avec une dureté isotrope.

IV.4 Optimisation : une première approche

IV.4.1 Le principe de l'optimisation

Le but est d'optimiser le comportement en fatigue de la pièce. La philosophie de cette démarche d'optimisation est schématisée dans la Figure IV-26. Une chaîne de calcul allant du

forgeage jusqu'au calcul de fatigue est mise en place. Le calcul de fatigue utilise les données de sortie du forgeage (contraintes résiduelles, fibrage). Le résultat du calcul de fatigue permet d'évaluer la qualité de la pièce vis-à-vis de son comportement en fatigue, un critère quantifiant cette résistance à la fatigue. Il est alors possible d'utiliser des algorithmes d'optimisation pour obtenir la meilleure résistance à la fatigue de la pièce. C'est ce que nous verrons par la suite. En premier lieu, il s'agit de déterminer les paramètres que l'on peut modifier pour améliorer les performances en fatigue de la pièce. Par exemple, certaines données et certains paramètres peuvent être figés. Le matériau et donc la loi rhéologique, le frottement qui dépend des conditions de lubrification sont des données qui peuvent être imposées. Concernant la géométrie de la pièce, deux cas sont envisageables : soit la géométrie est figée, soit une certaine flexibilité existe sur plusieurs dimensions. Dans le premier cas, si la géométrie finale est complètement fixée, il est possible de modifier la géométrie du lopin initial ainsi que les géométries intermédiaires. Dans le second, cas on rajoute une possibilité de variation de la géométrie finale. L'optimisation permet au final d'obtenir le meilleur jeu de paramètres.

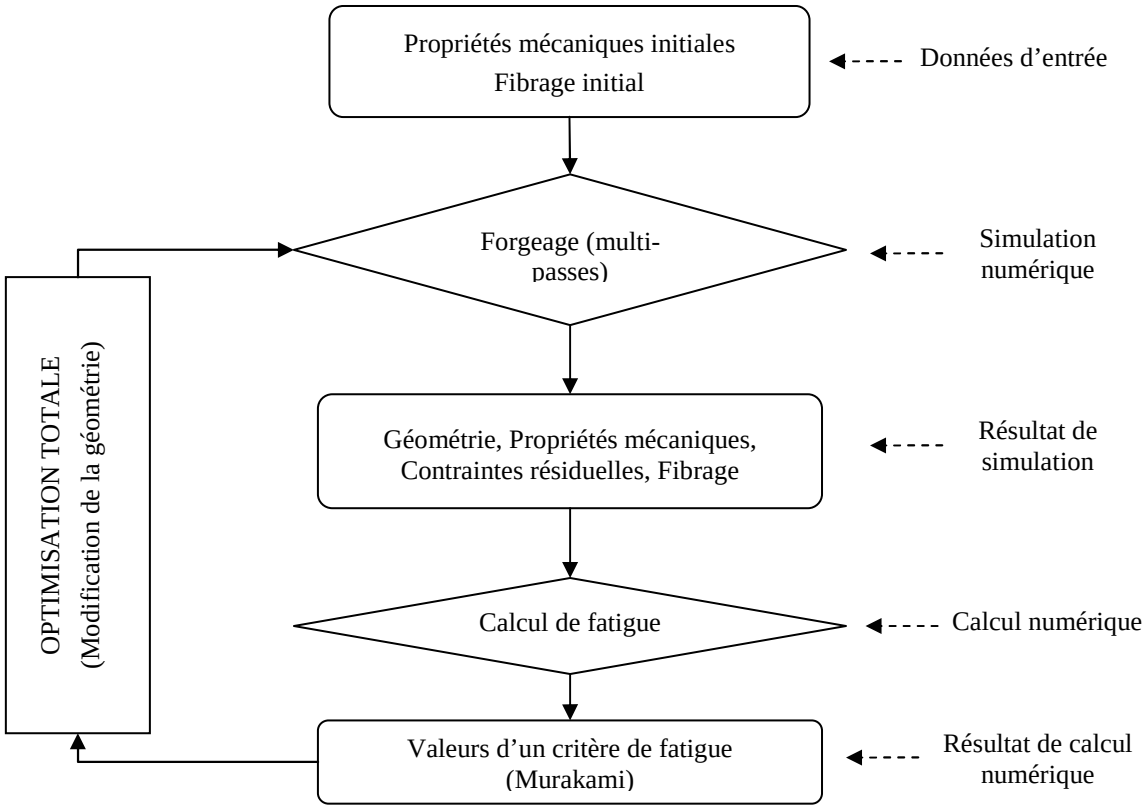


Figure IV-26 : Boucle d'optimisation totale

IV.4.2 Les paramètres variables

Nous avons identifié deux dimensions (i.e. deux paramètres géométriques) susceptibles d'être modifiées. Elles sont représentées sur la Figure IV-27. La première dimension est la hauteur de l'ergot depuis le fond du poussoir et la seconde est l'épaisseur de la base du poussoir. En réalité, le changement de la première dimension engendrerait des modifications sur d'autres composants. Par exemple, pour conserver la hauteur totale de l'ensemble « soupape + poussoir », il faudrait diminuer la longueur de la queue de soupape qui vient en appui sur l'ergot. Cependant, ce paramètre géométrique a tout de même été choisi pour mettre en valeur la démarche d'optimisation.

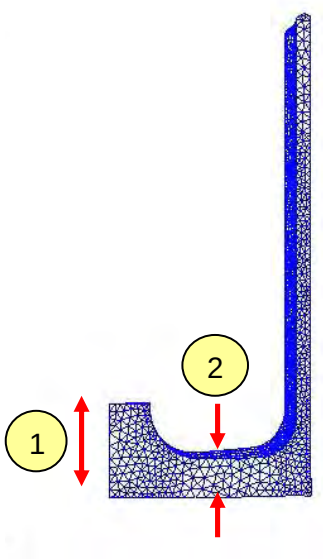


Figure IV-27 : Dimensions du poussoir de soupape susceptibles d'être modifiées

Nous allons aussi étudier l'influence de l'orientation initiale du fibrage, bien qu'en pratique, pour ce type de pièce, il soit difficile de la modifier, les lopins étant prélevés dans des barres. Là encore, le paramètre fibrage est choisi comme variable d'optimisation afin de montrer l'importance de prendre en compte la structure initiale de la matière, dès le début de l'étape de mise en forme.

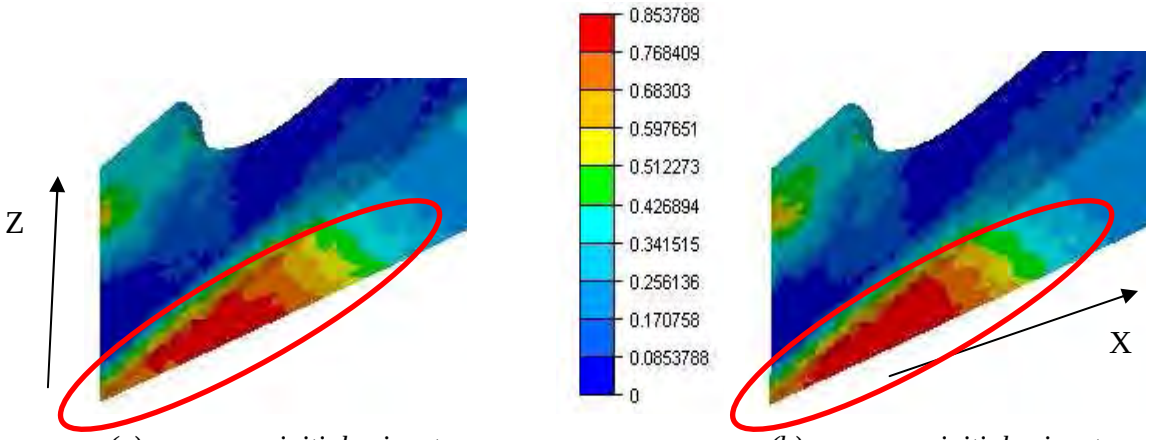
IV.4.3 L'optimisation manuelle

Pour des cas simples, il n'est pas judicieux de faire appel à des algorithmes d'optimisation. C'est le cas, par exemple, si on étudie l'influence de la variation d'un seul paramètre, ou bien de deux paramètres qui n'ont pas d'interaction entre eux. Pour permettre de prendre en compte l'effet du fibrage, nous utiliserons le critère de Murakami. Un critère de Dang Van anisotrope permettrait de travailler dans le cas où les inclusions ne pilotent pas la tenue en fatigue.

Bien que le comportement en fatigue du poussoir ne semble pas être lié aux inclusions, nous utiliserons le critère de Murakami modifié qui est sensible au fibrage. L'approche sera alors valable pour une pièce dont le comportement en fatigue est piloté par son contenu inclusionnaire. Nous allons étudier ici l'influence de l'orientation initiale du fibrage sur la tenue en fatigue et l'influence de l'épaisseur de la base du poussoir (notée 2 dans la Figure IV-27).

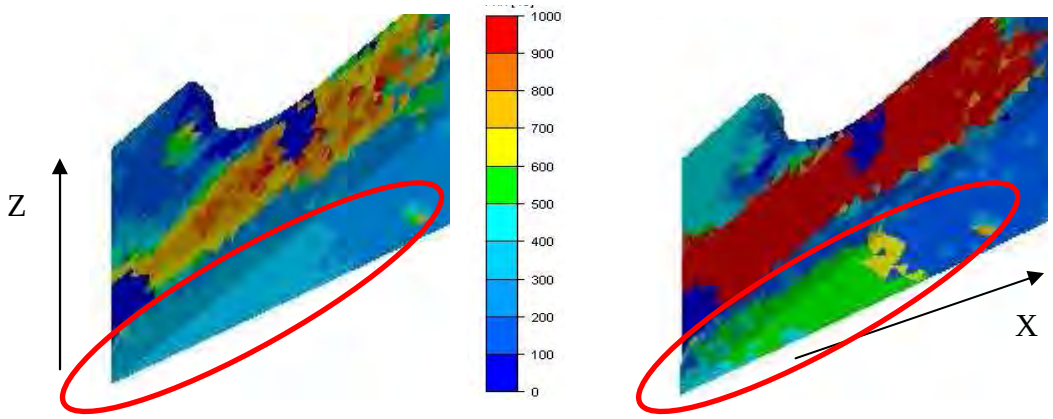
IV.4.3.1 Influence du fibrage initial

La Figure IV-28 montre les valeurs du critère de Murakami (avec dureté isotrope) pour deux configurations différentes du fibrage initial : a) avec un fibrage initial orienté suivant la direction z ; b) avec un fibrage initial orienté suivant la direction x. Nous focalisons sur le fond du poussoir qui présentait la valeur maximale du critère, après avoir vérifié que c'était toujours cette zone la plus sollicitée, même avec un corroyage initial différent. Les valeurs les moins élevées du critère de Murakami sont obtenues pour un fibrage initial orienté suivant la direction z. L'écart entre les valeurs maximales est de l'ordre de 4% (0,853 et 0,822). Cet écart est très faible car les inclusions sont de petite dimension. Nous voyons en effet sur la Figure IV-29 que les valeurs du paramètre *area*, même si elles sont différentes, restent assez faibles pour les deux directions de fibrages.



(a) corroyage initial suivant z *(b) corroyage initial suivant x*

Figure IV-28 : Influence de l'orientation initiale du fibrage sur les valeurs du critère de Murakami (dureté anisotrope)

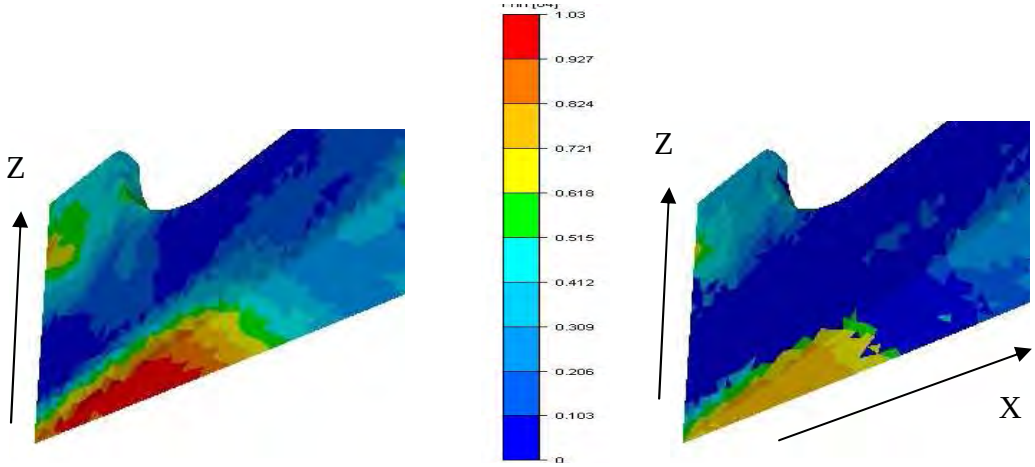


(a) corroyage initial suivant z *(b) corroyage initial suivant x*

Figure IV-29 : Influence de l'orientation initiale du fibrage sur les valeurs du paramètre area

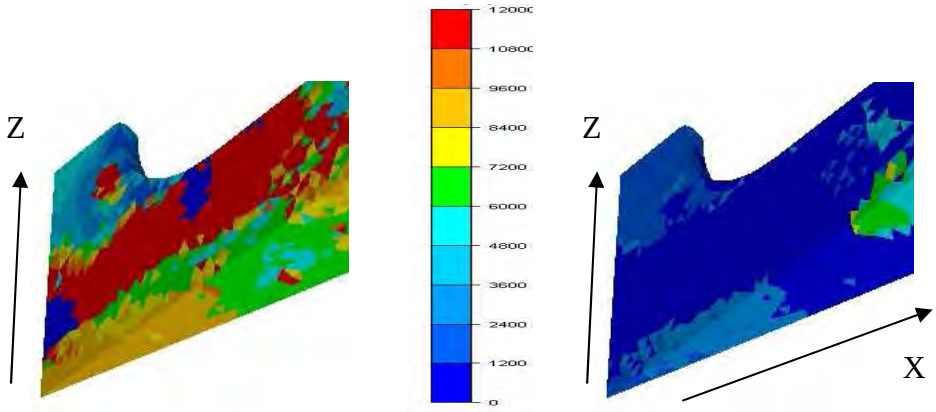
Le critère utilisant la dureté anisotrope donne des résultats identiques entre les deux configurations de fibrage. Il est donc intéressant de remarquer que deux effets sont antagonistes. D'une part, l'orientation des inclusions est plus défavorable lorsque le corroyage initial est orienté suivant x (Figure IV-29), mais d'autre part, l'effet des barrières microstructurales est plus favorable dans cette même configuration. Avec la taille des inclusions utilisée et le poids attribué à l'effet des barrières microstructurales, on voit ici que les deux se compensent.

En revanche, avec des inclusions plus grosses, leur effet serait prépondérant. Nous avons donc testé l'influence de l'orientation initiale du fibrage avec une taille d'inclusion de 50 microns (rayon de l'inclusion initiale sphérique). Nous voyons sur la Figure IV-30 que la valeur du critère utilisant la dureté anisotrope est bien plus importante lorsque le fibrage initial est orienté suivant z (1,035 contre 0,823). L'effet des barrières microstructurales est cette fois-ci négligeable devant l'effet des inclusions et les différences de valeurs du paramètre area qui sont induites (Figure IV-32).



(a) corroyage initial suivant z *(b) corroyage initial suivant x*

Figure IV-30 : Influence de l'orientation initiale du fibrage sur les valeurs du critère de Murakami (dureté anisotrope), avec une taille d'inclusion initiale de rayon 50 microns



(a) corroyage initial suivant z *(b) corroyage initial suivant x*

Figure IV-31 : Influence de l'orientation initiale du fibrage sur les valeurs du paramètre area, avec une taille d'inclusion initiale de rayon 50 microns

IV.4.3.2 Influence de l'épaisseur

De la même manière que précédemment, en plus de la configuration standard, nous testons une configuration limite. Pour cette seconde configuration, la dimension numéro 2 (cf. Figure IV-27) est beaucoup plus faible. Comme on peut s'y attendre, la tenue en fatigue est fortement dégradée, et le critère de rupture prend des valeurs extrêmement élevées (Figure IV-32). Nous voyons aussi que le calcul élastique montre une déformation importante du poussoir. Il est probable qu'avec cette géométrie, un simple chargement statique entraîne l'endommagement du poussoir.

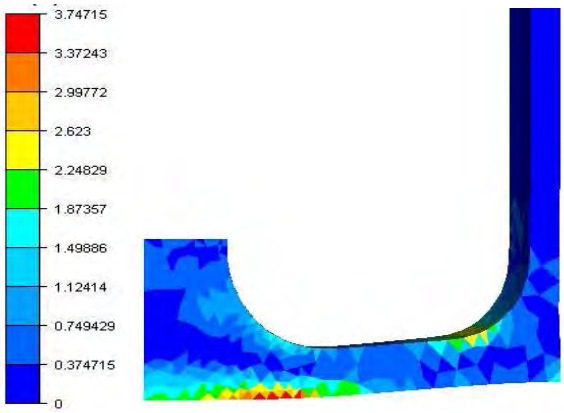


Figure IV-32 : Valeurs du critère de Murakami dans le cas d'une faible épaisseur du poussoir

Avec quelques calculs rapides, il est ainsi possible de vérifier ou d'évaluer l'influence de certains paramètres, et on voit ici qu'il existera une valeur d'épaisseur optimale pour laquelle le poussoir résistera à la fois en statique et en fatigue (pour le chargement que nous avons utilisé), tout en ayant un poids minimisé.

Ces exemples ont confirmé que le comportement en fatigue est influencé à la fois par des paramètres microstructuraux (dont le fibrage), ainsi que par des paramètres géométriques. Si ces exemples sont simples, l'optimisation peut devenir plus complexe quand on souhaite paramétrer la gamme de forgeage et la géométrie finale. L'optimisation automatique semble alors être la voie la plus judicieuse.

IV.5 Vers une optimisation automatique

IV.5.1 Objectifs

L'optimisation automatique représente d'une part une solution très pratique pour l'utilisateur qui n'a pas à lancer manuellement plusieurs simulations, mais elle permet surtout, grâce à l'utilisation d'algorithmes, de traiter des cas complexes. En effet, quand plusieurs paramètres interviennent et qu'ils interagissent de manière non linéaire sur le résultat, et que le problème comporte des optima locaux, il faut être capable de déterminer une stratégie d'identification de l'optimum global.

IV.5.2 Les algorithmes d'optimisation

Un problème d'optimisation revient à trouver les paramètres qui minimisent une fonction coût, ces paramètres pouvant être soumis à des contraintes. Par exemple on peut vouloir modifier la forme d'une pièce (les paramètres sont alors les cotes de la pièce) afin de minimiser son poids (c'est la fonction coût), tout en s'assurant que cette pièce conserve certaines propriétés mécaniques, comme sa rigidité et que sa géométrie lui permette d'être fixée dans des zones précises (ce sont les contraintes).

Traduit sous forme mathématique, ce problème d'optimisation de forme en forgeage peut être posé sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \text{Mininimiser } \Phi(\mu) \\ c_i(\mu) \le 0 \ \forall i = 1; m_i \\ h_i(\mu) = 0 \ \forall i = 1; m_e \\ \mu \in \Re^n \end{cases}$$

$\Phi(\mu)$ représente la fonction coût, $c_i(\mu)$ et $h_i(\mu)$ représentent les contraintes inégalité et égalité auxquelles est soumis le vecteur des paramètres à optimiser μ.

En fonction des spécificités du problème d'optimisation et des ressources dont on dispose pour les résoudre, différents algorithmes d'optimisation peuvent être utilisés. Ils peuvent être classés en trois catégories :

- les algorithmes à direction de descente (d'ordre 1 car souvent basées sur un calcul de gradient) ;
- les méthodes d'ordre 0 et les algorithmes évolutionnaires ;
- les méthodes hybrides.

IV.5.2.1 Les algorithmes à direction de descente

Ces algorithmes font appel au gradient des fonctions coût. La fonction coût doit alors être au moins une fois différentiable par rapport aux paramètres à optimiser. Une direction de descente *d* est telle qu'un déplacement de μ le long de *d* fait diminuer $\Phi(\mu)$. Un pas de descente « optimal » permet de faire décroître la fonction le plus possible à chaque étape.

Différentes méthodes existent et correspondent à la manière de choisir la direction de descente. Nous citerons notamment les suivantes, sans les expliciter ; le lecteur pourra consulter [FOR04] par exemple.

- la méthode de la plus forte pente ;
- la méthode du gradient conjugué ;
- la méthode de Newton ;
- les méthodes quasi-Newton.

De plus, la recherche de la valeur optimale du pas de descente est essentielle puisqu'elle permet d'assurer la convergence. Elle est cependant assez coûteuse en temps de calcul car elle nécessite plusieurs évaluations de la fonction coût.

Les algorithmes à direction de descente sont particulièrement adaptés aux problèmes convexes, donc présentant un seul optimum. En revanche, pour des problèmes multi-optima, ils ne permettent d'atteindre que le minimum le plus proche du point de départ. Un mauvais choix des paramètres de départ conduira à un minimum local et non au minimum global.

IV.5.2.2 Les méthodes d'ordre 0 et les algorithmes évolutionnaires

Ces algorithmes ne font pas appel au gradient de la fonction coût. Le principe consiste à générer un ou plusieurs nouveaux points plus proches de l'optimum à partir de la connaissance de la valeur de la fonction coût d'un ou plusieurs points de l'espace des paramètres. On trouve notamment :

- les algorithmes évolutionnaires dont les algorithmes génétiques et les stratégies d'évolution (S.E.) ;
- les surfaces de réponse.

Les algorithmes évolutionnaires sont inspirés de la génétique et des mécanismes de la sélection naturelle basés sur la théorie de l'évolution de Darwin. Pour commencer, une population de solutions potentielles appelées individus, est arbitrairement choisie dans l'espace des paramètres. Les performances de ces individus sont évaluées (la valeur de la fonction coût est calculée) et trois opérateurs évolutionnaires de « sélection, croisement et

mutation » peuvent être utilisés pour générer un nouvel ensemble d'individus appelés « population des enfants ». Cette nouvelle population est évaluée afin de juger lesquels des enfants méritent de remplacer certains parents pour constituer la génération suivante. Tant que les critères d'arrêt ne sont pas satisfaits (par exemple convergence de l'ensemble des solutions vers un même extremum ou bien atteinte d'un seuil de performance fixé), on recommence le cycle.

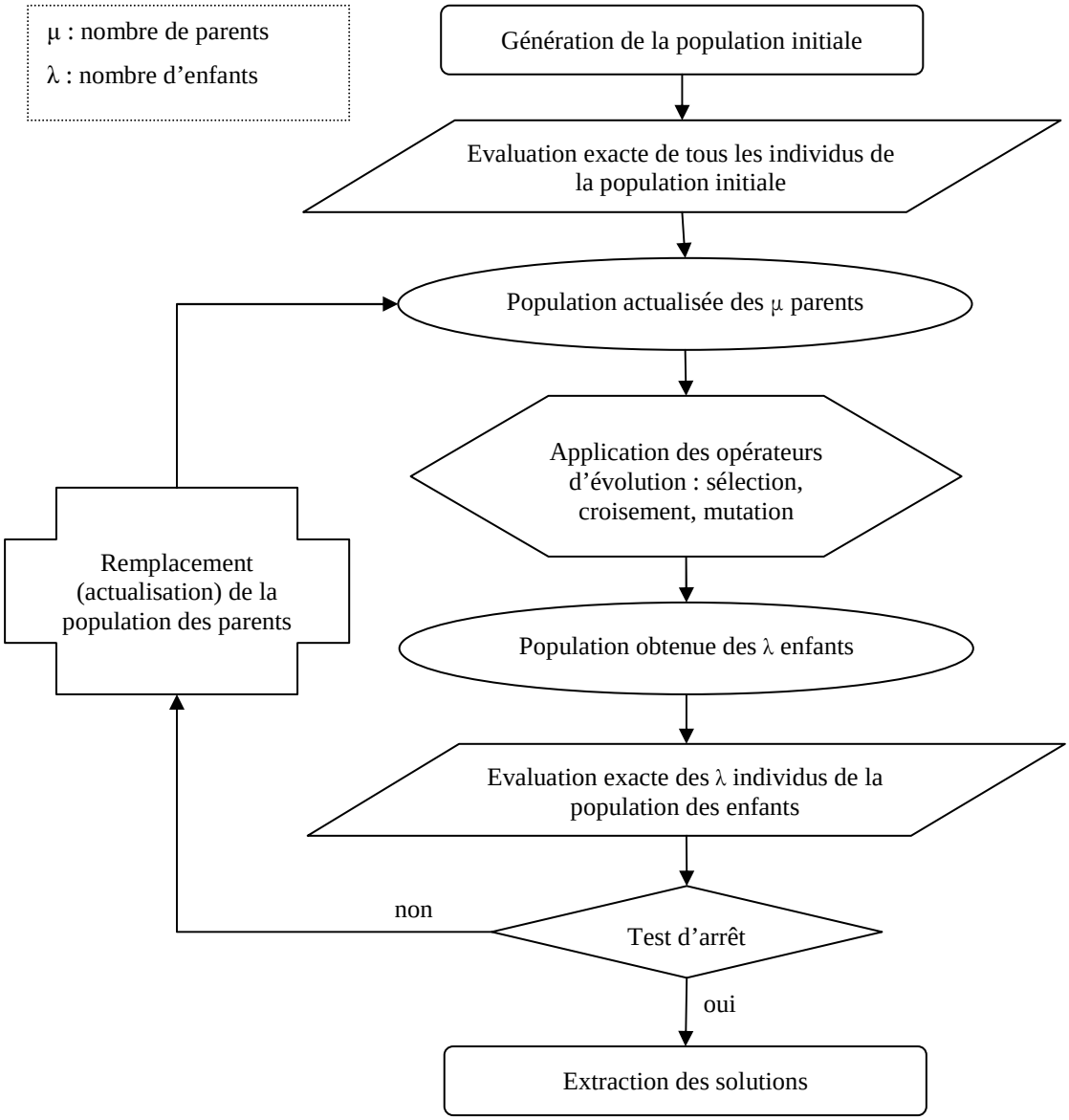


Figure IV-33 : Organigramme d'un algorithme évolutionnaire

La mutation est l'opérateur de modification d'un ou plusieurs gènes d'un individu dans le but d'introduire une nouvelle variabilité dans la population. La mutation est toujours présente dans les SE et elle garantie la globalité de la recherche.

Le croisement est l'opérateur de reproduction appliqué aux individus de la population et qui consiste à échanger ou combiner des composantes entre plusieurs individus. Le croisement est facultatif pour les SE.

La sélection est le processus de choix des individus utilisés pour la reproduction, basé sur leurs performances.

Le remplacement est le processus de formation d'une nouvelle population à partir de l'ensemble des parents et des enfants, effectué le plus souvent su leurs performances. Le remplacement est déterministe dans les SE.

Les méthodes de surface de réponse sont basées sur les plans d'expérience. Ceux-ci permettent, dans le domaine expérimental, de sélectionner les expériences à réaliser pour minimiser leur nombre tout en ayant la meilleure précision possible. L'objectif est de conduire à la modélisation et à l'optimisation des phénomènes étudiés. Dans le domaine numérique, les méthodes d'optimisation par surface de réponse consistent à approximer la fonction coût sur l'espace des paramètres d'optimisation, connaissant les valeurs de la fonction en certains points qui ont été évalués. Le problème d'optimisation devient alors un problème d'optimisation approché qui peut être résolu avec tous les types d'algorithmes d'optimisation, mais avec un temps de résolution bien inférieur à celui du problème réel. Les différentes méthodes se caractérisent par la manière de réaliser l'échantillonnage des points à évaluer et la méthode pour approximer la fonction coût.

Les algorithmes évolutionnaires et les méthodes de surface de réponse sont des méthodes d'optimisation globale et sont efficaces pour des nombres de paramètres importants.

IV.5.2.3 Les méthodes hybrides

Les méthodes hybrides consistent à mélanger deux ou plusieurs méthodes distinctes afin de ne retenir que les caractéristiques les plus intéressantes de chacune de ces méthodes. Par exemple, [OUL03] lancent une recherche au niveau global avec un algorithme évolutionnaire puis ils passent à la recherche locale avec un algorithme à direction de descente pour affiner le résultat. Le point délicat consiste à déterminer le moment à partir duquel doit se faire la transition.

La méthode utilisée pour réaliser l'optimisation automatique de la géométrie du poussoir de soupape est une méthode hybride basée sur une stratégie d'évolution utilisant un outil d'approximation (Métamodèle) permettant de diminuer le nombre d'évaluations exactes [EMM02]. Cela se traduit par deux modifications dans l'algorithme évolutionnaire (Figure IV-34) :

- La base de données initiale est obtenue par la méthode d'échantillonnage aléatoire qui va choisir aléatoirement dans tout l'espace de recherche (2*nombre de paramètres) de points initiaux.
- Seulement 20% de la population d'enfants est évaluée exactement à chaque génération, le reste étant approximé par le Métamodèle.

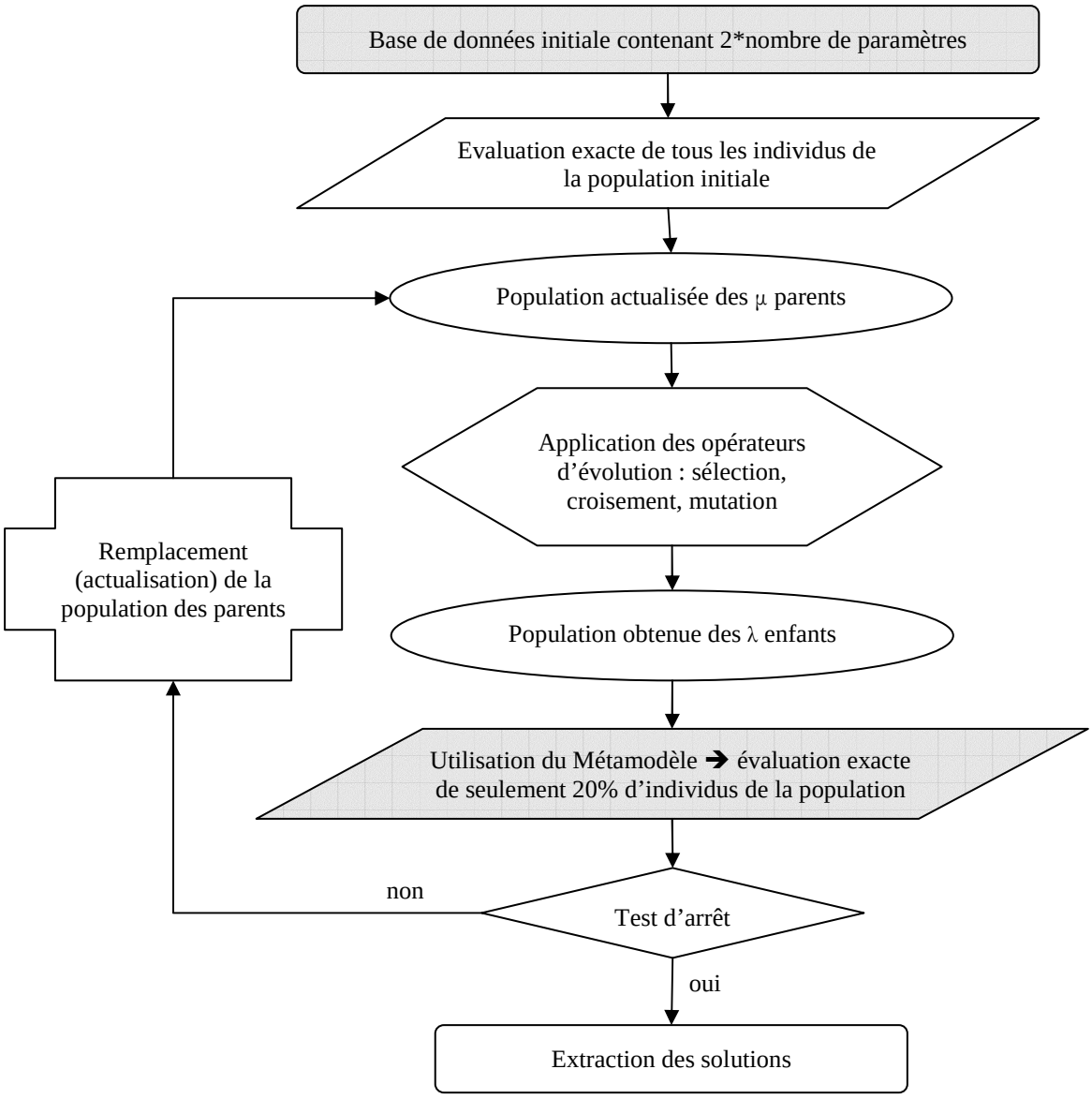


Figure IV-34 : Organigramme de la stratégie d'évolution avec Métamodèle utilisée pour l'optimisation du poussoir de soupape

IV.5.3 Mise en œuvre d'une optimisation automatique

Cette partie est destinée à présenter un exemple de mise en œuvre d'une boucle d'optimisation automatique. Nous avons étudié l'influence de la hauteur de l'ergot. Bien entendu, la méthode prendrait toute sa dimension pour un problème plus complexe. Nous souhaitons montrer ici la faisabilité d'une optimisation automatique tout en soulignant les points délicats.

Le paramètre variable est donc la dimension 1 présentée sur la Figure IV-27 (hauteur de l'ergot). Nous déterminons arbitrairement une plage de variation de cette hauteur qui se situe entre 4,2 mm et 5,9 mm. L'algorithme utilisé vient d'être présenté (§ IV.5.2). Ce choix est naturellement lié au travail de [DO06] qui est réalisé dans le cadre du projet OPTIMAT, tout comme ce travail.

La Figure IV-35 montre de manière détaillée les différentes étapes de la boucle d'optimisation à réaliser.

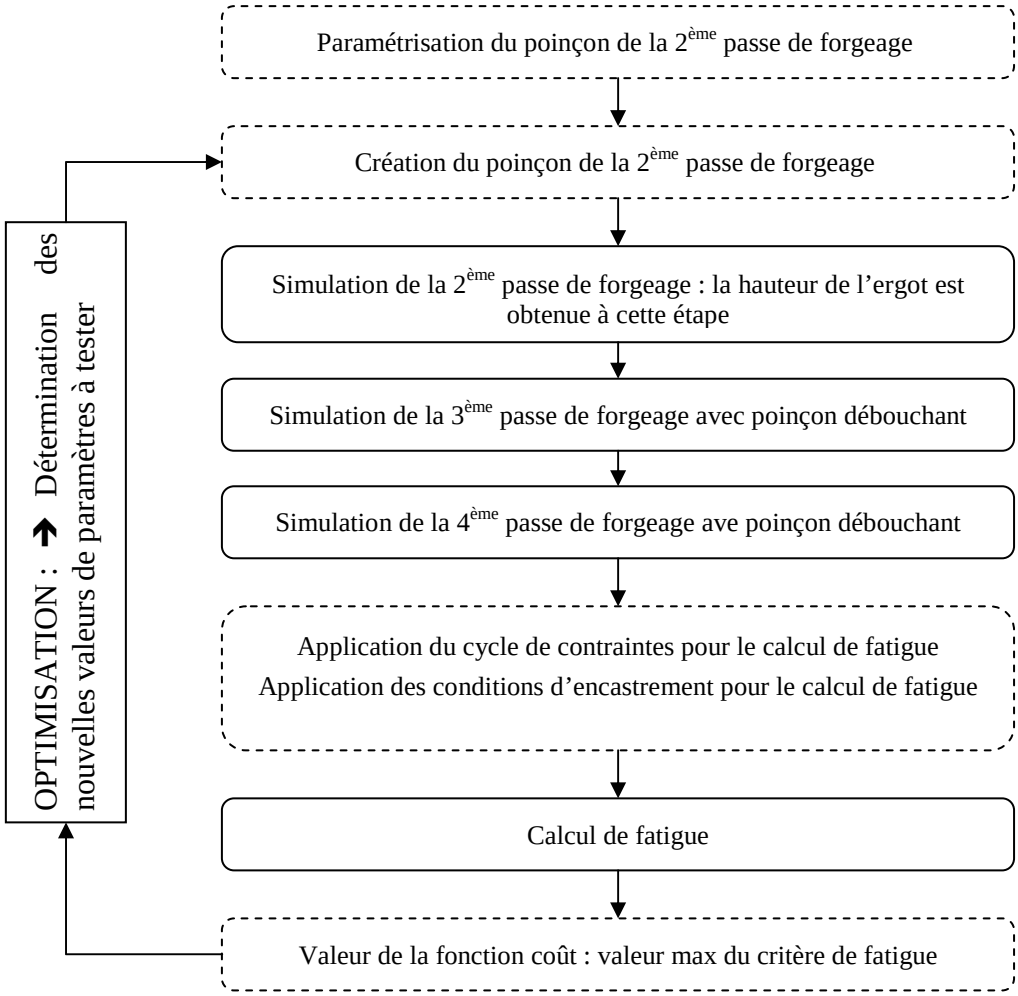


Figure IV-35 : Mise en œuvre de l'optimisation automatique de la forme du poussoir

IV.5.3.1 Paramétrisation du poinçon de la deuxième passe de forgeage

Le forgeage d'un poussoir dont la hauteur de l'ergot est modifiée nécessite une modification des outils. Il est possible de donner cette hauteur à l'ergot dès la deuxième passe de forgeage. Pour les deux passes suivantes, on utilise alors un poinçon débouchant qui permet de ne pas modifier la hauteur de l'ergot (Figure IV-36).

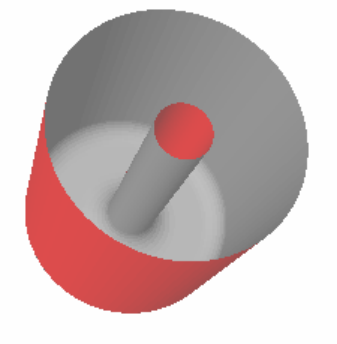


Figure IV-36 : poinçon débouchant utilisé pour les passes 3 et 4

Pour la deuxième passe de forgeage, la création du poinçon doit être réalisée automatiquement, en fonction de la valeur du paramètre à tester. Pour cela, la forme du poinçon est paramétrée en 2D. La Figure IV-37 montre le point de la géométrie qui est paramétré. La géométrie 2D doit ensuite être extrudée de façon axisymétrique, puis une matrice de connectivité doit être créée afin de générer le maillage surfacique du poinçon 3D.

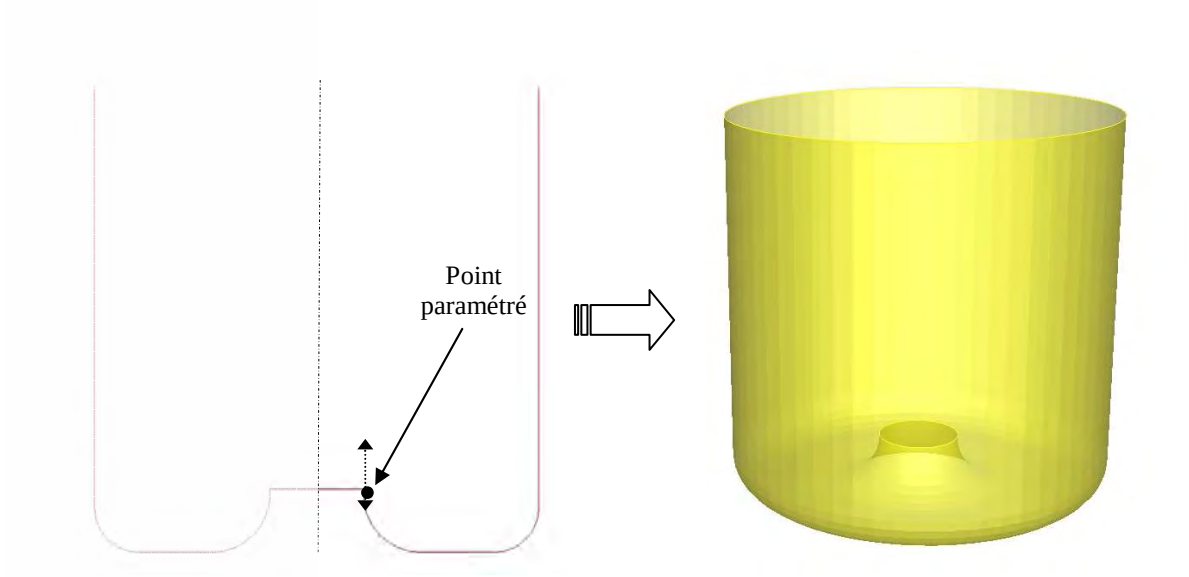


Figure IV-37 : Poinçon 2D paramétré et poinçon surfacique 3D

IV.5.3.2 Simulation de la mise en forme

Les simulations des passes de forgeage 2, 3 et 4 sont enchaînées automatiquement. Les courses des outils n'ont pas besoin d'être modifiées. Si l'on souhaitait aussi faire varier l'épaisseur de la base du poussoir, il aurait alors aussi été nécessaire de paramétrer la course des outils.

IV.5.3.3 Calcul de fatigue

Le calcul de fatigue fait appel à des outils spécifiques de Forge® pour appliquer le chargement cyclique et pour réaliser le blocage de certains nœuds. Pour l'un et l'autre, ces outils s'appuient sur la sélection des nœuds au moyen de boîtes géométriques que l'utilisateur détermine au moment de la mise en données dans le préprocesseur de Forge®. Cette opération doit donc être automatisée elle aussi. Nous pouvons distinguer la base du poussoir de la zone de l'ergot sur laquelle vient s'appliquer la force. En effet, les courses des outils n'ayant pas changé, la base du poussoir aura toujours la même situation spatiale et il est alors possible de déterminer au départ une boîte géométrique qui sera utilisable pour l'ensemble des simulations. En revanche, la zone d'application des contraintes va varier avec la hauteur de l'ergot. Nous avons donc automatisé la détection des nœuds sur lesquels il faut appliquer le « set de contraintes ». Pour cela, nous avons utilisé un critère géométrique, faisant intervenir les coordonnées des nœuds appartenant aux surfaces libres et l'orientation des normales de ces surfaces libres :

- la normale aux surfaces libres doit être orientée suivant le vecteur (0;0;1) ;
- les nœuds des surfaces libres doivent se trouver à l'intérieur d'un cylindre de rayon égal au rayon de l'ergot.

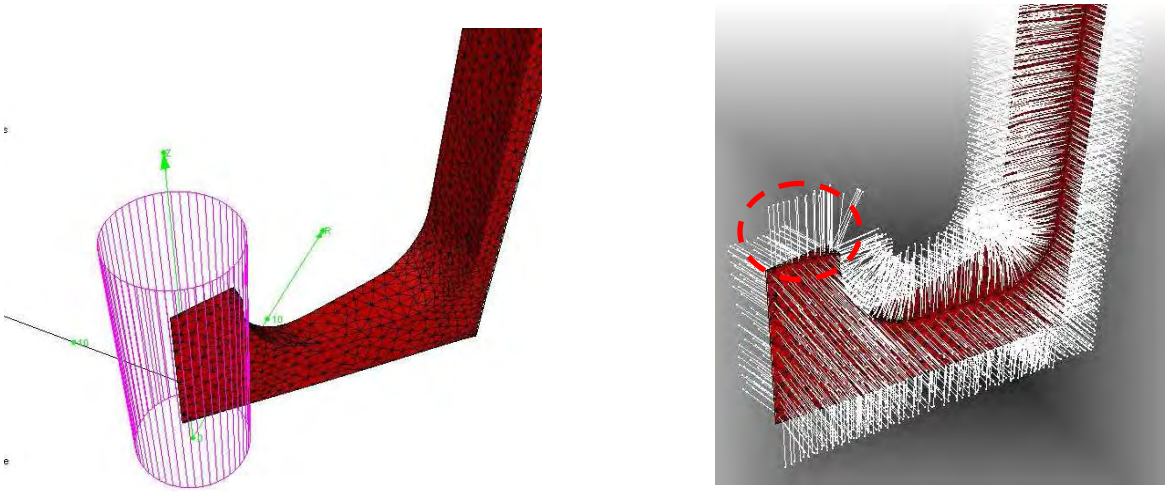


Figure IV-38 : Seuls les nœuds sur le plateau de l'ergot répondent aux deux critères, i.e. à l'intérieur du cylindre et appartenant aux surfaces libres dont la normale est orientée suivant (0 0 1)

IV.5.3.4 Résultat

Le critère utilisé pour l'optimisation est la valeur maximale du critère de Murakami obtenue sur l'ensemble des points d'intégration. Le nombre d'évaluations (c'est-à-dire le nombre de simulations complètes) réalisées a été fixé à 25 pour des raisons de temps de calcul. La Figure IV-39 montre les valeurs du critère obtenues pour les différentes simulations effectuées durant l'optimisation. Nous voyons que la variation du critère se fait à plus ou moins 2% autour d'une valeur moyenne de 0,825 (les valeurs maximales sont toujours obtenues dans la même zone). Dans la gamme de variation de la hauteur de l'ergot, nous ne distinguons pas de relation linéaire entre cette hauteur et la valeur du critère. Les variations obtenues sont plutôt à comparer aux différences dues aux maillages.

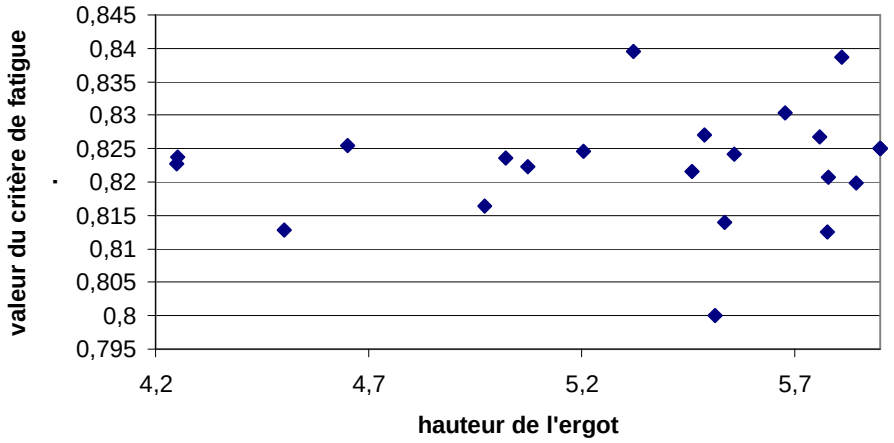


Figure IV-39 : Résultats des évaluations réalisées lors de l'optimisation automatique

Malgré ce résultat, le cas traité permet de démontrer la faisabilité d'une optimisation de forme automatique. De plus, ce cas permet de mettre en évidence les points délicats dans la construction d'une telle optimisation :

- la construction automatique des outils, qui s'avèrera d'autant plus délicate que les outils seront complexes ;

- l'application automatique de conditions aux limites sur des pièces dont la géométrie change ;
- la sensibilité du critère vis-à-vis du maillage.

IV.6 Conclusion sur la démarche d'optimisation

Nous avons vu la mise en place d'une chaîne complète de simulations depuis la mise en forme jusqu'au comportement en fatigue d'une pièce industrielle. A chacune des étapes, nous avons pu montrer la faisabilité et nous avons aussi mis en exergue les difficultés qui existent. La simulation de la mise en forme nécessite évidemment un logiciel adapté au forgeage tel que Forge®, mais une très bonne connaissance du matériau est aussi nécessaire. Au-delà de la rhéologie du matériau à l'échelle macroscopique, c'est aussi la connaissance de l'état inclusionnaire qui est importante. Si la taille des inclusions dépasse la taille critique pour le comportement en fatigue, la connaissance de la rhéologie des inclusions par rapport à celle de la matrice est indispensable afin de déterminer l'évolution des inclusions lors de la déformation. Nous avons également vu que notre modélisation du fibrage permet de bien obtenir l'orientation du fibrage à l'issu du forgeage. Actuellement, nous ne prévoyons ni la fragmentation, ni l'alignement des inclusions et leurs conséquences sur le comportement en fatigue.

Le calcul de fatigue est, quant à lui, pertinent et permet bien de retrouver les zones d'amorçage en fatigue constatées sur le poussoir de soupape. Cependant, les valeurs présentent une dépendance au maillage et on note des écarts jusqu'à 4% pour un même calcul. Cet écart, bien que peu important, doit être pris en considération lors de l'étape d'optimisation. La sensibilité aux paramètres doit être suffisamment importante pour être prépondérante par rapport à l'incertitude due au maillage.

Deux types d'optimisation sont possibles. D'une part, l'optimisation manuelle qui est adaptée pour des cas simples, cas d'un seul paramètre variable par exemple. D'autre part, l'optimisation automatique sera particulièrement adaptée lorsqu'on souhaitera faire varier plusieurs paramètres ou encore des paramètres géométriques. Il faut alors être capable de générer automatiquement les maillages des outils dont la géométrie est variable, et nous avons pu voir dans notre cas que c'était possible, ici avec une géométrie axisymétrique. Les conditions limites doivent aussi pouvoir être introduites de manières automatiques sur une géométrie variable. Le travail réalisé pour le poussoir répond à cette difficulté, mais on pourrait envisager d'intégrer des outils permettant de faciliter cette automatisation. Un remaillage adapté aux frontières des zones d'application des conditions limites serait également indispensable.

- CONCLUSION ET PERSPECTIVES -

Conclusion et perspectives

Le corroyage des pièces forgées leur confère de bonnes propriétés mécaniques et dans le cas du forgeage à froid, des contraintes résiduelles sont créées dans la pièce. Le corroyage engendre également une anisotropie de certaines propriétés. Ainsi, le comportement en fatigue d'une pièce corroyée est généralement anisotrope. Le but de ce travail a été de bâtir des outils numériques et une méthodologie permettant d'optimiser les pièces forgées en nous focalisant sur le comportement en fatigue de ces pièces.

Une première étape a consisté à analyser les critères d'endurance existants. Cela nous a conduits à séparer deux types de cas : les matériaux « sains » et les matériaux « à défauts ». Cette dernière dénomination est abusive puisqu'un matériau dit à défaut est un matériau pour lequel la fissure de fatigue est amorcée sur des porosités ou bien sur des inclusions, alors que ces dernières ne doivent pas nécessairement être qualifiées de défauts. Il existe une taille critique de défaut au-delà de laquelle le comportement en fatigue à grand nombre de cycles d'un matériau devient tributaire de ces défauts.

En nous appuyant sur les mécanismes intervenant en fatigue, nous avons ensuite cherché à déterminer ce qui peut conférer son comportement anisotrope à une pièce forgée. Pour un matériau « sain », la texture des grains est vraisemblablement responsable de l'anisotropie. Dans son critère, Dang Van considère le comportement du grain le plus défavorablement orienté. Ce dernier doit être adapté élastiquement. Or, la texture induite par le corroyage engendre des probabilités différentes, en fonction de la direction, de rencontrer des grains défavorablement orientés. Pour un matériau dit à défauts, la géométrie de ces défauts par rapport aux sollicitations est primordiale. Ainsi, des inclusions allongées introduiront une anisotropie en fatigue. C'est pourquoi la description de ces inclusions dans la pièce est essentielle.

La définition que nous avons donnée au fibrage dépend donc de la nature du matériau :

- si la matrice gouverne le comportement en fatigue, le fibrage correspond à une texture qu'il sera difficile de relier directement au comportement en fatigue ;
- si les inclusions gouvernent la tenue en fatigue, le fibrage correspond principalement à l'orientation des inclusions (ou leur alignement).

Le premier critère que nous avons choisi d'implémenter dans le logiciel Forge3®, le critère de Dang Van, est adapté aux matériaux « sains ». Il peut être rendu anisotrope, mais cela nécessite de déterminer des paramètres avec des essais de fatigue dans plusieurs directions, ce qui est coûteux. En revanche, la prise en compte des contraintes résiduelles de forgeage est directement possible, en première approche. En effet, les contraintes résiduelles peuvent être considérées comme des contraintes que l'on superpose aux contraintes cycliques. En réalité, ces contraintes se relaxent lors des cycles de chargement, mais la modélisation de ce phénomène dépassait le cadre de ce travail.

Pour les matériaux à défauts, l'équation de Murakami est capable de donner une limite de fatigue en fonction d'une géométrie d'inclusion, pour un chargement uniaxial. C'est pourquoi nous nous sommes orientés vers ce critère pour les matériaux avec des inclusions dépassant la taille critique. Afin de pouvoir utiliser ce critère pour une gamme de sollicitations plus étendue, nous avons proposé une extension multiaxiale du critère basée sur des travaux menés par Beretta et Murakami sur une version biaxiale. Cette extension doit permettre en particulier

de prendre en compte l'effet de contraintes moyennes, et donc d'intégrer les contraintes résiduelles induites par la mise en forme antérieure.

Dans le chapitre III, l'analyse d'essais de fatigue nous a permis de tester l'utilisation du critère de Murakami sur un acier contenant des inclusions dépassant la taille critique et de formes très allongées. Nous avons vérifié qu'il était nécessaire de tenir compte de la différence de dureté entre les sens long et travers si on voulait obtenir de bonnes prédictions. En revanche, à 45°, il nous a fallu introduire une dureté virtuelle supérieure aux duretés dans les sens long et travers. Avec cette variante, les prévisions sont bonnes et le fibrage est donc bien pris en compte pour des essais de traction. En revanche, les résultats des essais de torsion conduisent à préconiser l'utilisation d'un critère avec un aspect probabiliste du comportement en fatigue.
Nous avons ensuite montré des exemples d'utilisation du critère sur pièces réelles. Nous avons souligné que la finesse du maillage est un point important. Une grande finesse est nécessaire pour être en mesure d'appliquer le chargement en fatigue sur la vraie géométrie. Un maillage trop grossier peut générer des concentrations de contraintes artificielles et donc entraîner des résultats inexactes. Une autre solution pourrait être de projeter les résultats obtenus en fin de forgeage avec Forge3® sur un maillage propre issu d'une CAO de la pièce finale.

Dans le chapitre IV, l'étude plus détaillée d'un poussoir de soupape nous a orienté vers notre objectif : mettre en œuvre une démarche d'optimisation globale. Les essais de fatigue menés sur cette pièce ont tout d'abord montré la meilleure tenue en fatigue de la pièce forgée par rapport à la pièce usinée, et nous avons été en mesure de retrouver les zones d'amorçage dans les pièces forgées. Nous avons ensuite testé plusieurs configurations en utilisant le critère de Murakami afin de dégager la meilleure configuration vis-à-vis de la tenue en fatigue. Pour cela, nous avons testé le rôle des contraintes résiduelles et l'orientation du fibrage. Enfin, nous avons automatisé l'optimisation en jouant cette fois-ci sur la géométrie de la pièce. La génération automatique des CAO d'outils axisymétriques en fonction des côtes préconisées par l'algorithme d'optimisation nous a permis de mettre en place la méthodologie complète d'optimisation intégrant : CAO et maillages axisymétriques automatisés, calculs de forgeage multipasses, transfert d'informations pour le dimensionnement, calcul de fatigue, évaluation de la fonction coût à optimiser et enfin modification de la CAO. Ceci nous a également permis de mettre en évidence plusieurs difficultés dans cette chaîne de simulations virtuelle ; difficultés liées notamment à la paramétrisation des CAO et à l'automatisation de l'enchaînement des opérations, en particulier lorsque les géométries changent.

Les perspectives de ce travail se présentent suivant plusieurs axes :

(1) La modélisation du fibrage peut être améliorée en affinant la déformation des inclusions en fonction de la déformation de la matrice. Deux voies complémentaires peuvent être envisagées : d'une part, le suivi expérimental de la déformation des inclusions, et d'autre part la simulation numérique de ces déformations. Cette seconde voie peut permettre de traiter de nombreux cas, en introduisant une rhéologie pour la matrice, une rhéologie pour l'inclusion et une loi pour décrire l'interface entre inclusion et matrice. Cette loi pour l'interface sera en revanche la plus difficile à déterminer. Il faudrait aussi pouvoir modéliser la fragmentation des inclusions, en introduisant par exemple une variable d'endommagement ou de fissuration pour les inclusions.

(2) Confronter l'extension multiaxiale de l'équation de Murakami avec des résultats expérimentaux. Pour cela, des essais de fatigue multiaxiaux sur des matériaux à défaut sont nécessaires. Dans un premier temps il serait opportun de traiter plusieurs rapports de charge pour des sollicitations en torsion. En effet, la fonction de pondération utilisée pour traiter des contraintes biaxiales a été déterminée et validée pour la torsion. Ces premiers essais permettraient ainsi de tester la méthode de prise en compte d'un rapport de charge différent de R=-1. Dans un second temps, il serait intéressant de tester l'utilisation de la fonction de pondération pour des contraintes multiaxiales avec un rapport de charge R=-1, puis pour des contraintes multiaxiales quelconques (non nécessairement proportionnelles).

(3) Comprendre les origines physiques de certains paramètres de l'équation de Murakami qui restent empiriques, pour une transposition à d'autres matériaux. Pour cela, la meilleure voie serait l'utilisation d'une approche multi-échelles, avec la modélisation explicite des hétérogénéités et des concentrations de contraintes au niveau microscopique.

(4) La prise en compte de l'anisotropie du comportement des matériaux sains pourrait être développée. Pour ces matériaux l'étape d'amorçage constitue la phase essentielle de la ruine en fatigue. Or, l'effet du fibrage sur la morphologie des grains et sur la texture modifie le comportement des grains vis-à-vis des sollicitations en fatigue. Il serait donc intéressant de déterminer comment se comportent ces grains vis-à-vis des sollicitations. Pour cela l'utilisation d'un modèle numérique à l'échelle microscopique serait particulièrement adaptée. La modélisation d'un volume élémentaire représentatif permettrait de prendre en compte l'activation des différents plans de glissement dans les grains afin de repasser ensuite au modèle macroscopique pour alimenter ou enrichir un critère de fatigue ad hoc : on pourra en particulier penser à un critère de type Papadopoulos, dans lequel interviennent les systèmes de glissement qui sont activés.

(5) L'amélioration de l'application des conditions limites de type calcul de structure pour les calculs de fatigue avec Forge3®. On peut notamment envisager le transport des résultats sur un maillage adéquat issu d'une CAO propre, avant de réaliser le calcul de fatigue. Ceci permettrait, comme nous l'avons dit plus haut, d'améliorer la précision du calcul de fatigue.

(6) Les traitements ultérieurs à la forge que subit également la pièce devraient être pris en compte. Il est essentiel d'intégrer l'ensemble de la filière de mise forme et de finition des pièces pour prédire correctement leur tenue en service. Parmi les opérations supplémentaires pouvant intervenir, on trouvera principalement le galetage, l'usinage, le grenaillage, et les traitements thermochimiques. Toutefois, dans le cas des traitements thermochimiques, il n'est pas certain que l'étape de forgeage doive être prise en compte puisque l'étape de chauffage de la pièce est susceptible de détruire une partie de la microstructure.

(7) Le calcul de la relaxation des contraintes résiduelles durant le chargement cyclique constitue un axe important pour prédire plus précisément la tenue en service. Il serait intéressant de pouvoir implémenter l'une des méthodes permettant de calculer de manière accélérée un état stabilisé de manière à améliorer la prédictivité du calcul de fatigue.

- REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES -

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

[BAI78] Baïlon, J.P., Masounave, J., Lanteigne, J., Scripta Met., 12, 607-611, 1978

[BAL95] Ballard, P., Dang Van, K., Deperrois, A., Papadopoulos, Y.V., High cycle fatigue and a finite elemnt analysis, Fatigue Fract. Engng. Mater. Struct. Vol 18, No. 3, pp 397-411, 1995

[BAN03] Banvillet A., Palin-Luc T., Lasserre S., A volumetric energy based high cycle fatigue multiaxial fatigue criterion, International Journal of Fatigue 25, pp. 755-769, 2003

[BAU03] Baudry G., Tenue en service des composants mécaniques – quelle endurance pour quelle pièce et quelle procédé, compte rendu des 22e Journées de Printemps, Fatigue et procédés de fabrication, CETIM Senlis, 2003.

[BER79] Bernard, G., Hersant, T., Moliexe, F. et Moussy, F., Mém. Sci. Rev. Mét. 76, 667, 1979

[BER97] Beretta S., Blarasin A., Endo M., Giunti T., Murakami Y., defect tolerant design of automotive components, Int. J. Fatigue, Vol. 19, n° 4, pp. 319-333, 1997

[BER98] De Berg, M., Kreveld, M., Overmars, M., Schwarz-kopf, O., Computational Geometry : Algorithms and Applications, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 1998

[BER00] Beretta, S., Murakami, Y., SIF and threshold for small cracks at small notches under torsion, Fatigue Fract. Engng. Mater. Struct., 23, pp 97-104, 2000

[BER05] Bernasconi, A., Papadopoulos, I.V., Efficiency of algorithms for shear stress amplitude calculation in critical plane class fatigue criteria, Computational Material Science, 2005

[BIL02] Billaudeau, T., Fatigue multiaxiale des matériaux à défauts: mécanismes et critère d'endurance, these de doctorat, ENSMA, 2002

[BUI69] BUI, H.D., Etude de l'évolution de la frontière du domaine élastique avec l'écrouissage et relations de comportement élasto-plastique des métaux cubiques, Thèse de doctorat ès-sciences physiques, Université de Paris VI, N° A.O. 2883, 1969

[CAN04] Cano, F., Constantinescu, A., Maitournam, H., Critère de fatigue polycyclique pour des matériaux anisotropes : application aux monocristaux, C. R. Mecanique 332, pp. 115-124, 2004

[CHA97] Chaboche, J.L., Jung, O., Application of a kinematic hardening viscoplasticity model with thresholds to the residual stress relaxation, International Journal of Plasticity, Vol.13, No. 10, pp. 785-807, 1998

[CHA98] Chapetti, M.D., Kitano, T., Tagawa, T., Miyata, T., Two small crack extension force concept applied to blunt notched components, Int., J. Fatigue, Vol. 21, pp. 77-82, 1999

[COU 91] Coupez, T., Thèse de Doctorat, ENSMP, CEMEF, 1991

[COU94] Coupez, T., A mesh improvement method for 3D automatic remeshing. In N.P. Weatherill et al., editor, Numerical Grid Generation in Computational Fluid Dynamics and Related Fields, pp. 615-626, Pineridge Press, 1994

[COU95] Coupez, T., Stable stabilized finite element for 3D forming calculation, ENSMP, Sophia Antipolis, 1995

[COU96] Coupez, T., Parallel adaptative remeshing in 3D moving mesh finite element. In B.K. Soni et al., editor, Numerical Grid Generation in Computational Field Simulations, Vol. 1, pp. 783-792, Mississipi State University, 1996

[COU03] Courbon, J., Vincent, A., Lormand, G., Daguier, P., Girodin, D., Influence du fibrage sur les propriétés de fatigue des aciers à roulement, compte rendu des 22e Journées de Printemps, Fatigue et procédés de fabrication, CETIM Senlis, 2003

[CRO56] Crossland B., Effect of large hydrostatic pressures on the torsional fatigue strength of an alloy steel, Proceedings of the International Conference on Fatigue of Metals, Institution of Mechanical Engineers, London, 1956.

[DAN89] Dang Van, K., Griveau, B., Message, O., On a new multiaxial fatigue limit criterion : Theorie and application, Biaxial and multiaxial fatigue, EGF 3, Mechanical Engineering Publications, London, pp. 479-496, 1989

[DE K70] De Kazinczy, F., Effect of small defects on the fatigue properties of medium-strength cast steel. Journal of the Iron and Steel Institute, pp. 851-855, 1970

[DEM06] Demurger, J., Forestier, R., Kieber, B., Lasne, P., Deep rolling process simulation: impact of kinematic hardening on residual stresses, Journées Utilisateurs Forge®, 2006

[DEP91] Deperrois A., Sur le calcul de limites d'endurance des aciers, Thèse de Doctorat, Ecole Polytechnique, Paris, 1991

[DIA 91] McDiarmid, DL., A general criterion for high cycle multiaxial fatigue failure, Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct., 14: 429-53, 1991

[DO06] DO, T.T., Optimisation de forme en forgeage 3D, Doctorat Mécanique Numérique, ENSMP - CEMEF Centre de Mise en Forme des Matériaux, ENSMP, 2006

[DUG60] Dugdale, D.S., J. Mech., Phys. Solids, 8, 100, 1960

[ELH79] El Haddad, M.H., Topper, T.H., Smith K.N., Prediction of non propagating cracks, Engng. Fract. Mech., vol. 11, pp. 573-584, 1979

[EMM02] Emmerich, M., Giotis, A., Özdemir, M., Bäck, Th., Giannakoglou K., Metamodel-assisted evolution strategies. In J. J. Merelo Guervos et al. (edts.): Parallel Problem Solving from Nature VII, Proc. Inte'I Conf, Granada, September 2002

[END87] Endo,M., Murakami, Y., Effect of an artificial small defect on torsional fatigue strength of steels, . Engng. Mater. Tech. (ASME trans.), 109, pp. 123-129, 1987

[END96] Endo, M., Effect of artificiel small artificial small defect and graphite on torsional fatigue strength of nodular cast iron, Trans. J. Soc. Mat. Sci., 45, pp. 16-20, 1996

[END98] Endo, M., Effect of a small defect on the fatigue strength of annealed JIS-S35C steel under combined axial-torsional stress, Proceedings JSME Conference, pp. 357-358, 1998

[EKB01] Ekberg, A., Sotkovszki, P., Anisotropy and rolling contact fatigue of raiway wheels, International Journal of Fatigue 23, pp. 29-43, 2001

[FIN59] Findley W.N., A theory for the effect of mean stress on fatigue of metals under combined torsion and axial load or bending, Transactions of the American Society of Mechanical Engineers, Journal of Engineering for Industry, Series B, vol.81, 1959

[FLA83] Flavenot, J.F., Skalli, N., L'épaisseur de la couche critique ou une nouvelle approche du calcul en fatigue des structures soumises à des sollicitations multiaxiales, Mécanique, Matériaux, Electricité, vol.397, pp. 15-25, 1983

[FLA88] Flavenot, J.F., Lu J., Prediction of the residual stress relaxation during fatigue loading and taking the residual-stress in multiaxial fatigue criteria into account, Proceedings of 2nd international conferenceon residual stress, Nancy, France, Elsevier Applied science, pp.784-790, 1988

[FOR04] Forestier, R., Développement d'une méthode d'identification de paramètres par analyse inverse couplée avec un modèle éléments finis 3D, thèse de doctorat, ENSMP, CEMEF, 2004

[FRO59] Frost, N.E., Proc. Inst. Mech. Eng., 173, p. 811, 1959

[GAR99] Gärtener, B., Smallest Enclosing Balls a Fast and Robust C++ Implementation, http://www.inf.ethz.ch/personal/gaertner/miniball.html, 1999

[GAU98] Gaucheron, M., Mise en forme de l'acier par estampage, Techniques de l'Ingénieur, traité M3200, 1998.

[GER85] Germain, Y., Modélisation par éléments finis d'écoulement viscoplastique avec frottement. Application au forgeage à chaud, Thèse de Doctorat, ENSMP, CEMEF, 1985

[GOU35] Gough, H.J., Pollard, H.V., The strength of metals under combined alternating stresses, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, vol. 131, n° 3, 1935

[GUI90] Guiu, F., Stevens R.N., The nucleation and growth of short fatigue fatigue cracks both at plan surface and notches, Fatigue Fract. Engng. Mater. Struct., Vol. 13, pp. 625-635, 1990

[HAI77] El Haik, R. et Deléon, Y., Rapport final DGRST, n°75.7.1219, Paris, 1977.

[HAN36] Hankins-Becker, Further experiments on the effect of surface condition on the fatigue resistance of steels, J. Iron Steel Institute, Vol. 133, p.399-425, 1936.

[HOF86] Hoffmann, J.E., Löhe, D., Macherauch, E., Influence of machining residual stresses on the bending fatigue behaviour of notched specimens of Ck 45 in different heat treating states, 1986

[HOP96] Hopp, T.H., Reeve, C.P., An algorithm for computing the minimum covering sphere in any dimension, NISTIR 5831, 1996

[HUS75] Husson, J., Pratique du forgeage, Pyc Edition, ISBN 2-85330-016-1, 1975

[ING00] Inglebert, G., Hassine, T., Legrand, E., Louradour, G., Adaptation et fatigue de composants mécaniques sous chargement complexe, Mec. IND., pp. 603-608, 2000

[JAC04] Jachmich, J.M., Tenue en service des bielles: influence de la peau de forge, La Forge, N°15, 2004

[KAG92] Kage, M., Miller, K.J., Smith R.A., Fatigue crack initiation and propagation in a low-carbon steel of two different grain sizes, Fatigue Fract. Engng Mater. Struct., vol. 15, n° 8, pp. 763-774, 1992

[KIT76] Kitagawa, H., Takahashi, S., Proceedings of 2nd International Conference on Behaviour of materials, Boston, P. 627-631, 1976

[KOB69] Kobayashi, H., Nakazawa, H., Trans. Jpn Soc. Mech. Eng., 36, 1856, 1969

[KUN97] Kuntsevich A., Kappel, F., SolvOpt the Solver for Local Nonlinar Optimization Problems, Institute for Mathematics Karl-Franzens, University of Graz, 1997

[LEM85] Lemaitre, J., Chaboche, J.-L., Mécanique des matériaux solides, Dunod, Paris, 1985

[LER83] Leroy, F., Rapport DGRST-GIS Mise en forme, n° 83-02, CFAS (Saint-Etienne), 1983.

[LIU95] Liu, C.D., Bassim, M.N., Lawrence , S. ST., Dependence of the fatigue limit of rail steels on stress intensity factor near inclusions, Engineering Fracture Mechanics, vol. 50, No. 2, pp. 301-307, 1995

[LU 02] Lu, J., Fatigue des alliages ferreux – Facteurs d'influence, Techniques de l'Ingénieur, traité BM 5043, 2002

[MAM02] Mamiya, E., Araujo, J., Fatigue limit under multiaxial loadings: on the definition of the equivalent shear stress, Mechanics Research Communications, n° 29, pp. 141-151, 2001

[MAR56] Marin, J., Proc. Int . Conf. On Fatigue of Metals, Institution of Mechanical Engineers, London, 1956, pp184,194

[MAR00] Marquis, G., Socie, D., Long-life torsion fatigue with normal mean stress , Fatigue Fract. Engng. Mater. Struct, Vol. 23, pp. 293-300, 2000.

[MAT80] Matake T., IMAI Y, Fatigue criterion for notched and unnotched specimens under combined stress state, ZAIRYO, 29, n° 325, pp. 993-997, 1980

[MAT01] Mateo, A., Llanes, L., Akdut, N., Anglada, M., High cycle behaviour of a standard duplex stainless steel plate and bar, Material Science and Engineering A319-321, pp. 516-520, 2001

[MIT77] Mitchell, M.R., Review of the mechanical properties of cast steels with emphasis on fatigue behavior and the influence of microdiscontinuities, J. Engng. Mater. Tech. (ASME trans.), 99, pp. 329-343, 1977

[MOC99] Mocellin, K., Contribution à la simulation numérique tridimensionnelle du forgeage à chaud : étude du contact et calcul multigrille, thèse de Doctorat, ENSMP, CEMEF, 1999.

[MOR00] Morel, F., A critical plane approach for life prediction oh high cycle fatigue under multiaxial variable amplitude loading, Int. J. Fatigue, 22, n°2, pp. 101-119, 2000

[MUR83] Murakami, Y., Endo, M., Quantitative evaluation of fatigue strength of metals containing various small defects or cracks, Engineering Fracture Mechanics, Vol. 17, No. 1, pp. 1-15, 1983

[MUR86] Murakami, Y., Endo, M., The behaviour of short fatigue cracks, Ed. K.J. Miller and E.R. de los Rios, EGF Publication 1, Mechanical Engineering Publications, London, pp. 275-293, 1986

[MUR89] Murakami, Y., Kodomas, S., Konuma, S., Quantitative evaluation of effects of non metallic inclusions on fatigue strength steels. I: Basic fatigue Mecanism and evaluation of correlation between the fatigue fracture stress and the size and location of non metallic inclusions, Int. J. Fatigue, 11, n° 5, pp. 291-298, 1989

[MUR90] Murakami, Y., Uemura, Y., Natsume, Y., Miyakawa, S., Trans. Jpn Soc. Mech. Eng., 1990, 56, 1074

[MUR91] Murakami, Y., Kawakami, K., Duckworth, W.E., Quantitative evaluation of defects of shape and size of artificially introduced alumina particles on the fatigue strength of 1.5Ni-Cr-Mo (En24) steel, Int. J. Fatigue, 13, n° 6, pp. 489-499, 1991

[MUR94] Murakami, Y., Endo, M., Effects of defects, inclusions and inhomogeneities on fatigue strength, Fatigue, Vol. 16, 1994

[MUR98] Murakami, Y., Tahahashi, K., Takada, M., Toryiama, T., Quantitative evaluation of effect of artificial small defects on torsional fatigue strength, Trans. JSME, Series A 64, pp. 271-277, 1998

[ORO39] Orowan, O., Theory of the fatigue of the metals, Proceedings of the Royal Academy, London, A, 171, 1939

[OUL03] Oulladji, L., Janka, A., Désidéri, J.A., Dervieux, A. Optimisation aérodynamique par algorithmes génétiques hybrides: application à la réduction d'un critère de bang sonique. Rapport de recherche de l'INRIA - Juillet 2003

[PAL98] Palin-Luc, T., Lasserre, S., An energy based criterion for high cycle multiaxial fatigue, Eur. J. Mech., A/Solids, 17, n° 2, pp. 237-251, 1998

[PAP87] Papadopoulos I. V., Fatigue polycyclique des métaux: une nouvelle approche, Thèse de Doctorat, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, Paris, 1987

[PAP94] Papadopoulos, I.V., A new criterion of fatigue strength for out-of-phase bending and torsion of hard metals, Int. J. Fatigue, 16(6), pp. 337-384, 1994

[PAP96] Papadopoulos I. V., Panoskaltsis V. P., Invariant formulation of a gradient dependant multiaxial high-cycle fatigue criterion, Engineering fracture Mechanics Vol 55, No. 4, pp. 513-528, 1996

[PAP01] Papadopoulos I. V., Long life fatigue under multiaxial loading, Int. J. Fatigue, 23, pp. 839-849, 2001

[PAP03] Papadopoulos, I.V., Davoli, P., Bernasconi, A., Filippini, M., Foletti, S., Independence of the torsional fatigue limit upon a mean shear stress, International Journal of Fatigue, Volume 25, Issue 6, pp. 471-480, 2003

[PAR05] Park,J.S., Kim, S.J., Kim, K.H., Park, S.H., Lee, C.S., A microstructural model for predicting high cycle fatigue life of steels, Internationla Journal of Fatigue, 2005.

[PET59] Peterson, R.E., in “Metal Fatigue”, McGraw-Hill, New York, 1959, pp. 193-306

[POK85] Pokorny A., Pokorny J., Inclusions non métalliques dans l’acier, Techniques de l’Ingénieur, traité M220, 1985

[POK97] Pokorny A., Pokorny J., Action du corroyage sur la structure de coulée des aciers, Techniques de l’Ingénieur, traité M610, 1997

[RAB00] Rabbe, P., Lieurade, H.P., Galtier, A., Essais da fatigue. Partie I, techniques de l’Ingénieur, traité M4170, 2000.

[ROB92] Robert, J.-L., Contribution à l’étude de la fatigue multiaxiale sous sollicitation périodiques ou aléatoires, Thèse de Doctorat, INSA, Lyon, 1992

[SAV02] Savaidis, G., Savaidis, A., Tsamasphyros, G., Zhang, C., On size and technological effects in fatigue analysis and prediction of engineering material and components, Int. J. of Mechanical Sciences, Vol. 44, Issue 3, pp. 521-543, 2002

[SIN59] Sines, G., Metal Fatigue (Eds G. Sines and J.L. Waisman), Mc-Graw-Hill, New-York, 1959, pp. 145-149

[SIN81] Sines G., Fatigue criteria under combined stresses or strains, Journal of Engineering Material Technology, 13, pp 82-90, 1981.

[SIN00] Singh R.K., Singh, A.K., Eswarada Prassad, N., Texture and mechanical properties anisotropy in Al-Mg-Si-Cu alloy, Material Science and Engineering A227, pp. 114-122, 2000

[SMI00] Smith, D.J., Farrahi, G.H., Zhu, W.X., McMahon, C.A., Experimental measurement and finite element simulation of the interaction between residual stresses and mechanical loading, Internationl Journal of Fatigue, 23, pp. 293-302, 2000

[SMI78] Smith, R.A., Miller K.J., Prediction of fatigue regimes in notched components, Int. J. Mech. Sci., Vol.20, pp. 201-206, 1978

[TOR01] Torres, M.A.S., Voorwald, H.J.C., An evaluation of shot peening, residual stress and stress relaxation on the fatigue life of AISI 4340 steel, International Journal of Fatigue, 24, pp. 877-886, 2002

[TAN81] Tanaka, K., Nakai, Y., Yamashit, A., Fatigue growth threshold of small cracks, Int. J. Fracture, vol 17, No. 5, pp. 519-533, 1981

[TRA01] Traoré, K, Simulation thermomécanique du laminage circulaire. Développement d'une formulation quasi-Eulérienne tridimensionnelle sur une architecture parallèle, Thèse de Doctorat, ENSMP, CEMEF, 2001

[USA79] Usami, S., Shida, S., Fatigue Eng. Mater. Struct., 1, 471, 1979

[WEB99] Weber, B., Keunmeugne, B., Clement, J.C., Robert, J.L., Improvments of multiaxial fatigue criteria computation for a strong reduction of calculation duration, Comp. Mater. Sci., 15, pp. 381-399, 1999

[WEB99-2] Weber B., Fatigue miltiaxiale des structures industrielles sous chargement quelconque, Thèse de Doctorat, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 1999

[YAO01] De-Guang Shang, Da-Kang Wang, Ming Li, Wei-Xing Yao, Local stress-strain intensity approach to fatigue life prediction under random cyclic loading, Internationl Journal of Fatigue, 23, 2001, 903-910

[YEU85] Yeung, C., Hoeppner D.W., The effect of grain flow orientation on the fretting fatigue characteristics of forged AMS6415 steel, Wear, 104, pp. 189-201, 1985

[YOK69] Yokobori, Y., Kawashima, T., Rep. Res. Inst. Strength Fract. Materials, 5, 51, 1969

[ZAD83] ZadnoAzizi, G. R., Cintrage des tôles épaisses : analyse mécanique et influence sur la transition fragile-ductile d'un acier faiblement allié. Thèse de docteur ingénieur, Ecole des Mines de Paris, Sophia Antipolis, 1983.

[ZHO93] Zhou, J.L., Tits, A.L., Nonmonotone line search for minimax problems, J. Optimiz. Theory App., 76, pp. 455-475, 1993

- ANNEXES -

Annexes

Annexe 1 : Calcul du paramètre *area* dans le cas d'un ellipsoïde de révolution 141
Annexe 2 : Géométrie des éprouvettes de fatigue 145
Annexe 3 : Essais de fatigue, méthode de Locati et méthode de l'escalier 146

Annexe 1 : Calcul du paramètre *area* dans le cas d'un ellipsoïde de révolution

Il s'agit de calculer l'aire de la projection d'un ellipsoïde de révolution sur un plan perpendiculaire à la direction de projection. La direction de projection est caractérisée par l'angle φ qu'elle fait avec le grand axe de l'ellipsoïde (ce qui est suffisant du fait de la symétrie de révolution de l'ellipsoïde).
La projection de l'ellipsoïde donne une ellipse dont un des axes est égale au petit axe de l'ellipsoïde *b* est le second doit être calculé : il correspond à la distance *OD* sur la figure.

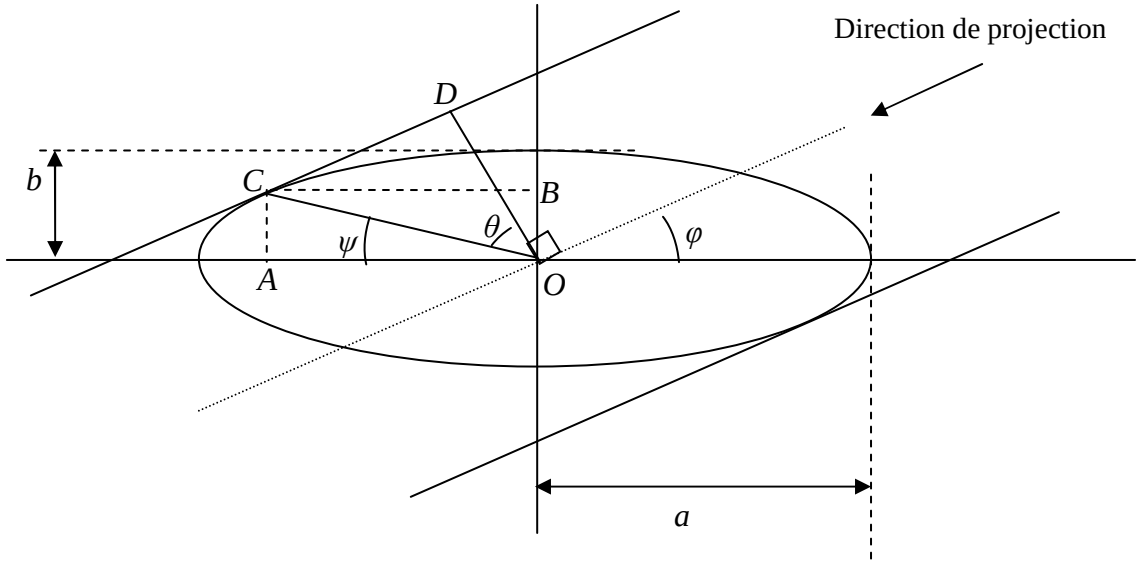


Figure A1. 1 : Problème de projection de l'ellipsoïde ramené à un problème 2D

On se ramène à un problème dans le plan.
Pour calculer *OD* il est d'abord nécessaire de déterminer le point de tangence *C* de l'ellipse avec la droite dont la direction est celle de la direction de projection. Pour cela, il faut que le coefficient directeur de l'équation de la droite soit égale à la dérivée de l'équation de l'ellipse au point *C*.

On peut calculer la dérivée de la fonction représentative de l'ellipse, à partir de l'équation de l'ellipse :

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1 \quad \Leftrightarrow \quad y^2=b^2\left(1-\frac{x^2}{a^2}\right)$$

$$\Leftrightarrow \quad y=\pm b\sqrt{1-\frac{x^2}{a^2}}$$

on ne garde que la valeur positive de *y*

$$y' = \frac{b}{2\sqrt{1-\frac{x^2}{a^2}}}\left(-2\frac{x}{a^2}\right)$$

D'autre part, la pente de la droite est donnée par $\tan\varphi$

Les deux devant être égales ($\tan\varphi = y'$), il vient :

$$\tan\varphi = \frac{bx}{a^2\sqrt{1-\frac{x^2}{a^2}}} \quad \Rightarrow \quad \frac{a^2}{b}\sqrt{1-\frac{x^2}{a^2}}\tan\varphi = -x$$

$$\Rightarrow \quad \frac{a^4}{b^2}\left(1-\frac{x^2}{a^2}\right)\tan^2\varphi = x^2$$

$$\Rightarrow \quad \left(\frac{a^4}{b^2}-\frac{x^2a^2}{b^2}\right)\tan^2\varphi = x^2$$

$$\Rightarrow \quad x^2\left(1+\frac{a^2\tan^2\varphi}{b^2}\right) = \frac{a^4}{b^2}\tan^2\varphi$$

$$\Rightarrow \quad x^2 = \frac{\frac{a^4}{b^2}\tan^2\varphi}{\left(1+\frac{a^2\tan^2\varphi}{b^2}\right)}$$

$$\Rightarrow \quad x^2 = \frac{a^4}{\left(\frac{b^2}{\tan^2\varphi}+a^2\right)}$$

$$\Rightarrow \quad x^2 = \frac{a^2}{\left(\frac{b^2}{a^2\tan^2\varphi}+1\right)}$$

$$\Rightarrow \quad x = \frac{a}{\sqrt{\frac{b^2}{a^2\tan^2\varphi}+1}}$$

Nous avons ainsi déterminé l'abscisse x du point de tangence C.

Et $OA = x$; $OB = y$

Pour déterminer *OD* on peut utiliser la relation :

$OD = OC\cos\theta$

Il faut donc d'abord déterminer *OC*, ce que l'on peut faire en utilisant :
$OC = \sqrt{OA^2 + OB^2}$

Nous avons déjà calculé *OA*

$$OA = \frac{a}{\sqrt{\frac{b^2}{a^2\tan^2\varphi} + 1}}$$

par définition, on a :

$$\frac{OA^2}{a^2} + \frac{OB^2}{b^2} = 1 \qquad \Leftrightarrow OB^2 = b^2\left(1 - \frac{OA^2}{a^2}\right)$$

$$\Leftrightarrow OB^2 + OA^2 = OA^2\left(1 - \frac{b^2}{a^2}\right) + b^2$$

$$\Leftrightarrow OB^2 + OA^2 = \frac{a^2}{\frac{b^2}{a^2\tan^2\varphi} + 1}\left(1 - \frac{b^2}{a^2}\right) + b^2$$

Nous obtenons alors : $OC = \sqrt{\left(\frac{a^2}{\frac{b^2}{a^2\tan^2\varphi} + 1}\left(1 - \frac{b^2}{a^2}\right) + b^2\right)}$

Pour calculer *OD*, il ne reste plus qu'à déterminer *cosθ* :

Or, $\varphi + \frac{\pi}{2} + \theta + \psi = \pi$ et donc : $\cos\theta = \cos\frac{\pi}{2} - \psi - \varphi$

Par définition : $\tan\psi = \frac{OB}{OA}$

On utilise à nouveau l'équation de l'ellipse : $\frac{OA^2}{a^2} + \frac{OB^2}{b^2} = 1$

D'où $OB^2 + OA^2 = OA^2\left(1 - \frac{b^2}{a^2}\right) + b^2 \Leftrightarrow \frac{OB^2}{OA^2} = -\frac{b^2}{a^2} + \frac{b^2}{OA^2}$

En remplaçant *OA* par son expression, on obtient :

$$\frac{OB^2}{OA^2} = -\frac{b^2}{a^2} + \frac{b^2}{a^2}\left(\frac{b^2}{a^2\tan^2\varphi} + 1\right) \Leftrightarrow \quad \frac{OB^2}{OA^2} = \frac{b^4}{a^4\tan^2\varphi}$$

Et on obtient : $\frac{OB}{OA} = \frac{b^2}{a^2 \tan\varphi}$

On peut alors exprimer $\cos\theta$

$$\cos\theta = \cos\frac{\pi}{2} - \arctan\left(\frac{b^2}{a^2 \tan\varphi}\right) - \varphi$$

Finalement :

$$OD = \sqrt{\left(\frac{a^2}{\frac{b^2}{a^2 \tan^2\varphi}+1}\left(1-\frac{b^2}{a^2}\right)+b^2\right)}.\left[\cos\frac{\pi}{2} - \arctan\left(\frac{b^2}{a^2 \tan\varphi}\right) - \varphi\right]$$

Pour calculer l'aire (*area*) de la projection de l'ellipsoïde de révolution sur un plan perpendiculaire à la droite caractérisée par l'angle φ qu'elle fait avec le grand axe de l'ellipsoïde, on calcule l'aire de l'ellipse dont les axes sont de longueurs *OD* et *b*.

$$area = \pi.b.\sqrt{\left(\frac{a^2}{\frac{b^2}{a^2 \tan^2\varphi}+1}\left(1-\frac{b^2}{a^2}\right)+b^2\right)}.\left[\cos\frac{\pi}{2} - \arctan\left(\frac{b^2}{a^2 \tan\varphi}\right) - \varphi\right]$$

Annexe 2 : Géométrie des éprouvettes de fatigue

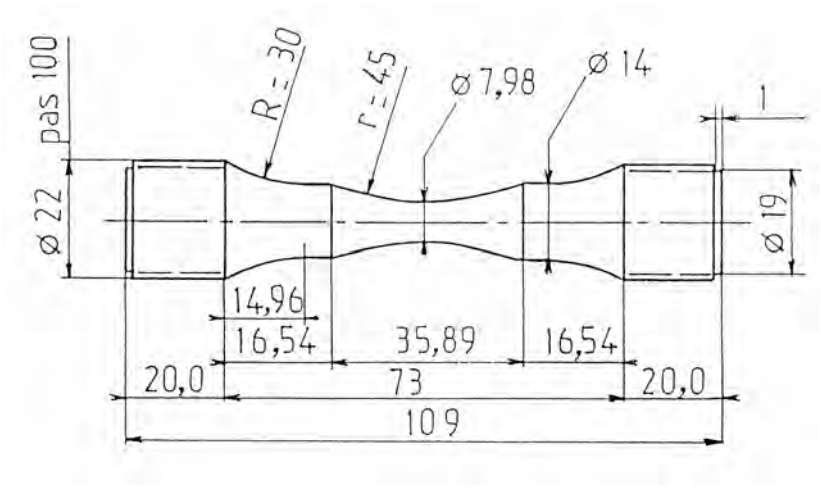


Figure A2. 1 : Eprouvette utilisée dans les essais d'endurance en traction-compression pour les aciers de type 42CD4

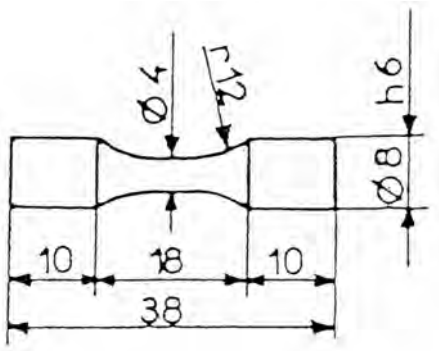


Figure A2. 2 : Eprouvette utilisée pour les essais d'endurance en torsion alternée pour les aciers de type 42CD4

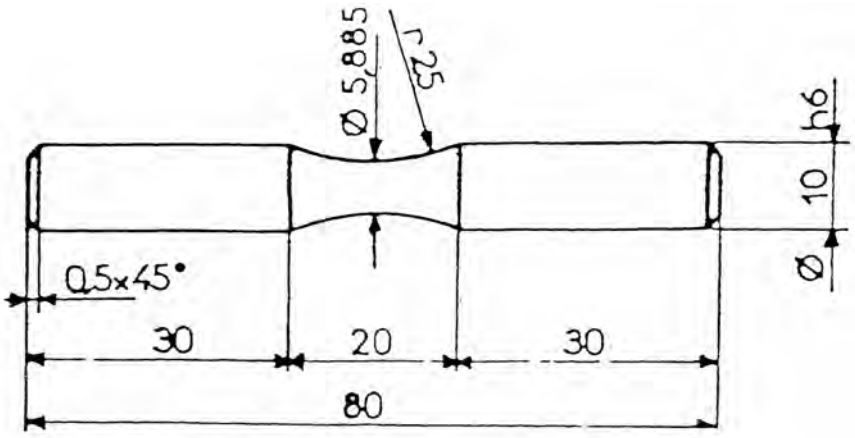


Figure A2. 3 : Eprouvette utilisée pour les essais d'endurance en flexion rotative pour les aciers de type 42CD4

Annexe 3 : Essais de fatigue, méthode de Locati et méthode de l'escalier

Méthode de Locati [RAB00]

L'éprouvette est soumise à des paliers de charges croissantes, chaque palier correspondant à un nombre de cycles *n* constant. Le palier initial se situe légèrement en dessous de la limite d'endurance présumée, et l'évolution de la charge entre chaque palier est constante.
On représente ensuite sur un diagramme de Wöhler les branches horizontales de trois courbes d'endurance hypothétiques, dont le coude est situé vers 10^6 cycles (Figure A3.1). On représente également les branches inclinées des trois courbes avec une pente d'autant plus grande que les limites d'endurance sont plus élevées (Figure A3.1).

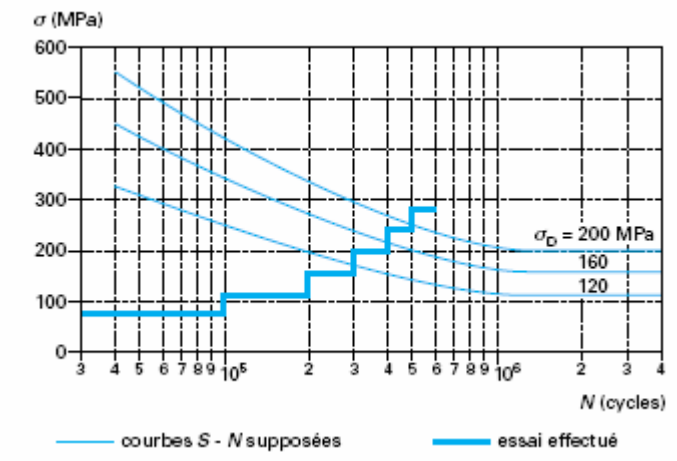


Figure A3. 1 :Exemple de détermination de la limite de fatigue par la méthode de Locati : paliers de charge échelonnés et courbes S-N supposées

On calcule ensuite, pour chacune des trois courbes de Wöhler, les dommages partiels n/N_r correspondant aux différents niveaux de contraintes, N_r étant le nombre de cycles à rupture au niveau de contrainte donné et pour la courbe de Wöhler considérée.
On porte ensuite les valeurs de dommages cumulés, calculées pour chacune des trois courbes hypothétiques, en fonction des limites d'endurance correspondant à ces trois courbes (Figure A3.2). La contrainte obtenue par interpolation, pour laquelle le dommage cumulé est égal à 1, représente la limite d'endurance de l'éprouvette testée.

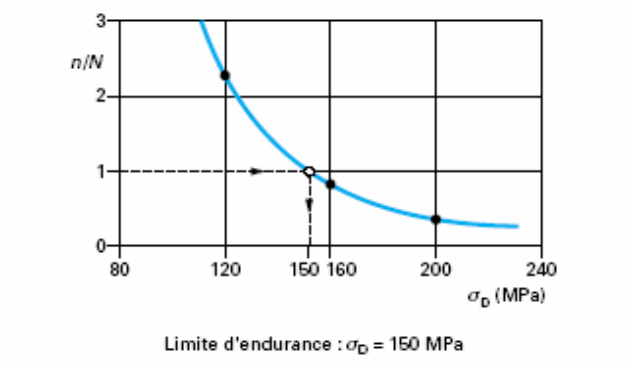


Figure A3. 2 : Détermination de la valeur de la limite d'endurance σ_D à partir de l'endommagement cumulé n/N

Méthode de l'escalier (stair case) [RAB00]

On fixe un nombre maximal de cycles (censure) et on définit un pas d'échelonnement des niveaux de contrainte qui soit de l'ordre de grandeur de l'écart type *s* supposé. Les éprouvettes sont alors testées de la manière suivante : le premier essai est effectué à un niveau voisin de la limite de fatigue supposée. Si l'éprouvette est rompue, la suivante sera testée au niveau immédiatement inférieur ; si ce n'est pas le cas la suivante est testée au niveau immédiatement supérieur. Ce processus est répété jusqu'à ce que toutes les éprouvettes aient été testées (Figure A3.3).

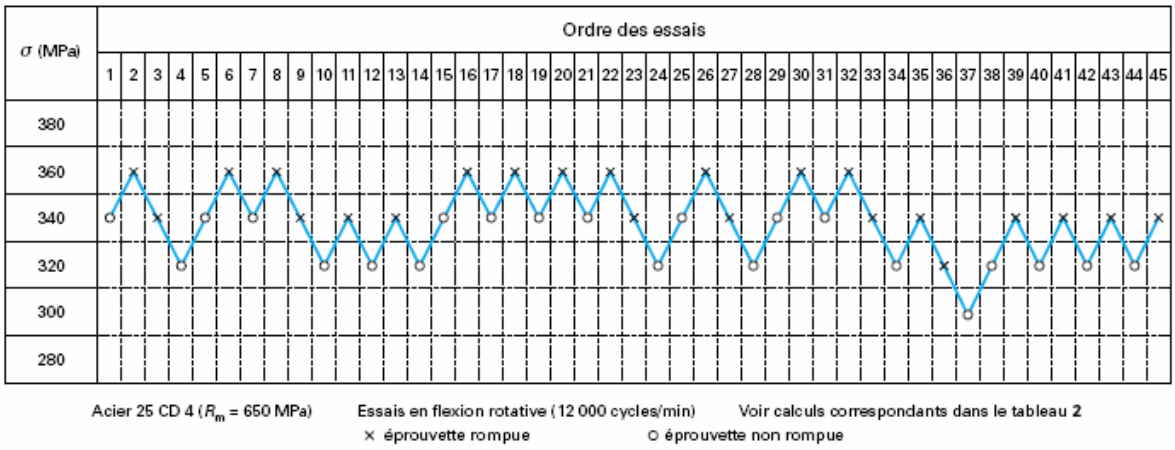


Figure A3. 3 : Exemple d'essais réalisés pour la détermination de la limite de fatigue par la méthode de l'escalier

Pour exploiter les résultats, on détermine le type d'évènement, rupture ou non rupture, qui s'est produit le moins fréquemment. Soit n_i le nombre d'évènements le moins fréquents à chaque niveau d'essai. On numérote les niveaux d'essai en attribuant la valeur *i=0* au plus faible de ceux auxquels l'évènement a été observé au moins une fois, *i* désignant le niveau de l'essai.

L'estimation de la médiane σ_D est donnée par :

$$\sigma_D = S_0 + d\left(\frac{A}{N} \pm \frac{1}{2}\right)$$

(+ si le calcul est basé sur les essais non rompus, - s'il est basé sur les essais rompus)

L'estimation de l'écart type *s* est donnée par :

$$s = 1{,}62d\left(\frac{NB - A^2}{N^2} + 0{,}029\right)$$

avec

S_0 le plus faible niveau utilisé avec l'évènement le moins fréquent,

d l'espacement des niveaux,

$N = \sum n_i$,

$A = \sum i n_i$,

$B = \sum i^2 n_i$.

Résumé

Ce travail s'inscrit dans une démarche d'intégration produit-procédé en vue d'optimiser les propriétés en fatigue illimitée des pièces de forge. Dans le domaine de la fatigue, afin de tirer bénéfice du procédé de forgeage il est indispensable de tenir compte, d'une part, des contraintes résiduelles issues de la mise en forme, mais également du comportement anisotrope des pièces, fonction de la direction des sollicitations vis-à-vis du fibrage de la pièce.

Nous distinguons les matériaux dits sains et les matériaux à défaut, pour lesquels le comportement en fatigue est tributaire des inclusions. Pour ces derniers, dans le cas d'inclusions malléables, l'allongement des inclusions suivant la direction du fibrage constitue l'origine principale de l'anisotropie observée. Un critère dérivé de l'équation de Murakami est alors proposé. Une partie de l'anisotropie provient néanmoins de la microstructure, et cet aspect est également étudiée. Parallèlement, nous nous attachons à décrire de quelle manière le fibrage peut être modélisé dans le logiciel de simulation numérique de mise en forme Forge3®, pour être ensuite utilisé dans le calcul du critère de fatigue proposé.

Une stratégie d'optimisation complète incluant calculs de forgeage et de fatigue est finalement illustrée sur une pièce réelle.

Mots clés : fatigue, forgeage, Murakami, Dang Van, anisotropie, fibrage, contraintes résiduelles, simulation numérique

Abstract

The aim of this work is to use a product-process approach in order to optimize high cycle fatigue properties of forged parts. Then, it is essential to take into account residual stresses and also anisotropic properties of forged parts, to take benefit of the potential properties provided by this forming process. These anisotropic properties depend on the direction of solicitations compared to the grain flow orientation.

The behaviours of material containing defects (inclusions above a critical size in our case), for which the fatigue properties depend directly on defects, and materials "without defects", are both studied. In the case of ductile inclusions, the anisotropic properties are mainly induced by the stretching of these inclusions. A modified Murakami criterion is proposed for such materials and the microstructural part of the anisotropy is also studied. In the same time we determine how to model the grain flow orientation in the numerical software Forge3®, which is devoted to the simulation of forming process. This new variable must be used afterwards to calculate the modified criterion.

Finally, a full optimization loop including forging and fatigue calculation is carried out on a real part.

Keywords : fatigue, forging, Murakami, Dang Van, anisotropy, grain flow orientation, residual stresses, numerical simulation