Manipulation d’atomes froids dans des potentiels lumineux
Jean-Philippe Brantut

To cite this version:

HAL Id: tel-00436639
https://pastel.archives-ouvertes.fr/tel-00436639
Submitted on 27 Nov 2009

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L’archive ouverte pluridisciplinaire HAL, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d’enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.
MANIPULATION D’ATOMES FROIDS DANS DES POTENTIELS LUMINEUX

I. CONDENSAT DE BOSE-EINSTEIN "TOUT-OPTIQUE" DANS LE RÉGIME D’EMBALLEMENT
II. TRAMPOLINE À ATOMES FROIDS : GRAVIMÈTRE ET INTERFÉROMÈTRE ATOMIQUE
III. CONDENSAT DE BOSE-EINSTEIN DANS UN DÉSORDRE À DEUX DIMENSIONS

soutenue le 23 novembre 2009 devant la commission d’examen :

M. Frederic Chevy
M. Anders Kastberg
M. Franck Pereira dos Santos
M. Tilman Esslinger
M. Pierre Pillet
M. Philippe Bouyer
M. Alain Aspect

Rapporteur
Rapporteur
Examineur
Examineur
Directeur de thèse
Membre invité
# Table des matières

## Introduction vii

1 Refroidissement, piégeage et détection d’atomes par laser 1

1.1 Système expérimental 1

1.1.1 Les MOTs 2D et 3D 2

1.1.2 Système à vide 2

1.1.3 Système laser pour le refroidissement du rubidium 4

1.1.4 Asservissement des lasers 4

1.1.5 Imagerie par absorption 7

1.2 Refroidissement laser du potassium 8

1.2.1 Schéma général et composants optiques 9

1.2.2 Asservissement du laser 10

1.2.3 Bilan et perspectives 11

1.3 Potentiels lumineux et piège dipolaire optique 11

1.3.1 Introduction 11

1.3.2 Dispositif optique pour le piège dipolaire 13

1.4 Piège dipolaire à 1565 nm pour atomes de rubidium 15

1.4.1 Potentiel dipolaire dans l’état fondamental 15

1.4.2 Déplacements lumineux de la transition D2 15

1.5 Tomographie des déplacements lumineux 16

1.5.1 Cartographie du potentiel lumineux 18

1.5.2 Mesure de la distribution en énergie potentielle d’un nuage atomique piégé 20

1.5.3 Conclusions et perspectives 22

1.6 Perspectives sur la tomographie des déplacements lumineux 22

1.6.1 Evaporation par "couteau laser" sélectif en énergie potentielle 22

1.6.2 Mesure de la fonction de corrélation en densité d’un condensat de Bose-Einstein avec un réseau optique 23

1.6.3 Imagerie haute résolution d’un condensat par fluorescence 25

1.7 Chargement du piège dipolaire à partir d’un piège magnéto-optique 27

1.7.1 Chargement du piège : séquence temporelle, résultats expérimentaux et interprétation 27

1.7.2 Transfert dans le piège croisé 28

1.7.3 Bilan 30

1.8 Conclusion et perspectives : vers un laser à atomes froids industriel? 30

2 Condensation de Bose-Einstein "tout-optique" 31

2.1 Refroidissement par évaporation 31

2.1.1 Lois d’échelle pour le refroidissement 32

Variations de l’énergie potentielle 32

Bilan d’énergie 33
Régime d’emballlement ................................................................. 34
Lois d’échelle en présence de recombinations à trois corps ............. 34
2.1.2 Configuration expérimentale .............................................. 35
2.1.3 Caractéristiques du piège optique ..................................... 38
Fréquences d’oscillation : mesure par chauffage paramétrique .......... 38
Fréquences d’oscillation : mesure des modes d’oscillation d’un nuage froid . 39
Fréquences d’oscillation : mesure de l’oscillation dipolaire dans le faisceau large seul ......................................................... 39
Position du croisement des deux faisceaux .................................. 40
Profondeur du piège dipolaire dans la région croisée ....................... 40
2.1.4 Rampe d’évaporation ...................................................... 41
Evolution du piège dipolaire au cours de la rampe d’évaporation .... 41
Mesure des caractéristiques du nuage au cours de la rampe d’évaporation ................................................................. 41
Interprétation : caractéristiques thermodynamiques du nuage pendant l’évaporation .................................................. 41
Discussion ............................................................................. 44
Bilan ...................................................................................... 47
2.1.5 Conclusion ..................................................................... 48

2.2 Le condensat de Bose-Einstein ........................................... 49
2.2.1 Identification du condensat .............................................. 49
Inversion d’ellipticité et expansion anisotrope ................................ 49
Structure bimodale .................................................................. 50
2.2.2 Propriétés de notre condensat ......................................... 52
Propriétés physiques du condensat dans l’approximation de Thomas-Fermi ... 52
Temps de vie du nuage dégénéré .................................................. 53
2.3 Manipulation du condensat et mesures complémentaires ......... 54
2.3.1 Analyse Stern-Gerlach .................................................... 54
2.3.2 Versatilité ..................................................................... 55

3 Trampoline à atomes : gravimètre et interféromètre à atomes froids 57
3.1 Système expérimental ......................................................... 57
3.1.1 Laser et contrôle de puissance ......................................... 58
3.1.2 Agencement autour du condensat ................................... 60
3.2 Diffraction d’atomes froids sur un réseau optique .................... 61
3.2.1 Réflexion de Bragg : un miroir à atomes .......................... 62
Principe .................................................................................. 62
Oscillations de Rabi : observation expérimentale ......................... 62
 Sélectivité en vitesse .............................................................. 62
3.2.2 Au-delà du régime de réflexion de Bragg ......................... 64
3.3 Trampoline "classique" pour atomes froids ............................. 64
3.3.1 Idée générale ............................................................... 64
3.3.2 Résultats expérimentaux .............................................. 66
3.3.3 Discussion .................................................................. 67
Réflectivité du trampoline ....................................................... 67
Sensibilité au bruit ................................................................. 69
3.3.4 Conclusion .................................................................. 70
3.4 Trampoline quantique pour atomes froids .............................. 71
3.4.1 Séquence expérimentale et observation des atomes .......... 71
3.4.2 Classification des trajectoires : ondes multiples ................ 73
Principe de classification des trajectoires ........................................... 73
Dénombrement de certaines trajectoires .............................................. 74
3.4.3 Franges d’interférence pour un faible nombre de pulses ................. 75
3.4.4 Franges d’interférence à ondes multiples ........................................ 76
3.4.5 Modèle théorique de l’interféromètre ........................................... 78
3.4.6 Position des franges et mesure de g ............................................. 78
3.4.7 Sensibilité du trampoline ............................................................ 79
Interféromètre répété .............................................................................. 79
Borne supérieure pour le cas où toutes les phases sont commensurables .... 80
3.4.8 Perspectives ..................................................................................... 80
Utilisation d’un atome plus léger .......................................................... 81
Utilisation de pulses Raman................................................................. 81
3.5 Conclusions ....................................................................................... 81

4 Condensats de Bose-Einstein dans un désordre à deux dimensions ........ 83
4.1 Morceaux choisis de physique du solide en présence de désordre .......... 83
4.1.1 Localisation de Anderson et conduction à deux dimensions ............. 84
4.1.2 Condensat de polaritons d’excitons ............................................... 84
Polaritons d’excitons dans les microcavités ........................................... 84
Condensats de polaritons ...................................................................... 85
Comparaison avec les atomes froids ..................................................... 85
4.1.3 Transport à deux dimensions : l’expérience de Smith et Lobb ......... 86
Principe ................................................................................................. 86
Résultats ............................................................................................... 87
4.1.4 Désordre et atomes froids .............................................................. 89
 Contexte expérimental ......................................................................... 89
4.2 Système expérimental ......................................................................... 90
4.2.1 Lasers pour la manipulation des atomes ........................................... 90
4.2.2 Confinement à deux dimensions .................................................... 90
4.2.3 Propriétés du potentiel speckle ...................................................... 92
4.2.4 Réalisation du potentiel aléatoire ..................................................... 92
4.2.5 Mise en place sur l’expérience ........................................................ 93
4.2.6 Caractérisation du potentiel aléatoire ........................................... 93
4.3 Expansion d’un nuage froid en présence du désordre ......................... 96
4.3.1 Séquence expérimentale ............................................................... 96
4.3.2 Résultats : observation de l’expansion .......................................... 96
4.3.3 Expansion diffusive ...................................................................... 98
4.3.4 Discussion .................................................................................... 100
4.4 Perspectives ...................................................................................... 100
4.4.1 Régimes de transport dans un désordre 2D .................................... 100
4.4.2 Perspectives à moyen terme ......................................................... 101
Vers la localisation de Anderson 2D ................................................……… 101
Etude du transport 2D en présence d’un potentiel vecteur ....................... 102
Gaz 2D désordonnés .............................................................................. 102

A Variations de la fréquence du piège avec l’évaporation .......................... 105

B Justifications théoriques du modèle numérique de l’interféromètre ........... 107
B.1 Traitement de la source atomique ...................................................... 107
B.2 Approximation semi-classique pour la propagation entre les pulses ....... 108
C Deux propositions théoriques pour aller au-delà du potentiel speckle

C.1 Speckle habillé par RF
   C.1.1 Propriétés de corrélation du potentiel speckle habillé
   C.1.2 Extension à un peigne de fréquences RF
   C.1.3 Validité de l’approximation adiabatique

C.2 Potentiel lumineux d’ordre supérieur
   C.2.1 Potentiel d’ordre supérieur
   C.2.2 Propriétés de corrélation du potentiel
   C.2.3 Discussion
Remerciements

J’ai pu me consacrer à la science ces trois années grâce au soutien financier du Centre National d’Études Spatiales et au CNRS. La confiance placée en notre équipe et en moi par ces institutions est un grand honneur et un grand privilège. Ces années m’ont transformé plus profondément que je ne saurais le dire en quelques lignes. Plus que l’expérience scientifique, l’expérience vécue est la formation la plus précieuse que j’ai reçue au cours de ces trois ans. Cette thèse est tout sauf un travail individuel. L’environnement dans lequel j’ai évolué a contribué de manière décisive au modeste contenu scientifique présenté dans ce manuscrit.


L’équipe KRub a été mon environnement quotidien pendant trois ans. Rob et Gaël ont démarré l’expérience dans une ancienne salle du bâtiment 503 au sol ondule et à la climatisation capricieuse, bientôt rejoints par Jean-François. Merci à eux pour leur accueil, ainsi que pour la formation qu’ils m’ont dispensée, tant du point de vue scientifique qu’humain. Merci à Jean-François et Rob qui
ont partagé avec moi les joies du déménagement du labo, ainsi que les moments d’angoisse devant
les caprices de l’expérience. Je suis arrivé dans l’équipe au moment où Thomas en prenait la res-
ponsabilité. Son intervention a été décisive à toutes les étapes de mon travail, depuis la conception
des expériences jusqu’à l’écriture de ce manuscrit. Je profite de ces lignes pour lui dire ma recon-
naissance et mon admiration. Merci à Martin, mon collègue et complice depuis le déménagement,
pour son enthousiasme et son travail acharné. Bon courage à Baptiste et Thomas pour la suite des
experiences.

L’environnement de mon travail n’a évidemment pas été uniquement scientifique. Un très grand
nombre de personnes, ont fortement contribué à façonner ma vision du monde. Je serais bien en
peine d’attribuer à chacun la part qui lui revient (autant que je ne peux attribuer nos résultats à l’un
des membres de notre équipe). Ma thèse est de ce point de vue également la leur. Je voudrais main-
tenant remercier mes amis, qui ont rendus ces dernières années (et les précédentes également...) si
agréables et riches, et qui m’ont accompagnés fidèlement pendant trois ans. Merci aux camarades du
dimanche après-midi, Géraud, Olivier, Jé, Elie, Rémi et Xavier. Merci à Julien T, Xavier C, Olivier
J, Luc M, Alexandre M, Cyrille R, David B, Gael P,... et le reste du gang des Franc-Comtois (et
leurs familles, amis, ou sympathisants proches ou lointains qui m’ont tous encouragé) : leur amitié
est pour moi un grand honneur et un grand réconfort. Merci également aux anciens de Centrale
(Adelyne, Jé, Jer, Rémi, François, Thierry, Serge, ...), et au gang des lorrains (Betsoin, Mira,
Dam, ...). Merci enfin à ma famille, mon frère et mes parents, pour leur soutien permanent et sans
faille. Enfin, merci à Rachel (ainsi que sa famille et ses amis), qui a supporté de vivre pendant trois
ans au rythme de la manip. Merci d’exister dans ma vie.

Jean-Philippe
Introduction

C’est en 1985, avec la réalisation du premier gaz d’atomes refroidis par laser ([Chu 85]) que naît ce qui deviendra par la suite la physique des "atomes froids". Parmi les découvertes majeures ayant eu lieu dans le sillage des travaux pionniers de Chu, Phillips et Cohen-Tannoudji (récompensés par le prix Nobel en 1997), on peut identifier deux grands développements. Chacun de ces développements a vu l’émergence d’une nouvelle discipline, riche à la fois de découvertes et d’applications nouvelles.

L’optique et l’interférométrie atomique Cette discipline transpose au mouvement des atomes les concepts issus de l’optique traditionnelle (de manière analogue à l’optique des faisceaux de particules pour la physique des hautes énergies). Le refroidissement laser permet de ralentir les atomes à un point tel que la longueur d’onde de De Broglie de l’atome devient de l’ordre de la longueur d’onde de la lumière. Les outils de l’optique atomique permettent alors de réaliser des expériences d’optique atomique ondulatoire. À la fin des années 80, des expériences d’interférences sont réalisées par analogie avec les expériences d’optique physique (l’expérience des fentes de Young [Carnal 91], la diffraction d’atomes par un réseau [Martin 88]). L’interférométrie atomique débute en temps que domaine autonome avec la réalisation de lames séparatrices cohérentes pour des fonctions d’onde atomiques, permettant de réaliser l’analogue d’un interféromètre de Mach-Zender [Kasevich 91, Riehle 91]. À partir de cette date, les interféromètres atomiques deviennent des outils importants en métrologie, au même titre que les interféromètres optiques. Par exemple, la mesure actuelle la plus précise de la constante de structure fine s’appuie sur l’interférométrie atomique [Cadoret 08]. Les horloges atomiques à fontaine utilisant des atomes froids s’interprètent également comme des interféromètres, et sont utilisées pour la définition absolue de la seconde [Wynands 05]. Pour les mêmes raisons qu’en optique, l’interférométrie atomique exploite la cohérence du premier ordre, et est donc un effet quantique "à un atome". Pour observer des effets collectifs dans les nuages froids, le refroidissement doit être poussé à un degré supplémentaire, de façon à ce que les fonctions d’onde d’atomes différents interfèrent.

Les atomes ultra-froids En 1995, Eric Cornell et son équipe observent pour la première fois un condensat de Bose-Einstein dans un gaz d’atomes de Rubidium 87 [Anderson 95]. Cette découverte provient du développement de la technique de refroidissement par évaporation, qui permet de refroidir les gaz à des températures encore plus basses que le refroidissement laser. L’expérience de Cornell, comme toutes les expériences qui ont suivi, utilise la méthode suivante : après une étape de refroidissement laser, les atomes sont capturés dans un piège puis refroidis plus avant dans le piège par évaporation, jusqu’à la dégénérescence quantique (c’est-à-dire jusqu’au point où les fonctions d’onde des atomes commencent à se recouvrir). À partir de 1995, les nuages d’atomes froids ne sont donc plus uniquement quantitativement froids, ils sont qualitativement différents. Les physiciens des atomes froids peuvent alors s’attaquer à des problèmes fondamentaux de la physique des basses températures, rejoignant progressivement la physique de la matière condensée. Les outils pour la manipulation des gaz dégénérés se développent, étendant toujours plus le champ d’exploration des propriétés de la matière à basse température. Citons par exemple la physique des gaz de basse dimension...
Introduction

[Görlitz 01], ou encore la découverte des résonances de Feshbach permettant de modifier les interactions entre atomes [Inouye 98]. A la suite des travaux sur les gaz de bosons, Demarco et Jin observent pour la première fois en 1999 un gaz de fermions refroidis en-dessous de la température de Fermi [DeMarco 99]. Avec cette réalisation, les deux types possibles de statistiques deviennent accessibles à l’expérience. L’arsenal des physiciens des atomes froids leur permet de s’attaquer à des problèmes beaucoup plus complexes que la manifestation des propriétés connues des gaz à basse température. Alors que la physique des gaz à basse température est comprise en théorie depuis près de cinquante ans, les conditions dans lesquelles les atomes peuvent être placés conduisent à l’observation de nouveaux états de la matière, présentant de fortes corrélations quantiques. L’archétype de ces états est l’isolant de Mott, observé pour la première fois dans un gaz de bosons en 2002 [Greiner 02], et tout récemment de Fermions [Jördens 08]. La matière fortement corrélée est un domaine ouvert de la physique actuelle, et des efforts théoriques et expérimentaux considérables sont déployés depuis une vingtaine d’années pour en comprendre et en exploiter les propriétés. Dans cette catégorie entrent les recherches sur la supraconductivité à haute température critique ou l’effet Hall quantique. Les physiciens des atomes froids cherchent dans ce contexte à réaliser des modélisations de ces systèmes.

Notre expérience a débuté en 2004, avec un double objectif. D’une part, il s’agissait de construire un interféromètre atomique compact, permettant de pousser la technologie des atomes froids vers des applications embarquées, notamment dans le domaine des missions spatiales de science fondamentale. La robustesse du dispositif était alors une motivation fondamentale. D’autre part, le but était également de construire une expérience polyvalente, permettant de mettre en œuvre l’ensemble des techniques disponibles pour l’étude des propriétés des gaz dégénérés : refroidissement des bosons aussi bien que des fermions (\(^{87}\)Rb et \(^{40}\)K), utilisation des résonances de Feshbach et taux de répétition élevé (d’où le choix du refroidissement tout-optique), possibilité d’utiliser des structures optiques variées grâce à une enceinte à vide présentant un grand accès optique.

Au cours de la construction et de la mise en œuvre de l’expérience, nous avons étudié différents sujets. L’utilisation d’un laser à 1565 nm pour le piégeage des atomes nous a conduit à développer une technique d’imagerie par tomographie des déplacements lumineux, ainsi qu’une technique originale de transfert des atomes dans le piège. Nous avons ensuite pu réaliser l’évaporation dans le piège optique dans le régime d’emballement, et produire de manière efficace et rapide un condensat de Bose-Einstein. Nous avons utilisé notre condensat pour mesurer l’accélération de la gravité, utilisant deux modes de fonctionnement d’un dispositif de "trampoline à atomes" (un fonctionnement classique dans lequel les atomes rebondissent sur une onde lumineuse, et un fonctionnement quantique dans lequel des interférences atomiques ont lieu). Enfin, nous avons mis au point un dispositif permettant l’étude des propriétés de transport dans le plan d’un condensat 2D en présence de désordre.


Contenu du manuscrit

Dans le premier chapitre, nous présentons notre système laser permettant de manipuler les atomes : un banc laser générant la lumière pour le refroidissement laser du rubidium et l’imagerie par absorption, un banc laser d’un type nouveau pour le refroidissement laser du potassium, basé sur un laser telecom (1534 nm) doublé en fréquence, et un système pour la réalisation d’un piège dipolaire
à 1565 nm. Nous présentons également le système à vide dans lequel ont lieu les expériences, ainsi que l’agencement général des éléments. À cause de sa longueur d’onde particulière, le piège dipolaire déplace fortement les niveaux d’énergie du rubidium. Nous mettons à profit cet effet pour réaliser une imagerie par "tomographie des déplacements lumineux". Cette technique, inspirée des techniques d’imagerie par résonance, nous fournit un outil de diagnostic original du piège et des atomes piégés. Nous proposons également plusieurs applications de cette technique dans le domaine des atomes froids. L’effet particulier de notre piège dipolaire sur la structure interne du rubidium joue également un rôle important au cours du processus de transfert des atomes du piège magnéto-optique vers le piège dipolaire. Les données que nous présentons dans ce chapitre montrent que le piège dipolaire à 1565 nm, que nous sommes les premiers à utiliser pour le refroidissement tout-optique, constitue une alternative intéressante aux lasers CO₂ utilisés jusqu’alors.

Dans le second chapitre, nous décrivons notre technique permettant de créer un condensat de Bose-Einstein par évaporation à partir du gaz piégé décrit dans le chapitre 1. Nous présentons d’abord théoriquement le refroidissement évaporatif, introduisant les outils nécessaires à l’analyse quantitative de notre procédure d’évaporation. La géométrie très asymétrique de notre piège croisé, introduite dans le chapitre 1 pour résoudre le problème du déplacement lumineux au cours du chargement du piège, s’avère très favorable pour le refroidissement évaporatif. En effet, en ajustant précisément la position relative des deux faisceaux créant le piège dipolaire, nous pouvons utiliser l’un des faisceaux pour tirer les atomes hors du piège dipolaire et ainsi forcer l’évaporation (de la même façon que le champ RF force l’évaporation dans un piège magnétique). De ce fait, notre configuration permet de résoudre l’un des principaux problèmes du refroidissement tout-optique, à savoir la diminution du confinement avec la profondeur du piège, qui était intrinsèque à la méthode utilisée dans les expériences précédentes. Le condensat que nous créons par cette technique contient environ 1.5 \times 10^5 atomes, ce qui place notre expérience parmi les plus efficaces pour le refroidissement tout-optique. Grâce à notre technique d’évaporation, nous pouvons alternativement obtenir un petit condensat après une évaporation de 650 ms, ce qui est l’évaporation la plus rapide jamais réalisée pour l’obtention d’un condensat. Nous présentons également les premiers diagnostics de notre condensat, notamment l’analyse de Stern-Gerlach.

Le troisième chapitre est consacré à deux expériences que nous avons conduites sur le thème de la gravimétrie. Ces deux expériences utilisent le condensat produit par la méthode décrite dans les chapitres précédents. Le condensat est relâché du piège dipolaire, et tombe en chute libre sous l’effet de la gravité. Périodiquement, un faisceau laser rétro-réfléchi réalisant un réseau optique fait rebondir les atomes, réalisant ainsi un "trampoline pour atomes froids". Dans la première expérience, les atomes subissent une réflexion de Bragg sur le réseau optique allumé périodiquement. La mesure de la période permettant de réaliser des rebonds efficaces nous fournit une mesure de la gravité. Ce système a été proposé pour la première fois par F. Impens en 2006. Cette première expérience est classique, au sens où aucun processus d’interférence n’a lieu au cours de l’expérience. Dans la seconde expérience, les pulses de réseau optique non seulement font rebondir les atomes, mais également séparent de manière cohérente les paquets d’onde de matière que sont les atomes et leur fait emprunter des trajectoires différentes. Ces trajectoires se recombinent périodiquement, ce qui donne lieu à des interférences quantiques. Ces interférences peuvent être utilisées pour maintenir les atomes dans le trampoline. Dans ce "trampoline quantique", les atomes rebondissent sous l’effet d’interférences quantiques. Nous utilisons ce trampoline quantique pour mesurer la valeur de la gravité.

Dans le quatrième chapitre, notre condensat est placé dans un piège confinant les atomes dans un plan horizontal, ce qui le place dans une géométrie 2D. Le condensat est ensuite soumis à un potentiel aléatoire réalisé par une figure de speckle laser, et nous étudions ses propriétés de transport dans le plan. Cette situation présente de fortes analogies avec des situations rencontrées dans le domaine de la physique de la matière condensée. Nous présentons quelques unes de ces situations.
Notre système, comme tout système d’atomes froids, permet un contrôle sur les paramètres expérimentaux supérieur aux expériences de physique des solides. L’idée de notre expérience est d’utiliser ce contrôle des systèmes d’atomes froids pour observer des effets particuliers du désordre sur la conduction dans les solides, comme la localisation de Anderson. Nous présentons notre système expérimental, ainsi que deux propositions (en annexe C) permettant d’augmenter le contrôle sur les propriétés du potentiel aléatoire dans le domaine des atomes froids. Nous présentons ensuite des résultats expérimentaux sur le transport des atomes. Les expériences sur ce sujet étant toujours en cours au moment de la rédaction du présent manuscrit, les données présentées ici ont un caractère préliminaire.
Chapitre 1

Refroidissement, piégeage et détection d’atomes par laser


Dans une première partie nous décrivons le dispositif expérimental, à la fois pour le refroidissement laser du rubidium et du potassium, et pour le piège dipolaire optique à 1565 nm. Nous décrivons ensuite les effets du piège dipolaire à 1565 nm sur les atomes de rubidium. Ensuite, nous détaillons la tomographie des déplacements lumineux, ainsi que quelques applications possibles de son principe, et enfin nous présentons le chargement du piège dipolaire optique à partir d’un gaz froid.

1.1 Système expérimental


1. Cette technique a déjà été démontrée pour le refroidissement du rubidium [Thompson 03], et est utilisée avec succès sur un prototype d’instrument pour des applications embarquées [Varoquaux 07]
2. Cet aspect a fait l’objet de la thèse de Jean-François Clément et Gaël Varoquaux [Clément 08, Varoquaux 08]
1.1.1 Les MOTs 2D et 3D

Le piège magnéto-optique (MOT) refroidit et confine les atomes en utilisant la pression de radiation, modifiée par l’effet Doppler dû à la vitesse des atomes, et par l’effet Zeeman créé par un gradient de champ magnétique (voir par exemple [Metcalf 03] pour une revue). Le MOT 3D agit dans les trois directions de l’espace en utilisant ce principe [Raab 87]. Le MOT 2D ne confine et refroidit les atomes que dans deux directions, ce qui crée un jet d’atomes collimaté dans la troisième direction [Dieckmann 98]. Nous utilisons un MOT 2D pour capturer les atomes à partir d’une vapeur de rubidium dans l’enceinte de collection et les transférer dans la chambre de science où ils sont capturés et refroidis par un MOT 3D. Une fois dans le MOT 3D, les atomes seront refroidis plus avant, puis transférés dans le piège dipolaire optique en vue de l’évaporation vers la condensation de Bose-Einstein.

La figure 1.1 présente la géométrie des bobines et des faisceaux laser utilisés sur notre expérience. Le tableau 1.1 présente les principaux chiffres concernant les pièges magnéto-optiques 2D et 3D.

Le MOT 2D génère un flux atomique de quelques $10^8$ atomes par seconde capturés dans le MOT 3D. Ce résultat est plutôt décevant, compte tenu des performances affichées par les sources atomiques dans la littérature (voir [Clément 08]). Une nouvelle version du MOT 2D a été dessinée par le bureau d’étude de l’Institut, et réalisée. Sa mise en place n’a pas encore été effectuée, car elle ne s’est pas révélée nécessaire jusqu’à présent.

Nous réalisons un MOT 3D de rubidium contenant $3 \times 10^9$ atomes environ, en 15 secondes. La température des atomes ainsi piégés est d’environ 120 µK.

<table>
<thead>
<tr>
<th>Puissance totale par bras (mW)</th>
<th>MOT 2D</th>
<th>MOT 3D</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>Diamètre des faisceaux (mm)</td>
<td>25 (x2 pour deux zones)</td>
<td>25</td>
</tr>
<tr>
<td>Diamètre des faisceaux (mm)</td>
<td>25 (x2 pour deux zones)</td>
<td>25</td>
</tr>
<tr>
<td>Gradient de champ (G cm$^{-1}$)</td>
<td>$\sim 12$</td>
<td>12</td>
</tr>
</tbody>
</table>

Table 1.1: Caractéristiques techniques des pièges magnéto-optiques 2D et 3D. Les faisceaux du MOT 2D sont rétro-réfléchis. La puissance est répartie entre deux zones de tailles identiques.

1.1.2 Système à vide

La figure 1.2 montre le schéma général du système à vide utilisé sur notre expérience. Les atomes sont collectés dans une première enceinte (enceinte de collection) à partir de la vapeur d’équilibre d’un échantillon de rubidium solide, à la température de 30 degrés environ. Le jet atomique transmet les atomes dans une seconde enceinte à travers un trou assurant un vide différentiel entre les deux enceintes. Dans l’enceinte de collection, la pression totale au niveau de la pompe ionique est inférieure à $10^{-9}$ millibars. Par spectroscopie d’absorption, nous mesurons la pression de rubidium 87 dans l’enceinte MOT 2D, soit quelques $10^{-8}$ millibars. Nous décrirons plus bas les pièges magnéto-optiques (MOTs) 2D et 3D qui réalisent les fonctions de collection, transfert et capture des atomes dans ces enceintes.

Dans la seconde enceinte, la chambre de science, les atomes sont collectés par un MOT 3D. Dans cette enceinte, nous ne disposons pas de jauge de pression. Le temps de décroissance d’un nuage 3. Pour des nombres d’atomes importants, il est difficile de mesurer le nombre d’atomes avec précision, car la densité optique devient grande. Nous avons utilisé un faisceau sonde désaccordé pour obtenir ce chiffre. Le taux de diffusion de photons par atomes étant alors très faible, l’hypothèse de stationnarité [Steck 06] dans les équations de Bloch optiques, permettant d’établir l’équation 1.1, n’est plus vérifiée. Le chiffre indiqué doit être considéré comme une estimation.
4. Le chauffage du rubidium à l’intérieur de l’enceinte est réalisé par l’effet Joule produit dans les bobines MOT 2D sous vide, qui fonctionnent en permanence.
1.1. Système expérimental

Figure 1.1: Géométrie des bobines et des faisceaux des pièges magnéto-optiques 2D et 3D. Le piège magnéto-optique 2D comporte une paire de bobines sous vide qui créent le gradient de champ. Une paire de bobines dont l’axe coïncide avec l’axe de propagation du jet atomique sert à compenser le champ sur la direction longitudinale.
Chapitre 1. Refroidissement, piégeage et détection d’atomes par laser

d’atomes dans le MOT permet de mesurer la qualité du vide : ce temps de vie dans la chambre de science est de 17 secondes.

Les points importants de ce système sont les suivants :
- Séparation dans deux enceintes différentes des fonctions de collection de la vapeur atomique et de réalisation des expériences sur les nuages froids. Cela permet d’entretenir un bon vide dans la chambre de science.
- La chambre de science dispose de grands hublots (taille CF 160). Cela permet d’utiliser une grande variété de lasers pour manipuler les atomes, en créant par exemple des potentiels dipolaires variés (piège dipolaire optique croisé, réseau optique, piége à deux dimensions, potentiel aléatoire ...).

1.1.3 Système laser pour le refroidissement du rubidium

Nous allons maintenant présenter rapidement le dispositif expérimental pour le refroidissement laser du rubidium. Ce dispositif est le résultat de nombreuses modifications successives. La figure 1.3 présente la plan de la table optique pour le refroidissement laser du rubidium. On y voit les trois lasers nécessaires pour le refroidissement et l’imagerie. Ces lasers sont des diodes Eagleyard dont la face de sortie est traitée antireflet dans la bande de gain. La diode laser est insérée dans une cavité externe de type Littrow, qui permet d’accorder la longueur d’onde d’émission du laser entre 760 et 790 nm [Nyman 06a]. Les faisceaux sont contrôlés en puissance par différents modulateurs acousto-optiques. Pour obtenir une forte puissance optique, la lumière issue des lasers piége et repompeur est injectée dans un amplificateur optique évasé (Eagleyard). L’ensemble des faisceaux est ensuite injecté dans des fibres optiques. Le tableau 1.2 reprend les différentes puissances observées en sortie de fibre.

1.1.4 Asservissement des lasers

Dans la version actuelle de la table optique, nous disposons de trois lasers différents, l’un pour le refroidissement sur la transition cyclante $5S_{1/2}F=2$ vers $5P_{3/2}F’=3$, le second pour repomper les atomes perdus lors du cycle de refroidissement, accordé sur la transition $F=1$ vers $F’=2$, et le
1.1. Système expérimental

Figure 1.3: Schéma de la table optique utilisée pour le refroidissement laser du rubidium (à 780 nm). Les trois lasers battent ensemble sur une photodiode qui permet d’asservir le piège et le repompeur sur le laser sonde. Les absorptions saturées sur les lasers piège et repompeur servent uniquement de contrôle. Les amplificateurs optiques sont des Eagleyard 1W pour rubidium.

<table>
<thead>
<tr>
<th>Faisceau</th>
<th>Puissance (mW)</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>Sonde</td>
<td>~ 0.1 mW</td>
</tr>
<tr>
<td>Pousseur</td>
<td>~ 0.01 mW</td>
</tr>
<tr>
<td>MOT 3D</td>
<td>150 mW</td>
</tr>
<tr>
<td>MOT 2D (par faisceau)</td>
<td>~ 100 mW</td>
</tr>
<tr>
<td>Pompage optique</td>
<td>0.3 mW</td>
</tr>
</tbody>
</table>

Table 1.2: Puissance optique utilisée en sortie de fibre pour les différents faisceaux provenant de la table laser sur rubidium. La puissance indiquée est la puissance typique.
Chapitre 1. Refroidissement, piégeage et détection d’atomes par laser

Les lasers piége et repompeur sont ensuite asservis par battements sur le laser d’imagerie. La figure 1.4 montre le schéma électronique utilisé, qui permet d’asservir à la fois le laser piége et le laser repompeur sur le laser sonde. Ces deux lasers ainsi que le laser sonde battent sur un photodétecteur rapide (dont la bande passante est supérieure à 6.8 GHz). Le signal de battement contient trois fréquences. Le battement entre les lasers sonde et piége est à basse fréquence. On peut donc l’amplifier et l’injecter dans un diviseur de fréquence numérique puis dans convertisseur fréquence-tension pour obtenir un signal d’erreur. Les battements entre le piége et le repompeur, et entre la sonde et le repompeur sont à haute fréquence (autour de 6.8 GHz). On peut les ramener en dessous de 1 GHz en mixant le signal de battement avec une référence de fréquence à 6.7 GHz. Le signal obtenu est ensuite injecté dans un convertisseur fréquence-tension. En jouant sur le rapport des puissances incidentes sur le détecteur, on peut isoler le signal de battement entre le repompeur et la sonde, et asservir l’un sur l’autre.

![Figure 1.4: Schéma de fonctionnement de l’asservissement par battement, qui génère un signal d’erreur pour l’asservissement des lasers piége et repompeur. Les amplificateurs utilisés en amont des convertisseurs fréquence-tension sont des amplificateurs puissants pour basse fréquence (type ZFL-500LN+ de Minicircuits). L’autre amplificateur est un amplificateur bande large (type ZJL-7G). Le détecteur utilisé est un photoconducteur Hamamatsu G4176-03. Le VCO haute fréquence est un Minicircuit ZX95-6740C+.

Le tableau 1.3 présente les principales caractéristiques de chacun des lasers du point de vue de l’agilité en fréquence. Les asservissements par battements que nous utilisons permettent de changer la fréquence des lasers sonde et repompeur en quelques millisecondes. Les modulateurs acousto-optiques utilisés sur le laser sonde permettent de changer la fréquence du laser en ∼ 100 µs. La capacité de changer fortement la fréquence du laser piége sera utilisée au cours du chargement du piége dipolaire, car elle permet de s’adapter aux déplacements lumineux induits par le piége dipolaire.

5. L’oscillateur utilisé est un VCO de Minicircuit de type ZX95-6740C+. Nous n’avons pas rencontré de problèmes de stabilité en fréquence de cet oscillateur.

1.1. Système expérimental

<table>
<thead>
<tr>
<th></th>
<th>méthode d’asservissement</th>
<th>accordabilité</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>Sonde</td>
<td>spectroscopie (F=2 → F’=2/3)</td>
<td>± 100 MHz</td>
</tr>
<tr>
<td>Piège</td>
<td>battement sur le laser sonde</td>
<td>± 400 MHz</td>
</tr>
<tr>
<td>Repompeur</td>
<td>battement sur la sonde et mélange</td>
<td>± 400 MHz</td>
</tr>
</tbody>
</table>

Table 1.3: Caractéristiques d’agilité en fréquence des lasers pour rubidium. Le laser sonde peut être accordé en fréquence par deux modulateurs acousto-optiques en double passage, l’un en amont de la cellule de spectroscopie, l’autre en amont des atomes. L’agilité du laser piége est limitée par les caractéristiques électroniques de l’asservissement par battement.

1.1.5 Imagerie par absorption


La section efficace d’absorption des photons par le rubidium sur la transition d’imagerie (F=2, m_F=2 → F=3, m_F=3) en polarisation circulaire est donnée par [Steck 06] :

\[
\sigma = \frac{3\lambda^2}{2\pi} \frac{1}{1 + \left(\frac{\delta}{\Gamma}\right)^2 + \frac{I}{I_{\text{sat}}}}
\]  

(1.1)

Dans cette formule, \( \Gamma = 6 \) MHz désigne la largeur naturelle de la transition, \( \lambda = 780 \) nm la longueur d’onde du laser, \( I_{\text{sat}} = 1.8 \) mW l’intensité de saturation de la transition, \( \delta \) le désaccord par rapport à la résonance atomique et \( I \) l’intensité du laser sonde. La figure 1.5 montre une courbe d’absorption d’un nuage d’atomes froids en fonction du désaccord en fréquence du laser (pour une puissance faible de l’ordre de \( I_{\text{sat}}/10 \)).

![Figure 1.5: Absorption du laser sonde en fonction du désaccord du laser sonde, pour une intensité faible. Les points sont les résultats expérimentaux, la ligne continue est un ajustement des points par une lorentzienne. La largeur de raie est \( \Gamma = 7(1) \) MHz.](image)

Cette formule n’est valable que pour un taux de diffusion de photons suffisamment faible pour que l’on puisse négliger les effets de pompage optique vers l’état \( F=1 \). Pour la polarisation quelconque utilisée sur notre expérience, on trouve dans la littérature [Steck 06] le facteur correctif de
Chapitre 1. Refroidissement, piégeage et détection d’atomes par laser

2.13 à appliquer pour tenir compte des coefficients de Clebsch-Gordan. Cette valeur est confirmée par une simulation numérique des effets de pompage optique entre les sous-niveaux magnétiques.

Ensuite la densité optique, donnée par

\[ OD(x, y) = \int n(x, y, z)\sigma(\delta)dz, \]  

où \( z \) est la direction de propagation du faisceau sonde et \( n \) désigne la densité atomique, permet de remonter à la distribution spatiale des atomes dans le plan perpendiculaire à la direction de propagation. On verra par la suite que le désaccord de la sonde peut dépendre de la position, ce qui rend cette formule plus riche. En connaissant le temps de vol du nuage entre le lâcher des atomes et le pulse d’imagerie, on mesure la distribution en impulsion du nuage initial, ce qui permet de calculer sa température. Sauf mention contraire explicite, nous utilisons un pulse d’imagerie d’une durée de 50 µs à une intensité de \( I_{sat}/10 \).

1.2 Refroidissement laser du potassium

Nous avons décrit jusqu’ici le système laser pour le refroidissement du rubidium. Nous allons maintenant décrire un système laser pour le refroidissement d’atomes de potassium. Le potassium présente un certain nombre de particularités par rapport au rubidium, qui justifient que l’on cherche à développer des méthodes robustes de manipulation de cette espèce. Parmi les alcalins, le potassium et le lithium sont les seules espèces présentant des isotopes fermions (c’est-à-dire ayant un nombre pair de nucléons) stables. Le potassium 40 est le premier fermion atomique ayant été refroidi jusqu’à la dégénérescence quantique [DeMarco 99, Demarco 01]. La réalisation de ce gaz de potassium fermionique dégénéré a étendu l’étude des atomes froids aux fermions, ouvrant un champ considérable [Greiner 03, Greiner 05]. Dans le domaine de l’interférométrie atomique, l’utilisation d’atomes de potassium s’est révélée très fructueuse, aussi bien l’isotope \( ^{40}K \) grâce au principe de Pauli [Roati 04] que l’isotope \( ^{39}K \), grâce aux résonances de Feshbach [Roati 07, Fattori 08].

Dans les références citées précédemment, le système laser pour le refroidissement du potassium est basé ou bien sur des diodes refroidies à très basse température (-40°C) [Goldwin 02], ou bien sur un laser Ti :Saphire [Modugno 01], ou bien plus récemment sur des diodes laser à température ambiante traitées anti-reflet [Nyman 06a]. Nous proposons ici un système laser original pour le refroidissement laser du potassium, qui permet d’améliorer la robustesse et la fiabilité du laser, tout en simplifiant le banc laser. La mise au point et la validation de ce système laser constitue une première étape vers la réalisation de mélanges d’espèces dégénérés sur notre expérience.

La lumière à 767 nm pour le refroidissement laser sur la transition D2 du potassium est générée par doublage de fréquence à partir d’un faisceau laser à 1534 nm. Les avantages de cette technologie sur la technologie habituelle utilisant les diodes en cavité étendue sont les suivants :

**Fiabilité** 1534 nm est une longueur d’onde utilisée pour la communication par fibres optiques en bande C. La technologie des lasers, et plus largement de l’optique fibrée à cette longueur d’onde, a bénéficié des efforts colossaux engagés dans le domaine des télécommunications optiques ces 20 dernières années.

**Stabilité** Les diodes laser télécom DFB (Distributed Feedback) sont suffisamment fines pour pouvoir être utilisées sans cavité externe. Il n’y a donc aucun élément mécanique susceptible de vibrier, aucun alignement susceptible d’être perturbé. Notre système est entièrement fibré dans toute sa partie à 1534 nm.

**Simplicité** Les diodes laser de type telecom sont conçues pour pouvoir être modulées rapidement en fréquence. En modulant le courant de la diode à 462 MHz, il est possible de générer la fréquence nécessaire au repompage des atomes sur la transition cyclante du potassium 39. Cela simplifie considérablement le système optique et lui donne une grande flexibilité.
1.2. Refroidissement laser du potassium

Par rapport à un laser Ti :Saphire, cette solution reste bon marché (du même ordre de prix qu’un système laser à diode commercial de type Toptica DL100).

Nous allons maintenant décrire le banc laser potassium tel que nous l’avons utilisé pour réaliser un piège magnéto-optique.

1.2.1 Schéma général et composants optiques

La figure 1.6 présente le schéma du système laser que nous utilisons. Une diode laser à 1534 nm fibrée (Fitel FOL 15DCWD-A81-19530-C, de largeur de raie 1 MHz) est utilisée comme laser maître. Le courant dans cette diode laser est modulé par radio-fréquence à 462 MHz pour générer des bandes latérales. L’une de ces bandes latérales sera utilisée comme repompeur pour le refroidissement laser. La lumière issue de cette diode est amplifiée dans un amplificateur à fibre dopée Érbium. La lumière est ensuite injectée dans un cristal doublé en guide d’onde. La lumière doublée est amplifiée par un amplificateur semi-conducteur évasé. Une partie du faisceau est utilisée pour l’asservissement par absorption saturée, l’autre est injectée dans une fibre optique et envoyée sur les atomes.

La lumière issue de cette diode est amplifiée dans un amplificateur à fibre dopée Érbium commercial (Keopsys), et doublée en fréquence dans un cristal de MgO :SLN périodiquement retourné (fourni par HC Photonics Corp). Le cristal fait 32 mm de long et 0.5 mm d’épaisseur. Nous obtenons typiquement 10 mW de puissance à 767 nm en sortie de ce cristal. Nous limitons la puissance optique en entrée du cristal à 200 mW, de manière à prévenir le vieillissement de la colle epoxy à la jonction entre le cristal et la fibre. Cette jonction constitue le point faible actuel de cette technologie, et empêche l’obtention d’une forte puissance en sortie. Des études sont en cours pour remédier à ce problème dans le cadre de la collaboration Miniatom.

Le faisceau doublé est ensuite injecté dans un amplificateur à semi-conducteur [Nyman 06a] (fourni par Eagleyard), pour obtenir une puissance de 750 mW. Après mise en forme du faisceau, une faible partie de la lumière est prélevée pour servir à l’asservissement de la diode par absorption saturée, après double passage dans un modulateur acousto-optique. De cette façon, nous pouvons ajuster finement la fréquence du laser. La partie principale du faisceau passe ensuite dans un modulateur acousto-optique en simple passage qui sert de contrôle de puissance, et est injectée dans une fibre optique.

En sortie de la fibre optique, le faisceau est divisé en 6 dans un séparateur (Schäfter und Kirchhoff), et envoyé sur les atomes pour produire un MOT.
1.2.2 Asservissement du laser

Le laser est asservi en sortie de l’amplificateur par absorption saturée (voir figure 1.6). La modulation du laser à 462 MHz produit un effet sur le spectre d’absorption saturée. En effet, nous utilisons le croisement des niveaux \( F=1 \) et \( F=2 \) pour produire le signal d’erreur. Ce croisement produit un creux dans le spectre d’absorption saturée\(^7\). Cependant, chacune des bandes latérales va produire également un spectre d’absorption saturé décalé de 462 MHz. Le croisement de niveau pour la porteuse est donc situé exactement à la position de l’un des pics produits par les bandes latérales. La superposition des signaux diminue le signal d’erreur. La figure 1.7 illustre ce point.

Les signaux d’erreur observés sont cependant suffisants pour asservir le laser. On peut légèrement améliorer ce signal en appliquant un champ magnétique constant sur la cellule (généré par un aimant permanent, produisant un champ de quelques gauss).

\(^7\) Car il s’agit d’un croisement des niveaux hyperfins dans l’état fondamental, et non pas dans l’état excité comme sur le rubidium.
1.3. Potentiels lumineux et piège dipolaire optique

1.2.3 Bilan et perspectives

Notre système laser nous permet de produire un MOT de potassium $^{39}$, et possède une grande stabilité et robustesse (il est possible d’obtenir un MOT et de le conserver pendant 30 minutes sans asservir le laser, en se reposant simplement sur la stabilité intrinsèque du système). Ce système fibré ouvre la porte à des applications embarquées utilisant le potassium, dans l’esprit de celles utilisant le rubidium. A long terme, on peut imaginer utiliser des mélanges d’espèces pour tester le principe d’équivalence en microgravité, utilisant une source mixte potassium/rubidium [Nyman 06b].

Nous avons travaillé sur le potassium $^{39}$, mais il est également possible, en modifiant les fréquences de modulation et les fréquences des modulateurs acousto-optiques, d’utiliser le laser pour refroidir les autres isotopes du potassium. A moyen terme, cela ouvre la porte à l’étude des mélanges potassium-rubidium sur notre expérience.

1.3 Potentiels lumineux et piège dipolaire optique

1.3.1 Introduction

Lorsqu’un atome est soumis à un champ électrique extérieur, créé par exemple par un laser, ses niveaux d’énergie sont déplacés par l’effet Stark. Lorsque l’amplitude du champ extérieur varie spatialement, l’atome aura une énergie totale différente en fonction de sa position. Cette variation spatiale de l’énergie $E$ donne lieu à une force conservative $F_{dip} = -\nabla E$, qu’on appelle force dipolaire [Ashkin 78, Bjorkholm 78, Chu 86]. Comme les atomes n’ont pas de moment dipolaire permanent, l’effet du déplacement lumineux est d’ordre deux, c’est-à-dire proportionnel au carré du champ extérieur. La grandeur reliant le module au carré du champ externe est appelée la polarisabilité $\alpha$ de l’atome. Elle dépend de manière essentielle de la fréquence d’oscillation du champ extérieur et de l’état atomique : lorsque la fréquence du champ est inférieure à la fréquence de transition atomique la plus proche (laser décalé vers le rouge), la force dipolaire attire les atomes vers les maxima d’intensité. Lorsque la fréquence du champ est supérieure à la fréquence de transition atomique la plus proche (laser décalé vers le bleu), la force dipolaire repousse les atomes des maxima d’intensité.

Lorsque l’émission spontanée de photons par l’atome peut être négligée, c’est-à-dire lorsque le champ externe ne peuple pas les états excités de l’atome, la polarisabilité est une grandeur réelle, et l’effet du champ se limite à la force dipolaire ([Grimm 00]). C’est le cas pour les champs créés par des lasers très désaccordés par rapport aux résonances atomiques.

Une grande variété de types de potentiels lumineux peut être créée en manipulant un faisceau laser. Citons-en quatre, que nous utilisons sur notre expérience.

Le piège optique "simple". Dans ce cas, la variation spatiale de l’amplitude du champ (ou de manière analogue de son intensité) est réalisée par la focalisation forte du faisceau. De manière idéale, si le faisceau est Gaussien, on obtient dans la direction transverse à la direction de propagation un piège Gaussien. Dans la direction longitudinale, on obtient un profil d’intensité Lorentzien, et donc un piège de même forme. D’une façon générale, le piège aura une forme allongée dans la direction de propagation [Chu 86, Granade 02].

Le piège optique "croisé" est une variante très répandue du cas précédent [Adams 95, Barrett 01]. Pour obtenir un fort confinement dans les trois directions de l’espace, on réalise deux pièges optiques simples avec deux faisceaux croisés.

La figure 1.8 montre les profils de potentiel des pièges simples et croisés. Sur notre expérience, c’est un piège de ce type qui est utilisé pour le refroidissement évaporatif et la condensation de Bose-Einstein.

Le piège optique TEM$_{01}$ Dans ce cas, on réalise un faisceau Gaussien d’ordre supérieur. La technique que nous utilisons pour créer ce faisceau, décrite dans le chapitre 4, consiste à faire
Chapitre 1. Refroidissement, piégeage et détection d’atomes par laser

Figure 1.8: A gauche : potentiel créé par un piège dipolaire optique formé par un faisceau laser gaussien focalisé, en fonction de la position suivant deux axes. A droite : potentiel créé par deux faisceaux gaussiens focalisés et croisés au niveau de leur waist.

passer un faisceau gaussien d’ordre zéro à travers une lame déphasant une moitié du faisceau de $\pi$ par rapport à l’autre. Cette technique a été démontrée pour le piégeage d’atomes froids par [Smith 05, Meyrath 05]. Dans notre expérience, nous utilisons ce piège pour créer un condensat quasi-2D (voir chapitre 4).

Lorsque le potentiel lumineux est répulsif, i.e. les atomes sont repoussés par les maxima d’intensité, ce piège confine les atomes dans l’une des directions radiales en laissant libre l’autre. La figure 1.9 montre le profil de potentiel obtenu pour le cas répulsif.

Figure 1.9: Potentiel créé par un piège dipolaire optique formé par un faisceau laser gaussien TEM$_{01}$ focalisé, dans le cas où les atomes sont repoussés par les maxima d’intensité.

Le réseau optique Lorsque le potentiel lumineux est créé par deux faisceaux gaussien contra-propageants, le profil d’intensité dans la direction longitudinale est celui d’une onde stationnaire. Dans la direction radiale, le faisceau est Gaussien. Le potentiel lumineux présente donc dans la direction radiale une modulation sinusoidale de période spatiale $\lambda/2$, où $\lambda$ est la longueur d’onde de la lumière, qu’on appelle réseau optique [Westbrook 90, Jessen 92, Hemmerich 93].

La périodicité du potentiel auquel est soumis l’atome donne lieu à une physique particulièrement riche, proche dans une large mesure de celle des électrons dans les solides (pour une revue, voir par exemple [Morsch 06, Bloch 08]). Dans le chapitre 3, nous utiliserons un réseau optique pour créer des séparatrices cohérentes pour les ondes de matière. La figure 1.10 montre le potentiel optique correspondant à la situation du réseau optique.

Le potentiel aléatoire Speckle Il est également possible de créer un potentiel lumineux aléatoire. Le moyen le plus immédiat pour créer ce type de potentiel est une figure de speckle$^8$ laser 1.11 [Lye 05, Clément 06]. Dans le chapitre 4, nous utilisons le potentiel aléatoire ainsi créé pour étudier le transport dans un milieu désordonné. Pour une description détaillée des

---

8. Nous utiliserons le terme anglais speckle pour désigner les figures de tavelures.
1.3. Potentiels lumineux et piège dipolaire optique

Figure 1.10: Potentiel créé par un réseau optique formé par un faisceau laser gaussien focalisé rétroréfléchi formant une onde stationnaire.

Figure 1.11: Potentiel aléatoire créé par une figure de speckle laser (d’après [Goodman 07]).

figures de speckle et de leur influence sur les atomes, on se reportera à la thèse de David Clément [Clément 07].

La grande variété de géométrie disponible dans les pièges dipolaires optiques fait d’eux un outil unique pour l’étude des atomes froids. L’ensemble des travaux dont il sera question par la suite repose de manière fondamentale sur la possibilité de créer par des moyens optiques des potentiels conservatifs à façon. Notre dispositif expérimental dans son ensemble a été pensé pour permettre l’utilisation de ces potentiels optiques avec la plus grande flexibilité.

1.3.2 Dispositif optique pour le piège dipolaire

Intéressons-nous maintenant au dispositif expérimental pour le piègeage et le refroidissement évaporatif du rubidium. Il a fait l’objet de plusieurs versions successives. Nous ne présentons que la version finale qui est utilisée pour les expériences de condensation de Bose-Einstein. Le détail des versions successives ainsi que leurs défauts et qualités respectives est présenté dans la thèse de JF Clément [Clément 08].

Le système optique pour le piège dipolaire est constitué de trois parties relativement indépendantes : le laser lui-même, le contrôle électronique de puissance et le banc optique autour de la chambre à vide.

Le laser lui-même est un laser à fibre dopée erbium de marque IPG modèle ELR-50-LP, de puissance nominale 50 W continu en sortie de fibre. Sa longueur d’onde est centrée sur 1565.5 nm, et sa largeur spectrale est de 0.9 nm.9.

9. Certains utilisateurs de ce type de lasers rapportent que la largeur de raie est en fait l’enveloppe d’une structure plus complexe. Il semble donc prudent de ne pas déduire les propriétés de cohérence du laser uniquement à partir des données de largeur de raie globale.

Nous avons observé sur les atomes des interférences entre deux faisceaux issus de ce laser, avec une différence de chemin optique de l’ordre de 40 cm, ce qui semble confirmer l’existence d’une forte cohérence sous-jacente.
Le contrôle de la puissance du laser se fait en deux étapes. Nous faisons fonctionner le laser en permanence à sa puissance maximale. En sortie de fibre, un premier contrôle de la puissance se fait au moyen d’une lame λ/2 suivie d’une lame séparatrice de polarisation. Le faisceau est ensuite contrôlé en puissance par deux modulateurs acousto-optiques. A la suite du premier modulateur, une mesure de puissance est réalisée à travers un miroir diélectrique (transmission 0.1 %) et un asservissement stabilise la puissance par rétroaction sur le modulateur.

![Diagramme de faisceaux pour le piège dipolaire](image.png)

**Figure 1.12:** Trajet des faisceaux pour le piège dipolaire, à l’issue du robinet optique manuel. Le faisceau est contrôlable en intensité pour les deux bras grâce au premier modulateur électro-optique, qui est également utilisé pour asservir la puissance totale. Le second modulateur permet de diminuer la puissance dans le second bras indépendamment du premier, et de décaler la fréquence du second bras par rapport au premier, pour annuler l’effet des interférences au niveau du croisement.

La figure 1.12 présente le trajet du faisceau à partir de la sortie du "robinet optique" décrit précédemment. Le faisceau issu du robinet optique possède un waist (rayon du profil d’intensité à 1/e²) de 1.2 mm. Cette taille de faisceau est le résultat d’un compromis entre l’efficacité de diffraction (plutôt favorisée par un faisceau plus petit) et les effets thermiques qui dégradent la qualité du faisceau en sortie. Avec ce diamètre l’efficacité de diffraction du modulateur est de 60 % environ. Le faisceau est ensuite focalisé dans l’enceinte principale par une lentille de focale 280 mm pour réaliser le premier bras du piège dipolaire croisé. Le waist obtenu au niveau des atomes pour ce premier bras est de 180 μm.

10. La lame peut être tournée manuellement, et envoyer la puissance soit vers l’expérience, soit vers un puissance-mètre refroidi. Pour des raisons de sécurité l’ensemble de ce dispositif est scellé dans un boîtier métallique et la lame est actionnée de l’extérieur.
1.4. Piège dipolaire à 1565 nm pour atomes de rubidium

Le faisceau est ensuite collecté par une lentille de même focale, puis injecté dans un second modulateur acousto-optique. Ce modulateur permet de diminuer indépendamment la puissance dans le second bar du piège dipolaire. Il décale également la fréquence du laser de 40 MHz, ce qui permet d’annuler l’effet des d’interférences lors du croisement des deux bras. Le faisceau passe ensuite dans un système de trois lentilles qui agrandit la taille du faisceau et le focalise fortement dans l’enceinte principale pour réaliser le second bras du piège croisé. Le waist du faisceau obtenu pour le second bras est de 26 µm.

Les axes de propagation des deux bras du piège dipolaire ne se croisent pas exactement. Le faisceau du second bras croise le premier bras environ 80 µm en dessous de son axe. Ceci est un point clé pour la séquence d’évaporation décrite dans le chapitre suivant. En sortie de l’enceinte à vide, le faisceau est collecté par un puissance-mètre refroidi.

1.4 Piège dipolaire à 1565 nm pour atomes de rubidium

1.4.1 Potentiel dipolaire dans l’état fondamental

Nous allons maintenant décrire l’effet du laser de piégeage sur les atomes de rubidium. Pour ce faire, nous évaluons la polarisabilité du rubidium à la longueur d’onde de piégeage. La polarisabilité est la grandeur reliant le champ électrique externe au dipôle induit par ce champ sur l’atome, soit de manière équivalente la grandeur reliant le déplacement lumineux d’un niveau atomique au module carré du champ incident. Elle peut être calculée ab initio à partir des données spectroscopiques [Safronova 06]. On trouve \( \alpha = 422 \) (en unités atomiques) pour Rb dans son état fondamental éclairé avec un laser à 1565 nm, soit en unités SI : \( 422 \times 2.49 \times 10^{-8} \text{ [Hz/(V/m)}^2 \text{].} \) La connaissance de cette valeur permet de calculer les caractéristiques du piège dipolaire réalisé par chacun des deux bras sur notre expérience. Le tableau 1.4 récapitule les caractéristiques ainsi calculées pour notre piège dipolaire.

<table>
<thead>
<tr>
<th>Puissance totale [W]</th>
<th>premier bras</th>
<th>second bras</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>28</td>
<td>7</td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>Profondeur [µK]</td>
<td>120</td>
<td>~ 1500</td>
</tr>
<tr>
<td>Waist [µm]</td>
<td>180</td>
<td>28</td>
</tr>
<tr>
<td>Fréquence transverse [Hz]</td>
<td>110</td>
<td>1500</td>
</tr>
</tbody>
</table>

Table 1.4: Caractéristiques de chacun des bras du piège dipolaire, lorsque chacun des faisceaux est utilisé au maximum de sa puissance.

1.4.2 Déplacements lumineux de la transition D2

Dans les étapes de chargement et d’imagerie, les atomes effectuent des transitions entre l’état fondamental \( 5S_{1/2} \) et l’état \( 5P_{3/2} \) (transition D2). Pour comprendre et optimiser ces deux aspects de l’expérience, nous devons connaître également le déplacement lumineux de l’état \( 5P_{3/2} \) provoqué par le laser à 1565 nm. La figure 1.13 montre les transitions principales contribuant à la polarisabilité de l’état \( 5P_{3/2} \).

La présence d’une transition à 1529 nm, c’est-à-dire très proche de la longueur d’onde du laser de piégeage provoque un fort déplacement lumineux vers le rouge. Avec les données spectroscopiques nous pouvons calculer le rapport des polarisabilités entre les états \( 5S_{1/2} \) et \( 5P_{3/2} \) [Arora 07], ce qui permet d’évaluer le décalage provoqué sur la transition de refroidissement laser et d’imagerie. Dans notre cas, ce facteur vaut 42.6. La valeur très élevée de ce facteur est inhabituelle par rapport aux
différents pièges dipolaires existant pour les atomes froids \(^{11}\) (voir [Clément 08] pour une revue de la littérature sur les pièges dipolaires). Par exemple pour le premier bras de notre piège dipolaire à sa puissance maximale, le déplacement lumineux de l’état excité vaut 110 MHz.

Nous allons dans la suite présenter successivement deux situations dans lesquelles l’effet de déplacement lumineux important de la transition D2 joue un rôle fondamental : la technique de "tomographie des déplacements lumineux" [Brantut 08], méthode originale permettant de visualiser directement et in-situ la distribution en énergie potentielle d’un nuage atomique, et le chargement du piège dipolaire, préalable crucial vers la condensation de Bose-Einstein.

Une caractéristique importante de notre piège dipolaire à 1565 nm pour atomes de rubidium est la valeur inhabituellement élevée du rapport des polarisabilités des états fondamental et excité (voir figure 1.13) de la transition D2. De ce fait, et contrairement aux autres situations rencontrées dans la littérature [Clément 08], le déplacement lumineux de la transition d’imagerie \(\hbar\Delta\) créé par le piège dipolaire est, pour des profondeurs de piège compatibles avec le chargement des atomes à partir du MOT, plus grand que la largeur de raie de la transition atomique \(\Gamma = 6\) MHz. Pour un piège dipolaire créé par un faisceau gaussien, les niveaux d’énergie de l’atome en fonction de la position transverse sont représentés sur la figure 1.14.

1.5 Tomographie des déplacements lumineux

Nous allons maintenant présenter une technique permettant d’observer les atomes ayant une énergie potentielle donnée dans le piège, que nous appelons tomographie des déplacements lumineux. Les déplacements lumineux des différents états de l’atome sont tous proportionnels à l’intensité du laser de piégeage. Connaissant la valeur des polarisabilités des différents états, nous

\(^{11}\) Pour des déplacements lumineux importants, le déplacement n’est plus négligeable par rapport à la structure hyperfine de l’atome, et le calcul est relativement délicat [Arora 07, Clément 08]. Il en résulte notamment des termes de mélange entre les niveaux hyperfins de l’état \(5P_{3/2}\), qui peut à son tour produire du dépompage et modifier légèrement les sections efficaces.
1.5. Tomographie des déplacements lumineux

Figure 1.14: Niveaux d'énergie du rubidium intervenant pour l'imagerie, en présence d'un piège dipolaire à 1565 nm formé par un faisceau gaussien en fonction de la position transverse. Le déplacement lumineux de la transition est grand par rapport à la largeur du niveau excité. À désaccord donné, le laser sonde n'est résonnant qu'avec des atomes situés dans des régions de l'espace d'intensité constante.

Nous pouvons relier l'énergie potentielle $E_p$ de l'atome dans le piège dipolaire, c'est-à-dire la valeur du déplacement lumineux dans l'état fondamental, au déplacement de la fréquence de la transition d'imagerie :

$$\hbar \Delta = \left( \frac{\alpha_e}{\alpha_g} - 1 \right) E_p = 41.6 \ E_p,$$

où $\alpha_e$ et $\alpha_g$ sont les polarisabilités des états excité et fondamental. Nous pouvons donc, en utilisant une imagerie par absorption simple désaccordée par rapport à la transition dans l'espace libre d'une quantité donnée $\Delta$, observer les atomes situés dans une région de profondeur de piège donnée correspondante.

La résolution en énergie est directement donnée par la largeur naturelle de la transition utilisée, divisée par 41.6, soit 0.14 MHz ou 7 $\mu$K $\times k_B$. Cette résolution nous donne la température minimale pour laquelle cette technique est applicable avec notre piège. Nous allons présenter deux applications.

- En fait, la polarisabilité d'un atome dépend de l'orientation du spin, c'est-à-dire dépend du sous-niveau magnétique dans lequel se trouve l'atome. Cet effet est une source d'élargissement inhomogène de la transition, que nous allons chercher ici à déterminer.

Pour un atome plongé dans un champ électrique extérieur polarisé linéairement, la polarisabilité se décompose d'une partie scalaire, indépendante de la polarisation de l'atome, et d'une partie tensorielle qui dépend de l'orientation relative du champ électrique et du spin de l'atome. Pour des raisons de symétrie, la polarisabilité tensorielle des états $S$ est toujours nulle. En revanche, pour les états $P$, comme sur notre expérience l'état excité de la transition D2, la partie tensorielle est non nulle, ce qui implique que le déplacement lumineux est différent pour les différents sous-niveaux magnétiques.

Expérimentalement, au niveau du croisement des faisceaux du piège dipolaire, la polarisation est mal définie, et le laser sonde a une polarisation quelconque par rapport au piège dipolaire. Pour évaluer l'effet de déplacement différentiel entre les sous-niveaux magnétiques, nous considérons que les atomes sont dans un mélange statistique des sous-niveaux magnétiques dans l'état fondamental, et que le champ laser de la sonde est dans un mélange statistique d'états de polarisation. Pour obtenir la section efficace moyenne du processus de mesure, on évalue ensuite la valeur moyenne de l'opérateur "nombre d'atomes dans l'état excité" après un temps $t$ d'exposition au laser sonde $N$ (t), en négligeant le pompage optique (cette hypothèse est particulièrement forte ici, car on l'a vu, les atomes diffusent en moyenne 10 photons au cours du processus de mesure. Néanmoins, la polarisation étant quelconque, on suppose que la diffusion des photons ne modifie pas sensiblement la distribution initiale). On obtient :
Chapitre 1. Refroidissement, piégeage et détection d’atomes par laser

de cette technique sur des nuages thermiques chauds pour réaliser d’abord une cartographie du piège dipolaire optique, puis pour mesurer l’évolution de la distribution en énergie potentielle d’un nuage atomique.

1.5.1 Cartographie du potentiel lumineux

Nous allons maintenant présenter une expérience qui exploite la méthode tomographique précédemment décrite pour établir une cartographie du piège optique, en observant directement in-situ ses équipotentielles [Courteille 01].

Le dispositif expérimental est le même que décrit dans les sections précédentes, sauf pour la géométrie du piège dipolaire. Le piège dipolaire est formé de deux faisceaux croisés avec un angle de 56° et focalisés avec un waist minimal de 50 µm. Le point de focalisation a été ajusté de façon à ce que, au point de croisement des faisceaux, le waist des faisceaux soit de 200 µm.

La séquence expérimentale est la suivante : nous chargeons environ 10^8 atomes de ^87 Rb dans le MOT 3D. Ensuite, nous réduisons la puissance des faisceaux de refroidissement, et décalons la fréquence du laser piège de 10 Γ, soit 60 MHz, ce qui a pour effet de comprimer le MOT jusqu’à une taille de 300 µm. Les faisceaux de refroidissement laser sont alors éteints, et les faisceaux du piège dipolaire sont allumés 1 ms après. Après une autre milliseconde, nous prenons une image par absorption du nuage en présence du piège dipolaire : un pulse de 50 µs de laser sonde, désaccordé d’une quantité variable, est envoyé sur les atomes et imagé sur une caméra. Les atomes résonnants avec la lumière incidente diffusent en moyenne 10 photons. La durée courte du pulse d’imagerie garantit que le mouvement des atomes pendant le pulse est négligeable, et la densité atomique n’a pas le temps d’évoluer. Les atomes sont donc utilisés comme sonde de l’intensité lumineuse locale.

La figure 1.15 montre des images typiques obtenues pour différents désaccords de la sonde. Pour des désaccords faibles du laser sonde par rapport à la transition dans l’espace libre (-40 MHz), on observe des équipotentielles ouvertes (figure 1.15a). Cela signifie que les atomes que nous observons pourront s’échapper dans la direction des deux bras du piège. La diminution du contraste sur les bords de l’image est due à la diminution de la densité atomique sur les bords du nuage. La légère asymétrie que l’on peut voir sur cette image est une conséquence d’un léger déséquilibre de la puissance laser sur l’un des bras par rapport à l’autre, et d’un effet d’astigmatisme non compensé sur l’un des bras. Lorsque nous augmentons les désaccords du laser sonde (-80 MHz), figure 1.15b), nous observons un changement de la forme des équipotentielles qui deviennent fermées et de forme elliptiques. Enfin, pour des désaccords encore supérieurs (-100 MHz), nous atteignons le fond du

\[ \langle \hat{N}_S(t) \rangle = \sum_{i,m} C_i A_m P(m \rightarrow m + i, t) \]  

(1.4)

où les indices i et m se réfèrent respectivement aux sous-niveaux magnétiques de l’atome et aux polarisations du champ, les coefficients C_i et A_m sont les poids statistiques des différents états polarisation du laser et des atomes, P désigne la probabilité de transition atomique avec absorption d’un photon de polarisation i, après un temps t d’exposition au laser. La dérivée de cette expression par rapport au temps nous donne le taux de transition par unité de temps, et nous permet de définir une section efficace moyenne, qui apparaît alors comme la moyenne sur tous les états initiaux des sections efficaces de tous les processus d’absorption possibles. Pour évaluer cette expression, nous représentons la section efficace de chaque processus par la section en régime permanent sur la transition fermée, affectée du coefficient de Clebsch-Gordan correspondant.

Pour caractériser l’élargissement inhomogène que cet effet entraîne, nous ajustons l’expression obtenue par une Lorentzienne de largeur variable pour obtenir la largeur effective. Cet ajustement est relativement bon tant que le déplacement différentiel est comparable à la largeur naturelle des raies individuelles.

En fonction des configurations plus ou moins favorables des polarisations relatives du laser sonde et des atomes, nous obtenons un élargissement pouvant aller jusqu’à 12 % du déplacement lumineux total de l’état 5P_{3/2}. Dans notre expérience, cela diminue légèrement la résolution pour les grandes profondeurs du piège.

13. Ces expériences sont antérieures à celles ayant conduit à la condensation de Bose-Einstein sur notre dispositif. La géométrie du piège dipolaire décrite dans cette partie ne concerne que les résultats sur la tomographie.
1.5. Tomographie des déplacements lumineux

Figure 1.15: Images par absorption prises immédiatement après allumage du piège dipolaire, montrant des équipotentielles du piège. En choisissant le désaccord du laser sonde par rapport à la transition dans l’espace libre ((a) : -40 MHz, (b) : -80 MHz, et (c) : -100 MHz, correspondant à une énergie potentielle dans l’état fondamental de -45, -91 et -115 pK × k_B respectivement) nous observons la distribution spatiale des régions d’intensité laser constante c’est-à-dire les équipotentielles du piège, intégrées le long de l’axe de propagation du faisceau sonde. Cet axe est incliné 45° par rapport au plan contenant les deux bras du piège dipolaire. Les inserts sur les images (b) et (c) montrent des coupes le long de la direction horizontale.
Chapitre 1. Refroidissement, piégeage et détection d’atomes par laser

pièce et l’équipotentielle devient un point (1.15c).

Cette technique de cartographie nous permet d’évaluer les caractéristiques de notre piège in-situ. Les fréquences d’oscillation au fond du piège sont $110 \pm 10 \text{ Hz}$, $110 \pm 10 \text{ Hz}$, et $150 \pm 10 \text{ Hz}$. Le déplacement lumineux auquel on observe le changement de forme des équipotentielles (passage de ouvertes vers fermées) nous permet d’estimer la profondeur du piège, soit $57 \mu\text{K} \times k_B$. Notons que la forme observée des équipotentielles du piège est très sensible à l’alignement des faisceaux, ce qui nous permet d’aligner les faisceaux avec une grande précision [Clément 08].

Intéressons-nous maintenant à la résolution de notre technique de cartographie. Pour un atome situé dans une région dans laquelle le gradient local de potentiel est $\nabla U$, la résolution spatiale due à la largeur de la transition atomique est $d = \frac{\alpha_g}{\alpha_e - \alpha_q} \frac{\hbar^2}{\bar{\hbar} \Gamma} \left| \nabla U(\mathbf{r}) \right| \simeq 1/41.6 \frac{\bar{\hbar}}{\Gamma} \left| \nabla U(\mathbf{r}) \right|$. Dans notre cas, $d = 10\mu\text{m}$, à comparer avec la résolution de notre système d’imagerie soit $7\mu\text{m}$. Les largeurs observées sur les inserts des images 1.15b et 1.15c sont constantes avec la convolution des deux résolutions. Un point très important est le fait que, en principe, la résolution spatiale de la méthode tomographique n’est pas limitée par la résolution optique de l’imagerie. Certains auteurs ont rapporté des résolutions spatiales de 400 nm sur des nuages atomiques en utilisant une technique comparable avec des transitions Raman très fines [Thomas 90, Gardner 93]. Nous reviendrons sur les applications possibles de cette technique à l’imagerie des condensats de Bose-Einstein dans la section perspectives.

1.5.2 Mesure de la distribution en énergie potentielle d’un nuage atomique piégé

Lorsque l’on prend une image par absorption in-situ du nuage atomique en présence du piège dipolaire, nous détectons le nombre d’atomes situés dans une région d’énergie potentielle dans le piège donnée. Ce faisant, en comptant le nombre total d’atomes sur une image (par intégration de la densité optique totale sur toute l’image), nous mesurons la distribution en énergie potentielle du nuage, $n(E_p)$, convolue avec la résolution en énergie (7 $\mu\text{K} \times k_B$). Nous pouvons mesurer cette distribution en différents instants, et ainsi suivre la relaxation du nuage vers l’équilibre thermique [Browaeys 01].

Expérimentalement, après avoir obtenu un MOT comprimé, nous éteignons les faisceaux de refroidissement et allumons brusquement les faisceaux du piège dipolaire. Les atomes évoluent ensuite librement pendant un temps variable, et ensuite nous prenons une image par absorption avec un désaccord variable pour compter le nombre total d’atomes présents pour différentes valeurs de l’énergie potentielle. La figure 1.16 présente la distribution en énergie potentielle du nuage après un temps d’évolution variable. Il est impossible d’observer la distribution pour des temps très courts, car les atomes du MOT brouillent l’image obtenue. Après un temps d’évolution de 50 ms, on observe que la distribution en énergie potentielle s’étend dans la région anharmonique, y compris pour des valeurs de l’énergie potentielle telles que les équipotentielles sont ouvertes, c’est-à-dire que les atomes devraient pouvoir s’échapper dans la direction des deux bras. Ceci est une manifestation du caractère non-ergodique du processus de chargement : des atomes ayant une énergie suffisante pour s’échapper du piège y sont maintenus temporairement. Toutes les régions de l’espace de phase accessibles ne sont pas explorées pendant les échelles de temps considérées dans l’expérience. L’énergie potentielle mesurée au fond du piège est $-115 \mu\text{K} \times k_B$. Les atomes détectés à des énergies potentielles inférieures le sont à cause de la résolution finie en énergie potentielle de notre technique.

Au cours de la mise à l’équilibre du nuage, le nombre d’atomes situés dans les régions de haute énergie potentielle diminue plus rapidement que dans les régions de basse énergie potentielle. Cet effet produit une diminution de l’énergie totale du nuage atomique. Pour caractériser quantita-tivement cette diminution, nous ajustons les données avec la distribution en énergie potentielle théorique $N(\delta)$ à un décalage de sonde donné pour un gaz de $N_{tot}$ atomes à l’équilibre thermique dans un piège harmonique, en tenant compte de la résolution finie en énergie potentielle induite
Figure 1.16: Mise à l'équilibre du nuage atomique dans le piège dipolaire. (Le fond du piège est situé à $E_p/k_B = -115 \ \mu K$, les équipotentielles se ferment à $E_p/k_B = -58 \ \mu K$). Le nombre d'atomes détecté est mesuré en fonction de l'énergie potentielle dans le piège, pour différents temps d'évolution. L'énergie potentielle est prise égale à 0 dans l'espace libre. Les lignes continues sont un ajustement des courbes expérimentales pour un gaz thermique, en tenant compte de la largeur de raie de la transition d'imagerie (à partir de l'équation 1.5). Les températures ajustées sont 41, 27, 22 et 16 µK, consistantes avec les mesures par temps de vol. L'insert montre l'évolution des températures mesurées en fonction du temps de tenue dans le piège.

par la largeur de raie$^{14}$ :

$$N(\delta) = \frac{4N_{tot}}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\infty} \frac{u^2 e^{-u^2} du}{1 + 4(\delta + v - tu^2)^2} \tag{1.5}$$

où $t = \frac{k_B T}{h \Gamma (\omega_0 - 1)}$, $v = \frac{U(r=0) \omega_0}{k_B T}$ et $\delta = \frac{\omega - \omega_0}{\Gamma (\omega_0}$ ($\omega_0$ est la fréquence de résonance de la sonde dans l'espace libre) sont respectivement les température, énergie potentielle minimale et désaccord de la sonde. L'accord entre la distribution théorique et l'expérience est plutôt bon, y compris pour des nuages peuplant des régions fortement anharmoniques du piège. Les températures obtenues sont en bon accord avec les mesures de la distribution en énergie potentielle que l'on peut effectuer indépendamment par la méthode des temps de vol.

L'insert sur la figure 1.16 montre l'évolution de la température ajustée en fonction du temps d'évolution. Pendant les 100 premières millisecondes, nous observons une diminution rapide de la température, que l'on peut attribuer aux pertes des atomes ayant une énergie plus grande que la profondeur du piège. Il faut quelques oscillations dans le piège pour que ces atomes s'échappent le long des bras. Pour des temps d'évolution plus longs, la diminution est plus lente. Nous attribuons cette diminution à l'évaporation induite par les collisions entre atomes du nuage. En effet, le taux de collision estimé est de $3 \ s^{-1}$ environ. Le temps de vie des atomes dans le piège dû aux collisions avec le gaz résiduel dans l'enceinte est de 2 s pour cette expérience, mais nous mesurons néanmoins une augmentation d'un facteur 5 de la densité dans l'espace des phases de notre nuage au cours du processus, entre le nuage piégé à 50 ns et le nuage restant après 1 s d'évolution.

14. Pour démontrer cette formule, nous partons de la distribution de Boltzmann à l'équilibre dans un piège harmonique (voir par exemple [Huang 87]). On inclut ensuite cette expression dans la formule 1.2, après changement de variable et intégration sur les énergies cinétiques.
1.5.3 Conclusions et perspectives

Notre méthode de tomographie des déplacements lumineux nous a permis d’observer in-situ la distribution en énergie potentielle d’un nuage atomique piégé. Cette mesure est indépendante de la résolution du système d’imagerie, et pourrait même être adaptée à une détection par une simple photodiode. Ceci n’est pas une surprise si l’on considère la similitude de cette technique avec les méthodes d’imagerie par résonance ([Thywissen 05]). Elle nous permet également de cartographier in-situ le paysage de potentiel créé par notre piège dipolaire.

1.6 Perspectives sur la tomographie des déplacements lumineux

Nous avons ici bénéficié du fait que le rubidium a une transition entre états excités proche de la longueur d’onde de piégeage. En choisissant un laser adapté à une espèce atomique en particulier, cette technique peut être transposée à n’importe quelle espèce d’atomes. Nous allons maintenant décrire plusieurs applications possibles du principe de la tomographie des déplacements lumineux, en se laissant cette fois la liberté de choisir la longueur d’onde du laser de piégeage librement et/ou l’espèce atomique (voir [Clément 08] pour les longueurs d’onde utilisables sur différentes espèces). En particulier, si nous choisissons un laser plus proche de résonance, on peut envisager d’utiliser la tomographie sur des gaz froids ou dégénérés.

1.6.1 Évaporation par "couteau laser" sélectif en énergie potentielle

Le principe du refroidissement par évaporation est de retirer successivement les atomes les plus énergétiques d’un nuage atomique. L’idée que nous présentons dans ce paragraphe est d’utiliser le déplacement lumineux pour expulser les atomes situés au bord du piège avec un laser résonnant [Setija 93]. Les atomes les plus énergétiques du piège dipolaire passent leur temps en majorité dans les régions de grande énergie potentielle. En illuminant le nuage avec de la lumière résonante pour la classe d’atomes située à une énergie potentielle élevée, ces atomes vont diffuser des photons et acquérir rapidement (par rapport aux fréquences d’oscillation du piège) une grande énergie cinétique. A cause de leur grande énergie, ils vont s’échapper du piège. Ce faisant, nous réalisons une évaporation par "chauffage sélectif en énergie potentielle" 15.

Cependant, cette méthode va générer du chauffage parasite. En effet, les atomes dont l’énergie potentielle est voisine de celle des atomes à évacuer vont diffuser des photons et chauffer, mais insuffisamment pour s’échapper du piège. Nous avons réalisé une simulation numérique du mouvement d’un atome soumis en présence du laser. Cette simulation montre que l’on peut réduire ce chauffage parasite à quelques photons pour les atomes situés au fond du piège.

Discussion et perspectives  Cette technique ne peut pas être utilisée pour refroidir à des températures plus basses que \( \frac{\hbar \Gamma}{\Delta k_B} \). Elle a cependant deux avantages sur la technique consistant à diminuer l’intensité du laser piège :

- les fréquences d’oscillation dans le piège ne diminuent pas au cours de l’évaporation (comme pour une évaporation RF dans un piège magnétique). Cela permet d’espérer refroidir dans le régime d’emballage (voir [Ketterle 96], et le chapitre 2), plus favorable en terme d’efficacité.

15. Nous prenons l’énergie potentielle nulle dans l’espace libre, \( U_0 \) est la profondeur du piège. Lorsqu’un atome est résonnant avec le laser, il va diffuser des photons, avec un taux \( \Gamma' (E_p) \) dépendant de l’énergie potentielle par le choix du désaccord, et augmenter son énergie cinétique, avec un taux \( \Gamma'(E_p) E_{\text{rec}}, \) où \( E_{\text{rec}} \) est l’énergie de recul.

Les atomes qui vont diffuser des photons sont ceux ayant une énergie potentielle de l’ordre de \( E_p \pm \Delta \). Choisissons la durée de l’impulsion laser \( \tau \) pour que \( \Gamma' \tau E_{\text{rec}} + E_p = 0 \). Si nous supposons que les atomes ayant une énergie suffisante s’échappent du piège avant d’avoir pu entrer en collision avec les autres atomes du piège, alors les atomes ayant une énergie potentielle égale à \( E_p \pm \Delta \) sont perdus.
à cause de sa nature spectroscopique, cette technique est naturellement spécifique pour le rubidium. En principe elle peut donc permettre d’évaporer sélectivement le rubidium dans un mélange d’espèces, et donc d’opérer un refroidissement sympathique optimal. Sur notre expérience, ceci peut être particulièrement intéressant dans la perspective du refroidissement sympathique du potassium.

Cependant, d’une façon générale, cette méthode est comparable à l’évaporation par chauffage paramétrique [Kumakura 03, Poli 02]. Le fait que l’évaporation par chauffage paramétrique ait été démontrée laisse penser que cette technique a de bonnes chances de fonctionner au moins dans certains régimes de paramètres.

1.6.2 Mesure de la fonction de corrélation en densité d’un condensat de Bose-Einstein avec un réseau optique

La fonction de corrélation en densité \( G^{(2)} \) a une importance fondamentale en physique statistique (voir par exemple [Naraschewski 99]). Pour mesurer cette fonction de corrélation en densité d’un nuage atomique, on peut procéder de la manière suivante. Lorsque l’on prend une image d’un condensat (ou d’un nuage quelconque), on observe une réalisation de la distribution de densité du nuage, c’est-à-dire que l’on obtient une valeur propre de l’opérateur densité atomique \( \hat{n}(r) \) [Altman 04]. Considérons maintenant un ensemble d’images prises d’un nuage identique. Cet ensemble constitue un ensemble statistique de réalisations de l’observable densité atomique. On peut donc calculer la fonction de corrélation de la densité sur cet ensemble en calculant

\[
G^{(2)}(r_1, r_2) = \langle \hat{n}(r_1)\hat{n}(r_2) \rangle - \langle \hat{n}(r_1) \rangle \langle \hat{n}(r_2) \rangle.
\]

La distribution de densité mesurée résulte de la convolution de la densité réelle avec la résolution du système d’imagerie. L’échelle des variations spatiales de cette fonction est la longueur de corrélation pour un condensat \( \xi \) [Dalfovo 99]. En général, cette longueur est de l’ordre du micron. Il est donc très difficile de mesurer la variation spatiale de \( G^{(2)} \) en utilisant une imagerie traditionnelle, et on se contente souvent de sa valeur en 0 [Esteve 06, Trebbia 07].

L’idée est que l’on peut obtenir une information sur la variation spatiale de la fonction de corrélation en densité en mesurant les fluctuations de la densité en présence d’un réseau optique réalisant un fort déplacement lumineux (Ceci peut être réalisé en utilisant un laser à 1529 nm, d’une puissance très faible et faiblement désaccordé par rapport à la transition 5P\( _{3/2} \) → 4D). De cette façon, on peut observer les fluctuations de la densité et les corrélations de ces fluctuations sur une échelle plus courte que la résolution de l’imagerie. En répétant la mesure pour différents désaccords du laser sonde, on peut reconstruire la variation locale de \( G^{(2)} \).

Principe de la mesure Nous proposons de réaliser un réseau optique avec un laser d’une puissance très faible et faiblement désaccordé par rapport à la transition 5P\( _{3/2} \) → 4D. Si le déplacement lumineux de l’état excité de la transition D2 est grand par rapport à la largeur de raie, les atomes résonnants avec le laser sonde seront situés dans une coque de forme grossièrement sphérique, centrée sur chaque ventre de champ. Pour un système unidimensionnel, qui correspond à un cas pour lequel cette expérience est envisagée, la figure 1.17 illustre le principe de la mesure. Dans ce qui suit, nous nous concentrons sur le cas 1D.

Soit \( N(x) \) le nombre d’atomes détectés à la position \( x \), et \( \Delta x \) la résolution du système

16. L’idée de cette mesure résulte de discussions menées entre notre équipe, celle de l’expérience "puce" et Jérôme Estève. Elle est en cours de réalisation sur l’expérience "puce".
17. Précisément, \( N(x) = Rn(x)\delta x \), où \( \delta x \) est la taille de la région dans laquelle la sonde est résonnante au voisinage du point \( x \), \( n(x) \) est la densité linéique d’atomes, et \( R \) est un paramètre sans dimensions qui tient compte des caractéristiques du système de détection. On suppose implicitement que \( \delta x \) est très petit devant toutes les autres échelles de longueur du problème.
d’imagerie (la taille d’un pixel ou la limite de diffraction). $N_{tot}$ désigne le nombre d’atomes détectés sur une région de taille $\Delta x$ sur la caméra. Avec les notations de la figure 1.17, nous avons :

$$N_{tot} = \sum_{i,\epsilon} N(id + \epsilon \frac{l}{2})$$

où l’indice $i$ désigne le site du réseau, et la somme sur $i$ est restreinte à l’ensemble des sites contenus dans $\Delta x$, $\epsilon = -1$ ou 1. Alors les fluctuations de ce nombre d’atomes détecté s’écrit :

$$(\Delta N)^2 = \langle N^2_{tot} \rangle - \langle N_{tot} \rangle^2$$

$$(\Delta N)^2 = \sum_{i,\epsilon,i',\epsilon'} \langle N(id + \epsilon \frac{l}{2}, i'd + \epsilon' \frac{l}{2}) \rangle - \langle N(id + \epsilon \frac{l}{2}) \rangle \langle N(i'd + \epsilon' \frac{l}{2}) \rangle$$

où $\tilde{G}^{(2)}$ est la fonction de corrélation normalisée pour tenir compte de la résolution de la tomatographie.

**Effets de la résolution de l’imagerie** La résolution de l’imagerie intervient maintenant pour limiter l’étendue de la somme 1.10. Pour en montrer l’effet, supposons que $\xi \ll d$, $\xi \sim l$ (c’est-à-dire que seuls les points les plus proches dans la somme 1.10 sont corrélés entre eux), et que la densité est uniforme à l’échelle de $\Delta x$. Notons $p = \frac{\Delta x}{d}$ ($p$ est le nombre de sites du réseau contenus dans la résolution de l’imagerie). Alors 1.10 s’écrit :

$$(\Delta N)^2 = 2p(\tilde{G}^{(2)}(l) + (2p - 1)\tilde{N}^2),$$

où $\tilde{N}$ est le nombre d’atomes détectés dans une zone de résonance. On voit ici que si la résolution est faible par rapport au pas du réseau alors le rapport signal sur bruit devient extrêmement faible, car le second terme va dominer le premier. Dans le cas contraire, on peut extraire la dépendance spatiale de la fonction de corrélation en densité.
1.6. Perspectives sur la tomographie des déplacements lumineux

1.6.3 Imagerie haute résolution d'un condensat par fluorescence

Jusqu'à présent, nous nous sommes intéressés à l'imagerie par absorption. Cette méthode pose des problèmes particuliers liés à la déviation des rayons lorsque l'indice optique varie rapidement, comme dans le cas d'un nuage dense avec une grande résolution. Dans cette partie, nous proposons d'utiliser la méthode de tomographie des déplacements lumineux comme alternative aux caméras et objectifs de grande ouverture pour l'imagerie des nuages atomiques. Avec un déplacement lumineux important, on peut notamment espérer utiliser la technique de tomographie sur des nuages dégénérés. En particulier pour les nuages de Fermions, l'imagerie en temps de vol présente l’inconvénient d’être basée sur les ailes de la distribution de vitesse [Demarco 01]. En observant finement les bords du nuage, on peut espérer mesurer des effets directement au niveau de la surface de Fermi [Giorgini 08].

L'idée est de déplacer un faisceau produisant un fort déplacement lumineux à travers un nuage, en éclairant le nuage en continu avec un laser sonde dont on choisit le désaccord. Le signal de fluorescence collecté en fonction du temps peut ensuite être utilisé pour reconstruire le profil du nuage le long de la direction de déplacement du faisceau 18. (voir figure 1.18).

Description Considérons, comme au paragraphe précédent un laser de puissance $P$ faible, légèrement désaccordé par rapport à la transition $5P_{3/2} \rightarrow 4D$. Formons avec ce laser un faisceau Gaussien de waist $\sigma$, de sorte que le profil d'intensité du faisceau soit $I(r) = \frac{2P}{\pi \sigma^2} e^{-\frac{2r^2}{\sigma^2}}$. En fonction de la position, le déplacement lumineux peut s'écrire alors $LS(r) = \Gamma \sqrt{2} R_s e^{-\frac{2r^2}{\sigma^2}}$. Cette relation définit le paramètre de résolution $R_s$ ($R_s$ est essentiellement le déplacement lumineux maximal en unité de $\Gamma$). Par exemple dans le cas du premier bras de notre piège dipolaire à sa puissance maximale $R_s \sim 20$. La résolution spatiale qui résulte de ce déplacement lumineux est maximale pour un laser sonde désaccordé de $LS(0)$, c'est-à-dire à l'endroit où la pente du déplacement lumineux est la plus forte (voir figure 1.18). Pour ce désaccord, la résolution spatiale est de $\frac{\sigma}{R_s}$. La région dans laquelle sont situés les atomes résonants est représentée sur la figure 1.18b.

Dans la pratique, il est tout-à-fait possible d'obtenir des valeurs du paramètre de résolution supérieures à 100. On choisit un waist grand (par exemple 100 $\mu$m) pour le faisceau créant le déplacement lumineux. Le diamètre de la couronne (cf figure 1.18) est grand par rapport à la taille d'un condensat. On peut balayer rapidement le faisceau en position, tout en éclairant l'ensemble avec un laser désaccordé. On collecte ensuite le signal de fluorescence variant en fonction du temps. Ce signal de fluorescence nous permet ensuite de reconstruire le profil de densité du nuage le long de la direction du déplacement du faisceau 19.

Les avantages de cette technique par rapport à l'imagerie par camera sont les suivants :
- Elle permet de faire une image in-situ avec une grande résolution, potentiellement sub-longueur d'onde.
- Il est possible d'utiliser des optiques de grande ouverture sans avoir à se préoccuper des aberrations éventuelles. En effet, seul compte le signal total, et peu importe le trajet des

18. On peut également imaginer balayer rapidement sur deux axes différents et ainsi obtenir les profils de densité sur deux dimensions
19. Pour estimer l'efficacité de détection de cette méthode, supposons qu'on dispose d'un condensat avec $10^5$ atomes, et un paramètre de résolution de 200 pour un waist de 100 $\mu$m, l'épaisseur de la couronne est alors de 500 nm. Si le condensat a une taille d'environ 30 $\mu$m, le recouvrement du condensat avec la couronne contient environ 1000 atomes. Pour éviter que les atomes ne bougent pendant la séquence d'imagerie de plus de 500 nm, on ne veut pas les éclairer plus de quelques $\mu$s au total. Chaque atome effectue environ 5 cycles de fluorescence par microseconde au maximum, et donc chaque tranche de 500 nm va émettre 1000 photons environ. Si on suppose que sur ces photons émis, environ 5% sont collectés par le système d'imagerie, alors on collecte environ 50 photons par tranche, ce qui peut être détecté par une photodiode à avalanche. Le parcours total du faisceau est enfin d'une vingtaine de microns en 10 $\mu$s, ce qui est tout-à-fait faisable par un modulateur acousto-optique par exemple.
Figure 1.18: a : Déplacements lumineux de la transition d’imagerie utilisée pour l’imagerie haute résolution par fluorescence. Ce déplacement est produit uniquement dans l’état excité, et l’état fondamental n’est pas effecté. b : zone dans laquelle les atomes sont résonants avec le laser sonde. $\sigma$ est le waist du laser créant le déplacement lumineux, et $R_s$ est le paramètre de résolution. La "couronne résonante" peut être déplacée rapidement à travers le condensat. La fluorescence collectée en fonction du temps permet de reconstruire le profil de densité du nuage.
1.7 Chargement du piège dipolaire à partir d’un piège magnéto-optique

Nous allons maintenant nous intéresser au processus de transfert des atomes à partir du piège magnéto-optique décrit précédemment. Nous avons interrompu notre description du dispositif expérimental avec la description du MOT. Le processus de transfert est une étape critique vers l’obtention d’un condensat de Bose-Einstein [Kuppens 00, Barrett 01, Chicireanu 07]. En effet, la densité dans l’espace des phases dans un piège magnéto-optique est de l’ordre de $10^{-6}$-$10^{-5}$. Le refroidissement évaporatif dans le piège dipolaire doit donc permettre de gagner 6 ordres de grandeurs. Cette procédure, bien que très efficace, s’accompagne d’une perte d’atomes de plusieurs ordres de grandeurs [Adams 95, Barrett 01, Granade 02]. Si le nombre d’atomes initial dans le piège avant le processus d’évaporation est trop faible, il n’est pas possible de perdre suffisamment d’atomes pour atteindre la condensation de Bose-Einstein. C’est essentiellement la résolution du problème du chargement qui a permis à M. Barrett [Barrett 01] et ses collaborateurs de produire le premier condensat par évaporation optique.

Il est clair que le fort déplacement lumineux produit par le piège dipolaire sur la transition de refroidissement joue un rôle central dans le processus de transfert [Griffin 06]. Le dilemme auquel nous sommes confrontés est le suivant : pour obtenir un piège efficace pour le refroidissement évaporatif, il est souhaitable d’avoir le piège le plus confinant. Cependant, d’une part cela diminue le volume du piège, donc le recouvrement du piège dipolaire avec le MOT, et donc l’efficacité de transfert, d’autre part plus le piège est confinant, plus il est profond et donc plus le déplacement lumineux est grand. Il devient alors difficile de refroidir les atomes par laser au fond du piège.

Dans cette situation, notre choix est d’utiliser les deux bras du piège dipolaire pour remplir chacune de ces fonctions apparemment antagonistes : le premier bras du piège dipolaire est utilisé pour obtenir un volume de capture important, et un déplacement lumineux modéré pour faciliter le chargement. Le second bras est très confinant et est utilisé pour le refroidissement par évaporation. Nous verrons dans le chapitre 2 que l’évaporation elle-même bénéficie de cette asymétrie.

Nous allons d’abord détailler la séquence expérimentale pour le chargement du piège, et donner les résultats observés. Nous reviendrons ensuite sur ces résultats étape par étape en expliquant la physique sous-jacente.

1.7.1 Chargement du piège : séquence temporelle, résultats expérimentaux et interprétation

Le piège magnéto-optique est chargé comme décrit précédemment. Il contient $3 \times 10^9$ atomes de Rb, à la température de 140 µK. Le MOT est ensuite comprimé en augmentant le désaccord du laser de refroidissement jusqu’à $-120$ MHz, pendant 60 ms [Petrich 94]. Durant cette séquence, la puissance du laser de refroidissement est diminuée, ainsi que la puissance du laser repompeur [Clément 08]. La taille du MOT comprimé est alors de 1 mm environ, sa température de 60 µK (ce qui indique que des processus de refroidissement sub-doppler sont à l’oeuvre au centre du piège).

Après cette phase, le gradient de champ magnétique est coupé (en 1 ms environ) pour réaliser une situation de mélasse optique, et le premier bras du piège dipolaire est mis en marche. Sa
puissance optique est de 28 W, il est focalisé sur 180 μm\(^2\). Simultanément, le désaccord du laser de refroidissement est augmenté jusqu'à une valeur de -200 MHz, et la puissance du laser repompeur est diminuée d'un facteur 30 (soit 21 μW·cm\(^{-2}\)). Cette séquence dure 50 ms. Après ces opérations, nous obtenons environ 3 \(10^7\) atomes retenus dans le premier bras du piège dipolaire. Ils sont encore libres de s'échapper le long du bras mais sont maintenus contre la gravité. Leur température transverse est de 20 μK, et leur densité dans l'espace des phases est de 2 \(10^{-5}\).

Notre interprétation du processus de chargement est la suivante : le déplacement lumineux de la transition de refroidissement D2 provoqué par le faisceau du premier bras est de 127 MHz au maximum (soit un déplacement de 3 MHz dans l'état fondamental et 130 MHz dans l'état excité). Dans cette configuration, la mélasse optique avec un désaccord du laser piège de 200 MHz opère dans des conditions où :

1. dans l'espace libre, les atomes restent refroidis faiblement, et ils ne chutent que très lentement sous l'action de la gravité. Cela permet de les maintenir dans le volume du piège.
2. au centre du piège, le laser de refroidissement est désaccordé de 60 MHz vers le rouge, ce qui est une configuration favorable pour un refroidissement efficace. Les atomes qui chutent au fond du piège vont donc être ralentis, et ne pourront pas s'échapper de l'autre côté après une demi oscillation.
3. au cours de la mélasse, la puissance du laser repompeur est réduite, mais sa fréquence n'est pas modifiée. En particulier, le déplacement lumineux de la transition provoque une diminution forte du taux de repompage au centre du piège dipolaire. Ceci produit un effet comparable au "Dark SPOT" [Ketterle 93] : les atomes au centre du piège ne diffusent pas ou peu de lumière et donc la limitation en densité du MOT due à la réabsorption de photons est levée, et ils s'accumulent dans l'état F=1. Ceci est confirmé par le fait que les atomes capturés sont à 99 % dans l'état F=1 à l'issue de la séquence de chargement, alors que les atomes qui chutent sont à 97 % dans F=1.

La figure 1.19 résume ces différents points.

1.7.2 Transfert dans le piège croisé

Jusqu'à présent, nous avons transféré les atomes dans le premier bras du piège dipolaire. Après la séquence de mélasse très désaccordée, les lasers sont éteints (le repompeur quelques millisecondes après le piège, pour assurer un pompage optique de tous les atomes dans l'état F=1). Le second bras du piège dipolaire est alors allumé à une puissance de 6 W. Il croise le faisceau du premier bras au niveau de son waist. Les fréquences d'oscillation dans le piège ainsi formé sont 124 Hz, 3,8 kHz et 3,8 kHz.

Après 100 ms dans cette configuration, nous obtenons 3 \(10^6\) atomes à l'équilibre thermique dans la région croisée à une température de 65 μK, et une densité dans l'espace des phases de 2.5 \(10^{-3}\). Nous avons donc gagné deux ordres de grandeur dans la densité dans l'espace des phases, en perdant un facteur 10 dans le nombre d'atomes, ce qui peut être considéré comme un processus efficace, compte tenu du caractère brutal de la procédure.

Nous interprétons ce transfert comme suit. Les atomes maintenus dans le premier bras à la suite de la mélasse optique vont se déplacer le long du faisceau dans les deux directions. La moitié de ces atomes va donc traverser la région croisée. Comme le potentiel est conservatif, on s'attend à ce que les atomes traversent le piège croisé et ressortent de l'autre côté. On peut réaliser une simulation avec le second bras également allumé à puissance faible (environ 1W). Dans cette phase, sa contribution au chargement est faible, et on peut faire abstraction de sa présence pour la compréhension du processus.

1. Cet effet des déplacements lumineux au cours du chargement du piège dipolaire a été l'une des explications avancées au succès de l'expérience historique de Barrett et al. Par rapport au laser CO\(_2\), utilisé dans leur expérience, l'effet est 10 fois plus fort dans notre cas, et nous pouvons le mettre en évidence sans ambiguïté.
1.7. Chargement du piège dipolaire à partir d’un piège magnéto-optique

Figure 1.19: a : configuration des niveaux d’énergie du rubidium en présence du premier bras du piège dipolaire. Le laser de refroidissement est fortement désaccordé dans l’espace libre, alors qu’au centre du piège, le refroidissement laser est efficace. Le laser repompeur est résonant dans l’espace libre, et fortement désaccordé au centre. b : taux de transition induit par le repompeur par rapport à l’espace libre. Au centre, le taux est fortement réduit par le déplacement lumineux, ce qui crée un effet de type "Dark SPOT".
Chapitre 1. Refroidissement, piégeage et détection d’atomes par laser

numérique simple (classique à un corps) des trajectoires atomiques dans cette région. Il apparaît que les trajectoires dans la région croisée sont très compliquées, et les atomes vont effectuer un grand nombre d’oscillations dans la région croisée avant de s’échapper. Lorsque le nuage atomique s’écoule en direction de la région croisée, la densité atomique dans le piège croisé va donc augmenter rapidement. Cette augmentation de la densité va s’accompagner d’une augmentation du taux de collision. Les collisions vont provoquer la thermalisation du nuage dans le piège, sur une échelle de temps plus rapide que le temps d’échappement. Un tel effet a également été démontré pour le chargement d’un piège dipolaire à haute densité atomique par [Takasu 03a] sur l’atome d’Ytterbium.

1.7.3 Bilan

Nous disposons maintenant d’un échantillon d’atomes de rubidium dans des conditions (nombre d’atomes, densité, densité dans l’espace des phases, voir tableau 1.7.3) favorables pour le refroidissement évaporatif et l’obtention d’un condensat de Bose-Einstein.

<table>
<thead>
<tr>
<th>Nombre d’atomes</th>
<th>cMOT</th>
<th>Mélasse &quot;guidée&quot;</th>
<th>Piége croisé</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>3 $\times$ 10⁹</td>
<td>3 $\times$ 10⁷</td>
<td>3 $\times$ 10⁹</td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>Température [µK]</td>
<td>65</td>
<td>20</td>
<td>65</td>
</tr>
<tr>
<td>Taux de collision [s⁻¹]</td>
<td>~ 0</td>
<td>~ 1</td>
<td>~ 10000</td>
</tr>
<tr>
<td>Densité dans l’espace des phases</td>
<td>~ 10⁻⁶</td>
<td>2.10⁻⁵</td>
<td>2.5 10⁻⁵</td>
</tr>
</tbody>
</table>

Table 1.5: Bilan du processus de chargement du piège dipolaire, étape par étape. La mélasse guidée correspond aux atomes retenus dans le premier bras à la fin de la mélasse optique fortement désaccordée. Le terme cMOT désigne le MOT comprimé.

1.8 Conclusion et perspectives : vers un laser à atomes froids industriel ?

Dans ce chapitre, nous avons décrit notre dispositif expérimental pour le piégeage et le refroidissement d’atomes vers la condensation de Bose-Einstein. L’utilisation de lasers inspirés des technologies telecom [Thompson 03] qui n’avaient jusqu’à présent pas été utilisées dans le domaine des atomes froids, se révèle un succès. Pour le refroidissement laser du potassium, la technologie telecom permet de simplifier et de fiabiliser considérablement le système laser. Pour le piégeage du rubidium, les effets particuliers liés au déplacement lumineux pour un laser au voisinage de 1565 nm nous ont permis de mettre au point une technique d’imagerie tomographique qui ouvre des perspectives intéressantes pour l’étude ultérieure de gaz froids. Pour le chargement du piège dipolaire, nous avons tiré profit de cet effet de déplacement lumineux pour mettre en place une procédure de transfert efficace, qui est la clé vers la condensation de Bose-Einstein tout-optique.

La combinaison d’un laser puissant de type telecom pour le piégeage dipolaire, et du doublage en fréquence pour la génération de la lumière MOT laisse entrevoir une solution technique particulièrement élégante pour production d’atomes froids en vue d’applications : un laser unique de forte puissance, spectralement fin, est doublé en fréquence (avec une grande efficacité à cause de la forte puissance) et asservi de manière à produire la lumière MOT [Nyman 06b]. La partie non-doublée est ensuite utilisée comme piège dipolaire optique en vue de l’évaporation. Cela permettrait en principe d’utiliser un laser unique pour réaliser chacune de ces opérations. L’utilisation de solutions fibrées pour toute la partie infrarouge rendrait cette technologie particulièrement fiable et robuste. De là, on peut envisager des applications industrielles de la technologie des atomes ultra-froids...
Chapitre 2

Condensation de Bose-Einstein "tout-optique"

Dans ce chapitre, nous présentons la technique qui nous permet de refroidir jusqu'à la condensation de Bose-Einstein un nuage d'atomes froids piégé dans notre piège dipolaire optique. Cette technique est qualifiée de "tout-optique", car elle repose uniquement sur la manipulation du piège dipolaire optique, et non pas sur un champ magnétique (comme c'est le cas pour les expériences utilisant les pièges magnétiques).

La réalisation du premier condensat de Bose-Einstein tout-optique remonte à 2001 [Barrett 01], suivie par la réalisation d'un gaz de Fermions dégénérés tout-optique en 2002 [Granade 02]. Depuis, cette méthode a été utilisée dans un grand nombre d'autres expériences[Jochim 03, Kinoshita 05, Dumke 06, Gericke 07, Fuchs 07, Ottenstein 08, Couvert 08, Beauhils 08, Gross 08, Kraft 09], notamment pour des espèces atomiques pour lesquelles le refroidissement par radio-fréquence (RF) dans un piège magnétique est impossible [Takasu 03b, Weber 03, Kraemer 04]. Enfin, une partie croissante des expériences actuelles, même si elles ne sont pas toutes basées sur un refroidissement tout-optique, font intervenir un refroidissement optique en fin de séquence, pour conserver le champ magnétique comme degré de liberté. Cela est particulièrement important dans les expériences mettant en jeu des résonances de Feshbach [Inouye 98, Courteille 98, Roberts 00, Bourdel 03, Jochim 03], des condensats spineurs [Stenger 98, Ho 98, Schmaljohann 04, Chang 04, Chang 05, Klempt 09] ou même des molécules [Ospelkaus 08].

Notre dispositif utilise une géométrie originale, qui permet de contrôler indépendamment et de manière complètement optique la profondeur et la fréquence d'oscillation au cours du refroidissement évaporatif [Clément 09], concomitamment aux expériences décrites précédemment, pour lesquelles les deux sont couplées [O'hara 01]. Cela nous permet de réaliser le refroidissement de manière plus efficace et plus rapide. Nous commencerons par présenter les lois d'échelle pour le refroidissement évaporatif, en insistant sur l'influence du couplage profondeur-fréquence. Ensuite, nous présenterons la physique de notre piège, ainsi que les résultats expérimentaux obtenus sur l'évaporation et l'obtention d'un condensat de Bose-Einstein. Enfin, nous présenterons quelques mesures complémentaires de caractérisation de notre condensat et de notre système expérimental.

2.1 Refroidissement par évaporation

Nous allons maintenant présenter la technique qui nous permet, à partir d'un nuage froid piégé, dont la préparation a été décrite au chapitre précédent, de réaliser un condensat de Bose-Einstein.

1. c'est le cas pour l'Ytterbium [Takasu 03b], et plus généralement pour tous les atomes de type alcalino-terreux ayant deux électrons sur la couche externe et dont le spin électronique dans l'état fondamental est nul.
Cette technique est le refroidissement par évaporation.

Le refroidissement par évaporation est un processus de refroidissement que l’on rencontre quotidiennement dans un grand nombre de situations. Il consiste à retirer d’un système ses constituants les plus énergétiques. Le système constitué des éléments restants est moins énergétique en moyenne, c’est-à-dire qu’après retour à l’équilibre thermodynamique des éléments restants, le système est plus froid.

Nous commencerons par présenter les lois d’échelle reliant entre elles les grandeurs thermodynamiques caractéristiques du nuage au cours de l’évaporation. Nous allons ensuite présenter les détails de notre technique d’évaporation, qui nous permet d’optimiser la production du condensat. Cette technique est basée sur la géométrie de notre piège dipolaire optique, et permet un contrôle indépendant de la profondeur du piège et de sa fréquence.

2.1.1 Lois d’échelle pour le refroidissement

Avec un gaz piégé, les atomes situés sur les bords du piège ont une énergie potentielle élevée, et une énergie cinétique moyenne indépendante de la position donnée par la température. En diminuant la profondeur du piège, on retire sélectivement ces atomes [Hess 86, Davis 95b, Petrich 95, Masuhara 88]. Cette opération est réalisée en continu, à une vitesse lente par rapport au temps de thermalisation $\tau_{th}$, c’est-à-dire le temps nécessaire pour que le système retrouve son équilibre thermodynamique [Luiten 96]. Ce temps est de l’ordre du temps entre deux collisions élastiques ([Huang 87]) $\tau_c = (n \sigma \bar{v})^{-1}$, où $n$ est la densité, $\bar{v}$ est la vitesse moyenne des atomes et $\sigma$ est la section efficace de collision. Nous décrivons maintenant l’évolution des grandeurs thermodynamiques du nuage au cours de l’évaporation.

Variations de l’énergie potentielle

Dans le processus d’évaporation, nous modifions le potentiel de piégeage $U(r)$ au cours du temps. Dans le cas d’un piège harmonique tronqué à une hauteur variable $U_0(t)$ (qui est le cas que l’on rencontre dans les expériences), selon la méthode utilisée, la fréquence d’oscillation du piège est modifiée au cours du processus. Pour caractériser cet aspect, on introduit le paramètre :

$$\nu = \frac{\dot{\omega}}{\omega} \frac{U_0}{U_0}.$$ (2.1)

Dans le cas d’un piège magnétique, où l’évaporation est réalisée par changement du spin des atomes à la profondeur $U_0$, la fréquence du piège est constante, et donc $\nu = 0$. Dans le cas d’un piège dipolaire optique, si l’évaporation est réalisée en diminuant globalement la puissance du laser de piégeage, on a $\nu = 0.5$ [O’hara 01]. En effet, la fréquence d’oscillation radiale d’un piège dipolaire est donnée par $\omega_r = \sqrt{\frac{4U_0}{2w}}$ où $w$ est le waist du faisceau laser. Enfin, si l’évaporation est réalisée en "inclinant" le piège optique au moyen d’une force extérieure, ce qui est en partie le cas dans notre expérience, on a $\nu \simeq 0.1$ (voir annexe A pour un calcul précis de la loi de variation des fréquences d’oscillation en fonction de la profondeur du piège).

2. La vitesse moyenne est ici prise au sens de la vitesse relative moyenne entre deux atomes du piège $\bar{v}$, qui est différente de la vitesse quadratique moyenne dans le piège imposée par la température $\bar{v}_{th}$. En effet : $\bar{v}_r = \sqrt{2} \bar{v}_{th}$ (voir [Walraven 06])

3. Nous supposons ici que le piège dipolaire a une symétrie sphérique. Pour les pièges anisotropes, on peut remplacer $\omega$ par $\omega = (\omega_x \omega_y \omega_z)^{1/3}$.
2.1. Refroidissement par évaporation

**Bilan d’énergie**

L’énergie totale d’un nuage dans un piège harmonique s’écrit :

\[ E = 3N k_B T \] \hspace{1cm} (2.2)

où \( N \) est le nombre d’atomes total, \( k_B \) est la constante de Boltzmann et \( T \) est la température. Le taux de variation de l’énergie totale est donc

\[ \dot{E} = 3 \dot{N} k_B T + 3N k_B \dot{T} \] \hspace{1cm} (2.3)

Supposons que l’on change la profondeur du piège de sorte que le paramètre \( \eta = \frac{U_0}{k_B T} \) soit constant. L’énergie totale perdue par le nuage à cause des atomes s’étant échappés pendant une unité de temps est

\[ \dot{E}_{at} = \dot{N} (U_0 + \kappa k_B T) = \dot{N} (\eta + \kappa) k_B T \] \hspace{1cm} (2.4)

\( \kappa \) est un nombre sans dimension qui caractérise l’énergie cinétique moyenne d’un atome qui s’échappe du piège, c’est-à-dire la dimensionnalité de l’évaporation [Ketterle 96]. Pour une évaporation 3D, \( \kappa = 3/2 \). Pour une évaporation de basse dimensionnalité, \( \kappa \) peut être plus élevé, tenant compte de l’énergie liée aux degrés de liberté "pièges".

Enfin, pour le cas \( \nu \neq 0 \), l’énergie est également modifiée du fait du changement de la fréquence du piège (voir annexe) :

\[ \dot{E}_\omega = \nu \frac{U_0}{U_0} E_{tot} \] \hspace{1cm} (2.5)

En combinant les équations 2.3, 2.4 et 2.5, on obtient

\[ \frac{\dot{T}}{T} = \frac{\dot{N} \eta + \kappa - 3 \alpha}{N} = \frac{\dot{N}}{N} \] \hspace{1cm} (2.6)

Cette relation définit le paramètre \( \alpha \), c’est-à-dire la loi de variation de la température en fonction du nombre d’atomes perdus par évaporation. En effet, on peut reformuler cette relation comme

\[ \frac{T_0}{T} = \left( \frac{N_0}{N} \right)^\alpha. \]

A partir de cette relation, on peut déduire des lois de variations similaires pour les autres grandeurs thermodynamiques du nuage [Walraven 06]. Ces lois de variations sont récapitulées dans le tableau 2.1.1.

<table>
<thead>
<tr>
<th>Nombre d’atomes ( N )</th>
<th>Température ( T )</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>température ( T )</td>
<td>( \alpha = \frac{\eta + \kappa - 3}{3(1-\nu)} )</td>
</tr>
<tr>
<td>densité ( n_0 )</td>
<td>( 1 - \alpha(\frac{3}{2} - 3\nu) )</td>
</tr>
<tr>
<td>densité dans l’espace des phases ( D )</td>
<td>( 1 - \alpha(3 - 3\nu) )</td>
</tr>
<tr>
<td>taux de collision ( \Gamma )</td>
<td>( 1 - \alpha(1 - 3\nu) )</td>
</tr>
</tbody>
</table>

Table 2.1: Lois d’échelle pour les différentes grandeurs d’intérêt du nuage au cours de l’évaporation, en fonction du paramètre de troncature \( \eta \), du paramètre de dimensionnalité \( \kappa \) et du paramètre de variation de la fréquence du piège \( \nu \). Le taux de variation du coefficient d’une ligne est donné en fonction du taux de variation du coefficient en colonne, i.e. \( \frac{\text{dLn(ligne)}}{\text{dLn(colonne)}} \).

4. En fait, le temps d’évaporation \( \tau_{ev} \), c’est-à-dire le temps moyen nécessaire pour la perte d’un atome énergétique, vérifie \( \tau_{ev} \simeq \tau_{c} e^{\nu} \) [Walraven 06]. C’est le taux de collision qui fixe la valeur de \( \eta \), et la dépendance exponentielle du temps d’évaporation en \( \eta \) impose que sa valeur soit approximativement constante.
Régime d’emballlement

Une propriété particulièrement intéressante ressort des lois d’échelle que nous venons d’énoncer. Nous voyons sur le tableau 2.1.1 qu’il existe des régimes de paramètres pour lesquels le taux de collision, et donc la vitesse d’évaporation, augmente au cours de l’évaporation, alors même que le nombre d’atomes diminue. Ceci est possible pour certaines valeurs faibles de $\nu$, en particulier dans le cas du piège magnétique où $\nu = 0$. Dans ce régime, la diminution de la vitesse moyenne des atomes et de leur nombre est alors compensée par l’augmentation de la densité. L’évaporation a alors lieu de plus en plus vite, jusqu’à être limitée par les pertes et les processus de chauffage. On parle de régime d’emballlement pour une évaporation ayant lieu dans ces conditions. Il est hautement désirable de travailler dans ce régime de paramètres. En effet, pour les expériences basées sur des pièges magnétiques, la densité initiale du nuage est particulièrement faible. Si le taux de collision n’augmentait pas, il serait impossible d’obtenir un condensat en un temps compatible avec la durée de vie des atomes dans le piège.

Les piège optiques opèrent habituellement en diminuant la puissance du laser piège, c’est-à-dire dans des conditions où $\nu = 0$ [O’hara 01, Barrett 01]. Dans ce cas, il est impossible d’atteindre le régime d’emballlement. De ce fait, il est vital pour ces séquences d’évaporation de démarrer le processus avec un taux de collision particulièrement élevé.

En utilisant une force extérieure pour "incliner" le piège et diminuer sa profondeur, il est possible d’atteindre le régime d’emballlement dans un piège optique. La force extérieure peut être créée par un gradient de champ magnétique [Hung 08], ou un gradient de potentiel lumineux, comme dans le cas de notre expérience.

Lois d’échelle en présence de recombinaisons à trois corps

Les nuages froids piégés sont des états métastables de la matière. En effet, tous les éléments (sauf l’hydrogène et l’hélium) sont solides à ces températures. Le système reste en phase gazeuse grâce au fait que les collisions binaires sont par nature élastiques. Dans les conditions de dilution qui sont celles de notre expérience, les collisions à trois corps, qui peuvent provoquer des pertes inélastiques par formation de molécules binaires sont rares mais elles ne sont pas négligeables. Elles sont à l’origine d’une perte intrinsèque d’atomes, dépendante de la densité.

Nous allons maintenant évaluer l’effet de ces collisions à trois corps au niveau des lois d’échelle sur l’évaporation, en nous inspirant du travail de [Luiten 96] pour les pertes à deux corps. La variation de densité locale $n(\vec{r}, t)$ due aux pertes à trois corps est donnée par [Burt 97, Söding 99]

$$n(\vec{r}, t) = -K_{3b}n(\vec{r}, t)^3.$$  \hspace{1cm} (2.7)

Le coefficient $K_{3b}$ dépend de l’espèce atomique. À l’équilibre thermique, la densité est donnée par

$$n(\vec{r}) = n_0 e^{-\frac{U(\vec{r})}{k_B T}},$$  \hspace{1cm} (2.8)

où $n_0$ est la densité atomique au centre du piège. Nous pouvons estimer la variation d’énergie totale (cinétique et potentielle) dûe aux pertes à trois corps, en combinant ces résultats :

$$\dot{E}_{\text{tot,3b}} = \dot{E}_{\text{cin,3b}} + \dot{E}_{\text{pot,3b}} \hspace{1cm} (2.9)$$

$$= \frac{3}{2} \dot{N}_{3b} k_B T + \int U(\vec{r}) \dot{n}(\vec{r}, t) d^3 r.$$  \hspace{1cm} (2.10)

5. Sauf dans le cas très particulier de collisions résonantes entre les atomes, pour lesquels la section efficace de collision est très grande, et conduit à des lois d’échelle différentes [Luo 06]

6. Mais on peut en revanche noter que l’efficacité de l’évaporation, c’est-à-dire le gain dans l’espace des phases par atome perdu est indépendant de $\nu$. 

34
2.1. Refroidissement par évaporation

\[ \dot{\mathcal{E}}_{3b} = \frac{3}{2} \dot{N}_{3b} k_B T - K_{3b} \beta_0^3 \int \mathbf{U}(\vec{r}) e^{-3 \mathbf{U}(\vec{r}) \beta_0^3} d^3 r \]  

(2.11)

Introduisons le volume effectif du piège pour les collisions à trois corps

\[ V_{3b}(T) = \int e^{-3 \mathbf{U}(\vec{r}) \beta_0^3} d^3 r. \]  

(2.12)

Alors le bilan d’énergie prend la forme

\[ \dot{\mathcal{E}}_{tot,3b} = \dot{\mathcal{N}}_{3b} k_B T \left( \frac{3}{2} + \gamma_{3b} \right) \]  

(2.13)

où le paramètre \( \gamma_{3b} \) peut s’écrire en toute généralité :

\[ \gamma_{3b} = \frac{T}{3} \frac{1}{V_{3b}(T)} \frac{\partial V_{3b}(T)}{\partial T}. \]  

(2.14)

Pour un piège harmonique infini, on a \( \gamma_{3b} = 1/2 \). On peut maintenant introduire cette expression dans le bilan d’énergie totale de l’évaporation :

\[ \dot{\mathcal{E}} = 3 \dot{\mathcal{N}} k_B T + 3N k_B \dot{T} \]  

(2.15)

\[ = \dot{E}_{tot} + \dot{E}_\omega + \dot{E}_{3b} \]  

(2.16)

Par le même raisonnement que plus haut, on obtient alors :

\[ \frac{\dot{T}}{T} = \frac{\dot{N}_{tot}}{N_{tot}} \left( \frac{\eta + \kappa - 3}{3(1 - \nu)} + \frac{\dot{N}_{3b}}{N_{tot}} \frac{3/2 + \gamma_{3b} - (\eta + \kappa)}{3(1 - \nu)} \right) \]  

(2.17)

On peut résumer symboliquement ce résultat par

\[ \alpha_{tot} = \alpha_0 + R \alpha_{3b}, \]  

(2.18)

où \( R = \frac{\dot{N}_{3b}}{N_{tot}} \) représente le taux de pertes à trois corps rapporté aux pertes totales et \( \alpha_{3b} = \frac{3/2 + \gamma_{3b} - (\eta + \kappa)}{3(1 - \nu)} \). En effectuant la substitution \( \alpha \rightarrow \alpha_{tot} \) dans les relations présentées plus haut, on peut corriger les différentes lois d’échelle pour tenir compte des pertes à trois corps.

2.1.2 Configuration expérimentale

Nous allons maintenant présenter la configuration des faisceaux du piège dipolaire, qui nous permet d’effectuer une évaporation la plus efficace possible, c’est-à-dire utilisant l’évaporation dans le régime d’emballement. En effet, nous pouvons réaliser l’évaporation en augmentant la puissance du premier bras du piège dipolaire, ce qui, du fait de la géométrie, diminue la profondeur du piège croisé (sans diminuer les fréquences d’oscillation, voir annexe A).

Nous avons présenté au chapitre précédent les caractéristiques des deux faisceaux du piège dipolaire croisé, en particulier leur caractère asymétrique, qui permet d’optimiser le chargement des atomes à partir du piège magnéto-optique. Non seulement ces deux faisceaux sont très asymétriques, mais ils ne se croisent pas exactement sur leurs axes. La figure 2.1 montre le profil du piège dipolaire utilisé, en coupe suivant la direction verticale, et la figure 2.2 présente les équipotentielles du piège à la fin de la première partie de la rampe d’évaporation.

La figure 2.3 présente schématiquement la force exercée par le premier bras \(^7\).

\(^7\) Le croisement avec le second bras s’effectue à l’endroit où la force exercée par le premier bras est la plus grande. Ceci est le résultat d’une optimisation conjointe avec la rampe d’évaporation.
Chapitre 2. Condensation de Bose-Einstein "tout-optique"

Figure 2.1: Schéma du profil d’intensité du piège dipolaire croisé. Les faisceaux ne se croisent pas au niveau de leurs axes de propagation. Le point de croisement est situé 80 μm au-dessous de l’axe de propagation du premier brus du piège dipolaire.

Figure 2.2: Profil du potentiel et équipotentielles du piège croisé (en coupe suivant la direction verticale). Les valeurs correspondent à la fin de la première phase d’évaporation (voir la suite).
2.1. Refroidissement par évaporation

Le premier bras du piège dipolaire exerce une force, approximativement homogène, sur les atomes piégés dans la région croisée (voir 2.1). Augmenter la puissance du premier bras permet alors d’augmenter proportionnellement cette force. Cela diminue la profondeur du piège croisé, les atomes étant tirés de la région croisée vers le premier bras. En résumé, notre technique permet de découpler dans une très large mesure le contrôle de la profondeur du piège de sa fréquence :

1. La puissance du premier bras du piège permet de contrôler la profondeur.
2. La puissance du second bras contrôle le confinement réalisé dans la région du croisement.

Notre situation est donc comparable à celle rencontrée dans les pièges magnétiques, dans lesquels l’évaporation par radio-fréquence fournit aussi un découplage total entre la profondeur du piège et les fréquences d’oscillation. En revanche nous bénéficions du fort confinement lié à l’utilisation d’un piège dipolaire optique.

Nous réalisons une situation de piège "incliné", comparable à celle du groupe de Chicago [Hung 08]. Dans cette dernière expérience, la force extérieure servant à tirer les atomes hors du piège dipolaire est réalisée au moyen d’un gradient de champ magnétique. En comparaison, notre technique utilisant un gradient de potentiel optique présente les particularités suivantes :

- La force exercée par un gradient de champ magnétique est en général faible, par rapport à un piège dipolaire optique. On ne peut donc l’utiliser que pour incliner un piège dipolaire de faibles fréquences d’oscillation ou de faible profondeur. Dans notre expérience, comme dans la plupart des expériences d’évaporation optique (sauf sur césium [Weber 03, Hung 08]), les fréquences d’oscillations du piège croisé sont trop grandes pour qu’un gradient de champ magnétique raisonnable puisse forcer l’évaporation.
- Le gradient de champ magnétique n’exerce une force que sur des atomes dans un état de spin particulier. Cela empêche par exemple de réaliser des condensats spineurs en utilisant cette technique. De plus, on ne peut réaliser l’évaporation avec le gradient de champ magnétique que sur des espèces atomiques présentant un moment magnétique dans l’état fondamental, ce qui n’est pas toujours le cas (comme par exemple sur l’Ytterbium [Takasu 03b, Fukuhara 07,
Fukuhara 09).
La position du croisement peut être mesurée avec une grande précision par la mesure des oscillations dipolaires d’un nuage froid relâché par le second bras dans le premier. L’amplitude de ces oscillations dans le premier bras nous renseigne sur la position initiale du nuage par rapport à l’axe de propagation du premier bras.

2.1.3 Caractéristiques du piège optique
Pour calculer les grandeurs caractéristiques du nuage au cours de l’évaporation, il est important de connaître précisément les caractéristiques du piège dipolaire, à savoir les fréquences d’oscillation et la profondeur. Nous allons ici détailler les différentes techniques qui nous permettent de diagnostiquer le piège in-situ.

Fréquences d’oscillation : mesure par chauffage paramétrique
Pour déterminer les fréquences d’oscillation les plus élevées, nous utilisons la méthode du chauffage paramétrique. La séquence expérimentale est la suivante : des atomes sont chargés dans le piège dipolaire, tel que décrit au chapitre précédent. Ensuite, l’intensité du laser de piégeage est modulée à une fréquence donnée pendant une durée variable (entre 50 et 200 ms). On mesure ensuite la température du nuage obtenu après cette séquence.

On peut démontrer que pour des amplitudes de modulation faibles, le taux de chauffage présente un maximum très piqué pour une fréquence de modulation égale à deux fois la fréquence d’oscillation du piège dipolaire [Savard 97].

La figure 2.4 présente un exemple de mesure de chauffage paramétrique. En pratique, cette méthode est utile pour des fréquences du piège suffisamment grandes, et nous ne l’utilisons pas pour les basses fréquences (< 500 Hz). Cela nous permet donc de déterminer les fréquences radiales (créées par le faisceau fortement focalisé du piège dipolaire), mais pas la fréquence longitudinale (créée par le faisceau large).

Figure 2.4: Mesure de la fréquence d’oscillation du piège dipolaire par chauffage paramétrique. Nous avons mesuré la taille du nuage après expansion, pour différentes fréquences de modulation. Pour cet exemple, la puissance du premier bras est de 14 W, et celle du second de 49 mW. L’amplitude de modulation est de 15 % environ de la profondeur totale. La courbe est un ajustement par une lorentzienne, donnant une valeur de la fréquence de résonance de 1.2 kHz, soit 600 Hz de fréquence d’oscillation pour le piège dipolaire.

8. La tomographie des déplacements lumineux, décrite au chapitre précédent, ne permet pas de caractériser le piège croisé fortement confinant, car le gradient de déplacement lumineux est trop fort, et le nombre d’atomes par tranche d’épaisseur Γ est trop faible. Cependant, la tomographie est précieuse pour obtenir des informations qualitatives sur le croisement des faisceaux et leurs formes.
2.1. Refroidissement par évaporation

**Fréquences d’oscillation : mesure des modes d’oscillation d’un nuage froid**

Lorsque les nuages sont plus froids, nous pouvons mesurer directement les oscillations du nuage dans le piège lorsque celui-ci est brusquement perturbé. Pour mesurer la fréquence radiale du piège en fin d’évaporation, nous produisons un nuage froid ou un condensat (voir ci-dessous), puis à la fin de la rampe, nous augmentons subitement (en 10 µs) la puissance du faisceau large du piège dipolaire d’un facteur 4. Nous observons ensuite la taille et la position du nuage après expansion.

La taille du nuage oscille à la fréquence du mode de respiration du nuage, soit deux fois la fréquence du piège, et la position oscille à la fréquence des oscillations dipolaires, soit exactement la fréquence du piège. La figure 2.5 présente un exemple d’une telle mesure.

![Diagramme](image)

**Figure 2.5**: Mode de respiration radial (en haut) et mode dipolaire (en bas) d’un nuage froid. Les courbes sont des ajustements par des sinusoïdes, qui donnent une fréquence de 1250 Hz pour le mode dipolaire et 2500 Hz pour le mode de respiration radial, en accord avec la théorie. La puissance finale du second bras du piège dipolaire est 55 mW, et celle du premier bras est 14 W.

![Diagramme](image)

**Figure 2.5**: Mode de respiration radial (en haut) et mode dipolaire (en bas) d’un nuage froid. Les courbes sont des ajustements par des sinusoïdes, qui donnent une fréquence de 1250 Hz pour le mode dipolaire et 2500 Hz pour le mode de respiration radial, en accord avec la théorie. La puissance finale du second bras du piège dipolaire est 55 mW, et celle du premier bras est 14 W.

---

**Fréquences d’oscillation : mesure de l’oscillation dipolaire dans le faisceau large seul**

Jusqu’ici, nous avons mesuré les fréquences d’oscillation dans la direction radiale, c’est-à-dire créées par le second bras du piège dipolaire. Nous pouvons également mesurer les oscillations dipolaires dans le premier bras seul, de façon à caractériser ce faisceau ainsi que la qualité du croisement.

Pour mesurer ces oscillations, nous créons un nuage froid par évaporation, puis nous coupons brusquement le second bras du piège dipolaire. A cause de la configuration légèrement décroisée de notre piège dipolaire, le nuage est décentré par rapport à l’axe de propagation du premier bras. Il va donc osciller dans la direction radiale dans le premier bras. Nous mesurerons ensuite la position
du nuage après un temps de vol de 4 ms. La figure 2.6 montre un exemple d’oscillations dipolaires dans le premier bras seul.

**Figure 2.6: Oscillations dipolaires d’un nuage froid dans le premier bras seul, pour deux puissances différentes du premier bras : en vert, 14 W, en rouge 27 W. Le second bras est brusquement éteint et le nuage oscille dans le premier bras. La position du nuage est mesurée après 4 ms de temps de vol. On retrouve le facteur $\sqrt{2}$ entre les fréquences mesurées lorsque la puissance est multipliée par deux.**

**Position du croisement des deux faisceaux**

Notre séquence d’évaporation repose sur le fait que les deux bras du piège dipolaire se croisent légèrement hors-axe. L’écart entre les axes de propagation des deux faisceaux est un paramètre important. Nous pouvons l’évaluer à partir des données d’oscillations dipolaires dans le premier bras. En effet, l’amplitude du signal mesuré nous renseigne sur l’impulsion maximale des atomes dans le second bras. Connaissant la fréquence du piège, nous pouvons ainsi calculer la position initiale des atomes au moment de la coupure du second bras, en supposant que le nuage était alors au repos. Cela nous permet d’évaluer à 80 µm le décalage entre les axes optiques des deux faisceaux du piège dipolaire.

L’amplitude des oscillations dipolaires est très sensible aux changements éventuels de l’alignement relatif des faisceaux. Lorsque le système se décale légèrement, nous utilisons ce signal pour retrouver des conditions de piégeage correctes. Cette méthode est particulièrement précise, efficace et robuste.

**Profondeur du piège dipolaire dans la région croisée**

Dans la configuration de piège croisée désalignée que nous utilisons pour l’évaporation, nous ne disposons d’aucun moyen immédiat permettant de mesurer directement la profondeur piège dans la région croisée. Nous pouvons connaître la géométrie des faisceaux grâce aux fréquences d’oscillation (waist, position du croisement), et nous pouvons mesurer de manière absolue la puissance des faisceaux entrant dans l’enceinte. Nous connaissons également les angles relatifs des deux faisceaux.

Avec ces différents ingrédients, nous pouvons construire un modèle numérique de notre piège, et le tester dans un grand nombre de situations. Notamment, les comparaisons entre les fréquences d’oscillation prédites et les fréquences observées nous permettent d’évaluer la précision de notre modèle à 10 %. Pour obtenir la profondeur du piège dans la région croisée, nous calculons numériquement les coordonnées du point selle du potentiel, par lequel les atomes peuvent s’échapper dans le premier bras, ainsi que la valeur du potentiel de piégeage à ce point. C’est cette valeur qui
2.1. Refroidissement par évaporation

nous donne la profondeur du piège au cours de la rampe d’évaporation. Enfin, nous confirmons ces valeurs par la tomographie des déplacements lumineux (décrite au chapitre précédent) utilisable pour des puissances laser faibles dans le faisceau fortement focalisé.

2.1.4 Rampe d’évaporation

Nous allons maintenant détailler la séquence expérimentale, à partir du nuage piégé et transféré dans la région croisée du piège dipolaire (comme décrit au chapitre précédent), jusqu’à l’obtention d’un condensat de Bose-Einstein. Grâce à notre piège dipolaire croisé hors-axe, nous pouvons contrôler indépendamment la profondeur du piège dipolaire et sa fréquence, et ainsi optimiser l’un et l’autre au cours de la rampe d’évaporation.

Nous avons trouvé qu’il était optimal de découper la rampe en deux phases, la première réalisant une décompression du nuage atomique pour diminuer les pertes inélastiques, et la seconde dans le régime d’emballlement tout-optique que nous avons décrit plus haut. La rampe présentée ici est le résultat d’une optimisation du nombre d’atomes dans le condensat.

Evolution du piège dipolaire au cours de la rampe d’évaporation

Commençons par donner les caractéristiques du piège dipolaire au cours de la séquence d’évaporation. Nous contrôlons directement la puissance des deux bras du piège dipolaire, en programmant la puissance RF dans les modulateurs acousto-optiques. La profondeur et les fréquences d’oscillation dans les trois directions sont calculées en utilisant le modèle numérique. La figure 2.7 présente le résultat de ces mesures et calculs.

Mesure des caractéristiques du nuage au cours de la rampe d’évaporation

Les quantités que nous pouvons mesurer directement sur le nuage au cours de l’évaporation sont le nombre d’atomes et la température par la méthode des temps de vol. La figure 2.8 représente l’évolution de ces deux quantités en fonction du temps. On peut également, à partir des caractéristiques du piège, calculer le paramètre de troncature du piège et observer son évolution (voir le troisième graphe sur la figure 2.8). Ce rapport vaut 11(1) et reste constant au cours de l’évaporation, ce qui est en accord avec la théorie : en effet, le taux d’évaporation dépend exponentiellement de ce paramètre, ce qui impose que ses variations soient faibles dans une configuration donnée.

Interprétation : caractéristiques thermodynamiques du nuage pendant l’évaporation

En utilisant les mesures de température et de nombre d’atomes au cours de l’évaporation, nous pouvons maintenant calculer grâce aux caractéristiques du piège les grandeurs thermodynamiques qui caractérisent le nuage. Ces grandeurs sont toutes estimées pour un piège harmonique avec un gaz à l’équilibre thermodynamique (voir par exemple Walraven 06). Les résultats de ces estimations au cours de la rampe d’évaporation sont présentés sur la figure 2.9.

Densité dans l’espace des phases

La densité dans l’espace des phases est définie par

\[ D = n_0 \Lambda^3, \]  

où \( n_0 \) est la densité atomique au centre du piège, et \( \Lambda = \sqrt{\frac{2 \pi \hbar^2}{mk_BT}} \) est la longueur de De Broglie thermique. Cette quantité est la grandeur sans dimension qui caractérise l’état du

9. La puissance du premier bras est asservie en sortie du laser par rétroaction sur le premier modulateur.
Figure 2.7: Evolution du piège dipolaire au cours de la rampe d'évaporation. En haut : puissance des lasers (rouge : faisceau large, bleu : faisceau fortement focalisé). Au milieu : profondeur du piège croisé telle que calculée par le modèle numérique. En bas : moyenne géométrique des fréquences d'oscillation dans les trois directions, telle que calculée par le modèle numérique. On effectue l'évaporation en deux phases : d'abord la profondeur et les fréquences sont réduites, puis on poursuit en diminuant la profondeur à fréquences quasi- constantes.
2.1. Refroidissement par évaporation

Figure 2.8: Caractéristiques du nuage mesurées au cours de l'évaporation. En haut : température mesurée par la méthode des temps de vol. Au milieu : nombre d’atomes. En bas : paramètre de troncature \( \eta \), i.e. rapport de la profondeur du piège sur la température du nuage.
gaz à l'équilibre. Dans l'espace libre, lorsque cette quantité devient égale à 1, le nombre d'atomes dans l'état d'impulsion nulle devient macroscopique [Huang 87], et le gaz obtenu est un condensat de Bose-Einstein.

Cette relation n’est valable que pour un gaz d’atomes sans spin. Dans notre cas, il faut corriger cette relation d’un facteur 3 car les atomes sont dans 3 sous-niveaux Zeeman différents. Nous supposons ici que les sous-niveaux magnétiques sont également peuplés.

**Température critique pour la condensation de Bose-Einstein** Avec les caractéristiques du piège et du nuage, on peut également calculer la température critique pour l’obtention du condensat dans le piège. Celle-ci est donnée par [Walraven 06]

\[
k_B T_c = \left( \frac{N}{\zeta(3)} \right)^{1/3} \hbar \omega
\]

où \(\omega\) est la fréquence moyenne du piège, et \(\zeta\) est la fonction de Riemann (\(\zeta(3) = 1.202\)) [Abramowitz 65]. Notons qu’on a la relation

\[
D = \zeta(3) \frac{T_c}{T}
\]

entre la densité dans l’espace des phases et la température critique.

De même que pour la densité dans l’espace des phases, il faut tenir compte des sous-niveaux magnétiques de l’atome.

**Taux de collision** Nous pouvons également déterminer le taux de collision au centre du piège, défini par

\[
\tau = n_0 \sigma \bar{v}_r
\]

où \(n_0\) est la densité au centre, \(\sigma\) est la section efficace de collision, qui est donnée dans l’onde s par \(8\pi a^2\) et \(a \simeq 5\) nm pour le Rubidium, et \(\bar{v}_r\) est la vitesse quadratique moyenne relative entre deux atomes du nuage.

Les caractéristiques du piège et du nuage nous donnent la densité au centre :

\[
n_0 = N \frac{m \omega^2}{2\pi k_B T}
\]

**Taux de recombinations à trois corps** Nous pouvons de la même manière estimer le taux de pertes à trois corps dans le nuage. Conformément à ce qui a été dit plus haut, on a au centre du nuage

\[
\Gamma_{3b} = K_{3b} n_0^2
\]

et \(K_{3b} = 1.8 \times 10^{-29}\) s\(^{-1}\) cm\(^{-6}\) [Burt 97, Söding 99].

**Discussion**

Nous pouvons analyser la rampe d’évaporation à l’aide des lois d’échelle que nous avons exposées au paragraphe précédent.

Intéressons-nous par exemple à l’évolution de la température en fonction du nombre d’atomes. Cette relation est régie par le paramètre \(\alpha\) (voir 2.1.1). La figure 2.10 présente un tracé de la
2.1. Refroidissement par évaporation

![Graphs showing the characteristics of the cloud during the ramp of evaporation. The top two figures show the density in the phase space and the ratio $T/T_c$. Condensation of Bose-Einstein is reached after 3.2 seconds of evaporation. The bottom two figures show the collision rates of two and three bodies. The two-body collision rate decreases during the first phase and then increases from 1.4 seconds, while the cooling process continues ($D$ increases). This is characteristic of the regime of emballement for evaporative cooling.]

**Figure 2.9:** Caractéristiques du nuage au cours de la rampe d’évaporation. Les deux figures du haut montrent la densité dans l’espace des phases et le rapport $T/T_c$. On atteint la condensation de Bose-Einstein après 3.2 secondes d’évaporation. Les deux figures du bas montrent les taux de collisions à deux corps et trois corps. Le taux de collisions à deux corps diminue au cours de la première phase puis augmente ensuite à partir de 1.4 secondes, alors que le processus de refroidissement se poursuit ($D$ augmente). Ceci est caractéristique du régime d’emballlement pour le refroidissement évaporatif.

45
dépendance de la température par rapport au nombre d’atomes. Sur cette courbe, on peut mesurer \( \alpha = 1.89(3) \), constant au cours de l’évaporation. Le paramètre \( \alpha \) fournit une première indication sur l’efficacité de l’évaporation en termes de température. Cependant, à cause du changement dans les fréquences d’oscillation du piège au cours de l’évaporation, le lien n’est pas immédiat avec la densité dans l’espace de phase.

Avec les valeurs de \( \eta \) et de \( \nu \) que l’on peut mesurer ou évaluer par ailleurs, on peut calculer d’après 2.1.1 la valeur théorique de \( \alpha \), soit 3.1 dans la première phase d’évaporation et 5.6 dans la seconde phase. Cette forte discordance peut être réduite si l’on prend en compte les pertes à 3 corps, comme indiqué dans l’équation 2.18. On peut évaluer \( R = 0.3 \) au début de l’évaporation, ce qui ramène la valeur théorique de \( \alpha \) à 1.89, conformément aux observations. Dans la seconde phase d’évaporation, le taux de perte total est un peu plus faible, et le taux de pertes à trois corps remonte brusquement. Nous estimons alors \( R = 0.5 \) environ, ce qui nous donne une valeur théorique de \( \alpha \) de 2.8, plus éloignée de la valeur expérimentale. Les observations tendent à montrer que les pertes à 3 corps sont sous-estimées dans la phase finale de l’évaporation, la valeur de \( \alpha \) étant compatible avec \( R \) de l’ordre de 0.65.

![Figure 2.10: Efficacité de l’évaporation. On représente en log-log la température en fonction du nombre d’atomes au cours de la rampe d’évaporation. La pente de cette courbe est égale à \( \alpha \), c’est-à-dire le gain en température par atome perdu. Cette courbe montre \( \alpha = 1.89(3) \), tout au long de la rampe.](image)

Le paramètre le plus pertinent pour l’estimation de l’efficacité de la rampe d’évaporation est le gain dans l’espace des phases, car il est indépendant de la loi de puissance du piège. La figure 2.11 montre la densité dans l’espace des phases en fonction du nombre d’atomes au cours de l’évaporation (en échelle log-log). La pente de cette courbe nous donne directement l’efficacité de l’évaporation, c’est-à-dire le gain dans l’espace des phases par atome perdu, soit \( \gamma = 2.8(1) \).

De même que pour la température, il est intéressant de comparer cette valeur à la prédiction théorique des lois d’échelle du refroidissement. Avec les valeurs mesurées précédemment de \( \eta \) et du taux de pertes à 3 corps, on obtient d’après 2.1.1 et 2.18 pour la partie finale de la rampe

\[
\gamma = \eta - 4 + R(2 - \eta) \simeq 3,
\]

pour une valeur du paramètre \( R \) de 0.45 en moyenne.

D’une manière générale, les évaporations réalisées dans des pièges magnétiques sur Rubidium ont une efficacité de l’ordre de 2 (par exemple [Dieckmann 01] obtient une efficacité de 2.2 environ). En effet, la densité dans l’espace des phases initiale est de l’ordre de \( 10^{-6} \) et le nombre d’atomes est de quelques \( 10^9 \), alors que le nombre d’atomes dans le condensat final est de l’ordre de quelques millions. L’efficacité plus grande de l’évaporation dans les pièges optiques s’explique par la valeur élevée du paramètre de troncature en comparaison des valeurs typiques pour les pièges magnétiques.
2.1. Refroidissement par évaporation

Notons enfin que l’efficacité est intrinsèquement limitée par les pertes à trois corps, comme le montre l’équation 2.18 : si l’on ralenti le processus d’évaporation pour augmenter $\eta$, alors les collisions à trois corps sont plus nombreuses et l’efficacité diminue.

![Figure 2.11: Efficacité de l’évaporation. On représente en log-log la densité dans l’espace des phases en fonction du nombre d’atomes au cours de la rampe d’évaporation. La pente de cette courbe est égale à l’efficacité $\gamma$, c’est-à-dire le gain dans l’espace des phases par atome perdu. Cette courbe montre $\gamma = 2.8(1)$.](image)

Intéressons-nous maintenant au taux de collision. La figure 2.12 montre l’évolution du taux de collision en fonction du nombre d’atomes dans le nuage au cours de l’évaporation. On observe clairement deux phases différentes, correspondant aux deux étapes successives de refroidissement. Pour des grands nombres d’atomes, c’est-à-dire pendant la première phase du refroidissement, le taux de collision diminue avec une loi de puissance ayant pour exposant 1.4(1). Le calcul de la loi d’échelle 2.1.1 donne une valeur de 1.9 pour cet exposant. Pour des nombres d’atomes faibles, correspondant à la seconde phase de la rampe d’évaporation, le taux de collision augmente alors que le nombre d’atomes diminue, ce qui est la manifestation du régime d’emballlement. L’exposant mesuré est -0.4(1). Le calcul de la loi d’échelle donne une valeur de -0.3 pour cet exposant.

Nous voyons ici en quoi le fait de contrôler indépendamment la profondeur et la fréquence du piège nous est précieux. Pour réaliser la seconde phase de l’évaporation en ouvrant simplement le piège dipolaire, on ferait diminuer le taux de collision d’un facteur 10 environ, ce qui nous obligerait à augmenter le temps d’évaporation pour maintenir l’efficacité constante. Ici, nous pouvons stabiliser ce taux et optimiser sa valeur pour travailler le plus rapidement possible avec une grande efficacité.

Le fait que le taux de collision n’augmente pas en toute fin de rampe est vraisemblablement dû aux collisions à trois corps. En effet, celles-ci empêchent la densité d’augmenter et diminuent l’efficacité de l’évaporation.

Bilan

Notre rampe d’évaporation permet de préparer un nuage condensé contenant quelques centaines de milliers d’atomes en 3.5 secondes. Le temps de cyclage pour la préparation de ces nuages est de l’ordre de 15 secondes en tout, dont 10 secondes de chargement du piège magnéto-optique.

Grâce au contrôle indépendant de la fréquence et de la profondeur du piège, nous pouvons réaliser notre évaporation dans un régime où l’efficacité est principalement limitée par les pertes à 3 corps, qui sont une donnée intrinsèque de l’espèce atomique. L’utilisation de notre technique avec

12. De fait, par exemple, le groupe de H. Ott réalise un condensat tout optique avec des nombres d’atomes comparables aux nôtres, mais sans utiliser un contrôle indépendant. Leur temps d’évaporation est supérieur à 6 secondes.
Chapitre 2. Condensation de Bose-Einstein "tout-optique"

Figure 2.12: On représente en log-log le taux de collision en fonction du nombre d'atomes au cours de la rampe d'évaporation. On observe deux phases très nettes, correspondant aux deux étapes de l'évaporation. D'abord, le taux de collision diminue avec le nombre d'atomes, avec un exposant égal à 1,4(1). Dans la seconde phase, le taux de collision augmente alors que le nombre d'atomes diminue, correspondant au régime d'emballement. L'exposant du taux de variation est alors de -0,4(1).

une espèce différente comme le sodium, qui présente un taux de pertes à 3 corps plus faible, devrait permettre d'obtenir des condensats plus gros et plus rapidement. Certaines espèces atomiques autorisent un contrôle du taux de pertes à trois corps par une résonance de Feshbach, ce qui est également une piste pour optimiser encore cette méthode [Comparat 06].

2.1.5 Conclusion

La rampe d'évaporation que nous avons présentée ici est celle qui permet d'optimiser le nombre d'atomes dans le condensat. C'est généralement ce choix que nous privilégions, car il maximise le rapport signal sur bruit des expériences ultérieures. Cependant, on peut aussi chercher à optimiser la vitesse d'évaporation, sans se préoccuper du nombre d'atomes final. En réduisant la durée de chacune des étapes dans la rampe précédente, nous pouvons réaliser un condensat de Bose-Einstein après une évaporation de 650 ms13. Le nombre d'atomes est alors faible (de l'ordre de 10 000), et fluctue d'un coup sur l'autre. En diminuant le temps de chargement du piège magnéto optique à 2 secondes, nous arrivons à un temps de cyclage de 4 secondes pour l'expérience, dont plus d'une seconde de temps mort dû à l'électronique de contrôle.

Le fait de pouvoir réaliser un condensat rapidement présente un grand intérêt pour les applications en interférométrie atomique. En effet, pour la métrologie, le taux de répétition est fondamental. C'est d'ailleurs l'un des points qui a freiné l'emploi des condensats dans les interféromètres de précision ces dernières années. En utilisant une source atomique plus intense pour le chargement, il est tout-à-fait envisageable de réduire les temps de chargement du MOT à quelques centaines de milli-secondes. Dans ce cas, il est possible d'obtenir un temps de cyclage de l'ordre du Hertz, qui est le taux actuel de cyclage d'une horloge atomique.

13. A notre connaissance, ceci est le plus court temps d'évaporation pour un condensat de Rubidium jamais réalisé. Ce temps est comparable aux performances des puces atomiques, pour lesquelles une évaporation de 700 ms a été démontrée [Reichel 02]. Le groupe de John Thomas à Duke a réalisé des gaz de Fermi dégénérés de Lithium avec une évaporation de moins de 500 ms dans le régime d'interaction forte.
2.2 Le condensat de Bose-Einstein

Dans la section précédente, nous avons présenté notre technique d’évaporation qui permet d’obtenir des échantillons ayant une densité dans l’espace des phases élevée. Dans un gaz de bosons à trois dimensions, cela conduit à la formation d’un condensat de Bose-Einstein. Nous allons maintenant présenter les principales propriétés de notre condensat, ainsi que les techniques que nous utilisons pour les mesurer.

2.2.1 Identification du condensat

Commençons par nous intéresser aux signaux qui indiquent l’apparition d’une fraction condensée dans le nuage, l’inversion d’ellipticité au cours de l’expansion du nuage, et plus généralement l’expansion anisotrope, et l’apparition d’une structure bimodale dans le profil de densité du nuage après temps de vol.

Inversion d’ellipticité et expansion anisotrope

L’inversion d’ellipticité et l’expansion anisotrope du nuage furent l’une des observations qui permet l’identification du premier condensat de Bose-Einstein obtenu dans les groupes de Boulder [Anderson 95] et MIT [Davis 95a].

Pendant la partie finale de l’évaporation, le piège dipolaire est relativement anisotrope. Les fréquences d’oscillation sont 403 Hz, 378 Hz et 91 Hz dans les trois directions de l’espace. Le piège a donc une forme de cigare allongé avec un rapport d’aspect de 4.3 environ.

On peut démontrer que pour un condensat à température nulle, l’expansion libre du nuage obéit à une invariance d’échelle [Kagan 96, Castin 96]. Plus précisément, la densité atomique du condensat après un temps de vol d’une durée est donnée par l’équation :

\[
n(r_i, t) = \frac{1}{\lambda_1(t)\lambda_2(t)\lambda_3(t)} n\left(\frac{r_i}{\lambda_i(t)}, 0\right)
\]

où est la ième coordonnée spatiale, et les fonctions dépendent de la géométrie du piège initial. Supposons que notre pièce est de symétrie cylindrique, avec une fréquence radiale et de fréquence longitudinale . Soit l’inverse du rapport d’aspect du piège, que nous supposerons petit devant 1. Alors on montre que [Castin 96]

\[
\lambda_\perp = \sqrt{1 + \omega_\perp^2 t^2} \quad (2.27)
\]

\[
\lambda_z = 1 + 4(\omega_\perp t \arctan(\omega_\perp t) - \ln \sqrt{1 + \omega_\perp^2 t^2}) + O(\epsilon^4) \quad (2.28)
\]

Cette formule montre qu’un nuage en forme de cigare allongé dans la direction va se transformer au cours de l’expansion en un nuage en forme de galette allongée dans le plan orthogonal à . Le temps typique de ce changement de forme est la période d’oscillation radiale. La figure 2.13 présente l’évolution observée du rapport d’aspect, comparé aux prédictions de l’équation précédente.

Cependant, il est important de noter que l’inversion d’ellipticité n’est pas un critère suffisant pour conclure sur l’apparition d’un condensat de Bose-Einstein. En effet, le groupe de Jook Warraven a montré théoriquement et expérimentalement [Schwarcz 03] qu’il est possible d’avoir une inversion d’ellipticité pour un gaz thermique si celui-ci se trouve dans le régime hydrodynamique, c’est-à-dire si le taux de collision est très grand par rapport aux fréquences d’oscillation. En effet, dans ce régime, les atomes vont entrer en collision pendant le temps de vol. Pour un nuage en forme de cigare, un atome se déplaçant dans la direction longitudinale a de grandes chances d’entrer en collision.
collision avec un autre atome, et de voir sa trajectoire dévier dans la direction radiale, où il va plus facilement s'échapper, d'où une diminution apparente du nombre d'atomes rapides dans la direction longitudinale.

Notre nuage final se trouve également dans le régime hydrodynamique dans les trois directions (τc/ν⊥ ≃ 5 et τc/νz ≃ 20), et est donc susceptible d'avoir une inversion d'ellipticité sans condensation de Bose-Einstein [Shvarchuck 03]. Nous pouvons cependant qualitativement nous convaincre que nos observations correspondent bien à un condensat :
- Le rapport d'aspect de notre nuage étant faible (≈ 4), les effets hydrodynamiques sur le rapport d'aspect apparaissent pour des taux de collisions plus importants que le nôtre [Bourdel 03].
- Les vitesses d'expansion transverses et longitudinales du nuage, que l'on obtient à partir des tailles de nuage observées sur un ajustement gaussien 1D du profil de densité, correspondent à des températures plus faibles que la température critique de la condensation de Bose-Einstein.
- Au seuil de la transition, l'expansion du nuage reste expérimentalement isotrope (voir plus bas figure 2.14).

De plus, nous disposons d'une seconde méthode pour la caractérisation de la transition, l'apparition d'une structure bimodale, qui permet de confirmer indépendamment l'apparition du condensat.

**Structure bimodale**

Lorsque le nuage se trouve au voisinage de la transition, on a coexistence d'une fraction condensée et d'une fraction thermique, à l'équilibre thermodynamique l'une avec l'autre [Huang 87]. Lors de l'expansion libre du nuage, la fraction non condensée va s'étendre de manière isotrope, en vertu du théorème d'équipartition de l'énergie. La fraction condensée va s'étendre d'après les équations 2.28. Dans ce cas, après que l'inversion d'ellipticité a eu lieu, on s'attend à observer un condensat allongé entouré d'un nuage circulaire. Le profil de densité du nuage présente alors une structure bimodale caractéristique de l'apparition d'un condensat. L'apparition de cette structure bimodale a permis l'identification du premier condensat de Bose-Einstein par les équipes de Boulder et du

15. Il faut également exclure le régime hydrodynamique mentionné plus haut [Shvarchuck 03]. Dans notre cas, on observe expérimentalement que l'expansion du nuage thermique est isotrope.
2.2. Le condensat de Bose-Einstein

MIT [Anderson 95, Davis 95a].

Les figures 2.14a, c et e présentent des images en temps de vol prises pour différentes valeurs finales de la puissance du laser piège, c'est-à-dire pour différentes températures. Ces images sont prises après 20 ms de temps de vol. On observe que la densité augmente fortement au centre, alors que le halo circulaire disparaît progressivement.

![Figure 2.14: Structure bimodale obtenue pour un condensat en cours de transition. a, c, et e sont des images par absorption, montrant la densité optique après un temps de vol de 20 ms. Les trois images ont la même échelle de densité optique. Les températures des nuages sont 563, 360 et 236 nK pour a, c et e respectivement. b, d et f montrent les mêmes données intégrées sur la direction verticale. Les courbes rouges et vertes montrent le résultat d'un ajustement du profil de densité avec la somme d'une gaussienne et d'une parabole inversée, centrées au même endroit. Cet ajustement permet de mesurer la fraction condensée, soit 0.07, 0.22 et 0.64 respectivement.](image)

Pour analyser quantitativement ces images, nous réalisons un ajustement du profil de densité intégré le long de la direction verticale. Cet ajustement est effectué avec la somme d'une gaussienne (pour la fraction thermique) et d'une parabole inversée (pour le condensat), centrées sur le même point

16. En fait, nous commençons par un ajustement gaussien simple, qui permet de déterminer grossièrement le centre

Pour les trois cas présentés sur la figure 2.14, les fractions condensées sont 0.07, 0.22 et 0.64.

L'ajustement gaussien sur la fraction thermique nous permet également de déterminer les températures de chacun des nuages. Pour les trois cas présentés sur la figure 2.14, les températures sont respectivement 563, 360 et 236 nK. Pour chacune de ces images, on peut à partir du nombre total d’atomes détecté déterminer la température critique et donc le rapport \( T/T_c \) (prenant en compte dans la valeur de \( T_c \) la dégénérescence de spin). D’après la théorie du gaz de Bose sans interactions on a [Walra96] :

\[
\frac{N_0}{N} = 1 - \left( \frac{T}{T_c} \right)^3 ,
\]

où \( N_0 \) est le nombre d’atomes dans le condensat. La figure 2.15 montre la fraction condensée théorique et observée en fonction de la température. L’accord est relativement bon avec la théorie.

---

16. En fait, nous commençons par un ajustement gaussien simple, qui permet de déterminer grossièrement le centre
Chapitre 2. Condensation de Bose-Einstein "tout-optique"

Figure 2.15: Fraction condensée en fonction de la température. La courbe continue représente la théorie pour un gaz sans interactions. Les barres d'erreur sur les points expérimentaux résultent principalement des incertitudes sur les nombres d'atomes mesurés.

Alors qu'il semble sur l'image 2.14e que tous les atomes sont dans le condensat, la fraction condensée mesurée est de l'ordre de 0.6. De façon relativement malheureuse, on parle dans la littérature de condensat "pur" dans cette situation (c'est-à-dire aucune fraction thermique visible). En fait, on peut facilement se convaincre que le refroidissement évaporatif ne permet pas de refroidir un nuage polarisé en spin, partiellement condensé à des températures inférieures au potentiel chimique\(^{17}\). En effet, on a

\[
\frac{R_{TF}}{R_{th}} \simeq \sqrt{\frac{\mu}{k_B T}},
\]

où \(R_{TF}\) est le rayon Thomas-Fermi du condensat [Dalfovo 99], et \(R_{th}\) est le rayon du nuage thermique du nuage à la température \(T\). Si l'on poursuit l'évaporation alors que la température est de l'ordre du potentiel chimique du condensat, on évapore le condensat en même temps que la fraction thermique. Cette équation montre également pourquoi on parle de condensat pur alors que la fraction condensée est relativement modeste : pour des températures de l'ordre du potentiel chimique, la fraction condensée et la fraction thermique ne sont pas séparées spatialement et ont la même énergie interne, ce qui les empêche de se séparer même après un temps de vol.

2.2.2 Propriétés de notre condensat

Propriétés physiques du condensat dans l’approximation de Thomas-Fermi

Nous allons maintenant présenter un résumé des propriétés de notre condensat de Bose-Einstein. Le tableau 2.2.2 présente les caractéristiques du condensat obtenues en utilisant les données de nombre d'atomes (soit environ \(1.5 \times 10^5\) atomes) et les caractéristiques du piège en fin de rampe. Les calculs sont effectués dans l’approximation de Thomas-Fermi [Dalfovo 99].

Cette approximation consiste à considérer que les propriétés globales du condensat sont déterminées principalement par les interactions entre particules, et que l’énergie cinétique est négligeable. Cela simplifie considérablement l'analyse, et permet de donner des expressions analytiques pour les

et la largeur. Nous utilisons les valeurs ainsi déterminées pour démarrer l'ajustement de la double structure.

\(^{17}\) Merci à Markus Oberthaler d’avoir attiré notre attention sur ce point.
2.2. Le condensat de Bose-Einstein

différentes grandeurs caractéristiques du condensat. On peut vérifier la validité de cette approximation par exemple en considérant le rapport entre le potentiel chimique et l’énergie cinétique d’un atome dans le condensat, soit \( \frac{\mu}{\hbar \omega} \simeq 100 \) dans notre cas. La longueur de relaxation \( \xi \) donne une échelle de longueur en-dessous de laquelle cette approximation n’est pas valable.

**Potentiel chimique** Le potentiel chimique dans l’approximation de Thomas-Fermi est donné par

\[
\mu = \frac{1}{2} \hbar \omega \left( 15N \frac{a}{a_{oh}} \right)^{2/5},
\]

où \( N \) est le nombre d’atomes, \( a_{oh} \) est la taille d’oscillateur harmonique du piège, donnée par \( \sqrt{\frac{\hbar}{m \omega}} \), \( a = 5 \) nm est la longueur de diffusion dans l’onde s pour le Rubidiun et \( \omega \) est la fréquence moyenne du piège.

**Rayon Thomas-Fermi** On peut utiliser l’approximation de Thomas-Fermi pour calculer le rayon du nuage. En effet, la taille du nuage est expérimentalement beaucoup plus grande que la taille de l’état fondamental du piège harmonique \( a_{oh} \), à cause de la répulsion entre les particules. L’approximation de Thomas-Fermi donne pour le rayon du nuage

\[
R_{TF} = a_{oh} \left( 15N \frac{a}{a_{oh}} \right)^{1/5} = a_{oh} \sqrt{\frac{2\mu}{\hbar \omega}}.
\]

**Densité au centre** La densité au centre est limitée par les interactions entre particules, et l’approximation de Thomas-Fermi peut être utilisée pour donner sa valeur :

\[
n_0 = \frac{\mu}{g}
\]

où \( g = \frac{4\pi \hbar^2 a}{m} = 4.7 \times 10^{-51} \) S.I. est la constante d’interaction entre les atomes de Rubidiun.

**Longueur de relaxation** La longueur de relaxation est l’échelle de longueur reliée aux interactions entre atomes dans le condensat [Dalfovo 99]. Elle s’écrit :

\[
\xi = \sqrt{\frac{\hbar^2}{2m\mu}}
\]

où \( \mu \) est le potentiel chimique du condensat.

| Nombre d’atomes \( N \) | 1.5 \times 10^5 |
| Fréquences moyennes du piège \( \omega \) | 2\pi 240 Hz |
| Potentiel chimique \( \mu \) | 5.7 kHz x \( \hbar \) |
| Densité au centre \( n_0 \) | 7.9 \times 10^{14} \text{ cm}^{-3} |
| Rayon de Thomas-Fermi \( R_{TF} \) | 3.4 \mu m |
| Rayon d’oscillateur harmonique \( a_{oh} \) | 695 nm |
| Longueur de relaxation \( \xi \) | 100 nm |

**Table 2.2** Caractéristiques du condensat calculées à partir des caractéristiques du piège en fin de rampe dans l’approximation de Thomas-Fermi.

**Temps de vie du nuage dégénéré**

Une propriété intéressante de notre nuage dégénéré est son temps de vie dans le piège final. Nous avons effectué une mesure du nombre d’atomes total dans le piège en fonction du temps, dont les résultats sont présentés en figure 2.16. Expérimentalement, les pertes sont bien reproduites par un ajustement exponentiel décroissant.
Chapitre 2. Condensation de Bose-Einstein "tout-optique"

2.3 Manipulation du condensat et mesures complémentaires

Nous allons maintenant présenter quelques mesures complémentaires sur notre condensat.

2.3.1 Analyse Stern-Gerlach

Notre condensat est un condensat spineur [Stenger 98, Ho 98, Chang 04, Schmaljohann 04], c'est-à-dire que les atomes de Rubidium du condensat se trouvent dans les 3 sous-niveaux magnétiques de l'état $F = 1$. Ceci est intrinsèquement dû à la méthode de production, qui ne discrimine pas les atomes en fonction de l'orientation du spin, contrairement au cas des pièges magnétiques [Migdall 85, Petrich 95, Mewes 96].

On peut analyser le condensat obtenu en utilisant un gradient de champ magnétique, réalisant ainsi une expérience de type Stern et Gerlach, mesurant les différentes composantes de spin du nuage. La séquence expérimentale est la suivante. Le condensat est relâché, puis un courant de 15 A est allumé dans l’une des bobines MOT. Cela crée un gradient de champ dans la direction transverse de $6 \text{ G cm}^{-1}$, ce qui sépare les composantes de spin. Après un temps de vol de 20 ms, les différents nuages correspondant aux différentes composantes de spin sont résolus par notre système d’imagerie. La figure 2.17 montre une telle image.

Sur cette image, on peut distinguer (dans l’ordre de droite à gauche) les sous-niveaux magnétiques $m_F = -1, 0$ et 1. L’analyse de ces images nous permet de mesurer les populations relatives des différents sous-niveaux, soit 0.1, 0.35 et 0.45 respectivement 18.

Remarquons que les populations des sous-niveaux magnétiques ne sont pas complètement

---

18. En fait, sur les images obtenues par la méthode présentée, il est difficile de mesurer séparément les nombres d’atomes dans chacun des nuages. Pour obtenir des séparations plus grandes, nous utilisons un pulse de champ magnétique quadrupolaire de 1000 G environ (soit 150 A dans les bobines MOT), mis en marche en 1 ms [Clément 08]. Ce pulse crée un champ magnétique intense variant rapidement, qui crée à son tour un courant de Foucault important dans l’enceinte. Ce courant de Foucault donne naissance un gradient de champ transitoire important, qui permet de séparer très nettement les composantes de Spin. Cette méthode est moins "propre" que celle présentée au-dessus, mais elle donne quantitativement des résultats plus précis.
2.3. Manipulation du condensat et mesures complémentaires

Figure 2.17: Analyse de Stern-Gerlach du condensat. Image par absorption prise après un temps de vol de 20 ms. Un gradient de champ magnétique sépare les 3 composantes de spin dans l’état $F = 1$. Le gradient de champ est de $6 \, G \, cm^{-1}$, et sur l’image il est dirigé vers la droite. De droite à gauche, les sous-niveaux magnétiques sont donc $m_F = -1, 0, et 1$. Les populations relatives de ces sous-niveaux mesurées sur une telle image sont 0.1, 0.35 et 0.45 respectivement.

équilibrées. Cette situation est assez répandue dans les expériences de condensat tout-optiques [Barrett 01].

Notre hypothèse est que les populations relatives des sous-niveaux dans les condensats tout-optiques dépendent non seulement du zéro de champ dans l’enceinte, mais aussi de l’ajustement fin des puissances relatives des lasers de refroidissement au cours du processus de chargement, car ce sont eux qui réalisent les opérations de pompage et dépompage entre les niveaux d’énergie. Le moindre déséquilibre entre les puissances, ou même les inhomogénéités des faisceaux peuvent changer les populations relatives. La situation est différente dans le cas des condensats spineurs créés à partir de condensats magnétiques, dans lesquels les outils de transfert des atomes entre les sous-niveaux magnétiques sont plus faciles à contrôler [Stenger 98, Sadler 06].

2.3.2 Versatilité

Notre système a été conçu pour être adaptable à un grand nombre de situations expérimentales, qui peuvent requérir d’adapter les propriétés du condensat aux contraintes de l’expérience. En particulier, le fort confinement du condensat conduit à un potentiel chimique élevé, ce qui peut être un problème pour certaines expériences [Billy 08].

Concrètement, notre système nous permet de modifier le potentiel chimique du condensat, en décomprimant le piège optique de deux manières.

Décompression par diminution de la puissance du laser La première méthode consiste à diminuer la puissance des lasers pour diminuer la fréquence du piège, suivant la loi $\bar{\omega} \sim P^{1/2}$ (voir plus haut). Cette décompression s’accompagne d’une diminution de la profondeur du piège $V_0 \sim P$. On ne peut donc l’utiliser que tant que la profondeur reste supérieure au potentiel chimique. Les lois de diminution de la fréquence par rapport à la profondeur sont défavorables de ce point de vue, et on ne peut pas espérer gagner beaucoup en terme de potentiel chimique en utilisant cette technique. Cependant, grâce à la géométrie particulière de notre piège dipolaire, le fait de diminuer la puissance totale, en particulier diminuer la puissance du premier bras du piège dipolaire, ne diminue par nécessité fortement la profondeur. Spécifiquement, nous pouvons baisser la puissance du faisceau large jusqu’à ce que le gradient de potentiel lumineux compense exactement la gravité. Dans cette situation, on peut diminuer fortement la puissance du faisceau très confinant ce qui est la situation la plus favorable pour ce type de décompression.

Décompression par déplacement du foyer du piège optique

La seconde méthode consiste à changer le waist des faisceaux du piège dipolaire au niveau des atomes en défocalisant le faisceau. Ceci est rendu possible sur notre expérience par l’utilisation d’une lentille mobile pour le second faisceau du piège dipolaire, comparable à [Kinoshita 05]. Le détail de ce système est décrit dans [Clément 08].

Le tableau 2.3.2 présente les performances en terme de versatilité du condensat que nous pouvons produire avec notre expérience. La valeur obtenue pour une diminution du waist est le résultat d’une combinaison avec des baisses de puissance sur les deux bras. Cette méthode est limitée par le critère d’adiabaticité pour le déplacement du foyer, donné par : \( \frac{1}{\omega} \frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t} \ll \omega \). De ce fait, la diminution de la fréquence se fait d’autant plus lentement que la fréquence devient faible, jusqu’au point où le temps de vie du condensat devient plus petit que le temps d’ouverture.

<table>
<thead>
<tr>
<th>Potentiel chimique ( \mu )</th>
<th>Condensat standard</th>
<th>diminution de la puissance</th>
<th>diminution du waist</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td></td>
<td>6.4 kHz</td>
<td>~ 2 kHz</td>
<td>~ 1 kHz</td>
</tr>
</tbody>
</table>

Table 2.3: Performances en terme de versatilité du condensat.

Le potentiel chimique du condensat peut également être modifié en diminuant le nombre d’atomes. C’est cette voie qui a été utilisée dans [Billy 08]. Cependant, l’équation 2.31 montre que cette solution est particulièrement défavorable. Dans notre cas, il est relativement aisé de changer le nombre d’atomes dans le condensat (c’est augmenter le nombre d’atomes qui est difficile...). Nous n’avons pas exploré cette voie car elle conduit pour nos expériences à une diminution du rapport signal sur bruit.

Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté une méthode d’évaporation qui permet de circonvenir les inconvénients de l’évaporation tout optique : grâce à la géométrie de piège croisé désaligné (MACRO-FORT, pour misaligned crossed far off-resonant trap) nous pouvons contrôler indépendamment la profondeur du piège dipolaire et sa fréquence. Cette possibilité permet d’opérer l’évaporation dans un régime où l’ensemble du processus est limité par les pertes à trois corps.

Cette technique permet d’accélérer encore l’évaporation par rapport aux condensats tout-optiques standards, sans recourir à des stratégies de compression mécanique par exemple ([Kinoshita 05]) qui présentent une complexité plus grande. Notre technique est en cours de mise en place dans d’autres équipes20. Le grand taux de cyclage possible avec notre géométrie ouvre la voie vers une application des condensats tout-optiques en métrologie.

20. Au moins deux groupes, l’un à l’observatoire de Paris, l’autre à l’université de Heidelberg sont en train de mettre en place un piège identique au nôtre pour réaliser un condensat.
Chapitre 3

Trampoline à atomes : gravimètre et interféromètre à atomes froids

Les atomes en chute libre constituent des masses-test idéales pour les mesures de gravité. En effet, grâce à la nature quantique des interactions entre les atomes et la lumière, il est possible de transférer une quantité extrêmement précise d’impulsion à des atomes, pour ensuite pouvoir comparer ce transfert d’impulsion à celui provoqué par l’accélération de la gravité.

Les mesures ainsi réalisées peuvent également tirer parti de la nature quantique des atomes. En effet, on peut réaliser des configurations d’interféromètres atomiques, dans lesquelles la détection est sensible à la phase de la fonction d’onde des atomes.

Nous allons présenter dans ce chapitre deux expériences dans lesquelles les atomes sont utilisés comme masse test pour mesurer des accélérations. Dans la première expérience, proposée pour la première fois par F. Impens [Impens 06], on fait rebondir des atomes périodiquement sur une onde lumineuse stationnaire pulsée dans une situation de "trampoline à atomes". Cette onde stationnaire réalise un réseau optique vertical. La période de ces rebonds est utilisée pour mesurer la gravité. Il s’agit d’un effet de trampoline classique. Dans une seconde expérience, la même configuration de trampoline est utilisée, mais chacun des pulses non seulement réfléchit les atomes, mais sépare les paquets d’onde atomique qui vont suivre différentes trajectoires. Les pulses ultérieurs recombinent et séparent à nouveau les paquets, réalisant une configuration originale d’interféromètre atomique de type "trampoline quantique".

Dans la première partie de ce chapitre, nous présentons les modifications apportées au dispositif expérimental des chapitres précédents pour réaliser les expériences de trampoline. Les deux parties suivantes présentent les résultats expérimentaux concernant d’abord le trampoline classique puis le trampoline quantique.

3.1 Système expérimental

Nous allons présenter ici notre système expérimental, en particulier la manière dont nous avons adapté notre système laser pour utiliser la puisance optique de l’amplificateur du MOT 3D. Nous allons ensuite décrire le système de contrôle électronique du laser utilisé pour créer le réseau optique. Ce système permet de réaliser des séries de pulses courts d’enveloppe arbitraire. Enfin, nous présentons brièvement la manière dont nous avons adapté la partie système à vide de notre expérience.
### 3.1.1 Laser et contrôle de puissance

Pour créer le réseau optique vertical, nous utilisons une partie de la lumière provenant de l’amplificateur utilisé pour le MOT 3D\(^1\) (voir chapitre 1). Pour ce faire, l’ordre zéro de diffraction du modulateur acousto-optique contrôlant la puissance du faisceau MOT 3D est injecté dans un second modulateur. Comme nous n’utilisons jamais simultanément le MOT et le réseau optique, ce système permet d’optimiser l’utilisation de l’amplificateur. Le schéma 3.1 présente le montage du faisceau MOT 3D tel que modifié pour disposer de la lumière MOT pour le réseau optique.

![Montage du faisceau MOT 3D](image)

**Figure 3.1:** Table laser (partie MOT 3D uniquement) telle que modifiée pour disposer de la puissance de l’amplificateur pour créer le réseau optique vertical.

Ce système nous permet de disposer d’une forte puissance optique (de l’ordre de 100 mW au maximum), à une fréquence décalée de 400 MHz par rapport à la transition D2 (F=2 vers F’=3), soit pour un condensat d’atomes de Rubidium dans l’état F=1 un décalage de 6.3 GHz par rapport à la transition la plus proche.

Le modulateur acousto-optique permet de contrôler la puissance du faisceau, et de générer des pulses courts et des modulations rapides de la puissance. Nous utilisons un pilote AA-optoelectronic pour générer le signal d’entrée de ce modulateur\(^2\). Ce pilote électronique peut être contrôlé en puissance de manière analogique, c’est-à-dire fournir une puissance RF proportionnelle à une tension de contrôle, avec une fréquence de coupure supérieure à 1 MHz. La figure 3.2 présente la chaîne de contrôle de la puissance du réseau optique vertical.

Nous utilisons le séquenceur uniquement pour déclencher la série de pulses de réseau optique. Ce signal est utilisé pour déclencher la génération d’une série de signaux TTL par un générateur de fonction SRS, dont la période est \(T\). La précision avec laquelle nous pouvons ajuster cette période est donnée par la fréquence d’échantillonnage du générateur de fonction, soit 20 MHz (50 ns de pas de temps pour \(T\)). Comme la valeur de \(T\) est l’observable de notre mesure, nous avons ici intérêt à utiliser un générateur de fonction de bonne qualité. Ces signaux sont envoyés vers un second générateur de fonction arbitraire identique. Chacun de ces signaux déclenche la génération d’un signal de tension de forme arbitraire en sortie du second générateur (avec une résolution temporelle sur la durée du pulse et son enveloppe de 20 ns). Cette étape permet de donner à nos pulses une

---

1. Nous avions initialement utilisé un laser séparé injecté par notre laser sonde pour créer le réseau optique, mais il s’est avéré que ce système ne permettait pas d’obtenir une forte puissance, et nous l’avons abandonné au profit de la configuration présentée ici.
2. Merci à Antoine Browaeys et son équipe pour le prêt de ce pilote.
3.1. Système expérimental

Figure 3.2: Chaîne de contrôle de l’amplitude du réseau optique. Le séquenceur donne le signal initial qui déclenche la séquence expérimentale. Le premier générateur de fonction SRS génère une série de signaux TTL, qui servent à déclencher les pulses du réseau optique. Le second générateur de fonction SRS génère une tension de forme arbitraire pour chaque signal de déclenchement qu’il reçoit. Ces signaux sont envoyés sur l’entrée amplitude du pilote RF qui module la puissance de sortie de la RF proportionnellement au signal qu’il reçoit. Ce système permet de générer une série de pulses RF de forme arbitraire.
enveloppe temporelle arbitraire.

Nous ne pouvons pas réaliser les pulses avec un seul générateur SRS, à cause du nombre limité de points définissant une fonction arbitraire. Notre système de contrôle permet une souplesse maximale et une résolution temporelle optimale compte tenu du matériel à notre disposition. Compte tenu de la fréquence d’échantillonnage du générateur de fonctions, la période $T$ peut être modifiée par incrément de 50 ns.

3.1.2 Agencement autour du condensat

Notre expérience a lieu dans l’enceinte à vide que nous avons décrite dans le premier chapitre pour la création du condensat de Bose-Einstein. Les faisceaux MOT verticaux ont une taille égale à celle des hublots. Pour laisser passer le réseau optique à la verticale, nous avons incliné l’enceinte à vide dans son ensemble de 4 degrés. De cette façon, le réseau optique est vertical et les faisceaux MOT restent à leur taille initiale (voir figure 3.3).

Le faisceau réseau optique émerge d’une fibre optique avec un waist de 2.7 mm, et est guidé pour
3.2 Diffraction d’atomes froids sur un réseau optique

Pour réaliser une situation de trampoline, nous faisons rebondir des atomes sur un réseau optique. La physique des atomes froids dans des réseaux optiques est un domaine en fort développement, et il existe sur le sujet une littérature particulièrement abondante (voir [Hecker Denschlag 02, Morsch 06, Bloch 08] pour des revues sur le sujet). Nous allons ici nous restreindre à l’utilisation d’un réseau optique dans le cadre de l’interférométrie atomique et de l’optique atomique [Cronin 07].

Spécifiquement, un réseau optique peut être utilisé comme élément d’optique atomique, soit en tant que miroir à atomes [Martin 88], soit en tant que séparatrice cohérente [Giltner 95, Rasel 95, Kozuma 99]. Ce sont ces deux aspects que nous utilisons dans les expériences de trampoline à atomes froids. La théorie de tels éléments d’optique atomique est présentée en détails dans [Müller 08a].

L’interaction des atomes avec le réseau optique peut être envisagée de deux points de vue. Le premier point de vue est celui hérité de la physique des solides, et basé sur le théorème de Bloch. Cette approche permet de calculer la structure de bandes et les niveaux d’énergie du système. En ce sens, ce point de vue peut être qualifié de statique. Le second point de vue, que nous allons adopter dans la suite, consiste à considérer des atomes libres, dont les états sont couplés entre eux par le potentiel du réseau. Ce point de vue est celui de l’optique quantique. Dans ce cadre, on peut traduire les couplages entre états d’impulsion en terme d’échanges de photons entre les atomes et les faisceaux laser créant le réseau optique.

Le problème de l’interaction d’un atome avec un réseau optique contient essentiellement deux échelles d’énergie :
- L’énergie de recul qui est l’énergie cinétique d’un atome initialement au repos après absorption ou émission d’un photon. Cette énergie s’écrit

\[ E_r = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} \]  

(3.1)

- La profondeur du réseau \( V_0 \), proportionnelle à l’intensité lumineuse de l’onde stationnaire. C’est cette quantité qui gouverne l’ouverture de la bande interdite du réseau optique.

On parle de régime de diffraction de Bragg lorsque \( V_0 < E_r \), car dans ce cas la diffraction doit respecter la condition de Bragg (conservation de l’énergie cinétique des atomes).

En présence de la gravité \( g \) (ou plus généralement d’une force uniforme dans la direction du réseau), une nouvelle échelle d’énergie apparaît. Cette échelle s’écrit

\[ E_B = \frac{mg}{2k}. \]  

(3.2)

Cette énergie correspond à l’écart entre les niveaux de Wannier-Stark [Wannier 62]. En termes de dynamique, cette échelle correspond à la fréquence des oscillations de Bloch dans le réseau dirigé.
Chapitre 3. Trampoline à atomes : gravimètre et interféromètre à atomes froids

verticalement [Ben Dahan 96]. Lorsque $E_B \ll V_0$, on peut négliger la gravité pour le traitement des interactions atomes-réseau. Ce sera toujours le cas dans nos expériences, pour lesquelles on a toujours au moins un ordre de grandeur entre ces deux quantités.

3.2.1 Réflexion de Bragg : un miroir à atomes

Nous allons décrire en détails la réflexion de Bragg d’atomes sur un réseau, en adoptant un point de vue de type "optique quantique". Nous allons en particulier présenter comment il est possible d’utiliser cette réflexion de Bragg pour faire rebondir les atomes dans le trampoline.

**Principe**

Le processus de réflexion de Bragg appartient à la famille des processus Raman à deux photons [reuse 06]. Le réseau optique est formé de photons de vecteurs d’onde $k$ et $-k$ dans la direction verticale, et dont la fréquence est désaccordée par rapport à une transition atomique. Le processus Raman d’absorption d’un photon de vecteur d’onde $-k$ et émission stimulée d’un photon de vecteur d’onde $k$ couple de manière resonante les états atomiques $|5S, k\rangle$ et $|5S, -k\rangle$. La figure 3.4 illustre ce point.

Lorsque le désaccord $\Delta$ est grand devant les autres échelles d’énergie, on peut éliminer adiabatiquement l’état excité [Müller 08a]. La fréquence de Rabi que l’on obtient pour le processus à deux photons est égale à $\Omega_2/\sqrt{2}$, où $\Omega_1$ est la fréquence de Rabi à un photon sur la transition $|5S\rangle \rightarrow |5P\rangle$. Remarquons que l’expression de la fréquence de Rabi de deux photons est identique à celle de la profondeur du réseau, si l’on considère que celui-ci est produit par la force dipolaire induite par l’onde stationnaire. La force dipolaire a pour origine l’absorption et l’émission stimulée de photons non résonnants [Dalibard 85], il s’agit en fait exactement du même processus physique.

**Oscillations de Rabi : observation expérimentale**

Considérons maintenant un atome ayant une impulsion $p = -\hbar k$, se propageant dans le réseau optique. En vertu des considérations précédentes, la dynamique de l’atome est analogue au problème de Rabi en optique quantique ([Eberly 75, Reuse 06]), et l’on s’attend à observer des oscillations entre les états d’impulsion $|k\rangle$ et $|-k\rangle$.

Expérimentalement, nous avons observé ces oscillations de Rabi. La séquence expérimentale est la suivante : les atomes sont relâchés à l’instant $t = 0$, et accélèrent en raison de la gravité. Lorsqu’ils atteignent approximativement la vitesse de recul $v_r = \frac{\hbar k}{m}$, le réseau optique est allumé à faible puissance optique (environ 7 mW). Le réseau est maintenu à puissance constante pendant une durée variable, puis on observe la distribution en vitesse du nuage par la méthode des temps de vol. La figure 3.5 présente l’observation de ces oscillations de Rabi sur notre expérience.

Le fait que l’on puisse observer des oscillations de Rabi entre états d’impulsion différentes prouve que le processus transfert entre ces états est cohérent [Kozuma 99].

En réalisant un pulse $\pi$, c’est-à-dire une demi oscillation de Rabi, on peut réaliser un miroir pour atomes froids : les atomes incidents avec une impulsion $-\hbar k$ repartent après une demi période avec une impulsion $+\hbar k$. C’est cet effet qui nous permet de réaliser la situation de trampoline pour atomes [Hughes 09].

**Sélectivité en vitesse**

Lorsque l’atome incident n’a pas exactement l’impulsion $\hbar k$, la réflexion de Bragg est moins efficace. En effet, on sait que les oscillations de Rabi ne permettent de transmettre la totalité de la population que lorsque le couplage est parfaitement résonnant [Eberly 75]. La largeur en énergie du processus est donnée par la limite de Fourier liée à la durée du pulse. Autrement dit, la largeur en
3.2. Diffraction d’atomes froids sur un réseau optique

Figure 3.4: Schéma du processus de réflexion de Bragg par une onde optique stationnaire. En ordonnée, l’énergie totale d’un atome de Rubidium libre. En abscisse l’impulsion de l’atome dans la direction de propagation du laser. Le laser est désaccordé de $\Delta$ par rapport à la résonance atomique $5S \rightarrow 5P$. Le processus à deux photons absorption-émission stimulée couple de manière résonnante les états d’impulsion $-\hbar k$ et $\hbar k$. 

Figure 3.5: Oscillations de Rabi entre les états d’impulsion $|-\hbar k\rangle$ et $|+\hbar k\rangle$. Les images sont prises après un temps de vol de 20 ms. La première image est prise après un temps d’interaction avec le réseau optique de 10 $\mu$s, et les images suivantes sont décalées de 5 $\mu$s les unes par rapport aux autres. Ces images permettent de calculer la période de Rabi du processus, qui est ici de 86 $\mu$s.
Chapitre 3. Trampoline à atomes : gravimètre et interféromètre à atomes froids

Énergie est donnée par la fréquence de Rabi elle-même. On peut évaluer cette largeur en utilisant la relation de Heisenberg \( \delta E \delta t \sim \hbar \). Si on choisit \( \delta t = \pi/\Omega \), et \( \delta E = \hbar k \delta v \), avec \( \delta v \) la sélectivité en vitesse, on obtient :

\[
\delta v \sim \frac{1}{k \delta t}
\]  

(3.3)

soit pour les chiffres de la figure 3.5 \( \delta v = 3 \text{ cm s}^{-1} \).

Cette sélectivité en vitesse fait de la réflexion de Bragg un outil intéressant pour sonder les composantes de vitesse d’un nuage : en effet, en augmentant la durée des pulses, on peut diminuer grandement \( \delta v \). Notamment, on peut rendre \( \delta v \) plus petit que la dispersion en vitesse d’un condensat, ce qui permet de réaliser une "spectroscopie de Bragg", mesurant les excitations d’un condensat à une vitesse donnée et une impulsion donnée [Kozuma 99, Stenger 99, Steinhauer 03, Richard 03, Veeravalli 08].

3.2.2 Au-delà du régime de réflexion de Bragg

Lorsque les pulses d’onde stationnaire sont très courts, d’autres processus que le processus Raman à deux photons décrit plus haut doivent être pris en compte, à savoir des processus Raman non résonnants, et des processus à plus de 2 photons. Qualitativement, la relation de Heisenberg autorise les transitions non résonnantes entre états d’impulsion. Pour un atome incident avec une impulsion \( \hbar k \), outre la transition vers \( -\hbar k \), on peut également avoir des transitions vers \( 3\hbar k \) et \( -3\hbar k \), pour peu que le pulse soit suffisamment court.

La probabilité de transition non résonnante peut être évaluée par la relation \( \delta E \delta t \sim \hbar \). La différence d’énergie entre les états d’impulsion \( | \pm \hbar k \rangle \) et \( | \pm 3\hbar k \rangle \) vaut \( 8E_r \). On s’attend donc à une contribution de ces transitions lorsque la durée du pulse est de l’ordre de \( \frac{\hbar}{8E_r} = 33 \mu s \). Les transitions vers des états ayant une plus grande différence d’énergie sont encore plus faibles.

On peut calculer la probabilité de transition non résonnante en utilisant par exemple la méthode des fonctions de Mathieu [Abramowitz 65] exposée dans [Müller 08a]. Les fonctions de Mathieu sont les fonctions propres exactes de l’équation de Schrödinger dans un potentiel en cosinus. Le résultat d’un tel calcul est présenté en figure 3.6.

On observe que pour une fréquence de Rabi de l’ordre de \( 8E_r \), soit ici une période de Rabi de \( 70 \mu s \), on peut obtenir une probabilité de transition résonnante de l’ordre de \( 93 \% \). Dans ce cas, la probabilité de transition non résonnante est de \( 3 \% \) environ. La situation de diffraction du nuage est alors telle que schématisée en figure 3.7. Ces résultats sont obtenus pour des pulses d’enveloppe carrée. La forme de l’enveloppe modifie significativement la probabilité de transition non résonnante, comme étudié en détails dans [Müller 08a, Müller 08b].

3.3 Trampoline "classique" pour atomes froids

Nous allons ici présenter la réalisation expérimentale du trampoline pour atomes froids. Pour ce faire, nous allons utiliser des pulses d’onde stationnaire pour réaliser des réflexions de Bragg. Pour une période des pulses judicieusement choisie, les atomes sont suspendus contre la gravité. La mesure de cette période permet de mesurer l’accélération de la gravité.

3.3.1 Idée générale

Lorsqu’un système en chute libre rebondit périodiquement à une altitude donnée, il réalise une situation de trampoline. Pour réaliser un tel trampoline avec des atomes, on procède de la manière suivante :

3. La situation est similaire à la diffraction par un réseau épais ou mince en optique.
3.3. Trampoline "classique" pour atomes froids

Figure 3.6: Probabilité de transition d’un état d’impulsion $-\hbar k$ en fonction de la durée du pulse (mesurée en unité de la période de Rabi), pour une période de Rabi de 70 µs. A : probabilité de transition résonnante vers l’état d’impulsion $\hbar k$. B : probabilité de transition non résonnante vers les états $-3\hbar k$ et $3\hbar k$.

Figure 3.7: Diffraction d’un nuage d’atomes dont la vitesse est $-v_r$ par un réseau optique. L’ordre de diffraction principal est $+v_r$. Pour un pulse de 33 µs, on a également des ordres de diffraction supérieurs vers $-3v_r$ et $+3v_r$, avec une probabilité de 3 %. La probabilité de transmission est de 1 %.
1. Les atomes, initialement maintenus dans notre piège optique, sont relâchés et tombent sous l'action de la gravité.

2. Au bout d'un certain temps, une onde lumineuse stationnaire est allumée dans la direction verticale. Cette onde lumineuse produit, pour un choix particulier de la durée et de la puissance du laser, une réflexion de Bragg (comme décrit dans la section précédente). Cette réflexion de Bragg se traduit par le transfert de deux quanta d'impulsion du laser vers le nuage.

3. Le laser est éteint et les atomes sont réfléchis vers le haut. Ils retombent ensuite à cause de la gravité et le processus est réitéré.

Soit \( m \) la masse des atomes, \( k \) le vecteur d'onde du laser réalisant l'onde stationnaire, \( g \) l'accélération de la gravité. Notons \( T \) la période avec laquelle nous choisissons d'appliquer les pulses laser. Si à chaque pulse les atomes subissent une réflexion de Bragg, cela se traduit par un changement d'impulsion (moyenné sur une durée longue par rapport à \( T \)) vers le haut de \( \frac{2\hbar k}{m} \) par unité de temps. Il existe donc un choix de la période \( T = T_0 \) pour lequel le transfert d'impulsion entre le laser et les atomes compense exactement l'accélération de la gravité. On a

\[
T_0 = \frac{2\hbar k}{mg} = 1.2 \text{ ms}.
\] (3.4)

La mesure de la période \( T_0 \) fournit directement la valeur locale de la gravité\(^4\).

Lorsque \( T \neq T_0 \), les atomes subissent en moyenne une accélération résiduelle verticale. On peut détecter cette accélération directement en mesurant la position des atomes, ou bien comme sur notre expérience, utiliser l'efficacité du processus de réflexion de Bragg lui-même en tant que sonde de la vitesse des atomes [Impens 06].

3.3.2 Résultats expérimentaux

Nous avons réalisé expérimentalement le trampoline pour atomes froids suivant le principe décrit ci-dessus. Pendant la réalisation de ces expériences, des résultats similaires ont été publiés par [Hughes 09]. Les atomes sont relâchés et soumis après un temps de chute libre à une série périodique de pulses réalisant une réflexion de Bragg.

La séquence expérimentale est la suivante. Nous préparons un condensat, le plus décomprimé possible (voir chapitre 2), par la méthode exposée au chapitre précédent. À l'instant \( t = 0 \), le nuage est relâché et tombe en chute libre. Au bout de 600 \( \mu \text{s} \) de chute, le nuage a atteint la vitesse de recul. A cet instant, nous commençons la série de pulses destinée à réaliser le trampoline. Nous choisissons une enveloppe pour ces pulses la plus lisse possible (une arche de sinus), dans le but de maximiser la réflexion de Bragg [Müller 08a]. La durée des pulses est de 180 \( \mu \text{s} \) (correspondant à la période du sinus dont on utilise une arche) permettant également de limiter la diffraction dans les ordres supérieurs. Après une série de pulses, nous prenons une image par absorption du nuage. La figure 3.8 présente des images typiques obtenues après une telle expérience. Ici le nombre de rebonds est égal à 20. Sur ces images, on peut voir les atomes chutant après chacun des pulses. En bas de l'image, on observe les atomes ayant chuté dès le premier pulse, puis les atomes ayant chuté après le second pulse etc. Le cadre montre la région dans laquelle sont situés les atomes à l'instant \( t = 0 \). Les atomes que l'on détecte dans cette zone après la série de pulses ont donc été suspendus dans le trampoline. On observe sur ces images que le nombre d'atomes suspendu est proche de zéro lorsque la période des pulses est différente de \( T_0 \) (en a sur la figure 3.8) alors que pour une période de l'ordre de \( T_0 \), nous parvenons à conserver une fraction des atomes (en b sur la figure 3.8).

\(^4\) Notons que \( T_0 \) est exactement la période des oscillations de Bloch si le réseau était allumé en permanence. En fait, \( T_0 \) est la seule échelle de temps que l'on peut construire à l'aide de \( g, k, \hbar \) et \( m \).
3.3. Trampoline "classique" pour atomes froids

Figure 3.8: Images en absorption du nuage d'atomes après une série de 20 pulses, d'une durée de 180 µs, pour deux valeurs différentes de la période. a : période de 1.184 ms. b : période de 1.196 ms. Le cadre entoure la région contenant le nuage à t = 0. On observe que pour une période proche de $T_0$, des atomes sont conservés dans cette zone. Le léger décalage vertical pour les premiers paquets d'atomes perdus est due à la différence de période. L'extension verticale de l'image est de 4 mm.

Sur ces images, on peut compter le nombre d'atomes total par intégration dans la direction verticale, ainsi que le nombre d'atomes suspendus, et donc nous mesurons directement la fraction d'atomes suspendus. La figure 3.9 présente la fraction d'atomes conservés à altitude constante au cours de l'expérience, mesuré en fonction de la période des pulses de réseau optique. Les images sont moyennées sur 3 coups.

La courbe continue sur la figure 3.9 est un ajustement par une gaussienne, qui reproduit les données. Cet ajustement nous donne l'écart quadratique moyen $\sigma = 10.2(2)$ µs, ainsi que la position du maximum, correspondant à la condition $T = T_0 = 1.199(1)$ ms. Les barres d'erreur sont ici des intervalles de confiance à 95 % sur les valeurs des coefficients de l'ajustement.

Grâce à cette mesure, nous pouvons déterminer la valeur locale de la gravité : $g = 9.806$. Pour avoir une idée de la précision de cette mesure, nous pouvons évaluer le rapport signal/bruit $S$ sur la figure 3.9 à environ 10. Une mesure de l'incertitude sur cette mesure est alors donnée par $\sigma/S$ soit 1 ms sur la détermination de $T_0$. Nous concluons donc $g = 9.806(5)$. Notons que la valeur de l'accélération de la gravité à Palaiseau est $9.810$ ms$^{-2}$ d'après WGS84$^5$.

3.3.3 Discussion

Nous allons maintenant présenter rapidement les performances attendues de ce type de gravimètre. Pour ce faire, nous allons calculer la réflectivité totale du trampoline à atomes froids en fonction de la période des pulses. En particulier, nous nous intéressons à la dépendance de cette réflectivité en fonction du nombre de pulses, lorsque celui-ci devient grand.

Réflectivité du trampoline

Nous supposons que la réflectivité d'un pulse unique est donnée par une gaussienne, soit

$$R = R_0 e^{-\Delta t^2 / 2\sigma^2},$$

(3.5)

Chapitre 3. Trampoline à atomes : gravimètre et interféromètre à atomes froids

Figure 3.9: Fraction d’atomes en suspension dans un trampoline classique de 25 pulses. La durée des pulses est de 180 µs. Les points sont les données expérimentales et la courbe continue est un ajustement de ces données avec une gaussienne. La valeur de g obtenue est 9.806(5).

où

$$\Delta k = \frac{mgT}{h} - k_{laser} = \frac{mg}{h}(T - T_0)$$  \hspace{1cm} (3.6)

est l’impulsion résiduelle accumulée par un atome entre deux pulses. $\sigma$ est la largeur en impulsion de la réflectivité. Le calcul exact avec une réflectivité en sinus cardinal est présenté dans [Impens 06], nous supposons que l’approximation gaussienne est valable dans notre cas. Après $N$ pulses la réflectivité totale du trampoline est donc

$$R_{tot}(N, T) = \prod_{n=0}^{N} R_0 e^{-\frac{\Delta k^2}{2\sigma^2}}$$  \hspace{1cm} (3.7)

$$= R_0^N e^{-\frac{\Delta k^2}{2\sigma^2} N(N+1)(2N+1)}$$  \hspace{1cm} (3.8)

Nous pouvons réécrire la réflectivité totale en fonction d’une largeur effective

$$R_{tot}(N, T) = R_0^N e^{-\frac{\Delta k^2}{2\sigma_{eff}(N)^2}}$$  \hspace{1cm} (3.9)

e et cette largeur effective est donnée par

$$\sigma_{eff}(N) = \frac{\sigma}{\sqrt{N(N+1)(2N+1)}}.$$  \hspace{1cm} (3.10)

Nous sommes conduit à la conclusion importante que la largeur de la réflectivité en impulsion diminue comme $N^{3/2}$ lorsque le nombre de pulses augmente [Impens 06].

Nous pouvons confronter ce résultat à notre observation expérimentale. La largeur effective d’une arche de sinus de période $\tau$ est $\sigma_{\tau} = \frac{\tau}{4}$, soit $\sigma_{\tau} = 45 \, \mu s$ pour $\tau = 180 \, \mu s$. En utilisant la relation 3.3 en ordre de grandeur nous obtenons pour un pulse unique une largeur $\sigma = 1417 \, \mu s$, soit après 25 pulses $\sigma_{eff} = 8.1 \, \mu s$, ce qui correspond à notre mesure à 20 % près.

Compte tenu de la dispersion en vitesse de notre condensat (soit environ 0.1 $v_{\text{rec}}$), nous pouvons également calculer la fraction du nuage maintenu au maximum dans notre trampoline après 20 pulses, soit 0.13, ce qui est compatible avec notre mesure expérimentale.
3.3. Trampoline "classique" pour atomes froids

Sensibilité au bruit

Reprenons maintenant le raisonnement précédent, mais en ajoutant un bruit sur la vitesse \( \delta k(t) \). Cela correspond par exemple à une vibration du réseau optique par rapport aux atomes, due à la vibration du miroir de rétro-réflexion. La réflectivité totale du trampoline devient alors

\[
R_{\text{tot}}(N, T) = \prod_{n=0}^{N} R_0 e^{-\frac{(n\Delta k+\delta k(nT))^2}{2\sigma^2}}
\]

(3.11)

\[
= \prod_{n=0}^{N} e^{-\frac{n\Delta k}{\sigma^2}} \prod_{n=0}^{N} e^{-\frac{\delta k(nT)^2}{2\sigma^2}}
\]

(3.12)

où \( R_{\text{tot}}^{(0)} \) est la réflectivité en l’absence de bruit. À l’ordre 1, nous pouvons négliger le second produit dans l’expression 3.12. On obtient alors

\[
R_{\text{tot}}(N, T) \simeq R_{\text{tot}}^{(0)}(N, T) e^{-\frac{\Delta k}{\sigma^2} \sum_{n=0}^{N} n\delta k(nT)}
\]

(3.13)

Introduisons maintenant la transformée de Fourier du bruit \( \tilde{\delta k}(\omega) \), soit

\[
\delta k(t) = \int \frac{d\omega}{2\pi} e^{-i\omega t} \tilde{\delta k}(\omega).
\]

(3.14)

On a alors :

\[
\sum_{n=0}^{N} n \delta k(t) = \int \frac{d\omega}{2\pi} \tilde{\delta k}(\omega) \sum_{n=0}^{N} n e^{-in\omega T}
\]

(3.15)

\[
= \int \frac{d\omega}{2\pi} \tilde{\delta k}(\omega) G_N(\omega T)
\]

(3.16)

cette relation définit la fonction \( G_N \). La figure 3.10 montre un tracé de la fonction \( |G_N(n)|^2 \) pour différentes valeurs de \( N \). Nous pouvons maintenant réécrire la relation 3.13 à l’ordre 1 en introduisant les notations ci-dessus. On obtient :

\[
R_{\text{tot}}(N, T) \simeq R_{\text{tot}}^{(0)}(N, T) \left( 1 - \frac{\Delta k}{\sigma^2} \int \frac{d\omega}{2\pi} \tilde{\delta k}(\omega) G_N(\omega T) \right)
\]

(3.17)

Cette relation relie la réflectivité observée à la réflectivité réelle et au bruit auquel est soumis le système. Nous pouvons maintenant calculer le rapport signal/bruit attendu sur la mesure de la réflectivité. Pour cela, calculons les fluctuations moyennes de la réflectivité :

\[
\Delta R^2 = \langle R^2 \rangle - \langle R \rangle^2
\]

(3.18)

En combinant cette expression avec l’équation 3.17, on obtient l’expression suivante :

\[
\Delta R(N, T)^2 = R_{\text{tot}}^{(0)}(N, T)^2 \frac{\Delta k_1^2}{\sigma^4} \int \frac{d\omega_1 d\omega_2}{(2\pi)^2} (\tilde{\delta k}(\omega_1) \tilde{\delta k}(\omega_2)) G_N(\omega_1 T) G_N^*(\omega_2 T)
\]

(3.19)

Nous pouvons maintenant supposer que nous avons affaire à un bruit \( \delta \)-corrélé, soit

\[
(\tilde{\delta k}(\omega_1) \tilde{\delta k}(\omega_2)) = A(\omega) \delta(\omega_1 - \omega_2)
\]

(3.20)

et \( A \) est la densité spectrale de puissance du bruit. Alors l’expression des fluctuations de réflectivité s’écrit :
Figure 3.10: Tracé de la fonction de transfert du bruit en vitesse sur la réflectivité normalisée, soit : $|G_N(u)|^2$. Du plus clair au plus foncé : $N = 5, 25$ et $100$. On observe que cette fonction présente des résonances piquées pour des valeurs de la fréquence égale à des multiples de la fréquence des pulses laser.

\[
\frac{\Delta R}{R^{(0)}_\text{tot}}(N, T)^2 = \frac{\Delta k^2}{\sigma^4} \int \frac{d\omega}{2\pi} A(\omega)|G_N(\omega T)|^2
\]  

(3.21)

La fonction $G$ s'interprète donc comme la fonction de transfert du bruit à fréquence donnée sur la réflectivité. On observe sur le tracé figure 3.10 que, excepté pour des bruits à la fréquence des pulses laser, le bruit est amorti quand le nombre de pulses augmente. En revanche, le trampoline amplifie les bruits à résonance avec la fréquence des impulsions, ce qui est tout-à-fait naturel (exactement comme une balançoire excitée par un mouvement synchrone).

Nous avons ici considéré un bruit en vitesse sur la position du réseau, car c'est la manière naturelle d'envisager le problème compte tenu de la sélectivité en vitesse des impulsions. Nous pouvons également considérer un bruit de phase $\delta \phi$ provenant des vibrations du miroir de rétro-réflexion du réseau. La fonction de transfert correspondante est alors proportionnelle à $G_N(\omega T)$. On a alors naturellement un amortissement linéaire vers les hautes fréquences.

Dans la perspective d'une comparaison entre notre système et les autres gravimètres à atomes froids, notons que notre système n'est pas sensible au bruit de phase. En effet, le signal mesuré étant en intensité plutôt qu'en phase (comme dans un interféromètre atomique de type Chu [Peters 01]), le bruit de phase n'est pas transmis sur le signal de mesure.

3.3.4 Conclusion

Nous avons décrit ici un trampoline classique pour atomes froids. Ce trampoline nous a permis de réaliser la suspension d'un condensat de Bose-Einstein pendant une durée de 30 ms. Cette technique permet de mesurer l'accélération de la gravité. En tant que gravimètre, ce système semble prometteur car il fournit une alternative aux systèmes de type interféromètre Mach-Zender ([Snadden 98, Peters 01, Cannel 06]), ou aux gravimètres utilisant les oscillations de Bloch [Roati 04, Cladé 05, Carusotto 05, Ferrari 06]. Le tableau 3.3.4 présente une brève comparaison de notre gravimètre avec ces deux autres types de mesures :

Nous avons restreint notre étude à une preuve de principe, pour deux raisons : (i) il s'avère plus intéressant d'utiliser le trampoline dans le régime quantique tel que présenté dans la suite de ce chapitre, (ii) pendant la réalisation de nos expériences, l'équipe de Cass Sackett à Charlottesville a publié des résultats très aboutis sur le trampoline classique [Hughes 09].
3.4 Trampoline quantique pour atomes froids

Dans la section précédente, nous avons décrit un trampoline classique. Si l’on met à part le processus de réflexion de Bragg, la suspension des atomes est réalisée par un effet classique. En utilisant des processus d’interaction d’ordre supérieurs entre les atomes et l’onde stationnaire, il est possible de faire fonctionner le trampoline dans un régime différent, dans lequel les atomes sont suspendus non pas par l’effet classique de compensation de la gravité, mais par des interférences quantiques entre différentes trajectoires séparées.

Spécifiquement, nous reprenons la séquence expérimentale du trampoline classique décrite plus haut, mais en utilisant cette fois-ci des pulses d’une durée de 33 μs d’enveloppe carrée plutôt que des arches de sinus. Ce faisant, chaque pulse de trampoline non seulement réfléchit une majorité (i.e. avec une probabilité 0.93, soit une amplitude de transition de \(\sqrt{0.93}\)) des atomes de manière élastique, mais aussi provoque l’apparition de trajectoires supplémentaires, correspondant à des atomes émergeant du pulse avec une vitesse de \(3v_r\) et \(-3v_r\) avec une probabilité \(|\epsilon|^2 0.03\) (soit donc une amplitude de probabilité \(\epsilon\) telle que \(|\epsilon| = \sqrt{0.03}\)). Les atomes sont transmis par le pulse avec une probabilité de 0.01. Cette situation correspond à la figure 3.7.

Les trajectoires des atomes dans ce trampoline sont représentées en figure 3.11. Les trajectoires différentes liées à des transitions non résonnantes se recombinent à partir du troisième pulse, ce qui donne lieu à des interférences, qui vont jouer un rôle important.

3.4.1 Séquence expérimentale et observation des atomes

Comme dans le cas du trampoline classique décrit plus haut, nous démarrons l’expérience avec un condensat tel que décrit dans le chapitre précédent, relâché du piège dipolaire à l’instant \(t = 0\). Après 600 μs, les atomes ont accéléré jusqu’à atteindre la vitesse de recul \(-v_r\). Nous appliquons ensuite une série de pulses avec une période \(T\) proche de la période de suspension du trampoline classique \(T_0\). Après \(N\) pulses, nous attendons un temps de vol de 2 ms, et prenons une image par absorption des atomes. Sur ces images (figure 3.12) nous observons des paquets d’atomes distincts.
Chapitre 3. Trampoline à atomes : gravimètre et interféromètre à atomes froids

Figure 3.11: Trajectoires dans le trampoline quantique. Les atomes périodiquement diffractés par les pulses de Bragg imparfaits explorent différentes trajectoires qui se recombinent après un certain temps. Les flèches symbolisent les canaux de pertes, c’est-à-dire les atomes accélérés vers le bas par les pulses.

Figure 3.12: Atomes suspendus après un trampoline de 15 pulses. a, b : images par absorption correspondant à des interférences destructives (a) et constructives (b) sur la trajectoire suspendue. Les périodes de pulses sont respectivement 1.206 ms et 1.198 ms. Les images s’étendent sur 3 mm verticalement. Les atomes suspendus sont entourés en haut des images. Les points situés en-dessous sont les pertes, qui sont réduites par interférences en b par rapport à a. Les deux paquets les plus bas correspondent aux pertes en A et B sur la figure 3.11 où aucune interférence n’a lieu.
3.4. Trampoline quantique pour atomes froids

Les atomes observés dans le cercle sur les figures ont été suspendus par le trampoline, alors que les paquets situés en bas correspondent à des atomes perdus après les pulses successifs. En effet, ces atomes ont acquis une vitesse $-3v_r$ après l’un des pulses et tombent parce qu’ils ne sont plus affectés par les pulses ultérieurs (la probabilité pour ces atomes, ayant une vitesse $-5v_r$ lors du pulse suivant, d’effectuer une transition non résonnante est très faible comparée à $|\epsilon|$). Par exemple, les deux paquets les plus bas sur la figure correspondent à des atomes perdus aux points A et B de la figure 3.11.

La différence entre les figures 3.12 a et b montre qu’un petit changement dans la période des pulses $T$ entraîne un changement important dans le nombre d’atomes suspendus. Ceci contraste fortement avec la situation rencontrée dans le trampoline classique. Ce comportement provient des interférences quantiques entre les chemins présentés en figure 3.11. Pour un choix particulier de la période, les interférences sont constructives dans la trajectoire suspendue et destructive dans les voies de pertes. Cette suppression des voies de pertes par interférence est analogue au cas de la réflexion par un miroir diélectrique en optique.

3.4.2 Classification des trajectoires : ondes multiples

Notre trampoline quantique est un interféromètre à ondes multiples. Conformément à la prescription générale de la mécanique quantique [Feynman 65], l’amplitude de probabilité de trouver un atome en suspension est égale à la somme cohérente de toutes les amplitudes des trajectoires conduisant du point de départ au point de sortie.

Principe de classification des trajectoires

Pour comprendre quantitativement ce processus, nous nous intéressons aux trajectoires de la figure 3.11 qui relient le point A au point final O. En effet, pour des nombres de pulses moyens, nous pouvons considérer que l’effet d’interférence principal a lieu avec la trajectoire résonnante (en gras sur la figure 3.11). Nous classons ces trajectoires possibles de la figure 3.11 en fonction du nombre de transitions non résonnantes qu’elles contiennent. Intuitivement, cela revient à classer ces trajectoires en puissance de $|\epsilon|^2$. Dans ce cadre, la trajectoire principale, que nous appellerons trajectoire d’ordre 0, est celle qui ne contient aucune transition non résonnante, c’est-à-dire sur la figure 3.11 la trajectoire ABCD...O. Son amplitude de probabilité est proportionnelle à $0.93^N$.

Les chemins du premier ordre sont ceux qui sont déviés une fois par rapport à la trajectoire d’ordre 0 et qui se recombinent avec elle deux périodes plus tard. Cette situation correspond aux trajectoires de type AB1CD...O et ABC1D...O sur la figure 3.11. Ces trajectoires ont toutes la même phase et la même amplitude de probabilité. Cette amplitude est proportionnelle à $|\epsilon|^2 = 0.03$, ce qui est faible par rapport à l’amplitude de la trajectoire d’ordre zéro, mais le nombre de telles trajectoires augmente avec N. La contribution des trajectoires d’ordre 1 à l’amplitude totale varie donc comme $N|\epsilon|^2$.

Les chemins d’ordre supérieurs, contenant plus de deux transitions non résonnantes sont encore moins probables individuellement, mais leur nombre augmente plus rapidement avec le nombre de pulses N. Leur contribution à l’amplitude de probabilité finale peut donc elle aussi être importante.

Plus précisément, lorsque $N|\epsilon|^2$ devient de l’ordre de 1, les trajectoires fortement déviées deviennent dominantes. On s’attend donc à une situation d’interférences à ondes multiples. En effet, dans un interféromètre de type Fabry-Pérot, à chaque fois que l’onde fait un tour supplémentaire dans la cavité, une nouvelle onde se propage en sortie qui interfère avec toutes les précédentes.
Dénombrement de certaines trajectoires

Intéressons-nous d’abord aux trajectoires d’ordre 1. Pour un trampoline contenant \( N \) pulses, le nombre de trajectoires de type \( AB_1CD\ldots O \) sur la figure 3.11 est \( N - 2 \).

Il existe plusieurs familles de trajectoires d’ordre deux. La contribution la plus importante aux trajectoires d’ordre deux provient des trajectoires formées par la conjonction disjointe de deux trajectoires d’ordre un. C’est le cas par exemple sur la figure 3.11 pour le chemin \( AB_1CD \) suivi d’un autre chemin similaire. Un tel chemin contient quatre transitions non résonnantes à quatre photons. L’amplitude de probabilité de l’une ces trajectoires est proportionnelle à \( |\epsilon|^4 \), et la phase accumulée est deux fois la phase d’un chemin d’ordre un. Il y a \( \frac{(N-2)(N-5)}{2} \) telles trajectoires et leur contribution totale est donc \( 7 \frac{(N-2)(N-5)}{2} |\epsilon|^4 \).

La situation se complique encore pour les trajectoires d’ordre trois, pour lesquelles il existe un nombre considérable de familles de trajectoires. Là encore, on se convainc facilement que la contribution principale provient de trajectoires conjuguant de façon disjointe trois trajectoires d’ordre un. La phase accumulée est alors trois fois la phase des trajectoires d’ordre 1, et l’amplitude de probabilité est \( \frac{(N-2)(N-5)(N-10)}{6} |\epsilon|^6 \). Les autres familles de trajectoires contiennent des phases incommensurables avec la phase des trajectoires d’ordre un, et une amplitude plus faible en module.

La figure 3.13 représente les contributions relatives des différents ordres. À partir de 15 pulses environ, la contribution de l’ordre 1 devient majoritaire, on s’attend donc à avoir des franges sinusoïdales de fort contraste. À partir de 70 pulses environ, la contribution principale provient des trajectoires d’ordre 2.

La figure 3.13 représente les contributions relatives des différents ordres. À partir de 15 pulses environ, la contribution de l’ordre 1 devient majoritaire, on s’attend donc à avoir des franges sinusoïdales de fort contraste. À partir de 70 pulses environ, la contribution principale provient des trajectoires d’ordre 2.

6. Il existe une autre famille composée des trajectoires de type \( AB_2CD\ldots O \) sur la figure 3.11. Ces trajectoires contiennent deux transmissions d’amplitude \( \sqrt{0.01} \), et une transition à 6 photons au point \( B_2 \). L’amplitude de probabilité de ce type de transition peut être calculée comme exposé précédemment, et est égale à \( \sqrt{0.01} \). L’amplitude de probabilité associée à ces trajectoires est donc plus faible en module, et la phase accumulée est différente.

7. Notons que ces trajectoires sont différentes de celles du type \( AB_1CD\ldots \) qui contiennent deux déviations accolées l’une à l’autre. En effet, au point \( C \), cette trajectoire contient une transition à 6 photons. Nous devons donc compter ce type de trajectoires séparément, car la phase accumulée lors de la transition à six photons est différente.
3.4. Trampoline quantique pour atomes froids

sinusoidales de fort contraste. Lorsque le nombre de pulses augmente, les contributions des ordres supérieurs augmentent rapidement, et contribuent au signal final. On s’attend donc à observer une figure d’interférence à ondes de matière multiples [Weitz 96, Hinderthür 99, Aoki 01].

Les chemins minoritaires dans chaque famille ont une contribution plus faible, mais qui augmente également avec le nombre de pulses (voir la note 6). Leur phase accumulée est différente de celle des trajectoires principales et a priori incommensurables avec elles. La somme d’un grand nombre de termes ayant des amplitudes avec des phases différentes va produire un brouillage du signal observé. Cependant, on s’attend à pouvoir reconnaître les contributions principales dans la forme de l’interférogramme final. Ces termes supplémentaires vont s’ajouter au signal d’interférence, mais si l’on dispose d’une résolution suffisante on peut en principe séparer les composantes de Fourier et extraire l’interférogramme principal.

3.4.3 Franges d’interférence pour un faible nombre de pulses

La figure 3.14 présente les variations de la fraction d’atomes suspendue en fonction de la période des pulses, pour un trampoline de 10 pulses. Dans ce cas, conformément à ce qui a été dit précédemment la contribution principale à la figure d’interférence provient des trajectoires d’ordre 0 et 1 (en effet, $N|\psi|^2 = 0.3$). Nous observons des franges d’interférence avec un interfrange caractéristique de $\Delta T = 16.6(2) \mu s$.

Cette valeur correspond à la différence de phase calculée entre les chemins d’ordre 0 et 1. La figure 3.15 présente le détail de l’interféromètre concerné. Cet interféromètre est du type de [Kasevich 91, Riehle 91, Peters 01], et la différence de phase entre les deux trajectoires peut être
calculée [Bordé 89, Storey 94] pour donner l’interfrange :

$$\Delta T = \frac{\pi}{2kgT}.$$  \hfill (3.22)

Le contraste de cette figure d’interférence est de 0.55, en accord avec le résultat (0.55) du calcul des contributions relatives des trajectoires d’ordre zéro et un présenté précédemment.

On observe également une modulation additionnelle avec un interfrange double du précédent, soit $$\Delta T' = 33 \mu s$$. Cette modulation provient d’interférences entre des trajectoires allant de A à O₁ et O₂ sur la figure 3.11, telles que AB₁C₁D₁...O₁ et ABC₁D₁...O₁. L’interfrange correspondant peut également être calculé par la même méthode et est donné par

$$\Delta T' = \frac{\pi}{2k|v_r - gT|}.$$  \hfill (3.23)

Le résultat de ce calcul est en accord avec l’observation expérimentale. Les voies de sortie de cette famille d’interféromètres sont situées en O₁ et O₂, c’est-à-dire 14 μm au-dessus et en-dessous de la trajectoire d’ordre 0. Dans nos images par absorption, nous ne résolvons pas les différents ports de sortie. Le signal est donc la somme incohérente des deux types d’interférogrammes. La courbe continue sur la figure 3.14 est le résultat de notre modèle théorique (voir section 3.4.5) et est en accord avec les observations.

**Figure 3.15: Interféromètre élémentaire. A partir de la trajectoire d’ordre zéro (en gras), les atomes peuvent être diffractés à un point A quelconque avec une vitesse +3vᵣ. Une période plus tard, au point B₁, les atomes subissent une transition résonnante de +vᵣ à -vᵣ. Enfin, les trajectoires sont recombinées au point C avec la trajectoire d’ordre zéro.**

### 3.4.4 Franges d’interférence à ondes multiples

Conformément à ce qui a été expliqué ci-dessus, lorsque le nombre de pulses augmente de sorte que $$N|\epsilon|^2 \sim 1$$, la contribution des trajectoires d’ordre élevé devient non négligeable, et on entre dans un régime d’interférences à ondes multiples. La figure 3.16a présente une comparaison d’une frange pour les cas de 10 et 20 pulses consécutifs. Après 20 pulses, on observe une déviation claire par rapport à un profil de frange sinusoïdale, la largeur de la frange diminue, et le contraste augmente pour valoir approximativement 1.

Comme présenté dans l’insert de la figure 3.16, la demi-largeur à mi-hauteur des franges d’interférences diminue avec le nombre de pulses, passant de 4.1 μs pour 10 pulses, où $$N|\epsilon|^2 \sim 0.3$$, à 2.1 μs pour 30 pulses où $$N|\epsilon|^2 \sim 1$$. Les contributions relatives à l’amplitude de sortie en O des chemins d’ordre zéro, un et deux passent alors respectivement de 1,0.26 et 0.01 à 1, 0.9 et 0.32.

Nous pouvons déterminer la finesse de notre interféromètre en utilisant la définition expérimentale, soit la largeur à mi-hauteur des franges rapportée à l’interfrange. Nous obtenons une finesse de 4 pour un trampoline de 30 pulses. L’augmentation de la finesse avec le nombre des rebonds est la manifestation de l’augmentation des contributions des trajectoires fortement déviées avec le nombre de rebonds. C’est un effet typique des interféromètres à ondes multiples de type Fabry-Pérot [Perot 99, Weitz 96, Hinderthür 99, Aoki 01].
3.4. Trampoline quantique pour atomes froids

Figure 3.16: Frange d’interférence à ondes multiples dans un trampoline quantique. Les points représentent la fraction suspendue du nuage en fonction de la période des pulses, pour 10 (carrés) et 20 (triangles) pulses. Le contraste évolue de 0,6 environ à 1 et la largeur à mi-hauteur (matérialisée par une double flèche horizontale) est significativement réduite. La ligne continue représente le résultat du calcul numérique basé sur notre modèle théorique, avec $g = 9.809 \text{ m s}^{-2}$. L’insert représente la largeur mesurée des franges d’interférence en fonction du nombre de pulses. On observe une diminution nette de la largeur avec l’augmentation du nombre de pulses, caractéristique d’une interférence à ondes multiples.
3.4.5 Modèle théorique de l’interféromètre

Les lignes continues sur les figures 3.14 et 3.16 représentent le résultat d’un calcul numérique de l’interférogramme, basé sur un modèle théorique que nous allons maintenant présenter brièvement. L’annexe B présente une justification théorique des points évoqués ci-dessous.

Ce modèle fournit un moyen commode de calculer le propagateur complet du trampoline. Nous utilisons un formalisme de type "matrice de transfert" qui sépare l’évolution en deux parties : la propagation libre et les pulses de Bragg. Notre calcul se base sur la décomposition incohérente du nuage dans l’espace des phases sur une base de paquets d’onde gaussiens à la fois en position et en impulsion. Les largeurs en position $\sigma_x$ et en impulsion $\sigma_p$ sont limitées par le principe de Heisenberg, soit $\sigma_x\sigma_p = \hbar/2$ (ce sont donc des états cohérents [Reuse 06]). Nous choisissons ensuite la largeur $\sigma_x$ de ces paquets de sorte à simplifier à la fois le traitement de la propagation libre et des pulses de Bragg.

Pour la propagation libre en présence de la gravité, il existe une solution analytique exacte pour la propagation d’un paquet gaussien [Bordé 01, Bordé 02]. Nous utilisons une approximation de type quasi-classique (consistant à négliger l’élargissement du paquet) pour nous ramener à un calcul classique du propagateur, prenant en compte la phase accumulée au cours du déplacement dans l’espace des phases du centre des paquets d’onde. Pour le traitement des pulses de Bragg, nous résolvons numériquement l’équation de Schrödinger dans l’espace des impulsions, et nous négligeons la largeur en impulsion du paquet (qui est donc considéré comme une onde plane).

Nous pouvons donc propager indépendamment chacun des paquets de base dans l’interféromètre. Nous calculons enfin la décomposition incohérente de notre nuage initial sur la base des paquets d’onde, pour obtenir la figure d’interférence finale.


3.4.6 Position des franges et mesure de $g$

Dans notre interprétation des courbes, nous avons jusqu’ici validé notre interprétation des interférences par une mesure de l’interfrange. Une fois l’interféromètre responsable de ces franges identifié, nous pouvons utiliser l’interfrange mesuré pour obtenir une mesure de $g$. Sur la figure 3.14, l’équation 3.22 nous permet d’extraire $g = 9.8(1) \text{m s}^{-2}$. La barre d’erreur est une estimation de l’incertitude sur la mesure expérimentale.

Cependant, la mesure interférométrique fournit en fait une mesure absolue de la différence de phase accumulée lors de la propagation des atomes sur les différents chemins de l’interféromètre. La différence de phase totale pour un interféromètre élémentaire décrit en figure 3.15 s’écrit [Bordé 89, Storey 94, Bordé 01] :

$$\Delta\phi = -2kgT^2 + \delta\phi_0$$

(3.24)

où $\delta\phi_0$ est une phase additionnelle imprimée par les pulses de diffraction. En effet, dans l’interféromètre élémentaire de la figure 3.15, la trajectoire AB1C subit deux transitions non résonnantes, alors que la trajectoire ABC n’en subit aucune. De ce fait, les deux bras de l’interféromètre ne sont pas symétriques, et l’effet de la phase imprimée par les lasers ne s’annule pas complètement. On

8. Le modèle ainsi que le calcul numérique sera décrit plus en détails dans la thèse de Martin Robert de Saint Vincent (à venir).
peut comprendre cet effet par analogie avec des oscillations de Rabi non résonnantes [Eberly 75].
En effet, l’atome transféré par transfert non résonnant subit une petite fraction d’oscillation de
Rabi. La fréquence de ces oscillations est plus grande que la fréquence de Rabi à résonance, et une
phase additionnelle proportionnelle à la durée du pulse s’imprime sur l’état atomique.

\[ g = 9.809 \text{ m s}^{-1} \]

La figure 3.17 présente la mesure expérimentale de la variation de cette phase additionnelle en fonction de la durée du pulse laser, c’est-à-dire prises en ajustant la puissance du laser pour transmettre un maximum d’atomes dans l’ordre résonnant. Cette phase est qualitativement linéaire et croissante, ce qui valide notre analogie avec les oscillations de Rabi. Nous observons également que notre calcul des transmissions lors des pulses laser, utilisé dans notre modèle décrit ci-dessus, reproduit quantitativement les données expérimentales.

Notre modèle théorique reproduisant fidèlement le déphasage additionnel, nous pouvons l’utiliser pour calculer a priori la valeur du déphasage, et l’injecter dans la formule 3.24. Cela nous permet d’utiliser la mesure de la position des franges pour obtenir \( g = 9.809(4) \text{ m s}^{-1} \). L’incertitude est due principalement à notre rapport signal/bruit et à l’incertitude sur la mesure de la puissance du laser, qui entre comme paramètre dans notre modèle pour le calcul de la phase additionnelle.

3.4.7 Sensibilité du trampoline

De la même façon que pour le trampoline classique, nous cherchons à évaluer la réflectivité du trampoline quantique en fonction du nombre de pulses. Dans le trampoline quantique, la fraction réfléchie après N pulses résulte de l’interférence entre toutes les trajectoires générées après chacun des pulses. La simulation numérique permet de prendre en compte l’ensemble des trajectoires. En nous restreignant aux contributions principales, on peut cependant obtenir une expression analytique. Le modèle s’apparente alors à celui d’un interféromètre répété.

Interféromètre répété

On modélise la réflectivité par

\[ S_N(T) = \left( 1 - c \sin^2 \left( \frac{\Delta \phi(T)}{2} \right) \right)^{N/2}, \]

où \( c \) est le contraste d’un interféromètre élémentaire, soit \( c \sim |\epsilon|^2 \) et \( \Delta \phi \) est donnée par l’équation 3.24. Dans cette approximation, nous avons négligé les contributions contenant des transferts non résonants à plus de quatre photons. Cette approximation est vérifiée pour N assez grand.
Développons cette relation au voisinage de la condition d’interférence constructive :

\[
S_N(T) \simeq \left(1 - c \frac{\Delta \phi(T)^2}{4}\right)^{N/2} \quad (3.26)
\]

\[
\simeq \left(1 - c \frac{N \Delta \phi(T)^2}{8}\right) \quad (3.27)
\]

\[
\simeq 1 - c \sin^2 \left(\frac{\Delta \phi_{\text{eff}}(T)}{2}\right) \quad (3.28)
\]

où nous avons introduit un déphasage effectif pour N pulses

\[
\Delta \phi_{\text{eff}}(T) = \Delta \phi(T) \sqrt{\frac{N}{2}} \quad (3.29)
\]

Cette expression montre que la période des oscillations, ou bien la largeur des franges, diminue comme \(\sqrt{N}\).

Bien que nous ayons négligé un grand nombre de trajectoires, nous retrouvons ici déjà un modèle d’interféromètre à ondes multiples. En effet, on peut développer l’expression 3.25 et faire apparaître des termes contenant une phase \(N \Delta \phi(T)\). Notons cependant que cette conclusion est différente du cas de l’interféromètre de Fabry-Pérot, dans lequel la largeur de raie diminue linéairement avec la finesse (le nombre de pulses dans notre expérience est analogue au nombre d’aller-retour dans le cas d’une cavité optique).

**Borne supérieure pour le cas où toutes les phases sont commensurables**

Le cas que nous avons présenté néglige les contributions des chemins les plus déviés (notamment ceux qui s’éloignent de la trajectoire principale de plus de 14 \(\mu\)m). Nous pouvons obtenir une borne supérieure de la variation de la précision en fonction du nombre de pulses, pour le cas le plus favorable où toutes les phases accumulées sont commensurables : c’est le chemin le plus dévié qui donne la différence de phase maximale accumulée pendant une expérience. La trajectoire la plus déviée est celle d’un atomes qui effectue une transition non résonnante à chaque pulse, c’est-à-dire que la trajectoire s’éloigne de 14 \(\mu\)m de la trajectoire principale à chaque pulse. Le déphasage est proportionnel à l’aire interférométrique enfermée entre la trajectoire principale et la trajectoire extrême. La précision augmente donc au maximum comme \(N^2\).

Dans le cas de notre expérience il semble que l’on se trouve dans un cas intermédiaire, vraisemblablement plus proche de l’interféromètre répété. Le modèle numérique de l’interféromètre montre en effet l’apparition de contributions à l’amplitude de probabilité de rebond ayant des phases incommensurables.

### 3.4.8 Perspectives

Notre trampoline quantique fournit une mesure d’une précision de l’ordre de \(10^{-4}\). Du point de vue métrologique, cette performance est relativement modeste comparée à celles des interféromètres de type Mach-Zender [Peters 01], ou même des oscillations de Bloch [Cladé 05, Ferrari 06]. Elle est en revanche comparable à celle obtenue par [Hughes 09], et donne une meilleure exactitude.

Nous allons maintenant donner quelques pistes pour l’amélioration des performances du trampoline quantique en terme de mesure de \(g\).
3.5. Conclusions

Utilisation d’un atome plus léger

La phase accumulée varie quadratiquement avec la période des pulses. Or, cette période est inversement proportionnelle à la masse des atomes, alors que la longueur d’onde du laser est dans une large mesure indépendante de la nature des atomes. Ainsi, on peut envisager de réaliser la même expérience avec des atomes de Lithium par exemple ou même d’Helium, deux atomes dont il est possible d’obtenir un condensat [Bradley 97, Robert 01, Pereira Dos Santos 01]. La période peut alors être multipliée par un facteur 10 ou même 20. Ceci se traduit, toutes choses égales par ailleurs, par un gain de deux ordres de grandeur sur la mesure de g. Cela permet d’atteindre une précision de $10^{-6}$ sur un coup, ce qui devient compétitif avec les méthodes actuelles. Dans ce cas, l’utilisation d’un condensat avec une faible dispersion en vitesse devient important, car le temps d’interrogation est aussi multiplié par 10 ou 20.

Utilisation de pulses Raman

On peut imaginer, comme dans la proposition initiale de Impens [Impens 06], d’utiliser des transitions Raman entre les niveaux hyperfins plutôt que des réflexions de Bragg pour faire rebondir les atomes. Dans ce cas, il n’y a pas de transferts non résonants. On peut donc utiliser des pulses très courts et s’affranchir des effets de l’expansion du nuage. Il devrait être possible de d’obtenir un grand nombre de rebonds (et d’atteindre un régime pour lequel l’utilisation d’un gaz dégénéré est indispensable).

Avec des pulses Raman, il peut alors être possible de réaliser des séparations mieux contrôlées à chaque pulse, plutôt que des pulses imparfaits. Cela pourrait permettre de s’affranchir des phases additionnelles et de tirer parti au maximum de tous les chemins accessibles. Récemment, Impens et Bordé ont proposé un interféromètre à ondes multiples dont notre expérience est proche et qui repose sur ce principe [Impens 09]. [Hughes 09] ont également proposé des configurations d’interféromètres en lévitation proches de ce principe.

3.5 Conclusions

Dans ce chapitre nous avons présenté deux expériences de trampoline pour atomes froids. Dans la première, nous réalisons un trampoline classique pour atomes qui fait rebondir un nuage froid sur un réseau optique 1D. Cette technique nous permet de mesurer la gravité avec une précision de l’ordre de quelque $10^{-4}$. Cette technique n’est pas interférométrique et semble prometteuse car elle comporte des sensibilités aux effets systématiques et aux bruits qui sont différents des interféromètres de type Chu.

Dans une seconde expérience, nous avons réalisé un trampoline quantique, dans lequel les atomes sont suspendus par interférences. Cette expérience constitue, comme le trampoline classique, une preuve de principe pour un gravimètre à atomes froids. Dans cet esprit, nous avons pu mesurer la valeur de g avec une précision de quelques $10^{-4}$.

La réalisation du trampoline quantique constitue un exemple frappant de la différence entre l’évolution classique et l’évolution quantique [Moore 94, Oberthaler 99, Ryu 06]. Spécifiquement, imaginons que l’on mesure l’impulsion des atomes après chaque pulse. La série de pulse s’apparente alors à une marche aléatoire, au cours de laquelle à chaque pas de temps, les atomes ont une certaine probabilité d’acquérir une impulsion particulière. Il est clair que notre observation, en particulier la dépendance en fonction de la période des pulses, est en contradiction flagrante avec la prédiction classique. En cela, notre situation est proche de celle des marches aléatoires quantiques étudiées théoriquement dans le domaine de l’information quantique [Aharonov 93, Kempe 09], et tout récemment expérimentalement dans un réseau optique [Karski 09] et dans un piège à ion [Schmitz 09].
Chapitre 3. Trampoline à atomes : gravimètre et interféromètre à atomes froids
Chapitre 4

Condensats de Bose-Einstein dans un désordre à deux dimensions

Dans ce chapitre nous présentons des expériences préliminaires étudiant la propagation des ondes de matière confinées dans un plan, en présence d’un potentiel désordonné. Ce problème présente de fortes analogies avec le problème de la conduction dans une structure solide à deux dimensions. Ce travail s’inscrit dans la continuité de celui effectué depuis quelques années dans notre laboratoire sur les atomes froids en présence de désordre (voir [Clément 07] pour une monographie de ces travaux). Dans le contexte plus large de la physique de la matière condensée, les atomes froids permettent d’aborder des problèmes canoniques avec un point du vue nouveau, et surtout des outils nouveaux.

La démarche adoptée dans les atomes froids sur les problèmes de physique des solides est une démarche de modélisation et de simulation. On peut résumer cette démarche de la manière suivante : partir des atomes ultra-froids isolés, et ajouter des potentiels (créés par exemple par des lasers) de manière contrôlée, créant par exemple une structure cristalline, ou bien dans notre cas un potentiel aléatoire, puis observer l’évolution du système atomique avec les outils à notre disposition. Enfin, la comparaison avec le modèle théorique et le solide réel permet de valider l’approche.

Nous allons d’abord présenter dans une introduction le contexte général de notre étude sur les gaz 2D en présence de désordre, avec quelques perspectives d’application en termes de modélisation de systèmes quantiques. Ensuite, nous présenterons notre système expérimental et sa caractérisation. Enfin, quelques expériences préliminaires seront présentées.

4.1 Morceaux choisis de physique du solide en présence de désordre

Dans cette partie, nous présentons trois situations qui précisent le cadre dans lequel les atomes froids peuvent apporter des éléments nouveaux sur des problèmes de physique des solides à deux dimensions. Ces situations sont : (i) le problème général de la conduction à deux dimensions, que les atomes froids permettent maintenant d’étudier dans toute sa généralité, (ii) le condensat de polaritons d’excitons pour lequel les analogies avec les gaz d’atomes confinés sont fortes, et (iii) le problème de percolation dans un potentiel aléatoire. Nous présentons ensuite une brève revue du contexte scientifique pour la physique des atomes froids en présence de désordre.

1. Cette démarche est comparable à la modélisation numérique en physique, où l’on produit des modèles dont on peut vérifier les résultats, avant de les comparer aux systèmes réels. On parle parfois de "simulateurs quantiques" pour les expériences d’atomes froids explicitement inspirées de la physique des solides.

2. On parle de gaz 2D lorsque les degrés de liberté sont gelés dans une direction. C’est le cas pour un condensat lorsque l’une des fréquences d’oscillation du piège est grande par rapport au potentiel chimique et à la température.
Chapitre 4. Condensats de Bose-Einstein dans un désordre à deux dimensions

4.1.1 Localisation de Anderson et conduction à deux dimensions

En présence de désordre, la conduction des matériaux est modifiée. Anderson a démontré en 1958 [Anderson 58, Anderson 78] que la conductivité pouvait s’améliorer du fait du désordre, à cause d’interférences quantiques entre les porteurs de charge. L'idée est que les porteurs de charge sont diffusés par les impuretés du matériaux. Dans certaines conditions, les ondes diffusées interfèrent de manière destructivement avec l’onde incidente, et la conduction s’annule. Ce phénomène intrinsèquement quantique est appelé localisation de Anderson. Il a lieu de manière générale pour tout type d’onde se propageant dans un milieu diffusant, par exemple les ondes lumineuses [John 87, Wiersma 97, Schwartz 07].

La localisation de Anderson dépend très fortement de la dimensionnalité de la propagation [Abrahams 79]. A une et deux dimensions en l’absence d’interactions, on peut démontrer qu’il n’existe que des états localisés, c’est-à-dire qu’il ne doit pas exister de conducteurs infinis à deux dimensions en présence de désordre aussi faible soit-il. Un certain nombre de travaux expérimentaux et théoriques visant à vérifier cette prédiction ont été conduits, et se poursuivent actuellement. Certains de ces travaux penchent pour l’existence d’une transition métal-isolant à deux dimensions [Kravchenko 94, Kravchenko 96, Popović 97, Dobrosavljević 97]. Les interactions entre particules constituent dans ce cas l’ingrédient clé pour l’interprétation des expériences.

Dans ce contexte, les atomes froids en tant qu’ondes de matière permettent un regard nouveau sur ces problèmes. Les avantages des atomes froids sont les suivants :

- Il est possible de réaliser des gaz d’atomes froids de basses dimensions, de manière contrôlée [Görlitz 01].
- Les propriétés du désordre que l’on applique sur les atomes sont particulièrement contrôlées, et peuvent être modifiées [Clément 07].
- Dans les atomes froids il est possible d’observer directement l’évolution de la densité des porteurs, par imagerie. On a également accès à des observables nouvelles comme la phase relative (par interférométrie atomique [Stock 05]), la distribution d’impulsion (par expansion libre [Dalfovo 99] ou par spectroscopie de Bragg [Stenger 99]).
- L’analogue d’un fort champ magnétique pour des particules chargées peut également être créé sur des atomes neutres piégés, par exemple en faisant tourner des nuages d’atomes froids [Fetter 08], ou en imprimant des phases géométriques sur les atomes [Günter 09, Lin 09]. On peut donc s’attaquer au problème de la conduction en champ magnétique, qui est étudié par ailleurs en physique des solides.

L’arsenal technique de la physique des atomes froids permet donc de réaliser des "simulations quantiques" des situations rencontrées en physique des solides. Notre dispositif expérimental s’inscrit dans cette perspective.

4.1.2 Condensat de polaritons d’excitons

Certains systèmes solides présentent naturellement de fortes ressemblances avec les gaz d’atomes froids piégés à deux dimensions. C’est le cas des polaritons d’excitons dans les microcavités semi-conductrices.

Polaritons d’exciton dans les microcavités

L’exciton de Wannier [Ashcroft 76] est une particule composite constituée d’un électron dans la bande de valence et d’un trou dans la bande de conduction d’un semi-conducteur. Le système électron-trou possède un spectre discret, qui se manifeste par des pics d’émission dans la bande interdite du semi-conducteur. Ces excitons peuvent être piégés dans une structure de puits quantique.
4.1. Morceaux choisis de physique du solide en présence de désordre

Il est possible de placer un puits quantique dans une cavité optique, de sorte que l’une des résonances de la cavité est accordée avec la fréquence de transition vers un état d’exciton. La figure 4.1 présente le schéma de la structure d’une microcavité semiconductrice. Dans ce cas, si l’exciton et le photon dans la cavité présentent un temps de vie suffisant, on peut observer un dédoublement de Rabi, correspondant au régime de couplage fort entre le champ et l’exciton [Weisbuch 92, Khitrova 99]. Les modes propres du système couplé sont appelés polaritons de microcavité. Ces polaritons ont des propriétés héritées à la fois des excitons et des photons. En changeant le couplage et le désaccord entre les résonances de l’exciton et de la cavité, on peut modifier ces propriétés. La microcavité et le puits quantique confinent les polaritons dans le plan de la cavité. De ce fait, les polaritons sont intrinsèquement 2D.

Figure 4.1: Schéma de la structure d’une microcavité à polaritons. Un espace d’épaisseur optique λ contenant un puits quantique est créé entre deux miroirs de Bragg. D’après [Kundermann 06].

Condensats de polaritons

Les polaritons obéissent à la statistique de Bose-Einstein (au moins à basse densité, tant que la structure composite des excitons n’est pas manifeste). De ce fait, on peut envisager l’observation d’un condensat de Bose-Einstein de polaritons en phase solide [Savona 05]. Leur masse étant faible, la température critique pour la transition est extrêmement élevée. Des expériences démontrant la réalisation d’un tel condensat ont été réalisées récemment [Kasprzak 06, Balili 07, Bajoni 08].

Dans ces expériences, l’environnement solide joue un rôle clé. En particulier dans [Kasprzak 06], la cavité optique présente un désordre d’épaisseur, qui joue le rôle d’un piège pour les polaritons [El Daïf 06]. Dans cette expérience, le désordre donne lieu à certains phénomènes spectaculaires, comme le piégeage des vortex [Lagoudakis 08] au cours de l’écoulement du gaz de polaritons. Les propriétés du désordre sont données par la nature de l’échantillon solide, et ne peuvent évidemment pas être modifiées.

Comparaison avec les atomes froids

Nous proposons ici de comparer les propriétés statiques du condensat de polaritons de l’expérience [Kasprzak 06] avec les possibilités de notre expérience sur les atomes froids. L’idée est que notre expérience de condensats 2D en présence de désordre nous permet de faire varier les propriétés...
Chapitre 4. Condensats de Bose-Einstein dans un désordre à deux dimensions

du désordre. Nous pouvons donc espérer modéliser les expériences de polaritons avec des atomes froids, dans le but de comprendre l’effet du désordre, et d’interpréter ces expériences de condensat dans un cadre unifié. Le tableau 4.1.2 présente les caractéristiques comparées de ces deux systèmes.

<table>
<thead>
<tr>
<th></th>
<th>Polaritons</th>
<th>Atomes froids</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>Rayon de corrélation du désordre</td>
<td>2-6 µm</td>
<td>&gt; 1 µm</td>
</tr>
<tr>
<td>Profondeur du désordre</td>
<td>inconnue (~ µ)</td>
<td>arbitraire</td>
</tr>
<tr>
<td>Fraction condensée</td>
<td>~ 20%</td>
<td>&lt; 90%</td>
</tr>
<tr>
<td>Longueur de relaxation</td>
<td>~1 µm</td>
<td>&gt; 140 nm</td>
</tr>
</tbody>
</table>

Table 4.1: Comparaison entre les propriétés des polaritons et de leur environnement dans l’expérience de [Kasprzak 06], par rapport à notre expérience d’atomes froids. Les informations sur les polaritons reprennent la modélisation présentée dans [Lagoudakis 08], les informations sur le potentiel aléatoire proviennent de [Baas 08]. µ est le potentiel chimique (pour les polaritons, le déplacement vers le bleu peut être pris comme indication de la valeur du potentiel chimique). La profondeur du potentiel aléatoire dans le cas des atomes froids peut être rendue très grande par rapport à toutes les échelles d’énergie du problème, en particulier le potentiel chimique du condensat.

En plus de ces propriétés statiques, la situation dans le condensat de polaritons est également intrinsèquement hors d’équilibre. En effet, le temps de vie des polaritons est très court devant les échelles de temps des observations. Dans ce cas, on observe un état stationnaire de polaritons qui peut posséder des courants permanents [Lagoudakis 08]. Cet aspect est absent dans les expériences d’atomes froids, dans lesquelles il est impossible (au moins avec la technologie actuelle) de réaliser un flux d’atomes continu condensé. En revanche, l’expansion libre d’un nuage d’atomes froids réalise une situation hors d’équilibre au cours de laquelle on peut observer des courants superfluides [Raman 99, Hoefer 06, Ryu 07].

On peut ainsi espérer réaliser une simulation de système solide utilisant des atomes froids dans un potentiel contrôlé. En particulier, on peut espérer en tirer des informations permettant d’isoler le rôle spécifique du désordre dans la phénoménologie des condensats de polaritons. Ceci pourrait fournir un exemple de simulateur à atomes froids, et proposer une comparaison directe entre un système solide et sa simulation par atomes froids.

4.1.3 Transport à deux dimensions : l’expérience de Smith et Lobb

Le transport classique à deux dimensions dans le potentiel speckle a été étudié expérimentalement par Smith et Lobb dans les années 80 dans le cadre de l’étude de la percolation [Smith 79]. Suite à cette expérience, des calculs analytiques et numériques ont été effectués par Weinrib [Weinrib 82b, Weinrib 82a], expliquant les résultats expérimentaux. Cette expérience étant particulièrement proche conceptuellement de la nôtre, nous allons brièvement en décrire les résultats relevant pour notre expérience.

Principe

L’idée est de mesurer la conductivité électrique dans le plan d’un film mince métallique. Cette couche mince est préparée de la manière suivante :

1. Un matériau photosensible est illuminé par une figure de speckle laser d’intensité moyenne $\bar{I}$ variable. Ce matériau présente une sensibilité fortement non linéaire, et il est altéré pour une intensité d’illumination supérieure à un certain seuil $I_s$. Il résulte de cette illumination une image de type "gruyère", avec des zones noircies et d’autres transparentes. La fraction insolée est proportionnelle à l’intensité du laser d’exposition.
2. Cette image est ensuite reproduite sur un film de NiCr de 10 nm d’épaisseur, par une technique de lithographie optique. L’intensité du laser lors de l’opération précédente détermine alors la fraction métallique restante après la lithographie. La figure 4.2, tirée de [Smith 79], présente le résultat de cette opération pour une valeur particulière de l’intensité moyenne.

![Figure 4.2: Photographie d’une portion d’échantillon dans l’expérience de Smith et Lobb (tirée de [Smith 79]). Les zones noires sont métalliques.](image)

En contrôlant la forme du faisceau d’illumination, il est possible de réaliser des échantillons présentant une anisotropie variable et contrôlée. Smith et Lobb ont mesuré la conductivité électrique dans le plan de ces échantillons, en fonction de l’anisotropie et de l’intensité du laser d’exposition.

**Résultats**

La figure 4.3 présente les résultats des mesures de conductivité réalisées par Smith et Lobb sur des échantillons présentant différentes anisotropies. Sur cette figure α est le rapport d’aspect des grains de speckle, et f est le rapport de la surface métallique par rapport à la surface totale.

La courbe mesurée pour α = 1, soit des grains isotropes, montre une transition métal-isolant. Cette transition a lieu pour une fraction métallique \( f_c = 0.4 \) (ce qui correspond à la situation \( \bar{I} = 1.93 I_s \) [Weinrib 82a]). Elle est interprétée de la manière suivante : pour \( f < f_c \), il n’existe aucun chemin traversant l’échantillon et contenu uniquement sur la région métallique. De ce fait, la conductivité est nulle. À l’inverse, lorsque \( f \) dépasse \( f_c \), des connexions métalliques commencent à apparaître entre les deux bords de l’échantillon. La conductivité augmente donc ensuite avec le nombre et la section de ces chemins. Les situations conducteur/isolant sont séparées par le seuil de percolation \( f_c \) du système.

Les résultats expérimentaux permettent également de mesurer les exposants critiques de la transition métal-isolant. Une comparaison fine avec des calculs numériques et analytiques a été effectuée suite à ces mesures [Weinrib 82a, Weinrib 82b]. La densité de points-selles de la figure de speckle, ainsi que la densité de minima et maxima d’intensité est obtenue en fonction de l’intensité. Il est également démontré l’équivalence du potentiel speckle avec un modèle sur réseau aléatoire, ainsi qu’avec un modèle de réseau effectif, permettant d’obtenir des estimations analytiques précises du seuil de percolation.

L’analogie avec notre expérience est relativement directe. Le potentiel speckle anisotrope que nous utilisons est rigoureusement identique à celui étudié tant en théorie par Weinrib que dans l’expérience de Smith et Lobb. Les propriétés étudiées sont également les propriétés de conduction.
Figure 4.3: Mesures de la conductivité des échantillons de différentes anisotropies ($\alpha$ est ici le rapport d’anisotropie de l’échantillon), en fonction de la fraction métallique $f$ de chaque échantillon. Les mesures font apparaître une transition métal-isolant, correspondant au seuil de percolation de la figure de speckle. La dépendance faible de la fraction métallique critique par rapport à l’anisotropie est attribuée à la taille finie de l’échantillon.
4.1. Morceaux choisis de physique du solide en présence de désordre

Notre expérience permet en revanche d’observer la conduction en régime transitoire, en observant l’expansion libre, et ainsi de mesurer la diffusion des porteurs dans le milieu. Nous pouvons également mesurer directement la densité, ainsi que les autres observables microscopiques du système. De ce point de vue, la comparaison entre notre expérience et celle de Smith et Lobb illustre le progrès représenté par le système d’atomes froids pour l’étude des systèmes de type solides.

4.1.4 Désordre et atomes froids

L’un des intérêts principaux des atomes froids en tant qu’outils de compréhension de la physique des solides est l’absence complète de désordre dans les structures de type cristallines comme les réseaux optiques [Bloch 05]. On peut donc aisément étudier certains effets spectaculaires de la physique des solides, alors que sur un solide réel, les défauts en rendent la mise en évidence très difficile. C’est le cas des oscillations de Bloch [Ben Dahan 96, Anderson 98]. On peut donc se poser la question de l’opportunité d’ajouter artificiellement du désordre dans ces structures.

Si le désordre et les défauts brouillent et détruisent certains effets prédits dans le cadre de la théorie de Bloch des électrons dans les solides, ils sont responsables d’effets qualitativement nouveaux. En fait, le désordre peut être considéré comme un élément essentiel pour une part importante de la physique de la matière condensée, au même titre que la structure cristalline périodique. Parmi les prédictions les plus spectaculaires de la théorie des solides désordonnés, on citera la localisation de Anderson [Anderson 58], ou encore l’effet Kondo [Anderson 61, Anderson 78].

Dans la physique des atomes froids, il est possible d’utiliser des potentiels désordonnés parfaitement caractérisés et contrôlés, à l’inverse de la physique de la matière condensée. De plus, il est possible de faire varier dans une très large gamme les caractéristiques du désordre que nous imposons au système. Ainsi nous avons accès (en principe) à toutes les régions du diagramme de phase.

Contexte expérimental

Des expériences de piégeage et de refroidissement laser dans des champs de speckle ont été effectuées à la fin des années 90 sur des atomes refroidis par laser [Horak 98, Boiron 99]. Une localisation des atomes dans des maxima locaux du potentiel aléatoire était alors observée.

Les premières expériences réalisées sur des condensats de Bose-Einstein en présence de désordre datent de 2005 [Lye 05, Clément 05, Schulte 05, Fort 05] (voir également dans une situation comparable [Chen 08]). Ces premières études se concentrent principalement sur l’étude du cas 1D, plus simple à réaliser expérimentalement et à analyser théoriquement. Il s’agit d’étudier l’expansion libre d’un condensat en présence d’un potentiel aléatoire créé par un speckle laser. Dans tous les cas, une transition métal-isolant est observée, correspondant à un piégeage classique des atomes entre deux pics importants du potentiel aléatoire. L’idée de travailler sur la localisation de Anderson est déjà présente dans ces expériences. Suite à ces expériences, d’autres expériences en lien avec la physique des réseaux optiques sont conduites, étudiant en particulier la transition superfluide-isolant de Mott en présence de désordre [Fallani 07, White 09], et les oscillations de Bloch [Drenkelforth 08].

La recherche de la localisation de Anderson des atomes froids est conduite en parallèle, et est couronnée de succès en 2008 dans l’équipe de Massimo Inguscio sur un nuage de potassium 39 plongé dans un réseau optique bichromatique [Roati 08], et dans notre groupe sur un nuage de rubidium 87 dans un speckle laser [Billy 08].

Excepté les travaux de Demarco et collaborateurs ([White 09]), les études mentionnées précédemment concernent essentiellement des gaz 1D. Un certain nombre de travaux théoriques montrent l’intérêt d’étendre ces études au sujet de la localisation de Anderson à deux [Kuhn 05, Kuhn 07, Shapiro 07, Miniatura 08] et trois dimensions [Skipetrov 06, Shapiro 07, Skipetrov 08].

89
4.2 Système expérimental

Nous allons maintenant présenter le système expérimental que nous utilisons pour réaliser les études sur les gaz 2D désordonnés. La base de ce système est le dispositif produisant des condensats tout-optiques décrit dans les deux premiers chapitres. Nous avons ajouté à ce dispositif un piège 2D, inspiré de l’expérience de J. Dalibard, ainsi qu’un dispositif créant le potentiel aléatoire, inspiré des autres expériences conduites dans notre groupe. Pour créer ces pièges supplémentaires, nous utilisons le banc laser Potassium décrit au chapitre 1. Une caméra EM-CCD (Andor Ixon) a été ajoutée sur un axe perpendiculaire au plan du piège 2D, pour permettre d’observer des images de faible densité par fluorescence.

4.2.1 Lasers pour la manipulation des atomes

Pour manipuler les atomes et créer des potentiels à façon, nous utilisons des potentiels lumineux. Le fait que notre enceinte à vide dispose d’un accès optique important par les deux hublot latéraux nous permet d’illuminer les atomes avec une grande variété de lasers, en disposant d’une ouverture numérique acceptable pour chacun de ces éléments. Nous allons maintenant décrire le système optique utilisé pour le confinement des atomes à deux dimensions, et le dispositif utilisé pour le potentiel speckle.

Notre travail sur les sources laser nous a conduit à réaliser un système laser pour le refroidissement du potassium (voir chapitre 1). Ce laser a une longueur d’onde de 767 nm, soit 13 nm vers le bleu par rapport à la transition du rubidium la plus proche. Nous avons décidé d’utiliser ce laser pour réaliser les potentiels dipolaires pour les atomes de rubidium. Ce laser étant désaccordé vers le bleu, les atomes sont repoussés par les maxima d’intensité. La figure 4.4 présente les modifications apportées sur la table laser initialement utilisée pour le refroidissement du potassium.

4.2.2 Confinement à deux dimensions

Pour réaliser le confinement des atomes dans la direction verticale, nous utilisons un piège optique avec un faisceau de type TEM$_{01}$ ([Meyrath 05, Smith 05]$^3$). En opérant avec un faisceau désaccordé sur le bleu, on peut obtenir un confinement relativement fort entre les deux maxima d’intensité dans la direction verticale, tout en laissant les atomes quasiment libres dans le plan horizontal. La figure 4.5 présente le système optique que nous utilisons pour réaliser le confinement 2D.

Le faisceau issu d’un coupleur de fibre Schäfter-Kirchhoff de type M12 présente un profil gaussien quasi-parfait, avec un waist de 1.08 mm. Le faisceau est ensuite étendu dans la direction verticale par un télescope cylindrique (formé de lentilles de focales -20 et +100 mm), qui étend donc le faisceau d’un facteur 5. Il passe ensuite dans une lame de phase présentant un déphasage de $\pi$ dans la moitié supérieure par rapport à la moitié inférieure (fournie par Silios). De ce fait, le champ en sortie de la lame de phase est antisymétrique par rapport au plan horizontal. Ce faisceau présente alors un très bon recouvrement avec le mode TEM$_{01}$. Après propagation, l’ouverture numérique des optiques réalise un filtrage spatial sur les modes d’ordre élevé, de sorte qu’au foyer, le faisceau présente la forme d’un TEM$_{01}$. Le faisceau est ensuite focalisé sur les atomes avec une lentille de focale +200 mm. Le waist théorique du faisceau sur les atomes est de 10 µm environ.

Expérimentalement, on peut mesurer la fréquence d’oscillation transversale dans le piège 2D, en observant les oscillations dipolaires d’un nuage. D’après ces mesures, la fréquence est de 600 Hz. On peut également mesurer le profil d’intensité du nuage. Pour ce faire, nous illuminons brièvement un nuage froid en chute libre avec le piège 2D, et mesurons le déplacement après temps de vol. Sous

---

4.2. Système expérimental

**Figure 4.4:** Modifications apportées au banc laser potassium pour l’application aux condensat 2D dans un potentiel aléatoire. Nous avons ajouté un amplificateur à semiconducteur supplémentaire. Le premier amplificateur crée la lumière utilisée pour réaliser le potentiel aléatoire. Le second crée la lumière utilisée pour le piège 2D. La lame dichroïque est une lame $\lambda/2$ pour 767 nm et $\lambda$ pour 780 nm, ce qui permet de filtrer la partie résonante de l’émission spontanée de l’amplificateur. La cellule de Rubidium absorbe également la fraction résonante de l’émission spontanée du second amplificateur.

**Figure 4.5:** Système optique pour la création du piège 2D. Le faisceau Gaussien issu du coupleur de fibre passe à travers une lame de phase $0-\pi$. Puis le faisceau est étendu dans la direction verticale et focalisé fortement sur les atomes.
réserve que le temps d’illumination soit court et le nuage petit, nous observons la force exercée par le faisceau sur le nuage. Cela nous permet de mesurer in-situ le waist du faisceau, soit 15 µm environ (ce qui correspond à une fréquence d’oscillation de 600 Hz). La différence avec la caractérisation du système optique seul est vraisemblablement due à des aberrations à la traversée du hublot.

### 4.2.3 Propriétés du potentiel speckle

Dans cette partie, nous décrivons brièvement les propriétés principales du potentiel aléatoire que nous utilisons sur notre expérience. Ce potentiel est créé par la force dipolaire induite sur les atomes par un speckle laser. Le speckle laser est la figure créée par un faisceau cohérent après la traversée d’un milieu aléatoire, de sorte qu’en champ lointain, la distribution d’intensité correspond à l’interférence d’un grand nombre de sources de phases aléatoires. L’amplitude complexe du champ de speckle réalise une variable aléatoire continue gaussienne (en vertu du théorème central-limite). Le potentiel est proportionnel à l’intensité lumineuse. Il hérite des propriétés statistiques de l’intensité lumineuse de la figure de speckle.

C’est cette technique qui a été utilisée pour les études de condensats 1D en présence de désordre dans notre laboratoire [Clément 05, Clément 07, Clément 08, Billy 08]. Nous donnerons ici simplement les grandeurs caractéristiques du potentiel, et nous renvoyons le lecteur à [Clément 07] pour les détails sur le potentiel speckle.


<table>
<thead>
<tr>
<th>Densité de probabilité $p(I)$</th>
<th>$I e^{-I/\bar{I}}$</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>Ecart type $\Delta I$</td>
<td>$\bar{I}$</td>
</tr>
<tr>
<td>Coefficient de corrélation $\mu(r)$</td>
<td>$e^{-\frac{w^2}{2\lambda z^2 r^2}}$</td>
</tr>
</tbody>
</table>

Table 4.2: Expression des caractéristiques principales de l’intensité d’une figure de speckle. $\bar{I}$ est l’intensité moyenne de la figure de speckle. Le coefficient de corrélation normalisé est donné entre deux points séparés de $r$ pour une figure créée à une distance $z$ par un faisceau gaussien de waist $w$.

L’expression de la fonction de corrélation donnée dans le tableau 4.2.3 suggère l’introduction d’une longueur de corrélation $\sigma = \frac{\lambda z}{w^2}$. Cette longueur détermine notamment la limite supérieure du support du spectre de puissance du potentiel speckle. Le spectre de puissance (soit la transformée de Fourier de la fonction de corrélation) joue un rôle déterminant dans la théorie de la localisation de Anderson des atomes froids dans le potentiel speckle [Sanchez-Palencia 07], et plus généralement dans les propriétés de transport des atomes dans le potentiel [Miniatura 08].

### 4.2.4 Réalisation du potentiel aléatoire

La figure 4.6 montre le système que nous utilisons pour créer la figure de speckle. Le faisceau laser issu du banc modifié (voir figure 4.4) émerge d’une fibre optique nue. Le faisceau divergent est collimaté par une lentille de focale 200 mm. Il en résulte un faisceau d’un diamètre de 40 mm (diamètre à $1/e^2$ du profil d’intensité).

Ce faisceau est ensuite focalisé par une lentille de focale 150 mm. Juste à la sortie de la lentille de focalisation, le faisceau passe au travers d’une lame diffusante. Cette lame dépolie diffuse chaque rayon lumineux avec un angle de 0.5°. Dans le plan focal de la lentille de sortie, ce système donne naissance à une figure de speckle. La taille de la lentille de sortie est de 75 mm4. Le faisceau qui donne naissance à la figure de speckle est donc gaussien.

4. Dans ce dispositif nous utilisons des lentilles plan-convexes, qui présentent de fortes aberrations sphériques.
4.2. Système expérimental

**Figure 4.6:** Système optique pour la création du potentiel aléatoire. Le faisceau émerge de la fibre monomode nue, avec une ouverture numérique de 0.12. Il est ensuite collimé par une lentille de focale 200 mm et de diamètre 75 mm, ce qui permet d’obtenir un faisceau gaussien de diamètre 40 mm. Ce faisceau est focalisé sur les atomes avec une lentille de 150 mm de focale. En sortie de la lentille, un diffuseur est placé de manière à créer dans plan image une figure de speckle. L’angle de diffusion du diffuseur est 0.5°.

### 4.2.5 Mise en place sur l’expérience

La figure 4.7 présente l’agencement du piège 2D et du système réalisant le potentiel aléatoire autour de notre enceinte à vide. Le piège 2D est placé dans le plan horizontal. Ce plan contient également les faisceaux du piège dipolaire croisé, comme présentés au chapitre 1 (non représentés sur la figure). L’axe vertical de l’enceinte à vide va contenir le faisceau MOT, et ne peut donc pas être utilisé pour illuminer les atomes avec le potentiel aléatoire. Pour cette raison, le faisceau speckle est envoyé sur les atomes par les hublots latéraux, avec un angle de 30° par rapport à l’horizontale. De ce fait, alors que la pupille de notre système et la lame diffusante ont une symétrie cylindrique, les grains de speckle dans le plan contenant les atomes vont être allongés. Compte tenu de l’angle, le rapport d’aspect des grains de speckle dans le plan horizontal est de l’ordre de 2.

De façon à observer les atomes dans le plan horizontal, nous utilisons une imagerie sur l’axe vertical. Ce système est basé sur une caméra EM-CCD Andor Ixon. L’image des atomes est réalisée par deux doublets de 190 mm de focale chacun. L’image est ensuite transportée par un système de deux lentilles de 150 mm de focale en configuration 2f-2f (non représenté sur la figure 4.7). La résolution expérimentale de ce système est de 15 µm environ. Ce système d’imagerie réalise des images par fluorescence. Ce procédé est particulièrement intéressant pour la détection de signaux faibles, provenant par exemple de nuages très dilués [Billy 08, Bücker 09]. Pour ce faire, le nuage est illuminé avec les faisceaux MOT sur les deux axes horizontaux. L’axe vertical est coupé par un obturateur mécanique. Pour pouvoir utiliser l’axe vertical qui est habituellement utilisé pour le MOT, nous utilisons un miroir amovible motorisé qui permet d’envoyer la lumière MOT par l’optique d’imagerie. Au moment de l’évaporation, le miroir est retiré et l’axe vertical est alors libre.

### 4.2.6 Caractérisation du potentiel aléatoire

Pour réaliser la caractérisation du système optique, nous réalisons directement une image de la figure de speckle produite par le système optique sur une caméra CCD avec ou sans objectif de microscope. De cette façon, nous pouvons mesurer à la fois la distribution d’intensité moyenne (sur l’image prise sans objectif), ainsi que le spectre de puissance de la distribution d’intensité (avec un

---

C’est la raison pour laquelle nous n’utilisons pas toute l’ouverture numérique disponible. Nous avons en effet observé expérimentalement de forts effets de ces aberrations même en présence de la lame diffusante si nous utilisons toute l’ouverture disponible.
Figure 4.7: Agencement des système optiques pour le piégeage 2D et le potentiel aléatoire autour de la chambre de science. L’axe vertical de notre enceinte est utilisé pour un système d’imagerie par fluorescence. Ce système est basé sur un transport d’image par deux doublets de focale 190 mm chacun. Pour laisser passer le faisceau MOT pendant le chargement, un miroir amovible motorisé est utilisé sur le trajet de l’imagerie. Nous utilisons les hublots latéraux pour illuminer les atomes avec le potentiel aléatoire. L’angle du faisceau speckle avec l’horizontal est de 30°.
4.2. Système expérimental

objectif de grande ouverture numérique). La figure 4.8 présente des images prises sans objectif et avec un objectif de microscope de grossissement x25.

A partir de l'image non grossie, nous réalisons un ajustement gaussien sur le profil intégral verticalement. De cette façon, nous obtenons le rayon à $1/e^2$ de la figure de speckle moyenne, qui vaut ici 1.2 mm.

Figure 4.8: Figure de speckle utilisée pour réaliser le potentiel aléatoire, directement prise avec notre caméra CCD. L'insert montre une partie de l'image grossie 25 fois à l'aide d'un objectif de microscope. La largeur de l'image est de 5 mm. L'image non grossie permet de caractériser le profil d'intensité moyen de la figure de speckle. L'image grossie permet de mesurer le spectre de puissance. Le pic fin plus intense au centre de l'image contient les rayons non diffusés par la lame diffusante. Son diamètre est égal à la taille du spot en l'absence de diffuseur. Il contient moins de 1 % de la puissance totale.

L'ouverture numérique de notre objectif de microscope x25 est de 0.55, supérieure à l'ouverture numérique du système optique créant la figure de speckle, de sorte que l'on peut utiliser l'image fournie pour calculer le spectre de puissance du speckle sans perdre d'information sur les grands vecteurs d'onde.

La figure 4.9 présente le calcul du spectre de puissance à partir des images grossies de la figure de speckle. L'unité de fréquence spatiale est l'inverse de la taille totale de l'image (il s'agit de fréquences spatiales et non pas des vecteurs d'onde).

Sur cette figure nous observons le profil gaussien attendu [Goodman 07] pour un faisceau incident gaussien sur le diffuseur. La ligne bleue sur le graphe représente un ajustement gaussien de la courbe expérimentale. A partir de cet ajustement, nous obtenons la largeur en fréquences spatiales.
du spectre de puissance $\sigma_\nu^5$, d'où l'on déduit la valeur du rayon de corrélation (tel que défini dans le tableau 4.2.3) $\sigma = \frac{\lambda z}{\pi w}$, soit $\sigma = 2.07 \, \mu m$. Cette valeur est en accord avec la valeur théorique $\sigma = \frac{\lambda z}{\pi w}$, soit $1.84 \, \mu m$ (à 10 % près).

4.3 Expansion d’un nuage froid en présence du désordre

Dans cette section, nous présentons les premiers résultats expérimentaux sur l’expansion d’un nuage à deux dimensions en présence de désordre. L’idée dans un premier temps est d’observer un comportement diffusif dans l’expansion du nuage.

4.3.1 Séquence expérimentale

Nous préparons le nuage initial de la manière suivante : l’évaporation est réalisée dans le piège 2D par la méthode décrite dans le chapitre 2, jusqu’à une température de 400 nK environ. A ce moment, le piège 2D est mis en place adiabatiquement avec une rampe d’intensité linéaire de 2 ms de durée totale environ. On peut vérifier que pour cette durée de rampe le chauffage est négligeable. L’intensité du piège 2D est maintenue constante, et l’intensité du piège dipolaire est réduite avec une rampe linéaire d’intensité d’une durée de 200 ms, réalisant alors une évaporation quasi 2D. La température après cette rampe est de 100 nK environ (correspondant à une vitesse quadratique moyenne des atomes dans le plan de 3 mm/s environ, soit une énergie cinétique égale à l’énergie de recul).

A l’instant $t = 0$, le piège dipolaire est éteint ce qui supprime progressivement le confinement radial du nuage. Après 3 ms d’expansion libre dans le plan, le potentiel aléatoire est allumé. Sa profondeur est d’environ une énergie de recul. On laisse les atomes s’étendre dans le plan en présence du désordre, puis une image in-situ est prise après une durée d’expansion variable.

4.3.2 Résultats : observation de l’expansion

Les figures 4.10 et 4.11 présentent des exemples d’images prises après un temps d’expansion variable, en l’absence et en présence de désordre.

5. la fonction d’ajustement est $e^{-\nu^2/\sigma^2}$. 

Figure 4.9: Spectre de puissance du potentiel aléatoire, calculé à partir de la transformée de Fourier de l’image grossie 25 fois 4.8. Les unités horizontales sont en fréquences spatiales. La courbe continue en bleu représente un ajustement de la courbe expérimentale par une gaussienne. Nous en déduisons le rayon de corrélation $\sigma = 2.07 \, \mu m$. 

96
4.3. Expansion d’un nuage froid en présence du désordre

![Figure 4.10: Expansion libre dans le plan d’un nuage thermique. De gauche à droite, les images sont prises pour des temps d’expansion de 10, 30 et 50 ms respectivement. La légère dérive verticale du nuage provient de l’angle d’inclinaison faible mais non nul du piège 2D par rapport à l’horizontale. Le profil du nuage est gaussien.](image)

![Figure 4.11: Expansion d’un nuage thermique dans le plan en présence de fort désordre. De gauche à droite, les images sont prises pour des temps d’expansion de 10, 30 et 50 ms respectivement. La densité reste forte au centre après 50 ms d’expansion.](image)

Qualitativement, la différence entre les deux séries de données est particulièrement frappante. La présence d’un fort désordre sur le nuage bloque l’expansion, de manière comparable à [Clément 06]. On observe une légère anisotropie de la région de forte densité. On peut attribuer cette anisotropie à l’anisotropie du désordre lui-même : les axes propres du profil de densité correspondent à ceux du potentiel aléatoire.

Sur ces images, on peut observer les profils de densité du nuage au cours de l’expansion. Lors de l’expansion libre, le nuage a la forme gaussienne attendue pour un nuage thermique. En présence de désordre, le profil de densité change qualitativement, et devient beaucoup plus piqué au centre. La densité maximale reste forte même après 70 ms d’expansion. La figure 4.12 présente une coupe de la densité atomique observée après 30 ms d’expansion. Sur cette coupe en échelle logarithmique, on observe un fort pic de densité au centre. Ce pic peut être observé après de longues durées d’expansion (de l’ordre de 100 ms). Au cours de l’expansion de ce nuage, la taille de ce pic change très peu.

On peut qualitativement interpréter les profils de densité de la manière suivante. La profondeur du potentiel aléatoire étant de l’ordre de l’énergie cinétique des atomes, un fraction non négligeable des atomes du nuage se trouve en-deçà du seuil de percolation du potentiel aléatoire. Ces atomes vont être localisés dans des régions de taille typique égale au rayon de corrélation du speckle. La résolution de notre système optique ne permet pas de résoudre des détails aussi petits. On s’attend donc à ce que le profil de densité observé soit constant dans le temps, égal au profil initial. Le pic central que nous observons, dont la taille est constante dans le temps correspond à cette description. Cependant, la forme du nuage constitué des atomes piégés par le désordre doit être constante, égale

6. Au moment de la rédaction de ce manuscrit, nous ne disposons pas d’une théorie nous donnant les profils de densité pour le régime de paramètres dans lequel ces données sont prises. Pour estimer la taille sur ce jeu de données, nous utilisons un ajustement de la partie centrale de la courbe par une exponentielle du type $Ae^{-|r-r_0|/\sigma}$. La seule justification de cet ajustement est l’accord relativement bon observé sur l’expérience.

7. La taille typique de la région classiquement accessible peut être estimée numériquement sur des réalisations données de speckle. Il apparaît que, exceptionné au voisinage immédiat du seuil de percolation, la taille de la région classiquement accessible est égale au rayon de corrélation du speckle.
à la forme initiale. En particulier, elle ne doit pas dépendre de l’anisotropie du potentiel aléatoire.

Pour les atomes non piégés, on doit observer un comportement typiquement diffusif. Ce comportement est caractérisé par le libre parcours moyen \( l_B \). Ce libre parcours moyen dépend linéairement du rayon de corrélation du potentiel aléatoire [Miniatura 08]. On peut observer sur la figure 4.11 une anisotropie du nuage dans sa partie centrale. Cette anisotropie est dirigée suivant les axes propres du potentiel aléatoire. Ceci constitue une forte indication d’expansion diffusive d’une partie du nuage. Son rapport d’aspect est compatible avec le rapport d’aspect de 2 attendu pour les grains de speckle en raison de l’inclinaison de l’axe du système optique.

Enfin, en raison de la forte dépendance du libre parcours moyen sur la vitesse des atomes, on s’attend à ce que la fraction la plus rapide du nuage ne soit pas (ou très peu) affectée par la présence du potentiel aléatoire. Le halo circulaire autour du pic central que l’on observe à temps courts sur la figure 4.11 correspond à ces atomes balistiques.

### 4.3.3 Expansion diffusive

De façon à étudier plus précisément l’expansion diffusive, nous réalisons la même expérience avec des nuages plus chauds, à la température d’environ 300 nK, soit la température de recul. Dans ce cas, une partie négligeable des atomes aura une énergie au-dessous du seuil de percolation. Pour mettre en évidence le comportement diffusif, nous mesurons la densité atomique au centre du nuage \( n_0 \) en fonction du temps d’expansion. Dans le cas d’une expansion balistique, on doit avoir \( n_0(t) \sim 1/t^2 \), alors que dans le régime diffusif, on s’attend à observer \( n_0(t) \sim 1/t \). La figure 4.13 présente le résultat de ces mesures pour un nuage libre et un nuage en présence du désordre, en fonction de l’inverse du temps d’expansion. Sur cette figure, les lignes continues présentent un ajustement linéaire ou quadratique pour le cas désordonné et libre respectivement.

Le fait que l’on observe une décroissance linéaire de la densité centrale constitue plus une indication qu’une preuve du comportement diffusif. En effet, une décroissance exponentielle de constante de temps grande pourrait dans notre cas passer pour de la diffusion. La variation de la densité centrale présente un grand avantage technique par rapport aux autres critères typiquement utilisés

---

8. Pris au sens de Boltzmann, voir [Miniatura 08].
4.3. Expansion d’un nuage froid en présence du désordre

Figure 4.13: Evolution de la densité au centre du nuage en fonction de l’inverse du temps d’expansion, en présence (en bas) et en l’absence (en haut) du potentiel désordonné. Les lignes continues sont des ajustements quadratique (en haut) et linéaire (en bas).
pour identifier et caractériser la diffusion, comme par exemple la taille quadratique moyenne. En effet, cette dernière quantité dépend fortement de l’extraction du fond sur les images par fluorescence.

4.3.4 Discussion


L’interprétation des profils de densité pose un problème pour les expériences présentée jusqu’ici. En effet, la distribution thermique des atomes dans le nuage couvre simultanément tous les cas de figure possibles d’expansion dans le désordre. De plus, dans le régime diffusif, la constante de diffusion dépend très fortement de la vitesse des atomes. Le mélanges des régimes balistiques/diffusifs varie donc au cours de l’expansion, alors que le temps d’expansion devient de l’ordre de grandeur du temps de collision dans le désordre pour des vitesses de plus en plus grande. Cette situation est rendue plus complexe par l’anisotropie du potentiel aléatoire.

4.4 Perspectives

L’enjeu principal, après les expériences préliminaires présentées ici, est la mesure des constantes de diffusion, en fonction des vitesses et en fonction de la profondeur du potentiel aléatoire. Techniquement, cela nécessite d’utiliser des nuages le plus froid possible, de façon à isoler au maximum une classe de vitesses donnée. L’interprétation des profils de densité nécessite un travail théorique, pour en extraire si possible la dépendance de la constante de diffusion sur la vitesse des atomes. La mesure de ces profils à long temps pour des températures différentes du nuage est le point de départ de ces mesures.

Le fait que le désordre soit anisotrope apporte une richesse supplémentaire au système. Si elle pose des problèmes pour l’interprétation initiale des données, elle fournit une observable supplémentaire, à savoir le rapport d’aspect du nuage. Dans le régime de diffusion classique, la constante de diffusion dépend linéairement du rayon de corrélation du désordre. En revanche, dans le régime quantique, la longueur de localisation [Miniatura 08] dépend exponentiellement du rayon de corrélation. Le rapport d’aspect du nuage peut donc en principe permettre d’identifier le régime quantique par une anisotropie prononcée. Là encore, nous ne disposons pas actuellement d’une théorie permettant de calculer les profils de densité dans ce régime dans le cas anisotope.

4.4.1 Régimes de transport dans un désordre 2D

La mesure des constantes de diffusion dans le potentiel aléatoire permet d’explorer quantitativement les régimes de transport dans le désordre, en faisant varier la profondeur du potentiel aléatoire. On peut distinguer trois régimes de transport classiques pour des profondeurs de désordre croissantes, comme illustré sur la figure 4.14.

La dynamique d’expansion du condensat est donnée par le libre parcours moyen de collisions pour un atome dans le potentiel $l$ [Akkermans 04]. Dans la limite des faibles désordres, on peut calculer explicitement le libre parcours moyen pour le potentiel speckle que nous utilisons [Miniatura 08]. Notons $R$ la taille du nuage après l’expansion du nuage. La transition entre le régime d’expansion balistique et diffusif est donnée par $l \sim R$. Lorsque la profondeur augmente, le libre parcours moyen diminue quadratiquement avec la profondeur [Miniatura 08]. On atteint le régime piégé lorsque le potentiel chimique passe sous le seuil de percolation du potentiel, autrement dit la région classiquement accessible devient finie (de taille $R_c$). Pour notre système, on observe
4.4. Perspectives

Figure 4.14: Régimes de transport classiques pour un condensat dans le potentiel speckle. \( \bar{V} \) est la profondeur moyenne du potentiel, \( \mu \) est le potentiel chimique du condensat. Le seuil de percolation fournit naturellement le seuil de la transition métal-isolant [Weinrib 82a].

la transition métal-isolant lorsque \( R < R_c \). La constante de diffusion devient alors nulle\(^9\). Cette transition métal-isolant est celle étudiée par Smith et Lobb [Smith 79], sur le plan macroscopique, avec la mesure des exposants critiques de la conductivité. Il semble intéressant de revisiter ces expériences du point de vue microscopique, avec la mesure des exposants critiques sur la constante de diffusion et sur le régime transitoire.

Au-delà des effets de type classique, les effets quantiques sur le transport interviennent dans le régime diffusif. Ces effets sont de deux natures : la localisation faible, ou rétrodiffusion cohérente, et la localisation forte, ou localisation de Anderson proprement dite [Akkermans 04, Miniatura 08]. La localisation faible consiste en une diminution de la constante de diffusion due aux interférences. Précisément, lorsque les trajectoires forment des boucles, il existe plusieurs sens de parcours de ces boucles. On doit ajouter de façon cohérente les amplitudes de probabilité de transport de chaque sens de parcours des boucles pour obtenir l’amplitude de transport totale. L’interférence entre les deux sens de parcours produit une augmentation de l’amplitude de probabilité de retour à l’origine, c’est-à-dire une diminution de la constante de diffusion, appelée rétrodiffusion cohérente. Cet effet a été observé dans la propagation de la lumière dans des milieux diffusants [Wolf 85, Labeyrie 99]. Ces effets deviennent importants lorsque \( kl \sim 1 \), où \( k \) est le vecteur d’onde d’un atome et \( l \) est le libre parcours moyen dans le potentiel aléatoire\(^{10}\).

Lorsque les effets d’interférence deviennent très importants, ils peuvent annuler entièrement la constante de diffusion. Dans ce cas, l’expansion du nuage est stoppée à une taille égale à la longueur de localisation \( \xi_{\text{loc}} \). On peut s’attendre à observer expérimentalement une transition métal-isolant si \( \xi_{\text{loc}} < R \). À deux dimensions dans le potentiel speckle, on a dans la limite des désordres faibles \( \xi_{\text{loc}} \sim l_B e^{\pi kl/2} \) [Miniatura 08], où \( k \) est le vecteur d’onde d’un atome, et \( l \) est le libre parcours moyen au sens de Boltzmann.

4.4.2 Perspectives à moyen terme

Vers la localisation de Anderson 2D

L’objectif central de notre dispositif est l’étude expérimentale de la localisation de Anderson à deux dimensions. Dans ce cadre, il semble important de réduire la valeur du rayon de corrélation du potentiel aléatoire. Si l’on en reste au potentiel speckle, deux modifications sont en cours de réalisation : l’augmentation de l’ouverture numérique des optiques et le passage pour le laser créant le speckle à une longueur d’onde plus courte (532 nm). Le laser et les optiques pour la mise en place de ces changements ont été achetés. Ces deux modifications devraient permettre d’observer la localisation de Anderson.

---

9. Ce n’est vrai que pour un temps long. En effet, il faut que les atomes aient le temps d’explorer la région classiquement accessible avant de s’arrêter. Pour de grandes profondeurs, cela peut prendre un temps très long.

10. On distingue le libre parcours moyen au sens de Boltzmann \( l_B \), qui est la distance typique de "perte de mémoire" sur l’orientation de la vitesse initiale, et le libre parcours moyen de collision \( l_s \), qui la distance séparant deux événements d’interaction avec le potentiel aléatoire [Kuhn 07, Miniatura 08].
Chapitre 4. Condensats de Bose-Einstein dans un désordre à deux dimensions

De façon à réduire le rayon de corrélation du désordre, on peut également envisager d’utiliser un speckle plus élaboré. L’annexe C présente deux propositions théoriques permettant d’améliorer les propriétés de corrélation du potentiel, à partir du dispositif expérimental dont nous disposons. Il s’agit d’utiliser un habillage RF du potentiel speckle, permettant de travailler en champ proche, ou d’utiliser un faisceau contenant deux fréquences pour bénéficier de transitions Raman.

**Etude du transport 2D en présence d’un potentiel vecteur**

Avec l’étude de la localisation 2D, on peut espérer s’attaquer au problème de l’existence de conducteurs à 2D avec les outils des atomes froids. Le champ magnétique est un outil fondamental de l’étude des solides désordonnés [Abrahams 01], et nous disposons maintenant de son analogue pour des atomes neutres. On peut donc imaginer couvrir une très large gamme des paramètres rencontré dans la physique de la matière condensée.

**Gaz 2D désordonnés**


Enfin, plus généralement, l’étude du désordre dans les atomes froids est un domaine émergent, si on le compare à celle des réseaux optiques inspirée également de la physique de la matière condensée. La plupart des problèmes ayant été étudiés dans le cadre de la physique des réseaux optiques peuvent être revisités en incluant l’effet du désordre [Drenkelforth 08, White 09], permettant de se rapprocher d’une simulation quantique de systèmes réels.
Conclusion

Au cours de ce travail de thèse, nous avons refroidi un gaz d'atomes de Rubidium 87 jusqu'à la condensation de Bose-Einstein, par une technique "tout-optique". Le piège dipolaire que nous avons mis en œuvre utilise un laser à 1565 nm, que notre groupe est le premier à utiliser dans ce contexte. L'effet de déplacement lumineux inhabituellement élevé produit par ce laser sur l'atome de Rubidium nous a permis de mettre au point une technique d'imagerie originale inspirée des méthodes d'imagerie par résonance, ainsi qu'une technique originale de chargement du piège dipolaire à partir d'un piège magnéto-optique. La méthode de chargement implique l'utilisation d'un piège asymétrique, qui permet de tirer profit des déplacements lumineux.

L'asymétrie du piège dipolaire s'est révélée jouer un rôle clé dans le processus de refroidissement évaporatif. En effet, en utilisant un piège dipolaire asymétrique légèrement désaligné (MACROFORT pour MisAligned CROssed - Far Off-Resonant Trap), nous avons réalisé une rampe d'évaporation dans le régime d'émalllement, ce qui n'avait jamais été observé dans un processus de condensation tout-optique. Grâce à cette réalisation, nous obtenons un condensat de $1.5 \times 10^5$ atomes dans un temps d'évaporation de 3,5 secondes. Nous avons également obtenu un condensat de $10^4$ atomes environ dans un temps d'évaporation de 650 millisecondes. Avec les éléments décrits dans les deux premiers chapitres, nous disposons d'une source d'atomes condensés performante.

Nous avons ensuite réalisé deux expériences de mesure de la gravité utilisant le condensat. La première expérience, inspirée de la proposition de F. Impens, réalise un trampoline pour atomes froids. Des atomes en chute libre reçoivent périodiquement une quantité d'impulsion égale à $2\hbar k$, où $k$ est le vecteur d'onde d'un laser, dans la direction verticale. Lorsque ce transfert d'impulsion compense en moyenne l'accélération de la gravité, les atomes sont conservés dans le trampoline. La mesure de la période des pulses nous fournit une mesure de la valeur de $g$. La seconde expérience utilise la même séquence expérimentale, mais tire profit de la nature quantique des atomes pour réaliser un interféromètre atomique. Chaque pulse laser fait non seulement rebondir les atomes, mais aussi sépare les paquets d'onde atomiques, qui vont suivre plusieurs trajectoires. À chaque pulse, les paquets d'onde atomiques sont recombinés et séparés à nouveau. Le nombre d'atomes maintenu dans l'interféromètre présente, après la série de pulses, des oscillations de fort contraste. Lorsque le nombre de pulse augmente, les franges observées s'affinent et le contraste augmente, révélant les interférences à ondes multiples à l'oeuvre dans l'interféromètre. La position des franges d'interférence nous fournit une mesure de la gravité.

Dans le dernier chapitre, nous nous sommes intéressés aux propriétés d'un nuage ultra-froid en deux dimensions (c'est-à-dire confiné dans la direction verticale), et soumis à un potentiel désordonné. Cette situation présente de fortes analogies avec des problèmes rencontrés dans la physique de la matière condensée. Nous avons observé l'expansion du nuage en présence du potentiel aléatoire. Les expériences de transport sur ce sujet continue à l'heure actuelle avec le système décrit dans ce manuscrit. Les mesures présentées sont préliminaires.
Perspectives

Les suites possibles de nos expériences sont nombreuses. Concernant nos travaux sur le piège dipolaire optique à 1565 nm, la méthode de tomographie va être mise en œuvre sur l’expérience Puce dans notre laboratoire, dans le but de mesurer la fonction de corrélation en densité d’un nuage 1D. La méthode de chargement et d’évaporation que nous avons mise au point va être reproduite dans deux laboratoires en Europe pour la production rapide de condensats de Bose-Einstein.

Le dispositif expérimental produit des condensats de manière fiable et robuste. Les évolutions futures du dispositif iront vraisemblablement vers une simplification du système optique MOT autour de l’enceinte, et la mise en œuvre du refroidissement du Potassium sur notre expérience. La production "tutte optique" de gaz de potassium dégénérés (bosons et/ou fermions) représenterait une première.

La technique de gravimétrie utilisant le trampoline recoupe pour partie les propositions théoriques de F. Impens et C. Bordé. Dans ce cadre, l’idée d’utiliser des atomes en suspension plutôt que des atomes piégés ou en chute libre permet d’envisager des alternatives aux systèmes métrologiques actuels. La question de savoir s’il est possible de battre les performances des interféromètres et des horloges actuels en utilisant cette technique n’est pas tranchée.

L’étude du transport dans les gaz 2D en présence de désordre a débuté sur les bases présentées dans ce manuscrit. Dans ce domaine l’objectif à moyen terme est l’observation de la localisation de Anderson à deux dimensions. Des modifications techniques sur notre dispositif (notamment l’utilisation d’un laser puissant à 532 nm pour créer le désordre, ainsi que la mise en œuvre des techniques présentées en annexe C), sont prévues et devraient nous placer dans des conditions permettant l’observation de la localisation de Anderson. Parallèlement, le gaz 2D désordonné présente une physique riche, indépendamment de la localisation de Anderson. Par exemple, il présente à basse température une transition de Kosterlitz-Thouless, dans laquelle des vortex créés spontanément dans le gaz s’apparentent et provoquent l’apparition de la superfluidité dans le nuage. La dynamique des vortex dans le gaz désordonné n’est pas triviale (notamment lorsque le rayon de corrélation du potentiel aléatoire est de l’ordre de la longueur de relaxation du condensat), mais on peut supposer qu’ils vont être épinglés dans les minima de densité créés par le désordre. Dans ce cas, la transition superfluide pourrait être affectée, voire disparaître. Enfin, l’étude de la localisation de Anderson en présence d’un champ magnétique est un problème controversé de la physique des solides (notamment au sujet de l’existence où non de métaux à deux dimensions). Il est possible de réaliser l’équivalent d’un champ magnétique pour des atomes, et il est donc envisageable d’apporter un regard nouveau sur cette question en utilisant les atomes froids. Toutes ces études peuvent être étendues au cas d’atomes de potassium, pour lesquels il est possible de modifier les interactions entre atomes grâce aux résonances de Feshbach, et/ou la statistique en utilisant les différents isotopes.

11. Il s’agit de l’expérience de gravimètre du SYRTE à Paris et du groupe de M. Weidemüller à l’Université de Heidelberg.
Variations de la fréquence du piège avec l’évaporation

Nous décrivons dans cette annexe les détails de la loi de variation de la fréquence du piège en fonction de sa profondeur, dans le cas où la profondeur est modifiée par application d’un gradient de potentiel extérieur.

Pour un piège initial gaussien plongé dans un gradient de potentiel extérieur, le potentiel total s’écrit sous forme adimensionnée

\[ u(r) = -e^{-r^2} + gr \]  

(A.1)

où \( g \) est une mesure de la force extérieure, qui est le paramètre contrôlé par l’expérimentateur. Au cours de la rampe d’évaporation, \( g \) augmente et la profondeur et la fréquence du piège diminuent.

A partir de cette expression, on évalue numériquement la profondeur du piège et sa fréquence d’oscillation au voisinage du minimum. Rappelons qu’on note \( \nu \) la dérivée logarithmique de la fréquence du piège par rapport à sa profondeur. On en déduit la valeur de \( \nu \) en calculant la dérivée logarithmique numériquement. La figure A.1 montre la valeur de \( \nu \) en fonction de la profondeur du piège adimensionnée.

![Figure A.1: Valeur du paramètre \( \nu \) en fonction de la profondeur du piège adimensionnée (lorsque \( g = 0 \), la profondeur est prise égale à 1). Pour obtenir cette courbe, on calcule la profondeur du piège numériquement pour toutes les valeurs de \( g \), ainsi que la fréquence du piège correspondante.](image)

Comme nous l’avons expliqué dans le chapitre 2, la loi de variation du taux de collision en fonction du nombre d’atomes dépend fortement de \( \nu \). On note \( \beta \) la dérivée logarithmique du taux
de collisions par rapport au nombre d’atomes. Les lois d’échelle démontrées au chapitre 2 nous permettent donc de calculer $\beta$ pour toutes les valeurs de la profondeur du piège, à partir du calcul de $\nu$. Rappelons enfin que lorsque $\beta$ est négatif, le taux de collision augmente alors que le nombre d’atomes diminue. Ce régime est appelé régime d’emballlement. La figure A.2 présente les valeurs prises par $\beta$ lorsque la profondeur du piège varie, pour différentes valeurs du paramètre de troncature $\eta$. Nous observons que le régime d’emballlement est atteint pour pratiquement toutes les profondeurs de piège et toutes les valeurs pertinentes de $\eta$.

![Figure A.2](image)

**Figure A.2:** Valeur du paramètre $\beta$ en fonction de la profondeur du piège adimensionnée (en vertical), et du paramètre de troncature $\eta$ (horizontalement). La profondeur est calculée à partir de la position des extrema du potentiel A.1, pour toutes les valeurs de $g$.

Ces résultats numériques montrent l’intérêt de la configuration de piège incliné par rapport à une évaporation par diminution de la puissance du laser pour laquelle $\nu = 0.5$ (et donc $\beta$ positif dans tous les cas). Cet avantage a été utilisé pour la première fois par le groupe de Chicago [Hung 08], utilisant un gradient de champ magnétique pour réaliser l’inclinaison. Dans ce cas, l’expression A.1 est exacte.

Dans notre cas, la force extérieure est créée par un gradient de potentiel lumineux. L’expression A.1 est dans notre cas approchée. Cependant, dans notre expérience, le faisceau fortement confinant croise le faisceau large au voisinage du point où sa courbure est nulle. Dans ce cas, les corrections à apporter pour tenir compte de la courbure supplémentaire sont faibles.
Annexe B

Justifications théoriques du modèle numérique de l’interféromètre


B.1 Traitement de la source atomique

Notre source atomique est un nuage piégé dans un potentiel harmonique partiellement condensé. On peut décrire la matrice densité du gaz comme une superposition incohérente d’états cohérents [Glauber 63] du piège harmonique sous forme de la représentation P :

\[ \hat{\rho}_\text{th} = \int d^2 \alpha P(\alpha) |\alpha\rangle \langle \alpha|, \quad (B.1) \]

où \( |\alpha\rangle \) désigne un état cohérent du potentiel harmonique, conformément à la notation de [Glauber 63]. Ces états cohérents saturent l’inégalité de Heisenberg [Reuse 06]. La largeur en position et en impulsion de ces états cohérents est imposée par la géométrie du piège harmonique. Nous allons maintenant montrer qu’il est possible de choisir des paquets légèrement plus larges ou plus étroits, et que la décomposition B.1 reste valable.

Intéressons-nous à la fonction de corrélation en position du gaz. Si les états cohérents ont une certaine largeur en position et en impulsion, imposée par la géométrie du piège, la fonction de corrélation décrit la cohérence entre deux états lorsque ceux-ci se recouvrent. Cette propriété dépend de la température. Dans le cas d’un gaz de Bose piégé, cette fonction a été calculée dans [Naraschewski 99] et est donnée pour un gaz classique (ou faiblement condensé comme dans notre expérience) :

\[ g(r) = e^{-r^2/\lambda_T^2}, \quad (B.2) \]

où \( \lambda_T \) est la longueur d’onde de De Broglie thermique [Walraven 06]. Cette équation traduit le fait que la cohérence de deux états cohérents séparés d’une distance supérieure à \( \lambda_T \) est nulle en moyenne statistique. En effet, la cohérence entre deux états \( |\Psi_1\rangle \) et \( |\Psi_1\rangle \) vaut :

\[ \langle \Psi_1 | \rho | \Psi_2 \rangle = \int d\mathbf{r} d\mathbf{r}' \langle \Psi_1 | \mathbf{r} \rangle \langle \mathbf{r} | \rho | \mathbf{r}' \rangle \langle \mathbf{r}' | \Psi_2 \rangle \quad (B.3) \]
Annexe B. Justifications théoriques du modèle numérique de l'interféromètre

\[ \sim \int dr dr' \Psi_1^* (r) \Psi_2 (r') e^{-\frac{|r-r'|^2}{\lambda_T^2}}, \quad (B.4) \]

à un facteur de normalisation près. Cette expression montre bien que si deux paquets sont séparés de plus de \( \lambda_T \), la cohérence est très faible, même si la taille des paquets est supérieure à \( \lambda_T \).

Autrement dit, pour autant qu’on s’intéresse aux propriétés statistiques du nuage, c’est-à-dire aux quantités calculées en moyenne statistique à partir de la matrice densité à une particule [Löwdin 55], la largeur spatiale typique des états cohérents \( \sigma_x \) importe peu, pour autant que

\[ R > \sigma_x > \lambda_T \quad (B.5) \]

où \( R \) est la taille totale du nuage [Wolf 04]. La figure B.1 illustre différents types de décomposition en paquets gaussiens. Dans ces limites, et sous l’hypothèse \( \sigma_x \sigma_p = \hbar/2 \), nous avons donc une liberté pour le choix exact de la forme des états cohérents pour la description statistique des propriétés du nuage. Nous allons mettre à profit cette liberté pour choisir la base qui simplifie le plus les calculs.

B.2 Approximation semi-classique pour la propagation entre les pulses

La propagation d’un paquet d’ondes atomique gaussien est décrite en toute généralité par le formalisme ABCD atomique [Bordé 01, Bordé 02], inspiré du formalisme éponyme en optique. Cette technique fournit les lois de transformation de la position et de la largeur des paquets d’ondes gaussiens limités par Heisenberg (l’équivalent de la limite de diffraction en optique physique).

Le centre d’un paquet d’ondes se meut en suivant les lois de la mécanique classique, en vertu du théorème d’Ehrenfest. La phase accumulée au cours du mouvement classique est égale à l’intégrale d’action le long de la trajectoire classique [Feynman 65, Bordé 89, Storey 94].

L’expansion du paquet d’ondes gaussien par diffraction à 1D s’écrit en fonction du temps \( t \) [Piron 98]

\[ \sigma_x (t) = \sigma_0 \sqrt{1 + \frac{\hbar^2 t^2}{m^2 \sigma_0^2}} \quad (B.6) \]

\[ = \sigma_0 \sqrt{1 + \frac{t^2}{\tau^2}} \quad (B.7) \]

où \( \sigma_0 \) est la taille initiale du paquet, et \( \tau \) est le temps typique associé à l’expansion. La durée de notre expérience est de l’ordre de 100 ms. En choisissant des paquets de taille \( \sigma_0 = 8 \mu m \), on obtient \( \tau = 300 \) ms, et donc on peut négliger l’expansion au cours de l’expérience. En effet, le calcul de l’équation montre que le paquet ne va pas s’étendre de plus de 15 % au cours de l’expérience. En particulier, on aura toujours \( \sigma_x < 14 \mu m \), qui est la séparation entre les différents chemins de l’interféromètre élémentaire.

Le calcul de la propagation d’un paquet est ramené au mouvement de son centre dans l’espace des phases, et au calcul de l’action le long de cette trajectoire pour la phase accumulée.

B.3 Approximation "onde plane" pour les pulses Bragg

Nous avons choisi une taille de paquet \( \sigma_x = 8 \mu m \). Du point de vue de l’interaction avec le réseau optique pendant les pulses, il faut comparer cette taille à la période du réseau \( \lambda/2 \). On est dans la situation \( \sigma_x \gg \lambda/2 \), ce qui implique que du point de vue de la diffraction, nos paquets gaussiens sont des ondes planes. Le réseau optique va donc coupler le paquet incident avec un nombre discret
B.3. Approximation "onde plane" pour les pulses Bragg

Figure B.1: Illustration du principe de la décomposition du nuage sur des paquets gaussiens de différentes largeurs. En haut : paquets de taille $\lambda_{th}$. La taille du nuage en impulsion détermine $\lambda_{th}$ pour que les paquets soient limités par le principe de Heisenberg. En centre : paquets de taille maximale $R$, situation symétrique de la précédente. En bas : décomposition sur des paquets de taille arbitraire.
de paquets (en vertu du théorème de Bloch), ayant une largeur identique et une impulsion centrale différente de $2n\hbar k$, correspondant à des processus d’ordres différents.

Pour des atomes incidents avec une impulsion $-\hbar K$, proche de $\hbar k$, seuls quelques états sont effectivement couplés par le réseau lors de nos pulses de 33 µs. Pour le calcul des amplitudes de transition entre ces états, on se restreint à $\{-\hbar K - 4\hbar k, -\hbar K - 2\hbar k, -\hbar K, -\hbar K + 2\hbar k, -\hbar K + 4\hbar k, -\hbar K + 6\hbar k\}$. Les atomes transférés vers des états d’impulsion supérieure en valeur absolue sont considérés comme perdus. De cette façon, on limite le nombre de paquets générés au cours de la propagation.

B.4 Matrices de transfert et calcul numérique

Le calcul numérique consiste principalement à calculer l’évolution d’un paquet d’ondes unique. Ensuite, la matrice densité est développée sur ces paquets pour tenir compte de la dispersion en vitesse du nuage et le profil final est calculé comme superposition incohérente des paquets initiaux.

Un paquet est décrit par son impulsion centrale et sa position centrale. On se restreint en pratique à 5 impulsions différentes, et 5 positions différentes qui peuvent être atteintes par le paquet au cours de son évolution. La matrice de transfert est donc dans ce cas une matrice 25x25 pour l’évolution libre, dont tous les coefficients sont connus et décrits analytiquement. La matrice de transfert pour les pulses laser est calculée à partir de la résolution de l’équation de Schrödinger dans l’espace des impulsions.

Le calcul et l’application successifs de ces matrices permet d’exprimer l’état de sortie comme une superposition cohérente des paquets d’impulsion et position centrales données.

Le résultat du calcul effectué suivant le principe exposé ici est présenté en lignes continues sur les figures 3.14 et 3.16. L’accord avec les expériences est tout-à-fait satisfaisant. En particulier, les effets d’affinement, de sélectivité en vitesse, de double modulation sont quantitativement reproduits.
Annexe C

Deux propositions théoriques pour aller au-delà du potentiel speckle

Nous allons maintenant présenter deux techniques que nous avons envisagées théoriquement dans l’objectif de réaliser un potentiel aléatoire faiblement corrélé. Nous avons en particulier essayer de nous affranchir de la limite liée à l’ouverture numérique des optiques. Les deux méthodes que nous avons envisagées sont inspirées de la physique des réseaux optiques. En effet, un certain nombre de travaux, à la fois théoriques ([Weitz 04, Yi 08]) et expérimentaux ([Ritt 06, Lundblad 08, Salger 09]) ont été conduits dans le but de réaliser des réseaux optiques dont le pas ne soit pas limité par la longueur d’onde. Dans ce qui suit, nous proposons une adaptation de ces techniques à la physique des condensats désordonnés. Nous essayons en particulier d’évaluer le gain attendu sur le rayon de corrélation du potentiel aléatoire, ainsi que les limites de faisabilité compte tenu des expériences réalisées dans le domaine des réseaux optiques.

C.1 Speckle habillé par RF

L’équipe de Peter Zoller a proposé d’utiliser un potentiel lumineux habillé par RF, par analogie avec les potentiels magnétiques habillés par RF, pour réaliser des réseaux optiques de pas plus faibles que \( \lambda/2 \) [Yi 08]. En effet, l’habillage par RF est une technique de champ proche, à la manière de la technique de tomographie que nous avons décrite dans le chapitre 1. L’équipe de Trey Porto a réalisé expérimentalement cette proposition théorique [Lundblad 08].

Nous étudions ici le potentiel résultant de l’habillage du potentiel speckle par RF. Le principe est le suivant. Il est possible de réaliser un potentiel lumineux qui soit de signe différent pour deux sous-niveaux magnétiques différents de l’atome, en utilisant un laser de piégeage dont la longueur d’onde se trouve entre les transitions D1 (J=1/2 vers J=1/2, à 795 nm dans le rubidium) et D2 (J=1/2 vers J=3/2 à 780 nm dans le rubidium). En effet, dans ces cas et pour un laser de piégeage polarisé circulairement, la contribution vectorielle de la polarisabilité ([Geremia 06]) de l’atome change de signe en fonction de la polarisation relative des atomes et du laser piége.

On peut ensuite réaliser un couplage RF entre ces différents sous-niveaux. A l’endroit où la différence entre le potentiel lumineux vu par deux sous-niveaux différents est égale à la fréquence de la RF, il se produit un anticroisement ([Colombe 04, Hofferberth 06]). Intuitivement, le potentiel adiabatique ainsi créé possède deux fois plus d’extrema que le potentiel speckle nu. Le potentiel habillé est en fait le potentiel initial "replié" autour de la valeur \( \Omega/2 \). On s’attend donc à ce que ses propriétés de corrélation soient plus favorables.

La figure C.1a illustre la situation du potentiel speckle habillé.

Nous allons maintenant nous intéresser aux propriétés de corrélation du speckle habillé. Puis nous allons nous intéresser à la validité de l’approximation adiabatique, qui joue un rôle important
Annexe C. Deux propositions théoriques pour aller au-delà du potentiel speckle

Figure C.1: Potentiel speckle simple et habillé par RF pour un atome dans différents sous-niveaux magnétiques. En haut, le potentiel nu. La ligne pointillée indique la fréquence de la RF utilisée pour coupler les sous-niveaux entre eux. En bas, le potentiel ressenti par chacun des sous-niveaux magnétiques de l’atome de Rubidium dans son état hyperfin $F=1$ (en vert $m=1$, en rouge $m=0$ et en bleu $m=-1$). La fréquence de l’onde RF est choisie pour "couper" le potentiel à une hauteur $V/2$ qui maximise le nombre de croisement [Goodman 07]. On observe que le potentiel habillé présente plus de "creux et de bosses" que le potentiel nu.
C.1. Speckle habillé par RF

dans les expériences de réseau optique habillé.

C.1.1 Propriétés de corrélation du potentiel speckle habillé

Pour avoir une idée des propriétés de corrélation attendues pour le potentiel habillé, nous recherchons ici des formules analytiques dans des cas approchants. Pour ce faire, nous allons supposer que l’intensité de la figure de speckle est une variable gaussienne, de valeur moyenne $\bar{V}$ et de variance $\bar{V}^2$.

Le nombre de croisement d’un niveau $V_0$ donné par unité de longueur dans un processus gaussien est donné par la formule de Rice [Kratz 06] :

$$ N(V_0) = e^{-\frac{(V_0-\bar{V})^2}{2\bar{V}^2}} \sqrt{-\frac{c''(0)}{\pi}} \quad (C.1)$$

où la fonction $c(r)$ est la fonction de corrélation du potentiel normalisée de sorte que $c(0) = 0$, et $c''(0)$ est sa dérivée seconde prise en 0. On peut ensuite estimer le nombre d’annulation de la dérivée du potentiel, par la même technique : le croisement du niveau zéro pour la dérivée est alors donné par $\sqrt{-\frac{c''(0)}{\pi}}$, où $C$ est la fonction de corrélation de la dérivée du potentiel (en supposant que la dérivée du potentiel est une variable gaussienne). Estimons maintenant la fonction de corrélation de la dérivée du potentiel :

$$ V'(R)V'(R+r) = \lim_{\delta,\delta' \to 0} \frac{V(R+\delta) - V(R)}{\delta} \frac{V(R+r+\delta') - V(R+r)}{\delta'} \quad (C.2)$$

$$ = \lim_{\delta,\delta' \to 0} \frac{1}{\delta\delta'} \left[ c(r+\delta'-\delta) + c(r+\delta') - c(r-\delta) \right] \quad (C.3)$$

$$ = -c''(r) \quad (C.4)$$

Le nombre d’extrema $N_e$ du potentiel par unité de longueur est donc donné, d’après la formule de Rice appliquée à la dérivée, par $\sqrt{\frac{c''(0)}{\pi}}$. On peut alors exprimer le nombre d’extrema du potentiel habillé $N_d$ en fonction de celui du potentiel nu et du nombre de croisement du niveau $V_0$ par le potentiel :

$$ N_d = N_e + N(V_0) \quad (C.5)$$

Faisons maintenant l’hypothèse que le potentiel habillé est également gaussien. Dans ce cas, le nombre total d’extrema $N_d$ du potentiel habillé vérifie également les relations précédentes, soit :

$$ \sqrt{\frac{c_d''(0)}{\pi}} = \sqrt{\frac{c''(0)}{\pi}} + e^{-\frac{(V_0-\bar{V})^2}{2\bar{V}^2}} \sqrt{-\frac{c''(0)}{\pi}} \quad (C.6)$$

où $c_d$ est la fonction de corrélation du potentiel habillé. En développant la fonction de corrélation au voisinage de zéro, on peut exprimer le rayon de corrélation du potentiel habillé en fonction du rayon de corrélation du potentiel nu :

$$ \sigma_d = \frac{\sigma}{1 + Ae^{-\frac{(V_0-\bar{V})^2}{2\bar{V}^2}}} \quad (C.7)$$

où $A$ est une grandeur sans dimension de l’ordre de 1, qui dépend des détails de la fonction de corrélation du potentiel habillé et du potentiel nu. Par exemple, si on fait l’hypothèse que les fonctions de corrélation sont gaussiennes dans les deux cas, on a $A = \sqrt{2}$.

De ce calcul, on peut conclure que le fait d’habiller le potentiel par RF va réduire le rayon de corrélation d’un facteur de l’ordre de deux (en choisissant bien la fréquence de la RF pour que le nombre de croisements soit maximal 1).

1. On peut évaluer exactement le taux de croisement du speckle [Goodman 07]. Il est maximal pour $\bar{V}/2$. 

113
Nous avons vérifié qualitativement cet effet sur un calcul numerique du spectre de puissance du potentiel habillé. La figure C.2 présente le spectre de puissance du potentiel habillé par RF, lorsque la coupure se fait à une profondeur égale à $V$. La fréquence de Rabi est égale à $2V$ pour limiter les transitions de Landau-Zener (voir ci dessous). On observe bien qualitativement l'augmentation du rayon de corrélation, ainsi que le doublement du support du à l'habillage RF.

\begin{figure}[h]
\centering
\includegraphics[width=\textwidth]{spectre.png}
\caption{Spectre de puissance du potentiel habillé (en bleu) et du potentiel nu (en rouge). La fréquence de Rabi est prise égale à $2V$. A droite le spectre est représenté en échelle linéaire. On peut observer la diminution du rayon de corrélation sur le potentiel habillé par rapport au potentiel nu, au prix d'une diminution de la profondeur totale. Cette diminution de la profondeur est principalement due à la valeur importante de la fréquence de Rabi par rapport à la profondeur du piège. A gauche le même spectre en échelle logarithmique. On voit que le support du spectre de puissance est doublé par l’habillage RF.}
\end{figure}

C.1.2 Extension à un peigne de fréquences RF

On peut également généraliser l’idée de potentiel lumineux habillé au cas d’un peigne de fréquence (comme envisagé dans [Yi 08]). On peut utiliser les approximations précédentes, en notant $V_i$ les niveaux du potentiel correspondants aux différentes fréquences du peigne. On a alors

$$\sigma_d = \sigma \frac{1}{1 + \sum_i A_i e^{-\frac{(V_i - V)^2}{2V^2}}}.$$

Dans ce cas, on peut envisager de diminuer beaucoup plus fortement le rayon de corrélation du potentiel. L’extension à un peigne à partir du cas d’une seule fréquence est techniquement simple. La limite du nombre de fréquences que nous pouvons utiliser est limitée principalement par l’approximation adiabatique.

C.1.3 Validité de l’approximation adiabatique

Le fait que l’on puisse considérer que les atomes voient le potentiel habillé est subordonné au fait que l’état interne de l’atome suit adiabatiquement l’état du centre de masse de l’atome au cours de son mouvement dans le paysage de potentiel. Plus précisément, nous souhaitons éviter que les atomes effectuent des transitions de type Landau-Zener ([Landau 67, Morsch 06]) à la traversée d’un anticroisement.

La probabilité d’une telle transition est donnée par la formule ([Lundblad 08, Morsch 06]) :

$$P = e^{-\frac{1}{2}\frac{\Delta^2}{\hbar^2 E'}}$$

où $\Delta$ est l’ouverture de gap, $E'$ est le gradient d’énergie au voisinage du croisement en l’absence de couplage et $v$ est la vitesse de traversée de l’anticroisement, supposée constante. Dans la situation
C.2. Potentiel lumineux d’ordre supérieur

expérimentale qui nous intéresse, le gradient d’énergie est de l’ordre de \( \bar{V}/\sigma \), où \( \sigma \) est le rayon de corrélation du potentiel nu, et \( \bar{V} \) est la profondeur moyenne du potentiel. \( \Delta \) est égal à la fréquence de Rabi du couplage RF \( \Omega \). Le critère d’adiabaticité est donc dans notre cas :

\[
A = \frac{\Omega^2 \sigma}{\bar{V}} \gg 1. \tag{C.10}
\]

Dans les cas expérimentaux d’intérêt, la vitesse d’expansion est de l’ordre d’une fraction de la vitesse de recul. Le rayon de corrélation du potentiel nu est de l’ordre de la longueur d’onde du laser qui crée le speckle. Ce critère requiert donc dans le cas du rubidium une fréquence de Rabi de l’ordre de quelques kilohertz, soit l’ordre de grandeur de la fréquence de recul.

Remarquons que le fait d’effectuer des transitions de Landau-Zener ne pose pas en soi un problème, au sens où les atomes vont simplement "rater" un événement de diffusion, mais ne sont pas perdus. En fait, le critère d’adiabaticité introduit une limite \( v_c = \frac{\Omega^2 \sigma}{\bar{V}} \) supplémentaire pour les vitesses des atomes dans le potentiel. Au-dessus de cette limite, les atomes voient le potentiel nu, en-dessous ils voient le potentiel habillé. Le rayon de corrélation du potentiel effectif dépend donc de la vitesse, et rend les propriétés de localisation dépendantes de la vitesse à un degré supplémentaire.

C.2 Potentiel lumineux d’ordre supérieur

Dans toute notre approche des potentiels lumineux pour la manipulation des atomes froids, nous nous en sommes tenus à un traitement perturbatif à l’ordre 2 pour l’effet du champ électrique sur les niveaux d’énergie de l’atome. Cela conduit à un potentiel de piégeage proportionnel à l’intensité lumineuse. Dans le cadre de l’étude des atomes froids dans des réseaux optiques, on a donc des périodes pour les variations du potentiel de \( \lambda/2 \) (en effet, le champ varie spatialement sur une échelle \( \lambda \) et donc l’intensité lumineuse varie spatialement sur une échelle \( \lambda/2 \)).

Martin Weitz a proposé [Weitz 04] et réalisé expérimentalement [Ritt 06, Salger 09] un réseau optique dans lequel le potentiel de piégeage est réalisé par l’effet Stark d’ordre 4 et 6 plutôt que d’ordre 2 comme c’est habituellement le cas. De ce fait, la période du réseau est respectivement \( \lambda/4 \) et \( \lambda/6 \). L’idée est d’utiliser les propriétés dispersives des transitions Raman à plusieurs photons plutôt que des transitions à un photon.

Nous allons maintenant montrer qu’il est possible d’adapter cette idée pour améliorer les propriétés de corrélation du potentiel aléatoire speckle. Pour cela, imaginons que l’on réalise un speckle avec un faisceau contenant deux fréquences différentes et deux polarisations différentes. Les fréquences des deux lasers sont éloignées de résonance, mais la différence de fréquence entre les deux est proche de la différence d’énergie entre deux sous-niveaux magnétiques de l’atome plongé dans un champ homogène. La figure C.3 illustre cette configuration.

C.2.1 Potentiel d’ordre supérieur

Le potentiel lumineux à l’ordre 2 ressenti par un atome dans l’état \( m = -1 \) dans la configuration de laser décrite en figure C.3 s’écrit (avec les notations de la figure C.3) :

\[
V^{(2)}(r) = \frac{\hbar \Omega_2^2}{2\Delta}. \tag{C.11}
\]

En plus de ce terme d’ordre 2, on a également un terme croisé correspondant à des transitions Raman entre les deux sous niveaux magnétiques. La fréquence de Rabi \( \Omega_R \) de ce processus Raman à deux photons est donnée par \( \Omega_R = \frac{\hbar \Omega_1 \Omega_2}{2\Delta} \). Si le désaccord \( \delta \) est nul, alors on va assister à des oscillations de Rabi entre les deux sous-niveaux.
Annexe C. Deux propositions théoriques pour aller au-delà du potentiel speckle

Figure C.3: Schéma des lasers pour la réalisation d’un potentiel lumineux d’ordre 4. Les niveaux d’énergie sont ceux d’un atome alcalin dans un champ magnétique. Les lasers sont désaccordés de $\Delta$ par rapport à la transition à un photon la plus proche, et la différence de fréquence entre les deux lasers est désaccordée de $\delta$ par rapport à la transition Raman $m=-1 \rightarrow m=1$. Les fréquences de Rabi à un photon des deux lasers utilisés sont notées $\Omega^+$ et $\Omega^-$, et les champs électriques correspondants sont notés $E^+$ et $E^-$ respectivement.

Si maintenant le désaccord $\delta$ est plus grand que la fréquence de Rabi $\Omega_R$, on ne va pas observer d’oscillations, mais plutôt des transitions Raman virtuelles entre les sous-niveaux. Dans ce cas, ces transitions vont donner lieu à un potentiel lumineux "à 4 photons" [Gauguet 08] :

$$V^{(4)}(r) = \frac{\hbar \Omega^2}{2\delta} = \frac{\hbar^2 \Omega^2 \Omega^2}{8\Delta^2 \delta}.$$  \hspace{1cm} (C.12)

A cause des transitions Raman virtuelles, on assiste à l’apparition d’un terme de potentiel lumineux supplémentaire. Ce terme est proportionnel à la puissance 4 des champs. Notons que ce potentiel supplémentaire prend la forme simple de l’équation C.12 uniquement au premier ordre en $\Omega_R/\delta$. C’est également lorsque $\Omega_R \ll \delta$ que le niveau $m=1$ n’est pas peuplé.

Introduisons maintenant le rapport entre les puissances des deux lasers $\gamma$, ainsi que les polarisabilité et "hyperpolarisabilité" $\alpha$ et $\beta$ de l’atome :

$$\gamma = \frac{\Omega^-}{\Omega^+},$$  \hspace{1cm} (C.13)

$$V^{(2)} = \alpha E^2_+$$  \hspace{1cm} (C.14)

$$V^{(4)} = \beta E^4_+$$  \hspace{1cm} (C.15)

On a alors la relation $\beta = \frac{\alpha^2 \gamma^2}{2\delta \hbar}$. 

C.2.2  Propriétés de corrélation du potentiel

L’opérateur Hamiltonien auquel l’atome est soumis est donc

$$\hat{H} = -\frac{\hat{P}^2}{2m} + \hat{V}^{(2)}(r) + \hat{V}^{(4)}(r)$$  \hspace{1cm} (C.16)

$$= -\frac{\hat{P}^2}{2m} + \alpha E^2_+(r) + \beta E^4_+(r)$$  \hspace{1cm} (C.17)
C.2. Potentiel lumineux d’ordre supérieur

où les potentiels d’ordre deux et quatre sont aléatoires. On s’intéresse maintenant aux propriétés de corrélation du potentiel auquel sont soumis les atomes. On cherche donc à évaluer la fonction de corrélation du champ de speckle μ (μ dépend de la distance entre les points 1 et 2) :

\[ V_1 V_2 = \alpha^2 E_1^2 E_2^2 + \alpha \beta (E^2_1 E_2^4 + E^4_1 E_2^2) + \beta^2 E^4_1 E^4_2 \]  
(C.18)

Notons \( I = \overline{E^2_1} \). On connaît l’expression analytique de tous les moments de l’distribution jointe des intensités d’un champ de speckle [Goodman 07]. On a alors :

\[ V_1 V_2 = \alpha^2 I^2 (1 + \mu^2) + 4 \alpha \beta I^3 (1 + 2 \mu^2) + 4 \beta^2 I^4 (1 + 4 \mu^2 + \mu^4) \]  
(C.19)

On regroupe ensuite les termes par puissances de μ :

\[ V_1 V_2 = \alpha^2 I^2 + 4 \alpha \beta I^3 + \beta^2 I^4 + \mu^2 (\alpha^2 I^2 + 8 \alpha \beta I^3 + 16 \beta^2 I^4) + \mu^4 (4 \beta^2 I^4) \]  
(C.20)

En comparaison, la fonction de corrélation pour un speckle simple (β = 0) vaut \( \alpha^2 I^2 (1 + \mu^2) \). Lorsque les deux points sont séparés d’une distance \( r \), le coefficient de corrélation vaut \( \mu(r) = \text{sinc}(rL/\lambda z) \) (\( \lambda \) est la longueur d’onde de la lumière, \( L \) est la taille de la pupille de sortie et \( z \) est la distance entre la structure diffusante et le point d’observation, pour un éclairement uniforme du diffuseur). Le spectre de puissance du potentiel complet, soit la transformée de Fourier de la fonction de corrélation ci-dessus, contient des composantes correspondant à la transformée de Fourier du terme en \( \mu^2 \) et du terme en \( \mu^4 \). Le terme en \( \mu^2 \) fait apparaître les mêmes composantes de Fourier que le speckle simple. En revanche, le terme en \( \mu^4 \) contient des composantes sur un spectre deux fois plus large. Ce sont donc ces composantes qui représentent le gain en terme de corrélation sur le speckle simple. Le terme d’ordre 4 est en général dominé par les termes d’ordre 2. Nous allons maintenant exprimer la condition qui permet d’annuler la contribution du second ordre pour conserver uniquement le terme d’ordre supérieur :

\[ \alpha^2 I^2 + 8 \alpha \beta I^3 + 16 \beta^2 I^4 = 0 \]  
(C.21)

soit donc :

\[ \beta = -\frac{\alpha}{4I} \]  
(C.22)

Si on utilise les définitions de α et β :

\[ \frac{2\gamma^2 \bar{V}}{h \delta} = -1, \]  
(C.23)

où nous avons introduit \( \bar{V} = \alpha I \) la profondeur moyenne du potentiel aléatoire seul. Il existe donc un choix de paramètres pour lequel seules subsistent dans le spectre de puissance les contributions du terme d’ordre supérieur\(^2\). La figure C.4 présente le tracé des spectres de puissance des potentiels speckle simple et speckle avec potentiel d’ordre supérieur (normalisés). On peut effectivement observer le gain que représente le fait de passer à un ordre supérieur.

\(^2\) Pour mettre des chiffres sur cette relation, si on choisit un speckle de 1 recul de profondeur, avec \( \gamma = 2 \) c’est-à-dire une amplitude deux fois plus grande sur une polarisation que sur l’autre, alors, on doit choisir \( \delta = -8 \) recul. Dans ce cas, le rapport des profondeurs respectives des deux termes du potentiel vaut \( \frac{\bar{V}(4)}{\bar{V}(2)} = -0.25 \). Avec ces chiffres, les hypothèses sur les ordres de grandeur sont relativement bien vérifiés (0.25 ≪ 8).
**Annexe C. Deux propositions théoriques pour aller au-delà du potentiel speckle**

1. Fonction de corrélation

   - Speckle simple
   - Potentiel avec ordre supérieur

   **Figure C.4:** Spectres de puissances des potentiels speckle simple (en rouge) et d’ordre supérieur avec la condition C.23 (en bleu).

**C.2.3 Discussion**

Pour la réalisation expérimentale de ce potentiel, nous disposons de deux degrés de liberté, à savoir le rapport entre les amplitudes des champs entre les deux polarisations $\gamma$, et le désaccord par rapport à la résonance pour la transition Raman $\delta$. On peut donc en principe faire varier la profondeur du potentiel en conservant des propriétés de corrélation meilleures que pour le potentiel nu. Cependant, cela impose un bon contrôle des polarisations des lasers par rapport au champ magnétique. En particulier, pour les grandes ouvertures numériques, il est difficile d’obtenir des propriétés de polarisation idéales [Beugnon 07].

Lorsque l’approximation $\delta \gg \Omega_R$ n’est pas pleinement satisfaite on va faire apparaître des termes supplémentaires dans l’expression du potentiel dipolaire [Perrin 06]. Ces termes sont faibles, et en principe ils sont même plutôt favorables car ils contiennent des puissances supérieures des amplitudes du champ. Cependant, on va peupler l’état $m = +1$, et ces atomes vont voir un potentiel différent, qui lui n’aura pas forcément les bonnes propriétés de corrélation.

Martin Weitz et son équipe ont démontré un réseau optique utilisant le potentiel à l’ordre 6 [Salger 09], pour obtenir des périodes encore plus courtes. En principe, notre raisonnement peut s’étendre au cas des potentiels d’ordre plus élevé. Cependant, il semble que dans ce cas, on ne dispose pas des degrés de liberté nécessaires pour annuler tous les termes croisés dans la fonction de corrélation.
Bibliographie


<table>
<thead>
<tr>
<th>Reference</th>
<th>Author(s)</th>
<th>Title</th>
<th>Journal</th>
<th>Volume</th>
<th>Issue</th>
<th>Pages</th>
<th>Year</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>[Dieckmann 01]</td>
<td>Kai Dieckmann</td>
<td>Bose-Einstein Condensation with High Atom Number in a Deep Magnetic Trap</td>
<td>PhD Thesis</td>
<td>Amsterdam University</td>
<td></td>
<td></td>
<td>2001</td>
</tr>
</tbody>
</table>


<table>
<thead>
<tr>
<th>Reference</th>
<th>Authors</th>
<th>Title</th>
<th>Journal</th>
<th>Volume</th>
<th>Issue</th>
<th>Pages</th>
<th>Year</th>
</tr>
</thead>
</table>


127

Bose-Einstein condensation of alkaline earth atoms: $^{40}$Ca. 08 2009.


128


130


Résumé

Ce manuscrit présente une série d’expériences réalisées sur des atomes de Rubidium piégés et refroidis grâce à des forces induites par laser. Lorsque le laser est très désaccordé par rapport aux résonances de l’atome, la force exercée est conservative et l’on parle de potentiels lumineux. Dans un premier temps, nous présentons un piège optique basé sur ce principe, créé par un laser à 1565 nm. Dans ce piège, les atomes sont refroidis par évaporation jusqu’à la condensation de Bose-Einstein, dans le régime d’emballlement. Dans ce régime la densité augmente au cours du refroidissement ce qui rend la procédure plus efficace. Nous présentons ensuite deux expériences dans lesquelles le condensat est placé dans un trampoline à atomes vertical. Ce trampoline résulte de l’application périodique d’un potentiel lumineux formé par une onde stationnaire verticale. Nous étudions deux régimes de fonctionnement de ce système : un régime classique dans lequel les atomes rebondissent périodiquement sur l’onde lumineuse, et un régime quantique dans lequel les ondes de matière atomiques sont en plus séparées par les pulses et suivent des trajectoires différentes qui se recombinent périodiquement, donnant lieu à des interférences. Dans les deux cas, notre système peut être utilisé comme gravimètre. Enfin, nous plaçons notre condensat dans un potentiel très confinant dans la direction verticale, ce qui le comprime dans une géométrie bidimensionnelle. Le condensat est ensuite soumis à un potentiel lumineux aléatoire réalisé par une figure de speckle. Nous présentons une étude préliminaire des propriétés de transport du nuage dans le plan, en présence du potentiel aléatoire.

Mots clés

Condensation de Bose-Einstein - Piège dipolaire optique - Refroidissement évaporatif - Gravimétrie - Interférométrie atomique - Conduction à deux dimensions

Abstract

This thesis presents experiments where Rubidium atoms are manipulated thanks to laser-induced forces. When the laser is far off-resonance, the light-induced force is conservative, and corresponds to light-induced potentials. First, we present an optical dipole trap for Rubidium atoms created by a laser at 1565 nm. In this trap, atoms are cooled by evaporation down to Bose-Einstein condensation. This cooling takes place in the runaway regime, where the density increases with cooling, leading to an improved efficiency. We then present two experiments where a condensate is put into a vertical trampoline. This trampoline is based on an optical lattice created by a vertical standing wave. We study two regimes of this trampoline : in the classical regime, the atoms bounce periodically on the standing wave, while in the quantum regime, atomic matter waves are split in packets that follow separated trajectories, which periodically recombine, leading to interferences. In both regimes the trampoline provides a measurement of gravity. Eventually, we put our condensate in an optical trap that tightly confines atoms in the horizontal plane. The Bose-Einstein condensate is then submitted to a random optical potential created by a laser speckle. We then study the in-plane transport of atoms in the random potential.

Key words

Bose-Einstein Condensate - Optical-dipole trap - Evaporative cooling - Gravimeter - Atom interferometry - Two-dimensional transport