ECOLE DES MINES
DE PARIS

Collège doctoral

N° attribué par la bibliothèque

|__|__|__|__|__|__|__|__|__|__|

T H E S E

pour obtenir le grade de
Docteur de l'Ecole des Mines de Paris
Spécialité "Informatique temps réel – Automatique – Robotique"

présentée et soutenue publiquement par
Philippe BLANC

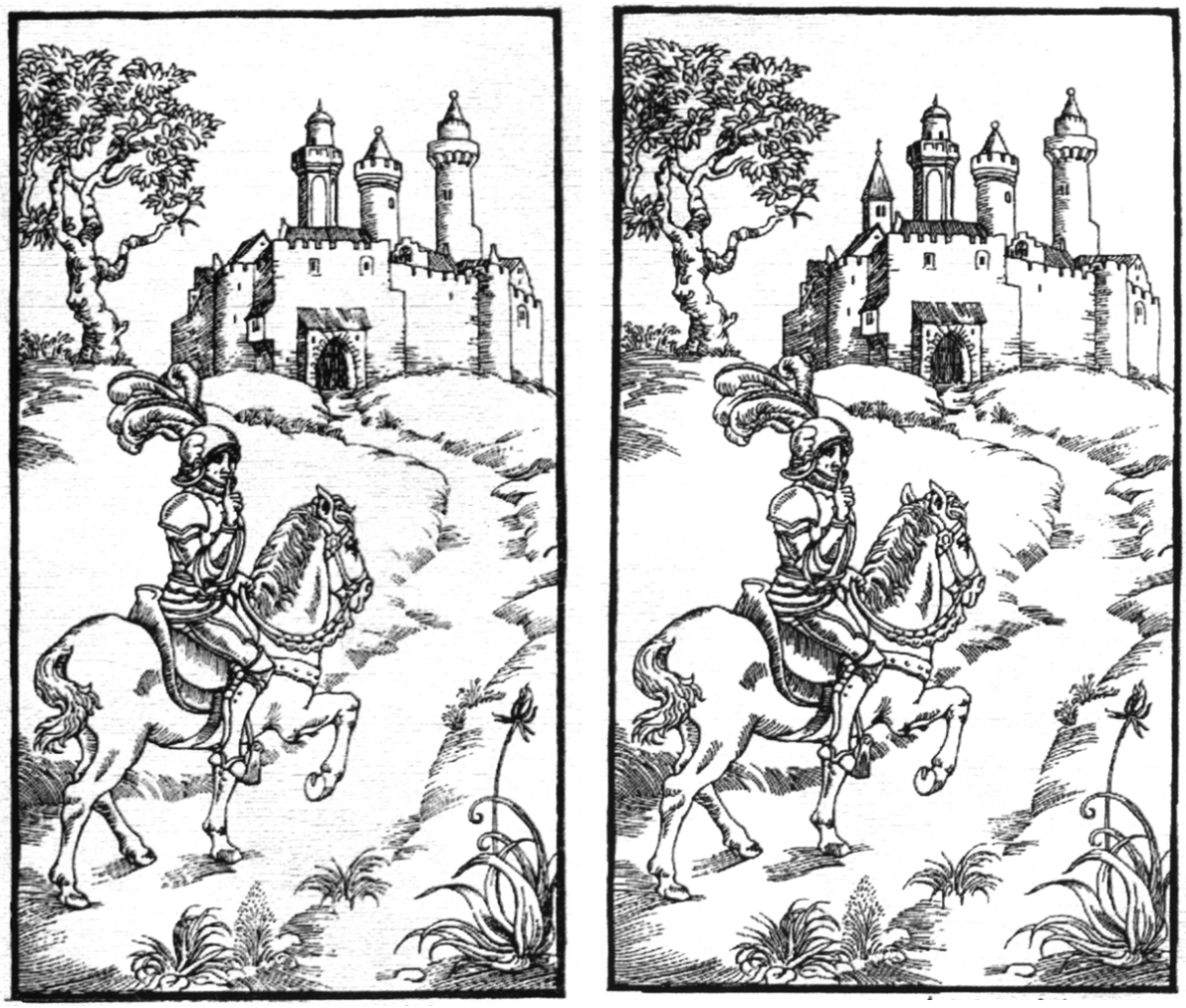
le 3 décembre 1999

DEVELOPPEMENT DE METHODES POUR LA DETECTION DE CHANGEMENT

Directeur de thèse : Lucien WALD

Jury :

M. Albert BIJAOUI ..... Président et rapporteur
M. Christian ROUX ..... Rapporteur
M. Roberto ALOISI ..... Rapporteur
M. Yves ROUCHALEAU ..... Examinateur
M. Olivier GORETTA ..... Examinateur
M. Lucien WALD ..... Examinateur



Jeux des sept changements

A Marion,
A ma famille,
A mes amis.

REMERCIEMENTS

Me voilà au moment de rédiger la fameuse page de remerciements : je retiens mon souffle, je me concentre pour n'oublier personne et je me lance.

Mes premiers remerciements vont à Monsieur Lucien Wald du Groupe Télédétection & Modélisation de l'Ecole des Mines de Paris qui a tenu à la perfection le rôle de directeur de thèse. Avec beaucoup de patience, de sincérité et de pédagogie, il a su me guider dans mon apprentissage — *ou parcours initiatique ?* — de la recherche. Sa démarche scientifique pragmatique et profondément honnête ainsi que son contact sincère et chaleureux avec les autres resteront pour moi un modèle.

Je remercie Monsieur Albert Bijaoui de l'Observatoire de la Côte d'Azur pour avoir accepté de juger mes travaux de thèse en tant que rapporteur et de présider le jury. Ma reconnaissance va également à Monsieur Christian Roux du laboratoire Image et Traitement de l'Information de l'Ecole Nationale Supérieure de Télécommunications de Bretagne qui m'a fait l'honneur de tenir le rôle de rapporteur. Un grand merci à Monsieur Roberto Aloisi d'Alcatel Space Industries pour m'avoir accueilli au sein de son service "Applicatifs Image" mais aussi pour son intérêt, ses conseils et son soutien de tous les instants. Je lui adresse aussi ma profonde reconnaissance pour avoir accepté de participer au jury en tant que rapporteur industriel. Je souhaite aussi remercier Monsieur Yves Rouchaleau du Centre des Mathématiques Appliquées de l'Ecole des Mines de Paris pour m'avoir accepté dans sa formation doctorale *"Informatique temps réel – Automatique – Robotique"*. Je le remercie aussi de l'intérêt qu'il a porté à mes travaux et de sa participation au jury. Je remercie Monsieur Olivier Goretta de la Délégation Générale pour l'Armement pour avoir bien voulu faire partie du jury mais aussi pour son intérêt et ses conseils avisés. Ma reconnaissance va aussi naturellement à cet organisme pour avoir financé la thèse durant ces trois ans. Je tiens à souligner l'efficacité et la grande disponibilité de Mesdames Lebelz et Couesnon, mes contacts bienveillants à la DGA.

Je remercie Messieurs Michel Albuisson, Thierry Ranchin, François Cauneau, Roseline Adde-Wald, Laurent Polidori, Eric Savaria, Olivier Pigouche et Jean-Marc Nasr pour m'avoir efficacement aidé et conseillé techniquement, scientifiquement et administrativement lors de la thèse.

C'est aussi le moment de dire un grand merci à toutes les personnes des services ISO, ISA et du Groupe T&M avec qui j'ai passé d'excellents moments et qui ont rendu ces trois ans de thèse agréables et très riches humainement. J'adresse toute ma sympathie et amitié à Audrey

dont la fraîcheur et la gentillesse devraient être remboursées par la sécurité sociale et Fredo (son mari) dont le jeu de jambes sur la scène des Orteils Bleus ferait pâlir les meilleurs boxeurs ; mais aussi, en vrac, à Yvan, à Christelle et Stéphane, à Dimitri, Lizzy et ... Emma, à Karine et Olivier, à Laurent, à Axel et Monna, à Ludovic, à Lionel, à Brice et Anne-Claire, à Luce, à Sophie, à Olivier, à Jean-Louis, à Pierre, aux deux Thierry's', aux trois Stéphane's' et j'en oublie sûrement.

Merci à mes parents pour avoir courageusement relu le mémoire et pour avoir organisé avec ma grand-mère, mes beaux-parents et *maestria* un pot de thèse mémorable.

Je remercie aussi ceux qui vont lire cette thèse et ... cette page de remerciements (un peu d'auto-référence ne faisant de mal à personne).

Mes derniers remerciements vont à Marion, ma femme, pour avoir accepté stoïquement les soirées et les fins de semaines studieuses, pour sa relecture efficace et surtout pour son soutien sans faille qui a été déterminant durant les inévitables passages ardus de ce long trajet de thèse.

SOMMAIRE

Chapitre 1 - Introduction 1

1 Le cadre 1

2 Les objectifs 2

3 Organisation du document 4

4 La situation de la thèse 6

Chapitre 2 - Quelques définitions sur les changements 7

1 Les évolutions d'un paysage 7

1.1 Décomposition du processus d'observation 7

1.2 Quelques exemples d'illustration 8

1.3 Les différents niveaux d'évolution d'un paysage observé 9

2 Les caractéristiques d'évolution des observables 10

2.1 Les caractéristiques spatio-temporelles 11

2.2 Les caractéristiques d'observabilité 19

3 Représentation symbolique des évolutions d'un paysage 20

Chapitre 3 - Proposition d'une méthodologie pour la détection de changement 25

1 Introduction 25

2 Proposition d'une méthodologie 27

2.1 L'acquisition de connaissances a priori sur les changements et les moyens d'observation 27

2.2 L'alignement des données 28

2.2.1 L'alignement géométrique 28

2.2.2 L'alignement radiométrique 28

2.3 L'extraction d'informations pertinentes vis-à-vis des changements à détecter 31

2.3.1 Les objectifs de cette extraction d'information 31

2.3.2 Exemples d'extraction d'attribut 33

2.4 La création des écarts à un modèle 36

2.4.1 L'objectif : réduire la redondance temporelle 36

2.4.2 Une approche englobant la dimension temporelle et l'espace des attributs 37

2.4.3 Une approche par régression linéaire séparant la dimension temporelle de l'espace des attributs 38
2.5 La prise de décision et la synthèse des résultats *43*

Chapitre 4 - Caractérisation des moyens d'observation 47

1 Description dynamique de la prise de mesure **47**

2 Influence des moyens d'observation sur la détection de changement **49**

2.1 Introduction *49*
2.2 Le pouvoir de résolution spatiale *49*
2.2.1 Deux caractéristiques clés : le pas d'échantillonnage et la FTM 49
2.2.2 Relation entre pouvoir de résolution et détection de changement 50
2.2.3 Impact d'une différence de pouvoir de résolution sur la détection de changement 56
2.3 La superposabilité géométrique des images *58*
2.3.1 Différentes sources et type d'erreurs de localisation 58
2.3.2 Etude de l'impact des erreurs de superposabilité 61
2.4 Les caractéristiques radiométriques *66*
2.5 Les caractéristiques temporelles *67*
2.6 Contraintes techniques sur les caractéristiques des moyens d'observation *68*

3 La capacité des moyens d'observation pour la détection de changement **69**

4 Conclusion **74**

Chapitre 5 - L'alignement géométrique des données 77

1 Introduction **77**

2 Estimation de la fonction de disparité : la méthode de Djamdji utilisant l'analyse multirésolution **80**

2.1 Description de la méthode proposée par Djamdji (1993) *80*
2.2 Un besoin d'améliorations *81*

3 Les modifications apportées à l'algorithme **82**

3.1 Le choix de l'analyse multirésolution *82*
3.2 La sélection des points caractéristiques *85*
3.3 Le processus d'appariement sub-pixellaire *87*
3.4 Le tri des couples de points homologues *90*
3.5 L'estimation de la fonction de disparité *92*
3.6 Les possibilités de contrôle sur l'estimation de la fonction de disparité *96*
3.7 Schéma récapitulatif *97*

4 Proposition d'un protocole général de validation **99**

4.1 Le principe *99*
4.2 Synthèse des résultats de l'application du protocole de validation *100*
4.3 Validation du tri des couples de points homologues *103*

5 Conclusion **104**

6 Quelques résultats pratiques **109**

6.1 Cas d'une différence du pas d'échantillonnage entre les images à recaler *109*
6.1.1 Une précision d'appariement limitée par le pas d'échantillonnage le plus grossier 109
6.1.2 Mise en commun des pas d'échantillonnage des deux images 112
6.1.3 Génération de la fonction de disparité suivant les échelles d'origine des deux images 113
6.2 Cas d'une différence importante des géométries des images à recaler *115*

Conclusion 117

Bibliographie 121

Annexe A - Méthodes de reconstruction de surface 133

1 Formulation générale du problème **133**

2 La méthode polynomiale **133**

3 La méthode des plaques minces **135**

3.1 Introduction *135*
3.2 Solution de la minimisation *135*
3.3 Démarche du calcul *136*
3.4 Choix du facteur de régularité λ *138*
3.5 Conclusion sur la méthode des plaques minces *139*

4 Les surfaces polynomiales par morceaux **139**

4.1 Introduction *139*
4.2 Un pavage défini par la triangulation de Delaunay *139*
4.3 La méthode linéaire par morceaux *141*
4.3.1 Etape 1 : la recherche du triangle contenant le point Q 141
4.3.2 Etape 2 : le calcul des coordonnées barycentrique de Q dans le triangle le contenant 142
4.3.3 Etape 3 : évaluation de $\sigma_{Lin}[F](Q)$ 143
4.3.4 Conclusion sur la méthode linéaire par morceaux 143
4.4 La méthode de Hsieh-Clough-Tocher *143*
4.4.1 Evaluation des trois polynômes par triangle 145
4.4.2 Evaluation de Σ_T 146
4.4.3 Conclusion 147
4.5 Le problème de l'extrapolation (hors de l'enveloppe convexe des points) *148*

Annexe B - La qualité des méthodes de rééchantillonnage 149

1 Rappels des principes de l'interpolation et du rééchantillonnage 149

2 La qualité du rééchantillonnage 151

2.1 Ajout éventuel d'un biais lors de l'interpolation 151

2.2 Ecart de $S(\nu)$ par rapport au filtre passe-bas parfait 152

2.3 Erreur sur le champ de rééchantillonnage lors du rééchantillonnage 154

2.4 Problème de repliement de spectre lors du rééchantillonnage 158

3 Evaluation de quelques méthodes d'interpolation 160

3.1 Introduction 160

3.2 L'interpolation cubique (d'ordre 2) 160

3.2.1 Etude du biais 161

3.2.2 Etude des écarts de $S_{cub(a)}(\nu)$ par rapport au filtre passe-bas parfait 161

3.2.3 Etude de l'erreur lors de l'application d'une translation sub-pixellaire 163

3.2.4 Conclusion sur le choix du paramètre a 164

3.3 L'interpolation de Shannon apodisée 166

3.3.1 Etude du biais 167

3.3.2 Etude des écarts de $S^{N,\alpha}_{sha}(\nu)$ par rapport au filtre passe-bas 167

3.3.3 Etude de l'erreur lors de l'application d'une translation sub-pixellaire 168

4 Conclusion 169

Annexe C - Principe de l'appariement sub-pixellaire 171

1 La méthode d'appariement sub-pixellaire 171

1.1 L'objectif 171

1.2 La méthode d'appariement choisie 171

1.3 Localisation du maximum dans la matrice de similarité 175

2 Estimation de la qualité de l'appariement sub-pixellaire 176

2.1 Hypothèses et notations préalables 176

2.2 Un biais systématique dû au repliement de spectre lors de l'acquisition 178

2.3 Une minoration de l'écart type de l'estimateur $\tilde{\delta}$ par la borne de Cramer-Rao 184

2.4 Conclusion sur la qualité de l'estimateur 188

Annexe D - Communication au symposium Commission II d'ISPRS 191

1 Introduction 191

2 Validation protocol applied to an automatic co-registration method based on multi-resolution analysis and local deformation models 193

Listes des figures et tableaux 201

1 Figures 201

2 Tableaux 204

- Chapitre 1 -

INTRODUCTION

1 Le cadre

La détection de changement est la mise en œuvre de techniques ayant pour but de repérer, de mettre en évidence, de quantifier et, enfin, de comprendre l'évolution temporelle ou le changement d'états d'un objet ou d'un phénomène à partir d'une série d'observations à différents instants.

Dans le domaine de la télédétection, les observations temporelles sont assurées par des capteurs embarqués sur des plates-formes satellites ou encore sur des avions. Ces capteurs fournissent des images multidates de la portion de la surface terrestre pour laquelle on désire étudier des phénomènes dynamiques particuliers.

Compte tenu de la diversité des moyens d'observation par télédétection, les domaines d'application ayant recours à des techniques de détection de changement sont très variés (Singh, 1989). Ces méthodes de détection de changement sont mises en œuvre dans des applications qui se distinguent non seulement par l'objet de leurs études mais aussi par les échelles spatiales et temporelles considérées.

Ainsi, trouve-t-on des applications dont l'objectif est l'étude de changements relativement lents entre deux instants d'observation éloignés sur de grandes échelles spatiales comme l'étude du changement d'occupation et de l'utilisation des sols ou de la déforestation à l'échelle d'un pays ou d'une région (Adams *et al.*, 1995 ; Collins et Woodcock, 1994). Dans le cas d'évaluation d'une catastrophe naturelle (inondation, feux de forêts, etc.), l'échelle temporelle d'observation est alors généralement choisie plus petite : l'étude du changement est ainsi effectuée entre les instants d'observation disponibles les plus proches avant et après l'avènement de la catastrophe.

Les applications de détection de changement se trouvent aussi dans le domaine de la haute résolution spatiale, s'intéressant à des phénomènes dynamiques suivant des échelles spatiales plus petites comme celles ayant trait à l'étude de l'évolution du tissu urbain (Adeniyi, 1980 ; Ranchin et Wald, 1996). Les techniques de détection de changement ne se limitent pas seulement à des études diachroniques : elles peuvent s'inscrire dans une analyse de l'évolution d'un paysage où le déroulement temporel est une source d'informations au même titre que la

variable spatiale, et non plus seulement une indexation des différentes images. Ces applications utilisent généralement des capteurs dits à haute résolution temporelle comme NOAA / AVHRR (Lambin et Strahler, 1994 ; Pozo *et al.*, 1997) ou encore comme les satellites d'observation météorologiques (Ehrlich *et al.*, 1997).

Il est à noter que la détection de changement ne sert pas uniquement à la compréhension thématique de l'évolution d'un paysage. Elle peut être utilisée comme un procédé d'extraction d'informations multidates pertinentes en amont de traitements comme la compression de données multidates dans le but de transmettre ou de stocker des données de manière optimisée. Dans ce cas, l'objectif de la détection de changement est de repérer des zones qui ont changé de manière significative d'un instant d'observation à un autre. La compression réside alors dans le codage des différences importantes entres les différentes images multidates (Wong *et al.*, 1997).

2 Les objectifs

Ces exemples d'applications montrent que la détection des changements joue un rôle fondamental dans la compréhension, au sens large, de l'évolution temporelle d'un paysage par le biais d'observations multidates. Cette pluralité de domaines d'application fait la richesse de la détection de changement mais a aussi tendance à la cloisonner, à la rendre très spécifique du but recherché. Cet état de fait se traduit par un foisonnement d'articles sur le sujet proposant des solutions techniques étroitement liées à une application en particulier et donc, la plupart du temps, sans réel soucis de l'existence ou l'élaboration d'une démarche générale justifiant cette solution technique plutôt qu'une autre.

L'élaboration d'une généralisation de la détection de changement fournit des bases et un cadre conceptuel guidant les applications correspondantes en permettant une mise en commun et une coordination des approches et des solutions techniques proposées.
Moussu (1988), lors de ses travaux de thèse à l'Ecole des Mines de Paris, avait déjà identifié ce besoin d'une méthodologie générale de la détection des changements, comme l'illustre le titre de sa thèse : *"Une définition d'une méthodologie de détection de phénomènes dynamiques dans une chronique d'images"*.

C'est dans la lignée de ces travaux que s'inscrit cette thèse. Elle a, en effet, pour premier objectif d'apporter une nouvelle contribution à la mise en place et à la discussion d'un cadre conceptuel propre à la détection de changement.

L'avènement d'un changement dans une scène observée se traduit par une modification physique de la zone géographique concernée. Notre étude portant sur la détection des changements par des moyens de télédétection, on ne s'intéressera en fait qu'à des changements impliquant des modifications des rayonnements propres ou réfléchis — issus, par exemple, de l'éclairement du soleil — de la surface correspondante. En d'autres termes, un changement du paysage induit des modifications locales de ses caractéristiques physiques d'émission et de réflexion comme son amplitude ou encore sa distribution spatiale et spectrale. D'autres facteurs de modification de luminance indépendants de la scène observée interviennent. Leurs origines étant diverses, on parle de *variabilités exogènes*. D'une part, les conditions de prise de vue ne sont pas les mêmes à chaque instant d'observation. Ainsi, de manière non exhaustive, d'un instant d'observation à un autre, les angles de prise de vue ne sont pas les mêmes, les conditions d'ensoleillement, d'ennuagement et de transmission atmosphérique ne sont pas identiques. D'autre part, les observations multidates ne proviennent pas forcément du même capteur : les informations issues de ces différents moyens d'observation n'ont donc pas les mêmes caractéristiques (définition spectrale, résolution spatiale, etc.).

Bien qu'elles puissent être atténuées par le choix de données appropriées, ces variabilités exogènes sont le problème central de toute application de détection de changement : *comment détecter des changements d'intérêt dans un paysage en évolution à partir de conditions d'observation différentes et des moyens éventuellement différents ?*

Cette question sous-tend, en fait, un certain nombre d'autres questions auxquelles nous allons tenter d'apporter des réponses. Ces dernières peuvent se classer en accord avec les cinq étapes du cadre conceptuel proposé :

- la connaissance *a priori* sur les changements à détecter et les sources de variabilité spatiale :
  Quelles sont les échelles spatio-temporelles des phénomènes dynamiques à détecter ?
  Quels sont les liens entre les changements d'états du paysage et les observations ?

- l'alignement des données :
  Quel est l'impact des erreurs de superposabilité géométriques ?
  Quel est l'impact de l'étalonnage et des effets atmosphériques ?
  Quels principes et quelles méthodes employer pour minimiser l'impact de ces erreurs ?

- l'extraction des informations pertinentes :
  Quelles sont les informations les plus directement liées aux changements recherchés et les moins dépendantes des variations exogènes ?
  Dans quelle mesure ces informations peuvent-elles provenir de capteurs différents (fusion de données) ?

- la création d'écarts au modèle :
  Comment mettre en évidence les changements d'intérêt de manière optimale ?

- la prise de décision et synthèse des résultats de la détection de changement :
  Comment extraire et qualifier les changements significatifs ?

Ce cadre conceptuel fait apparaître deux problèmes fondamentaux, dont la description et l'analyse sont le deuxième objectif de la thèse :
- le lien entre les changements effectifs et ceux observés, notamment en fonction des caractéristiques des moyens d'observation ;
- la modélisation de la variabilité temporelle observée.

Enfin, le troisième objectif de la thèse est d'apporter quelques solutions techniques innovantes, notamment pour répondre au problème de superposabilité géométrique des images.

3 Organisation du document

L'objet du **chapitre 2** est de proposer un certain nombre de définitions sur les changements d'un paysage et leurs observations. Notamment, sont présentées les notions d'échelles caractéristiques temporelle et spatiale ainsi que les caractéristiques d'observabilité du changement. L'importance de ces caractéristiques pour la détection de changement est ensuite démontrée.

Le **chapitre 3** propose une méthodologie pour la détection de changement : cette démarche s'appuie d'une part sur des exemples d'application trouvés dans des articles et d'autre part sur des formalisations correspondant à des domaines différents comme la théorie de la détection et de l'estimation. Ce chapitre permet non seulement d'établir un cadre conceptuel en accord avec les applications mais aussi de mettre l'accent sur le lien et les conséquences des traitements liés à chaque partie. De cette discussion, émergent cinq étapes importantes : la définition des caractéristiques des changements d'intérêts et des variabilités exogènes, l'alignement des données d'observation, l'extraction des informations pertinentes pour évaluer

les modifications du paysage, la création des écarts au modèle et enfin la prise de décision, la mise en forme et la confirmation des résultats.

Le **chapitre 4** est consacré à l'étude des possibilités et des contraintes liées aux moyens d'observations. Le premier objectif est d'identifier et de caractériser l'importance des différentes sources de variabilité exogène des observations – modifications des images indépendantes des changements du paysage ; notamment, les erreurs de superposabilité géométrique des images. Le second est d'essayer de faire le lien entre les caractéristiques des moyens d'observation et les types de changements observables ; en particulier, une étude du pouvoir de résolution sur la taille des changements détectables. Il s'agit donc de souligner l'importance de l'adéquation entre les moyens d'observation et les changements à détecter.

L'alignement des données représente l'ensemble des solutions possibles au problème inhérent à la détection des changements : les variabilités exogènes des observations. Le **chapitre 5** est consacré à la proposition et à l'étude de solutions techniques concernant le traitement de ces variations. Sont tout d'abord abordés les problèmes de superposabilité géométriques des images de la série multidates. Après avoir montré l'importance de la connaissance de modèles géométriques très précis entre les images dans le ***chapitre 3***, nous proposons une méthode de rectification géométrique automatique basée sur l'analyse multirésolution.

Pour faciliter la lecture synthétique du mémoire et de ce ***chapitre 5*** en particulier, nous avons choisi de reporter en annexes les développements et les justifications techniques. Les spécialistes trouveront dans ces annexes les explicitations mathématiques des méthodes employées pour l'algorithme de rectification géométrique. Certains de ces développements contribuent fortement aux innovations de cette thèse. Ces annexes, ainsi que le ***chapitre 5*** constituent la description de l'apport technique majeur de la thèse.

Ainsi, en **annexe A**, sont exposées différentes méthodes d'interpolation globales et locales de surface à partir d'un semis irrégulier de points de données pour la constitution des modèles de déformation géométrique. L'application de ces modèles de déformation à une image implique le rééchantillonnage de cette dernière. Nous proposons en **annexe B** l'étude de différents critères de qualité géométriques et radiométriques des méthodes de rééchantillonnage. Ces critères servent de base à la comparaison des méthodes classiques comme l'interpolation bilinéaire ou bicubique avec des méthodes moins usitées comme l'utilisation de noyaux de Shannon apodisés suivant des voisinages de tailles supérieures. En outre, l'algorithme de recalage fait appel à un procédé d'appariement sub-pixellaire. En **annexe C**, sont reportées la description détaillée de ce procédé ainsi qu'une analyse de la précision des appariements en fonction de paramètres liés à l'acquisition des images comme le rapport signal sur bruit ou le

pouvoir de résolution. Nous exposons en dernier un protocole de validation qui permet de montrer le bénéfice de cette méthode par rapport à des méthodes classiques. Ce protocole est explicité dans une communication proposée en **annexe D**.

Enfin, le ***chapitre 6*** est consacré à la conclusion sur les travaux et les résultats de la thèse.

4 La situation de la thèse

La thèse a bénéficié d'un financement sous la forme d'une bourse DGA/CNRS d'une durée de trois ans.

L'encadrement scientifique de la thèse est assuré par M. Lucien Wald au sein du groupe Télédétection & Modélisation de l'Ecole des Mines de Paris, situé à Sophia Antipolis. Cet encadrement est doublé d'un encadrement industriel et d'une étroite collaboration avec le service Applications des Systèmes d'Observation (DI/IS/ISA) de l'établissement de Cannes d'Alcatel Space Industries (ex. Aérospatiale Espace & Défense).

Enfin, ce travail s'inscrit dans le cadre de la formation doctorale "Informatique temps réel - Robotique - Automatique" de l'Ecole des Mines de Paris, dirigée par M. Yves Rouchaleau.

- Chapitre 2 -

QUELQUES DEFINITIONS SUR LES CHANGEMENTS

1 Les évolutions d'un paysage

Dans le domaine de l'observation de la Terre, *la détection des changements d'un paysage (portion de surface terrestre) est la mise en œuvre de techniques ayant pour but de repérer, de mettre en évidence et enfin de comprendre l'évolution temporelle d'un paysage*. Les moyens d'observation utilisés, de type satellitaires ou aériens, fournissent des images multidates (ou chronique d'images) de la zone en question. Ces séries temporelles d'images peuvent provenir de différents capteurs ayant des caractéristiques différentes : on parlera alors de séries d'images *multidates* et *multisources*.

Dans le cadre d'une étude de l'évolution d'un paysage, il est important de ne pas perdre de vue que cette évolution ne sera détectée et suivie que si elle est observable. En d'autres termes, nous devons prendre en considération les aspects d'observabilité et d'apparence des phénomènes dynamiques régissant l'évolution du paysage.

1.1 Décomposition du processus d'observation

En reprenant les termes employés dans la thèse de Jeansoulin (1982), l'observation d'un paysage peut être vue comme l'accès à une connaissance partielle et imparfaite d'un univers regroupant l'ensemble exhaustif des connaissances de ce paysage. Cet univers est appelé l'univers objectif : $U_{objectif}$.

Pour comprendre et décomposer le processus d'observation symbolisé par le passage entre $U_{objectif}$ et l'univers des observations que l'on note $U_{observation}$, il convient de considérer un univers intermédiaire : l'univers des observables noté $U_{observable}$. Ce dernier est un univers "fictif" qui est obtenu par la transcription physique d'un phénomène occurrent dans l'univers objectif en termes d'un certain nombre de quantités observables. Le choix de ces grandeurs observables suppose implicitement la connaissance de ce "qui est visible" du phénomène. Cela implique donc une étude conjointe de l'évolution du paysage et des moyens d'observation disponibles. On peut noter que l'opération de transcription physique n'est généralement pas bijective : en effet, plusieurs phénomènes de l'univers objectif peuvent donner lieu à des mêmes quantités observables. En d'autre termes, cette étape permet de rendre compte de la

complexité de la transcription physique et, en particulier, du fait que les observations et la formation d'une image correspondent à une opération non inversible sans ambiguïté ou hypothèses supplémentaires.

Il est important de bien distinguer $U_{observable}$ de l'univers des observations $U_{observation}$. Ce dernier correspond à l'observation de quantités observables par des capteurs fournissant des vecteurs d'observation dont chaque composante est la mesure produite par un capteur donné sur une grandeur observable particulière. Cette distinction "observable / observations" permet ainsi de mettre en évidence l'influence des caractéristiques propres de chaque capteur utilisé sur les mesures issues des observations.

Cette décomposition d'un processus d'observation d'un paysage est illustrée à la figure 2-1.

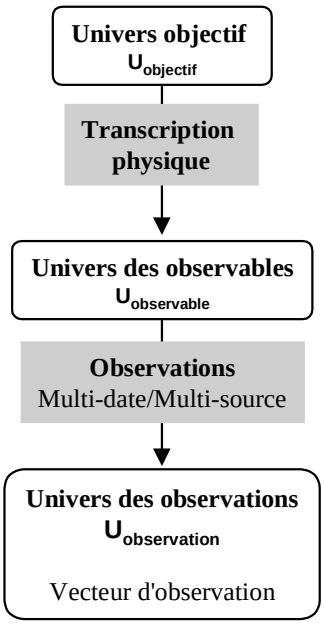


Figure 2-1. Décomposition de l'observation d'un paysage.

1.2 Quelques exemples d'illustration

Dans le cadre de l'observation de la Terre, les principales quantités observables associées à un paysage correspondent généralement à des caractéristiques d'émission ou d'interaction avec les ondes électromagnétiques utilisées et/ou captées par différents moyens d'observation.

Voici quelques exemples rendant explicites les différents univers : $U_{objectif}$, $U_{observable}$ et $U_{observation}$.

Considérons la concentration en pigments chlorophylliens contenus dans la couche superficielle d'un océan (Billat, 1997). Cette connaissance, importante pour l'évaluation de la biomasse et de la productivité du phytoplancton, appartient à $U_{objectif}$. Des variations de concentration en chlorophylle entraînent des variations de la réflectance spectrale du milieu marin que l'on peut donc identifier comme étant une grandeur observable possible ($U_{observable}$) associée à l'évolution de la concentration chlorophyllienne. L'observation ($U_{observation}$) est un compte numérique fourni par un radiomètre correspondant non pas directement à la réflectance spectrale, mais à l'intégration sur certaines plages spectrales de la luminance spectrale au sommet de l'atmosphère ; celle-ci dépend, en plus de la réflectance, du facteur de transmission de l'atmosphère, des conditions d'illumination et d'effets de surface comme la présence de houle ou d'écume.

Prenons un autre exemple : la température de surface d'un sol. Cette température (et son évolution temporelle) est une donnée importante pour l'état de surface du sol et appartient à $U_{objectif}$. Par l'intermédiaire de la loi de Planck et de l'émissivité spectrale du sol, la température de surface du sol se traduit par une exitance spectrale (puissance rayonnée pour une longueur d'onde, par unité de surface et dans un hémisphère) qui définit alors la quantité observable associée ($U_{observable}$). Cette exitance n'est pas directement accessible par des moyens d'observation : l'observation ($U_{observation}$) correspondante est un compte numérique issu d'un radiomètre mesurant une luminance spectrale au sommet de l'atmosphère intégrée sur une plage spectrale (généralement 3-5 µm ou 8-12 µm correspondants à des "fenêtres de transmission atmosphérique"). Cette luminance dépend non seulement de l'exitance spectrale du sol mais aussi du facteur de transmission de l'atmosphère, du rayonnement solaire spectral incident, du rayonnement atmosphérique spectral, etc.

Enfin, le dernier exemple concerne l'observation radar. Une étude de l'évolution d'un tissu urbain s'intéresse généralement à une connaissance appartenant à $U_{objectif}$, comme la densité du bâti, les dimensions (notamment la hauteur) et l'orientation des bâtiments. Dans certains cas (résolution suffisante et longueur d'onde d'émission radar adaptée), le coefficient de rétrodiffusion peut être une quantité observable ($U_{observable}$) sensible à ces caractéristiques (Polidori, 1997). Ce coefficient de rétrodiffusion est mesurable via l'étude de l'amplitude (ou de l'énergie) de l'onde électromagnétique réfléchie par la zone éclairée par le capteur radar actif ($U_{observation}$).

1.3 Les différents niveaux d'évolution d'un paysage observé

Sans perdre en généralité, les quantités observables du paysage sont des grandeurs locales dépendant de l'état de la zone géographique considérée à un instant donné. Soit $\mathbf{e}(\mathbf{s},t)$ le vecteur d'état du paysage (appartenant à $U_{objectif}$) en un point $\mathbf{s}$ et à un instant t. On note par

$\Theta(\mathbf{s},t)$ l'ensemble des quantités observables $\{\theta(\mathbf{s},t)\}$ associées au paysage au point $\mathbf{s}$ et au temps t donnés. $\Theta(\mathbf{s},t)$ pourra être exprimé à l'aide d'une fonction F de transcription physique du vecteur d'état $e(\mathbf{s},t)$ en quantités observables :

$$\Theta(\mathbf{s},t)=F(e(\mathbf{s},t)) \qquad [2\text{-}1]$$

La donnée du vecteur d'état $e(\mathbf{s},t)$ du paysage et de la fonction inverse F^{-1} correspond à la connaissance complète, et hypothétique, du paysage et des phénomènes régissant son évolution à partir des observations. Compte tenu de l'extrême complexité des paramètres et des phénomènes mis en jeu dans les interactions entre le paysage et les différents moyens d'observations, la donnée de ce vecteur d'état et de la fonction inverse F^{-1} de la transcription physique ne nous est pas directement et pas complètement accessible.

La notion de *quantités observables* introduit donc une étape supplémentaire entre l'évolution effective du paysage et la variabilité des moyens et des conditions d'observation. On distingue ainsi trois niveaux d'évolution d'un paysage observé :

- l'évolution effective ;
- l'évolution observable ;
- l'évolution observée.

Cette distinction permet en premier lieu d'identifier les différents sources de variabilité des observations indépendantes d'une évolution effective du paysage. Celles-ci sont dues pour la plupart à l'étape d'acquisition des mesures. Les différents facteurs de variabilité des observations que l'on considère comme des contraintes d'observation sont abordés au chapitre suivant. Cependant, il est important de noter qu'ils peuvent aussi provenir d'une évolution des grandeurs observables indépendamment du paysage observé. En effet, comme le précise Guyot (1992), les quantités observables ne sont pas totalement intrinsèques au paysage observé : elles dépendent généralement d'autres facteurs indépendants comme la géométrie d'éclairement (hauteur du soleil) et d'observation (angle zénithal de visée) ou encore les conditions météorologiques (la vitesse du vent, l'ennuagement, etc.).

D'autre part, cette décomposition permet de faire la distinction entre les différentes raisons du caractère non injectif, et donc intrinsèquement non inversible, du passage entre l'univers objectif et les observations.

2 Les caractéristiques d'évolution des observables

L'étude des changements d'un paysage place l'axe temporel en position d'axe principal. La variation temporelle des quantités observables du paysage dépend donc de deux types de

variables : la variable de localisation dans l'espace et "la variable d'observabilité" définissant la grandeur observable considérée parmi l'ensemble des grandeurs possibles Θ. Cette variable d'observabilité est différente des variables temporelle et spatiale puisqu'elle n'est pas liée directement au paysage mais sert à définir la façon de l'observer ; elle est donc le lien avec les moyens d'observations utilisables lors des acquisitions. Elle peut correspondre, par exemple, à la plage de longueur d'onde que l'on considère pour la réflectance spectrale du paysage observé ou encore pour distinguer la grandeur observable "réflectance" de la grandeur "rétrodiffusion".

La façon dont évoluent ces quantités observables en fonction de ces deux types de variables sont des informations très importantes caractérisant l'impact de l'évolution d'un paysage sur son évolution observable.

L'objet de ce paragraphe est de discuter des caractéristiques de l'évolution observable du paysage. Définir ces caractéristiques est une façon de synthétiser les connaissances que l'on a, *a priori,* sur l'évolution des quantités observables. Ces caractéristiques sont à prendre en considération pour mener à bien une application de détection des changements (Townshend et Justice, 1988). En effet, liées au phénomène dynamique à étudier, elles sont à comparer à celles des autres phénomènes influençant les observations (autres évolutions du paysage jugées non utiles, variabilité des conditions d'observation, etc.), ou encore, aux caractéristiques des capteurs utilisés pour les différentes observations. Cette comparaison est essentielle pour évaluer la compatibilité de l'observation des phénomènes dynamiques que l'on désire étudier, et donc de la détectabilité des changements correspondants (Coppin et Bauer, 1996), avec les moyens d'observation disponibles et les différents facteurs de variabilité parasites des observations.

2.1 Les caractéristiques spatio-temporelles

L'évolution d'une quantité observable $\theta(\mathbf{s},t)$ peut être caractérisée par des moyens statistiques. Pour toute la suite, nous restreignons la discussion à des types de fluctuations de θ suffisamment stationnaires pour que les moyennes temporelles et spatiales soient quasiment indépendantes respectivement du temps et de la localisation spatiale. De manière plus précise, nous avons choisi de baser les descriptions statistiques de l'évolution spatio-temporelle de θ sur le calcul de moments d'ordre deux et plus particulièrement sur le calcul de fonctions d'autocorrélation. Ce choix impose des conditions particulières de stationnarité : les conditions de stationnarité au second ordre.

Celles-ci se traduisent par :

- $E_u[\theta(u)] = \theta_U$ est indépendante de u ;
- $E_u[\theta(u)\theta(u+h)]$ ne dépend que de h ;

La variable u représente la variable temporelle ou la variable spatiale (ou une de ses composantes).

Dans ces conditions, l'autocorrélation par rapport à la variable u se définit par :

$$\Gamma_u(h) = E_u[\theta(u)\theta(u+h)] - \theta_u^2 \qquad [2\text{-}2]$$

L'hypothèse de stationnarité au second ordre est relativement forte et, en fait, rarement totalement vérifiée. Il est à noter qu'il existe des moyens de description d'un processus aléatoire à partir de calculs de moments d'ordre 2 nécessitant des conditions de stationnarité moins strictes appelées conditions de *stationnarité intrinsèque* où seules sont imposées la stationnarité de la moyenne et la non dépendance de $E[(\theta(u+h)-\theta(u))^2]$ à u. On définit alors la *fonction de structure* comme étant :

$$\gamma_u(h) = E[(\theta(u+h)-\theta(u))^2] \qquad [2\text{-}3]$$

Cependant, nous avons choisi de baser les descriptions statistiques de l'évolution des observables du paysage sur les notions d'échelles caractéristiques. Sous l'hypothèse de la stationnarité intrinsèque, il est possible de définir ces notions d'échelle dans le cas où la fonction de structure $\gamma_U(h)$ se stabilise pour des distances $|h|$ supérieures à une certaine limite. Dans ce cas, l'évolution correspond non seulement à l'hypothèse intrinsèque mais aussi à celle, moins générale, de stationnarité d'ordre 2 (Journel, 1977).

Journel (1977) propose d'affaiblir cette dernière hypothèse à une hypothèse de quasi stationnarité d'ordre 2 de façon à justifier, en pratique, l'utilisation des fonctions d'autocorrélation. Cette hypothèse se traduit par :

- $E_u[\theta(u)] = \theta_u$ est une fonction lentement variable en u aux échelles des observations ;

- $E_u[\theta(u_1)\theta(u_2)]$ est une fonction dépendant de l'écart $h = u_1-u_2$ et, de plus, lentement variable en u_1 et u_2 aux échelles d'observations (tant que $|h|$ demeure suffisamment petit).

Cette hypothèse de quasi-stationnarité à l'ordre 2 permet donc une justification de l'utilisation locale de la fonction d'autocorrélation sur des voisinages où l'évolution du paysage peut être considérée comme stationnaire à l'ordre 2.

Une première caractéristique statistique importante est la définition *d'échelles temporelles* de l'évolution observable. Cette caractéristique peut être définie comme le laps de temps moyen au bout duquel, à un endroit donné, une grandeur observable particulière θ est considérée comme indépendante de sa valeur précédente. L'échelle temporelle caractéristique peut alors être définie grâce à la fonction d'autocorrélation temporelle par rapport à un seuil de corrélation ε (suffisamment petit), comme le temps τ_c tel que :

$$\Gamma_t(\tau_c) = \varepsilon \qquad [2\text{-}4]$$

Cette définition est simple mais présente l'inconvénient de dépendre du choix du seuil ε. Dans de nombreux exposés sur la description statistique de turbulence (Tennekes et Lumley, 1973 ; Panchev, 1971), on trouve une définition d'échelle caractéristique indépendante d'un seuil quelconque :

$$\tau_c = \frac{1}{\Gamma_t(0)} \int_0^{+\infty} \Gamma_t(\tau) d\tau \qquad [2\text{-}5]$$

Cette définition correspond en fait à la demi-largeur de bande équivalente de la fonction d'autocorrélation : le temps τ_c est tel que le rectangle de "hauteur" $\Gamma_t(0)$ et de "largeur" τ_c a une aire égale à l'aire sous la courbe $\Gamma_t(\tau)$ entre 0 et $+\infty$.

Il est important de noter que ces deux définitions d'échelle temporelle caractéristique du phénomène font implicitement l'hypothèse d'ergodicité du phénomène dynamique qui permet de confondre le terme "non corrélé" avec le terme "indépendant" (Tennekes et Lumley, 1977).

La notion d'échelle caractéristique temporelle est étroitement liée à la notion de *fréquence temporelle limite* de l'évolution de l'observable. En effet, plus l'échelle temporelle est grande, plus le phénomène varie lentement en fonction du temps et plus son "énergie" est regroupée autour des basses fréquences : on parlera alors de *phénomène dynamique à basse fréquence*. A l'inverse, plus l'échelle caractéristique est petite et plus le phénomène dynamique sera à haute fréquence.

La notion de répartition d'énergie peut être définie rigoureusement par la densité spectrale, transformée de Fourier de l'autocorrélation :

$$S_t(\nu) = \int_{-\infty}^{+\infty} \Gamma_t(\tau) e^{-2i\pi\nu\tau} d\tau \qquad [2\text{-}6]$$

Cette densité spectrale peut être utilisée pour une description en fréquence de l'évolution d'un observable. Ainsi, de manière symétrique à la notion de bande équivalente pour la définition de l'échelle temporelle, on peut définir la bande équivalente de Γ_T sur $\mathbb{R}^+$. Dans le cas où τ_c est non nulle, elle permet une évaluation de la fréquence en deçà de laquelle la plupart de l'énergie du phénomène dynamique est regroupée :

$$\nu_c = \frac{1}{S_t(0)} \int_0^{+\infty} S_t(\nu) d\nu \qquad [2\text{-}7]$$

On peut montrer que $\nu_c = 1/\tau_c$, ce qui confirme la remarque sur le lien entre échelle caractéristique et regroupement fréquentiel de la densité spectrale.

Les évolutions d'un paysage peuvent induire des évolutions observables ayant des échelles caractéristiques très différentes.

Ainsi, si l'on considère le coefficient de rétrodiffusion (dans le cas d'une observation de type radar) des feuilles constituant la canopée d'une forêt : ces grandeurs observables présentent des échelles de variabilité temporelle très courtes car elles dépendent, entre autres, de la variabilité du vent qui modifie l'orientation des feuilles. A l'inverse, lorsque les grandeurs observables sont liées de manière prépondérante aux cycles de vie de la végétation constituant le paysage observé, elles en suivent le rythme, généralement calqué sur le rythme des saisons, lequel peut varier de quelques semaines à quelques mois.

De la même manière que l'on a défini l'échelle caractéristique temporelle, on peut définir *l'échelle caractéristique spatiale* comme étant l'écart moyen entre deux zones du paysage telles que leurs évolutions, à un instant et pour une grandeur observable donnés, peuvent être considérées comme indépendantes. La fonction d'autocorrélation spatiale peut alors être utilisée pour définir l'échelle caractéristique $\mathbf{s_c}$ telle que :

$$\Gamma_s(\mathbf{s_c}) = \varepsilon \qquad [2\text{-}8]$$

L'échelle caractéristique spatiale peut être aussi définie par la demi-largeur de bande équivalente de l'autocorrélation spatiale :

$$\mathbf{s_c} = \frac{1}{\Gamma_s(0)} \int_0^{+\infty} \Gamma_s(\mathbf{s}) \mathbf{ds} \qquad [2\text{-}9]$$

Cependant, la variable temporelle et la variable spatiale n'ont pas exactement le même rôle dans une étude de détection de changement. La variable spatiale peut être considérée comme une variable de distribution en fonction de l'évolution du paysage régie par la variable temporelle. Cette remarque est très importante car elle souligne la possibilité de couplage entre les différentes caractéristiques de l'évolution. En d'autres termes, l'espace à considérer pour la détection des changements n'est pas un espace séparable suivant les variables d'espace, de temps et aussi de moyens d'observation.

C'est ainsi que la définition d'échelle caractéristique spatiale peut avoir à prendre en compte un éventuel décalage temporel. L'échelle caractéristique spatiale se définit alors en fonction d'un laps de temps écoulé τ : elle correspond à la distance moyenne entre deux lieux tels que les évolutions de la grandeur observable décalées d'un laps de temps τ sont indépendantes. Cette nouvelle définition se traduit par l'utilisation d'une *fonction d'autocorrélation spatio-temporelle* :

$$\Gamma_{S,T}(\mathbf{s_c}(\tau)) = \varepsilon$$

Ou encore :

$$\mathbf{s_c}(\tau) = \frac{1}{\Gamma_{S,T}(0,\tau)} \int_0^{+\infty} \Gamma_{S,T}(\mathbf{s},\tau)\mathbf{ds} \qquad [2\text{-}10]$$

Cette définition permet de considérer d'éventuels déplacements spatiaux du phénomène dynamique observé.

Prenons un exemple illustrant ce possible couplage temps-espace dû à un déplacement d'un phénomène. Soit un paysage constitué d'un sol nu dont on considère, par souci de simplification, qu'il est stable dans le temps et d'une zone de végétation (de taille 4 kilomètres) évoluant normalement au cours du temps d'un sol nu à une couverture végétale dense. Parallèlement à cette évolution de la végétation, s'opère une destruction de la zone de végétation (en la rendant comparable à du sol nu) avec une vitesse de propagation égale à V. Cet exemple est illustré figure 2-2.

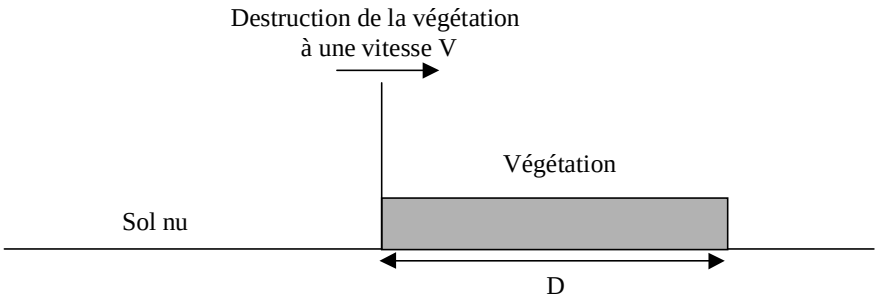


Figure 2-2. Illustration de l'exemple d'un zone de végétation détruite à une vitesse V.

Pour cet exemple, nous avons choisi comme grandeur observable la réflectance du paysage pour la longueur d'onde 890 nm. L'évolution temporelle sur une durée de 150 jours de cette grandeur observable a été simulée en s'appuyant sur les travaux de Baret et Podaire (1990). Nous avons alors évalué l'autocorrélation spatio-temporelle $\Gamma_{S,T}$ pour deux vitesses de destruction : d'abord nulle puis d'une valeur (importante) de 20 m/jour. Les figures 2-3 et 2-4 montrent une représentation par courbes de niveaux des fonctions d'autocorrélation respectivement pour $V = 0$ m/jour et $V = 20$ m/jour.

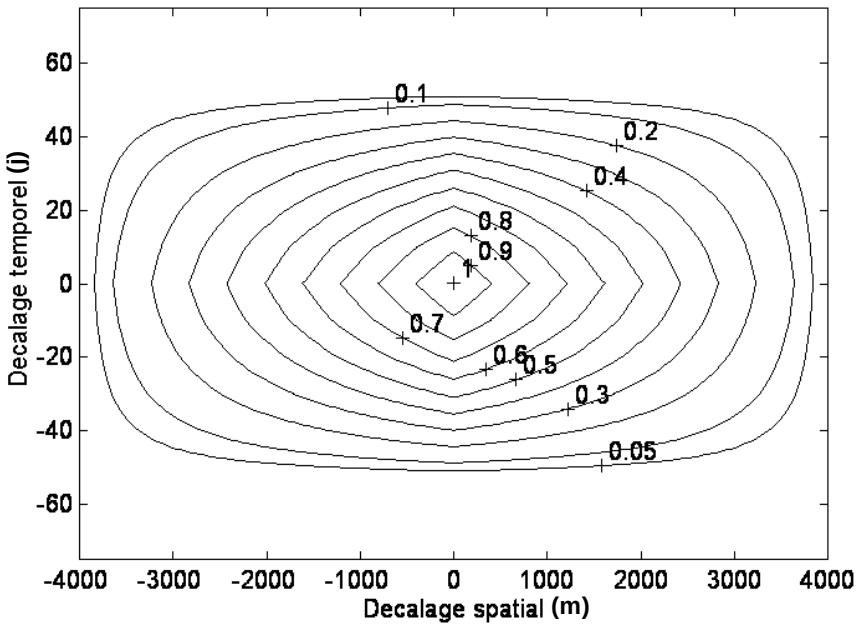


Figure 2-3. Courbes de niveaux de l'autocorrélation pour une vitesse de destruction de la végétation de 0 m/jour.

La courbe de niveau 0,05 peut être considérée comme la limite au-delà de laquelle les évolutions spatiales et temporelles sont indépendantes.

Lorsque la vitesse est nulle, on remarque (*cf.* figure 2-3) que les échelles caractéristiques spatiale et temporelle sont quasiment indépendantes :

- l'échelle caractéristique spatiale est sensiblement égale à 4 kilomètres, ce qui correspond à la taille de la zone de végétation. Cette valeur est quasiment indépendante d'un décalage temporel entre deux mesures d'autocorrélation tant que ce décalage ne dépasse pas le seuil d'environ 50 jours ;

- ce seuil d'écart temporel est la valeur de l'échelle temporelle caractéristique : 50 jours ; ceci correspond donc au laps de temps moyen au-delà duquel l'évolution de la réflectance est considérée comme indépendante.

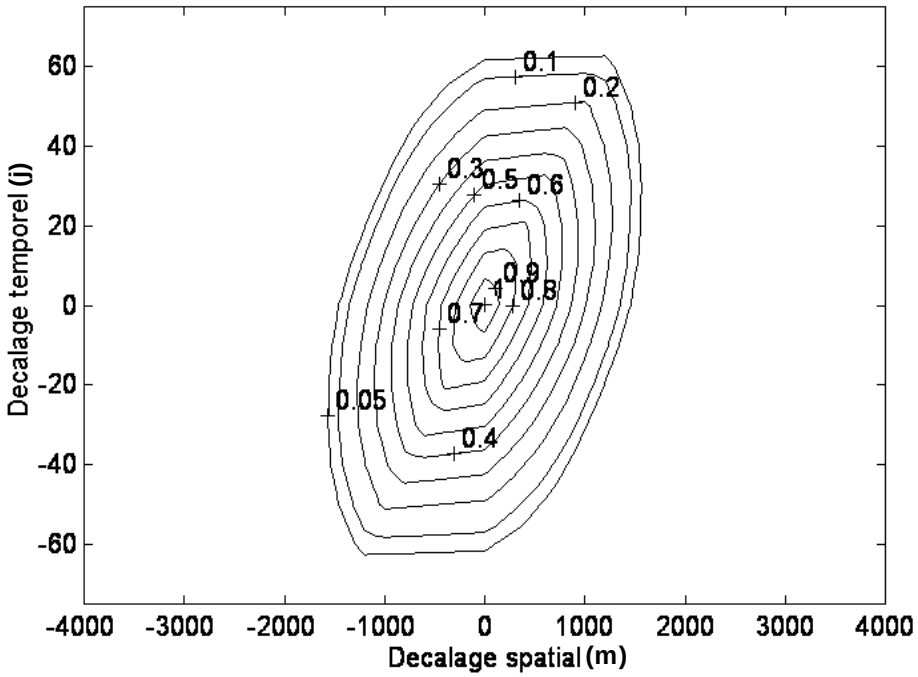


Figure 2-4. Courbes de niveaux de l'autocorrélation pour une vitesse de destruction de la végétation de 20 m/jour.

Dans le cas où la vitesse de destruction du paysage est de 20 m/jour (voir figure 2-4), on note que :

- la fonction d'autocorrélation se resserre suivant l'axe spatial : la limite (courbe de niveau à 0,05) de corrélation de l'évolution paysage est plus vite atteinte que dans le cas précédent. Cette baisse générale du niveau de corrélation suivant l'axe spatial s'explique par le fait que la zone de végétation diminue de taille. Donc, quelle que soit la différence temporelle considérée, la structure spatiale qui reste stable pendant les 150 jours de l'évolution du paysage est nettement plus petite que dans le cas précédant (environ 1500 m) ;

- l'échelle caractéristique spatiale de la végétation est dépendante de la différence temporelle considérée dans le calcul de l'autocorrélation vue l'inclinaison de cette dernière. Cela s'explique par le fait que, pour un décalage temporel donné Δt, tout se passe comme si la végétation s'était "déplacée" vers la droite d'une distance $V.\Delta t$ (tout en diminuant de taille).

On montre alors que le déplacement du phénomène de destruction de la végétation imprime un décalage vers la droite de la fonction d'autocorrélation, décalage directement proportionnel à la différence temporelle considérée dans l'autocorrélation : cette vitesse de propagation a rendu les axes temps et espace non séparables.

Ceci nous amène à envisager un nouveau type de caractéristiques du changement : les vitesses d'évolution du phénomène dynamique. En effet, considérons un phénomène dynamique qui se caractérise, sur la durée élémentaire dt, par un déplacement ds et une évolution propre de la grandeur observable $d\theta_p$. On a alors :

$$\theta(\mathbf{s+ds},t+dt) = \theta(\mathbf{s},t) + d\theta_p \qquad [2\text{-}11]$$

Or, si l'on suppose que la grandeur observable est développable en série de Taylor et que l'on peut limiter ce développement à l'ordre 1, on peut écrire :

$$\theta(\mathbf{s+ds},t+dt) \approx \theta(s,t) + \mathbf{ds}.\nabla_{\mathbf{s}}(\theta) + \frac{\partial\theta}{\partial t}(\mathbf{s},t).dt \qquad [2\text{-}12]$$

Par conséquent, nous avons, pour une durée élémentaire dt, une évolution de la grandeur observable $d\theta$:

$$d\theta \approx d\theta_p - d\mathbf{s}.\nabla_{\mathbf{s}}(\theta) \qquad [2\text{-}13]$$

Cette équation montre qu'une modification d'une grandeur observable dépend non seulement d'une modification "spontanée" à l'endroit et à l'instant donnés symbolisée par la composante $d\theta_p$ mais aussi d'un éventuel déplacement spatial symbolisé par le vecteur ds pendant la durée élémentaire dt :

- $\frac{\mathbf{ds}}{dt}$ correspond au champ de vitesse de déplacement spatial du phénomène observé ;
- $\frac{d\theta_p}{dt}$ est assimilable à un champ de vitesse d'évolution propre de la grandeur observable.

Dans le cas de l'étude d'un couvert végétal, l'évaluation de la rapidité d'évolution permet de distinguer une évolution observable lente issue d'un événement naturel lié aux saisons ou au

climat d'une évolution généralement très rapide comme celle résultant d'un incendie ou d'une inondation. Un autre exemple de modification de paysage de très courte durée est donné par Townshend et Justice (1988) : il s'agit de l'évolution très rapide de la végétation au Sahel dont le cycle de vie de la germination à la sénescence est entièrement inscrit dans la très courte période de la saison des pluies qui peut durer jusqu'à moins de trois semaines.

2.2 Les caractéristiques d'observabilité

Ces caractéristiques permettent de cerner l'impact du phénomène dynamique à étudier sur les différentes grandeurs observables. Autrement dit, cela correspond à une évaluation, pour une grandeur observable donnée, du contraste imprimé par l'évolution observable du phénomène dynamique.

Reprenons l'exemple de l'évolution du couvert végétal d'un sol par le biais d'observations de type optique. Cette étude est basée sur les travaux de Baret et Podaire, (1990). La grandeur observable que nous avons choisie d'associer est la réflectance spectrale du couvert végétal. La figure 2-5 illustre deux courbes typiques de réflectance spectrale (entre 450 nm et 1450 nm) d'un sol suivant deux cas extrêmes correspondants à un sol nu d'une part et à un sol recouvert par une épaisse couche de végétation (indice foliaire de 7) d'autre part.

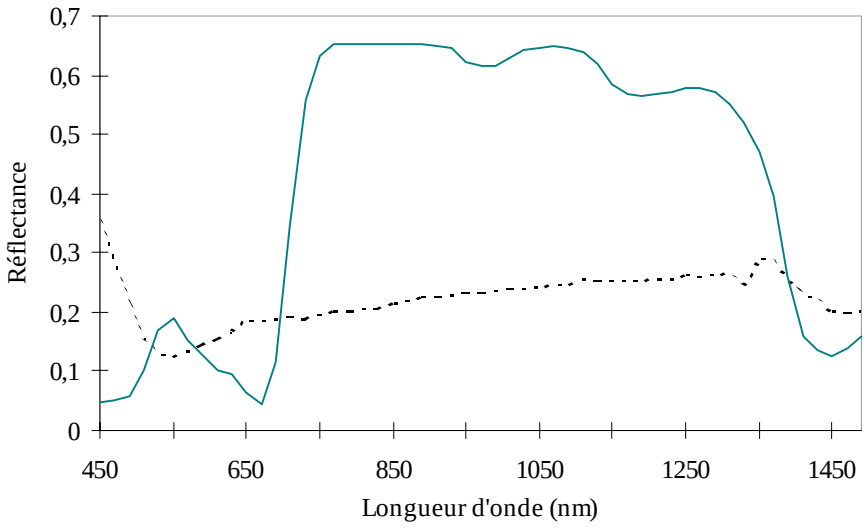


Figure 2-5. Exemple de réflectances spectrales entre 450 nm et 1450 nm d'un sol lorsqu'il est nu (en pointillé) et lorsqu'il est recouvert d'une végétation avec une indice foliaire de 7 (en trait plein).

Ces courbes montrent que le contraste en terme de réflectance spectrale entre les deux états du sol (nu et recouvert de végétation) n'est pas le même suivant la longueur d'onde. Ainsi, approximativement, le contraste de réflectance est maximum sur la plage de 800 à 1000 nm, et minimum sur la plage de 500 à 650 nm.

D'autres caractéristiques d'observabilité plus "sophistiquées" que des différences de réflectances intégrées sur des plages spectrales sont possibles. Ainsi, dans l'exemple précédent, il peut être intéressant d'établir des caractéristiques d'observabilité basées sur des différences de pente des réflectances intégrées sur des plages spectrales. Au voisinage de 700 nm, le contraste sol nu/végétation est quasiment nul tandis que la fluctuation des pentes de réflectance y est très importante (phénomène du "red edge" pour la végétation). Les plages spectrales correspondant à de forts contrastes respectivement en valeur et en pente sont représentées sur la figure 2-6.

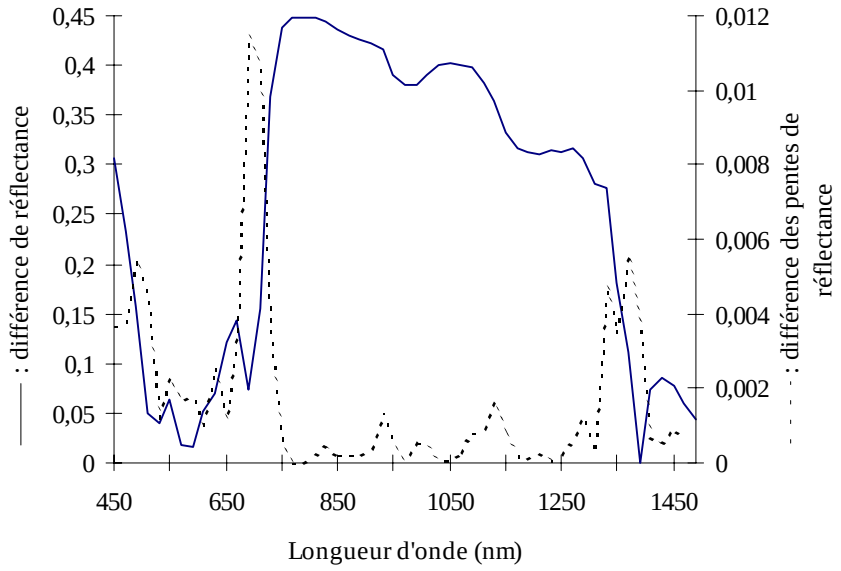


Figure 2-6. Exemple de différences de valeurs (trait plein) et de différences de pente (trait pointillé) de la réflectance spectrale (entre 450 nm et 1450 nm) lors de l'évolution du couvert végétal d'un sol.

3 Représentation symbolique des évolutions d'un paysage

Dans les paragraphes précédents, nous avons proposé une description des moyens d'observation sur l'univers objectif (ensemble exhaustif des connaissances sur le paysage observé et son évolution) ainsi que des définitions permettant de caractériser l'évolution observable du paysage. Le propos de cette section est de compléter ces définitions et de montrer les différentes étapes qui mènent, à partir de l'acquisition des différentes observations temporelles, vers une connaissance partielle de l'évolution du paysage (*cf.* la figure 2-7). Ces étapes s'inspirent des travaux sur les images multisources en télédétection de Jeansoulin (1982).

De manière plus précise, l'objectif des traitements sur les observations temporelles est de parvenir à une description de l'évolution du paysage. Cette description n'est en fait que l'estimation de seulement certaines caractéristiques de l'évolution très complexe de l'univers objectif. Savoir définir et extraire ces caractéristiques nécessitent de connaître les objectifs de l'étude de l'évolution du paysage, et donc de savoir ce qui est intéressant pour l'étude et ce qui est déductible des observations temporelles. C'est la raison pour laquelle la connaissance sur les changements et la spécification de l'étude de l'évolution du paysage occupent une place centrale pour le schéma de la figure 2-7 et servent de contexte à tous les traitements nécessaires entre l'acquisition des observations (ou mesures) et la description partielle de l'évolution du paysage.

Ces différentes étapes s'enchaînent ainsi :

- **l'étape d'observations :** elle permet l'acquisition des mesures de sources différentes (multitemporelle, multisource, multirésolution, ...). Les observations effectuées découlent d'un choix, suivant la spécification de l'étude souhaitée et la connaissance sur les évolutions du paysage, parmi les différents moyens d'observations possibles. Dans le cas d'une approche dite "image", l'acquisition des mesures est suivie d'une étape de reconstruction qui vise à générer, à partir des différentes images, une séquence d'images multidates et multisources. La reconstruction peut être, dans certain cas, très simple lorsqu'une mesure est directement affectée à un pixel comme la formation d'une image par un capteur "push-broom" ou très complexe comme la formation d'une image radar à synthèse d'ouverture (image de type ROS).

- **l'étape de modélisation/traitement :** compte tenu de l'extrême complexité (en termes de configurations possibles) et de la contingence des mesures à des variations parasites dues aux conditions d'observation, l'interprétation directe par des moyens algorithmiques de la chronique de vecteurs de mesures n'est que très rarement effectuée pour comprendre l'évolution du paysage. On procède alors à une série de traitements et de modélisations qui visent d'abord à rendre les mesures les plus indépendantes possibles des moyens et des conditions d'observations (normalisation ou alignement des mesures) puis à diminuer la quantité d'informations à traiter en les rendant plus synthétiques et plus appropriées au phénomène que l'on désire étudier (description et extraction). En sortie de cette étape, la chronique de vecteurs de mesures est transformée en chronique de vecteurs d'attributs plus propices à décrire l'évolution du phénomène dynamique. Comme exemples pour les traitements, on peut citer l'action de mise en correspondance géométrique comme moyen de réorganiser les mesures suivant un même référentiel géométrique ou encore les corrections radiométriques qui visent à rendre les mesures les plus indépendantes possibles

des conditions atmosphériques. Les classifications multispectrales (différenciation spectrale), les procédés d'extraction de formes comme la segmentation (géométrie), l'interprétation d'images (expertise humaine) ou encore l'obtention de modèles de croissance des végétaux à partir de luminances intégrées sur différentes bandes spectrales sont des exemples de modélisations qui permettent de transformer les mesures en attribut. Il est à noter que la modélisation peut, dans certain cas, être une fonction identité lorsque les attributs souhaités concernent simplement des mesures radiométriques.

- **l'étape d'analyse des attributs :** par l'application de lois physiques, de connaissances *a priori* ou encore d'analyses sémantiques, cette étape a pour but de faire la synthèse des chroniques d'attributs afin de proposer une description partielle, dite symbolique, de l'évolution du paysage répondant aux spécifications de l'étude. Considérons l'exemple suivant : à l'issue de l'étape de modélisation/traitement, où une classification et un modèle ont relié l'indice foliaire à des mesures de luminances dans les domaines spectraux du visible et du proche infrarouge (Grégoire *et al.*, 1993), la chronique d'attributs correspond à une série temporelle d'indices foliaires (LAI pour Leaf Area Index) associés aux différents types de végétations reconnues et référencées géométriquement. Une possibilité d'analyse des attributs est d'utiliser ces valeurs de LAI pour chaque type de végétation dans des modèles spécifiques de croissance de végétation et de faire un suivi des modèles de croissance de végétation dans le temps. En d'autres termes, l'univers objectif est alors partiellement décrit en termes de modèles paramétriques de croissance de végétation dont certains paramètres sont renseignés à partir des observations temporelles.

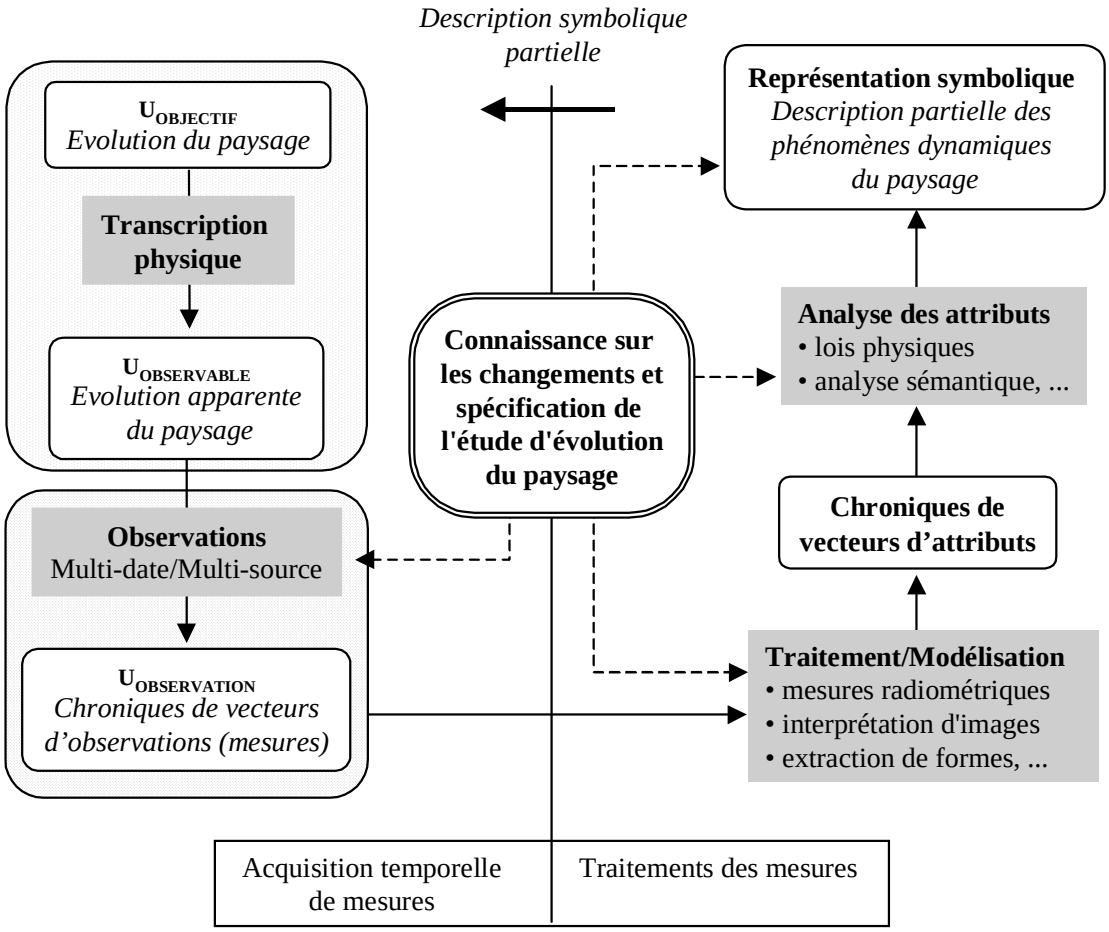


Figure 2-7. Les différentes étapes d'un traitement d'images multidates pour l'étude de l'évolution d'un paysage.

- Chapitre 3 -

PROPOSITION D'UNE METHODOLOGIE POUR LA DETECTION DE CHANGEMENT

1 Introduction

Comme nous l'avons souligné dans le ***chapitre 1***, le domaine de la détection de changement est très riche et diversifié en termes d'applications et de techniques de traitements spécifiques à ces applications (Singh, 1989 ; Coppin et Bauer, 1996). Cependant, comparativement, très peu de publications abordent le sujet d'une définition d'une méthodologie générale pour de telles applications. Une telle démarche permet pourtant d'organiser, de structurer et de mettre en commun des techniques de traitements pour mener au mieux une application de détection de changement.

Moussu (1988) propose une définition d'une méthodologie de détection des phénomènes dynamiques dans une chronique d'images. De manière résumée, se fondant sur un certain nombre d'applications mettant en jeux l'analyse d'images multidates pour la détection de changement, il dégage une méthodologie mettant en œuvre trois grandes étapes, qu'il labelle ainsi :

- *la rectification géométrique :* l'étude d'images multidates nécessite en général l'étude de l'évolution d'un pixel ou d'un groupe de pixels au travers des différentes images. C'est la raison pour laquelle une rectification géométrique de toutes les images de façon à les rendre superposables est souvent la première étape de l'analyse ;

- *l'étalonnage des valeurs de pixel :* la détection de changement mettant en jeu des mécanismes plus ou moins complexes de comparaison sur les valeurs de pixel, comme, par exemple, des mesures de luminance, il est important de corriger les variations de ces mesures qui ne sont pas dues à des modifications de la scène observée mais aux biais de mesure ou à des modifications des conditions d'observation. Ces corrections peuvent être d'ordre physique ou déterministe. Cette démarche revient à expliciter les différents processus physiques acteurs des modifications indésirables sur les mesures de luminance. Ces modifications peuvent être d'ordre statistique : on essaiera alors de corriger dans leur globalité, moyennant certaines hypothèses, les variations sur les mesures par des procédés comme la régression linéaire par ajustement aux moindres carrés ;

- *la détection des phénomènes en mouvement :* cette étape finale constitue le traitement spécifique à l'application en question qui permettra le filtrage, la décision et la mise en évidence des phénomènes dynamiques liées à l'application.

Hanaizumi et Fujimura (1992), quant à eux, proposent, en amont des étapes identifiées par Moussu, un travail préparatoire sur la définition des changements à étudier. Cette étape préalable, aussi abordée par Coppin et Bauer (1996), doit permettre non seulement de restreindre le domaine de recherche des phénomènes dynamiques à étudier mais aussi de définir les mesures nécessaires et les méthodes de mise en évidence des phénomènes susceptibles d'apparaître lors des observations.

De plus, Hanaizumi et Fujimura généralisent la notion d'étalonnage limitée par Moussu à l'obtention de luminances normalisées issues d'observation de même nature (même observable mesuré). Cette nouvelle étape, qu'ils nomment normalisation, doit aussi prendre en compte les différences de définitions spectrales pour la mesure des luminances à chaque instant d'observation. Le problème d'applications de détection de changement à partir d'observations temporelles multisources est donc ici abordé.

Notons que ces auteurs ne traitent pas du problème de la rectification géométrique. La superposabilité géométrique des images semble être pour eux un pré-requis et l'impact d'éventuelles erreurs de superposabilité sur les résultats de la détection des changements n'est pas soulevé.

Enfin, ils identifient une dernière étape, après la détection des phénomènes en mouvement, qui a pour but la présentation et la confirmation des résultats bruts provenant de l'étape de détection précédente.

Ces deux propositions méthodologiques présentent bien sûr des points communs mais aussi des notions complémentaires. C'est la raison pour laquelle nous avons ressenti le besoin de procéder à une nouvelle proposition, s'appuyant sur une importante analyse bibliographique qui nous a permis d'approfondir et de faire la synthèse de ces propositions.

Nous avons essayé de classer les différentes techniques employées dans le cadre d'application de détection de changement suivant des objectifs ou des notions communes. Cette classification par objectifs a permis d'organiser et d'établir un cadre conceptuel sous formes d'étapes. Nous pensons que ces étapes constituent une proposition de méthodologie, même si l'ordre de ces étapes n'est pas toujours respecté et même si toutes ces étapes ne sont pas

toujours explicitement décomposées dans les descriptions d'algorithme de détection de changement.

2 Proposition d'une méthodologie

Cinq étapes ont été identifiées :

- l'acquisition de connaissances *a priori* sur les changements et les moyens d'observation ;
- l'alignement des données ;
- l'extraction d'informations pertinentes vis-à-vis des changements à détecter ;
- la création des écarts à un modèle ;
- la prise de décision et la synthèse des résultats.

2.1 L'acquisition de connaissances *a priori* sur les changements et les moyens d'observation

Comme cela a été souligné précédemment, il est primordial de procéder à une analyse des phénomènes dynamiques survenant dans le paysage observé. De manière plus précise, cette analyse a plusieurs objectifs :

- identifier les grandeurs physiques clés permettant une description de l'évolution que l'on désire étudier. Ces grandeurs physiques permettent de définir une représentation partielle de l'univers objectif telle que nous l'avons décrite dans le ***chapitre 2*** ;
- déterminer les grandeurs observables sensibles aux phénomènes dynamiques d'intérêt ;
- rassembler l'ensemble des informations *a priori* disponibles sur les changements. Ces informations peuvent concerner l'estimation des échelles caractéristiques spatiales et temporelles ou encore les vitesses d'évolution du phénomène dynamique.

Ces informations sur les changements à détecter doivent être complétées par une étude sur les moyens d'observation disponibles. L'objectif de cette étude est d'identifier les différentes sources de variabilité exogènes — indépendantes des changements effectifs du paysage — dues à des variations des conditions d'observation ainsi qu'à d'éventuels changements dans les moyens d'observation eux-mêmes. Cette étude doit aussi évaluer, en fonction des caractéristiques techniques des moyens d'observation (pouvoir de résolution, précision de la localisation géométrique, sensibilité et précision radiométrique ou encore répétitivité temporelle), la façon dont ces moyens vont percevoir les changements d'intérêt des grandeurs observables. Cette prise en considération des possibilités et des contraintes des moyens d'observation pour les applications de détection de changement est développée de manière plus approfondie dans le chapitre suivant.

2.2 L'alignement des données

Comme nous l'avons vu dans la section précédente, Moussu (1988) propose une distinction très nette entre le recalage géométrique et la normalisation radiométrique en les identifiant comme deux étapes à part entière d'une application de détection de changement. Au contraire, nous estimons que les corrections atmosphériques, l'étalonnage de capteurs et la correction géométrique correspondent en fait à la même préoccupation : la recherche d'un référentiel commun. C'est la raison pour laquelle ces différentes opérations doivent être regroupées sous le terme commun *d'alignement de données*. Le concept est en fait le même : recherche d'invariants ou de références pour l'établissement de modèles de correction amenant à un référentiel commun. De plus, les approches et les techniques utilisées en télédétection pour ces différentes opérations présentent de grandes similitudes, ce qui confirme notre assertion précédente. Ceci n'exclut pas que, d'une manière fonctionnelle, on soit amené à distinguer l'alignement géométrique qui va porter sur la localisation des points de mesure et l'alignement radiométrique qui, lui, porte sur la mesure effectuée par le capteur. Nous adoptons cette décomposition afin de faciliter la présentation à venir.

2.2.1 L'alignement géométrique

L'alignement géométrique consiste à trouver un référentiel géométrique commun aux images d'une série multitemporelle. Cette correction peut être faite *en absolu* dans un référentiel géographique (UTM, Lambert, etc.) ou encore *en relatif* par rapport à une image de la série choisie comme image de référence. Il existe des techniques largement utilisées permettant de réaliser cet alignement géométrique (Pratt, 1991) ou plus innovantes (Djamdji, 1993 ; ***chapitre 5*** de cette thèse).

2.2.2 L'alignement radiométrique

L'alignement radiométrique consiste à trouver un référentiel dans lequel s'expriment les quantités dérivées des observations ; à partir de ces dernières, on extrait les informations pertinentes au regard des changements d'intérêt (troisième étape).

On note trois processus essentiels dans l'alignement radiométrique : l'étalonnage, la correction des effets d'illumination et la correction des effets atmosphériques.

De manière similaire à l'alignement géométrique, on distingue les techniques d'alignement selon qu'elles sont effectuées en absolu ou en relatif. Il est à noter qu'il est possible d'améliorer la correction en absolu en s'appuyant sur des techniques de correction en relatif.

La quasi totalité des capteurs associent de manière linéaire un compte numérique à la valeur de luminance mesurée :

$$CN = aL_{cap} + b \qquad [3\text{-}1]$$

Les coefficients a et b de l'étalonnage pouvant être différents d'un instant d'observation à un autre pour un même capteur et, *a fortiori*, pour des capteurs différents, ils doivent être pris en compte lors de la comparaison. En d'autres termes, les comptes numériques ne sont donc pas comparables et l'étalonnage est donc bien une recherche d'un référentiel commun. Cet alignement peut être en absolu, par exemple en luminance, ou en relatif, par exemple en comptes numériques fixés par l'une des images.

En outre, la luminance L_{cap} qui parvient au niveau du capteur aéroporté ou embarqué sur une plate-forme satellite peut s'exprimer au premier ordre en fonction de la luminance L_{surf} provenant de la réflexion de l'éclairement sur la surface observée ou encore de son émission propre :

$$L_{cap} = \alpha L_{surf} + \beta \qquad [3\text{-}2]$$

Le terme α représente la transmittance de l'atmosphère, c'est à dire l'atténuation du rayonnement sur le trajet montant et β est la contribution de l'atmosphère par diffusion et émission propre. Afin d'éliminer les influences au premier ordre des variations de l'éclairement solaire (constante solaire et angle solaire zénithal), on utilise souvent la grandeur de réflectance bidirectionnelle R_{surf} de la surface, plus à même d'être le reflet d'un changement de son état. On a alors :

$$L_{cap} = \frac{\alpha E}{\pi} R_{surf} + \beta \qquad [3\text{-}3]$$

où E est l'éclairement de la surface considérée hors atmosphère, pour le capteur considéré : cette relation est dépendante de la définition spectrale du capteur, terme utilisé pour décrire la sensibilité du capteur à des radiations monochromatiques de différentes longueurs d'onde (Anonyme, 1997).

Différentes conditions atmosphériques ou d'illumination entre deux dates d'acquisition entraînent des changements apparents au niveau de la luminance mesurée par le capteur indépendamment de changements d'états de la surface observée.

C'est la raison pour laquelle, dans le domaine de la détection de changement, on procède à des corrections permettant d'obtenir de nouveaux jeux d'images suivant le même référentiel : celui

de la luminance issue de la surface mesurée au niveau du sol pour la relation [3-2] ou celui de la réflectance de la surface observée au niveau du sol pour la relation [3-3].

Ces mesures sont rendues les plus indépendantes des conditions d'acquisition atmosphérique ou d'illumination. Le terme "indépendant" est bien sûr lié à la validité du modèle linéaire exprimé par la relation. Ainsi, lorsque les paramètres de la géométrie d'acquisition (angle de visée, angle solaire zénithal, configuration des angles azimutaux) changent, les variations mêmes de la réflectance bidirectionnelle — ou réflectance angulaire — ne sont pas toujours représentatives de changements d'états effectifs de la surface observée. Dans certains cas, il convient d'introduire des modèles qui permettent d'appréhender la dépendance de la réflectance observée à la géométrie d'acquisition. Ces modèles sont appelés "Fonctions de Distributions de Réflexion Bidirectionnel" (FDRB ou BRDF en anglais pour Bi-Directional Reflection Distributions) et sont utilisés, par exemple, dans le cas de suivi à haute résolution temporelle de la végétation à grande échelle à partir de satellites défilants avec capteurs à champs larges comme le capteur SPOT 4 / VEGETATION (Weiss, 1998). Il s'avère parfois nécessaire de considérer le relief du terrain qui modifie localement la normale à la surface et donc la géométrie d'acquisition des différentes images (Shekarforoush, 1996).

Les corrections en absolu sont généralement obtenues en identifiant et en modélisant le plus finement possible les différents processus physiques intervenant dans la constitution de la luminance au niveau du capteur. Ainsi, le logiciel SMAC (Rahman et Dedieu, 1994) permet de corriger les effets atmosphériques et d'illumination.

Pour la correction des effets atmosphériques en relatif, une possibilité consiste à sélectionner des objets dont la réflectance est supposée stable ou quasiment stable entre les deux instants d'observation. Ces objets sont nommés PIFs dans la bibliographie anglo-saxonne pour Pseudo-Invariant Features (Schott *et al.*, 1988). Ces objets peuvent être sélectionnés manuellement (lacs profonds, toits plats de bâtiments, routes et parkings goudronnés) ou automatiquement. Schott *et al.* (1988) proposent ainsi une sélection automatique de PIFs à partir de traitements comparés sur les bandes 3, 4 et 7 du capteur LANDSAT / TM. L'ensemble des couples de radiométries correspondant aux mêmes objets stables en réflectance est alors utilisé pour alimenter une régression linéaire permettant l'alignement radiométrique entre les deux images.

Une autre possibilité consiste à procéder à un ajustement linéaire à partir de statistiques globales sur les deux images à corriger (Moussu, 1988 ; Wald, 1993). Cet ajustement peut être un ajustement de la moyenne et de l'écart type d'une image pour qu'elles coïncident avec celles de l'autre image ou encore l'application d'une régression linéaire au sens des moindres

carrés entre les radiométries des deux images. L'hypothèse sous-jacente à cette technique est que l'amplitude et la surface des changements effectifs doivent être telles entre les deux instants d'observation qu'elles n'ont que peu d'influence sur les moments statistiques utilisés pour l'ajustement ; on dit alors que le paysage est supposé globalement stable à l'échelle de la fauchée des images.

Le plus souvent, la fonction d'alignement radiométrique en relatif ne comporte pas de variables spatiales : à l'inverse des méthodes d'alignement géométrique, il n'y a donc généralement pas de prise en compte de la dépendance spatiale de la fonction de correction radiométrique. Comme le soulignent Hanaizumi et Fujimura (1992), pour des applications réelles sur de grandes étendues, la variation locale de la radiométrie, non prise en considération, introduit des biais systématiques lors de l'évaluation du modèle linéaire de correction.

La solution consiste alors à procéder de manière locale, en définissant, dans la mesure du possible, l'échelle la plus adaptée à la variabilité spatiale des changements exogènes induits par le changement de l'atmosphère ou des conditions d'illumination. Les PIFs ou des méthodes d'ajustements statistiques locales peuvent servir de support à cette estimation régionalisée par l'emploi, par exemple, d'une méthode d'interpolation bilinéaire par morceaux. D'autres techniques peuvent être aussi appliquées, assurant une reconstruction plus précise ainsi que la continuité de la fonction de correction radiométrique à des ordres supérieurs comme les plaques minces (Wahba, 1990) ou la méthode Hsieh-Clough-Tocher (Ciarlet et Lions, 1991) basée sur des polynômes d'ordre trois définis par morceaux à partir d'une triangulation de Delaunay. Ces techniques, que nous avons essentiellement utilisées pour l'alignement géométrique, sont décrites en ***annexe A***.

2.3 L'extraction d'informations pertinentes vis-à-vis des changements à détecter

2.3.1 Les objectifs de cette extraction d'information

On considère ici l'ensemble des traitements qui ont pour but de constituer, à chacun des instants d'observation, une nouvelle mesure — ou attribut — dérivée des observations disponibles. Cette extraction à partir des observations poursuit deux objectifs :

- augmenter la sensibilité aux types de changements à détecter ;
- diminuer la sensibilité à tout autre changement jugé sans intérêt ou source de variabilité exogène.

Dans un contexte multisource, un troisième objectif à ces traitements est de définir le type d'attribut dont le calcul est toujours possible à partir des moyens d'observation disponibles à

chaque instant de comparaison. Il est important de noter que ces attributs n'ont pas forcément une seule et même origine : quand les contraintes techniques des moyens d'observation sont telles qu'un seul moyen d'observation ne permet pas de répondre aux besoins spécifiques d'une étude de changement (*cf.* ***chapitre 4***), des techniques de fusion de données peuvent être employées pour fournir des attributs à partir de plusieurs moyens d'observation. Les différentes observations, utilisées pour constituer les attributs représentant un certain état du paysage à un instant donné, sont issues de capteurs différents car choisis pour leur complémentarité et n'ont généralement pas été acquises aux mêmes instants. L'emploi de méthodes de fusion de données s'appuie donc sur l'hypothèse que le paysage est suffisamment *stable* durant le laps de temps de ces différentes acquisitions pour constituer des attributs réellement représentatifs d'un état donné du paysage. Cette hypothèse revient donc à supposer que les échelles caractéristiques temporelle et spatiale des changements d'intérêt sont telles que l'évolution apparente du paysage durant l'intervalle des observations est supposée réellement négligeable devant les phénomènes dynamiques que l'on cherche à mettre en évidence par l'extraction des attributs. Il est de plus intéressant de noter que la fusion de données rencontre des problèmes d'alignement de données très similaires à ceux des applications de détection de changement et requiert donc les mêmes techniques d'alignement de données décrites dans le paragraphe précédent.

Les deux premiers objectifs correspondent à une préoccupation classique, notamment en télédétection, qui consiste à procéder à des traitements sur les observations dans le but d'augmenter un certain rapport signal sur bruit. Le fait que cette extraction d'information peut permettre une diminution de la sensibilité à certains types de variations exogènes montre que le choix d'une méthode à ce niveau du traitement n'est pas sans conséquence sur les objectifs de la phase précédente concernant l'alignement de données et réciproquement.

La notion de statistique exhaustive (Tassi, 1989 ; Basseville et Nikiforov, 1993) permet d'apporter un éclairage mathématique à cette phase d'extraction d'informations pertinentes. L'objectif de la détection de changement, en particulier, et de l'estimation ou de la détection, en général, est de faire des inférences sur un vecteur de paramètres $\boldsymbol{\theta}$ permettant une représentation symbolique (*cf.* ***chapitre 2***) d'un objet ou d'un phénomène à partir d'observations M de ce dernier. Le processus liant le vecteur de paramètres et les observations est modélisé par la donnée d'une loi de vraisemblance paramétrique $P(\mathbf{M} = \mathbf{m} / \Theta = \boldsymbol{\theta})$ qui représente la probabilité que la réalisation de $\mathbf{M}$ soit égale à $\mathbf{m}$ sachant que le vecteur de paramètres est égal à $\boldsymbol{\theta}$.

Une statistique exhaustive $\mathbf{T}$ est alors une fonction définie dans l'espace des observations vers un espace de dimension moindre telle que :

$$P(\mathbf{M} = \mathbf{m} / \mathbf{T}(\mathbf{m}) = \mathbf{t}) \text{ soit indépendant de } \boldsymbol{\theta} \qquad [3\text{-}4]$$

Il est important de noter qu'une statistique exhaustive n'est ni unique, ni réellement intrinsèque à l'objet car elle dépend avant tout de la modélisation de la loi de vraisemblance caractérisant les différents processus intervenant entre les paramètres et leurs conséquences sur les observations.

Tassi (1989) propose une analogie géométrique de la notion de statistique exhaustive : "*géométriquement, la notion de statistique exhaustive signifie que seule la surface* $\boldsymbol{T(m) = t}$ *nous renseigne sur* $\boldsymbol{\theta}$ *et que la position de* m *sur la surface n'apporte aucune information supplémentaire*". De plus, toujours pour une modélisation de la loi de vraisemblance donnée, l'information contenue dans $\mathbf{m}$ sur $\boldsymbol{\theta}$ est égale à l'information contenue dans $\mathbf{T}(\mathbf{m})$; cette possibilité de réduction de la dimension de la mesure à quantité d'information égale sous-tend une notion de redondance des observations.

L'extraction d'attribut est très proche d'une recherche d'une statistique exhaustive sans toutefois toujours expliciter la loi de vraisemblance ni même le vecteur de paramètre associé : l'objectif est d'éliminer ou d'exploiter la redondance des observations disponibles de façon à focaliser l'attribut sur les types de changements à détecter dans un domaine où les autres sources de variabilité sont nettement minoritaires, tout en gardant la même quantité d'information — ou une quantité suffisante — vis-à-vis des objectifs à atteindre : l'extraction d'attributs pour la détection de changement correspond donc à la recherche des caractéristiques particulières — ou signatures — des évolutions que l'on cherche à détecter.

2.3.2 Exemples d'extraction d'attribut

Le degré le plus abouti de statistique exhaustive est obtenu en estimant, à chaque instant, le vecteur d'état de façon à avoir une représentation symbolique de l'état du phénomène dynamique observé. C'est la comparaison de ces différentes estimations dans le temps qui donne lieu à une détection de changement. Cette approche est effectuée de manière indépendante à chaque instant de comparaison : elle se présente donc, de prime abord, comme une information "hors contexte" n'ayant plus de lien réel avec les moyens d'observation, les méthodes de traitement ni les conditions d'observation dont elle est issue. Cependant, le contexte à l'estimation de cette information a généralement un impact sur son imprécision sous la forme de biais ou d'écart type dont l'évolution inconnue a des conséquences sur les résultats de la détection de changement.

Considérons les applications qui procèdent à la comparaison de deux états d'un paysage à partir de classifications supervisées d'images multispectrales. L'information multispectrale de

chaque pixel est réduite à l'appartenance à une classe. Puisque les classifications sont supervisées, chaque classe est elle-même associée à un état dans la représentation symbolique du phénomène dynamique à étudier. La fonction de classification qui associe une zone dans l'espace des mesures multispectrales à un type d'élément dans le paysage est un exemple de statistique exhaustive pour un problème dont seul compte l'évolution de la décomposition du paysage en un certain nombre d'éléments identifiés. Cette approche réduit sensiblement les problèmes d'étalonnage radiométriques entre les images multispectrales (Coppin et Bauer, 1996) et peut même être envisagée lorsque les images multispectrales ne proviennent pas du même capteur, pourvu que les éléments à détecter soient discernables par les moyens d'observation utilisés à chaque instant de comparaison. Cependant, comme nous l'avons indiqué dans le paragraphe précédent, il existe un certain nombre de limitations. Tout d'abord, comme le souligne Sader (1995), la précision ou la fiabilité de la détection de changement dépend de manière cumulée de la précision de chaque classification supervisée : sans procédure statistique spécifique de correction, comme celle proposée par Van Deusen (1994), la confiance d'une détection de changement doit être *a priori* considérée comme faible car issue du produit des probabilités d'erreur de chacune des classifications. De plus, le résultat de cette détection est très sensible aux erreurs de superposabilité géométrique entre les deux jeux d'images, de par la présence de discontinuité abrupte d'appartenance aux différentes classes.

Il n'est pas toujours nécessaire de procéder à l'estimation directe des paramètres : dans le cas de la détection de changement, le problème peut être simplifié (Basseville et Nikiforof, 1993) en évaluant, à partir des observations, des attributs se contentant d'être le reflet ou la signature d'un changement du vecteur d'état.

Ainsi, dans le cas d'applications de détection de changement de l'état et l'occupation de la végétation à partir d'une série temporelle d'images multispectrales, on utilise souvent des indices de végétation comme base de comparaison entre les différents dates (Lyon *et al.*, 1998 ; Qi *et al.*, 1995 ; Hardy et Burgan, 1999). Ces indices de végétation sont des grandeurs scalaires qui exploitent une différence très nette des caractéristiques spectrales de la végétation entre le canal rouge et le canal proche-infrarouge. L'indice de végétation le plus communément utilisé est le NDVI (Normalized Difference Vegetation Index) défini comme le rapport entre la différence du canal proche-infrarouge et le canal rouge et leur somme. Cet indice mono-dimensionnel correspond effectivement à une nette réduction de l'information multispectrale disponible. Cet indice est en fait spécialement conçu pour être très sensible à la présence et aux modifications de la végétation (Baret et Guyot, 1990) et relativement peu sensible aux changements des caractéristiques du sol, à certains effets indésirables des variations des conditions atmosphériques ainsi qu'à des différences de géométrie d'acquisition, jusqu'à une certaine limite d'angle d'incidence (Qi *et al.*, 1995). La donnée seule du NDVI ne

permet pas une estimation des paramètres clefs de l'état de la végétation comme le LAI (Leaf Area Index ou indice foliaire) pour lequel il faudrait, en outre, une identification des types de végétation et de leurs proportions à l'intérieur de chaque pixel (Gregoire *et al.*, 1993). Cette donnée est cependant suffisante pour évaluer l'évolution de l'état de la végétation dans un paysage.

Les deux exemples précédents correspondent à une réduction de l'information multispectrale basée sur une réelle étude spectrale des changements d'intérêt et des changements qui ne le sont pas. Il existe cependant des approches systématiques de réduction de l'information multispectrale basée, par exemple, sur la méthode d'analyse en composantes principales (ACP). Cette méthode permet de concentrer l'information dans les premières composantes (canaux) et donc de réduire la redondance d'information multispectrale en diminuant le nombre de canaux utilisés pour la suite du processus de détection de changement (Kauth et Thomas, 1976 ; Collins et Woodcock, 1994).

L'extraction d'informations pertinentes ne se limite pas seulement à l'étude suivant la dimension spectrale ou, de manière plus générale, suivant les différents types de mesures sur des grandeurs observables disponibles. Ainsi, certaines applications exploitent la redondance de l'information contenue dans les observations disponibles à un instant donné suivant la dimension spatiale.

L'exemple le plus simple est l'utilisation d'un filtre passe-bas qui a pour objectif d'éliminer les hautes fréquences dont on sait, par l'étude des échelles caractéristiques spatiales des changements à détecter, qu'elles ne comportent pas d'informations pertinentes mais seulement du bruit vis-à-vis des objectifs de l'étude. La fréquence de coupure d'un tel filtre passe-bas doit être choisie de l'ordre de l'inverse de l'échelle caractéristique spatiale. Ce filtrage, qui peut être suivi d'un sous-échantillonnage ou d'une agrégation de pixel (Häme, 1991), présente de plus l'avantage de diminuer notablement l'impact des erreurs de superposition géométrique sur le résultat de la détection (Gong *et al.*, 1992).

L'extraction d'attribut peut se caractériser, selon les nécessités, non seulement par l'isolement de la plage de fréquences caractéristiques du phénomène dynamique que l'on désire étudier mais aussi par l'élimination des parties de cette plage pour lesquelles d'autres sources de fluctuations indésirables ne sont pas négligeables. C'est ainsi que Coppin et Bauer (1996) parlent d'applications ayant recours à des filtrages passe-haut de façon à éliminer les composantes des observations faiblement variables spatialement car identifiées comme étant sujettes à des changements sans intérêt ou dues à des variations exogènes non corrigées par les procédures d'alignement de données. Cette approche peut être, par exemple, utilisée dans

le cas d'imagerie aérienne ou satellitaires à grand champ pour éliminer des variations lentes de la radiométrie causées par l'évolution de l'angle de vue le long de la fauchée.
L'extraction d'informations pertinentes peut donc être effectuée par le moyen de filtres sélectionnant des plages de fréquences isolant les changements à détecter. Ces techniques de filtrage peuvent, bien entendu, être appliquées dans le domaine temporel lorsque les chroniques d'images ont une régularité d'acquisition assimilable à un échantillonnage.

2.4 La création des écarts à un modèle

2.4.1 L'objectif : réduire la redondance temporelle

Cette étape a pour but de procéder à une analyse temporelle de la chronique d'attributs et de générer, via un modèle, des résidus indiquant de manière la plus contrastée possible et parfois de manière quantitative la présence de changement d'intérêt ; présence le plus souvent localisée dans le temps et dans l'espace.

Suivant les choix et la qualité des traitements préalablement effectués, le modèle peut être réduit à sa plus simple expression de fonction identité : la génération de résidus correspond alors à une simple comparaison (différence, rapport, etc.) des attributs entre chaque instant. Cela peut être le cas d'applications se fondant entièrement sur les processus d'alignement de données et / ou sur les capacités de l'extraction de l'information à isoler les phénomènes dynamiques à étudier, pour statuer sur le changement par comparaison directe des attributs.

De la même manière que l'étape d'extraction d'attributs se base sur une certaine redondance de l'information contenue dans les observations à chaque instant, l'existence d'un modèle se base sur une possible redondance temporelle de ces observations. La génération des résidus peut alors être vue comme la révélation d'une innovation par rapport au modèle. Basseville et Nikiforov (1993) distinguent deux types de redondance : la redondance analytique et la redondance directe.

La redondance de type analytique tire son origine de l'existence de relations physiques, mathématiques ou encore de modèles empiriques d'évolution. Un exemple de redondance analytique est la forme de la courbe de l'évolution normale en fonction temps de l'indice de végétation NDVI de zones agricoles (Fischer, 1993). Dans le cadre d'application visant le suivi temporel de ces cultures, l'écart de l'évolution du NDVI effectivement mesuré à la forme nominale est alors pertinent pour détecter des anomalies de croissance ou d'exploitation.

La redondance directe trouve son origine dans l'existence d'une forte corrélation d'un état d'un paysage avec son état précédent. La révélation de cette redondance directe est alors possible

par le jeu de méthodes de régression linéaire. Un exemple sur la détection précoce des fumées d'incendie de forêt peut être trouvé dans la thèse de Moussu (1988) où l'évolution du paysage est modélisée par des procédés de régression linéaire au sens des moindres carrés.

Selon les cas de figures, l'analyse temporelle permettant, par modélisation, une génération de résidus peut être :

- *séquentielle* lorsque la génération à un instant donné d'observation correspond à une analyse causale basée uniquement sur les observations antérieures disponibles ;
- *a priori* lorsqu'elle est basée sur une assimilation de l'ensemble des attributs à tous les instants d'observations.

Contrairement aux applications de détection de changement que l'on peut trouver dans le domaine du traitement du signal (Basseville et Nikiforov, 1993) ou d'étude de l'évolution de grandeurs physiques à grandes échelles dans le domaine de l'océanographie ou de la météorologie (Vandenberghe, 1992), l'utilisation de modèles comportementaux de type filtrage de Kalman ou analyse variationnelle appliquée à la détection de changement en télédétection est encore rare, sauf, peut-être en météorologie satellitaire. On peut avancer deux raisons à cela. Tout d'abord, à moins d'une extraction d'attributs singulièrement réductrice se ramenant presque à la seule dimension temporelle, la dimension spatiale supplémentaire conduit généralement à une grande complexité de mise en œuvre de tels procédés. De plus, la plupart des applications de détection de changement ne concerne en fait que la comparaison d'un faible nombre de jeux d'images où la notion d'échantillonnage temporel est inexistante et où le temps ne joue le rôle que d'indexation.

Pour toute la suite, dans un souci de clarté, on considère que les attributs extraits sont de type image provenant d'une ou plusieurs sources. Dans ce cadre, il existe deux grands types d'approches permettant de générer des résidus en tirant parti de cette redondance.

2.4.2 Une approche englobant la dimension temporelle et l'espace des attributs

Le premier type d'approche est dédié à des séries temporelles d'images multispectrales ou, plus généralement, multisources. Le principe général est de créer un espace d'observation issu de l'union des différents espaces d'attributs multisources à chaque instant d'observation. Ainsi, pour une série temporelle de n jeux d'images comportant p canaux, l'espace d'observation est un espace à np dimensions. En faisant l'hypothèse d'une parfaite superposition géométrique des différents jeux de données, on peut associer à chaque point de mesure (pixel), un ensemble temporel d'attributs. Ces attributs d'un même lieu géométrique définissent un point dans cet espace mélangeant la dimension temporelle à la dimension de l'espace des mesures. L'ensemble de ces points définit un nuage auquel sont appliqués des procédés issus

directement des techniques d'analyse multispectrale. Le but de ces procédés est de parvenir à une réorganisation de ce nuage de façon à discerner les pixels stables dans le temps des pixels ayant effectivement fait l'objet d'un changement d'intérêt et de pouvoir dissocier ces derniers suivant différents types. De manière classique, ces procédés peuvent être :

- des méthodes de classifications supervisées ou non permettant une décomposition du nuage en différentes classes (Singh, 1989 ; Mas, 1999) ;
- des méthodes de type ACP proposant une nouvelle base orthogonale pour le nuage de points (Collins et Woodcock, 1994 ; 1996 ; Fung et Le Drew, 1987).

Ces approches sont uniquement basées sur des considérations statistiques où le temps joue exactement le même rôle que la dimension de l'espace des mesures. A cause de possibles couplages temps / espace de mesure, il n'y a pas l'assurance d'une réelle séparation entre des classes de pixels stables et des classes de pixels ayant subi des changements. Une deuxième hypothèse supplémentaire — en plus de l'hypothèse sur la superposition géométrique des différentes images — est alors nécessaire pour que cette séparation, importante pour la détection de changement, ait lieu : les changements d'intérêt doivent rester minoritaires. En d'autres termes, le paysage est supposé suffisamment redondant dans le domaine temporel pour que l'ensemble des pixels stables se distinguent statistiquement lors de la classification ou de l'ACP.

Les résultats de ces approches sont difficilement interprétables car variables suivant les jeux d'images analysés et sans relation directe avec des caractéristiques physiques du paysage. C'est la raison pour laquelle de nombreuses autres techniques sont développées, se basant sur des procédés d'extraction d'attributs pour une réduction de la dimension et de la complexité du nuage de point avant son analyse (Parra *et al.*, 1996) ou encore sur des techniques de supervision de ces analyses comme celle, manuelle, de la méthode d'orthogonalisation de Gramm-Schmidt proposée par Collins et Woodcock (1994).

2.4.3 Une approche par régression linéaire séparant la dimension temporelle de l'espace des attributs

2.4.3.1 Le principe général

Le deuxième type d'approche est plus explicite. En effet, contrairement aux approches statistiques précédentes, la génération de résidus se déroule en deux étapes :

- *l'identification par régression linéaire d'un modèle d'évolution temporelle* à partir des attributs antérieurs — analyse séquentielle — ou à partir de l'ensemble des attributs disponibles — assimilation variationnelle ;

- *la génération des résidus* qui correspond aux résultats d'une comparaison entre les attributs réels et les attributs issus de la modélisation de l'évolution temporelle.

Soient deux images d'attributs $\mathbf{a}_1$ et $\mathbf{a}_2$, correspondant à deux instants différents t_1 et t_2 d'observation du paysage. Ces deux images, supposées parfaitement superposables, comportent respectivement n_1 et n_2 canaux, avec $n_1 \geq n_2$:

$$\mathbf{a}_1(\mathbf{p}) = [a_{1,1}(\mathbf{p}) \cdots a_{1,n_1}(\mathbf{p})] \text{ et } \mathbf{a}_2(\mathbf{p}) = [a_{2,1}(\mathbf{p}) \cdots a_{1,n_2}(\mathbf{p})] \qquad [3\text{-}5]$$

Le modèle d'évolution que l'on cherche à établir par le biais d'une régression linéaire multiple est constitué de p coefficients tels que l'image estimée $\tilde{\mathbf{a}}_2$, issue de la combinaison linéaire de p fonctions ayant pour paramètres les n_1 canaux de $\mathbf{a}_1$ par ces coefficients, corresponde à l'ensemble de l'information contenue dans $\mathbf{a}_2$, *linéairement prédictible* à partir de l'information contenue dans les différents canaux de $\mathbf{a}_1$. L'innovation de chaque canal de $\mathbf{a}_2$ par rapport à l'information multisource contenue de $\mathbf{a}_1$ est alors assimilée à un changement effectif.

On notera par $\tilde{M} = \{\tilde{m}_{i,j}\}_{(i,j)\in[1,n_2]\times[1,p]}$ l'ensemble de ces $n_2 \times p$ coefficients constituant les paramètres du modèle linéaire d'évolution entre les images $\mathbf{a}_1$ et $\mathbf{a}_2$.

Autrement dit, cela revient à supposer qu'il existe réellement une matrice $M = \{M_{i,j}\}_{(i,j)\in[1,n_2]\times[1,p]}$ telle que chacun des n_2 canaux de $\mathbf{a}_2$ peut s'écrire sous la forme de :

$$\forall\, i \in [1,n_2],\ a_{2,i}(\mathbf{p}) = \underbrace{\sum_{j=1}^{p} m_{i,j} F_j(a_{1,1}(\mathbf{p}),\cdots,a_{1,n_1}(\mathbf{p}))}_{\substack{\textit{Modélisation linéaire de} \\ \textit{la redondance directe}}} + \underbrace{\Delta_i(\mathbf{p})}_{\textit{Changements effectifs}} + b_i(\mathbf{p}) \qquad [3\text{-}6]$$

où Δ_i correspond à la résultante d'un changement effectif du paysage dans le $i^{ème}$ canal de $\mathbf{a}_2$ entre les deux instants d'observation et b_i à un bruit supposé blanc gaussien de variance $\sigma^2_{b_i}$.

L'objectif est alors de parvenir à une estimation $\tilde{M}$ de M de manière à isoler le terme de changement effectif $\boldsymbol{\Delta}$ lors de l'évolution de $\mathbf{a}_1$ vers $\mathbf{a}_2$.

Il est à noter que la relation [3-6] est quasiment toujours utilisée sous une forme plus simple où les fonctions $\{F_j\}_{j\in[1,\,n_1]}$ correspondent respectivement à la valeur du $j^{ème}$ canal de l'image $\mathbf{a}_1$ au pixel considéré et la dernière fonction F_{n_1+1} est constante et égale à 1. La formulation générale est utilisée dans le cas, plus rare, d'une régression linéaire où chaque canal de $\mathbf{a}_1$ intervient sous la forme d'un polynôme de degré supérieur à 1 comme des quadriques ou des cubiques (Burns et Joyce, 1981 ; Olsson, 1993).

L'estimation des coefficients du modèle linéaire d'évolution est le plus généralement effectuée par la méthode des moindres carrés (Hanaizumi *et al.*, 1991 ; Hanaizumi et Fujimura, 1992).

Dans le cas d'une régression linéaire simple entre deux images ne comportant qu'un seul canal, d'autres méthodes sont possibles comme l'ajustement des histogrammes ou l'ajustement des moyennes et des écarts types des deux images (Moussu, 1988). On remarque que l'approche par modélisation statistique de l'évolution coïncide avec l'étalonnage radiométrique en relatif des effets atmosphériques abordé au paragraphe 2.2.2. Cette analogie — de forme et de méthodes d'obtention — entre l'étalonnage relatif et la modélisation statistique de l'évolution ne se retrouve pas dans le cas général d'une régression multiple entre des sources multiples de nature différente. Ainsi, une modélisation des effets atmosphériques entre deux images multispectrales n'a aucune raison physique d'aboutir à une forme de correction de type combinaison linéaire des différentes bandes.

2.4.3.2 Les hypothèses des approches par régression linéaire

Ces approches sont basées sur l'hypothèse de stabilité globale du paysage déjà utilisée pour le premier type d'approche. Autrement dit, on suppose que le terme de changement effectif $\mathbf{\Delta}$ n'a pas d'influence sur l'estimation statistique des paramètres du modèle linéaire.

La deuxième hypothèse pour l'établissement du modèle statistique d'évolution est la superposabilité géométrique. Dans le cas d'une régression linéaire au sens des moindres carrés, un défaut de superposabilité géométrique entre les deux images peut entraîner des erreurs sur l'estimation des coefficients du modèle linéaire.

En effet, considérons deux images d'attributs a_1 et a'_2 telles que l'image a'_2 présente un défaut de superposabilité géométrique avec a_1, caractérisé par un champ de disparité résiduel $\mathbf{dp}_r$. Il existe donc une image a_2 parfaitement superposable à a_1 vérifiant :

$$a'_2(\mathbf{p}) = a_2(\mathbf{p} + \mathbf{dp}_r(\mathbf{p})) \qquad [3\text{-}7]$$

Soit $\{\mathbf{p}_k\}_{k\in[1,N]}$ l'ensemble des pixels utilisés pour la régression linéaire. En raison des défauts de superposabilité géométrique, la méthode des moindres carrés s'appuie sur l'étude du nuage de couples d'attributs $N' = \{(a_1(\mathbf{p}_k),a'_2(\mathbf{p}_k)\}_{k\in[1,N]}$ et non pas sur le nuage $N = \{(a_1(\mathbf{p}_k),a_2(\mathbf{p}_k)\}_{k\in[1,N]}$. La différence entre ces deux nuages dans l'espace des attributs entraîne alors une erreur sur les coefficients de la régression linéaire. Cette différence est d'autant plus importante que l'image a_2 est localement hétérogène aux niveaux des points de mesure $\{\mathbf{p}_k\}_{k\in[1,N]}$.

Par conséquent, sans précautions particulières, un défaut de superposabilité géométrique a effectivement un impact sur les coefficients du modèle de régression linéaire obtenus par la méthode des moindres carrés. Lorsque cette erreur est faible (mais non nulle), cet impact se traduit par l'ajout d'un biais sur les coefficients dont l'importance dépend, au premier ordre, du produit du gradient de l'image a_2 par la valeur de la disparité géométrique résiduelle en chaque point de mesure utilisé pour constituer le nuage de points dans l'espace des mesures.

Toutes les méthodes d'établissement de modèles linéaires ne sont pas égales devant des erreurs de superposabilité. Ainsi, selon Olsson (1993), les coefficients du modèle établis par des méthodes[1] d'ajustement des histogrammes ou par ajustement de la moyenne et de l'écart type ne sont pas réellement influencées par des erreurs de superposabilité géométrique. Les images sont donc supposées suffisamment stationnaires pour que les grandeurs statistiques globales comme la moyenne, l'écart type ou, plus généralement, l'histogramme ne soient pas notablement sensibles à des variations des lieux d'échantillonnage.

2.4.3.3 Les possibilités de sélection des données d'entrée pour la régression linéaire

Le champ de disparité résiduelle $\mathbf{dp}_r$ n'étant pas connu précisément, une possibilité pour limiter ses conséquences sur l'établissement du modèle linaire au sens des moindres carrés consiste à sélectionner des couples d'attributs $(a'_2(\mathbf{p}), a_1(\mathbf{p}))$ en des points $\mathbf{p}$ dont le voisinage est le plus uniforme possible ; cette sélection peut être faite en procédant à un seuillage du gradient de a_2 obtenu, par exemple, par convolution suivant le noyau proposé au ***chapitre 4***, paragraphe 2.3.2.

D'autres stratégies de sélection des couples d'attributs peuvent être envisagées, notamment pour relâcher la contrainte sur la stabilité *de l'ensemble* du paysage entre les instants de comparaison. Il est ainsi possible de procéder à des méthodes de régressions linéaires itératives qui permettent d'enlever, à chaque itération, les couples d'attributs trop différents du comportement moyen du nuage de points (Mas, 1999) ou encore à une sélection manuelle de couples d'attributs en des zones homogènes qui n'ont pas changé, en prenant soin de sélectionner ces attributs de façon à ce que toute la dynamique des images soit représentée.

Dans le cadre d'une application de suivi de la forêt boréale en Suède, Olsson (1993) étend le choix de la sélection manuelle non plus seulement à des zones n'ayant pas subi de changements effectifs mais aussi à des zones ayant subi des changements effectifs mais jugés sans intérêt. En effet, dans ce cas, les changements d'intérêt sont définis comme des changements locaux par rapport à l'évolution majoritaire du reste de la forêt comme ceux

[1] Méthodes uniquement valables dans le cas d'une modélisation simple entre deux images constituées chacune d'un seul canal.

résultant de coupes d'exploitation ou de dommages naturels (feux de forêts, maladies, stress hydrique, etc.). Pour distinguer ces changements d'intérêt des autres évolutions normales de la forêt, la sélection des couples d'attributs est effectuée sur des zones homogènes de forêts n'ayant pas subi de changement d'intérêt : il est donc supposé que la majorité de la résultante de l'évolution normale de la forêt peut être linéairement prédictible à partir de la donnée des images multispectrales à l'instant d'observation précédent.

2.4.3.4 Prise en compte de la variabilité spatiale des modèles linéaire d'évolution

De manière similaire à l'alignement radiométrique des données, la modélisation statistique de la redondance directe ne comporte généralement pas de variables spatiales. Il existe plusieurs moyens pour rendre compte de la dépendance spatiale des modèles linéaires d'évolution.

Une première possibilité consiste à appliquer les méthodes de régression linéaire de manière locale sur des fenêtres glissantes (Hanaizumi et Fujimura, 1992). La taille des fenêtres doit être choisie suffisamment grande devant l'échelle caractéristique spatiale des changements de façon à pouvoir trouver un nombre suffisant de couples d'attributs stables — ou dont l'évolution est jugée sans intérêt — pour générer un modèle statistique d'évolution consistant et significatif en chaque point de mesure. Même si la variabilité spatiale du modèle est inversement proportionnel à la taille de la fenêtre glissante utilisée, les résidus générés par comparaison ont, eux, une variabilité spatiale comparable à celles des images d'attributs.

Une variante à cette approche consiste à procéder au calcul du coefficient de corrélation sur une fenêtre glissante fournissant ainsi directement en chaque point de mesure un résidu normalisé mesurant l'écart à la modélisation linéaire (Singh, 1989). La taille de la fenêtre glissante fait l'objet des mêmes remarques que pour le paragraphe précédent. La différence avec l'approche décrite précédemment est que la mesure du coefficient de corrélation en un point de mesure donné correspond non pas à l'écart de ce point par rapport à la modélisation linéaire mais à l'écart quadratique moyen normalisé sur l'ensemble de la fenêtre centrée sur ce point. En d'autres termes, les résidus ainsi générés ont "subi" un lissage tel que leur variabilité spatiale est d'autant plus faible que la taille de la fenêtre glissante est importante.

Une autre possibilité consiste à déterminer localement les coefficients d'un modèle linéaire en des points particuliers de l'image conformément à la relation [3-6]. Ces points peuvent être choisis manuellement ou de manière automatique en effectuant localement en chaque point une régression linéaire et en sélectionnant, par exemple, les points pour lesquels :

- le modèle linéaire résultant présente un coefficient de corrélation parmi les plus forts ;
- le voisinage est le plus homogène possible.

A ces critères de sélection viennent se rajouter des contraintes concernant l'homogénéité et la densité de répartition des points sélectionnés dans les images ainsi que des valeurs des attributs correspondants sur la plus grande dynamique possible.

Comme nous l'avons déjà abordé au paragraphe 2.2.2, des méthodes de reconstruction de surface comme celles décrites en ***annexe A*** — et généralement utilisées pour l'alignement géométrique — peuvent alors être employées pour interpoler *en chaque point* p les coefficients d'un modèle linéaire d'évolution. En utilisant des méthodes de reconstruction de surface permettant un lissage contrôlé des coefficients des modèles locaux comme les plaques minces, il est de plus possible de "jouer" sur la variabilité spatiale de la modélisation globale de façon à générer des écarts à ce modèle les plus représentatifs possibles des changements d'intérêt.

2.5 La prise de décision et la synthèse des résultats

Même si l'ensemble des traitements précédents visent à mettre en évidence les caractéristiques particulières des phénomènes dynamiques à étudier, les résidus comportent généralement encore des composantes issues des évolutions exogènes ou des changements jugés sans intérêt. Il convient alors d'analyser ces résidus de façon à prendre une décision sur l'avènement ou non d'un changement. De cette prise de décision dépend la fiabilité du résultat de la détection de changement ; fiabilité qui peut être exprimée en terme de compromis entre la probabilité de détection — probabilité de détecter un changement d'intérêt effectif — et la probabilité de fausse alarme — probabilité de détecter à tort un changement.

Lorsque les lois de vraisemblance des résidus conditionnellement à l'avènement ou non d'un changement d'intérêt sont disponibles, il est possible d'établir de manière théorique la règle de décision à appliquer aux résidus. Cette règle, basée sur le théorème de Neyman-Pearson, correspond à un seuillage du rapport des lois de vraisemblance ; le choix de ce seuil permet de maximiser la probabilité de détection pour un niveau fixé de la probabilité de fausse alarme (Charbit, 1990). Cependant, bien souvent, la résultante sur les résidus des différents types d'évolution est difficilement modélisable et d'amplitude spatialement variables. La prise de décision devient alors plus complexe : elle doit être adaptée à ces variations et prendre en compte d'autres sources d'information complémentaires à la seule donnée des résidus. Ainsi, considérons les résidus générés par application d'une régression linéaire entre deux images d'attribut. Comme nous le verrons dans le ***chapitre 4***, les erreurs de superposabilité géométrique entre ces deux images ont un impact sur l'image des résidus ; impact dont l'amplitude dépend en partie de l'hétérogénéité locale des images ainsi que d'éventuels filtres spatiaux appliqués lors de l'extraction des attributs. La prise de décision n'est alors pas uniquement basée sur les résidus mais doit aussi prendre en compte une mesure

d'hétérogénéité locale pour adapter la prise de décision aux conséquences des erreurs de superposabilité.

Face à la complexité d'établissement d'une règle de décision et de ses conséquences sur la fiabilité de la détection de changement, une possibilité consiste à procéder à un échantillonnage au sens statistique du terme. Cet échantillonnage concerne non seulement l'image des résidus mais aussi toute information susceptible d'intervenir dans la prise de décision comme, par exemple, une mesure de l'hétérogénéité locale des images (au premier ordre, l'image de gradient). Pour chaque élément de cet échantillonnage, une décision humaine est prise sur l'avènement ou non d'un changement. Grâce à cette technique, la fonction de décision peut être optimisée par le biais de l'estimation des probabilités de détection et de fausse alarme sur cet échantillonnage. Cette approche présente de plus l'avantage de fournir en final non seulement une détection de changement mais aussi une estimation de la fiabilité de cette dernière. Cette approche est celle adoptée par Mas (1999) pour déterminer le niveau du seuil sur les résidus issus d'une régression linéaire le plus adapté à la révélation de changements de végétation et de comparer ces résultats avec d'autres approches comme la comparaison de classifications ou la différence de NDVI.

Enfin, lorsque la décision sur les changements entre deux états observés d'un paysage a été prise, on procède généralement à une synthèse. Cette synthèse peut avoir plusieurs objectifs. Un premier objectif est d'augmenter la fiabilité de cette décision en prenant du recul par rapport aux échelles spatiale et temporelle auxquelles ont été prises les décisions sur le changement. Cette prise de recul permet une analyse critique de la disposition spatiale ou de l'enchaînement temporel des changements détectés dans le paysage. Ainsi, pour la détection précoce de fumées, Moussu (1988) procède à un filtrage spatial des résultats de la détection de changement induit par l'apparition de fumées. Considérant qu'une fumée a une certaine extension et une certaine compacité — considération liée à des expériences préalables ayant permis l'estimation des échelles caractéristiques spatiales des changements résultant de l'apparition de fumées — il procède alors à un filtrage spatial de l'image binaire des changements pour éliminer les points isolés ou les regroupements de points ne possédant pas une taille suffisante.

Un autre objectif possible de cette synthèse est de replacer la décision sur les changements dans le contexte du paysage. Cette remise en contexte permet de déterminer, en plus de l'instant et du lieu d'un changement, des informations sur le type de changement ou sur les états avant et après ce changement. Ainsi, lors de l'étude de l'évolution de la couverture végétale d'un paysage par différence des indices de végétation, il peut être intéressant de procéder à une classification de chaque état du paysage sur les zones détectées comme

changeantes. Ces classifications permettent alors d'établir une typologie des changements survenus en fonction du type de transition (végétation → sol nu, champ de blé → friche, etc.).

- Chapitre 4 -

CARACTERISATION DES MOYENS D'OBSERVATION

1 Description dynamique de la prise de mesure

L'objet de ce paragraphe est d'effectuer une modélisation simple d'une mesure sur une grandeur observable en identifiant les fonctions entrant en composition ainsi que le rôle des variables spatio-temporelles. Cette modélisation étant établie, il est alors possible d'identifier mathématiquement les différentes fonctions intervenant dans la variabilité temporelle de la mesure.

La mesure $m(\mathbf{p},t)$ par un capteur donné d'un observable $\theta(\mathbf{s},t)$ peut s'écrire de manière générale :

$$m(\mathbf{p},t) = M(\theta(\mathbf{s},t),\mathbf{s},t) \qquad [4\text{-}1]$$

où :

- $\mathbf{p}$ est l'indice de la mesure dans un vecteur ou dans une image (deux dimensions) ;
- $\mathbf{s} = \mathbf{Loc}(\mathbf{p},t)$ est la fonction de localisation qui relie l'index p à l'espace correspondant au paysage observé ;
- $M(\theta,\mathbf{s},t)$ symbolise les différents phénomènes de prise de mesure qui transforment, pour un capteur donné, un observable en une observation.

La fonction de mesure M dépend non seulement de la grandeur observable θ et du capteur mais aussi de l'endroit et de l'instant d'observation. Cette dépendance directe de M vis-à-vis du temps et de la variable de localisation (et non pas seulement par l'intermédiaire de la grandeur observable) est très importante car elle permet de rendre compte des différentes variations de mesure indépendantes des variations de l'observable.

Pour faire apparaître les différentes sources de variabilité temporelle de la mesure, nous effectuons la dérivation temporelle de l'équation [4-1] :

$$\frac{\partial m}{\partial t}(\mathbf{p},t) = \frac{\partial M \partial \theta}{\partial \theta\ \partial t} + \frac{\partial M}{\partial t} + \left(\frac{\partial M}{\partial \theta}\nabla_{\mathbf{s}}\theta + \nabla_{\mathbf{s}}M\right)\frac{\partial \mathbf{Loc}}{\partial t} \qquad [4\text{-}2]$$

Autrement dit, en notation différentielle, la variabilité temporelle de la mesure est reliée à la variabilité temporelle de l'observable par :

$$dm = \left(\alpha(\theta,\mathbf{s},t)\frac{\partial\theta}{\partial t}(\mathbf{s},t) + \frac{\partial M}{\partial t}(\theta,\mathbf{s},t) + \mathbf{d}(\theta,\mathbf{s},t)\,\frac{\partial \mathbf{Loc}}{\partial t}(\mathbf{p},t) \right) dt \qquad [4\text{-}3]$$

où :

- $\alpha(\theta,s,t) = \frac{\partial M}{\partial \theta}(\theta,s,t)$ peut être vue comme la sensibilité de la mesure vis-à-vis des variations de l'observable ;

- $\mathbf{d}(\theta,s,t) = \frac{\partial M}{\partial \theta}(\theta,s,t)\nabla_{\mathbf{s}}\theta(\mathbf{s},t) + \nabla_{\mathbf{s}}M(\theta,\mathbf{s},t)$ est interprétable comme la sensibilité de la mesure de l'observable vis-à-vis de la variation temporelle de la fonction de localisation (*i.e.* erreur de superposabilité des mesures).

La relation [4-3] a été obtenue sous l'hypothèse de dérivabilité des fonctions M, θ et **Loc**. Cette hypothèse, qui sous-tend de plus celle de leur continuité, n'est *a priori* quasiment jamais vérifiée (présence de bruit, de perturbations électromagnétiques, de seuils dans la chaîne électronique d'acquisition entraînant des discontinuités de fonctionnement, etc.). Dans certains cas, on peut s'interroger sur l'existence même de ces entités en tant que fonction au sens mathématique du terme qui doit associer à tout élément de l'espace source au plus un élément de l'espace image. Notamment, la fonction de localisation qui associe un point de mesure indexé par l'indice p à un point **s** du paysage observé n'est pas toujours une fonction. Ainsi, dans le cas du radar à synthèse d'ouverture, le lieu de visée n'est pas une droite mais un arc d'ellipsoïde. Lorsque le relief du paysage est important, l'intersection de ce lieu de visée avec le sol peut ne pas correspondre à un point unique mais à un ensemble de points (Polidori, 1997). Dans ce cas, la localisation n'est pas une fonction.

Cependant, nous pouvons retenir de cette relation qu'une mesure peut avoir plusieurs sources de variabilité temporelle :

- la variabilité due à un changement de l'observable mesuré : c'est, bien entendu, ces variations endogènes que l'on espère prépondérantes par rapport à d'autres sources de variabilité que l'on qualifiera d'exogènes. Cette variabilité est symbolisée par le terme $\partial\theta/\partial t$ dans l'équation [4-3] ;

- la variabilité due à des modifications de la sensibilité du capteur à l'évolution de l'observable α. Cette source de variabilité est multiplicative et peut donc être très complexe à distinguer des variations endogènes de la mesure ;

- la variabilité due à des différences de conditions de prise de vue ou des paramètres des capteurs $\partial M/\partial t$;

- la variabilité due à des problèmes de localisation exacte d'un instant de mesure à un autre $\partial Loc/\partial t$ (erreurs de superposabilité géométrique des mesures).

2 Influence des moyens d'observation sur la détection de changement

2.1 Introduction

Nous avons choisi de regrouper les propriétés des moyens d'observation sous trois classes : les caractéristiques spatiales, radiométriques et temporelles. Il est à souligner que les notions spatiales et radiométriques dans une image ne sont pas totalement dissociables et sont même souvent interdépendantes : la distinction entre ces classes n'a pour but que de simplifier et de structurer le discours et de permettre de faire le parallèle avec les caractéristiques des changements décrits dans le chapitre précédent.

2.2 Le pouvoir de résolution spatiale

2.2.1 Deux caractéristiques clés : le pas d'échantillonnage et la FTM

Le pouvoir de résolution spatiale, ou simplement résolution spatiale, est "*la propriété d'un système d'observation à permettre la vision distincte de deux points rapprochés*" (Larousse). Pour toute la suite, nous nous focaliserons sur des capteurs de type optiques que l'on considérera, sans grande perte de généralités, comme des systèmes linéaires et convolutifs (Bijaoui, 1984 ; Shekarforoush, 1996). De tels systèmes sont définis par la taille du pas d'échantillonnage, la taille du pixel R, le noyau de convolution — ou tache image h — et le bruit de mesure b. La fréquence d'échantillonnage est notée $F_e = 1/R$. Avec ces notations, la mesure en un point p de l'observable θ s'écrit sous sa forme à une dimension :

$$m(p) = h * \theta\,(Rp) + b(p) = \int h(u)\theta(Rp-u)du + b(p) \qquad [4\text{-}4]$$

Dans le domaine de Fourier, cette relation s'écrit en appliquant la formule de Poisson et en notant ν_n la fréquence normalisée par la fréquence d'échantillonnage ($\nu_n = R\nu$) :

$$M(\nu_n) = \sum_{k \in \mathbb{Z}} H(\nu_n - k)\Theta(\nu_n - k) + B(\nu_n) \qquad [4\text{-}5]$$

Cette relation met en jeu la transformée de Fourier de la tache image h, notée H et appelée fonction de transfert de modulation (FTM). Elle exprime, fréquence par fréquence, la façon dont le capteur restitue les détails de l'observable θ. Basée sur des éléments d'optique, H est une fonction symétrique réelle globalement décroissante. La taille du pixel R indique la

cadence à laquelle est échantillonnée θ "vue à travers" le noyau de convolution h. Au regard du théorème d'échantillonnage de Shannon, il existe un compromis dans le choix conjoint de R et de la FTM : d'une part la cadence doit être suffisamment importante (R faible) afin d'être supérieure à la fréquence de Nyquist, égale à deux fois la fréquence jugée maximale de $h*\theta$. D'autre part elle ne doit pas être trop grande pour limiter le nombre d'échantillons par rapport à l'information effective contenue dans $h*\theta$. Ce compromis est complexe car la FTM d'un capteur optique, même si elle correspond à un filtre passe-bas, est loin d'être comparable à une filtre passe-bas parfait : entre la fréquence nulle et la fréquence de coupure de l'optique, la décroissance est faible et il est souvent difficile de choisir la fréquence de Nyquist du système.

La taille du pixel R et la FTM H jouent donc des rôles importants et indissociables dans la caractérisation du pouvoir de résolution d'un système d'observation. La connaissance de la FTM pour toutes les fréquences nécessite une modélisation à partir d'une ou plusieurs mesures de cette dernière à différentes fréquences. Ces mesures peuvent être effectuées avant lancement ou régulièrement après lancement pour tenir compte de possibles dégradations des performances du système.

2.2.2 Relation entre pouvoir de résolution et détection de changement

Dans le cadre d'applications de détection de changement, le pouvoir de résolution est un élément clé pour définir la taille des plus petits éléments observables et / ou changeants d'un instant d'observation à un autre. Cependant, comme le soulignent Townshend et Justice (1988), l'importance du pouvoir de résolution dépend du type de changement considéré : une étude fine sur le pouvoir de résolution n'est justifiée que si les phénomènes dynamiques concernent des déplacements ou des modifications de structures proches de l'échelle du pixel des capteurs concernés. On peut citer comme exemple les faibles déplacements ou modifications de formes d'une frontière entre deux zones spectralement différentes. Ces changements peuvent être caractéristiques d'un phénomène de déforestation sur de grandes échelles, dont les évolutions des frontières peuvent correspondre à des échelles plus fines que les surfaces qu'elles définissent. Un autre exemple est celui de l'expansion de petits éléments suivant une ou deux dimensions sur des échelles proches de celle du pixel. Ce type de changement peut être représentatif d'une montée en crue d'un cours d'eau ou encore l'expansion de petits hameaux sur de longues périodes.

Etudions tout d'abord le changement apparent que constituent l'expansion en taille et l'évolution radiométrique conjointe d'un petit élément isolé se détachant de son contexte. La façon dont se détache l'élément de son environnement est définie par le contraste, différence entre les radiométries de l'élément et de son environnement, rapportée à la dynamique

mesurable par le capteur. Nous allons pour cela définir la notion de "*plus petit élément reconnaissable dans le paysage observé*". Deux traductions de cette notion sont possibles :

- *quelle est la taille minimale d'un élément du paysage telle que sa mesure radiométrique soit suffisamment précise ?* Pour répondre à cette question, nous adoptons la notion d'ERE (Effective Resolution Element) proposée par Wilson (1988), Forshaw *et al.* (1983) ou encore Colvocoresses (1979) ;

- *quelle est la taille minimale d'un élément du paysage telle qu'il contraste sans équivoque avec son environnement ?* La réponse correspond à la caractérisation du plus petit élément qui peut être distingué ou détecté du paysage. Par opposition à l'ERE, nous nommerons cette définition DRE (Detectable Resolution Element).

Il est important de noter que ces deux quantités sont liées aux caractéristiques du capteur comme la FTM, le pas d'échantillonnage ou encore le niveau de bruit du capteur. La figure 4-1 montre les zones et leurs courbes limites permettant de définir les domaines du DRE et de l'ERE du capteur Panchromatique de SPOT perpendiculairement à la trace du satellite (colonnes de l'image). Les données nécessaires à l'estimation de ces courbes sont issues de (Anonyme, 1986).

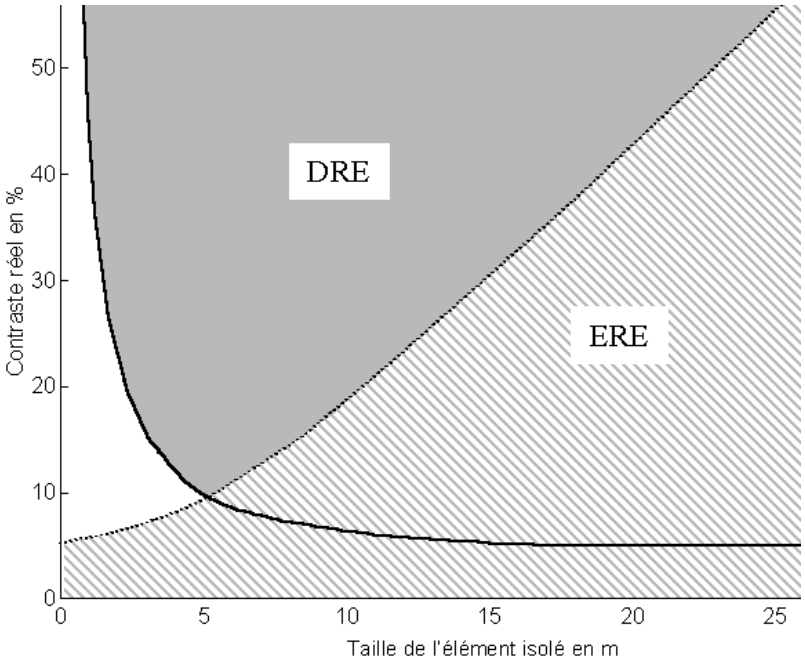


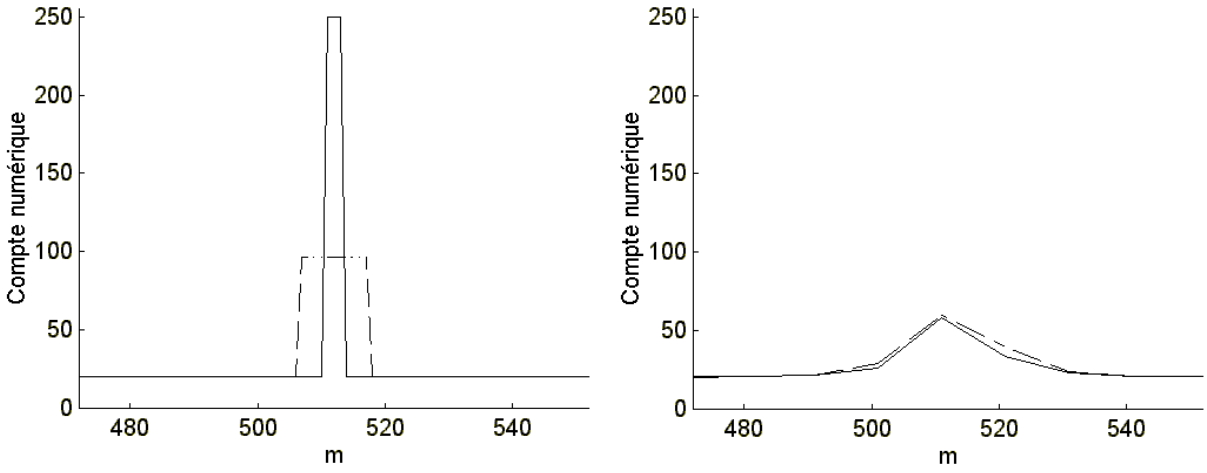
Figure 4-1. Zones et courbes limites pour l'évaluation du DRE (zone grisée et zone hachurée) et de l'ERE (zone hachurée uniquement) du capteur Panchromatique de SPOT dans le sens des colonnes (taille de pixel 10 m).

Ainsi, pour une valeur donnée de contraste réel d'un élément du paysage, cette courbe permet de déterminer la taille minimale pour de l'ERE et du DRE. Pour un contraste réel de 20 %, la taille minimale de l'ERE est de 11 m environ tandis que pour le DRE, elle est de 2,5 m.

On remarque une différence de comportement vis à vis du contraste réel entre la courbe limite de DRE et celle de l'ERE. En effet, pour le DRE, plus l'élément est contrasté avec son environnement, moins sa taille minimale doit être importante pour qu'il soit détectable. La courbe d'ERE, quant à elle, est moins facile à comprendre intuitivement car elle est à l'opposé de celle du DRE : plus le contraste de l'élément est fort avec son environnement, plus la taille minimale de cet objet doit être importante pour atteindre le niveau de précision de mesure requis. Ainsi, pour peu que le contraste soit suffisamment fort entre l'élément et son environnement (plus de 40 %), un élément isolé du paysage est détectable par le capteur Panchromatique de SPOT (10 m de résolution) dès qu'il atteint une taille réelle d'environ 1 m à 1,5 m, mais la mesure radiométrique en son centre ne devient précise que lorsqu'il est d'une taille nettement supérieure à la résolution du capteur (20 m et plus).

L'étude du DRE et de l'ERE permet de mieux comprendre l'impact du pouvoir de résolution dans le sens de $U_{objectif}$ vers $U_{observations}$ tels que nous les avons définis dans le chapitre précédent. Elles ne permettent cependant pas de comprendre le sens inverse et répondre à la question : *pour un contraste apparent donné, quels peuvent être la taille et le contraste réel d'un élément isolé ?*

En fait, intuitivement, on comprend qu'il existe des combinaisons de taille et de contraste réel telles que les éléments isolés présentent quasiment le même contraste apparent pour un capteur donné. Même s'il y a une très forte dépendance de la phase de l'élément isolé par rapport à l'échantillonnage, notamment sur les pixels voisins au centre de l'élément, une évolution conjointe du contraste et de la taille suivant ces combinaisons est en pratique quasiment indécelable par l'observation du contraste apparent. La figure 4-2 montre l'exemple de l'évolution d'un élément isolé passant de la taille de 3 m à 10 m tout en changeant son contraste de 90 % à 30 % (figure 4-2a) et le résultat de l'observation par le capteur Panchromatique de SPOT (figure 4-2b). Observée par ce dernier, une telle évolution n'est pas perceptible : la différence entre les deux observations est trop faible par rapport au bruit du capteur. Comme nous le verrons par la suite, le bruit du capteur comprend généralement l'effet de la quantification du signal. De manière plus précise, dans un contexte de bruit gaussien d'écart type σ, on peut montrer que la différence doit être supérieure à $3{,}6\sigma$ pour obtenir, selon le test de Neyman-Pearson (Charbit, 1990), une probabilité de détection supérieure à 95 % et une probabilité de fausse détection de moins de 5 %.



(a) (b)

Figure 4-2. (a) Evolution d'un élément isolé en taille (de 3 m à 12 m) et en contraste (de 90 % à 30 %). (b) Simulation de l'observation des deux états de l'élément par le capteur Panchromatique de SPOT (taille de pixel 10 m).

Il est possible d'obtenir de manière exhaustive, pour un contraste apparent donné, l'ensemble des combinaisons taille / contraste réel correspondant. Ainsi, toujours pour le capteur Panchromatique de SPOT, nous présentons, figure 4-3, les courbes "iso-contraste apparent" reliant la taille et le contraste réel d'un élément isolé pour des contrastes apparents de 20 % à 50 % par pas de 10 %. Une évolution d'un élément le long d'une de ces courbes n'est donc pas perceptible par le capteur Panchromatique SPOT à 10 m de taille de pixel.

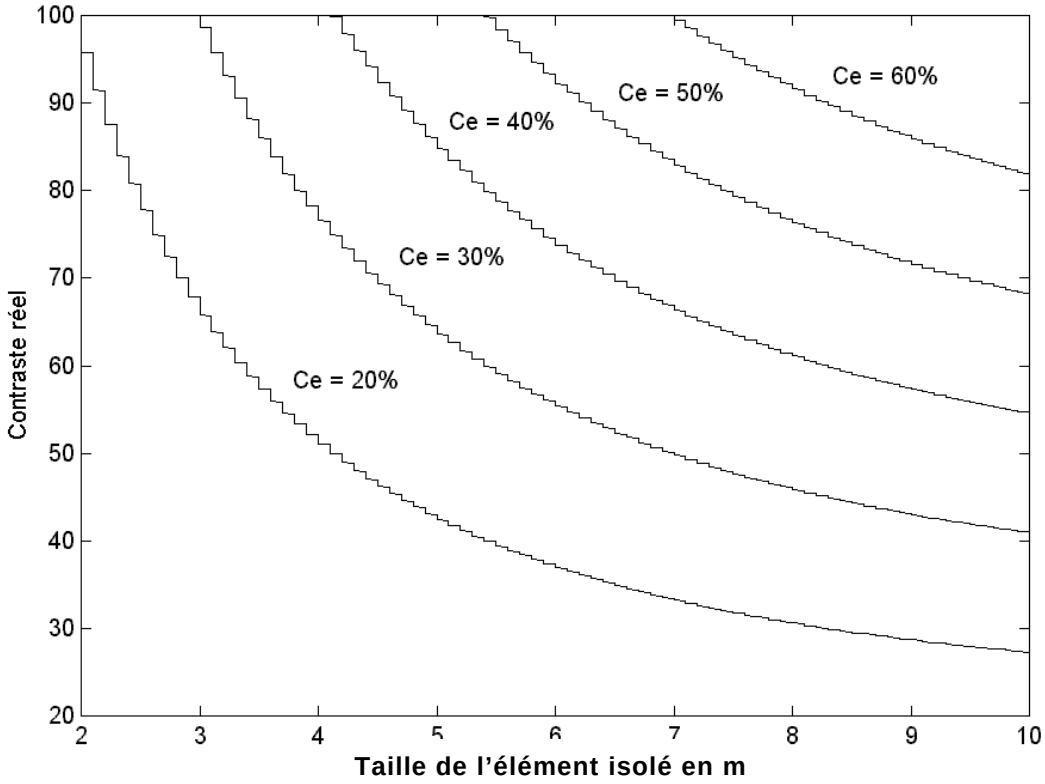


Figure 4-3. Courbes "d'iso-contraste apparent" d'un élément isolé pour le capteur Panchromatique de SPOT (taille de pixel 10 m).

Cette figure permet de tirer certaines conclusions sur la taille et le contraste réel à partir de la mesure du contraste apparent. En effet, pour un contraste apparent donné d'un élément isolé, on note qu'il existe des tailles et des contrastes réels impossibles. Ainsi, un contraste apparent de 50 % ne peut avoir pour origine un élément isolé d'un taille de moins de 5 m ni un contraste réel de moins de 60 %. On note que plus le contraste apparent est important moins il y a de possibilités de combinaisons taille / contraste réel.

Nous avons étudié la visibilité d'un élément isolé ainsi que la perception de son éventuelle évolution. Il est important de noter que cette étude peut aussi servir de base pour l'étude de l'influence du pouvoir de résolution sur d'autres types de changements. En effet, il est possible d'étendre les enseignements de ces études à d'autres cas de figure obtenus par combinaisons linéaires. Ainsi si l'on considère le cas d'une transition radiométrique se déplaçant spatialement. On note que ce cas est une modélisation possible d'un faible déplacement de frontière d'une zone de grande échelle comme l'évolution d'un feu de forêt.

La question que l'on peut se poser est : *quel doit être le déplacement pour que le changement soit perceptible pour un capteur donné ?* La réponse à cette question est directement liée à la notion de DRE. En effet, le déplacement est visible si la différence résultant entre les deux

états est perceptible. Or, comme le montre la figure 4-4, la différence entre ces deux états correspond à un élément isolé de taille et de contraste réel correspondant respectivement au déplacement de la frontière et au contraste réel de cette dernière.

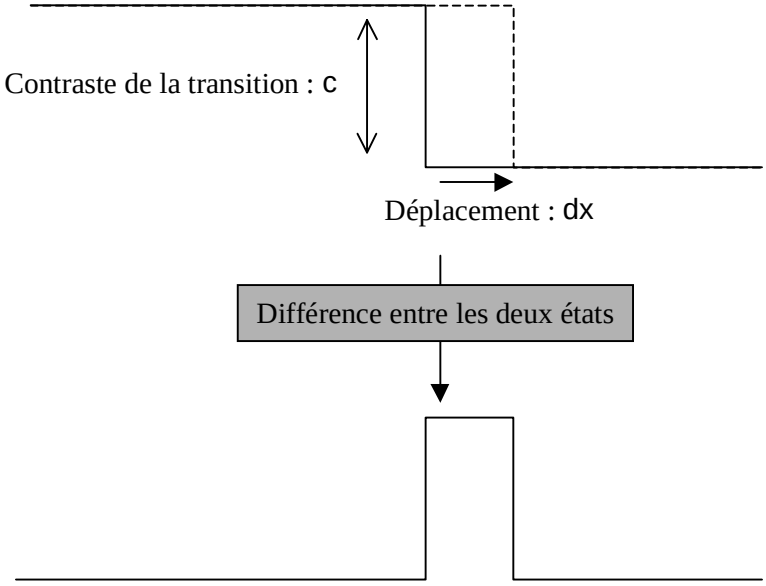


Figure 4-4. Modélisation simple d'un déplacement dx *de frontière entre deux zones de grande échelle et de radiométrie différant d'un contraste* c.

Par conséquent, un tel déplacement n'est visible que si l'élément isolé correspondant l'est pour le capteur considéré. Cependant, l'élément isolé est obtenu par différence entre deux perceptions du paysage par le même capteur avec un certain niveau de bruit σ : tout se passe donc comme si l'élément isolé est observé par le même capteur mais avec un niveau de bruit résultant de $\sqrt{2}\sigma$. La figure 4-5 montre la zone pour laquelle un déplacement de frontière est perceptible par le capteur Panchromatique de SPOT.

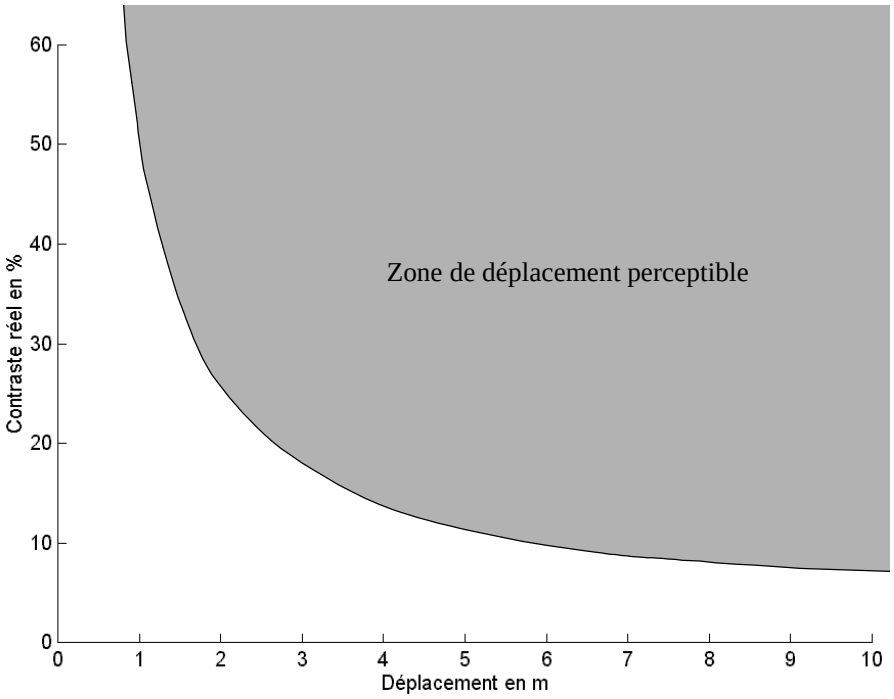


Figure 4-5. Définition de la zone de perception d'un déplacement de frontière par la capteur Panchromatique de SPOT.

D'après la figure 4-5, le capteur SPOT Panchromatique permet d'appréhender de faibles déplacements de frontière de moins de 3 m pourvu que le contraste soit suffisant (supérieur à 20 %). Cependant, cette possibilité d'analyse nettement en deçà du pas d'échantillonnage est à moduler par d'autres phénomènes parasites qui n'ont pas été pris en compte dans cette étude, comme les erreurs de superposabilité des images dans la série multitemporelle. Ces erreurs sont très difficiles à dissocier d'un réel déplacement de frontière au niveau du paysage, et SPOT Panchromatique est aussi sensible à ces erreurs qu'il ne l'est pour de réels déplacements de frontières. L'étude de ces erreurs de superposabilité sont étudiés au paragraphe 2.3.

2.2.3 Impact d'une différence de pouvoir de résolution sur la détection de changement

On peut distinguer deux niveaux dans l'impact d'une différence de pouvoir de résolution entre deux capteurs. Le premier niveau est celui lié principalement à des différences de FTM. Les tailles de pixel sont sensiblement proches mais la restitution des détails en fonction de leur fréquence est différente. En guise d'illustration, nous avons étudié, pour la même taille de pixel (par exemple 10 m), l'impact d'un changement de FTM sur la mesure de l'ERE et du DRE.

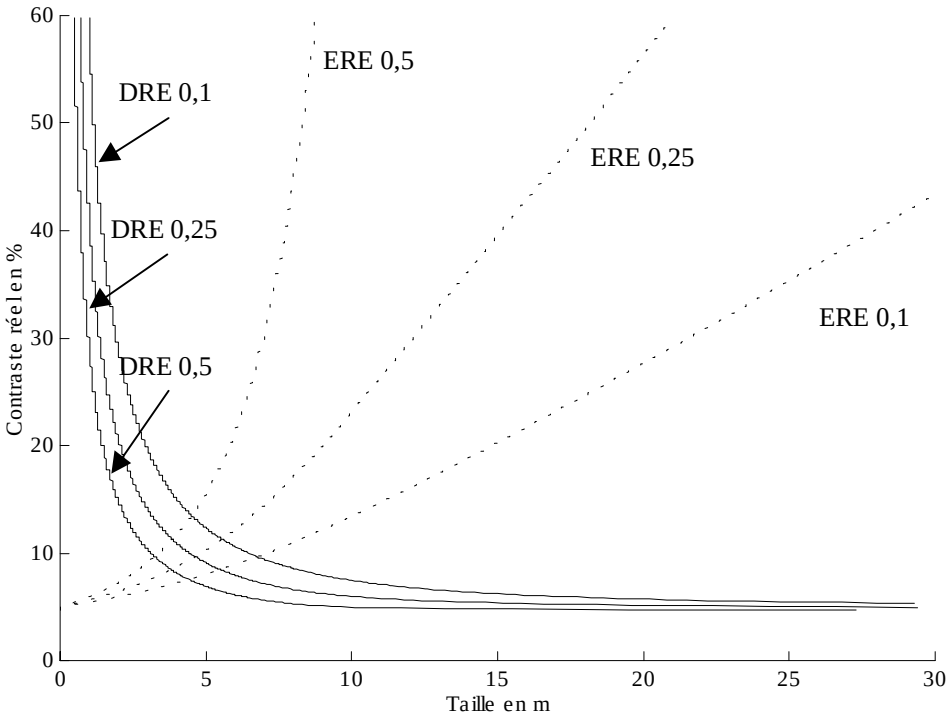


Figure 4-6. Courbes limites d'ERE et de DRE pour différentes valeurs de FTM à la demi-fréquence d'échantillonnage (taille du pixel 10 m).

La figure 4-6 montre les courbes d'ERE et de DRE pour différentes valeurs de FTM à la demi-fréquence d'échantillonnage : 0,1, 0,25 et 0,5. Ces courbes révèlent une importante dépendance de l'ERE vis-à-vis de la FTM, dépendance nettement plus faible pour le DRE. Ainsi, pour un niveau de contraste réel de 30 %, la taille de l'élément détectable (DRE) varie d'environ 1 à 2 m tandis que la taille de l'élément mesurable précisément (ERE) varie, lui, de 7 à 22 m. Cette nette différence entre l'ERE et le DRE vis-à-vis d'un changement de FTM corrobore le fait qu'une différence de pouvoir de résolution au niveau de la FTM n'entraîne globalement que des changements de perception des mêmes types de structure du paysage. Il est à noter que ces différences peuvent être atténuées, dans une certaine mesure, par le biais de méthodes de déconvolution (Stark, 1992 ; Bruneau *et al.*, 1994).

A l'inverse, une différence importante de taille de pixel entre les deux capteurs, par exemple d'un rapport supérieur à 10, entraîne des modifications profondes dans la perception du paysage observé. En effet, pour de tels rapports en taille de pixel, les deux capteurs n'appréhendent pas les mêmes échelles cartographiques. Même si la quantification exacte des changements d'échelle dépend du paysage, la sémantique et l'organisation des structures de ce dernier changent fondamentalement (Girard, 1995) : lorsque l'un perçoit des arbres, des maisons et des routes, l'autre perçoit des forêts, des zones urbaines ou encore des réseaux routiers. Les travaux de Raffy (1992) et de Gregoire *et al.* (1993) sur l'étude du changement

d'échelle et la construction de modèles multispectraux pour des paysages hétérogènes ou encore ceux de Lillesand et Kiefer (1994) sur les erreurs de comptage des lacs au Québec en fonction de l'échelle sont des exemples éloquents qui montrent que deux observations à des échelles très différentes n'ont en commun que les informations à la plus grande des deux échelles.

2.3 La superposabilité géométrique des images

Dans les applications de détection de changement ou d'analyse de série multitemporelle d'images, la qualité géométrique des images concerne la capacité de superposer ces images à une représentation plane d'un paysage. Cette représentation plane peut être une représentation cartographique ou une autre image du même paysage. Cette qualité géométrique est dite extrinsèque par opposition à la qualité intrinsèque qui, elle, concerne le respect des formes, des proportions ou encore de la taille du pixel au sol à l'intérieur d'une même image. Lorsque la représentation plane correspond à une projection cartographique servant de référence à toute la série temporelle, il s'agit d'une qualité de localisation en absolu. Lorsque la représentation plane est une autre image acquise par un autre capteur à un instant différent, il s'agit d'une qualité de localisation en relatif. Dans les deux cas, nous parlerons de qualité de superposabilité relative.

2.3.1 Différentes sources et type d'erreurs de localisation

Qu'elle soit en relatif ou en absolu, la localisation géométrique est généralement entachée d'erreurs : une même zone du paysage observé ne correspond pas généralement exactement aux mêmes pixels dans les différentes images de la série multitemporelle.

Il existe en fait plusieurs sources d'erreurs de superposabilité géométrique dont, pour certaines, un modèle mathématique (empirique) ou physique de correction unique sur l'ensemble de l'image a pu être identifié. Les paramètres de ces modèles de correction sont supposés connus avec la précision nécessaire grâce à la connaissance des modes d'acquisition et des moyens de mesure sur les conditions lors des différentes prises de vue.
De ces sources d'erreurs, on peut citer, de manière non exhaustive :

- *les effets liés à la Terre :* ainsi, dans le cas de satellite héliosynchrone, le mouvement de la Terre, s'il n'est pas compensé mécaniquement lors de la prise de vue, introduit une déformation dans le sens du balayage se traduisant par un décalage graduel des lignes de l'image. La forme de la Terre peut aussi avoir des conséquences, notamment la courbure qui a une influence sur la taille du pixel au sol, influence d'autant plus grande que l'on s'éloigne du nadir ;

- *les différences de mode d'acquisition des capteurs :* qu'ils soient de type "push-broom" (SPOT), à balayage mécanique (LANDSAT), à chambre photographique (KVR) ou encore de type ROS (ERS), leurs fonctions de localisation géométrique ont souvent un comportement qui leur sont propres qu'il est possible de modéliser finement dans le cas où les informations sont disponibles, ce qui n'est pas toujours le cas pour les capteurs "commerciaux" ;

- *les différences des éphémérides entre les instants d'acquisition :* ces différences dues au caractère non-reproductible des orbites d'une même plate-forme ou encore des différences de plate-forme, dans le cas multicapteurs, ont des conséquences sur la superposabilité des images acquises. Ces différences de la position barycentrique du capteur ont des implications diverses comme des changements de position relative, d'orientation ou encore de la taille du pixel au sol ;

- *les différences d'attitude de la plate-forme :* d'un instant d'acquisition à un autre ou d'un capteur à l'autre, il existe inévitablement des variations de la vitesse du satellite et de la position des axes du capteur autour de leurs valeurs nominales (roulis, tangage, lacets). En général une estimation de ces dérives pendant toute la durée d'acquisition est assurée à intervalle de temps régulier. Ces différences induisent des erreurs de superposabilité dont une partie est corrigible par leur prise en compte dans un modèle.

L'aléatoire étant la somme de nos ignorances, il existe des sources d'erreur de superposabilité que l'on peut désigner comme aléatoires (Djamdji, 1993), dont la modélisation n'a pas été explicitée ou dont la prise en compte par modélisation nécessite des connaissances supplémentaires non disponibles ou alors avec une précision insuffisante. Par exemple, les différences d'attitude de l'ensemble plate-forme ont des conséquences pour partie non modélisables sans la prise en compte de la forme du paysage comme la donnée du géoïde moyen ou du relief.

Ce type d'erreur de localisation géométrique, très utile pour la constitution de modèle numérique de terrain à partir de couples d'images stéréoscopiques, est appelée effet de parallaxe. Même s'il existe des informations sur le relief ou sur l'attitude du satellite, ces données ne traduisent généralement pas toute la complexité et la précision des mouvements du capteur et de la forme du paysage : il apparaît donc un résidu, que l'on peut qualifier d'aléatoire, qui induit des erreurs de superposabilité entre les différentes images. La figure 4-7 montre dans un cas simple l'influence combinée de l'attitude du satellite et du relief introduisant une erreur de parallaxe : le relief n'étant pas ou mal connu, la localisation au sol

pour l'index p correspond au point fictif B, intersection entre le lieu de visée et le géoïde moyen (ici supposé plan à l'échelle de la fauchée du capteur) alors que le point réellement observé est A. L'erreur E_p ainsi effectuée dépend de la méconnaissance Δz sur le relief et de l'angle α du lieu de visée avec le nadir par la relation :

$$E_p = \Delta z.\tan(\alpha) \qquad [4\text{-}6]$$

Ces effets de parallaxes produisent un échantillonnage irrégulier du paysage observé (qualité intrinsèque), dont l'irrégularité est différente d'un instant d'observation à un autre (qualité extrinsèque) car l'attitude des capteurs par rapport à la scène n'est jamais exactement la même. Les erreurs de superposabilité dues à ces effets de parallaxe ont donc une variabilité spatiale correspondant à celle du relief et une amplitude proportionnelle à ce dernier ainsi qu'aux différences d'angle des lieux de visée.

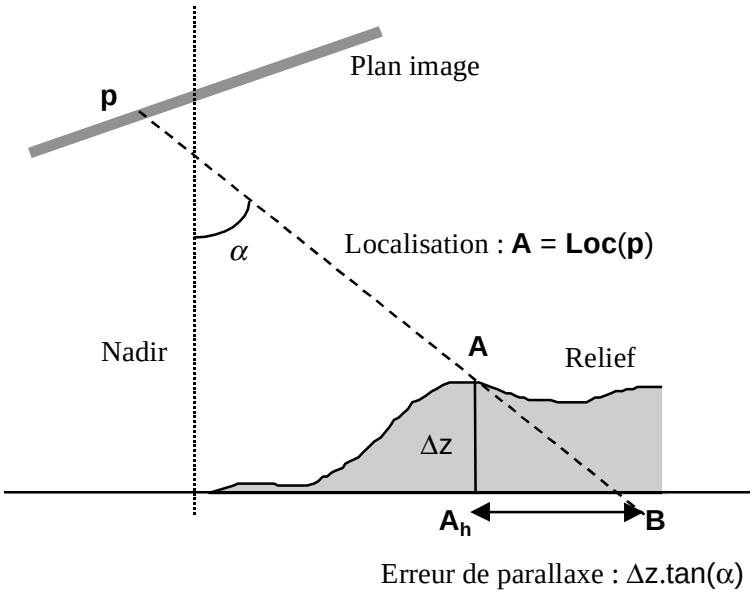


Figure 4-7. Schéma simplifié de l'effet de parallaxe dans le cas d'un angle de visée de α et d'une altitude Δz.

Il existe donc plusieurs causes d'erreurs de superposabilité entre des images d'une série multitemporelle qu'elle soit mono- ou encore multicapteurs. De manière générale, une distinction entre ces erreurs se fait par la considération de leurs échelles de variabilité spatiale liées à la présence ou non de hautes fréquences dans le domaine de Fourier. La connaissance de ces hautes fréquences ainsi que des amplitudes correspondantes vont largement conditionner les techniques de correction. Ainsi, les erreurs de superposition entre les images dont l'énergie est regroupée quasi-totalement dans les basses fréquences spatiales (faible variabilité spatiale) sont corrigibles soit par l'application de modèle de prise de vue simple, soit par l'utilisation d'un faible nombre de points d'appui communs — ou amers — aux

différentes images, soit encore par les deux techniques précédentes dans un schéma d'optimisation de paramètres sous contrainte de type spatio-triangulation.

Lorsqu'il subsiste des erreurs dont les amplitudes suivant les hautes fréquences ne sont plus négligeables, les méthodes de correction doivent les prendre en compte. Cela se traduit, par exemple, par une augmentation du nombre de points d'appui afin que leur densité moyenne soit de l'ordre de la variabilité spatiale de l'erreur géométrique.

La qualité d'une correction géométrique est donc généralement variable suivant le degré de correction de la variabilité spatiale des erreurs de superposabilité. Ainsi, selon le niveau de prétraitement de SPOT (Anonyme, 1986), la qualité de superposabilité varie du niveau 0 qui correspond à la données images brutes reçues par les stations de réception, au niveau 3 où les images sont corrigées d'une grande partie des effets de parallaxe par l'introduction d'un modèle numérique de terrain et l'application d'un processus d'optimisation de paramètres du modèle de prise de vue à partir de la donnée des éphémérides du capteur.

Les techniques de correction de ces erreurs dites de rectification géométrique d'images font l'objet de descriptions et de discussions détaillées dans le ***chapitre 5***.

2.3.2 Etude de l'impact des erreurs de superposabilité

Nous avons vu dans le paragraphe précédent que le problème de superposabilité des images d'une série multitemporelle est inhérent aux moyens d'observation spatio- ou aéroportés. Pour des applications de détection de changement, ce problème est plus ou moins critique selon que les échelles spatiales caractéristiques des changements à étudier sont de l'ordre ou non de la précision, après correction, de la localisation géométrique des images. En fait, certaines applications de détection de changement ne nécessitent pas réellement une grande précision de superposabilité géométrique car la variable spatiale n'est pas considérée comme primordiale dans la représentation symbolique pour l'étude temporelle du paysage observé. Les travaux de Wald (1990) sur le suivi de la surface en eau du lac Tchad sont un exemple d'application où la notion de localisation géométrique est peu importante : les résultats ne sont pas spatialisés et correspondent, à chaque instant d'observation, à l'estimation de la surface occupée par l'eau par analyse de la radiométrie de chaque image de METEOSAT.

Pour étudier l'impact des erreurs de superposabilité, nous nous plaçons dans le cas le moins favorable et donc le plus explicite : la différence pixel à pixel entre deux images. Si l'on considère que ces images peuvent être des images de luminance suivant certaines bandes spectrales mais aussi issues de traitements mono- ou multispectrale (détection de contour, filtrage, ratio et combinaisons linéaires, extraction d'indice foliaire, résultats de classification

etc.), ce cas de figure est loin d'être marginal dans le domaine des applications de détection de changement (Singh, 1989 ; Coppin et Bauer, 1996).

En considérant que l'erreur de localisation est le seul phénomène changeant entre les deux instants d'observation, la relation [4-2] s'écrit :

$$\frac{\partial m}{\partial t}(p,t) = \left(\frac{\partial M}{\partial \theta}\nabla_s\theta + \nabla_s M\right)\frac{\partial \mathbf{Loc}}{\partial t} \qquad [4\text{-}7]$$

On se restreint au cas de l'acquisition d'image m modélisée par l'application d'une convolution d'une tache image h et d'un échantillonnage suivant R_x et R_y, tailles du pixel suivant l'axe des x et l'axe des y. Si l'on note par $\mathbf{d}(l,c)$ l'erreur de superposabilité en fraction de pixel au point (l,c) entre l'instant 1 et l'instant 2 d'acquisition :

$$\mathbf{d}(l,c) = (d_x, d_y)^t = (\Delta_{2,1}Loc_x(l,c)/R_x, \Delta_{2,1}Loc_y(l,c)/R_y)^t \qquad [4\text{-}8]$$

La relation [4-7] s'écrit alors, au premier ordre :

$$m_2(l,c) - m_1(l,c) = \Delta_{2,1}m(l,c) \approx \left(h^*\frac{\partial \theta}{\partial x}[R_x c, R_y l]\right)R_x d_x + \left(h^*\frac{\partial \theta}{\partial y}[R_x c, R_y l]\right)R_y d_y \qquad [4\text{-}9]$$

Il est important de remarquer que cette dernière relation est obtenue par approximation au premier ordre, sous l'hypothèse que les variations du gradient $\nabla_s\theta$ sont négligeables sur un voisinage de l'ordre des erreurs de localisation géométrique (*i.e.* θ est localement linéaire). Nous avons de plus fait l'hypothèse que $\nabla_s M \approx 0$: la mesure M est donc supposée indépendante de la variable d'espace, ce qui implique, entre autres, que la tache image est présumée constante sur toute l'image. En appliquant le théorème de dérivation des produits de convolution (Schwartz, 1966), on peut écrire :

$$\Delta_{2,1}I(l,c) \approx \frac{\partial I_1}{\partial x}(l,c)dx + \frac{\partial I_1}{\partial y}(l,c)dy = \nabla I_1.d \qquad [4\text{-}10]$$

Cette relation est équivalente à l'équation du flot optique dans le domaine de l'analyse de séquence d'images (Boutemy, 1988 ; Nagel, 1987). Elle est, de plus, conforme à l'idée intuitive énoncée par Townshend *et al.* (1992) que l'erreur de localisation géométrique a un impact local sur la différence entre images d'autant plus grand que ces dernières sont localement hétérogènes (zones de fort gradient). Cette remarque est à relier au pouvoir de résolution d'un capteur. Pour un même paysage observé, plus le pouvoir de résolution est élevé, plus le gradient de l'image, qui correspond principalement à de hautes fréquences, est susceptible d'être important.

La relation [4-10] montre aussi que la variabilité spatiale de l'impact dépend, au premier ordre, de la variabilité spatiale conjuguée de l'erreur de superposabilité et du gradient de l'image. Ainsi, même une erreur de superposabilité constante (translation) induit des différences entre les images ayant une grande variabilité spatiale très proche de celle du gradient de l'image.

L'exemple qui suit correspond à la différence pixel à pixel entre une ligne d'image représentée sur la figure 4-8a et cette même ligne translatée suivant un champ de translation aléatoire, représentée figure 4-8b, uniformément réparti entre -0,5 et 0,5 pixel, soit une erreur quadratique moyenne d'environ 0,3 pixel.

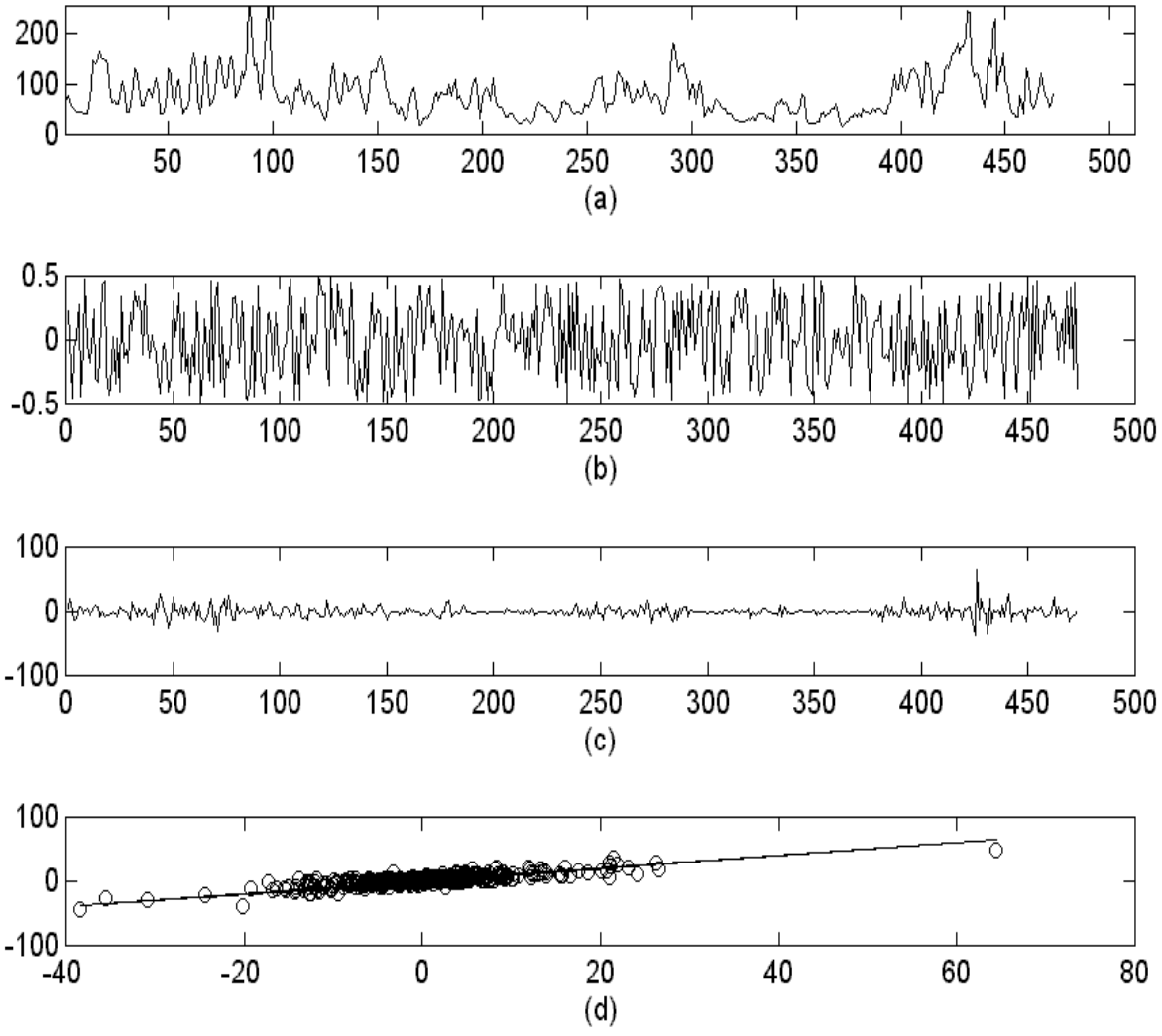


Figure 4-8. (a) Ligne d'une image du capteur multispectral SPOT en bande 1. (b) Champ de translation aléatoire uniformément réparti entre -0,5 et 0,5 pixel. (c) Différence entre la ligne image et elle-même décalée suivant le champ de translation. (d) Corrélation entre la différence et son estimation suivant la relation [4-10] (courbe idéale en trait continu).

La figure 4-8c correspond à la différence en compte numérique induit par ce champ de translation. On remarque un impact important de cette translation sur la différence entre les deux lignes d'image pouvant aller jusqu'à un peu plus de 50 comptes numériques et ayant une assez grande variabilité spatiale. La figure 4-8d illustre la corrélation entre l'estimation par la relation [4-10] et la différence radiométrique réellement induite par le champ de translation. De manière plus précise, la corrélation d'environ 0,88 pour un biais et un écart type d'erreur d'estimation de l'ordre respectivement 0,2 et 4,4 comptes numériques montre que la relation [4-10] est, dans ce cas, pertinente pour modéliser l'impact des erreurs de superposabilité. Cependant, la précision de cette estimation, en termes de corrélation, de biais et d'écart type d'erreur, diminue lorsque l'amplitude du champ de translation augmente. En effet, l'hypothèse de linéarité locale des images sur un voisinage de la taille de l'amplitude des translations devient de moins en moins justifiée avec l'augmentation de l'amplitude de l'erreur de superposabilité. Il existe un autre facteur influençant notablement la qualité de l'estimation : le choix de la méthode de calcul du gradient de l'image ∇I_1. Ainsi, l'utilisation classique du noyau de convolution d'ordre 3, [-1/2 0 1/2], dans les deux directions peut se révéler inappropriée pour l'estimation de l'impact de faibles erreurs de superposabilité. C'est la raison pour laquelle, pour l'exemple traité, nous avons préféré choisir un noyau d'ordre 9 dont les valeurs sont issues de l'interpolation de Shannon apodisée par la fenêtre de pondération de Hanning (Delmas, 1991), soit le noyau :

$$[-0{,}024\ 0{,}115\ -0{,}327\ 0{,}905\ 0\ -0{,}905\ 0{,}327\ -0{,}115\ 0{,}024]^{1} \qquad [4\text{-}11]$$

Blanc *et al.* (1998) arrivent aux mêmes conclusions sur l'impact des faibles erreurs de superposabilité sans avoir recours ni à la relation [4-10], ni aux conditions particulières de son obtention, dans le cas de l'application d'une méthode de fusion de donnée particulière, à l'échelle du pixel ; conclusions facilement transposables dans le domaine de détection de changement opérant directement sur des comparaisons au niveau des pixels. De manière plus précise, l'objectif est de montrer, dans le cas d'une méthode de fusion à l'échelle du pixel, l'importance de la qualité de la superposabilité géométrique en prétraitement à cette fusion. En l'occurrence, la méthode de fusion est la méthode ARSIS dont le but est d'accroître la résolution d'une image multispectrale en simulant l'observation d'un capteur de même définition spectrale mais de plus grande résolution par la fusion de structures issues d'une image de la même scène, de meilleur résolution, mais de définition spectrale différente (Mangolini *et al.*, 1992 et 1993 ; Ranchin et Wald, 1996). Pour démontrer l'importance de la correction des erreurs de superposabilité, nous avons comparé les résultats de la fusion dans le

[1] La formule générale d'obtention d'un noyau d'ordre 2n+1 est $h_{grad}(n,k) = \begin{cases} = 0 \text{ si } k = 0 \text{ ou } |k| > n \\ = \frac{(-1)^k}{2k}\left(1-\cos\left(\frac{\pi(k+n+1)}{n+1}\right)\right) \text{ sinon} \end{cases}$

.

cas où les deux images sont parfaitement superposables et dans le cas où elles ne le sont pas. Dans le dernier cas, l'erreur de superposabilité entre les images à fusionner est parfaitement connue pour chaque pixel. Bien que cette erreur soit variable spatialement, sa statistique globale d'erreur quadratique moyenne de moins de 0,3 pixel en ligne et en colonne est telle qu'elle est généralement considérée comme une erreur résiduelle d'une correction géométrique tout à fait satisfaisante. La comparaison basée sur le protocole de mesure de qualité visuelle et quantitative de Wald *et al.* (1997) des produits fusionnés a permis de mesurer l'impact de cette faible erreur de superposabilité. L'erreur de superposabilité est à l'origine de 10 % des pixels du produit fusionné ayant une erreur de plus de 5 % ainsi que d'artefacts visuels d'autant plus importants que l'image comporte des structures hétérogènes à l'échelle du pixel.

Pour limiter l'impact de l'erreur de superposabilité, deux possibilités sont envisageables : soit diminuer la variabilité de l'image — *i.e.*, au premier ordre, une diminution du gradient de l'image — soit diminuer l'erreur de superposabilité.

La première méthode est obtenue par l'application de filtres passe-bas, d'agrégation de pixels ou encore de sous-échantillonnage (Gong *et al.*, 1992). Cette approche n'est évidemment valable que si les hautes fréquences ainsi éliminées ne correspondent pas à des fréquences spatiales des changements que l'on désire détecter. Dans le cas contraire, cette approche aura pour conséquence de masquer des changements utiles et donc de diminuer la probabilité de détection de l'application.

La deuxième possibilité agit directement sur les causes et correspond donc à la correction des erreurs de superposabilité. Sans entrer dans les détails des techniques de corrections géométriques, le but d'une méthode de correction des erreurs de superposabilité est d'en diminuer notablement l'amplitude. Ces méthodes ne permettent toutefois généralement pas de corriger totalement ces erreurs : après toute correction géométrique, subsistent encore des erreurs résiduelles de superposabilité. Nous avons vu que, même très faibles, ces erreurs de superposabilité pouvaient engendrer, sur des zones localement hétérogènes, de fortes différences. Minorer globalement l'erreur de superposabilité n'induit donc pas forcément une minoration ni uniforme ni proportionnelle de son impact sur les images corrigées. En d'autres termes, les méthodes de correction géométrique doivent pouvoir corriger l'erreur de superposabilité non pas en moyenne mais localement, à la mesure de sa variabilité spatiale. De plus, ces corrections locales doivent être d'autant plus précises localement que la zone présente de forts gradients. Nous verrons dans le ***chapitre 5*** que ces remarques ont des incidences fortes sur le choix des méthodes de correction géométrique et des critères de validation de ces dernières.

2.4 Les caractéristiques radiométriques

Parmi les caractéristiques radiométriques importantes, il y a tout d'abord les caractéristiques indiquant le type d'observable mesuré ainsi que la sélectivité de la mesure correspondante. Ainsi, ces caractéristiques sont, par exemple pour les capteurs de type optique, le nombre, la position et la largeur des bandes spectrales — ou résolution spectrale — de leur sensibilité. Elles déterminent la capacité d'un capteur à distinguer différents objets dans un paysage et à percevoir l'évolution de leurs états en terme de contraste avec le voisinage spatial ou temporel de l'objet en question. Nous verrons par la suite que ces caractéristiques n'ont pas qu'une influence sur le contraste apparent des évolutions du paysage mais peuvent avoir, notamment, des implications temporelles.

Une autre caractéristique déterminante est la résolution radiométrique qui correspond au pas de quantification du signal en entrée du capteur, suivant une certaine dynamique. De la même manière que le pas d'échantillonnage spatial conditionne — en partie — la capacité d'un capteur à discerner un objet ou une évolution de cet objet dans son extension et sa disposition spatiale, la résolution radiométrique conditionne la plus petite évolution de l'observable perceptible par le capteur.

Cette notion de résolution radiométrique est indissociable de la notion de précision radiométrique exprimée en terme de bruit de mesure. Cette grandeur permet de définir le niveau de confiance associé à chaque détermination d'un niveau de pas de quantification (Colwell, 1983). Sans être exhaustif, ce bruit, dont le niveau est généralement spécifié sous la forme d'un rapport signal à bruit, est la résultante du bruit de quantification, de la différence de réponse des détecteurs, du bruit thermique ou encore du bruit photonique (Marion , 1997). Une autre caractéristique liée à la précision de la mesure concerne la correspondance entre le compte numérique issue de la quantification et la mesure de l'observable exprimée en grandeur physique. Cette précision est directement liée à la qualité des méthodes d'étalonnage utilisée pour le capteur.

On note que le niveau de bruit participe non seulement à la caractérisation de la précision radiométrique mais aussi, comme nous l'avons vu dans le paragraphe 2.2.2, dans la détermination du pouvoir de résolution d'un capteur.

Les caractéristiques énoncées précédemment sont liées à une description statique de la qualité radiométrique d'un capteur, intrinsèque à une image et à un instant donné d'observation. Par analogie avec la superposabilité géométrique des images (paragraphe 2.3), il est possible de définir une qualité radiométrique extrinsèque qui concerne la capacité de comparer deux mesures issues de capteurs différents à deux instants différents. Cette qualité extrinsèque doit

tenir compte, bien entendu des variations des conditions d'observation (différence de géométrie d'acquisition, différence d'éclairement ou encore variations des conditions atmosphérique), des différences des caractéristiques des moyens d'observation et de la qualité des méthodes d'alignement radiométrique décrite au ***chapitre 3***, employées pour rendre comparables ces mesures.

2.5 Les caractéristiques temporelles

Les caractéristiques temporelles d'un moyen d'observation correspondent tout d'abord au laps de temps minimal, ou répétitivité d'acquisition, entre deux observations d'un même point de la Terre. Cette capacité dépend du capteur lui-même comme la largeur de sa fauchée, son temps de cycle orbitographique ou encore sa capacité à changer son orbite et son attitude pour acquérir une zone particulière de la Terre. La répétitivité d'acquisition dépend aussi d'autres critères indépendants du capteur lui-même comme les conditions de visibilité de la zone dues au problème d'ennuagement pour les capteurs optiques ou de fortes précipitations pour les capteurs hyperfréquences ou encore de la capacité du fournisseur à gérer différentes demandes de programmation souvent antagonistes. Cette répétitivité est importante car elle définit la plus petite durée pour les phénomènes transitoires observables.

Dans le cas d'applications de détection de changement à partir de séquences d'images à haute répétitivité temporelle provenant de capteurs comme METEOSAT (Moussu, 1988), CZCS (Peliz et Fiúza, 1999), ou encore plus récemment de SPOT4/VEGETATION, ce laps de temps minimal entre deux acquisitions peut être vu comme la résolution temporelle des ces séquences d'images et donc, par l'application du théorème de Shannon, conditionne les échelles temporelles observables par les capteurs.

Comme le soulignent Coppin et Bauer (1996), cette notion d'échantillonnage temporel n'est pas représentative de toutes les applications de détection de changement. En effet, à la notion de la petitesse et de la régularité de l'échantillonnage temporel de l'observation d'un paysage, on peut ajouter un point de vue de type événementiel que l'on retrouve dans beaucoup d'applications de détection de changement basées sur des études de type diachronique entre deux observations considérées comme un "avant" et un "après" le phénomène changeant. Cet aspect événementiel se retrouve aussi dans les applications qui doivent s'accorder à un calendrier phénoménologique de l'évolution du paysage, rarement continu et se présentant plutôt par paliers dont certains peuvent être très courts. Ces applications s'intéressent donc aux possibilités des capteurs à adapter leurs instants d'acquisition aux phénomènes dynamiques à étudier. Cette capacité est particulièrement importante par exemple lors de l'avènement de phénomènes abrupts comme les catastrophes naturelles (feux de forêts, inondation, etc.) où il est important de pouvoir évaluer au plus vite les dégâts sur la région touchée

(Pozo *et al.*, 1997). Il s'agit là des délais d'acquisition par rapport à une demande de programmation dont la rapidité d'exécution va dépendre du nombre de satellites d'observation en fonctionnement, de leur agilité mais aussi, encore une fois, des capacités du segment sol du fournisseur comme la réception des données en provenance des satellites ou encore leur mode de planification des différentes programmations.

2.6 Contraintes techniques sur les caractéristiques des moyens d'observation

La spécification d'un capteur d'observation correspond aux choix d'un certain nombre de paramètres sur l'orbitographie de la plate-forme satellite, sur l'encombrement et le poids du satellite, sur l'optique, sur les chaînes de détection, de numérisation et de stockage des images ou encore sur la capacité de leurs transmissions avec le segment sol. Ces paramètres ont des conséquences sur les caractéristiques énoncées précédemment qui font que ces dernières sont limitées et bien souvent interdépendantes : le choix d'une caractéristiques entraîne bien souvent des contraintes fortes sur le choix des autres caractéristiques.

Ces contraintes sont difficiles à établir car elles peuvent être issues de plusieurs relations entre les différents paramètres du système. Elles dépendent, de plus, généralement de la technologie choisie et sont donc sujettes à modification en fonction des avancées technologiques (diminution de la taille des détecteurs, augmentation des capacités de stockage à bord, augmentation des débits de transmission avec le segment sol, etc.).

Un premier exemple de ces contraintes technologiques concerne le choix de la définition spectrale et de la résolution spatiale. En effet, pour une même optique et à un niveau de détection équivalent, une augmentation de la résolution spectrale doit se traduire par une augmentation proportionnelle de la surface des détecteurs et/ou du temps d'intégration afin de maintenir le flux d'énergie lumineuse au niveau des détecteurs. En d'autres termes, l'augmentation de la définition spectrale d'un capteur induit une diminution de son pouvoir de résolution. A cela se rajoute une dégradation de la résolution optique inversement proportionnelle à la longueur d'onde (pour un même diamètre de pupille). Ainsi, pour reprendre un exemple de la thèse de Benharrosh (1998), un capteur multispectral de taille d'échantillonnage de 1 m dans le visible, doit avoir une taille de pixel de 8 m dans l'infrarouge en bande 3 (centrée sur 4 µm) et de 20 m dans l'infrarouge en bande 3 (centrée sur 10 µm) pour conserver des performances radiométriques identiques, toute chose étant égal par ailleurs.

Un deuxième exemple concerne le lien entre la résolution spatiale et la répétitivité temporelle. Un relevé, présenté figure 4-9, représentant quelques capteurs actuels suivant ces deux caractéristiques respectivement en abscisse et en ordonnée, permet de visualiser cette

contrainte : de manière générale, la répétitivité temporelle d'un capteur est d'autant moins importante qu'il dispose d'une forte résolution. Cette dépendance vient de plusieurs contraintes comme, par exemple, la taille des images à stocker ainsi qu'à transmettre qui augmente avec le carré de la résolution et de la fauchée, ou encore l'encombrement limité dans le plan focal des barrettes de détecteurs.

Il est à noter que les capacités d'agilité des plates-formes et l'utilisation de constellations de satellites permettront de plus en plus des acquisitions à la fois à haute répétitivité temporelle et à haute résolution spatiale, comme en témoignent les spécifications des capteurs à venir des sociétés ORBIMAGE ou SPACE IMAGING assurant une résolution de 1 m environ pour une répétitivité de 3 jours.

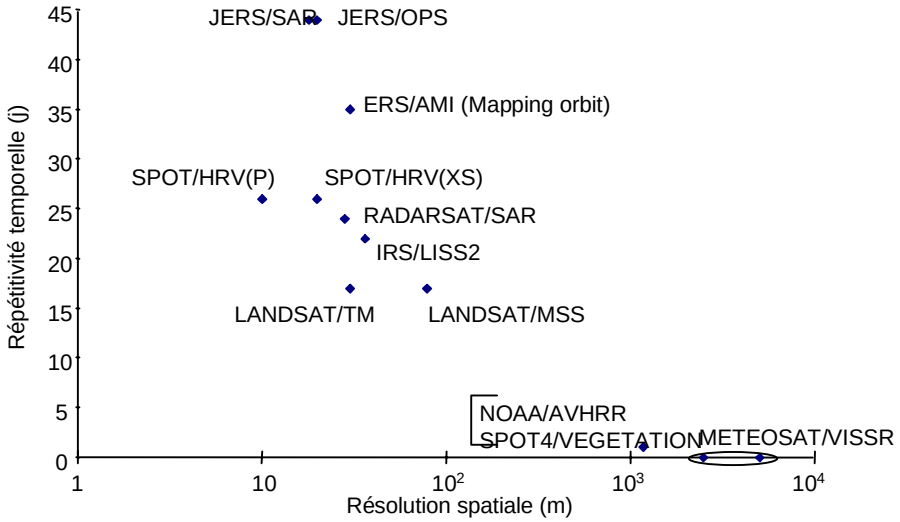


Figure 4-9. Représentation graphique des contraintes liant la résolution spatiale (échelle logarithmique en mètre) et la répétitivité temporelle (échelle linéaire en jour) de quelques capteurs actuels.

3 La capacité des moyens d'observation pour la détection de changement

Une première approche, intuitive, pour définir la capacité d'un moyen d'observation à répondre à un besoin d'une application de détection de changement donnée est de comparer chacune des caractéristiques des changements à étudier aux caractéristiques homologues du capteur. Ainsi, les estimations des échelles spatiales des changements à détecter doit être confrontées aux capacités de pouvoir de résolution du capteur ainsi que la précision de la localisation géométrique relative (ou absolue) qu'il est possible d'atteindre après correction

avec les autres images de la série multitemporelle. De même, il est important de vérifier que les caractéristiques temporelles du capteur sont bien en adéquation avec les dates de manifestation des phénomènes dynamiques à étudier (aspect événementiel) et / ou avec leurs échelles temporelles caractéristiques (aspect résolution temporelle). Enfin, l'aspect radiométrique est à prendre en considération pour savoir d'une part si le capteur correspond aux caractéristiques d'observabilité du changement et d'autre part, si, comme pour la correction de superposabilité géométrique, les corrections radiométriques d'étalonnages relatifs ou absolus sur les images de la série multitemporelle ont une précision suffisante pour que les changements à étudier puissent être perceptibles dans le temps (Coppin et Bauer, 1996).

Cette première approche correspond donc à confronter les capacités du capteur aux caractéristiques des changements à détecter indépendamment suivant les trois axes espace, temps et type d'observation. Dans cette approche, ces trois axes sont donc considérés comme séparables. Townshend et Justice (1988) montrent, par un exemple simple, que les caractéristiques spatiales, temporelles et radiométriques des changements d'un paysage sont souvent liées de manière simple ou complexe. Cette possibilité de couplage peut amener à rendre non séparable la définition de la capacité d'un capteur à la détection de changement.

L'exemple de Townshend et Justice (1988) correspond à la détection et au suivi d'un changement résultant d'un déplacement d'une zone végétation suivant une vitesse minimale V_{min}. L'étude conjointe du pouvoir de résolution et de la qualité de la localisation géométrique montre que ces déplacements ne sont réellement perceptibles que lorsque le déplacement de la végétation a atteint une taille d_{res} (*cf.* paragraphe 2.2.2). Par conséquent, ce phénomène n'est observé correctement que si le temps moyen de répétitivité T_{rep} vérifie :

$$\frac{T_{rep}}{d_{res}} \leq \frac{1}{V_{min}} \qquad [4\text{-}12]$$

En effet, si T_{rep} est trop grand (supérieur à $\frac{d_{res}}{V_{min}}$), l'échantillonnage temporel n'est pas assez fin comparativement à d_{res} pour observer le phénomène en déplacement. La relation [4-12] est donc bien une relation entre une caractéristique temporelle du capteur et une caractéristique dérivée, entre autres, du pouvoir de résolution permettant de vérifier l'adéquation du capteur à la détection d'un certain type de changement.

En remplaçant le terme de vitesse de déplacement par vitesse d'évolution radiométrique, le même type de relation peut être obtenue entre la répétitivité temporelle et la précision radiométrique : dans les deux cas le terme de vitesse permet de relier la variable temporelle,

respectivement, à la variable spatiale et à la variable radiométrique ; c'est ce lien qui induit les relations couplées sur les caractéristiques du capteur.

Un deuxième exemple de relation couplée concerne l'observation temporelle de l'évolution d'un couvert végétal suivant différentes bandes spectrales. Comme nous l'avons vu dans le chapitre précédent, les travaux de Baret et Podaire (1990) permettent de simuler l'évolution de la réflectance spectrale d'un couvert végétal suivant l'évolution temporelle quelconque de son indice foliaire. L'évolution de l'indice foliaire, présentée figure 4-10, est une évolution journalière lente de 0 à 6 de type sigmoïde tirée des travaux de Castagnas (1995).

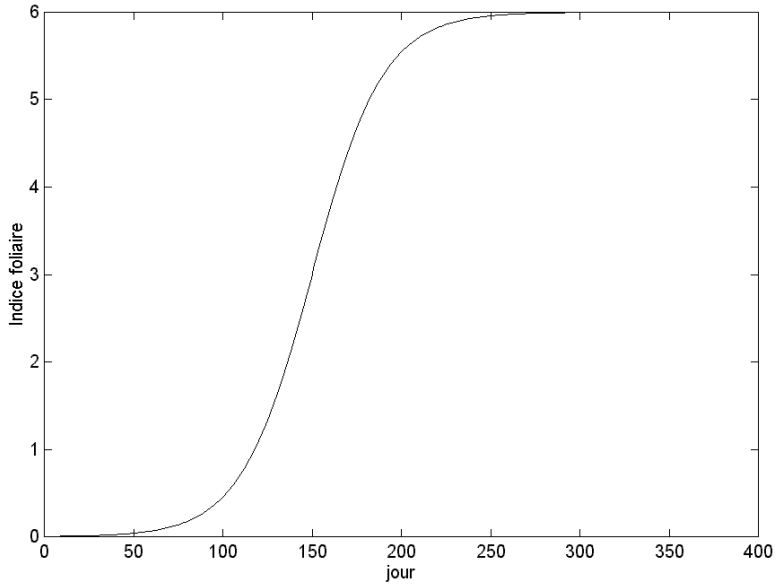


Figure 4-10. Evolution journalière de l'indice foliaire du couvert végétal de 0 (sol nu) à 6 (sol recouvert d'une importante épaisseur de végétaux).

Pour chaque jour, nous avons procédé à l'intégration de la réflectance spectrale du couvert végétal suivant les bandes spectrales du capteur SPOT4/VEGETATION :

- B0 : [430 nm, 470 nm] (bleu) ;
- B2 : [610 nm, 680 nm] (rouge) ;
- B3 : [790 nm, 890 nm] (proche infrarouge);
- SWIR : [1580 nm, 1750 nm] (moyen infrarouge).

Nous disposons donc de l'évolution journalière de la réflectance du couvert végétal observable par le capteur SPOT4/VEGETATION sans tenir compte des problèmes de variation de transmission atmosphérique ou de variation due à l'effet de l'évolution de la géométrie d'acquisition sur un couvert végétal dont la réflectance est bien souvent bi-directionnelle (Weiss, 1998). La figure 4-11 présente l'évolution de la réflectance du couvert végétal suivant les quatre bandes spectrales de SPOT4/VEGETATION.

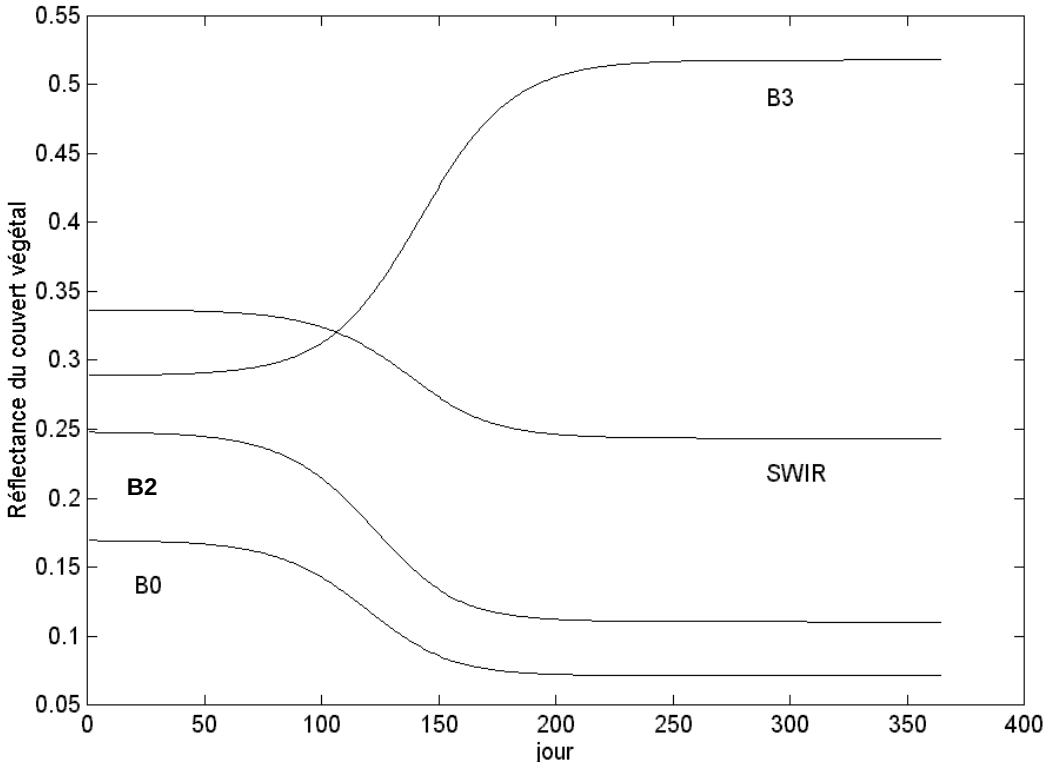


Figure 4-11. Evolution journalière de la réflectance du couvert végétal suivant les bandes spectrales B0, B2, B3 et SWIR de SPOT4/VEGETATION.

La première remarque que l'on peut faire sur ces évolutions est conforme à l'idée de l'impact du choix des bandes spectrales sur l'observabilité d'un phénomène : le choix des bandes spectrales (largeur et position moyenne) influence bien le contraste observé. Alors que les bandes B0 et SWIR correspondent quasiment au même contraste à un décalage en réflectance prés, la bande B2 permet une observation légèrement plus contrastée de l'évolution de la réflectance du couvert végétal. La bande B3 est, quant à elle, la plus sensible à cette évolution et présente la particularité d'être en inversion de contraste par rapport aux autres bandes spectrales. Cependant, on décèle une différence dans les courbes d'évolution : ces dernières semblent ne pas être totalement synchronisées dans le temps. La représentation, figure 4-12, des dérivées correspondant aux bandes B0 et B3, ainsi que celle de l'évolution de l'indice foliaire permet de mieux mettre en évidence ce phénomène de décalage temporel apparent.

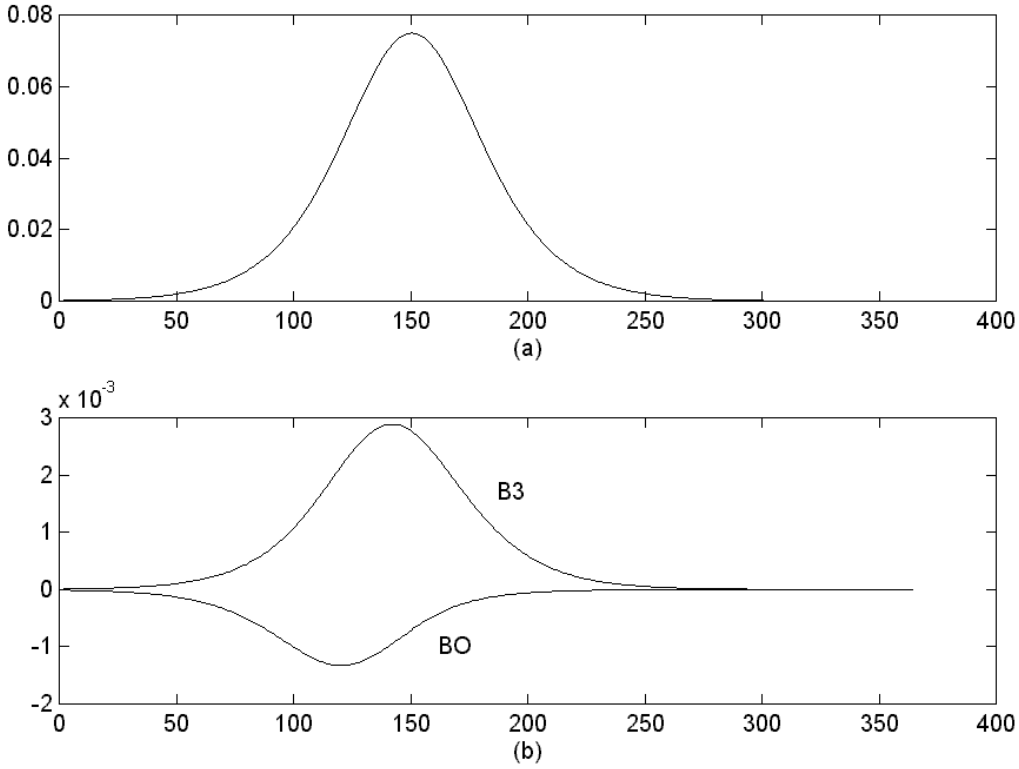


Figure 4-12. (a) Dérivée de l'évolution de l'indice foliaire (maximum pour le jour 150). (b) Dérivées de l'évolution de la réflectance du couvert végétal suivant les bandes B0 et B3 de SPOT4/VEGETATION (max. respectivement pour le jour 120 et le jour 142).

En effet, si l'on se réfère aux maxima atteints pour chacune des ces évolutions, on note un net décalage temporel de 22 jours entre l'évolution selon B0 et B3. On remarque de plus que les deux évolutions atteignent leurs maxima d'évolution avant celui de l'indice foliaire. Ce phénomène, en apparence non causal, est dû au fait que l'évolution de la réflectance spectrale du couvert végétal est une combinaison non linéaire et spectralement dépendante des réflectances spectrales de la végétation et du sol nu où intervient fortement la transmittance spectrale des feuilles. Comme l'explique Guyot (1992), pour chaque longueur d'onde, il existe en fait un seuil d'indice foliaire, dépendant de la transmittance spectrale de la feuille, au delà duquel la végétation est totalement opaque et a donc totalement recouvert le sol. Une augmentation de l'indice foliaire par rapport à ce seuil n'a quasiment plus d'impact sur la réflectance du couvert. Par conséquent, le phénomène en apparence de décalage temporel entre les évolutions de réflectance suivant les différentes bandes spectrales s'explique par le fait que chaque bande atteint sa réflectance limite — quasiment celle de la végétation seule pour la longueur d'onde considérée — pour des valeurs d'indice foliaire différentes dépendant du seuil d'indice foliaire.

Par conséquent, si l'on s'intéresse à détecter le changement d'un couvert végétal par une recherche temporelle du maximum d'évolution suivant une certaine bande spectrale, l'instant de détection va dépendre notablement du choix de cette bande.

Cet exemple permet d'illustrer la remarque suivante : le choix d'une bande spectrale peut ne pas conditionner uniquement le contraste de l'observation du phénomène dynamique. Compte tenu de la complexité de la fonction de transcription entre $U_{objectif}$ et $U_{observable}$, ce choix de la bande spectrale (et donc d'observable) peut influencer notablement les autres caractéristiques spatiales et temporelles de l'observable.

4 Conclusion

Cette étude a permis tout d'abord de mettre en évidence les différentes sources de variabilité des observations en distinguant celles, *endogènes*, dues à de réels changements du paysage observé de celles, *exogènes*, indépendantes du paysage mais issues de variations des conditions et des moyens d'observation.

Nous avons ensuite essayé de définir le rôle et les contraintes imposées par les caractéristiques spatiales, radiométriques et temporelles des moyens d'observation sur les applications de détection de changement. Notamment, nous avons procédé à une description fine du pouvoir de résolution par le biais de deux grandeurs (l'ERE et le DRE) faisant intervenir le pas d'échantillonnage, la tache image (ou, de manière duale, la FTM) et le bruit de mesure. Ces définitions permettent d'établir la sensibilité d'un capteur à discerner de faibles changements spatiaux (extension d'objet, déplacement de structures) de l'ordre du pas d'échantillonnage ; sensibilité dont on montre qu'elle dépend non seulement des caractéristiques du capteur précitées mais aussi du contraste de l'objet par rapport à son voisinage.

Nous avons aussi évalué l'importance de la superposabilité géométrique des images et établi des liens entre la qualité de cette superposabilité, le pouvoir de résolution des moyens d'observation et les caractéristiques spatiales des changements à étudier. Les conclusions de cette étude statuant sur une grande sensibilité d'un certain type d'applications de détection de changement ont servi de bases à l'élaboration de la méthode d'alignement géométrique présentée dans le ***chapitre 5***.

Enfin, nous avons montré par des exemples concrets que la définition de la capacité d'un moyen d'observation à répondre aux spécifications d'une application de détection de changement est complexe car les caractéristiques des moyens d'observation sont

interdépendantes à cause des contraintes techniques sur les moyens d'observation et des relations entre les caractéristiques des changements à détecter.

- Chapitre 5 -

L'ALIGNEMENT GEOMETRIQUE DES DONNEES

1 Introduction

Dans le ***chapitre 4***, nous avons précisé l'importance de la superposabilité géométrique des images dans le cadre des applications de détection de changement. Notamment, nous avons montré que la qualité de la superposabilité géométrique est d'autant plus importante que les échelles spatiales des changements à détecter sont proches de la résolution des images de la série multitemporelle. Nous avons aussi montré que, dans le cas général, cette superposabilité géométrique des images n'est pas acquise ; il est donc nécessaire de procéder à une étape d'alignement géométrique.

Avant de décrire la méthode d'alignement géométrique développée, nous allons en préciser l'objectif général ainsi que les différentes notations utiles pour la suite.

Le but de l'alignement géométrique — ou recalage géométrique, ou mis en correspondance géométrique — est de connaître la localisation précise de tout point d'une image dans une autre image d'un même paysage. Cette localisation est un processus asymétrique où il est défini un "sens" ; elle est effectuée *à partir* d'une image *vers* une autre image : la première image est appelée *image de référence* et la seconde, *image de travail*.

En utilisant, de manière simplifiée, les notations du ***chapitre 4***, on note par m_r l'image de référence, résultat de l'observation M_r du paysage θ_r à l'instant t_r suivant la fonction de localisation $\mathbf{Loc_r}$:

$$m_r(\mathbf{p}) = M_r(\theta_r(\mathbf{Loc_r}(\mathbf{p}))) \qquad [5\text{-}1]$$

De même, on note par m_t l'image de travail :

$$m_t(\mathbf{p}) = M_t(\theta_t(\mathbf{Loc_t}(\mathbf{p}))) \qquad [5\text{-}2]$$

Avec ces notations, l'alignement géométrique consiste en l'évaluation, pour chaque point $\mathbf{p}_r$ de m_r, de son point homologue $\mathbf{p}_t$ dans l'image m_t :

$$\mathbf{p}_t = \mathbf{Loc}_t^{-1}(\mathbf{Loc}_r(\mathbf{p}_r)) \qquad [5\text{-}3]$$

Il est important de noter que ce point homologue n'a, *a priori*, aucune raison de correspondre exactement à un nœud d'échantillonnage dans l'image de travail. En d'autres termes, même si "l'unité" de ce point demeure toujours celui du pixel, les coordonnées de ce dernier s'expriment en fraction de pixel.

On définit le champ de disparité par la fonction de $I, R^2 \rightarrow I, R^2$ qui fait correspondre à chaque point $\mathbf{p}_r$ de l'image m_r un vecteur indiquant le décalage ou disparité géométrique entre ce point et le point correspondant dans l'image m_t. Alors, par définition :

$$\mathbf{dp}_{r\rightarrow t} :\overset{\Delta}{,} I, R^2 \rightarrow I, R^2, \qquad \mathbf{p}_r \mapsto \mathbf{Loc}^{-1,t}(\mathbf{Loc}_r(\mathbf{p}_r))-\mathbf{p}_r \qquad [5\text{-}4]$$

La figure 5-1 représente ces différentes notations.

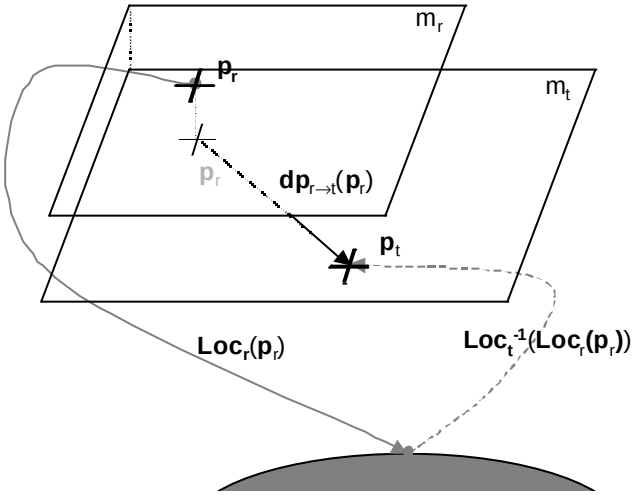


Figure 5-1. Représentation de l'appariement entre les deux images m_r et m_t.

L'objectif premier du recalage géométrique est donc de trouver une fonction de disparité estimant le plus fidèlement possible le champ de disparité réel $\mathbf{dp}_{r\rightarrow t}$ entre l'image de référence et l'image de travail, sans nécessairement connaître les fonctions de localisation, ni leurs inverses : il s'agit d'une estimation à partir de la donnée minimale des deux images m_r et m_t.

Dans un deuxième temps, l'image de travail est généralement "réécrite" dans le référentiel géométrique de l'image de référence : en ce sens, l'alignement géométrique conduit à l'utilisation d'un référentiel géométrique unique, en général celui de l'image de référence. Cette réécriture correspond à un rééchantillonnage en prenant en compte la fonction de disparité. Il s'agit donc de créer une nouvelle image $m_{t/r}$ ayant les mêmes caractéristiques d'acquisition que m_t à l'exception de la fonction de localisation, remplacée par celle de l'image de référence :

$$m_{t/r}(\mathbf{p}) = M_t(\theta_t(\mathbf{Loc}_r(\mathbf{p}))) \qquad [5\text{-}5]$$

Ce remplacement de fonctions de localisation (sans explication de ces dernières) nécessite l'évaluation de m_t pour les valeurs $\{\mathbf{p}+\mathbf{dp}_{r\to t}(\mathbf{p})\}$, *a priori* différentes des nœuds d'échantillonnage de l'image de travail : il devient ainsi nécessaire d'interpoler la mesure m_t en ces nouveaux points d'échantillonnage.

Il existe plusieurs méthodes d'interpolation par convolution permettant le rééchantillonnage de l'image de travail m_t suivant la fonction de disparité estimée entre les deux images à recaler. Nous avons mené une étude, présentée en ***annexe*** *Erreur ! Nom de fichier incorrect.*, sur différentes méthodes d'interpolation par convolution et la qualité de ces dernières lors de l'application d'un rééchantillonnage. Nous avons distingué trois types de qualité d'une méthode d'interpolation appliquée au rééchantillonnage :

- la conservation de la moyenne et du spectre "utile" de l'image avant et après rééchantillonnage ;
- l'élimination de la partie du spectre "inutile" de l'image pour éviter un phénomène de repliement lors du rééchantillonnage. Cette élimination dépend non seulement de la qualité de l'atténuation du filtrage induit par la méthode d'interpolation mais aussi du choix de la fréquence de coupure qui peut dépendre localement du champ de disparité que l'on désire appliquer à l'image ;
- le respect du champ de disparité injecté lors du rééchantillonnage.

Les méthodes les plus usuellement utilisées pour le rééchantillonnage sont les méthodes du plus proche voisin, bilinéaire et bicubique (Pratt, 1991). Essentiellement pour des raisons de complexité et de temps de calcul, sont très rarement utilisées les méthodes d'interpolation basées sur la troncature par apodisation du noyau idéal prévu par l'interpolation de Shannon (Papoulis, 1987). L'emploi de ces méthodes se traduit par une très nette augmentation de la taille du noyau de convolution utilisé par rapport aux trois méthodes classiques, mais entraînent un gain non négligeable en qualité. Cependant, la différence de gain entre deux tailles consécutives de noyau apodisé allant en diminuant, il y a un compromis à trouver entre le gain de qualité et l'augmentation du temps de calcul. Le compromis que nous avons choisi favorise nettement la qualité du rééchantillonnage et correspond à une taille de noyau 20x20. Ce choix permet d'excellents résultats de rééchantillonnage pour un temps de calcul, certes plus long que celui de la méthode bicubique, mais tout à fait acceptable compte tenu des capacités informatiques actuelles. Il est important de noter que le gain par rapport à l'interpolation bicubique — noyau de taille 4x4 — est déjà sensible lorsque la taille du noyau apodisé est de 6x6 : cela laisse donc un grand nombre de possibilités de compromis

qualité / temps d'exécution permettant, tout de même, de meilleurs résultats que l'interpolation bicubique.

2 Estimation de la fonction de disparité : la méthode de Djamdji utilisant l'analyse multirésolution

2.1 Description de la méthode proposée par Djamdji (1993)

Djamdji (1993) propose une méthode entièrement automatique de recalage d'images satellitales utilisant l'analyse multirésolution. Le principe se résume de la manière suivante : par le biais d'une analyse multirésolution, les deux images à recaler sont dégradées à différentes résolutions jusqu'à un certain niveau. Le niveau de décomposition est tel que l'amplitude maximale estimée du champ de disparité réel entre les deux images est juste inférieure à la résolution la plus grossière. Par conséquent, une hypothèse sous-jacente à cette méthode est que les deux images à corriger ne présentent pas un champ de disparité entre elles trop important, comme par exemple de fortes translations, rotations ou facteurs d'échelles qui nécessiterait un niveau de décomposition beaucoup trop important, voire impossible. Dans le cas où les deux images présentent de trop fortes disparités géométriques, un prétraitement géométrique est donc nécessaire. Ce point particulier est discuté par la suite (paragraphe 6.2).

Un processus itératif est alors entamé : à une résolution donnée, des points caractéristiques sont sélectionnés de manière automatique indépendamment dans l'image de référence et dans l'image de travail. Les points caractéristiques de l'image de référence sont "projetés" dans le référentiel de l'image de travail par l'application de la fonction de disparité évaluée à l'itération précédente.

L'étape d'appariement permet alors de constituer des couples de points homologues parmi les points caractéristiques sélectionnés dans les deux images. Il est à noter que cet appariement n'est effectué qu'à partir de critères de distance entre les points caractéristiques de l'image de travail et ceux de l'image de référence auxquels est appliquée une projection. Ces points caractéristiques étant détectés à l'échelle du pixel, la précision de l'appariement est de plus ou moins un pixel.

A partir des points homologues, on estime une fonction de disparité à la résolution courante $\mathbf{dp}^{i,r\rightarrow t}$. Les méthodes proposées par Djamdji pour cette estimation sont de type approximation aux moindres carrés de polynômes de faibles degrés (1, 2 ou 3). Entre l'appariement et l'estimation de la fonction de disparité, Djamdji prévoit une optimisation qui consiste à retirer les points homologues dont la disparité est trop différente de celle obtenue par la fonction

estimée. Une nouvelle fonction de disparité est alors évaluée avec la nouvelle liste de points homologues. Cette étape de rejet / estimation est renouvelée dans le but de diminuer et d'uniformiser l'erreur de l'interpolation polynomiale par rapport aux disparités mesurées au niveau de l'ensemble des points homologues.

Dans le cas d'images provenant de couples stéréoscopiques, pour évaluer de manière plus fine les disparités entre les deux images, Djamdji *et al.* (1993) proposent une estimation de la fonction de disparité à la meilleure résolution basée sur la méthode du krigeage (Matheron, 1965 ; 1971) qui est une méthode d'interpolation linéaire.

L'ensemble de la méthode d'alignement géométrique est résumée sur la figure 5-2.

2.2 Un besoin d'améliorations

Par les résultats très positifs qu'il a obtenus, Djamdji a pu démontrer le bénéfice du principe de l'utilisation de l'analyse multirésolution pour l'alignement géométrique d'images. Toutefois, nos discussions avec des chercheurs et ingénieurs expérimentés ainsi que l'étude de certaines publications (Townshend et al. 1992 ; Gong et al., 1992) ont faire ressortir le besoin d'améliorations de l'algorithme dans le but d'augmenter sa précision et sa fiabilité. De manière résumée, ces améliorations concernent :

- la sélection des points caractéristiques pour assurer une meilleure homogénéité de répartition de ces derniers dans l'image de référence ;
- la recherche et le contrôle des points homologues aux points caractéristiques dans l'image de travail pour assurer une meilleure fiabilité ainsi qu'une précision d'appariement sub-pixellaire ;
- l'estimation de la fonction de disparité ;
- le contrôle du bon déroulement de l'algorithme.

L'objet de la section suivante est de présenter et de justifier les modifications et améliorations que nous avons apportées à la méthode de recalage géométrique. A titre indicatif, les parties de l'algorithme qui ont fait l'objet de modifications importantes sont marquées par le symbole ◆—◆ sur la figure 5-2.

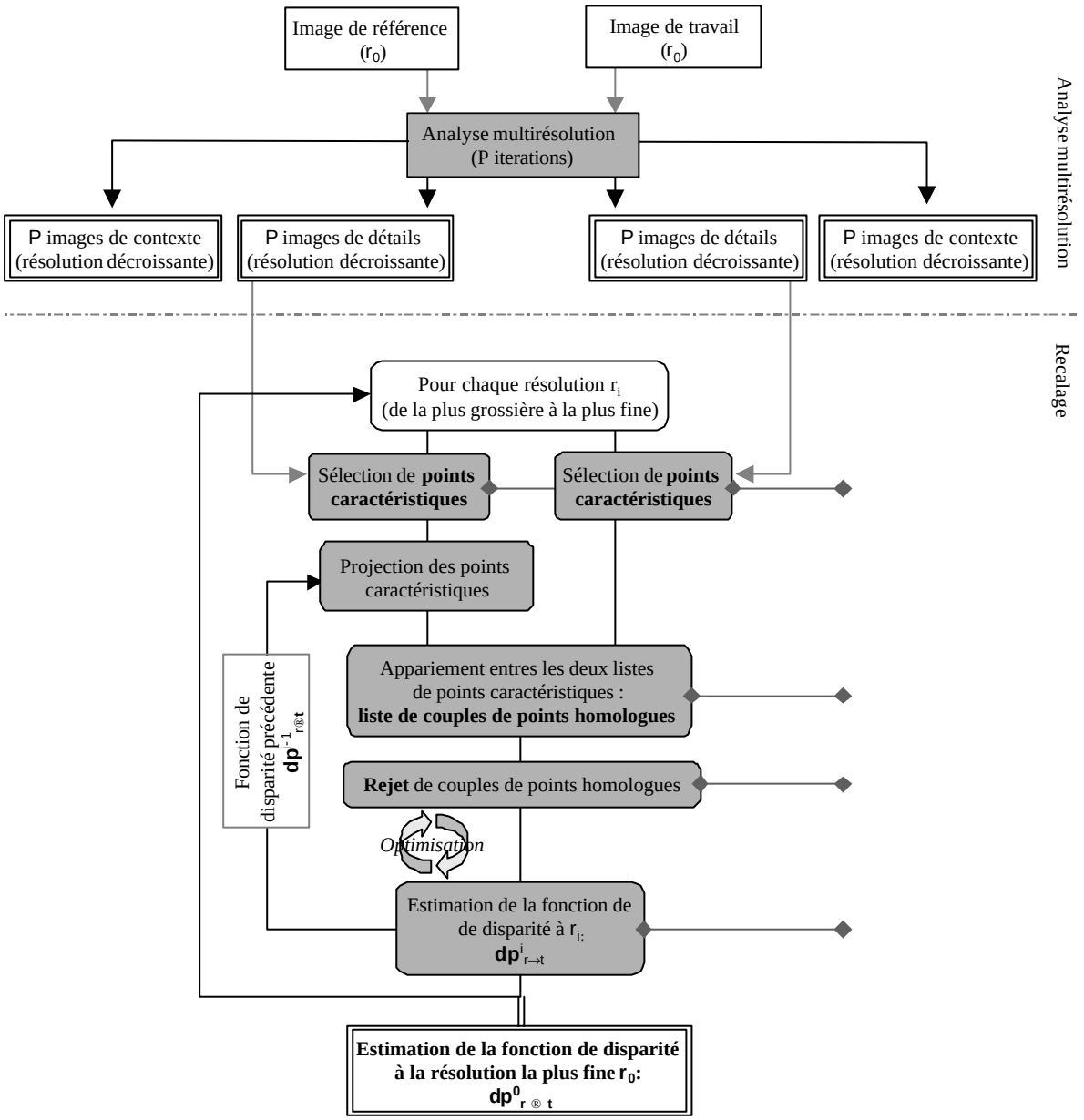


Figure 5-2. Description du principe de recalage géométrique basée sur l'analyse multirésolution proposée par Djamdji (1993). Les parties qui ont fait l'objet de modifications importantes sont indiquées par le symbole ◆—◆.

3 Les modifications apportées à l'algorithme

3.1 Le choix de l'analyse multirésolution

Nous avons choisi de conserver la méthode d'analyse multirésolution dyadique, non pyramidale, basée sur l'algorithme "à trous" (Holdshneider *et al.*, 1989). La décomposition suivant cette analyse consiste à appliquer de manière itérative un noyau séparable de convolution $h^{i,pb}$ reprenant les valeurs d'un même noyau noté h_{pb} mais en les intercalant de

$E_n[2^{i-1}]$ zéros : cet ajout croissant de zéros en puissance de deux se traduit, dans le domaine de Fourier, par une contraction dyadique du spectre :

$$H^{i,pb}(\nu) = H_{pb}(2^{i-1}\nu) \qquad [5\text{-}6]$$

Lors de l'application de P itérations de cette décomposition sur une image notée m, ces P filtres sont appliqués en cascade, divisant ainsi par deux la résolution de l'image à chaque itération tout en préservant la taille originale de l'image. Il y a donc création d'un ensemble de P images de plus en plus floues appelées *images de contexte* $\{m_{,i}\}_{i\in[1,P]}$. Enfin, à chaque itération, on effectue une soustraction de l'image précédente par la nouvelle image filtrée. Ces images de différences sont appelées *images de détails* et notées $\{d_{,i}\}_{i\in[1,P]}$. Le principe de la décomposition est illustrée sur la figure 5-3.

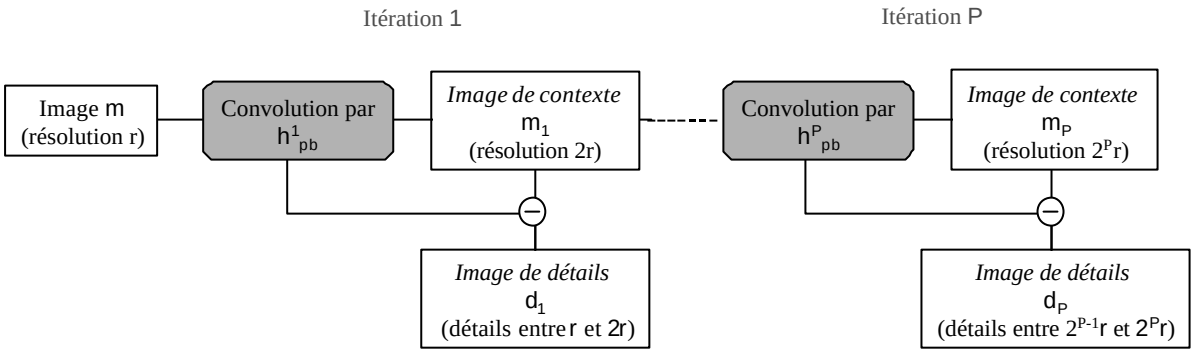


Figure 5-3. Décomposition dyadique d'une image par l'application de l'algorithme "à trous" non pyramidal.

Dans le domaine de Fourier, on peut écrire, pour l'itération $i \in \mathbb{N}^*$:

Erreur ! [5-7]

Cette méthode d'analyse multirésolution a l'avantage d'être très simple et rapide. En effet, puisque les noyaux sont composés d'un nombre constant de valeurs non nulles correspondant exactement à celles de h_{pb}, tout se passe comme si la taille "effective" du noyau de convolution reste constante à chaque itération : seuls changent les emplacements des pixels de l'image qui interviennent effectivement lors de la convolution.

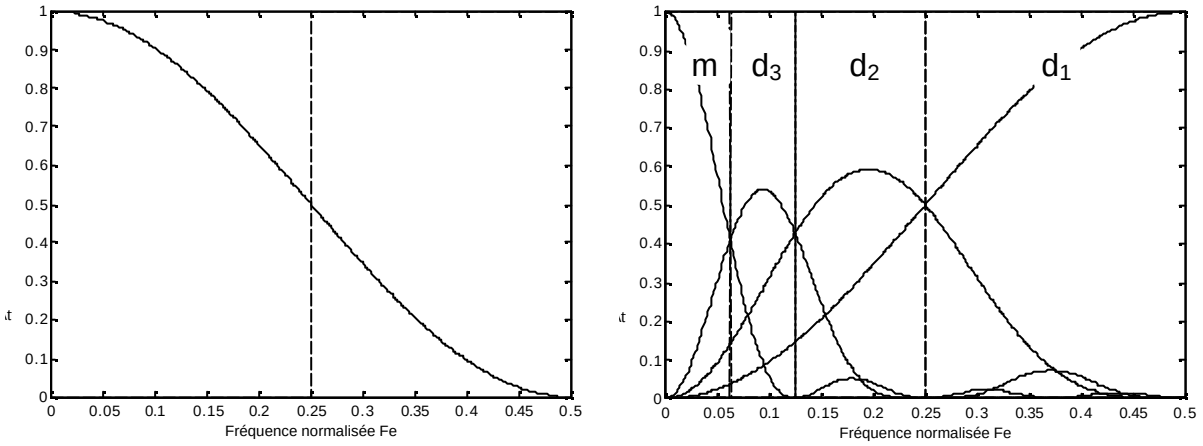
De plus, puisqu'il n'y a pas de sous-échantillonnage des images à chaque itération et à condition que le filtre h_{pb} soit symétrique réel, la décomposition est à base de filtrages à phase nulle qui n'introduisent aucun phénomène de déphasage. Cet éventuel phénomène de déphasage, qui existe par exemple dans la décomposition en ondelettes pyramidales de Daubechies (1988), induit des effets de décalage géométrique dépendant de la fréquence

(Charbit, 1990) qui peuvent être préjudiciables lors d'une utilisation pour une correction géométrique d'images.

Enfin, nous n'avons pas identifié le critère de sélectivité du filtrage passe-bas lors de l'analyse multirésolution comme étant primordial dans notre méthode. C'est la raison pour laquelle nous avons choisi comme noyau "générateur" h_{pb}, le noyau le plus simple proposé par Djamdji (1993) :

$$h_{pb} = \left[\frac{1}{4}\frac{1}{2}\frac{1}{4}\right], \text{ ou } H_{pb}(\nu) = \frac{1+\cos(2\pi\nu)}{2} \qquad [5\text{-}8]$$

La comparaison, représentée sur la figure 5-4a, entre le filtre H_{pb} et le filtre passe-bas parfait correspondant à la même bande passante montre que le filtre choisi n'est pas très sélectif. Ce manque de sélectivité du filtre générateur se traduit par une décomposition dyadique relativement peu précise (figure 5-4b).



(a) (b)

Figure 5-4. (a). Tracé des filtres passe-bas H_{pb} et parfait (traits pointillés) en fonction de la fréquence normalisée F_e. (b). Tracés des filtres $H^{1,ph}$, $H^{2,ph}$, $H^{3,ph}$ et $H^{3,pb}$, en fonction de la fréquence normalisée F_e, correspondant à l'application de trois itérations de l'algorithme "à trous".

L'extension à deux dimensions de ce filtrage est obtenue par séparabilité des lignes et des colonnes.

3.2 La sélection des points caractéristiques

Cette étape a fait l'objet de deux types de modifications. Tout d'abord, elle a changé sensiblement d'objectif. En effet, pour Djamdji, la sélection est effectuée indépendamment sur les deux images. En fait, elle participe déjà à l'appariement puisque les couples de points homologues sont choisis uniquement parmi ces deux sélections ; de manière plus précise, deux points p_r et p_t, respectivement de l'image de référence et de travail, sont considérés comme homologues s'ils sont tous les deux sélectionnés *et* si p_t est l'unique point parmi la sélection de l'image de travail à être dans le disque de centre le projeté de p_r suivant la fonction de disparité et de rayon une certaine tolérance, proche de zéro, dépendant de la résolution courante.

Dans notre cas, la sélection de points caractéristiques, effectuée uniquement à partir de l'image de référence, n'a pas le même rôle vis-à-vis de l'étape suivante d'appariement. Comme nous le verrons par la suite, le processus d'appariement que nous avons choisi peut être appliqué, avec plus ou moins de succès, à partir de n'importe quel point de l'image de référence. L'objectif de la sélection est donc de choisir, parmi l'ensemble des points de l'image de référence des points "remarquables" à la résolution courante, pour lesquels l'appariement est susceptible d'être effectué avec une bonne précision.

Comme Djamdji (1993), nous définissons les points caractéristiques d'une image à une résolution donnée, comme des zones de forte transition radiométrique à cette échelle. C'est la raison pour laquelle, à la résolution courante, ces points correspondent aux maxima locaux de l'image seuillée des détails de l'itération suivante.

Il est intéressant de remarquer qu'il existe une autre raison de choisir comme points caractéristiques des zones de forte transition. En effet, nous avons montré dans le ***chapitre 4*** que l'impact d'une erreur de superposabilité est d'autant plus importante que l'image présente localement un fort gradient : il nous a donc semblé judicieux de choisir effectivement des points caractéristiques qui nous permettrons de corriger l'erreur de superposabilité aux endroits où son impact est le plus important.

Le choix de la méthode de seuillage constitue la deuxième modification : Djamdji propose un seuillage global proportionnel à l'écart type calculé sur toute l'image de détails d_i. Même s'il est décroissant lorsque la résolution se dégrade, le facteur de proportionnalité est choisi relativement élevé afin d'éviter la sélection de zones de transition ayant pour origine le bruit de mesure. Le choix d'un seuil global très sélectif ne permet cependant pas, dans le cas d'images hétérogènes par zone, d'assurer une répartition dense et homogène des points caractéristiques. Or, nous avons vu dans le ***chapitre 4*** l'importance d'un alignement

géométrique précis et local permettant de compenser la fonction de disparité réelle suivant toutes ses gammes de fréquences spatiales. C'est la raison pour laquelle nous avons opté pour une sélection permettant de trouver un compromis entre la "qualité" des points choisis et la densité et l'homogénéité de leur répartition ; compromis déjà évoqué par Anglade (1987).

Dans notre méthode, la sélection est effectuée par détection des maxima locaux sur l'image de détails seuillée. Cependant, l'opération de seuillage est locale : le seuil est choisi proportionnel à l'écart type local de l'image calculé sur une vignette glissante. La taille de la vignette correspond à un compromis entre une taille importante pour que le calcul de l'écart type soit statistiquement consistant et une taille relativement faible pour assurer une sélection homogène et dense. Bien que le choix de la taille de la vignette dépende de l'hétérogénéité de l'image de référence, une taille de 11x11 nous semble un bon compromis.

Pour éviter de sélectionner des points caractéristiques sur des zones étendues très peu structurées (mers, lacs, etc.) pour lesquelles la valeur du seuil local est trop faible (et donc pas assez sélectif), nous avons complété ce seuillage local par un deuxième seuillage global. La valeur de ce deuxième seuil est reliée au bruit de mesure estimé de l'image de référence : elle est choisie proportionnelle à l'estimation de la valeur de l'écart type de l'apport du bruit dans les différentes images de détails.

De manière plus précise, en supposant le bruit de mesure blanc gaussien d'écart type σ_b, on peut montrer, par application de la relation [5-7], que l'écart type $\sigma^{i,b,d}$ des coefficients de détails à l'itération i résultant de l'application de l'algorithme "à trous" vérifie la relation :

$$\sigma_{d}^{b\,i} = \left(\int_{-0,5}^{0,5} \left| \prod_{k=0}^{i-2} H_{pb}(2^k \nu)(1-H_{pb}(2^{i-1}\nu)) d\nu \right|^2 \right)^{\frac{1}{2}} \sigma_b \qquad [5\text{-}9]$$

Dans le cas du filtre h_{pb} défini en [5-8], l'écart type des coefficients de détails du bruit décroît avec les itérations suivant la relation :

$$\sigma_{d}^{b\,i} = \left(\frac{3}{8}\right)^{\frac{i}{2}} \sigma_b \approx 0{,}612^{\,i} \sigma_b \qquad [5\text{-}10]$$

Par conséquent, l'image seuillée s_i permettant le choix des points caractéristiques s'écrit :

$$s_{,i}(\mathbf{p}) = \begin{cases} 1 \text{ si } d_{,i}(\mathbf{p}) > \mathrm{Max}(K_1 e_{,i}(\mathbf{p}), K_2 0{,}612^{\,i} \sigma_b) \\ 0 \text{ sinon} \end{cases} \qquad [5\text{-}11]$$

Le terme $e_i(\mathbf{p})$ correspond à l'écart type de d_i sur un voisinage du pixel $\mathbf{p}$. Les coefficients K_1 et K_2 sont les deux coefficients de proportionnalité entre les seuils appliqués et les écarts types. Usuellement, pour des seuillages relativement sélectifs, ces valeurs sont de l'ordre de 3. Dans un contexte de bruit centré gaussien, un tel choix permet d'éliminer plus de 99,7 % de la contribution du bruit dans la mesure.

3.3 Le processus d'appariement sub-pixellaire

Le processus d'appariement correspond, pour un point caractéristique de l'image de référence, à la recherche de son point homologue dans l'image de travail. Ce processus d'appariement de points s'inscrivant dans un déroulement itératif, il dispose comme information de la fonction de disparités estimée à la résolution précédente.

De manière résumée, l'appariement consiste tout d'abord à évaluer une matrice de similarité composée des coefficients de corrélation centrés normés entre une vignette, dite de contexte, centrée sur le point caractéristique courant de l'image de référence (image de contexte à la résolution courante) d'une part, et un ensemble de vignettes centrées sur différents points de l'image de travail, d'autre part. Ces différents points correspondent à une zone de recherche centrée sur l'estimation de l'homologue par la fonction de disparité de l'itération précédente. Une nouvelle estimation de l'emplacement du point homologue est donc effectuée en localisant le maximum de la matrice de similarité. La précision sub-pixellaire est atteinte en réalisant une recherche de ce maximum par une méthode d'optimisation faisant appel à l'interpolation de la matrice de corrélation.

Le principe de l'appariement ainsi qu'une étude de sa précision sub-pixellaire sont développés plus en détails dans l'***annexe*** *Erreur ! Nom de fichier incorrect.*. Notamment, cette étude a permis d'identifier les facteurs influençant la précision de l'appariement sub-pixellaire en termes de biais systématique et d'écart type comme le bruit de mesure, la FTM, ou encore la valeur de l'énergie gradient local de l'image. Ce dernier facteur, dont on peut montrer qu'il influence de manière inversement proportionnelle l'écart type de l'estimation de la disparité, nous conforte dans le choix du critère de sélection des points caractéristiques portant sur la présence de hautes fréquences relativement à la résolution de l'itération courante. Il est à noter que les ordres de grandeur du biais et de l'écart type de l'erreur d'appariement sont d'environ de 0,1 à 0,2 pixel.

Cependant, même si les points de l'image de référence sur lesquels est appliqué le processus d'appariement ont fait l'objet d'une certaine présélection, un certain nombre d'appariements n'aboutissent pas. Il existe deux raisons majeures à ces échecs dans le processus d'appariement. Tout d'abord, lorsque la zone de recherche n'est pas d'extension suffisante par

rapport à l'erreur de l'estimation à la résolution précédente, la méthode d'optimisation pour la recherche du maximum sub-pixellaire va "dériver" sur les frontières limites de la zone de recherche ; sur ces frontières, l'interpolation de la matrice de corrélation n'est plus possible pour des raisons d'effet de bord de la méthode d'interpolation bicubique. De plus, même lorsque le maximum a été trouvé par la méthode d'interpolation, la valeur de ce maximum est à considérer. En effet, cette valeur permet de vérifier si l'appariement n'a pas été effectué dans de mauvaises conditions dues à des changements importants entre les deux acquisitions, à des problèmes d'occlusion dans le cas d'images à haute résolution ou encore à la présence de "leurres" induisant des maxima locaux, généralement de faibles amplitudes, dans la matrice de corrélation. C'est la raison pour laquelle les couples dont la valeur du maximum de corrélation est inférieure à un seuil de corrélation ρ_s donné sont définitivement rejetés afin d'éviter de sélectionner des couples pour lesquels l'appariement n'est manifestement pas correct. Par défaut, nous avons choisi ce seuil à 0,7.

De plus, la qualité des mesures de disparité peut varier d'un point caractéristique à un autre. C'est pourquoi, à chaque appariement réussi, on évalue un certain nombre de critères permettant une analyse *a posteriori* de la qualité de la mesure de disparité.

En l'occurrence, nous avons choisi cinq critères, inspirés des travaux de Leclerc (1987), que nous pensons être en relation avec la qualité de l'appariement :

- *le rapport entre la valeur maximale et la valeur moyenne de la matrice de corrélation ;* il indique l'importance du pic de similarité par rapport aux similarités mesurées avec les autres points de la zone de recherche. Une valeur faible est donc le signe d'un appariement faiblement discriminant et susceptible d'être influencé par le bruit de mesure ;

- *le rapport entre le maximum détecté et la valeur maximale atteinte dans son voisinage direct ;* celui-ci révèle l'étroitesse du pic de corrélation et donc la précision de la mesure et sa robustesse vis-à-vis du bruit de mesure ;

- *le rapport entre le maximum détecté et la deuxième valeur maximale de la matrice de corrélation ;* une valeur de ce rapport proche de 1 est une indication sur la présence éventuelle d'une deuxième structure similaire à la vignette de contexte dans la zone de recherche. Un rapport trop proche de 1 est à éviter car source de possibles confusions dans l'appariement : un tel rapport est en effet typique de structures linéiques ou périodiques dans les images (Paparoditis, 1998) ;

- *l'indice de présence de structure ;* proposé par Moravec (1977), cet indice mesure la présence de structure dans la vignette de contexte de l'image de référence. Le calcul de cet indice est en deux étapes. Tout d'abord, sur chacune des quatre directions principales de la vignette de contexte (horizontale, verticale et les deux diagonales), est évaluée la somme de la différence au carré de la radiométrie d'un pixel avec celle de son voisin (suivant la direction courante). L'indice de Moravec est alors défini comme étant la plus petite de ces quatre valeurs. La qualité de l'appariement est supposée d'autant meilleure que la valeur de l'indice de présence de structure est importante. Cet indice, comparable par essence à une estimation de l'énergie du gradient local, nous a semblé plus adapté car moins sensible au bruit de mesure ;

- *la valeur maximale de la matrice de corrélation interpolée ;* déjà employée pour le rejet de couples de points homologues par comparaison au seuil de corrélation ρ_s, cette valeur est de nouveau utilisée lors du tri des couples de points homologues.

D'autres critères sont envisageables comme l'estimation de la vraisemblance de la disparité mesurée. Cette valeur de vraisemblance peut être évaluée par comparaison à un certain nombre de connaissances que l'on peut avoir *a priori* sur la fonction de disparité réelle. Ces connaissances peuvent être des bornes maximales ou minimales, des considérations sur la fluctuation maximale par rapport à des mesures de disparité voisines ou la prise en compte d'un modèle de prise de vue physique. Dans ce dernier cas, la méconnaissance des paramètres de ce modèle est traduite en écarts types et en biais sur les disparités modélisées qui sont comparées aux mesures effectives par le processus d'appariement.

Un autre critère de qualité possible sur l'appariement, proposé par Paparoditis (1998), consiste à appliquer le processus d'appariement inverse : soit $(\mathbf{p}_r, \mathbf{p}_t)$ un couple de points homologues issu du processus d'appariement direct (image de référence *vers* image de travail). Pour les quatre nœuds d'échantillonnage les plus proches du point homologue $\mathbf{p}_t$, on applique l'appariement inverse qui consiste à évaluer l'ensemble des quatre points homologues $\{p^{k,r}\}_{k\in[1,4]}$ dans l'image de référence (*cf.* figure 5-5). On évalue alors ε, la plus petite distance entre ces quatre points et $\mathbf{p}_r$:

$$\varepsilon = \underset{k\in[1,4]}{\text{Min}}\left\{ \left| \, , \mathbf{p}^{k,r} - \mathbf{p}_r \right| \right\} \qquad [5\text{-}12]$$

Une grande valeur de cette distance minimale est interprétable comme un manque de cohérence dans l'appariement sur cette zone de l'image et constitue donc un moyen de contrôle de la qualité de ce dernier.

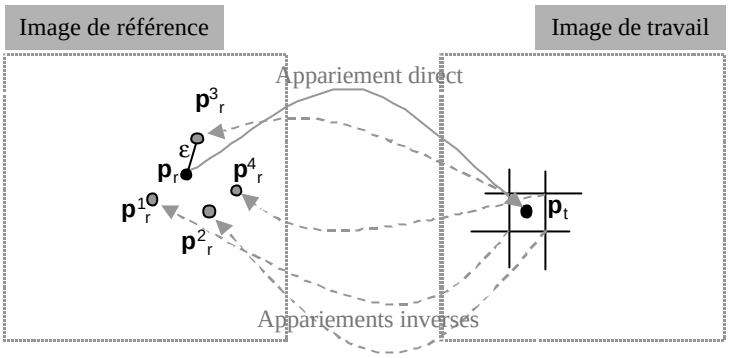


Figure 5-5. Critère de qualité de l'appariement par l'application de l'appariement inverse.

3.4 Le tri des couples de points homologues

L'objectif de ce traitement est de sélectionner parmi l'ensemble des couples de points homologues les N_s "meilleurs". Ce nombre N_s est déduit d'un paramètre d'entrée de l'algorithme correspondant à un taux de couples à sélectionner τ_s. En d'autres termes, à partir des différents critères de qualité exposés dans le paragraphe précédent, il s'agit de trier les couples de points homologues de façon à les classer, dans un premier temps, en deux catégories :

- les couples de points homologues *rejetés* qui ne sont pas utilisés par la suite ;
- les N_s couples de points homologues sélectionnés.

Ce tri des couples de points homologues présente deux difficultés : la prise en compte des différents critères de qualité et l'assurance d'une répartition relativement dense et homogène des points homologues sélectionnés.

Tout d'abord, les critères de qualité des appariements ne sont pas directement comparables entre eux. C'est la raison pour laquelle nous avons basé le tri "multicritère" non pas sur les valeurs de ces critères mais sur les rangs correspondants des couples de points homologues. Le rang du couple est calculé pour chacun des critères. Rapportés au nombre total de couples d'homologues, ces rangs sont alors assimilables à des notes entre 0 et 1. Une note globale de la qualité de l'appariement de chaque couple est alors obtenue en effectuant une moyenne pondérée des différentes notes. La pondération correspond à l'importance relative que l'on accorde aux différents critères de qualité. Nous avons choisi, par défaut, une pondération identique pour chacun des critères.

La deuxième difficulté du tri concerne le compromis entre la qualité des couples d'homologues et leur répartition dense et homogène sur la plus grande surface possible de l'image de référence. Là encore, nous avons privilégié une approche locale. En effet, à partir

du nombre N_s de couples à sélectionner, on définit un maillage régulier dans l'image de référence comprenant au moins N_s nœuds. De manière à mieux représenter la variabilité spatiale du champ de disparité, N_s doit être grand, environ 1 % du nombre total de pixels. Combiné avec les contraintes de sélection et d'appariement, ceci assure que les zones hétérogènes de l'image de référence sont représentées par plusieurs couples, alors que les zones homogènes en comprennent nettement moins.

Le tri local s'effectue alors au niveau de chaque nœud du maillage sur le sous-ensemble des couples de points homologues dont les points dans l'image de référence sont dans la zone des plus proches voisins du nœud courant, représentée en gris clair sur la figure 5-6. Chaque couple de ce sous-ensemble se voit alors attribuer une note de qualité suivant le principe décrit au paragraphe précédent ainsi qu'une note liée au classement par ordre de distance croissante de la distance relative des points de l'image de référence au nœud du maillage considéré. Par le jeu d'une moyenne pondérée, la note de distance permet de nuancer le poids de la note de qualité d'appariement et ainsi de tenir compte de l'importance de l'homogénéité de la répartition des points homologues. Par expérience, la note liée à la qualité compte pour plus de trois quarts de la note globale. On choisit alors le couple de points homologues correspondant à la note résultante la plus importante.

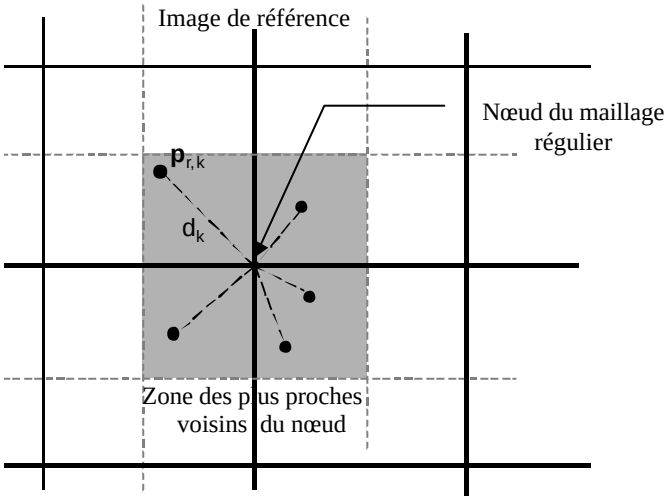


Figure 5-6. Représentation du maillage régulier pour le tri local des couples de points homologues.

A ce stade, on procède à un nouveau tri sur les N_s couples de points homologues sélectionnés de façon à définir :

- les couples de points homologues *de construction*, qui serviront à l'estimation de la fonction de disparité décrite au paragraphe suivant. L'ensemble des N_C couples de points homologues de construction est noté E_C :

$$E_C = \left\{ \left(\mathbf{p}^{C,r,k}, \mathbf{p}^{C,t,k} \right) \right\}_{k \in [1,N_C]} \quad [5\text{-}13]$$

- les couples de points homologues *de test*, d'une qualité équivalente à ceux de construction. En plus petit nombre, ces couples ne seront pas utilisés dans l'élaboration de la fonction de disparité mais leur disparité correspondante sera comparée à celle estimée par la fonction de disparité dans un but de contrôle précisé au paragraphe 3.6. L'ensemble des N_T couples d'homologues de test est noté E_T :

$$E_T = \left\{ \left(\mathbf{p}^{T,r,k}, \mathbf{p}^{T,t,k} \right) \right\}_{k \in [1,N_T]} \quad [5\text{-}14]$$

Ce choix des N_T couples de points homologues de test est effectué uniquement à partir des considérations de répartitions homogènes sans tenir compte de leur qualité relative. En général, le nombre N_T est à choisir entre 5 % et 10 % du nombre total de couples de points homologues sélectionnés N_S.

3.5 L'estimation de la fonction de disparité

L'estimation de la fonction de disparité à l'itération courante est faite à partir de la donnée des couples de points homologues de l'ensemble E_C ; il s'agit d'évaluer une fonction mathématique à partir de la donnée des disparités $\{\mathbf{dp}^{C,r\to t,k}\}_{k \in [1,N_C]}$ mesurées au niveau des points de construction dans l'image de référence $\{\mathbf{p}^{C,r,k}\}_{k \in [1,N_C]}$:

$$\forall\, k \in [1,N_T],\ \mathbf{dp}^{C,r\to t,k} = \mathbf{p}^{C,t,k} - \mathbf{p}^{C,r,k} \quad [5\text{-}15]$$

Puisque les disparités mesurées $\mathbf{dp}^{C}_{r\to t,k}$ appartiennent à I, R^2, l'estimation de la fonction de disparité implique l'évaluation de deux surfaces reconstruites à partir de la donnée en des points répartis de manière quelconque dans un plan respectivement de la disparité en ligne et de la disparité en colonne mesurée sur les couples de points homologues.

Il existe plusieurs méthodes de reconstruction de surface permettant l'estimation du champ de disparité à partir des données de E_C. Le choix d'une méthode ou d'une autre revient généralement à choisir une forme paramétrique pour la fonction de disparité et ensuite à choisir ses paramètres pour qu'elle s'adapte "le mieux possible" aux données suivant ses différents degrés de liberté. Le terme "le mieux possible" se définit à partir de critères portant sur la précision par rapport aux données avec, éventuellement, des contraintes sur la régularité de l'estimation résultante. La forme paramétrique qui est ajustée aux mesures est appelée modèle de la fonction de disparité.

Les différentes méthodes de reconstruction de surface utilisées font l'objet d'une présentation détaillée et d'une discussion dans l'***annexe A***.

Parmi ces différentes méthodes développées, on peut considérer, en premier lieu, *les méthodes globales*. Ces méthodes se basent sur des modèles paramétriques dont le degré de liberté est nettement plus petit que le nombre de points de données ; compte tenu du nombre généralement important de ces points, ces méthodes sont dites sur-contraintes. En conséquence, elles ne peuvent estimer que les basses fréquences spatiales de la fonction de disparité réelle. C'est ainsi que l'on constate généralement un écart entre les disparités aux points de construction et leur estimation par une méthode globale ; écart d'autant plus grand que le champ de disparité réel comporte des composantes non négligeables dans les hautes fréquences spatiales qui ne sont pas accessibles à la fonction d'estimation, à cause du faible degré de liberté des méthodes globales. En d'autres termes, lors de l'utilisation d'une méthode globale, un couple de points homologues n'intervient pas localement mais participe, en moyenne, à l'estimation de la fonction de disparité.

Une méthode utilisée de manière classique pour l'alignement géométrique est basée sur l'interpolation polynomiale à partir de polynômes de faibles degrés. Ainsi, une interpolation avec des polynômes de degré deux consiste à calculer leurs six paramètres selon la méthode des moindres carrés, à partir des disparités mesurées en un nombre de points de données généralement bien supérieur à six.

En second lieu, *les méthodes locales* offrent la possibilité de faire intervenir localement chaque disparité mesurée sur les couples de points homologues de construction : elles disposent, en effet, d'un degré de liberté ayant un ordre de grandeur équivalent aux nombres de couples de points homologues servant à leur construction. Contrairement aux méthodes globales, ces méthodes permettent une estimation plus fine de la fonction de disparité réelle avec, en contrepartie, une grande sensibilité locale à la qualité de l'appariement pour chacun des couples de points homologues de construction.

Les modèles de fonction de disparité correspondant aux méthodes locales peuvent être définis d'un seul tenant. C'est le cas des procédés de krigeage (Matheron 1965 ; 1971) ou de la méthode des plaques minces (Le Méhauté, 1989 ; Wahba, 1990) exposés en ***annexe A***.

De manière synthétique, cette dernière méthode permet d'estimer la fonction de disparité par deux surfaces paramétriques de type $C^1(I, R^2)$ avec une erreur proportionnelle au carré de la densité des points de données. Le degré de liberté de chacune de ces deux surfaces est légèrement supérieur au nombre total de couples de points homologues de construction. Ces

degrés de liberté supplémentaires permettent de disposer d'un paramètre, le facteur de régularité, réglant la "dureté" de l'interpolation vis-à-vis des données. La méthode de reconstruction de surface possède donc la possibilité d'un lissage des mesures de disparités ; lissage d'autant plus important que ce facteur est grand. A l'inverse, pour une valeur nulle de ce facteur, les deux surfaces interpolent exactement les données de disparités des couples de points homologues de construction. Dans un contexte de bruit de mesure des disparités gaussien indépendant, il est possible de déterminer le facteur de régularité optimal par un procédé de validation croisée. Enfin, cette méthode possède la caractéristique intéressante d'être stable loin des points de construction.

Cependant, lorsque le modèle de la fonction de disparité est défini d'un seul tenant, l'ensemble des couples de construction participe à l'estimation de la fonction de disparité puis à son évaluation sur des points particuliers. Ces types de méthodes sont donc généralement limitées par la complexité pour des nombres de couples trop importants. Ainsi, les méthodes de krigeage ou des plaques minces sont limitées en pratique à des nombres de couples de construction inférieurs à 1000. Lorsque le nombre de couples de points homologues dépasse largement cette limite, notamment dans le cas d'alignement géométrique sur des images de grandes tailles, il devient nécessaire d'avoir recours à des méthodes locales dont les paramètres sont définis localement et non plus d'un seul tenant.

C'est ainsi que Djamdji (1993) proposent une utilisation locale de la méthode de krigeage en interpolant un point à partir de la donnée du sous-ensemble de couples de points homologues se trouvant dans un voisinage de ce point. Typiquement, l'extension de ce voisinage est telle que, en moyenne, l'évaluation de la disparité en un point par le procédé de krigeage s'appuie sur une dizaine de mesures de disparité. Selon les conclusions de son étude, l'utilisation du procédé de krigeage locale pour l'interpolation des disparités donne de bons résultats, à condition d'une part de détenir un modèle paramétrique de variogramme adapté aux données de disparité et d'autre part de savoir optimiser ces paramètres de façon à ce que le variogramme théorique s'adapte au mieux au variogramme expérimental mesuré à partir des données éparses des disparités au niveau des points homologues.

C'est cette difficulté liée à l'obtention d'un variogramme théorique nécessitant implicitement des connaissances *a priori* et des hypothèses fortes sur les disparités à reconstruire, qui nous a amené à nous intéresser à d'autres méthodes locales dont les modèles sont définis par morceaux.

Dans le cas général où les points de construction de l'image de référence sont répartis de manière quelconque, la partition de l'image de référence en morceaux peut être faite à partir

d'une triangulation de Delaunay (Teillaud, 1993 ; Aurenhammer, 1991 ; Anglade, 1987 ; Watson, 1981). Le modèle de la fonction de disparité est alors défini sur chacun de ces morceaux avec des conditions particulières de continuité de raccordement.

Ainsi, pour une simple continuité des valeurs des disparités, une méthode simple consiste à définir, pour chaque triangle, les deux polynômes de degré un permettant d'interpoler exactement les disparités en ligne et en colonne en chaque sommet du triangle. Cette méthode, extrêmement simple et rapide présente l'inconvénient de ne pas assurer la dérivabilité de la fonction de disparité estimée. Ces discontinuités de pentes au niveau des jonctions de la triangulation, sans relation avec la réalité du champ de disparité réel, peuvent induire des artefacts, notamment lors du rééchantillonnage de l'image de travail dans la géométrie de l'image de référence. En outre, cette méthode ne permet qu'une interpolation avec une erreur (au sens de la norme N_2) décroissant linéairement avec la densité des points de donnée.

Ce sont les raisons pour lesquelles nous nous sommes intéressés à une autre méthode de reconstruction de surface, toujours basée sur la triangulation de Delaunay mais plus précise que la précédente : la méthode de Hsieh-Clough-Tocher (Le Méhauté, 1989 ; Ciarlet et Lions, 1991). Ces auteurs montrent que cette méthode de reconstruction est d'ordre deux car elle commet une erreur d'interpolation qui décroît avec le carré de la densité des points de donnée.

La reconstruction d'une surface selon cette méthode consiste à définir, pour chaque triangle de la triangulation de Delaunay, trois polynômes de degré trois. Les conditions de raccordement à l'intérieur de chaque triangle ainsi qu'aux jonctions entre eux sont telles que la surface reconstruite est de type $C^1(I, R^2)$. Contrairement aux méthodes exposées précédemment, cette méthode n'utilise pas seulement la connaissance des valeurs à interpoler sur les sommets de chaque triangle. En effet, sont aussi indispensables la connaissance des valeurs des dérivées dans les deux directions pour chaque sommet ainsi que la connaissance des dérivées le long des bissectrices des arrêtes de la triangulation. Ces valeurs de dérivées n'étant pas, dans notre cas, directement accessibles, nous avons utilisé de manière locale la méthode des plaques minces. A chaque sommet, on évalue une plaque mince supportée par la donnée des disparités en ligne ou en colonne en ce sommet ainsi qu'en certains sommets appartenant à son voisinage dans la triangulation de Delaunay. Typiquement, le nombre de sommets participant à l'estimation de chaque plaque mince locale est, en moyenne, de trente. Ces différentes surfaces locales étant dérivables, elles sont alors utilisées pour l'estimation des valeurs de dérivées nécessaires à la méthode de Hsieh-Clough-Tocher.

Cette méthode présente d'excellentes caractéristiques d'interpolation, très similaires à la méthode des plaques minces avec, en plus, la capacité de gérer un grand nombre de couples de points homologues de construction.

Cependant, comme toute méthode basée sur des fonctions interpolatrices définies sur des triangles issus d'une triangulation de Delaunay, se pose le problème de l'évaluation de la fonction de disparité estimée hors de l'enveloppe convexe des points de construction de l'image de référence. Ce type de méthode ne permet donc pas, par défaut, l'extrapolation nécessaire pour évaluer la disparité en tout point de l'image de référence. Le moyen que nous avons choisi pour résoudre cette incapacité consiste à estimer une première fonction de disparité par une méthode polynomiale de faible degré, généralement de degré un. Cette première fonction de disparité est utilisée uniquement pour ajouter des points de construction en dehors de l'enveloppe convexe avec des disparités extrapolées par l'application de l'interpolation polynomiale. Cet ajout permet d'étendre "artificiellement" l'enveloppe convexe des points de construction. L'évaluation de la fonction de disparité par la méthode de Hsieh-Clough-Tocher est alors possible sur l'ensemble de l'image de référence. Ce principe est exposé plus en détail au paragraphe 4.5 de l'***annexe A***.

Dans la pratique, le choix de la méthode de reconstruction de surface dépend du niveau d'itération du processus : en effet, il doit permettre une gradation des capacités des estimations à reproduire de plus en plus fidèlement la fonction de disparité réelle à mesure que la résolution des images devient de plus en plus fine.

Cette gradation peut être obtenue en utilisant tout d'abord des méthodes polynomiales de faible degré (un ou deux) dans les premières itérations puis des méthodes locales avec un nombre croissant de couples de points homologues de construction.

3.6 Les possibilités de contrôle sur l'estimation de la fonction de disparité

A ce stade, il est possible de procéder à deux sortes de contrôle sur l'estimation, à une résolution donnée, de la fonction de disparité.

La première possibilité consiste à comparer les disparités mesurées sur les couples de points homologues de construction et les disparités estimées au niveau des points correspondant dans l'image de référence. Cette comparaison donne des indications sur la précision et sur la qualité de la méthode d'interpolation choisie vis-à-vis des données E_C. Ce contrôle est particulièrement intéressant lors de l'utilisation d'une méthode globale pour la création de la fonction de disparité : il permet d'évaluer l'écart de l'estimation par rapport aux données dû à l'éventuelle inadéquation entre le degré de liberté de la méthode d'estimation et la variabilité

spatiale des disparités mesurées. Il est aussi utile lors de l'application d'une méthode locale disposant de possibilités de lissage : il permet une vérification des effets du lissage.

La deuxième possibilité correspond à la comparaison entre les disparités mesurées sur les couples de points homologues de test et les disparités estimées correspondantes. Cette comparaison permet une évaluation de la qualité de l'estimation en des endroits différents des points qui ont effectivement participé à l'interpolation. Que la méthode choisie soit globale ou locale, ce contrôle permet ainsi de vérifier si le modèle de la fonction de disparité et la répartition des points de construction sont adaptés à la variabilité spatiale au champ de disparité réel.

Ces différentes comparaisons entre disparités mesurées ou interpolées à partir de couples de points homologues de construction et de test sont effectuées en évaluant le biais et l'écart type de la différence. Ces valeurs de biais et d'écart type sont alors à comparer avec des valeurs typiques d'erreurs d'appariement. On procède de plus à l'évaluation de la corrélation linéaire entre les disparités à comparer pour des raisons explicitées dans le paragraphe 4.

Il est enfin important de noter que ces deux contrôles servent à évaluer la qualité de l'interpolation pour l'estimation de la fonction de disparité. Puisque les erreurs d'appariement ne sont pas prises en compte dans ces contrôles, ces derniers ne permettent pas réellement l'évaluation de l'erreur globale de l'alignement géométrique correspondant à la différence entre la fonction de disparité réelle et son estimation.

3.7 Schéma récapitulatif

L'ensemble du procédé de recalage automatique présenté est résumé à la figure 5-7. Sur cette figure, sont représentés les paramètres principaux de l'algorithme ainsi que les moyens de contrôle des différentes étapes du processus.

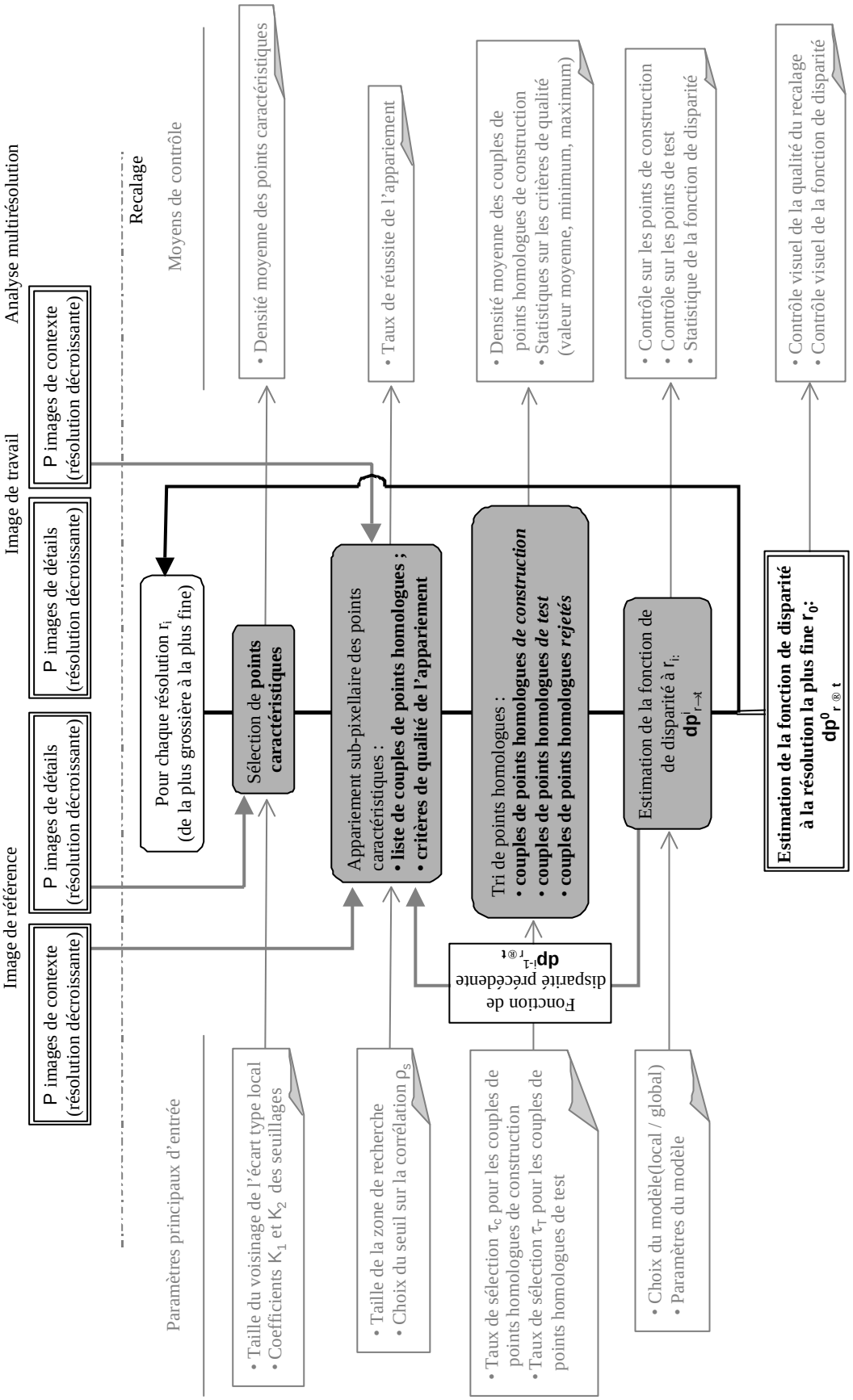


Figure 5-7. Schéma récapitulatif de la méthode de recalage automatique proposée (schéma d'analyse multirésolution identique à la figure 5-2).

4 Proposition d'un protocole général de validation

4.1 Le principe

Pour évaluer l'apport de la méthode présentée précédemment, nous avons développé un protocole de validation général pour une méthode d'alignement géométrique quelconque. Ce protocole de validation permet d'évaluer, dans le cas général, la précision, la robustesse et la qualité intrinsèque de cette méthode.

Ce protocole de validation général fait l'objet d'une description détaillée dans une communication présentée en ***annexe D*** (Blanc et Wald, 1998). Pour résumer, il consiste à injecter un champ de disparité $\mathbf{dp}$ parfaitement connu en tout point entre deux images M_1 et M_2 à l'origine superposables. On obtient alors, par rééchantillonnage, deux nouvelles images, $M^{*,1}$ et $M^{*,2}$, qui présentent une erreur de superposabilité avec M_1 et M_2 correspondant exactement au champ $\mathbf{dp}$. La méthode d'alignement géométrique que l'on désire tester est alors appliquée avec comme image de référence $M^{*,2}$ et comme image de travail M_1.

Le résultat de cet alignement géométrique est, en premier lieu, une estimation $\widetilde{\mathbf{dp}}$ de la fonction de disparité réelle $\mathbf{dp}$. En deuxième lieu, cette estimation $\widetilde{\mathbf{dp}}$ est utilisée pour le rééchantillonnage de l'image M_1 en une nouvelle image $M^{r,1}$, le plus superposable possible à celui à $M^{*,2}$.

Le choix d'utiliser deux images superposables *a priori* différentes pour M_1 et M_2 permet de tester la robustesse de la méthode vis-à-vis d'éventuels changements entre ces deux images. Par exemple, l'image M_2 peut être simplement la somme de M_1 avec une simulation d'un bruit de mesure ou encore l'observation, au même instant, du même paysage suivant des bandes spectrales différentes.

Par conséquent, on dispose de deux moyens de contrôle de la qualité de l'alignement géométrique. Tout d'abord, ce protocole de validation permet l'évaluation, *en tout point*, de l'écart entre la fonction de disparité estimée $\widetilde{\mathbf{dp}}$ et le champ réel $\mathbf{dp}$; caractériser cet écart revient à caractériser l'erreur de superposabilité géométrique après correction. Pour cela, on évalue, de manière classique, le biais et l'écart type de l'erreur commise lors de l'estimation de la disparité respectivement en ligne et en colonne. Afin de tester la capacité de la méthode de recalage géométrique à corriger localement la fonction de disparité réelle, on utilise deux grandeurs statistiques supplémentaires :

- *la différence des variances respectivement des composantes en ligne et en colonne des fonctions de disparité* $\tilde{\mathbf{dp}}$ *et de* $\mathbf{dp}$. Cette statistique est un moyen de quantifier la différence de variabilité spatiale de l'estimation par rapport à la fonction de disparité réelle. Pour des niveaux faibles d'erreur quadratique moyenne, cette différence peut être interprétée comme un surplus (différence négative) ou un manque (différence positive) d'information de l'estimation par rapport à la fonction de disparité réelle. La valeur idéale est une différence nulle. Le pourcentage correspond à la part de cette différence rapportée à la variance des disparités réelles $\mathbf{dp}$;

- *le coefficient de corrélation respectivement entre les composantes en ligne et en colonne des fonctions de disparité* $\tilde{\mathbf{dp}}$ *et de* $\mathbf{dp}$. Cet indicateur, traduit le degré de similarité entre les disparités estimées et les réelles. La valeur idéale est 1.

Le deuxième moyen de contrôle de la qualité de l'alignement géométrique réside dans la comparaison des images $M^{r,1}$ et $M^{*,1}$. Ces deux images ayant été rééchantillonnées par le même noyau d'interpolation, les différences entre ces deux images sont *uniquement* dues aux erreurs de superposabilité. Quantifier ces différences permet d'évaluer l'impact des erreurs de superposabilité après correction. Il s'agit d'un moyen indirect d'évaluation de la qualité d'une méthode de recalage ; moyen plus adapté aux problèmes du recalage géométrique dans le cadre d'une application de détection de changement. En effet, à l'exception d'applications liées à un suivi d'un déplacement comme la dérive des glaces de mer (Anselme, 1997), l'évaluation du champ de disparité entre les deux images n'est pas un objectif en soi. Le champ de disparité n'est alors pas une information mais est assimilable à un bruit dont on cherche à supprimer ou atténuer l'impact sur les résultats de la détection.

Les moyens de comparaison quantitatifs des deux images sont basés sur des critères statistiques proposés par Wald *et al.* (1997) dans le cadre de l'évaluation de la qualité des méthodes de fusion pour l'augmentation de la résolution d'images. Par comparaison visuelle entre ces deux images, il est aussi possible d'évaluer qualitativement et localement les erreurs d'alignement géométrique. La visualisation en alternance de ces deux images sous la forme d'une animation permet, par effet de persistance rétinienne, d'appréhender des "déplacements" résiduels entre les deux images ; déplacements directement dus aux erreurs de l'alignement géométrique.

4.2 Synthèse des résultats de l'application du protocole de validation

Dans (Blanc et Wald, 1998), nous avons appliqué ce protocole de validation à notre méthode automatique : dans un premier cas de figure, favorable, où les deux images M_1 et M_2 sont identiques, au bruit de mesure simulé près, et dans un deuxième cas, défavorable, où les deux

images correspondent au même paysage mais suivant deux domaines de longueur d'onde différents. En l'occurrence, nous avons choisi les canaux XS1 et XS3 du capteur SPOT / HRV. Ce dernier cas est réellement défavorable dans un contexte d'appariement automatique car les deux images présentent d'importantes différences de structure avec même, localement, des inversions de contraste. Ces différences mènent à un coefficient de corrélation de 0,34 entre les deux canaux XS1 et XS3.

De plus, à titre de comparaison, le protocole de validation a été appliqué sur ces deux cas mais en utilisant une méthode standard de recalage géométrique. Celle-ci consiste, tout d'abord, à déterminer manuellement et visuellement des couples de points homologues entre les deux images. Le nombre de ces couples, généralement inférieur à une cinquantaine, est essentiellement limité, d'une part par la difficulté de trouver des points homologues dont la localisation peut être faite avec précision (coin de bâtiments, intersection de route, etc.) et d'autre part, par la patience de l'opérateur. Il est communément admis que la précision du pointé pour le relevé de points homologues, exprimée en erreur quadratique moyenne, est de l'ordre de 0,5 pixel (Djamdji, 1993). Basée sur ces couples de points homologues, est alors estimée la fonction de disparité à partir d'un modèle polynomial de faible degré. Eventuellement, on opère une phase d'optimisation qui consiste à retirer ou à ajouter des couples de points homologues. Cette optimisation vise à diminuer et à uniformiser l'écart entre l'estimation de la disparité par le modèle global et les disparités réellement mesurées au niveau des couples de points homologues.

Cette application comparée du protocole de validation, décrite en détail en ***annexe D***, a permis de dresser un certain nombre de conclusions.

Tout d'abord, en comparant les statistiques sur les erreurs de l'estimation de la fonction de disparité et la résultante de ces erreurs sur les images rééchantillonnées (résultante visuelle et quantitative), il ressort que les statistiques de biais et d'écart type ou encore d'erreur quadratique moyenne, quoique généralement utilisées seules, ne sont pas totalement suffisantes pour décrire la qualité d'une méthode d'alignement géométrique. En effet, ces statistiques d'ordre global sont peu sensibles à l'aspect local des corrections apportées par la méthode de correction testée : aspect local dont on a souligné l'importance dans le cadre de la détection de changement. Les statistiques de différences de variances ou de coefficient de corrélation sont nettement plus sensibles à cet aspect et correspondent donc à des informations importantes et complémentaires du biais et de l'écart type sur la qualité de l'alignement géométrique.

Enfin, dans les différents cas testés et comparés à la méthode standard, la méthode automatique présente systématiquement de meilleurs résultats. Plus précisément, en terme d'erreur quadratique moyenne (EQM) sur l'estimation de la fonction de disparité, la méthode présentée permet d'atteindre une EQM d'environ 0,16 pixel dans le cas favorable où les images à recaler sont identiques au bruit de mesure près. Dans le cas nettement moins favorable d'images provenant de capteurs ayant des bandes spectrales très différentes, l'EQM de la correction est d'environ 0,27 pixel. Dans les deux cas, cette précision est supérieure de 18 % à 54 % par rapport à celle obtenue par la méthode standard.

Comme nous l'avons souligné dans le paragraphe précédent, l'écart entre les deux méthodes de correction est plus sensible lorsque l'on considère les coefficients de corrélation et les différences de variances entre l'estimation et la fonction de disparité réelle ou encore l'impact des erreurs de recalage. Ainsi, dans le cas favorable, le coefficient de corrélation entre la fonction de disparité estimée et réelle est seulement de l'ordre de 0,5 pour la méthode standard et de 0,9 pour la méthode automatique.

De même, les défauts de superposabilité géométrique après correction standard induisent une différence de contenu radiométrique entre les deux images d'écart type 3,3 comptes numériques, soit plus du double de l'écart type des différences après la correction suivant la méthode automatique. Dans le cas défavorable, le gain par rapport à la méthode standard est plus faible, compte tenu des différences importantes entres les deux images à recaler, car le nombre et la précision des couples de points homologues de construction sont moins bons que dans le cas favorable. En effet, comme on peut s'y attendre, la diminution de près de 50 % de la densité moyenne des couples a un impact très net sur la qualité locale de superposabilité géométrique.

Il faut noter que la méthode proposée permet une densité moyenne des couples de points homologues sensiblement indépendante de la taille des images à corriger. Ce n'est pas le cas des méthodes manuelles ou semi-automatiques car le nombre de points homologues saisis manuellement ne peut suivre proportionnellement une augmentation de la taille des images à corriger ; ainsi, dans le cas de grandes images, ces méthodes peuvent donc être rapidement limitées par une densité de points homologues inadaptée pour corriger des champs de disparité géométrique présentant de l'énergie non négligeable dans les hautes fréquences spatiales.

4.3 Validation du tri des couples de points homologues

Le protocole de validation décrit dans le paragraphe précédent ne permet pas uniquement de valider le résultat final. Il peut être aussi utilisé pour évaluer différentes étapes constituant le processus d'alignement géométrique.

Ainsi, avec les mêmes données que précédemment, nous avons pu vérifier que le procédé de tri basé sur différents critères de qualité utilisé dans notre méthode de recalage géométrique permet effectivement de classer les couples de points homologues suivant leur qualité relative. Pour la dernière itération du processus de recalage, nous avons analysé les 2645 couples de points homologues *avant et après* le tri suivant les différents critères exposés au paragraphe 3.4. Le champ de disparité réel étant connu en tout point de l'image de référence, nous avons pu évaluer l'erreur d'appariement de chacun de ces couples. Cette erreur est exprimée en termes de biais et d'écart type de l'erreur de disparité respectivement en colonne (ε_x) et en ligne (ε_y). Les tableaux 5-1 et 5-2 représentent ces statistiques sur l'erreur d'appariement en fonction de l'indexation des couples de points homologues dans la liste respectivement avant et après la classification basée sur les différents critères de qualité.

		Intervalles d'index des couples de points homologues					
		1-2645	1-500	501-1000	1001-1380	1-1380	1381-2645
ε_x	biais	-0,02	-0,01	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02
	écart type	0,16	0,14	0,18	0,16	0,16	0,16
ε_y	biais	0,04	0,03	0,05	0,03	0,04	0,03
	écart type	0,19	0,16	0,22	0,20	0,19	0,19

Tableau 5-1. Erreur d'appariement des couples de points homologues ***avant*** *le tri suivant les critères de qualité.*

		Intervalles d'index des couples de points homologues					
		1-2645	1-500	501-1000	1001-1380	1-1380	1381-2645
ε_x	biais	-0,02	-0,02	0,00	-0,02	-0,01	-0,02
	écart type	0,16	0,12	0,13	0,16	0,13	0,19
ε_y	biais	0,04	0,03	0,03	0,04	0,03	0,04
	écart type	0,19	0,13	0,16	0,17	0,15	0,23

Tableau 5-2. Erreur d'appariement des couples de points homologues ***après*** *le tri suivant les critères de qualité.*

La comparaison de ces deux tableaux montre clairement que l'emploi du tri sur les couples de points homologues permet de classer, en moyenne, ces couples par ordre de qualité

décroissante en terme d'écart type d'erreur, le biais étant relativement inchangé. Ainsi, ayant choisi un taux de sélection de 50 % pour les couples de points homologues de construction, on note que l'écart type de l'erreur des 1380 couples sélectionnés pour l'estimation de la fonction de disparité est meilleur d'environ 35 % par rapport à celui des couples rejetés. Par l'étude des colonnes 4 à 6 du tableau 5-2, on remarque de plus une nette gradation de l'erreur d'appariement à mesure que l'on progresse dans la liste des couples de points homologues.

Un comportement similaire du tri a été noté pour d'autres réalisations du protocole de validation, avec d'autres jeux d'images. C'est la raison pour laquelle nous pouvons conclure que le tri des couples de points homologues permet de classer les couples de points suivant leur qualité relative, sans toutefois parvenir à estimer directement l'erreur d'appariement (en qualité absolue) associée à chacun de ces couples.

5 Conclusion

Dans la très grande majorité des applications de détection de changement, nécessitant la superposabilité géométrique des images, on emploie comme prétraitement une méthode standard, manuelle, proche de celle décrite au paragraphe 4.2. Typiquement, les précisions généralement annoncées dans la bibliographie, sont de l'ordre du demi pixel (précision sous la forme d'erreur quadratique moyenne).

Ces valeurs peuvent paraître très proches d'une superposabilité géométrique parfaite et, donc, peuvent être jugées, à tort, comme satisfaisantes (Townshend *et al.*, 1992). Mais, comme nous l'avons souligné au ***chapitre 4***, l'impact des erreurs de superposabilité devient d'autant plus sensible, voire critique que :

- le relief de la scène observée est important, introduisant ainsi des disparités géométriques généralement très complexes (spatialement hétérogènes), dont l'amplitude est amplifiée par la différence de géométrie d'acquisition entre les deux instants d'observation ;
- la luminance, résultant de la scène et mesurée par le capteur, est spatialement hétérogène ;
- les échelles spatiales des informations à extraire ou concernées par la détection de changement sont proches de la résolution des images.

Comme le soulignent Djamdji et Bijaoui (1995), dans de tels cas de figure, une méthode de recalage basée sur un faible nombre de points et des modèles de fonction de disparité polynomiaux de faibles degrés n'est généralement pas adaptée pour parvenir à une qualité suffisante de superposabilité géométrique. C'est cette constatation qui a motivé l'élaboration d'une approche multiéchelle qui permet, en exploitant graduellement l'information contenue

aux différentes échelles d'analyse, d'obtenir, à la résolution la plus fine, un grand nombre de couples de points homologues entre les deux images.

Nous avons apporté un certain nombre de modifications afin de rendre l'algorithme de recalage plus précis et plus fiable tout en conservant le schéma général de la démarche multiéchelle.

On peut distinguer, dans un algorithme de recalage, trois postes dont la précision et la fiabilité sont significatives de la qualité globale de l'algorithme. Les modifications apportées ont pour but d'améliorer chacun de ces postes :

- *l'appariement des points homologues*. L'ajout du procédé d'appariement par maximisation de la corrélation apporte une précision plus fine d'ordre sub-pixellaire, au lieu d'une précision uniquement pixellaire. De plus, l'ajout d'un tri des couples de points homologues permet une sélection des meilleurs appariements, améliorant ainsi la précision de l'appariement du sous-ensemble des couples sélectionnés. Ce tri joue de plus le rôle de d'analyse critique et de contrôle de l'appariement, non prévu dans l'algorithme original, mais important pour la fiabilité dans le cadre d'un déroulement automatique de l'algorithme ;

- *la densité et l'homogénéité moyennes de la répartition des points homologues*. La régionalisation du choix des points caractéristiques et du tri des points homologues permet une meilleure distribution des points homologues dans l'image de référence. La qualité de cette distribution conditionne la finesse des échelles de l'alignement géométrique ;

- *la précision de la reconstruction de la fonction de disparité.* Même si la méthode de krigeage présente de bons résultats, son application est délicate : son efficacité est en effet fortement conditionnée par le choix *a priori* d'un modèle de variogramme et par la qualité de l'ajustement de ses paramètres à partir des couples de points homologues. Face à cette difficulté d'application du krigeage, nous avons mis en œuvre d'autres méthodes d'interpolation locales d'utilisation plus systématique et robuste, et donc appréciables dans le cadre d'un déroulement automatique de l'algorithme.

En définitive, le principe de recalage que nous proposons est comparativement plus proche des méthodes de corrélation massive ou dense[1], utilisées pour la restitution du relief sur des couples d'images stéréoscopiques, que d'une méthode de recalage standard. En effet, la méthode présentée partage avec les méthodes de restitution du relief un processus

[1] Application d'un processus d'appariement pour tous les points de l'image de référence (Paparoditis, 1998).

d'appariement quasi identique appliqué sur un nombre de points hors de portée d'une saisie manuelle. Cependant, les méthodes de restitution de relief ont pour objectif d'apparier avec précision le plus grand nombre de points possible. Dans notre cas, nous ne sommes pas assujettis à cette contrainte : l'objectif n'est pas d'apparier la quasi-totalité des pixels mais d'obtenir une quantité et une répartition adaptées et suffisantes de couples de points homologues. Cette liberté supplémentaire quant au nombre de points homologues est exploitée pour procéder à :

- un choix *a priori* des points caractéristiques sur lesquels va être appliqué le processus d'appariement. L'objectif de ce choix est double puisqu'il consiste à favoriser la précision de l'appariement en ces points ainsi qu'à déterminer des points homologues proches des zones de forte hétérogénéité où l'impact des erreurs de superposabilité est le plus "sensible" ;
- un tri *a posteriori* à partir de critères de qualité sur les différents appariements.

Intégré dans le processus itératif à travers les échelles, l'appariement à une échelle donnée est donc guidé par l'estimation, à l'échelle précédente, du champ de disparité. On constate alors une certaine convergence de l'algorithme se caractérisant par une augmentation, à chaque itération, de la précision et du taux de réussite de l'appariement ainsi qu'une diminution de la taille des zones de recherche et donc des possibilités d'erreurs de confusion ainsi que du temps de calcul. Le nombre de points caractéristiques augmentant fortement à chaque itération, il en résulte que la fonction de disparité estimée permet une approximation de plus en plus précise — *appariements de plus en plus précis et fiables des points caractéristiques* — jusqu'à des échelles de plus en plus fines — *répartition de plus en plus dense et homogène des couples de points homologues* — du champ de disparité réel entre les deux images.

Cette description correspond à un comportement typique de l'algorithme de recalage présenté. Pour établir plus précisément ses capacités et de les comparer avec d'autres méthodes, nous avons mis en œuvre un protocole de validation basé sur des couples d'images de référence et de travail simulées dont le champ de disparité est parfaitement connu en tout point. Ce protocole a permis d'évaluer de manière quantitative le bénéfice de la méthode proposée par rapport à une méthode classique très largement utilisée. Il a aussi permis de révéler le manque de sensibilité de la mesure d'erreur quadratique moyenne pour qualifier la finesse et la précision locale de l'alignement géométrique ; manque de sensibilité pouvant être compensé par l'utilisation complémentaire de la mesure de coefficient de corrélation entre le champ de disparité et la fonction cherchant à l'estimer.

S'il est possible d'évaluer la qualité du recalage de manière très précise dans le cadre entièrement contrôlé du protocole de validation, l'évaluation dans le cas opérationnel demeure un problème délicat.

Il est possible de procéder à un certain nombre de contrôles ou d'indices, présentés sur la figure 5-7, qui permettent, *à défaut d'une réelle estimation de la qualité du recalage*, d'évaluer le degré de confiance sur le bon déroulement de l'algorithme au niveau des trois postes évoqués au début de la conclusion :

- *le taux de réussite de l'appariement* ainsi que le niveau global des différents critères de qualité, en particulier concernant le coefficient de corrélation maximum ;
- *la densité et l'homogénéité* des couples de points homologues ;
- *l'évaluation des erreurs* de la méthode de reconstruction de surface au niveau des couples de points homologues de construction (dans le cas de méthodes globales) et des couples d'homologues de test (dans le cas général).

Pour une mesure explicite des disparités résiduelles après l'application de la méthode de recalage, l'approche souvent employée correspond à la prise d'un certain nombre de points homologues manuellement (Djamdji, 1993). Cette approche est limitée pour deux raisons : tout d'abord, nous avons vu que l'appariement manuel est peu précis (de l'ordre de 0,5 pixel) et n'est donc pas apte à évaluer une précision d'appariement automatique dont l'ordre de grandeur est de 0,2 pixel. De plus, la sélection manuelle implique que le nombre de couples est relativement faible. Par analogie avec l'échantillonnage d'une fonction et par l'application de théorème de Parseval, cette mesure peut être vue comme le résultat l'intégration du champ de disparité résiduel sur uniquement une partie basse fréquence du spectre spatial d'autant plus petite que la densité des couples est faible : les erreurs de superposition géométrique à hautes fréquences de ce champ ne sont pas mesurées par cette approche.

Nous avons envisagé une autre approche qui semble prometteuse : elle correspond à appliquer deux fois l'algorithme de recalage sur deux images m_1 et m_2 en inversant le rôle des images de références et de travail. Il en résulte deux fonctions de disparité $\tilde{\mathbf{dp}}_{1\to2}$ et $\tilde{\mathbf{dp}}_{2\to1}$, respectivement de l'image m_1 vers l'image m_2 et réciproquement, dont on cherche à évaluer les écarts par rapport aux vrais champs de disparité $\mathbf{dp}_{1\to2}$ et $\mathbf{dp}_{2\to1}$. Ces deux champs mesurent en fait la même déformation géométrique entre les deux images en échangeant l'ensemble de départ et d'arrivée : ils sont donc liés par une relation de composition pour tout point $\mathbf{p}$ de l'image m_1 :

$$\mathbf{dp}_{1\to2}(\mathbf{p}) + \mathbf{dp}_{2\to1}\big(\mathbf{p} + \mathbf{dp}_{1\to2}(\mathbf{p})\big) = \mathbf{0} \qquad [5\text{-}16]$$

En pratique, pour chacun de ces points $\mathbf{p}$, il est possible d'évaluer l'écart $D(\mathbf{p})$ que font les fonctions de disparité $\tilde{\mathbf{dp}}_{1\to2}$ et $\tilde{\mathbf{dp}}_{2\to1}$ par rapport à la relation [5-16]. Cette évaluation correspond à l'application successive des deux fonctions de disparité permettant un aller-retour entre l'image m_1 et l'image m_2 ; $D(\mathbf{p})$ est l'écart entre le lieu de retour et le point de départ. En faisant l'hypothèse que l'erreur $e(\mathbf{p})$ commise est la même quelque soit le sens de l'application de l'algorithme, il est possible d'établir une relation au premier ordre entre l'écart, aisément mesurable, $D(\mathbf{p})$ à l'erreur $e(\mathbf{p})$ que l'on cherche à estimer :

$$D(\mathbf{p}) \approx (\mathbf{1} + e(\mathbf{p}))\nabla\mathbf{dp}_{2\to1}\left(\mathbf{p} + \mathbf{dp}_{1\to2}(\mathbf{p})\right) \qquad [5\text{-}17]$$

On remarque que cette relation fait intervenir la valeur gradient du champ de disparité réel de m_2 vers m_1 à l'endroit exact du point homologue de p : à l'exception du cas où le champ de disparité est homogène (champ de translation) pour lequel il y a équivalence exacte entre l'écart et l'erreur de recalage, la relation est modulée par une grandeur, variable spatialement, qui n'est pas connue. Le remplacement direct de ce gradient par l'utilisation des fonctions de disparité estimées ne donnant absolument pas le résultat escompté dès lors que le champ de disparité est spatialement variable, il pourrait être intéressant de procéder à des recherches complémentaires qui consisteraient à trouver une estimation par valeur inférieure (fonction minorante) de ce gradient inconnu de façon à établir une majoration de l'erreur de recalage.

Enfin, une dernière remarque sur le domaine d'utilisation de l'algorithme : il est important de noter que les conclusions et les ordres de grandeurs énoncés précédemment sont limités au cas de capteurs optiques. L'application à l'imagerie RADAR correspond à un problème nettement plus difficile à cause de la spécificité du bruit (le speckle) et de l'extrême complexité des disparités géométriques comme par exemple le phénomène de lay-over ou de saturation de la mesure de rétrodiffusion due à la présence de fortes pentes dans le relief (Polidori, 1997). Des essais ont cependant été menés sur un couple stéréoscopique d'images en amplitude provenant du capteur radar à synthèse d'ouverture ERS (30 m de résolution) sur une zone présentant un relief relativement marqué. La méthode de recalage a été appliquée sur les deux images préalablement ramenées en échantillonnage épipolaires par la prise en compte du modèle de prise de vue du capteur ERS. L'application directe, sans prétraitement spécifique au speckle, s'est révélée réellement infructueuse à la résolution la plus fine (30 m). Cependant aux échelles inférieures jusqu'à 120 mètres, les résultats sont nettement meilleurs avec des taux de réussite d'appariements jugés fiables très proches de ceux constatés dans le cas de l'imagerie optique, des images visuellement (observation par alternance) bien superposables et enfin des disparités en colonne présentant de très fortes similarités (bien que non encore quantifiées) avec la connaissance que nous avions du relief de la zone. Cette tentative d'application directe montre, de manière prévisible, le réel manque de robustesse de l'algorithme de recalage vis-à-vis du speckle. Cependant, les résultats sur les images dégradées à 120 mètres est le signe que

le principe est tout de même applicable, moyennant une forte perte de résolution. La solution réelle ne réside peut-être pas dans la perte de résolution mais plutôt dans la diminution du speckle induite par la diminution de la résolution. En d'autres termes, des prétraitements adéquats des images ROS diminuant le speckle en préservant au mieux la résolution des images (Nezry, 1992) permettraient sûrement de rendre applicable l'algorithme à des résolutions plus fines, proches de 30 mètres.

6 Quelques résultats pratiques

6.1 Cas d'une différence du pas d'échantillonnage entre les images à recaler

Dans le cadre d'applications multicapteurs, le problème d'une différence importante du pas d'échantillonnage entre les deux images à recaler peut se poser. Deux questions sont alors naturellement soulevées :

- quelle est la précision de la superposabilité géométrique entre ces deux images ?
- quelle est la marche à suivre pour effectuer au mieux cet alignement géométrique ?

Pour répondre à ces deux questions, nous nous plaçons dans le cas de méthodes pour lesquelles l'appariement entre l'image de référence et l'image de travail est basée sur le calcul local du coefficient de corrélation centré normé.

6.1.1 Une précision d'appariement limitée par le pas d'échantillonnage le plus grossier

Considérons m_1 et m_2 deux images, issues de l'échantillonnage des signaux continus θ_1 et θ_2 respectivement suivant les pas d'échantillonnage R_1 et R_2. Ces deux pas d'échantillonnage sont tels que R_1 est nettement inférieur à R_2 (par exemple, d'un rapport d'au moins 2,5) :

$$r = \frac{R_2}{R_1} \text{ où } r > 2,5 \qquad [5\text{-}18]$$

On note par M_1 et M_2 les transformées de Fourier de m_1 et m_2. Comme le montre la figure 5-8, les deux signaux étant échantillonnés, leurs transformées de Fourier sont le résultat d'une périodisation, respectivement de période $F_{e1} = 1/R_1$ et $F_{e2} = 1/R_2$, des transformées de Fourier avant échantillonnage Θ_1 et Θ_2 ; cette périodisation suivant la fréquence d'échantillonnage est aussi appelée repliement de spectre.
L'ensemble des relations et des illustrations est défini pour une dimension. L'extension à deux dimensions est effectuée par séparabilité ligne / colonne.

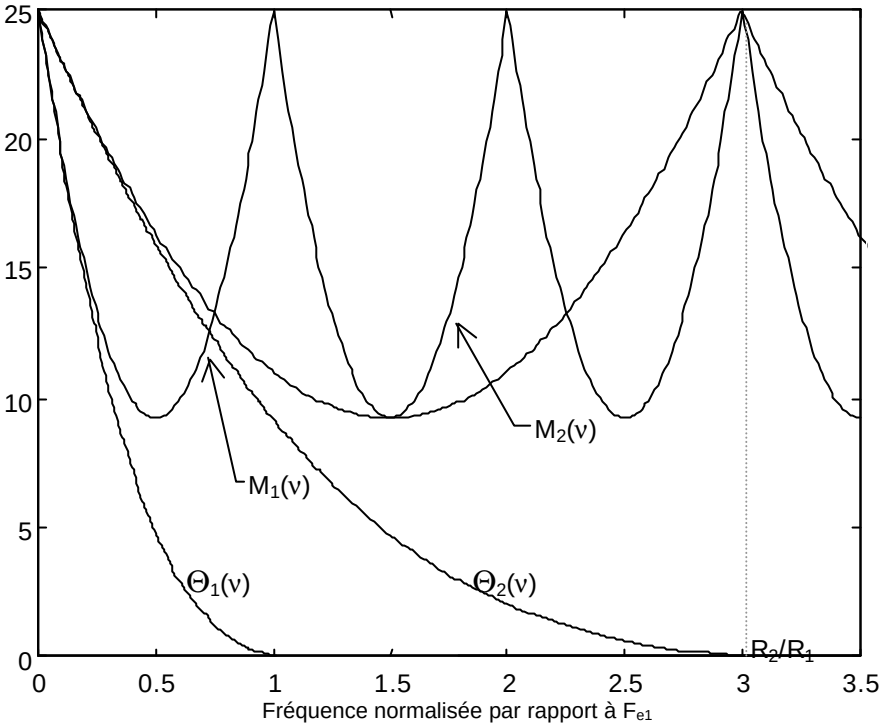


Figure 5-8. Représentation des transformées de Fourier Q_1 et Q_2 ainsi que de M_1 et M_2, les transformées de Fourier après échantillonnage ($r = 3$). L'axe fréquentiel est normalisé par rapport à la fréquence d'échantillonnage la plus faible (F_{e1}).

Comme nous le précisons dans l'***annexe*** *Erreur ! Nom de fichier incorrect.*, outre la normalisation locale de la moyenne et de l'écart type des deux images, le terme central du coefficient de corrélation utilisé dans le processus d'appariement réside dans l'estimation $\tilde{C}_{1,2}(\tau)$, à partir des signaux discrets, de la fonction de corrélation $C_{1,2}(\tau)$ entre les deux images θ_1 et θ_2 avant échantillonnage :

$$C_{1,2}(\tau) = \int \theta_1(x-\tau)\theta_2(x)^* dx = \int \Theta_1(\nu)\Theta_2(\nu)^* e^{2i\pi\nu\tau} d\nu \qquad [5\text{-}19]$$

Un moyen de procéder à cette estimation est d'évaluer la fonction de corrélation des signaux continus, reconstruits par interpolation des signaux discrets suivant le théorème de Shannon. Ce principe de reconstruction d'un signal continu à partir de sa version discrète, décrit en ***annexe B***, correspond, dans le domaine de Fourier, à l'application d'un filtre moyenneur symétrique parfait ayant comme fréquence de coupure la demi-fréquence d'échantillonnage $F_e/2$. Dans le pratique, un tel filtre n'étant pas réalisable, on notera par S la réponse fréquentiel du filtrage obtenu par une méthode d'interpolation quelconque, approchant plus ou moins le filtre parfait exprimé en fréquence normalisé :

$$S(\nu) \approx \mathbb{1}_{[-0,5,\ 0,5]}(\nu) \qquad [5\text{-}20]$$

Par conséquent, l'estimation $\tilde{C}_{1,2}(\tau)$ peut s'écrire :

$$\tilde{C}_{1;2}(\tau) = \int M_1(\nu) S\left(\frac{\nu}{F_{e1}}\right) M_2(\nu)^* S\left(\frac{\nu}{F_{e2}}\right)^* e^{2i\pi\nu\tau} d\nu \qquad [5\text{-}21]$$

Le filtre $S(\nu/F_{e1})$ utilisée pour l'interpolation du signal m_1 s'annule au delà de F_{c1}, fréquence légèrement supérieure à $F_{e1}/2$ car le filtre S n'est pas parfait. Puisque la fréquence F_{e1} est nettement inférieure à F_{e2}, l'information "haute résolution" sur la bande $[F_{c1}, F_{e2}/2]$ du signal m_2 n'intervient donc pas dans le calcul de l'estimation de la fonction de corrélation entre les deux signaux. La figure 5-9 montre la partie du spectre $M_2(\nu)$ du signal m_2 qui est effectivement utilisée, avec $M_1(\nu)$, pour évaluer la fonction de corrélation.

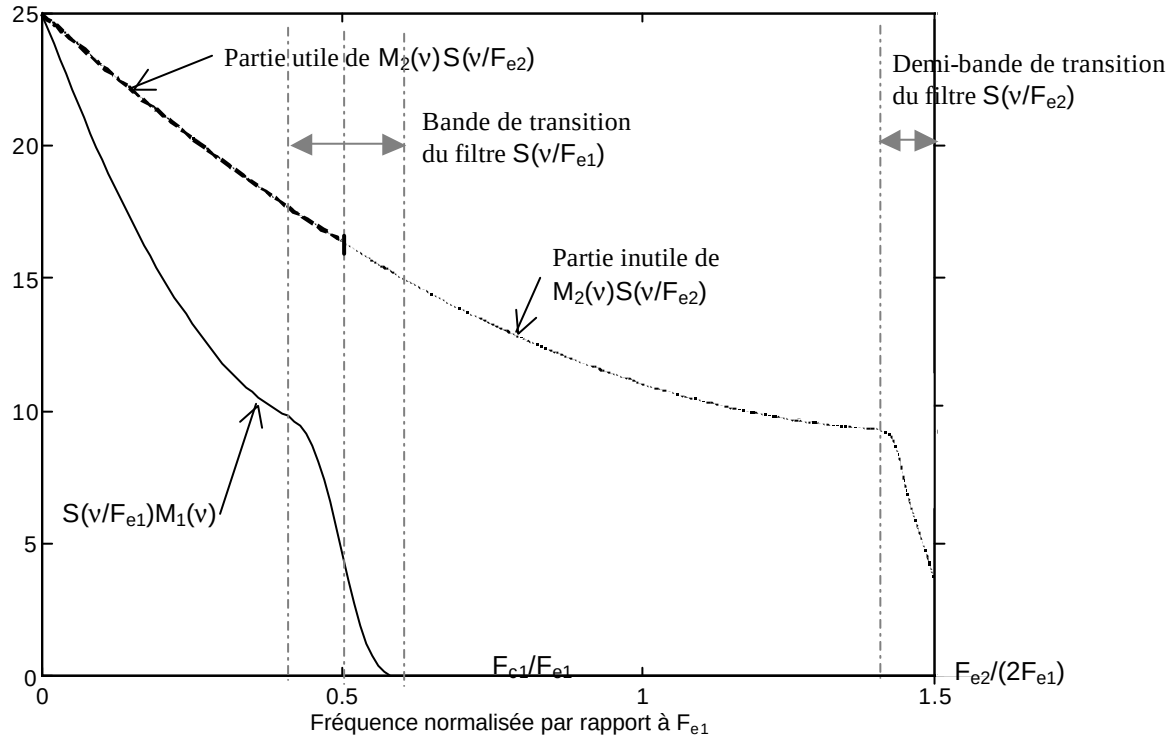


Figure 5-9. Représentation fréquentielle de $S(n/F_{e1})M_1(n)$ et de $S(n/F_{e2})M_2(n)$ (conditions d'échantillonnages identiques à celles utilisées pour la figure 5-8).

Par conséquent, la précision de l'appariement entre deux images ayant des pas d'échantillonnage à l'origine différents est donc de l'ordre de la précision que peut atteindre l'appariement sur deux images échantillonnées suivant le pas le plus grossier. Ainsi, lorsque l'on dit que l'erreur quadratique moyenne typique d'un processus d'appariement est de l'ordre de 0,2 pixel, ce pixel est de taille correspondant à la plus grande taille du pixel des deux images à rectifier.

6.1.2 Mise en commun des pas d'échantillonnage des deux images

Une conséquence directe de cette remarque concerne la marche à suivre lors de la mise en correspondance entre les deux images m_1 et m_2, notamment sur le choix et l'obtention d'un pas d'échantillonnage commun entre les deux images ; obtention qui nécessite des traitements spécifiques aux deux images.

6.1.2.1 Traitement de l'image la plus résolue m_2 : filtrage / sous-échantillonnage

La précision de l'appariement étant limitée par la plus grande taille de pixel entre les deux images, il semble inutile de conserver :

- l'information contenue dans m_2 et non partagée par m_1 (intervalle $[F_{e1}/2, F_{e2}/2]$) ;
- l'échantillonnage inutilement trop fin de m_2.

Il s'agit donc d'appliquer un filtrage passe-bas suivi d'un sous-échantillonnage sur l'image m_2. La bande passante du filtre correspond à la bande passante utile pour l'évaluation de la fonction de corrélation ; on choisira alors la fréquence de coupure F_c telle que :

$$F_c = F_{e1}/2 \qquad [5\text{-}22]$$

Il est possible de choisir une fréquence de coupure plus petite que $F_{e1}/2$ de façon à éliminer une partie du spectre à haute fréquence de M_1 lorsque celle-ci est jugée trop affectée par le repliement de spectre induit par une valeur de FTM trop importante à $F_e/2$.

Le choix du facteur de sous-échantillonnage consécutif au filtre passe-bas est plus délicat. En effet, le filtrage n'étant jamais parfait, il faut compter avec une certaine taille de bande de transition B_t, le plus généralement centrée autour de la fréquence de coupure F_c choisie :

$$B_t = [(1-a_t)F_c, (1+a_t)F_c] \qquad [5\text{-}23]$$

Pour éviter un nouveau repliement de spectre, il peut être judicieux de ne pas effectuer un sous-échantillonnage exactement égal à la fréquence de coupure, mais selon une nouvelle fréquence F_e telle que les conditions de Shannon soient bien respectées. Pour cela, compte tenu de la relation [5-23], il faut choisir le pas d'échantillonnage commun R tel que la demi-fréquence d'échantillonnage correspondante est *au-delà* de la bande d'atténuation du filtre passe-bas :

$$R \leq R_{max} = \frac{R_1}{1+a_t} \qquad [5\text{-}24]$$

Cette relation ne contraint le choix de la résolution commune que par la valeur supérieure R_{max} : tout échantillonnage plus fin que cette valeur convient donc. En d'autres termes, le choix de sous-échantillonner l'image m_2 n'est pas obligatoire mais permet seulement de

manipuler des images plus petites pour l'algorithme de recalage, sans modifier la qualité du résultat final.

Finalement, pour procéder au filtrage / sous-échantillonnage sur l'image m_2, on appliquera la relation suivante établie pour une dimension :

$$m'_2(k) = \frac{R_1}{R_2} \sum_{p \in \mathbb{Z}} s\left(\frac{Rk - R_2 p}{R_1}\right) m_2(p) \qquad [5\text{-}25]$$

Où :

- s est un noyau de convolution utilisé pour l'interpolation par convolution défini en ***annexe B***, comme, par exemple le noyau cubique $s_{cub}(x)$ ou encore le noyau $s^{N,\alpha,sha}(x)$ obtenu par apodisation ;
- $R \leq R_1 b_t$ où $b_t = (1+a_t)^{-1}$ est un terme de correction permettant de choisir un pas d'échantillonnage n'impliquant pas un repliement de spectre dû à un filtrage imparfait. Cette valeur dépend de la méthode utilisée pour le filtrage. Le tableau 5-3 présente des valeurs des demi-largeurs de bande de transition ainsi que la taille maximale du nouveau pas d'échantillonnage commun entre les deux images avant l'application de l'algorithme de recalage.

Choix du filtrage passe-bas	a_t	Taille maximale d'échantillonnage R
Cubique ($a = -0,5$)	0,64	$1,64R_1$
Shannon apodisé ($N = 10$, $\alpha = 0,54$)	0,14	$1,14R_1$

Tableau 5-3. Valeurs de la demi-largeur de bande de transition a_t et de la résolution minimale commune R pour deux méthodes de génération de filtre passe-bas : méthode cubique $s_{cub}(x)$ et méthode d'apodisation du noyau de Shannon $s^{N,a,sha}(x)$.

6.1.2.2 Traitement de l'image la moins résolue m_1 : sur-échantillonnage

L'image m_2 ayant été filtrée et éventuellement sous-échantillonnée pour obtenir une nouvelle image m'_2 suivant un pas d'échantillonnage R, il convient de sur-échantillonner l'image m_1 de façon à obtenir une nouvelle image m'_1 ayant le même pas d'échantillonnage que m'_2. Soit donc l'application de la relation :

$$m'_1(k) = \sum_{p \in \mathbb{Z}} s\left(\frac{Rk - R_1 p}{R_1}\right) m_1(p) \qquad [5\text{-}26]$$

6.1.3 Génération de la fonction de disparité suivant les échelles d'origine des deux images

Comme le montre la figure 5-10, les deux images à recaler ayant changé d'échelles pour une échelle commune R, la fonction de disparité évaluée par la méthode de recalage est liée à ces

changements d'échelle. Si l'on désire obtenir la fonction de disparité aux échelles d'origine, il faut procéder à la composition des différentes fonction de disparité :

- changement d'échelle de l'image de référence[2] :

$$\mathbf{p}'_r = \frac{R}{R_2}\mathbf{p}_r \qquad [5\text{-}27]$$

- évaluation de la disparité entre les deux images à l'échelle R :

$$\mathbf{p}'_t = \mathbf{p}'_r + \mathbf{dp}'_{r\to t}(\mathbf{p}'_r) \qquad [5\text{-}28]$$

- changement d'échelle de l'image de travail :

$$\mathbf{p}_t = \frac{R_1}{R}\mathbf{p}'_t \qquad [5\text{-}29]$$

En composant ces trois relations, on obtient alors la fonction de disparité entre m_2 et m_1 à leurs échelles respectives :

$$\mathbf{dp}_{r\to t} : I, R^2 \to I, R^2, \qquad \mathbf{p}_r \mapsto \frac{R_1\text{-}R_2}{R_2}\mathbf{p}_r - \frac{R_1}{R}\mathbf{dp}'_{r\to t}\left(\frac{R}{R_2}\mathbf{p}r\right) \qquad [5\text{-}30]$$

Cette fonction de disparité composée est utile lorsque l'on désire, en final, rééchantillonner l'image m_1 dans le référentiel et à l'échelle originale de l'image m_2. En effet, cette fonction disparité permet d'éviter un double rééchantillonnage : un premier pour réécrire m'_1 dans le référentiel de m'_2, puis un second correspondant à un sur-échantillonnage d'un facteur R_2/R. Chaque application d'un rééchantillonnage impliquant une dégradation de l'image, ce double échantillonnage peut être préjudiciable à la préservation de la qualité image de m_1.

[2] En toute rigueur, le changement d'échelle pouvant être différent suivant les deux axes, la relation [5-27] devrait s'exprimer sous forme matricielle : $\mathbf{p}'^{,r} = M\mathbf{p}_r$ où M est une matrice diagonale dont les deux termes sont les facteurs de zoom. Nous avons conservé une notation plus simple où les facteurs de zoom sont identiques en ligne et en colonne dans un souci de clarté.

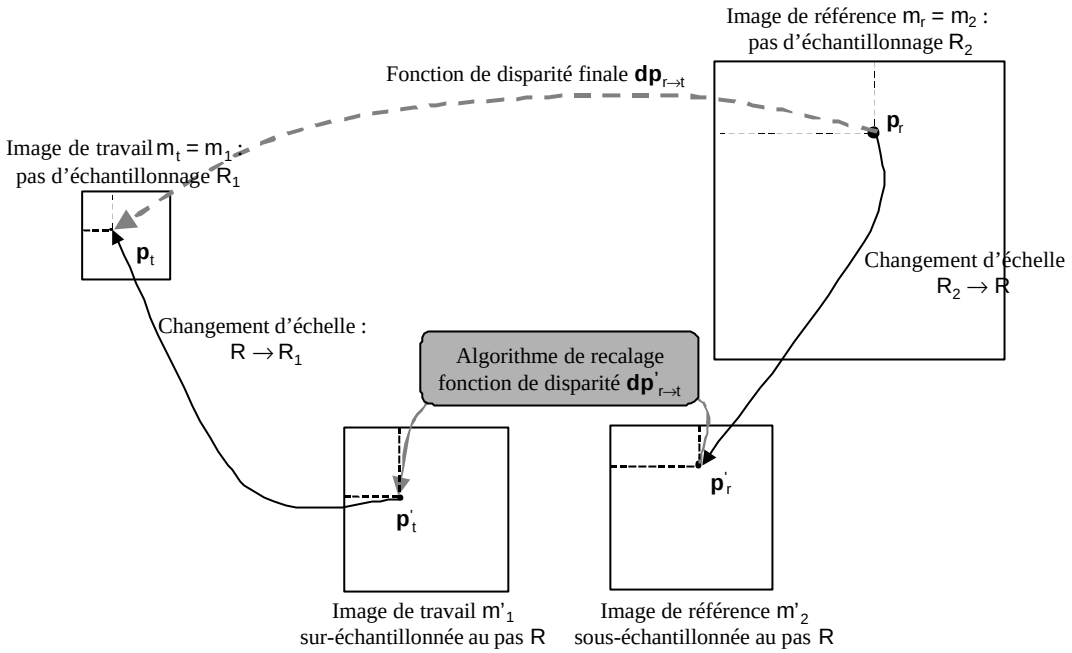


Figure 5-10. Schéma résumant les différentes étapes pour l'obtention de la fonction de disparité entre deux images ayant des pas d'échantillonnage différents.

6.2 Cas d'une différence importante des géométries des images à recaler

Comme nous l'avons évoqué dans le paragraphe 2.1 en début de chapitre, l'algorithme de recalage que nous avons présenté impose que le champ de disparité entre les deux images à recaler ne présente pas de fortes amplitudes. Ainsi, dans le cas contraire, il se révèle nécessaire de déterminer un premier recalage géométrique, permettant de déterminer une fonction de disparité initiale $\mathbf{dp}^i_{r\to t}$ entre les deux images et d'amener l'image de travail dans un référentiel intermédiaire suffisamment proche du référentiel de l'image de référence pour pouvoir entamer l'algorithme de recalage proprement dit.

Cette estimation initiale peut correspondre, par exemple, à la recherche de la meilleure combinaison d'une homothétie, d'une rotation et d'une translation pour rendre approximativement superposables les deux images. Dans ce cadre, Irani et Peleg (1991) proposent une méthode itérative s'appuyant sur les gradients de déplacement permettant de définir une fonction de disparité linéaire approchant, au premier ordre, le champ de disparité réel entre les deux images. Un autre moyen simple consiste aussi à établir cette fonction de disparité linéaire à partir de la saisie manuelle d'un faible nombre — au moins trois — de points homologues.

S'il existe un facteur de zoom important entre les deux images, la différence de résolution entre les deux images n'est plus négligeable et il s'agit alors de composer avec l'approche décrite dans le paragraphe précédent.

Ce premier rééchantillonnage de l'image de travail implique que la fonction de disparité évaluée par l'algorithme de recalage ne s'applique pas directement entre les deux images originales (*cf*. figure 5-11). Par conséquent, toujours pour éviter un double rééchantillonnage inutile de l'image de travail, il convient de déterminer la fonction de disparité $\mathbf{dp}_{r\to t}$ par composition de la fonction de disparité initiale $\mathbf{dp}^{i}_{r\to t}$ et la fonction de disparité $\mathbf{dp}'_{r\to t}$ évaluée par l'algorithme de recalage :

$$\mathbf{dp}_{r\to t} : I, R^2 \to I, R^2, \qquad \mathbf{p}_r \mapsto \mathbf{dp}^{i}_{r\to t}\left(\mathbf{dp}'_{r\to t}(\mathbf{p}_r)+\mathbf{p}_r\right) + \mathbf{dp}'_{r\to t}(\mathbf{p}_r) \quad [5\text{-}31]$$

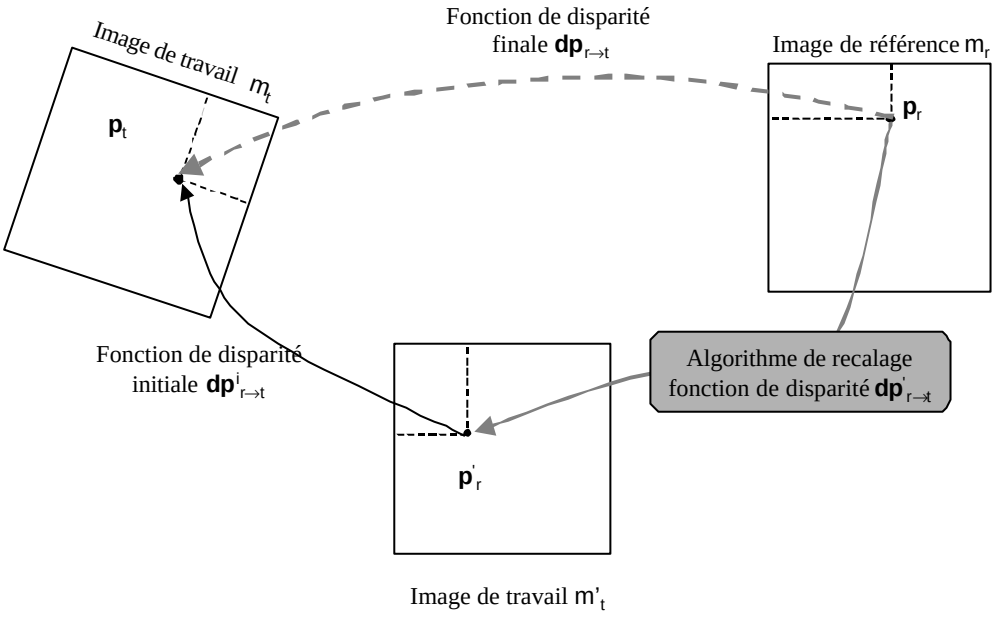


Figure 5-11. Schéma résumant les différentes étapes pour l'obtention de la fonction de disparité entre deux images présentant un champ de disparité de forte amplitude.

- Chapitre 6 -

CONCLUSION

Le but de cette thèse est d'apporter des éléments de réponse aux problèmes soulevés par la détection de changement à partir d'une série d'images multidates dans le domaine de la télédétection. En introduction, nous avons mis en évidence la grande diversité des techniques proposées ou exploitées mais aussi leur dépendance vis-à-vis des applications concernées. Cette constatation de dépendance nous a amenés à une réflexion plus globale sur la détection de changement. La finalité de cette réflexion concerne le choix et l'enchaînement des techniques de traitement d'images ou plus généralement d'information la plus adaptée à une application de détection de changement donnée. Elle intervient, enfin, dans le choix des moyens d'observation qui peuvent être utilisés dans une application de détection de changement donné.

Nous avons tout d'abord établi un certain nombre de définitions d'un changement. En effet, l'étude des changements possibles dans une série temporelle d'images et dans une scène nous a montré l'importance des notions d'échelles caractéristiques d'évolution spatiale, temporelle et d'observabilité suivant le type de mesure. Déterminer ces échelles caractéristiques permet de restreindre du domaine de recherche des changements du paysage. Elles sont aussi très utiles pour le choix des techniques à adopter pour une analyse appropriée à l'application désirée.

Nous avons ensuite porté notre étude sur les possibilités et les contraintes des moyens d'observation. En premier lieu, cette étude a permis de mettre en évidence les différentes sources de variabilité des observations indépendantes d'un changement réel du paysage. Notamment, parmi ces sources de variabilité exogène, nous avons pu mettre en évidence et comprendre l'impact des erreurs de superposabilité géométrique, même faibles, sur la détection de changement (lorsque celle-ci s'applique à des échelles proches de celle de la résolution des images). Cette étude a fait l'objet d'une communication (Blanc *et al.*, 1998). En second lieu, nous avons essayé de faire le lien entre les caractéristiques des moyens d'observation et les types de changements observables. Dans ce cadre, on a plus particulièrement étudié l'impact du pouvoir de résolution (pas d'échantillonnage *et* FTM) sur l'observabilité de changements de taille ou de position de l'ordre du pas d'échantillonnage. Enfin, nous avons montré la complexité de l'estimation de la capacité d'un capteur pour une application de détection donnée ; complexité notamment due à des possibilités de couplages des caractéristiques du capteur dans la définition de ses capacités (non-séparabilité de la détermination).

La caractérisation des changements d'un paysage et des possibilités des moyens d'observation pour une application donnée constitue la première étape de la méthodologie générale que nous proposons pour la détection de changement. Cette dernière peut se résumer de la manière suivante (les termes utilisés font souvent référence au vocabulaire de la fusion de données) :

- *l'alignement des données*. Cette étape regroupe l'ensemble des traitements sur les mesures, à chaque instant d'observation, cherchant à établir un référentiel commun, de façon à réduire la variabilité des conditions d'observation. Cette recherche d'un référentiel commun, qu'il soit d'ordre géométrique ou radiométrique, s'appuie sur des modélisations physiques des processus d'observations (modélisation de la fonction de localisation géométrique, etc.) ou sur la recherche d'invariants pour établir des modèles mathématiques de "projection" suivant ces référentiels. Le parallèle entre les méthodes d'alignement géométrique et radiométrique — habituellement séparées — nous a permis de noter que les techniques de modélisation des disparités géométriques (*cf.* ***chapitre 5*** et ***annexe A***) peuvent être utilisées pour l'alignement radiométrique. Ces techniques apportent aux méthodes classiques de correction radiométrique une possible prise en compte de la variable spatiale permettant une meilleure adaptation des échelles spatiales de la correction apportée.

- *l'extraction d'information pertinente vis-à-vis des changements à étudier*. Cette étape vise à extraire, à partir des observations, des attributs adaptés aux particularités des changements que l'on désire détecter. La possibilité d'extraction de ces attributs repose sur l'hypothèse que l'information disponible pour la description d'un état donné du paysage — provenant éventuellement de moyens d'observation différents — est redondante par rapport à l'évolution que l'on cherche à étudier. Cette redondance offre alors la possibilité d'éliminer les composantes des observations pour lesquelles la résultante des changements d'intérêt est minoritaire par rapport aux autres sources de variabilité.

- *la création des écarts (ou résidus) à un modèle d'évolution*. Cette étape consiste à éliminer la redondance temporelle de l'évolution des attributs. La création des écarts à un modèle d'évolution permet alors de mettre en évidence les changements d'intérêt, considérés comme des innovations pour le modèle. Là encore, dans le cadre de modélisation statistique de la redondance temporelle, nous avons noté la possibilité d'utilisation des techniques de modélisation de l'alignement géométrique.

- *la prise de décision et la synthèse des résultats*. Cette étape correspond à l'analyse des écarts au modèle de façon à décider de l'avènement ou non d'un changement. Dans

certains cas, la prise de décision est à adapter localement aux images : ainsi, en raison d'éventuelles erreurs résiduelles de superposabilité, le seuil de décision sur les écarts au modèle doit tenir compte d'une mesure de l'hétérogénéité locale de l'image (par exemple, l'amplitude du gradient).

La thèse a mis en évidence le rôle crucial de l'alignement géométrique. Bien que ce besoin d'alignement ne soit pas toujours explicite, il est commun à toutes les applications où la détection des changements joue un rôle. L'un des intérêts immédiats de rendre superposables deux images prises à des instants différents, est de pouvoir les comparer suivant un même référentiel géométrique. Nous avons ainsi élaboré une méthode de recalage automatique s'appuyant sur une analyse multirésolution. Basée sur un algorithme déjà existant (Djamdji, 1993), nous lui avons apporté des modifications en profondeur de façon à la rendre plus fiable et plus précise. Ces modifications concernent notamment l'amélioration de la sélection et de l'appariement des points de contrôle ainsi que l'utilisation de méthodes de reconstruction de surface locale pour une modélisation fine des déformations géométriques à corriger.

La méthode permet en pratique, même lorsque les deux images à recaler présentent d'importants changements, de déterminer un grand nombre de couples de points homologues précis sur des zones hétérogènes ; zones qui apparaissent comme les plus propices au procédé d'appariement utilisé ainsi que les plus sensibles, du point de vue de la détection de changement, à d'éventuels défauts de superposabilité. La fonction de disparité estimée par des méthodes locales d'interpolation permet alors une correction très précise, suivant des échelles d'autant plus fines que l'image de référence est localement hétérogène. C'est la raison pour laquelle cette méthode de recalage nous semble bien adaptée aux conditions et à la qualité requise des applications de détection de changement les plus sensibles aux problèmes de superposabilité géométrique des images.

De plus, un protocole innovant de validation à partir d'images simulées a été mis en place et a permis de démontrer la qualité de la méthode proposée et son apport comparé à des méthodes classiques.

Enfin, cette étude s'accompagne d'un certain nombre de conclusions pratiques portant sur les différents types d'erreur induite par le rééchantillonnage ou encore sur la qualité et la marche à suivre pour un recalage entre deux images ayant des résolutions spatiales différentes. Ces travaux ont fait l'objet d'une communication (Blanc et Wald, 1998) et ont été intégrés sous forme de logiciels en usage à Alcatel Space Industries.

BIBLIOGRAPHIE

Adams J.B., D.E. Sabol, V. Kapos, R.A. Filho, D.A. Roberts, M.O. Smith, A.R. Gillespie, 1995. Classification of multispectral images based on fractions of end-members: applications to land-cover change in the Brazilian Amazon, *Remote Sensing Environment*, **52**, 137-154.

Adeniyi P.O., 1980. Land-use change analysis using sequential aerial photography and computer techniques, *Photogrammetric Engineering & Remote Sensing*, **46**, 11, 1447-1464.

Alexander B.F., K.C. Ng, 1991. Elimination of systematic error in sub-pixel accuracy centroïd estimation, *Optical Engineering*, **30**, 9, 1320-1331.

Anglade A., 1987. *Méthode dynamique de recherche de points de contrôle pour le recalage de deux images*, Thèse de doctorat d'état en sciences de l'informatique, Université de Paris Sud, centre d'Orsay, Paris, France, 153 p.

Anonyme, 1986. *Guide des utilisateurs de données SPOT (4 volumes)*, CNES et SPOT IMAGE, Toulouse, France, SI/MR 86,0004 f.

Anonyme, 1997. *Terminologie de Télédétection et Photogrammétrie (Français-Anglais)*, Conseil International de la Langue Française, Presse Universitaire de France, Paris, France, ISBN 2-85319-270-9, 455 p.

Anselme B., 1997. *Contribution de l'imagerie satellitaire visible, proche infrarouge et infrarouge thermique à l'étude des mers arctiques eurasiatiques*, Thèse de doctorat en Géographie Physique, Université de Paris 4 – Sorbonne, Paris, France, 197 p.

Aurenhammer F., 1991. Voronoï diagrams - a survey of a fundamental geometric data structure, *ACM Computing Surveys*, **23**, 3, 345-405.

Baret F., A. Podaire, 1990. SAIL : un modèle de réflectance de couverts végétaux. Présentation et analyse de sensibilité, *In : Comptes-rendus du congrès : "Télédétection Spatiale : Aspects physiques et modélisation"*, Toulouse, France, août, 741-752.

Baret F., G. Guyot, 1990. Potentials and limits of vegetation indices for LAI and APAR assessments, *Remote Sensing Environment*, **34**, 13.

Basseville M., I.V. Nikiforov, 1993. *Detection of abrupt changes: theory and application*, Prentice-Hall Information and System Sciences Series, Upper Saddle River, New Jersey USA, ISBN 0-13-126780-9, XXV-528 p.

Benharrosh J.M., 1998. *Extraction de thèmes cartographiques dans les images satellitales ou aériennes : Application à la génération de Quick-Looks adaptatifs et à la compression des images*, Thèse de doctorat en sciences de l'ingénieur, Université de Nice - Sophia Antipolis, Nice, France, 177 p.

Bernstein R., 1976. Digital image processing of Earth Observation sensor data, *IBM*, **20**, 1, 40-56.

Bijaoui A., 1984. *Introduction au traitement numérique des images (seconde édition)*, Masson, Paris, France, ISBN 2-225-80225-4, 274 p.

Billat V., 1997. *Etude de l'influence de l'état de surface sur la qualité de la mesure de la couleur de l'océan à l'aide d'un simulateur de mission spatiale*, Thèse de doctorat en sciences de l'ingénieur, Université Paris 7, Paris, France, 174 p.

Blanc P., L. Wald, T. Ranchin, 1998. Importance and effect of co-registration quality in an example of "pixel to pixel" fusion process, *In: Proceedings of the conference "Fusion of Earth data: merging point measurements, raster maps and remotely sensed images"*, Sophia Antipolis, France, 28-30 January, 67-73.

Blanc P., L. Wald, 1998. Validation protocol applied to an automatic co-registration method based on multiresolution analysis and local deformation models, *In: Proceedings of the ISPRS Commission II Symposium "Data Integration: Systems and Techniques"*, Cambridge, England, 13-17 July, **XXXII**, 2, 11-19.

Blanc P., T. Blu, T. Ranchin, L. Wald, R. Aloisi, 1998. Using iterated filter banks within the ARSIS concept for producing 10 m Landsat multispectral images, *International Journal of Remote Sensing*, **19**, 13, 2331-2343.

Bouthémy P., 1988. Modèles et méthodes pour l'analyse du mouvement d'images, *Technique et Science Informatiques*, **7**, 6, 527-545.

Bruneau J.M., M. Barlaud, P. Mathieu, 1994. Image restoration using biorthogonal wavelet transform, *Optical Engineering*, **3**, 7, 2378-2384.

Burns G.S., A.T. Joyce, 1981. Evaluation of land cover change detection techniques using Landsat MSS data, *In: Proceedings of the 7th Pecora Symposium*, Sioux Falls, South Dakota USA, 252-260.

Castagnas L., 1995. *De la synergie des images satellitaires SPOT / ERS au travers de deux exemples de fusion*, Thèse de doctorat en sciences de l'ingénieur, Université de Nice - Sophia Antipolis, Nice, France, 139 p.

Charbit M., 1990. *Eléments de théorie du signal : les signaux aléatoires*, Ellipses / Collection pédagogique de Télécommunications, Paris, France, ISBN 2-7298-9075-0, 223 p.

Ciarlet J.P., J.L. Lions, 1991. *Handbook of numerical analysis, Volume II : finite element methods (Part 1)*, Elsevier Science Publishers, Amsterdam, The Netherlands, ISBN 0-444-703659, 928 p.

Collins J.B., C.E. Woodcock, 1994. Change detection using Gramm-Schmidt transformation applied to mapping forest mortality, *Remote Sensing Environment*, **50**, 267-279.

Collins J.B., C.E. Woodcock, 1996. An assessment of several linear change detection techniques for mapping forest mortality using multitemporal Landsat TM data, *Remote Sensing Environment*, **56**, 66-77.

Colvocoresses A.P., 1979, Effective Resolution Element (E.R.E.) of remote sensors, *Memorandum for the Record, U.S. Department of Interior, Geologic Survey*, Reston, Virginia USA, February 8.

Colwell R.N., 1983. Volume I: Theory, instruments and techniques, *Manual of remote sensing*, American of Photogrammetry, 1232 p.

Coppin P.R., M.E. Bauer, 1996. Digital change detection in forest ecosystems with remote sensing imagery, *Remote Sensing Reviews*, **13**, 207-234.

Daubechies I., 1988. Orthogonal bases of compactly supported wavelets, *Comm. Pure Appl. Math.*, **41**, 909-996.

Delmas J.P., 1991. *Eléments de théorie du signal : les signaux déterministes*, Ellipses / Collection pédagogique de Télécommunications, Paris, France, ISBN 2-7298-9142-0, 318 p.

Djamdji J.P., A. Bijaoui, R. Manière, 1993. Geometrical registration of images: the multiresolution approach, *Photogrammetric Engineering & Remote Sensing*, **59**, 5, 645-653.

Djamdji J.P., 1993. *Analyse en ondelettes et mise en correspondance en télédétection*, Thèse de doctorat en sciences de l'ingénieur, Université de Nice - Sophia Antipolis, Nice, France, 265 p.

Djamdji J.P., A. Bijaoui, 1995. Earth science and remote sensing disparity analysis and image registration of stereoscopic images using the wavelet transform, *In: Proceedings of SPIE conference "Image and Signal Processing for Remote Sensing II"*, Paris, France, 25-27 September, **2579**, 11-21.

Duchon J., 1976. Interpolation des fonctions de deux variables suivant le principe de la réflexion des plaques minces, *RAIRO Analyse numérique*, **10**.

Ehrlich D., E.F. Lambin, J.P. Malingreau, 1997. Biomass burning and broad-scale land-cover changes in western Africa, *Remote Sensing Environment*, **61**, 201-209.

Fischer, A., 1993. Temporal behaviour of the NDVI on agricultural zones at regional scale, *In : Comptes-rendus de la deuxième réunion sur les changements d'échelles dans les modèles de l'environnement et de la télédétection, Groupement Scientifique de Télédétection Spatiale*, Strasbourg, France, 17-19 mai, 51-58.

Forshaw M.R.B., A. Haskell, P.F. Miller, D.J. Stanley, J.R.G. Townshend, 1993. Spatial resolution of remotely sensed imagery, *International Journal of Remote Sensing*, **4**, 3, 497-520.

Fung T., E. Le Drew, 1987. Application of principal components analysis to change detection, *Photogrammetric Engineering & Remote Sensing*, **53**, 12, 1649-1658.

Girard C.M., 1995. Changement d'échelle et occupation du sol en télédétection, *Bulletin de la Société Française de Photogrammétrie et de Télédétection*, **140**, 10-11.

Gong P., E.F. Ledrew, J.R. Miller, 1992. Registration-noise reduction in difference images for change detection, *International Journal of Remote Sensing*, **13**, 4, 773-779.

Grégoire C.H., N. Dondainas, M. Raffy, 1993. Construction de modèles multispectraux pour milieux hétérogènes à partir de modèles validés sur milieux homogènes, *In : Comptes-rendus de la deuxième réunion sur les changements d'échelles dans les modèles de l'environnement et de la télédétection, Groupement Scientifique de Télédétection Spatiale*, Strasbourg, France, 17-19 mai, 5-11.

Guyot G., 1992. *Signatures spectrales des surfaces naturelles*, INRA Editions, Versailles, France, ISBN 2-7380-0429-6, 178 p.

Häme T, 1991. Automated forest ecosystem monitoring. *In: Proceedings of the 11th EARSeL Symposium "From sea level to Alpine peaks, from Iceland to the Urals"*, Graz, Austria, 3-5 July, 256-268.

Hanaizumi H., S. Fujimura, 1992. Change detection from remotely sensed multi-temporal images using multiple regression, *In: Proceedings of the IGARSS'92 Symposium "International Space Year: Space Remote Sensing"*, Houston, Texas USA, 26-29 May, **I**, 564-566, IEEE Catalog Number 92CH3041-1.

Hanaizumi H., H. Okumura, S. Fujimura, 1991. Change detection from remotely sensed multi-temporal images using spatial segmentation, *In: Proceedings of the IGARSS'91 Symposium "Remote Sensing: Global Monitoring for Earth Management"*, Espoo, Finland, 3-6 June, **II**, 1079-1082, IEEE Catalog Number 91CH2971-0.

Hardy C.C., R.E. Burgan, 1999. Evaluation of NDVI for monitoring live moisture in three vegetation types of the western U.S., *Photogrammetric Engineering & Remote Sensing*, **65**, 5, 603-610.

Holdsheider M., R. Kronland-Martinet, J. Morlet, P. Tchamitchian, 1989. *Chapter A: real time algorithm for signal analysis with the help of the wavelet transform, Wavelets: Time-frequency methods and phase-space*, Springer-Verlag, Berlin, Germany.

Igbokwe J.I., 1999. Geometrical processing of multi-sensoral multi-temporal satellite images for change detection studies, *International Journal of Remote Sensing*, **20**, 6, 1141-1148.

Irani M., S. Peleg, 1991. Improving resolution by image registration, *In: Proceedings of CVGIP: Graphical Models and Image Processing*, May, **53**, 3, 231-239.

Jeansoulin R., 1982. *Les images multi-sources en télédétection*, Thèse de doctorat d'état en sciences de l'informatique et du traitement d'images, Université Paul Sabatier, Toulouse, France, 145 p.

Journel A.G., 1977, *Géostatistique minière, tome I*, Centre de géostatistique de l'Ecole des Mines de Paris, Ecole des Mines de Paris, Paris, France, 388 p.

Kauth R.J., G.S. Thomas, 1976. The Tassel Cap - a graphic description of the spectral-temporal development of agricultural crop as seen by Landsat, *In: Proceedings of the Symposium in Machine Processing of Remotely Sensed Data*, West Lafayette, Indiana USA, **IN**, 4b41-4b51.

Keys R.G., 1981. Cubic convolution interpolation for digital image processing, *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, **AASP-29**, 6, 1153-1160.

Lambin E.F, A.H. Strahler, 1994. Change-vector analysis in multitemporal space: a tool to detect and categorize land-cover change processes using high temporal-resolution satellite data, *Remote Sensing Environment*, **48**, 231-244.

Le Méhauté A., 1986, *Spline technique for differentiation in IR^n*, CAT Report, Center for approximation theory, Department of Mathematics of Texas A&M University, Texas USA, 114, 19 p.

Le Méhauté A., 1989, *A finite element approach to surface reconstruction*, Publication ANO 211, Université des sciences et techniques de Lille Flandres-Artois, Lille, France, 39 p.

Le Moigne J., 1994. Parallel registration of multi-sensor remotely sensed imagery using wavelet coefficients, *In: Proceedings of the SPIE "Wavelet Applications"*, **2242**, 432-443.

Leclerc V., 1987. *Recalage élastique d'images angiographiques*, Thèse de doctorat d'état en sciences de l'ingénieur, Ecole Nationale Supérieure des Télécommunications, Paris, France, 164 p.

Levine M., D. O'Handley, G. Yagi, 1973. Computer determination of depth maps. *Computer Vision Graphics Image Process*, **2**, 131-150.

Lillesand T.M., R.W. Kiefer, 1994. *Remote sensing and image interpretation (third edition)*, John Wiley & Sons Incorporation, New York, New York USA, ISBN 0-471-577783-9, 750 p.

Lotti J.L., G. Giraudon, 1994. Correlation algorithm with adaptive window for aerial image in stereo vision, *In: Proceedings of SPIE conference "Image and Signal Processing for Remote Sensing"*, Rome, Italy, 26-30 September, **2315**, 76-87.

Lyon J.G., D. Yuang, R.S., C.D. Elvidge, 1998. A change detection using vegetation indices, *Photogrammetric Engineering & Remote Sensing*, **64**, 2, 143-150.

Mangolini M., T. Ranchin, L. Wald, 1992. Procédé et dispositif pour augmenter la résolution spatiale d'images à partir d'autres images de meilleure résolution spatiale, brevet n° 92-13691, 20 novembre.

Mangolini M., T. Ranchin, L. Wald, 1993. Fusion d'images SPOT multispectrales (XS) et panchromatique (P), et d'images radar, *De l'optique au radar, les applications de SPOT et ERS*, Cepaduès-Editions, Toulouse, France, France.

Mangolini M., T. Ranchin, L. Wald, 1995. Evaluation de la qualité des images multispectrales à haute résolution spatiale dérivées de SPOT, *In : Comptes-rendus du colloque "Qualité de l'interprétation des images de télédétection pour la cartographie", Bulletin de la Société Française de Photogrammétrie et Télédétection*, Grignon, France, 1-3 September, **137**, 24-29.

Marion A., 1997. *Acquisition & visualisation des images*, Eyrolles, Paris, France, ISBN 2-212-08871-X, 615 p.

Martimort P., 1996, Corrélation d'images : évaluation des algorithmes disponibles à la division QTIS, ##, CNES, Toulouse, France, CT/SH/QTIS/PO n°643, 19 p.

Martinuzzi J.M., 1991, *Proposition du concept HIPERMODE*, Note technique, CNES, Toulouse, France, S-PS-OB1-552-CN, 18 p.

Martinuzzi J.M., 1991, *Approximation analytique de la courbe de FTM en vue d'un filtre de déconvolution 7x7*, Note technique de niveau système "Bilan Qualité Image" n°1398, CNES, Toulouse, France, S2-NT0B1-1398-CN.

Mas J.F., 1999. Monitoring land-cover changes: a comparison of change detection techniques, *International Journal of Remote Sensing*, **20**, 1, 139-152.

Matheron G., 1965. *Les variables régionalisées et leur estimation*, Masson, Paris, France, 307 p.

Matheron G., 1971, *The Theory of regionalized variables and its applications*, Les cahiers du Centre de Morphologie Mathématiques de Fontainebleau, Ecole des Mines de Paris, Paris, France, 5 bis.

Moravec H.P., 1977. Towards automatic visual obstacle avoidance, *In: Proceedings of the 5th. International Joint Conference of Artificial Intelligence* , Cambridge, England, August, 584.

Moussu G., 1988. Définition d'une méthodologie de détection de phénomène dynamiques dans une chronique d'images et son application à quelques études, Thèse de doctorat en sciences de l'ingénieur, Université de Nice, Nice, France, 163 p.

Nagel H.H., 1987. On the estimation of optical flow: relations between different approach and some new results, *Artificial Intelligence*, **33**, 299-324.

Nezry E., 1992. *Restauration de la réflectivité RADAR pour l'utilisation conjointe des images RADAR et optiques en télédétection*, Thèse de doctorat en sciences de l'ingénieur, Université Paul Sabatier, Toulouse, France, 239 p.

Okotumi M., T. Kanade, 1992. A locally adaptive window for signal matching. *International Journal of Computer Vision*, **7**, 2, 143-162.

Olsson H., 1993. Regression functions for multitemporal relative calibration of Thematic Mapper Data over boreal Forest, *Remote Sensing Environment*, **46**, 89-102.

Panchev S., 1971. *Random functions and turbulence*, Pergamon Press, Oxford, England, ISBN 08-015826-9, 444 p.

Paparoditis N., 1998. *Reconstruction tridimensionnelle de paysages urbains en imagerie stéréoscopique satellitale haute résolution*, Thèse de doctorat en sciences de l'ingénieur, Université de Nice - Sophia Antipolis, Nice, France, 161 p.

Papoulis A., 1987. *Signal Analysis*, McGraw-Hill International Editions, Electrical & Electronical Engineering Series, Singapore, Malaysia, ISBN 0-07-048460-0, 431 p.

Park S.K, R.A. Schowengerdt, 1982a. Image sampling, reconstruction, and the effect of sample-scene phasing, *Applied Optics*, **21**, 17, 3142-3151.

Park S.K, R.A. Schowengerdt, 1982b. Image reconstruction by parametric cubic convolution, *Computer Vision, Graphics and Image Processing*, **23**, 258-272.

Parra G.A., M.C. Mouchot, C. Roux, 1996. A multitemporal land-cover change analysis tool using change vector and principal components analysis, *In: Proceedings of the IGARSS'96 Symposium "Remote sensing for a sustainable future"*, Lincoln, Nebraska USA, 27-31 May, **III**, 1753-1755, IEEE Catalog Number 96CH35875.

Peliz A.J., F.G. Fiúza, 1999. Temporal and spatial variability of CZCS-derived phytoplancton pigment concentration of the western Iberian Peninsula, *International Journal of Remote Sensing*, **20**, 7, 1363-1403.

Polidori L., 1997. *Cartographie radar*, Gordon and Breach science publishers, Amsterdam, Pays-bas, ISBN 90-5699-051-9, 287 p.

Pozo D., F.J. Olmo, L. Alados-Arboledas, 1997. Fire detection and growth monitoring using a multitemporal technique on AVHRR mid-infrared and thermal channels, *Remote Sensing Environment*, **60**, 111-120.

Pratt W.K., 1991. *Digital image processing (second edition)*, John Wiley & Sons Inc., New York, New York USA, ISBN 0-471-85766-1, 698 p.

Press W.H., S.A. Teukilsky, W.T. Vetterling, B.P. Flannery, 1995. *Numerical recipes in C. The art of scientific computing (second edition).* Cambridge University Press, Cambridge, New York USA, ISBN 0-521-43108-5, 970 p.

Qi J., S. Moran, F. Cabot, G. Dedieu, 1995. Normalisation of Sun/view angle effects using spectral albedo-based vegetation indices, *Remote Sensing Environment*, **52**, 207-217.

Raffy M., 1992. Change of scale models of remote sensing: a general method for spatialization of models, *Remote Sensing Environment*, **40**, 101-112.

Rahman H., G. Dedieu, 1994. SMAC: a simplified method for the atmospheric correction of satellite measurements in the solar spectrum, *International Journal of Remote Sensing*, **15**, 1, 123-143.

Ranchin T., L. Wald, 1996. Benefits of fusion of high spatial and spectral resolution images for urban mapping, *In: Proceedings of the 26th International Symposium on Remote Sensing of Environment and the 18th Annual Symposium of the Canadian Remote Sensing Society,* Vancouver, British Columbia, Canada, 25-29 March, 262-265.

Rifman S.S., 1973. Digital rectification of ERTS multispectral imagery, *In: Proceedings of the Symposium "Significant Results Obtained form ERTS-1 (NASA SP-327)*, **I**, B, 1131-1142.

Rougé B., C. Latry, 1995. Adaptation de l'échantillonnage et de la compression aux fonctions de transfert de modulation des instruments de type "Push-Broom" équipés d'un mode de fonctionnement "Hipermode", 0782695 / 96.927095-8, 28 janvier.

Schott J.R., C. Salvaggio, W.J. Volchok, 1988. Radiometric scene normalization using pseudoinvariance features, *Remote Sensing Environment*, **26**, 1-16.

Sader S.A., 1995. Spatial characteristics of forest clearing and vegetation re-growth as detected by Landsat Thematic Mapper imagery, Photogrammetric Engineering & Remote Sensing, **61**, 9, 1145-1151.

Schwartz L., 1966. *Théorie des distributions*, Hermann, Paris, France, ISBN 2-7056-5551-4, 420 p.

Shekarforoush H., 1996. *Super-résolution en vision par ordinateur*, Thèse de doctorat en sciences de l'ingénieur, Université de Nice - Sophia Antipolis, Nice, France, 158 p.

Singh A., 1989. Digital change detection techniques using remotely-sensed data, *International Journal of Remote Sensing*, **10**, 6, 989-1003.

Stark J.L., 1992. *Analyse en ondelettes et imagerie à haute résolution angulaire*, Thèse de doctorat en sciences de l'ingénieur, Université de Nice - Sophia Antipolis, Nice, France, 194 p.

Tassi P., 1989. *Méthodes statistiques*, Economica, Paris, France, ISBN 2-7178-1623-2, 474 p.

Teillaud M., 1993. *Towards dynamic randomized algorithms in computational geometry*, Lecture Notes in Computer Science 758, Springer-Verlag, Berlin, Germany, ISBN 3-540-57503-0, 161 p.

Tennekes H., J.L. Lumley, 1973. *A first course in turbulence*, The MIT press, Cambridge, US, ISBN 0-262-20019-8, 300 p.

Townshend J.R.G., C.O. Justice, 1988. Selecting the spatial resolution of satellite sensors required for global monitoring of land transformations, *International Journal of Remote Sensing*, **9**, 2, 187-236.

Townshend J.R.G., C.O. Justice, C. Gurney, J. McManus, 1992. The impact of misregistration on change detection, *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, **30**, 5, 1054-1060.

Vandenberghe F., 1992. *Assimilation de mesures satellitaires dans des modèles numériques par méthodes de contrôle optimal*. Thèse de doctorat 'sciences et techniques d'images', Ecole des Mines de Paris, Paris, France, 160 p.

Van Deusen P.C., 1994. Correcting bias in change estimates form tehmatics maps, *Remote Sensing Environment*, **50**, 67-73.

Wahba G, 1990. Spline models for observational data, *In the CBMS-NSF Regional Conference Series in applied mathematics*, Philadelphia, Pennsylvania USA, **59**, XII, 169.

Wald L., 1990. Monitoring the decrease of the lake Chad from space, *Geocarto International*, **3**, 31-36.

Wald L., 1993. La cartographie des feux de forêts par télédétection. *In : utilisation pédagogique des images satellitaires*. Cépuadès-Editions, Toulouse, France, 219-232.

Wald L., T. Ranchin, M. Mangolini, 1997. Fusion of Satellite Images of Different Spatial Resolutions: assessing the quality of resulting images, *Photogrammetric Engineering & Remote Sensing*, **63**, 6, 691-699.

Watson D.F., 1981. Computing the n-dimensional Delaunay tessellation with application to Voronoï polytops, *The Computer Journal*, **24**, 2, 167-172.

Weiss M., 1998. *Développement d'un algorithme de suivi de la végétation à large échelle*, Thèse de doctorat en sciences de l'ingénieur, Université de Nice - Sophia Antipolis, Nice, France, 174 p.

Wilson A.K., 1988. The effective resolution element of Landsat TM, *International Journal of Remote Sensing*, **9**, 8, 1303-1314.

Wong R.K., T. Fung, K.S. Leung, Y. Leung, 1997. The compression of a sequence of satellite images based on change detection, *International Journal of Remote Sensing*, **18**, 11, 2427-2436.

ANNEXES

- Annexe A -

METHODES DE RECONSTRUCTION DE SURFACE

1 Formulation générale du problème

De manière générale, le problème de reconstruction de surface peut se formuler de la façon suivante : soit une fonction $F : \mathbb{R}^d \rightarrow \mathbb{R}$. Cette fonction F ne nous est connue, de manière éventuellement bruitée, que sur un nombre n de points $\{\mathbf{P}_k\}_{k\in[1,n]}$ tous différents et répartis de manière quelconque dans $\mathbb{R}^d$. On note :

$$z_k = F(\mathbf{P}_k) + \varepsilon_k \qquad [A\text{-}1]$$

où ε_k est le bruit de mesure de F au point $\mathbf{P}_k$.

L'objectif est de déterminer une fonction $\sigma[F] : \mathbb{R}^d \rightarrow \mathbb{R}$ tentant d'approcher la fonction F sur un sous-ensemble $\mathbf{E}$ de $\mathbb{R}^d$ donné. La détermination de la fonction d'interpolation $\sigma[F]$ correspond à la minimisation d'un critère liée à la mesure de l'écart entre les $\sigma[F](\mathbf{P}_k)$ et les z_k. Lorsque la mesure $\mathbf{z}$ de F aux points $\mathbf{P}_k$ est entachée d'erreur, il est courant d'ajouter un deuxième critère permettant d'assurer une certaine régularité de la fonction de reconstruction de surface $\sigma[F]$.

Pour toute la suite on notera z le vecteur de mesure de F aux points $\mathbf{P}_k$:

$$\mathbf{z} = [z_1 \ \ldots \ z_n]^t \qquad [A\text{-}2]$$

et $\mathbf{z}_\sigma$ le vecteur des valeurs de $\sigma[F]$:

$$\mathbf{z}_\sigma = [\sigma[F](\mathbf{P}_1) \ \ldots \ \sigma[F](\mathbf{P}_n)]^t \qquad [A\text{-}3]$$

Le propos des sections suivantes est de présenter les différentes méthodes de reconstruction de surface qui ont été choisies pour l'estimation de modèle de déformation géométrique.

2 La méthode polynomiale

Cette méthode consiste à trouver la fonction de reconstruction de surface de type polynomiale $\sigma_r[F]$ d'un certain degré r qui minimise le critère :

$$E = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}(\sigma_r[F](\mathbf{P}_k)-z_k)^2 \qquad [A\text{-}4]$$

L'espace vectoriel des polynômes à d variables de degré r est un espace de dimension $\Upsilon(d,r)$ où :

$$\Upsilon(d,r) = C_{d+r}^{d} = \frac{(r+d)\ \ldots\ (r+1)}{d!} \qquad [A\text{-}5]$$

Si l'on note par $\{\Pi_k\}_{k\in[1,\Upsilon(d,r)]}$ une base de cet espace vectoriel, on cherche $\sigma_r[F]$ sous la forme :

$$\sigma_r[F](\mathbf{P}) = \sum_{k=1}^{\Upsilon(d,r)} \alpha_k \Pi_k(\mathbf{P}) \qquad [A\text{-}6]$$

Déterminer $\sigma_r[F]$ revient donc à déterminer le vecteur $\boldsymbol{\alpha} = [\alpha_1\ \ldots\ \alpha_{\Upsilon(d,r)}]^t$. Etant dans un contexte linéaire, l'estimation de ce vecteur se fait alors par la méthode des moindres carrés.

Soit donc A la matrice de taille $n \times \Upsilon(d,r)$ telle que :

$$A_{l,c} = \Pi_c(\mathbf{P}_l) \qquad [A\text{-}7]$$

A condition que le nombre de points soit suffisant par rapport au degré de liberté de l'espace vectoriel :

$$n \geq \Upsilon(d,r) \qquad [A\text{-}8]$$

on montre alors que le critère [A-4] est minimal lorsque :

$$\boldsymbol{\alpha} = (A^tA)^{-1}A^t\mathbf{z} \qquad [A\text{-}9]$$

Dans le cas où le nombre de points n est très supérieur à $\Upsilon(d,r)$, la surface à reconstruire est dite sur-contrainte : le degré de liberté de l'interpolation polynomiale n'est pas suffisant pour restituer tout type de variation possible des valeurs z_k aux n points $\mathbf{P}_k$. En d'autres termes, les données sont lissées et seules les variations basses fréquences des données sont reproduites par l'interpolation polynomiale.

Lorsque le degré de liberté de l'interpolation augmente, le lissage des données est moindre jusqu'à être nul lorsque $n = \Upsilon(d,r)$. Cependant, n'ayant pas de contrôle de régularité dans le critère [A-4], cette capacité à mieux respecter les données z_k entraîne un comportement "turbulent" loin des points de données $\mathbf{P}_k$.

3 La méthode des plaques minces

3.1 Introduction

On considère maintenant le critère pour la reconstruction de surface :

$$E_\lambda(U) = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}(U(\mathbf{P}_k)-\mathbf{z}_k)^2 + \lambda \sum_{|\mathbf{k}| = 2} ||D^{\mathbf{k}}U||^2 \qquad [A\text{-}10]^1$$

On remarque que ce nouveau critère est composé de deux termes :

- *un terme d'attache aux données* z comparable au critère [A-4] ;
- *un terme de régularité* lié à l'énergie de courbure de la fonction U (normes de différentes dérivées d'ordre 2).

λ est un réel positif qui permet de déterminer l'importance relative entre ces deux termes. Plus λ est proche de 0 plus la surface interpolée sera proche des valeurs z au détriment éventuel de sa régularité. A l'inverse, plus λ est grand, plus l'énergie de courbure est minimisée au détriment du respect des données : en se "durcissant", la surface interpolatrice s'éloigne des données. Un choix approprié de λ permet donc un lissage de ces dernières. Ce réel est appelé facteur de régularité.

3.2 Solution de la minimisation

Duchon (1977) montre que dans un certain sous-ensemble des fonctions à d dimensions, la solution de la minimisation du critère [A-10] est à chercher sous la forme :

$$\sigma_{pm,\lambda}[F](\mathbf{Q}) = \sum_{k=1}^{n} \alpha_k |\mathbf{QP}_k|^2 \ln|\mathbf{QP}_k| \; + \; \beta_0 \; + \sum_{i=1}^{d} \beta_i \mathbf{Q}.\mathbf{e}_i \qquad [A\text{-}11]$$

$\mathbf{Q}.\mathbf{e}_i$ correspond à la $i^{ème}$ coordonnée de $\mathbf{Q}$ dans la base $(\mathbf{e}_1,\ldots,\mathbf{e}_d)$ de $\mathbb{R}^d$.

Ces fonctions d'interpolation, paramétrées par les deux vecteurs α et β de la relation [A-11], sont appelées des plaques minces. Le Méhauté (1986) montre que ces fonctions sont de classe $C^1(\mathbb{R}^d)$.

---

[1] $\mathbf{k} \in \mathbb{N}^d$, $|\mathbf{k}| = k_1 + \ldots + k_d$, $D^{\mathbf{k}}U = \frac{\partial^{|k|}U}{\partial x_1^{k_1}\ldots\partial x_d^{k_d}}$ et $||U||^2 = \int |U|^2 d\mathbf{x}$

L'objectif est donc de trouver les deux vecteurs α et β qui minimisent le critère E_λ de la relation [A-10]. On remarque que le degré de liberté des plaques minces $n+d$ est supérieur au nombre de points de données. Cette marge de d degrés de liberté permet donc l'adaptation de la fonction interpolatrice aux données, nécessitant a priori n degrés de liberté, tout en gardant la possibilité de minimiser son énergie de surface. Ceci fait la différence avec la méthode de reconstruction de surface polynomiale qui, pour s'adapter parfaitement aux n points de données, doit avoir son degré de liberté égal à n ; à moins d'ajouter une contrainte supplémentaire, la méthode polynomiale ne dispose pas de la marge en degré de liberté dont dispose la méthode des plaques minces. De plus, on note que la valeur de l'interpolation au point **A** dépend en grande partie des distances relatives de ce point aux différents points de données $\mathbf{P}_k$. C'est pour ces deux raisons que l'on peut dire que cette méthode est de type régionale : chaque donnée z_k a une influence locale au point $\mathbf{P}_k$ sur l'interpolation, influence d'autant moins importante que λ est grand.

D'après Wahba (1990), l'estimation de la plaque mince qui minimise E_λ revient à résoudre le système suivant :

$$\begin{cases} (K+n\lambda I_n)\alpha + M\beta = \mathbf{z} \\ \text{et} \\ M^t\alpha = 0 \end{cases} \qquad \text{[A-12]}$$

où I_n est la matrice identité de taille $n \times n$, K est la matrice de taille $n \times n$ telle que :

$$K_{l,c} = |\mathbf{P}_l\mathbf{P}_c|^2 \ln|\mathbf{P}_l\mathbf{P}_c| \qquad \text{[A-13]}$$

et M est la matrice de taille $nx(d+1)$ telle que :

$$M = \begin{bmatrix} 1 & \mathbf{P}_1.\mathbf{e}_1 & \dots & \mathbf{P}_1.\mathbf{e}_d \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & \mathbf{P}_n.\mathbf{e}_1 & \dots & \mathbf{P}_n.\mathbf{e}_d \end{bmatrix} \qquad \text{[A-14]}$$

3.3 Démarche du calcul

En nous appuyons sur les travaux de Wahba (1990), nous allons décrire la démarche de calcul permettant d'évaluer les deux vecteurs α et β et donc la plaque mince interpolatrice correspondante.

La matrice M de la relation [A-14] étant de rang $d+1$, il existe une matrice R non nulle de rang $n-d-1$ et de taille $n \times (n-d-1)$ telle que :

$$R^tM = 0 \qquad \text{[A-15]}$$

En appliquant une décomposition en valeurs singulières de R, on obtient deux matrices U et V unitaires, respectivement de taille n x (n-d-1), (n-d-1) x (n-d-1) telles que :

$$U^tU = V^tV = I_{n-d-1} \;/\; R = UV^t \qquad \text{[A-16]}$$

Les équations linéaires de détermination de la fonction d'interpolation s'écrivent, alors, en fonction de R de la façon suivante :

$$\begin{cases} \alpha(\lambda) = R(R^t(K+n\lambda I_n)R)^{-1}R^t\mathbf{z} \\ \beta(\lambda) = (M^tM)^{-1}M^t(\mathbf{z}-K\alpha(\lambda)) \end{cases} \qquad \text{[A-17]}$$

Cette relation permet d'évaluer α et β en fonction du facteur de régularité λ et des données ($\mathbf{P}_k$, z_k). Elle présente cependant l'inconvénient de nécessiter une inversion de matrice de taille (n-d-1) x (n-d-1) importante à chaque fois que l'on désire changer de facteur de régularité λ pour un même jeu de données. Nous cherchons donc à définir α et β de telle sorte que leurs calculs pour un changement de λ soient les moins coûteux possible en calcul.

L'idée est de diagonaliser la matrice $B = U^tKU$ qui est symétrique. Il existe donc une matrice unitaire G de taille n x n et une matrice diagonale Δ de taille n x n et de termes diagonaux (δ_1, …, δ_n) telles que :

$$B = G\Delta G^t = G\begin{bmatrix} \delta_1 & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ 0 & \ddots & & (0) & \vdots \\ \vdots & & \ddots & & \vdots \\ \vdots & (0) & & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & \cdots & 0 & \delta_{n-d-1} \end{bmatrix} G^t = G\,\mathrm{Diag}(\delta_1, \cdots, \delta_{n-d-1})G^t \qquad \text{[A-18]}$$

On obtient alors :

$$\begin{cases} \alpha(\lambda) = UG\,\mathrm{Diag}\left(\frac{1}{\delta_1+n\lambda}, \ldots, \frac{1}{\delta_{n-d-1}+n\lambda}\right)G^tU^t\mathbf{z} \\ \beta(\lambda) = (M^tM)^{-1}M^t(\mathbf{z}-K\alpha(\lambda)) \end{cases} \qquad \text{[A-19]}$$

Grâce à cette dernière relation, le calcul de la plaque mince se fait en deux étapes :

- la première étape ne nécessite pas la connaissance du facteur de régularité et correspond aux plus importants calculs : une décomposition en valeurs singulières d'une matrice de taille n x (n-d-1) et une diagonalisation d'une matrice de taille (n-d-1) x (n-d-1) ;

- la deuxième étape nécessite le choix du facteur de régularité mais n'induit que de simples calculs de produits et de sommes matricielles.

3.4 Choix du facteur de régularité λ

Lorsque la mesure **z** est bruitée, le choix de λ conditionne la pertinence du lissage de la plaque mince d'interpolation. Il est donc intéressant d'avoir une méthode permettant de déterminer la valeur de λ adaptée aux données et au bruit de mesure. Une méthode, proposée par Wahba (1990) est basée sur la minimisation d'un terme dit de "cross-validation". Ce terme est de la forme :

$$V(\lambda) = \frac{\frac{1}{n}\left|I_n - A(\lambda)\mathbf{z}\right|^2}{\left(\frac{1}{n}Tr(I_n - A(\lambda))\right)^2} \qquad [A\text{-}20]$$

où $A(\lambda)$ est une matrice hypothétique de taille $n \times n$ telle que :

$$[\sigma_\lambda[F](\mathbf{P}_1), \ldots, \sigma_\lambda[F](\mathbf{P}_n)]^t = A(\lambda)\mathbf{z} \qquad [A\text{-}21]$$

Wahba (1990) montre que, lorsque le bruit est un bruit blanc gaussien, $V(\lambda)$ a un comportement asymptotique — lorsque n est grand — identique à l'erreur quadratique moyenne par rapport aux valeurs de F aux point $\mathbf{P}_k$ qui s'écrit :

$$Eqm(\lambda) = \sum_{k=1}^{n}(\sigma_\lambda[F](\mathbf{P}_k) - F(\mathbf{P}_k))^2 \qquad [A\text{-}22]$$

Par conséquent, en pratique, dans un contexte de bruit supposé gaussien indépendant et lorsque n est grand, on choisira λ tel que $V(\lambda)$ soit minimale. Dans le cas de la reconstruction de surface par la méthode des plaques minces, il est possible d'évaluer $V(\lambda)$:

$$\frac{\frac{1}{n}\left|Diag\left(\frac{1}{\delta_1+n\lambda},\ldots,\frac{1}{\delta_n+n\lambda}\right)G^tU^t\mathbf{z}\right|^2}{\left(\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n-d-1}\frac{1}{\delta_k+n\lambda}\right)^2} \qquad [A\text{-}23]$$

3.5 Conclusion sur la méthode des plaques minces

Cette méthode est intéressante à plus d'un titre. En premier lieu, c'est une méthode qui génère des surfaces dont la rigidité est contrôlable. Lorsque le facteur de régularité est nul, la surface calculée reproduit mieux les hautes fréquences induites par les données qu'une surface polynomiale à degré de liberté équivalent, sans que cela ne se traduise par des effets de bord et des écarts importants en dehors des points de données. De plus, ce paramètre de régularité peut être modifié pour filtrer plus ou moins les données. Une méthode de validation croisée permet, dans certains cas, d'évaluer un facteur de régularité optimum pour les données. Il est à noter que, quel que soit le paramètre choisi, la surface générée sera de type $C^1(\mathbb{R}^d)$.

4 Les surfaces polynomiales par morceaux

4.1 Introduction

Malgré tous les avantages de la méthode de reconstruction de surface par les plaques minces, cette dernière, étant définie d'un seul tenant, a pour limite la croissance très importante du temps de calcul et des besoins de mémoire avec le nombre de points de données. En pratique, ce nombre, et donc la méthode elle-même, est limité à moins d'un millier de points de données.

C'est la raison pour laquelle nous allons exposer maintenant deux méthodes de reconstruction de surface non plus définies d'un seul tenant mais par morceaux, utilisant les techniques d'interpolation par éléments finis.

Pour toute la suite, nous nous limiterons au cas deux dimensions : $d = 2$. On considère donc n points de données coplanaires de $\mathbb{R}^2$ pour lesquels on connaît de façon bruitée ou non la valeur de la fonction $F : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ à interpoler.

De manière générale, ces deux méthodes permettent de reconstruire la fonction F à partir de polynômes définis par morceaux sur un pavage d'un réseau de triangles supportés par les points de données. Les deux méthodes diffèrent par le degré de continuité des surfaces reconstruites et donc par les degrés des polynômes par morceaux.

4.2 Un pavage défini par la triangulation de Delaunay

A partir de n points $\{\mathbf{P}_k\}_{k\in[1,n]}$ coplanaires disjoints, il est possible de définir un pavage triangulaire sans trous ni recouvrements de l'enveloppe convexe dont les triangles ont pour sommets ces n points. Il existe d'ailleurs plusieurs triangulations possibles, mais il y en a qui

sont meilleures que d'autres suivant un critère donné. Ainsi la triangulation de Delaunay, notée $T_D(\{\mathbf{P}_k\}_{k\in[1,n]})$ a la particularité de vérifier la propriété du "min-max" angle. En d'autres termes, de toutes les triangulations possibles, la triangulation de Delaunay est celle dont le plus petit angle de tous les angles des triangles est le plus grand possible : la triangulation de Delaunay est donc la triangulation ayant les triangles les moins aplatis.

Le nombre de triangles de $T_D(\{\mathbf{P}_k\}_{k\in[1,n]})$ est noté n_{T_D} et est inférieur à $2n+1$.

Il existe des algorithmes permettant de générer rapidement dans tous les cas une triangulation de Delaunay, même lorsque le nombre de points est important (Aurenhammer, 1991 ; Watson, 1981 ; Teillaud, 1993).

Il est important de noter que la triangulation de Delaunay ne génère un pavage du plan qu'à l'intérieur d'un sous-espace de $\mathbb{R}^2$, noté $\Omega_D(\{P_k\}_{k\in[1,n]})$, correspondant à l'enveloppe convexe des points de données.

La figure A-1 montre un exemple de triangulation de Delaunay de 10 points définissant un pavage d'une zone du plan correspondant à l'enveloppe complexe des 10 points tracés en gras.

Conformément à l'algorithme rapide de Watson (1981), la triangulation de Delaunay $T_D(\{\mathbf{P}_k\}_{k\in[1,n]})$ est définie par la connaissance de deux tableaux :

- un tableau noté $V(i,t)$ qui, pour le triangle numéroté t dans la triangulation, donne le numéro du $i^{ème}$ sommet du triangle t dans la liste des points $\{\mathbf{P}_k\}_{k\in[1,n]}$; les sommets d'un triangle sont numérotés de 1 à 3 dans le sens des aiguilles d'une montre ;

- un tableau noté $E(i,t)$ qui, pour le triangle numéroté t dans la triangulation, donne le numéro du $i^{ème}$ voisin du triangle t dans la liste des triangles ; les voisins d'un triangle sont numérotés de 1 à 3 dans le sens des aiguilles d'une montre. Le voisin numéro 1 de ce triangle est, par convention, le triangle opposé au sommet numéroté 1 dans le tableau V.

On notera que la seule connaissance de V suffit à la définition de la triangulation de $T_D(\{\mathbf{P}_k\}_{k\in[1,n]})$. La donnée du tableau E est auxiliaire et ne contient que des informations sur la triangulation dont la connaissance facilite grandement certaines actions sur la triangulation.

Un exemple de cette notation et de ces deux tableaux est donné pour le triangle numéro 10 (T_{10}) de la figure A-1.

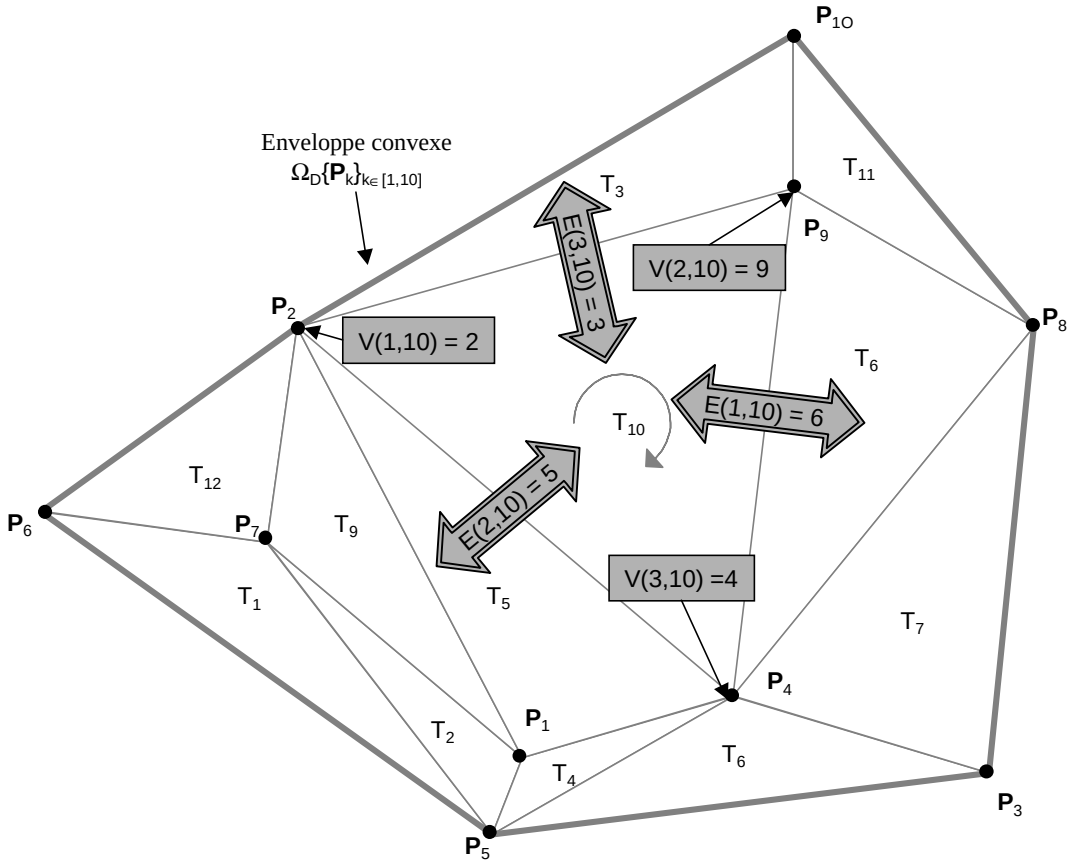


Figure A-1. Exemple de triangulation de Delaunay de 10 points répartis aléatoirement sur le plan (n_{T_D} = 12).

4.3 La méthode linéaire par morceaux

Cette méthode linéaire est très simple car elle consiste à définir, pour chaque triangle de la triangulation, le polynôme de degré 1 qui correspond aux valeurs de chacun des sommets du triangle. Les surfaces ainsi reconstruites sont donc de type $C^0(\mathbb{R}^2)$.

Décrivons de manière plus précise les différentes étapes pour l'évaluation de $\sigma_{Lin}[F]$ pour un point $\mathbf{Q}$ de $\mathbb{R}^2$ quelconque. Nous verrons que les deux premières étapes seront aussi présentes dans la deuxième méthode, plus complexe, de Hsieh-Clough-Tocher décrit au paragraphe 4.4.

4.3.1 Etape 1 : la recherche du triangle contenant le point Q

Les points $\{\mathbf{P}_k\}_{k\in[1,n]}$ étant répartis de manière quelconque, la méthode la plus rapide de recherche du triangle — s'il existe — contenant $\mathbf{Q}$ de la triangulation $T_D(\{\mathbf{P}_k\}_{k\in[1,n]})$ suit l'algorithme décrit figure A-2.

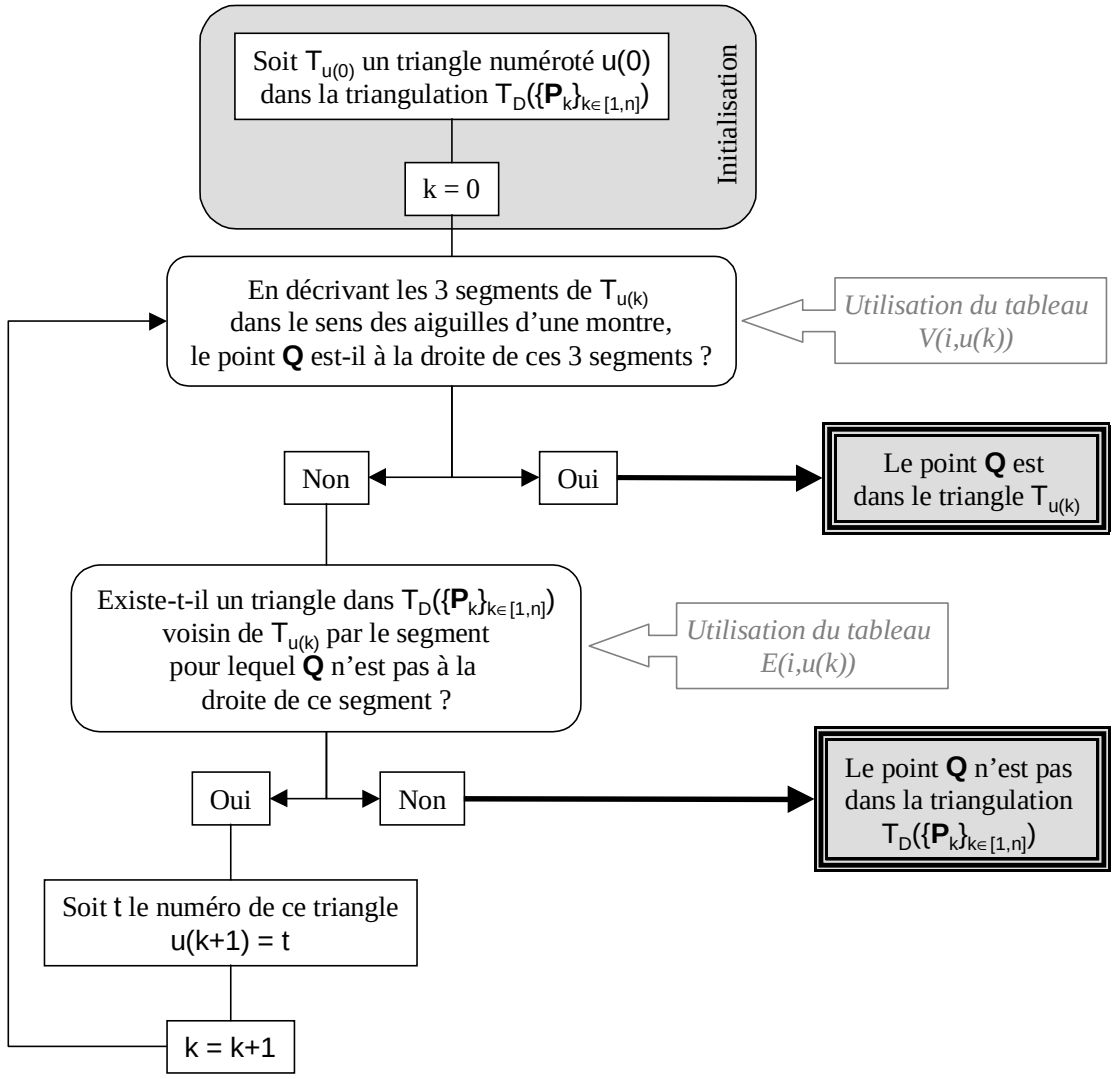


*Figure A-2. Description de l'algorithme de recherche du triangle de $T_D(\{\mathbf{P}_k\}_{k\in[1,n]})$ contenant un point **Q** quelconque.*

Il est à noter que la recherche du triangle nécessite un numéro de triangle u(0) pour initialiser la recherche. Même si la convergence vers le triangle est assuré (si **Q** est dans l'enveloppe convexe des points de données) quel que soit ce premier triangle, il peut être judicieux, dans le cas de plusieurs recherches consécutives, de choisir le triangle trouvé pour une précédente recherche.

4.3.2 Etape 2 : le calcul des coordonnées barycentrique de Q dans le triangle le contenant

On définit, pour toute la suite, les coordonnées barycentriques $\boldsymbol{\lambda}_T(\mathbf{M}) = (\lambda_1^T(\mathbf{M}), \lambda_2^T(\mathbf{M}), \lambda_3^T(\mathbf{M}))$ d'un point M par rapport à un triangle **T** donné défini par ses sommets $\mathbf{A}_1^T$, $\mathbf{A}_2^T$ et $\mathbf{A}_3^T$:

$$\begin{cases} \lambda_1^T \mathbf{M}\mathbf{A}_1^T + \lambda_1^T \mathbf{M}\mathbf{A}_1^T + \lambda_1^T \mathbf{M}\mathbf{A}_1^T = \mathbf{0} \\ \text{et} \\ \lambda_1^T + \lambda_2^T + \lambda_3^T = 1 \end{cases} \qquad \text{[A-24]}$$

On notera que le point **M** n'est pas dans le triangle T si et seulement si au moins une de ses coordonnées barycentriques dans le triangle T est négative.

Soit k(**Q**) le numéro du triangle contenant **Q** dans le cas où ce point est dans l'enveloppe convexe de $\{\mathbf{P}_k\}_{k\in[1,n]}$. Il est intéressant de définir les coordonnées barycentriques de **Q** dans le triangle $T_{k(\mathbf{Q})}$ car cette notation simplifie l'écriture des interpolations de type polynôme d'Hermite sur des triangles (Le Méhauté, 1989).

4.3.3 Etape 3 : évaluation de $\sigma_{Lin}[F](\mathbf{Q})$

Dans le cas de la reconstruction de surface linéaire par morceaux, la valeur de $\sigma_{Lin}[F]$ au point **Q** correspond à la moyenne des valeurs mesurées de F aux trois sommets du triangle contenant **Q**, pondérée par les coordonnées barycentriques de **Q** dans le triangle. Soit donc :

$$\sigma_{Lin}[F](\mathbf{Q}) = \sum_{i=1}^{3} \lambda_i^{T_{k(\mathbf{Q})}}(\mathbf{Q}) z_{V(i,k(\mathbf{Q}))} \qquad \text{[A-25]}$$

4.3.4 Conclusion sur la méthode linéaire par morceaux

Cette méthode a l'avantage d'être locale, simple et rapide. L'inconvénient principal est lié au fait qu'elle génère des surfaces uniquement de type $C^0(\mathbb{R}^2)$.

4.4 La méthode de Hsieh-Clough-Tocher

Cette méthode consiste à définir pour chaque triangle issu de la triangulation trois triangles et d'associer à chacun d'eux un polynôme de degré trois (Le Méhauté, 1989 ; Ciarlet et Lions, 1991) : il y a donc, potentiellement, 30 degrés de liberté pour chaque triangle dans le but d'obtenir une reconstruction de la surface F de type $C^1(\mathbb{R}^2)$.

De manière plus précise, on considère la triangulation $T_D(\{\mathbf{P}_k\}_{k\in[1,n]})$ créant un partition d'un sous-espace $\Omega_D(\{\mathbf{P}_k\}_{k\in[1,n]})$ convexe de $\mathbb{R}^2$. Soit T un triangle quelconque de cette triangulation, numéroté t — dans la liste des triangles — et dont les sommets sont, dans le sens des aiguilles d'une montre, $\mathbf{A}_1^T$, $\mathbf{A}_2^T$ et $\mathbf{A}_3^T$. On a donc $\mathbf{A}_i^T = \mathbf{P}_{V(i,t)}$. Soit $\mathbf{G}^T$ le centre de gravité de ce triangle. T est alors décomposé en trois sous-triangles noté $S_1(T)$, $S_2(T)$ et $S_3(T)$ suivant le tableau de notation A-1 :

T_1	Notation dans $S_1(T)$	$\mathbf{A}_1^{S_1(T)}$	$\mathbf{A}_2^{S_1(T)}$	$\mathbf{A}_3^{S_1(T)}$
	Notation dans T	$\mathbf{G}^T$	$\mathbf{A}_2^T$	$\mathbf{A}_3^T$
T_2	Notation dans $S_2(T)$	$\mathbf{A}_1^{S_2(T)}$	$\mathbf{A}_2^{S_2(T)}$	$\mathbf{A}_3^{S_2(T)}$
	Notation dans T	$\mathbf{G}^T$	$\mathbf{A}_3^T$	$\mathbf{A}_1^T$
T_3	Notation dans $S_3(T)$	$\mathbf{A}_1^{S_3(T)}$	$\mathbf{A}_2^{S_3(T)}$	$\mathbf{A}_3^{S_3(T)}$
	Notation dans T	$\mathbf{G}^T$	$\mathbf{A}_1^T$	$\mathbf{A}_2^T$

Tableau A-1. Sommets des sous-triangles $S_1(T)$, $S_2(T)$ et $S_3(T)$ et correspondance entre les notations propres aux sous-triangles eux-mêmes et celles du triangle T.

Enfin, pour la suite, nous définissons pour $i \in \{1, 2, 3\}$:

- $\mathbf{I}_i^T$ le milieu du segment de T opposé au sommet $\mathbf{A}_i^T$;
- $\mathbf{n}_i^T$ le vecteur normal au segment de T opposé au sommet $\mathbf{A}_i^T$;
- $\mathbf{D}_i^T$ le milieu du segment $[\mathbf{G}^T, \mathbf{A}_i^T]$.

L'ensemble de ces notations relatives à un triangle T de la triangulation est repris dans la figure A-3 :

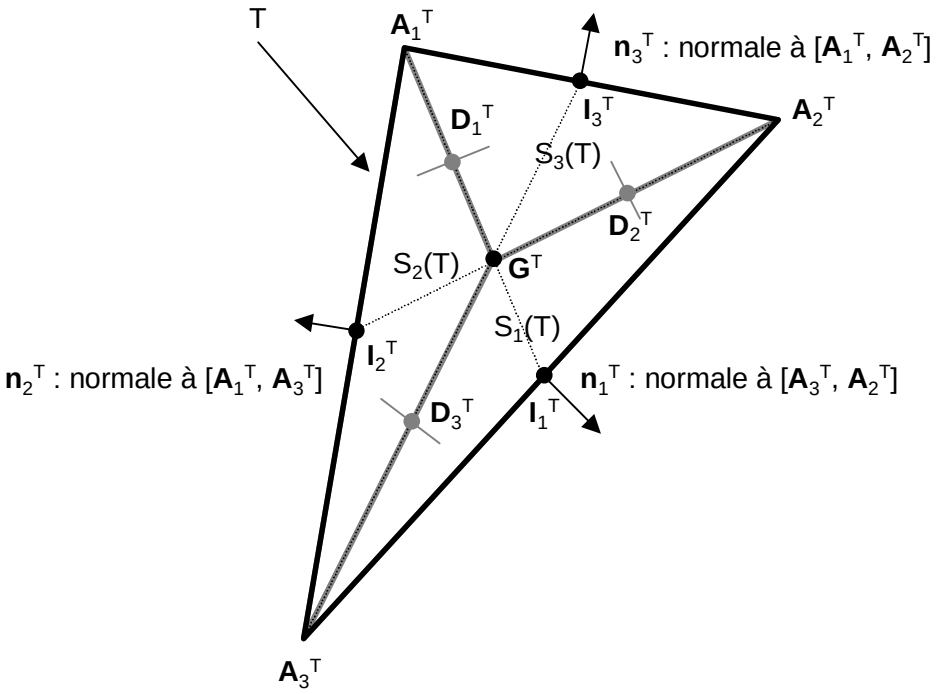


Figure A-3. Partage d'un triangle en trois sous-triangles à partir du barycentre pour les besoins de la méthode Hsieh-Clough-Tocher.

La fonction interpolatrice de type Hsieh-Clough-Tocher est alors définie par morceaux sur le pavage de $\Omega_D(\{\mathbf{P}_k\}_{k\in[1,n]})$ constitué des sous-triangles de chaque triangle de la triangulation $T_D(\{\mathbf{P}_k\}_{k\in[1,n]})$. Soit $S_k(T)$ un de ces sous-triangles, on a :

$$\forall\ \mathbf{Q} \in S_k(T),$$

$$\sigma_{HCT}[F](\mathbf{Q}) = p_{S_k(T)}(\mathbf{Q}) = \sum_{i=1}^{3} \lambda_i^{S_k(T)2} \left(\left(3 - 2\lambda_i^{S_k(T)} \right) \tilde{F}\left(\mathbf{A}_i^{S_k(T)} \right) + \mathbf{A}_i^{S_k(T)}\mathbf{Q}.\nabla \tilde{F}\left(\mathbf{A}_i^{S_k(T)} \right) \right) + d_{S_k(T)} \prod_{i=1}^{3} \lambda_i^{S_k(T)} \qquad [A\text{-}26]$$

Où :

- $\lambda_1^{S_k(T)}$, $\lambda_2^{S_k(T)}$ et $\lambda_3^{S_k(T)}$ sont les coordonnées barycentriques, définies paragraphe 4.3.2, du point $\mathbf{Q}$ pour le sous-triangle $S_k(T)$;
- $\tilde{F}\left(A_i^{S_k(T)} \right)$ est l'estimation de F au point $\mathbf{A}_i^{S_k(T)}$;
- $\nabla\tilde{F}\left(\mathbf{A}_i^{S_k(T)} \right)$ est l'estimation du gradient de F au point $\mathbf{A}_i^{S_k(T)}$.

En d'autres termes, à chaque triangle T de la triangulation correspond trois polynômes $p_{S_1(T)}$, $p_{S_1(T)}$ et $p_{S_1(T)}$ définis respectivement sur les trois sous-triangles $S_1(T)$, $S_2(T)$ et $S_3(T)$.

4.4.1 Evaluation des trois polynômes par triangle

On montre que, pour un triangle donné, ces trois polynômes sont entièrement définis par la connaissance de :

$$\Sigma_T = \left\{ \tilde{F}\left(\mathbf{A}_i^T \right),\ \nabla\tilde{F}\left(\mathbf{A}_i^T \right),\ \partial_{\mathbf{n}_i{}^T}\tilde{F}\left(\mathbf{I}_i^T \right),\ i \in \{1, 2, 3\} \right\} \qquad [A\text{-}27]$$

où $\partial_{\mathbf{n}_i{}^T}\tilde{F}\left(\mathbf{I}_i^T \right)$ est l'estimation de la dérivée de F le long du vecteur normal $\mathbf{n}_i^T$ au point $\mathbf{I}_i^T$:

$$\partial_{\mathbf{n}_i{}^T}\tilde{F}\left(\mathbf{I}_i^T \right) = \nabla\tilde{F}\left(\mathbf{A}_i^T \right).\mathbf{n}_i^T \qquad [A\text{-}28]$$

En reprenant les notations schématiques de Le Méhauté (1989), la fonction interpolatrice de type Hsieh-Clough-Tocher est entièrement définie pour un triangle donné suivant la figure A-4.

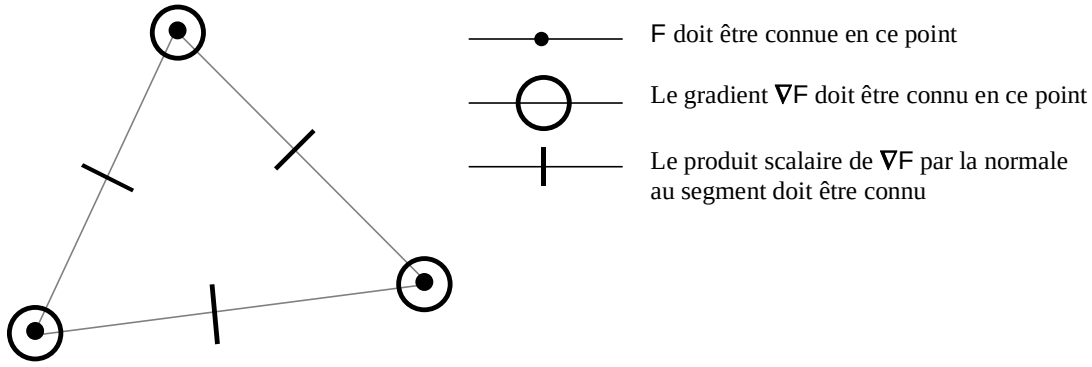


Figure A-4. Schématisation de la connaissance requise sur la triangulation pour la reconstruction de surface suivant la méthode de Hsieh-Clough-Tocher.

4.4.2 Evaluation de $\sum_T$

De la fonction F nous n'avons que la connaissance, éventuellement entachée de bruit, de ses valeurs aux points $\{\mathbf{P}_k\}_{k\in[1,n]}$. On ne dispose donc pas de toute la connaissance requise de $\sum_T$ pour chaque triangle.

L'idée est de calculer une approximation des valeurs de $\sum_T$. Pour cela, nous allons utiliser la méthode des plaques minces (*cf.* paragraphe 3) de façon locale. De manière plus précise, pour chaque point $\mathbf{P}_k$, on définit un voisinage d'ordre m, noté $\mathbf{V}_m(\mathbf{P}_k)$. Ce voisinage est défini à partir de la triangulation de manière récursive :

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_1(\mathbf{P}_k) &= \left\{ \mathbf{M} \in \{\mathbf{P}_l\}_{l\in[1,n]} \,/\, [\mathbf{M}\mathbf{P}_k] \text{ segment de } T_D(\{\mathbf{P}_l\}_{l\in[1,n]}) \text{ ou } \mathbf{M} = \mathbf{P}_k \right\} \\ \mathbf{V}_m(\mathbf{P}_k) &= \bigcup_{M\in \mathbf{V}_{m-1}(\mathbf{P}_k)} \mathbf{V}_1(\mathbf{M}) \end{aligned} \qquad \text{[A-29]}$$

Note :
deux points **A** et **B** correspondent à un segment de $T_D(\{\mathbf{P}_k\}_{k\in[1,n]})$ si et seulement si :

$$\exists\, (t,i,j) \in [1,n_{T_D}] \times [1,3]^2 \,/\, \begin{cases} \mathbf{A} = \mathbf{P}_{V(i,t)} \\ \text{et} \\ \mathbf{B} = \mathbf{P}_{V(j,t)} \end{cases} \qquad \text{[A-30]}$$

Sur le voisinage $\mathbf{V}_m(\mathbf{P}_k)$ est alors définie une surface interpolatrice $\sigma^{\mathbf{V}_m(\mathbf{P}_k)}_{pm,\lambda(\mathbf{P}_k)}$ suivant la méthode des plaques minces avec un facteur de régularité qui est éventuellement propre à ce voisinage. Cette fonction interpolatrice, de type $C^1(\mathbb{R}^2)$, définie sur des voisinages de chaque

point $\mathbf{P}_k$ nous permet alors d'avoir les estimations souhaitées de $\sum_T$ pour un triangle T quelconque numéroté t dans la liste des triangles de la triangulation :

- estimation des $\tilde{F}(\mathbf{A}_i^T)$, $i \in \{1, 2, 3\}$:

$$\tilde{F}(\mathbf{A}_i^T) = \sigma_{pm,\lambda(\mathbf{P}_{V(i,t)})}^{\mathbf{V}_m(\mathbf{P}_{V(i,t)})}(\mathbf{A}_i^T) \qquad [A\text{-}31]$$

- estimation des $\nabla\tilde{F}(\mathbf{A}_i^T)$, $i \in \{1, 2, 3\}$:

$$\nabla\tilde{F}(\mathbf{A}_i^T) = \nabla\sigma_{pm,\lambda(\mathbf{P}_{V(i,t)})}^{\mathbf{V}_m(\mathbf{P}_{V(i,t)})}(\mathbf{A}_i^T) \qquad [A\text{-}32]$$

- estimation des $\partial_{\mathbf{n}_i^T}\tilde{F}(\mathbf{I}_i^T)$, $i \in \{1, 2, 3\}$:

  La difficulté de cette estimation est liée au fait que les points $\{\mathbf{I}_i^T\}_{i\in[1,3]}$ n'appartiennent pas à la triangulation : aucune fonction de type plaque mince ne leur est directement associée. On considère alors les deux points $\mathbf{P}_{k1}$ et $\mathbf{P}_{k2}$ tels que $\mathbf{I}_i^T$ soit le milieu de $[\mathbf{P}_{k1}, \mathbf{P}_{k2}]$. On approche alors la dérivée selon la normale au point $\mathbf{I}_i^T$ par la moyenne des dérivées selon la normale des deux plaques minces associées respectivement aux points $\mathbf{P}_{k1}$ et $\mathbf{P}_{k2}$:

$$\partial_{\mathbf{n}_i^T}\tilde{F}(\mathbf{I}_i^T) = \frac{\nabla\sigma_{pm,\lambda(\mathbf{P}_{k1})}^{\mathbf{V}_m(\mathbf{P}_{k1})}(\mathbf{I}_i^T) + \nabla\sigma_{pm,\lambda(\mathbf{P}_{k2})}^{\mathbf{V}_m(\mathbf{P}_{k2})}(\mathbf{I}_i^T)}{2}.\mathbf{n}_i^T \qquad [A\text{-}33]$$

4.4.3 Conclusion

La reconstruction de surface selon la méthode de Hsieh-Clough-Tocher s'effectue en deux étapes :

- une première étape de préparation qui consiste à trianguler les points de données, puis à évaluer les coefficients des trois polynômes constituant chaque triangle de la triangulation de Delaunay ;
- une deuxième étape d'évaluation de la surface interpolatrice en un point particulier qui consiste à trouver le triangle puis le sous-triangle contenant le point, puis à évaluer la valeur du polynôme correspondant au sous-triangle.

Contrairement à la méthode des plaques minces, ces deux étapes nécessitent des calculs locaux, dans le sens où ils ne font appel qu'à une sous-partie relativement restreinte des points de données, correspondant au voisinage défini précédemment. Cette méthode, très rapide, peut donc être utilisée pour un bien plus grand nombre de points que la méthode des plaques minces. En outre, elle permet de générer des surfaces interpolatrices de type $C^1(\mathbb{R}^2)$ comme la méthode des plaques minces, avec, en plus, la possibilité de définir un facteur de régularité local.

Cependant, les zones de discontinuité de la dérivée seconde se trouvent aux frontières des triangles et des sous-triangles. En d'autres termes, les discontinuités de ces surfaces correspondent à une structure qui n'est pas reliée aux surfaces que l'on veut reconstruire mais à la triangulation choisie pour les calculs. Ce désavantage peut limiter l'utilisation de cette méthode lorsque la surface F à reconstruire présentent localement de très hautes fréquences.

4.5 Le problème de l'extrapolation (hors de l'enveloppe convexe des points)

Malgré les avantages certains des méthodes de reconstruction de surface par morceaux, ces dernières présentent l'inconvénient d'être définie uniquement dans $\Omega_D(\{\mathbf{P}_k\}_{k\in[1,n]})$, l'enveloppe convexe des points de données. En d'autres termes, ces méthodes sont incapables de fournir, telles quelles, une extrapolation de la surface F à reconstruire.

Pour palier à cette limitation, l'idée est de rajouter n_a points $\{\mathbf{P}^a_k\}_{k\in[1,na]}$ supplémentaires répartis régulièrement de telle sorte que l'enveloppe convexe $\Omega_D(\{\mathbf{P}_k\}_{k\in[1,n]}\cup\{\mathbf{P}^a_k\}_{k\in[1,na]})$, associée à l'union des points de données et des points supplémentaires, englobe le sous-espace de $\mathbb{R}^2$ sur lequel on désire des valeurs de la surface interpolatrice. On choisira un espacement entre ces points supplémentaires équivalant à l'espacement moyen des points de données.

A chaque point supplémentaire $\mathbf{P}^a_k$, il faut associer une valeur z^a_k correspondant à une estimation extrapolée de F en ce point. Pour évaluer cette valeur, il faut nécessairement avoir recours à une seconde méthode de reconstruction de surface permettant l'extrapolation de F. La méthode polynomiale est une solution adéquate, à condition de choisir un faible degré (1 ou 2) qui permettra une extrapolation des tendances de F hors de l'enveloppe convexe des points de données.

- Annexe B -

LA QUALITE DES METHODES DE REECHANTILLONNAGE

1 Rappels des principes de l'interpolation et du rééchantillonnage

L'emploi de l'interpolation a pour but d'estimer la valeur d'un signal échantillonné en des points quelconques ne correspondant pas forcément à des valeurs entières d'échantillonnage. De façon plus précise, considérons le cas à une dimension d'un vecteur de mesure m issu de l'échantillonnage avec un pas R de la grandeur θ observée par le capteur. On h la tache image de ce capteur :

$$m(p) = h * \theta(Rp) = \theta_h(Rp) \qquad [B\text{-}1]$$

θ_h est l'image de la grandeur mesurée vue par le capteur avant l'échantillonnage à la fréquence $F_e = 1/R$. Pour toute la suite, on se place dans le cas à une dimension.

On cherche à estimer, à partir de la connaissance de $m(p)$, la valeur de θ_h en un point x, *a priori* non multiple de R et non la valeur de θ au point x, qui correspondrait à une déconvolution. De manière classique (Papoulis, 1987), si θ_h respecte les conditions du théorème de Shannon — pas d'information au-delà de la demi-fréquence d'échantillonnage $F_e/2$ — l'estimation θ_h^e de θ_h au point x correspond à :

$$\theta_h^e(x) = \sum_{p \in \mathbb{Z}} \mathrm{sinc}(F_e x - p) m(p) \qquad [B\text{-}2]$$

Soit, dans le domaine de Fourier :

$$\Theta_h^e(\nu) = R \mathbb{1}_{[-F_e/2,\, F_e/2]}(\nu) M(\nu) = \mathbb{1}_{[-F_e/2, F_e/2]}(\nu) \sum_{k \in \mathbb{Z}} \Theta_h(\nu - kF_e) \qquad [B\text{-}3]$$

La fonction $\mathbb{1}_{[-F_e/2,\, F_e/2]}(\nu)$ correspond au filtre passe-bas parfait défini par la fonction porte valant 1 sur l'intervalle $[-F_e/2, F_e/2]$ et 0 ailleurs.

Il est important de remarquer que, en pratique, θ_h ne respecte pas tout à fait les conditions de Shannon. Dans ce cas, le repliement de spectre empêche une reconstruction parfaite de θ_h :

$$\Theta_h^e(\nu) = R\mathbb{1}_{[-F_e/2,\ F_e/2]}(\nu)\Theta_h(\nu) + \underbrace{R\mathbb{1}_{[-F_e/2,F_e/2]}(\nu) \sum_{k\in\mathbb{Z}^*} \Theta_h(\nu - kF_e)}_{\text{Repliement de spectre}} \qquad [B\text{-}4]$$

De plus, l'application de la convolution correspondant à la formule d'interpolation exprimée en [B-2] présente deux inconvénients. Tout d'abord, le noyau de convolution de Shannon, $\mathrm{sinc}(xF_e-p)$, s'étend de $-\infty$ à $+\infty$. Cela signifie que son application telle quelle n'est pas réalisable et qu'une troncature du noyau s'impose. Or, on remarque que certains coefficients du noyau sont fortement négatifs et que la décroissance globale des coefficients du noyau est relativement lente (en $1/p$). Par conséquent, une simple troncature de [B-2] conduit à des effets de Gibbs perceptibles par des rebondissements radiométriques au voisinage de discontinuités de l'image à interpoler.

Pour éviter ce phénomène, il existe plusieurs noyaux d'interpolation sur un support fini inspiré du noyau de Shannon mais différent de ce dernier afin de compenser l'effet "néfaste" de la troncature rectangulaire. De manière générale, les méthodes d'interpolation s'écrivent sous la forme :

$$\theta_h^s(x) = \sum_{p\in\mathbb{Z}} s(F_e x - p)m(p) \ = \sum_{k=min_s}^{max_s} s(\varepsilon + k)m(k_0 - k) \qquad [B\text{-}5]$$

où $k_0 = En[F_e x]$ et $\varepsilon = F_e x - En[F_e x]$[1] $\in [0,1[$.

Le rééchantillonnage, à distinguer de l'interpolation décrite précédemment, correspond à un nouvel échantillonnage de θ_h^s afin de créer un nouveau vecteur de mesure m' dont les points de mesure sont différents de ceux de m. Pour notation, on appellera d le champ de rééchantillonnage qui fait correspondre tout "nouveau" point de mesure p de m' un point interpolé de θ_h^s. Soit :

$$m'(p) = \theta_h^s(d(p)) \qquad [B\text{-}6]$$

La notion de champ de disparité, utilisé notamment dans le ***chapitre 5***, se déduit de celle du champ de rééchantillonnage. Le champ de disparité $dp(p)$ au point p correspond au décalage entre le nouveau point d'échantillonnage et p :

$$dp(p) = d(p) - p \qquad [B\text{-}7]$$

[1] En[x] correspond à la partie entière de x.

Pour l'extension au cas de l'interpolation d'un signal image de dimension deux, nous avons choisi de faire l'hypothèse simplificatrice de séparabilité de la fonction d'interpolation :

$$\theta_h^s(x,y) = \sum_{(l,c)\in\mathbb{Z}^2} s(F_e^l x - l)\, s(F_e^c y - c)\, m(l,c) \qquad [B\text{-}8]$$

2 La qualité du rééchantillonnage

2.1 Ajout éventuel d'un biais lors de l'interpolation

Nous avons vu que le résultat de l'interpolation $\theta_h^s(x)$ correspond à la convolution du vecteur de mesure m par la fonction d'interpolation s. On note S la transformée de Fourier de s. On peut montrer que les moyennes de $\theta_h^s(x)$ et de m sont reliées par la relation :

$$\langle\theta_h^s(x)\rangle = S(0)\,\langle m\rangle \qquad [B\text{-}9]$$

En d'autres termes, un écart de $S(0)$ par rapport à 1 se traduit par une modification de la moyenne du résultat de l'interpolation. On rappelle que :

$$S(0) = \int_{-\infty}^{+\infty} s(x)dx \qquad [B\text{-}10]$$

De plus, il s'agit de vérifier que si $\theta_h(x)$ est constant et égal à α, alors $\theta_h^s(x)$ doit être constant et valoir aussi α. Soit Σ_s :

$$\forall\, \varepsilon \in [0,1[,\ \Sigma_s(\varepsilon) = \sum_{k=min_s}^{max_s} s(\varepsilon+k) \qquad [B\text{-}11]$$

Un écart de la somme Σ_s par rapport à 1 se traduit par un biais sur le résultat de l'interpolation. Il est à remarquer que :

$$\forall\, \varepsilon \in [0,1[,\ \Sigma_s(\varepsilon) = 1 \Rightarrow S(0) = 1 \qquad [B\text{-}12]$$

La réciproque est fausse.

2.2 Ecart de S(ν) par rapport au filtre passe-bas parfait

En premier lieu, la qualité d'une méthode d'interpolation peut se mesurer en évaluant l'écart de la transformée de Fourier de s(x), notée S(ν), par rapport au filtre passe-bas parfait. Cet écart est à étudier sur deux plages de fréquences distinctes pour deux interprétations différentes :

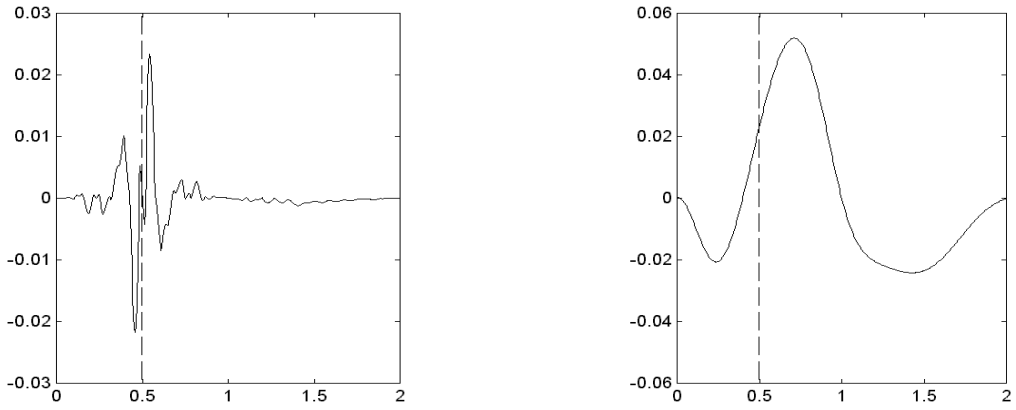
- *sur [0, $F_e/2$] :* S(ν) doit être égal à 1. Une valeur inférieure à 1 traduit une perte de contraste pour les fréquences correspondantes. Une valeur supérieure à 1 traduit une exagération de contraste ;

- *sur [$F_e/2$, $+\infty$[:* S(ν) doit être égal à 0. Dans le cas contraire, le spectre replié n'est pas totalement éliminé au delà de Fe/2. Lors d'un rééchantillonnage de pas proche, par valeur supérieure, de R, survient alors un phénomène de repliement de spectre qui introduit dans la mesure interpolée des informations fréquentielles dépourvues de réelle signification.

L'impact réel de ces deux types d'écarts par rapport au filtre passe-bas parfait est difficilement quantifiable de manière générale. En effet, même s'il est possible de connaître assez précisément la tache image d'un capteur, la connaissance de θ, et donc de θ_h, ne nous est pas accessible. Or, une mesure quantitative de l'impact des écarts de S(ν) par rapport au filtre passe-bas parfait impose l'étude de l'écart à 0 des deux fonctions $E_{bp}(\nu)$ et $E_{att}(\nu)$, respectivement sur la bande passante du filtre passe-bas parfait et sur la bande d'atténuation (au delà de Fe/2) :

$$E_{bp}(\nu) = \left(S(\nu) \sum_{k \in Z} \Theta_h(\nu - kF_e) - \Theta_h(\nu) \right) \mathbb{1}_{[-F_e/2, F_e/2]}(\nu)$$
$$\text{et } E_{att}(\nu) = \left(S(\nu) \sum_{k \in Z} \Theta_h(\nu - kF_e) \right) (1 - \mathbb{1}_{[-F_e/2, F_e/2]}(\nu)) \qquad \text{[B-13]}$$

En général, compte tenu de la diversité et la varibilité de Θ(ν), l'étude des fonctions $E_{bp}(\nu)$ et $E_{att}(\nu)$ ne peut pas être remplacée par celle des fonctions $E^H_{bp}(\nu)$ et $E^H_{att}(\nu)$ où le spectre $\Theta_h(\nu)$, inconnu, est remplacé par H, la FTM du capteur (transformée de Fourier de h). La figure B-1 illustre, par le biais d'une simulation à partir d'une FTM réaliste et d'une image réelle de résolution très supérieure, la différence très nette entre $E_{bp}(\nu)$ et $E_{att}(\nu)$ d'une part et $E^H_{bp}(\nu)$ et $E^H_{att}(\nu)$, d'autre part.



(a) (b)

Figure B-1. (a) Représentation de $E_{bp}(\nu)$ et $E_{att}(\nu)$ issue d'une simulation d'un capteur de FTM H à partir d'une image réelle. (b) Représentation de $E^{H}_{bp}(\nu)$ et $E^{H}_{att}(\nu)$ sans la prise en compte du paysage.

En d'autres termes, l'écart de $S(\nu)$ par rapport au filtre passe-bas parfait ne constitue qu'une indication de la qualité de l'interpolation car le réel impact est fondamentalement modulé par la forme de θ_h. Dans certains cas, l'impact effectif de l'écart au filtre passe-bas parfait peut être quantifié à partir de modèles plus ou moins réalistes de comportements spectraux de paysage (Park et Schowengert, 1982a ; 1982b). Il peut être intéressant toutefois de conserver de cet écart un gabarit ainsi qu'un certain nombre de paramètres clés, présentés figure B-2.

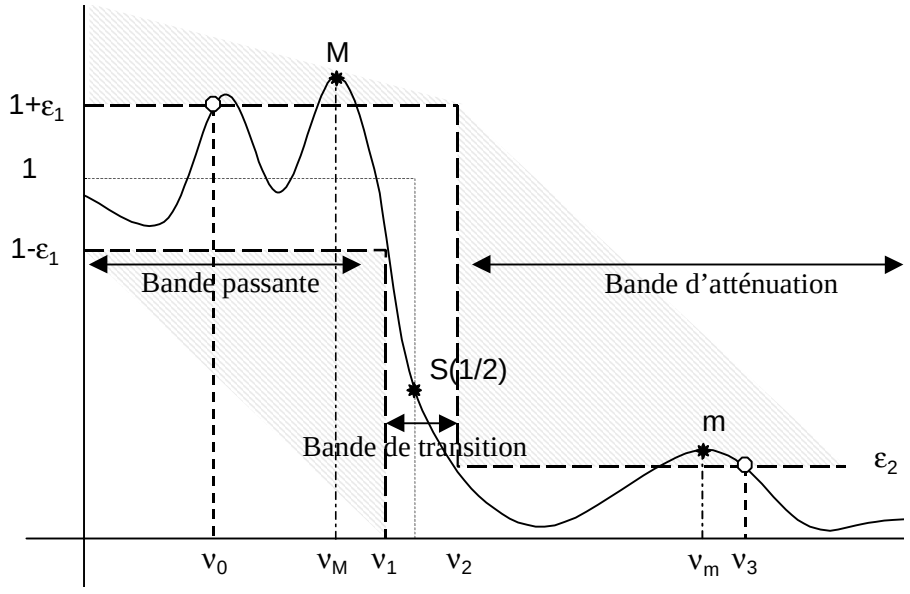


Figure B-2. Gabarit et valeurs clés de $|S(\nu)|$ pour une description qualitative de son écart au filtre passe-bas parfait.

De manière plus précise :

- l'intervalle $[0 ; \nu_0]$ correspond à la sous-bande passante pour laquelle on considère que le signal est *presque totalement* conservé : ν_0 doit être la plus proche possible de ν_1 ;

- l'intervalle $[0 ; \nu_1]$ définit la bande passante de $S(\nu)$: plus cette valeur est proche de la demi-fréquence d'échantillonnage, plus l'interpolation est susceptible de conserver les hautes fréquences du signal à interpoler ;

- l'intervalle $[\nu_1 ; \nu_2]$ définit la bande de transition de $S(\nu)$: dans cette bande, le signal n'est ni conservé, ni atténué : le résultat du filtrage est alors extrêmement dépendant de m. Cette bande, indécise, doit être la plus petite possible ;

- l'intervalle $[\nu_2 ; +\infty[$ définit la bande d'atténuation de $S(\nu)$: sur cette bande, le signal est *fortement* atténué ; ν_2 doit être la plus proche possible de la demi-fréquence d'échantillonnage ;

- la valeur ν_3 correspond à la fréquence au delà de laquelle on considère que le signal est *presque totalement* filtré : cette valeur doit être la plus proche possible de ν_2 ;

- la valeur m à la fréquence $\nu_m \in [\nu_2 ; \nu_3]$ est une indication sur le niveau le plus faible d'atténuation sur la bande $[\nu_2 ; \nu_3]$. Une forte valeur de m indique donc une possibilité de résidu important au delà de $F_e/2$ après filtrage ;

- la valeur M à la fréquence $\nu_M \in [\nu_2 ; \nu_3]$ donne une indication sur de possibles oscillations dans la bande passante. Une valeur de M égal à 1 à la fréquence nulle indique que $S(\nu)$ est en décroissance constante sur la bande passante.

Les positions des bandes du gabarit dépendent des deux tolérances ε_1 et ε_2. Ces tolérances sont fixées arbitrairement. Pour la suite, nous avons choisi $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0{,}02$, ce qui correspond à un écart de moins de 0,2 dB sur la bande passante et à une atténuation d'environ 34 dB.

2.3 Erreur sur le champ de rééchantillonnage lors du rééchantillonnage

Nous nous intéressons ici à l'évaluation d'éventuels écarts entre le champ de rééchantillonnage injecté et celui effectif après rééchantillonnage. Pour cela, nous avons choisi de nous limiter au cas de champs de disparité se résumant à une simple translation :

$$d(p) = R(p-\delta) \qquad [B\text{-}14]$$

Il s'agit alors de comparer le résultat de l'échantillonnage de θ_h aux points $\{R(p+\delta)\}_{p\in\mathbb{Z}}$ où $\delta\in[0,1[$:

$$m_\delta(p) = \theta_h(R(p-\delta)) \qquad \text{[B-15]}$$

et le rééchantillonnage de θ_h aux points $\{Rp\}_{p\in\mathbb{Z}}$ pour appliquer la translation de $R\delta$:

$$m^s_\delta(p) = \theta^s_h(R(p-\delta)) = \sum_{k\in\mathbb{Z}} s(p-\delta-k)m(k) \qquad \text{[B-16]}$$

Dans le domaine de Fourier, nous avons alors sur $[0,F_e/2]$:

$$M_\delta(\nu) = F_e\sum_{k\in\mathbb{Z}}\Theta_h(\nu-kF_e)e^{-2i\pi\delta R(\nu-kF_e)} \qquad \text{[B-17]}$$

et

$$M^s_\delta(\nu) = (F_e)^2\sum_{k\in\mathbb{Z}}S(\nu-kF_e)e^{-2i\pi\delta R(\nu-kF_e)}\sum_{k'\in\mathbb{Z}}\Theta_h(\nu-k'F_e) \qquad \text{[B-18]}$$

Pour un rééchantillonnage ne présentant pas d'erreur sur la translation après rééchantillonnage, il devrait avoir égalité parfaite entre $M_\delta(\nu)$ et $M^s_\delta(\nu)$. La comparaison entre les deux relations [B-17] et [B-18] montre que ce n'est *a priori* pas le cas. Pour déterminer l'erreur géométrique, nous faisons l'hypothèse qu'il n'y a pas de repliement de spectre sur $\Theta_h(\nu)$. En d'autres termes, l'expression de l'erreur géométrique ne sera valable que pour des paysages tels que $\Theta_h(\nu)$ est nul au delà de $F_e/2$. Sous cette hypothèse, nous pouvons établir une relation entre $M_\delta(\nu)$ et $M^s_\delta(\nu)$:

$$M^s_\delta(\nu) = M_\delta(\nu)F_e\sum_{k\in\mathbb{Z}}S(\nu-kF_e)e^{-2i\pi\delta k} \qquad \text{[B-19]}$$

Puisque nous cherchons à établir l'erreur géométrique d'une méthode d'interpolation, nous allons essayer d'identifier le terme $F_e\sum S(\nu-kF_e)e^{-2i\pi\delta kF_e}$ à une erreur de translation pour la fréquence ν notée $T_s(\nu,\delta)$, cumulée à l'atténuation fréquentielle de la méthode d'interpolation définie au paragraphe précédent.

Soit alors l'identification suivante :

$$F_e\sum_{k\in\mathbb{Z}}S(\nu-kF_e)e^{-2i\pi\delta k} = S(\nu)e^{2i\pi\nu T_s(\nu,\delta)R} \qquad \text{[B-20]}$$

A ce stade, nous faisons une deuxième hypothèse sur l'ordre de grandeur de l'erreur de translation. En effet, nous supposons que $\nu T_s(\nu,\delta)R$ est très petit devant 1. Cette hypothèse a deux conséquences : elle suppose d'une part que $T_s(\nu,\delta)$ soit petit devant 1 et, d'autre part, que ν soit petit devant F_e. Cette dernière remarque implique que la relation qui va découler de cette hypothèse ne va être valable que pour des fréquences relativement basses. Fréquences d'autant plus basses que l'erreur $T_s(\nu,\delta)R$ sera importante.

L'hypothèse précédente nous permet de développer $e^{2i\pi\nu T_s(\nu,\delta)}$ à l'ordre 2 et, donc, d'écrire que :

$$\sum_{k\in\mathbb{Z}} S(\nu-kF_e)e^{-2i\pi\delta k} \approx S(\nu)(1+4\pi^2\nu^2R^2T_s(\nu,\delta)^2)+2i\pi\nu RT_s(\nu,\delta)S(\nu) \qquad [B\text{-}21]$$

En remarquant que $S(\nu)$ est symétrique réel (car s est symétrique réelle), nous avons la relation suivante en identifiant les termes imaginaires purs :

$$\forall\ \nu \neq 0\ /\ \nu T_s(\nu,\delta)R<<1,\ T_s(\nu,\delta) \approx \frac{1}{2\pi\nu RS(\nu)} \sum_{k\ \in\ \mathbb{N}^*} \Delta_k^s(\nu)\sin(2\pi\delta k) \qquad [B\text{-}22]$$

où $\Delta_k^s(\nu) = S(\nu-kF_e)-S(\nu+kF_e)$.

Comme le montre la figure B-3, puisque $S(\nu)$ est symétrique, les termes $\{\Delta_k^s(\nu)\}_{k\in\mathbb{N}^*}$ correspondent à la dissymétrie de S de part et d'autre, à une distance ν, des multiples non nuls de la fréquence d'échantillonnage F_e.

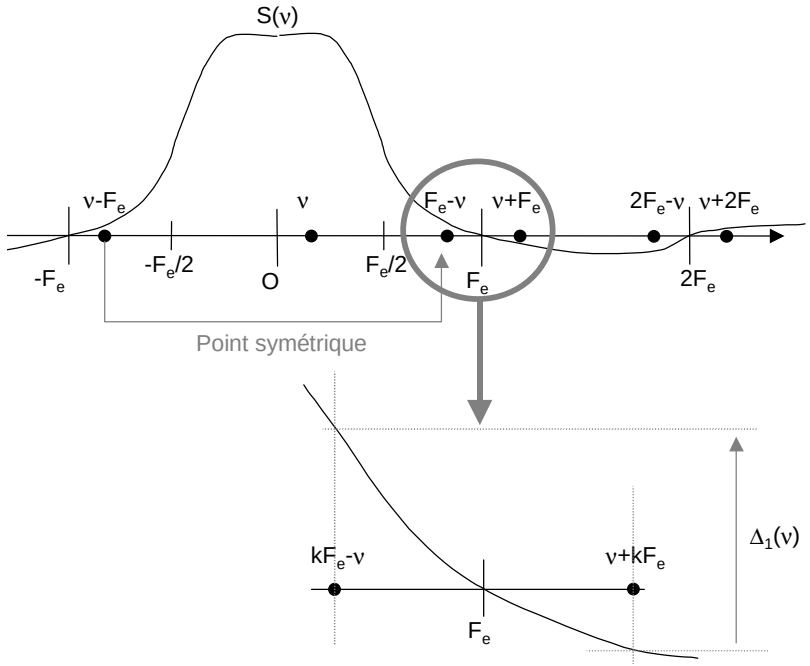


Figure B-3. Représentation de la grandeur $\Delta_1^s(\nu)$ liée à l'expression de l'erreur géométrique d'une méthode d'interpolation s.

Lorsqu'il y a une forte atténuation de S après $F_e/2$, $\Delta_1^s(\nu)$ est relativement faible mais est largement supérieur aux autres $\{\Delta_k^s(\nu)\}_{k>1}$. D'où l'approximation suivante :

$$\forall\ \nu \neq 0\ /\ \nu T_s(\nu,\delta)R<<1,\ T_s(\nu,\delta) \approx \frac{\Delta_1^s(\nu)}{2\pi\nu RS(\nu)}\sin(2\pi\delta) \qquad \text{[B-23]}$$

Sous réserve de la dérivabilité de S, cette relation se prolonge par continuité en 0 par :

$$T_s(0,\delta) \approx \frac{S'(F_e)}{\pi RS(0)}\sin(2\pi\nu\delta) \qquad \text{[B-24]}$$

Il est intéressant de remarquer que la relation asymptotique en zéro [B-23] est identique à celle trouvée par Alexander et Ng (1991) par le biais d'une approche complètement différente basée sur l'évaluation de la différence $T_s^{cdm}(\delta)$ entre les deux centres de masse des deux signaux $m_\delta(p)$ et $m_\delta^s(p)$:

$$T_s^{cdm}(\delta) = \frac{\sum_{p\in\mathbb{Z}} p m_p^\delta(p)}{\sum_{p\in\mathbb{Z}} m_\delta^s(p)} - \frac{\sum_{p\in\mathbb{Z}} p m_\delta(p)}{\sum_{p\in\mathbb{Z}} m_\delta(p)} \qquad \text{[B-25]}$$

En conclusion, moyennant certaines hypothèses, on a :

- absence de repliement de spectre pour θ_h ;
- $\nu T_s(\nu,\delta)R << 1$;
- décroissance rapide de S au delà de $F_e/2$.

Lors de l'application d'une translation sous-pixellaire δR ($\delta \in [0,1[$) par une méthode d'interpolation s, on commet une erreur $T_s(\nu,\delta)$ sur cette translation de la forme approximative :

$$T_s(\nu,\delta) \approx A_s(\nu)\sin(2\pi\delta) \qquad \text{[B-26]}$$

$A_s(\nu)$ correspond donc à l'amplitude maximale de l'erreur de translation $T_s(\nu,\delta)$, atteinte lorsque δ est dans un voisinage proche de $0{,}25R$ ou de $0{,}75R$.

Il est important de noter que nous avons établi la relation [B-26] sous un certain nombre d'hypothèses. Il est cependant possible de vérifier expérimentalement cette relation en choisissant θ_h purement sinusoïdal dont on peut faire varier la fréquence ν de 0 à $F_e/2$:

$$\theta_h(x) = A\cos(2\pi\nu x)+B \qquad \text{[B-27]}$$

Après application de l'échantillonnage de fréquence F_e et, ensuite, du rééchantillonnage pour appliquer la translation de δR, m_δ^s est de la forme :

$$m_\delta^s(p) = A'\cos(2\pi\nu Rp+\varphi)+B' \qquad [B\text{-}28]$$

Par une méthode des moindres carrés, il est possible d'estimer avec une grande précision le déphasage φ et ainsi d'évaluer, pour chaque fréquence ν l'erreur commise sur la translation :

$$T_s^{exp}(\nu,\delta) = \delta - \frac{\varphi}{2\pi\nu R} \qquad [B\text{-}29]$$

Le fait que l'erreur $T_s(\nu,\delta)$ dépende de la fréquence rend son interprétation délicate. En effet, l'erreur de translation n'est pas réellement assimilable à une réelle translation supplémentaire sur le signal. Cependant si $A_s(\nu)$ est quasi constant sur une plage de fréquences concentrant une grande partie de l'information de θ_h, alors l'approximation de l'erreur géométrique sous la forme d'une translation supplémentaire est justifiée.

2.4 Problème de repliement de spectre lors du rééchantillonnage

Un autre aspect important de la qualité radiométrique du rééchantillonnage concerne non pas la méthode d'interpolation elle-même, mais son utilisation lors du rééchantillonnage en un nouveau vecteur de mesure m' à partir du vecteur initial m suivant un champ de rééchantillonnage d :

$$m'(p) = \theta_h^s(d(p)) \qquad [B\text{-}30]$$

Examinons tout d'abord le cas simple où le champ de rééchantillonnage dp est une fonction linéaire de p. Soit :

$$dp(p) = \alpha Rp + \beta R \qquad [B\text{-}31]$$

On note que ce modèle polynomial d'ordre un du champ de rééchantillonnage permet de générer une translation constante $R\beta$, ainsi qu'un changement d'échelle (homothétie) de $\alpha R+1$.

Deux cas sont à étudier selon que le changement d'échelle correspond à un agrandissement ou à une diminution. En effet, lorsque $|\alpha|$ est supérieur strictement à 1, le champ de rééchantillonnage correspond à un rééchantillonnage strictement contractant. En d'autres termes, m' est issu d'un nouvel échantillonnage "plus lâche" que celui initial. Se pose alors le problème d'un nouveau repliement de spectre puisque le spectre M' de m' est issu d'une

duplication de $\Theta_h^s(\nu)$ translaté non pas de multiples de F_e, mais de multiples de F_e/α, comparativement plus petits :

$$M'(\nu) = \frac{F_e}{\alpha} \sum_{k \in \mathbb{Z}} \Theta_h^s(\nu - kF_e/\alpha)\ e^{2i\pi R\beta(\nu - kF_e/\alpha)} \qquad [B\text{-}32]$$

Pour éviter le repliement de spectre sur m', il faut donc veiller à ce que $\Theta_h^s(\nu)$ soit nul au delà de $F_e/(2\alpha)$. Dans le cas contraire, si α est inférieur ou égal à 1, le champ de rééchantillonnage correspond à un rééchantillonnage dilatant : il y a donc sur-échantillonnage de m. Il n'y a donc pas de réelles contraintes liées à un possible repliement de spectre de m' si ce n'est de respecter au mieux l'annulation de $S(\nu)$ au delà de $F_e/2$.

Par conséquent, toujours sous l'hypothèse de champs de disparité linéaires, les méthodes d'interpolation ne sont pas adaptées, telles quelles, à un rééchantillonnage contractant ($\alpha > 1$). Pour éviter le problème de repliement lors du rééchantillonnage, il est nécessaire de filtrer $\theta_e^s(x)$ de façon à éliminer l'information qu'il contient au delà de la nouvelle fréquence de Nyquist, soit $F_e / (2\alpha)$. Puisque la fonction interpolatrice s correspond déjà à une approximation du filtre passe-bas parfait, ce nouveau filtrage peut être effectué simplement en dilatant s. Cette remarque permet alors de définir une formule générale du rééchantillonnage lorsque le champ de rééchantillonnage vérifie la propriété [B-31] :

$$m'(p) = \frac{1}{\max(1,|\alpha|)} \sum_{k \in \mathbb{Z}} s\left(\frac{\alpha p + \beta - k}{\max(1,|\alpha|)}\right) m(k) \qquad [B\text{-}33]$$

Dans le cas d'un champ de rééchantillonnage quelconque, le problème semble plus difficile. Il correspond au problème de l'échantillonnage irrégulier d'une fonction traité par Papoulis (1987). Ces derniers montrent que pour des échantillonnages "pas trop irréguliers" de la fonction, *i.e.* dont l'écart à l'échantillonnage régulier le plus proche ne dépasse pas un certain seuil dépendant du pas de l'échantillonnage régulier, les conditions et les résultats du théorème de Shannon demeurent valables sous la réserve de la prise en compte de ces petites irrégularités dans la formule de reconstruction.

Cependant, imaginons un voisinage V où le champ de rééchantillonnage d est localement linéaire. Ce voisinage est supposé suffisamment grand pour que les écarts à l'échantillonnage régulier le plus proche dépassent le seuil précédemment cité. Dans ce cas, pour éviter le repliement de spectre dans ce voisinage, il semble important de filtrer $\theta_e^s(x)$ de façon à éliminer ses hautes fréquences au delà de $F_e/(2\alpha)$ où α correspond à la dérivée d' de d, supposée quasiment constante sur V.

On a alors :

$$\forall\, p \in V,\ m'(p) = \frac{1}{\max(1,|\alpha|)} \sum_{k \in \mathbb{Z}} s\left(\frac{d(x)-k}{\max(1,|\alpha|)}\right) m(k)$$
$$\text{où } d'(p) \approx \alpha R = \frac{1}{\mathrm{Card}(V)} \sum_{q \in V} d'(q) \qquad \text{[B-34]}$$

En d'autres termes, pour des champs de translation ayant une relativement faible variabilité spatiale, il est possible d'appliquer la relation [B-34] de façon à éviter un phénomène de repliement de spectre local lors du rééchantillonnage. Dans le cas d'un champ de rééchantillonnage d ayant une grande variabilité spatiale, une possibilité consiste à appliquer la relation [B-34] en se basant sur la dérivée non pas de t mais d'une version lissée de t qui pourra être supposée linéaire sur des voisinages suffisamment grands.

3 Evaluation de quelques méthodes d'interpolation

3.1 Introduction

L'objectif de cette section est de procéder à la présentation et à l'évaluation de méthodes d'interpolation suivant les différents aspects de qualité présentés à la section précédente : l'erreur de biais sur le signal interpolé, l'écart au filtre passe-bas parfait (paramètres du gabarit) ainsi que l'erreur sur les translations après rééchantillonnage. Dans un souci de concision, nous ne présentons pas les résultats concernant les deux méthodes d'interpolation au plus proche voisin et linéaire : ces deux méthodes, quoique très rapides et très simples de mise en œuvre, n'ont pas, dans le cas général, les conditions requises pour un rééchantillonnage en vue d'une correction géométrique précise.

En effet, l'interpolation au plus proche voisin, en plus d'un gabarit prédisposant très fortement au repliement de spectre, ne permet pas de correction géométrique plus précise que le pas d'échantillonnage du signal à interpoler. L'interpolation linéaire, quant à elle, même si elle présente des erreurs de translation faibles (très comparable à celles de l'interpolation cubique avec $a = -0{,}5$ traitée au paragraphe suivant) ainsi qu'une bonne atténuation au delà de $F_e/2$, sa bande passante est très petite (moins de $0{,}08F_e$) et sa bande de transition très grande : cette méthode induit donc une forte atténuation des "moyennes fréquences" du signal interpolé.

3.2 L'interpolation cubique (d'ordre 2)

Cette méthode d'interpolation consiste à définir s de la relation [B-2] à partir de polynômes par morceaux de degré trois sur les intervalles $[-2,-1]$, $[-1,0]$, $[0,1]$ et $[1,2]$ de telle sorte que s

soit de type $C^1(\mathbb{R})$, symétrique, nulle en -2, -1, 1 et 2, égal à 1 en 0. Djamdji (1993) expose une forme paramétrique de s_{cub} en fonction de sa pente en 1 notée a :

$$s_{cub(a)}(x) = \begin{cases} (a+2)|x|^3-(a+3)|x|^2+1 \text{ si } 0\leq|x|<1 \\ a|x|^3-5a|x|^2+8a|x|-4a \text{ si } 1\leq|x|<2 \\ 0 \text{ sinon} \end{cases}$$

et [B-35]

$$S_{cub(a)}(\nu) = \frac{-3a\cos(4\pi\nu)-2\pi\nu a\sin(4\pi\nu)-6\cos(2\pi\nu)-(6+8a)\pi\nu\sin(2\pi\nu)+3a+6}{4\pi^4\nu^4}$$

Le choix de a est *a priori* relativement libre : la seule contrainte concerne le respect d'une concavité similaire au sinc en 0 et en 1 qui permet de donner un intervalle pour a :

$$-3 < a < 0 \qquad \text{[B-36]}$$

Nous allons voir que le choix de a a un impact important sur la qualité du rééchantillonnage. Il est à noter que Rifman (1973) et Bernstein (1976) propose $a = -1$. Cette valeur, souvent adoptée, est celle assurant que la pente de la fonction interpolatrice $s_{cub(-1)}$ est identique en 1 et -1 à celle de la fonction sinc.

3.2.1 Etude du biais

Il est possible de montrer de manière analytique que :

$$\forall\, a, \forall\, \varepsilon \in [0,1[,\ \Sigma_{cub(a)}(\varepsilon) = 1 \qquad \text{[B-37]}$$

Quel que soit le paramètre a choisi, l'interpolation cubique n'implique aucune modification de la moyenne du signal interpolé.

3.2.2 Etude des écarts de $S_{cub(a)}(\nu)$ par rapport au filtre passe-bas parfait

Le comportement de l'écart de $S_{cub(a)}(\nu)$ au filtre passe-bas parfait en fonction du paramètre a, représenté sur la figure B-4, montre que $S_{cub(a)}(\nu)$ devient de moins en moins sélectif (largeur de transition en augmentation, éloignement de ν_1 et ν_2 de la demi-fréquence d'échantillonnage) lorsque a augmente.

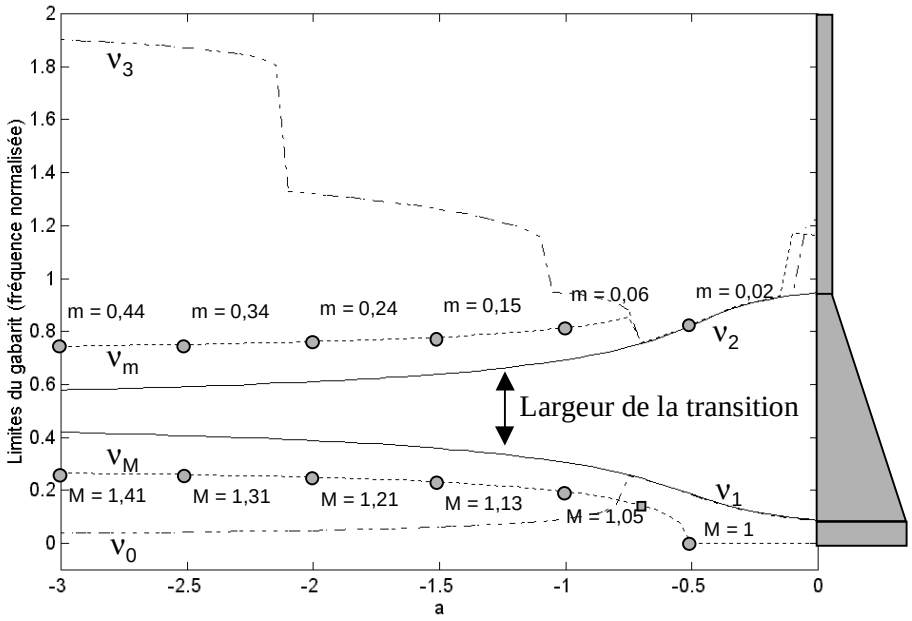


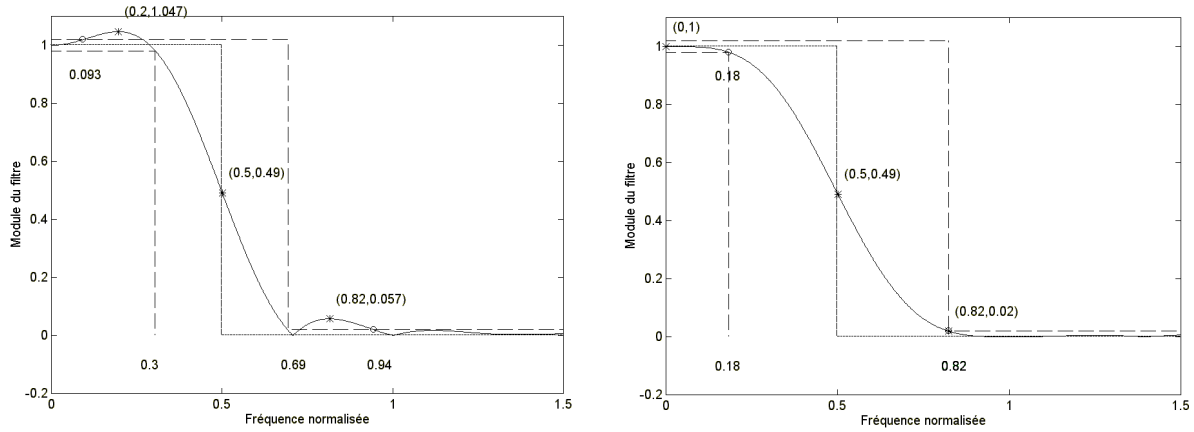
Figure B-4. Représentation des paramètres du gabarit de $S_{cub(a)}(\nu)$ pour $a \in [-3, 0]$.

Cependant, l'examen du gabarit suivant a ne doit pas s'arrêter à la seule considération de l'emplacement des bandes. L'étude des maxima sur les bandes passante et d'atténuation doit aussi être pris en compte. Cette étude peut être faite en distinguant deux intervalles pour a :

- *l'intervalle [-3, -0,5[:* pour ces valeurs de a, $S_{cub(a)}(\nu)$ présente un maximum supérieur à 1 au milieu de la bande passante ; ce maximum atteint 1,41 pour $a = -3$, pour décroître jusqu'à 1 lorsque a tend vers 0,5. Ce maximum est inférieur au seuil $1+\varepsilon_1$ que lorsque a est supérieur à -0,79. Même remarque pour la bande d'atténuation : au voisinage de $0{,}75F_e$, le filtre présente un maximum — prédisposant au repliement de spectre — pouvant atteindre 0,4 ; ce maximum "passe" en dessous du seuil ε_2 uniquement pour a supérieur à 0,7 ;

- *l'intervalle [-0,5, 0[:* lorsque a est supérieur à -0,5, $S_{cub(a)}(\nu)$ est strictement décroissante : il n'y a plus de maximum sur la bande passante. Sur la bande d'atténuation, on remarque que le maximum est toujours en dessous du seuil ε_2 pour des valeurs de a inférieure à -0,1. Au delà de cette valeur le maximum dépasse légèrement le seuil.

Pour illustrer ces deux comportements différents du filtre de l'interpolation cubique, nous avons représenté sur la figure B-5 les gabarits de $|S_{cub(-1)}(\nu)|$ et de $|S_{cub(-0,5)}(\nu)|$. A cause d'un maximum trop marqué à la fréquence $0{,}2F_e$, la sous-bande $[0,\nu_1]$ est très petite ($[0, 0{,}09]$) lorsque $a = -1$. A l'inverse, pour $a = -0{,}5$, même si la bande passante est nettement plus faible, la sous-bande $[0,\nu_1]$ est de taille deux fois supérieure à celle constatée lorsque $a = -1$.



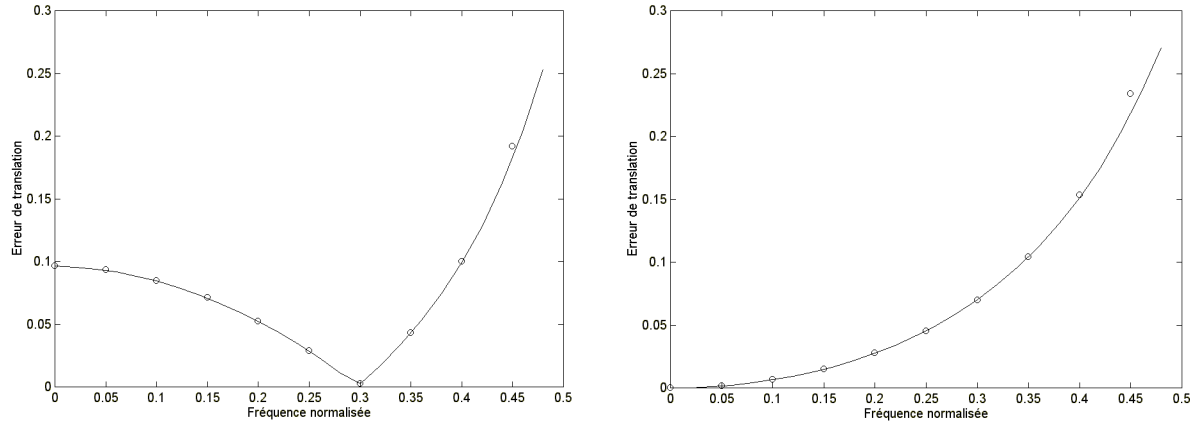
(a) (b)

Figure B-5. (a). Représentation de $|S_{cub(-1)}(\nu)|$ (en fréquence normalisée) ainsi que de son gabarit. (b). Idem pour $|S_{cub(-0,5)}(\nu)|$ ($\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0,02$).

3.2.3 Etude de l'erreur lors de l'application d'une translation sub-pixellaire

L'étude de l'erreur de translation en fonction du paramètre a montre que, là aussi, la valeur $a = -0,5$ est une valeur pivot entre deux comportements différents de l'interpolation cubique.

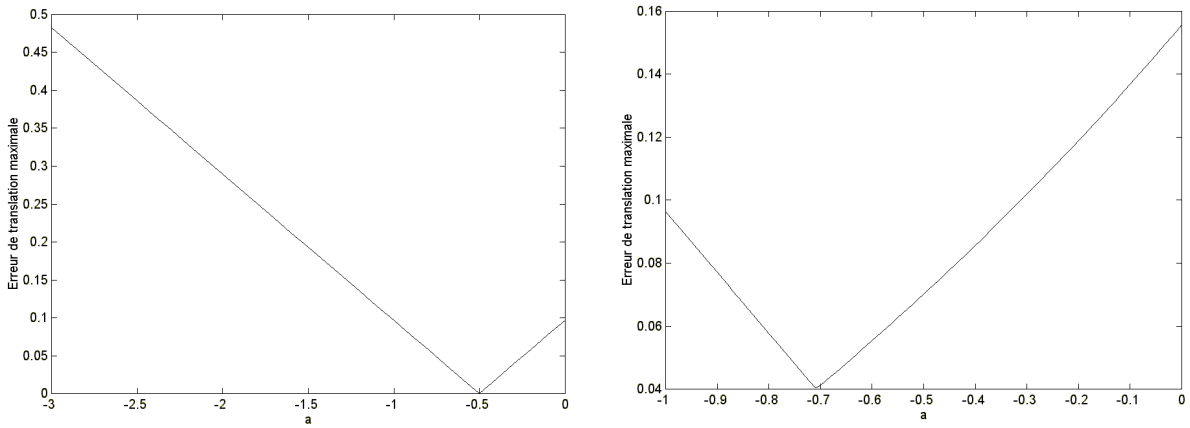
La figure B-6 représente $A_{cub(a)}(\nu)$, amplitude maximale de l'erreur de translation de $T_{cub(a)}(\nu,\delta)$ pour $a = -1$ et $a = -0,5$. Les courbes en trait continu correspondent à l'application de la relation [B-23], tandis que les valeurs indiquées par la marque 'o' correspondent aux valeurs de $T_{cub(a)}(\nu,\delta)$ obtenues expérimentalement par la relation [B-29]. Ces valeurs de vérification indiquent que les différentes hypothèses supportant la relation [B-23] sont manifestement valides pour des fréquences inférieures à $0,35F_e$.



(a) (b)

Figure B-6. (a). Représentation de l'amplitude maximale $A_{cub(-1)}(\nu)$ de l'erreur de translation en fonction de la fréquence normalisée ν. (b). Idem pour $A_{cub(-0,5)}(\nu)$.

Ces deux courbes sont symptomatiques des deux comportements différents de l'erreur de translation de l'interpolation cubique. Pour $a < -0,5$, $A_{cub(a)}(\nu)$ se comporte comme la courbe (a) de la figure B-6 : une valeur non nulle au voisinage de 0, une décroissance jusqu'à la fréquence $0,3F_e$ et, enfin, une croissance rapide au delà. Pour $a \geq -0,5$, comme la courbe (a) de la figure B-6, $A_{cub(a)}(\nu)$ est strictement croissante (de manière parabolique, avec une dérivée nulle au voisinage de 0).



(a) (b)

Figure B-7. (a). Représentation de $A_{cub(a)}(0)$ en fonction de a. (b). Valeur maximale de l'erreur de translation $T_{cub(a)}(\nu,\delta)$ sur la plage $[0, 0,31F_e]$.

La figure B-7a représente l'évolution de $A_{cub(a)}(0)$ en fonction de a. Cette courbe montre que l'erreur de translation est nulle au voisinage de 0 uniquement pour $a = -0,5$. Cette valeur de a est donc la seule n'ajoutant pas de biais au centre de masse du signal après rééchantillonnage (Alexander et Ng, 1991).

Si l'on s'abstrait du problème de changement du centre de masse, il peut être intéressant d'évaluer l'erreur de translation maximale pour des fréquences inférieures à une certaine limite. Ainsi, la figure B-7b permet d'évaluer l'erreur de translation maximale sur la plage $[0, 0,31F_e]$ pour a variant de -1 à 0. La plage de fréquence a été choisie de telle sorte qu'elle inclut les différentes bandes passantes pour ces gammes de valeurs de a. L'erreur est minimale (moins de $0,04R$) lorsque $a = -0,71$. Enfin, si l'on choisit une erreur de translation maximale tolérable de $0.05R$, le paramètre a doit appartenir à l'intervalle [-0,75, -0,65].

3.2.4 Conclusion sur le choix du paramètre a

Le choix du paramètre de l'interpolation cubique est un choix délicat. Le tableau B-1 est une synthèse de l'impact du paramètre a sur la sélectivité du filtrage, sur le niveau du maximum dans la bande passante et sur l'erreur de translation maximale sur la bande $[0, 0,35F_e]$.

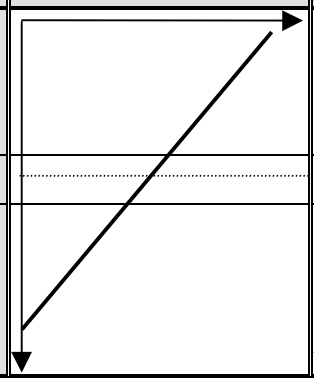
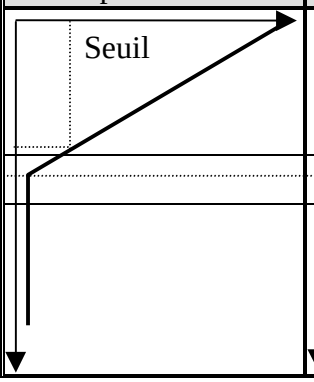
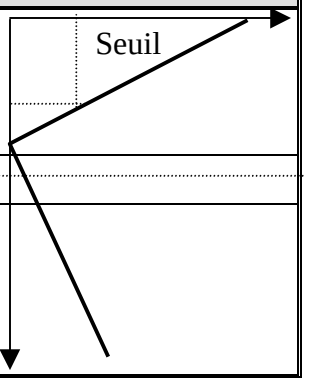
Valeur de a	Sélectivité du filtrage	Maximum sur bande passante	Erreur de translation maximale
-3 < a < -0,5			
a = -0,5			
-0,5 < a < 0			

Tableau B-1. Synthèse de l'impact du paramètre a sur la qualité de l'interpolation cubique.

Il y a donc un compromis entre la sélectivité du filtre et les autres caractéristiques de la qualité de l'interpolation cubique. Compte tenu de l'erreur de translation maximale et de la décroissance de la sélectivité du filtre, il semble que le paramètre a soit à chercher dans l'intervalle [-1, -0,5].

La valeur -0,5 correspond à l'erreur de translation nulle au voisinage de 0 sans qu'il n'y ait de maximum sur la bande passante ainsi que sur la bande d'atténuation. Cependant, en s'accordant des tolérances sur le maximum en bande passante et sur l'erreur de translation maximale, il est possible d'augmenter la sélectivité du filtrage. Ainsi, pour un maximum de moins de 1,02 et une erreur de translation de moins de $0{,}05R$ (sur $[0,\ 0{,}31F_e]$), un choix possible de a est -0,75. Pour cette valeur, la bande passante est de 0,26 (contre 0,18 pour a = -0,5).

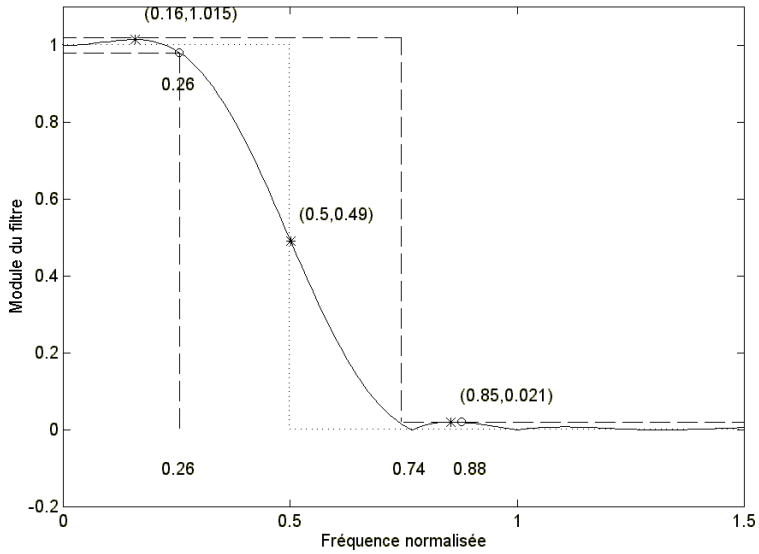


Figure B-8. Représentation de $|S_{cub(-0,75)}(\nu)|$ (en fréquence normalisée) ainsi que de son gabarit.

Une dernière considération peut faire pencher la balance en faveur de la valeur -0,5. En effet, Keys (1981) a montré que c'est la seule valeur du paramètre a qui assure une erreur d'interpolation convergeant uniformément vers 0 avec une vitesse proportionnelle au cube du pas d'échantillonnage. Toutes les autres valeurs de paramètres n'assurent qu'au mieux une convergence proportionnelle au simple pas d'échantillonnage.

En conclusion, il semble que la valeur $a = -0,5$ est à recommander par défaut et dans la plupart des cas (Park et Schowengerdt, 1982a ; 1982b). Il est toutefois possible d'optimiser cette valeur, soit en s'accordant des seuils de tolérance sur le gabarit et sur l'erreur de translation maximale, soit par le biais de modèles de paysage soit, enfin, de manière visuelle (Pratt, 1991).

3.3 L'interpolation de Shannon apodisée

Cette méthode consiste à tronquer la fonction d'échantillonnage $\mathrm{sinc}(x)$ sur l'intervalle $[-N,N]$. Nous avons vu qu'une simple troncature entraînait des artefacts radiométriques (effets de Gibbs). Pour éviter ces phénomènes de rebond, il est possible d'utiliser une fenêtre d'apodisation définie sur l'intervalle $[-N, N]$. Cette fenêtre d'apodisation a pour effet de diminuer les rebondissements radiométriques avec, en contrepartie, une augmentation de la taille de transition entre la bande passante et celle d'annulation qui se traduit par une relative perte de la sélectivité du filtre passe-bas. Il existe plusieurs méthodes d'apodisation dont les caractéristiques d'annulation des rebonds et d'augmentation de la taille de transition sont sensiblement différentes. La fenêtre de pondération de Hamming (Delmas, 1991) semble un bon compromis entre ces deux caractéristiques :

$$h(x,N) = \left(0,54 + 0,46\cos\left(\frac{\pi x}{N}\right)\right)\mathbb{1}_{[-N,N]}(x) \qquad \text{[B-38]}$$

De manière plus générale, on définit la fenêtre de pondération :

$$h(x,\alpha,N) = \left(\alpha + (1-\alpha)\cos\left(\frac{\pi x}{N}\right)\right)\mathbb{1}_{[-N,N]}(x) \qquad \text{[B-39]}$$

Cette notation paramétrique en fonction de α a l'avantage de pouvoir modéliser une apodisation de Hamming lorsque α est égal à 0,54, une apodisation de Hanning lorsque α est égal à 0,5 et enfin aucune apodisation du tout (fenêtre rectangulaire) lorsque α est égal à 1.

On définit alors la fonction interpolatrice $s_{sha}^{N,\alpha}$ par :

$$s_{sha}^{N,\alpha}(x) = \mathrm{sinc}(x)h(x,\alpha,N) \qquad \text{[B-40]}$$

3.3.1 Etude du biais

La fonction interpolatrice ne respecte *a priori* pas la condition [B-11]. Les valeurs de $\Sigma_{sha}^{N,\alpha}$ sont obtenues par la relation :

$$\forall \varepsilon \in [0,1[\quad \Sigma_{sha}^{N,\alpha}(\varepsilon) = \sum_{k=-N}^{N-1} h(\varepsilon+k,\alpha,N)\,\mathrm{sinc}(\varepsilon+k) \qquad \text{[B-41]}$$

Pour assurer cette condition, il faut ajouter un terme de correction qui correspond à la répartition de l'écart de $\Sigma_{sha}^{N,\alpha}(\varepsilon)$ à 1 sur l'ensemble des valeurs de $s_{sha}^{N,\alpha}$. On obtient alors la définition finale de l'interpolation de Shannon apodisée :

$$s_{sha}^{N,\alpha}(x) = h(x,\alpha,N)\mathrm{sinc}(x) + \frac{1}{2N}\left(1 - \sum_{k=-N}^{N-1} h(x-En[x]+k,\alpha,N)\,\mathrm{sinc}(x-En[x]+k)\right) \qquad \text{[B-42]}$$

3.3.2 Etude des écarts de $S_{sha}^{N,\alpha}(\nu)$ par rapport au filtre passe-bas

Pour évaluer l'impact du choix de la taille de la troncature N, nous avons évalué la variation des positions des bandes du gabarit en fonction de ce paramètre (figure B-9).

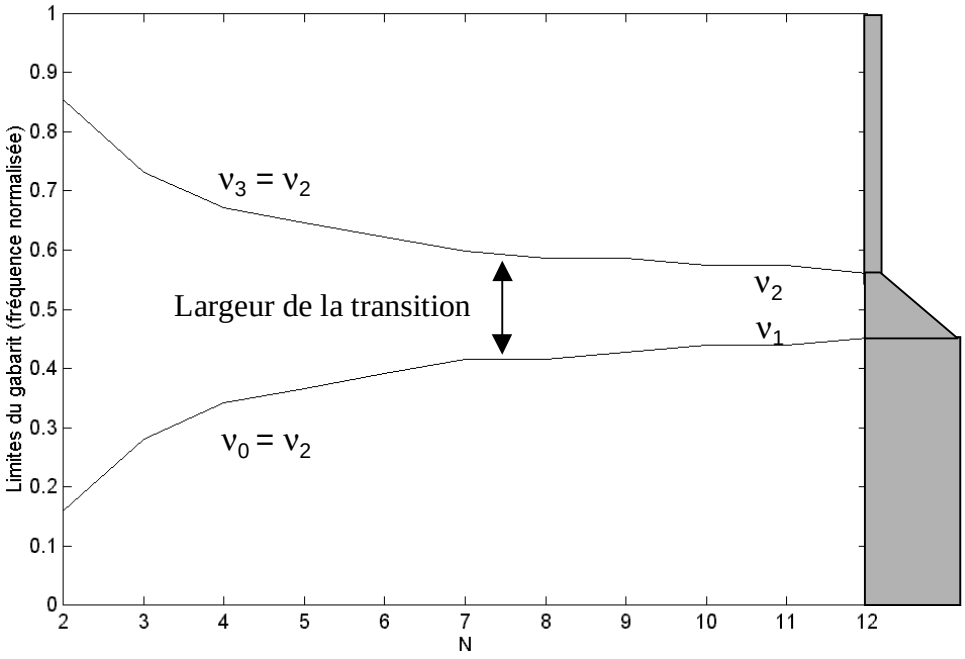


Figure B-9. Représentation des paramètres du gabarit de $S_{sha}^{N,\,0,54}(\nu)$ pour $N \in [2, 12]$.

Cette figure permet de vérifier que la qualité du gabarit augmente bien avec la taille de la troncature. Cependant, le gain d'une augmentation de N, quoique toujours positif, diminue sensiblement à chaque incrément de N. Compte tenu de la complexité qu'entraîne une augmentation de la taille de la troncature, choisir N = 10 nous semble un bon compromis.

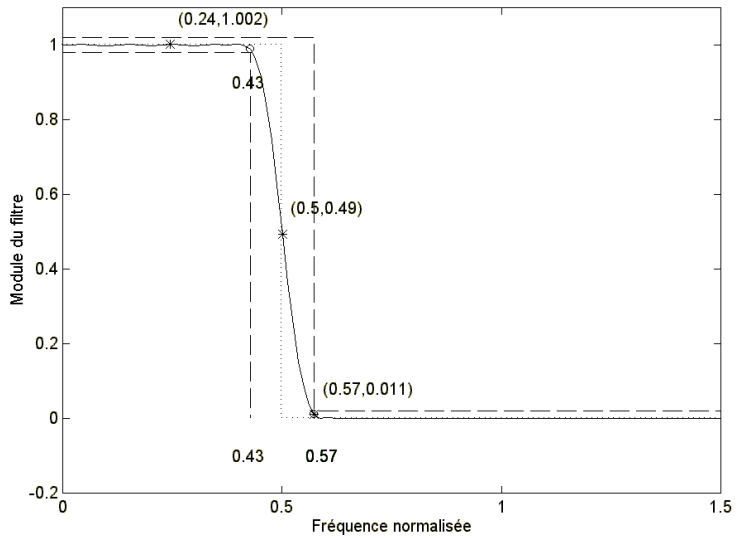


Figure B-10. (a). Représentation de $|S_{sha}^{10,\,0,54}(\nu)|$ ainsi que de son gabarit ($\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0,02$).

Le gabarit de $|S_{sha}^{10,\,0,54}(\nu)|$, figure B-10, montre que la fonction d'interpolation $s_{sha}^{10,\,0,54}(\nu)$ présente une excellente bande passante ($[0,\ 0,43F_e]$) tout en ayant très forte atténuation (quasi-totale) au delà $0,57Fe$ sans problème d'apparition de maxima dans l'une ou l'autre des deux bandes : le filtrage assuré par l'interpolation de Shannon apodisée présente des caractéristiques fréquentielles bien meilleures que celle de l'interpolation cubique.

3.3.3 Etude de l'erreur lors de l'application d'une translation sub-pixellaire

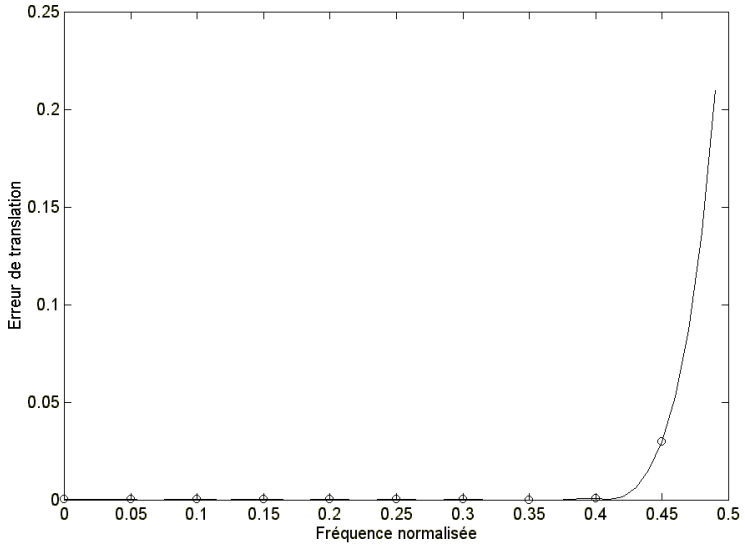


Figure B-11. Représentation de l'amplitude maximale $A_{sha}^{10,\,0,54}(\nu)$ de l'erreur de translation en fonction de la fréquence normalisée ν.

La figure B-11, présentant l'amplitude maximale de l'erreur de translation (pour $N = 10$), montre que cette erreur est extrêmement faible pour une plage très grande de fréquence : sur la bande passante du filtre, l'erreur ne dépasse pas $15.10^{-4}R$. Il est à noter que l'erreur de

translation n'est pas strictement nulle au voisinage de la fréquence nulle : elle est de l'ordre de $4.10^{-4}R$. L'interpolation de Shannon induit donc une très légère modification imperceptible du centre de masse du signal interpolé.

4 Conclusion

Procéder au rééchantillonnage d'un signal — ou d'une image — dégrade immanquablement et irrémédiablement l'information contenue dans ce dernier. Même si la quantification exacte est difficile car très variable en fonction du signal lui-même, cette dégradation est liée à l'écart du filtre sous-jacent de la méthode d'interpolation au filtre passe-bas parfait prévu dans le théorème de reconstruction de Shannon. Pour qualifier cet écart, nous avons proposé un gabarit ainsi que des paramètres permettant sa description et sa comparaison avec d'autres méthodes.

Nous avons de plus identifié un autre type d'erreur plus insidieuse et généralement moins prise en compte : l'écart entre le champ de rééchantillonnage désiré pour la correction géométrique et le champ de rééchantillonnage effectif après rééchantillonnage. Nous avons montré qu'il est possible d'obtenir, moyennant certaines hypothèses, une expression analytique permettant une bonne approximation de cette erreur dans le cas d'un champ de rééchantillonnage de type translation. Même si cette estimation est obtenue dans le cas simple de translation, nous pensons qu'elle demeure caractéristique du comportement des méthodes d'interpolation dans le cas de champs de disparité plus complexes. Cette erreur dépendant à la fois de la fréquence et de la translation injectée lors du rééchantillonnage, son interprétation physique est difficile. Il est cependant possible d'évaluer l'amplitude maximale de cette erreur en fonction uniquement de la fréquence. Cette évaluation permet d'une part d'estimer le biais introduit par la méthode d'interpolation sur le centre de masse du signal après rééchantillonnage en évaluant l'amplitude maximale sur un voisinage proche de la fréquence nulle. Elle permet d'autre part d'évaluer l'erreur maximale sur la bande passante du filtrage. Cette valeur maximale de l'erreur pourra donc être comparée à celles d'autres méthodes ou encore à des seuils de tolérance qui peuvent être spécifiés par ailleurs.

Pour un même nombre d'éléments pris en compte lors de l'interpolation d'une valeur (4 ou 16 selon que la dimension du signal est de un ou deux), l'interpolation cubique est sûrement la plus indiquée tant sur le plan de la qualité du rééchantillonnage que sur le plan de la complexité et du temps de calcul. Il est à noter que cette méthode dispose d'un paramètre a dont le choix et les diverses implications sont discutés au paragraphe 3.2.4.

Cependant avec les moyens informatiques croissants, l'argument de la rapidité d'exécution n'est plus, sauf cas particulier, réellement primordial. Le gain de qualité dès que le nombre d'éléments dépasse 6 ($N = 3$) de l'interpolation de Shannon apodisée justifie pleinement son emploi. Il semble toutefois que le rapport entre le gain de qualité et le temps de calcul décroît avec l'augmentation de N : nous proposons comme compromis la valeur $N = 10$ qui permet d'obtenir d'excellents résultats.

Pour diminuer la complexité des calculs de l'interpolation de Shannon apodisée sur $[-N,N]$, nous avons étudié la possibilité d'approcher la fonction interpolatrice de Shannon par une fonction de type C^1 définie par $2N$ polynômes de degré trois sur les $2N$ intervalles $\{[k, k+1]\}_{k\in[-N, N-1]}$. Cette approche est une sorte de généralisation de l'interpolation cubique à un intervalle plus grand que [-2, 2]. Sans entrer dans les détails, on peut montrer que l'interpolation correspondant à cette approche ne modifie pas la moyenne du signal après interpolation uniquement si la fonction interpolatrice définie par morceaux présente une dérivé nulle au point N. En particulier, cette condition est atteinte lorsque la fenêtre d'apodisation de l'interpolation de Shannon servant de modèle est celle de Hanning mais ne l'est pas si l'on choisit celle de Hamming. Il est intéressant de noter que l'interpolation cubique, avec comme valeur de paramètre -0,5, correspond exactement à l'approximation de l'interpolation de Shannon apodisée par la fenêtre de Hanning d'extension [-2, 2]. Jusqu'à $N = 6$, la qualité de cette méthode d'interpolation est sensiblement comparable à la méthode d'interpolation de Shannon apodisée. Cependant, au delà $N = 6$, la qualité de cette l'interpolation stagne et son utilisation à la place de l'interpolation de Shannon apodisée n'est plus réellement justifiée.

Nous conclurons sur deux remarques concernant non pas une méthode d'interpolation particulière mais plutôt l'emploi d'un rééchantillonnage en général. Tout d'abord, quelle que soit la méthode choisie, l'acte du rééchantillonnage dégrade l'information (à des degrés et des niveaux différents). Il est donc recommandé d'en minimiser le nombre en ayant recours à la composition de champs de rééchantillonnage.

Enfin, à moins de modifier la méthode d'interpolation comme nous le préconisons au paragraphe 2.4, un rééchantillonnage de l'image suivant un champ de disparité conduisant à un sous-échantillonnage (par exemple, diminution de la taille de l'image) introduit généralement des phénomènes de repliement de spectre qui peuvent être extrêmement préjudiciables à l'information contenue dans l'image.

- Annexe C -

PRINCIPE DE L'APPARIEMENT SUB-PIXELLAIRE

1 La méthode d'appariement sub-pixellaire

1.1 L'objectif

En utilisant les notations du ***chapitre 5***, on note par m_r l'image de référence, résultat de l'observation du paysage θ_r à l'instant t_r par un capteur de tache image h_r suivant la fonction de localisation $\mathbf{Loc_r}$, avec un bruit de mesure b_r :

$$m_r(\mathbf{p}) = h_r * \theta_r(\mathbf{Loc}_r(\mathbf{p})) + b_r(\mathbf{p}) \qquad [C\text{-}1]$$

De même, on note par m_t l'image de travail :

$$m_t(\mathbf{p}) = h_t * \theta_t(\mathbf{Loc}_t(\mathbf{p})) + b_t(\mathbf{p}) \qquad [C\text{-}2]$$

Sans perte de généralité, on considérera, pour toute la suite, que les deux images en question ont le même pas d'échantillonnage (ou ont été ramenées au même pas). Une discussion sur le choix de ce pas commun est développée en fin de ***chapitre 5***.

L'objectif de l'appariement d'un point $\mathbf{p}_r$ de l'image de référence m_r est de trouver son point homologue $\mathbf{p}_t$ dans l'image de travail m_t. Ce point ne correspond pas forcément à un nœud d'échantillonnage de cette dernière image : c'est la raison pour laquelle on parle d'appariement sub-pixellaire. La disparité $\mathbf{dp}_{r\to t}$ mesurée par l'appariement au niveau du point $\mathbf{p}_r$ est alors définie comme le vecteur de "déplacement" entre les deux points appariés :

$$\mathbf{dp}_{r\to t} = \mathbf{p}_t - \mathbf{p}_r \qquad [C\text{-}3]$$

Il s'agit donc d'un processus d'estimation de la disparité $\mathbf{dp}_{r\to t}$ à partir de la donnée des deux images m_r et m_t.

1.2 La méthode d'appariement choisie

La méthode de recherche de l'homologue d'un point particulier $\mathbf{p}_r$ de l'image de référence que nous avons choisie revient à évaluer des mesures de similarité entre le point $\mathbf{p}_r$ et un ensemble de points de l'image de travail appelé *zone de recherche*. Cette zone est généralement centrée

sur une pré-estimation notée $\mathbf{e}_t$ de l'emplacement de l'homologue dans l'image de travail, correspondant, le plus souvent, à un nœud d'échantillonnage. L'extension de cette zone de recherche est directement liée à une majoration de l'erreur d'appariement de la pré-estimation. Il est à noter que la complexité de l'estimation de la disparité croît linéairement avec le nombre de pixels de la zone de recherche : cette dernière doit donc être la plus petite possible pour limiter le nombre de calculs à effectuer pour l'appariement.

Ces différentes mesures de similarité constituent une matrice de similarité ayant pour taille celle de la zone de recherche. L'emplacement du maximum de similarité dans cette matrice correspond alors à l'emplacement estimé de l'homologue du point $\mathbf{p}_r$. De manière plus précise, si $\tilde{\mathbf{d}}_{max}$ est l'estimation de l'emplacement du maximum dans la matrice de similarité, l'estimation de la disparité au point $\mathbf{p}_r$ est alors :

$$\tilde{\mathbf{dp}}_{r\to t}(\mathbf{p}_r) = \mathbf{e}_t - \mathbf{p}_r + \tilde{\mathbf{d}}_{max} \qquad [C\text{-}4]$$

Les différentes possibilités de recherche du maximum dans la matrice de similarité sont développées dans le paragraphe suivant.

Dans notre étude, nous avons choisi comme mesure de similarité le coefficient de corrélation linéaire centré et normalisé entre deux vignettes de même taille, dites *vignettes de contexte*. Plus précisément, soient :

- V_r la vignette de contexte, extraite de l'image de référence, centrée sur le point $\mathbf{p}_r$ dans l'image de référence ;

- $V_t(\mathbf{d})$ la vignette de contexte, extraite de l'image de travail, centrée sur le point "courant" $\mathbf{e}_t+\mathbf{d}$, correspondant au décalage $\mathbf{d}$ dans la zone de recherche.

La fonction de corrélation, correspondant au décalage $\mathbf{d} = [dl,dc]^t$ par rapport à la première estimation de l'appariement $\mathbf{e}_t$, est définie par la relation :

$$C(\mathbf{d}) = \frac{\overline{V_r V_t(\mathbf{d})} - \overline{V_r}\,\overline{V_t(\mathbf{d})}}{\sigma_r.\sigma_t(\mathbf{d})} \qquad [C\text{-}5]$$

Où :
- $\overline{A}$ désigne la moyenne des radiométries de la vignette A ;
- σ_r est l'écart type des radiométries de la vignette de contexte V_r ;
- $\sigma_t(\mathbf{d})$ est l'écart type de la vignette de contexte glissante $V_t(\mathbf{d})$.

L'ensemble du processus d'appariement est résumé sur la figure C-1.

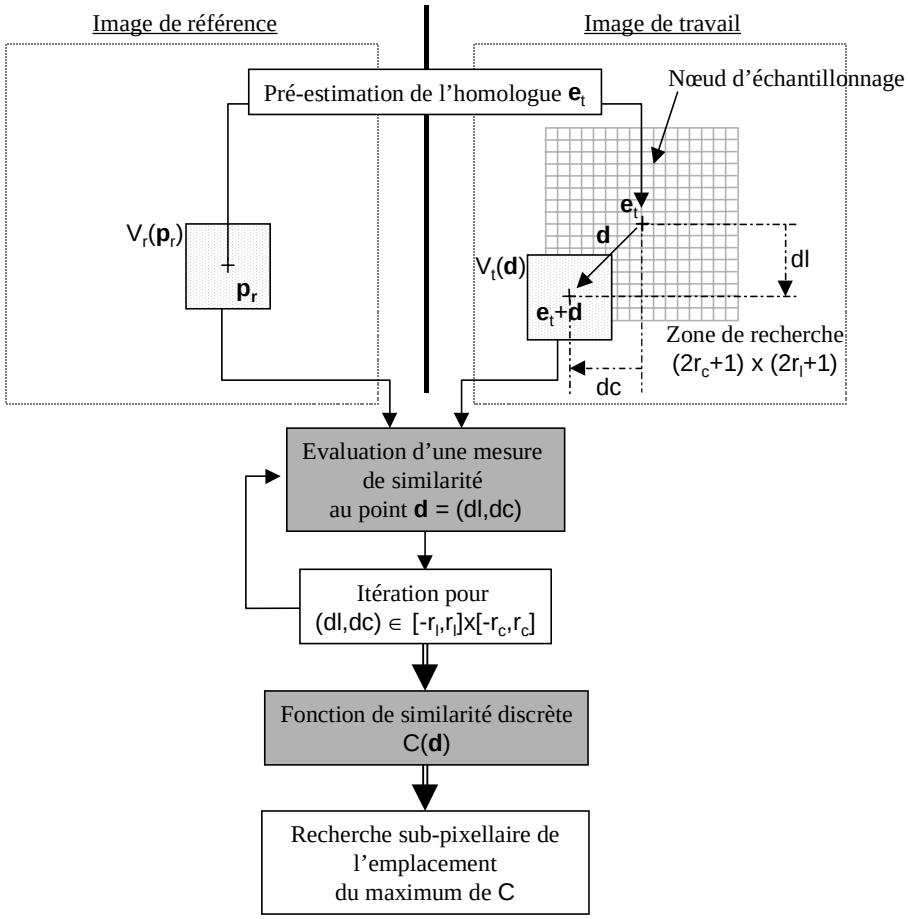


Figure C-1. Principe de la constitution de la matrice de similarité (fonction de corrélation discrète centrée normée) suivant une zone de recherche.

Le choix du coefficient de corrélation centré normé comme mesure de similarité correspond à un choix classique (Paparoditis, 1998 ; Pratt, 1991 ; Leclerc, 1987). Il est possible de montrer que ce choix est optimal pour les conditions suivantes :

- les bruits de mesure b_r et b_t sont assimilables à des bruits blancs gaussiens de moyenne nulle et de variance suffisamment faible par rapport à celles des mesures (contexte de fort rapport signal à bruit) ;
- il existe une relation linéaire entre les deux mesures ;
- la disparité entre les deux images correspond à une simple translation constante, notée δ.

On peut montrer que, sous ces conditions, la détermination de la translation par localisation du maximum de la fonction de corrélation correspond à une méthode d'estimation du *maximum de vraisemblance* (Tassi, 1989). Cette approche consiste à choisir comme estimation de la translation δ le décalage qui maximise la *loi de vraisemblance* régissant la probabilité des observations (ici le signal m_t) sachant la translation entre les deux signaux.

Il est à noter qu'il existe, pour ces mêmes conditions, d'autres approches pour la détermination de cette translation. Ainsi, Igbokwe (1999) propose une méthode qui permet de déterminer le coefficient multiplicatif, le biais et la translation qu'il faut appliquer au signal de référence m_r pour produire un signal le plus proche possible, au sens des moindres carrés, de m_t. Cette approche présente toutefois l'inconvénient de devoir procéder de manière itérative à des développements limités à l'ordre 1 pour "linéariser" le système, soulevant ainsi des problèmes de validité de cette approximation ainsi que des problèmes pour le calcul des gradients des images.

Les conditions énoncées précédemment n'étant que très rarement totalement vérifiées, l'appariement par la méthode d'estimation du maximum de vraisemblance repose essentiellement sur sa robustesse vis-à-vis des différents écarts à ces conditions.

Cette remarque a notamment une implication sur la taille des vignettes de contexte. Ces dernières doivent être suffisamment grandes pour constituer un contexte statistiquement représentatif, stable et robuste pour la mesure du coefficient de corrélation. A l'inverse, elles doivent être suffisamment petites pour que l'hypothèse d'une translation constante entre les deux vignettes de contexte soit justifiée. La mesure de disparité à partir d'une vignette de contexte d'une certaine taille peut être vue comme le résultat d'un moyennage (filtrage passe-bas) des disparités réelles. En d'autres termes, pour que l'effet de lissage ne soit pas pénalisant pour l'estimation des disparités géométriques, la taille de la vignette de contexte doit être plus petite que l'échelle caractéristique spatiale du champ de disparité entre les deux images. Dans le cas contraire, le filtrage induit par une taille de vignette trop grande atténue des plages de fréquences spatiales significatives du champ de disparité que l'on cherche à estimer.

Comme l'indique Paporoditis (1998), ce compromis sur la taille de la vignette de contexte est intrinsèquement lié à la forme et au contenu du paysage et peut donc être envisagé de manière locale : on parle alors de corrélation adaptative. Cette adaptation peut être uniquement vis-à-vis de l'information radiométrique de la vignette de contexte : ainsi, Levine *et al.* (1973) proposent d'adapter la vignette de contexte par rapport à la variance locale de l'image de référence. Lotti et Giraudon (1994) puis Paparoditis (1998) proposent une adaptation de la taille de la vignette de contexte aux contours de l'image, de façon à préserver au mieux les discontinuités du champ de disparité.

Ces techniques d'adaptation de la taille de la vignette de contexte, uniquement basées sur les images, ne sont pas réellement complètes car elles ne tiennent pas compte des échelles de variabilité spatiale du champ de disparité sous-jacent. Puisque ce champ est inconnu, une approche prenant en compte cette variabilité spatiale doit s'inscrire dans une schéma itératif

où une première estimation du champ de disparité est utilisée avec une taille de vignette de contexte fixe pour pouvoir, ensuite, adapter localement la taille de cette vignette à la variabilité de ce premier champ lors d'une deuxième estimation (Okatumi et Kanade, 1992).

1.3 Localisation du maximum dans la matrice de similarité

Nous avons vu dans le paragraphe précédent que l'estimation $\tilde{\delta}$ de la translation δ est obtenue en localisant le plus précisément possible le maximum de la fonction de corrélation discrète C. Pour obtenir une précision sub-pixellaire de cette localisation, il faut donc "s'abstraire" du fait que la fonction C est échantillonnée au même pas que les images avec lesquelles elle a été calculée.

Il existe plusieurs possibilités pour cette localisation sub-pixellaire du maximum. Une première possibilité consiste à évaluer la fonction de corrélation discrète sur des versions sur-échantillonnées des deux images. Le taux de sur-échantillonnage est lié à la précision de la localisation que l'on attend des signaux continus correspondant. Cette approche présente l'inconvénient — rédhibitoire — d'être extrêmement coûteuse en temps de calcul : la complexité de l'évaluation de la fonction de corrélation discrète sur-échantillonnée croît avec la puissance quatre du taux de sur-échantillonnage.

Une autre approche met en œuvre une méthode de rééchantillonnage qui permet d'appliquer des translations sub-pixellaires à la vignette de contexte de l'image de travail et ainsi d'évaluer la fonction de corrélation suivant des décalages quelconques. Pour limiter le nombre d'évaluations très coûteuses en temps de calcul, on procède alors à une localisation du maximum de corrélation par dichotomie (Martimort, 1996).

L'approche que nous avons choisie est basée sur une méthode classique de recherche d'extremum d'une fonction appliquée à une interpolation de la fonction de corrélation discrète C. De manière plus précise, la méthode de recherche d'extremum choisie est la méthode de descente de gradient de Powell décrite par Press *et al.* (1995). Le point de départ de cette recherche correspond au maximum localisé dans la fonction de corrélation discrète. La méthode d'interpolation utilisée est la méthode bicubique — avec $a = -0,5$ — décrite dans l'***annexe B***. Cette même méthode est utilisée pour l'évaluation du gradient de C en tout point nécessaire au déroulement de l'algorithme d'optimisation de Powell.

La figure C-2 montre l'exemple d'une fonction de corrélation discrète, ainsi que la fonction interpolée correspondante à laquelle est appliquée la méthode de recherche d'extremum.

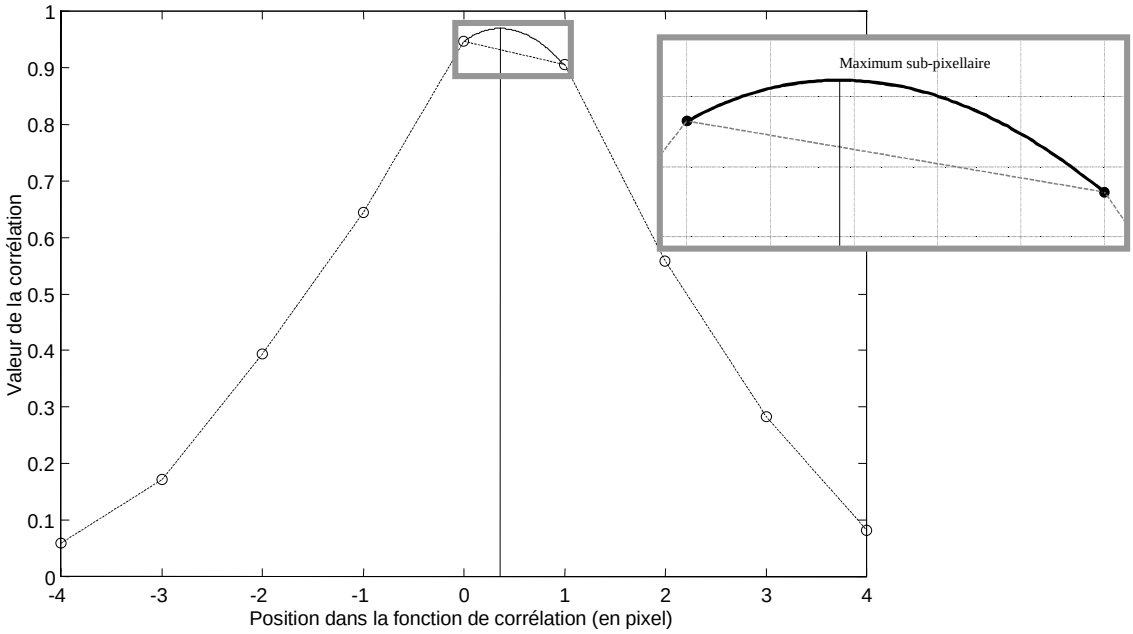


Figure C-2. Exemple d'une fonction de corrélation discrète (représentée par des 'o'), interpolée au voisinage de son maximum discret (trait plein). Le résultat de la recherche sub-pixellaire du maximum est présenté en médaillon.

Dans le cas à une dimension, nous avons pu déterminer de manière analytique la position d'un éventuel maximum de la fonction de corrélation interpolée au voisinage du maximum de la fonction de corrélation discrète. En effet, sur chaque intervalle séparant deux décalages discrets, la fonction de corrélation interpolée est en fait un polynôme de degré trois. La recherche d'un extremum de cette fonction revient alors à rechercher les racines du polynôme de degré deux que constitue sa dérivée et à ne retenir de ses racines que celles qui sont effectivement dans l'intervalle considéré. En pratique, cette recherche se limite aux deux intervalles contigus au maximum de la fonction de corrélation discrète. Cependant, nous n'avons pas pu établir une relation équivalente en deux dimensions à cause de la non-séparabilité du polynôme de degré trois à deux variables dont il faut extraire les extrema.

2 Estimation de la qualité de l'appariement sub-pixellaire

Le but de cette section est d'identifier les différents paramètres qui déterminent la qualité de l'estimation $\tilde{\delta}$ de la translation constante δ entre m_r et m_t. De manière classique, la qualité de cette estimation sera quantifiée en termes de biais $b_{\tilde{\delta}}$, d'écart type $\sigma_{\tilde{\delta}}$ et d'erreur quadratique moyenne $eqm_{\tilde{\delta}}$ de l'estimateur $\tilde{\delta}$.

2.1 Hypothèses et notations préalables

Pour toute la suite, nous allons considérer le cas idéal des conditions exprimées au paragraphe précédent. Pour des raisons de simplicité d'écriture, la fonction de localisation est réduite à un

simple facteur d'échelle entre le pixel dans l'image et sa taille correspondante au sol. Pour la même raison, l'ensemble des relations est défini pour une dimension. Les problèmes liés à l'extension en deux dimensions des différentes relations seront traités, s'il y a lieu, au fur et à mesure. On suppose alors que les deux signaux m_r et m_t s'écrivent :

$$\begin{cases} m_r(p) = \alpha_r \theta_h(Rp) + \beta_r + b_r(p) = \alpha_r m(p) + \beta_r + b_r(p) \\ \text{et} \\ m_t(p) = \alpha_t \theta_h(Rp - \delta) + \beta_t + b_t(p) = \alpha_t m_\delta(p) + \beta_t + b_t(p) \end{cases} \quad [C\text{-}6]$$

Où :

- θ_h est le signal θ provenant de l'objet observé convolué suivant la tache image h du capteur avant échantillonnage ($\theta_h = \theta * h$) ;
- $m(p)$ est le résultat de l'échantillonnage suivant le pas R de θ_h ;
- $m_\delta(p)$ est le résultat de l'échantillonnage suivant le pas R de θ_h décalé de δ ;
- b_r et b_t sont deux réalisations de bruits gaussiens indépendants de moyenne nulle et d'écart type respectivement σ_r et σ_t ;
- δ est le décalage entre m_r et m_t, dont on cherche une estimation qui ne soit pas un multiple du pas d'échantillonnage (précision sub-pixellaire).

La fonction de corrélation C utilisée étant centrée et normée, son calcul n'est pas effectué directement à partir de m_r et m_t : ces deux signaux doivent avant tout être normalisés de telle manière que leurs moyennes soient nulles et leurs écarts types soient égaux à un[1]. Si l'on note m_{nr} et m_{nt} ces signaux normalisés, on a, dans un contexte de fort rapport signal sur bruit :

$$\begin{cases} m_{nr}(p) \approx m_n(p) + \dfrac{1}{\alpha_r \sigma_m} b_r(p) \\ \text{et} \\ m_{nt}(p) \approx m_{n\delta}(p) + \dfrac{1}{\alpha_t \sigma_m} b_t(p) \end{cases} \quad [C\text{-}7]$$

Où $m_n(p)$ et $m_{n\delta}(p)$ sont les signaux issus de la normalisation respectivement de $m(p)$ et de $m_\delta(p)$.

Ces deux derniers signaux sont supposés stationnaires au second ordre, de telle sorte qu'ils présentent la même moyenne et le même écart type.

Si l'on définit le rapport signal à bruit comme étant le rapport de la variance du signal utile par la variance du bruit de mesure, la relation [C-7] devient alors :

[1] Si s_n est le signal normalisé de s, alors $s_n = (s - \bar{s})/\sigma_s$.

$$\begin{cases} m_{nr}(p) \approx m_n(p) + \dfrac{1}{\sqrt{RSB_r}}\, n_r(p) \\ \text{et} \\ m_{nt}(p) \approx m_{n\delta}(p) + \dfrac{1}{\sqrt{RSB_t}}\, n_t(p) \end{cases} \qquad [C\text{-}8]$$

Où :

- RSB_r (resp. RSB_t) est le rapport signal sur bruit de m_r (resp. de m_t) ;
- n_r et n_t sont des réalisations de deux bruits gaussiens de moyenne nulle et d'écart type unité.

2.2 Un biais systématique dû au repliement de spectre lors de l'acquisition

L'acquisition d'un signal θ, notée $A(\theta)$ peut être modélisée par la convolution suivant la tache image h du capteur suivie d'un échantillonnage de pas R :

$$A(\theta)(x) = \left(\underbrace{h * \theta(\bullet)}_{\theta_h(\bullet)} \underbrace{\sum_{k \in \mathbb{Z}} \delta(\bullet - Rk)}_{\text{Echantillonnage}} \right)(x) \qquad [C\text{-}9]$$

La question que l'on se pose est la suivante : *l'acquisition A est-elle invariante par translation ?* La question se traduit mathématiquement par :

$$A(t_{x_0}[\theta])(x) \stackrel{?}{=} t_{x_0}[A(\theta)](x) \qquad [C\text{-}10]$$

Où $t_{x_0}[S](x) = S(x-x_0)$.

Nous nous proposons d'évaluer l'éventuelle erreur vis-à-vis de l'invariance par translation de l'acquisition. Cette étude est importante car un écart à cette invariance par translation induit un biais dans l'estimation de la disparité entre les deux images que nous allons essayer d'identifier.

Si l'on note par $TF[A(\theta)](\nu)$ la transformée de Fourier de $A(\theta)(x)$, on a alors :

$$\begin{cases} TF[t_{x_0}[A(\theta)]](\nu) = e^{-2i\pi\nu x_0} \sum_{k \in \mathbb{Z}} \Theta_h(\nu - kF_e) \\ \text{et} \\ TF[A(t_{x_0}[\theta])](\nu) = e^{-2i\pi\nu x_0} \sum_{k \in \mathbb{Z}} \Theta_h(\nu - kF_e) e^{2i\pi k F_e x_0} \end{cases} \qquad [C\text{-}11]$$

Pour évaluer l'erreur d'invariance par translation, il convient donc de comparer :

$$\sum_{k\in\mathbb{Z}}\Theta_h(\nu-kF_e)e^{2i\pi kF_e x_0} \text{ et } \sum_{k\in\mathbb{Z}}\Theta_h(\nu-kF_e) \qquad [C\text{-}12]$$

Cette relation permet d'ores et déjà de remarquer que l'acquisition est effectivement invariante par translation si elle respecte parfaitement les conditions du théorème de Shannon ($\Theta_h(\nu)$ nul pour $|\nu| > F_e/2$). Dans le cas contraire, la présence éventuelle de *repliement de spectre* induit une erreur d'invariance par translation. Cette erreur n'est nulle que pour des valeurs particulières de x_0, multiples entiers du pas d'échantillonnage R.

Le repliement de spectre dépend bien sûr du signal θ provenant de l'objet observé (ici le signal provenant du paysage). Cependant, son importance est globalement modulée par la FTM du capteur. En effet, l'acquisition est d'autant plus prédisposée au repliement de spectre que l'atténuation de la FTM est faible au delà de $F_e/2$. Le cas d'une absence totale de repliement de spectre n'est en pratique possible que lorsque la fréquence de coupure de la FTM est inférieure à $F_e/2$.

Pour évaluer cette erreur pour des valeurs de x_0 quelconques, on introduit un terme d'erreur $Z(\nu,x_0)$ tel que :

$$\sum_{k\in\mathbb{Z}}\Theta_h(\nu-kF_e)e^{2i\pi kF_e x_0} = Z(\nu,x_0)\sum_{k\in\mathbb{Z}}\Theta_h(\nu-kF_e) \qquad [C\text{-}13]$$

Nous allons maintenant déterminer l'impact de l'erreur d'invariance par translation, symbolisée par $Z(\nu,x_0)$, sur l'estimation du maximum de la fonction de corrélation C_s interpolée par la méthode bicubique. En utilisant les notations de l'***annexe B***, on a, dans le domaine de Fourier :

$$TF[C_s](\nu) = RS_{cub(-0,5)}(R\nu)\underbrace{M_{n\delta}(\nu)\,\overline{M_n(\nu)}}_{TF[C](\nu)} \qquad [C\text{-}14]$$

Où $M_n(\nu)$ (resp. $M_{n\delta}(\nu)$) est la transformée de Fourier de m_n (resp. $m_{n\delta}$).

Par conséquent, la fonction de corrélation interpolée C_s peut s'écrire :

$$C_s(d) = R\int S_{cub(-0,5)}(R\nu)M_{n\delta}(\nu)\,\overline{M_n(\nu)}\,e^{2i\pi\nu d}d\nu \qquad [C\text{-}15]$$

Or $M_{n\delta}(\nu)$ est la version normalisée de $TF[A(t_{x_0}[\theta])](\nu)$. Par conséquent, en appliquant la relation [C-13], on a :

$$M_{n\delta}(\nu) = Z(\nu,\delta)M_n(\nu)\, e^{-2i\pi\nu\delta} \qquad [C\text{-}16]$$

Soit :

$$C_s(d) = R\int S_{cub(-0,5)}(R\nu)|M_n(\nu)|^2 Z(\nu,\delta)e^{2i\pi\nu(d-\delta)}d\nu \qquad [C\text{-}17]$$

Lorsqu'il n'y a pas d'erreur d'invariance par translation — $Z(\nu,\delta) = 1$ — le maximum de C_s est normalement localisé en δ. En supposant que l'impact de l'erreur de translation sur la localisation de ce maximum est faible, nous allons considérer l'approximation à l'ordre 2 de la fonction de corrélation interpolée au voisinage de δ :

$$C_s(\delta+e) \approx R\int S_{cub(-0,5)}(R\nu)|M_n(\nu)|^2 Z(\nu,\delta)\left(1 + 2\pi^2\nu^2e^2 + 2i\pi\nu e\right)d\nu \qquad [C\text{-}18]$$

Soit e_{max} la position approximative du maximum de C_s déterminée au voisinage de δ. En remarquant que $Z(\nu,\delta)$ est symétrique hermitienne en ν, on a :

$$e_{max} = \frac{\int \nu S_{cub(-0,5)}(R\nu)|M_n(\nu)|^2 Im(Z(\nu,\delta))d\nu}{2\pi\int \nu^2 S_{cub(-0,5)}(R\nu)|M_n(\nu)|^2 Réel(Z(\nu,\delta))d\nu} \qquad [C\text{-}19]$$

Par conséquent, la présence de repliement de spectre lors de l'acquisition de θ se traduit par un déplacement du maximum de la fonction de corrélation interpolée. Ce déplacement implique donc un *biais systématique* $b_s(\delta)$ — indépendant des bruits de mesures — dans l'estimation de la translation δ.

La relation [C-19] permet donc une évaluation approximative et théorique de ce biais systématique lors de l'estimation $\tilde{\delta}$ de la translation δ entre deux signaux ayant subi, lors de leur acquisition, un repliement de spectre. Pour toute la suite, cette estimation théorique du biais systématique est notée $b_s^t(\delta)$.

$b_s^t(\delta)$ est périodique suivant la translation δ de période R. Autrement dit, le biais systématique de l'estimateur est fonction uniquement de la partie fractionnaire de la translation à mesurer par rapport au pas d'échantillonnage R. De plus, on note que ce biais est nul pour toutes les translations multiples de R. Enfin, ce biais dépend de manière complexe de la méthode d'interpolation (ici cubique), du module du signal mesuré $M_n(\nu)$ ainsi que de l'erreur

d'invariance par translation $Z(\nu,\delta)$. Par conséquent, le biais systématique est localement fonction du paysage θ observé ainsi que de la méthode d'acquisition considérée (FTM).

Par un procédé de simulation (en dimension un), nous avons pu mesurer ce biais systématique pour un même signal θ suivant différentes FTM et comparer ce résultat à celui, théorique, fournit par la relation [C-19].

Plus précisément, nous avons choisi comme signal θ une ligne d'image existante. Pour éviter que les paramètres d'acquisition de cette image n'interviennent dans le signal final, ce dernier est simulé suivant un pas d'échantillonnage dix fois plus grand que celui de θ. On applique alors à θ une convolution suivant un filtre linéaire h suivie d'un sous-échantillonnage de facteur 10. Le filtre h correspond à la tache image (sur-échantillonnée d'un facteur 10) du capteur que l'on désire simuler. Nous avons établi la tache image h à partir d'un modèle simple de FTM à un paramètre : la valeur de la FTM du capteur à simuler à la demi-fréquence d'échantillonnage, notée $FTM_{0,5}$. En décalant le signal θ suivant des valeurs entières de son pas d'échantillonnage (haute résolution), il est donc possible de générer des signaux suivant des valeurs de translation multiples du dixième du pas d'échantillonnage simulé (basse résolution). On applique alors la méthode d'estimation entre le signal simulé sans décalage et l'ensemble des signaux simulés avec différentes translations entre 0 et 1 par pas de 0,1 pixel de taille R.

Cette approche permet donc de mesurer, pour un capteur donné, le biais systématique de l'estimation $b_s(\delta)$ par simulation sur une période complète de δ entre 0 et 1 pixel (de taille R), par pas d'un dixième. La mesure par simulation du biais systématique est notée $b_s^m(\delta)$.

L'ensemble du procédé est résumé sur la figure C-3.

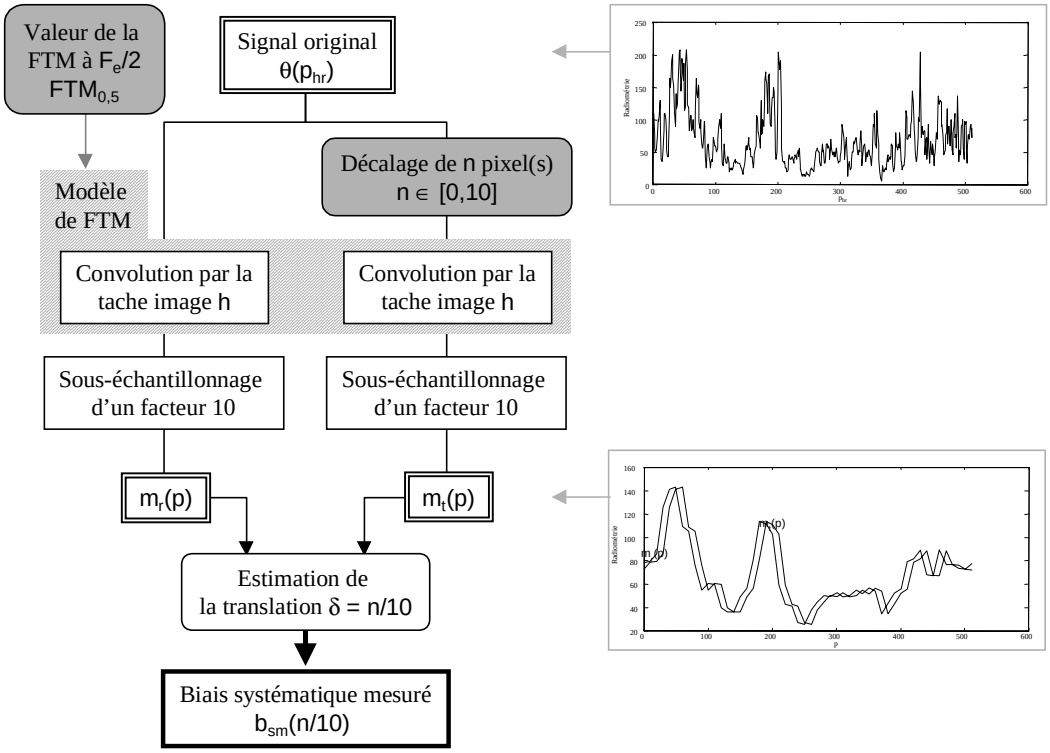


Figure C-3. Procédé de simulation pour mesurer le biais systématique $b_s^m(\delta)$ de la méthode d'estimation sub-pixellaire en fonction de la translation δ et de la valeur de la FTM du capteur à sa demi-fréquence d'échantillonnage.

La figure C-4 représente le biais systématique en fonction de la translation δ entre les deux signaux m_r et m_t mesuré par simulation ainsi que celui évalué théoriquement pour un niveau de FTM à la demi-fréquence d'échantillonnage $FTM_{0,5}$ de 0,15.

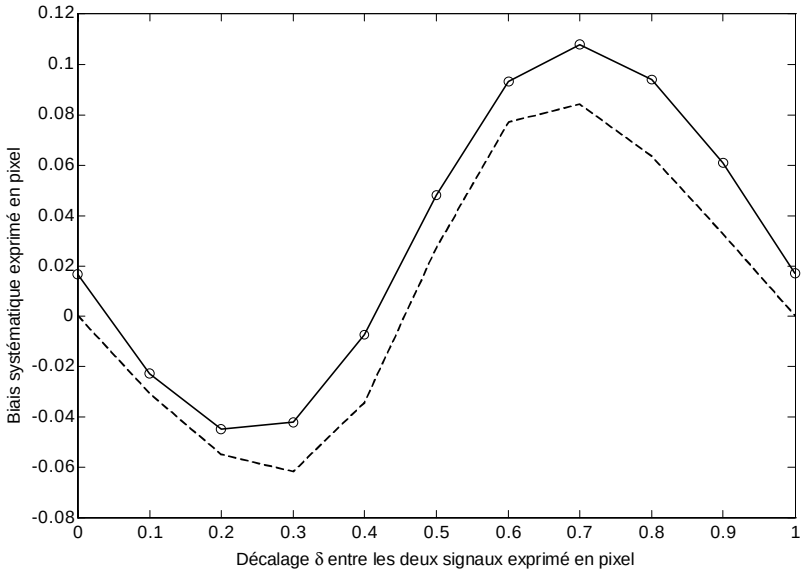
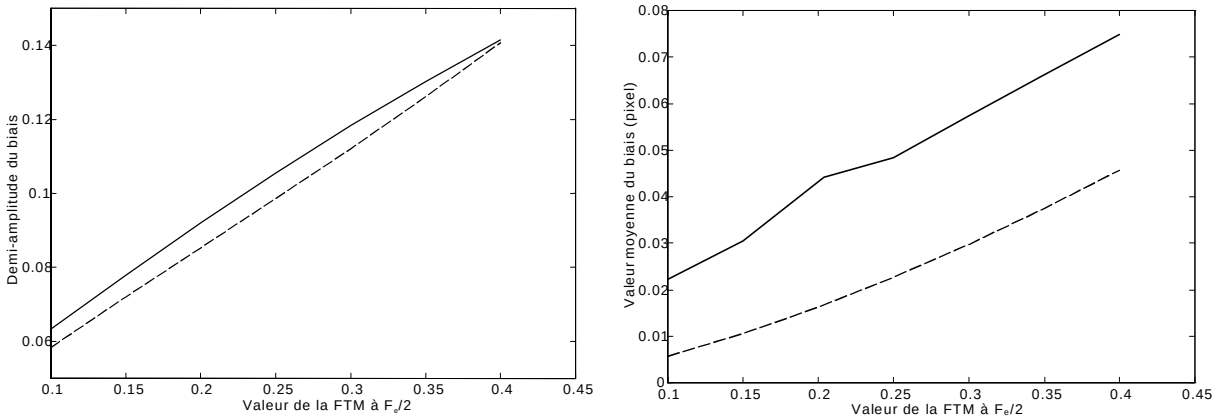


Figure C-4. Mesure $b_s^m(\delta)$ (trait continu) et évaluation théorique $b_s^t(\delta)$ (trait en pointillé) du biais systématique en fonction de la translation δ à estimer pour une valeur de FTM à la demi-fréquence d'échantillonnage de 0,15.

Le biais mesuré par simulation et celui évalué théoriquement présentent la même allure nettement sinusoïdale que l'on retrouve pour d'autres types de FTM et pour d'autres signaux θ en entrée de la simulation. Il est à noter que l'on trouve des références à ce biais systématique d'allure sinusoïdale dans d'autres travaux sur l'appariement sub-pixellaire comme ceux de Paparoditis (1998) ou de Martimort (1996).

On note que le biais mesuré n'est pas nul pour des translations multiples de R mais plutôt de l'ordre de 0,02 pixel. Cette valeur non nulle n'est pas expliquée par la relation [C-19] : nous supposons que cet écart de la simulation par rapport à l'évaluation théorique est dû à une autre source de biais de la méthode d'estimation indépendante du problème d'invariance par translation. Abstraction faite de cette remarque, on note une bonne corrélation entre le biais mesuré et le biais évalué théoriquement.

De plus, nous avons procédé à une évaluation comparée de $b_s^t(\delta)$ et de $b_s^m(\delta)$ en fonction de la valeur de la FTM à la demi-fréquence d'échantillonnage. Nous avons fait varier le paramètre $FTM_{0,5}$ du modèle de FTM de 0,1 à 0,4 par pas de 0,05, couvrant ainsi toute une gamme de FTM suivant différents degrés de netteté et donc aussi différents degrés de repliement de spectre. Comme les différents biais sont de type sinusoïdal, la figure C-5 présente uniquement la moyenne et la demi-amplitude de ces biais sur une période complète de variation de la partie fractionnaire de translation.



(a) (b)

Figure C-5. Variation de la demi-amplitude (a) et de la valeur moyenne (b) du biais systématique simulé $b_s^m(\delta)$ (trait continu) et évalué théoriquement $b_s^t(\delta)$ (trait en pointillé).

L'étude de cette figure soulève deux remarques. Tout d'abord, à part l'erreur de 0,02 pixel qui se retrouve sur la figure C-5b, on note que le biais évalué de manière théorique a un comportement vis-à-vis d'une variation de $FTM_{0,5}$ très similaire à celui obtenu par simulation.

Nous sommes arrivés à la même constatation avec d'autres simulations à partir de signaux θ différents. Par conséquent, autant que l'on puisse en juger, l'hypothèse selon laquelle le biais systématique provient du repliement de spectre lors de l'acquisition des signaux semble justifiée.

Enfin, on note que l'amplitude et la moyenne du biais systématique augmentent avec la valeur de la FTM à la demi-fréquence d'échantillonnage. En effet, une augmentation de $FTM_{0,5}$ se traduit par une accroissement du pouvoir de résolution du capteur mais aussi par une augmentation du repliement de spectre. C'est cette augmentation du repliement de spectre qui se répercute sur l'importance du biais systématique.

2.3 Une minoration de l'écart type de l'estimateur $\tilde{\delta}$ par la borne de Cramer-Rao

Il est possible de déterminer une minoration de l'écart type de l'estimation de la translation entre deux signaux par le biais de l'évaluation de la borne de Cramer-Rao — ou borne de Frechet (Tassi, 1989). Un estimateur est dit *efficace* si son écart type est égal à la borne de Cramer-Rao et *asymptotiquement efficace* si son écart type converge vers la borne de Cramer-Rao lorsque le nombre de points de mesure utilisés pour l'estimation tend vers l'infini.

Dans notre cas, la méthode d'estimation choisie étant une méthode d'estimation du maximum de vraisemblance, il est possible de montrer que l'estimateur est asymptotiquement efficace : l'écart type de l'estimateur ne correspond donc pas exactement à la borne de Cramer-Rao mais s'en approche d'autant plus que les vignettes de contexte sont d'extension importante. C'est la raison pour laquelle nous pensons qu'elle constitue une bonne approximation — optimiste — de l'écart type de l'estimateur permettant une meilleure compréhension des différents éléments le déterminant.

Dans le cas à une dimension, tout estimateur $\tilde{\delta}$ pour la mesure de la translation δ présente un écart type supérieur à la borne de Cramer-Rao au point δ, notée $B_{CR}(\delta)$:

$$\sigma_{\tilde{\delta}}^2 \geq B_{CR}(\delta)^2 \triangleq -\frac{\left(1 + \frac{db_{\tilde{\delta}}}{d\delta}(\delta)\right)^2}{I(\delta)} \qquad [C\text{-}20]$$

Où $I(\delta)$ est l'information de Fisher au point δ. Cette valeur est définie en fonction de la loi de vraisemblance par :

$$I(\delta) \triangleq \frac{\partial^2 \ln(P(m_{nt}|d))}{\partial d^2}(\delta) \qquad [C\text{-}21]$$

De façon à bien séparer le problème de biais systématique de l'évaluation de l'information de Fisher, on considère qu'il n'y a pas d'erreur d'invariance par translation. Dans ces conditions, le signal normalisé m_{nt} de la relation [C-8] se définit en fonction de signal de référence normalisé $m_{nr}(p)$ translaté de δ de la manière suivante :

$$m_{nt}(p) = t_{\delta}[m_{nr}](p) + n(p) \qquad \text{[C-22]}$$

Où $n(p)$ est un bruit blanc gaussien de moyenne nulle et de variance $\sigma_n^2 = RSB_e^{-1} = \frac{RSB_r+RSB_t}{RSB_r RSB_t}$.

La grandeur RSB_e peut être vue comme un rapport signal sur bruit équivalent relatif aux deux signaux.

Par conséquent, la loi de vraisemblance $P(m_{nt}|d)$ du signal m_{nt} sachant la translation d est une loi gaussienne de moyenne le signal m_{nr} ayant subi une translation d et d'écart type σ_n :

$$\ln(P(m_{nt}|d)) = K + \frac{1}{\sigma_n^2}\sum_p m_{nt}(p)t_d[m_{nr}](p) \qquad \text{[C-23]}$$

Dans un contexte de fort rapport signal sur bruit et appliquant le théorème de Parseval, on peut alors écrire que :

$$\ln(P(m_{nt}|d)) \approx K + \frac{1}{\sigma_n^2}\int |M_{nr}(\nu)|^2 e^{2i\pi\nu(\delta-d)}d\nu \qquad \text{[C-24]}$$

Par conséquent,

$$I(\delta) = -\frac{4\pi^2}{\sigma_n^2}\int \nu^2|M_{nr}(\nu)|^2 d\nu = -4\pi^2\sigma_\nu^2 RSB_e \qquad \text{[C-25]}$$

Où :

- l'écart type $\sigma_\nu^2 \triangleq \int \nu^2|M_{nr}(\nu)|^2 d\nu$ est défini comme le carré de la dispersion fréquentielle du signal m_r autour de la fréquence nulle (Delmas, 1991) ;

L'inégalité [C-20] devient alors :

$$\sigma_{\tilde{\delta}}^2 \geq B_{CR}(\delta)^2 \triangleq \frac{\left(1 + \frac{db_{\tilde{\delta}}}{d\delta}(\delta)\right)^2}{4\pi^2\sigma_\nu^2 RSB_e} \qquad \text{[C-26]}$$

Cette relation permet donc d'avoir une idée des différents facteurs influençant la borne de Cramer-Rao et donc, par extension, de connaître ceux influençant l'écart type de l'estimateur au maximum de vraisemblance. Hormis le numérateur lié à la dérivée du biais de l'estimateur, la borne de Cramer-Rao est conforme à l'idée que l'on peut se faire sur l'écart type de l'estimateur :

- dépendance inversement proportionnelle à la racine carrée du rapport signal sur bruit équivalent RSB_e. Lorsque les deux signaux ont des rapports signal sur bruit proches, le rapport équivalent est environ égal à la moitié de la moyenne de ces deux rapports. A l'inverse, lorsque les deux signaux présentent des rapports signal sur bruit très différents, le rapport équivalent est proche du rapport signal sur bruit le plus faible ;

- dépendance inversement proportionnelle à la dispersion fréquentielle du signal de référence m_r. Or, dans le domaine continu, le carré de la dispersion d'un signal s est proportionnel au rapport de l'énergie du gradient de s sur l'énergie de s. En d'autres termes, par extension dans le domaine discret, l'écart type de l'estimateur est d'autant plus faible que le gradient du signal de référence présente une énergie importante comparativement à l'énergie du signal lui-même (zones présentant de fortes structures).

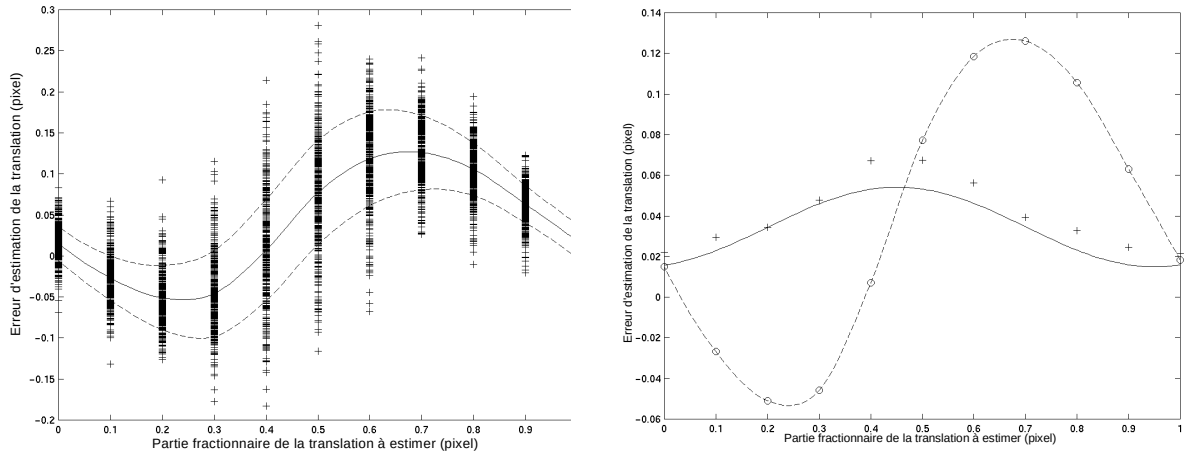
On note enfin que l'écart type de l'estimateur est aussi fonction de la partie fractionnaire de la translation qui est à estimer car son biais systématique ne présente pas une pente constante (allure sinusoïdale).

A titre d'illustration, nous avons utilisé le même procédé de simulation que pour la mesure du biais systématique du paragraphe précédent avec, en plus, l'ajout des bruits de mesure. Ce procédé de simulation est renouvelé — du moins l'ajout des réalisations des bruits de mesure et l'estimation de la translation — un grand nombre de fois de façon à obtenir des échantillons représentatifs des erreurs d'estimation pour chaque translation simulée (de 0 à 1 pixel par pas de 0,1). Ces échantillons représentatifs permettent alors d'évaluer les statistiques de biais et d'écart type de ces erreurs en fonction de la translation à estimer.

La figure C-6a représente les différentes erreurs d'estimation pour une simulation suivant un niveau de bruit relativement élevé et identique pour les deux signaux ($RSB_e = RSB_r - 3\ dB \approx 18\ dB$) et une valeur de FTM à la demi-fréquence d'échantillonnage de 0,2.

La figure C-6b montre la valeur des biais (o) et écarts types (+) de chaque échantillon d'erreurs d'estimation associé aux différentes translations simulées. L'évaluation théorique de

la borne de Cramer-Rao à partir de la relation [C-26] est représentée en trait plein. On remarque que l'écart type mesuré par simulation est proche — mais légèrement supérieure — de la borne de Cramer-Rao et présente effectivement une dépendance à la translation à estimer liée à la dérivée du biais de l'estimateur.



(a) (b)

Figure C-6. (a) Représentation des différentes erreurs d'estimation constatées lors de la simulation pour $FTM_{0,5} = 0,2$ et $RSB_r = RSB_t \approx 21$ dB. (b) Représentation des moyennes et écarts types de ces échantillons (resp. les symboles o et +) ainsi que de la borne de Cramer-Rao (en trait plein).

L'extension à deux dimensions de la borne de Cramer-Rao est délicate car le problème de l'estimation de la translation entre deux images n'est *a priori* pas séparable. Dans le cas général, il y a un couplage entre les deux estimateurs des translations en ligne et en colonne qui se traduit par une perte d'efficacité globale de l'estimation. Pour évaluer ce couplage, il faut déterminer, cette fois, la matrice d'information de Fisher définie par :

$$I(\delta_x,\delta_y) = -4\pi^2 RSB_e \begin{bmatrix} \sigma^2_{\nu_x} & \overline{\nu_x\nu_y} \\ \overline{\nu_x\nu_y} & \sigma^2_{\nu_x} \end{bmatrix} \qquad [C\text{-}27]$$

Où :

- $\sigma^2_{\nu_x}$ et $\sigma^2_{\nu_y}$ sont les dispersions fréquentielle de l'image m_r suivant les deux axes ;
- $\overline{\nu_x\nu_y} = \int \nu_x\nu_y |M_n(\nu_x,\nu_y)|^2 d\nu_x d\nu_y$ est le terme de couplage entre les deux estimateurs.

Lorsque le terme de couplage $\overline{\nu_x\nu_y}$ est nul, tout se passe comme si les estimateurs suivant les lignes et les colonnes étaient indépendants. Dans le cas contraire, les bornes de Cramer-Rao des deux estimateurs sont affectées de manière symétrique par ce terme de couplage :

$$\sigma^2_{\tilde{\delta}_x} \geq B^x_{CR}(\delta)^2 \triangleq \frac{(1 + b'_{\tilde{\delta}_x}(\delta_x))^2}{4\pi^2 \, RSB_e} \frac{\sigma^2_{\nu_y}}{\sigma^2_{\nu_x}\sigma^2_{\nu_y} - \overline{\nu_x \nu_y}}$$

et [C-28]

$$\sigma^2_{\tilde{\delta}_y} \geq B^y_{CR}(\delta)^2 \triangleq \frac{(1 + b'_{\tilde{\delta}_y}(\delta_x))^2}{4\pi^2 \, RSB_e} \frac{\sigma^2_{\nu_x}}{\sigma^2_{\nu_x}\sigma^2_{\nu_y} - \overline{\nu_x \nu_y}}$$

2.4 Conclusion sur la qualité de l'estimateur

Nous avons tout d'abord mis en évidence un biais systématique de l'estimateur dépendant de manière sinusoïdale de la partie fractionnaire de la translation que l'on cherche à évaluer.

Plusieurs pistes sont envisageables pour éliminer ou atténuer ce biais systématique. La première piste consiste à évaluer *a priori* ce biais et à le retrancher au résultat de l'estimation. La relation [C-19] nécessite la connaissance du signal θ_h avant échantillonnage pour pouvoir évaluer le repliement de spectre et le terme d'erreur d'invariance par translation Z. Cette connaissance n'est généralement pas disponible. Cependant, il pourrait être envisageable d'entreprendre une étude de sensibilité de ce biais systématique au paysage observé (signal θ). De cette étude pourrait alors émerger des profils types de biais systématique qui pourraient être choisis par exemple en fonction du type du paysage observé (forêt, zone urbaine ou périurbaine, etc.) et des paramètres du moyen d'observation considéré (FTM, pas d'échantillonnage, etc.).

La deuxième piste consiste en l'élimination du repliement de spectre dans les images acquises. Cette élimination peut être effectuée au moyen de filtres passe-bas éliminant la partie du spectre proche de la demi-fréquence d'échantillonnage la plus susceptible d'être "touchée" par des problèmes de repliement de spectre. Le choix de la fréquence de coupure de ces filtres est généralement délicat car le repliement de spectre dépend localement du signal en provenance du paysage que nous ne connaissons pas. Une autre possibilité, finalement équivalente mais plus simple, consiste en la modification du noyau de convolution utilisé pour l'interpolation de la fonction de corrélation discrète. Ainsi, une dilatation de facteur α ($\alpha > 1$) de ce noyau permet non plus un filtrage passe-bas entre $-F_e/2$ et $F_e/2$ — correspondant à une interpolation normale — mais à un filtrage passe-bas de bande passante réduite correspondant à l'intervalle $[-F_e/2\alpha, F_e/2\alpha]$. Cette dilatation permet donc d'éliminer simplement du calcul de la fonction de corrélation interpolée les composantes hautes fréquences près de $F_e/2$. Là aussi, le choix du facteur de dilatation — et donc la fréquence de coupure — est délicat.

On aboutit ainsi à une conclusion peu intuitive, déjà énoncée par Alexander et Ng (1991) dans le cadre de l'estimation de la position d'un objet simple (cylindre) dans une image : le biais systématique de l'estimateur, essentiellement dû à la présence de repliement de spectre, est d'autant plus faible que les images choisies pour l'estimation sont floues.

Cependant, le biais n'est qu'une composante de la précision de l'estimateur, pouvant être quantifiée par l'erreur quadratique moyenne (EQM) : il faut donc aussi considérer l'autre composante que constitue l'écart type de l'estimateur.

Nous avons vu que cet écart type est inversement proportionnel à l'écart type du gradient ainsi qu'à la racine carrée du rapport signal sur bruit des images. L'écart type est donc d'autant plus grand que l'image est floue. Il y a donc un compromis à trouver entre une réduction du biais et une augmentation de l'écart type pour, en définitive, obtenir une erreur quadratique moyenne la plus faible possible. Le choix de ce compromis dépend, bien sûr, aussi du niveau de bruit dans les deux images considérées.

Pour illustrer ce propos, nous avons évalué, par simulation, l'erreur quadratique moyenne de l'estimateur pour cinq niveaux de bruit (-∞, -29 dB, -23 dB, -20 dB et -17 dB) et sept niveaux de $FTM_{0,5}$ de 0,1 à 0,4, par pas de 0,5. Les différentes FTM modélisées correspondantes permettent de simuler différents niveaux de flou et donc, aussi, différents degrés de repliement. Les cinq courbes, définies pour chaque niveaux de bruit, de l'erreur quadratique moyenne mesurée en fonction de $FMT_{0,5}$ sont représentées sur la figure C-7. Par souci de simplicité, nous avons uniquement évalué la moyenne de l'EQM suivant sur une période complète de translation.

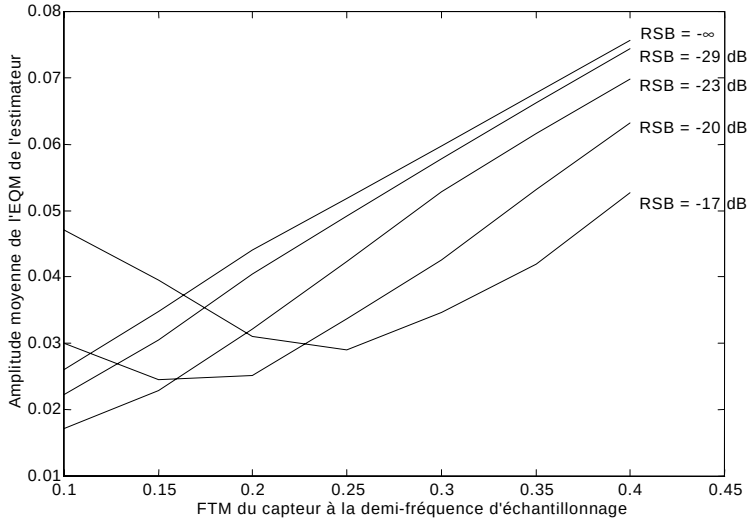


Figure C-7. Courbes de l'erreur quadratique moyenne de l'estimateur évaluées par simulation pour différents niveaux de bruits, en fonction du niveau de la FTM à la demi-fréquence d'échantillonnage.

On note que pour les trois plus forts rapports signal sur bruit, l'EQM de l'estimateur est d'autant meilleure que la FTM simulée est floue ($FTM_{0,5}$ faible). En effet, dans ce cas, la part du biais systématique dans l'EQM est plus importante que celle de l'écart type : la valeur de $FTM_{0,5}$ optimale vis-à-vis de l'EQM est alors plus faible que 0,1, la plus petite valeur de $FTM_{0,5}$ simulée.

Pour les deux plus faibles rapport signal sur bruit (-20 dB et -17 dB), l'EQM présente un minimum pour une valeur approximative de $FTM_{0,5}$ respectivement de 0,15 et 0,25. En effet, lorsque le niveau de bruit augmente, la part de l'écart type dans l'EQM devient de plus en plus importante : le compromis biais / écart type est alors atteint pour des FTM de moins en moins floues.

- Annexe D -

COMMUNICATION AU SYMPOSIUM COMMISSION II D'ISPRS

1 Introduction

ISPRS (International Society for Photogrammetry and Remote Sensing) est une organisation non gouvernementale qui a pour but de favoriser la coopération internationale pour le développement de la photogrammétrie et de la télédétection et de leurs applications.

ISPRS est composée de sept commissions techniques. Chacune de ces commissions organise chaque année une conférence. En particulier, la commission II, dont le centre d'intérêt concerne les systèmes pour le traitement, l'analyse et la représentation des données, a organisé sa conférence annuelle la semaine du 13 au 17 juillet 1998 à Cambridge. Cette conférence a réuni environ 200 personnes pour 15 nationalités pour plus de cinquante présentations techniques. Ces présentations sont organisées en huit groupes de travail correspondant à des thèmes particuliers :

II/1 : real time mapping technologies
II/2 : software and modelling aspects for integrated GIS
II/3 : spatial data handling technologies
II/4 : systems for processing SAR data
II/5 : systems for integrated geoinformation production
II/6 : integrations of image understanding into cartographic systems
II/7 : practical and implementation issues in digital mapping
II/8 : digital systems for image analysis

La communication présentée à ce symposium correspondait au groupe de travail II/8.

Dans la communication (Blanc *et al.*, 1998), nous avons montré principalement l'importance de la qualité du recalage pour les méthodes de fusion "pixel à pixel" et, par extension, pour les applications de détection des changements nécessitant une comparaison à l'échelle du pixel des images. L'objectif de cette communication est d'une part de mieux présenter la méthode de recalage géométrique développée dans le cadre de la thèse et d'autre part de présenter un protocole de validation général pour évaluer la qualité d'une méthode de rectification géométrique. Ce protocole a été appliqué à la méthode présentée ainsi que, par comparaison, à une méthode classique (prise manuelle de points de contrôle et déformation polynomiale adaptée aux points de contrôle par une minimisation aux moindres carrés). D'après cette

validation, la méthode présentée permet une correction très fine des décalages géométriques, meilleure que celles généralement obtenues par la méthode de mise en correspondance classique. En conclusion, cette méthode semble apporter une réponse au besoin de recalage de très grande qualité pour des prétraitements aux applications de fusion de données ou de détection des changements.

VALIDATION PROTOCOL APPLIED TO AN AUTOMATIC CO-REGISTRATION METHOD BASED ON MULTI-RESOLUTION ANALYSIS AND LOCAL DEFORMATION MODELS

Philippe Blanc.
Ecole des Mines de Paris, Groupe Télédétection & Modélisation, B.P. 207, F-06904 Sophia Antipolis Cedex.
Aerospatiale, Service Applications des Systèmes d'Observation, SE/TNE, B.P. 99, F-06156 Cannes la Bocca Cedex.

Lucien Wald.
Ecole des Mines de Paris, Groupe Télédétection & Modélisation, B.P. 207, F-06904 Sophia Antipolis Cedex.

Commission II, Working Group 8.

KEY WORDS: automatic co-registration, multi-resolution analysis, local deformation model, validation protocol.

ABSTRACT:

The issue of co-registration distortions between images is one of major problems involved in data fusion processes. This conclusion can be extended to change detection generally also performing on a pixel basis. Accurate methods are therefore required for co-registration of images in these particular cases. It is the reason why we present a co-registration method using multi-resolution analysis and local deformation models. This work includes a validation protocol that enables the assessment of the accuracy, the robustness and the quality provided by any co-registration method. This validation protocol has been then applied to the presented method and the results have been compared to those provided by a standard one. According to this validation, this method provides a very fine correction of the geometric distortions that is better than those generally provided by standard co-registration methods. As a conclusion, this method seems to constitute an answer to the need of high quality co-registration as a pre-processing of fusion and change detection processes. Moreover, it is a fully automatic method that potentially enables an operational utilisation of high quality.

RÉSUMÉ:

Le problème de non-superposabilité des images est un des problèmes majeurs soulevés par les applications de fusion de données. Cette conclusion peut être étendue aux applications de détection des changements mettant aussi généralement en jeu des comparaisons "pixel à pixel". Des méthodes extrêmement précises sont donc nécessaires pour recaler les images en amont de telles applications. C'est la raison pour laquelle nous présentons une nouvelle méthode de mise en correspondance géométrique utilisant l'analyse multi-résolution et des modèles de déformations locaux. Ce travail propose de plus un protocole de validation qui permet d'évaluer, dans le cas général, la précision, la robustesse et la qualité d'une méthode de mise en correspondance géométrique. Ce protocole de validation a été appliqué à la méthode présentée et comparée à une méthode standard. D'après cette validation, la méthode présentée permet une correction très fine des décalages géométriques, meilleure que celles généralement obtenues par des méthodes de mise en correspondance standard. En conclusion, cette méthode semble apporter une réponse au besoin de mise en correspondance de très grande qualité pour des prétraitements aux applications de fusion de données ou de détection des changements. Enfin, cette méthode de mise en correspondance est une méthode entièrement automatique, ouvrant ainsi des perspectives d'utilisations opérationnelles de très grande qualité.

1. INTRODUCTION

Earth observation has reached a high degree of maturity as evidenced by the number and the high variety of thematic applications using remotely sensed images as information sources. To take the best possible use of this variety of information, we have to cope with a large amount of data. Therefore, we have to be able to extract and to produce synthetic information relevant for each specific application. Data fusion techniques constitute a possible answer to enlarge our knowledge of the real world by taking advantage of all the images and data at our disposal.

However, data fusion involves problems, and in particular, "pixel to pixel" fusion processes raise up the issue of geometric co-registration error between the images to merge. Indeed, we have shown and quantified in Blanc *et al.* (1998) that even small geometric distortions (mean and standard deviation of geometric distortions was, in this case, less than respectively 0.3 and 0.1 pixel), have influences in a noticeable manner on the products of « pixel to pixel » fusion processes. This conclusion can be extended to change detection generally also performing on a pixel basis. For example, Townshend *et al.* (1992) have emphasised that the registration accuracy is extremely important for any remote sensing system if reliable detection of land cover change is a major objective.

The aim of this paper is first to present an automatic co-registration method that is an answer to this need of high quality co-registration as a pre-processing of such fusion processes. Then we present a validation protocol that has been used to assess the effectiveness and the accuracy of this method compared to a standard co-registration method.

2. DESCRIPTION OF THE CO-REGISTRATION METHOD

2.1 Main principle

The purpose of a co-registration method is to determine the geometric deformation model between two or more images of a same scene. In other words, it consists in estimating, for each pixel of an image, called hereafter the reference image, the corresponding location, generally at a sub-pixel accuracy, in the other images called the work images. The geometric shifts in the column and the line directions between those corresponding pixels are called geometric disparities or distortions between the images.

In this paper, we present a fully automatic co-registration method based on multi-resolution analysis and local geometric distortion model. It is an improved version of the co-registration method published in Djamdji *et al.* (1993, 1995).

The images to co-register are decomposed at different decreasing resolutions by the use of a multi-resolution analysis. In our work, the multi-resolution analysis is based upon a discrete wavelet transform provided by the

« à trous » algorithm. Information about this specific implementation of discrete wavelet transform can be found in Holdshneider *et al.* (1989). At the coarser resolution, couple of corresponding points in the reference and the work images, called hereafter tie points (TPs), are automatically chosen and matched. A first estimation of a geometric deformation model between the images is made by adjustment of the co-ordinates of those TPs. Then, this estimation is iteratively refined till the original resolution using the previous deformation model and the new information in the next finer resolution images.
This method is illustrated in the Figure 1.

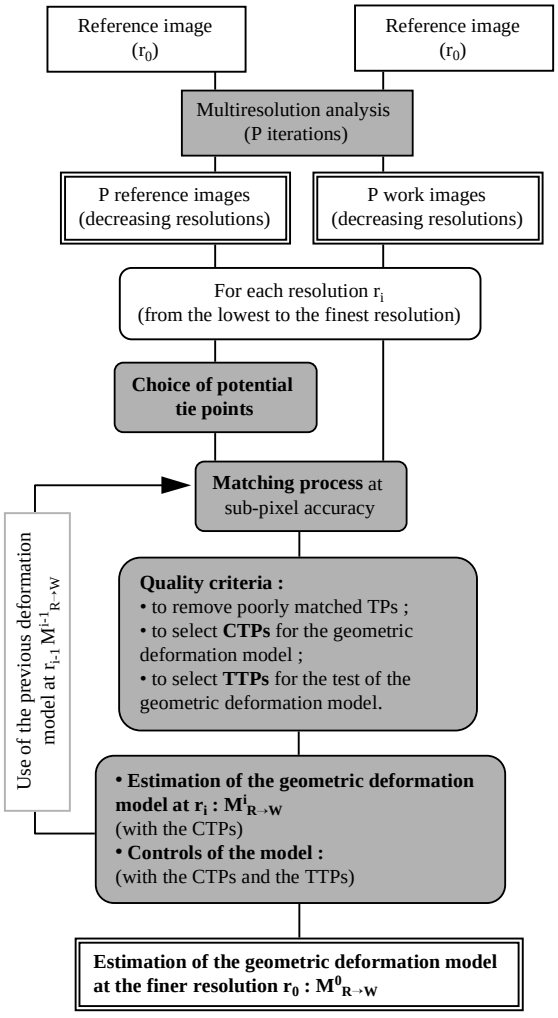


Figure 1: The co-registration method.

This flowchart shows that, for each iteration (*i.e.* for each resolution), this approach relies on four main steps:
- the choice of potential TPs in the reference image ;
- the matching process of those points in the work image to get TPs ;
- the classifying of those TPs according to quality criteria ;
- the estimation and the controls of the geometric deformation model.

All those steps will be presented in this paper.

2.2 The choice of potential tie points (potential TPs)

This stage makes a pre-selection among all the pixels of the reference image in order to extract distinctive points at the current resolution. The word "distinctive" means that those points in the reference image should be localised easily and accurately in the work images at the current resolution provided that they are in their swath.
We assume that those distinctive points lie on important transitions at the current resolution. Therefore, they are considered to be local maxima of significant structure detected in the wavelet coefficients thanks to a threshold transform. In order to have a dense and homogeneous distribution of those points, we chose automatically a local threshold proportional to local standard deviations of the wavelet coefficients. A second threshold, proportional to the standard deviation of the whole image of wavelet coefficients is done to eliminate points extracted in homogeneous regions on account of the noise.

2.3 The matching process of potential TPs

The aim of the matching process is to localise accurately, in the work image, the potential TPs. Therefore, from this list of potential TPs, this process provides a list of TPs between the images to co-register.
Let us consider a potential TP. The previous deformation model provides a first estimation of its location in the work image. From this first estimation, a new search is made to refine it at the current resolution. The extend of the search area depends on the current resolution and on an error overestimation of the previous deformation model. For each pixel of this search area in the work image, is computed a similarity measurement with the point in the reference image. In our case, the similarity measurement is based upon the normalised correlation coefficient between two context windows centred respectively on the two points. There is a compromise for the size of those context windows. Indeed, those windows have to be large enough to constitute good information contexts for the points to compare but not to large to prevent the estimation of the location from being too smoothed. A matrix of similarity measurement for each pixel of the search area is then obtained. A bicubic interpolation and a standard method of maximisation of function applied to this matrix provide the location, at a sub-pixel level, of its maximum when it exists and is unique.
Despite the pre-selection made by the choice of the potential TPs, the matching process provides an estimation of the geometric disparities with an error and even, for some potential TPs, is not able to provide it. The success and the accuracy of the matching process depends first on the quality of the mutual information of the context windows that have to be representative and stable (according to the measure of similarity) between the two images. It also depends on the robustness of the similarity measurement facing the apparent variability between the images to co-register. More information about matching process in a theoretical and practical point of view can be found in Leclerc (1987).

2.4 The sorting of the TPs

The error of the matching process is not constant and depends on many unknown and hidden parameters specific to each TP. Nevertheless, the purpose of this stage is to be able to create a sub-set of a given number *n* of elements (less than *N*, the number of TPs after the matching process) made up of the "best" *n* TPs as far as accuracy of matching is concerned. This sorting is all the more selective as *n* is less than *N*.
In order to select those "best" *n* TPs that will belong to this new sub-set, some quality criteria of the matching process for each TP are used. More precisely, we chose five criteria that are suposed to test the robustness of the matching and to filter them:
- the index proposed in Moravec (1977) that measures the presence and the intensity of structures in the context windows ;
- the value of the maximum, at sub-pixel level, reached by the similarity measurement ;
- the ratio between the maximum and the mean of the

similarity matrix ;
- the ratio between the maximum and the second maximum in its neighbourhood (8-connexity) reached by the similarity measurement ;
- a measure of the isolation of each TP among the others in the reference image.

All those criteria are not comparable to each other. Therefore, to take them all into account for the selection, a "normalisation" has been applied, based upon the rank order of the TPs for each criterion. A synthetic criterion is then obtained by making a weighted average of the five rank orders for each TP. The weight associated to a criterion is related to its importance for the filtering. The selection of the "best" n TPs is then assumed to correspond to the selection of the best n TPs considering this synthetic criterion. It is important to note that this sorting does not proceed to an estimation of the matching error for each TPs but only to a classification of their relative matching quality thanks to those criteria.
Of course, other criteria can be taken into account for the classifying. For example, the acquisition parameters can be used to evaluate a likelihood measurement of the disparities for each TP.
From those n selected TPs, are extracted a relatively small number (about 10%) that will not be used for the estimation of the geometric deformation model but will have an important part, described in §2.6, for the test of this model. Those TPs, called hereafter TTPs (Test TPs) are randomly chosen so that there is a homogeneous distribution in the reference image. The rest of TPs, called hereafter CTPs (Contruction TPs), will be used as data to estimate the geometric model. Therefore, we have :

- a set of n_c CTPs :

$S_C=\{CTP_k: (x^C_{R,k},y^C_{R,k})\rightarrow(x^C_{R,k},y^C_{R,k})\}_{k\in[1,n_c]}$;

- a set of n_t TTPs :

$S_T=\{TTP_k: (x^T_{R,k},y^T_{R,k})\rightarrow(x^T_{R,k},y^T_{R,k})\}_{k\in[1,n_t]}$;

where $n = n_t+n_c$ et $n_t \approx n/10$.

2.5 The estimation of geometric distortion model

The geometric distortion model is in fact a mathematical function that gives, for each pixel of the reference image, the estimation of the geometric disparities with the work images:

$$M_{R\rightarrow W} : P_R=(x_R,y_R)\rightarrow M_{R\rightarrow W}(P_R)= (dx,dy)$$

For each pixel of the reference image, the corresponding location in the work image is

$$(x_W=x_R+dx\ ,\ y_W=y_R+dy)$$

where

$$(dx,dy)=M_{R\rightarrow W}(x_R,y_R)$$

This model is in fact an interpolation of the geometric disparities measured in the sub-set S_c. This interpolation consists in choosing an analytic function with some parameters and in adjusting them in order to fit this function to the set of geometric disparities $\{d^C_k=P^C_{W,k}-P^C_{W,k}\}_{k\in[1,n_c]}$ at the corresponding location in the reference image. The number of parameters is the degree of freedom of the geometric distortion models and divides them into two categories: global and local models.
Degrees of freedom of *global deformation models* are significantly less than the number of CTPs. It can only reproduce the trend, the "low frequency" of the geometric disparities measured at the location of the CTPs. In other words, global models generally do not fit to the CTPs and the differences are all the more important as the complexity of the actual field of geometric disparities is important and "greater" than the degree of freedom of the models. For example, a second order polynomial model is a global model because it has a degree of freedom equal to six and is generally fitted to a set of significantly more than six CTPs by minimising the mean square error.
On contrary, the degree of freedom of a *local deformation model* is almost equal to the number of CTPs. Unlike the global models, the local ones present the possibility to take into account, locally, the disparity measured on each CTP. The quality of a local model is extremely dependent on the accuracy of the matching of each CTP and on density and the homogeneity of the distribution of the CTPs.
Two types of local deformation models are used in our co-registration method:

- *local models based upon interpolation functions defined in "one single block"*. The thin plate interpolation described in Lemehaute (1989) belongs to this type. This technique provides a local geometric deformation model that has a parameter controlling the degree of firmness of the thin plate function. This parameter can be computed thanks to a cross-validation method in order to enable the geometric deformation model to filter errors in the given disparities of the CTPs. The thin plate interpolation has an other advantage: it provides a deformation model that is stable far from the CTPs. Nevertheless, on account of the time of computation, this technique is limited by the number of CTPs that has to be less than 600 ;
- *local models based on piecewise interpolation functions*. As the distribution of the CTPs in the reference image is not generally regular, the piecewise functions is be defined on a Delaunay triangulation (see Watson, 1981).The simplest piecewise interpolation method is based upon polynomials of degree 1 provides continuous geometric deformation model whose derivatives are not continous. A more accurate, and more complex, method called Heigh-Clough-Tucher method is based upon polynomials of degree 3 (Lemehaute, 1989). It makes use locally thin plate interpolation method and provides a continuous geometric deformation model but whose derivatives are also continuous. In practice, those interpolation methods are not limited by the number of CTPs but can not be computed out of their convex hull. To cope with this limitation, they can be completed by the use of other interpolation methods that can be computed at each pixel (e.g. polynomial or thin plate deformation model).

2.6 The quality control of the geometric deformation model

At this point of the treatment, and at the current resolution, two types of control are applied to test the geometric deformation model $M_{R\rightarrow W}$.
The first control consists in comparing statistically (bias, standard deviation, etc.) the disparities $d^C_k= P^C_{W,k}-P^C_{R,k}$ measured at each CTP and the modelled (interpolated) disparities $M_{R\rightarrow W}(P^C_{W,k})$. As those disparities have been used to estimate the geometric deformation model, this comparison gives information about the *quality of the interpolation* as far as the given data are concerned. For example, this comparison is useful to check the quality of a polynomial model and to find the degrees of the two polynomials that minimise the error of the interpolation.
The second control consists in comparing the disparities $d^T_k= P^T_{W,k}-P^T_{R,k}$ measured at each TTP and the modelled (interpolated) disparities $M_{R\rightarrow W}(P^T_{W,k})$. It is important to note that those data have not been used to estimate the geometric deformation model but could have been. Therefore, this comparison is a sort of "blind test" that enables a control of the *relevance* of the choice of the analytic functions and their parameters to model the actual field of disparities measured by the matching process.
The estimation of the deformation model can be judged satisfactory when the differences in the two controls are statistically small and comparable.
As a conclusion, those two controls are only meant to test the quality of the geometric deformation model in terms of errors and relevance of the interpolation but do not provide an estimation of the co-registration error. This estimation would require an estimation of the matching error that seems to be very hypothetical.

3. GENERAL ASSESSMENT PROTOCOL OF A CO-REGISTRATION METHOD QUALITY

3.1 The protocol

We propose here a protocol that enables the assessment of the accuracy, the robustness and the quality provided by a co-registration method in a realistic and totally controlled case.

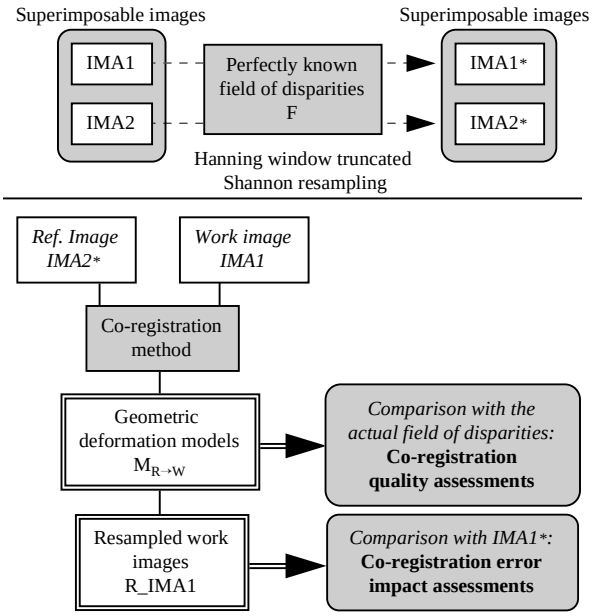


Figure 2: Assessment protocol of a co-registration method quality.

The following approach, illustrated in Figure 2, is proposed: let us consider two superimposable images IMA1 and IMA2 and a field of geometric disparities F that is perfectly known for each pixel of the two images. Those images are then re-sampled into new images IMA1* and IMA2*, thanks to a re-sampling method (e.g. Hanning window truncated Shannon re-sampling), by injecting the field of geometric disparities F. In other words, we synthesised new images IMA1* and IMA2* radiometrically identical to the original image but with perfectly known geometric disparities between them. In order to have a realistic and representative validation, the field F should be complex, spatially variable and non analytic.
The co-registration method, which quality has to be assessed, is applied to IMA2* as the reference image and IMA1 as the work image. It provides, at the finest resolution, a geometric deformation model $M_{R\to W}$. This model is then used to re-sample IMA1 into a new image R_IMA1. Ideally, $M_{R\to W}$ and R_IMA1 should be exactly equal respectively to the field F and to IMA1*.
Therefore two types of comparison are possible that enable two types of quality assessment:

- the comparison between the geometric deformation model and the actual field of disparities gives information about the *co-registration quality itself* ;
- the comparison between the original image IMA1* and R_IMA1 gives information about the *impact of the co-registration error* on the re-sampled image.

Those two types of quality assessment are now discussed.

3.2 Co-registration quality assessment

As the geometric disparities between IMA1 and IMA2* is perfectly known at each pixel, we can accurately measure, for each pixel, the co-registration error. Some statistic criteria are proposed to describe globally the differences between the actual and the estimated disparities in the line and in the column directions. For one given direction, are proposed:

- *the bias*: it is the mean, in pixel, of the difference between the disparities. The closer to zero, the more similar the disparities are ;
- *the difference of variances* (variance of the actual disparities minus the variance of the estimated ones) and its relative value to the variance of the actual disparities. This value is a measure, to some extent, of the quantity of information added or lost by the estimation. For an estimation that provides too much information (information may be noise or artefacts) the difference is negative. In the opposite case, this value is positive. Ideally, this difference should be nil ;
- *the coefficient of correlation* between the actual and the estimated disparities shows their spatial similarity in shape. It should be as close to 1 as possible ;
- *the standard deviation of the difference*, globally indicates the level of estimation error in pixel. Ideally, it should be null.

3.3 Co-registration error impact assessment

As they have both been re-sampled by the same interpolation kernel, the differences between R_IMA1 and IMA1* are only due to the residual geometric disparities after the co-registration process. It is the reason why the comparison between those two images that should be perfectly identical is a roundabout way to assess the quality of the co-registration method. This comparison is achieved with the comparison criteria of two images proposed as part of a quality assessment of fusion of satellite images of different resolution described in Wald *et al.* (1997).
Those two images can also been used for an other quality assessment based on visual inspection. This assessment consists in visualising rapidly the two images alternately. On account of the persistence of vision, one can visually estimate the local residual geometric disparities.

4. QUALITY ASSESSMENT AND VALIDATION RESULTS

In order to assess the accuracy, the robustness and the quality of the co-registration provided by the presented co-registration method we have applied the assessment protocol described in §3 to a favourable and a less favourable cases:

- the two images to co-register are identical. In this case, IMA1=IMA2 ;
- the two images to co-register are not identical. In this case, IMA1≠IMA2.

In order to have a reference, both quality assessments of the presented co-registration have been achieved in comparison with the results provided by a standard method.
Before presenting those results, we present the co-registration method that we chose as a standard one and the data that have been used for the different assessments/validations.

4.1 The standard co-registration method

We chose as a standard co-registration method, a broadly used manual one. This method consists in choosing points as uniformly distributed as possible in the reference image and matching them manually in the work image. In order to have a sub-pixel accuracy in the manual matching process, the work image have been over-sampled four times. The number of TPs is limited by the manual acquisition and is generally less than 100. Those TPs are then used in order to estimate a polynomial geometric deformation model (generally of degrees two).

4.2 Data for the different assessments/validations

In this paper, we deal with a 100 km^2 sub-region extracted from a SPOT multispectral XS image (resolution: 20 m) and the corresponding SPOT panchromatic P (resolution: 10 m) of the city of Barcelona.
The three channels of the multispectral image XS are supposed to be perfectly superimposable. Those images have then been re-sampled with the Hanning window truncated Shannon interpolation into new images by injecting a realistic, non analytic and complex field of geometric disparities.
In order to get this field, the technique of sub-pixel matching described in §2.3 has been performed to localise *each pixel* of XS1 in the P image degraded to 20 m. After filtering the poorly matched points, a field of very small but complex and realistic geometric disparities was obtained. In our opinion, this geometric distortion is due to the small difference in the acquisition parameters (angle along the track) for the panchromatic and the multispectral modes. This difference induces geometric distortions like translation, zoom and parallax effects. Therefore, the field of small geometric distortions that have been extracted is, in fact, the residual geometric disparities that have not been totally corrected by the co-registration method applied to make the P and the XS images superimposable. It is important to note that the field have been multiplied by four to have a more consequent field of geometric disparities for the sake of the different assessment/validations. Table 3 shows the minima, the maxima, the mean and the standard deviation of this injected field of disparities. Figure 4 displays the field of disparities respectively in the line directions. One can note that this field exhibits complex spatial structures which seems to be correlated to orographic features of the scene.

	Δx	Δy
Mean	-1.05	1.11
Standard deviation	0.35	0.41

Table 3: Minima, maxima, means and standard deviations in pixel of the geometric disparities field in column and line direction (respectively Δx and Δy).

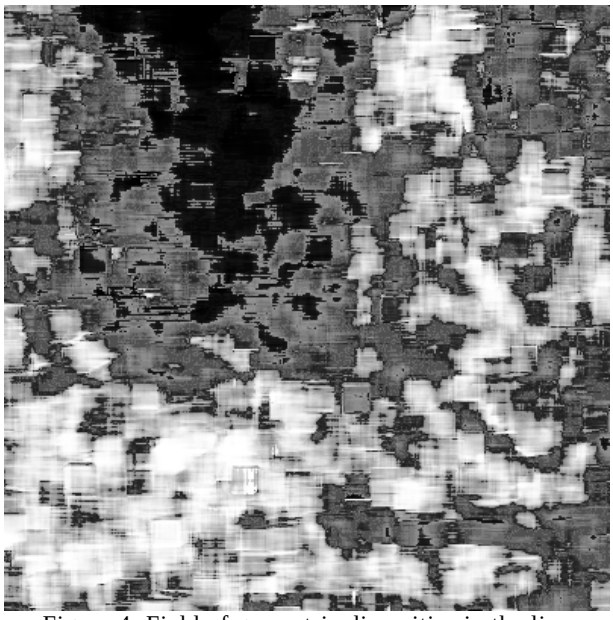
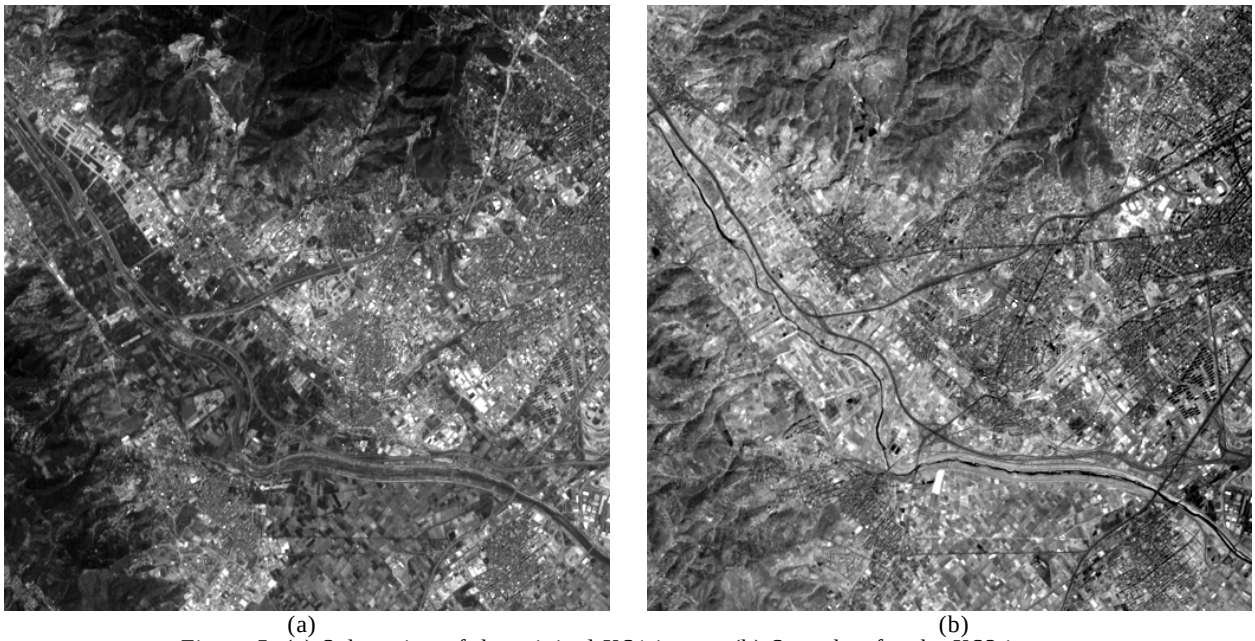


Figure 4: Field of geometric disparities in the line direction.



(a) (b)

Figure 5: (a) Sub-region of the original XS1 image. (b) Same but for the XS3 image.

For the sake of clarity, we only consider the spectral bands XS1 and XS3 of the SPOT multispectral image (see Figure 5). The re-sampled images are called hereafter respectively XS1* and XS3*.

4.3 Quality co-registration with XS1 and XS1*

In this case, we applied the assessment protocol with IMA1=IMA2=XS1 to the presented and the standard methods.

4.3.1 Facts of the standard co-registration: 33 CTPs have been manually selected. The mean distance between two CTPs is about 75 pixels. The geometric deformation model, whose disparities in the line direction are illustrated in Figure 7 (a), is based on a polynomial of degree 2 interpolation method.

4.3.2 Facts of the presented co-registration: at the finest resolution, the matching process provides 2545 TPs. As

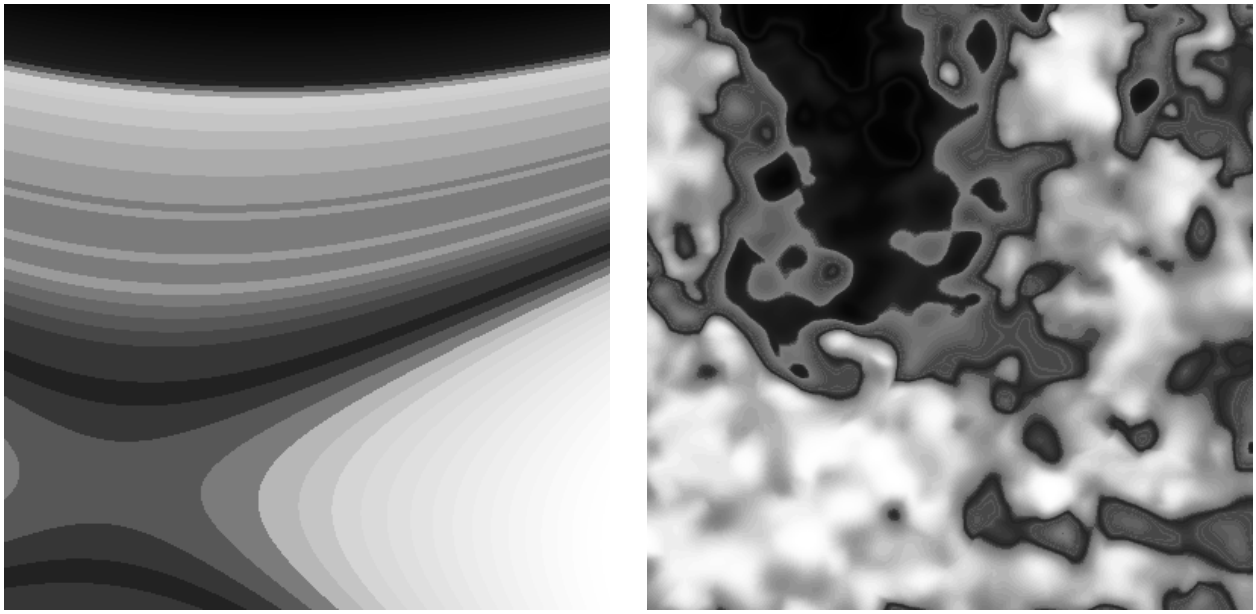
this case is a favourable one for the matching process, the sorting process has not been chosen very selective: from those TPs have been selected 1380 CTPs and 170 TTPs. The mean distance between two CTPs is about 11 pixels and about 33 pixels for the TPs. As there is a great number (greater than 600) of CTPs, the geometric deformation model, illustrated for the line direction in Figure 7 (b), is based on the Hsieh-Clough-Tocher piecewise interpolation method.

4.3.3 The compared results of the co-registration quality assessment: the statistical criteria in Table 6 describe the differences between the actual and the estimated disparities for the two co-registration methods. One can note that, for both methods, the biases are very close to the ideal value. It is also true for the standard deviations: less than 7.2 m for the standard method and less than 3.6 m for the presented one. According to those two criteria, the presented method provides a slightly better quality of co-registration. Nevertheless, the quality gap between the two methods is small. Indeed, the bias and the standard deviation only provide a "global view" of the co-registration errors and, therefore, do not reveal the ability or not of each co-registration method to correct finely and locally the geometric disparities between the two images. To make up for it, the correlation coefficient and the difference of variances seem to be more suitable for assessing this ability. It is observable that, owing to the differences of variances, the standard method suffers from a very important lack of information (about 80 %) whereas this lack is distinctively less important (about 10 %) for the presented one. The same remark can be done as far as the lack of shape similarity (correlation) between the actual field and the deformation model is concerned. This superiority of the presented co-registration method, also visible by the comparison of Figures 7 (a) and 7 (b) with Figure 4, was foreseeable: thanks to the local deformation model supported by the great number of CTPs, the presented method provide a very finer and more accurate geometric correction than the standard method with its polynomial of degree two model estimated by 33 CTPs.

4.3.4 The compared results of the co-registration error impact assessment: the quality of the two co-registration methods can be firstly analysed and compared by the visual inspection of XS1* and R_XS1 alternatively as described in §3.3. It is observable that the standard method has globally corrected the geometric disparities but local residual disparities obviously still remain, that degrade the co-registration quality. On the contrary, the inspection shows that the presented method provide a local and accurate geometric correction. The statistical criteria for the comparison of XS1* with R_XS1 in Tables 8 and 9 corroborate the visual inspection and show that, in term of co-registration error impact, the presented method is clearly better than the standard one. It is interesting to note that the comparison between the two images, and especially the cumulative error histogram, is extremely sensitive to the co-registration quality.

		Δx	Δy
Standard method	Bias (ideal: 0)	0.11	0.00
	Standard deviation (ideal: 0)	0.31	0.36
	Correlation (ideal: 1)	0.59	0.47
	Difference of var. in percent (ideal: 0)	95.6 %	77.9 %
Presented method	Bias (ideal: 0)	0.01	0.02
	Standard deviation (ideal: 0)	0.15	0.18
	Correlation (ideal: 1)	0.90	0.90
	Difference of var. in percent (ideal: 0)	9.5 %	13.7 %

Table 6: Means, standard deviations in pixel for the error of the standard and the presented co-registration methods in the column and row directions (respectively Δx and Δy). Correlation and difference of variances are also reported.



(a) (b)

Figure 7: (a) Geometric deformation model in the line direction provided by the standard method. (b) Same but for the presented method.

	Bias (ideal: 0)	Standard deviation of the difference (ideal: 0)	Correlation coefficient (ideal: 1)	Difference of variances (ideal: 0)
Standard method	0.00 0.0 %	3.3 4.6 %	0.971	-0.36 -0.2 %
Presented method	0.00 0.0 %	1.6 2.2 %	0.993	-0.01 -0.06 %

Table 8: Statistical criteria (bias, difference of variances, correlation coefficient and standard deviation of the difference) in digital counts for comparison between XS1* and the re-sampled images R_XS1 for the two methods.

	0.001	1	2	5	10	20
Standard method	27	28	58	85	97	100
Presented method	47	48	83	97	100	100

Table 9: Probability (in percent) for having in a pixel a relative error less than or equal to the thresholds noted in the first row for the comparison between XS1* and the re-sampled images R_XS1 for the two methods. The ideal value is 100 as early as the first threshold 0.001 %.

4.4 Quality co-registration with XS1 and XS3*

In this case, we applied the assessment protocol with IMA1=XS3 and IMA2=XS1 to the presented and the standard methods. On account of the difference of the spectral bands of XS1 and XS3, the two images are not identical (correlation coefficient is equal to 0.34).

4.4.1 Facts of the standard co-registration: only 21 reliable CTPs have been manually selected between the images. The mean distance between two CTPs is about 78 pixels. The geometric deformation model is based on a polynomial of degree 2 interpolation method.

4.4.2 Facts of the presented co-registration: this case is less favourable than in §4.3 for the automatic matching based on correlation coefficient. It is the reason why, at the finest resolution, the matching process provides only 1070 TPs. We decided to be more selective in the sorting of TPs: from those TPs have been selected 200 CTPs and 40 TTPs. The mean distance between two CTPs is about 28 pixels and about 60 pixels for the TPs. As there is a relatively small number of CTPs, the geometric deformation model is based on the thin plate interpolations method whose firmness parameter is equal to 0.

4.4.3 The compared results of the co-registration quality assessment: according to the statistical criteria in the Table 10, the presented method still provides the best co-registration quality even if the gap between the two compared methods is smaller than in the more favourable previous case. Moreover, one can note that, compared this previous case, the standard deviation (less than 5.8 m), the correlation coefficient (0.73) and the difference of variances (24 %) show that the presented method suffered from a lack of CTPs to rectify accurately and locally with the same efficiency. This lack of CTPs is due to the fact that the images to co-register are poorly correlated and that the sorting process has been chosen very selective in order to be sure of the matching accuracy of the selected TPs.

4.4.4 The compared results of the co-registration error impact assessment: those results in Tables 11 and 12 corroborate the previous results: even if the presented method provide better result, the co-registration quality are globally degraded on account of the differences of the two images to co-register. Nevertheless, the quality provided by the presented co-registration in this unfavourable case is better than the quality provided by the standard method in the favourable case.

		Δx	Δy
Standard method	Bias (ideal: 0)	0.08	0.13
	Standard deviation (ideal: 0)	0.38	0.34
	Correlation (ideal: 1)	0.08	0.57
	Difference of var. in percent (ideal: 0)	89.6 %	76.4 %
Presented method	Bias (ideal: 0)	-0.06	0.07
	Standard deviation (ideal: 0)	0.24	0.29
	Correlation (ideal: 1)	0.73	0.72
	Difference of var. in percent (ideal: 0)	23.8 %	20.6 %

Table 10: As Table 6, but for the co-registration of XS1 and XS3*.

	Bias (ideal: 0)	Standard deviation of the difference (ideal: 0)	Correlation coefficient (ideal: 1)	Difference of variances (ideal: 0)
Standard method	-0.11 0.2 %	5.54 7.9 %	0.940	9.8 3.8 %
Presented method	0.00 0.0 %	4.2 6.0 %	0.966	-0.3 -0.12 %

Table 11: As Table 8, but for the co-registration of XS1 and XS3*.

	0.001	1	2	5	10	20
Standard method	23	23	51	78	93	99
Presented method	29	29	61	86	96	99

Table 12: As Table 9, but for the co-registration of XS1 and XS3*.

5. CONCLUSION

We have presented a fully automatic co-registration method that allows an estimation of the geometric disparities between two images of a same scene. This method makes use of a multi-resolution analysis as described in (Djamdji, 1995) and local deformation models.
This work also proposes a formal assessment protocol that provides two types of data that enable different and complementary quantitative assessments and validations of a co-registration method in realistic and totally controlled cases:

- this protocol provides *for each pixel* of the reference image the "right" error made by the tested co-registration method. This enables a straight quality assessment by appraising the co-registration error ;
- it also provides two supposed superimposable images whose differences are *solely* due to residual co-registration error of the tested method. Those data enable a roundabout quality assessment by appraising the impact of the co-registration error.

Both types of quality assessment are based upon visual and different statistical criteria that describe the quality of the co-registration method. As far as statistical criteria are concerned, it is important to note that the bias and the standard deviation in the straight quality assessment are not totally adequate to assess the ability of the tested method to co-register finely and locally. Other statistical criteria of the residual geometric disparities (correlation coefficient, difference of variances) or the visual inspection and the comparison of images as described in (Wald *et al.*, 1997) in the roundabout quality assessment are therefore required to assess accurately the quality of the tested method.
This assessment protocol has been applied to our co-registration method with two identical images (favourable case) and with two different images (unfavourable case). Those quality assessments have been compared to those provided by a generally used manual co-registration method. This study has shown that our method provides, in each case, better result as far as global and local accuracy of co-registration are concerned. Nevertheless, one can note that the quality gap between the proposed method and the standard one is relatively small in the unfavourable case. We emphasise that the validation protocol has been applied on a small sub-scene (512x512). In an operational use, the images to co-register are generally definitely larger (e.g. a SPOT XS image is about 3000x3000 pixels). In this context, the standard method that makes use of a polynomial deformation model based on a small number of CTPs (less than 100 on account of the manual acquisition) should be less efficient to describe the whole actual field of disparities than our automatic method.

6. ACKNOWLEDGEMENT

Philippe Blanc has a fellowship from the Ministry of Defence (DGA/CNRS) for his Ph.D.

REFERENCES:

Blanc, P., L. Wald and T. Ranchin, 1998. Importance and effect of co-registration quality in an example of « pixel to pixel » fusion process. In: Proceedings of the International Conference « Fusion of Earth data: merging point measurements, raster maps and remotely sensed images », Sophia Antipolis, France, 28-30 January.

Djamdji, J.P., A. Bijaoui, and R. Manière, 1993. A new method of automatic registration, based on a multiresolution decomposition of the images using the wavelet transform. Photogrammetric Engineering & Remote Sensing, 59(5):645-653.

Djamdji, J.P., A. Bijaoui, 1995. Earth science and remote sensing disparity analysis and image registration of stereoscopic images using the wavelet transform. In: Proceedings of SPIE conference "Image and Signal Processing for Remote Sensing II", Paris, France, 25-27 September. 2579:11-21.

Holdshneider, M., R. Kronland-Martinet, J. Morlet and P. Tchamitchian, 1989. Wavelets: Time-frequency methods and phase-space, Chapter A: real time algorithm for signal analysis with the help of the wavelet transform. Springer Berlin. pp. 286-297.

Leclerc, V., 1987. Recalage élastique d'images angiographiques. Thèse de Docteur-Ingénieur, Ecole Nationale Supérieure des Télécommunications. ENST-87E024. 164 pp.

Lemehaute, A.J.Y., 1989. A finite approach to surface reconstruction. Université des sciences et techniques de Lille, France, 39 pp.

Moravec, H.P., 1977. Towards automatic visual obstacle avoidance. In: Proceedings of the 5th. International Joint Conference of Artificial Intelligence, Cambridge, August 1977, p 584.

Townshend, J.R.G., C.O. Justice, C. Gurney and J. McManus, 1992. The impact of misregistration on change detection, IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 30(5):1054-1060.

Wald, L., T. Ranchin, and M. Mangolini, 1997. Fusion of Satellite Images of Different Spatial Resolutions: assessing the quality of resulting images. Photogrammetric Engineering & Remote Sensing, 63(6), pp. 691-699.

Watson, D.F., 1981. Computing the n-dimensional Delaunay tessellation with application to Voronoï polytops. The Computer Journal, 24.

LISTES DES FIGURES ET TABLEAUX

1 Figures

Chapitre 2

Figure 2-1. Décomposition de l'observation d'un paysage. 8

Figure 2-2. Illustration de l'exemple d'un zone de végétation détruite à une vitesse V. 16

Figure 2-3. Courbes de niveaux de l'autocorrélation pour une vitesse de destruction de la végétation de 0 m/jour. 16

Figure 2-4. Courbes de niveaux de l'autocorrélation pour une vitesse de destruction de la végétation de 20 m/jour. 17

Figure 2-5. Exemple de réflectances spectrales entre 450 nm et 1450 nm d'un sol lorsqu'il est nu (en pointillé) et lorsqu'il est recouvert d'une végétation avec une indice foliaire de 7 (en trait plein). 19

Figure 2-6. Exemple de différences de valeurs (trait plein) et de différences de pente (trait pointillé) de la réflectance spectrale (entre 450 nm et 1450 nm) lors de l'évolution du couvert végétal d'un sol. 20

Figure 2-7. Les différentes étapes d'un traitement d'images multidates pour l'étude de l'évolution d'un paysage. 23

Chapitre 4

Figure 4-1. Zones et courbes limites pour l'évaluation du DRE (zone grisée et zone hachurée) et de l'ERE (zone hachurée uniquement) du capteur Panchromatique de SPOT dans le sens des colonnes (taille de pixel 10 m). 52

Figure 4-2. (a) Evolution d'un élément isolé en taille (de 3 m à 12 m) et en contraste (de 90 % à 30 %). (b) Simulation de l'observation des deux états de l'élément par le capteur Panchromatique de SPOT (taille de pixel 10 m). 53

Figure 4-3. Courbes "d'iso-contraste apparent" d'un élément isolé pour le capteur Panchromatique de SPOT (taille de pixel 10 m). 54

Figure 4-4. Modélisation simple d'un déplacement dx de frontière entre deux zones de grande échelle et de radiométrie différant d'un contraste c. 55

Figure 4-5. Définition de la zone de perception d'un déplacement de frontière par la capteur Panchromatique de SPOT. 56

Figure 4-6. Courbes limites d'ERE et de DRE pour différentes valeurs de FTM à la demi-fréquence d'échantillonnage (taille du pixel 10 m). 57

Figure 4-7. Schéma simplifié de l'effet de parallaxe dans le cas d'un angle de visée de α et d'une altitude Δz. 60

Figure 4-8. (a) Ligne d'une image du capteur multispectral SPOT en bande 1. (b) Champ de translation aléatoire uniformément réparti entre -0,5 et 0,5 pixel. (c) Différence entre la ligne image et elle-même décalée suivant le champ de translation. (d) Corrélation entre la différence et son estimation suivant la relation [4-10] (courbe idéale en trait continu). 63

Figure 4-9. Représentation graphique des contraintes liant la résolution spatiale (échelle logarithmique en mètre) et la répétitivité temporelle (échelle linéaire en jour) de quelques capteurs actuels....69

Figure 4-10. Evolution journalière de l'indice foliaire du couvert végétal de 0 (sol nu) à 6 (sol recouvert d'une importante épaisseur de végétaux). 71

Figure 4-11. Evolution journalière de la réflectance du couvert végétal suivant les bandes spectrales B0, B2, B3 et SWIR de SPOT4/VEGETATION. 72

Figure 4-12. (a) Dérivée de l'évolution de l'indice foliaire (maximum pour le jour 150). (b) Dérivées de l'évolution de la réflectance du couvert végétal suivant les bandes B0 et B3 de SPOT4/VEGETATION (max. respectivement pour le jour 120 et le jour 142). 73

Chapitre 5

Figure 5-1. Représentation de l'appariement entre les deux images m_r et m_t. 78

Figure 5-2. Description du principe de recalage géométrique basée sur l'analyse multirésolution proposée par Djamdji (1993). Les parties qui ont fait l'objet de modifications importantes sont indiquées par le symbole ◆—◆. 82

Figure 5-3. Décomposition dyadique d'une image par l'application de l'algorithme "à trous" non pyramidal. 83

Figure 5-4. (a). Tracé des filtres passe-bas H_{pb} et parfait (traits pointillés) en fonction de la fréquence normalisée F_e. (b). Tracés des filtres H^1_{ph}, H^2_{ph}, H^3_{ph} et H^3_{pb}, en fonction de la fréquence normalisée F_e, correspondant à l'application de trois itérations de l'algorithme "à trous". 84

Figure 5-5. Critère de qualité de l'appariement par l'application de l'appariement inverse. ..90

Figure 5-6. Représentation du maillage régulier pour le tri local des couples de points homologues. 91

Figure 5-7. Schéma récapitulatif de la méthode de recalage automatique proposée (schéma d'analyse multirésolution identique à la figure 5-2). 98

Figure 5-8. Représentation des transformées de Fourier Θ_1 et Θ_2 ainsi que de M_1 et M_2, les transformées de Fourier après échantillonnage ($r = 3$). L'axe fréquentiel est normalisé par rapport à la fréquence d'échantillonnage la plus faible (F_{e1}).....110

Figure 5-9. Représentation fréquentielle de $S(\nu/F_{e1})M_1(\nu)$ et de $S(\nu/F_{e2})M_2(\nu)$ (conditions d'échantillonnages identiques à celles utilisées pour la figure 5-8). 111

Figure 5-10. Schéma résumant les différentes étapes pour l'obtention de la fonction de disparité entre deux images ayant des pas d'échantillonnage différents. 115

Figure 5-11. Schéma résumant les différentes étapes pour l'obtention de la fonction de disparité entre deux images présentant un champ de disparité de forte amplitude.116

Annexe A

Figure A-1. Exemple de triangulation de Delaunay de 10 points répartis aléatoirement sur le plan ($n_{T_D} = 12$).....141

Figure A-2. Description de l'algorithme de recherche du triangle de $T_D(\{\mathbf{P}_k\}_{k\in[1,n]})$ contenant un point **Q** quelconque. 142

Figure A-3. Partage d'un triangle en trois sous-triangles à partir du barycentre pour les besoins de la méthode Hsieh-Clough-Tocher.....144

Figure A-4. Schématisation de la connaissance requise sur la triangulation pour la reconstruction de surface suivant la méthode de Hsieh-Clough-Tocher. 146

Annexe B

Figure B-1. (a) Représentation de $E_{bp}(\nu)$ et $E_{att}(\nu)$ issue d'une simulation d'un capteur de FTM H à partir d'une image réelle. (b) Représentation de $E_{bp}^{H}(\nu)$ et $E_{att}^{H}(\nu)$ sans la prise en compte du paysage. 153

Figure B-2. Gabarit et valeurs clés de $|S(\nu)|$ pour une description qualitative de son écart au filtre passe-bas parfait.....153

Figure B-3. Représentation de la grandeur $\Delta_1^s(\nu)$ liée à l'expression de l'erreur géométrique d'une méthode d'interpolation s.....156

Figure B-4. Représentation des paramètres du gabarit de $S_{cub(a)}(\nu)$ pour $a\in[-3, 0]$.....162

Figure B-5. (a). Représentation de $|S_{cub(-1)}(\nu)|$ (en fréquence normalisée) ainsi que de son gabarit. (b). Idem pour $|S_{cub(-0,5)}(\nu)|$ ($\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0{,}02$).....163

Figure B-6. (a). Représentation de l'amplitude maximale $A_{cub(-1)}(\nu)$ de l'erreur de translation en fonction de la fréquence normalisée ν. (b). Idem pour $A_{cub(-0,5)}(\nu)$.....163

Figure B-7. (a). Représentation de $A_{cub(a)}(0)$ en fonction de a. (b). Valeur maximale de l'erreur de translation $T_{cub(a)}(\nu,\delta)$ sur la plage $[0, 0{,}31F_e]$. 164

Figure B-8. Représentation de $|S_{cub(-0,75)}(\nu)|$ (en fréquence normalisée) ainsi que de son gabarit. 165

Figure B-9. Représentation des paramètres du gabarit de $S_{sha}^{N,\,0,54}(\nu)$ pour $N\in[2, 12]$. 167

Figure B-10. (a). Représentation de $|S_{sha}^{10,\,0,54}(\nu)|$ ainsi que de son gabarit ($\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0{,}02$)..168

Figure B-11. Représentation de l'amplitude maximale $A_{sha}^{10,\,0,54}(\nu)$ de l'erreur de translation en fonction de la fréquence normalisée ν.....168

Annexe C

Figure C-1. Principe de la constitution de la matrice de similarité (fonction de corrélation discrète centrée normée) suivant une zone de recherche.....173

Figure C-2. Exemple d'une fonction de corrélation discrète (représentée par des 'o'), interpolée au voisinage de son maximum discret (trait plein). Le résultat de la recherche sub-pixellaire du maximum est présenté en médaillon. 176

Figure C-3. Procédé de simulation pour mesurer le biais systématique $b_s^m(\delta)$ de la méthode d'estimation sub-pixellaire en fonction de la translation δ et de la valeur de la FTM du capteur à sa demi-fréquence d'échantillonnage. 182

Figure C-4. Mesure $b_s^m(\delta)$ (trait continu) et évaluation théorique $b_s^t(\delta)$ (trait en pointillé) du biais systématique en fonction de la translation δ à estimer pour une valeur de FTM à la demi-fréquence d'échantillonnage de 0,15. 182

Figure C-5. Variation de la demi-amplitude (a) et de la valeur moyenne (b) du biais systématique simulé $b_s^m(\delta)$ (trait continu) et évalué théoriquement $b_s^t(\delta)$ (trait en pointillé).....183

Figure C-6. (a) Représentation des différentes erreurs d'estimation constatées lors de la simulation pour $FTM_{0,5} = 0,2$ et $RSB_r = RSB_t \approx 21$ dB. (b) Représentation des moyennes et écarts types de ces échantillons (resp. les symboles o et +) ainsi que de la borne de Cramer-Rao (en trait plein). 187

Figure C-7. Courbes de l'erreur quadratique moyenne de l'estimateur évaluées par simulation pour différents niveaux de bruits, en fonction du niveau de la FTM à la demi-fréquence d'échantillonnage. 189

2 Tableaux

Chapitre 5

Tableau 5-1. Erreur d'appariement des couples de points homologues **avant** le tri suivant les critères de qualité. 103

Tableau 5-2. Erreur d'appariement des couples de points homologues **après** le tri suivant les critères de qualité. 103

Tableau 5-3. Valeurs de la demi-largeur de bande de transition a_t et de la résolution minimale commune R pour deux méthodes de génération de filtre passe-bas : méthode cubique $s_{cub}(x)$ et méthode d'apodisation du noyau de Shannon $s_{sha}^{N,\alpha}(x)$. 113

Annexe A

Tableau A-1. Sommets des sous-triangles $S_1(T)$, $S_2(T)$ et $S_3(T)$ et correspondance entre les notations propres aux sous-triangles eux-mêmes et celles du triangle T. 144

Annexe B

Tableau B-1. Synthèse de l'impact du paramètre a sur la qualité de l'interpolation cubique. 165

DEVELOPPEMENT DE METHODES POUR LA DETECTION DE CHANGEMENT

Résumé

La détection des changements d'un paysage est la mise en œuvre de techniques ayant pour but de repérer, de mettre en évidence et enfin, de comprendre son évolution temporelle. Ses domaines d'application sont riches et variés en télédétection. Cependant, la plupart des applications de détection de changement ne s'appuient pas sur une démarche générale permettant de justifier ou de généraliser les solutions techniques proposées.
La thèse a pour premier objectif d'apporter une nouvelle contribution à la mise en place d'un cadre et d'une méthodologie générale propre à la détection de changement.
Après l'établissement d'un certain nombre de définitions sur les changements d'un paysage en termes d'échelles caractéristiques et d'observabilité, nous proposons une méthodologie, basée sur un analyse bibliographique, se décomposant en cinq étapes :

- l'identification et la caractérisation des différentes sources de changements effectifs et exogènes ;
- l'alignement géométrique et radiométrique des données ;
- l'extraction d'informations pertinentes vis-à-vis des changements à détecter ;
- la création des écarts à un modèle d'évolution temporelle ;
- la prise de décision et la synthèse des résultats.

Cette analyse fait apparaître des problèmes fondamentaux relatifs au lien entre les changements effectifs et ceux observés en fonction des caractéristiques des moyens d'observation. L'étude de ce lien est le deuxième objectif de la thèse.
Enfin, la thèse a mis en évidence le rôle crucial de l'alignement des données et, notamment, de l'alignement géométrique. A partir d'un algorithme existant, nous avons élaboré une méthode de recalage automatique itérative s'appuyant sur une décomposition multirésolution des images et utilisant des techniques d'appariement sub-pixellaire et de déformation géométrique locales. Un protocole innovant de validation à partir d'images simulées a été établi et a permis d'évaluer la qualité de la méthode et son apport comparé à des méthodes de recalage standards.

Mots clés : télédétection, détection de changement, méthodologie, alignement de données, appariement sub-pixellaire, interpolation, rééchantillonnage, recalage géométrique automatique.

DEVELOPMENT OF METHODS FOR DETECTION OF CHANGE

Abstract

The detection of the changes in a landscape is the implementation of techniques that are meant to locate, highlight and finally, understand its temporal evolution. Such techniques are frequently applied to satellite observations in numerous and various environmental applications.
However, most of these applications are not based upon a general methodology that justifies or generalises the different technical solutions. The first objective of the thesis is to propose a framework and a general methodology for detection of change in remote sensing. Some definitions are established, which express landscape properties in terms of characteristic scales and observability. After having performed a bibliographical analysis, we propose a methodology that breaks down change detection applications into five stages:

- identification and characterisation of the different sources of effective and exogenous changes;
- geometric and radiometric data alignment;
- extraction of relevant information according to the changes under interest;
- creation of residual with respect to a temporal evolution model;
- decision-making and synthesis of the results.

The analysis of the relationship between the effective changes and those actually observed reveals fundamental links with the properties of the remote sensing systems. The study of these links is the second objective of the thesis.
The crucial role of data alignment and particularly of geometric alignment is highlighted. An innovative iterative geometric co-registration method was developed with enhanced performances. It starts from an existing algorithm and is based on a multi-resolution analysis of the images. It makes use of techniques of sup-pixel matching and local geometric deformation models. An innovative validation protocol based on simulated images is also proposed in order to assess both the quality of this method and its benefits compared to standard co-registration methods.

Key words : remote sensing, change detection, methodology, data alignment, sub-pixel matching, interpolation, resampling, automatic geometric co-registration.

Laboratoire d'accueil : Centre d'Energétique, Groupe Télédétection & Modélisation -- Ecole des Mines de Paris
Rue Claude Daunesse - B.P. 207 - F-06904 Sophia Antipolis Cedex
Thèse présentée par : BLANC Philippe **le :** 3 décembre 1999
Discipline : " Informatique temps réel – Automatique – Robotique " - Ecole des Mines de Paris