HAL
open science

Comportement dynamique des barrages en béton et prise en compte des effets de site sur les ondes sismiques incidentes

Vladan D. Milovanovitch

To cite this version:

Vladan D. Milovanovitch. Comportement dynamique des barrages en béton et prise en compte des effets de site sur les ondes sismiques incidentes. Géophysique [physics.geo-ph]. Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, 1992. Français. NNT : . tel-00529511

HAL Id: tel-00529511

https://pastel.hal.science/tel-00529511

Submitted on 3 Nov 2010

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

79841

NS 16621
(T.1)(4)

ECOLE NATIONALE DES PONTS ET CHAUSSEES

E.N.P.C.

THESE

présentée par

Vladan D. MILOVANOVITCH

pour l'obtention du

TITRE DE DOCTEUR DE

L'ECOLE NATIONALE DES PONTS ET CHAUSSEES

FORMATION DOCTORALE : STRUCTURES ET MATERIAUX
SPECIALITE : ANALYSE SISMIQUE DES BARRAGES
ORGANISME D'ACCUEIL : ELECTRICITE DE FRANCE
DIRECTION DES ETUDES ET RECHERCHES
CENTRE NATIONAL D'EQUIPEMENT HYDRAULIQUE

Sujet : COMPORTEMENT DYNAMIQUE DES BARRAGES EN BETON ET PRISE EN COMPTE DES EFFETS DE SITE SUR LES ONDES SISMIQUES INCIDENTES

VOLUME 1

Soutenue le 6 octobre 1992 devant la commission d'examen composée de :

A.	P. HABIB	(Professeur Ecole Polytechnique)	**Président et Rapporteur**
	D. AUBRY	(Professeur Ecole Centrale Paris)	**Rapporteur**
	Y. BAMBERGER	(Professeur ENPC - Eléctricité de France)	**Examinateur**
	P.Y. BARD	(LGIT/IRIGM - LCPC)	**Examinateur**
	A. PECKER	(Professeur ENPC - Géodyn. & Structure)	**Examinateur**
	B. TARDIEU	(PDG, Coyne et Bellier)	**Examinateur**

ENPC
DOC09513

23

ECOLE NATIONALE DES PONTS ET CHAUSSEES
28, Rue des Saint-Pères - 75007 PARIS - Tél: (1) 42603413
Direction de la Recherche: La Courtine - 93167 NOISY-LE-GRAND - Tél: (1) 43044098

C'est en premier lieu à Monsieur M.POUPART, Chef de Service EDF, que j'exprime toute ma gratitude. En effet, c'est lui qui m'a proposé d'aborder ce sujet aussi intéressant que complexe et qui a montré l'intérêt d'EDF pour les problèmes de séisme.

Je dois beaucoup à Monsieur P.THOMAS, Ingénieur chercheur EDF/DER, pour sa disponibilité concernant les discussions, ses encouragements et son aide scientifique et amicale.

Je tiens à remercier Monsieur P.HABIB, Professeur à l'Ecole Polytechnique, pour l'honneur qu'il m'a fait en acceptant de présider le jury et de rapporter ma thèse.

Je suis très redevable à Monsieur D.AUBRY, Professeur à l'Ecole Centrale de Paris de m'avoir fait le privilège d'accepter de rapporter mon travail.

Je remercie Monsieur Y.BAMBERGER, Professeur à l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées et Secrétaire Général EDF/MIT pour avoir accepté d'être le Directeur de ma thèse.

Egalement, je remercie Monsieur P.Y.BARD, Ingénieur des Ponts et Chaussées, LGIT/IRIGM, Monsieur A.PECKER, Professeur à l'ENPC et Directeur de Géodynamique & Structure et Monsieur B.TARDIEU, PDG de Coyne et Bellier qui ont aimablement accepté d'examiner mon travail.

J'exprime tous mes remerciements à la Direction des Etudes et Recherches d'EDF qui a mis à ma disposition des moyens informatiques exceptionnels et au Centre National d'Equipement Hydraulique pour la confiance qu'ils ont bien voulu m'accorder et pour leur important soutien financier.

Je remercie Messieurs J.P.TOURET, Chef de groupe EDF/CNEH et E.BOURDAROT, Ingénieur EDF/CNEH pour l'intérêt qu'ils ont porté à mon travail.

J'ai beaucoup apprécié l'accueil chaleureux et humain de Messieurs A.PONS, Chef de groupe DER/MVMS et J.P.CERDAN, Chef de Département DER/MVMS ainsi que la grande amabilité et le soutien de Mme S.COURTIER-ARNOUX, Chef de groupe DER/AMV.

Je remercie aussi Messieurs M.SABATON, Chef de Service Adjoint DER/EP et P.ESPOSITO, Chef de Département DER/AMV.

Je n'oublierai jamais les quatre années que j'ai passées au sein des départements MVMS et AMV de la DER, la gentillesse avec laquelle j'ai été accueilli par le personnel ainsi que l'excellente ambiance et ce, en particulier dans les groupes "MECANIQUE VIBRATOIRE" et "MODELES DE VIBRATION ET DE RAYONNEMENT DES STRUCTURES".

Je suis reconnaissant à Monsieur R.LACROIX, Professeur à l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées pour son aide et ses conseils.

Je suis honoré par l'intérêt que Monsieur R.W.CLOUGH, Professeur à l'Université de Californie à Berkeley, a exprimé pour mon travail et je lui suis profondément reconnaissant pour plusieurs discussions que j'ai eues avec lui ainsi que pour ses conseils.

Finalement, j'espère que ce travail pourra représenter une petite compensation pour ma famille, particulièrement pour ma fillette dont le soutien et la patience en mon absence ont été remarquables.

RESUME

L'influence des effets de site sur la réponse sismique des barrages-voûtes a été étudiée récemment par différents auteurs. Dans les travaux effectués jusqu'à présent l'excitation sismique est utilisée de différentes façons, mais toujours se limitant à quelques angles d'incidence d'ondes sismiques, définis à l'avance. Les réponses des barrages-voûtes dans ces conditions ne représentent que des cas particuliers sur lesquels sont basées les conclusions.

La *méthode des surfaces d'énergie* présentée dans ce travail, représente une méthode générale (et en même temps économique) qui se sert du balayage tridimensionnel fin sur tous les angles d'incidence (θ,φ) dans l'espace, pour différents types d'ondes sismiques et leurs différentes célérités de propagation. L'excitation sismique est représentée par les ondes P, SV, SH et ondes de Rayleigh. Leurs expressions ont été développées en séries limitées et remplacées par différentes combinaisons de fonctions de forme dont les coefficients sont les fonctions d'angles d'incidence et de direction.

Cette méthode nous permet de définir les intervalles d'angles d'incidence (θ,φ) les plus dangereux et ceux les moins dangereux pour un barrage ainsi que l'influence et l'importance des effets de site sur la réponse sismique des barrages-voûtes.

Dans les conditions générales d'angles d'incidence, plusieurs paramètres ont été variés et analysés à l'aide de 12 différents modèles qui représentent des systèmes complexes du barrage-voûte avec son réservoir et la masse rocheuse qui les entoure. Ces paramètres sont: les angles d'incidence (θ,φ), la position du noeud dans la barrage, les célérités de propagation d'ondes du champ proche dans la roche, les célérités de propagation d'ondes du champ lointain, les effets de site, les types d'ondes, la compressibilité de l'eau, la présence de la retenue pleine, le changement de la taille et de la forme du réservoir, la direction de la vallée, des petites modifications de la forme de la frontière du modèle numérique, l'utilisation des éléments fluides pour modéliser le réservoir.

La *méthode d'énergie maximale* traite le problème extrémale de l'énergie dans le barrage sur l'espace des fonctions de forme. L'excitation sismique est représentée par un signal plus complexe que celui obtenu par des ondes P, SV, SH et ondes de Rayleigh. Dans les analyses sismiques sur les effets maxima on détermine également des mouvements "éventuels" de la roche qui donnent l'énergie maximale dans le barrage.

Les conclusions donnent un apport théorique basé sur les analyses paramétriques effectuées dans ces conditions générales d'angles d'incidence, ainsi qu'un apport pratique qui montre le moyen de détermination de la position du barrage la plus favorable par rapport aux intervalles d'angles prédominants de séismes (en remplissant en même temps les autres conditions nécessaires: statiques, géologiques etc.).

Dans le domaine théorique cette thèse élargit et classifie nos connaissances sur les phénomènes des effets de site, en premier lieu l'influence sur le barrage (structure étendue) du massif rocheux, dont les propriétés mécaniques sont exprimées par la célérité de propagation d'ondes sismiques et de l'interaction barrage-fluide du lac de retenue.

La méthode présentée dans ce travail ainsi que le logiciel entièrement créé pour le même travail peuvent être applicables, avec peu de modifications, sur d'autres structures étendues dont le comportement sismique est décrit dans le domaine linéaire de façon suffisamment correcte.

MOTS-CLES

Séisme - Barrage-voûte - Eléments finis - Interaction - Angle d'incidence - Effets de site

TABLE DES MATIERES

VOLUME 1

Résumé 4
Notations 12

AVANT-PROPOS 14
COMPOSITION DE LA THESE 15

CHAPITRE I
INTRODUCTION GENERALE *17*

I.1 Introduction 18
I.2 Linéarisation du problème 18
I.3 Effets de site et l'interaction sol-structure 19
I.4 Interaction barrage-fluide et roche-fluide 20

CHAPITRE II
METHODE DE CALCUL SISMIQUE DES STRUCTURES ETENDUES *22*

II.1 Introduction 23
II.2 Equations dynamiques 24
II.2.1 Formulation du problème général 24
II.2.2 Formulation du problème en présence du fluide 27
II.2.2.1 Fonctionnelles du problème de couplage fluide-structure 28
II.2.2.1.1 Fonctionnelle dans le solide 28
II.2.2.1.2 Fonctionnelle dans le fluide 29
II.2.2.1.3 Fonctionnelle générale du problème couplé 32
II.2.2.2 Discrétisation de la fonctionnelle générale du problème couplé 33
II.2.2.2.1 Eléments finis dans le solide 33
II.2.2.2.2 Eléments finis dans le fluide 34

II.2.2.2.3 Eléments finis pour le couplage 36
II.2.2.3 Système global à résoudre 37
II.3 Représentation des ondes sismiques 42
II.4 Résolution des équations dynamiques 59
II.4.1 Amortissement 59
II.4.2 Résolution des équations dynamiques dans le domaine temporel 62
II.4.2.1 Décomposition modale 62
II.4.2.2 Détermination de la matrice de déplacement pseudostatique R_δ 65
II.4.2.3 Détermination des inconnues dynamiques 66
II.4.2.4 Détermination des déplacements totaux 66
II.4.2.5 Intégration d'un accélérogramme 67
II.4.3 Résolution des équations dynamiques dans le domaine fréquentiel 69
II.4.3.1 Décomposition modale 69
II.4.3.2 Détermination des inconnues dynamiques 71
II.4.3.3 Détermination des déplacements totaux 72
II.4.3.4 Troncature de la base modale 73
II.5 Analyse paramétriques tridimensionnelles 77
II.5.1 Analyse paramétrique dans le domaine fréquentiel 79
II.5.1.1 Première approche 79
II.5.1.2 Deuxième approche 81
II.5.1.3 Critère de réponse 84

CHAPITRE III
SOLUTION NUMERIQUE DE LA METHODE 86

III.1 Logiciel *EXCITM* en éléments finis 87
III.1.1 Organisation du logiciel 87
III.1.2 Bibliothèque d'éléments finis et les types de degrés de liberté 93
III.1.3 Analyses disponibles 96
III.1.3.1 Analyse statique 96
III.1.3.2 Analyse modale 96
III.1.3.2.1 Energie modale 99
III.1.3.3 Analyse fréquentielle 100
III.1.3.4 Analyse transitoire temporelle 101
III.2 Correction d'un accélérogramme (logiciel *ACCELMOD*) 104

CHAPITRE IV
APPLICATION DE LA METHODE AU BARRAGE-VOUTE
ANALYSES MODALES *106*

IV.1 Barrage de *Laparan* pour l'analyse numérique **107**
IV.2 Essais sur le barrage de *Laparan* **109**
IV.3 Modèles numériques utilisés **111**
IV.4 Analyse modale **122**
IV.4.1 Modes de surface libre 122
IV.4.2 Résultats des analyses modales 123
IV.4.2.1 Modèle 1 124
IV.5 Interprétation des résultats et conclusions sur les analyses modales **138**

CHAPITRE V
ANALYSES SISMIQUES DANS LE DOMAINE FREQUENTIEL
PREMIERE APPROCHE - METHODE DES SURFACES D'ENERGIE *148*

V.1 Caractéristiques des analyses sismiques **149**
V.1.1 Modèles numériques 149
V.1.2 Bande de fréquence adoptée pour les analyses 150
V.1.3 Noeuds du barrage choisis comme caractéristiques 151
V.1.4 Balayage en angle d'incidence θ et en angle de direction φ 151
V.1.5 Paramètres analysés 153
V.1.6 Célérités de propagation d'ondes 153
V.1.7 Interaction barrage-roche 156
V.1.8 Divergence du développement en série limitée 157
V.2 Résultats des analyses sur les angles d'incidence θ et de direction 159
V.2.1 Modèle 1 161
V.3 Résultats des analyses sur l'énergie de déformation dans le barrage **183**
V.3.1 Influence de la célérité de propagation d'ondes - Influence des effets de site sur la réponse du barrage 184
V.3.2 Influence des différents types d'ondes 201
V.4 Interprétation des résultats et conclusions sur la méthode des surfaces d'énergie d'analyses sismiques dans le domaine fréquentiel **217**
V.4.1 Angles d'incidence et de direction 217
V.4.2 Réponse de la structure aux ondes *P*, *SV*, *SH* et *R* 222
V.4.3 Influence de la variation de célérité du champ lointain 225

V.4.4 Influence de la variation de célérité du champ proche 227
V.4.5 Effet de la compressibilité de l'eau 229
V.4.6 Influence du réservoir 232
V.4.7 Influence de la forme du modèle 234
V.4.8 Influence de la taille du modèle et du réservoir 235

CHAPITRE VI
ANALYSES SISMIQUES DANS LE DOMAINE FREQUENTIEL
DEUXIEME APPROCHE - METHODE D'ENERGIE MAXIMALE *257*

VI.1 Caractéristiques des analyses sismiques 258
VI.1.1 Modèles numériques 258
VI.1.2 Bande de fréquence adoptée pour les analyses 259
VI.1.3 Noeuds du barrage choisis comme caractéristiques 259
VI.1.4 Fonctions de forme et le signal sismique 259
VI.1.5 Paramètres analysés 260
VI.2 Résultats des analyses sur les déformations de la roche qui donnent des énergies maximales 261
VI.3 Résultats des analyses sur les valeurs d'énergie maximale 262
VI.4 Interprétation des résultats et conclusions sur la méthode d'énergie maximale 276

CHAPITRE VII
CONCLUSIONS GENERALES *278*

VII.1 Conclusions générales 279
VII.2 Propositions concernant les travaux futurs dans le domaine de cette thèse pour élargir les conclusions 283

VOLUME 2

ANNEXE AU CHAPITRE IV
RESULTATS DES ANALYSES MODALES DES MODELES 2 A 12 318

IV.4.2.2 Modèle 2 319
IV.4.2.3 Modèle 3 328
IV.4.2.4 Modèle 4 332
IV.4.2.5 Modèle 5 340
IV.4.2.6 Modèle 6 347
IV.4.2.7 Modèle 7 349
IV.4.2.8 Modèle 8 350
IV.4.2.9 Modèle 9 352
IV.4.2.10 Modèle 10 353
IV.4.2.11 Modèle 11 356
IV.4.2.12 Modèle 12 359

ANNEXE AU CHAPITRE V
RESULTATS DES ANGLES D'INCIDENCE (θ,φ) DES MODELES 2 A 12 ET SUITE DE RESULTATS DE L'ENERGIE DE DEFORMATION 361

V.2.2 Modèle 2 362
V.2.3 Modèle 3 380
V.2.4 Modèle 4 398
V.2.5 Modèle 5 403
V.2.6 Modèle 6 408
V.2.7 Modèle 7 426
V.2.8 Modèle 8 428
V.2.9 Modèle 9 446
V.2.10 Modèle 10 448
V.2.11 Modèle 11 466
V.2.12 Modèle 12 484
V.3.3 Influence de la compressibilité de l'eau et de la retenue pleine 499
V.3.4 Influence de la forme et de la taille du modèle et du lac 520
V.3.5 Amplification aux noeuds de console centrale 541

ANNEXE A
DEVELOPPEMENT EN SERIE LIMITEE DES ONDES SH, P, SV ET R 550

A.1 Introduction 551
A.2 Réflexion des ondes ***SH*** et leur développement en série limitée 553
A.3 Réflexion des ondes ***P*** et leur développement en série limitée 556
A.4 Réflexion des ondes ***SV*** et leur développement en série limitée 563
A.5 Ondes de *Rayleigh* et leur développement en série limitée 573

ANNEXE B
VARIATION SPATIALE DE CHARGEMENT SISMIQUE 578

B.1 Ondes sismiques 579
B.2 Ondes ***P*** 581
B.3 Ondes ***S*** 581
B.4 Ondes de *Rayleigh* 583
B.5 Ondes de *Love* 584
B.6 Ondes ***SH*** incidentes 584
B.7 Ondes ***P*** incidentes 584
B.8 Ondes ***SV*** incidentes 585

Références bibliographiques **586**

NOTATIONS

A - amplitude
ddl_r - degré de liberté de réponse
ddl_e - degré de liberté d'excitation
D - déplacement dynamique de réponse
D_s - déplacement pseudostatique de réponse
D_t - déplacement total de réponse
$\dot{D}_t$ - vitesse de réponse
$\ddot{D}_t$ - accélération de réponse
D_e - déplacement d'excitation
$\dot{D}_e$ - vitesse d'excitation
$\ddot{D}_e$ - accélération d'excitation
u,v,w - composantes de déplacement
δ - ddl de déplacement
p - pression
φ - potentiel de déplacement, angle de direction
z - déplacement de la surface libre du fluide
ρ - densité
g - accélération de la pesanteur
K - matrice de raideur
M - matrice de masse
C - matrice d'amortissement
θ - angle d'incidence
ϕ - vecteur propre
R - matrice de réponses statiques dûes aux fonctions de forme
N - fonction de forme
a - accélération
v - vitesse
c - célérité de propagation d'ondes
σ - contraintes normales
τ - contraintes de cisaillement
ε - déformations
ω - fréquence circulaire
f - fréquence
E - module d'élasticité

ν - coefficient de Poisson

W - énergie

m, μ - masse généralisée

ξ - coefficient d'amortissement

X - vecteur de coordonnées modales

Λ - longueur d'onde

λ - valeur propre

S - vecteur de coefficients de fonctions de forme

AVANT-PROPOS

Afin de progresser dans le domaine du comportement des structures nous avons besoin d'élargir nos connaissances relatives à plusieurs catégories de faits et de phénomènes liés à la réponse des structures aux tremblements de terre. On est de plus en plus obligé de découvrir les lois auxquelles ces phénomènes obéissent et de les vérifier par les méthodes expérimentales.

Les développements techniques dans quatre domaines rendent possible aujourd'hui une avancée significative des méthodes de calcul des barrages en béton particulièrement dans le domaine dynamique et donc pour ce qui concerne leur résistance aux forts séismes:

1° L'apparition et le développement extraordinaire des ordinateurs, ainsi que le développement parallèle de méthodes et de logiciels. Il est de plus en plus possible de remplacer des méthodes expérimentales par des calculs numériques, ces derniers étant bien plus commodes, moins onéreux, plus complets et plus rapides offrant même plus de confiance (cas du remplacement des modèles réduits par des modèles mathématiques numériques).

2° La mise au point d'un appareillage pour l'enregistrement des sollicitations générées par les tremblements de terre et l'institution d'un réseau d'instrumentation qui nous fournit des renseignements sur les forts séismes. Cependant ces données ne sont pas encore suffisantes ni complètes.

3° Le grand nombre de barrages qui existent déjà dans le monde entier, parmi lesquels un nombre appréciable d'entre eux qui ont subi des tremblements de terre plus ou moins forts.

4° Les essais dynamiques réalisés sur plusieurs barrages qui confirment expérimentalement quelques principaux résultats de base obtenus au moyen des méthodes mathématiques numériques comme les moyens d'investigations et d'auscultation de la roche *in situ* pour barrages et autres structures.

COMPOSITION DE LA THESE

Le premier chapitre, qui est l'introduction générale, fait une revue sur l'état de l'art de calcul sismique des barrages en béton.

Le deuxième chapitre est consacré à la conception de la méthode d'analyses sismiques des structures étendues notamment du système barrage-eau-roche avec prise en compte des effets de site et des effets d'interactions sur la réponse sismique de la structure. Deux approches dans le domaine fréquentiel sont présentées. La première, la *méthode des surfaces d'énergie*, permet une meilleure optimisation et une résolution plus rationnelle des problèmes de comportement sismique des barrages auxquels un ingénieur doit répondre. La deuxième, la *méthode d'énergie maximale*, traite le problème extrêmal de l'énergie dans le barrage. Elles sont applicables aussi aux autres structures étendues.

L'application des méthodes montrées au deuxième chapitre a conduit à la création du logiciel en éléments finis qui permet leur utilisation. Le logiciel, les méthodes et leur application font un ensemble intégral. C'est au logiciel qu'on a consacré le troisième chapitre.

Dans le quatrième chapitre sont présentés les modèles numériques utilisés dans les analyses ainsi que les résultats des analyses modales des systèmes barrage-eau-roche. Dans l'interprétation des résultats et les conclusions de ce chapitre on donne une comparaison des modes propres des modèles numériques et des valeurs obtenues au moyen des essais effectués *in situ*.

L'application de la *méthode des surfaces d'énergie* est effectuée dans le cinquième chapitre. Dans les conditions générales d'angles d'incidence, plusieurs paramètres ont été variés et analysés à l'aide de 12 différents modèles qui représentent des systèmes complexes du barrage-voûte avec son réservoir et la masse rocheuse qui les entoure. Ces paramètres sont: les angles d'incidence (θ,φ), la position du noeud dans la barrage, les célérités de propagation d'ondes du champ proche dans la roche, les célérités de propagation d'ondes du champ lointain, les effets de site, les types d'ondes, la compressibilité de l'eau, la présence de la retenue pleine, le changement de la taille et de la forme du réservoir, la direction de la vallée, des petites modifications de la forme de la frontière du modèle numérique, l'utilisation des éléments fluides pour modéliser le réservoir.

Le sixième chapitre donne des résultats d'analyses sismiques sur les effets maxima des mouvements "éventuels" de la roche en utilisant la *méthode d'énergie maximale.*

Le septième chapitre est consacré aux conclusions générales. Les conclusions donnent un apport théorique basé sur les analyses paramétriques effectuées dans les conditions générales d'angles d'incidence, ainsi qu'un apport pratique qui montre le moyen de détermination de la position du barrage la plus favorable par rapport aux intervalles d'angles prédominants de séismes (en remplissant en meme temps les autres conditions nécessaires: statiques, géologiques etc.).

Dans ce travail, un grand nombre de résultats est obtenu et analysé et malgré la taille du volume, peut-être inhabituelle, les résultats essentiels sont montrés parce qu'ils donnent des renseignements nécessaires et utiles du point de vue scientifique et pratique.

Compte tenu du grand nombre de pages, de figures et de tableaux cet ouvrage a été divisé en deux volumes, le second contenant les annexes.

CHAPITRE I

INTRODUCTION GENERALE

I.1 INTRODUCTION

Le comportement sismique des structures étendues et spécialement des barrages-voûtes est l'un des problèmes les plus complexes auquel est confronté l'ingénieur de génie civil. C'est une structure qui est fortement liée à son environnement avec une interaction très prononcée. L'interaction sismique entre le barrage, le réservoir et la roche est la source principale de la complexité des procédures d'analyse.

Dans le domaine théorique cette thèse a pour but de contribuer à l'éclaircissement du comportement sismique des barrages-voûtes et en même temps de montrer l'une des orientations à prendre dans l'analyse sismique des barrages-voûtes ainsi que d'autres structures étendues. On traite ici de plusieurs paramètres qui caractérisent les charges sismiques et de l'interaction du système barrage-fluide-fondation. On va essayer de répondre aux questions: quelles sont l'influence et l'importance des effets de site tridimensionnels sur le comportement sismique des barrages-voûtes. Ceci nous oblige à aborder plusieurs problèmes importants qui sont encore dans le domaine de la recherche et, normalement, qui devrait être appliqués dans la pratique dès que possible.

I.2 LINEARISATION DU PROBLEME

Dans l'analyse présentée ici, on reste dans le domaine linéaire pour deux raisons: parce qu'il est nécessaire de résoudre d'abord, les problèmes principaux du comportement sismique linéaire des barrages-voûtes. Les possibilités offertes par l'étude de leur comportement sismique en domaine linéaire ne sont pas encore épuisées. Le problème ne se pose pas seulement de trouver l'état de contraintes dans un cas concret de barrage et pour un séisme donné. Il faut trouver la solution optimale (ou extrêmale) et pour cela le problème est bien plus large. Et puis, les ordinateurs les plus puissants ne le sont pas encore au point de permettre l'utilisation des analyses non linéaires qui traitent le problème de façon suffisamment générale et efficace. Un certain nombre de procédés analytiques, applicables dans le domaine linéaire, sont déjà développés.

Pour pouvoir analyser un système aussi complexe que le système barrage-fluide-fondation on a essayé de considérer toutes les interactions des trois éléments en même temps, souvent traitées séparément par les ingénieurs chercheurs. D'un autre coté, le temps prévu pour un travail de ce genre ne nous permet pas de traiter simultanément toutes les complexités possibles et on a fait

un choix en adoptant les effets que l'on estimait prioritaires, donnant les influences les plus importantes.

La méthode présentée dans ce travail ainsi que le logiciel entièrement créé pour le même travail peuvent être applicables, avec peu de modifications, sur d'autres structures étendues dont le comportement sismique est décrit dans le domaine linéaire de façon suffisamment correcte.

I.3 EFFETS DE SITE ET L'INTERACTION SOL-STRUCTURE

L'existence de phénomènes dûs aux propriétés du voisinage d'un site qui provoquent le changement de signaux sismiques a été remarqué déjà au début du siècle. Dans les deux dernières décennies un nombre considérable de travaux a été effectué sur ce sujet. La propagation de différents types d'ondes sismiques, leur diffraction, ainsi que la réponse sismique de sites de différentes formes, topographie et caractéristiques géologiques ont été étudiées par différentes approches. Les méthodes numériques pour des milieux hétérogènes et stratifiés ont été également développées et l'influence de l'angle d'incidence de séisme a été étudiée. On peut citer les travaux de Trifunac, 1973 [72]; Wong & Trifunac, 1974 [83]; Sanchez-Sesma & Rosenblueth, 1979 [70]; Bard & Bouchon, 1980 [13],[14]; Bard, 1982 [16], 1983 [10], [15]; Altinisik & Severn, 1981, [4]; Ohtsuki et al. 1984 [65]; Chuhan & Chongbin, 1988 [23]; Modaressi, Aubry & Mouroux,1989 [60]; Eshraghi & Dravinski, 1988 [38],[39],[40]; Aubry & Clouteau, 1990 [8]; Clouteau, 1990 [29]. Les résultats expérimentaux ont été obtenus par Tucker & King, 1983 [75]; Bard & Tucker, 1983 [11],[12]; et Real & Tucker, 1988 [69].

L'influence des effets de site sur la réponse sismique des barrages en utilisant la méthode des éléments finis a été étudiée par Calciati et al., 1979 [20]; Dumanoglu & Severn, 1984 [37]; Hall & Nowak 1988 [48]; Chuhan, Chongbin & Wang, 1988 [24]; Ahmadi & Ozaka [2]; Kojic & Trifunac, 1991 [50],[51]. La décomposition des domaines en combinant les éléments finis et les éléments de frontière a été développée par Aubry, Clouteau & Crepel, 1988 [5].

Dans la plupart des travaux, la méthode d'excitation *multi-appui* (Clough & Penzien, 1975, [25]) a été utilisée de différentes façons, mais toujours se limitant à quelques angles d'incidence d'ondes sismiques, définis à l'avance. Les réponses des barrages-voûtes dans ces conditions ne représentent que des cas particuliers sur lesquels sont basées les conclusions.

La *méthode des surfaces d'énergie* présentée dans ce travail, représente une méthode générale (et en même temps économique) qui se sert du balayage tridimensionnel fin sur tous les angles d'incidence (θ,φ) dans l'espace, pour différents types d'ondes sismiques et leurs différentes célérités de propagation.

Cette méthode nous permet de définir les intervalles d'angles d'incidence (θ,φ) les plus dangereux et ceux les moins dangereux pour un barrage ainsi que l'influence et l'importance des effets de site sur la réponse sismique des barrages-voûtes.

Dans les analyses sismiques des structures on est confronté au problème d'interaction sol-structure qui est en même temps lié au problème d'effets de site. On est aussi en présence du problème de différents amortissements entre la structure et le sol. L'influence de l'interaction sol-structure, sur la réponse sismique d'une structure, dépend fortement du type et des caractéristiques du sol ainsi que de la structure. Différentes méthodes de sous structuration, méthodes mixtes et méthode avec l'amortissement non proportionnel ont été présentées par Clough & Mojtahedi, 1976 [27]; Gutierrez & Chopra, 1978 [46]; Luco, 1980 [55]; Gupta et al. 1982 [47]; Novak & Hifnawi, 1983 [63]; Wolf, 1985 [82]; Chen & Penzien, 1986 [22]. Récemment, une méthode de sous structuration dynamique (méthode mixte avec les éléments finis et les éléments de frontière) a été développée par Aubry, 1986[7]; Clouteau & Aubry, 1989 [28]; Clouteau, 1990 [29].

En tenant compte des caractéristiques d'un barrage-voûte avec la roche comme fondation, ainsi que des effets d'amortissement non proportionnel et de propagation d'ondes sismiques incidentes, on a adopté ici une approximation correspondante d'interaction barrage-roche. La possibilité de modélisation détaillée de la roche dans le champ proche qui est souvent nécessaire est une raison de plus pour laquelle on a fait ce choix.

I.4 INTERACTION BARRAGE-FLUIDE ET ROCHE-FLUIDE

Les effets de la compressibilité du fluide sur la réponse sismique des systèmes structure-fluide et son importance sont encore en discussion. Récemment plusieurs travaux de recherche ont traité les problèmes d'interaction entre le barrage-voûte et le réservoir (Clough & Ghanaat,1986 [26]; Aubry & Crepel, 1986 [6]; Fok & Chopra, 1985 [41], 1987 [42]; Bureau Coyne & Bellier, 1987 [30]; Carrère 1987 [21]; O'Connor & Boot, 1988 [64]; Greeves & Dumanoglu, 1989 [44]; Greeves, Taylor & Severn, 1991 [45]). Clough & Ghanaat et Fok & Chopra ont utilisé les éléments de fluide volumiques du type pression pour analyser l'influence de

compressibilité et ils ont montré qu'un volume de fluide peut avoir des résonances en pression pour lesquelles la pression hydrodynamique peut atteindre des valeurs importantes. Pour les géométries compliquées de réservoirs, la forme de ces résonances devient complexe. Le volume de fluide est un domaine très flexible et il peut avoir beaucoup plus de mouvements possibles que le barrage-même, dans la bande de fréquence qui nous intéresse. Greeves, Taylor & Severn ont utilisé les éléments volumiques de type pression pour le fluide incompressible et les éléments volumiques du type déplacement pour le fluide compressible. Ils montrent (comme Olson & Bathe [67]) les difficultés que présente ce type de modélisation d'interaction fluide-structure. Une autre approche dans la modélisation du même problème est utilisée avec succès par Aubry & Crepel. Le fluide est représenté par les éléments de frontières ce qui permet de modéliser seulement la surface de contact fluide-structure. Cette méthode a comme avantage de réduire l'effort de discrétization.

Les analyses effectuées dans le travail présenté ici, prennent en compte l'interaction barrage-fluide et roche-fluide par les éléments de fluide volumiques, en appliquant la formulation d'interaction fluide-solide introduite par Morand&Ohayon, 1979 [61] qui a été déjà utilisée avec succès dans des domaines différents [71],[9],[53]. Cette formulation est élargie ici en repère absolu, ce qui permet son application dans les analyses utilisant les excitations *multi-appui*. Elle a été choisie parce que l'on estime qu'elle nous permet de bien comprendre l'interaction solide-fluide et de montrer clairement l'influence et l'importance de la compressibilité de l'eau, ainsi que de la forme du réservoir dans l'analyse sismique des barrages.

CHAPITRE II

METHODE DE CALCUL SISMIQUE DES STRUCTURES ETENDUES

II.1. INTRODUCTION

Les résultats d'une analyse dynamique dépendent des différentes approximations introduites dans le modèle mathématique (numérique) de la structure avec sa fondation (partie solide) et du fluide, d'approximations introduites sur le chargement dynamique appliqué au modèle et d'approximations dans les méthodes de résolution.

Il est ensuite important que le coût de calcul soit suffisamment faible pour permettre à l'ingénieur de refaire des analyses peu coûteuses et d'utiliser les résultats pour influencer le projet de la structure. Une analyse économique permet aussi de varier plusieurs suppositions appliquées sur le modèle et sur le chargement choisi et d'analyser les résultats qui montrent leur sensibilité. L'efficacité d'une méthode numérique dépend d'abord de la minimisation du temps de calcul et de la minimisation de la mémoire occupée pour le calcul.

Toutes les structures soumises à un chargement dynamique ont un nombre de degrés de liberté infini. L'objectif est de trouver un modèle numérique avec un nombre de degrés de liberté fini qui peut représenter correctement le comportement physique de la structure. Si l'on veut établir un modèle numérique quasi-réel, des prévisions correctes sont nécessaires sur le comportement dynamique du système réel.

En général, les types de structures et de chargements varient beaucoup ce qui fait que la modélisation est une tâche difficile. Le chargement appliqué à la structure a une influence importante sur la modélisation de la structure. La même structure excitée par les chargements différents dans leur contenu fréquentiel et dans leur variation spatiale doit être modélisée différemment. Par exemple, une structure excitée par un chargement d'un contenu fréquentiel qui est haut, demande une modélisation plus raffinée que dans le cas où elle est excitée par un séisme d'un contenu fréquentiel qui est bas, parce que l'on doit inclure dans le calcul tous les modes propres importants de la structure qui sont dans le champ de fréquences d'excitation. Dans le cas d'un séisme, le chargement adopté peut avoir une variation spatiale très importante (présentation d'ondes sismiques) qui doit influencer la modélisation de la structure. Dans les calculs de barrages, on a très souvent devant nous des problèmes qui nous obligent à faire des modélisations numériques assez raffinées ce qui donne un grand nombre de degrés de liberté par modèle.

II.2. EQUATIONS DYNAMIQUES

Pour résoudre le problème, qui se pose ici, de la réponse sismique d'un barrage en béton en prenant en compte les effets de site, on va utiliser la méthode des éléments finis pour discrètiser le modèle. Donc, on passe du système réel avec un nombre de degrés de liberté infini à un modèle qui a un nombre de degrés de liberté (**ddl**) fini. D'abord, on va partitionner tous les **ddl** en **ddl** de réponse (**ddl**$_r$) et en **ddl** d'excitation (**ddl**$_e$). Les **ddl**$_e$ sont les **ddl** qui sont sur les limites du modèle et par lesquels on introduit l'excitation. Si on ne modélise pas la roche, les **ddl**$_e$ sont les **ddl** de la surface du contact structure-roche. Par contre, si on modélise la roche les **ddl**$_e$ sont les **ddl** sur la surface du contact modèle-espace semi infini. Les **ddl**$_r$ sont les **ddl** de la structure, de la roche (s'ils ne sont pas bloqués) et du fluide, qui définissent la réponse de notre modèle.

II.2.1. FORMULATION DU PROBLEME GENERAL

En partant de l'équation dynamique fondamentale

$$M\ddot{D}+C\dot{D}+KD=0 \tag{2.1}$$

où les matrices **M**,**C** et **K** sont respectivement la matrice de masse, d'amortissement et de raideur et le vecteur **D** est le vecteur du déplacement, on peut la partitioner du point de vue des degrés de liberté de réponse **ddl**$_r$ et d'excitation **ddl**$_e$, ce qu'on représente en forme matricielle comme

$$\begin{bmatrix} M & M_e \\ M_e^T & M_{ee} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \ddot{D}_t \\ \ddot{D}_e \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} C & C_e \\ C_e^T & C_{ee} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \dot{D}_t \\ \dot{D}_e \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} K & K_e \\ K_e^T & K_{ee} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} D_t \\ D_e \end{bmatrix}=0 \tag{2.2}$$

où les colonnes de M_e,C_e,K_e représentent les forces qui correspondent aux **ddl**$_r$ résultant des **ddl**$_e$ unitaires imposés, les colonnes de M_{ee},C_{ee},K_{ee} représentent les forces qui correspondent aux **ddl**$_e$ résultant des **ddl**$_e$ unitaires imposés, D_t est le déplacement total qui correspond au **ddl**$_r$ et D_e est le déplacement qui correspond au **ddl**$_e$.

Si l'on envisage la partie qui correspond au **ddl**$_r$ de l'équation (2.2), on obtient :

$$M\ddot{D}_t + M_e\ddot{D}_e + C\dot{D}_t + C_e\dot{D}_e + KD_t + K_eD_e = 0 \tag{2.3}$$

La même équation peut être écrite comme ce qui suit :

$$M\ddot{D}_t + C\dot{D}_t + KD_t = -M_e\ddot{D}_e - C_e\dot{D}_e - K_eD_e \tag{2.4}$$

Le déplacement total $\mathbf{D_t}$ peut être décomposé en une somme de deux déplacements, *dynamique* et *pseudostatique* [25],[37] :

$$D_t = D + D_s \tag{2.5}$$

où **D** est le déplacement dynamique et $\mathbf{D_S}$ le déplacement pseudostatique.

Le déplacement dynamique dépend du temps et il dépend de la masse de la structure qui donne des forces d'inertie. Le déplacement pseudostatique dépend du temps aussi, mais il ne dépend pas de la masse de la structure. Il est associé aux mouvements différentiels dans le sol dûs aux ondes sismiques incidentes.

Les mouvements différentiels dans la roche provoquent des déformations et des contraintes dans la structure indépendantes de sa réponse dynamique.

Si dans la direction de $\mathbf{ddl_e(j)}$ on impose un déplacement $\mathbf{d_{ej}}$ (les autres $\mathbf{ddl_e}$ restent bloqués), les déplacements pseudostatiques correspondent à

$$D_s = rd_{ej} \tag{2.6}$$

Le vecteur **r** représente la déformée de la structure quand le déplacement de $\mathbf{ddl_e(j)}$ est égal à **1** et ce vecteur est appelé par certains auteurs le *mode statique*. Si le système possède **n ddl**, desquels **m** correspondent aux $\mathbf{ddl_e}$ (j=1,m), il existera **m** vecteurs **r** tous ayant **n** éléments. Donc, on peut écrire

$$D_t = D + RD_e \tag{2.7}$$

où **R** est la matrice d'ordre (**n*m**). En remplaçant l'équation (2.7) dans l'équation (2.4) on obtient :

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{D}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{D}} + \mathbf{K}\mathbf{D} = -(\mathbf{MR} + \mathbf{M}_e)\ddot{\mathbf{D}}_e - (\mathbf{CR} + \mathbf{C}_e)\dot{\mathbf{D}}_e - (\mathbf{KR} + \mathbf{K}_e)\mathbf{D}_e \qquad (2.8)$$

Etant donné que les conditions d'équilibre statique sont inclues dans les équations dynamiques, on annule tous les termes qui dépendent du temps [25],[37]:

$$(\mathbf{KR} + \mathbf{K}_e)\mathbf{D}_e = 0 \quad \Rightarrow \quad \mathbf{R} = -\mathbf{K}^{-1}\mathbf{K}_e \qquad (2.9)$$

Dans le cas d'un amortissement non proportionnel l'équation (2.9.) devient :

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{D}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{D}} + \mathbf{K}\mathbf{D} = -(\mathbf{MR} + \mathbf{M}_e)\ddot{\mathbf{D}}_e - (\mathbf{CR} + \mathbf{C}_e)\dot{\mathbf{D}}_e \qquad (2.10)$$

Si on suppose ici que l'amortissement **C** est proportionnel à la rigidité **K** le dernier terme ($\mathbf{CR}+\mathbf{C}_e$) s'annule. Si la matrice de masse du système est diagonale le terme $\mathbf{M}_e$ est nul et si elle est consistante ce terme peut être souvent négligé par rapport au terme **MR** [37]. (Par exemple, sur les modèles de barrages-voûtes qui ont servi comme tests, l'influence de ce terme $\mathbf{M}_e$ sur les résultats est d'ordre de moins de 2%.) On peut appliquer le même raisonnement pour le terme $\mathbf{C}_e$ par rapport au terme **CR**. Cela donne :

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{D}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{D}} + \mathbf{K}\mathbf{D} = -\mathbf{MR}\ddot{\mathbf{D}}_e - \mathbf{CR}\dot{\mathbf{D}}_e \qquad (2.11)$$

ce qui représente l'équation principale, pour les modèles purement mécaniques (sans fluide). On va montrer la résolution de cette équation un peu plus loin dans ce texte.

II.2.2. FORMULATION DU PROBLEME EN PRESENCE DU FLUIDE

La présence du fluide, baignant la structure, nous oblige à prendre en compte l'interaction fluide-structure dans un système soumis à une excitation sismique. Ici on suppose que les mouvements du fluide peuvent être décrits par des équations linéaires.

Les inconnues dans un système mécanique, d'un barrage en béton avec ses fondations, sont les **ddl** de déplacements dans les trois directions $\delta(\mathbf{u},\mathbf{v},\mathbf{w})$. Pour les inconnus dans le fluide on a choisi la pression **p** et le potentiel de déplacement φ [61] (figure 2.1). Pour décrire les mouvements dans le système fluide-structure on construit une fonctionnelle de type énergétique [71],[43].La minimisation de cette fonctionnelle conduit aux équations du problème harmonique. Le potentiel de déplacement φ est choisi comme une inconnue supplémentaire pour rendre la formulation du problème symétrique et permettre l'utilisation des méthodes standard pour les systèmes symétriques dans l'analyse dynamique [61]. La formulation sans potentiel de déplacement φ conduit à la fonctionnelle non symétrique à cause des termes de couplage fluide-structure et donne des matrices non symétriques du système discrètisé. La résolution de ce type de système est plus compliquée. Pour décrire les mouvements de la surface libre on choisit comme inconnue le déplacement **z** de cette surface.

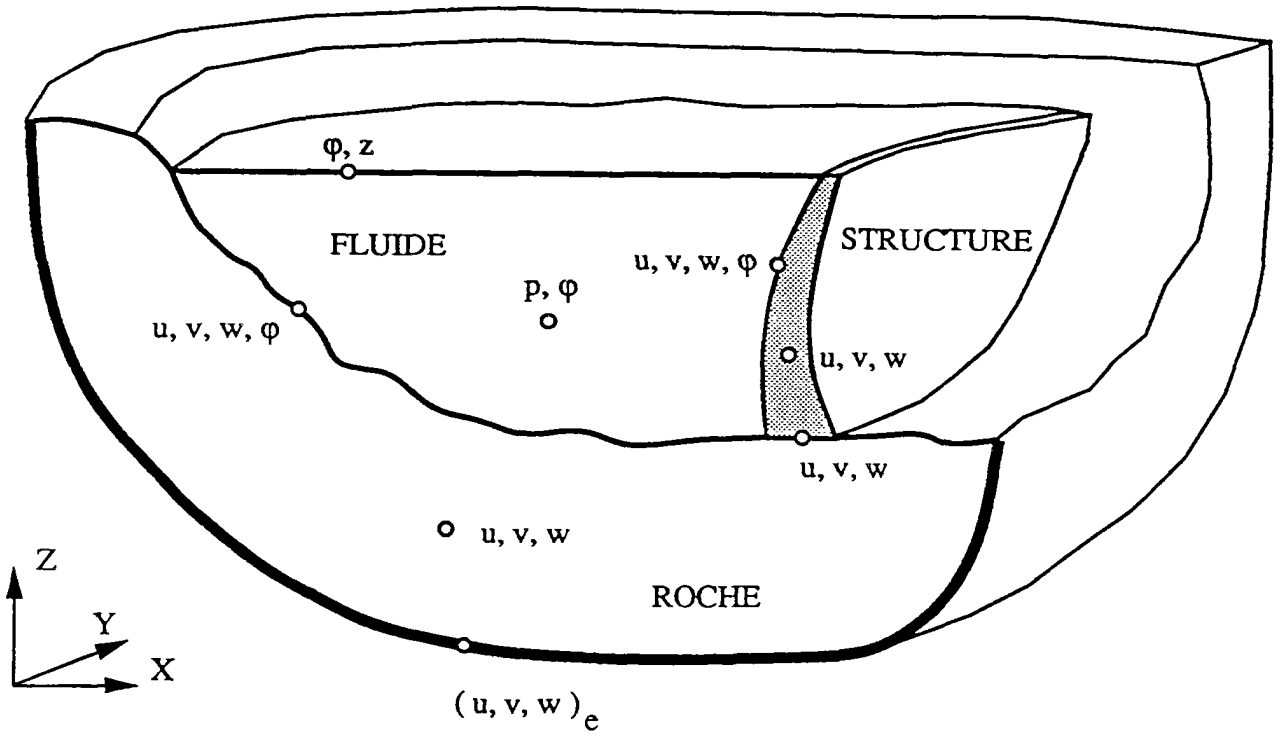


Figure 2.1 - Types de **ddl** adoptés dans l'analyse dynamique : **u, v, w, p, φ, z.**

II.2.2.1. FONCTIONNELLES DU PROBLEME DE COUPLAGE FLUIDE-STRUCTURE

On présente ici un rappel des fonctionnelles mécanique, fluide et générale pour le système couplé. Pour plus de détails on pourra consulter les références [43],[53],[84].

II.2.2.1.1. FONCTIONNELLE DANS LE SOLIDE

Pour un solide qui occupe le volume Ω, et qui est limité par la surface Σ on peut écrire les équations de la mécanique:

$$\nabla_j b_{ijkl} \nabla_k u_l - \rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} + F_i = 0 \qquad \text{dans le volume}$$

$$n_j b_{ijkl} \nabla_k u_l = \tau_i \qquad \text{sur la surface}$$

où **u** est le vecteur déplacement, **F** sont les forces de volume, τ sont les forces de surface et **n** est la normale extérieure. Après la transformation de Fourier :

$$\nabla_j b_{ijkl} \nabla_k u_l + \rho \omega^2 u_i + F_i = 0$$

$$n_j b_{ijkl} \nabla_k u_l = \tau_i$$

$\nabla_j b_{ijkl} \nabla_k$ est un opérateur linéaire, dont la discrètisation donne la matrice de raideur.
La fonctionnelle associée est :

$$2L_S = \int_\Omega b_{ijkl} \nabla_k u_l \nabla_i u_j d\Omega - \rho\omega^2 \int_\Omega u_i^2 d\Omega - 2\int_\Omega F_i u_i d\Omega - 2\int_\Sigma \tau_i u_i d\Sigma$$

où la première intégrale représente l'énergie de déformation, la deuxième l'énergie cinétique et les deux dernières le travail des forces extérieures. En utilisant les tenseurs contrainte et déformation on obtient :

$$2L_S = \int_\Omega \sigma_{ij}\varepsilon_{ij}d\Omega - \rho\omega^2\int_\Omega u_i^2 d\Omega - 2\int_\Omega F_i u_i d\Omega - 2\int_\Sigma \tau_i u_i d\Sigma$$

Quand les forces de pression sont les seules forces de surface on a $\tau_i = pn_i$ et la dernière intégral devient :

$$-2\int_\Sigma p u_i n_i d\Sigma$$

où $u_i n_i$ est le déplacement normal de la paroi, positif suivant la normale sortante du fluide.

II.2.2.1.2. FONCTIONNELLE DANS LE FLUIDE

Pour un fluide qui occupe le volume V limité par des parois (surface Σ) et par une surface libre (surface S) les équations sont décrites par :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla_i \rho v_i = 0$$

l'équation de continuité

$$\frac{\partial v_i}{\partial t} + v_j \nabla_j v_i + \frac{\nabla_i p}{\rho} = 0$$

l'équation d'*Euler*

Si on suppose que le fluide est compressible et que les déplacement sont petits on peut linéariser l'équation d'*Euler* et introduire la pression fluctuante **p** (supposée petite) :

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \rho_0 c^2 \nabla_i v_i = 0$$

$$\nabla_i p + \rho_0 \frac{\partial v_i}{\partial t} = 0$$

$$dp = c^2 d\rho$$

Les conditions aux limites, sont les condition à la paroi et à la surface libre. A la paroi, l'accélération normale est la même qu'à la frontière du fluide :

$$n_i \frac{\partial^2 U_i}{\partial t^2} + n_i \frac{\nabla_i p}{\rho_0} = 0$$

A la surface libre, le mouvement d'un point autour de sa position de repos dans la direction **z** donne la variation de pression et avec l'équation dynamique on a :

$$p = \rho_0 g z \qquad \text{condition de surface}$$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial t^2} + n_i \frac{\nabla_i p}{\rho_0} = 0 \qquad \text{l'équation dynamique}$$

où **g** est l'accélération de la pesanteur (positif entrant dans le fluide), **z** est le déplacement de la surface libre (positif sortant du fluide), **p** est la pression fluctuante dans le fluide, ρ_0 est la masse volumique du fluide au repos ($\rho=\rho_0$), **U** est le déplacement du fluide à l'interface, **n** est la normale à l'interface sortante du fluide.

Si on suppose que **U** est le déplacement dans tout le fluide et si on introduit le potentiel de déplacement dans le fluide comme :

$$\vec{U} = \overrightarrow{\nabla\varphi}$$

après la transformation de Fourier on obtient :

$$\nabla^2 \varphi + \frac{p}{\rho c^2} = 0 \qquad \text{dans V}$$

$$\nabla(p - \rho\omega^2 \varphi) = 0 \qquad \text{dans V}$$

$$(\overrightarrow{\nabla\varphi} + \vec{u}) \cdot \vec{n} = 0 \qquad \text{sur } \Sigma \qquad (\vec{U} \cdot \vec{n} = \vec{u} \cdot \vec{n})$$

La fonctionnelle correspondante est :

$$2L_F = \frac{1}{\rho c^2}\int_V p^2 dV - \frac{2\omega^2}{c^2}\int_V \varphi p dV + \rho\omega^2 \int_V (\nabla\varphi)^2 dV + \rho\omega^2 \int_\Sigma \varphi \vec{u}.\vec{n} d\Sigma \; +$$

$$\rho g \int_S z^2 dS - 2\rho\omega^2 \int_S \varphi z dS$$

II.2.2.1.3. FONCTIONNELLE GENERALE DU PROBLEME COUPLE

Le fluide qui a un volume V, limité par des parois (surfaces Σ) et par une surface libre (surface S), sera mis en contact avec un solide de volume Ω. On suppose que la surface de contact Σ est la seule surface de chargement sur la structure. On obtient la fonctionnelle générale en additionnant les fonctionnelles de solide et de fluide, en faisant coïncider les intégrales de surface Σ.

$$2L_G = \int_\Omega \sigma_{ij}\varepsilon_{ij}d\Omega - \rho_S\omega^2\int_\Omega u_i^2 d\Omega - 2\int_\Omega F_i u_i d\Omega \qquad 1 \quad 2 \quad 3$$

$$-2\rho_f\omega^2\int_\Sigma \varphi u_i n_i d\Sigma \qquad 4$$

$$+\frac{1}{\rho_f c^2}\int_V p^2 dV + \rho_f\omega^2\int_V (\nabla\varphi)^2 dV - \frac{2\omega^2}{c^2}\int_V \varphi p dV \qquad 5 \quad 6 \quad 7$$

$$+\rho_f g\int_S z^2 dS - 2\rho_f\omega^2\int_S \varphi z dS \qquad 8 \quad 9$$

1. l'énergie potentielle de la structure
2. l'énergie cinétique de la structure
3. travail des forces volumiques extérieures
4. terme de couplage fluide-structure
5. l'énergie potentielle du fluide
6. l'énergie cinétique du fluide
7. terme de propagation dans le fluide
8. l'énergie potentielle de la surface libre
9. terme de couplage sur la surface libre

II.2.2.2. DISCRETISATION DE LA FONCTIONNELLE GENERALE DU PROBLEME COUPLE

Le système composé d'un solide Ω, d'un fluide **V** et des surfaces Σ (contact solide-fluide) et **S** (surface libre) doit être discrètisé en éléments finis. On distingue 4 types d'éléments finis qui seront utilisés ici :

- un élément mécanique dans le solide avec **u,v,w** (déplacements) comme **ddl**
- un élément fluide dans le fluide avec **p**,φ (pression et potentiel de déplacement) comme **ddl**
- un élément de couplage fluide-solide avec **u,v,w**,φ (déplacements et potentiel de déplacement) comme **ddl**
- un élément de la surface libre avec φ,**z** (potentiel de déplacement et déplacement **z**) comme **ddl**

II.2.2.2.1. ELEMENTS FINIS DANS LE SOLIDE

Les inconnues dans le solide, pour un élément mécanique **i**, peuvent être exprimées comme

$$\mathbf{u}(x,y,z) = \mathbf{N}_i\delta$$

et avec des relations

$$\sigma = \mathbf{D}\varepsilon$$

$$\varepsilon = \mathbf{B}\mathbf{u}$$

on obtient

$$2L_S = \delta^T(K_S - \omega^2 M_S)\delta - 2F_S^T\delta$$

avec

$$K_S = \sum_i \int_{\Omega_i} N_i^T B_i^T D_i B_i N_i d\Omega_i$$

$$M_S = \sum_i \int_{\Omega_i} N_i^T \rho_S N_i d\Omega_i$$

$$F_S^T = \sum_i \int_{\Omega_i} F_i^T N_i d\Omega_i$$

où $\mathbf{K_S}$ est la matrice de rigidité du solide, $\mathbf{M_S}$ est sa matrice de masse et $\mathbf{F_S}$ est le vecteur de chargement qui disparaît pour un problème des modes propres. Les $\mathbf{N_i}$ sont les fonctions de

forme de l'élément **i**, **D** est la matrice de flexibilité, **B** est la matrice qui donne la liaison entre les déplacements des noeuds et les déformations dans l'élément et ρ_S est la densité du solide. Le terme K_S correspond à l'énergie potentielle du solide et M_S à l'énergie cinétique du solide.

II.2.2.2.2. ELEMENTS FINIS DANS LE FLUIDE

Les inconnues dans le fluide, pour un élément fluide **i**, peuvent être écrites comme

$$p(x,y,z) = N_i p \qquad \varphi(x,y,z) = N_i \varphi$$
$$\nabla\varphi = \overline{N}_i \varphi \qquad \vec{u}.\vec{n} = N_{\Sigma_i}\delta \qquad z = N_{S_i} z$$

où **p** et φ sont les vecteurs des inconnues aux noeuds fluides et **z** est le vecteur des inconnues sur la surface libre. N_i sont les vecteurs des fonctions de forme de l'élément **i** pour **p** et φ, **grad**φ, **S** et Σ. Pour la fonctionnelle du fluide discrètisé, en sommant sur **i** les intégrales des champs approchés sur V_i, Σ_i, et S_i, on obtient :

$$2L_F = p^T K_F p + z^T K_z z + \omega^2 \varphi^T \overline{M}_F \varphi - 2\omega^2 p^T M_F \varphi - 2\omega^2 \varphi^T M_C \delta - 2\omega^2 \varphi^T M_z z$$

où les matrices du type **K** et **M** sont :

$$K_F = \frac{1}{\rho_f c^2} \sum_i \int_{V_i} N_i^T N_i dV_i$$

$$K_z = \rho_f g \sum_i \int_{S_i} N_{S_i}^T N_{S_i} dS_i$$

$$\overline{M}_F = \rho_f \sum_i \int_{V_i} \overline{N}_i^T \overline{N}_i dV_i$$

$$M_F = \frac{1}{c^2} \sum_i \int_{V_i} N_i^T N_i dV_i$$

$$M_C = \rho_f \sum_i \int_{\Sigma_i} N_{\Sigma_i}^T N_{\Sigma_i} d\Sigma_i$$

$$M_z = \rho_f \sum_i \int_{S_i} N_{S_i}^T N_{S_i} dS_i$$

où **c** est la célérité du son dans le fluide (avec elle on peut définir la compressibilité ou non compressibilité du fluide), ρ_f est la densité du fluide. Le terme $\mathbf{K_F}$ correspond à l'énergie potentielle du fluide, $\mathbf{K_Z}$ à l'énergie potentielle de la surface libre, $\overline{M}_F$ à l'énergie cinétique du fluide, $\mathbf{M_F}$ est le terme qui correspond au couplage **p**-φ, $\mathbf{M_C}$ correspond au couplage fluide-solide et $\mathbf{M_Z}$ correspond au couplage φ-**z** sur la surface libre.

II.2.2.2.3. ELEMENTS FINIS POUR LE COUPLAGE

Le système d'équation qu'on cherche est obtenu en minimisant l'expression approchée (discrètisée) de la fonctionnelle par rapport aux variables δ, **p**, φ et **z** aux noeuds.

Maintenant on peut écrire matriciellement le problème harmonique pour un système solide-fluide couplé :

$$\begin{bmatrix} K_S & 0 & 0 & 0 \\ 0 & K_F & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & K_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta \\ p \\ \varphi \\ z \end{bmatrix} - \omega^2 \begin{bmatrix} M_S & 0 & M_C^T & 0 \\ 0 & 0 & M_F & 0 \\ M_C & M_F^T & -\overline{M}_F & M_z \\ 0 & 0 & M_z^T & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta \\ p \\ \varphi \\ z \end{bmatrix} = 0 \qquad (2.12)$$

1. La première équation correspond au mouvement de la structure soumise aux forces de pression

$$K_S \delta - \omega^2 (M_S \delta + M_C^T \varphi) = 0 \qquad (2.13)$$

2. La deuxième est l'équation du potentiel φ

$$K_F p - \omega^2 M_F \varphi = 0 \qquad (2.14)$$

3. La troisième est l'équation du mouvement du fluide couplé à la structure et à la surface libre

$$- \omega^2 (M_C \delta + M_F^T p - \overline{M}_F \varphi + M_z z) = 0 \qquad (2.15)$$

4. La quatrième est l'équation de la surface libre

$$K_z z - \omega^2 M_z^T \varphi = 0 \qquad (2.16)$$

Il faut remarquer que la matrice de rigidité du système couplé est singulière à cause des **ddl** de potentiel φ (les colonnes et les lignes correspondant à φ sont nulles). Pour des problèmes

harmoniques cela ne pose pas de difficultés, mais on ne peut pas faire une étude statique pour une structure comportant des éléments fluides (avec cette formulation).
Avec l'introduction du potentiel de déplacement φ, comme un **ddl** supplémentaire, les matrices de rigidité **K** et de masse **M** du système couplé sont symétriques.

Dans le cas où on peut négliger les effets de pesanteur, la condition de surface libre devient **p**=0 ce qui correspond à φ=0 et **z**=0 sur la surface libre.

II.2.2.3. SYSTEME GLOBAL A RESOUDRE

Le type d'approche qui été fait dans le chapitre II.2.1 jusqu'à l'équation (2.4) est valable ici aussi. La seule différence c'est que les $\mathbf{ddl_r}$ de réponse contiennent les déplacements δ(**u**,**v**,**w**) et en plus la pression **p**, le potentiel de déplacement φ et le déplacement de la surface libre **z**. Les $\mathbf{ddl_e}$ de l'excitation sont du type (**u**,**v**,**w**), le même comme dans le chapitre II.2.1. Ce qui veut dire que les matrices **M**, **C**, **K**, $\mathbf{M_e}$, $\mathbf{C_e}$ et $\mathbf{K_e}$ possèdent ici une structure différente et les matrices $\mathbf{M_{ee}}$, $\mathbf{C_{ee}}$, et $\mathbf{K_{ee}}$ ont la même structure. Donc l'équation (2.17) sera analogue à l'équation (2.4):

$$\mathbf{M}\begin{bmatrix}\ddot{D}_t\\ \ddot{p}_t\\ \ddot{\varphi}_t\\ \ddot{z}_t\end{bmatrix}+\mathbf{C}\begin{bmatrix}\dot{D}_t\\ \dot{p}_t\\ \dot{\varphi}_t\\ \dot{z}_t\end{bmatrix}+\mathbf{K}\begin{bmatrix}D_t\\ p_t\\ \varphi_t\\ z_t\end{bmatrix}=-\begin{bmatrix}M_{e\delta}\\ M_{ep}\\ M_{e\varphi}\\ M_{ez}\end{bmatrix}\ddot{D}_e-\begin{bmatrix}C_{e\delta}\\ C_{ep}\\ C_{e\varphi}\\ C_{ez}\end{bmatrix}\dot{D}_e-\begin{bmatrix}K_{e\delta}\\ K_{ep}\\ K_{e\varphi}\\ K_{ez}\end{bmatrix}D_e \qquad (2.17)$$

Les matrices **K** et **M** sont définies comme dans le chapitre précédent :

$$\mathbf{K}=\begin{bmatrix}K_S & 0 & 0 & 0\\ 0 & K_F & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & K_z\end{bmatrix} \qquad \mathbf{M}=\begin{bmatrix}M_S & 0 & M_C^T & 0\\ 0 & 0 & M_F & 0\\ M_C & M_F^T & -\overline{M}_F & M_z\\ 0 & 0 & M_z^T & 0\end{bmatrix} \qquad (2.18)$$

La définition choisie, de la matrice d'amortissement **C** dans cette méthode, sera expliquée en détail plus loin. Ici on précise qu'elle sera construite comme une combinaison linéaire des

matrices de raideur et de masse mais au niveau d'éléments finis (et non pas au niveau du système). Ce qui donne un amortissement non proportionnel avec une forme matricielle suivante :

$$C = \begin{bmatrix} C_S & 0 & C_C^T & 0 \\ 0 & C_{KF} & C_F & 0 \\ C_C & C_F^T & -\overline{C}_F & C_z \\ 0 & 0 & C_z^T & C_{Kz} \end{bmatrix} \tag{2.19}$$

Donc, les matrices de rigidité, de masse et d'amortissement élargies avec les ddl d'excitation donnent

$$K = \begin{bmatrix} K_S & 0 & 0 & 0 & K_{e\delta} \\ 0 & K_F & 0 & 0 & K_{ep} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & K_{e\varphi} \\ 0 & 0 & 0 & K_z & K_{ez} \\ K_{e\delta}^T & K_{ep}^T & K_{e\varphi}^T & K_{ez}^T & K_{ee} \end{bmatrix} \quad M = \begin{bmatrix} M_S & 0 & M_C^T & 0 & M_{e\delta} \\ 0 & 0 & M_F & 0 & M_{ep} \\ M_C & M_F^T & -\overline{M}_F & M_z & M_{e\varphi} \\ 0 & 0 & M_z^T & 0 & M_{ez} \\ M_{e\delta}^T & M_{ep}^T & M_{e\varphi}^T & M_{ez}^T & M_{ee} \end{bmatrix} \tag{2.20}$$

$$C = \begin{bmatrix} C_S & 0 & C_C^T & 0 & C_{e\delta} \\ 0 & C_{KF} & C_F & 0 & C_{ep} \\ C_C & C_F^T & -\overline{C}_F & C_z & C_{e\varphi} \\ 0 & 0 & C_z^T & C_{Kz} & C_{ez} \\ C_{e\delta}^T & C_{ep}^T & C_{e\varphi}^T & C_{ez}^T & C_{ee} \end{bmatrix} \tag{2.21}$$

Dans le paragraphe II.2.1. pour le système qui ne contient pas le fluide, on a défini le terme déplacement total comme la somme du déplacement dynamique et du déplacement pseudostatique :

$$\mathbf{D}_t = \mathbf{D} + \mathbf{D}_s = \mathbf{D} + \mathbf{R}_\delta \mathbf{D}_e \tag{2.22}$$

Ici, on peut appliquer la même décomposition sur les **ddl** de pression, potentiel et déplacement de la surface libre:

$$\begin{aligned} \mathbf{p}_t &= \mathbf{p} + \mathbf{p}_s = \mathbf{p} + \mathbf{R}_p \mathbf{D}_e \\ \varphi_t &= \varphi + \varphi_s = \varphi + \mathbf{R}_\varphi \mathbf{D}_e \\ \mathbf{z}_t &= \mathbf{z} + \mathbf{z}_s = \mathbf{z} + \mathbf{R}_z \mathbf{D}_e \end{aligned} \tag{2.23}$$

En remplaçant (2.22) et (2.23) dans l'équation (2.17) on obtient:

$$\mathbf{M}\begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{D}} \\ \ddot{\mathbf{p}}_t \\ \ddot{\varphi} \\ \ddot{\mathbf{z}} \end{bmatrix} + \mathbf{C}\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{D}} \\ \dot{\mathbf{p}} \\ \dot{\varphi} \\ \dot{\mathbf{z}} \end{bmatrix} + \mathbf{K}\begin{bmatrix} \mathbf{D} \\ \mathbf{p} \\ \varphi \\ \mathbf{z} \end{bmatrix} =$$

$$-\mathbf{M}\begin{bmatrix} \mathbf{R}_\delta \\ \mathbf{R}_p \\ \mathbf{R}_\varphi \\ \mathbf{R}_z \end{bmatrix}\ddot{\mathbf{D}}_e - \mathbf{C}\begin{bmatrix} \mathbf{R}_\delta \\ \mathbf{R}_p \\ \mathbf{R}_\varphi \\ \mathbf{R}_z \end{bmatrix}\dot{\mathbf{D}}_e - \mathbf{K}\begin{bmatrix} \mathbf{R}_\delta \\ \mathbf{R}_p \\ \mathbf{R}_\varphi \\ \mathbf{R}_z \end{bmatrix}\mathbf{D}_e - \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{e\delta} \\ \mathbf{M}_{ep} \\ \mathbf{M}_{e\varphi} \\ \mathbf{M}_{ez} \end{bmatrix}\ddot{\mathbf{D}}_e - \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{e\delta} \\ \mathbf{C}_{ep} \\ \mathbf{C}_{e\varphi} \\ \mathbf{C}_{ez} \end{bmatrix}\dot{\mathbf{D}}_e - \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{e\delta} \\ \mathbf{K}_{ep} \\ \mathbf{K}_{e\varphi} \\ \mathbf{K}_{ez} \end{bmatrix}\mathbf{D}_e \tag{2.24}$$

Etant donné que les conditions d'équilibre statique sont incluses dans les équations dynamiques, on annule tous les termes qui dépendent du temps et en tenant compte de (2.18) on obtient :

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} \mathbf{K}_s\mathbf{R}_\delta \\ \mathbf{K}_F\mathbf{R}_p \\ 0 \\ \mathbf{K}_z\mathbf{R}_z \end{bmatrix}\mathbf{D}_e - \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{e\delta} \\ \mathbf{K}_{ep} \\ \mathbf{K}_{e\varphi} \\ \mathbf{K}_{ez} \end{bmatrix}\mathbf{D}_e \tag{2.25}$$

C'est tout à fait évident que $K_{ep} = 0$, $K_{e\varphi} = 0$ et $K_{ez} = 0$ (les termes de la matrice **K** définie dans (2.20)) parce qu'il n'y a pas des termes qui correspondent au couplage entre les **ddl**$_e$ d'excitation et les **ddl** de pression **p**, de potentiel φ et de la surface libre **z**. L'équation précédente devient

$$\begin{aligned} &K_s R_\delta + K_{e\delta} = 0 \quad \Rightarrow \quad R_\delta = -K_s^{-1} K_{e\delta} \\ &K_F R_p + K_{ep} = 0 \quad \Rightarrow \quad R_p = 0 \quad \Rightarrow \quad p_s = 0 \\ &K_z R_z + K_{ez} = 0 \quad \Rightarrow \quad R_z = 0 \quad \Rightarrow \quad z_s = 0 \end{aligned} \tag{2.26}$$

Etant donné que le fluide n'intervient que par sa masse, que les effets pseudostatiques sont indépendants de la masse et qu'il n'y a pas de couplage fluide-structure en statique, on va adopter $R_\varphi = 0$ et $\varphi_s = 0$ quoique le potentiel $\varphi_s \neq 0$ satisfasse toujours l'équation $p_s - \rho\, \omega^2 \varphi_s = 0$ en statique.

Pour les mêmes raisons comme K_{ep}, $K_{e\varphi}$ et K_{ez}, les termes M_{ep}, $M_{e\varphi}$, M_{ez}, C_{ep} $C_{e\varphi}$ et C_{ez} sont nuls.

Donc, l'équation (2.24) devient maintenant

$$M \begin{bmatrix} \ddot{D} \\ \ddot{p} \\ \ddot{\varphi} \\ \ddot{z} \end{bmatrix} + C \begin{bmatrix} \dot{D} \\ \dot{p} \\ \dot{\varphi} \\ \dot{z} \end{bmatrix} + K \begin{bmatrix} D \\ p \\ \varphi \\ z \end{bmatrix} = -(M R_\delta + M_{e\delta})\, \ddot{D}_e - (C R_\delta + C_{e\delta})\, \dot{D}_e \tag{2.27}$$

En remplaçant (2.19) dans la partie droite d'équation (2.27) on trouve

$$M \begin{bmatrix} \ddot{D} \\ \ddot{p} \\ \ddot{\varphi} \\ \ddot{z} \end{bmatrix} + C \begin{bmatrix} \dot{D} \\ \dot{p} \\ \dot{\varphi} \\ \dot{z} \end{bmatrix} + K \begin{bmatrix} D \\ p \\ \varphi \\ z \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} M_S R_\delta + M_{e\delta} \\ 0 \\ M_C R_\delta \\ 0 \end{bmatrix} \ddot{D}_e - \begin{bmatrix} C_S R_\delta + C_{e\delta} \\ 0 \\ C_C R_\delta \\ 0 \end{bmatrix} \dot{D}_e \tag{2.28}$$

Le terme $M_{e\delta}$ peut être négligé par rapport au terme $M_S R_\delta$ à cause des raisons expliquées dans le chapitre II.2.1. pour l'équation (2.11). Pour la même raison, le terme $C_{e\delta}$ et négligeable devant le terme $C_S R_\delta$.

L'équation précédente devient :

$$M\begin{bmatrix}\ddot{D}\\ \ddot{p}\\ \ddot{\varphi}\\ \ddot{z}\end{bmatrix}+C\begin{bmatrix}\dot{D}\\ \dot{p}\\ \dot{\varphi}\\ \dot{z}\end{bmatrix}+K\begin{bmatrix}D\\ p\\ \varphi\\ z\end{bmatrix}=-\begin{bmatrix}M_S R_\delta\\ 0\\ M_C R_\delta\\ 0\end{bmatrix}\ddot{D}_e-\begin{bmatrix}C_S R_\delta\\ 0\\ C_C R_\delta\\ 0\end{bmatrix}\dot{D}_e \qquad (2.29)$$

L'équation (2.29), donc, représente l'équation principale à résoudre, pour les modèles mécaniques en couplage avec fluide. On peut faire une comparaison entre l'équation (2.29) et l'équation (2.11) qui correspond aux modèles purement mécaniques. Sur la partie gauche de la dernière équation on voit les termes de **ddl** supplémentaires liés à la présence d'un fluide et sur la partie droite les termes du couplage fluide-solide.

Si on choisit la condition sur la surface libre **p**=0 (pression nulle) on obtient φ=0 (potentiel nul) et **z**=0 (déplacement vertical de la surface libre nul) et l'équation précédente se simplifie

$$M\begin{bmatrix}\ddot{D}\\ \ddot{p}\\ \ddot{\varphi}\end{bmatrix}+C\begin{bmatrix}\dot{D}\\ \dot{p}\\ \dot{\varphi}\end{bmatrix}+K\begin{bmatrix}D\\ p\\ \varphi\end{bmatrix}=-\begin{bmatrix}M_S R_\delta\\ 0\\ M_C R_\delta\end{bmatrix}\ddot{D}_e-\begin{bmatrix}C_S R_\delta\\ 0\\ C_C R_\delta\end{bmatrix}\dot{D}_e \qquad (2.30)$$

II.3. REPRESENTATION DES ONDES SISMIQUES

Pour introduire la possibilité d'avoir les analyses sismiques avec des ondes qui se propagent avec des vitesses finies, en tenant compte des effets de site (déphasages, amplifications), on utilise ici une représentation des ondes sismique avec des fonctions de forme. Une fonction de forme définit une "déformée" de la surface d'excitation du modèle, qui est imposée au modèle. Cette surface d'excitation peut être divisée en plusieurs surfaces ou être continue et avoir une forme en 3D quelconque. Le choix de fonctions de forme et de leur combinaison permet de modéliser une gamme d'ondes sismiques, progressives ou non.

Une accélération imposée à la base du modèle, qui simule une excitation sismique, $\ddot{\mathbf{D}}_e$ sera décrite ici comme

$$\ddot{\mathbf{D}}_e = \sum_j \mathbf{a}_j(t)\, \mathbf{N}_j \tag{2.31}$$

où $\mathbf{N_j}$ est la fonction de forme et $\mathbf{a_j(t)}$ est un accélérogramme (accélération dans le temps). Donc un séisme est représenté comme une combinaison des fonctions de forme multipliées par les accélérations qui correspondent à ces fonctions de forme. Il faut préciser que les valeurs d'une fonction de forme sont toujours dans l'intervalle $[-1,1]$. La fonction de forme peut définir la distribution d'accélération sur la surface d'excitation si elle est multipliée par les amplitudes d'accélération mais aussi la distribution des vitesses ou des déplacements si elle est multipliée par des amplitudes de vitesse ou de déplacement, comme on le montre ici :

$$\dot{\mathbf{D}}_e = \sum_j \mathbf{v}_j(t)\, \mathbf{N}_j$$
$$\mathbf{D}_e = \sum_j \mathbf{d}_j(t)\, \mathbf{N}_j \tag{2.32}$$

Les équations dynamiques, (2.11) sans présence du fluide et (2.29) d'un problème couplé, s'écrivent maintenant :

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{D}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{D}} + \mathbf{K}\mathbf{D} = -\,\mathbf{MR} \sum_j \mathbf{a}_j(t)\, \mathbf{N}_j - \mathbf{CR} \sum_j \mathbf{v}_j(t)\, \mathbf{N}_j \tag{2.33}$$

et

$$M\begin{bmatrix}\ddot{D}\\ \ddot{p}\\ \ddot{\varphi}\\ \ddot{z}\end{bmatrix}+C\begin{bmatrix}\dot{D}\\ \dot{p}\\ \dot{\varphi}\\ \dot{z}\end{bmatrix}+K\begin{bmatrix}D\\ p\\ \varphi\\ z\end{bmatrix}=-\begin{bmatrix}M_S R_\delta\\ 0\\ M_C R_\delta\\ 0\end{bmatrix}\sum_j a_j(t)N_j-\begin{bmatrix}C_S R_\delta\\ 0\\ C_C R_\delta\\ 0\end{bmatrix}\sum_j v_j(t)N_j \qquad (2.34)$$

Les fonctions de forme peuvent être quelconques. Les 12 premières fonctions de forme (**fdf**) sont représentées sur un cube qui contient le modèle complet sur les figures de 2.2 à 2.5 et le tableau 2.1 montre leurs expressions mathématiques.

TABLEAU 2.1

fdf	type de la fonction de forme	expression mathématique
N1	*Translation en X*	$\pm u=1$
N2	*Translation en Y*	$\pm v=1$
N3	*Translation en Z*	$\pm w=1$
N4	*Compression-Traction en X*	$\pm u(x)=1-2(x-X_{min})/(X_{max}-X_{min})$
N5	*Compression-Traction en Y*	$\pm v(y)=1-2(y-Y_{min})/(Y_{max}-Y_{min})$
N6	*Compression-Traction en Z*	$\pm w(z)=1-2(z-Z_{min})/(Z_{max}-Z_{min})$
N7	*Cisaillement en XZ*	$\pm u(y)=1-2(y-Y_{min})/(Y_{max}-Y_{min})$
N8	*Cisaillement en XY*	$\pm u(z)=1-2(z-Z_{min})/(Z_{max}-Z_{min})$
N9	*Cisaillement en YZ*	$\pm v(x)=1-2(x-X_{min})/(X_{max}-X_{min})$
N10	*Cisaillement en YX*	$\pm v(z)=1-2(z-Z_{min})/(Z_{max}-Z_{min})$
N11	*Cisaillement en ZX*	$\pm w(y)=1-2(y-Y_{min})/(Y_{max}-Y_{min})$
N12	*Cisaillement en ZY*	$\pm w(x)=1-2(x-X_{min})/(X_{max}-X_{min})$

Les 3 premières **fdf** sont les translations couramment utilisées lorsque la longueur d'onde du séisme **s** peut être considérée comme infinie devant la dimension de l'ouvrage. Les **fdf** de 4 à 12 sont utilisables lorsque **s** est grande devant la dimension de l'ouvrage. Les figures de 2.6 à 2.9 montrent la réponse statique $R\delta N_j$ (déplacements pseudostatiques) d'un barrage-voûte (sans fluide et sans fondations) quand on applique les 12 premières fonctions de forme N_j à la surface du contact roche-structure. Les fonctions, présentées ici, sont linéaires avec des noeuds au "milieu". On peut aussi créer des fonctions de forme non linéaire avec une position de noeud arbitraire.

Les **fdf** de 13 à 24 (figures de 2.10 à 2.15) sont utilisées en paires (sinus et cosinus) pour obtenir les ondes progressives dans les cas où **s** est d'ordre de la dimension de la structure ou plus petit.

Cette méthode de simulation des ondes sismiques est flexible et elle peut être facilement adaptée aux conditions spéciales en ajoutant d'autres fonctions de forme écrites particulièrement pour ces conditions.

Les ondes ***P*** (changement du volume sans distorsion) peuvent être représentées par les fonctions de compression-traction, les ondes ***S*** (distorsion isovolume) par les fonctions de cisaillement et les ondes de surface (changement de la forme et du volume) par des combinaisons de l'ensemble de ces fonctions. Dans un calcul déterministe on fixe un ou plusieurs accélérogrammes et on peut faire des études paramétriques sur les longueurs d'ondes, les angles d'incidence, les fréquences d'ondes ***P***, ***S*** et *Rayleigh*.

Les fonctions de forme présentées dans ce paragraphe sont utilisables dans l'analyse temporelle du logiciel ***EXCITM*** (chapitre III). Par contre, elles n'ont pas servi pour les analyses de ce travail puisque les analyses des modèles numériques ont été effectuées dans le domaine fréquentiel en utilisant d'autres types de fonctions de forme qui correspondent au domaine fréquentiel (paragraphe II.5).

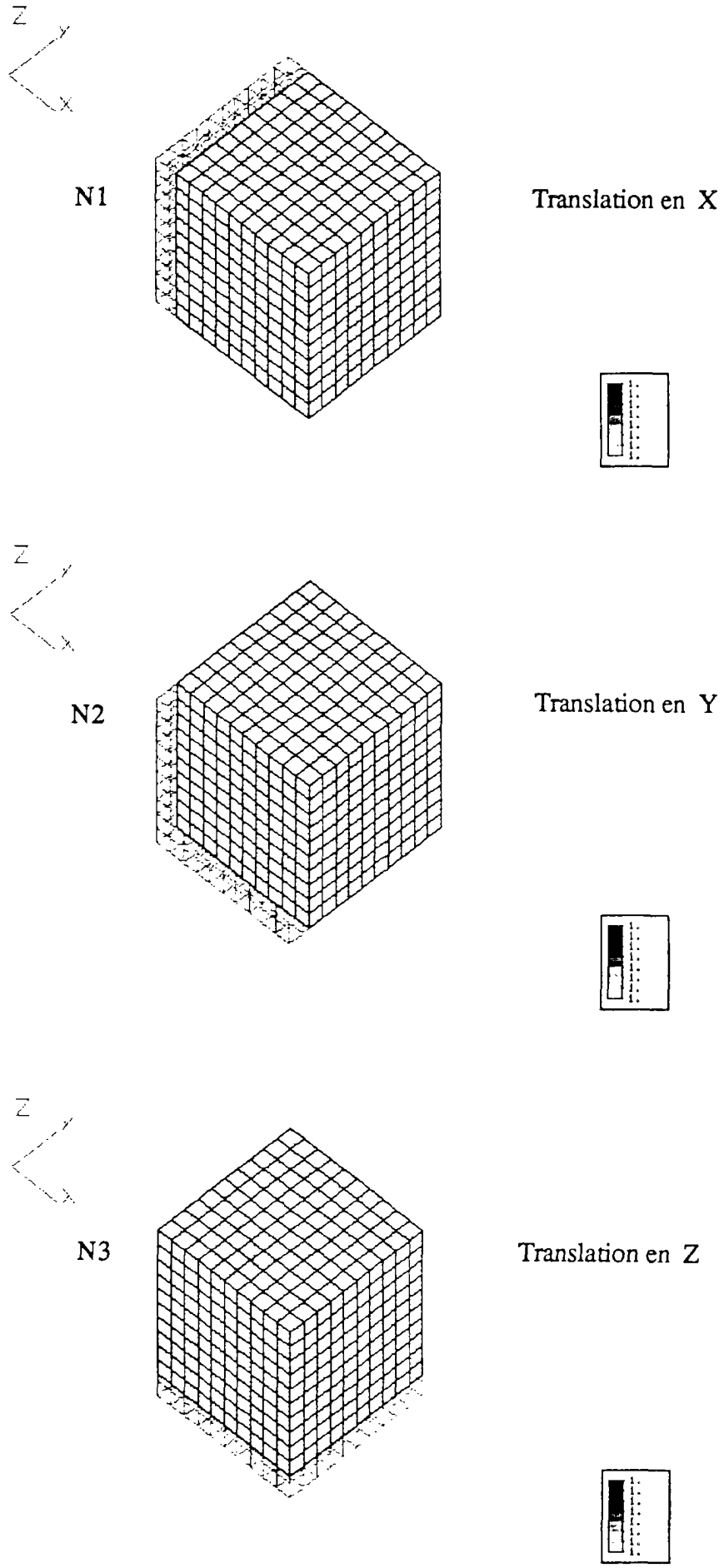


Figure 2.2 - Les fonctions de forme de 1 à 3 appliquées sur un cube qui représente le site

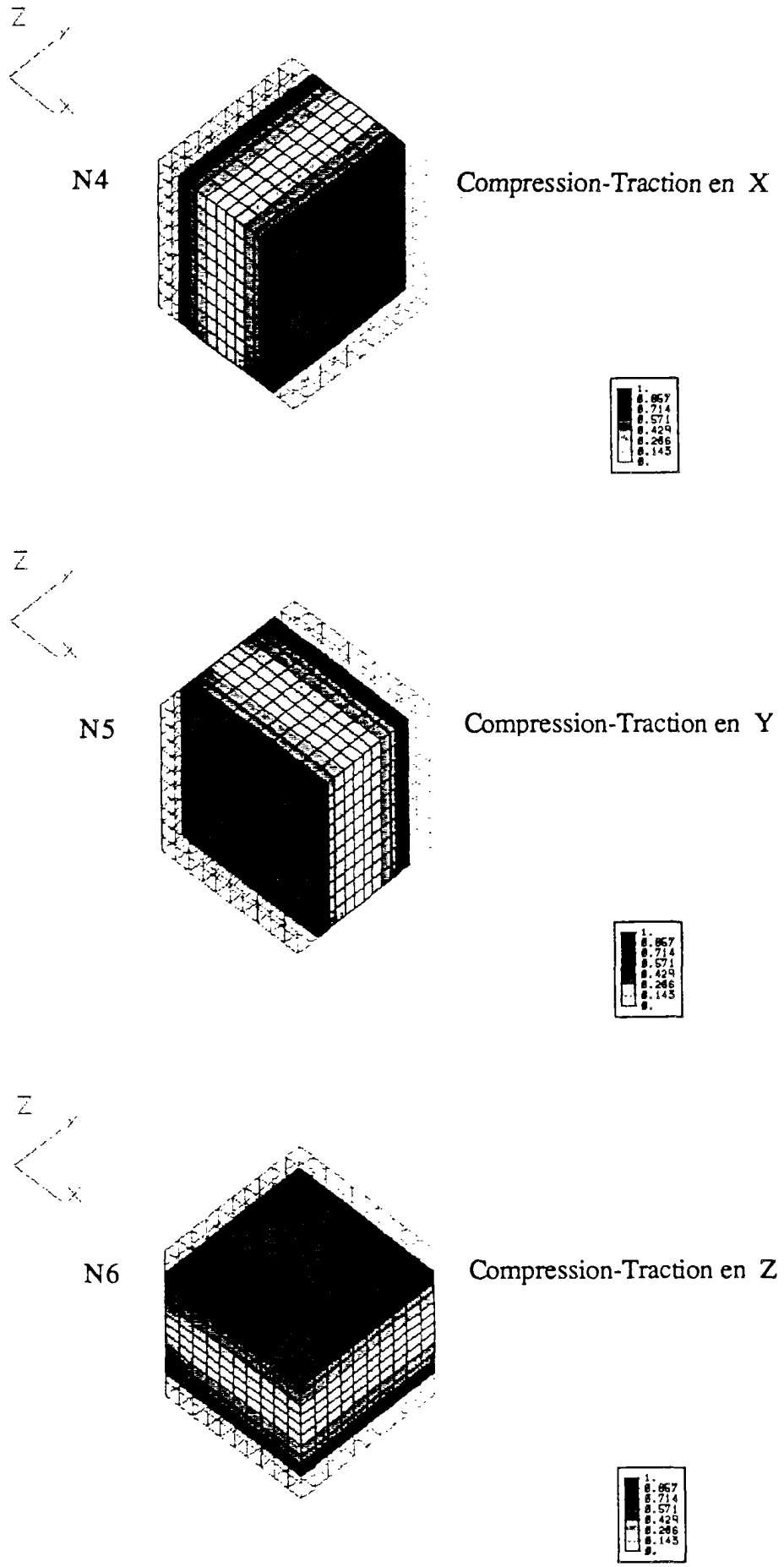


Figure 2.3 - Les fonctions de forme de 4 à 6 appliquées sur un cube qui représente le site

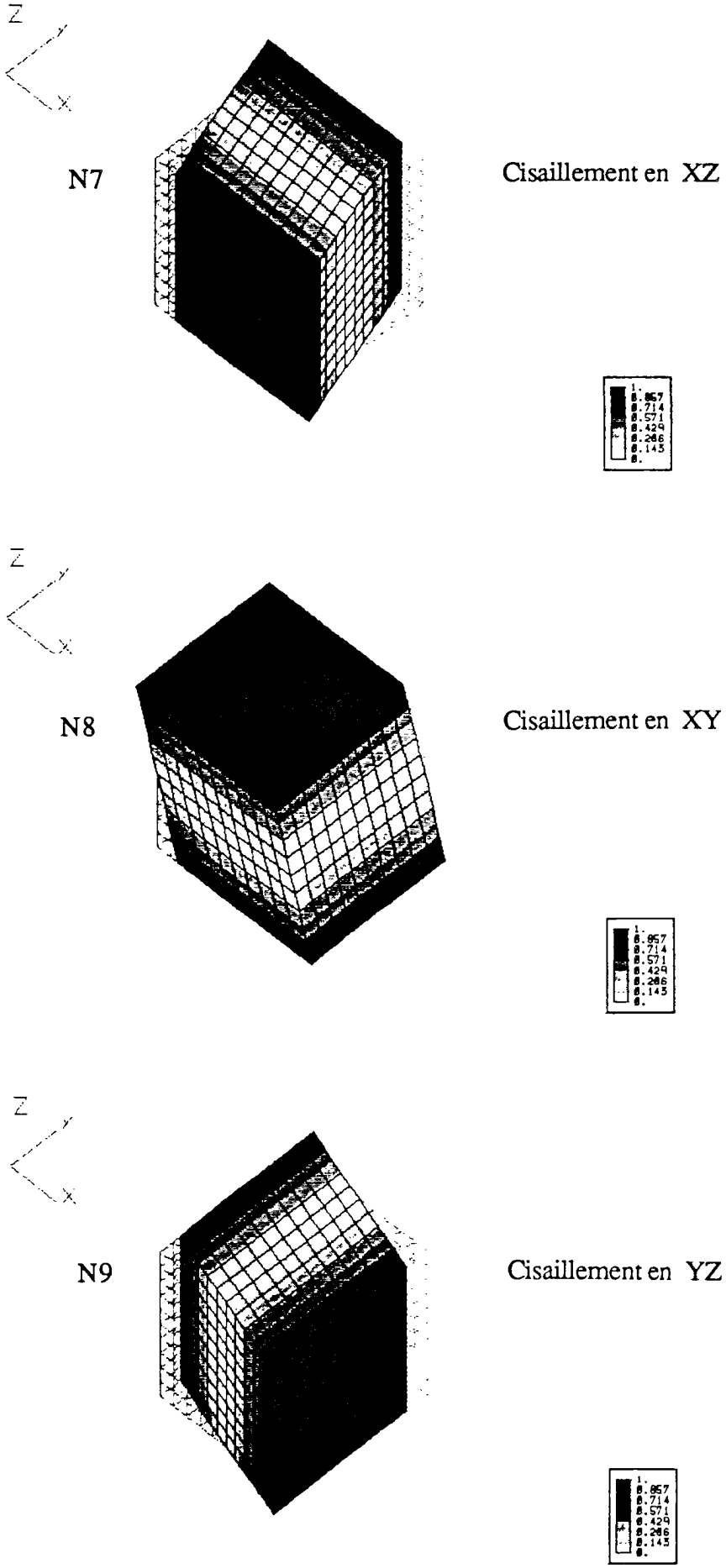


Figure 2.4 - Les fonctions de forme de 7 à 9 appliquées sur un cube qui représente le site

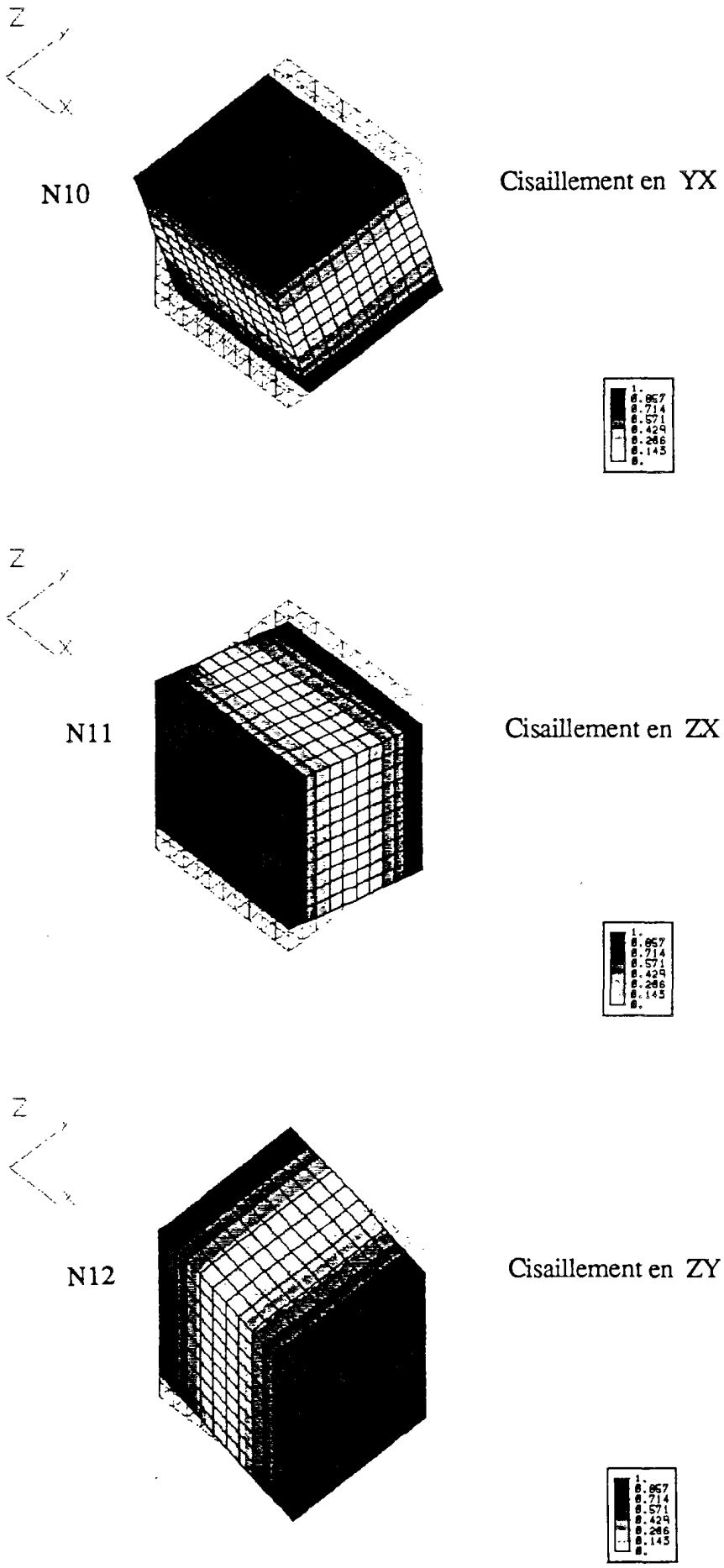


Figure 2.5 - Les fonctions de forme de 10 à 12 appliquées sur un cube qui représente le site

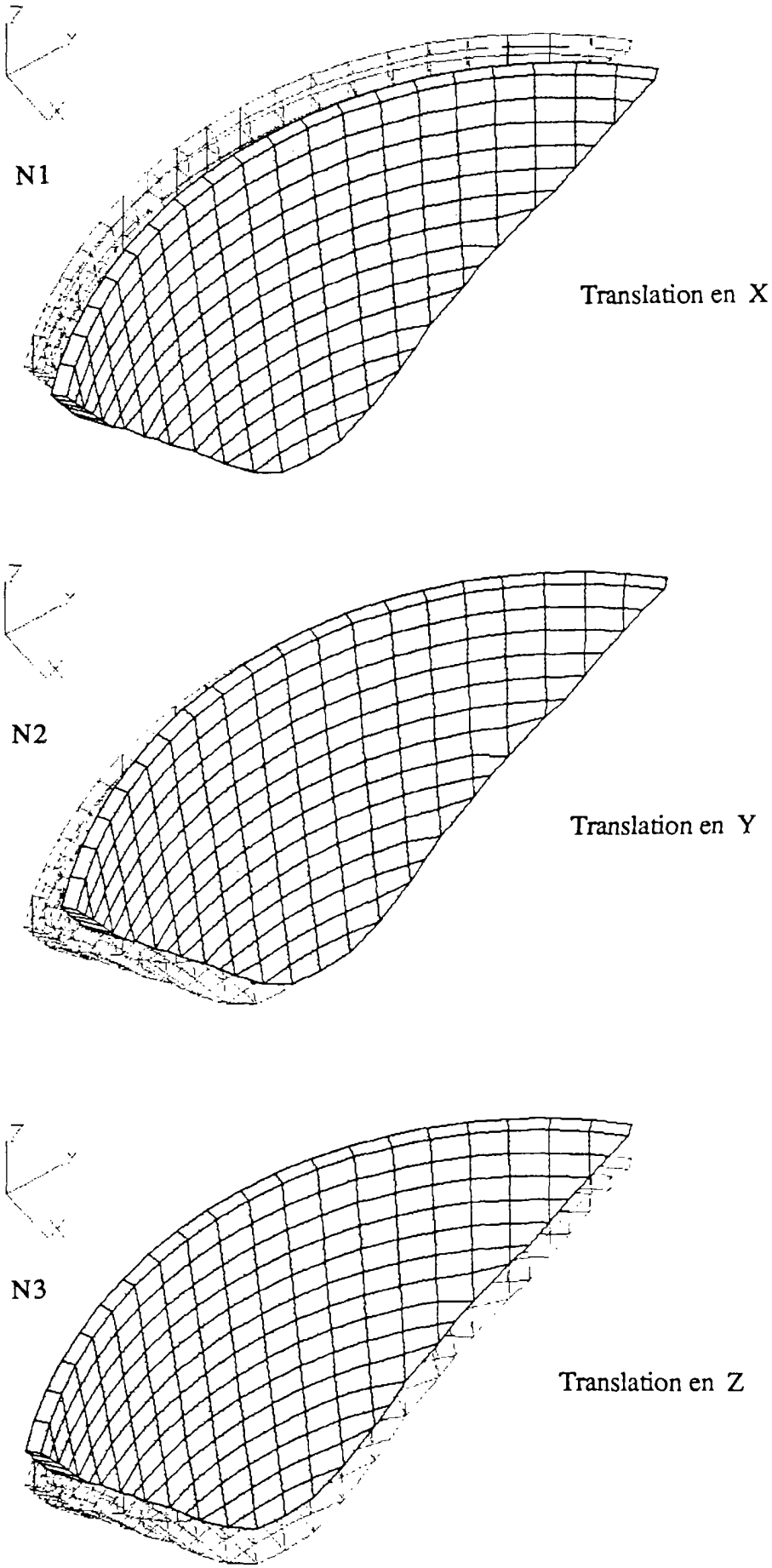


Figure 2.6 - Les fonctions de forme de 1 à 3 appliquées sur le modèle d'un barrage-voûte

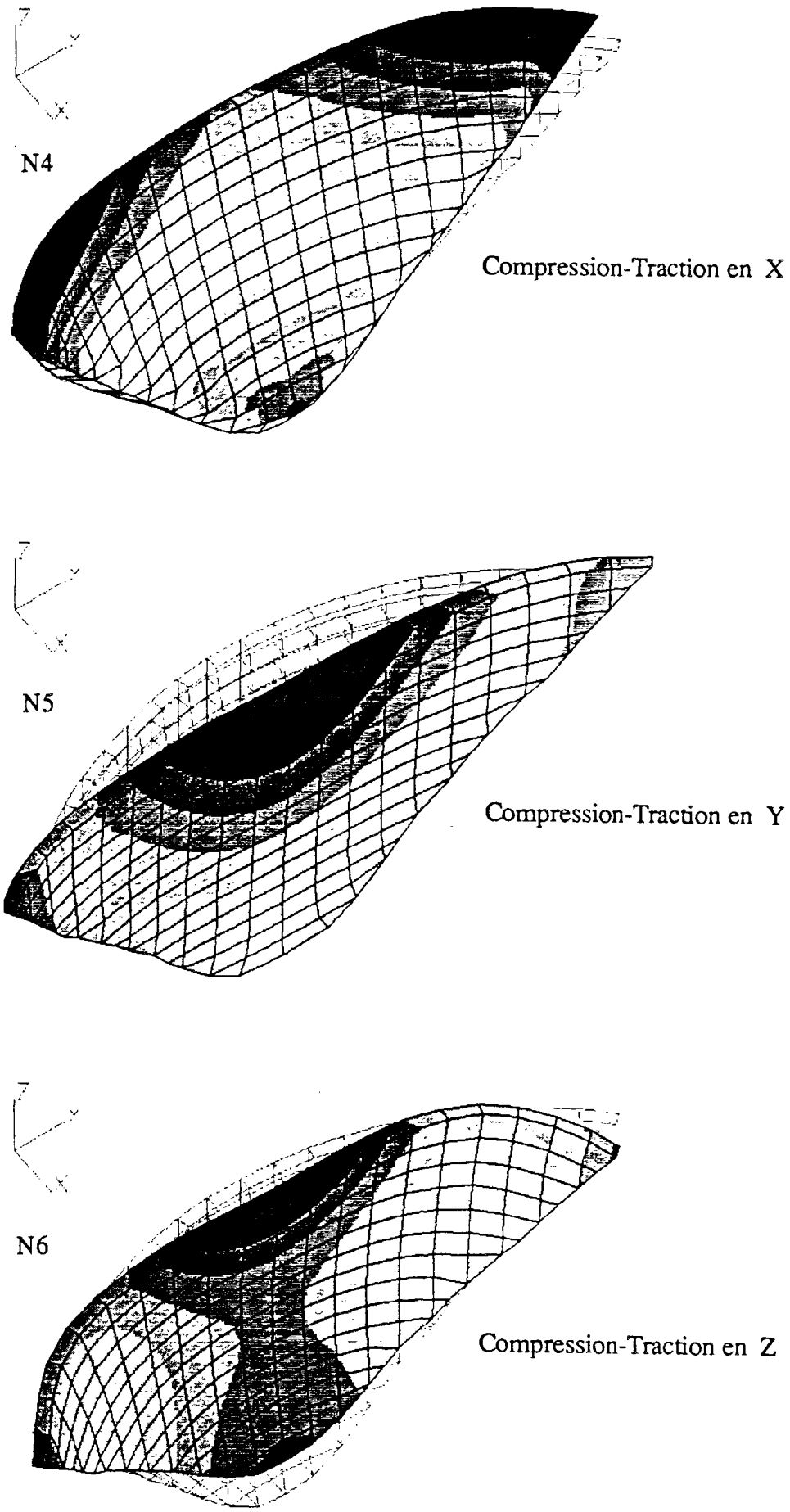


Figure 2.7 - Les fonctions de forme de 4 à 6 appliquées sur le modèle d'un barrage-voûte

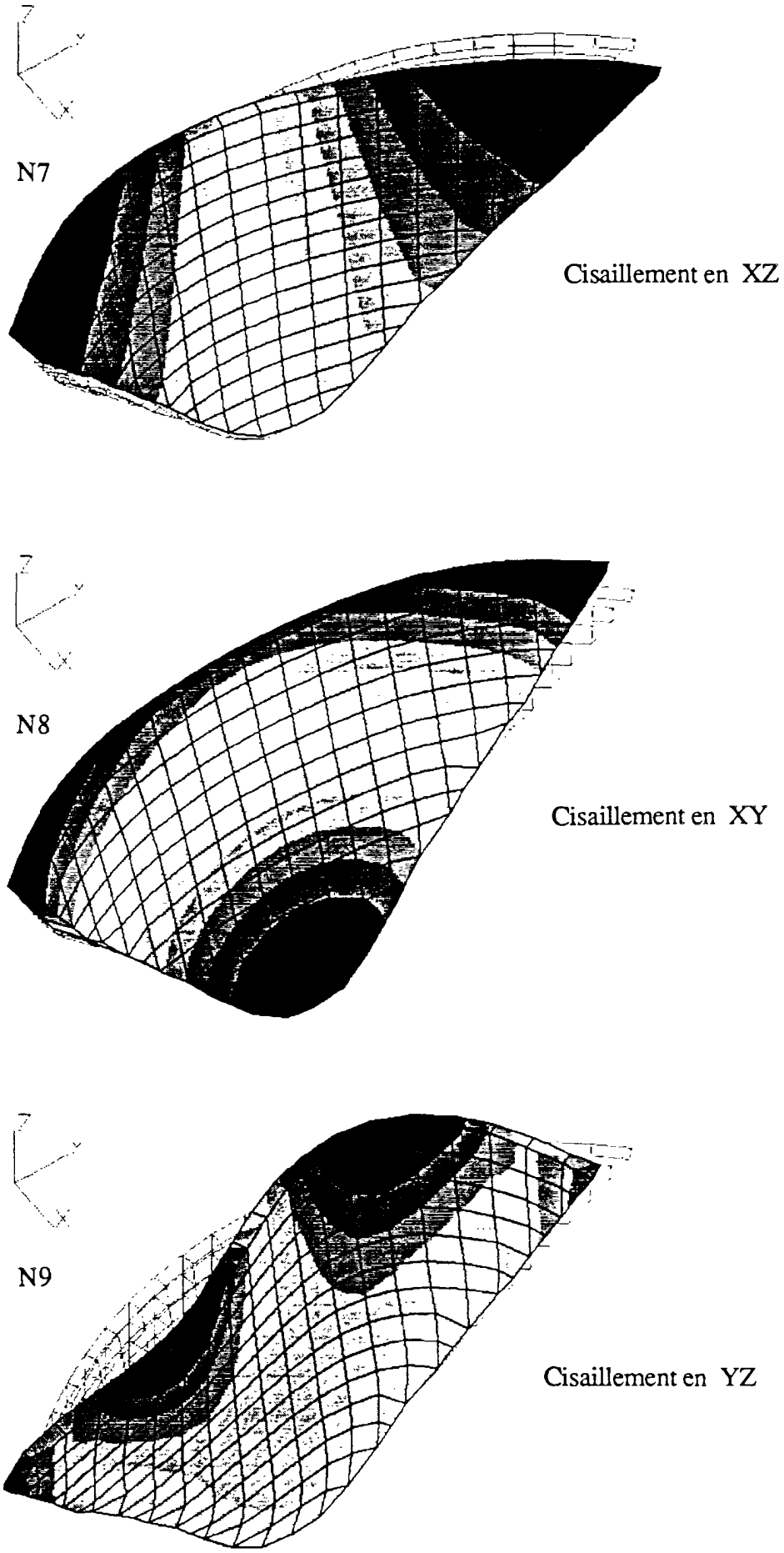


Figure 2.8 - Les fonctions de forme de 7 à 9 appliquées sur le modèle d'un barrage-voûte

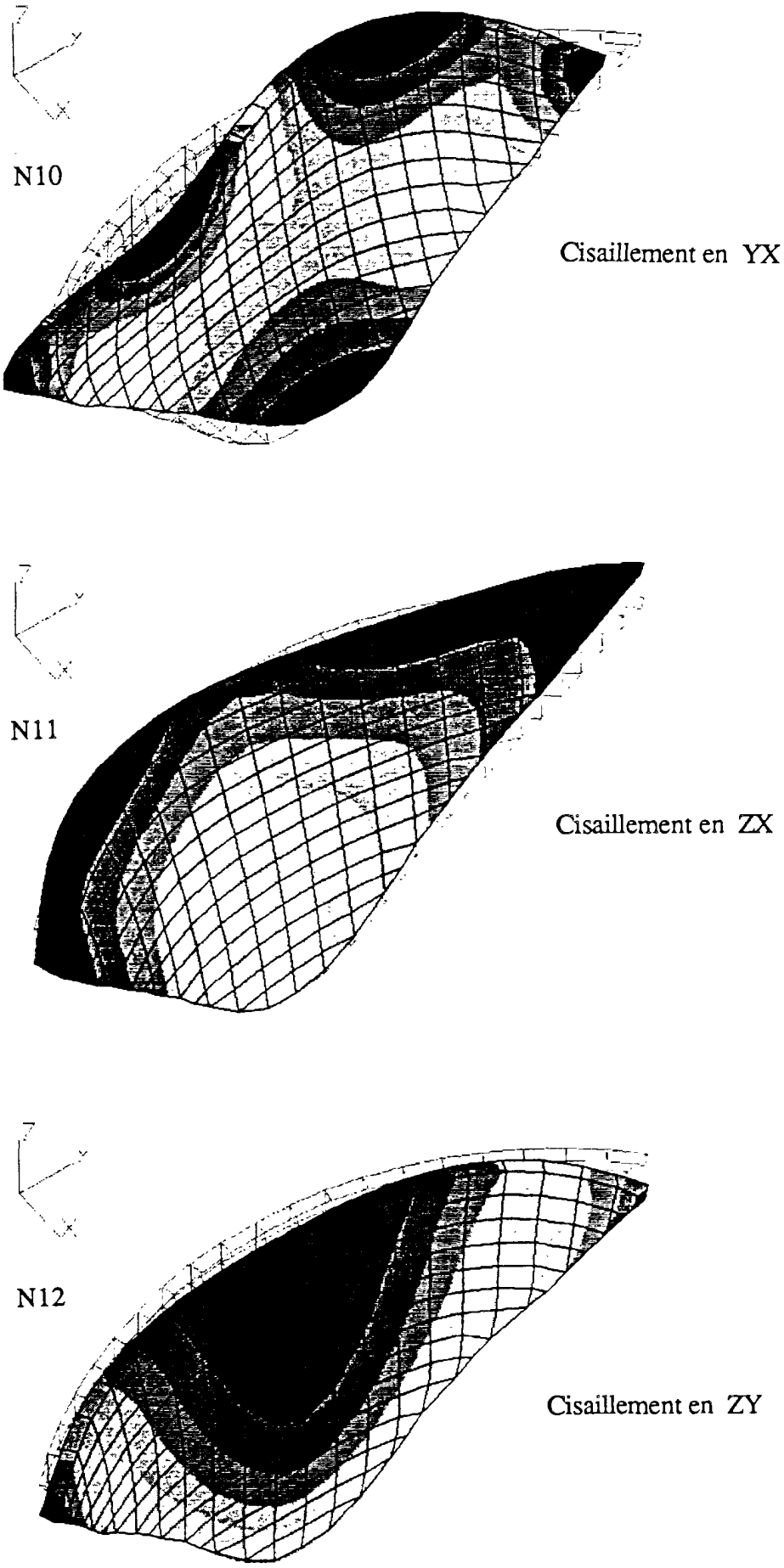


Figure 2.9 - Les fonctions de forme de 10 à 12 appliquées sur le modèle d'un barrage-voûte

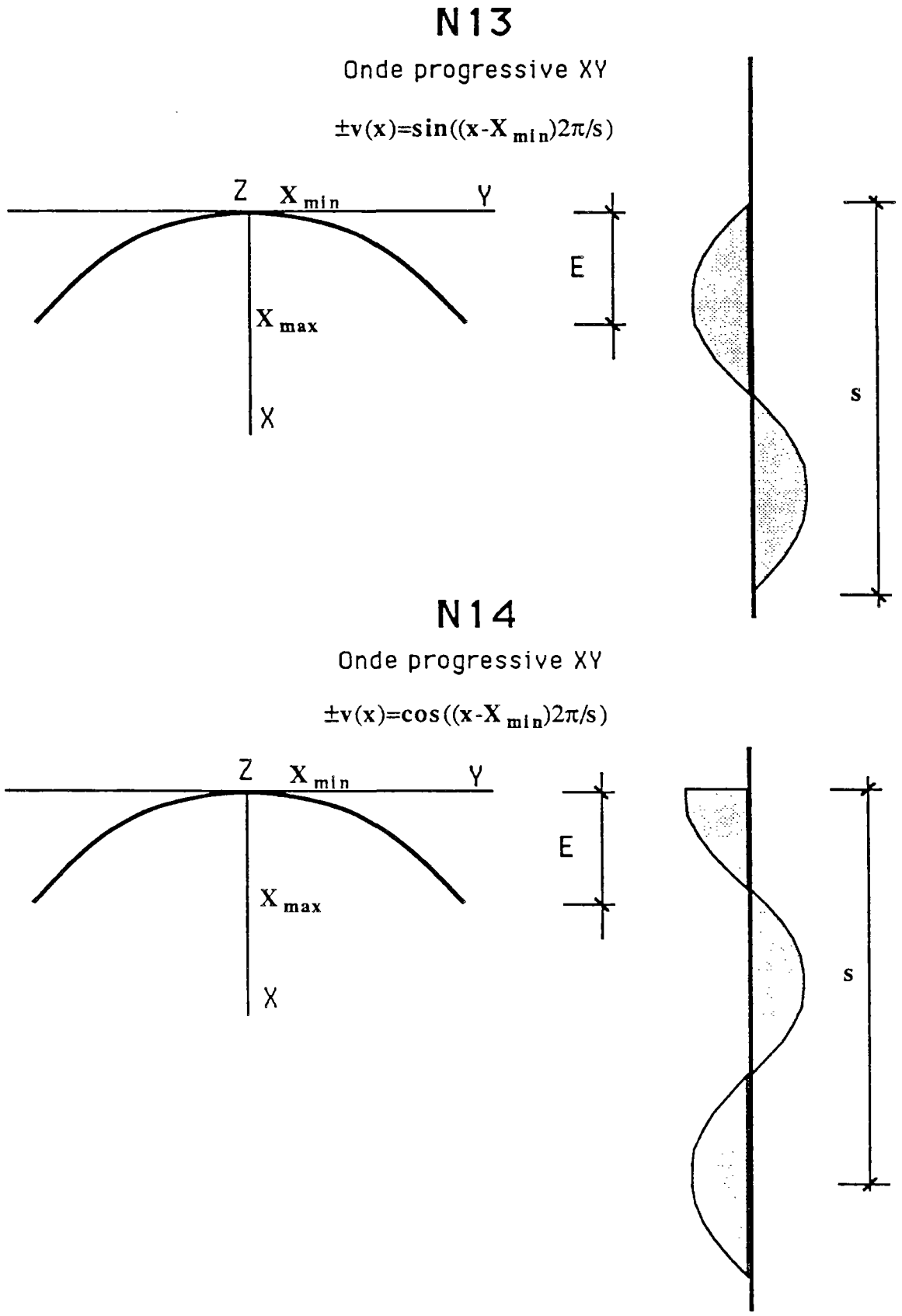
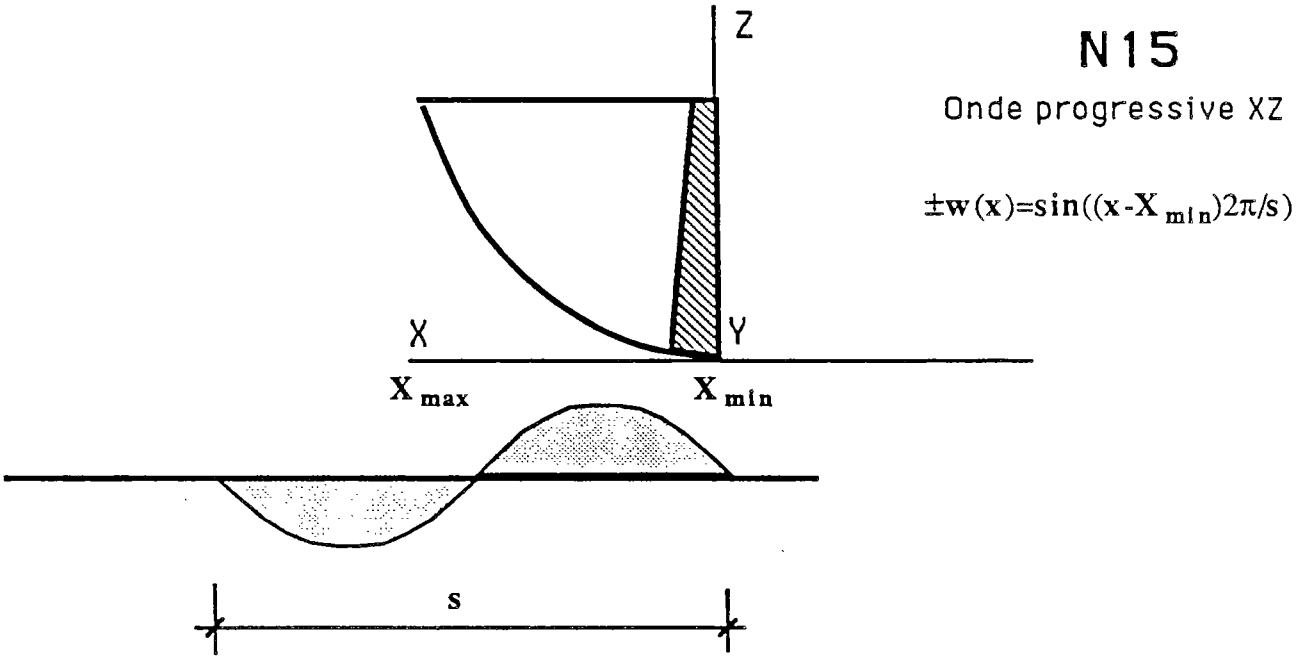


Figure 2.10 - Les fonctions de forme 13 et 14 pour représenter les ondes sismiques progressives



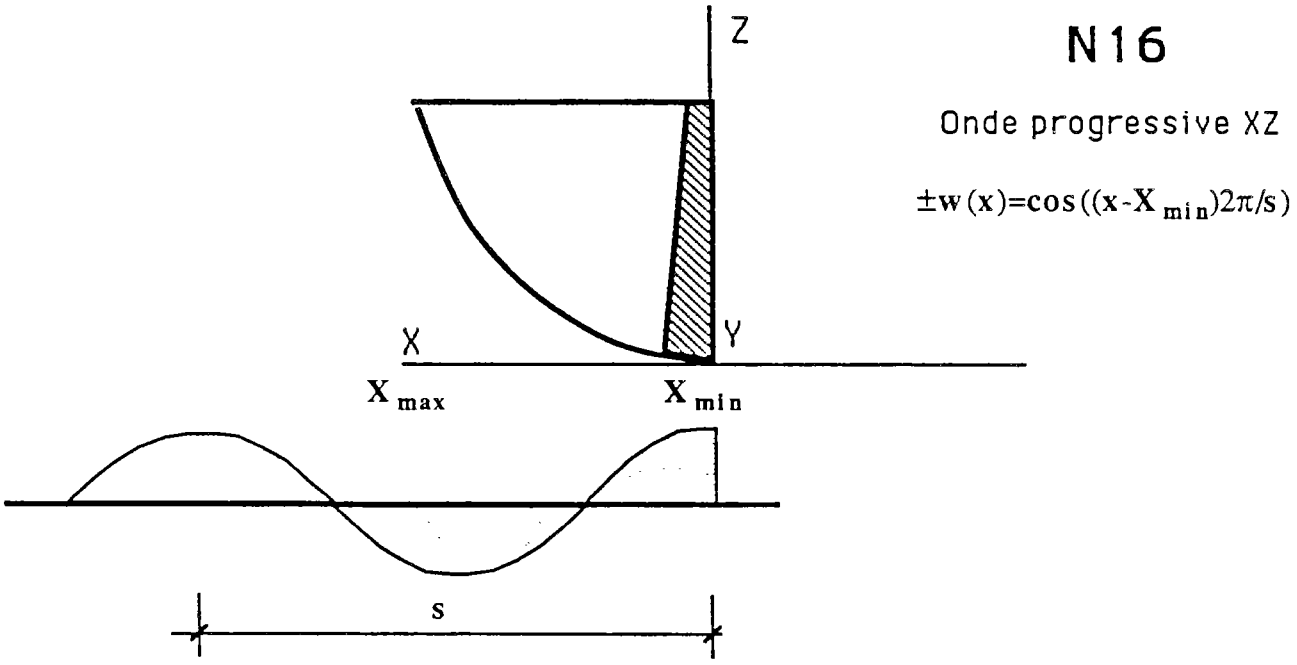
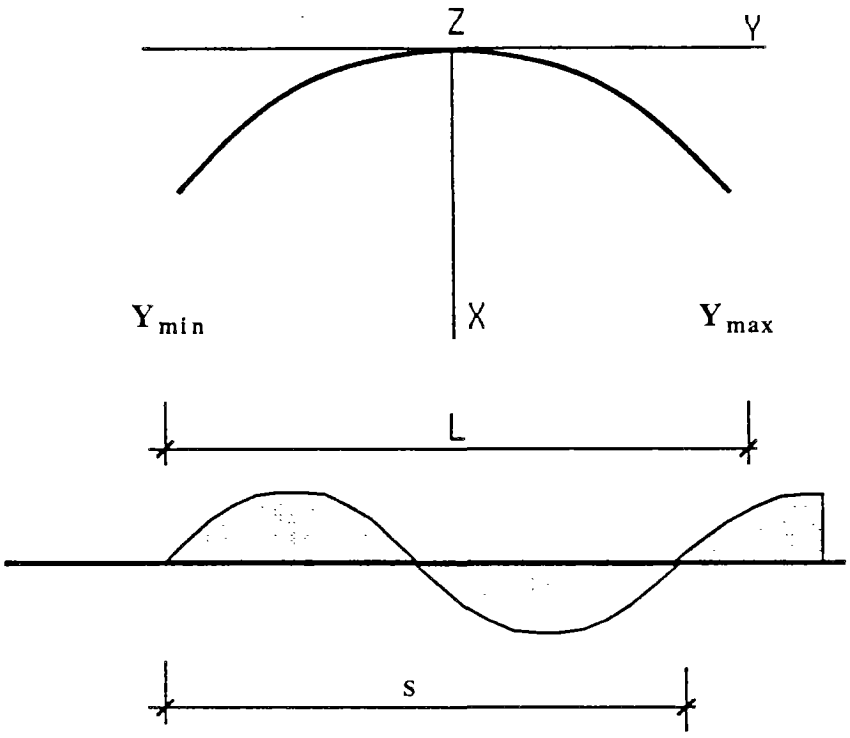


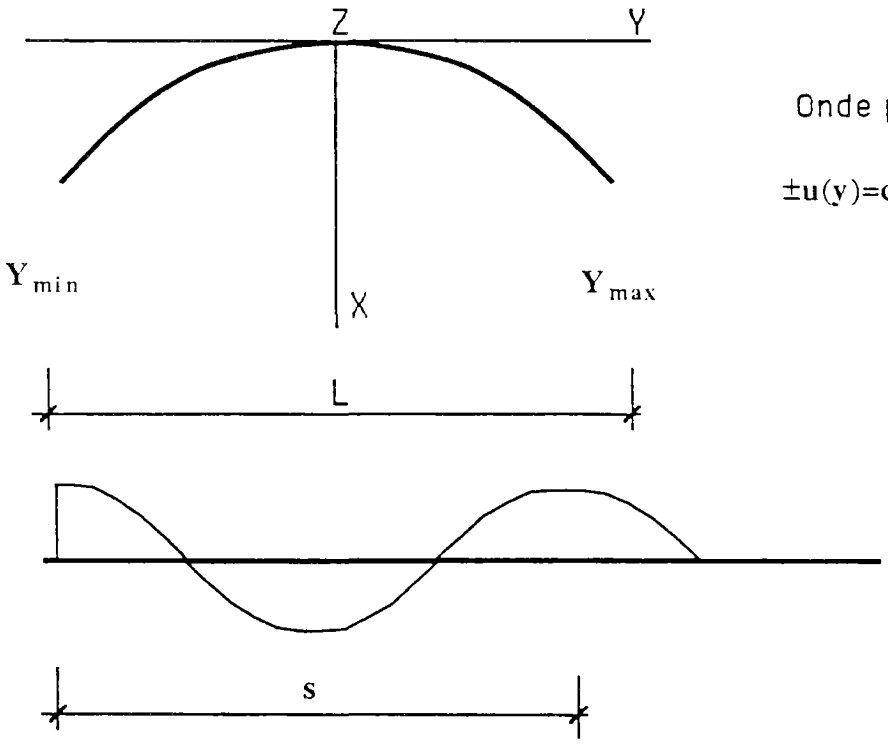
Figure 2.11 - Les fonctions de forme 15 et 16 pour représenter les ondes sismiques progressives



N17

Onde progressive YX

$\pm u(y)=\sin((y-Y_{min})2\pi/s)$

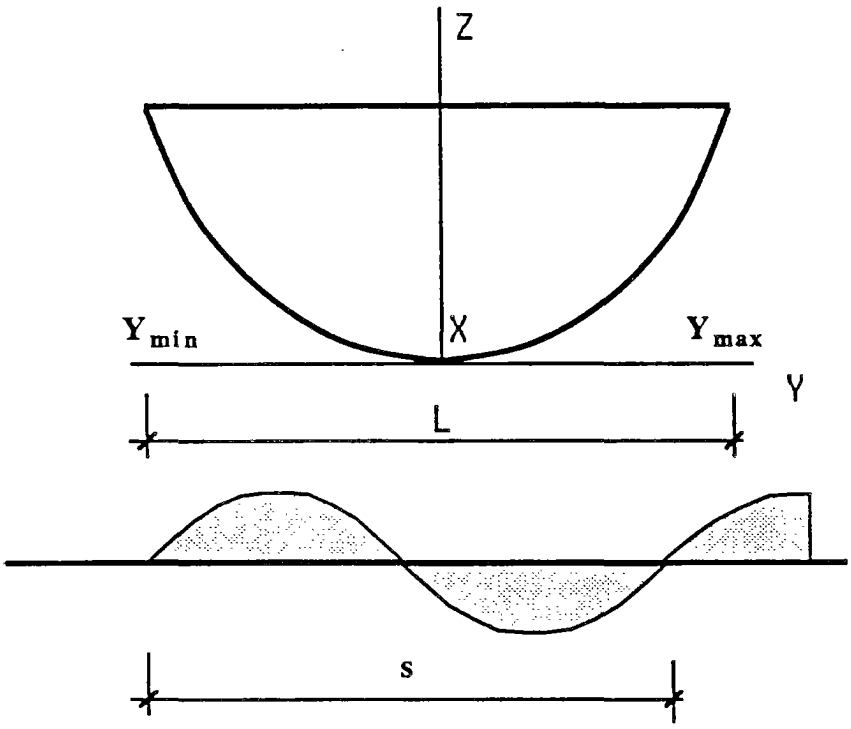


N18

Onde progressive YX

$\pm u(y)=\cos((y-Y_{min})2\pi/s)$

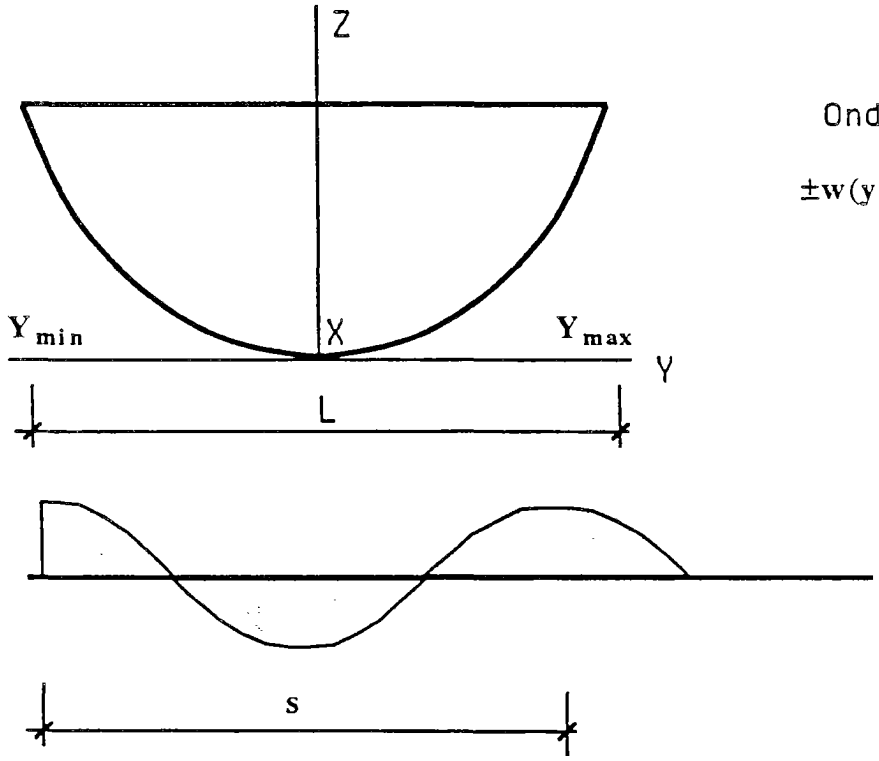
Figure 2.12 - Les fonctions de forme 17 et 18 pour représenter les ondes sismiques progressives



N19

Onde progressive YZ

$\pm w(y)=\sin((y-Y_{min})2\pi/s)$



N20

Onde progressive YZ

$\pm w(y)=\cos((y-Y_{min})2\pi/s)$

Figure 2.13 - Les fonctions de forme 19 et 20 pour représenter les ondes sismiques progressives

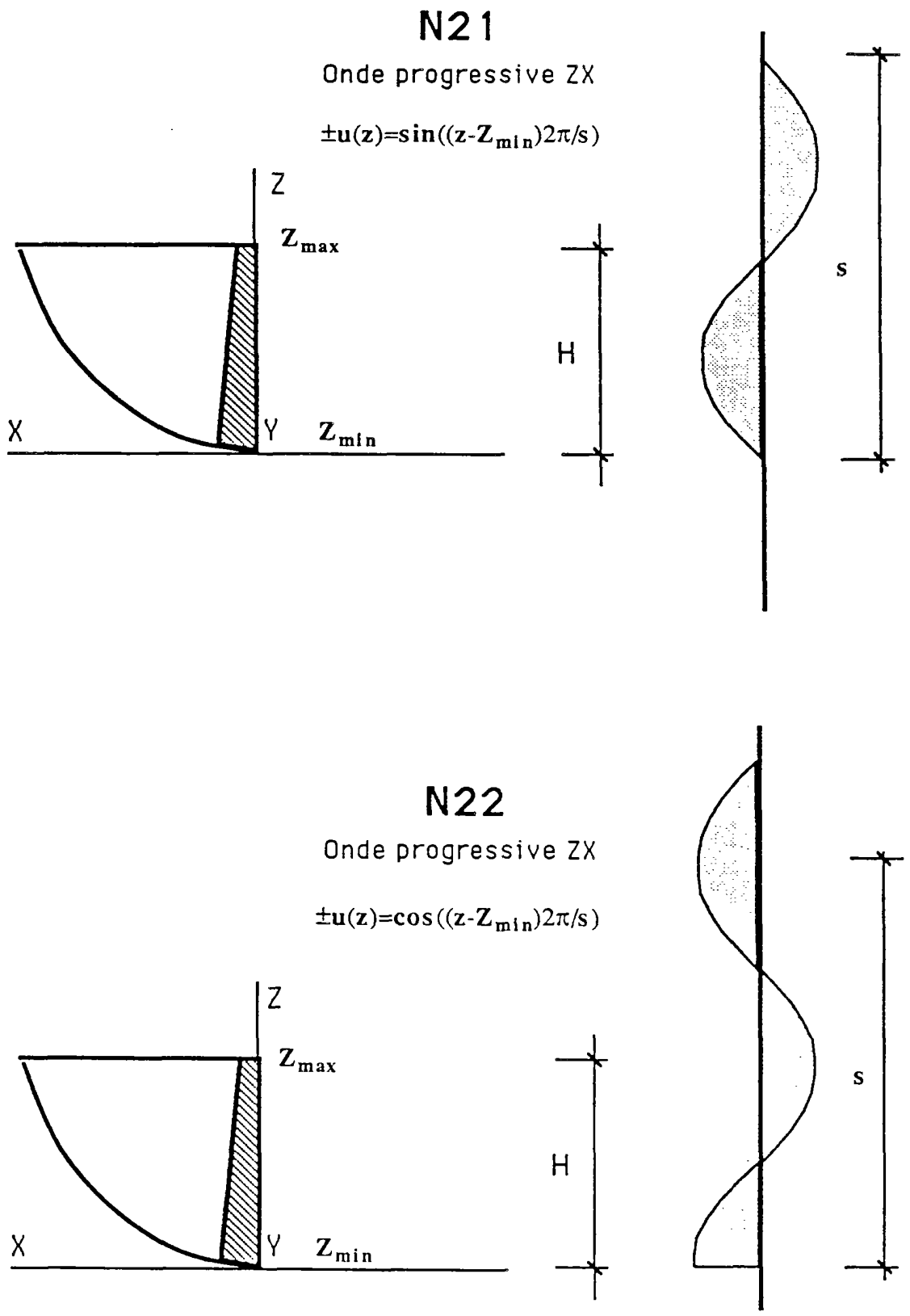


Figure 2.14 - Les fonctions de forme 21 et 22 pour représenter les ondes sismiques progressives

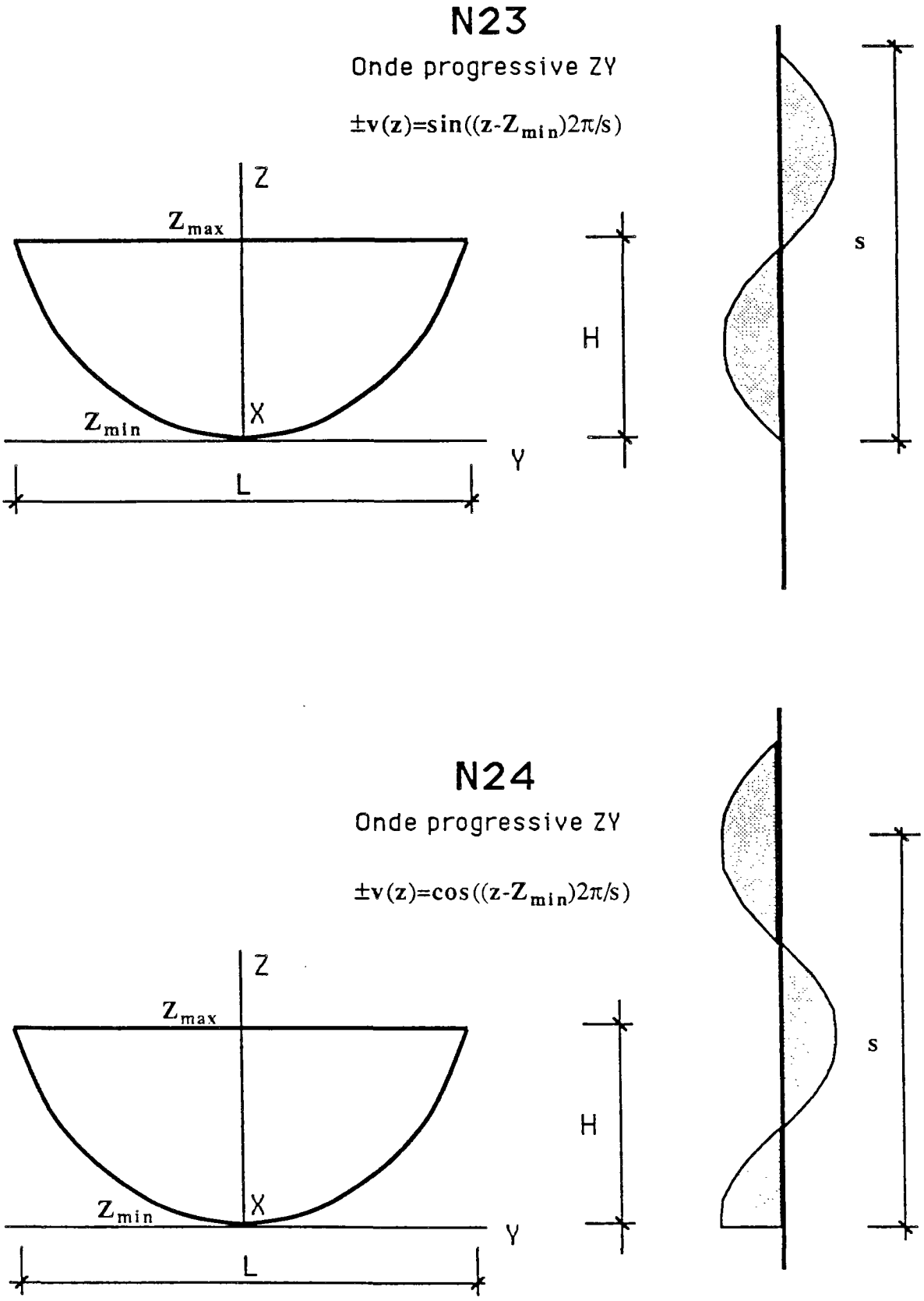


Figure 2.15 - Les fonctions de forme 23 et 24 pour représenter les ondes sismiques progressives

II.4. RESOLUTION DES EQUATIONS DYNAMIQUES

On va montrer la résolution des équations dynamiques du problème couplé (2.34) parce que l'équation (2.33) sans présence du fluide, peut être traitée comme un cas particulier de l'équation (2.34).

Pour résoudre l'équation dynamique (2.34) on a choisi la méthode de décomposition modale. L'avantage principal de cette méthode réside dans l'économie de la troncature de la base modale permise par le fait que le séisme contient presque toute l'énergie dans les basses fréquences et que la réponse est celle des premiers modes. Par rapport à l'intégration directe (une procédure standard pour les analyses non linéaires) où il faut résoudre **n** équations simultanées, ici on est amené à résoudre **p** équations où **p** est beaucoup plus petit que **n**.

La méthode de décomposition modale sera utilisée ici dans les deux domaines: temporel et fréquentiel.

II.4.1. AMORTISSEMENT

L'amortissement dans un milieu (structure, roche) représente la dissipation d'énergie dans ce milieu. La dissipation d'énergie est facilitée par deux mécanismes:

a) la propagation des ondes élastiques dans ce milieu (l'amortissement radiatif)

b) la perte hystérétique à cause de l'élasticité imparfaite de ce milieu (l'amortissement matériel).

L'amortissement que le système peut obtenir de ces deux mécanismes dépend du type de la structure, du type et de la raideur de la roche. L'amortissement obtenu de l'interaction roche-structure se situe entre un amortissement négligeable pour la structure élastique sur une fondation rigide et un amortissement très grand pour la structure rigide sur une fondation élastique.

Dans la plupart des analyses sismiques, c'est l'amortissement radiatif qui est plus important que l'amortissement matériel. Dans l'analyse appliquée ici, on va considérer que la structure quasi-élastique est appuyée sur la fondation quasi-élastique et que l'amortissement matériel est négligeable.

L'hypothèse que les modes de vibration ne sont pas amortis, donne les modes propres réels et les équations modales découplées. Dans ce cas, la réponse sismique est calculée pour chaque équation modale séparément. L'hypothèse principale de cette méthode, c'est que

l'amortissement ne fait pas le couplage significatif entre les équations modales. Dans ces conditions on n'est pas obligé de définir l'amortissement dans les coordonnées originales. Il est suffisant de le représenter comme un amortissement visqueux spécifié séparément pour chaque composante modale. Pour que ça soit valable il faut qu'il existe un degré d'homogénéité suffisant dans le mécanisme de dissipation d'énergie dans le système analysé. Une grande différence dans l'absorption d'énergie, entre les différentes parties du système analysé, provoque une distribution des forces d'amortissement tout à fait différente de celle des forces élastiques et inertielles. Ce type de mécanisme d'amortissement est appelé non proportionnel. Il apporte un couplage entre les équations modales et la méthode de superposition modale classique est modifiée [27],[77].

La supposition que les modes de vibration sont amortis, donne directement les équations modales découplées et les modes propres complexes. Le désavantage de cette méthode est expliqué plus loin dans ce texte.

Les mécanismes de dissipation d'énergie dans la réponse dynamique d'une structure ne sont pas bien définis et en général, c'est difficile de les évaluer précisément pour une structure donnée. D'un autre côté, il est évident que l'amortissement joue un rôle très important sur les amplitudes de la réponse sismique d'une structure.

Dans les analyses sismiques des barrages en béton, on est amené à prendre en compte la différence dans l'absorption d'énergie entre le barrage et ses fondations, ce qui veut dire à travailler avec un amortissement non proportionnel.

L'amortissement proportionnel est spécifié avec les amortissements modaux, mais l'amortissement non proportionnel exige la détermination de la matrice d'amortissement explicitement.

Ici on a choisi de définir la matrice d'amortissement **C** comme une combinaison linéaire des matrices de raideur et de masse mais au niveau d'élément fini [27]

$$\mathbf{C} = \sum_i (\alpha_i \mathbf{M}_i + \beta_i \mathbf{K}_i) \tag{2.35}$$

où **C** est la matrice d'amortissement du système, la somme Σ représente l'assemblage des éléments finis, $\mathbf{M_i}$ et $\mathbf{K_i}$ sont les matrices de raideur et de masse d'élément **i**, α_i et β_i sont des coefficients d'élément **i**, obtenus par les relations :

$$\xi_{ij} = \frac{\alpha_i}{2\omega_j} + \frac{\beta_i\,\omega_j}{2} \tag{2.36}$$

où ξ_{ij} est le coefficient d'amortissement du mode **j** qui correspond au type d'amortissement défini pour l'élément **i** et ω_j est la fréquence propre du mode **j** non amorti obtenue pour le système barrage-fluide-roche. Pour un élément **i** on choisit, en général, le premier et le dernier mode de la base modale pour résoudre les équations (2.36). Ce qui nous permet de définir l'amortissement élément par élément. Dans le cas spécial où α_i et β_i sont les constantes qui ne dépendent pas de **i**, on parle d'un amortissement proportionnel. Dans la pratique il n'y a que quelques zones d'amortissements différents, définies dans le modèle.

L'amortissement choisi de cette façon pourra servir aussi pour minimiser l'erreur associée aux dimensions finies du modèle. Les problèmes d'interaction barrage-roche traités ici, sont expliqués plus loin dans ce texte.

On rappelle ici que pour un système avec l'amortissement proportionnel on obtient les coefficients α et β en supposant [17],[18]

$$\begin{aligned}
&\phi_j^T\, C\, \phi_j = 2\omega_j\, \xi_j\, m_j \qquad \Rightarrow \qquad \xi_j = \frac{\alpha}{2\omega_j} + \frac{\beta\,\omega_j}{2} \\
&C = \alpha\, M + \beta\, K \\
&K\phi_j = M\phi_j\, \omega_j^2 \\
&m_j = \phi_j^T\, M\phi_j
\end{aligned} \tag{2.37}$$

II.4.2. RESOLUTION DES EQUATIONS DYNAMIQUES DANS LE DOMAINE TEMPOREL

II.4.2.1. DECOMPOSITION MODALE

Pour faire une décomposition modale dans le domaine temporel, on définit d'abord, les modes propres du système sans amortissement dont les **ddl$_e$** d'excitation sont encastrés. Ensuite, on introduit l'amortissement non proportionnel qui transforme les équations modales découplées dans un système d'équations couplées. Pour le résoudre on utilise les mêmes procédures numériques que pour l'intégration directe [18].

Dans l'analyse sismique par la méthode de superposition modale, c'est le calcul modal qui est largement plus cher que les résolutions du système d'équations modales et c'est lui, donc, qui définit le coût de calcul.

Puisque la méthode qui calcule les modes propres amortis (où les modes sont complexes et les équations modales découplées), est au moins deux fois plus chère que le calcul modal non amorti, on a donné l'avantage à ce dernier.

On cherche les **p** premiers modes propres (où **p** est beaucoup plus petit que **n** (**n** est le nombre de **ddl** du système). L'hypothèse principale qu'on fait ici, c'est que les **p** premiers modes (qui sont couplés entre eux) ne sont pas couplés avec les (**n-p**) modes qui sont supérieurs au mode **p**. Ce qui nous permet une troncature de la base modale sur laquelle on a basé l'efficacité de la méthode.

On suppose donc

$$\begin{bmatrix} D(t) \\ p(t) \\ \varphi(t) \\ z(t) \end{bmatrix} = \sum_j \left[\phi_j\right] x_j(t) = \Phi X(t) \qquad (j=1,\ldots,p) \tag{2.38}$$

où ϕ_j et le vecteur propre du mode **j** et x_j est la coordonnée modale du mode **j**. Après passage sur la base modale l'équation (2.34) devient

$$M\Phi\ddot{X} + C\Phi\dot{X} + K\Phi X = -\begin{bmatrix} M_S R_\delta \\ 0 \\ M_C R_\delta \\ 0 \end{bmatrix} \sum_j a_j(t) N_j - \begin{bmatrix} C_S R_\delta \\ 0 \\ C_C R_\delta \\ 0 \end{bmatrix} \sum_j v_j(t) N_j \tag{2.39}$$

Ensuite on fait une multiplication à gauche par Φ^T et en tenant compte que

$$\Phi^T = \left\{ \Phi_\delta^T \Phi_p^T \Phi_\varphi^T \Phi_z^T \right\}$$

on obtient **p** équations modales (**p** est le nombre de modes propres choisi) :

$$\boxed{\begin{aligned} &\Phi^T M\Phi\ddot{X} + \Phi^T C\Phi\dot{X} + \Phi^T K\Phi X = \\ &-(\Phi_\delta^T M_S + \Phi_\varphi^T M_C) \sum_j a_j(t) R_\delta N_j - (\Phi_\delta^T C_S + \Phi_\varphi^T C_C) \sum_j v_j(t) R_\delta N_j \end{aligned}} \tag{2.40}$$

Dans le cas général où le fluide n'est pas présent, les termes $\Phi_\varphi^T M_C$, $\Phi_\varphi^T C_C$ disparaissent et l'équation (2.40) devient

$$\Phi_\delta^T M_S \Phi_\delta \ddot{X}_\delta + \Phi_\delta^T C_S \Phi_\delta \dot{X}_\delta + \Phi_\delta^T K_S \Phi_\delta X_\delta = -\ \Phi_\delta^T M_S \sum_j a_j(t) R_\delta N_j - \Phi_\delta^T C_S \sum_j v_j(t) R_\delta N_j \tag{2.41}$$

La liaison entre les matrices **M** et **K** est donnée par l'équation dynamique pour une analyse modale non amortie

$$\left.\begin{aligned} M\ddot{X} + KX &= 0 \\ X &= \Phi \sin\Omega(t-t_0) \\ \ddot{X} &= -\Phi\Omega^2 \sin\Omega(t-t_0) \end{aligned}\right\} \quad \Rightarrow \quad K\Phi = M\Phi\Omega^2 \tag{2.42}$$

où Ω^2 est la matrice diagonale avec les termes ω_j^2 sur la diagonale. En tenant compte de l'orthogonalité des matrice **M** et **K** par rapport aux vecteurs propres

$$\phi_i^T M \phi_j = 0 \qquad (i \neq j)$$
$$\phi_i^T K \phi_j = 0 \qquad (i \neq j)$$

on obtient dans l'équation (2.40)

$$\Phi^T M \Phi = \mathbf{diag}\left[\phi_j^T M \phi_j\right]_p \qquad \text{la matrice de masses généralisées}$$
$$\Phi^T K \Phi = \mathbf{diag}\left[\phi_j^T M \phi_j \omega_j^2\right]_p \qquad \text{la matrice de raideurs généralisées}$$

où $\phi_j^T M \phi_j$ est la masse généralisée du mode **j**, la matrice $\Phi^T C \Phi$ est une matrice pleine d'ordre **p** (les **p** premiers modes sont couplés) et les termes qui se trouvent à droite d'équation (2.40) forment un vecteur d'ordre **p**.

Dans le cas général où l'amortissement est proportionnel, la matrice $\Phi^T C \Phi$ ($C=\alpha M+\beta K$) est aussi diagonale d'ordre **p**. En même temps, si on considère pour la partie droite que **C** est proportionnel à **K** (voir les équations 2.26 et 2.28), les termes à droite qui correspondent à l'amortissement **C** peuvent être négligés et l'équation (2.40) se simplifie

$$\ddot{X} + (\alpha + \beta\,\Omega^2)\,\dot{X} + \Omega^2 X = -\frac{1}{\Phi^T M \Phi}\,(\Phi_\delta^T M_S + \Phi_\varphi^T M_C) \sum_j a_j(t) R_\delta N_j \tag{2.43}$$

Ensuite, si on considère le modèle qui ne contient pas du fluide, l'équation (2.43) se simplifie encore

$$\ddot{X}_\delta + (\alpha + \beta\,\Omega^2)\,\dot{X}_\delta + \Omega^2 X_\delta = -\frac{1}{\Phi_\delta^T M_S \Phi_\delta}\,\Phi_\delta^T M_S \sum_j a_j(t) R_\delta N_j \tag{4.8}$$

II.4.2.2. DETERMINATION DE LA MATRICE DE DEPLACEMENT PSEUDOSTATIQUE R_δ

L'équation (2.26) qui définit la matrice R_δ n'est pas pratique à utiliser parce qu'on est obligé de faire l'inversion de la matrice de raideur du système chaque fois qu'on veut calculer R_δ (opération coûteuse). Dans ce chapitre on montre une autre façon de calculer cette matrice.

L'élément **r (i,k)** de la matrice R_δ $[n_s \times m]$ correspond au déplacement de **i**-ième **ddl** de réponse dû à un déplacement unitaire de **k**-ième **ddl** d'excitation ($i \leq n_s$, $k \leq m$). La colonne **k** de la même matrice correspond aux déplacements de la structure (les **ddl** de réponse) dus aux déplacements unitaires de **k**-ième **ddl** d'excitation. Ensuite, la ligne **i** correspond aux différents déplacements de **i**-ième **ddl** de réponse dus aux déplacements unitaires de tous les **ddl** d'excitation séparément.

La fonction N_j correspond à la fonction de forme **j** qui n'a pas un sens physique a priori. Ces valeurs sont toujours dans l'intervalle [-1,1]. Elle définit la distribution d'accélération (de vitesse ou de déplacement) sur la surface d'excitation (sur les ddl_e) si elle est multipliée par les amplitudes d'accélération (de vitesse ou de déplacement).

On ne calcule pas ici la matrice R_δ séparément, mais on cherche directement le produit $R_\delta N_j$ qui représente, donc, la réponse de la structure dûe à la fonction de forme N_j multipliée par l'amplitude unitaire de déplacement imposé. Pour trouver ce vecteur on est amené à résoudre le problème statique **KX=F** où **K** est la matrice de raideur de la partie solide du système (avec les **ddl** d'excitations). Autrement dit, l'ordre de système est n_s+m où n_s est le nombre de **ddl** de réponse (de la partie solide du modèle) et **m** est le nombre de **ddl** d'excitation. La structure n'est pas accrochée parce que tous les **ddl** d'excitation sont imposés. Les **ddl** de fluide sont exclus ici.

On partitionne le système en **ddl** de réponse (ddl_r) et **ddl** d'excitation (ddl_e) :

$$\begin{bmatrix} K_{rr} & K_{re} \\ K_{er} & K_{ee} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_r \\ X_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ F_{ue} \end{bmatrix} \tag{2.45}$$

dans lequel on a

$$\begin{aligned} X_r &= R_\delta N_j \\ X_e &= N_j \end{aligned} \tag{2.46}$$

Pour obtenir le vecteur $R_\delta N_j$ on utilise la partie qui correspond aux **ddl** de réponse. Cela donne l'expression suivante

$$[K_{rr}][X_r]+[K_{re}][X_e]=0 \tag{2.47}$$

Finalement, on résout le système suivant

$$[K_{rr}][X_r]=-[K_{re}][N_j]=-\sum_{i=n_s+1}^{n_s+m}(N_j)_i\left[(K_{re})_i\right] \tag{2.48}$$

On met les colonnes **i** ($n_s+1<i<n_s+m$), multipliées par les valeurs imposées u_e des lignes **i** du vecteur **U**, sur la partie droite d'équation avec le signe (-).

II.4.2.3. DETERMINATION DES INCONNUES DYNAMIQUES

L'équation (2.34) représente l'équation principale à résoudre du problème couplé. Après le passage sur la base modale par l'équation (2.38) on obtient l'équation (2.40) qui représente le système des équations modales couplées d'ordre **p** (le nombre de modes qu'on cherche). Pour résoudre les équations modales couplées dans le domaine temporel on utilise le schéma d'intégration de *Wilson* - Θ [18]. Après la détermination des coordonnées modales **X** on passe dans le système original (l'équation (2.38)) et on obtient les inconnues dynamiques (déplacements, pressions, potentiels et déplacements de la surface libre dynamiques).

Le nombre de modes **p** retenus après la troncature de la base modale et la correction de la base tronquée sont expliquées plus loin dans ce texte.

II.4.2.4. DETERMINATION DES DEPLACEMENTS TOTAUX

Comme dans l'équation (2.7) les déplacements pseudostatiques sont définis par l'expression $D_s = R_\delta D_e$ .En tenant compte de l'équation (2.32) on peut déterminer les déplacements pseudostatiques pour les ddl_r de réponse avec la relation suivante

$$\mathbf{D}_s = \sum_j \mathbf{d}_j(t)\mathbf{R}_\delta \mathbf{N}_j \tag{2.49}$$

où $\mathbf{d_j}$ est l'amplitude de déplacement obtenue par l'intégration d'amplitude d'accélération deux fois.

Pour les $\mathbf{ddl_e}$ d'excitation les déplacements dynamiques sont nuls, donc, les déplacements totaux sont égaux aux déplacements pseudostatiques. Les déplacements pseudostatiques des $\mathbf{ddl_e}$ d'excitation sont déterminés par la relation suivante

$$\mathbf{D}_{se} = \mathbf{D}_e = \sum_j \mathbf{d}_j(t)\mathbf{N}_j \tag{2.50}$$

Les déplacements totaux sont déterminés avec la somme des déplacements dynamiques et pseudostatiques.

II.4.2.5. INTEGRATION D'UN ACCELEROGRAMME

Dans les calculs standards qui représentent une excitation sismique avec des translations on n'utilise que des accélérations et on fait des calculs dans le repère relatif. Par contre, dans un calcul avec des excitations asynchrones ou *multi-appui* on doit utiliser les accélérations et les déplacements correspondants parce que le calcul doit être effectué dans le repère absolu.

Avant de faire un calcul sismique on est obligé d'intégrer un accélérogramme et de vérifier les vitesses et les déplacements résiduels (à la fin du séisme) [73]. Naturellement, les vitesses doivent être nulles à la fin du séisme et la structure doit rentrer dans l'état d'équilibre statique. Si ce n'est pas le cas, il faut faire une correction de cet accélérogramme. Quand on corrige les vitesses, les déplacements sont corrigés en même temps. Il n'est pas nécessaire que les déplacements résiduels soient nuls parce que physiquement une structure peut avoir des déplacements résiduels (dans les limites acceptables). Par contre, on doit vérifier que les contraintes dues aux déplacements résiduels restent acceptables, sinon l'ouvrage est cassé par les mouvements différentiels du site. Après cette correction un accélérogramme est utilisable pour un calcul sismique.

Les figures (2.16) et (2.17) montrent un accélérogramme qui été corrigé [73]. C'est évident que les vitesses et les déplacements non corrigés, à la fin du séisme ont des valeurs beaucoup plus grandes qu'en réalité.

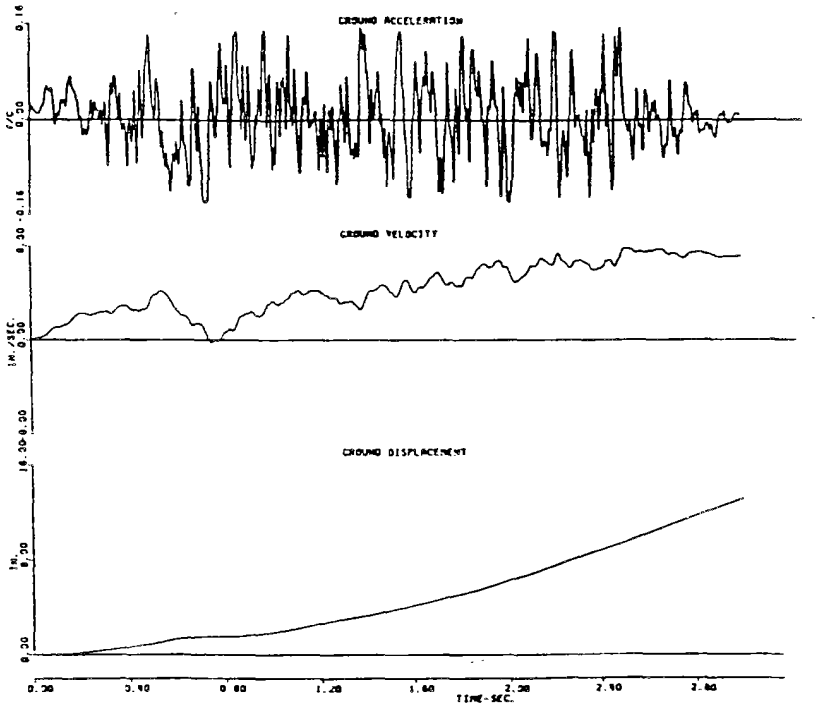


Figure 2.16 - Un accélérogramme non corrigé [73]

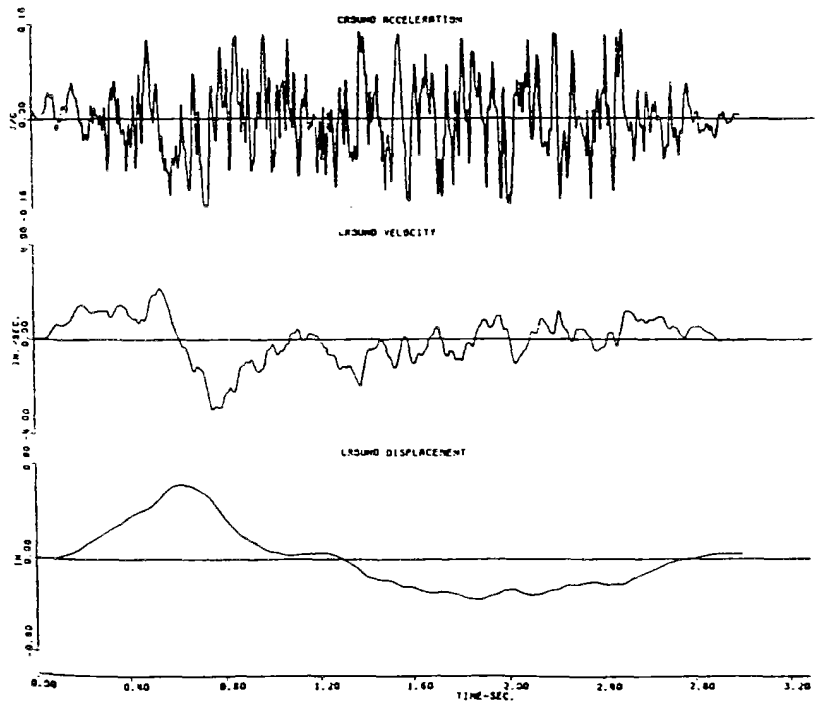


Figure 2.17 - Un accélérogramme corrigé [73]

II.4.3. RESOLUTION DES EQUATIONS DYNAMIQUES DANS LE DOMAINE FREQUENTIEL

II.4.3.1. DECOMPOSITION MODALE

Comme on l'a déjà vu dans les paragraphes précédents l'équation principale à résoudre (2.34) dans le domaine temporel est définie par

$$M\ddot{U} + C\dot{U} + KU = -\begin{bmatrix} M_S R_\delta \\ 0 \\ M_C R_\delta \\ 0 \end{bmatrix} \sum_j a_j(t) N_j - \begin{bmatrix} C_S R_\delta \\ 0 \\ C_C R_\delta \\ 0 \end{bmatrix} \sum_j v_j(t) N_j$$

avec

$$U = \begin{bmatrix} D \\ p \\ \varphi \\ z \end{bmatrix}$$

Pour éliminer la fonction de temps de cette expression on utilise la transformée de *Fourier* dans la forme complexe

$$U(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \overline{U}(\omega) \exp(i\omega t) d\omega \qquad d_e(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \overline{d}(\omega) \exp(i\omega t) d\omega$$

$$\dot{U}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} i\omega\, \overline{U}(\omega) \exp(i\omega t) d\omega \qquad v(t) = \int_{-\infty}^{\infty} i\omega\, \overline{d}(\omega) \exp(i\omega t) d\omega$$

$$\ddot{U}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} -\omega^2\, \overline{U}(\omega) \exp(i\omega t) d\omega \qquad a(t) = \int_{-\infty}^{\infty} -\omega^2\, \overline{d}(\omega) \exp(i\omega t) d\omega$$

ce qui donne l'équation principale dans le domaine fréquentiel

$$(-\omega^2 M + i\omega C + K)\, \overline{U}(\omega) = (\omega^2 \begin{bmatrix} M_S R_\delta \\ 0 \\ M_C R_\delta \\ 0 \end{bmatrix} - i\omega \begin{bmatrix} C_S R_\delta \\ 0 \\ C_C R_\delta \\ 0 \end{bmatrix}) \sum_j \overline{d}_j(\omega) N_j \qquad (2.51)$$

Pour effectuer le passage à la base modale on utilise la relation

$$\overline{U}(\omega) = \sum_i \left[\phi_i\right] y_i(\omega) = \Phi\, Y(\omega) \tag{2.52}$$

et après la multiplication à gauche par Φ^T l'équation (2.51) devient

$$\begin{gathered}(-\omega^2 \Phi^T M\Phi + i\omega\, \Phi^T C\Phi + \Phi^T K\Phi)\, Y(\omega) = \\ [\omega^2 (\Phi_\delta^T M_S + \Phi_\varphi^T M_C) - i\omega\, (\Phi_\delta^T C_S + \Phi_\varphi^T C_C)\,] \sum_j \overline{d}_j(\omega)\, R_\delta N_j\end{gathered} \tag{2.53}$$

Le terme $\overline{d}_j(\omega)$, représente la transformée de *Fourier* de déplacement imposé $d_{ej}(t)$ du séisme j. Dans la bande de fréquence $0 < \omega \leq \omega_0$ on fait une approximation de fonction $\overline{d}_j(\omega)$, montrée sur la figure 2.18 et on adopte la même approximation pour tous les séismes j. Donc, on a $\overline{d}_j(\omega) = \overline{d}(\omega)$.

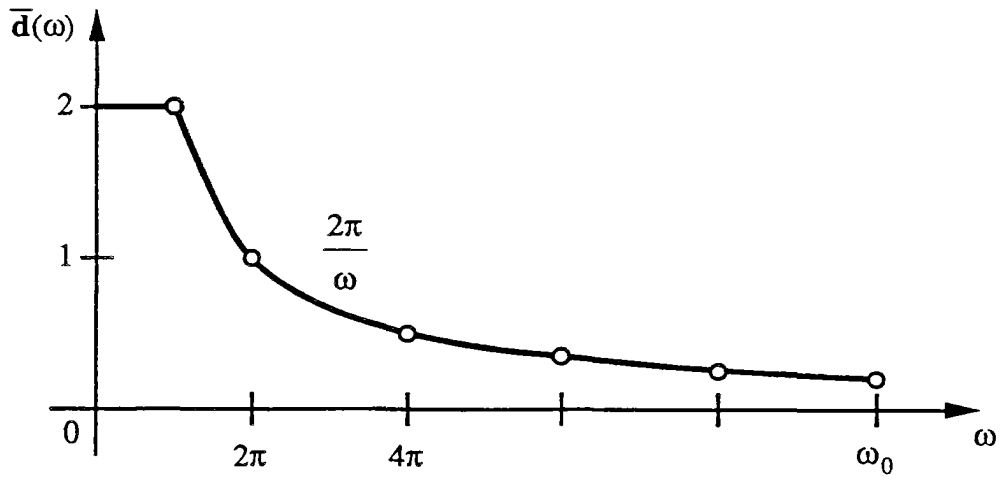


Figure 2.18 - Approximation de la transformé de *Fourier* du déplacement imposé adoptée pour tous les séismes

En utilisant les notations suivantes

$$\Phi^T K\Phi = \Omega^2 \Phi^T M\Phi$$
$$\Omega^2 = \mathrm{diag}\left[\omega_i^2\right]_p$$
$$\overline{\Omega}^2 = \mathrm{diag}\left[\overline{\omega}^2\right]_p$$

on obtient le système d'équations modales à résoudre

$$[(\Omega^2 - \bar{\Omega}^2)\,\Phi^T M \Phi + i\omega\,\Phi^T C \Phi\,]\,Y(\omega) =$$
$$[\omega^2 (\Phi_\delta^T M_S + \Phi_\varphi^T M_C) - i\omega\,(\Phi_\delta^T C_S + \Phi_\varphi^T C_C)\,]\,\bar{d}(\omega) \sum_j R_\delta N_j \qquad (2.54)$$

Dans le cas général où le fluide n'est pas présent, les termes $\Phi_\varphi^T M_C$ et $\Phi_\varphi^T C_C$ disparaissent et l'équation (2.54) devient

$$[(\Omega^2 - \bar{\Omega}^2)\,\Phi_\delta^T M_S \Phi_\delta + i\omega\,\Phi_\delta^T C_S \Phi_\delta]\,Y(\omega) = (\omega^2 \Phi_\delta^T M_S - i\omega\,\Phi_\delta^T C_S)\,\bar{d}(\omega) \sum_j R_\delta N_j \qquad (2.55)$$

Ensuite, si l'amortissement est proportionnel on obtient

$$[(\Omega^2 - \bar{\Omega}^2) + i\,\Omega\,(\alpha + \beta\,\Omega^2)]\,Y(\omega) = \frac{-1}{\Phi_\delta^T M_S \Phi_\delta}\,\omega^2 \Phi_\delta^T M_S\,\bar{d}(\omega) \sum_j R_\delta N_j \qquad (2.56)$$

II.4.3.2. DETERMINATION DES INCONNUES DYNAMIQUES

L'expression (2.54) représente le système d'équations modales d'ordre **p** dans le domaine fréquentiel. Le système est complexe aux équations couplées et il est du type **KX=F**. On cherche sa résolution (les inconnues dynamiques $\bar{U}(\omega)$) pour tous les ω dans la bande de fréquence $0 < \omega \leq \omega_0$ en choisissant un pas $\Delta\omega$ petit.

II.4.3.3. DETERMINATION DES DEPLACEMENTS TOTAUX

Pour les **ddl** de réponse, les déplacements pseudostatiques dans le domaine fréquentiel sont définis par l'expression

$$\overline{\mathbf{D}}_S(\omega) = \sum_j \overline{\mathbf{d}}_j(\omega)\mathbf{R}_\delta \mathbf{N}_j = \overline{\mathbf{d}}(\omega)\sum_j \mathbf{R}_\delta \mathbf{N}_j \tag{2.57}$$

et pour les **ddl** d'excitation ils le sont par

$$\overline{\mathbf{D}}_{S\,e}(\omega) = \overline{\mathbf{D}}_e(\omega) = \sum_j \overline{\mathbf{d}}_j(\omega)\mathbf{N}_j = \overline{\mathbf{d}}(\omega)\sum_j \mathbf{N}_j \tag{2.58}$$

Les déplacements totaux sont déterminés par la somme des déplacements dynamiques et des déplacements pseudostatiques

$$\overline{\mathbf{D}}_t(\omega) = \overline{\mathbf{D}}(\omega) + \overline{\mathbf{D}}_S$$

II.4.3.4 TRONCATURE DE LA BASE MODALE

La méthode de superposition modale n'est rigoureuse que si tous les modes propres du modèle ont été pris en considération. Pour une structure à **n** degrés de liberté, il faudrait déterminer tous les modes propres (il y en a **n**) ce qui est pratiquement impossible pour de gros systèmes. Puisqu'on sait que l'avantage principal de la méthode de superposition modale réside dans l'économie de troncature de la base modale et pour éviter de calculer un trop grand nombre de modes (**p<<n**), on peut envisager de remplacer les modes manquants (**n-p**), pour chaque direction du séisme, par un *pseudo-mode*. Cette troncature de la base modale est permise par le fait que le séisme contient presque toute l'énergie dans les basses fréquences et que la réponse est celle des premiers modes.

On écrit l'équation matricielle qui définit le problème dynamique à la fréquence ω et on la partitionne en **n ddl** de réponse et en **m ddl** d'excitation

$$\left(\begin{bmatrix} K_{rr} & K_{re} \\ K_{re}^T & K_{ee} \end{bmatrix} - \omega^2 \begin{bmatrix} M_{rr} & M_{re} \\ M_{re}^T & M_{ee} \end{bmatrix}\right) \begin{bmatrix} D_t \\ D_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ F_e \end{bmatrix} \tag{2.59}$$

où l'indice **r** correspond aux **ddl** de réponse et l'indice **e** aux **ddl** d'excitation. On définit le déplacement total pour le séisme **j** comme

$$\begin{aligned} D_t &= D_d + D_s = \Phi Y + R N_j \\ D_e &= 0 + N_j \end{aligned} \tag{2.60}$$

où on a $\Phi Y = \sum_1^n \phi_i y_i$. Il faut noter que le vecteur $R N_j$ d'ordre **n** est obtenu par la projection du vecteur $R_\delta N_j$ d'ordre n_S (paragraphe II.4.2.2) sur le système dynamique d'ordre **n** en ajoutant des zéros pour les **ddl** de pression, de potentielle et de surface libre ($n_S<n$).

Si l'on envisage la première équation matricielle qui correspond aux **ddl** de réponse, on peut écrire

$$K_{rr}\Phi Y + K_{rr} R N_j + K_{re} N_j - \omega^2 M_{rr}\Phi Y - \omega^2 M_{rr} R N_j - \omega^2 M_{re} N_j = 0 \tag{2.61}$$

En utilisant $K_{rr}RN_j = -K_{re}N_j$ ce qui est le problème pseudostatique et en multipliant à gauche par Φ^T, l'équation matricielle s'écrit

$$\Phi^T K_{rr}\Phi Y - \omega^2 \Phi^T M_{rr}\Phi Y - \omega^2 \Phi^T (M_{rr}RN_j + M_{re}N_j) = 0 \qquad (2.62)$$

La **i**-ième de **n** équations s'écrit

$$\mu_i \omega_i^2 y_i - \omega^2 \mu_i y_i - \omega^2 \phi_i^T (M_{rr}RN_j + M_{re}N_j) = 0 \quad , \quad i=1,n \qquad (2.63)$$

d'où on retire la coordonnée modale du mode **i**

$$y_i = \frac{\omega^2 \phi_i^T (M_{rr}RN_j + M_{re}N_j)}{\mu_i (\omega_i^2 - \omega^2)} \qquad (2.64)$$

où $\mu_i = \phi_i^T M_{rr}\phi_i$ est la masse généralisée du mode **i**. Le déplacement dynamique s'écrit maintenant

$$D_d = \omega^2 \sum_1^n \frac{p_{ij}}{\omega_i^2 - \omega^2}\phi_i \qquad (2.65)$$

Le facteur

$$p_{ij} = \frac{\phi_i^T (M_{rr}RN_j + M_{re}N_j)}{\mu_i} \qquad (2.66)$$

est la participation modale du mode **i** dans la direction du séisme définie par la fonction de forme N_j. Si on écrit le déplacement dynamique de façon suivante

$$D_d = \omega^2 \sum_1^n \frac{p_{ij}}{\omega_i^2 - \omega^2}\phi_i - \omega^2 \sum_1^p \frac{p_{ij}}{\omega_i^2 - \omega^2}\phi_i + \omega^2 \sum_1^p \frac{p_{ij}}{\omega_i^2 - \omega^2}\phi_i \qquad (p<<n) \qquad (2.67)$$

on voit que la somme des deux premiers termes donne la participation des (**n-p**) modes inconnus, dans le déplacement dynamique calculé à la fréquence ω tandis que le troisième terme

donne la participation des **p** premiers modes ce qui est le déplacements dynamique obtenu avec une base modale tronquée.

Donc, l'analyse à la fréquence ω nous donne directement le déplacement total $\mathbf{D_t}$ et la relation (2.60), en tenant compte de (2.67), peut s'écrire comme

$$\frac{1}{\omega^2}\left(\mathbf{D}_t - \mathbf{D}_S - \omega^2 \sum_1^p \frac{\mathbf{p}_{ij}}{\omega_i^2 - \omega^2}\phi_i\right) = \sum_1^n \frac{\mathbf{p}_{ij}}{\omega_i^2 - \omega^2}\phi_i - \sum_1^p \frac{\mathbf{p}_{ij}}{\omega_i^2 - \omega^2}\phi_i \tag{2.68}$$

On peut choisir maintenant une basse fréquence ω, à la quelle on effectue le calcul, telle que $\omega = \frac{1}{10}\omega_1$. Ca nous permet de négliger le terme ω^2 devant ω_i^2 sans dépasser l'erreur de 1%.

Cela donne

$$\boxed{\frac{1}{\omega^2}\left(\mathbf{D}_t - \mathbf{D}_S\right) - \sum_1^p \frac{\mathbf{p}_{ij}}{\omega_i^2}\phi_i = \sum_1^n \frac{\mathbf{p}_{ij}}{\omega_i^2}\phi_i - \sum_1^p \frac{\mathbf{p}_{ij}}{\omega_i^2}\phi_i \qquad (2.69)}$$

La partie droite de l'équation précédente représente le *pseudo-mode* qui peut être utilisé pour remplacer les modes qui manquent après la troncature de la base modale. La partie gauche de la même équation définit la façon de procéder pour obtenir ce pseudo-mode, en utilisant une analyse à basse fréquence.

L'analyse s'effectue dans la bande de fréquence $]0, \omega_0]$. Dans le cas d'un problème couplé, où les modes propres ne sont pas bien séparés, la fréquence de coupure ω_{cp} doit être positionnée nettement plus loin par rapport à la fréquence ω_0 ($\omega_{cp} > \omega_0$). Ceci nous permet de supposer que la correction à la basse fréquence est valable partout dans la bande $]0, \omega_0]$. Si la séparation des modes propres devient prononcée, la différence $\omega_{cp} - \omega_0$ peut devenir petite.

Sur la figure 2.19 on montre le schéma des courbes d'amplitude de déplacement des oscillateurs simples, représentant les différents modes d'un problème couplé. On suppose que les modes propres supérieurs à la fréquence de coupure ω_{cp} ne participent à la réponse, dans la bande de

fréquence $]0, \omega_0]$, que par leur effort à la basse fréquence ω_b (qui est égale à leur effort statique). Donc, le pseudo-mode que l'on calcule à la basse fréquence ω_b correspond à cette participation de **(n-p)** modes inconnus.

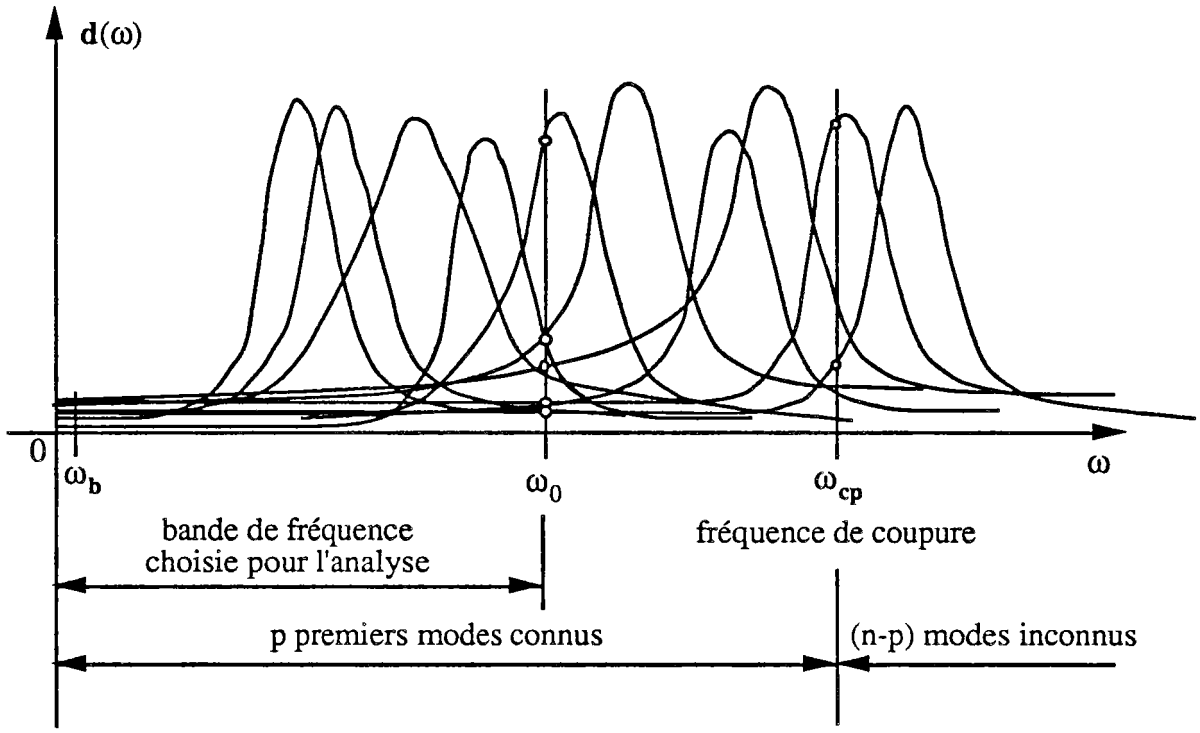


Figure 2.19 - Schéma des courbes d'amplitude de déplacement des oscillateurs simples représentant les différents modes d'un problème couplé

Pour déterminer le déplacement total $\mathbf{D_t}$ on utilise la partie qui correspond aux **ddl** de réponse de l'équation (2.59). On a

$$(\mathbf{K_{rr}} - \omega^2 \mathbf{M_{rr}})\,\mathbf{D_t} = -(\mathbf{K_{re}} - \omega^2 \mathbf{M_{re}})\,\mathbf{D_e} \tag{2.70}$$

soit

$$\overline{\mathbf{K}}_{rr}\mathbf{D_t} = -\overline{\mathbf{K}}_{re}\,\mathbf{N_j} = -\sum_{l=n+1}^{n+m} (\mathbf{N_j})_l \left[(\overline{\mathbf{K}}_{re})_l\right] \tag{2.71}$$

où les matrices $\overline{\mathbf{K}}_{rr}$ et $\overline{\mathbf{K}}_{re}$ sont *shiftées* à $\omega = \frac{1}{10}\omega_1$.

La détermination du déplacement pseudostatique $\mathbf{D_S}$ est montrée dans le paragraphe II.4.2.2.

II.5. ANALYSES PARAMETRIQUES TRIDIMENSIONELLES

Dans les analyses sismiques classiques on se limite à appliquer les ondes sismiques qui ont les célérités infinies (les longueurs d'ondes infinies) et on se contante, en principe, de traiter deux ou trois cas d'angle d'incidence dont deux en plan horizontal. L'un dans le sens de la vallée, l'autre en sens perpendiculaire et le troisième en direction verticale. Tout récemment, par contre, une thèse aux E.U. [50],[51] traite du problème d'influence des angles d'incidences sur la réponse d'un barrage voûte, mais en variant 4 angles d'incidence avec 30° de différence, tous restant dans un seul plan vertical. L'une des principales caractéristiques d'un séisme est la variation spatiale de chargement sismique que l'on néglige complètement dans ces analyses classiques. Jusqu'à présent, on ne dispose pas d'enregistrement de séisme en profondeur de la roche ainsi que d'enregistrements simultanés dans les différents points sur les deux rives permettant de caractériser l'excitation sismique de façon aussi complexe que par la modélisation au moyen des fonctions de forme. Par conséquent, on peut mettre en œuvre deux démarches permettant d'évaluer l'effet de site sur un ouvrage donné (figure 2.20).

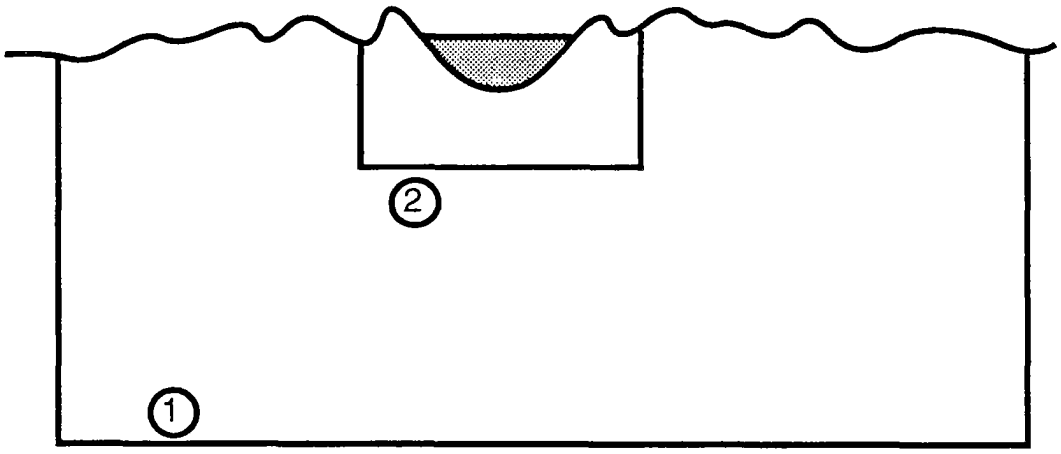


Figure 2.20 - Schéma de deux démarches possibles: 1) l'excitation sismique est représentée par les ondes ***P***, ***SV***, ***SH*** et ***R*** ; 2) l'excitation sismique est représentée par un signal plus complexe.

Dans le premier cas, on considère que la topographie du site est telle qu'on puisse supposer que le déplacement de la roche à la frontière du site soit celui d'un milieu semi-infini la topographie étant assimilée au plan de surface de l'espace semi-infini. Une onde sismique qui se propage dans la roche entre la source et le site peut être décomposée en ondes planes harmoniques: onde ***P*** (onde de compression), onde ***SV*** (onde de cisaillement en plan vertical), onde ***SH*** (onde de cisaillement en plan perpendiculaire au plan vertical) et onde ***R*** (onde de surface de *Rayleigh*). Pour chaque type d'onde l'angle d'incidence est défini tandis que les ondes réfléchies sont

définies par leur angles de réflection. On détermine les mouvements de tous les points à la surface qui correspond à la frontière du modèle en superposant les mouvement dus à une onde incidente et aux ondes réfléchies. Ces mouvements sont obtenus en supposant que le milieu de propagation est semi-infini sans présence de la vallée et de la structure (figure 2.21). Donc, on admet que l'énergie sismique traverse le modèle et l'on suppose que les ondes dûes au rayonnement de vibration de la structure et à la présence de la vallée sont suffisamment amorties, n'étant pas du même ordre de grandeur, avant d'arriver à la frontière du modèle, qui est suffisamment loin à partir de la surface de contact barrage-roche (voir le chapitre V). De même, on suppose que la présence de la vallée n'a qu'une influence locale et qu'elle ne peut pas perturber les mouvements des points à la surface qui correspond à la frontière du modèle.

Pour effectuer l'analyse paramétrique on se sert du développement en série limitée des expressions d'ondes P, SV, SH et R (voir annexe A) qui les transforme en combinaisons de fonctions de forme. Les coefficients des fonctions de forme sont complexes.

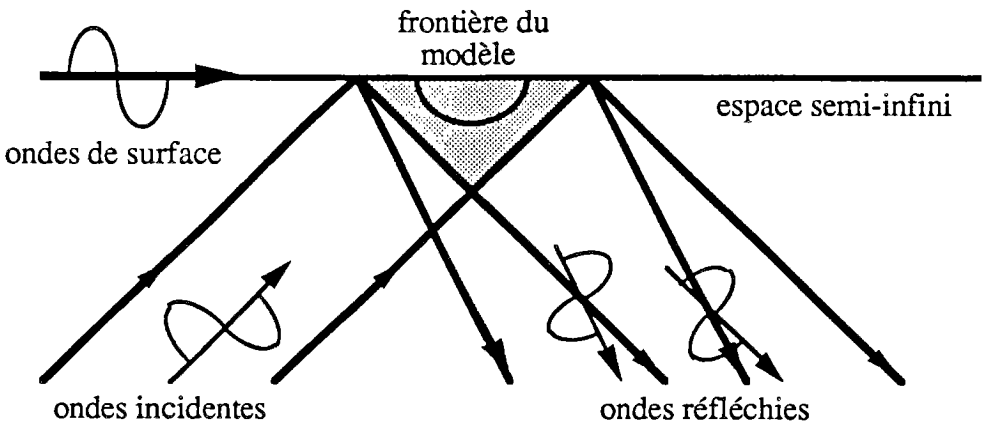


Figure 2.21 - Schéma de position de la frontière du modèle par rapport aux ondes incidentes et réfléchies; mouvement du milieu semi-infini sans présence de la vallée et de la structure; milieu quasi-élastique, quasi-homogène et quasi-isotrope

Dans le second cas la topographie est prononcée, on considère qu'elle joue un rôle important et on ne peut pas faire une approximation par le plan de surface de l'espace semi-infini de sorte que la réponse du site au séisme est plus complexe. Les termes de direction de propagation et de longueur d'onde ne sont plus applicables et on ne peut pas représenter à priori le déplacement à la frontière du site. Par contre, on peut déterminer des conditions extrêmes vis à vis de l'intensité de la réponse de l'ouvrage. Pour cela, on peut adopter au point de vue de l'intensité de la réponse un critère énergétique (voir le paragraphe II.5.1.3) et traiter d'un problème de maximisation sur l'espace des fonctions de forme. Donc, on suppose que l'énergie est accumulée dans le modèle qui résonne. Les coefficients des fonctions de forme sont réels.

II.5.1. ANALYSE PARAMETRIQUE DANS LE DOMAINE FREQUENTIEL

II.5.1.1. PREMIERE APPROCHE

Pour effectuer l'étude paramétrique tridimensionnelle en utilisant la première approche on se sert du développement en série limitée d'expressions qui définissent la propagation d'ondes planes harmoniques ***P***,***SV***,***SH*** et ***R*** dans un milieu élastique, semi-infini, homogène et isotrope. Ces développements sont montrés dans l'annexe A. de ce chapitre et ils nous permettent des analyses paramétriques, économiques et efficaces, sur les angles d'incidence et les angles de direction des séismes.

Dans le domaine fréquentiel, en utilisant les notations complexes des ondes planes harmoniques et après le développement en série limitée, on obtient les composantes de déplacement des ondes ***P***, ***SV*** et ***SH*** qui ont la forme des sommes de différentes fonctions complexes du type

$$\mathbf{u}_{x,y,z} = \mathbf{A}\exp(i\omega\, t) \sum_j \mathbf{C}_j\, \mathbf{f}_j(\theta,\varphi)\, \mathbf{f}_j(x,y,z)\, \mathbf{f}_j(\nu)\, \mathbf{f}_j(\Lambda) \tag{2.72}$$

La fonction $\mathbf{f_j(x,y,z)}$ est la fonction de forme, $\mathbf{f_j}(\theta,\varphi)$ est la fonction de l'angle d'incidence et de la direction, $\mathbf{f_j}(\nu)$ est la fonction du coefficient de Poisson dans le milieu de propagation (constante pour un calcul), **A** est l'amplitude de déplacement (constante pour une fréquence donnée), $\mathbf{f_j}(\Lambda)$ est la fonction de la longueur.d'onde (la longueur d'onde dépend de la fréquence pour les célérités données) et $\mathbf{C_j}$ est la constante complexe. Les angles d'incidence et de direction sont les angles par lesquels la direction de propagation d'une onde sismique incidente est définie dans l'espace.

Le développement en série limitée a comme but de séparer les fonctions géométriques liées au modèle, des fonctions liées aux angles d'incidence et de direction. Les fonctions géométriques représentent dans le domaine fréquentiel des fonctions de forme. La linéarité du problème nous permet de dire que la réponse d'une structure (les déplacements, les déformations et les contraintes) soumise à une excitation d'une onde plane harmonique, peut être obtenue par la superposition des réponses élémentaires dues à chaque fonction de forme en utilisant comme coefficients les fonctions liées aux angles d'incidence et de direction. L'effet économique réside, donc, dans le fait que le nombre de calculs sur le même modèle n'est égal qu'au nombre de fonctions de forme ce qui est très important dans les cas de gros modèles.

Le développement en série limitée donne des fonctions qui représentent des ondes du type ***P***, ***SV***, ***SH*** et ***R***. Elles donnent une approximation des expressions exactes d'ondes ***P***, ***SV***, ***SH*** et ***R***. Leur divergence dépend, en premier lieu, du nombre de termes adoptés dans le

développement en série limitée. Pour un nombre fixé de termes, cette divergence dépend du rapport **f(x,y,z)/Λ** , où **f(x,y,z)** est la coordonnée du point d'excitation et Λ la longueur d'onde sismique. La divergence varie en espace et elle dépend aussi des angles θ et φ.

En général, pour effectuer un balayage tridimensionnel en angles d'incidence et en angles de direction, en utilisant un pas de *5°*, on est obligé d'exécuter le calcul *19*73=1387* fois ce qui est pratiquement impossible. Les expressions que l'on obtient après le développement en série limitée nous permettent de faire ce balayage en n'exécutant le calcul que *30* fois si on fait le développement du deuxième ordre (*30* fonctions de forme). Donc, on obtient *30* réponses élémentaires de notre modèle. Ensuite, on fait le balayage en changeant les valeurs de θ et de φ et en faisant les combinaisons de réponses élémentaires ne touchant plus au modèle.

Les *30* fonctions de forme obtenues en faisant le développement du deuxième ordre sont : $1, x, y, z, x^2, y^2, z^2, xz, yz, xy$ chacune appliquée suivant la direction des trois axes dans l'espace.

Ce type d'étude paramétrique nous permet d'englober pratiquement tous les angles d'incidence et de direction et ensuite de:

1) faire voir que des angles de direction et d'incidence divers pour un même séisme, sur un modèle défini, provoquaient des conséquences différentes en ce qui concerne l'énergie introduite dans le barrage et par conséquent diverses intensités potentielles de la réponse;
2) montrer les angles d'incidence et de direction qui sont les plus dangereux et qui donnent aux points choisis d'un barrage le maximum d'énergie de déformation.

On choisit la bande de fréquence $]0, \omega_0]$ dans laquelle on effectue l'étude paramétrique ainsi que le pas de fréquence $\Delta\omega$. Pour chaque fréquence on détermine l'énergie de déformation dans un point de la structure. Ensuite, on calcule l'intégrale d'énergie sur toute la bande de fréquence. Ce qui donne une valeur d'énergie qui correspond à un angle d'incidence et un angle de direction. On répète la même procédure pour tout autre angle. Dans la bande de fréquence choisie, on fixe la célérité (pour un type d'onde donné) et en changeant la fréquence on change la longueur d'onde.

Ces études paramétriques s'appliquent aux énergies dynamique, pseudostatique et totale ce qui nous permet de comparer leurs influences dans une analyse sismique. Les différents types d'ondes sismiques ont des célérités différentes ce qui nous permet de les analyser séparément. On étudie aussi le paramètre de célérité d'une onde sismique. Les variations en célérité entre

l'infini (cas classique-excitations par translations) et les valeurs finies (excitations *multi-appui*) nous permettent d'exprimer l'influence et l'importance des effets de site.

La méthode présentée ici nous donne le possibilité de trouver les angles d'incidence et de directions pour lesquels l'énergie devient maximale aux différents points de la structure.

Cette méthode nous donne des résultats globaux sur la réponse de la structure en ce qui concerne le problème des ondes incidentes et des effets de site. On peut comparer aussi les influences dynamiques pseudostatiques et totales de différents type d'ondes sur la réponse sismique d'une structure.

Tout ce que l'on a dit de l'analyse paramétrique sur les ondes ***P***,***SV*** et ***SH*** est aussi valable pour les ondes de surface de *Rayleigh*. Pour ce type d'onde, les composantes de déplacement ont la forme des sommes de différentes fonctions complexes du type

$$\mathbf{u}_{x,y,z} = \mathbf{A}\exp(i\omega\, t) \sum_{j} \mathbf{C}_j \; \mathbf{f}_j(\varphi)\, \mathbf{f}_j(x,y,z)\, \mathbf{f}_j(c,c_s,c_p)\, \mathbf{f}_j(\Lambda) \tag{2.73}$$

La fonction $\mathbf{f_j(x,y,z)}$ est la fonction de forme, $\mathbf{f_j}(\varphi)$ la fonction d'angle de direction, $\mathbf{f_j(c,c_S,c_P)}$ la fonction de célérités , **A** l'amplitude de déplacement (constante pour une fréquence donnée), $\mathbf{f_j}(\Lambda)$ la fonction de la longueur.d'onde (la longueur d'onde dépend de la fréquence pour des célérités données) et $\mathbf{C_j}$ étant la constante complexe.

Pour tous les types d'ondes, les composantes de vitesses et d'accélérations ont, en plus, des multiplicateurs $\mathbf{f_j}(i\omega)$ comme on l'a indiqué dans l'annexe A.

II.5.1.2. DEUXIEME APPROCHE

Pour effectuer l'étude paramétrique en utilisant la deuxième approche on se sert du principe de minimum de *Rayleigh* [17],[18]. Si l'on considère le problème de valeurs propres posé par $\mathbf{A}\,\phi = \lambda \mathbf{B}\phi$, où l'on suppose que les matrices **A** et **B** sont définies positives, les valeurs propres sont toutes positives et le principe de minimum de *Rayleigh* se pose, en fait, comme

$$\lambda_1 = \min \rho(\phi) \tag{2.74}$$

où le minimum est pris parmi tous les vecteurs possibles ϕ, $\rho(\phi)$ étant le quotient de *Rayleigh* défini par :

$$\rho(\phi) = \frac{\phi^T \mathbf{A} \phi}{\phi^T \mathbf{B} \phi} \tag{2.75}$$

Donc, les valeurs du quotient de *Rayleigh* sont limitées par

$$0 < \lambda_1 \leq \rho(\phi) \leq \lambda_n < \infty \tag{2.76}$$

En gardant les mêmes fonctions de forme que dans le paragraphe précédent on cherche ici ceux de leur coefficients qui donnent l'intensité maximale de la réponse, dans un point de la structure, normé par rapport à un paramètre de réponse choisi indépendant du modèle. Puisque dans cette deuxième approche on suppose que le modèle conserve l'énergie, les coefficients que l'on recherche ont des valeurs réelles. De tels coefficients définissent le mouvement qui est, en général, plus complexe que le mouvement obtenu par les ondes ***P***, ***SV***, ***SH*** et ***R***. Ici on choisit le même critère de réponse que dans le paragraphe précédent, cela veut dire le critère de l'énergie de déformation.

Donc, on écrit les trois composantes de déplacement comme ceci:

$$\begin{aligned} \mathbf{u_x} &= \mathbf{N_x^T S} \\ \mathbf{u_y} &= \mathbf{N_y^T S} \\ \mathbf{u_z} &= \mathbf{N_z^T S} \end{aligned} \tag{2.77}$$

où **S** est le vecteur de coefficients que l'on cherche et les vecteurs de fonctions de forme sont définis par

$$\begin{aligned} \mathbf{N_x^T} &= \left\{ 1\,0\,0\,\mathbf{x}\,0\,0\,\mathbf{y}\,0\,0\,\mathbf{z}\,0\,0\,\mathbf{x}^2\,0\,0\,\mathbf{y}^2\,0\,0 \ldots \right\} \\ \mathbf{N_y^T} &= \left\{ 0\,1\,0\,0\,\mathbf{x}\,0\,0\,\mathbf{y}\,0\,0\,\mathbf{z}\,0\,0\,\mathbf{x}^2\,0\,0\,\mathbf{y}^2\,0 \ldots \right\} \\ \mathbf{N_z^T} &= \left\{ 0\,0\,1\,0\,0\,\mathbf{x}\,0\,0\,\mathbf{y}\,0\,0\,\mathbf{z}\,0\,0\,\mathbf{x}^2\,0\,0\,\mathbf{y}^2 \ldots \right\} \end{aligned} \tag{2.78}$$

Pour un point choisi de la structure, on peut déterminer l'intégrale de l'énergie totale de déformation sur une bande de fréquence $]0, \omega_0]$, due à une fonction de forme $\mathbf{i} < \mathbf{n_f}$, $\mathbf{n_f}$ étant le nombre total de fonctions de forme. Ensuite, on peut écrire la matrice **A** dans une forme bilinéaire, comme dans l'expression (2.75), dans laquelle le terme **a(i,j)** correspond à l'intégrale sur la fréquence de la somme des produits des composantes de contraintes et de déformations (voir l'expression (2.84)) au même point, obtenus par les fonctions de forme **i** et

j respectivement. Les vecteurs ϕ sont les vecteurs **S** des coefficients de fonctions de forme. La matrice **A** est une matrice symétrique d'ordre $\mathbf{n_f}$ et elle correspond à un point choisi.

La matrice **B**, qui est de même ordre que la matrice **A**, correspond au parallélépipède le plus petit qui contient le modèle. Les éléments de la matrice **B** sont obtenus en partant de l'intégrale suivante :

$$\int_0^{\omega_0} [\int_V \sigma\bar{\varepsilon}\, dV - \omega^2 \rho \int_V (u_x^2 + u_y^2 + u_z^2)\, dV]\, d\omega \tag{2.79}$$

Le premier terme représente l'énergie statique de déformation et le deuxième est l'énergie cinétique.

En tenant compte de (2.77) l'intégrale précédente s'écrit en forme bilinéaire

$$\omega_0 S^T \int_V \varepsilon_N D\, \varepsilon_N^T dV\; S - \frac{\omega_0^3}{3} \rho\, S^T \int_V (U_{Nx} + U_{Ny} + U_{Nz})\, dV\, S \tag{2.80}$$

où on a

$$\varepsilon_N = \left\{ \frac{\partial N_x}{\partial x}\;\; \frac{\partial N_y}{\partial y}\;\; \frac{\partial N_z}{\partial z}\;\; (\frac{\partial N_x}{\partial y} + \frac{\partial N_y}{\partial x})\;\; (\frac{\partial N_y}{\partial z} + \frac{\partial N_z}{\partial y})\;\; (\frac{\partial N_z}{\partial x} + \frac{\partial N_x}{\partial z}) \right\} \tag{2.81}$$

$$\begin{aligned} U_{Nx} &= N_x N_x^T \\ U_{Ny} &= N_y N_y^T \\ U_{Nz} &= N_z N_z^T \end{aligned} \tag{2.82}$$

La matrice **B** s'écrit maintenant

$$B = \omega_0 \int_V \varepsilon_N D\, \varepsilon_N^T dV\; - \frac{\omega_0^3}{3} \rho \int_V (U_{Nx} + U_{Ny} + U_{Nz})\, dV \tag{2.83}$$

Dans l'expression (2.75) le numérateur représente *l'énergie de la réponse* au noeud choisi comme caractéristique tandis que le dénominateur représente *l'énergie du séisme*. De telles définitions des matrices **A** et **B** nous permettent de déterminer la valeur maximale de l'intégrale

(sur la bande de fréquence choisie) de l'énergie totale comme la plus grande valeur propre du problème $\mathbf{A}\,\phi = \lambda \mathbf{B}\phi$. Le vecteur propre correspondant est le vecteur **S** qui contient les coefficients de fonctions de forme pour lesquelles arrive l'énergie maximale au point choisi.

Donc, on trouve la forme du "séisme éventuel" qui donne l'intensité maximale de la réponse au point choisi, et on fait la comparaison avec les valeurs obtenues par la première approche qui utilise les ondes ***P***, ***SV***, ***SH*** et ***R***.

II.5.1.3. CRITERE DE REPONSE

Dans le domaine fréquentiel les déplacements, les déformations et les contraintes ont des valeurs complexes. Pour le critère de réponse, utilisé dans les deux paragraphes précédents, on a adopté l'intégrale, sur la bande de fréquence choisie $]\,0,\ \omega_0\,]$, d'énergie totale de déformation élastique définie, sur un volume unitaire, en fonction des contraintes et des déformations par :

$$\int_0^{\omega_0} W = \int_0^{\omega_0} \frac{1}{2}\left(\sigma_x \bar{\varepsilon}_x + \sigma_y \bar{\varepsilon}_y + \sigma_z \bar{\varepsilon}_z + \tau_{xy} \bar{\gamma}_{xy} + \tau_{yz} \bar{\gamma}_{yz} + \tau_{zx} \bar{\gamma}_{zx} \right) \tag{2.84}$$

chaque composante de contrainte étant multipliée par une composante de déformation conjuguée pour avoir une valeur réelle d'énergie ce qui facilite la présentation des résultats.

La même énergie volumique peut être présentée par l'expression suivante [89]:

$$\begin{aligned} W = \frac{1}{2E}\left(\sigma_x \bar{\sigma}_x + \sigma_y \bar{\sigma}_y + \sigma_z \bar{\sigma}_z \right) - \frac{\nu}{E}\left(\sigma_x \bar{\sigma}_y + \sigma_y \bar{\sigma}_z + \sigma_z \bar{\sigma}_x \right) \\ + \frac{1}{2G}\left(\tau_{xy} \bar{\tau}_{xy} + \tau_{yz} \bar{\tau}_{yz} + \tau_{zx} \bar{\tau}_{zx} \right) \end{aligned} \tag{2.85}$$

et elle peut être décomposée en deux partie [89]: l'énergie de variation de volume $\mathbf{W_v}$ et l'énergie de distorsion $\mathbf{W_d}$.

L'énergie de distorsion (sur laquelle repose le critère d'écoulement de *von Mises* sous chargement statique) est définie par

$$W_d = \frac{1+\nu}{6E}\left[(\sigma_x - \sigma_y)(\bar{\sigma}_x - \bar{\sigma}_y) + (\sigma_y - \sigma_z)(\bar{\sigma}_y - \bar{\sigma}_z) + (\sigma_z - \sigma_x)(\bar{\sigma}_z - \bar{\sigma}_x)\right]$$
$$+ \frac{1}{2G}(\tau_{xy}\bar{\tau}_{xy} + \tau_{yz}\bar{\tau}_{yz} + \tau_{zx}\bar{\tau}_{zx}) \tag{2.86}$$

et l'énergie de variation de volume par

$$W_v = \frac{1-2\nu}{6E}(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)(\bar{\sigma}_x + \bar{\sigma}_y + \bar{\sigma}_z) = \frac{1}{6}(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)(\bar{\varepsilon}_x + \bar{\varepsilon}_y + \bar{\varepsilon}_z) \tag{2.87}$$

CHAPITRE III

SOLUTION NUMERIQUE DE LA METHODE

III.1 LOGICIEL "EXCITM" EN ELEMENTS FINIS

EXCITM est un logiciel en éléments finis créé pour permettre les calculs de la réponse sismique linéaire des structures étendues, notamment des barrages en béton, en 3D. Dans ce logiciel on a implanté la méthode présentée dans le chapitre précédent, basée sur une représentation des ondes sismiques en 3D par les fonctions de forme. Cette méthode a été conçue et développée pour les barrages en béton mais elle est applicable sans modifications aux autres structures étendues. Au niveau du logiciel, l'application de la méthode aux autres structures étendues dépend des types d'éléments finis dont dispose la bibliothèque d'éléments.

Le logiciel est écrit en langage *FORTRAN* et il contient environ *15000* lignes (*150* sous-programmes). Il est testé et il est exécutable sur le super-ordinateur ***CRAY Y-MP***. En général, il peut être installé sur d'autres ordinateurs avec de petites modifications. Une partie de ce logiciel a été présentée et testée au *First Benchmark Workshop on Numerical Analysis of Dams* [93] organisé par la *Commission Internationale des Grands Barrages*.

III.1.1 ORGANISATION DU LOGICIEL

Les figures 3.1 à 3.4 montrent l'organigramme du logiciel avec lequel il est possible d'effectuer quatre types d'analyses:

a) le calcul statique,
b) le calcul des modes propres et des vecteurs propres,
c) le calcul sismique multi-appui dans le domaine fréquentiel,
d) le calcul sismique transitoire multi-appui dans le domaine temporel.

Pour déterminer le comportement sismique d'un système structure-fondation-fluide, ce logiciel utilise la méthode de superposition modale qui nécessite d'abord un calcul modal. Pour rendre l'exécution du programme plus efficace on a la possibilité de faire un calcul modal sur un modèle et de faire les reprises de plusieurs calculs temporels ou fréquentiels (sur le même modèle) sans répéter le calcul modal, son coût étant très important. Pour effectuer le calcul modal on utilise la méthode de *Lanczos*. Pour résoudre le système d'équations modales dans le domaine temporel, on utilise le schéma d'intégration implicite Θ de *Wilson* [18]. Pour effectuer le balayage tridimensionnel sur les angles d'incidence et de direction, dans le domaine fréquentiel, on a développé le sous-processeur ***FREOND***. Pour traiter le problème de minimisation sur l'espace des fonctions de forme on a développé le sous-processeur ***QUOTRA***.

Les méthodes numériques appliquées dans ce logiciel utilisent un grand nombre d'opérations matricielles. Pour de gros modèles on est obligé de résoudre de gros systèmes d'équations et de manipuler de grosses matrices. On mentionne aussi qu'il y a un certain nombre de sous-programmes sensibles aux dimensions de gros systèmes au point de vue du temps d'exécution exigeant un niveau d'optimisation très poussé.

Les grosses matrices du système sont stockées dans les vecteurs. Pour les opérations matricielles on profite des propriétés des matrices positives symétriques. Les matrices principales du système sont traitées au moyen d'algorithmes de résolution qui utilisent la bande variable (*skyline*) et le partitionnement en blocs ce qui permet les résolutions efficaces de très gros systèmes d'équations. La factorisation des matrices utilise la méthode LDL^T de *Crout*.

Les interfaces sont créées pour l'utilisation des postprocesseurs *CadSap* (version française de *Algor-Superview*) sur le *PC 386/25* et *Disspla-CA* sur le *IBM 3090* ainsi que pour le préprocesseur *Supertab* sur le *SUN/Sparc*.

Un optimiseur de maillage est fait pour renuméroter les noeuds et les éléments, quand on a besoin de changer le niveau de la retenue.

Pour les exécutions de calculs on a utilisé tous les quatre processeurs disponibles sur le *CRAY Y-MP* en se servant de l'*autotasking* (création d'un module exécutable avec *dependence analyzer* + *translator* + *compiler* + *loader*).

L'utilisation du logiciel ainsi que la préparation des données d'entrée sont expliquées dans la notice d'utilisation [58].

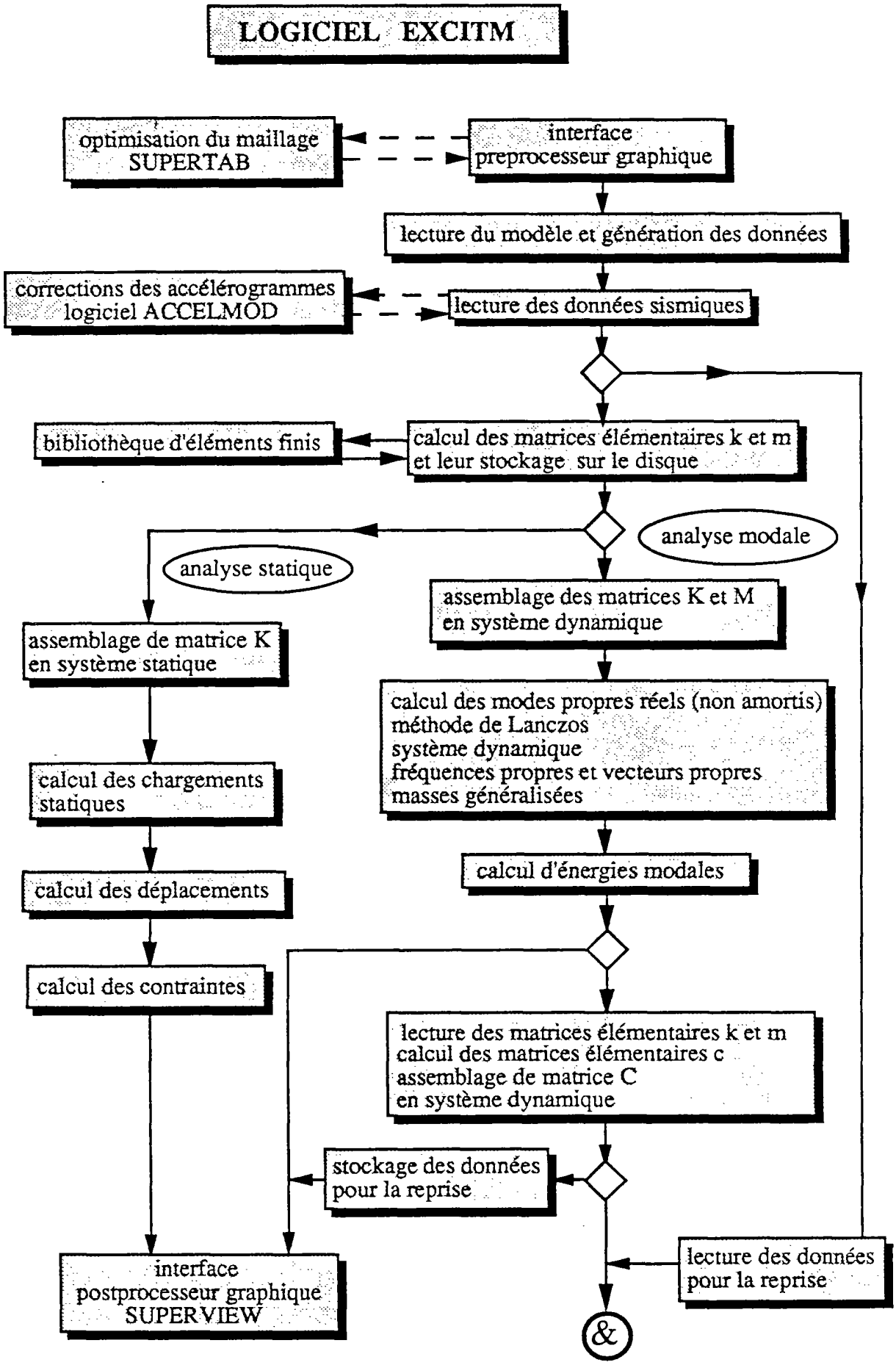


Figure 3.1 - Organigramme du logiciel EXCITM

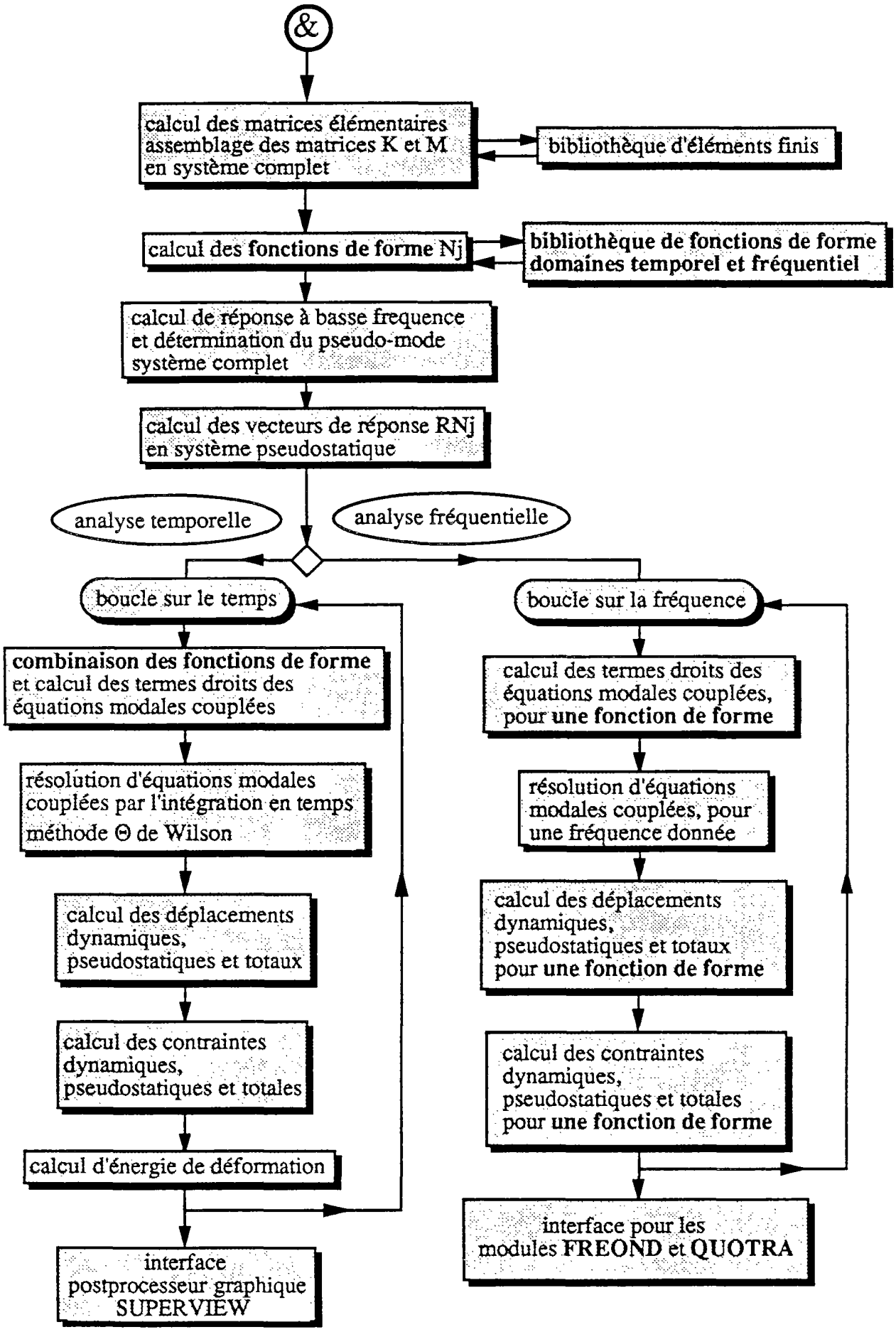


Figure 3.2 - Organigramme du logiciel EXCITM

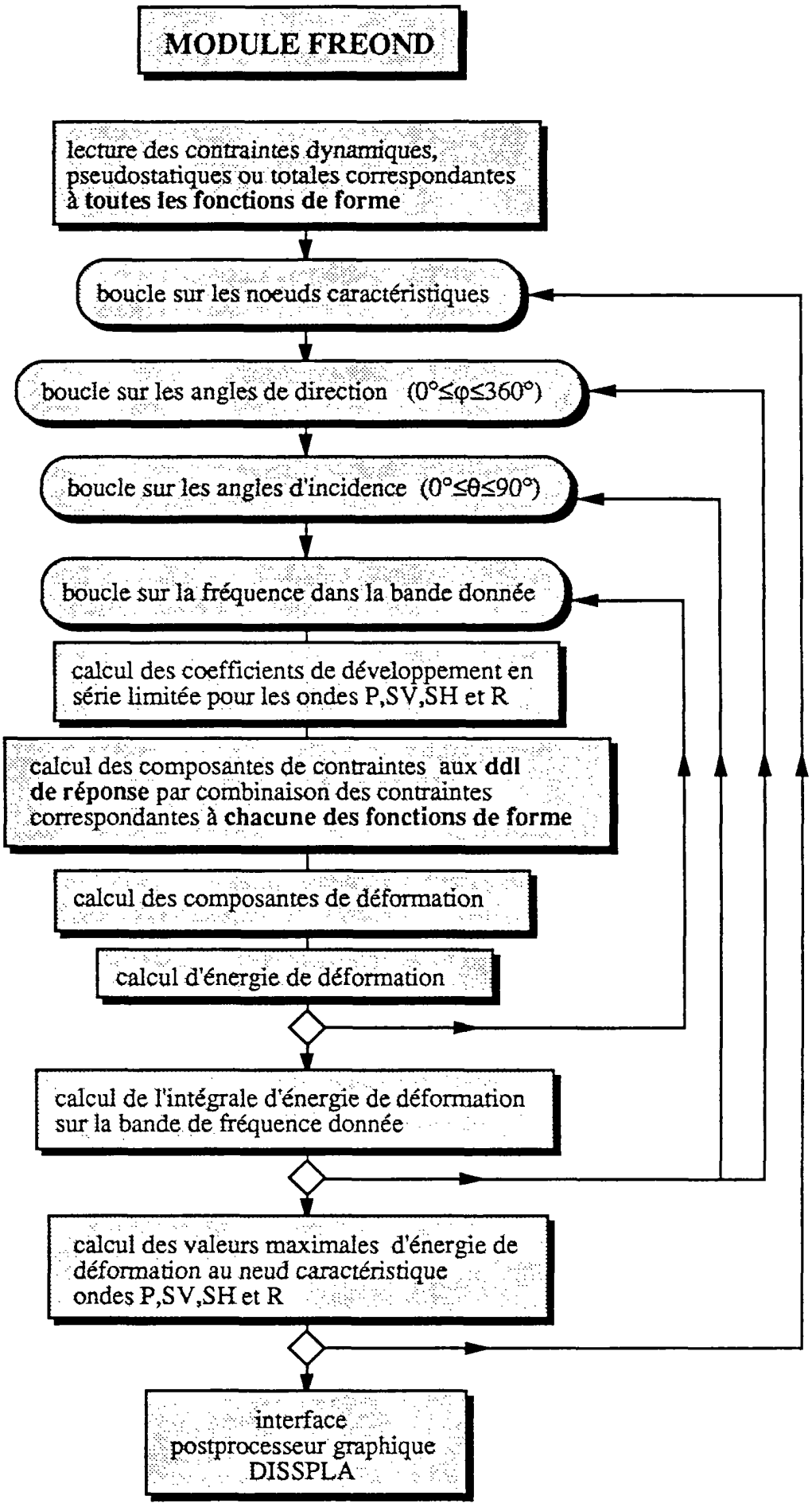


Figure 3.3 - Organigramme du logiciel EXCITM

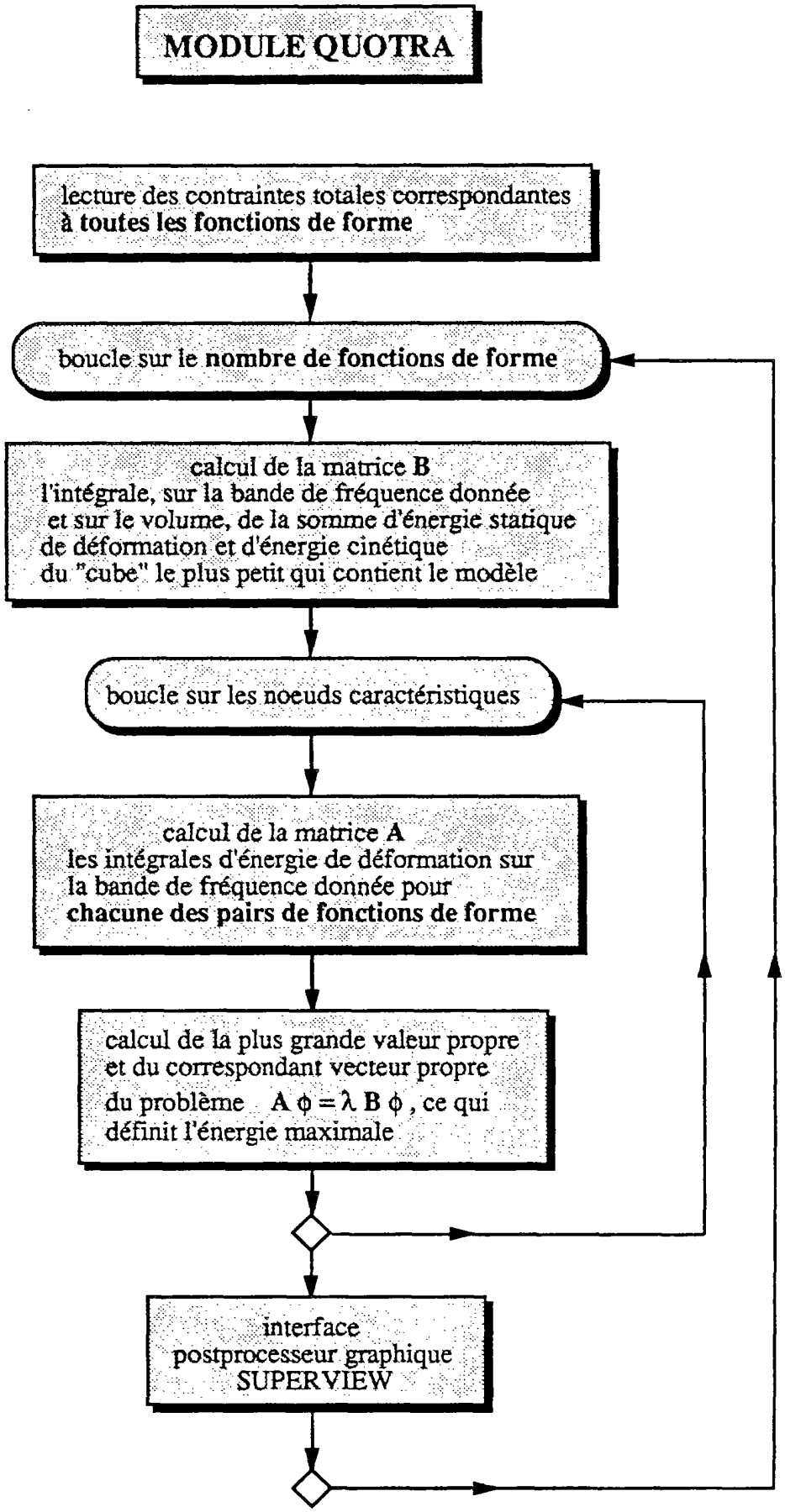


Figure 3.4 - Organigramme du logiciel EXCITM

III.1.2 BIBLIOTHEQUE D'ELEMENTS FINIS ET LES TYPES DE DEGRES DE LIBERTE

La bibliothèque d'éléments finis contient *9* éléments qui sont présentés dans le tableau suivant:

Tableau 3.1 - Bibliothèque d'éléments finis

code	élément
1	*hexaèdre mécanique à 8 noeuds (avec ou sans modes incompatibles)*
2	*pentaèdre mécanique à 6 noeuds*
11	*hexaèdre fluide à 8 noeuds*
12	*pentaèdre fluide à 6 noeuds*
13	*tétraèdre fluide à 4 noeuds*
21	*élément de couplage à 4 noeuds*
22	*élément de couplage à 3 noeuds*
31	*élément de surface libre à 4 noeuds*
32	*élément de surface libre à 3 noeuds*

Les éléments *31* et *32* ne sont pas utilisés dans la dernière version du logiciel parce qu'on a adopté la condition limite de surface libre $p=0$ (pression nulle).

La bibliothèque d'éléments finis sera élargie dans la version suivante du logiciel avec les éléments présentés dans le tableau 3.2.

Tableau 3.2 - Eléments finis à ajouter dans la version suivante du logiciel

code	élément
3	*hexaèdre mécanique à 20 noeuds*
4	*pentaèdre mécanique à 15 noeuds*
14	*hexaèdre fluide à 20 noeuds*
15	*pentaèdre fluide à 15 noeuds*
16	*tétraèdre fluide à 10 noeuds*
23	*élément de couplage à 8 noeuds*
24	*élément de couplage à 6 noeuds*

(1) Un noeud du solide (de structure et de fondation) possède *3* degrés de liberté (***ddl***): les déplacements u,v,w dans les trois directions en espace x,y,z.

(2) Un noeud du fluide possède *2* degrés de liberté (***ddl***): la pression p et le potentiel de déplacement φ.

(3) Un noeud de couplage possède *4* ***ddl***: *3* ***ddl*** de déplacement u,v,w et le ***ddl*** du potentiel de déplacement φ.

(4) Un noeud de la surface libre possède *2* ***ddl***: le potentiel du déplacement φ et le déplacement vertical z de la surface libre.

(5) Un élément hexaèdre de la structure, sans modes incompatibles possède *24* ***ddl*** et avec les modes incompatibles [18],[84] *33* ***ddl***. Les *9* ***ddl*** ajoutés sont les ***ddl*** internes et ils sont éliminés avec la condensation statique [18] au niveau d'éléments finis. Les ***ddl*** internes améliorent nettement le comportement du modèle quand il y a de la flexion dans le modèle, sauf dans le cas où des éléments hexaèdres sont très tordus. Dans ce dernier cas il faut être prudent en utilisant les modes incompatibles.

(6) La figure 3.5 montre tous les types de ***ddl*** cités auparavant:

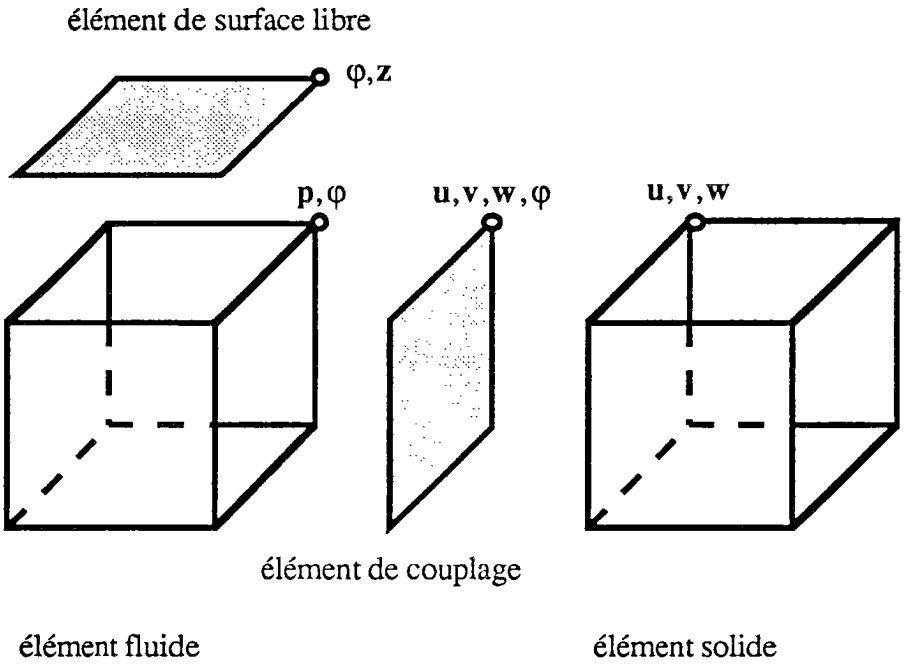


Figure 3.5 - Les types de degrés de liberté utilisés dans les analyses dynamiques

(7) Le tableau suivant montre les éléments et le nombre de ***ddl*** par élément:

Tableau 3.3 - Nombre de ***ddl*** par élément fini

code	élément	nombre de ***ddl***
1	***MECAHEXA***	*24 ou 33*
2	***MECAPENT***	*18*
11	***FLUIHEXA***	*16*
12	***FLUIPENT***	*12*
13	***FLUITETR***	*8*
21	***COUPQUAD***	*16*
22	***COUPTRIA***	*12*
31	***SURFQUAD***	*8*
32	***SURFTRIA***	*6*

III.1.3 ANALYSES DISPONIBLES

III.1.3.1 ANALYSE STATIQUE

On exécute l'analyse statique pour avoir la possibilité de superposer les contraintes statiques aux contraintes dynamiques du système. Les contraintes statiques définissent l'état initial du système au commencement du séisme.

Au moyen du calcul statique on trouve les déformations et les contraintes (aux noeuds) dues à la pression hydrostatique, à la pesanteur et aux forces nodales. Si l'on modélise la roche, on tient compte de la déformabilité des fondations. Pour le calcul statique dû à la pression hydrostatique on ne modélise pas le fluide, mais on modélise la surface de couplage fluide-structure (ou fluide-fondation) avec des éléments de couplage. Comme c'est expliqué dans le chapitre précédent la modélisation du fluide donne une matrice de raideur du système qui est singulière (les ddl du potentiel de déplacement sur la diagonale sont nuls), ce qui invalide le calcul de type **KX=F**.

III.1.3.2 ANALYSE MODALE

Pour résoudre un problème dynamique par la méthode de superposition modale on est obligé de déterminer les modes propres du système structure-roche-fluide. Souvent, en utilisant la méthode d'éléments finis, on manipule avec de très grosses matrices qui sont peu remplies. La méthode implantée dans ce logiciel est la méthode de *Lanczos* [68],[78], choisie à cause de son efficacité. C'est une méthode approximative adaptée au calcul de modes propres sur de très grosses matrices, particulièrement efficace si les matrices **K** et **M** tiennent dans la mémoire centrale. Ici on fait un bref rappel de la méthode implantée dans ce logiciel..

L'idée principale de la méthode est de déterminer les modes propres du système projeté qui est beaucoup plus petit que le système initial et qui a les mêmes fréquences propres que le système initial.

L'analyse modale d'un système non amorti s'écrit comme dans le chapitre précédent

$$\mathbf{KX}=\omega^2\mathbf{MX} \qquad (3.1.)$$

où les matrices **K** et **M** sont respectivement la raideur et la masse du système, **X** étant le vecteur propre et ω la fréquence propre.

On choisit le vecteur de commencement X_0 de façon arbitraire et on fait une suite de vecteurs $\mathbf{x_i}$ qui sont orthonormés (orthogonalisés et normalisés) par rapport à la matrice de raideur **K** du système. Ces vecteurs font un sous espace de taille **q**. Après quelques manipulations de vecteurs orthonormés et quelques manipulations matricielles, on en déduit que la projection des matrices **K** et **M** sur la base des **q** vecteurs donne une matrice **K** projetée qui est diagonale et une matrice **M** projeté qui est tridiagonale:

$$X^T K X = E \qquad\qquad X^T M X = T \tag{3.2.}$$

où **E** et **T** sont des matrices diagonale et tridiagonale respectivement. Ensuite, on fait un changement de variable suivant

$$X = \tilde{\tilde{X}}\alpha \tag{3.3.}$$

où α est le vecteur propre du système projeté et $\tilde{\tilde{X}}$ est la matrice qui contient les vecteurs orthonormés $\tilde{\tilde{X}}_j$ (j=1,...,q) du système initial :

$$\alpha = \left[\alpha_i\right]_{(q)} \qquad\qquad \tilde{\tilde{X}} = \left[\tilde{\tilde{x}}_{ij}\right]_{(nxq)} \tag{3.4.}$$

En remplaçant l'équation (3.3.) dans l'équation (3.1.) et après la multiplication à gauche par $\tilde{\tilde{X}}^T$ on obtient

$$(\tilde{\tilde{X}}^T K \tilde{\tilde{X}} - \omega^2 \tilde{\tilde{X}}^T M \tilde{\tilde{X}})\,\alpha = 0 \tag{3.5.}$$

ce qui donne (en tenant compte de (3.2.))

$$(E - \omega^2 T)\,\alpha = 0 \tag{3.6.}$$

Deux cas peuvent se présenter:

a) la matrice **K** est définie positive. Alors, la matrice diagonale **E** devient une matrice unitaire **I** et on est amené à résoudre le problème des valeurs propres d'une matrice tridiagonale

$$T\,\alpha = \lambda\,\alpha \tag{3.7.}$$

avec $\lambda = 1/\omega^2$.

b) la matrice **K** n'est pas définie positive. Alors, la matrice **E** devient une matrice unitaire mais avec les termes qui peuvent avoir les deux signes. Donc, on peut résoudre le problème de deux façons. De l'une, on résout

$$A\,\alpha = \lambda\,\alpha \tag{3.8.}$$

où **A** est une matrice non symétrique. De l'autre on résout

$$T\,\alpha = \lambda\,E\,\alpha \tag{3.9.}$$

Après la détermination des fréquences propres et des vecteurs propres α du système réduit, en tenant compte de (3.3.) on détermine les vecteurs propres du système initial.

La création pratique de sous espaces **q** montre que les vecteurs $\tilde{\bar{X}}_j$ (j=1,...,q) ne sont pas orthogonaux à cause des erreurs d'arrondi. La perte d'orthogonalité fait que les vecteurs générés ne satisfont pas la **K**-orthonormalité. Par conséquent, pour surmonter ce problème dans l'implantation de la méthode de Lanczos, on doit introduire le pas de réorthogonalisation des vecteurs $\tilde{\bar{X}}_j$. Donc, quand on calcule le vecteur $\tilde{\bar{X}}_j$ (j=1,...,q) on doit faire son orthogonalisation envers tous les vecteurs $\tilde{\bar{X}}_k$ (k=1,...,j-1) calculés précédemment et ensuite continuer l'algorithme.

Si le vecteur de commencement X_0 se trouve dans le sous espace de dimension (j-1), de l'espace de dimension **n**, le vecteur $\tilde{\bar{X}}_j$ généré par cet algorithme sera théoriquement le vecteur de valeur nulle. Par conséquent, on doit tester les normes des vecteurs générés.

La précision de la méthode dépend de plusieurs facteurs:

a) autant les valeurs propres du système initial sont mieux séparées autant la précision de la méthode augmente;

b) si la base **q** des vecteurs générés est plus large la précision de l'approximation augmente. Pour **q=n** les fréquences propres et les vecteurs propres sont calculés exactement. L'expérience montre que le nombre de valeurs propres calculées avec une précision suffisante est de **q/2**.

c) la précision dépend aussi du contenu spectral du vecteur de commencement X_0. Si ce vecteur est orthogonal au vecteur propre X_i du système initial, ce vecteur propre et sa fréquence propre ne pourront pas être pris en compte.

Dans le cas où le fluide est présent dans le modèle, la matrice de raideur du système est singulière et on est obligé de faire un *shift* de la matrice **K** . C'est à dire on doit remplacer cette matrice par la matrice

$$\widehat{\mathbf{K}} = \mathbf{K} - \omega_0^2 \mathbf{M} \tag{3.10}$$

où ω_0 est la fréquence du *shift*. Les **q** fréquences propres que l'on recherche sont autour de la fréquence du *shift*. L'application du *shift* est aussi utilisée pour accélérer les calculs de valeurs propres.

III.1.3.2.1 ENERGIE MODALE

La complexité du système initial structure-roche-fluide, exige la détermination du type de chacun des modes propres. Pour répondre à cette question on a introduit, dans le calcul modal, le calcul des énergies modales. Pour chacun des modes on définit les cinq valeurs d'énergie:

EPS - l'énergie potentielle de la structure (du solide)
ECS - l'énergie cinétique de la structure (du solide)
EPF - l'énergie potentielle du fluide
ECF - l'énergie cinétique du fluide
ECFS - l'énergie du couplage fluide-solide.

Les quatre premières valeurs d'énergie sont normées par rapport à l'énergie de couplage fluide-solide. La fonctionnelle générale du problème couplé (chapitre II) définit ces énergies.

La comparaison des énergies normées donne une analyse qualitative d'un mode propre. Le tableau 3.4 montre cette comparaison.

Tableau 3.4 - Analyse qualitative d'un mode propre

(*EPS* = *ECF*) et (*ECS* ≠ *EPF*)	*mode de la structure avec la masse active du fluide grande par rapport au barrage*
(*EPS* = *ECS*) et (*EPF* ≠ *ECF*)	*mode de la structure*
(*EPS* ≠ *ECS*) et (*EPF* ≠ *ECF*)	*mode du couplage fluide-structure*
(*EPS* ≠ *ECS*) et (*EPF* = *ECF*)	*mode du fluide (mode acoustique)*
(*EPS* = *ECS*) et (*EPF* = *ECF*)	*mode de la structure et mode du fluide (mode acoustique) les fréquences sont égales mais il n'y a pas de couplage*
(*ECS* = *EPF*) et (*EPS* ≠ *ECF*)	*mode du fluide avec la masse active de la structure*

III.1.3.3 ANALYSE FREQUENTIELLE

On a choisi la méthode de superposition modale pour obtenir la réponse dynamique du système structure-roche-fluide, à cause de son efficacité. Donc, on passe d'un gros système d'équations initial d'ordre **n** à un système d'équation réduit d'ordre **p**. Du coté numérique, on a intérêt à avoir la taille du système réduit **p** la plus petite possible, parce que ceci exige un effort numérique nettement plus petit pour les modèles et les analyses qui permettent que **p<<n**. En ce qui concerne les analyses sismiques, on utilise le fait que presque toute l'énergie du séisme est contenue dans les basses fréquences ce qui fait que la réponse est celle des premiers modes.

En se limitant aux **p** premiers modes (**p<<n**) on fait une troncature de la base modale, ce qui représente une approximation par rapport à la base complète (qui donne les résultats exacts). Les effets de la troncature pour un problème fluide-solide couplé et le pseudo-mode qui remplace les modes inconnus sont présentés dans le paragraphe II.4.3.4. du chapitre précédent.

En général, la détermination de la fréquence de coupure est une question d'évaluation, elle dépend de la structure considérée, de la variation spatiale du chargement sismique et du contenu fréquentiel du même chargement.

Dans le chapitre précédent on a précisé que l'amortissement est supposé non proportionnel. Cette supposition introduit le couplage entre les équations modales ce qui ne représente pas un problème particulier dans le domaine fréquentiel (voir l'équation 2.54 de chapitre précédent) parce que le système d'équations modales à résoudre (qui a des coefficients complexes) est du type **KX=F** pour une fréquence donnée.

On choisit la fréquence de coupure ω_{cp} et on effectue l'analyse dans la bande de fréquence $]0,\omega_0]$, en choisissant un pas $\Delta\omega$ suffisamment court par rapport à la densité des fréquences propres. En même temps on respecte la condition $\omega_0 < \omega_{cp}$ comme montré dans le chapitre précédent (paragraphe II.4.3.4.). Le nombre de calculs effectués sur le modèle structure-roche-fluide est limité par le nombre de fonctions de forme. Le calcul pour une fonction de forme est traité comme un calcul élémentaire dans lequel on détermine des composantes de contraintes (qui ont les valeurs complexes) pour chaque pas de fréquence.

Ensuite, on utilise les calculs élémentaires pour déterminer l'intensité de la réponse comme l'intégrale, sur la bande de fréquence choisie, de l'énergie de déformation (présentée dans le paragraphe II.5.1.3.). Dans la première approche (paragraphe II.5.1.1.), on détermine la réponse aux points du modèle, choisis comme caractéristiques, en faisant le balayage tridimensionnel sur les angles d'incidence et de direction (θ et φ) (module ***FREOND***). Dans la deuxième approche (paragraphe II.5.1.2.), en utilisant les mêmes contraintes élémentaires on détermine leur coefficients en cherchant l'intensité maximale de la réponse aux mêmes endroits que dans la première approche (module ***QUOTRA***).

III.1.3.4 ANALYSE TRANSITOIRE TEMPORELLE

Le système d'équations modales est couplé avec des coefficients réels (voir l'équation 2.40 du chapitre précédent). On résout ce système en utilisant le schéma déjà classique d'intégration en temps. Ici on a choisi la méthode Θ de *Wilson* [17],[18]. C'est un schéma implicite comme ceux de *Newmark* ou de *Houbolt*, qui utilisent les conditions d'équilibre dans le temps **t+Δt.** Les schémas explicites, comme celui de la différence centrale, utilisent les conditions d'équilibre dans le temps **t** et un tel schéma n'exige pas la factorisation de la matrice de raideur effective.

La méthode de *Wilson* est une extension de la méthode d'accélération linéaire dans laquelle on suppose un changement linéaire d'accélération entre le temps **t** et le temps **t+Δt**. Dans la méthode de *Wilson* on fait la même supposition, mais entre le temps **t** et le temps **t+ΘΔt**. Pour avoir une stabilité inconditionnelle de la méthode on doit prendre $\Theta \geq 1.37$.et on utilise souvent $\Theta = 1.4$. Une méthode d'intégration a une stabilité inconditionnelle, pour une condition initiale arbitraire, si la solution ne diverge pas pour un pas de temps arbitraire, spécialement pour un **Δt/T** grand. Par contre, une stabilité seulement conditionnelle existe quand le précédent est valable pour les valeurs **Δt/T** plus petites qu'une valeur que l'on appelle la limite de stabilité [18].

En général, le coût d'une méthode d'intégration est directement proportionnel au nombre de pas de temps nécessaire pour la résolution. D'un côté, le pas de temps doit être suffisamment court pour obtenir une précision acceptable, mais de l'autre côté il ne faut pas qu'il soit plus court que nécessaire, parce que le calcul serait inutilement coûteux. Le choix d'un schéma d'intégration et de pas de temps doit être considéré simultanément avec la discrétisation du modèle qui dépend de la distribution spatiale et du contenu fréquentiel du chargement.

Le contenu fréquentiel du séisme **j** appliqué au modèle, définit sa bande de fréquence $]0,\omega_0]$. La fréquence de coupure ω_{cp} peut être déterminée de façon semblable que dans le domaine fréquentiel (paragraphe II.4.3.4.). Sa position par rapport à la fréquence ω_0 dépend de la densité des modes propres. Les modes propres inconnus sont remplacés par le pseudo-mode (la correction statique).

Dans le tableau 3.5 on fait un bref rappel du schéma d'intégration Θ de *Wilson*.

Tableau 3.5 - Schéma d'intégration Θ de *Wilson*

A: Calculs initiaux

1.	former les matrices de raideur **K**, de masse **M** et d'amortissement **C**
2.	initialiser $\mathbf{U}_0$, $\dot{\mathbf{U}}_0$, $\ddot{\mathbf{U}}_0$
3.	sélectionner le pas de temps Δt, le coefficient $\Theta = 1.4$ et calculer les constantes d'intégration : $a_0 = 6/(\Theta\Delta t)^2$ $a_1 = 3/\Theta\Delta t$ $a_2 = 2a_1$ $a_3 = (\Theta\Delta t)/2$ $a_4 = a_0/\Theta$ $a_5 = -a_2/\Theta$ $a_6 = 1 - 3/\Theta$ $a_7 = \Delta t/2$ $a_8 = \Delta t^2/2$
4.	former la matrice de raideur effective $\widehat{\mathbf{K}} = \mathbf{K} + a_0\mathbf{M} + a_1\mathbf{C}$
5.	factoriser la matrice $\widehat{\mathbf{K}}$: $\widehat{\mathbf{K}} = \mathbf{LDL}^T$

B: Pour chaque pas de temps

1.	calculer le chargement effectif dans le temps $t+\Delta t$ $\widehat{\mathbf{R}}_{t+\Theta\Delta t} = \mathbf{R}_t + \Theta(\mathbf{R}_{t+\Delta t} - \mathbf{R}_t) + \mathbf{M}(a_0\mathbf{U}_t + a_2\dot{\mathbf{U}}_t + 2\ddot{\mathbf{U}}_t) + \mathbf{C}(a_1\mathbf{U}_t + 2\dot{\mathbf{U}}_t + a_3\ddot{\mathbf{U}}_t)$
2.	calculer les déplacements dans le temps $t+\Theta\Delta t$ $\mathbf{LDL}^T\mathbf{U}_{t+\Theta\Delta t} = \widehat{\mathbf{R}}_{t+\Theta\Delta t}$

3.	calculer les accélérations, les vitesses et les déplacements dans le temps **t+Δt** $\ddot{U}_{t+\Delta t} = a_4(U_{t+\Theta\Delta t} - U_t) + a_5\dot{U}_t + a_6\ddot{U}_t$ $\dot{U}_{t+\Delta t} = \dot{U}_t + a_7(\ddot{U}_{t+\Delta t} + \ddot{U}_t)$ $U_{t+\Delta t} = U_t + \Delta t\dot{U}_t + a_8(\ddot{U}_{t+\Delta t} + 2\ddot{U}_t)$

Après la détermination des déplacements, on calcule les contraintes et les énergies de déformation de la structure, ainsi que les pressions dynamiques sur les surfaces de couplage et à l'intérieur du fluide.

III.2 CORRECTION D'UN ACCELEROGRAMME (LOGICIEL *ACCELMOD*)

Le problème de déplacements et de vitesses résiduelles, qui se pose quand il faut faire l'intégration d'un accélérogramme est expliqué dans le paragraphe II.5. du chapitre précédent. Les travaux effectués dans les références [73] et [74], montrent la façon de résoudre ce problème.

Notamment à cause du manque de précision des instruments utilisés pour enregistrer les séismes, les accélérogrammes portent souvent un pourcentage d'erreur qui peut s'agrandir au niveau des vitesses et des déplacements. L'intégration de ce type d'accélérogrammes montre clairement que les vitesses et les déplacements indiquent des valeurs qui sont peu réalistes. Les vitesses et les déplacements résiduels doivent accomplir les conditions limites de vitesse nulle et des déplacements acceptables comme cela a été expliqué dans le chapitre précédent.

Dans le travail [73] le problème est exprimé de façon mathématique et il peut être résolu par la méthode de programmation dynamique expliquée dans la référence [74] où elle est appliquée sur le problème inverse général. Pour les besoins de ce travail de thèse, cette méthode est implantée, avec de petites modifications, dans le logiciel *ACCELMOD* qui est écrit en *FORTRAN*. Il est testé et il est exécutable sur le *CRAY* ainsi que sur le *PC*. Ici on fait un bref rappel du principe de la méthode sans entrer dans les détails de programmation dynamique.

Donc, pour un accélérogramme enregistré $\tilde{a}_i$ (i=1,...,n) on cherche un autre accélérogramme a_i proche du premier qui, après l'intégration, donne de petites valeurs de vitesse résiduelle v_n et de déplacement résiduel d_n. Ce problème peut s'exprimer comme un problème de minimisation où on définit l'erreur de façon suivante

$$E = \Delta t \sum_{i=1}^{n} (\tilde{a}_i - a_i)^2 + \lambda_1 v_n^2 + \lambda_2 d_n^2 \tag{3.11}$$

où Δt est le pas de temps et λ_j sont les paramètres de correction d'enregistrement original. Pour $\lambda_j=0$ on a l'enregistrement original i.e. il n'y a pas de correction. Dans le cas où v_n et d_n ont de grandes valeurs l'augmentation des λ_j produit leur décroissance jusqu'à de petites valeurs pour lesquelles la continuation de cette procédure a des effets négligeables. Si c'est nécessaire, on peut aussi contrôler le déplacement moyen e_n en ajoutant le terme $\lambda_3 e_n^2$.

L'expression précédente est liée aux formules d'intégration

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_{i+1} &= \mathbf{v}_i + 0.5\Delta t\,(\mathbf{a}_i+\mathbf{a}_{i+1}) \\ \mathbf{d}_{i+1} &= \mathbf{d}_i + 0.5\Delta t\,(\mathbf{v}_i+\mathbf{v}_{i+1}) \end{aligned} \tag{3.12}$$

On peut choisir une série $\mathbf{b}_i$ qui a la propriété suivante

$$\mathbf{b}_i = \mathbf{a}_i+\mathbf{a}_{i+1} \tag{3.13}$$

ce qui donne

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_{i+1} &= \mathbf{v}_i + 0.5\Delta t\,\mathbf{b}_i \\ \mathbf{a}_{i+1} &= -\mathbf{a}_i + \mathbf{b}_i \\ \mathbf{d}_{i+1} &= \mathbf{d}_i + 0.5\Delta t\,(\mathbf{v}_i+\mathbf{v}_{i+1}) \end{aligned} \tag{3.14}$$

Donc, la minimisation du critère d'erreur signifie qu'on cherche une série $\mathbf{b}_i$ telle que les valeurs de $\mathbf{a}_i$ soient proches des valeurs de $\tilde{\mathbf{a}}_i$, que $\mathbf{v}_n$ soit nul et que $\mathbf{d}_n$ ait une valeur acceptable.

CHAPITRE IV

APPLICATION DE LA METHODE AU BARRAGE-VOÛTE

ANALYSES MODALES

IV.1 BARAGE DE *LAPARAN* POUR L'ANALYSE NUMERIQUE

Le barrage de *Laparan* situé dans une gorge d'un affluent de l'*Ariège* appartient à *Electricité de France* et il sert à accumuler l'eau du bassin versant qui est dirigée ensuite vers la centrale hydroélectrique, produisant de l'énergie pour *EDF*.

Ce barrage a été choisi pour l'application d'exemples numériques qui mettent en oeuvre les théories et les méthodes exposées dans cette thèse.

Electricité de France, dans le cadre de laquelle cette thèse a été faite et qui a aidé ce travail, en ayant exprimé l'intérêt, le barrage de *Laparan* a été pris comme objet d'exemple.

Sur le même barrage ces dernières années on a mené des essais dynamiques à titre de recherches expérimentales sur les caractéristiques dynamiques de ce barrage.

Une liaison de la thèse avec les essais dynamiques sur le barrage de *Laparan* s'est révélée très commode et opportune. D'abord cela a permis de faire une vérification expérimentale de quelques résultats obtenus dans la thèse et l'on connait bien l'importance de la vérification expérimentale de toutes analyses théoriques. Mais aussi le contraire, de trouver la concordance des essais avec la théorie et d'avoir un soutien théorique pour les travaux expérimentaux et puis, d'avoir quelques résultats théoriques à titre de comparaison avec les essais.

Les données géométriques, géologiques et géotechniques du barrage de *Laparan* sont adéquates à une voûte récente et ce qui fait que les résultats des exemples numériques dans la thèse sont représentatifs et peuvent être généralisés en respectant certains critères.

C'est un barrage-voûte à double courbure d'une hauteur de *106 m* (figure 4.1) avec une longueur en crête de *280 m*. Il est appuyé sur une masse rocheuse formé de gneiss. Cette masse est traitée comme bonne, peu fissurée et rigide. Le site est topographiquement peu asymétrique.

L'épaisseur à la crête du barrage est de *3.80 m*, avec des épaisseurs en console centrale qui à *30* et *60 m* au-dessous de la crête font *9.0* et *11.25 m* respectivement pour atteindre *17.50 m* à la base comme ceci a été réalisé (avec la partie semelle). Les épaisseurs aux appuis atteignent *9.50* et *13.50 m*, aussi à *30* et *60 m* de profondeur respectivement.

C'est une voûte mince édifiée en 1985 par le *Service de Production Hydraulique* et conçue une dizaine d'années auparavant par le *Bureau Coyne et Bellier.*

Le volume du réservoir et le régime des eaux facilitent les programmes d'essais.

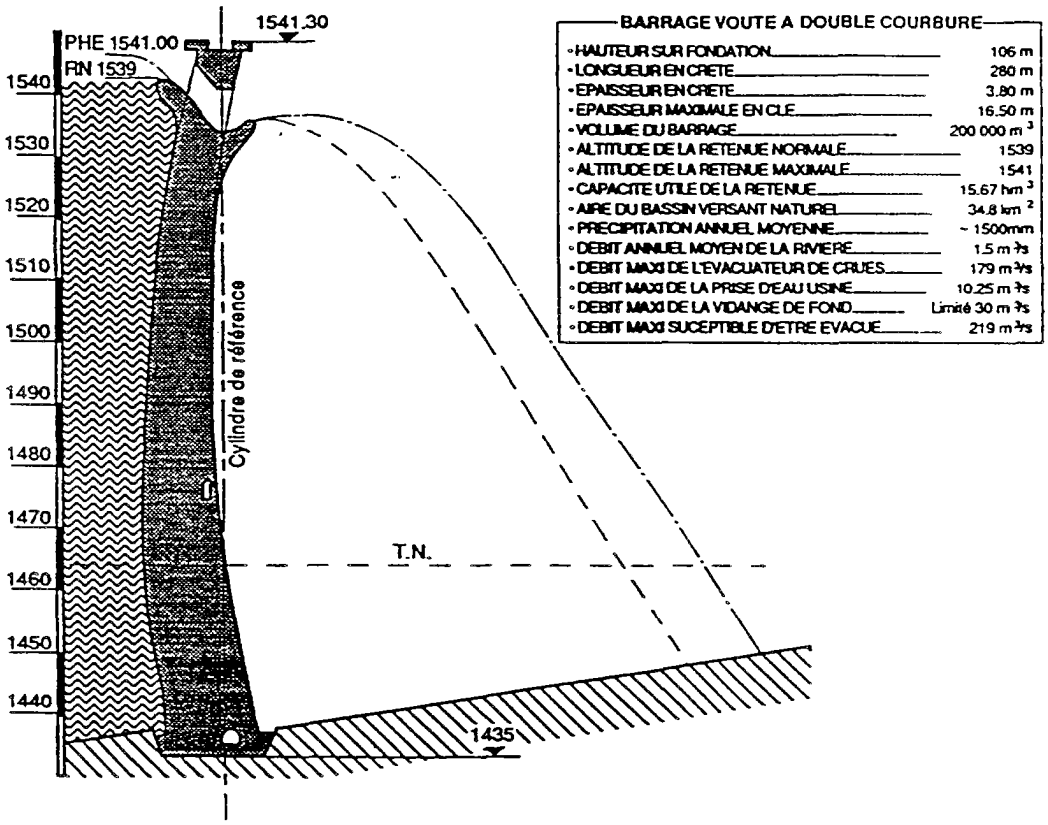


Figure 4.1 - Coupe verticale en clé et les caractéristiques de l'ouvrage [33]

IV.2 ESSAIS SUR LE BARRAGE DE *LAPARAN*

L'*Electricité de France* comme propriétaire du barrage de *Laparan* a mené des essais dynamiques sur ce barrage. Ils ont été faits en excitant celui-ci par des ondes sinusoïdales en différentes conditions.

Le rapport sur ces essais [33] a été présenté sous le titre de: "*Identification expérimentale des paramètres modaux du barrage de Laparan et l'application d'une méthode de sensibilité pour le recalage d'un modèle éléments finis*".

Ce rapport est composé de deux parties. La première, c'est l'analyse expérimentale du comportement dynamique du barrage et la seconde est la modélisation numérique avec son recalage.

Le principe est basé sur les relations entre certaines caractéristiques dynamiques de l'ouvrage: fréquences propres, déformées modales, amortissements modaux et l'analyse modale à partir des données géométriques et des propriétés dynamiques: du module d'élasticité dynamique, du coefficient de Poisson du béton du barrage et de la roche d'appuis, principalement.

Pour cette thèse la première partie de ce rapport est intéressante. Ceci parce que l'on va comparer les résultats des fréquences propres d'un certain nombre de modes obtenus par les essais *in situ* de l'ouvrage même avec des résultats d'exemples numériques effectués d'après la théorie et la méthode présentée dans cette thèse.

La concordance des résultats ou bien leur discordance éventuelle après une interprétation en détail ajouterait du poids aux conclusions de la thèse.

En appliquant des excitations sinusoïdales forcées l'étude expérimentale a consisté à trouver les fonctions de transfert. Cette excitation a été engendrée au moyen d'un système inertiel avec un vérin d'une puissance de *50 kN* sur un chariot mobile de *100 kN*.

Les analyses ont conduit à la détermination des fréquences de résonance, cela veut dire des fréquences propres et puis des déformées modales et des amortissements modaux.

Dans le barrage même *14* points de mesure ont été établis et instrumentés, chacun avec un capteur de mesure. Treize capteurs de mesure ont été implantés dans les niches de pendule (figure 4.2), dans le haut des puits et dans des galeries, tandis que un capteur a été implanté à la crête du barrage à côté de l'excitateur.

Le réservoir a environ *15 millions* de mètres cubes d'eau. Le régime des eaux entre les mois d'avril et juin 1988 a rendu possible dix essais dans cette periode de temps avec des niveaux de retenue changeant de *60 m* de hauteur du barrage (du niveau *1478*, cela veut dire une quarantaine de mètres au-dessus des fondations, jusqu'au niveau *1538* ce qui est le niveau normal de la retenue).

De ces essais on a pu déterminer les fréquences propres de l'ouvrage, que l'on compare avec celles qu'on a obtenues dans cette thèse.

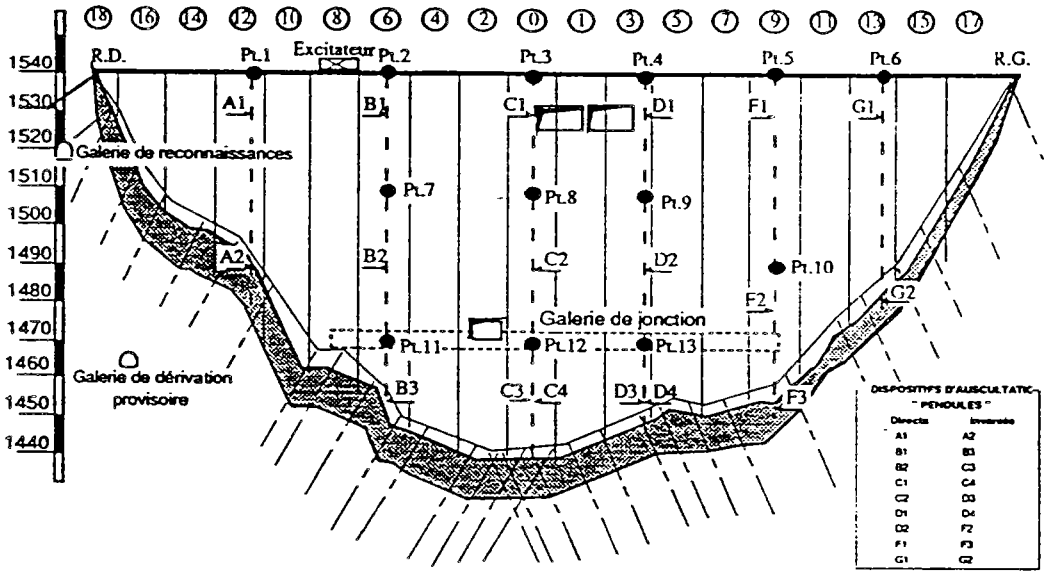


Figure 4.2 - Disposition d'excitateur, des capteurs et des pendules directes et inverses [33]

IV.3 MODELES NUMERIQUES UTILISES

Pour les analyses que l'on a prévues dans ce travail on a créé différents modèles numériques en éléments finis du barrage-voûte de *Laparan*. On fait la modélisation de trois domaines: le barrage, le fluide et la roche. Le barrage est modélisé entièrement ainsi que le réservoir. Les dimensions du réservoir ne dépassent pas *1,2 km* environ, ce qui nous permet de le modéliser ainsi sans avoir beaucoup de problèmes. La roche, traitée comme un milieu semi-infini, a été modélisée par éléments finis en partie autour du barrage et du réservoir jusqu'à une certaine profondeur. De plus, la masse rocheuse est discontinue, anisotrope en différentes directions et avec une dissymétrie fortement prononcée.

La figure 4.3 montre un tel modèle du barrage de *Laparan* avec son réservoir et ses fondations. Le barrage est modélisé par des éléments volumiques: des hexaèdres à *8* noeuds avec des modes incompatibles et des pentaèdres à *6* noeuds. On a choisi deux rangées d'éléments dans l'épaisseur pour avoir une précision en déformation et en contrainte suffisante. Dans le réservoir on a utilisé des éléments fluides: des hexaèdres à *8* noeuds, des pentaèdres à *6* noeuds et des tétraèdres à *4* noeuds. On a choisi *33* rangées d'éléments dans la longueur du réservoir avec une épaisseur de *40 m* pour chacune des rangées, *19* rangées dans sa largeur et *10* rangées en profondeur. Un tel maillage du réservoir, suffisamment dense, nous permet de mieux déterminer les modes acoustiques ainsi que le couplage barrage-fluide et fluide-fondation. Dans la roche on a utilisé des éléments volumiques: des hexaèdres à *8* noeuds avec des modes incompatibles et des pentaèdres à *6* noeuds. On a choisi *37* rangées dans la direction amont-aval, *3* rangées de chaque côté du barrage et *3* rangée en profondeur. La frontière du modèle est oblique dans sa longueur et ellipsoïdale dans sa largeur. La hauteur du barrage est de *106 m* avec une longueur à la crête de *280 m*. Les dimensions du modèle complet sont environ: *1400 m* en longueur, *950 m* en largeur et *280 m* en profondeur. Les autres caractéristiques du modèle sont présentées dans la tableau 4.1.

Tableau 4.1 - Caractéristiques du modèle présenté sur la figure 4.3

nombre de noeuds dans le modèle	*8277*
nombre d'éléments dans le modèle	*8379*
nombre d'éléments dans le barrage	*258*
nombre d'éléments dans le fluide	*4080*
nombre d'éléments dans la roche	*2982*
nombre d'éléments de couplage	*1059*

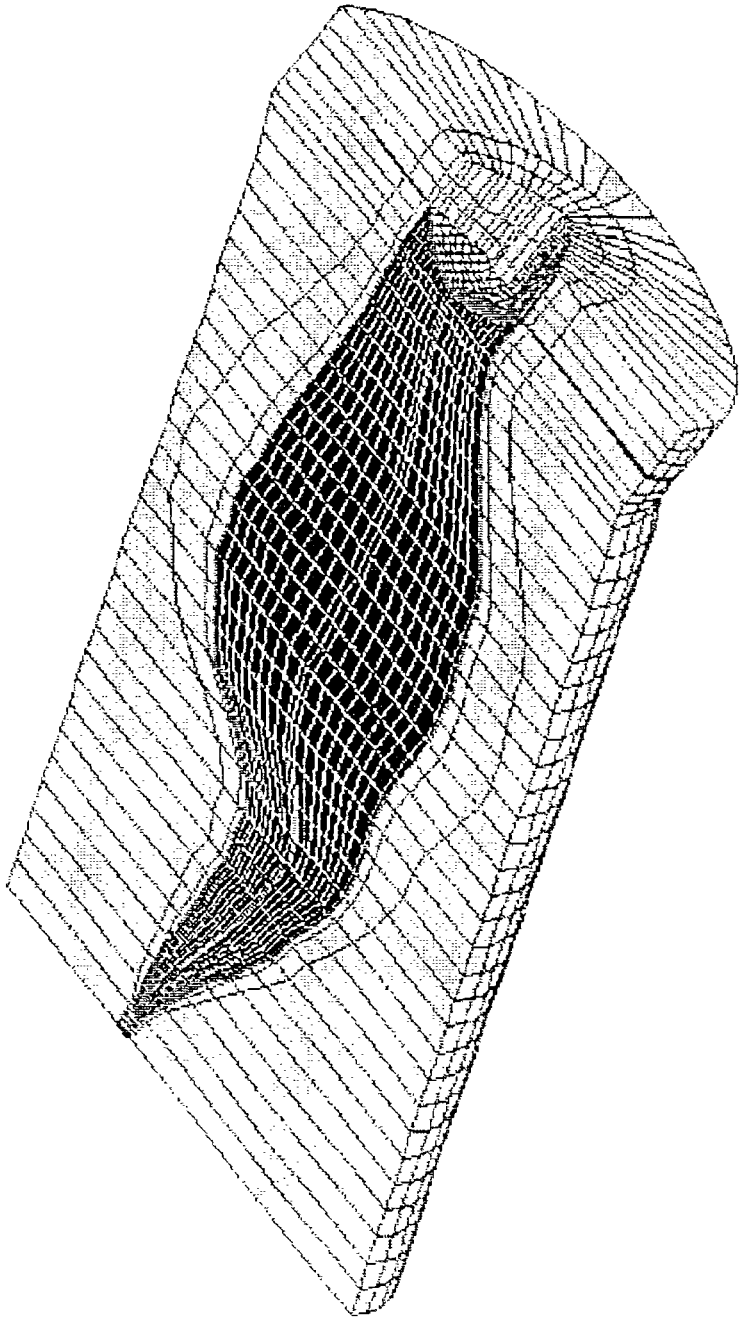


Figure 4.3 - Modèle en éléments finis du barrage de *Laparan* avec ses fondations et son réservoir entièrement modélisé

En tenant compte de la forme du réservoir (sa profondeur, sa largeur et sa position par rapport au barrage), les 7 dernières tranches du modèle peuvent être supprimées parce que leur influence sur la réponse sismique du barrage est pratiquement négligeable. La retenue est considérée comme fermée. La figure 4.4 montre le modèle qui remplace le modèle présenté sur la figure 4.3. Les figures de 4.5 à 4.7 montrent respectivement le maillage dans le barrage, une coupe verticale du modèle et les éléments de couplage barrage-fluide et roche -fluide. Les caractéristiques du modèle sont montrées dans le tableau 4.2. Ses dimension sont d'environ: *1200 m* en longueur, *950 m* en largeur et *280 m* en profondeur.

Tableau 4.2 - Caractéristiques du modèle présenté sur la figure 4.4

nombre de noeuds dans le modèle	***6716***
nombre de noeuds bloqués	*1107*
nombre de noeuds de couplage	*914*
nombre de noeuds fluide	*2365*
nombre de noeuds de surface libre	*518*
nombre d'éléments dans le modèle	***6776***
nombre d'éléments dans le barrage	*258*
nombre d'éléments dans le fluide	*3177*
nombre d'éléments dans la roche	*2457*
nombre d'éléments de couplage	*884*

Dans le tableau 4.3 on donne des propriétés mécaniques des matériaux utilisées dans la plupart des modèles. On suppose que le barrage-voûte est une structure monolithique homogène et isotrope ainsi que la masse rocheuse modélisée ici.

Tableau 4.3 - Propriétés mécaniques des matériaux utilisées dans les modèles numériques

	module dynamique d'élasticité E (Mpa)	*coefficient de Poisson*	*densité volumique* (kNs^2/m^4)
béton	*60 000*	*0.20*	*2.45*
masse rocheuse	*56 000*	*0.25*	*2.70*
eau			*1.00*

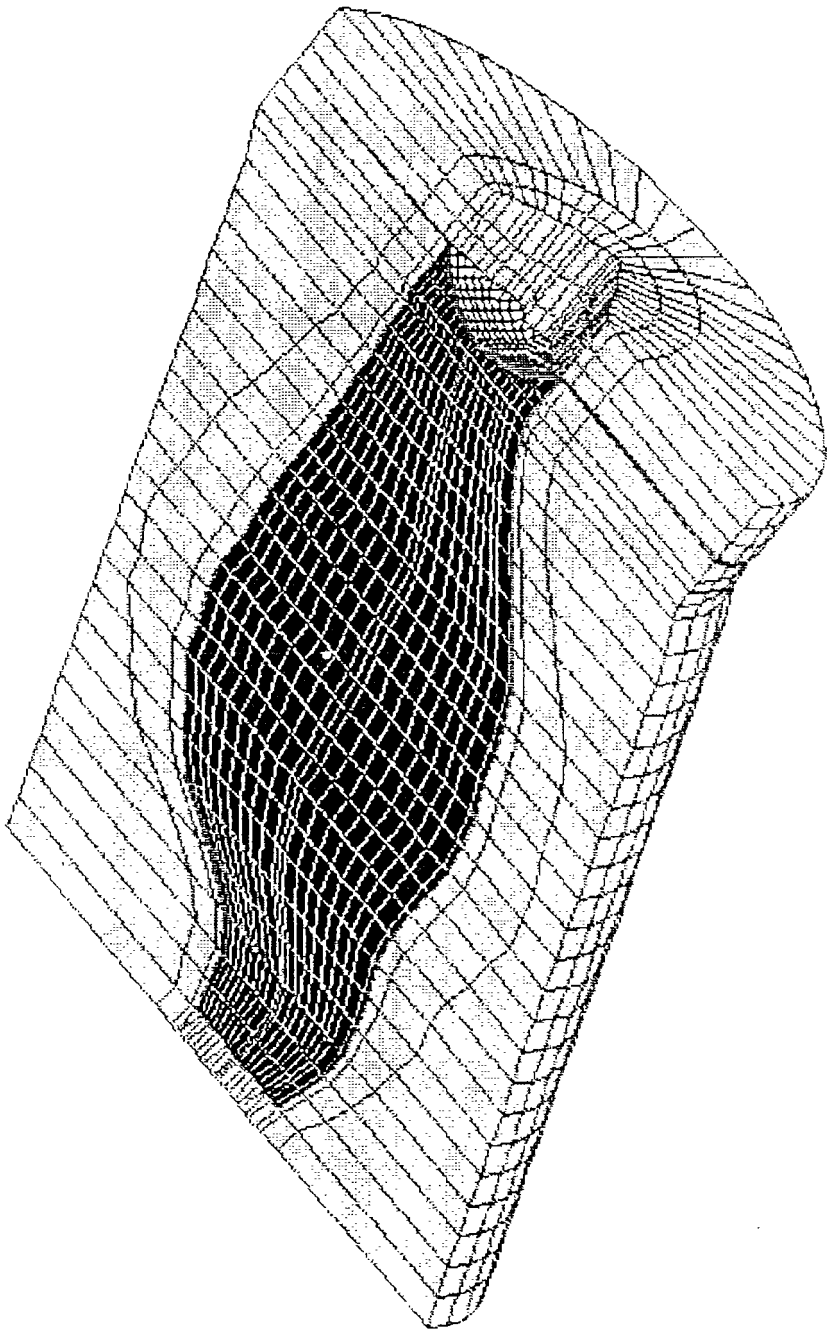


Figure 4.4 - Modèle avec la frontière oblique. Il représente le modèle de base pour les cinq premiers modèles numériques (voir le tableau 4.5)

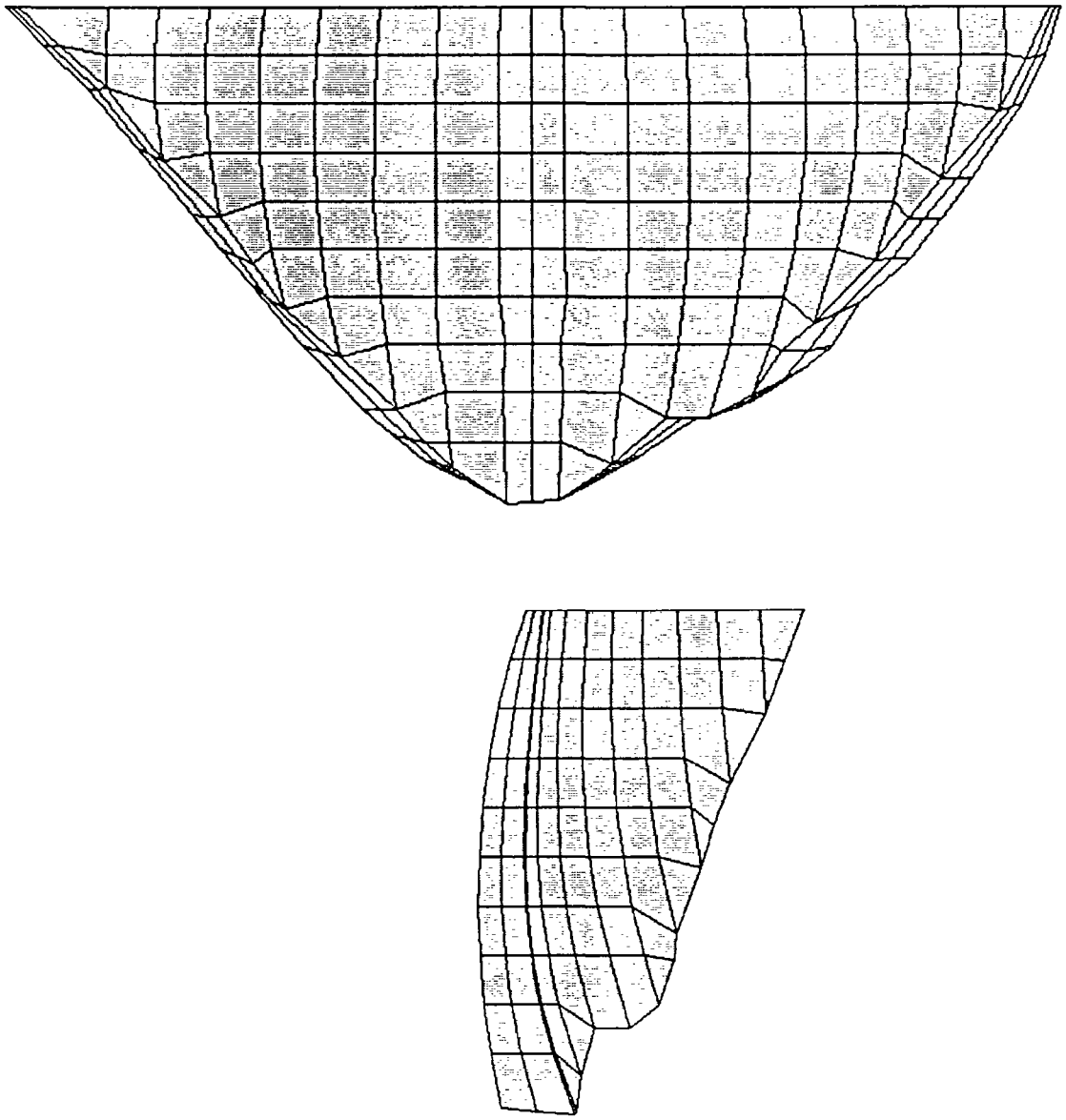


Figure 4.5 - Maillage en éléments finis du barrage de *Laparan* qui a été adopté pour les analyses: a) vue aval; b)coupe centrale

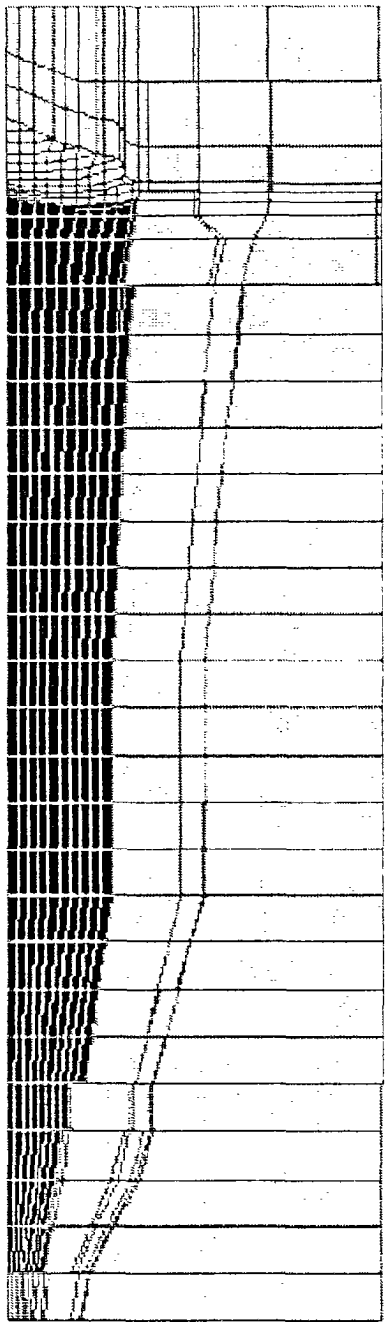


Figure 4.6 - Coupe verticale du modèle en éléments finis qui correspond à la coupe centrale du barrage

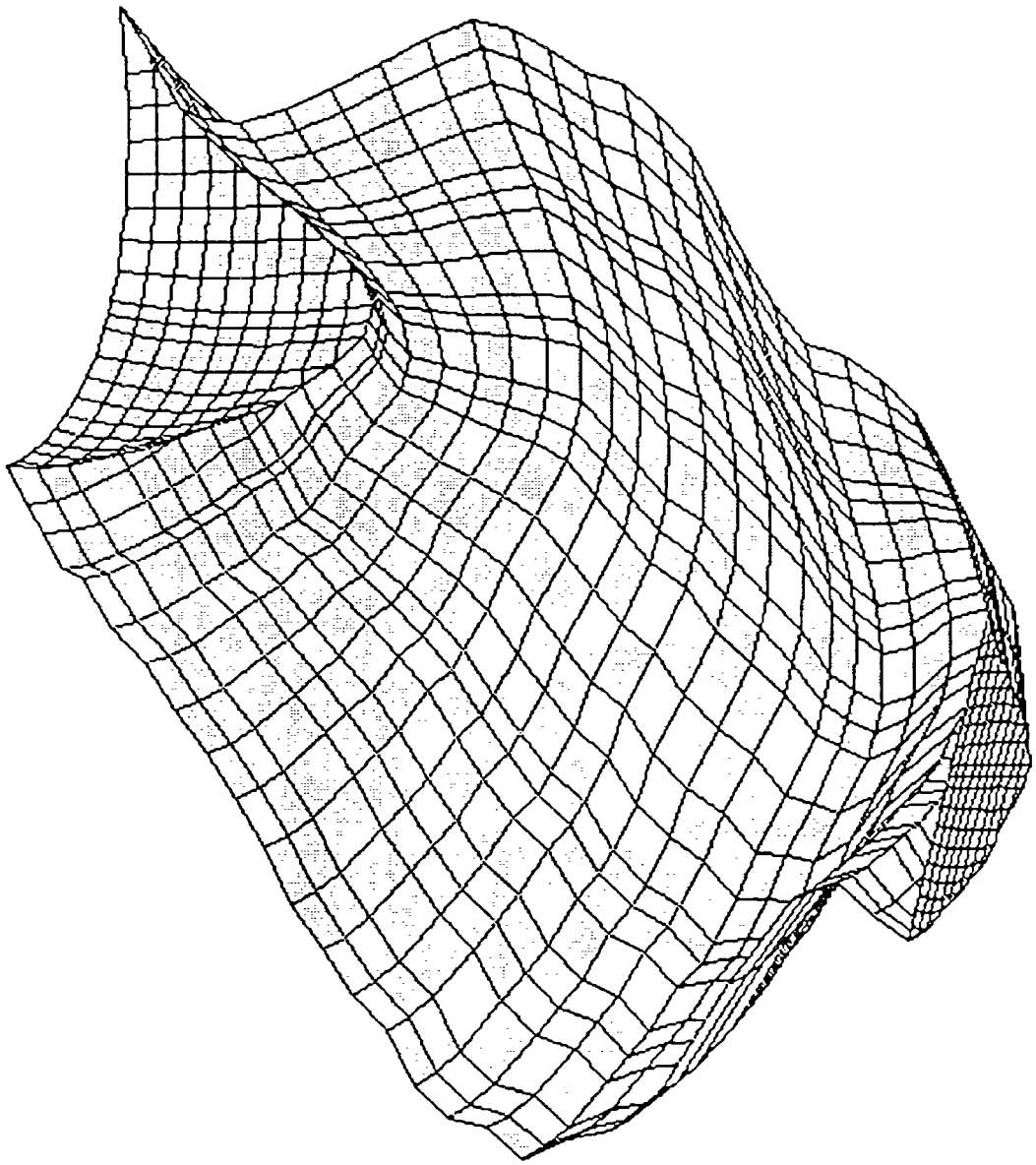


Figure 4.7 - Les éléments de couplage barrage-fluide et roche-fluide

Dans le tableau 4.4 on montre tous les modèles utilisés dans les analyses de comportement sismique du barrage-voûte.

Tableau 4.4 - Modèles utilisés dans les analyses

modèle 1	*modèle avec la frontière oblique* (figure 4.4), *eau compressible*
modèle 2	*modèle avec la frontière oblique* (figure 4.4), *eau incompressible*
modèle 3	*modèle avec la frontière oblique* (figure 4.4), *réservoir vide*
modèle 4	*modèle avec la frontière oblique* (figure 4.4), *eau compressible,* *module d'élasticité de la masse rocheuse modélisée est infini*
modèle 5	*modèle avec la frontière oblique* (figure 4.4), *eau incompressible,* *module d'élasticité de la masse rocheuse modélisée est infini*
modèle 6	*modèle avec la frontière rectangle en plan* (figure 4.8), *eau compressible*
modèle 7	*modèle avec la frontière rectangle en plan* (figure 4.8), *réservoir vide*
modèle 8	*modèle court avec la frontière oblique* (figure 4.9), *eau compressible*
modèle 9	*modèle court avec la frontière oblique* (figure 4.9), *eau incompressible*
modèle 10	*modèle du barrage seul* (figure 4.5) *sans fondations,* *eau représentée par des masses concentrées (Westergaard)*
modèle 11	*modèle du barrage seul* (figure 4.5) *sans fondations*
modèle 12	*modèle avec la frontière oblique* (figure 4.4), *eau compressible,* *module d'élasticité de la masse rocheuse modélisée est quatre fois plus grand que dans les modèles 1,2,3,6,7,8 et 9*

Le modèle montré sur la figure 4.8 est obtenu à partir du modèle présenté sur la figure 4.4 en changeant uniquement la forme de la frontière du modèle suivant sa longueur et en augmentant

sa largeur, la projection dans le plan devenant rectangle au lieu d'être oblique. Ses dimensions sont: la longueur *1200 m*, la largeur *1200 m* et la profondeur *280 m*.

Le modèle montré sur la figure 4.9 est obtenu à partir du modèle présenté sur la figure 4.4 en changeant la longueur du modèle, y compris le réservoir, dans sa partie amont. Il est deux fois plus court et la position du réservoir par rapport au barrage change de manière à ce que l'angle que font l'axe du réservoir et l'axe du barrage augmente de 20° (il passe de 20° à 40°). Les dimensions du modèle sur la figure 4.9 sont: la longueur *600 m*, la largeur *900 m* et la profondeur *280 m*.

Le *modèle 12* a le module d'élasticité de la roche modélisée, qui correspond à la célérité de propagation d'ondes (voir le chapitre V) qui est deux fois plus grande que dans les modèles *1,2,3,6,7,8* et *9*. Ceci donne un module d'élasticité de la roche du *modèle 12* qui est quatre fois plus grand.

Le tableau 4.5 donne les célérités de propagation du son dans l'eau pour l'eau compressible et incompressible.

Tableau 4.5 - Célérités de propagation du son dans l'eau

	eau compressible	*eau incompressible*
célérité de propagation du son dans l'eau	*c = 1440 m/s*	*c = infini*

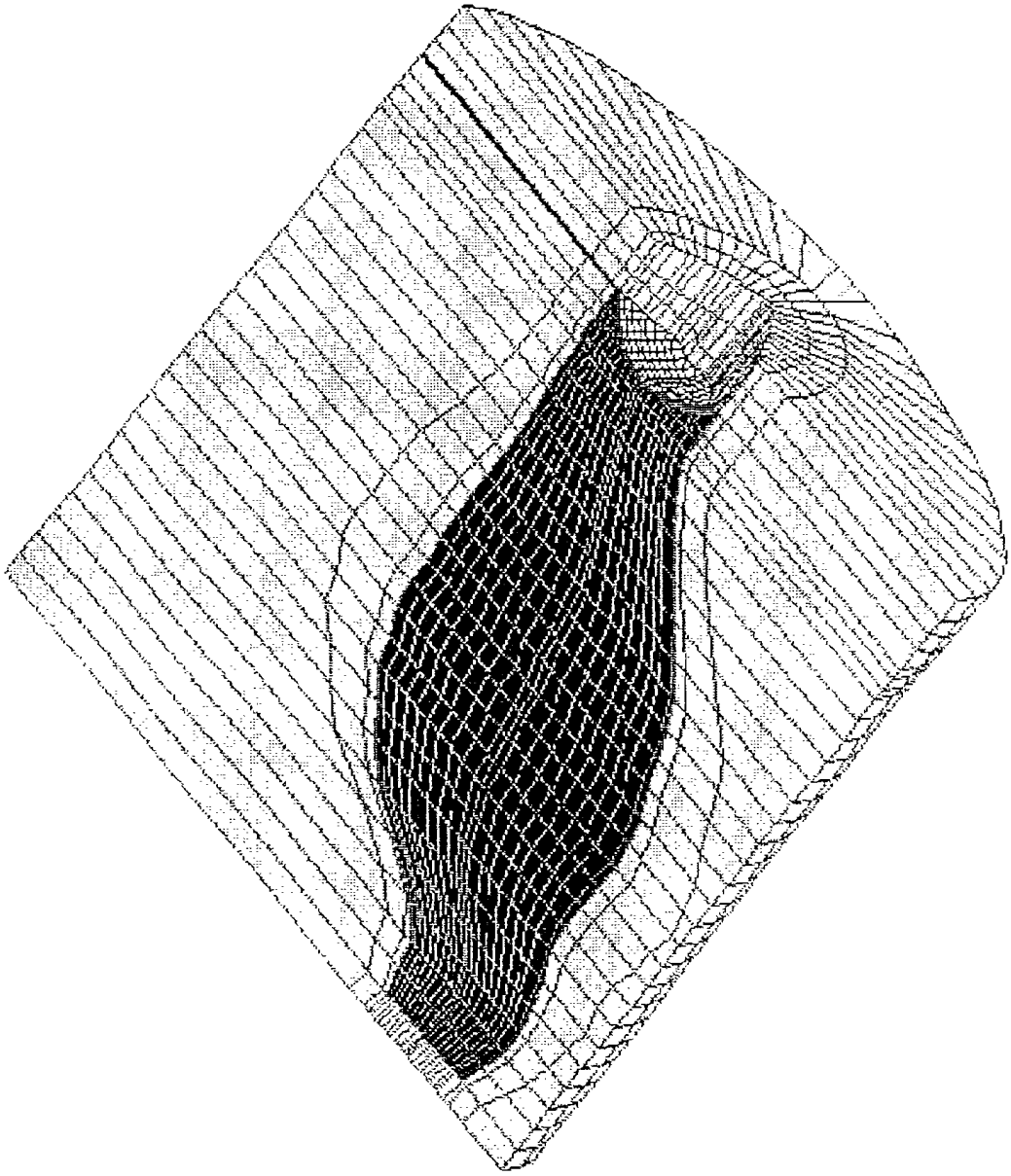


Figure 4.8 - Modèle avec la frontière rectangle. Il représente le modèle de base pour les modèles numériques 6 et 7

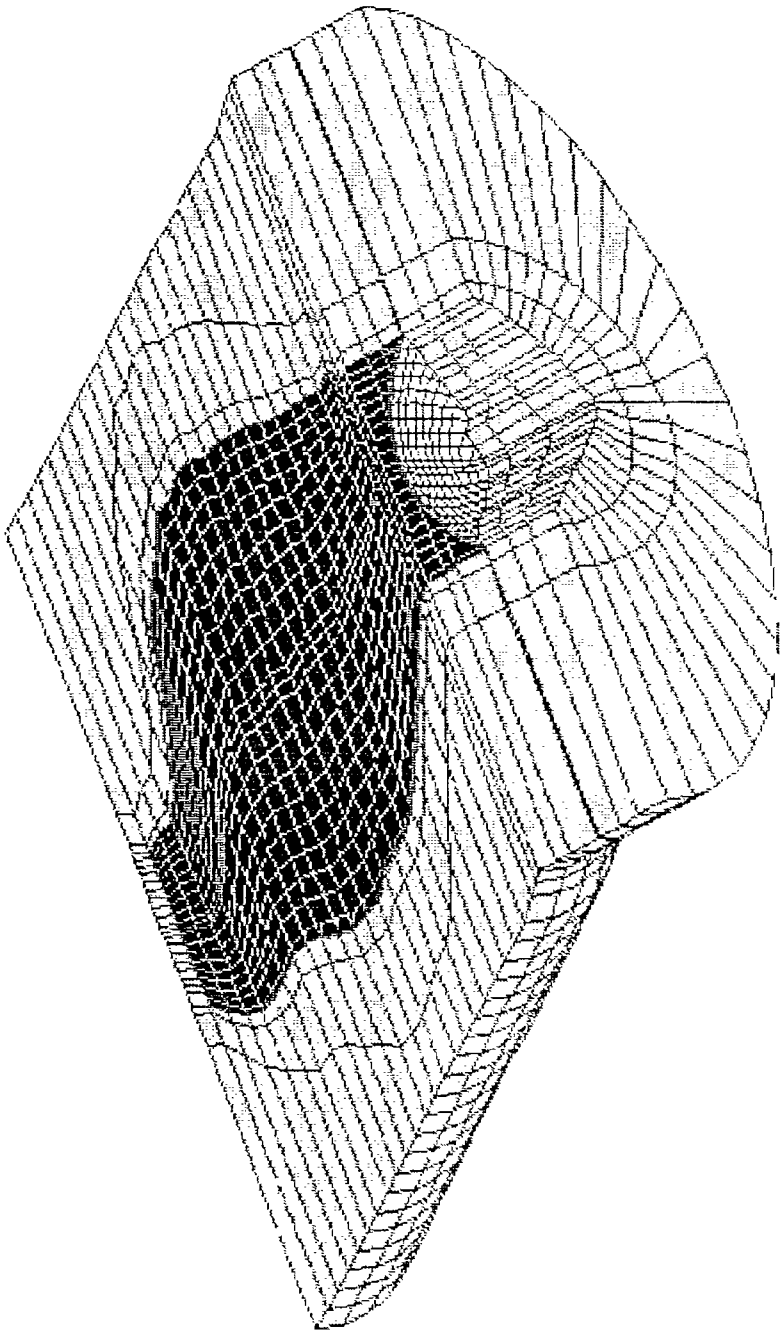


Figure 4.9 - Modèle court avec la frontière oblique. Il représente le modèle de base pour les modèles numériques 8 et 9

IV.4 ANALYSE MODALE

IV.4.1 MODES DE SURFACE LIBRE

Pour pouvoir déterminer des modes acoustiques dans le réservoir, dans une bande de fréquence donnée, on est obligé d'avoir un maillage dans le fluide suffisamment fin. Plus la fréquence maximale dans la bande de fréquence augmente, plus le maillage doit être fin. Si, par exemple, on veut déterminer tous les modes acoustiques entre *0* et *9 Hz*, en tenant compte de la célérité de propagation du son dans l'eau *(1440 m/s)*, on peut dire que la plus petite longueur d'onde est *160 m* et que la taille d'un élément fluide ne doit pas dépasser *40 m*.

Les conditions limites à la surface libre de la retenue, sont déterminées par les éléments de surface libre qui ont deux degrés de liberté par noeud (voir chapitre II): potentiel de déplacement φ et le déplacement vertical z. Les éléments de surface libre nous permettent de calculer les modes de surface libre (modes de ballottement).

En diminuant la taille des éléments fluides on augmente aussi le nombre d'éléments de surface libre ce qui augmente la fréquence maximale de modes de ballottement qu'on peut déterminer. Les fréquences propres qui correspondent aux modes de ballottement ont une très grande densité. Dans l'exemple du barrage-voûte on trouve plusieurs centaines de modes de ballottement qui ont des fréquences inférieures à *1 Hz*. La première fréquence propre est à *0 Hz* ce qui correspond à $p = 0$ (pression nulle) et $\varphi = constant$, dans le fluide. Puisque la première fréquence propre du système barrage-fluide-fondation (sans prise en compte de la surface libre) est suffisamment basse (environ *3 Hz*) la technique du *shift* ne peut pas aider à éliminer les fréquences de la surface libre qui ne sont pas importantes.

Donc, la prise en compte des modes de surface libre dans une bande de fréquence, par exemple, de *0* à *9 Hz*, pourrait nous obliger à déterminer des centaines (ou des milliers) de modes propres (ce qui dépend de la densité du maillage). Dans ces conditions le calcul modal devient pratiquement impossible.

Par conséquent, on a choisi la condition limite à la surface libre $p = 0$ (pression nulle) ce qui donne $\varphi = 0$ (potentiel de déplacement nul) et $z = 0$ (déplacement vertical nul).

IV.4.2 RESULTATS DES ANALYSES MODALES

Dans les analyses modales de systèmes couplés solide-fluide avec le fluide compressible, on a différents types de modes propres. Pour avoir la possibilité de les distinguer on détermine les énergies modales. Ce sont les énergies potentielles et cinétiques du fluide et du solide pour chacun des modes propres. Ces énergies sont normées par rapport à l'énergie de couplage solide-fluide.

L'analyse qualitative de ces énergies modales donne *6* types de modes propres montrés dans le tableau 3.4 du chapitre III. La comparaison des valeurs d'énergies modales, pour un mode propre, montre quel type de mode domine.

Les calculs modaux sur les différents modèles ont été effectués dans la bande de fréquence de *0* à *9 Hz* environ. Le tableau 4.6 montre le nombre de modes déterminés pour chaque modèle, le nombre de vecteurs de *Lanczos* , ainsi que la bande de fréquence.

Tableau 4.6 - Caractéristiques des calculs modaux de tous les modèles utilisés dans les analyses

modèle	*nombre de modes*	*nombre de vecteurs de base réduite*	*première fréquence (Hz)*	*dernière fréquence (Hz)*
1	*60*	*120*	*3.1359*	*9.1293*
2	*60*	*120*	*3.1783*	*9.8251*
3	*50*	*120*	*4.0762*	*9.2647*
4	*25*	*70*	*3.2826*	*9.6114*
5	*6*	*18*	*3.3301*	*9.5869*
6	*60*	*120*	*3.1365*	*9.1345*
7	*50*	*120*	*4.0727*	*9.5091*
8	*40*	*100*	*3.1315*	*9.4225*
9	*35*	*90*	*3.1744*	*9.7007*
10	*10*	*30*	*2.5166*	*9.2854*
11	*5*	*15*	*4.2673*	*10.2267*

Dans le tableau 4.7 on montre les caractéristiques de la matrice du système pour un calcul modal ainsi que le temps d'exécution du logiciel *EXCITM* sur le *CRAY Y-MP*.

Tableau 4.7 - Caractéristiques de la matrice du système pour un calcul modal et le temps nécessaire pour déterminer 60 modes propres sur une base de 120 vecteurs en utilisant le logiciel *EXCITM* sur le *CRAY Y-MP*

nombre de degrés de liberté libres (nombre d'équations)	*14 826*
nombre de degrés de liberté bloqués	*4 357*
maximum de la bande variable (matrice symétrique)	*1 054*
moyenne de la bande variable (matrice symétrique)	*496*
pourcentage de remplissage de la matrice symétrique	*6.7 %*
nombre de termes dans la demi matrice du système	*7 360 278*
nombre de blocs	*1*
temps de connexion de quatre processeurs *pour déterminer 60 modes propres* *sur une base de 120 vecteurs*	*1138 s* *1 CPU = 510 s* *2 CPU = 342 s* *3 CPU = 253 s* *4 CPU = 33 s*
"user CPU time"	*2085 s*
"system CPU time"	*1735 s*

IV.4.2.1 MODELE 1

Le tableau 4.8 donne les fréquences propres et les masses généralisées du *modèle 1* nécessaires pour l'analyse. Le fluide est *compressible*. Dans les tableaux 4.9 et 4.10 on donne respectivement les énergies modales et les types de modes propres.

Tableau 4.8 - Fréquences propres et masses généralisées du *modèle 1*

MODE	*FREQUENCE (Hz)*	*PERIODE (s)*	*MASSE GENERALISEE*
1	*3.1359*	*0.3189*	*0.579783E+05*
2	*3.6259*	*0.2758*	*0.691138E+05*
3	*4.5374*	*0.2204*	*0.500348E+06*

4	4.6089	0.2170	0.677238E+05
5	4.7659	0.2098	0.116055E+06
6	4.9642	0.2014	0.231912E+06
7	4.9914	0.2003	0.299444E+07
8	5.0703	0.1972	0.278075E+08
9	5.2485	0.1905	0.231443E+06
10	5.2617	0.1901	0.105568E+08
20	6.3123	0.1584	0.106347E+07
30	7.0566	0.1417	0.557894E+06
40	7.6499	0.1307	0.245151E+06
50	8.3483	0.1198	0.255062E+08
60	9.1293	0.1095	0.310143E+06

Tableau 4.9 - Energies modales du *modèle 1*

MODE	EPS* Energie Potentielle de la Structure	ECS* Energie Cinétique de la Structure	EPF* Energie Potentielle du Fluide	ECF* Energie Cinétique du Fluide
1	0.24098E+01	0.14098E+01	0.75704E-01	0.10757E+01
2	0.19071E+01	0.90705E+00	0.46248E+00	0.14625E+01
3	0.36763E+02	0.35763E+02	0.50913E+00	0.15091E+01
4	0.28463E+01	0.18463E+01	0.15377E+01	0.25377E+01
5	0.23476E+01	0.13476E+01	0.17408E+01	0.27408E+01
6	0.27534E+01	0.17534E+01	0.26123E+01	0.36123E+01
7	0.50415E+02	0.49415E+02	0.15412E+01	0.25412E+01
8	0.22593E+03	0.22493E+03	0.95481E+00	0.19548E+01
9	0.28089E+01	0.18089E+01	0.30237E+01	0.40237E+01
10	0.27980E+03	0.27880E+03	0.10757E+01	0.20757E+01
20	0.13251E+02	0.12251E+02	0.43938E+01	0.53938E+01
30	0.77660E+01	0.67660E+01	0.50226E+01	0.60226E+01
40	0.96124E+01	0.86124E+01	0.59123E+01	0.69123E+01
50	0.13576E+04	0.13566E+04	0.25558E+03	0.25658E+03
60	0.20640E+02	0.19641E+02	0.67244E+01	0.77228E+01

* Les énergies sont normées par rapport à l'énergie de couplage fluide-solide

Tableau 4.10 - Types des modes propres du *modèle 1*

MODE	*TYPE DU MODE PROPRE*	*FORME DU MODE DU BARRAGE*
1	*mode du barrage avec la masse active du fluide*	*antisymétrique*
2	*mode du barrage avec la masse active du fluide*	*symétrique*
3	*mode du barrage avec la masse active du fluide*	*symétrique*
4	*mode du solide (barrage et roche) la masse active du fluide est considérable*	*symétrique*
5	*mode du solide (barrage et roche) la masse active du fluide est considérable*	*symétrique*
6	*mode du couplage fluide-solide*	*symétrique*
7	*mode du solide (barrage et roche) dont la partie roche est plus importante la masse active du fluide est considérable*	*symétrique*
8	*mode du solide (barrage et roche) dont la partie roche est plus importante la masse active du fluide est considérable*	-
9	*mode du couplage fluide-solide*	*symétrique*
10	*mode du solide (barrage et roche) dont la partie roche est plus importante, avec la masse active du fluide*	*symétrique*

Sur les figures 4.10 à 4.20 on montre les dix premiers modes propres du *modèle 1*.

Le premier mode acoustique apparaît à la fréquence de *5.8344 Hz*. C'est le *14-ième* mode qui est un mode acoustique et le mode du solide (le barrage et la roche) en même temps.

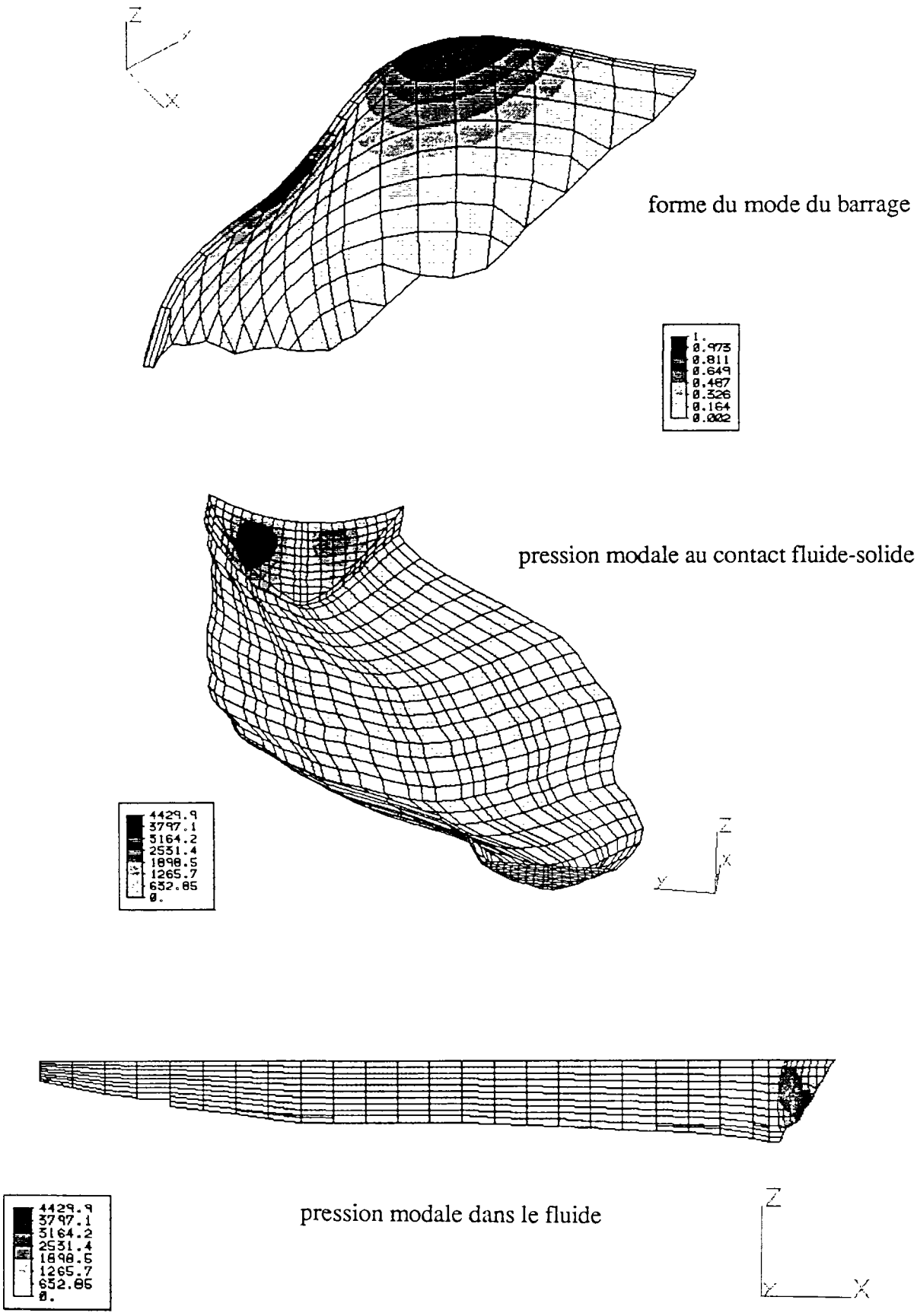


Figure 4.10 - Premier mode propre du *modèle 1* à *3.1359 Hz*.
Mode du barrage avec la masse active du fluide

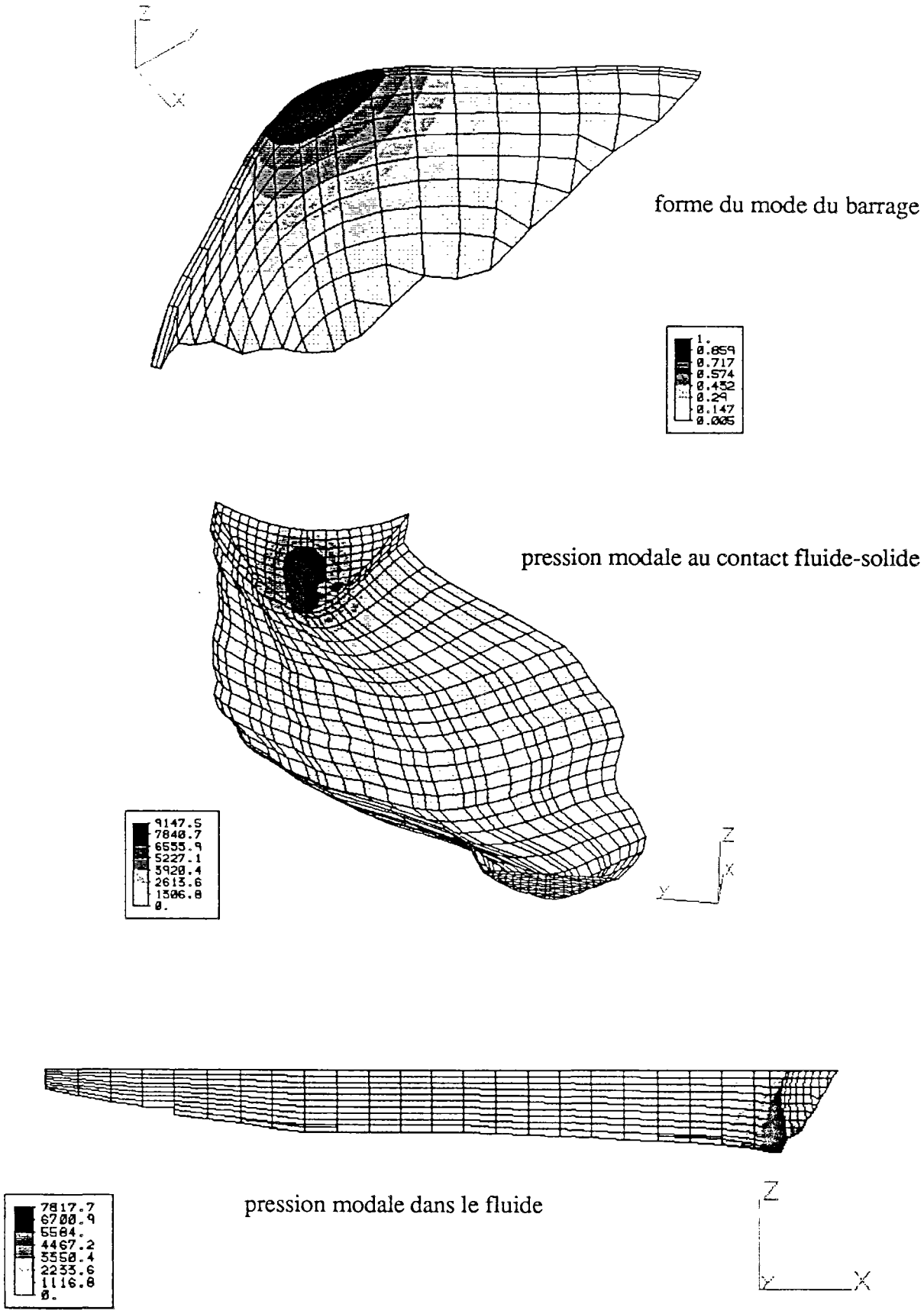


Figure 4.11 - Deuxième mode propre du *modèle 1* à *3.6259 Hz*.
Mode du barrage avec la masse active du fluide

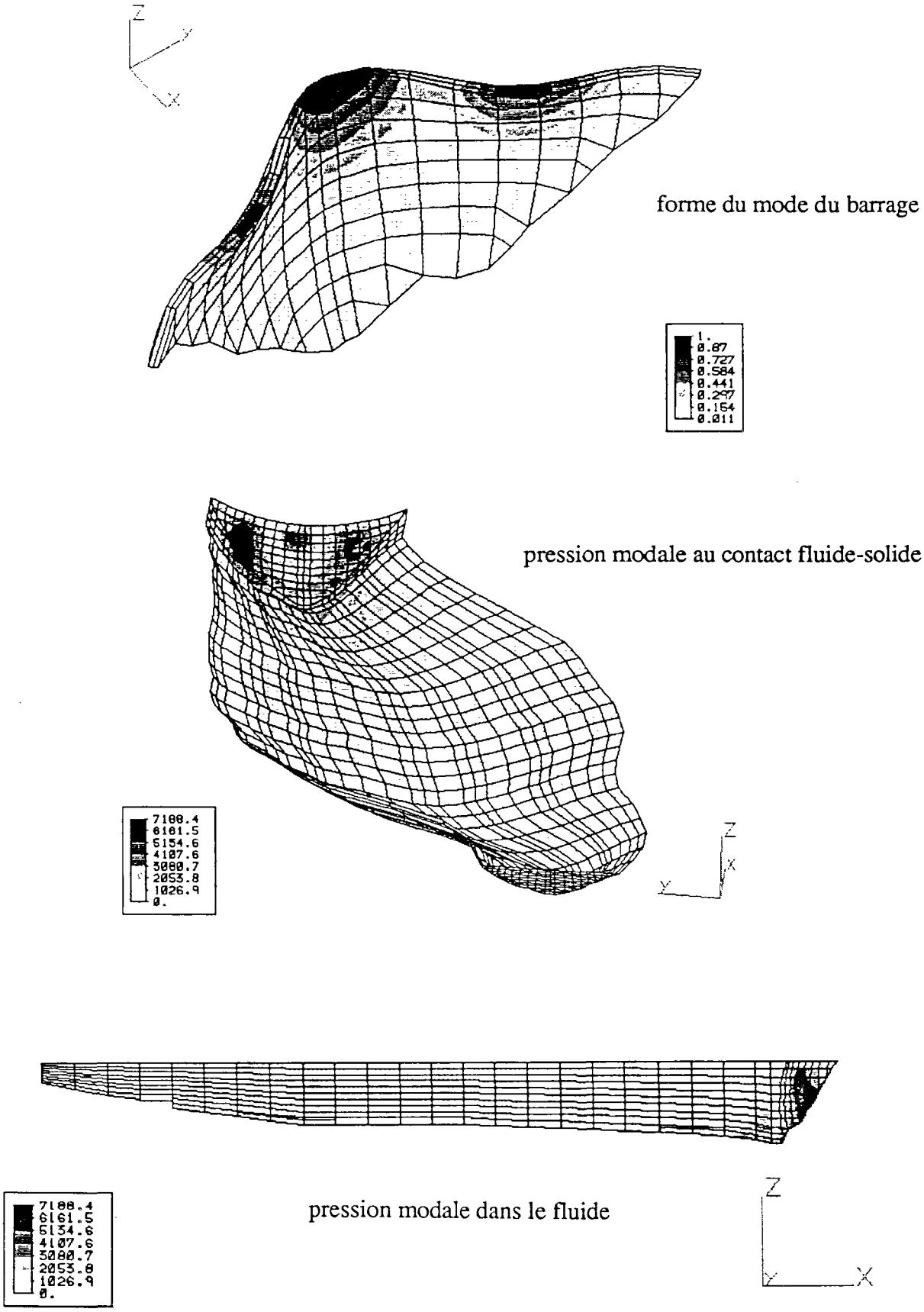


Figure 4.12 - Troisième mode propre du *modèle 1* à *4.5374 Hz*.
Mode du barrage avec la masse active du fluide

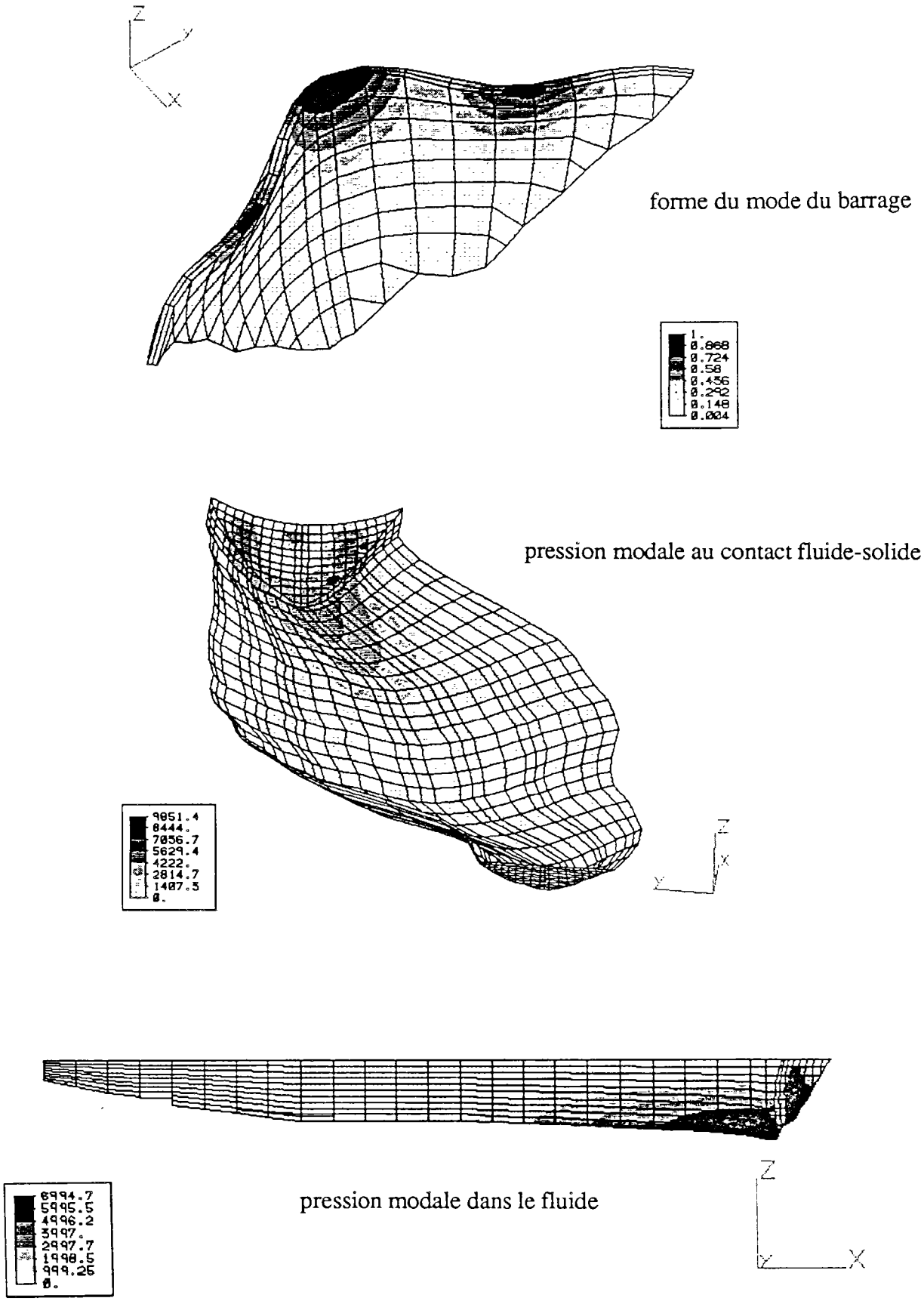


Figure 4.13 - Quatrième mode propre du *modèle 1* à *4.6089 Hz*.
Mode du solide (barrage et roche) - la masse active du fluide est importante

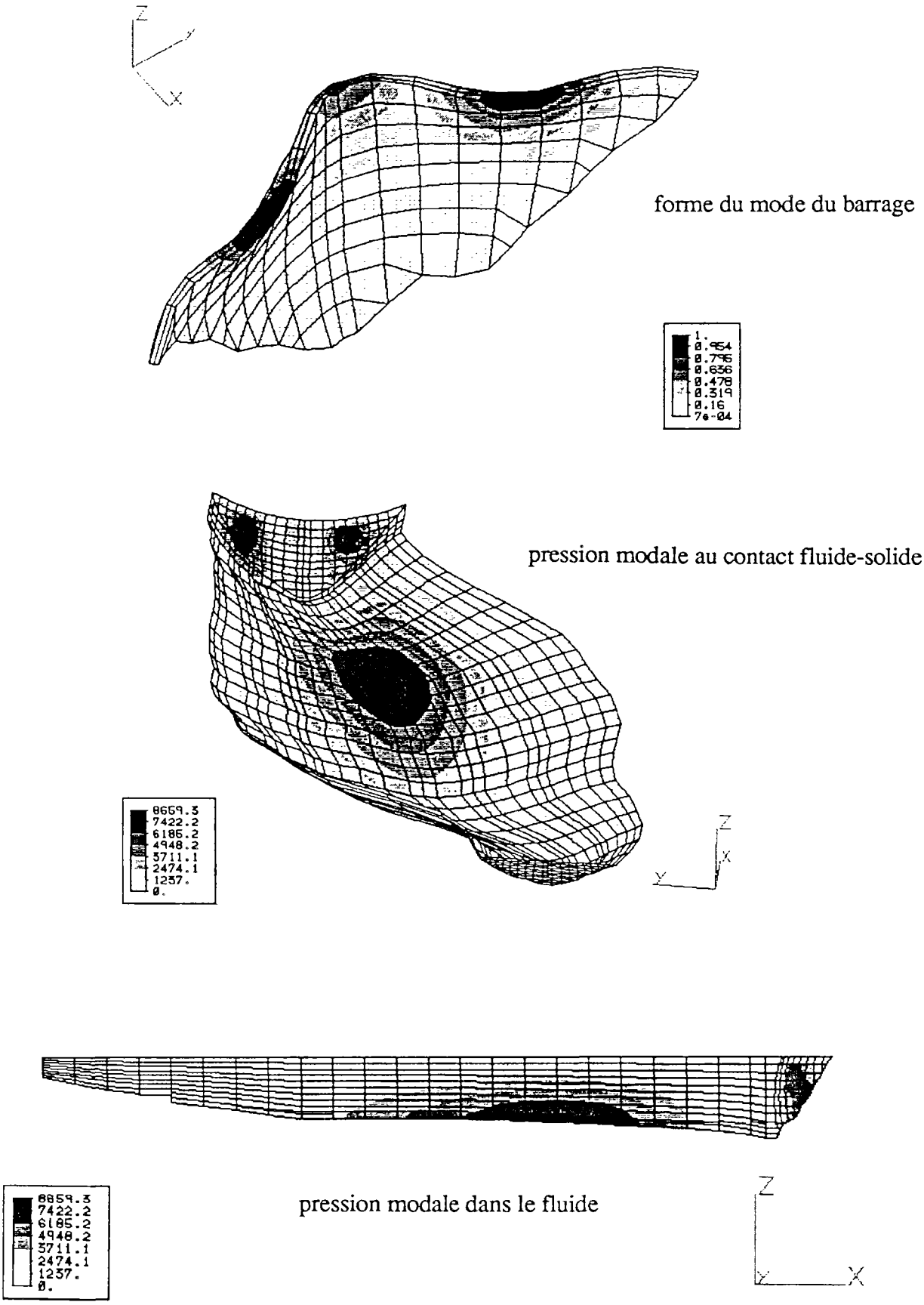


Figure 4.14 - Cinqième mode propre du *modèle 1* à *4.7659 Hz*.
Mode du solide (barrage et roche) - la masse active du fluide est importante

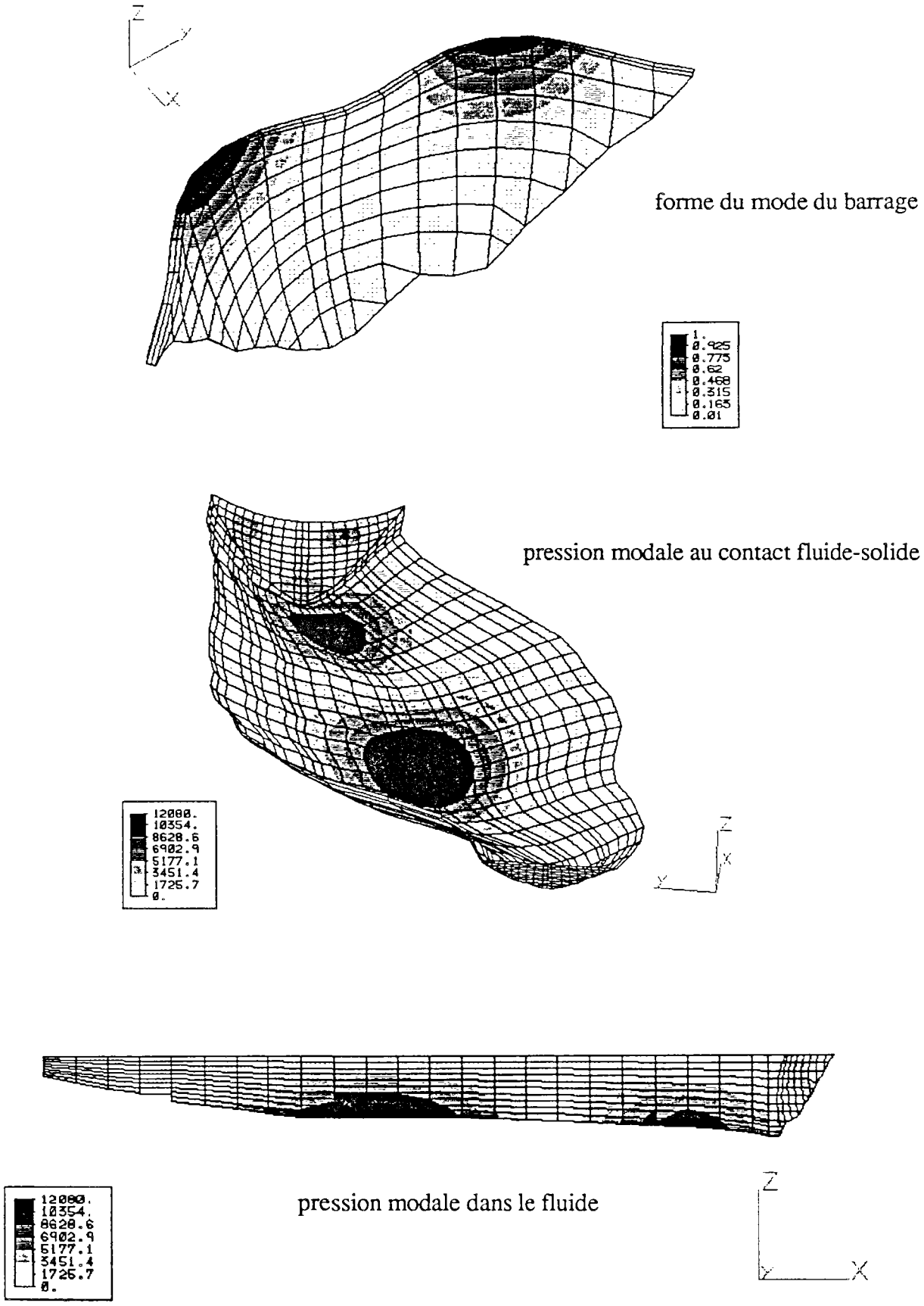


Figure 4.15 - Sixième mode propre du *modèle 1* à *4.9642 Hz*.
Mode du couplage solide-fluide

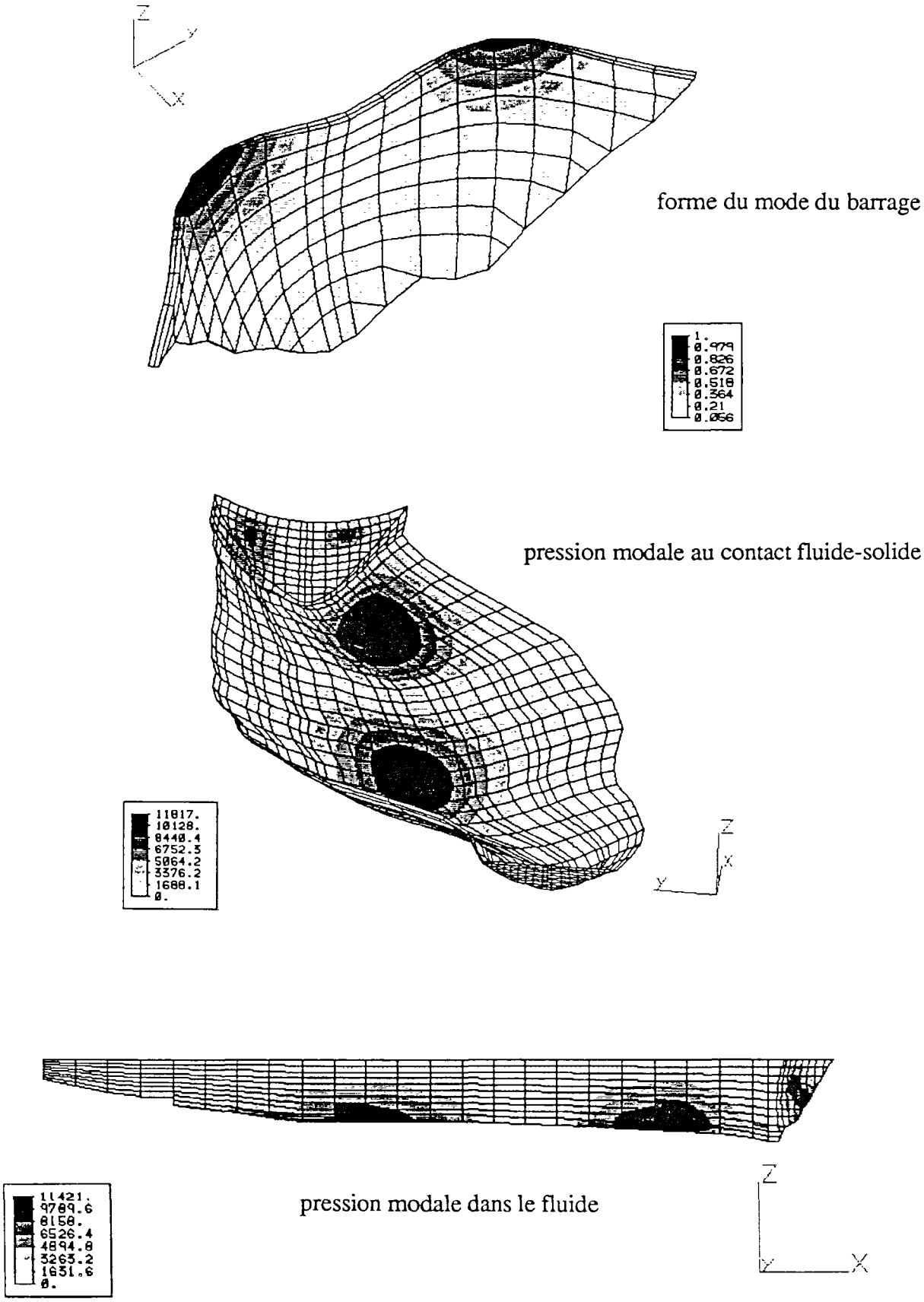


Figure 4.16 - Septième mode propre du *modèle 1* à *4.9914 Hz*.

Mode du solide (barrage et roche) - la masse active du fluide est importante

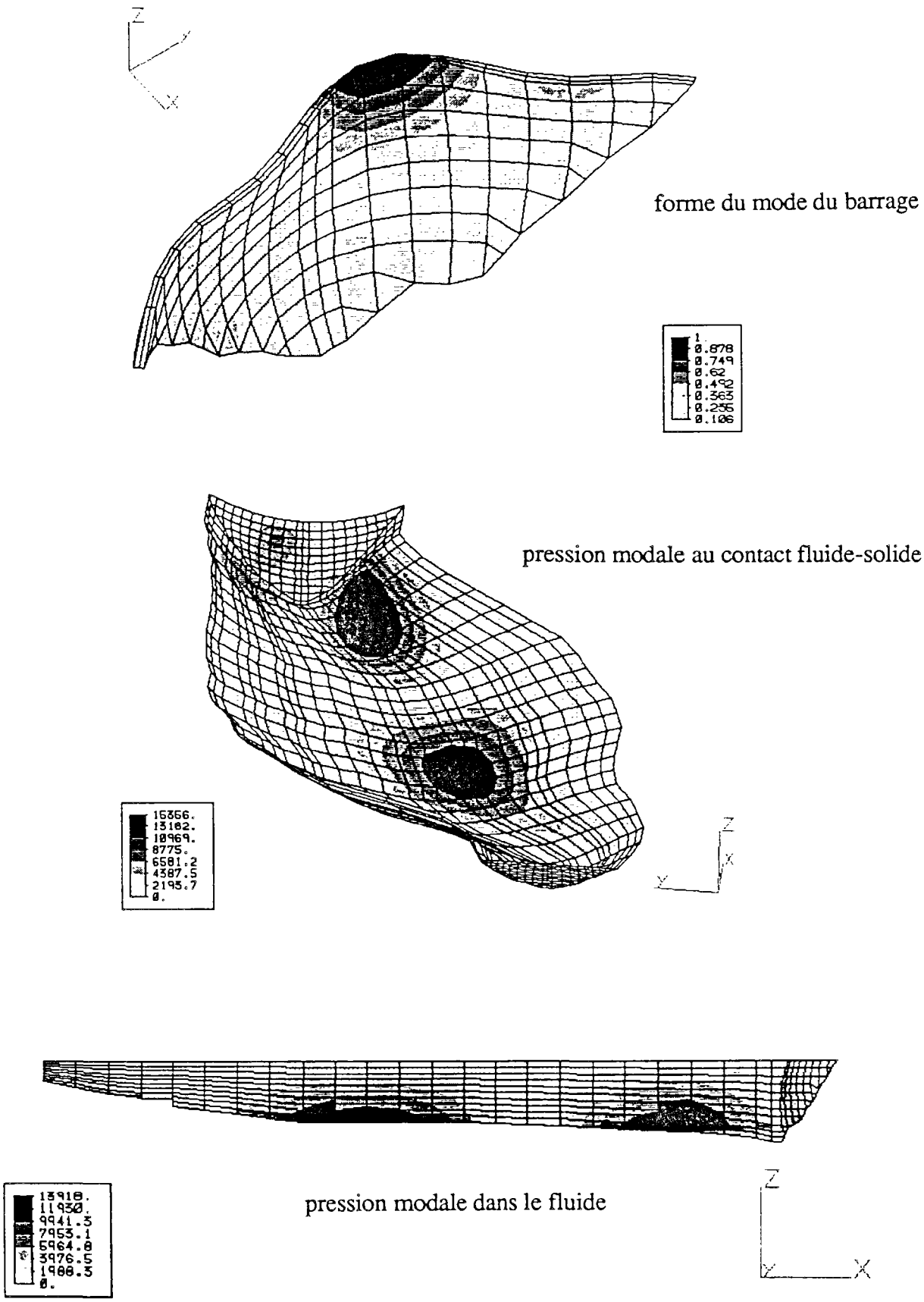


Figure 4.17 - Huitième mode propre du *modèle 1* à *5.0703 Hz*.

Mode du solide (barrage et roche) - la masse active du fluide est importante

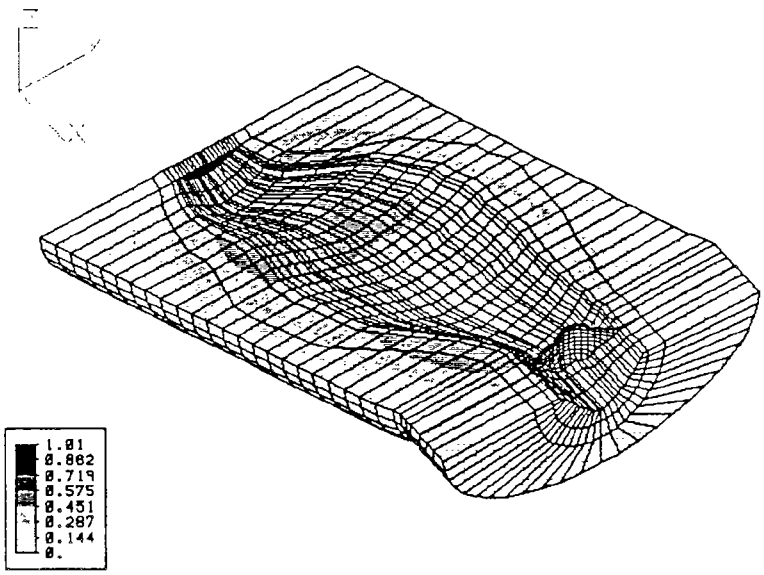


Figure 4.18 - Huitième mode propre du *modèle 1* à *5.0703 Hz.*
Mode du solide (barrage et roche) - la masse active du fluide est importante

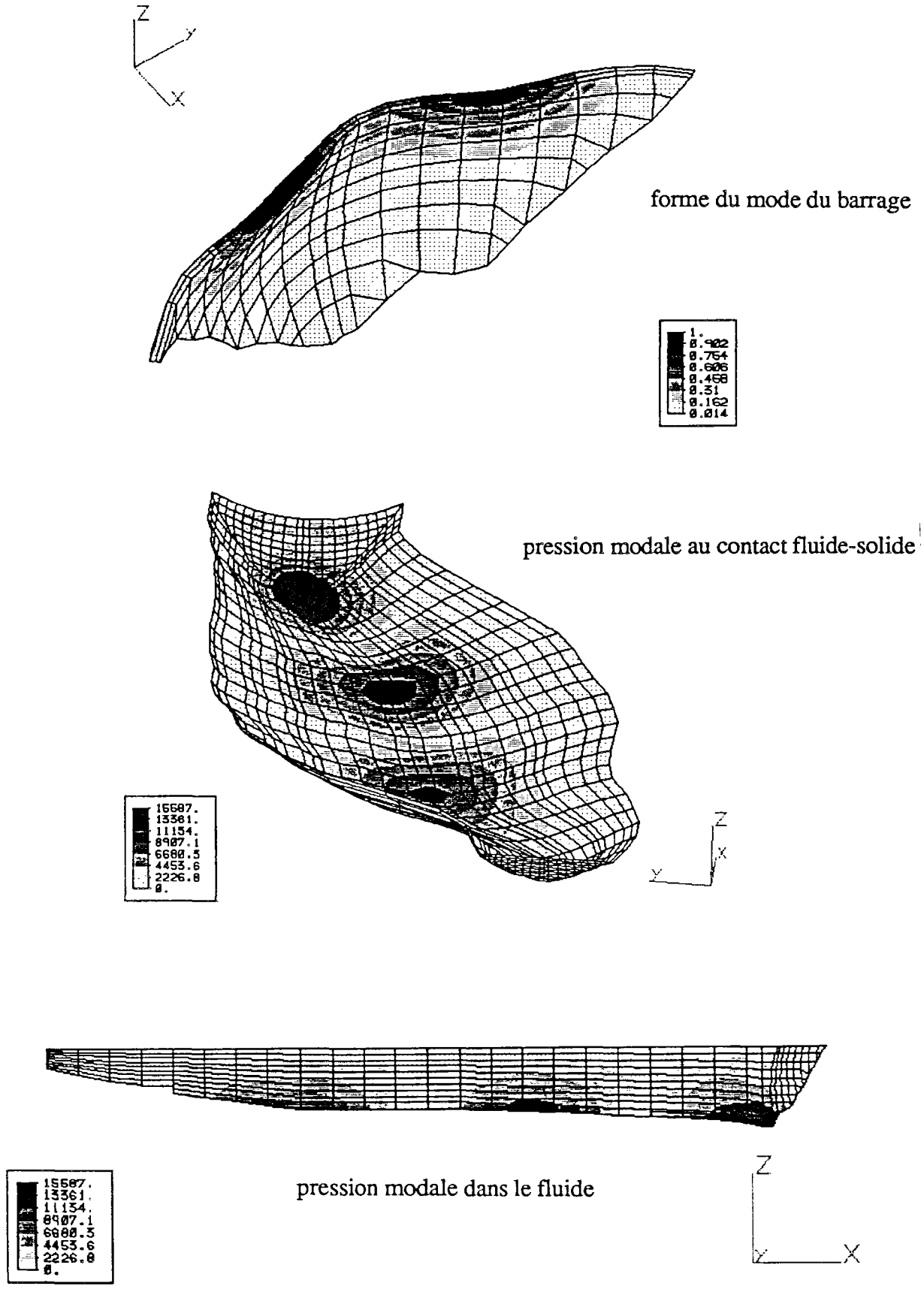


Figure 4.19 - Neuvième mode propre du *modèle 1* à *5.2485 Hz*.
Mode du couplage solide-fluide

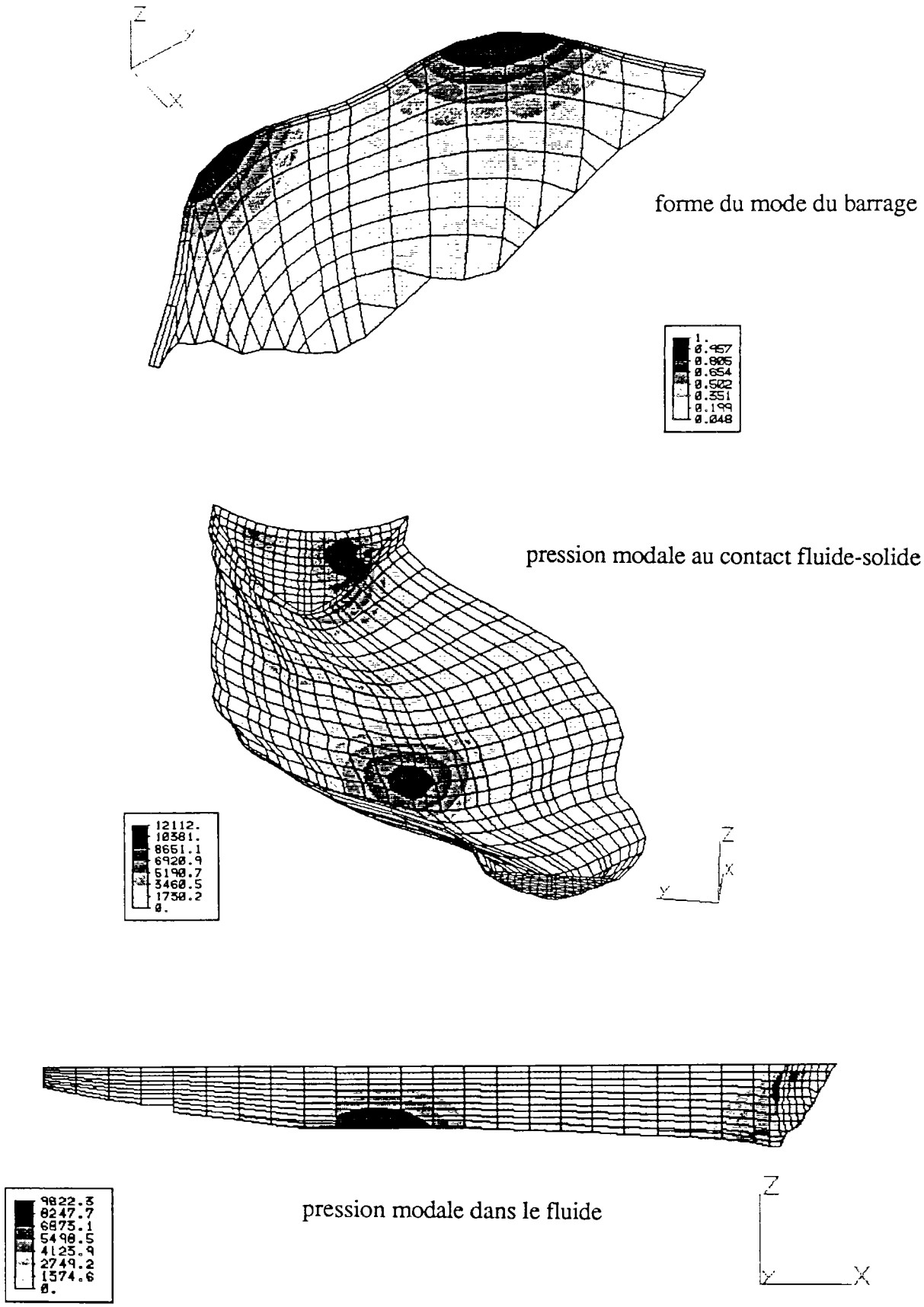


Figure 4.20 - Dixième mode propre du *modèle 1* à *5.2617 Hz*.
Mode du solide (barrage et roche) avec la masse active du fluide

IV.5 INTERPRETATION DES RESULTATS ET CONCLUSIONS SUR LES ANALYSES MODALES

En ce qui concerne l'analyse modale de systèmes barrage-fluide-fondation, en tenant compte des résultats montrés dans les paragraphes précédents, on peut tirer plusieurs conclusions:

1. Les essais effectués *in situ* sur le barrage-voûte de *Laparan* [33] donnent les sept premières fréquences propres, pour la retenue pleine. Elles ont une excellente concordance (8% de difference en moyenne) avec les fréquences propres du *modèle 10* qui a une roche rigide et un fluide représenté par les masses concentrées (figure 4.49). Le module d'élasticité du béton pris dans les modèles est de *60 000 MPa.*

L'interprétation de la concordance des résultats avec le *modèle 10* est la suivante.

L'approche de *Westergaard* suppose que le fluide n'est pas compressible, que le barrage n'est pas déformable et elle ne prend pas en compte la forme complexe d'un barrage-voûte. Les masses concentrées représentent un volume d'eau sur la face amont du barrage qui est "actif". Ce volume a une forme parabolique et pour un barrage de *100 m*, il ne dépasse pas *60 m* vers l'amont, à la mi-hauteur du barrage, ni *90 m* vers l'amont, au pied du barrage. Il ne dépasse, en aucun cas, la hauteur du barrage.

Les résultats montrent que l'excitateur, utilisé pour les essais effectués *in situ*, à cause de sa puissance insuffisante et sa position sur le barrage, n'a pas pu exciter la roche ce qui est tout à fait logique. Donc, elle est restée rigide par rapport au barrage. En même temps l'excitateur a excité un volume d'eau qui, à l'amont, ne dépasse pas la hauteur du barrage et qui peut être traité, par rapport a la taille du lac, comme un volume local. De la même raison de la capacité insuffisante de l'excitateur, la compressibilité de l'eau du lac n'a pas pu se rendre active ("entrer en jeu") lors des essais.

2. Les essais effectués *in situ* sur le barrage de *Laparan* [33] ont été réalisés pour différents niveaux de la retenue (figure 4.55). Les fréquences propres obtenues pour les niveaux de la retenue supérieurs au niveau (1513 NGF) qui est à *28 m* au-dessous de la crête (1541 NGF) varient en fonction du niveau de la retenue, comme dans le *modèle 10*. C'est à dire qu'en augmentant le niveau de la retenue, les fréquences propres diminuent. Par contre, pour les niveaux qui sont inférieurs au niveau *28 m* au-dessous de la crête, les fréquences propres augmentent avec le niveau, ce qui est tout à fait le contraire des résultats obtenus par la modélisation numérique. Ceci amène à ce que les fréquences propres du *modèle 11* (retenue

vide) sont trop loin des fréquences mesurées au niveau bas de la retenue (1478 NGF) qui est à *63 m* au-dessous de la crête.

L'interprétation de cette observation pourrait être la suivante.

Ce phénomène serait la conséquence de l'un des trois cas suivants:

Cas 1. La charge hydrostatique déplace la clé de la crête vers l'aval et l'effet de la température "pousse" la clé du barrage vers l'aval en hiver et vers l'amont en été par rapport à l'état "initial" défini par l'excentricité de la force normale égale à zéro dans les arcs. Ceci se passe lorsque les joints sont injectés et clavés normalement. La charge hydrostatique et la température peuvent changer la rigidité de la voûte en provoquant l'ouverture des joints, ce qui n'est pas rare et aussi l'ouverture des reprises ce qui est plus rare. Une voûte peut être projetée et construite de manière à ne pas avoir des tractions dans la partie haute du barrage pour les charges de l'eau normales et des températures qui ne sont pas extrêmes. Dans ce cas-là il n'y a pas de changement de rigidité et il faut chercher la raison de l'augmentation des fréquences en quelques autres phénomènes.

Cas 2. La rigidité du barrage est au point maximum à l'état initial (les joints entre les plots sont fermés). Cette rigidité est au minimum en hiver et puis quand la clé de la crête se trouve le plus à l'amont par rapport à la position "initiale" (à la fin de l'été avec la retenue basse). En hiver, c'est la partie sur la face aval des joints dans la zone de clé qui est ouverte ainsi que la partie sur la face amont des joints dans la zone d'appuis. En été, par contre, c'est la partie sur la face amont des joints dans la zone de clé et celle sur la face aval dans la zone d'appuis qui sont ouvertes.

Cas 3. Une troisième possibilité existe qui pourrait être la véritable si les informations qu'on a eu étaient confirmées. Par de basse température en hiver et l'eau de la retenue étant de niveau bas, il arrive que les joints s'ouvrent sur toute l'épaisseur du barrage avec une profondeur au-dessous de la crête qui varie selon la géométrie de la voûte. Si cette ouverture atteint une profondeur considérable, des plots en console ont été excités au lieu d'une voûte sur la partie haute du barrage. Ces fréquences propres augmentent à mesure que les joints se referment parce que la raideur des consoles augmente avec leur raccourcissement. En fonction de la force dynamique que donne l'excitateur, la partie qui vibre en voûte au-dessous des console est soumise à une vibration de laquelle partent des vibrations des consoles. C'est pour cela que les déplacements en crête des consoles ont la forme de modes des arcs, la longueur des consoles ne leur permettant pas de changer cette forme.

Les essais se sont déroulés dans la période avril-juin. La montée du niveau de la retenue de la cote 1478 à la cote 1513 NGF a eu lieu en *8* jours du 14 au 22 avril ce qui veut dire que la température du béton n'a pas pu avoir un rôle important. C'est la pression hydrostatique qui a augmenté la rigidité de la partie haute de la crête en refermant les joints. Ceci doit être la raison de la montée des fréquences.

La conclusion est que le phénomène est une conséquence du deuxième ou troisième cas. Avec plus de données il serait possible de faire un calcul et ensuite une conclusion plus exacte. La seconde conclusion en est que l'on ne peut pas comparer les résultats du calcul numérique aux résultats des essais dans le cas de basse retenue et de basse température au barrage de Laparan, parce que l'on comparerait des choses différentes. Les calculs numériques dans ce cas-là sont exacts et plus proches de la réalité parce que c'est une voûte pour laquelle on a calculé les fréquences propres.

3. La représentation du fluide par les masses concentrées en utilisant l'approche de *Westergaard* donne les trois premières fréquences propres qui sont plus basses que les fréquences du modèle quand le fluide est compressible ou incompressible (pour une roche rigide - figure 4.49). Les autres fréquences propres du modèle avec des masses concentrées se situent dans la zone entre les fréquences propres qui correspondent aux modèles avec le fluide compressible et celui avec le fluide incompressible.

4. Dans le cas d'un fluide compressible et d'une roche rigide (cela veut dire qu'il n'y a pas d'interaction fluide-roche) les types de modes propres peuvent être clairement distingués. Par exemple, on distingue: le mode du barrage avec la masse active du fluide (le volume d'eau qui est actif), le mode acoustique, le mode de couplage barrage-fluide ou le mode du barrage avec le mode acoustique sur la même fréquence, mais sans couplage.

5. Dans le cas d'un fluide compressible et d'une roche non rigide (le module d'élasticité dynamique *56 000 MPa*) les modes acoustiques ne se distinguent pas clairement. Les modes dominants sont les modes de la partie solide (le barrage et la roche) avec les masses actives du fluide et les modes de couplage.

6. Dans le cas d'un fluide incompressible il n'y a pas de modes acoustiques ni de modes de couplage fluide-solide. Tous les modes propres sont du même type: mode du solide avec la masse active du fluide. L'énergie cinétique du fluide est égale à l'énergie de couplage et l'énergie potentielle du fluide est nulle. Donc, le mouvement dans le fluide est introduit par le mouvement du barrage.

7. Dans le cas d'un fluide compressible les fréquences propres ont une distribution plus dense, après le premier mode acoustique, que dans le cas d'un fluide incompressible (figure 4.47 et figure 4.51).

8. Dans le cas d'un réservoir vide les fréquences sont plus séparées que dans le cas d'un fluide incompressible pour la même déformabilité de la roche (figure 4.47).

9. Dans un système barrage-fluide-roche, la prise en compte de la déformabilité de la roche ainsi que de sa masse augmente la densité des modes propres par rapport au cas d'une roche rigide (figure 4.52). Cette augmentation est plus importante que celle apparue en conséquence de la prise en compte de la compressibilité de l'eau et même de la présence de l'eau (figure 4.52).

10. Quand on modélise un système barrage-fluide-fondation, la densité des modes propres est telle qu'on est obligé de les traiter comme des modes couplés. Dans ces conditions-là, si l'on veut faire des analyses sismiques dans la bande de fréquence $]0,\omega_0]$, il faut déterminer toutes les fréquences propres inférieures à la fréquence de coupure ω_{cp} qui doit être placée nettement plus loin que la fréquence ω_0. Les modes qui ne sont pas pris en compte doivent être remplacés par leur correction statique.

11. Le changement de forme de la roche modélisée, entre le modèle oblique et le modèle rectangle en plan, ne donne pas de différences importantes au niveau de modes propres (figures 4.50 et 4.53). Par contre, le changement de tailles du modèle et du lac (deux fois plus court) donne des différences au niveau de modes propres (figures 4.53 et 4.54) qui peuvent avoir des conséquences qui ne sont pas négligeables en ce qui concerne la réponse sismique de la structure.

12. La précision des modes acoustiques en haute fréquence dépend de la densité du maillage dans le fluide.

13. Dans tous les modèles où le fluide est présent, les trois premiers modes propres sont les modes du barrage avec la masse active du fluide. Le premier mode propres est antisymétrique dans tous les modèles.

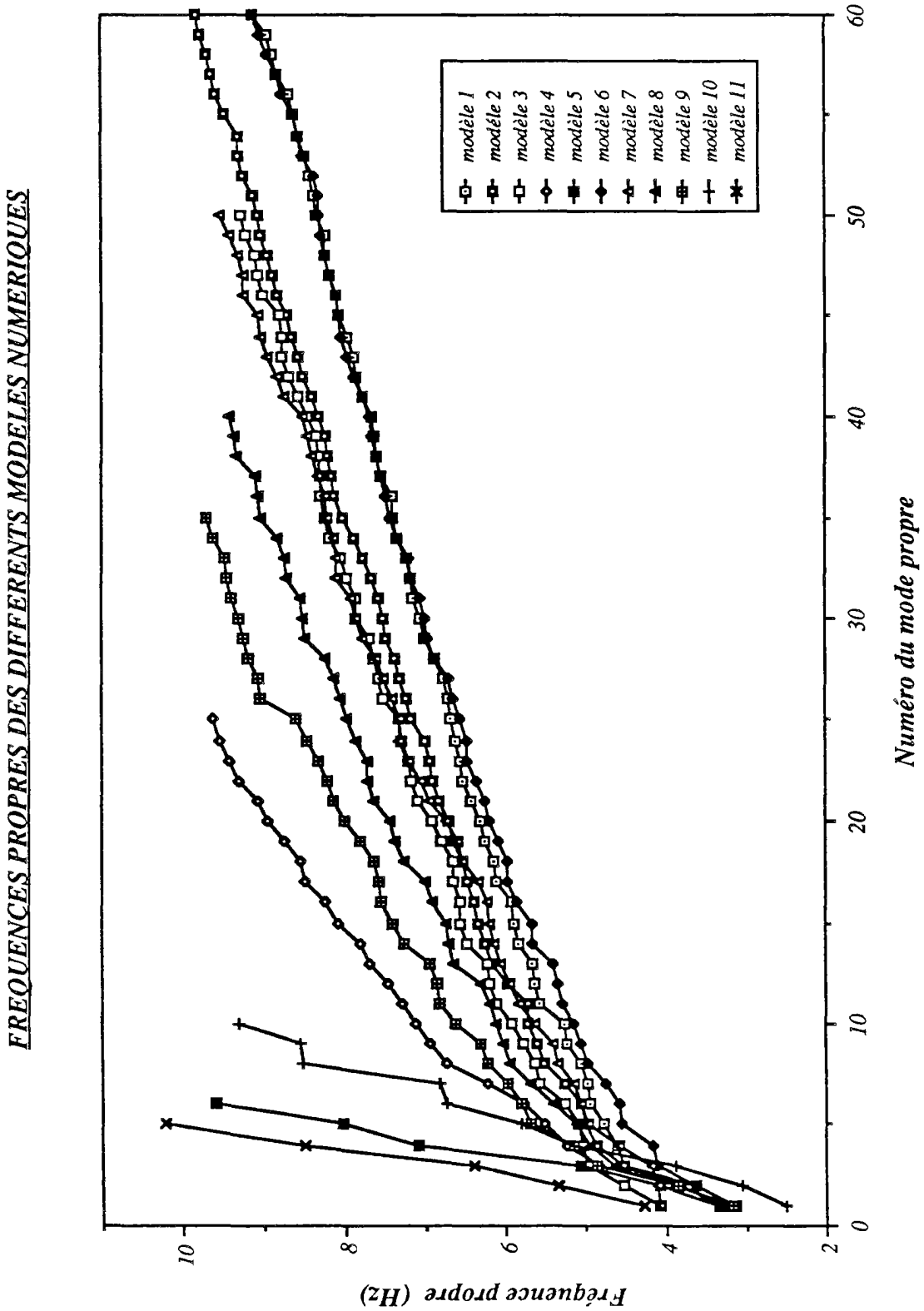


Figure 4.47 - Toutes les fréquences propres des 11 différents modèles numériques calculées et utilisées dans les analyses sismiques

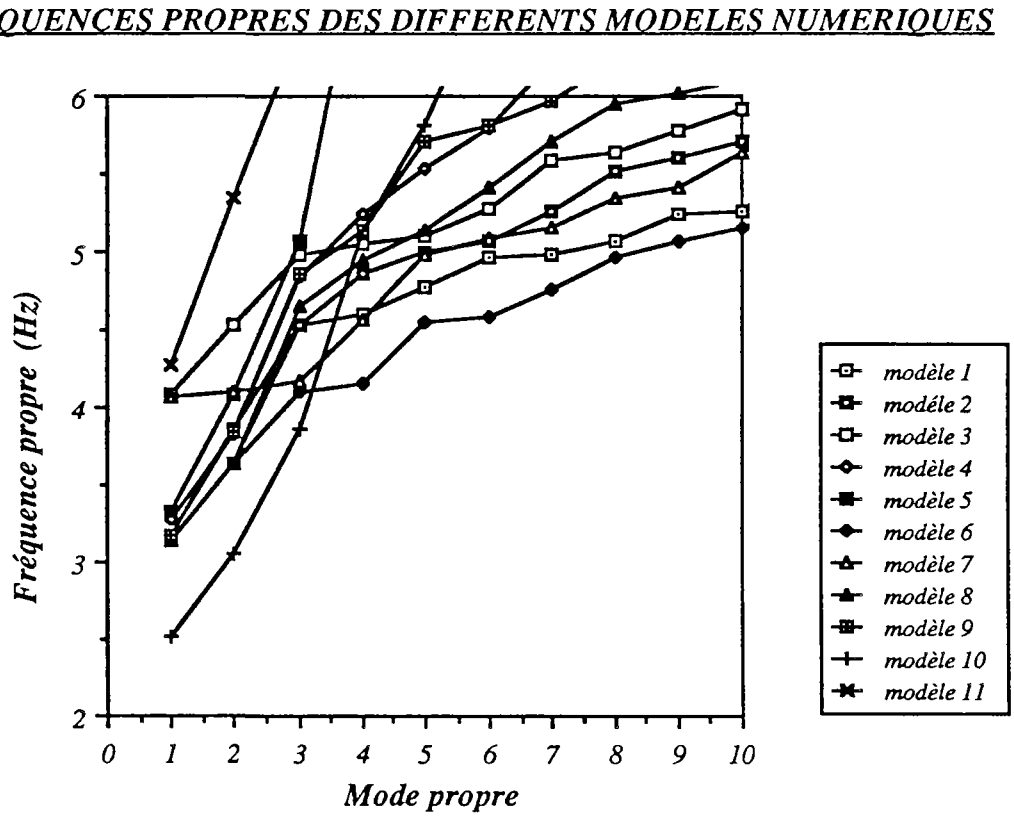


Figure 4.48 - Quelques unes des premières fréquences propres des 11 différents modèles numériques

FREQUENCES PROPRES DES ESSAIS ET DES MODELES 4, 5 ET 10

comparaison des résultats d'essais "in situ" aux résultats des modèles numériques

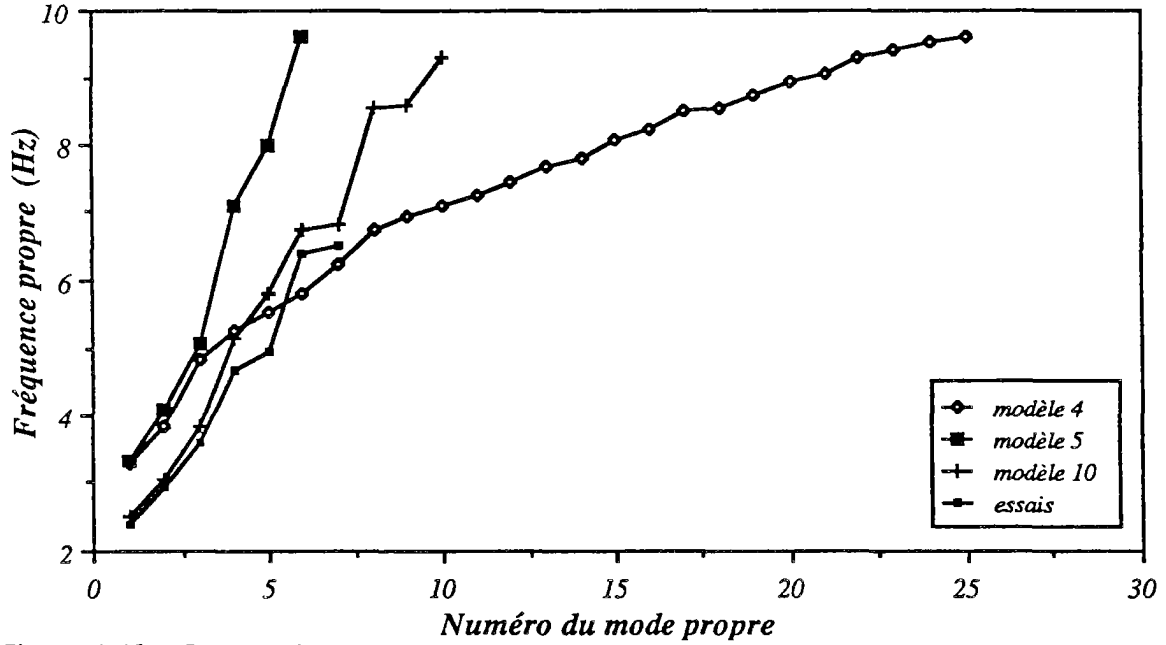


Figure 4.49 - Comparaison des fréquences propres obtenues au moyen des essais, effectués *"in situ"* sur le barrage de *Laparan* [33], avec des fréquences propres de trois modèles numériques: *modèle 4* (roche *rigide* - fluide *compressible*), *modèle 5* (roche *rigide* - fluide *incompressible*), et *modèle 10* (roche *rigide* - fluide représenté par des *masses concentrées*)

FREQUENCES PROPRES DES MODELES 3, 7 ET 11

influence de la déformabilité de la roche - réservoir vide

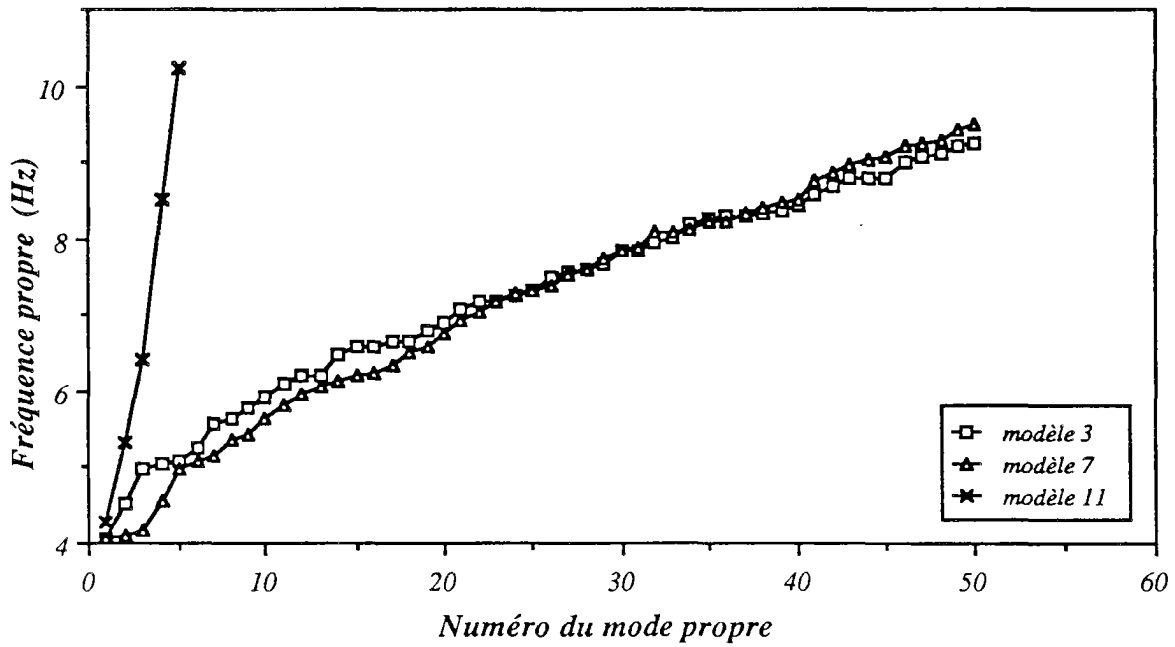


Figure 4.50 - Influence de la déformabilité de la roche pour le réservoir vide. Comparaison de trois modèles numériques: *modèle 3* (roche *déformable*, modèle *oblique*), *modèle 7* (roche *déformable*, modèle *rectangle*) et *modèle 11* (roche *rigide*)

FREQUENCES PROPRES DES MODELES 1, 2 ET 3

influence de la compressibilité de l'eau - modèle oblique - roche déformable

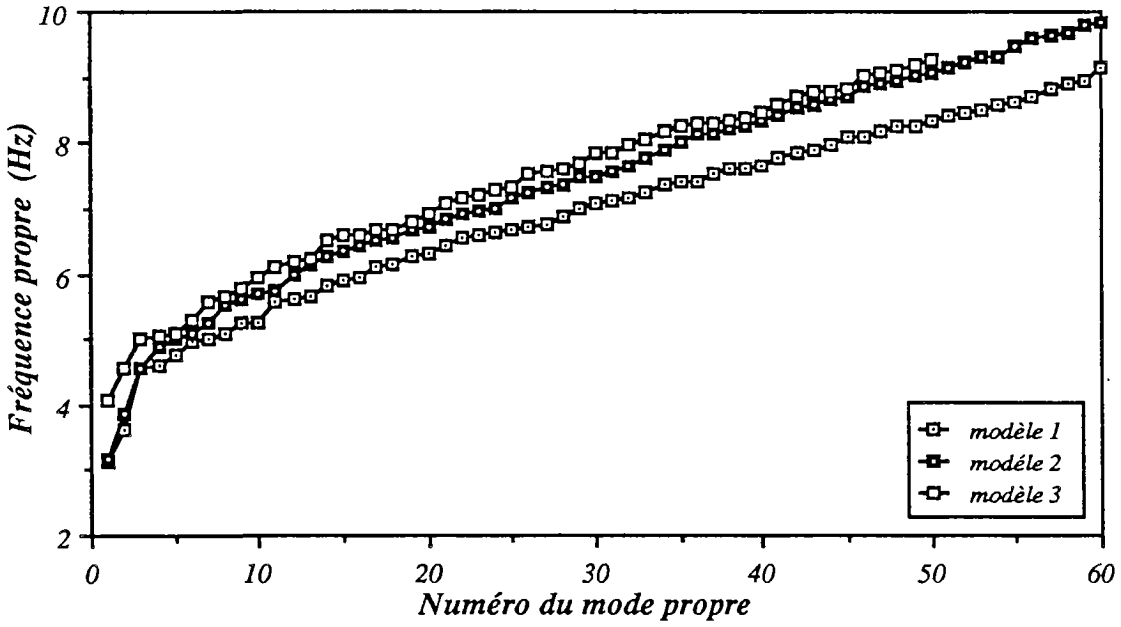


Figure 4.51 - Influence de la compressibilité de l'eau pour le modèle oblique et la roche déformable. Comparaison de trois modèles numériques: *modèle 1* (eau *compressible*), *modèle 2* (eau *incompressible*) et *modèle 3* (réservoir *vide*)

FREQUENCES PROPRES DES MODELES 1, 2, 4 ET 5

influence de la déformabilité de la roche - eau compressible et incompressible

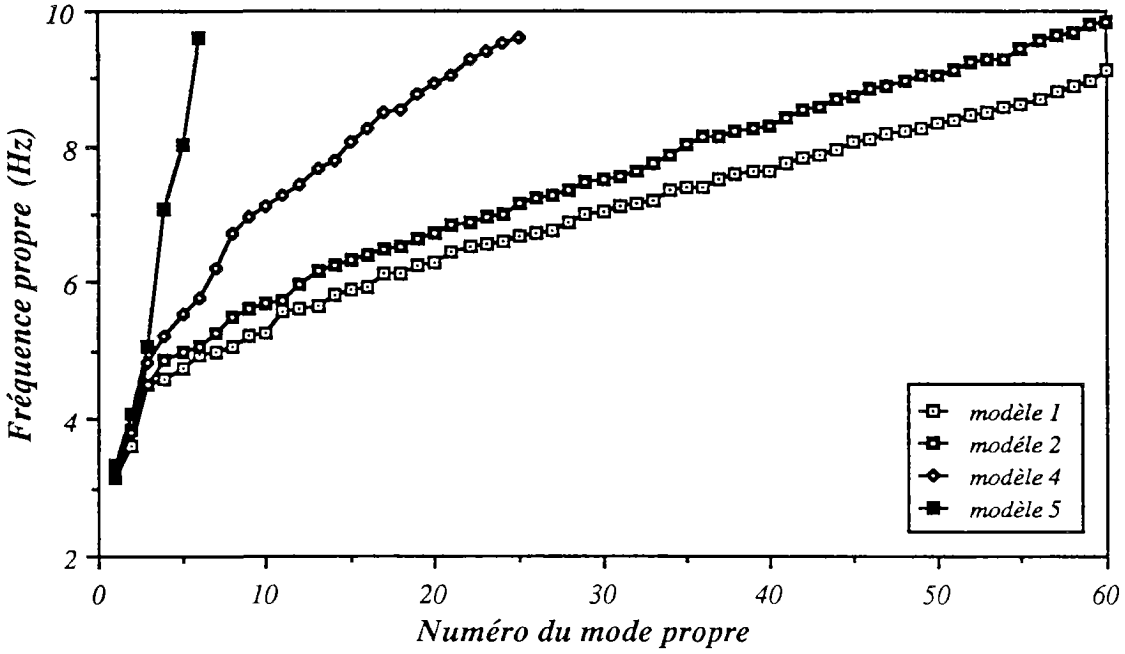


Figure 4.52 - Influence de la déformabilité de la roche pour le modèle oblique et l'eau compressible et incompressible. Comparaison de quatre modèles numériques: *modèle 1* (roche *déformable*, eau *compressible*), *modèle 2* (roche *déformable*, eau *incompressible*), *modèle 4* (roche *rigide*, eau *compressible*) et *modèle 5* (roche *déformable*, eau *incompressible*)

FREQUENCES PROPRES DES MODELES 1, 6 ET 8

influence de la forme du modèle et des tailles du modèle et du lac - eau compressible

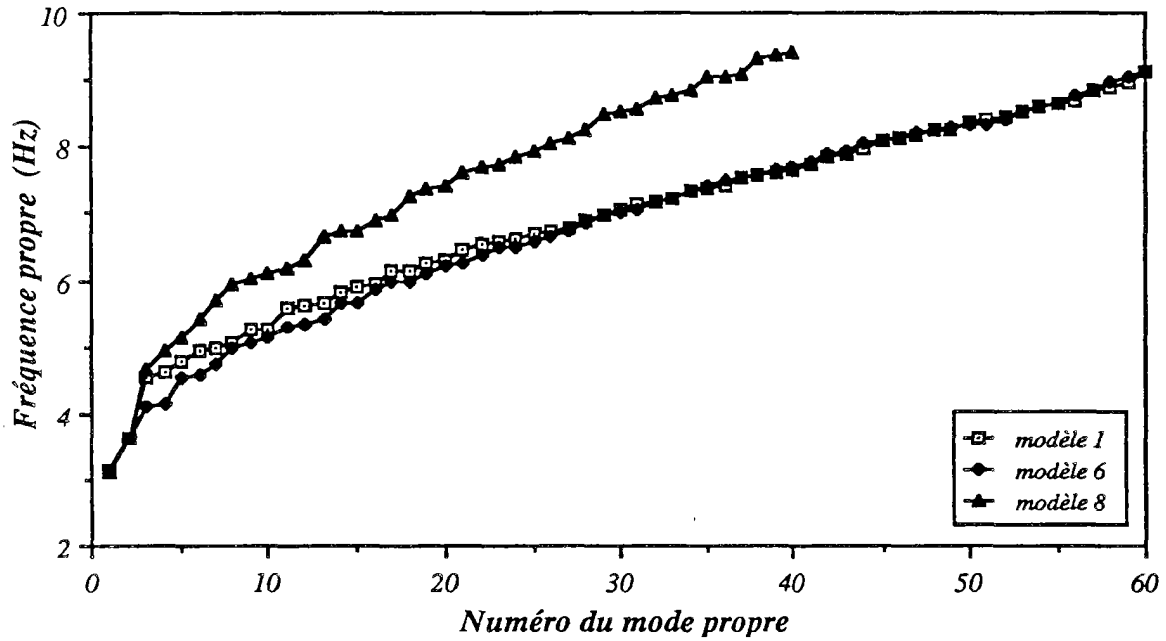


Figure 4.53 - Influence de la forme du modèle, ainsi que des tailles du modèle et du lac pour l'eau compressible. Comparaison de trois modèles numériques: *modèle 1* (modèle *oblique*), *modèle 6* (modèle *rectangle*) et *modèle 8* (modèle *court*)

FREQUENCES PROPRES DES MODELES 2 ET 9

influence des tailles du modèle et du lac - eau incompressible

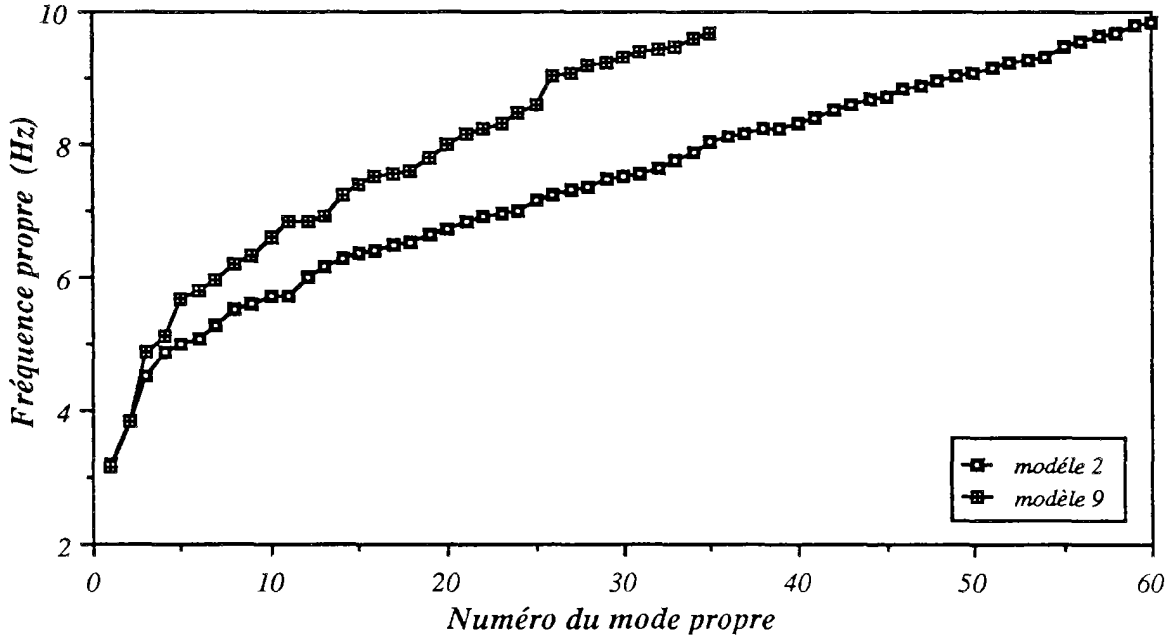


Figure 4.54 - Influence des tailles du modèle et du lac pour l'eau incompressible. Comparaison des deux modèles numériques: *modèle 2* (modèle *oblique*) et *modèle 9* (modèle *court*)

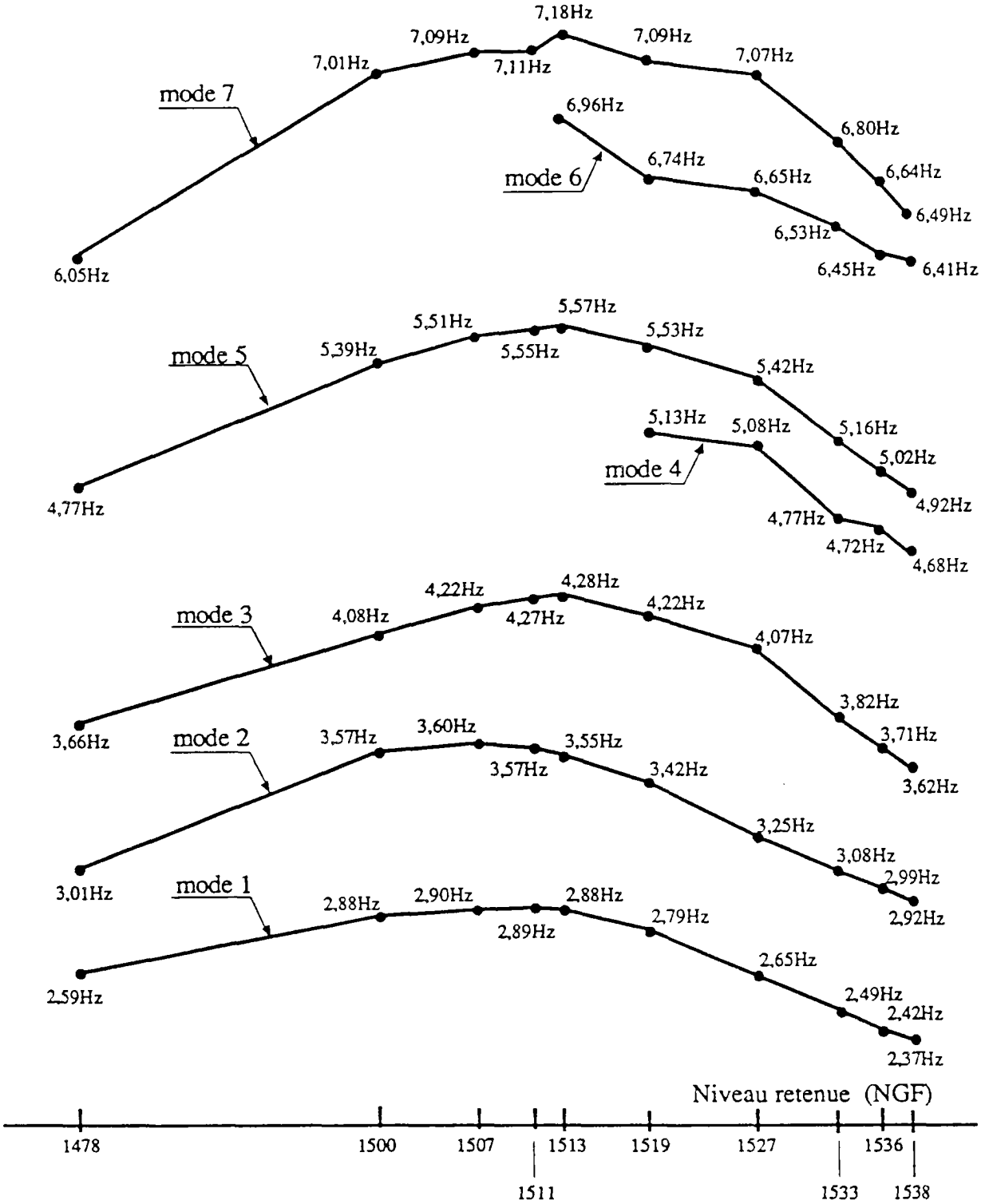


Figure 4.55 - Fréquences propres, obtenues au moyen des essais effectués *in situ* sur le barrage de Laparan, en fonction de différents niveaux de la retenue [33]

CHAPITRE V

ANALYSES SISMIQUES DANS LE DOMAINE FREQUENTIEL

PREMIERE APPROCHE - METHODE DES SURFACES D'ENERGIE

V.1 CARACTERISTIQUES DES ANALYSES SISMIQUES

V.1.1 MODELES NUMERIQUES

Dans le chapitre II on montre que l'on se sert de la méthode de superposition modale (valable dans le domaine linéaire) pour déterminer la réponse sismique d'un système barrage-eau-fondations. Dans le chapitre IV on montre les analyses modales effectuées sur plusieurs modèles numériques de ce type de système. Les modes propres des modèles en éléments finis ont été obtenus en bloquant les degrés de liberté aux noeuds se situant sur la frontière du modèle (dans la roche). Pour introduire l'excitation *multi-appui* dans les analyses sismiques, tous les degrés de liberté d'un modèle en éléments finis sont libres (sauf les *ddl* de la surface libre) et on impose les déplacements, définis par les fonctions de forme, aux degrés de liberté qui se situent sur la frontière du modèle. Donc, dans les analyses sismiques on se sert de mêmes maillages utilisés pour les analyses modales en augmentant le nombre de *ddl* dans les matrices de chacun des systèmes. Les caractéristiques des maillages sont montrées dans le chapitre IV et ici, dans le tableau 5.1, on donne les caractéristiques de la matrice du système pour un calcul de la réponse sismique du système barrage-eau-roche montré dans le chapitre précédent, ainsi que le temps d'exécution du logiciel *EXCITM* sur le *CRAY Y-MP* pour déterminer la réponse sismique dans le domaine fréquentiel due à une fonction de forme.

Tableau 5.1 - Caractéristiques de la matrice du système pour un calcul sismique et le temps nécessaire pour déterminer la réponse sismique dans le domaine fréquentiel due à une fonction de forme, en se servant du logiciel *EXCITM* sur le *CRAY Y-MP*

nombre de degrés de liberté libres (nombre d'équations)	*18 147*
maximum de la bande variable (matrice symétrique)	*1 165*
moyenne de la bande variable (matrice symétrique)	*578*
pourcentage de remplissage de la matrice symétrique	*6.4 %*
nombre de termes dans la demi matrice du système	*10 489 878*
nombre de blocs	*1*
"user CPU time" (quatre processeurs) pour déterminer la réponse sismique aux 24 noeuds du barrage, dans la bande de fréquence de 0 à 5 Hz avec un pas de 0.01 Hz, avec le système de 60 équations modales et pour une fonction de forme	*445 s (335+23+34+53)*
"system CPU time"	*221 s*

On note que l'angle entre la direction approximative du réservoir et l'axe du barrage est de *25°* dans les modèles *1, 2, 4, 5, 6* et *12* (longueur du réservoir de *1000 m*) ainsi que de *40°* dans les modèles *8* et *9* (longueur du réservoir de *500 m*).

V.1.2 BANDE DE FREQUENCE ADOPTEE POUR LES ANALYSES

Les analyses modales ont montré que dans la plupart des modèles la densité des fréquences propres est assez importante. Puisque les modes propres sont couplés, la bande de fréquence pour les analyses modales doit être suffisamment plus large que la bande de fréquence pour les analyses sismiques (voir le chapitre II).

En général, le contenu fréquentiel d'un séisme se situe entre *0* et *25 Hz*. Pour la plupart des séismes ce contenu fréquentiel ne dépasse pas *15 Hz* et une grande partie de l'énergie d'un séisme est contenue dans les basses fréquences. On a adopté comme exemple, la bande de fréquence de *0* à *5 Hz* dans laquelle les analyses sismiques ont été effectuées pour les besoins de ce travail. Les modes propres qui sont représentés dans les analyses sismiques ont des fréquences déterminées dans la bande de *0* à *9 Hz*, à peu près. La participation des modes propres qui ont des fréquences supérieures à la fréquence de coupure de *9 Hz* a été remplacée par leur pseudo-mode (la correction statique). Le pas de fréquence choisi pour les analyses sismiques est de *0.01 Hz*. (*500* pas de fréquence)

A chaque noeud du barrage choisi comme caractéristique (voir le paragraphe suivant), on détermine l'énergie totale élastique de déformation (somme de l'énergie de distorsion et de l'énergie de changement de volume) à chaque pas de fréquence dans la bande de fréquence de *0* à *5 Hz*. L'intégrale de ces énergies totales de déformation sur cette bande de fréquence donne le critère de réponse qui correspond à une énergie volumique au noeud choisi.

Donc, les résultats obtenus dans les analyses sismiques sont valables dans la bande de fréquence de *0* à *5 Hz*. Si on veut élargir la bande de fréquence pour les analyses sismiques il faut aussi élargir la bande de fréquence pour les analyses modales et ceci augmente le nombre de modes propres du système barrage-eau-roche, nécessaire à déterminer, ainsi que la taille du système des équations modales

V.1.3 NOEUDS DU BARRAGE CHOISIS COMME CARACTERISTIQUES

Pour analyser la réponse sismique d'un barrage voûte on à adopté les *24* noeuds dont *12* sur la face amont et *12* sur la face aval comme ce que montre la figure 5.1. A chacun des *24* noeuds on détermine l'énergie volumique de déformation.

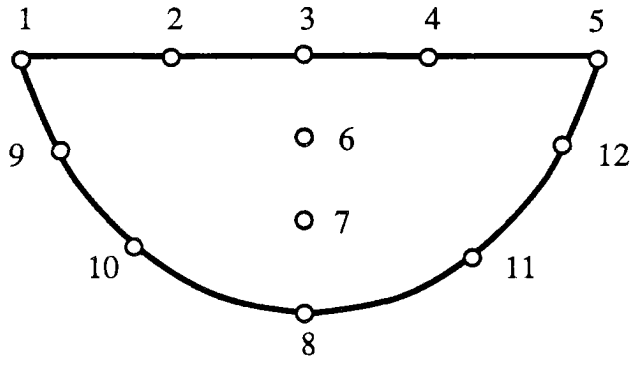


Figure 5.1 - Schéma de position des noeuds choisis comme caractéristiques sur la face amont et la face aval du barrage-voûte

On a déterminé aussi, dans plusieurs modèles, les énergies qui correspondent à la zone de crête, à la zone d'appui et à la zone de console centrale du barrage ainsi que l'énergie dans l'épaisseur du barrage entre deux noeuds. Chacune de ces énergies a été obtenues en utilisant les volumes correspondants. Par exemple, la zone centrale de crête est déterminée par le volume en crête de hauteur de *1 m* qui correspond aux noeuds *2*, *3* et *4* et le volume de console centrale de largeur de *1 m* correspondant au noeud *6*. La zone d'appui est déterminée par le volume défini par la surface de contact barrage-roche multipliée d'une hauteur de *1 m*. La zone de console centrale est déterminée par le volume de la coupe centrale d'une largeur de *1 m*. L'énergie dans l'épaisseur entre deux noeuds du barrage est déterminée par la valeur moyenne des énergies au noeuds correspondants sur les faces amont et aval, multipliée par l'épaisseur du barrage à cet endroit.

V.1.4 BALAYAGE EN ANGLES D'INCIDENCE θ ET DE DIRECTION φ

Pour obtenir une solution générale sur la variation spatiale de l'angle d'incidence (θ,φ) d'un séisme, on a fait un balayage tridimensionnel en se servant de ses deux composantes: l'angle d'incidence $0° \leq \theta \leq 90°$ (mesuré à partir de l'axe vertical z) et l'angle de direction $0° \leq \varphi \leq 360°$ (mesuré à partir du sens positif de l'axe du barrage). Le pas d'angle utilisé dans toutes les analyses est de 5°. En utilisant l'avantage économique de la méthode (voir le chapitre II) on a effectué les calculs sur les systèmes barrage-eau-roche dont le nombre est égal au nombre de

fonctions de forme. En faisant le développement en série limitée, des expressions des ondes ***P***, ***SV***, ***SH*** et ***R***, du deuxième ordre (voir l'annexe A) on a obtenu les ***30*** fonctions de forme: ***1***, x, y, z, x^2, y^2, z^2, xz, yz, xy, chacune appliquée en directions des trois axes dans l'espace. Dans le cas du développement de troisième ordre le nombre de fonctions de forme est de *57*.

Les réponses du barrage (aux *24* noeuds choisis) aux excitations qui correspondent à chacune des fonctions de forme, pour tous les pas de fréquence de *0* à *5 Hz*, ont été combinées en utilisant les coefficients complexes qui dépendent de θ et φ et qui sont obtenus en faisant le développement limité (voir l'annexe A) pour obtenir les déplacements et ensuite les déformations et les contraintes complexes à partir desquelles on détermine les énergies totales de déformation ne touchant plus au modèle barrage-eau-roche.

En changeant les valeurs de θ et de φ on obtient les valeurs d'énergie aux noeuds du barrage pour chaque type d'ondes. Pour chaque noeud on forme la surface qui définit l'énergie en fonction de θ et de φ et ensuite on détermine les angles les plus dangereux (et les moins dangereux) ainsi que la valeur maximale de l'énergie. Les ondes de *Rayleigh* n'ont pas d'angle d'incidence θ comme paramètre et la surface d'énergie se transforme en courbe d'énergie.

Le module *FREOND* a été préparé (chapitre III) pour effectuer les balayages en θ et φ. Le tableau 5.2 montre le temps nécessaire pour déterminer les énergies aux *24* points du barrage pour *30* fonctions de forme, pour *19*73=1387* angles différents, pour tous les quatre types d'onde, pour *500* pas de fréquence par chaque valeur d'énergie et pour des célérités du champ proche et du champ lointain données.

On a appliqué la même méthode pour les énergies dynamiques, pseudostatiques et totales et on a comparé leur participation.

Tableau 5.2 - Temps nécessaire pour effectuer un balayage complet en θ et φ.

"user CPU time" *24 noeuds du barrage, 1387 angles différents,* *30 fonctions de forme, 4 types d'ondes,* *500 pas de fréquence par chaque valeur d'énergie,* *célérités du champ proche et du champ lointain données*	*1448 s*
"system CPU time"	*14 s*

V.1.5 PARAMETRES ANALYSES

Dans les analyses sur la réponse sismique du barrage, effectuées pour ce travail, on a fait 12 modèles en éléments finis qui ont permis des variations et des analyses d'influence de différents paramètres en tant que:

1) angles d'incidence (θ,φ)
2) position du noeud dans la barrage
3) célérités de propagation d'ondes du champ proche dans la roche,
4) célérités de propagation d'ondes du champ lointain dans la roche,
5) effets de site,
6) types d'ondes,
7) compressibilité de l'eau,
8) présence de la retenue pleine,
9) changement de la taille et de la forme du réservoir,
10) direction de la vallée,
11) petites modifications de la forme de la frontière du modèle numérique,
12) utilisation des éléments fluide pour modéliser le réservoir.

Le paramètre de la géométrie du barrage-voûte est pris en compte sans être varié. Ceci pour ne pas trop élargir le travail.

Pour la même raison, les paramètres comme l'hétérogénéité, l'anisotropie ou la discontinuité du champ proche ainsi que l'asymétrie de la vallée au point de vue de différentes célérités du champ proche n'ont pas été pris en compte ici. D'ailleurs cette méthode est tout à fait applicable à ces cas là.

V.1.6 CELERITES DE PROPAGATION D'ONDES

En se servant des modèles en éléments finis on a partitionné la roche, traitée comme un milieu semi-infini, en deux milieu: l'un qui est plus proche du barrage, qui est modélisé en éléments finis et que l'on appelle le *champ proche* et l'autre qui est plus loin du barrage, qui n'est pas modélisé et que l'on appelle le *champ lointain*. Cette partition est montré sur la figure 5.2.

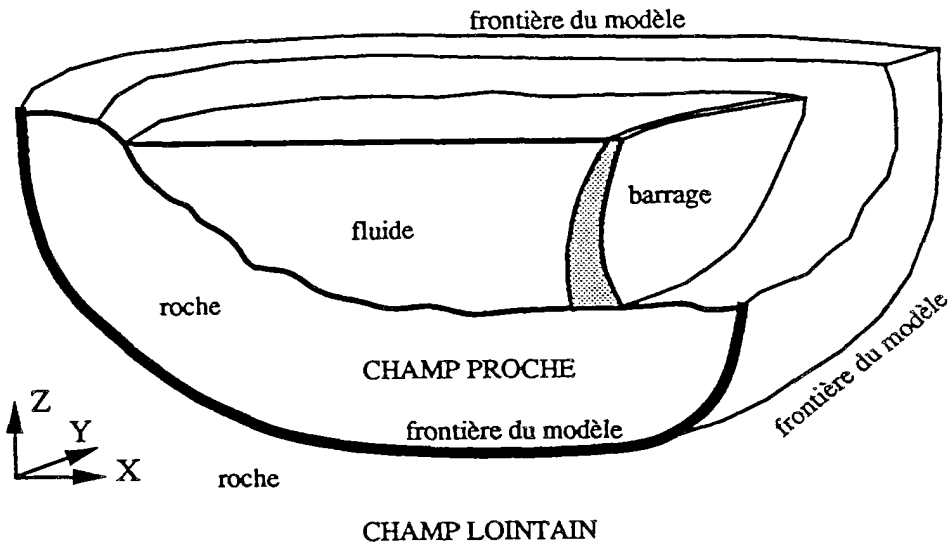


Figure 5.2 - Schéma de partitionnement de la roche en champ proche et champ lointain

Dans les modèles numériques fait pour les analyses sismiques on a traité comme paramètres les célérités de propagation d'ondes dans les deux milieux rocheux où chacun d'entre eux a été déterminé par la célérité de propagation d'ondes ***P***.

Le module d'élasticité de la roche modélisée en éléments finis (le champ proche) a été défini par l'expression suivante (valable pour la propagation d'ondes dans les milieu élastiques):

$$E = \frac{c_p^2}{\rho} \frac{1-\nu}{(1-2\nu)(1+\nu)} \tag{5.1}$$

où c_p est la célérité de propagation d'ondes ***P***, ρ est la densité du milieu et ν est son coefficient de *Poisson*. La relation entre les célérités de propagation d'une onde ***P*** et d'une onde ***S*** ne dépend que du coefficient de *Poisson* du milieu de propagation et elle est définie par (voir l'annexe A):

$$\frac{c_p}{c_s} = \sqrt{\frac{2-2\nu}{1-2\nu}} = \sqrt{3} \quad (\text{pour } \nu=0.25) \tag{5.2}$$

La relation entre les célérités de propagation d'une onde de *Rayleigh* et d'une onde ***S*** est définie par

$$(2-\frac{c_r^2}{c_s^2})^2-4\sqrt{1-\frac{c_r^2}{c_p^2}}\sqrt{1-\frac{c_r^2}{c_s^2}}=0 \tag{5.3}$$

ce qui donne le rapport de *0.919* pour $\nu = 0.25$.

Les célérités de propagation d'ondes dans la roche qui n'a pas été modélisée (le champ lointain) ont été utilisées pour déterminer l'excitation du modèle à sa frontière.

Donc, on utilise la célérité de propagation d'ondes ***P*** pour caractériser les deux milieux dans la roche.

Le champ lointain a été caractérisé par quatre valeurs de célérité utilisées dans les 12 modèles différents:

1) $c_{pl} = 5000\ m/s$ ($c_{sl} = 2900\ m/s$)
2) $c_{pl} = 10000\ m/s$ ($c_{sl} = 5800\ m/s$)
3) $c_{pl} = 20000\ m/s$ ($c_{sl} = 11600\ m/s$)
4) $c_{pl} = infini$ ($c_{sl} = infini$)

Le champ proche a été caractérisé par trois valeurs de célérité suivantes:

1) $c_{pp} = 5000\ m/s$ ($c_{sp} = 2900\ m/s$)
2) $c_{pp} = 10000\ m/s$ ($c_{sp} = 5800\ m/s$)
3) $c_{pp} = infini$ ($c_{sp} = infini$)

On suppose que les célérités de propagation d'ondes ont des valeurs constantes dans les deux milieux, pour un calcul. Donc, pour les besoins de ce travail, on ne s'intéresse pas à la variation de la célérité avec la profondeur de la roche.

Toutefois, on note comme exemple, que les célérités d'ondes ***S*** mesurées *in situ* [82] dans les fondations d'une centrale nucléaire ont eu les valeurs entre *1000 m/s* à la surface (de 0 à 5 m de profondeur) et *4400 m/s* à *120 m* de profondeur.

V.1.7 INTERACTION BARRAGE-ROCHE

L'une des conditions nécessaires pour construire un barrage-voûte est la qualité de la roche sur laquelle le barrage s'appuie. La qualité de la roche est naturellement déterminée en premier lieu par son module d'élasticité et par son coefficient de *Poisson* ou bien par la célérité de propagation d'ondes. On sait que dans le cas d'une structure rigide et d'une fondation souple les effets d'interaction sont très considérables. Au contraire, dans le cas de la structure flexible avec des fondations de grande rigidité (roche), les effets d'interaction, sont plus limités. Ainsi les barrages-voûtes, projetés et construits suivant les méthodes récentes (barrages à double courbure), étant des structures relativement souples, l'interaction barrage-roche devrait y jouer un rôle moindre que dans le cas d'une structure relativement rigide fondée sur le sol (barrages poids sur fondations souples).

Pour les besoins de ce travail on détermine l'excitation du modèle en superposant les ondes incidentes et les ondes réfléchies aux noeuds qui sont à la frontière du modèle. Les ondes réfléchies ont été déterminées en supposant que le milieu est semi-infini et que la vallée ainsi que le barrage n'existent pas. En même temps on suppose que la diffusion des ondes due à la présence d'une vallée ainsi que les ondes de rayonnement du barrage dues à ses vibrations ont un caractère local et qu'elle ne peuvent pas perturber (n'étant pas du même ordre de grandeur) les mouvements à la frontière du modèle parce que cette dernière est positionnée suffisamment loin (ceci pourrait être *2* à *3* fois la hauteur du barrage) à partir de la surface de contact barrage-roche. Cette hypothèse est encore plus justifiée si l'on augmente l'amortissement dans la roche par rapport à celui du barrage, ce qui paraît raisonnable. On peut noter qu'il n'y a pas de rayonnement interne dû aux vibrations du barrage-voûte à cause de sa géométrie, ce qui souvent n'est pas le cas pour d'autres ouvrages.

Les mécanismes de dissipation d'énergie dans la réponse sismique d'un barrage-voûte ne sont pas bien définis et c'est difficile de les évaluer précisément. D'un autre côté, il est évident que l'amortissement joue un rôle important sur les amplitudes de la réponse sismique d'un barrage-voûte. En général, la différence dans l'absorption d'énergie, entre le barrage et la roche, provoque une distribution des forces d'amortissement différente de celle des forces élastiques et inertielles. Ce type d'amortissement est appelé non proportionnel.

Pour les besoins de ce travail, on a choisi l'amortissement non proportionnel dans les modèles, ce qui est obtenu en adoptant les coefficients d'amortissement de *5%* dans le barrage et de *10%* dans le champ proche de la roche pour le premier mode (environ *3 Hz*) et de *10%* dans le barrage et de *20%* dans le champ proche pour le dernier mode (environ *9 Hz*). On n'a pas fait varier l'amortissement dans la roche avec la profondeur pour limiter le cadre de ce travail.

On note aussi que dans le balayage tridimensionnel en angle d'incidence θ et en angle de direction φ, le problème de diffusion d'ondes dû à la présence de la vallée d'une forme arbitraire, devient très complexe parce que la forme de la vallée (dans le plan de propagation d'onde) est différente pour chaque changement d'angle de direction.

V.1.8 DIVERGENCE DU DEVELOPPEMENT EN SERIE LIMITEE

Le développement en série limitée d'expressions des ondes $\boldsymbol{P}$, $\boldsymbol{SV}$, $\boldsymbol{SH}$ et $\boldsymbol{R}$ nous permet d'avoir un procédé puissant et relativement peu couteux pour traiter les problèmes de réponses sismiques des structures étendues en fonction de l'angle d'incidence (θ,φ) des ondes sismiques.

Comme on a déjà indiqué le développement en série limitée donne des fonctions qui représentent des approximations des expressions exactes d'ondes $\boldsymbol{P}$, $\boldsymbol{SV}$, $\boldsymbol{SH}$ et $\boldsymbol{R}$. Leur divergence dépend, en premier lieu, du nombre de termes adoptés dans le développement en série limitée. Pour les besoins de ce travail un développement limité du deuxième ordre a été adopté, ce qui donne, pour une fonction de trois inconnues, *30* fonctions de forme (voir l'annexe A). Pour un nombre fixé de termes, cette divergence dépend aussi du rapport entre les dimensions du modèle et la longueur d'onde sismique. C'est à dire qu'elle dépend des coordonnées de tous les noeuds de la surface d'excitation par rapport à la longueur d'onde. L'excitation aux noeuds qui sont plus proches de l'origine a une meilleur approximation des expressions exactes d'ondes harmoniques $\boldsymbol{P}$, $\boldsymbol{SV}$, $\boldsymbol{SH}$ et $\boldsymbol{R}$. En s'éloignant de l'origine en tenant compte de la longueur d'onde, la divergence de cette approximation augmente. Donc pour avoir au voisinage du barrage une approximation qui est la meilleure, il faut que l'origine soit dans le barrage. Dans tous les modèles faits pour ce travail l'origine se trouve au milieu de la crête du barrage.

De même, cette divergence varie en espace et elle dépend des angles d'incidence θ et de direction φ. Cette variation est montrée sur la figure 5.139, qui représente la divergence maximale (c'est à dire aux noeuds du modèle 1 qui sont les plus loin de l'origine) pour différents types d'ondes et pour une longueur d'onde de *2000 m*, ce qui correspond à la célérité de *10000 m/s* à la fréquence de *5 Hz*. Par contre, il faut dire aussi que, si le noeud excité est plus loin du barrage l'influence de son excitation sur le barrage diminue et par conséquent, l'influence de cette divergence a moindre d'importance. Pour une célérité donnée, une longueur d'onde peut avoir des valeurs différentes, ce qui dépend de sa fréquence. Puisqu'on calcule

l'intégrale d'énergie totale de déformation sur la bande de fréquence choisie, l'influence de cette divergence sur la valeur d'énergie augmente avec la fréquence (pour les θ et φ donnés).

En analysant les surfaces d'énergies il faut prendre en compte les positions des valeurs maximales d'énergie (qui dépendent de θ et de φ) par rapport aux positions des valeurs maximales de divergence.

Cette divergence doit être traitée conditionnellement parce que, en général, un séisme est un signal beaucoup plus complexe qu'une onde harmonique pure et même si elle est relativement grande on peut tirer certaines conclusions importantes.

Pour les besoins de ce travail différents paramètres ont été adoptés comme par exemple: les bandes de fréquence pour les analyses, le nombre de fonctions de forme pour le développement limité, le nombre de noeuds caractéristiques dans le barrage, les célérités de propagations d'ondes, les pas d'angles et de fréquences, les coefficients d'amortissement ou bien le critère de réponse. Les paramètres adoptés ont des valeurs qui permettent de tester la méthode et en même temps d'avoir des résultats représentatifs. Tous les paramètres peuvent être variés et il doivent être étudiés et adaptés à chaque problème qui se pose en domaine scientifique ou bien dans la pratique.

V.2 RESULTATS DES ANALYSES D'ANGLES D'INCIDENCE θ ET DE DIRECTION φ

Les analyses sismiques dans le domaine fréquentiel ont été faites à l'aide de *12* modèles numériques. Les résultats de balayages en angles d'incidence (θ,φ) sont présentés dans les paragraphes suivants. Les résultats, obtenus à 24 noeuds du barrage, ont été analysés et les valeurs finales présentées en tableaux. Pour une présentation graphique de ces résultats trois noeuds ont été choisis dans le barrage parmi les *24* noeuds caractéristiques. Ce sont les noeuds: *1*, *3* et *8* sur la face amont du barrage. On donne les énergies en fonction des angles d'incidence θ et de direction φ pour les quatre types d'ondes ***P***, ***SV***, ***SH*** et ***R*** ainsi que pour de différentes célérités de propagation, en raison de mieux voir la variation des fonctions, des rapports et des influences mutuelles. Tous les types d'ondes incidentes ont une *amplitude unitaire* (*1.0 m*).

L'énergie a été choisie comme critère de réponse utilisé dans les calculs, plutôt que les contraintes et les déformations, ce mode étant mieux explicatif dans ces cas et même plus explicite.

Pour la pratique, il est intéressant de grouper les angles de valeurs maximales d'énergie en intervalles pour étudier quelle sont les intervalles les plus dangereux pour le barrage, mais aussi quels sont ceux qui sont les moins dangereux, comment se classent les effets de site qui se rapportent à ce paramètre, puis de choisir la position optimale du barrage, d'après les groupements d'angle d'incidence (θ-φ), de trouver une liaison entre les intervalles donnant des maximums d'énergie ou bien de choisir une autre option en ce qui concerne le site en vue de ce paramètre. Il est significatif de remarquer que, sur les surfaces représentant les valeurs d'énergie en fonction des angles d'incidence et de direction dans un point déterminé du barrage, ont voit des zones de valeurs maximales bien limitées et des chaînes très accentués entre lesquelles se trouvent des zones de valeurs d'énergie minimale ou de valeurs sensiblement plus petites du maximum (20% à 40%). C'est par ces "vallées" qu'il faut faire passer les angles d'incidence θ et les angles de direction φ des séismes prédominants.

Un domaine de travail de la sismologie susceptible d'aider beaucoup les ingénieurs civil concepteurs de barrages consiste à trouver les intervalles des angles d'incidences et de direction dans lesquels un séisme peut arriver, ou le contraire: l'intervalle dans lequel le séisme pourrait arriver avec une probabilité minimale. Ceci en tenant compte des facteurs qui peuvent influencer comme: grandes failles, décrochements, différentes structures de la roche dans une région autour du barrage etc.

Les surfaces d'énergie aiderait à l'ingénier concepteur de résoudre plus facilement le problème du comportement du barrage-voûte au séisme maximum probable.

Lorsque sont connues les variations de l'énergie en des points déterminés d'un barrage (et par conséquent leurs valeurs maximales), on peut faire différentes combinaisons avec d'autres facteurs et sollicitations signifiantes dans le bût de trouver les angles d'incidence les plus favorables ou au contraire les plus défavorables, aux endroits critiques du barrage.

En changeant quelques paramètres significatifs il sera quelque fois possible de diminuer l'influence d'une coïncidence défavorable.

Par exemple, si la zone d'énergie maximale coïncide à des effets critiques au même noeud du barrage provenant des autres sollicitations, il y aura lieu pour l'ingénieur d'agir de manière à atténuer l'influence du séisme à cet endroit en changeant quelques uns des paramètres: faire une disposition différente des masses de l'ouvrage entre elles, changer de position de l'ouvrage, s'il existe des intervalles d'angles d'incidence "prédominant" en fonction de l'emplacements des foyers de séisme ou autre.

Si par contre, rien de ceci n'est possible du point de vue de l'optimisation, l'ingénieur sait au moins qu'il doit tenir compte de tels faits, surtout si la sécurité de l'ouvrage est mise en cause.

On note que dans les modèles *10* et *11* la roche n'est pas modélisée et que l'excitation est imposée à la surface de contact barrage-roche ce qui donne une excitation différente de celles utilisées dans les autres modèles. Pour ces deux modèles, les suppositions que le rayonnement du barrage (à cause de ses vibrations) et la diffusion d'ondes (à cause de la présence de la vallée) ont des effets locaux qui ne perturbent pas l'excitation, ne sont plus acceptables parce que la surface d'excitation est trop près du barrage. Toutefois, les analyses sur ces deux modèles ont été effectuées (de même façon que sur les autres modèles) pour avoir la possibilité de faire certaines comparaisons.

Pour une célérité marquée comme infinie (la longueur d'onde est infinie) l'onde dégénère en translations.

V.2.1 MODELE 1

Dans le tableau 5.3 les caractéristiques du *modèle 1* sont présentées. Les résultats de balayage en angles d'incidence (θ,φ) sont donnés dans le tableau 5.4 pour différents types d'ondes et pour des célérités de propagation choisies. Il représentent les angles d'incidence (θ,φ) ou leur intervalles pour lesquelles l'énergie dans le barrage (ou dans la grande partie du barrage) est maximale. Les figures 5.3 à 5.22 montrent les énergies aux trois noeuds du barrage en fonction d'angle d'incidence (θ,φ) pour des ondes ***P***, ***SV***, ***SH*** et ***R*** et pour les célérités choisies.

Tableau 5.3 - Caractéristiques du *modèle 1*

célérité d'ondes **P** du champ proche	célérités d'ondes **P** du champ lointain	réservoir	forme de la frontière du modèle
$c_{pp} = 5000\ m/s$	$c_{pl} = 5000\ m/s$ $c_{pl} = 10000\ m/s$ $c_{pl} = 20000\ m/s$ $c_{pl} = infini$	*plein* *eau compressible*	*oblique*

Tableau 5.4 - Résultats de balayage en angles d'incidence (θ,φ).
Intervalles d'angles pour lesquelles l'énergie dans le barrage est maximale

type d'onde	célérités d'ondes du champ lointain	angle d'incidence θ	angle de direction φ
ondes P	c_{pl} = 5000 m/s	65°	205°
	c_{pl} = 10000 m/s	5°–15° (65°)	30°–80° 130°–175°
	c_{pl} = 20000 m/s	5°–20°	160°–180°
	c_{pl} = infini	20°–35°	185°
ondes SV	c_{svl} = 2900 m/s	70°	20°–25°
	c_{svl} = 5800 m/s	70° (35.3°)	20°–25°
	c_{svl} = 11600 m/s	35.3° (65°)	10°–25°
	c_{svl} = infini	35.3° (65°)	5°
ondes SH	c_{shl} = 2900 m/s	90°	60°
	c_{shl} = 5800 m/s	90°	65°
	c_{shl} = 11600 m/s	90°	80°–90°
	c_{shl} = infini	0°	95°–100° 275°
ondes de Rayleigh	c_{rl} = 2650 m/s		20°–25°
	c_{rl} = 5300 m/s		20°–25°
	c_{rl} = 10600 m/s		20°–25°
	c_{rl} = infini		0°–5° 190°–200°

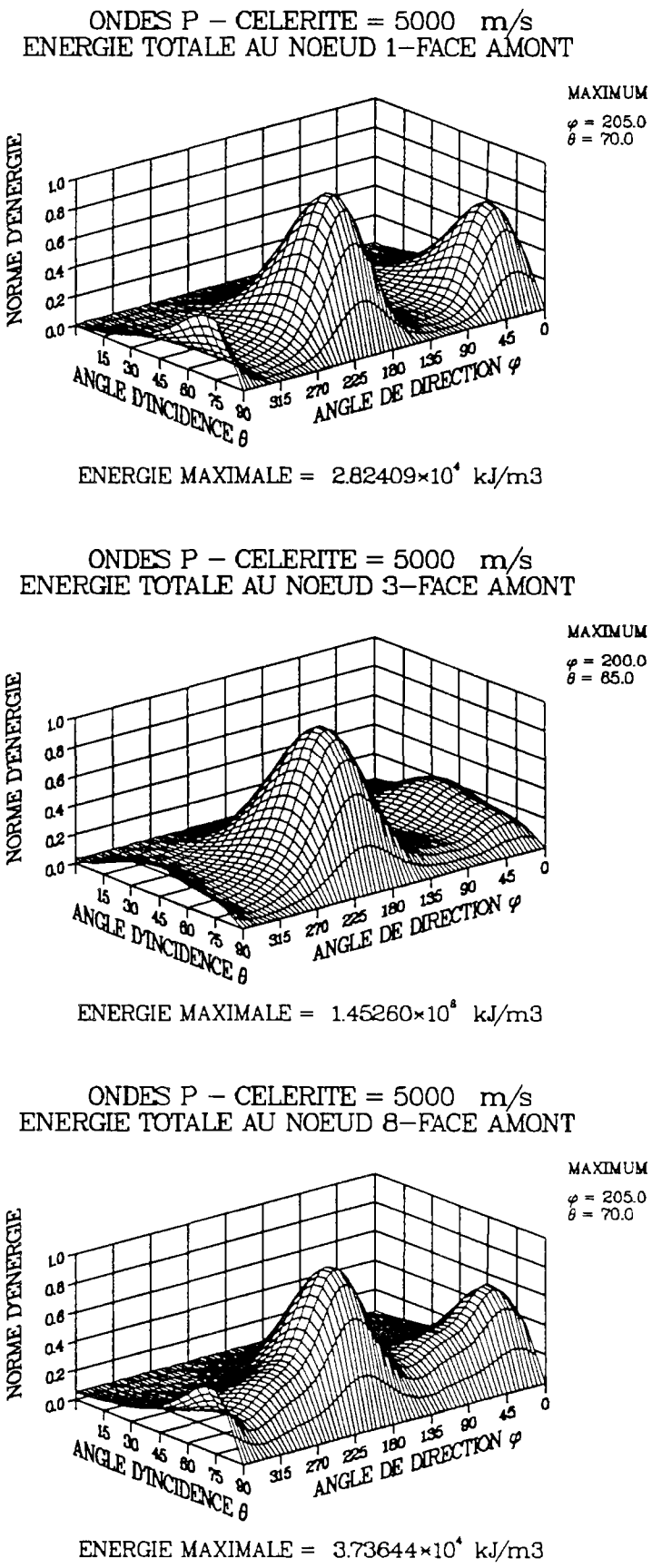


Figure 5.3 - Energie en fonction d'angle d'incidence (θ,φ). Modèle 1

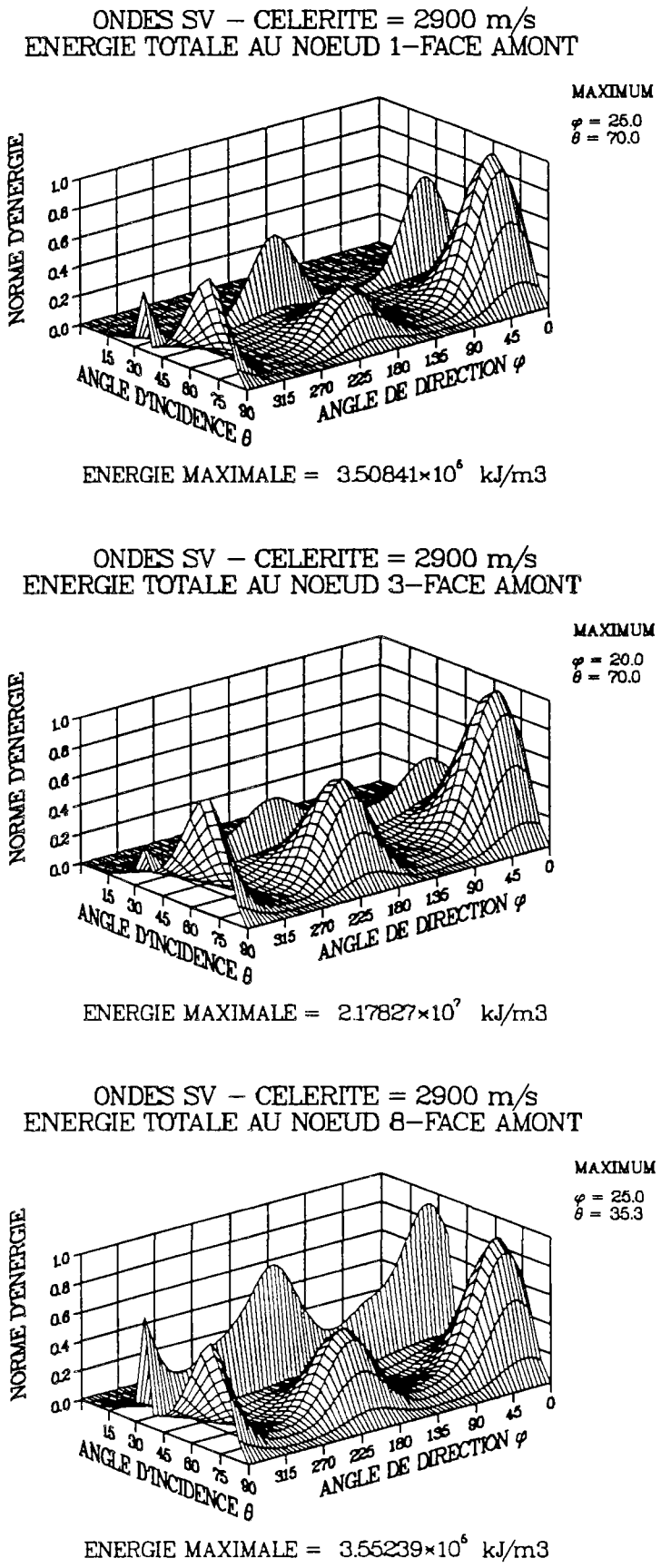


Figure 5.4 - Energie en fonction d'angle d'incidence (θ,φ). Modèle 1

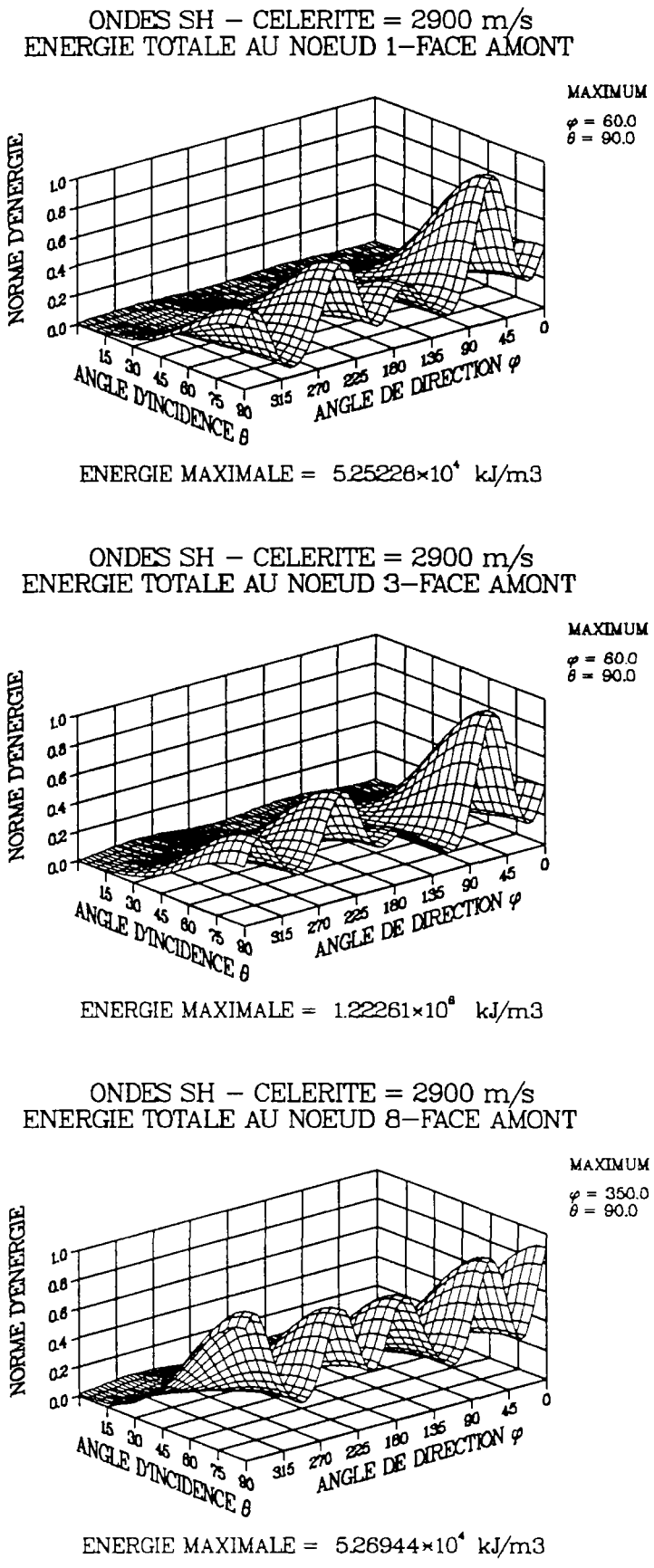


Figure 5.5 - Energie en fonction d'angle d'incidence (θ,φ). Modèle 1

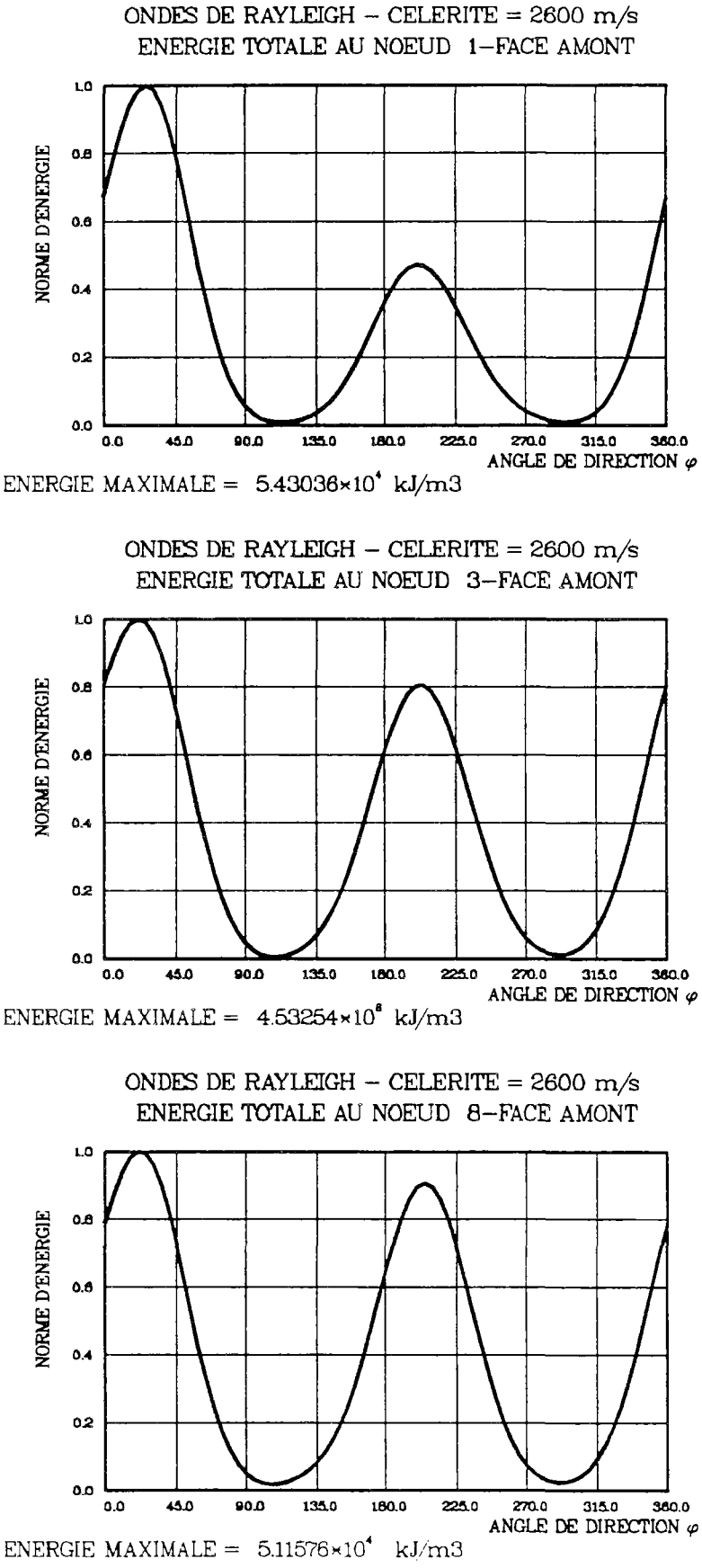
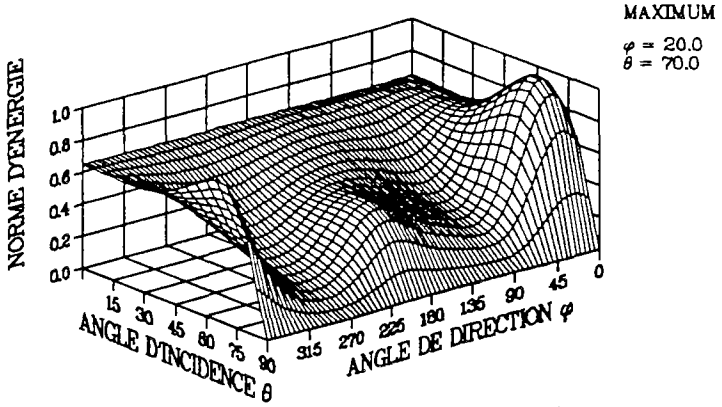


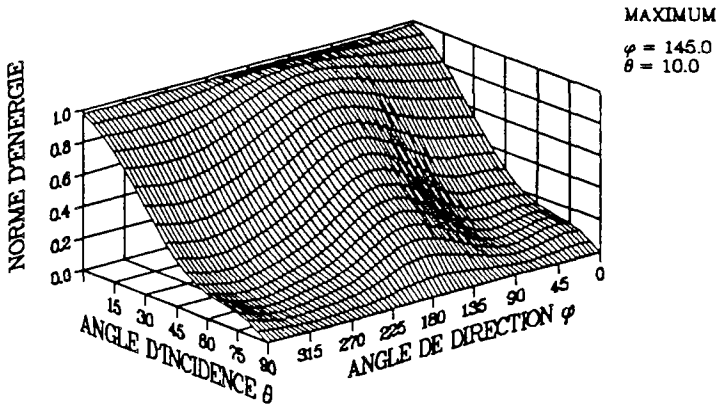
Figure 5.6 - Energie en fonction d'angle de direction φ. Modèle 1

ONDES P – CELERITE = 10000 m/s
ENERGIE TOTALE AU NOEUD 1–FACE AMONT



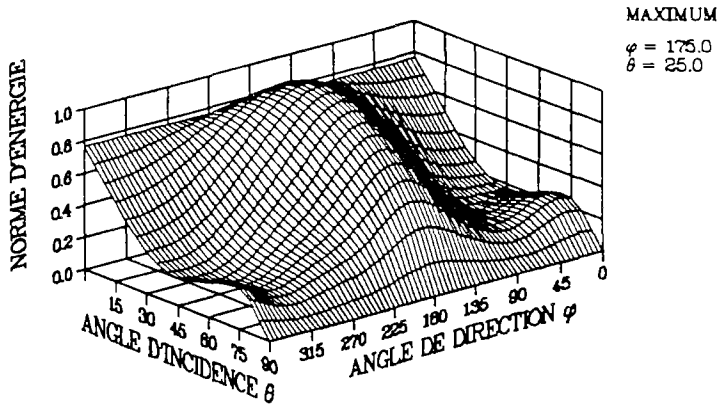
ENERGIE MAXIMALE = 3.13402×10^{3} kJ/m3

ONDES P – CELERITE = 10000 m/s
ENERGIE TOTALE AU NOEUD 3–FACE AMONT



ENERGIE MAXIMALE = 6.08192×10^{5} kJ/m3

ONDES P – CELERITE = 10000 m/s
ENERGIE TOTALE AU NOEUD 8–FACE AMONT



ENERGIE MAXIMALE = 1.76717×10^{4} kJ/m3

Figure 5.7 - Energie en fonction d'angle d'incidence (θ,φ). Modèle 1

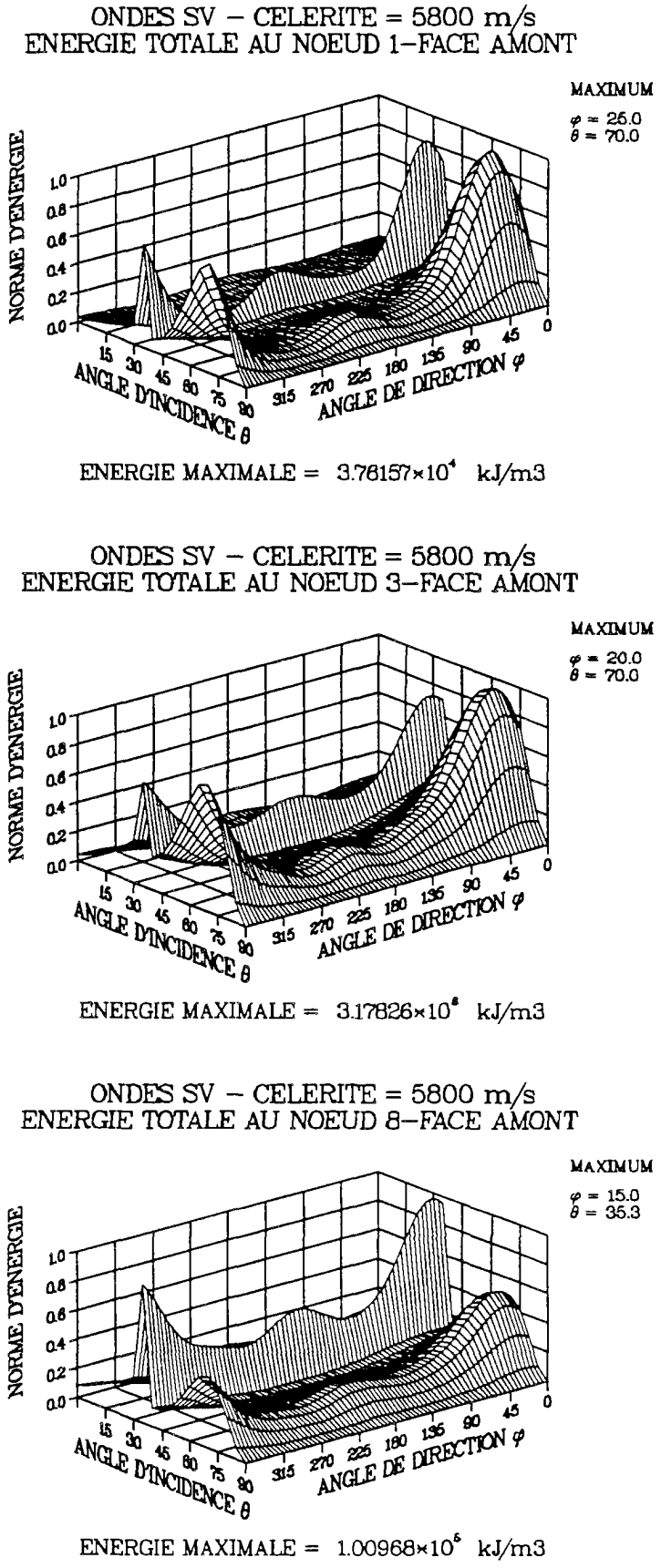
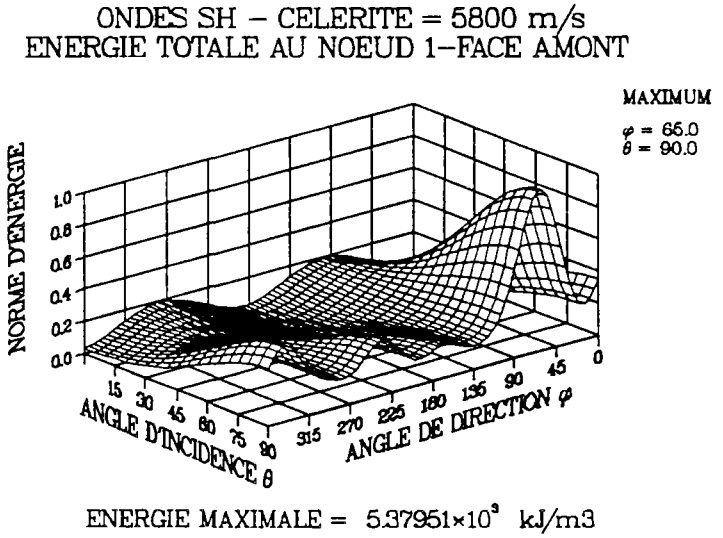
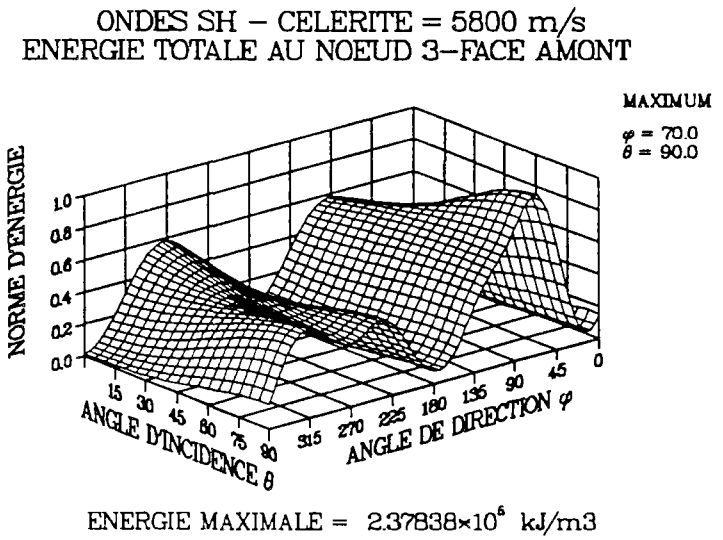


Figure 5.8 - Energie en fonction d'angle d'incidence (θ,φ). Modèle 1





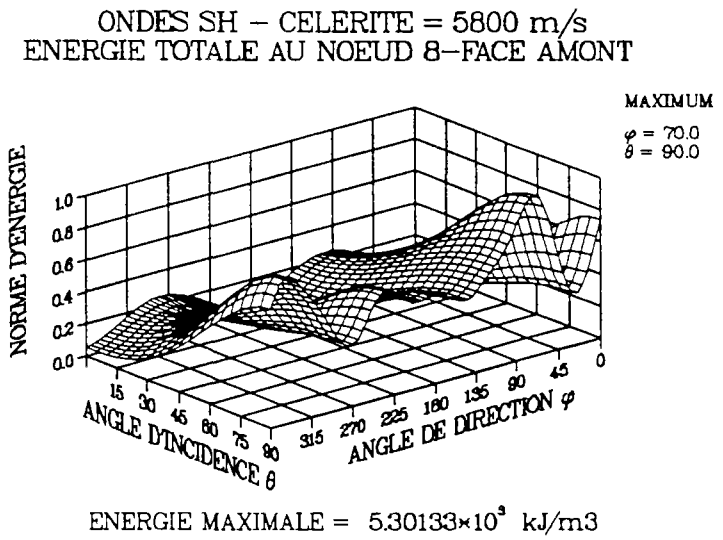


Figure 5.9 - Energie en fonction d'angle d'incidence (θ,φ). Modèle 1

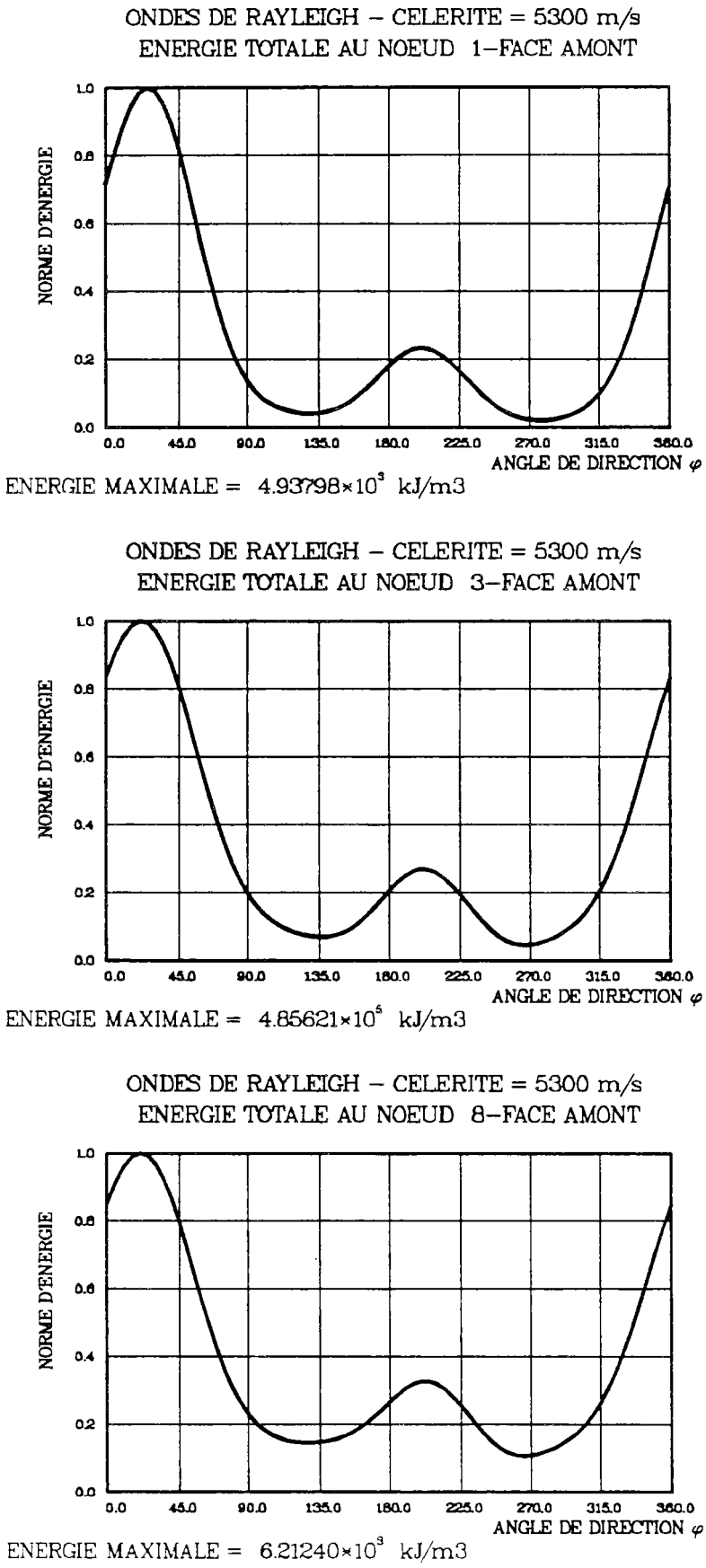


Figure 5.10 - Energie en fonction d'angle de direction φ. Modèle 1

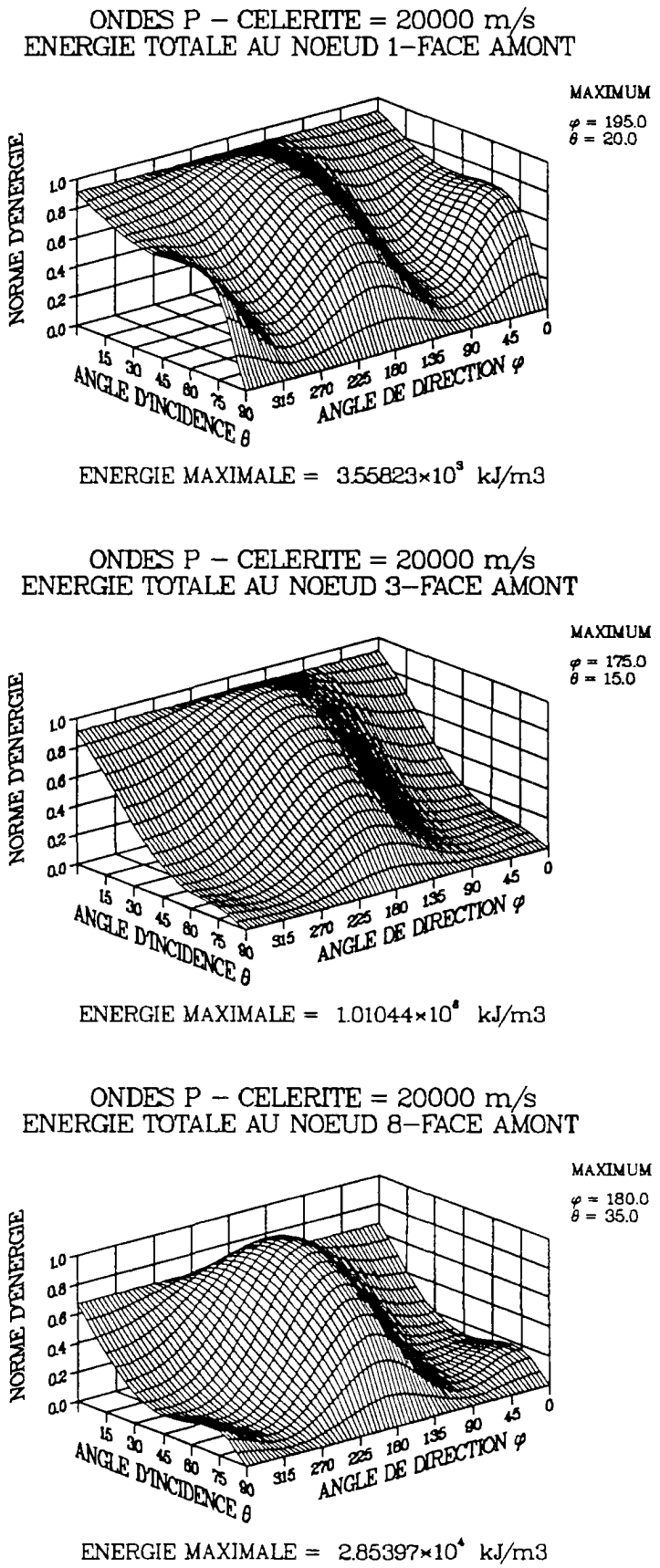


Figure 5.11 - Energie en fonction d'angle d'incidence (θ,φ). Modèle 1

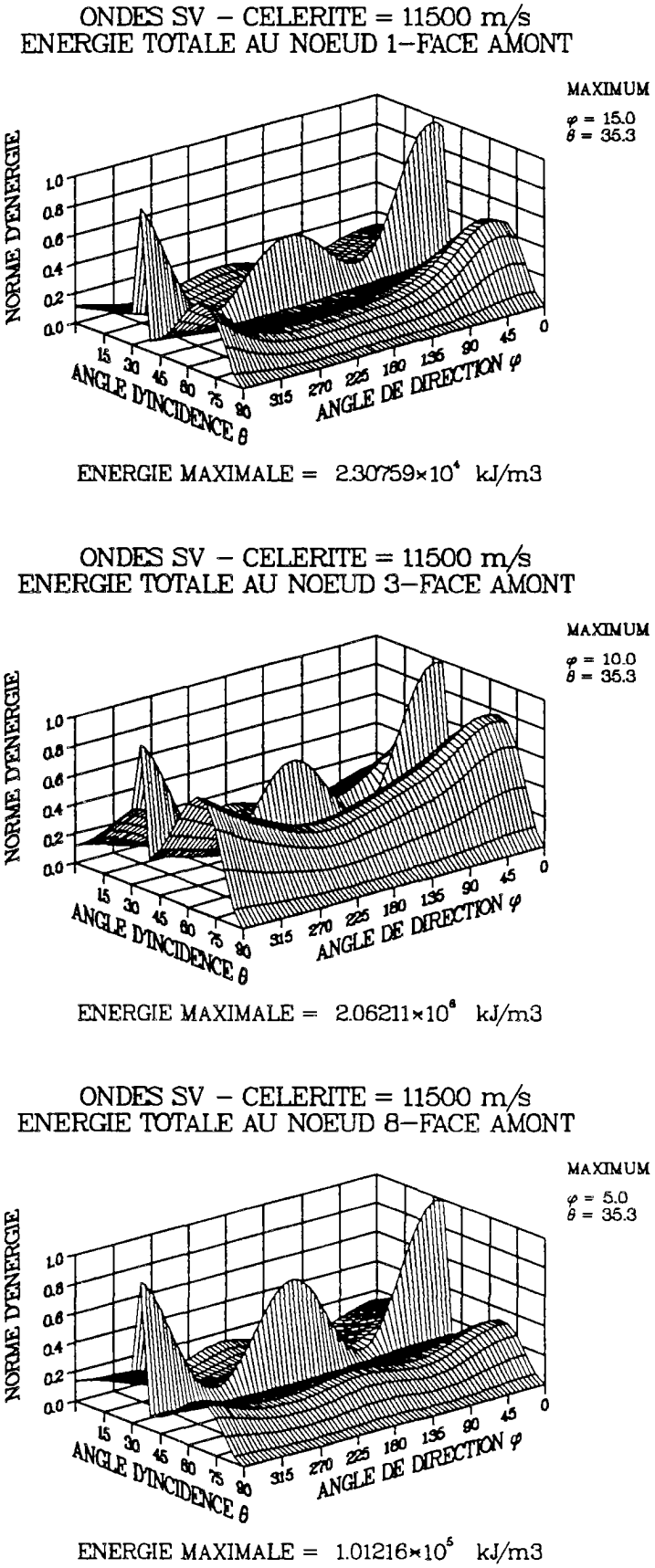


Figure 5.12 - Energie en fonction d'angle d'incidence (θ,φ). Modèle 1

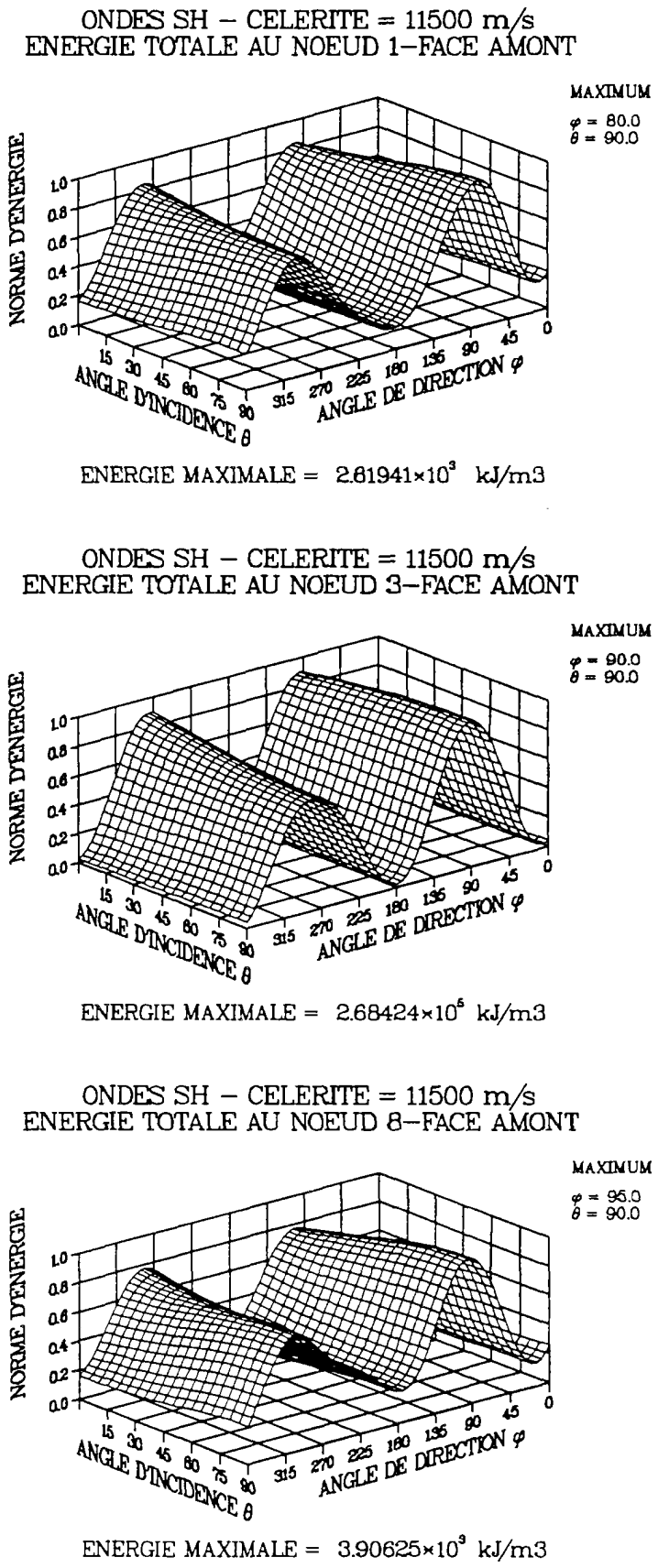


Figure 5.13 - Energie en fonction d'angle d'incidence (θ,φ). Modèle 1

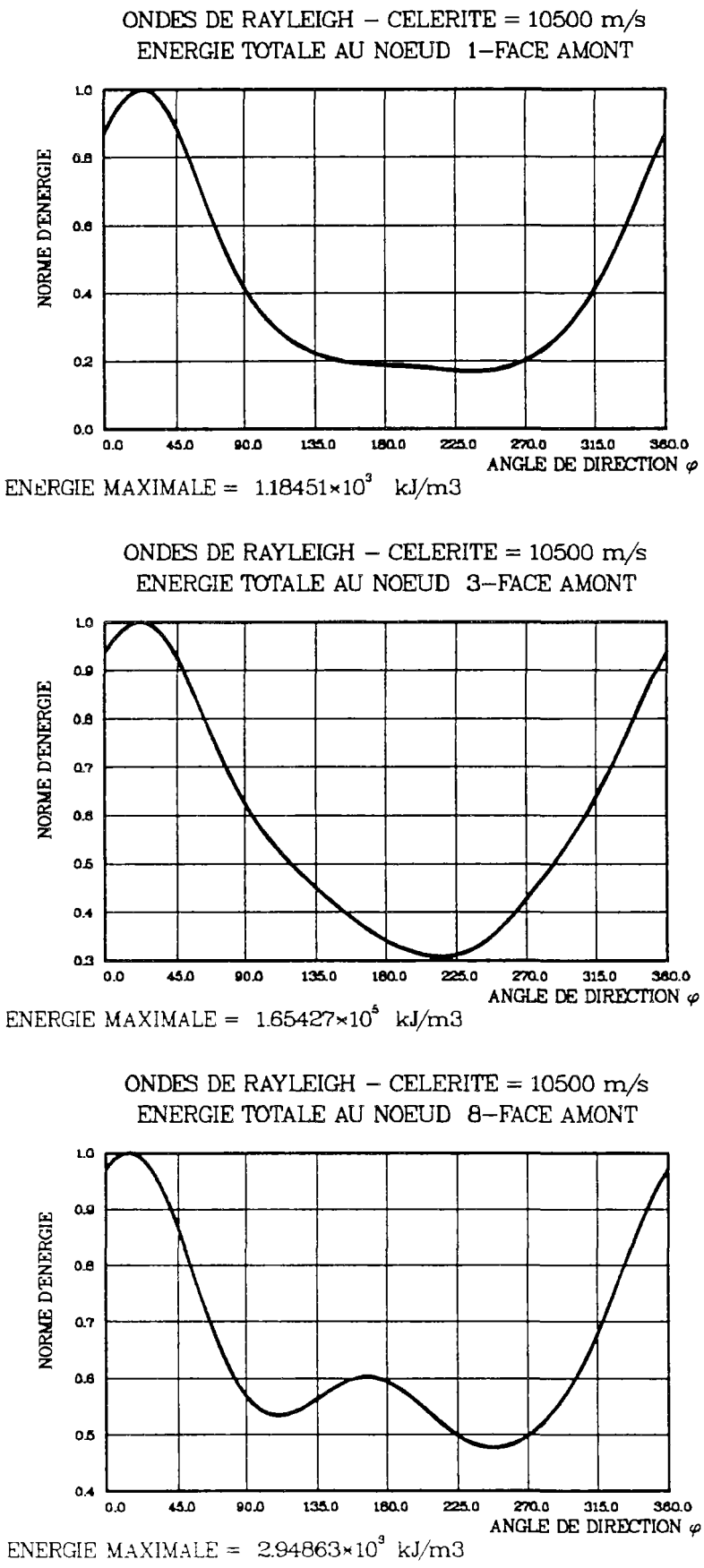


Figure 5.14 - Energie en fonction d'angle de direction φ. Modèle 1

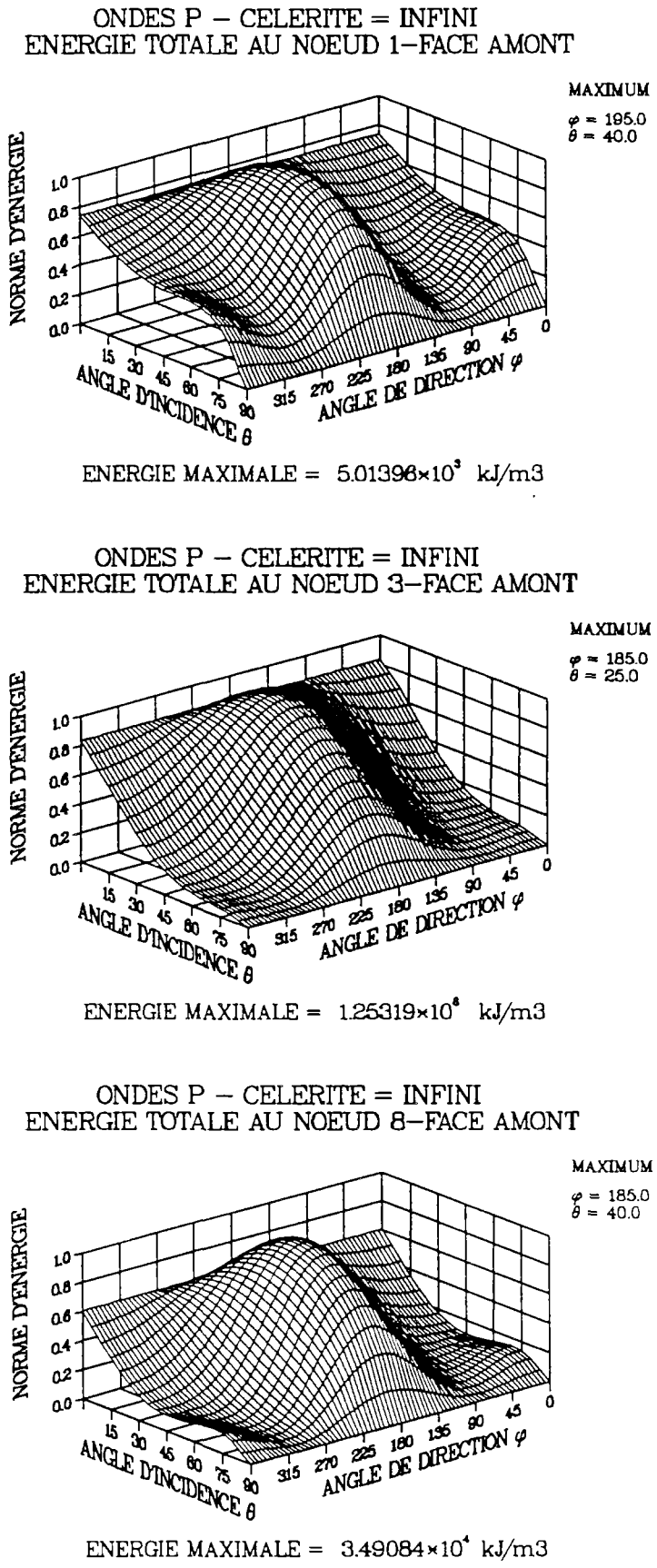
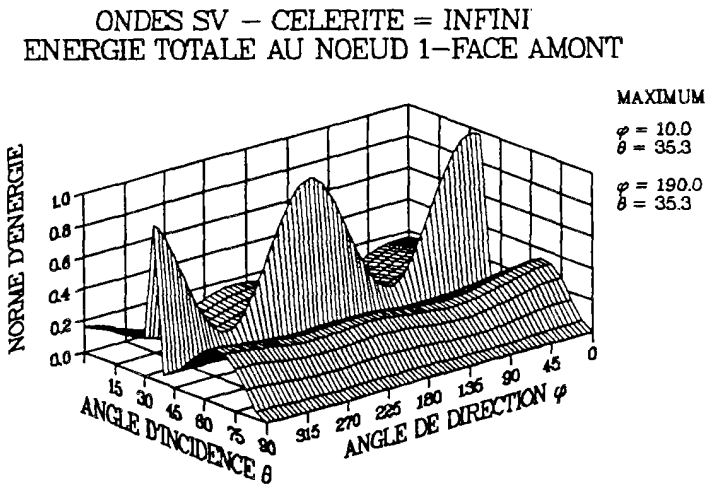
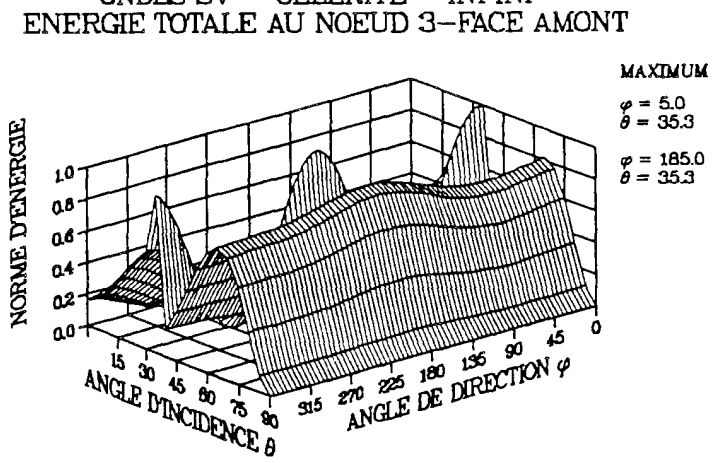


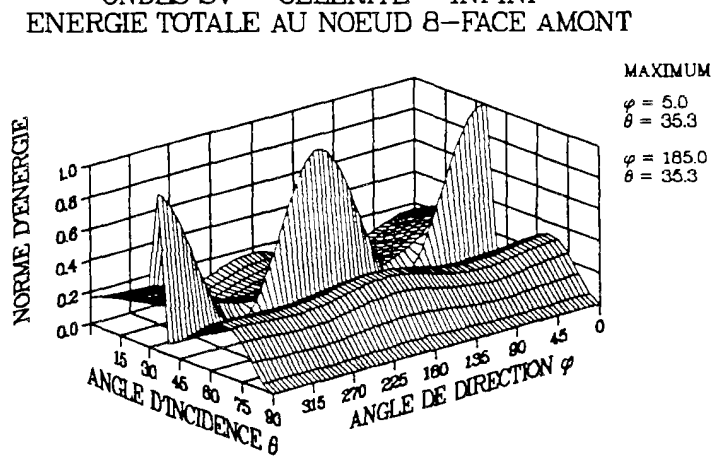
Figure 5.15 - Energie en fonction d'angle d'incidence (θ,φ). Modèle 1



ENERGIE MAXIMALE = 1.93540×10^{4} kJ/m3



ENERGIE MAXIMALE = 1.71792×10^{8} kJ/m3



ENERGIE MAXIMALE = 9.69429×10^{4} kJ/m3

Figure 5.16 - Energie en fonction d'angle d'incidence (θ,φ). Modèle 1

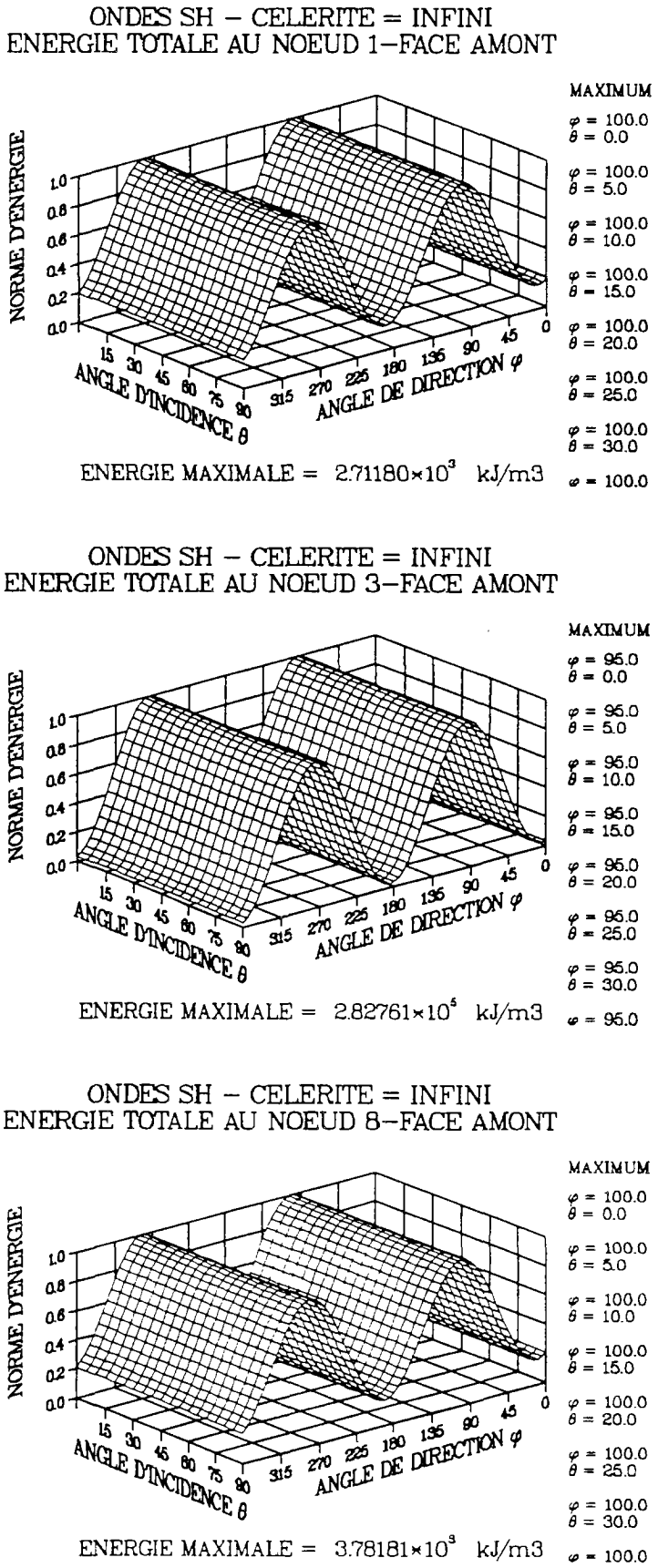
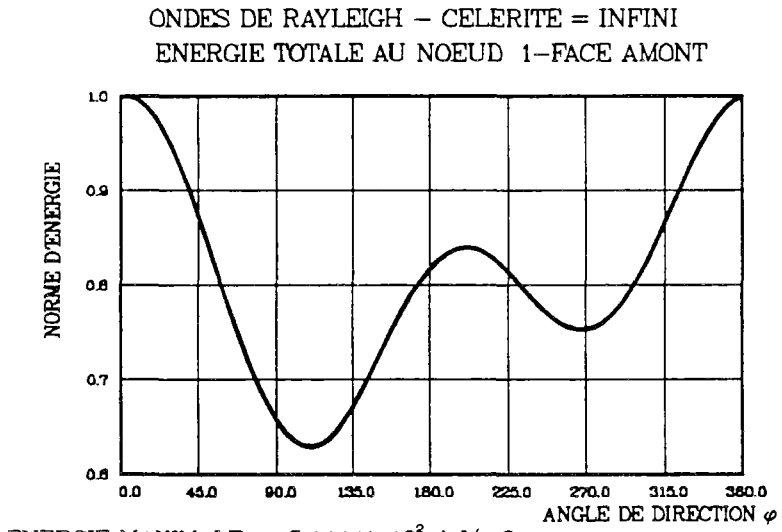
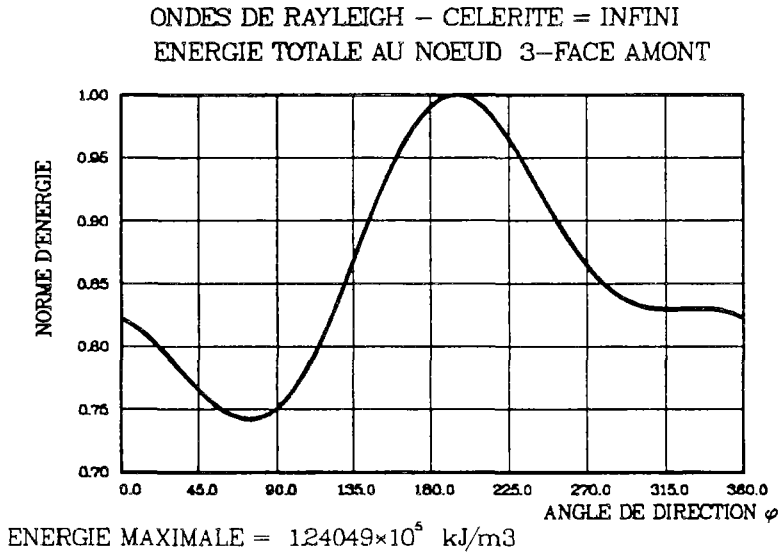


Figure 5.17 - Energie en fonction d'angle d'incidence (θ,φ). Modèle 1





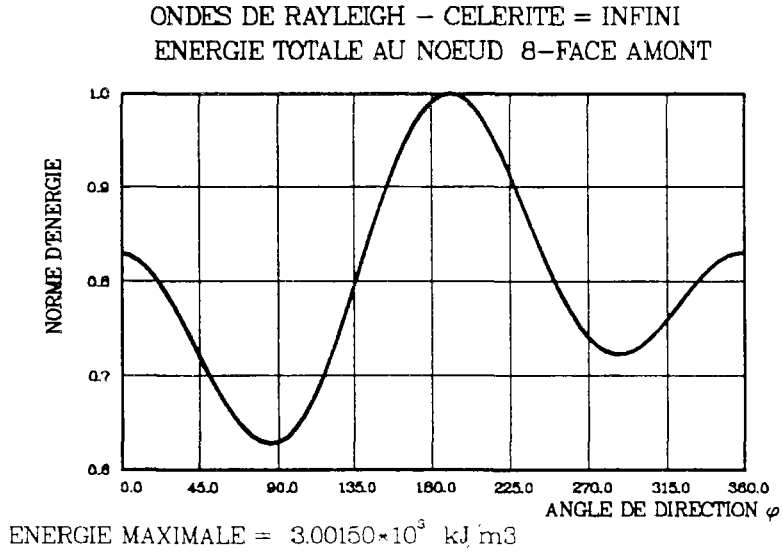


Figure 5.18 - Energie en fonction d'angle de direction φ. Modèle 1

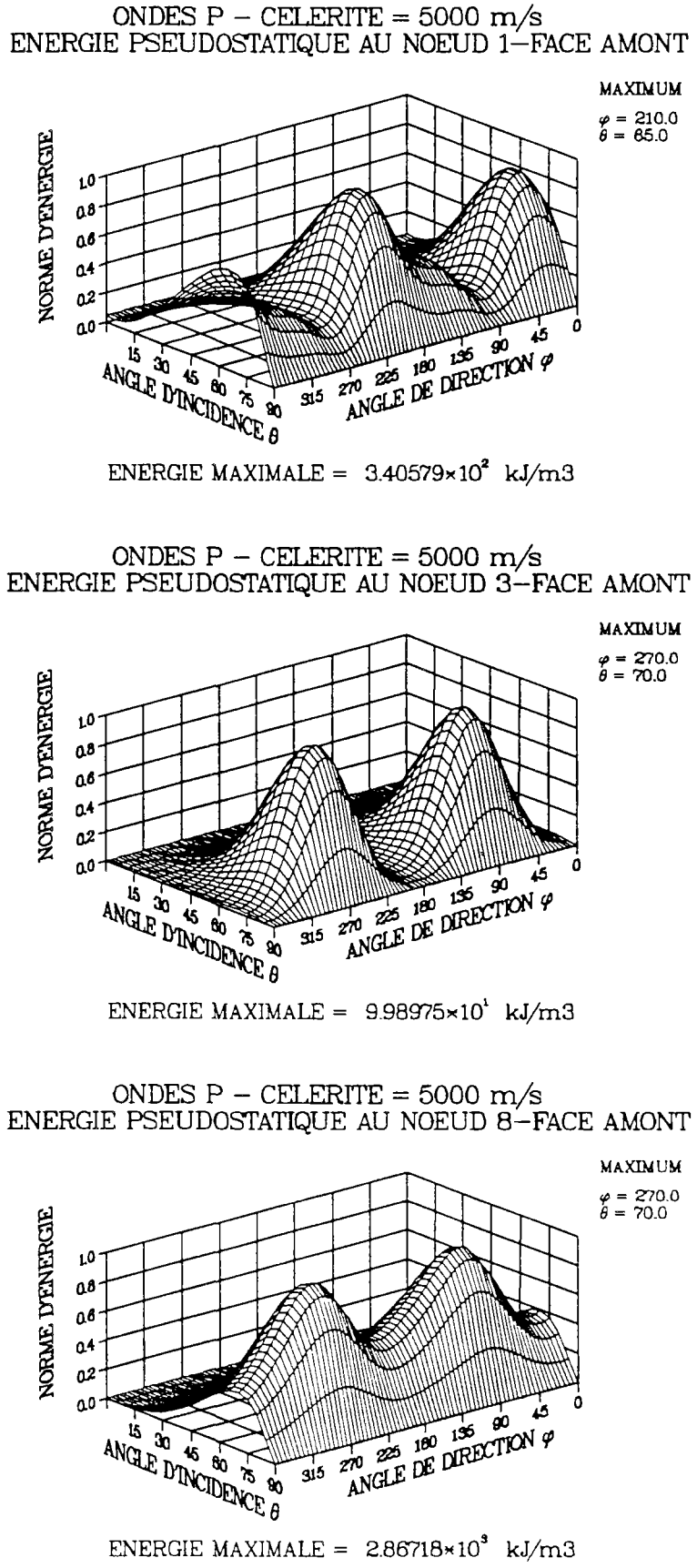
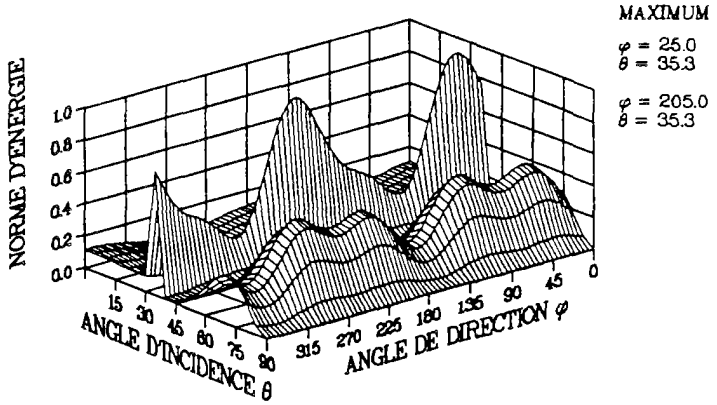


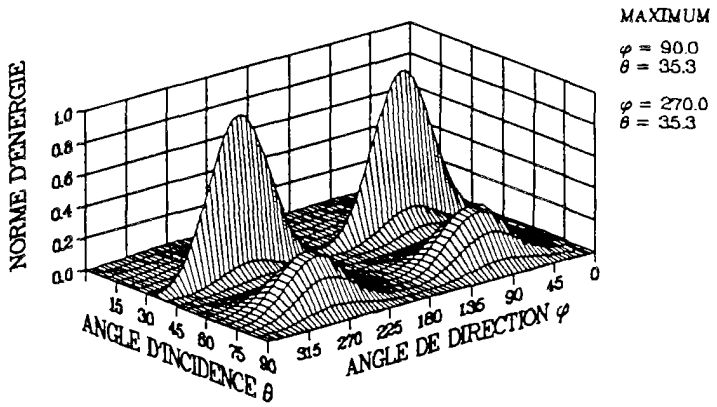
Figure 5.19 - Energie en fonction d'angle d'incidence (θ,φ). Modèle 1

ONDES SV – CELERITE = 2900 m/s
ENERGIE PSEUDOSTATIQUE AU NOEUD 1–FACE AMONT



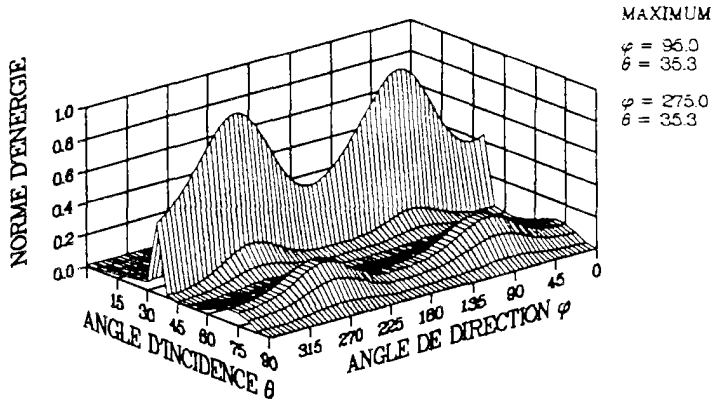
ENERGIE MAXIMALE = 3.08646×10^{3} kJ/m3

ONDES SV – CELERITE = 2900 m/s
ENERGIE PSEUDOSTATIQUE AU NOEUD 3–FACE AMONT



ENERGIE MAXIMALE = 9.12666×10^{2} kJ/m3

ONDES SV – CELERITE = 2900 m/s
ENERGIE PSEUDOSTATIQUE AU NOEUD 8–FACE AMONT



ENERGIE MAXIMALE = 2.57695×10^{4} kJ/m3

Figure 5.20 - Energie en fonction d'angle d'incidence (θ,φ). Modèle 1

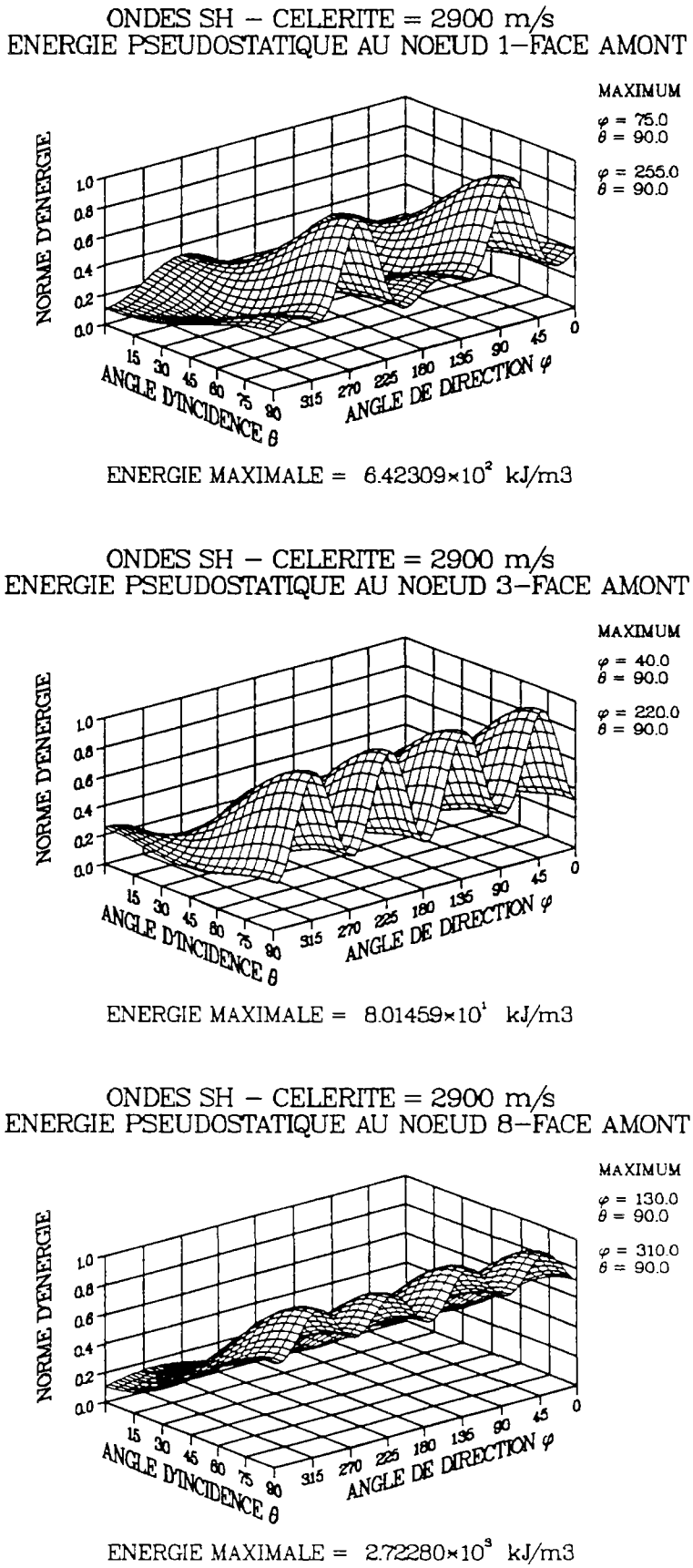


Figure 5.21 - Energie en fonction d'angle d'incidence (θ,φ). Modèle 1

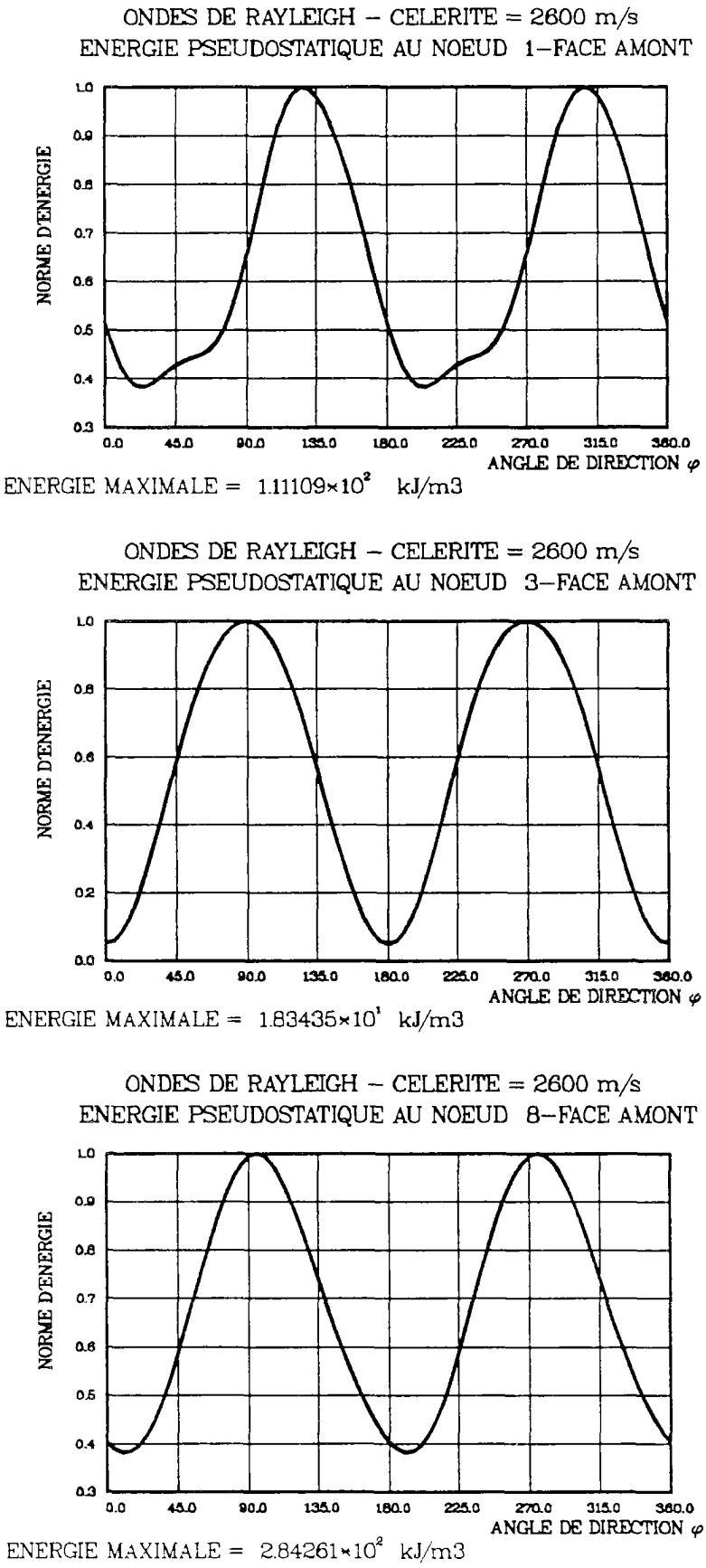


Figure 5.22 - Energie en fonction d'angle de direction φ. Modèle 1

V.3 RESULTATS DES ANALYSES SUR L'ENERGIE DE DEFORMATION DANS LE BARRAGE

Les analyses sismiques, effectuées sur les *12* modèles numériques, ont donné comme résultats des valeurs d'énergies à *24* noeuds du barrage ainsi que des valeurs d'angles d'incidence θ et de direction φ pour chacun des noeuds. Tous les résultats ont été obtenus sous forme de tableaux. Puisqu'il s'agit d'un grand nombre de tableaux les résultats sur les angles d'incidence ont été synthétisés (dans les paragraphes précédents) sous une forme de tableaux qui donnent les intervalles d'angles d'incidence (θ,φ) ainsi que sous une forme de figures qui donnent la variation de l'énergie en fonction d'angles d'incidence (θ,φ). Quand il s'agit de valeurs d'énergie, les résultats choisis sont présentés sous une forme de figures (dans les paragraphes suivants) qui servent en même temps pour faire certaines comparaisons et pour déterminer les influences de plusieurs paramètres qui nous intéressent ici.

L'interprétation de tous les résultats ainsi que les conclusions sur ce chapitre sont données dans le dernier paragraphe du chapitre.

Pour faciliter la présentation des résultats, certains codes sont utilisés dans les légendes. L'un est du type: ***1 SV 2 A***. Le premier chiffre représente le numéro du modèle suivi par le type d'onde. Le chiffre suivant représente le code de célérité de propagation du champ lointain. Ces codes sont présentés dans le tableau 5.27. La dernière lettre représente le code de la zone de position des noeuds en question. La lettre ***A*** signifie que les noeuds sont en zone d'appui, la lettre ***C*** signifie qu'ils sont en zone de crête et les lettres ***CC*** signifient qu'ils sont en zone de console centrale du barrage. Les définitions des différentes zones sont expliquées dans le paragraphe V.1.3. La valeur d'énergie attribuée au noeud (sur les figures dans les paragraphes suivants) correspond à l'énergie dans l'épaisseur du barrage entre deux noeuds correspondants.

Tableau 5.27 - Les codes de célérité de propagation du champ lointain utilisés dans les légendes

code	ondes P	ondes SV	ondes SH	ondes R
1	$c_{pl} = 5000\ m/s$	$c_{sl} = 2900\ m/s$	$c_{sl} = 2900\ m/s$	$c_{rl} = 2650\ m/s$
2	$c_{pl} = 10000\ m/s$	$c_{sl} = 5800\ m/s$	$c_{sl} = 5800\ m/s$	$c_{rl} = 5300\ m/s$
3	$c_{pl} = 20000\ m/s$	$c_{sl} = 11600\ m/s$	$c_{sl} = 11600\ m/s$	$c_{rl} = 10600\ m/s$
4	$c_{pl} = infini$	$c_{sl} = infini$	$c_{sl} = infini$	$c_{rl} = infini$

L'autre code utilisé dans les légendes est du type: *1 SV* ΣA. Les deux premiers termes ont la même signification que dans le type de code précédant. Le troisième terme représente l'énergie totale en zone d'appui ou l'énergie totale en zone de crête si ce dernier terme est ΣC.

V.3.1 INFLUENCE DE LA CELERITE DE PROPAGATION D'ONDES - INFLUENCE DES EFFETS DE SITE SUR LA REPONSE DU BARRAGE

Pour montrer l'influence de la célérité de propagation du champ lointain on a fait une comparaison des résultats d'énergie en se servant des trois premiers modèles qui ont la même célérité du champ proche (c_{pp}=*5000 m/s*). Cette influence est présentée sur les figures 5.140 à 5.155 et elle est obtenues pour les quatre différentes caractéristiques du champ lointain, ainsi que pour l'eau compressible, incompressible et la retenue vide. Les figures 5.156 à 5.158 ainsi que les figures 5.171 à 5.174 (présentées dans des autres paragraphes) peuvent servir aussi pour montrer l'influence des effets de site sur la réponse du barrage en zone d'appui et en zone de crête.

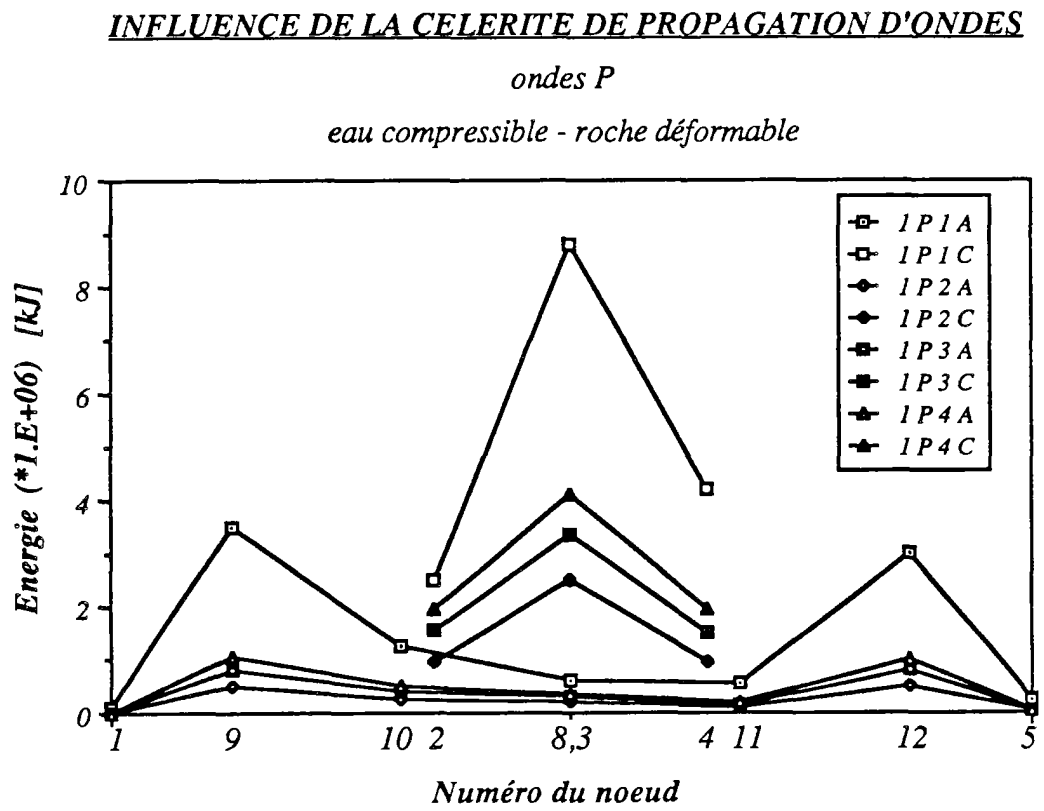
Pour montrer l'influence de la célérité de propagation du champ proche on a comparé les modèles *1* et *12* qui ont les caractéristiques du champ proche déterminées par les célérités de c_{pp}=*5000 m/s* et c_{pp}=*10000 m/s* respectivement, ce qui est présenté sur les figures 5.152 à 5.155. Dans les deux modèles l'eau est compressible.

L'influence des célérités d'ondes dans les modèles utilisés, est expliquée dans les interprétations des résultats (paragraphe V.4).

On fait les comparaisons d'énergie de différents modèles parce que se sont les valeurs relatives d'énergie qui nous intéressent ici. Les énergies sont présentées aux noeuds qui sont en zones d'appui, de crête et de console centrale.

On note que les valeurs obtenues pour différents noeuds ont été reliées sur les figures avec des lignes droites.

On note aussi que sur certains figures qui correspondent à la console centrale, les valeurs d'énergies sont plus grande au noeud *6* qu'au noeud *3* qui est en crête. C'est parce que ces valeurs correspondent à l'énergie dans l'épaisseur du barrage qui est plus grande au noeud *6*. Par contre, les énergies volumiques ont toujours les plus grandes valeurs au milieu de la crête.



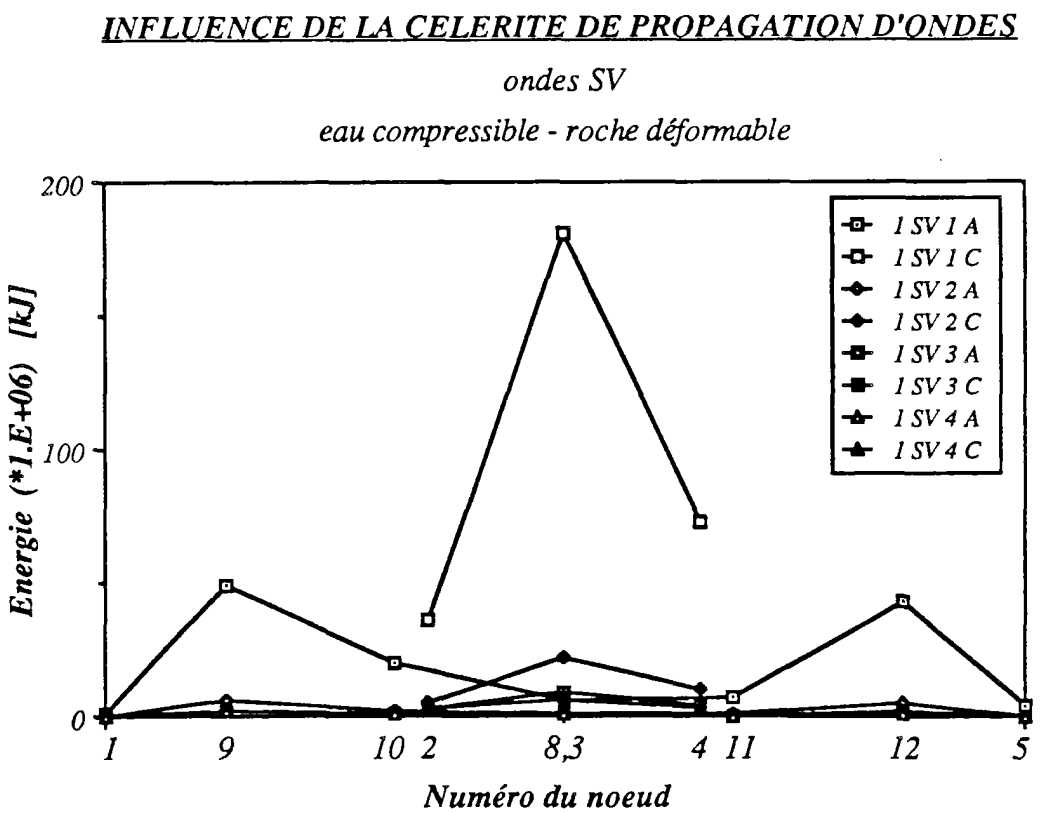
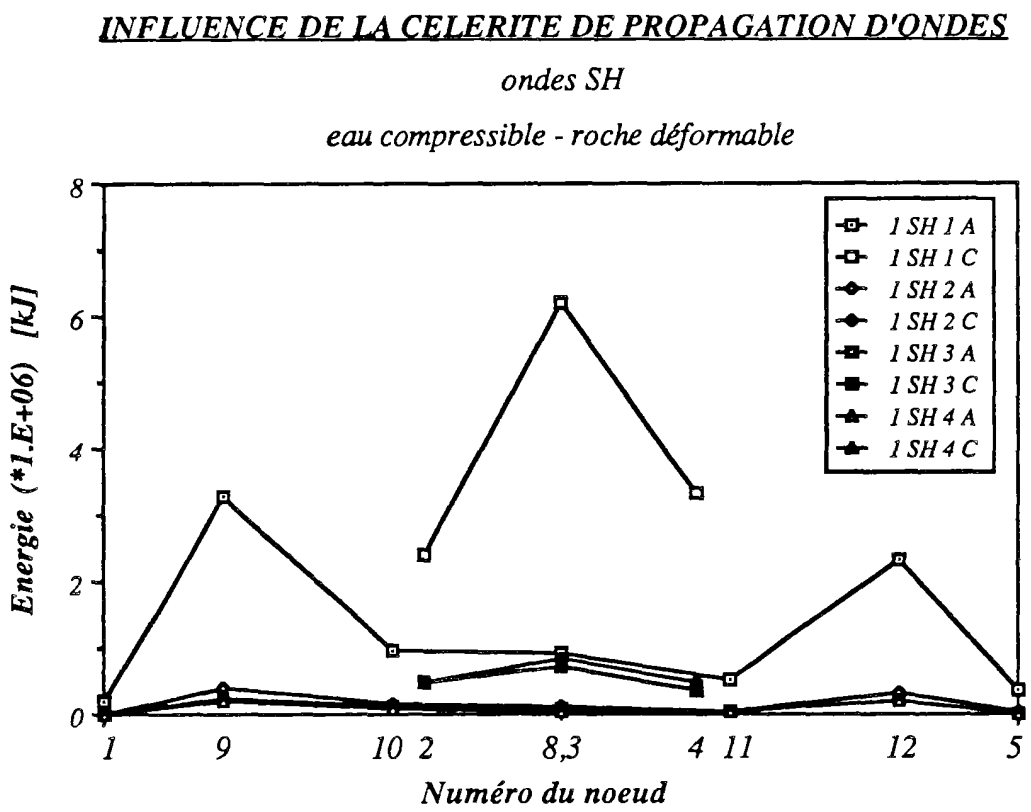


Figure 5.140 - Diagrammes d'énergies en zones d'appui (A) et de crête (C). Modèle 1. Quatre différentes célérités



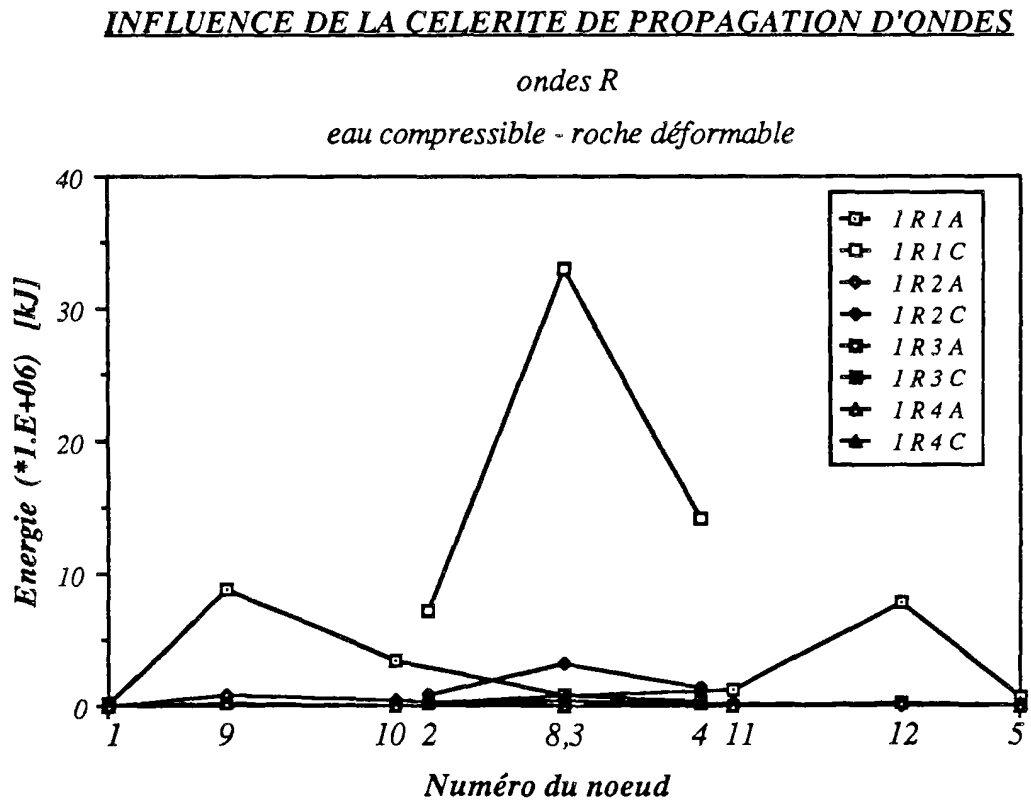
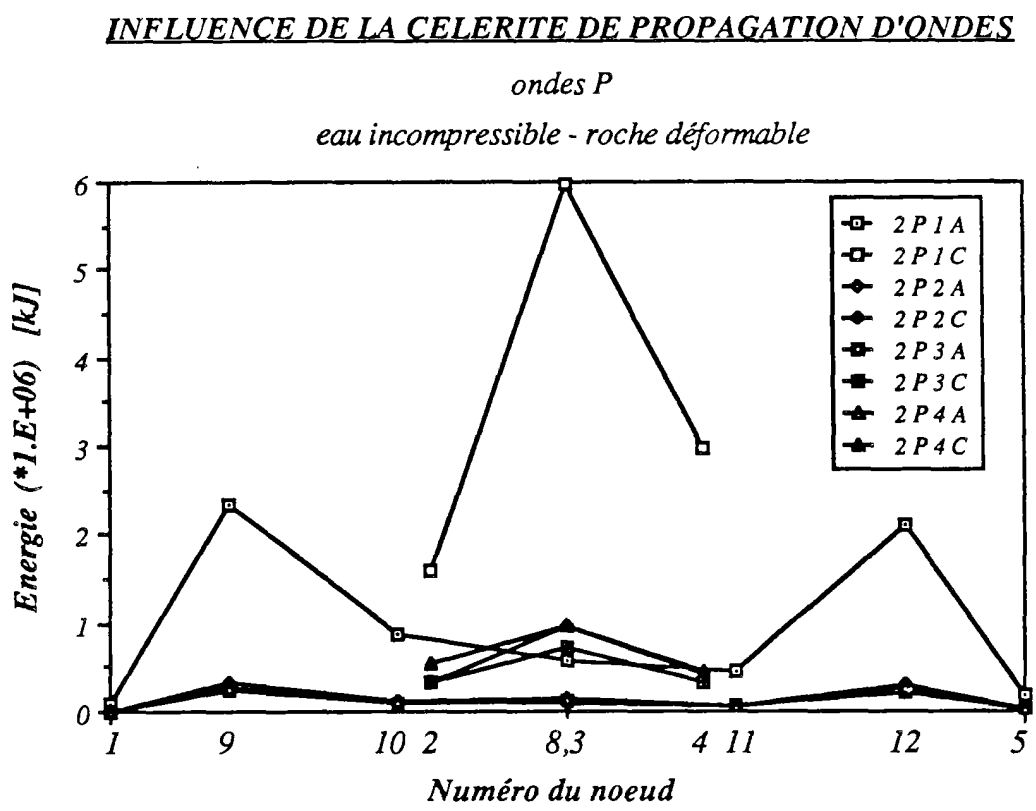


Figure 5.141 - Diagrammes d'énergies en zones d'appui (A) et de crête (C). Modèle 1. Quatre différentes célérités



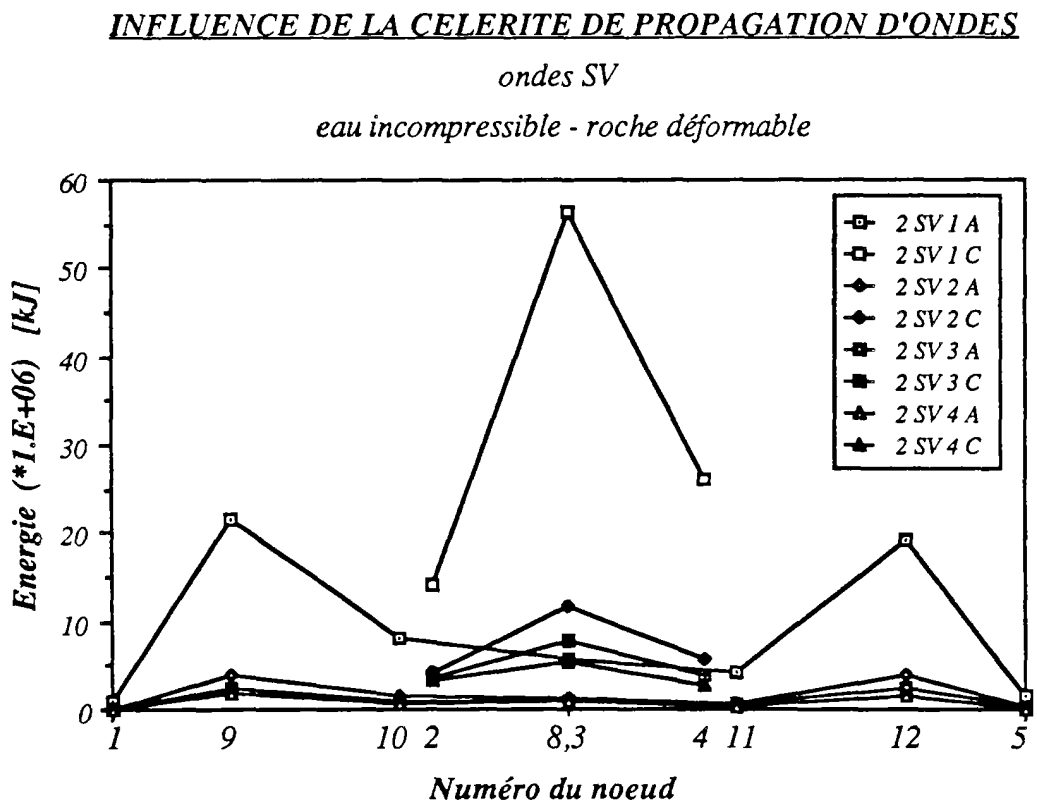
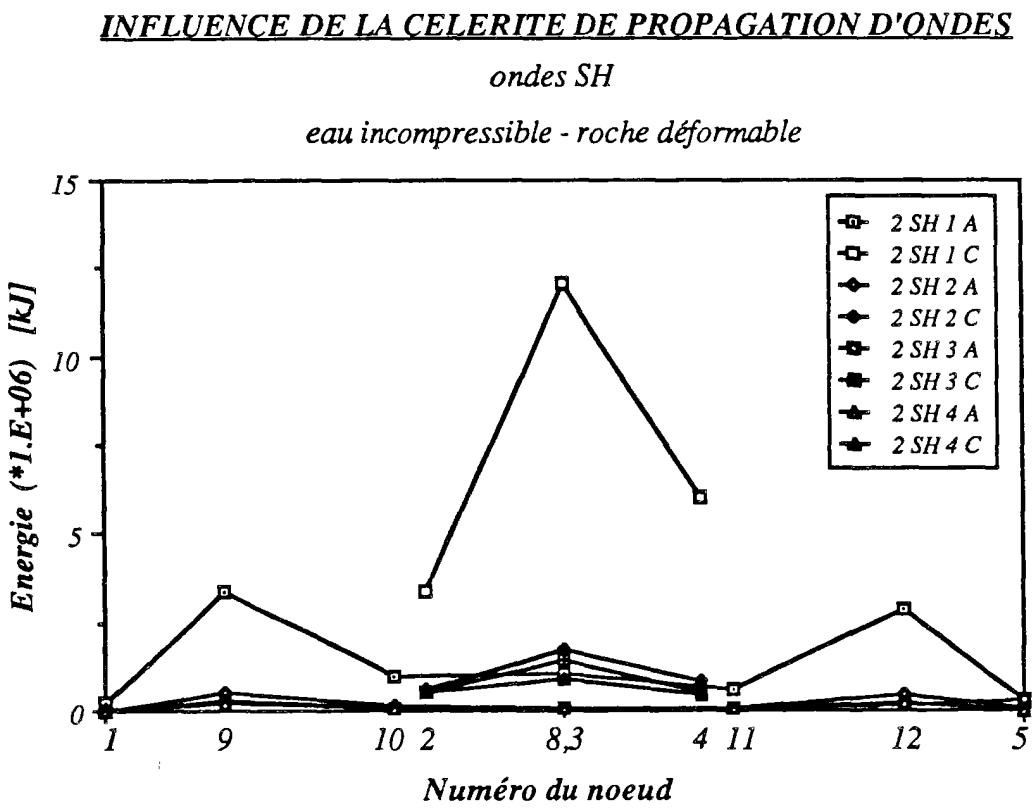


Figure 5.142 - Diagrammes d'énergies en zones d'appui (A) et de crête (C). Modèle 2. Quatre différentes célérités



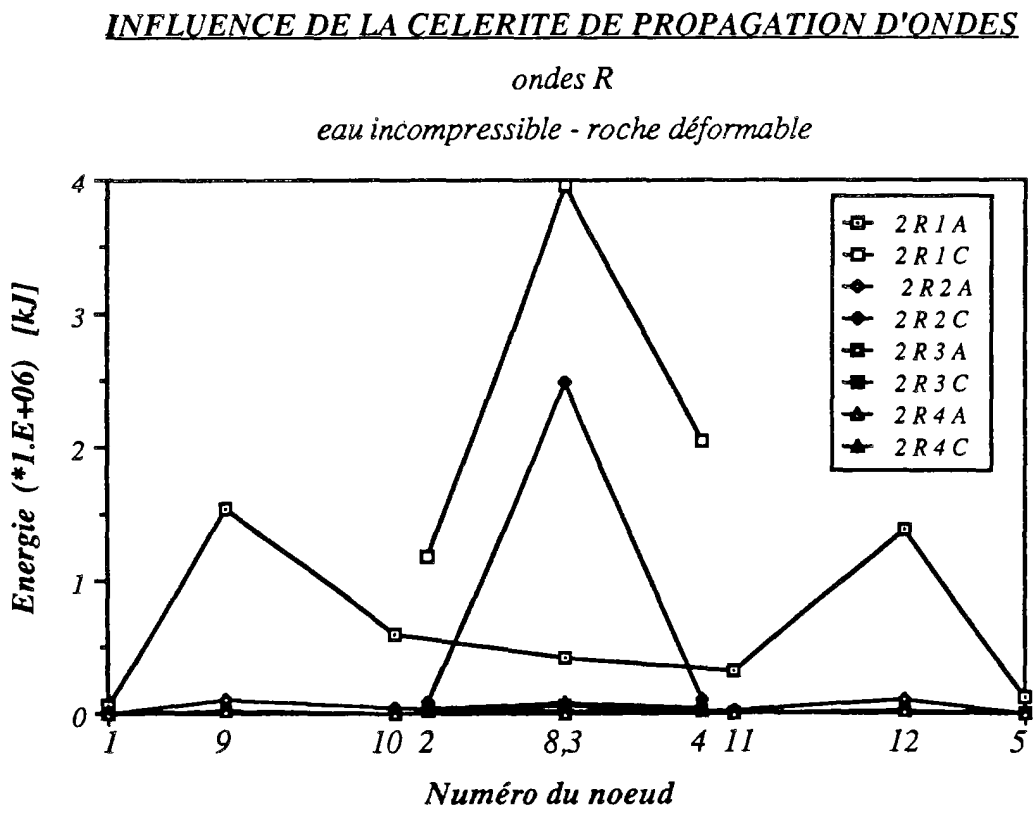
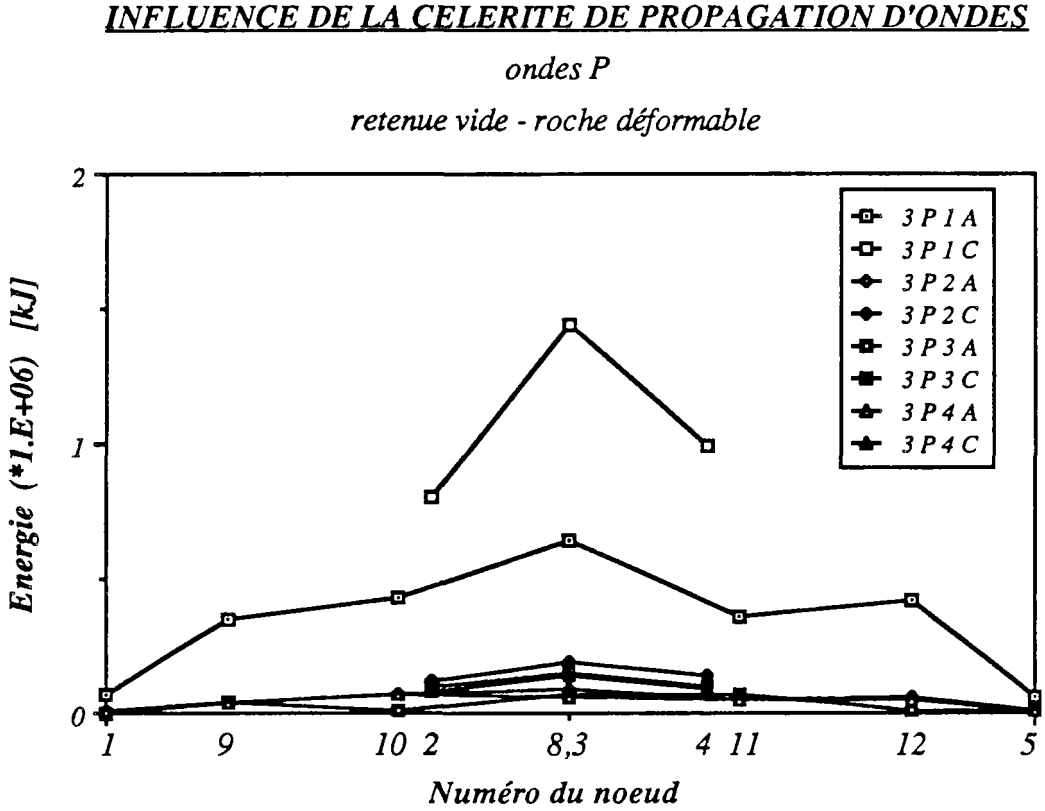


Figure 5.143 - Diagrammes d'énergies en zones d'appui (A) et de crête (C). Modèle 2. Quatre différentes célérités



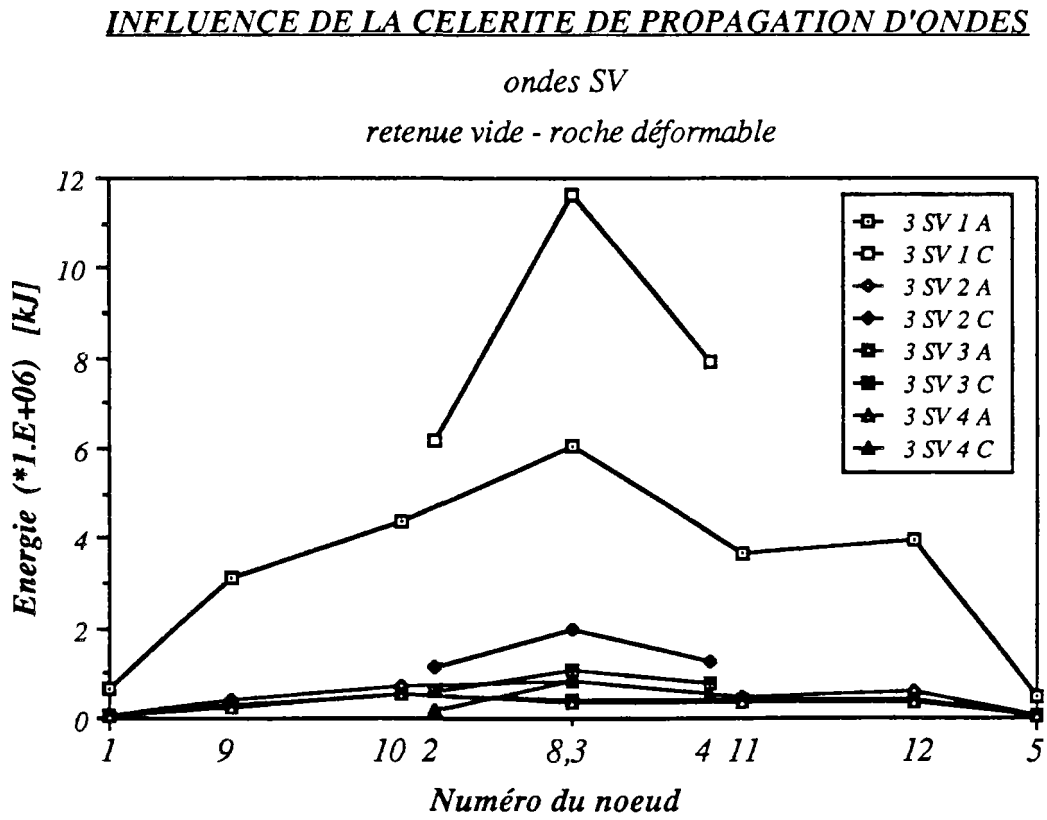
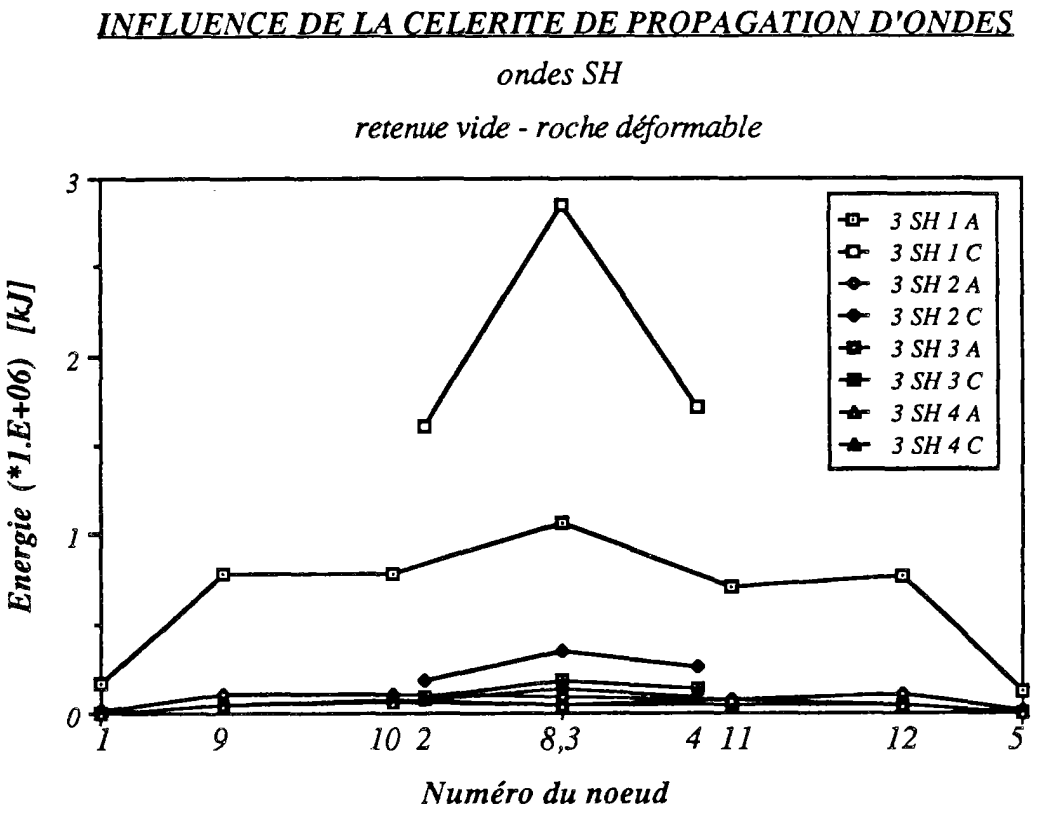


Figure 5.144 - Diagrammes d'énergies en zones d'appui (A) et de crête (C). Modèle 3. Quatre différentes célérités



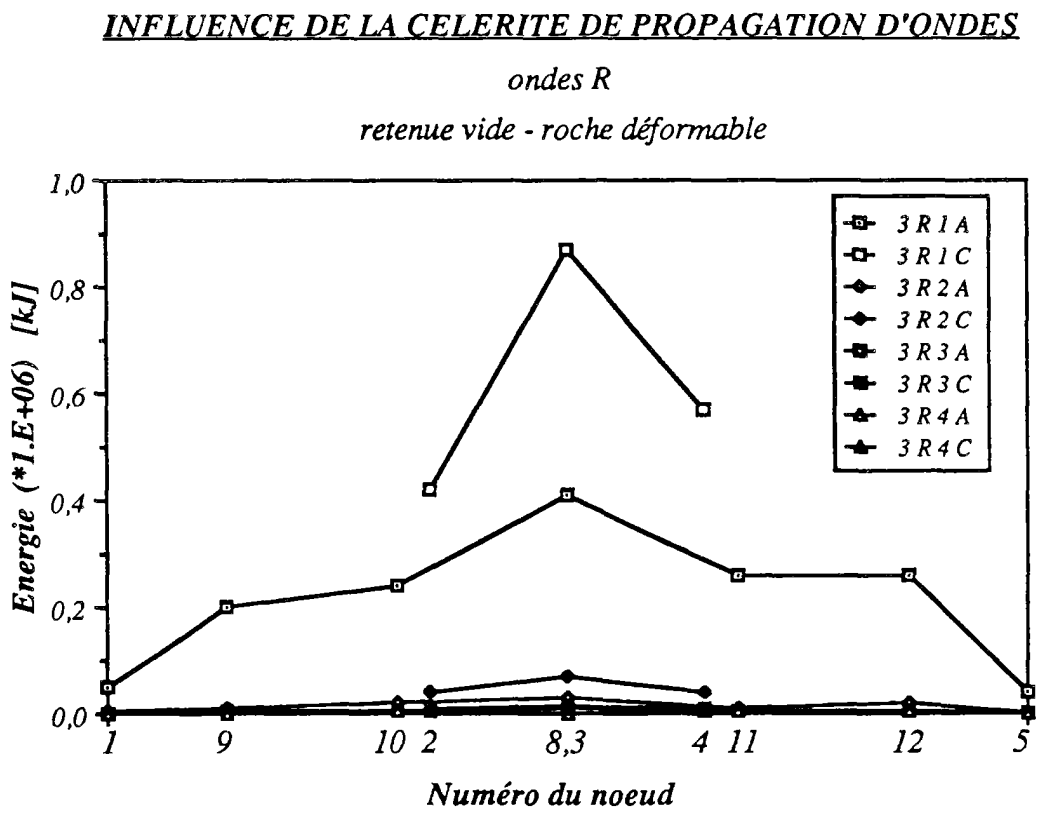
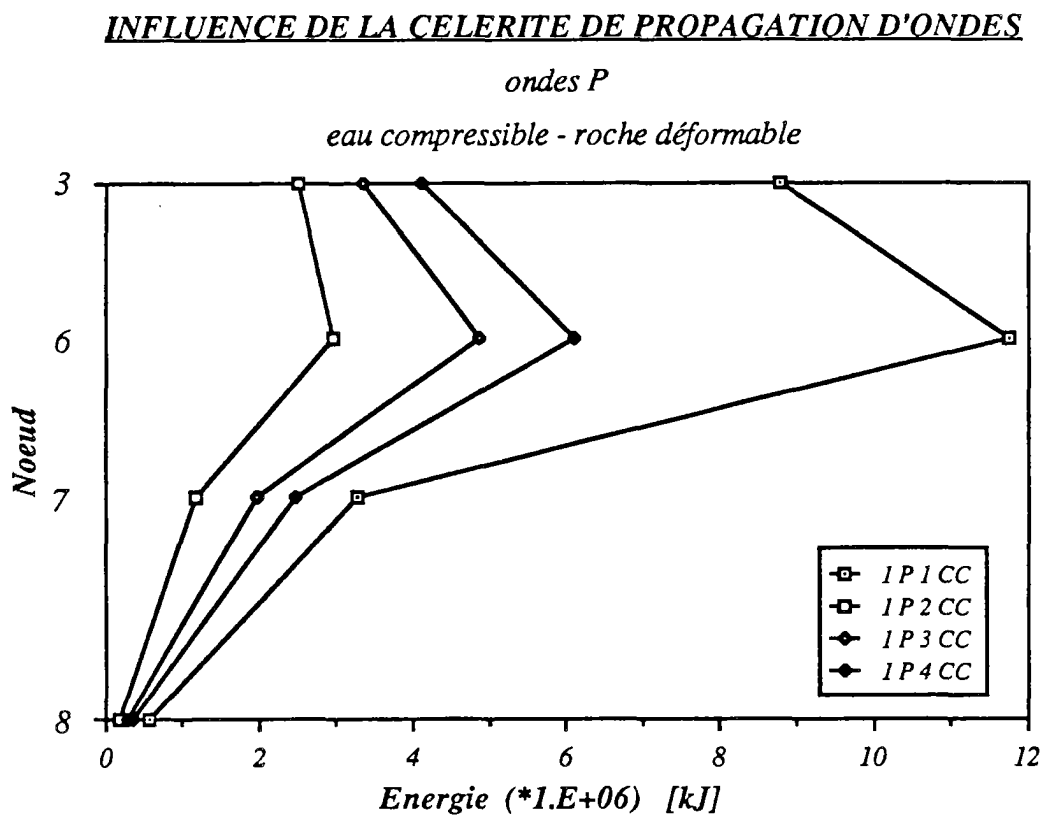


Figure 5.145 - Diagrammes d'énergies en zones d'appui (A) et de crête (C). Modèle 3. Quatre différentes célérités



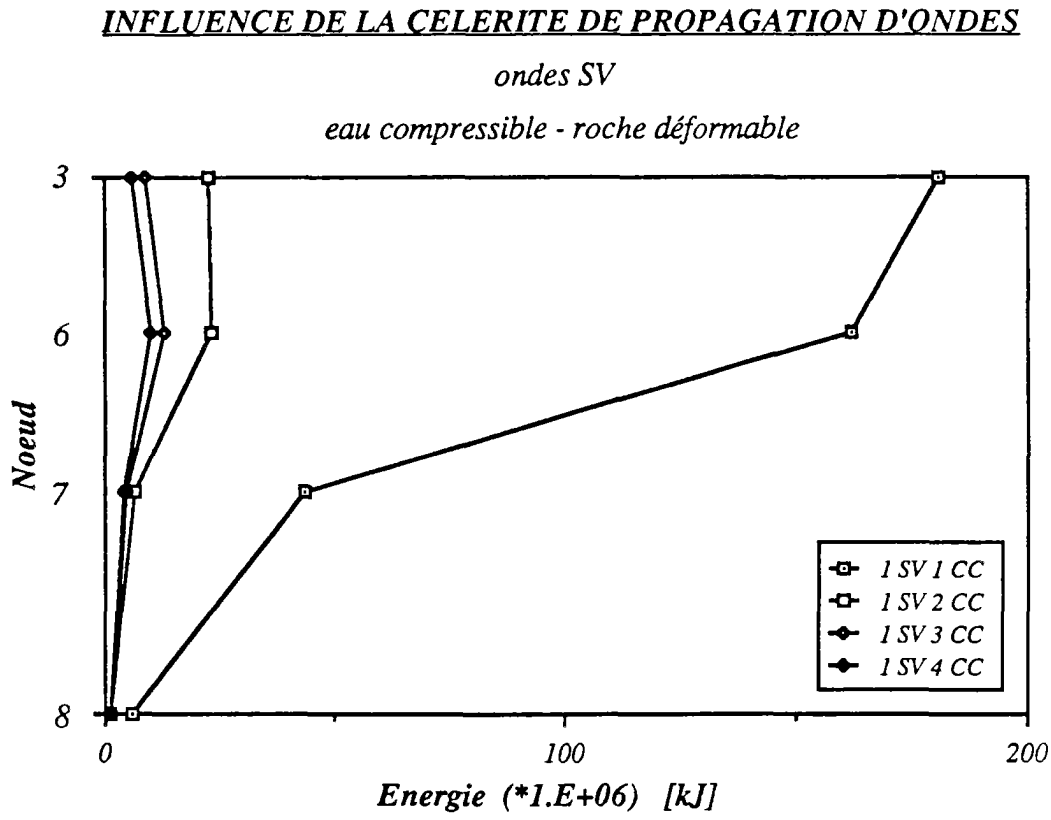
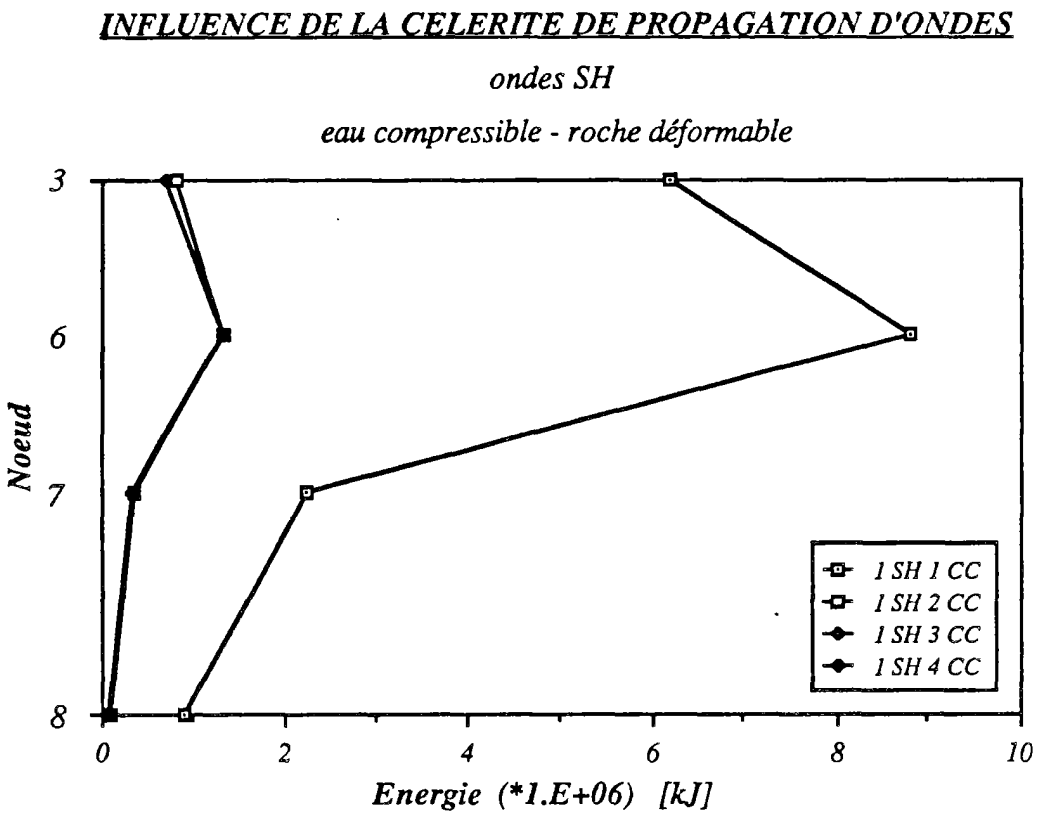


Figure 5.146 - Diagrammes d'énergies en zone de console centrale (CC). Modèle 1. Quatre différentes célérités



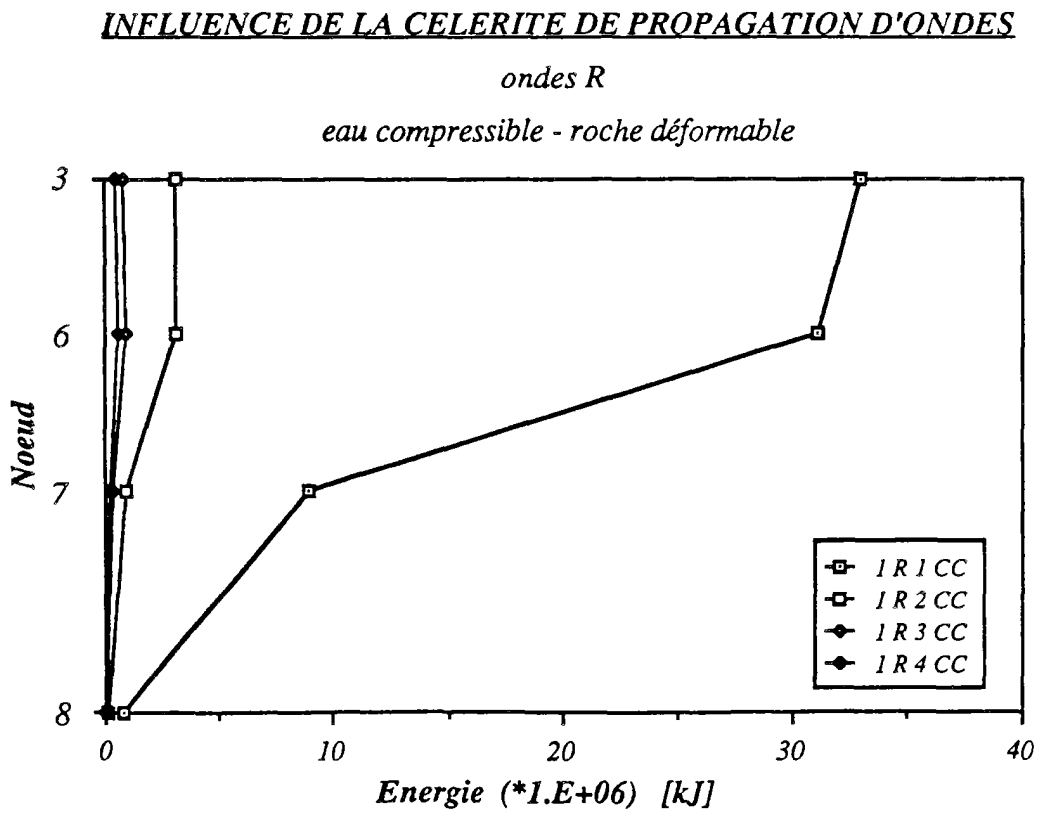
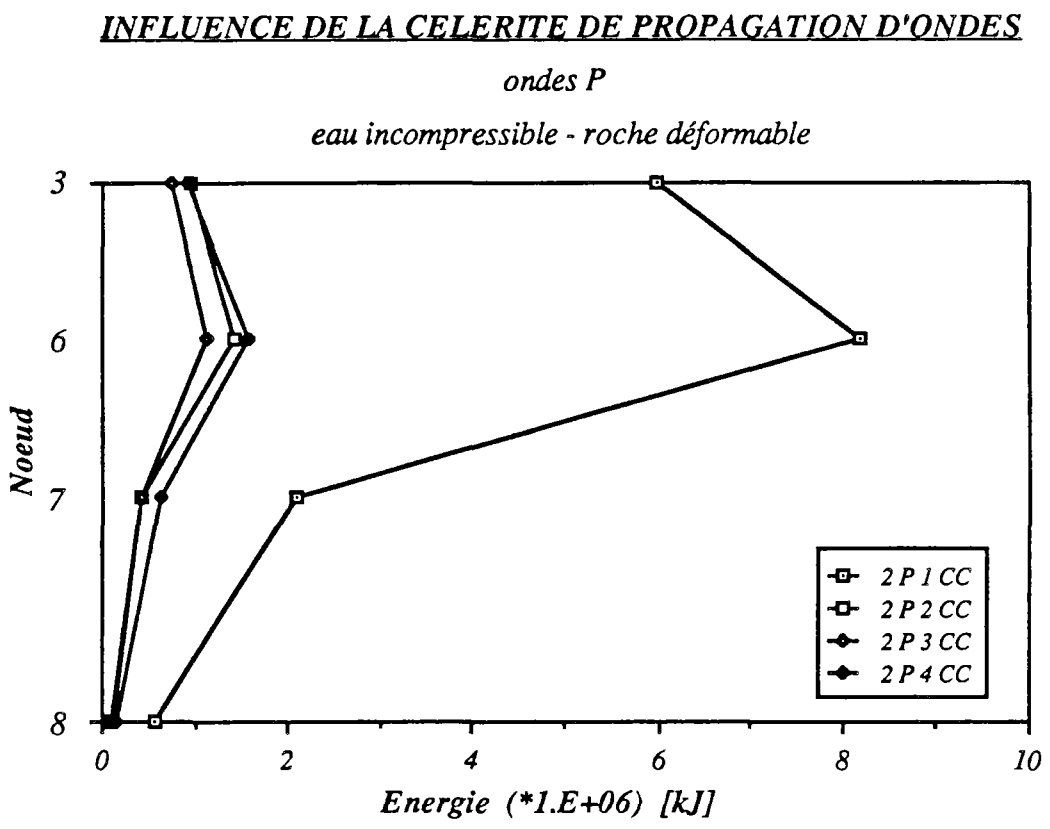


Figure 5.147 - Diagrammes d'énergies en zone de console centrale (CC). Modèle 1. Quatre différentes célérités



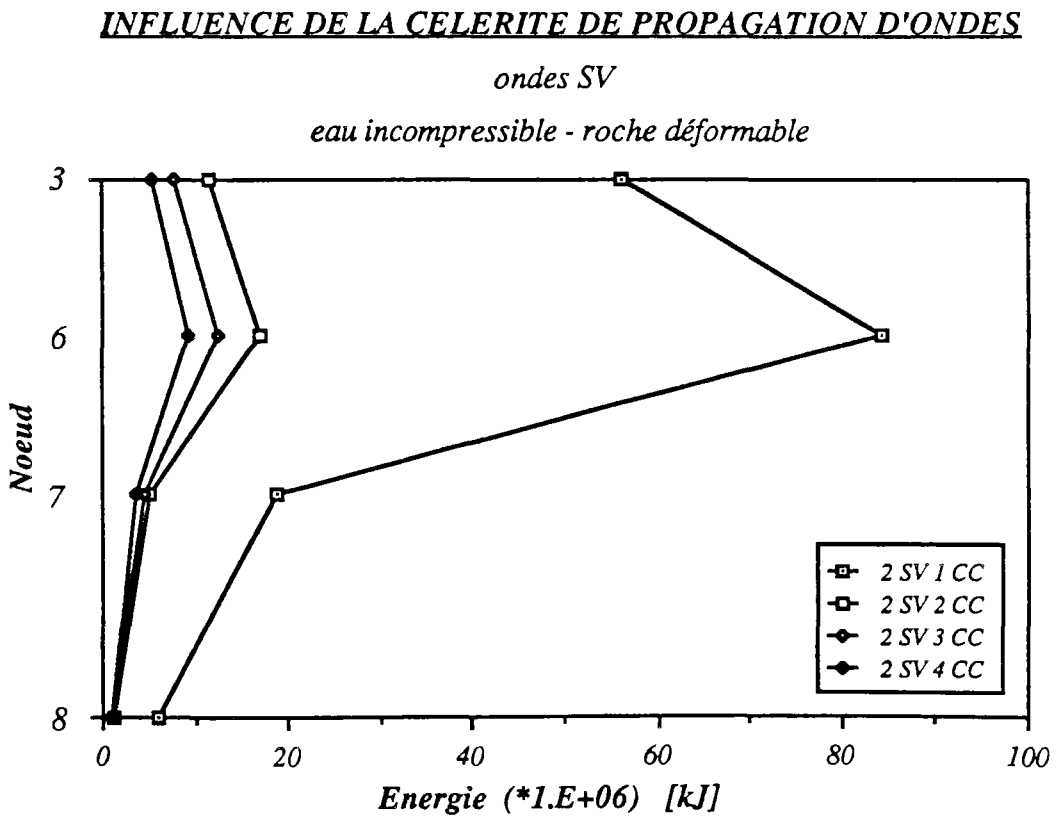
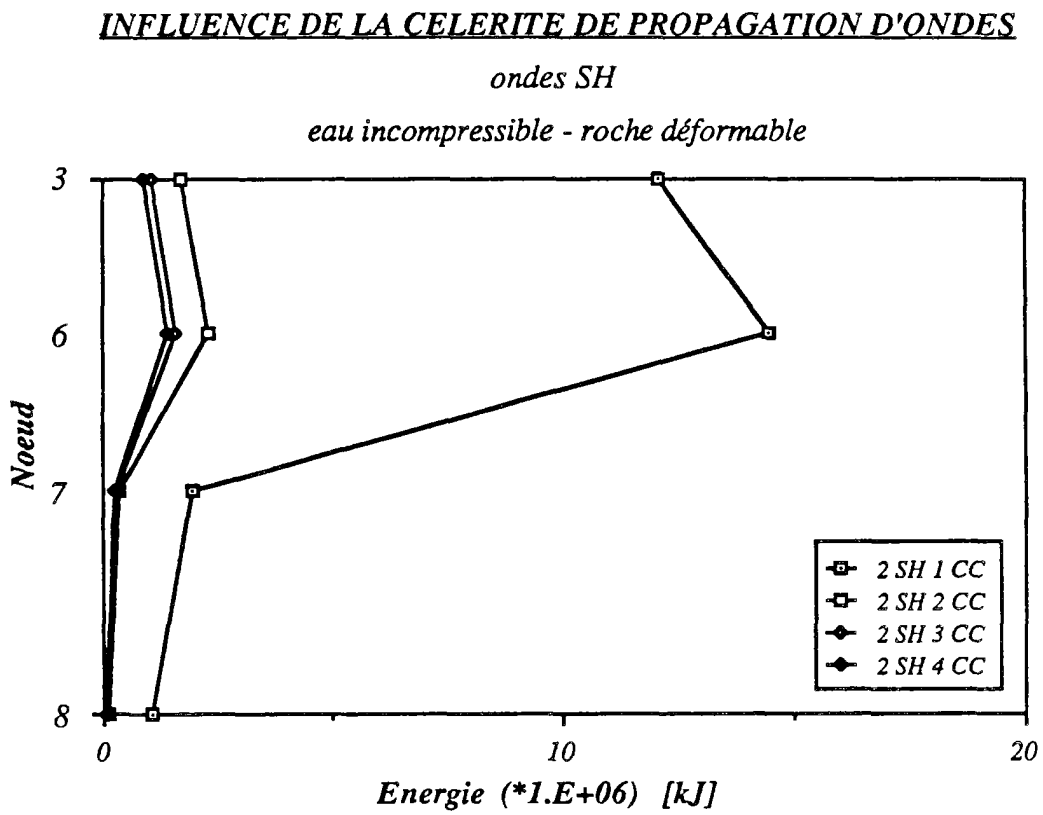


Figure 5.148 - Diagrammes d'énergies en zone de console centrale (CC). Modèle 2. Quatre différentes célérités



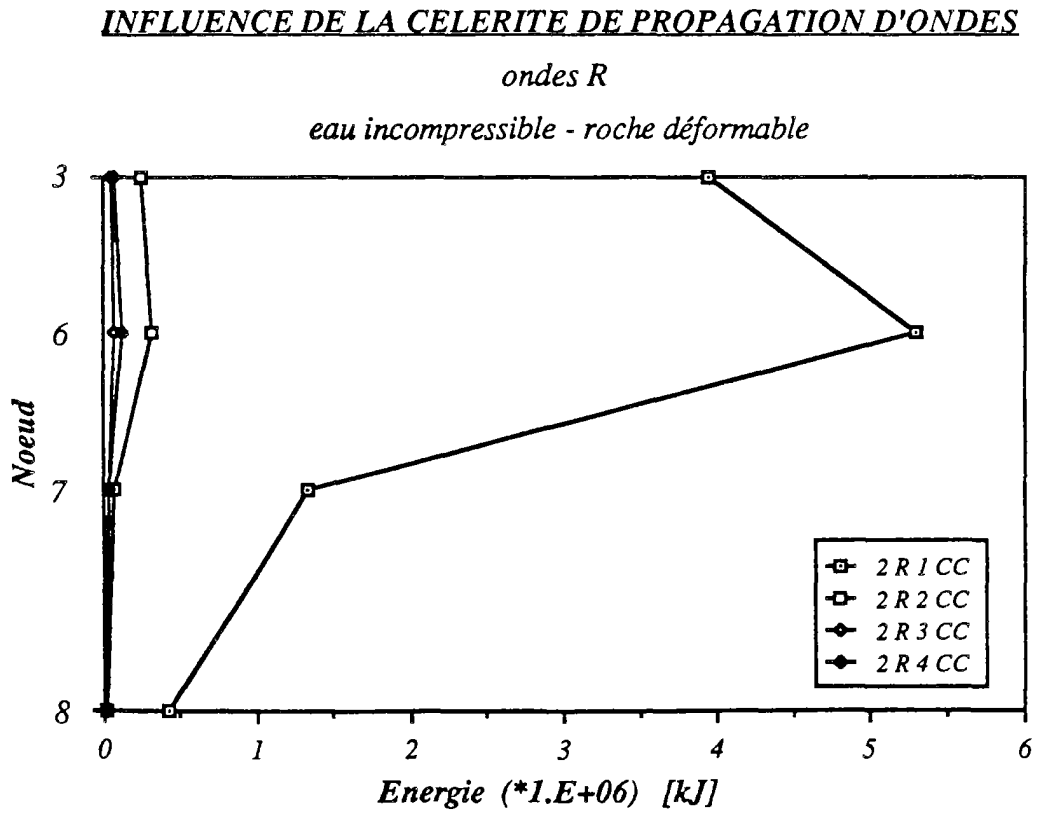
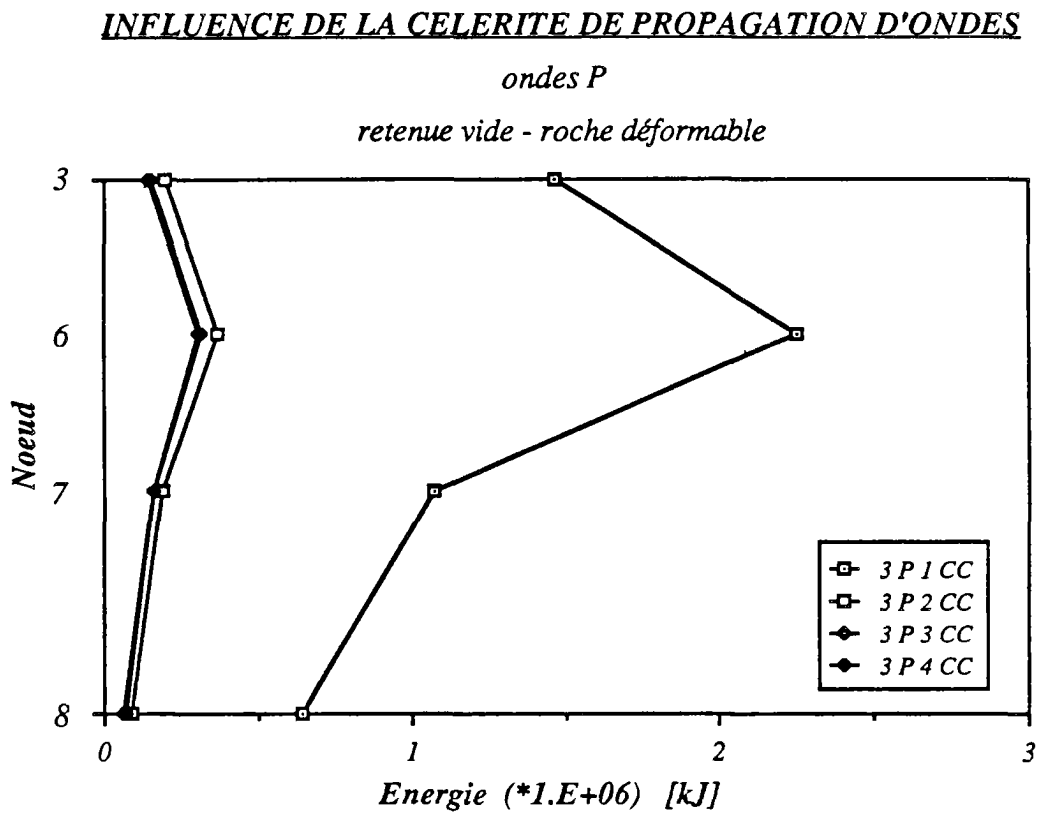


Figure 5.149 - Diagrammes d'énergies en zone de console centrale (CC). Modèle 2. Quatre différentes célérités



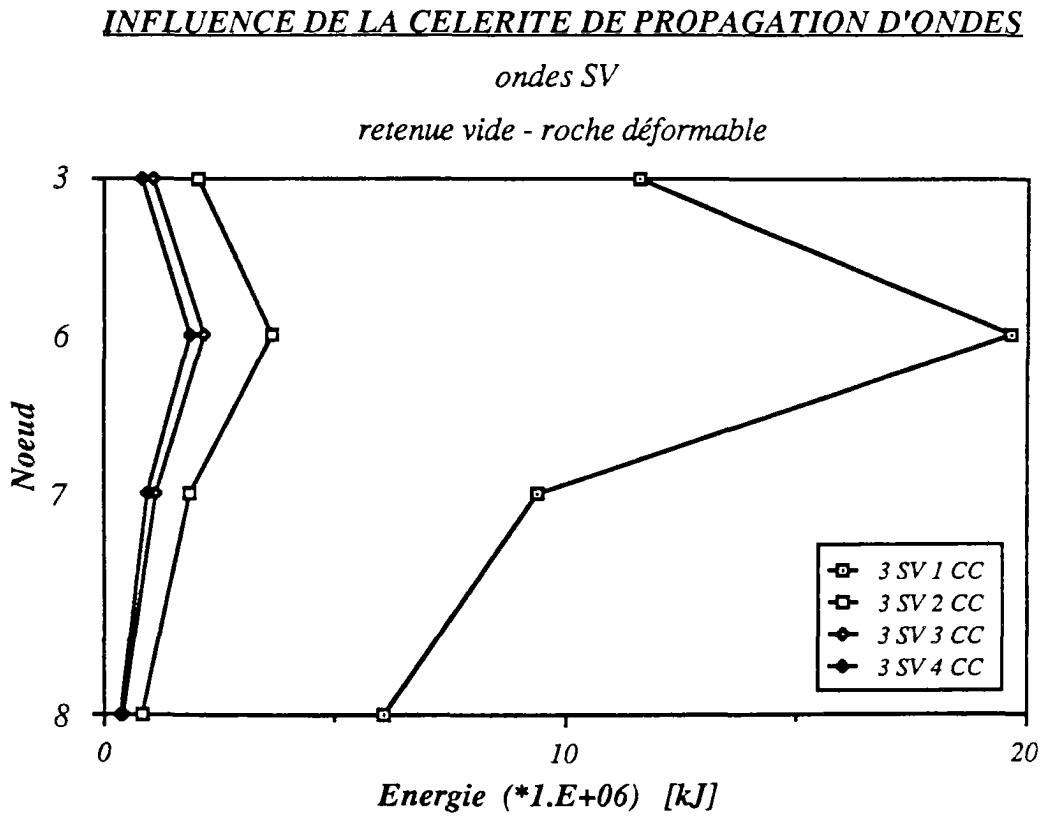
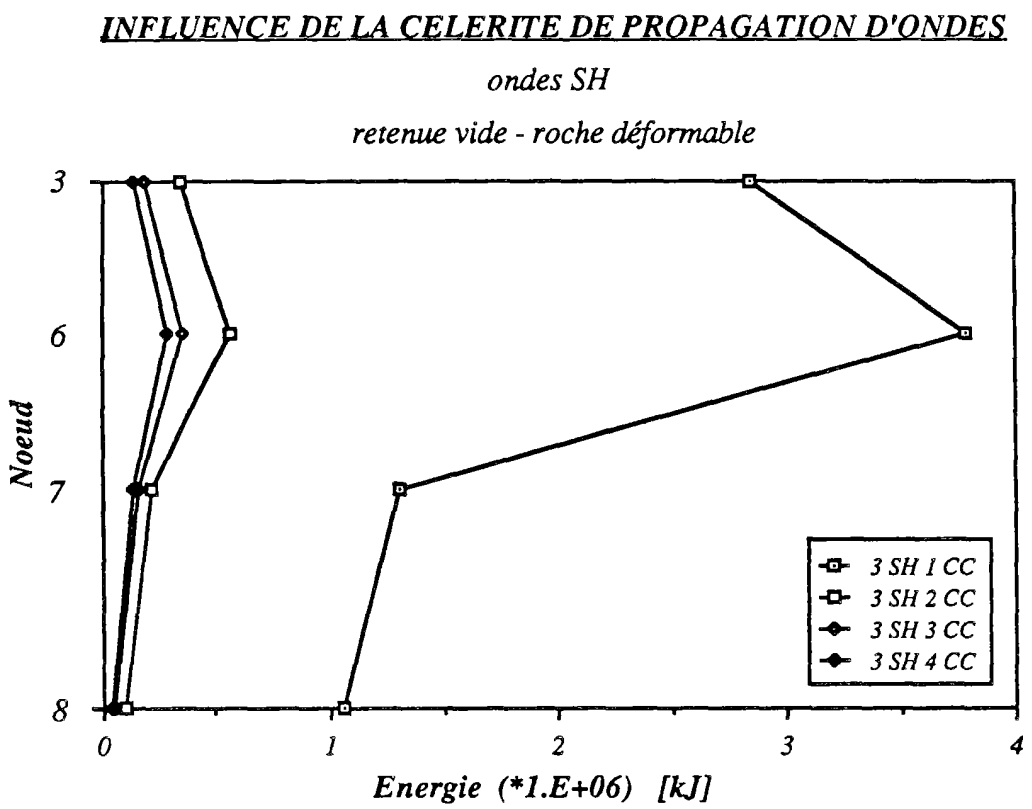


Figure 5.150 - Diagrammes d'énergies en zone de console centrale (CC). Modèle 3. Quatre différentes célérités



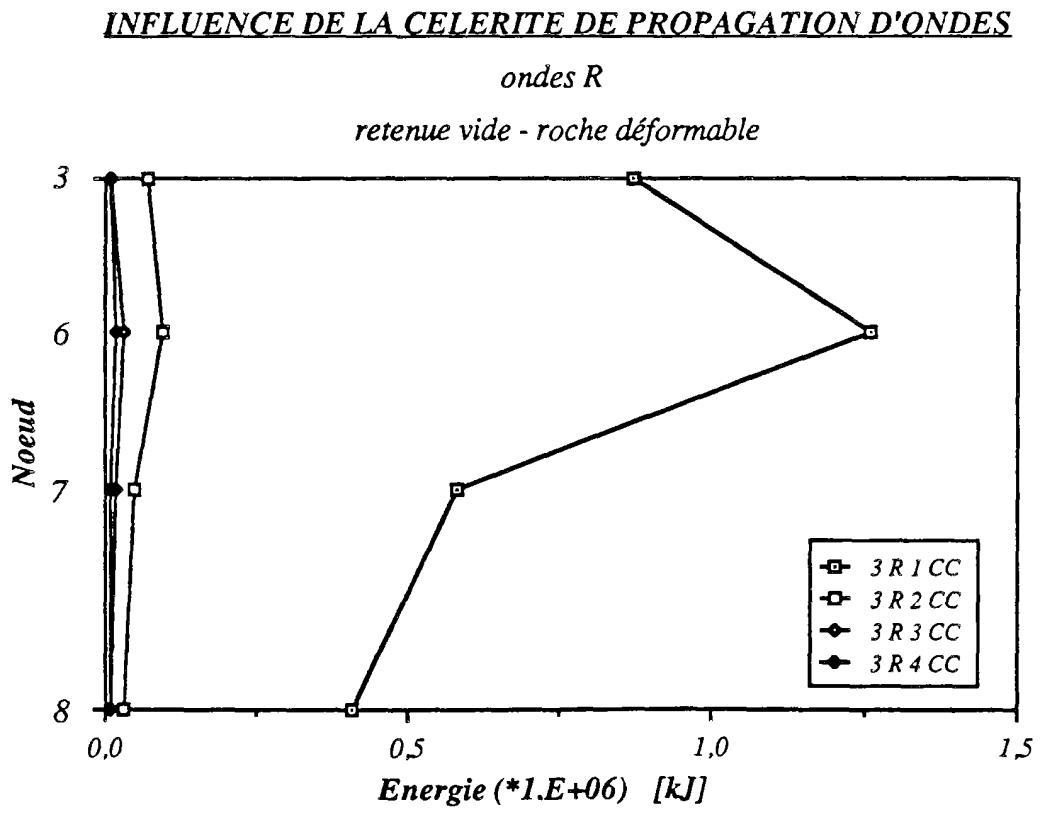
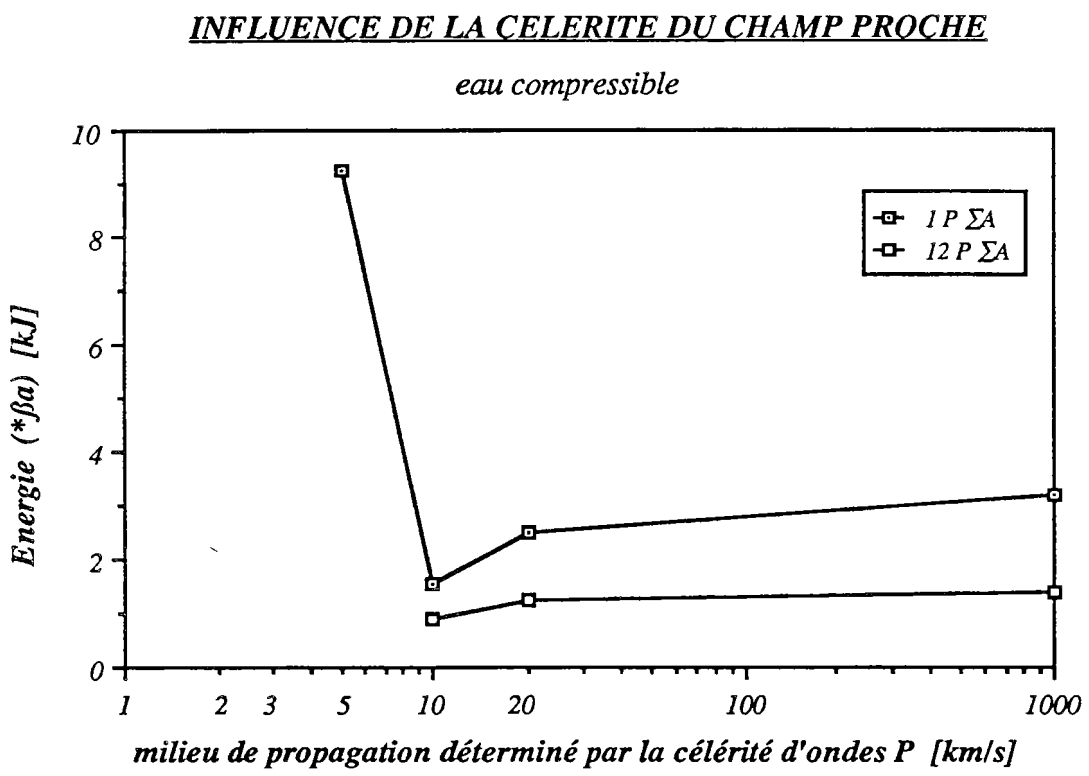


Figure 5.151 - Diagrammes d'énergies en zone de console centrale (CC). Modèle 3. Quatre différentes célérités



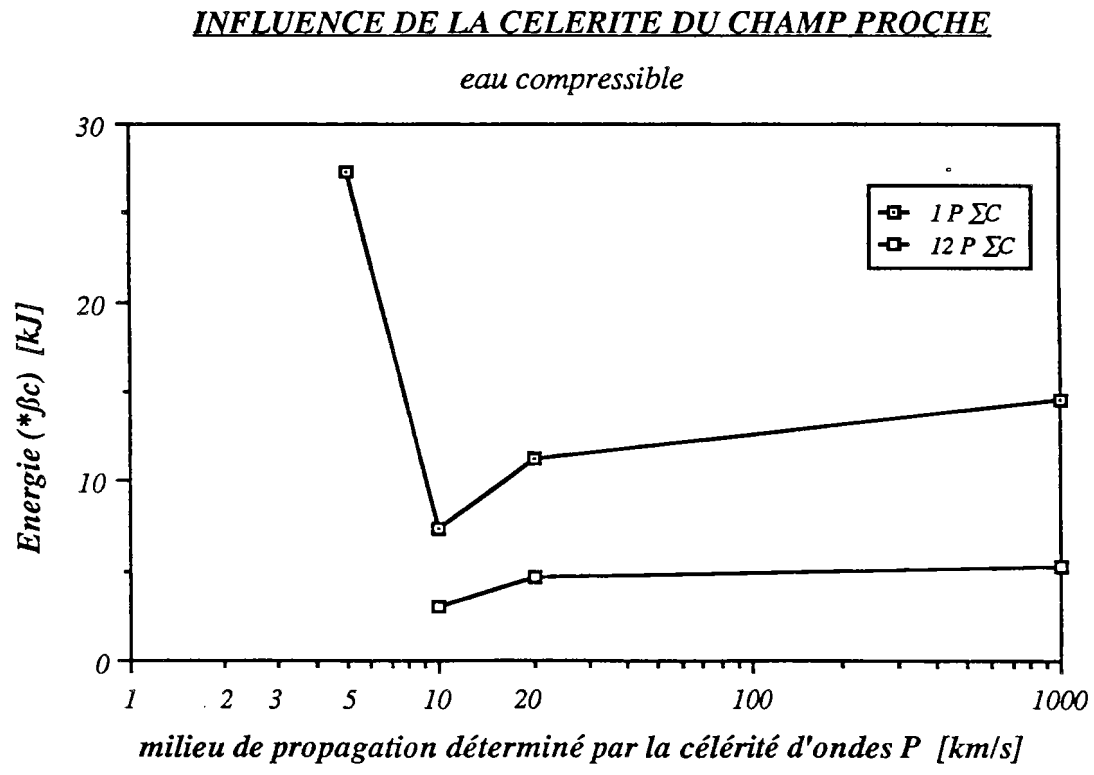
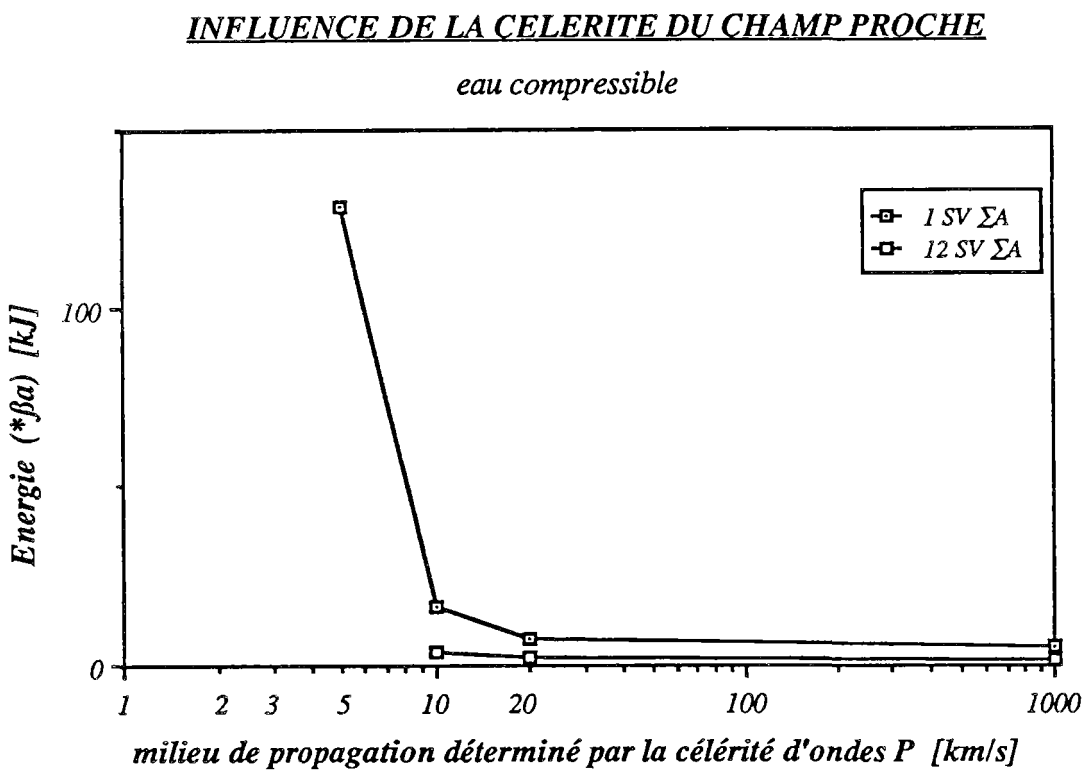


Figure 5.152 - Diagrammes d'énergies totales en zones d'appui (ΣA) et de crête (ΣC). Modèles 1 et 12



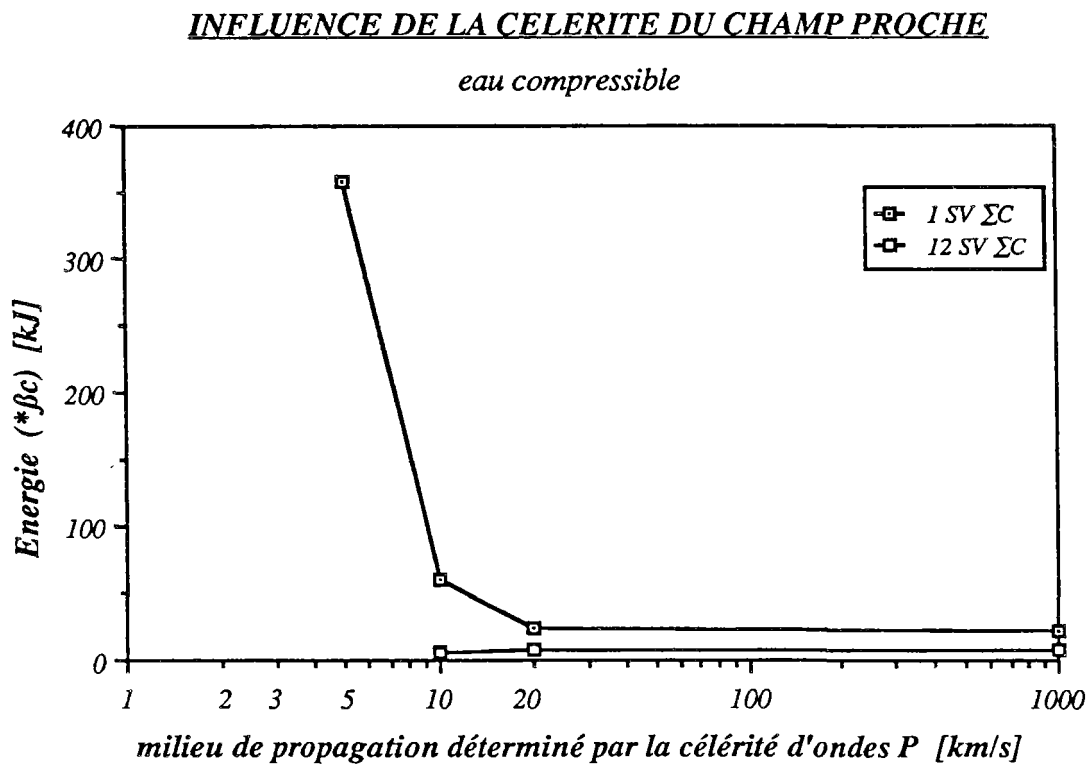
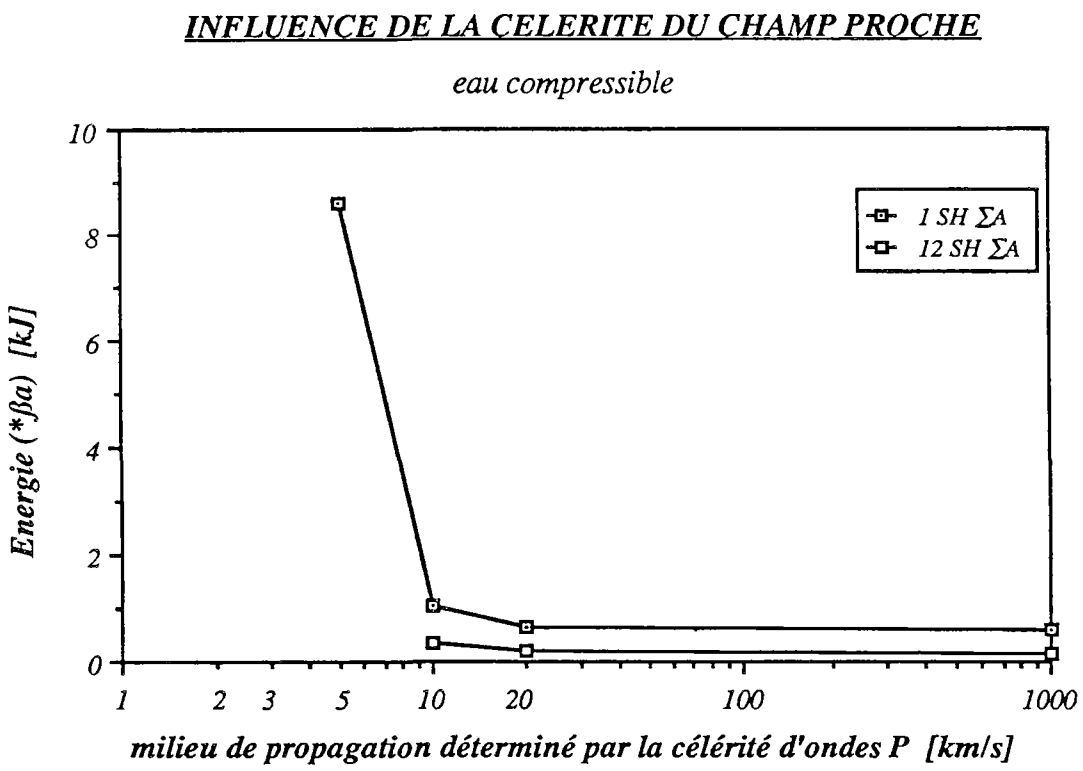


Figure 5.153 - Diagrammes d'énergies totales en zones d'appui (ΣA) et de crête (ΣC). Modèles 1 et 12



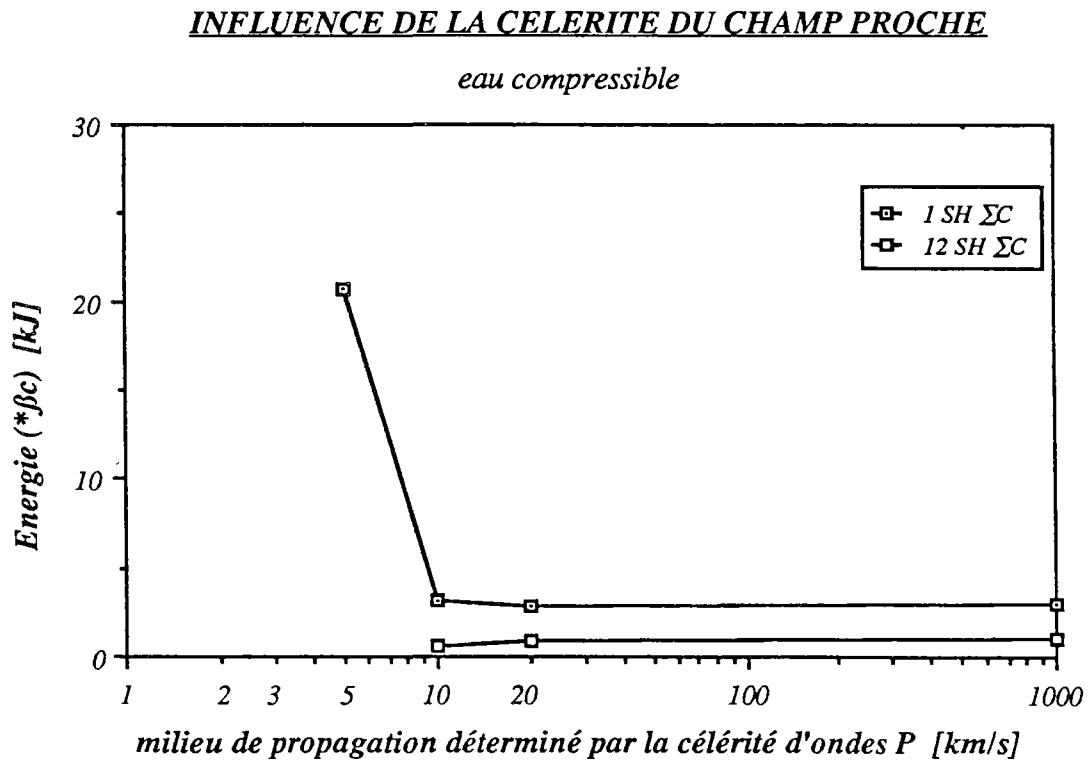
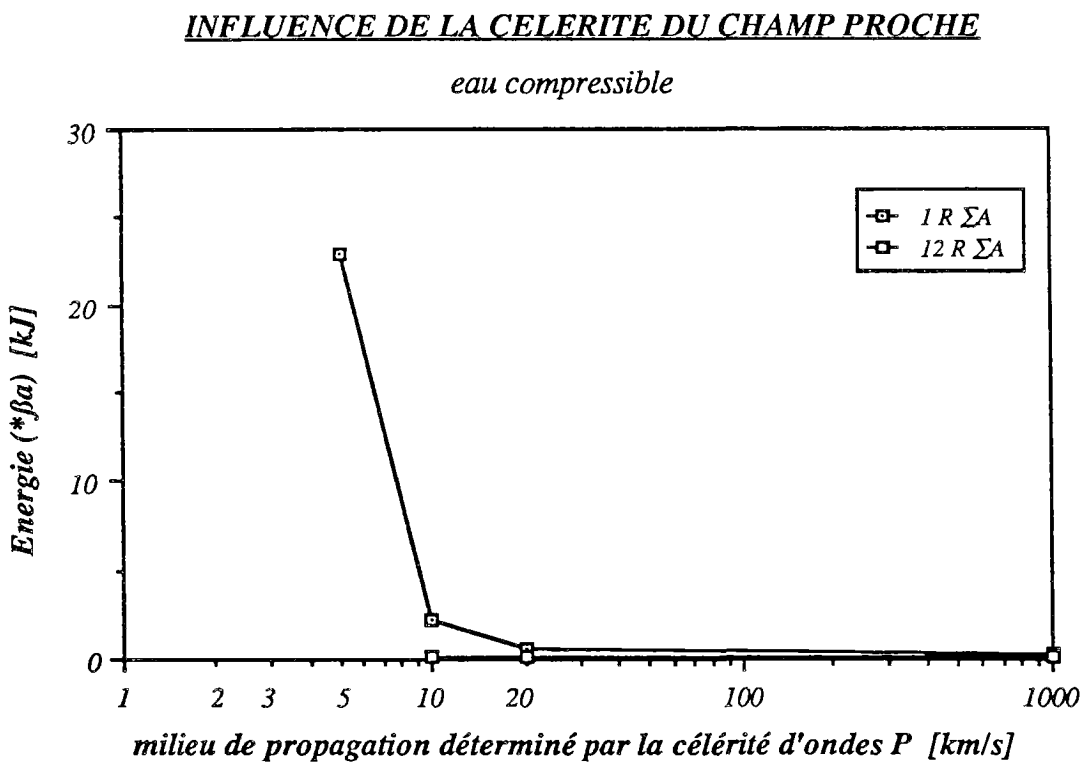


Figure 5.154 - Diagrammes d'énergies totales en zones d'appui (ΣA) et de crête (ΣC). Modèles 1 et 12



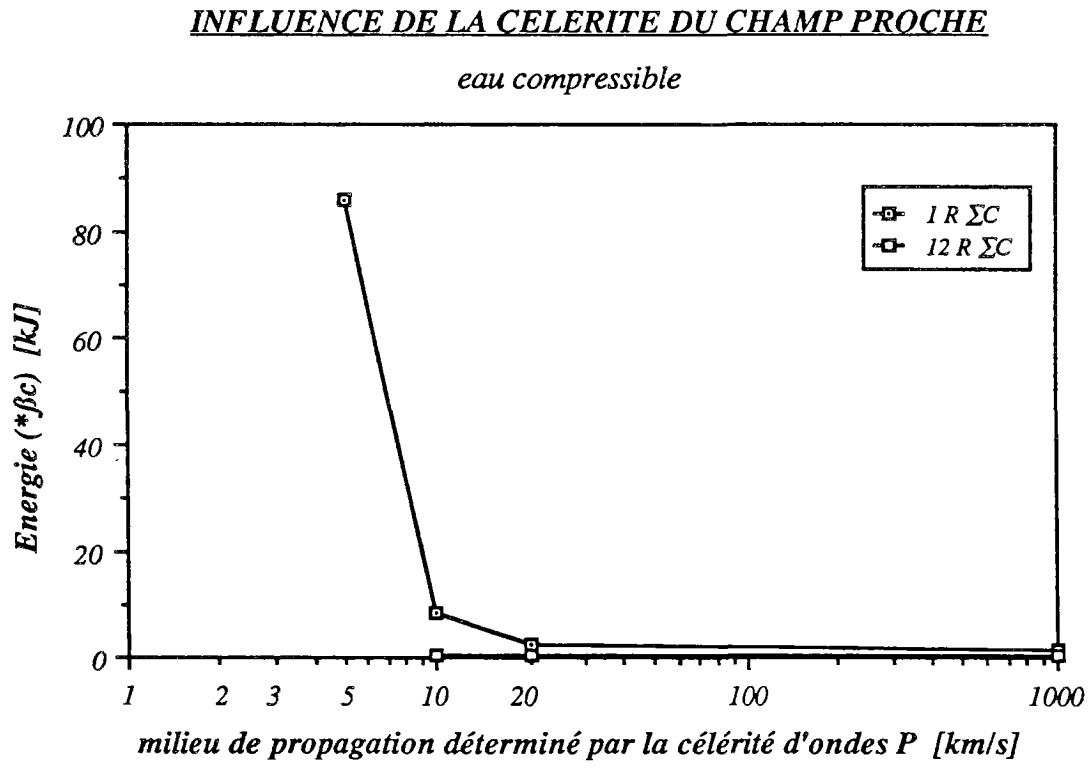


Figure 5.155 - Diagrammes d'énergies totales en zones d'appui (ΣA) et de crête (ΣC). Modèles 1 et 12

V.3.2 INFLUENCE DES DIFFERENTS TYPES D'ONDES

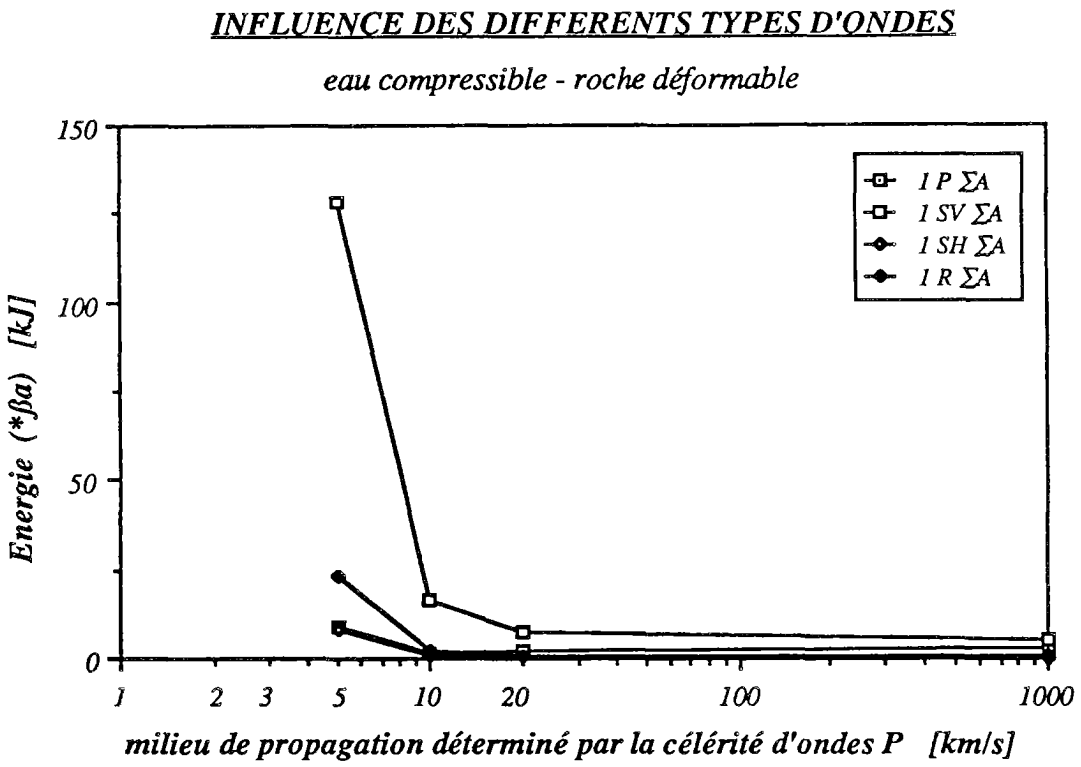
Les figures 5.156 à 5.170 ont été choisies pour présenter l'influence des différents types d'ondes sur la réponse sismique du barrage. Pour trouver cette influence on a utilisé la comparaison des trois premiers modèles. Dans tous ces trois modèles, la célérité du champ proche d'ondes *P* est de $c_{pp}=5000\ m/s$. L'eau est compressible dans le premier modèle, elle est incompressible dans le second et la retenue est vide dans le troisième. Les célérités du champ lointain ont déterminé quatre différents milieux de propagation. Les énergies obtenues pour les quatre types d'ondes *P*, *SV*, *SH* et *R* sont comparées pour déterminer leur rapports. Elles sont présentées aux noeuds qui sont en zones d'appui, de crête et de console centrale. Les énergies totales en zone d'appui et de crête sont présentées aussi.

L'influence des différents types d'ondes dans les modèles utilisés, est expliquée dans les interprétations des résultats (paragraphe V.4).

Sur les figures 5.156 à 5.158 on peut voir aussi l'influence de la célérité du champ lointain sur les énergies totales en zone d'appui ainsi qu'en zone de crête.

Pour de même raison que dans le paragraphe précédent, sur certaines figures qui correspondent à la console centrale, les valeurs d'énergies sont plus grande au noeud *6* au-dessous de la crête qu'au noeud *3* qui est en crête.

On note que les valeurs obtenues pour différents noeuds ont été reliées sur les figures avec des lignes droites.



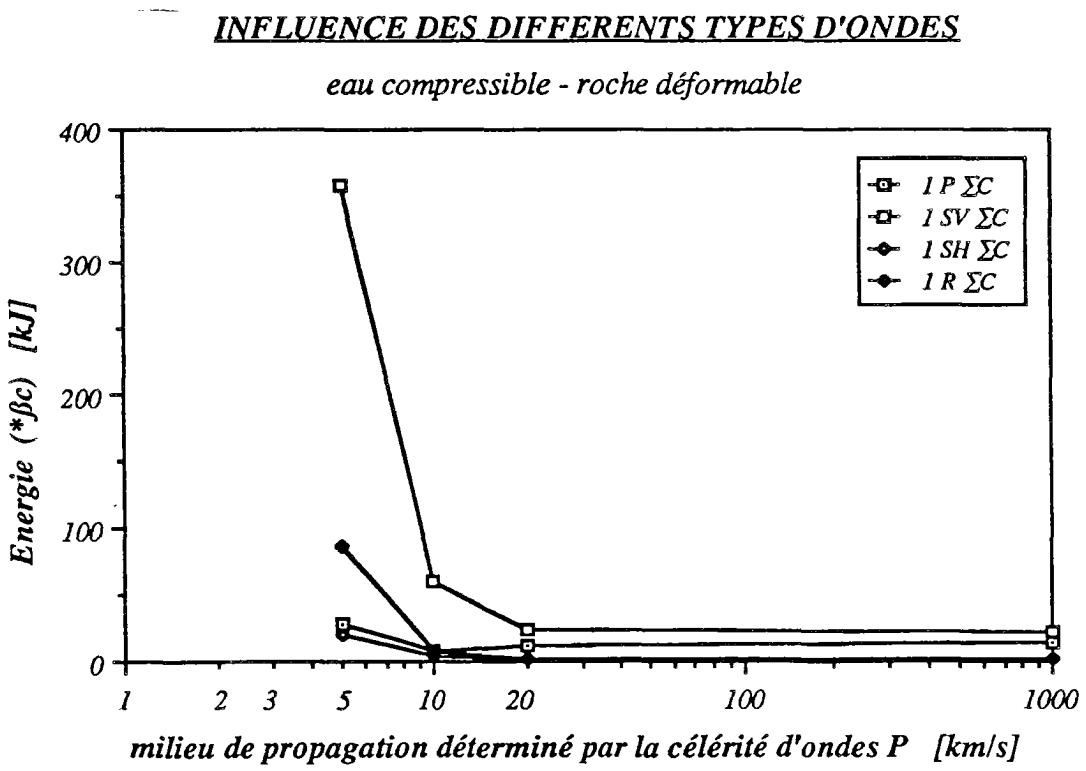
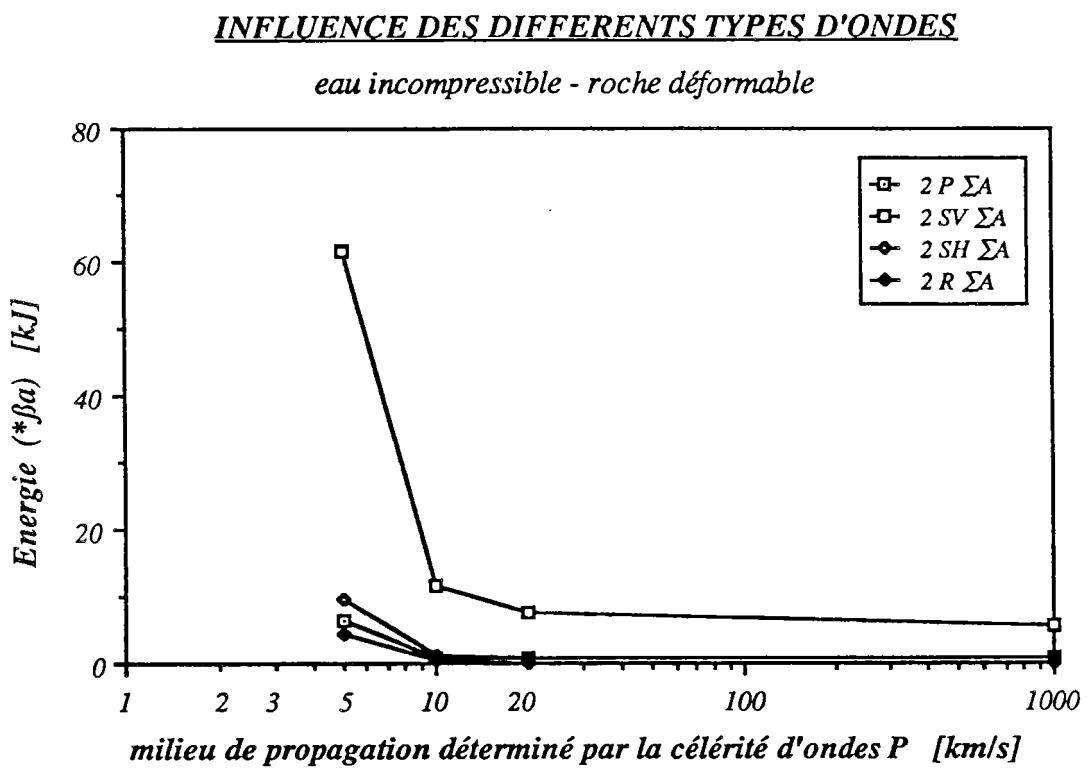


Figure 5.156 - Diagrammes d'énergies totales en zones d'appui (ΣA) et de crête (ΣC).
Modèle 1



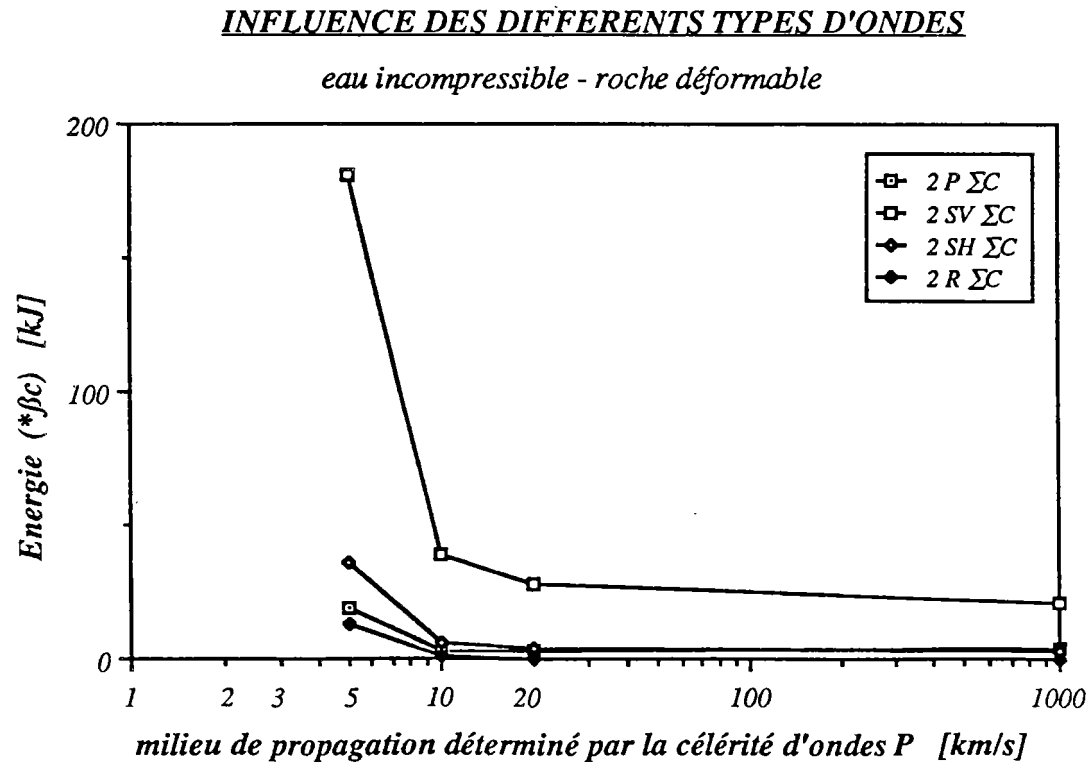
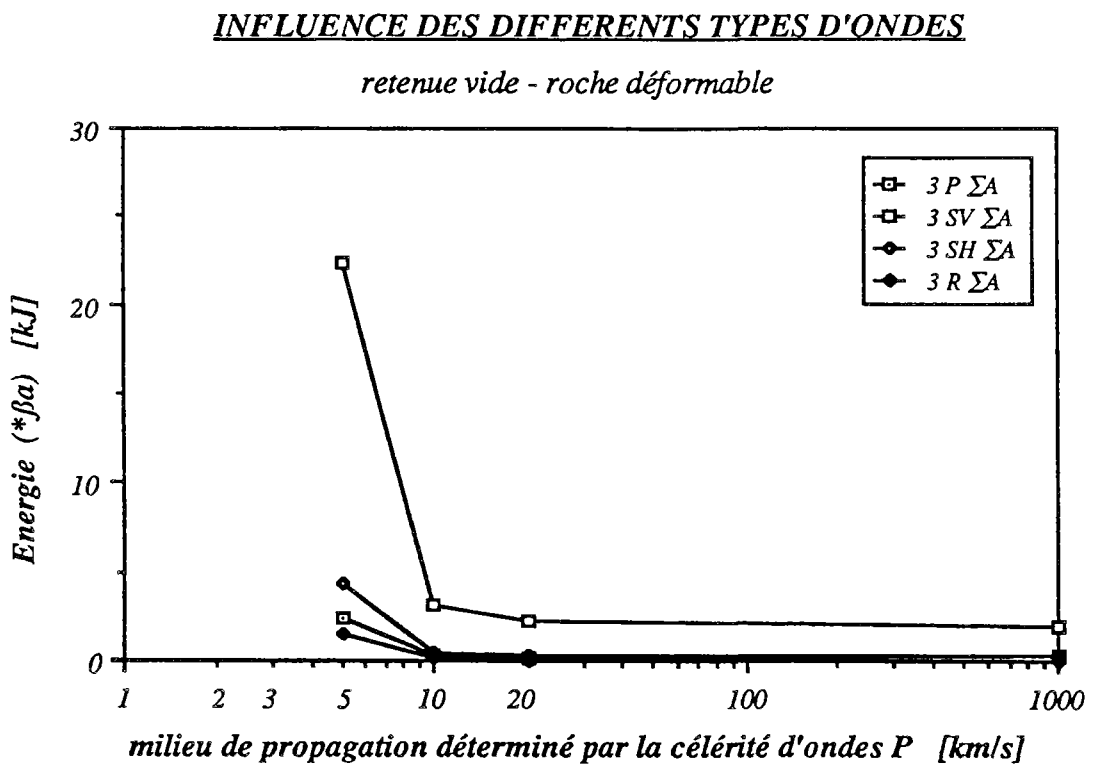


Figure 5.157 - Diagrammes d'énergies totales en zones d'appui (ΣA) et de crête (ΣC).
Modèle 2



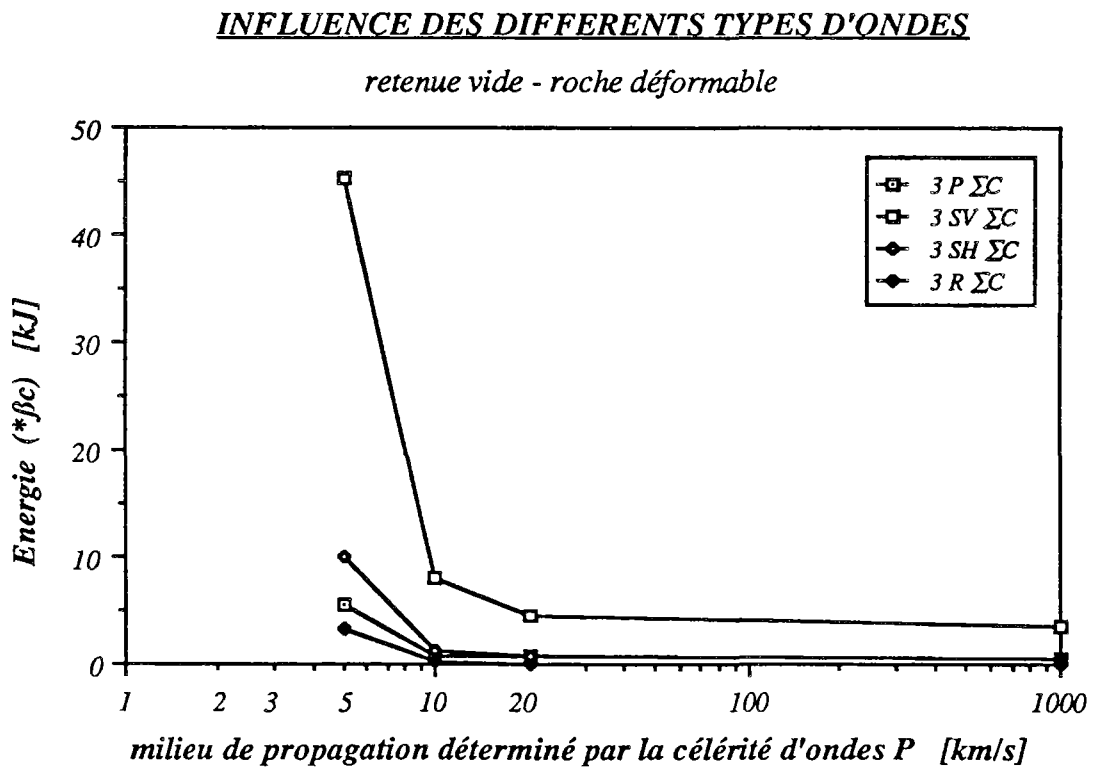
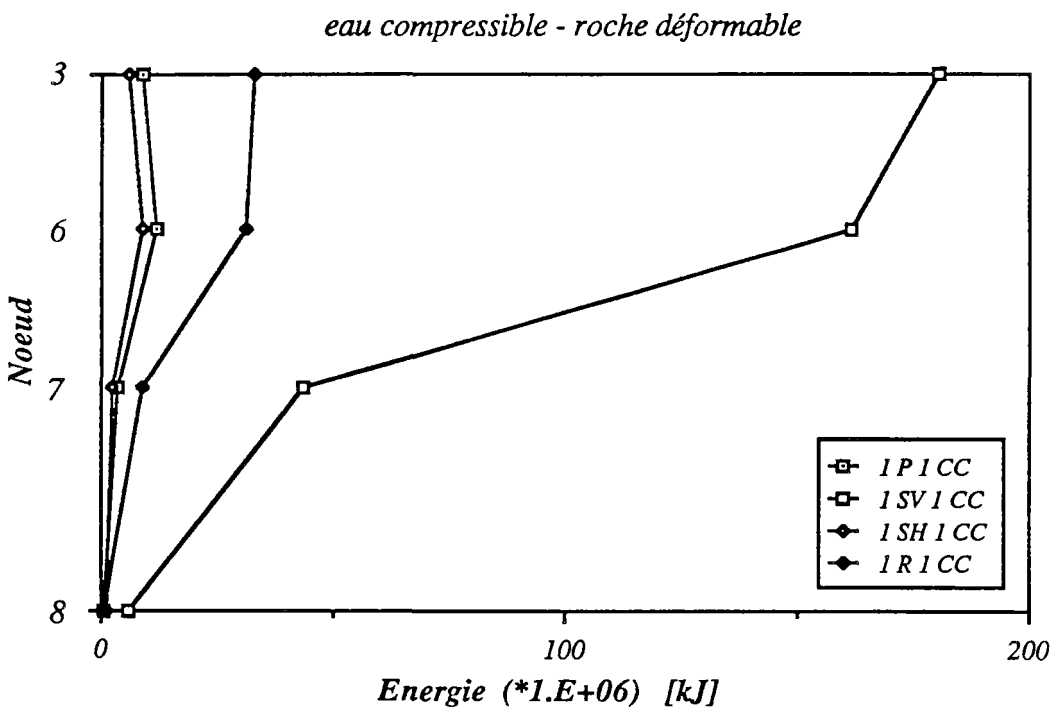


Figure 5.158 - Diagrammes d'énergies totales en zones d'appui (ΣA) et de crête (ΣC).
Modèle 3



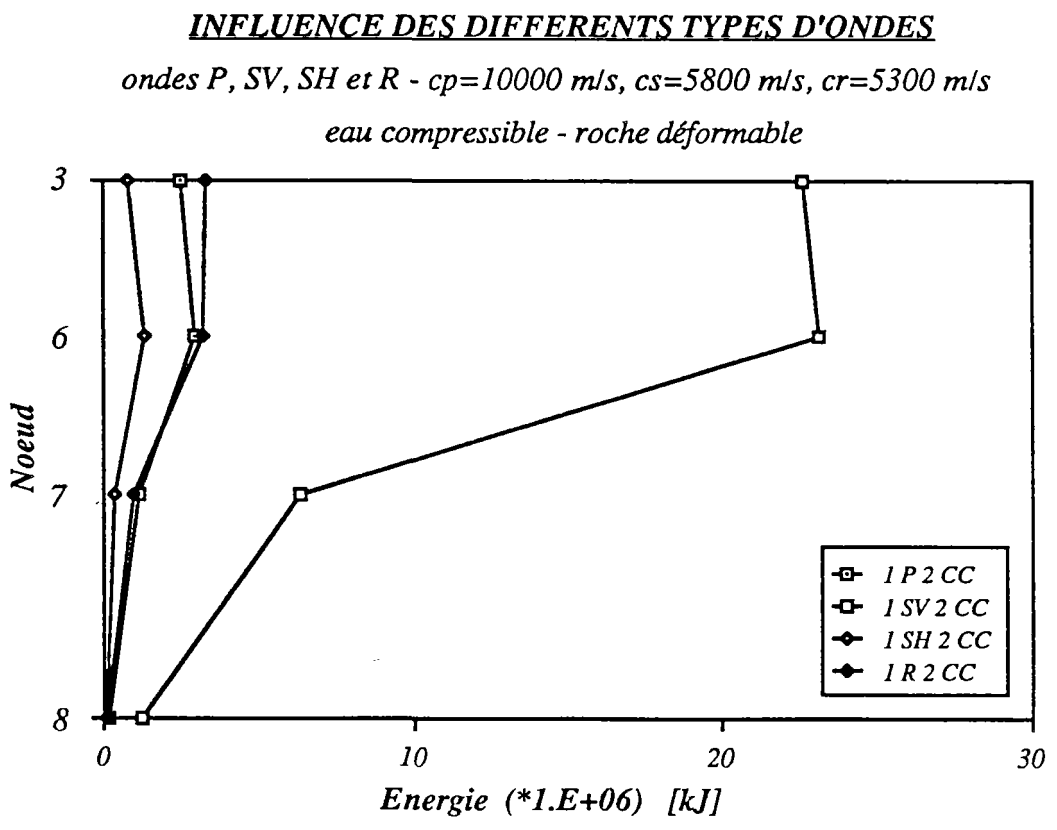
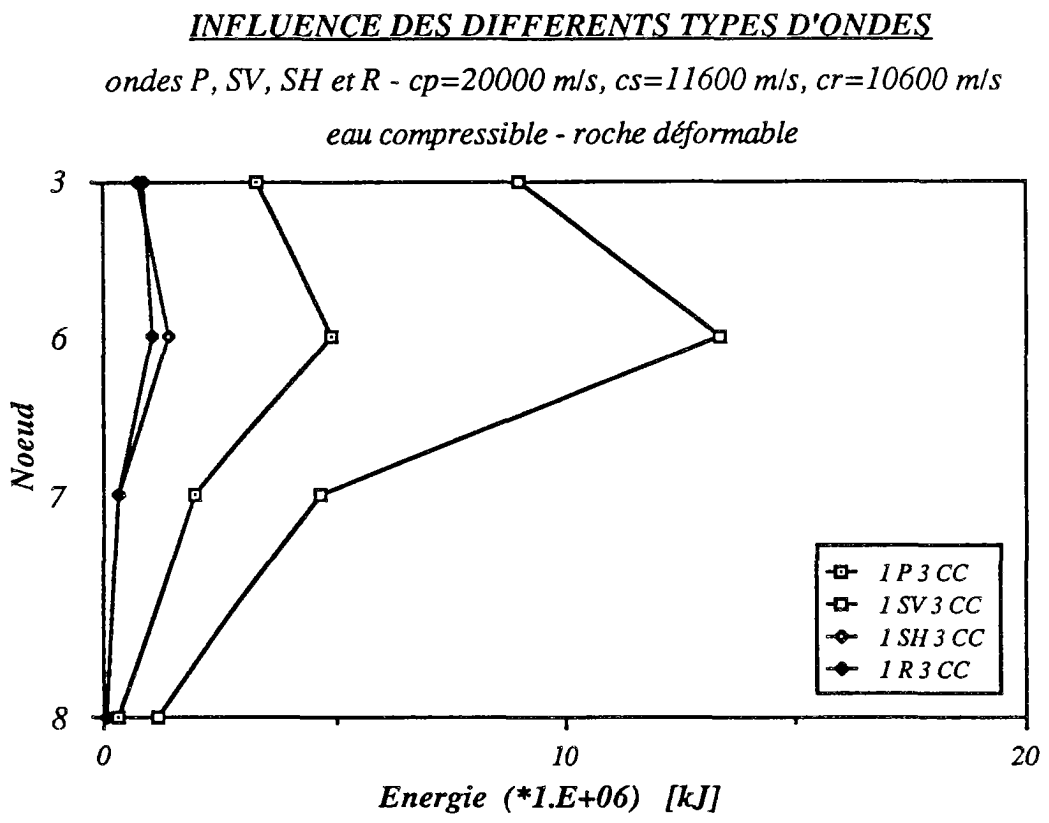


Figure 5.159 - Diagrammes d'énergies en zone de console centrale (CC). Modèle 1.



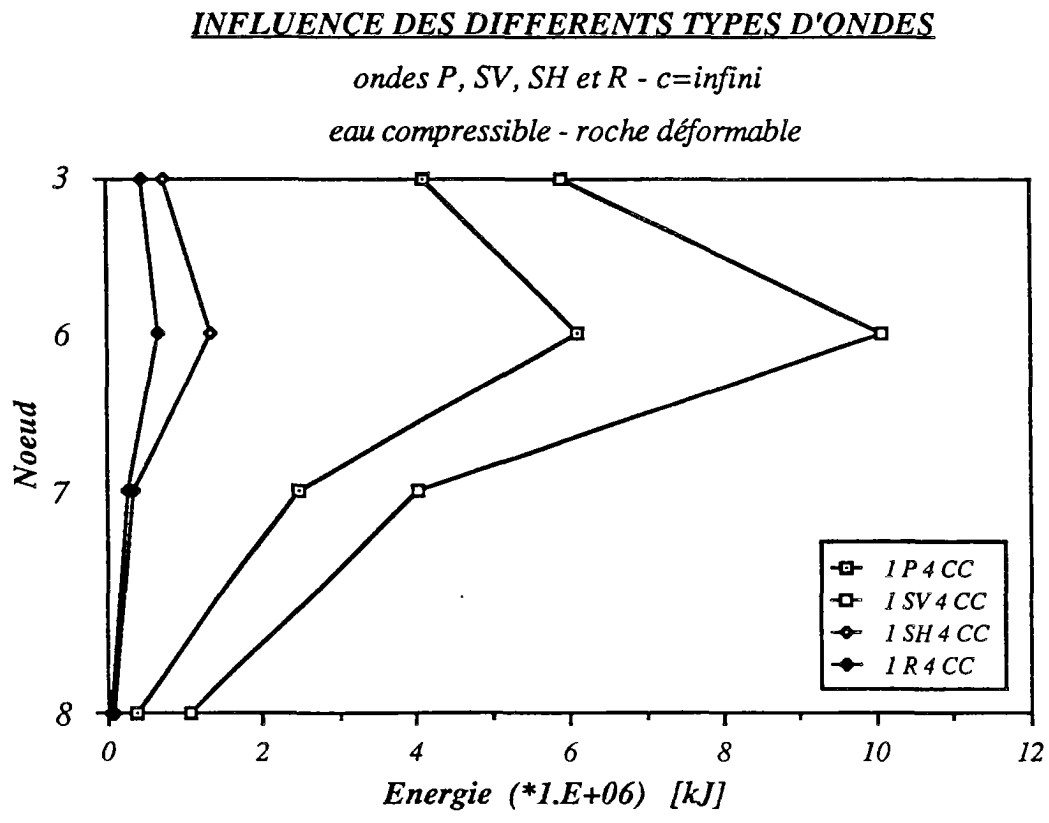
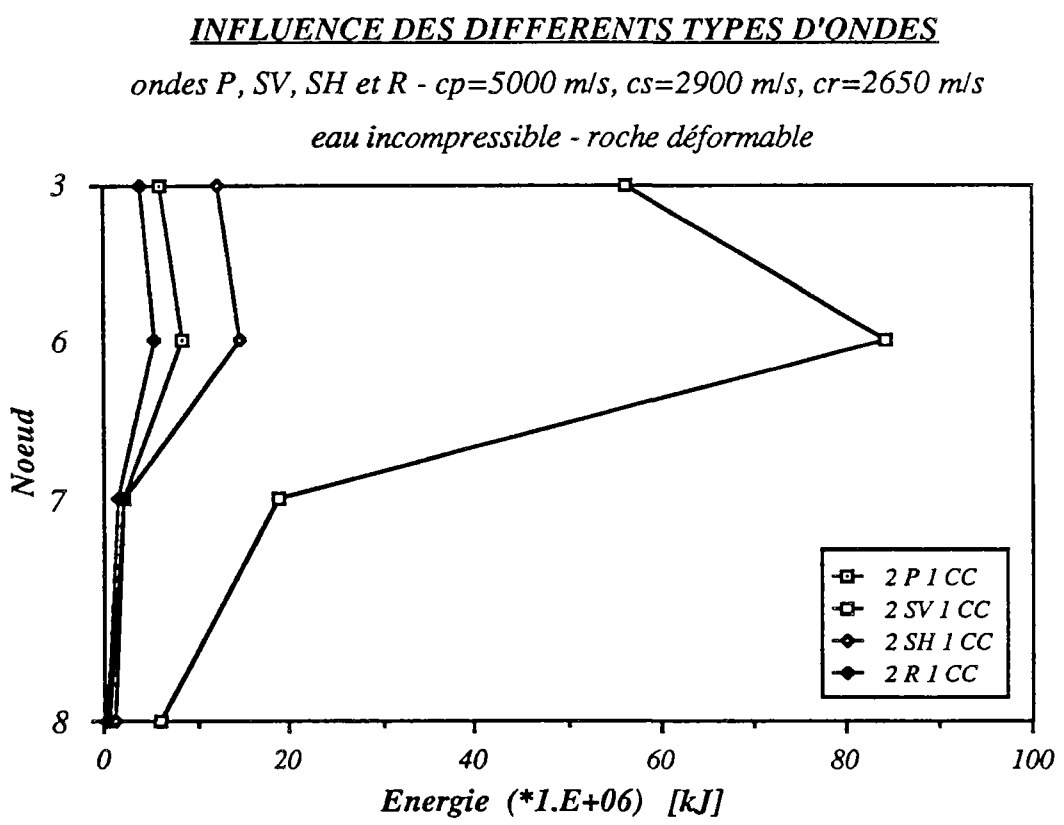


Figure 5.160 - Diagrammes d'énergies en zone de console centrale (CC). Modèle 1.



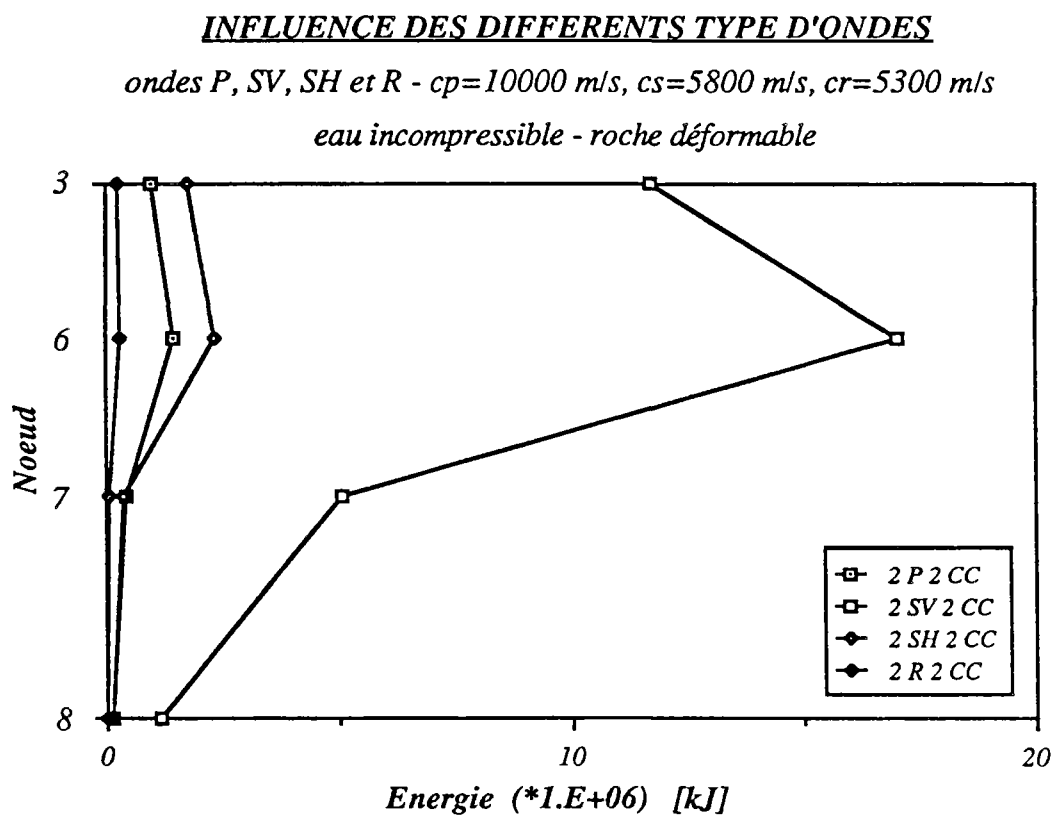
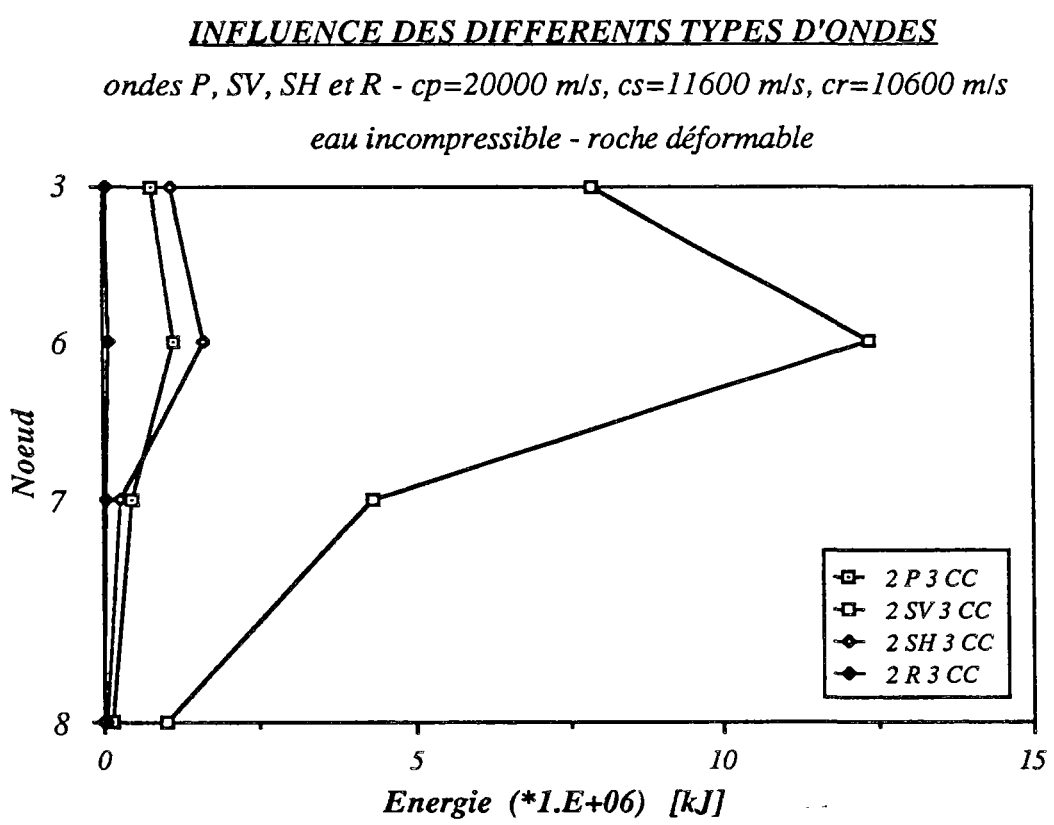


Figure 5.161 - Diagrammes d'énergies en zone de console centrale (CC). Modèle 2.



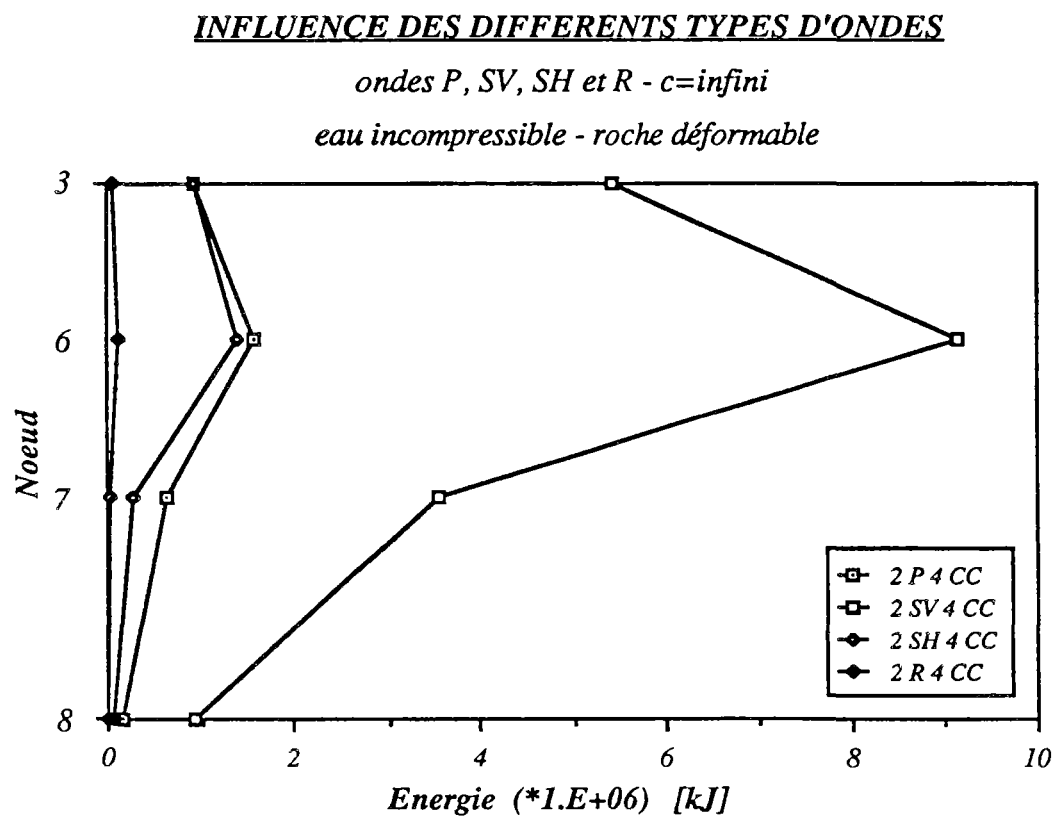
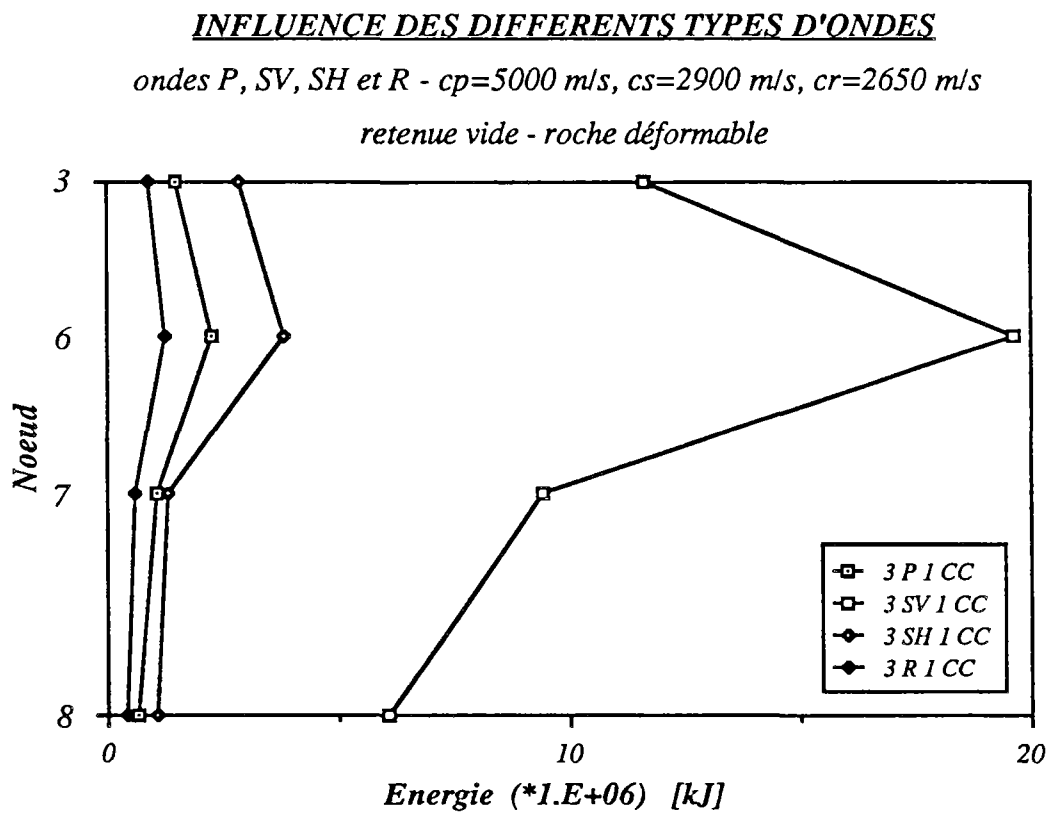


Figure 5.162 - Diagrammes d'énergies en zone de console centrale (CC). Modèle 2.



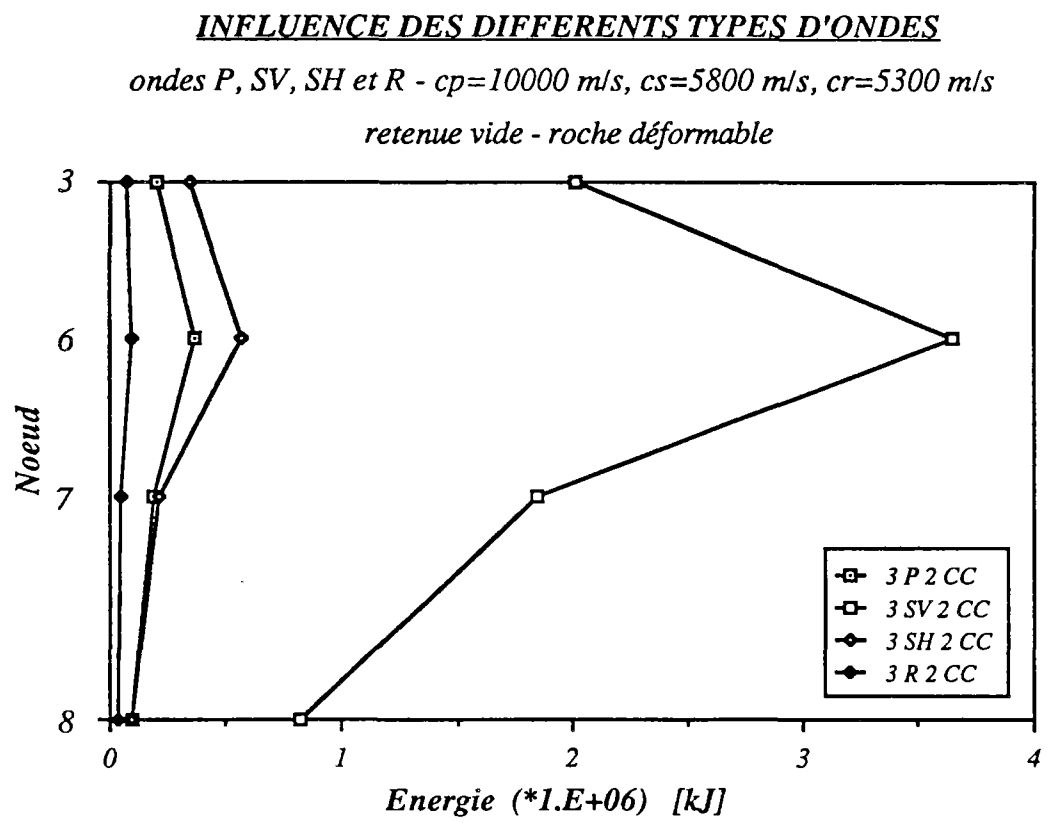
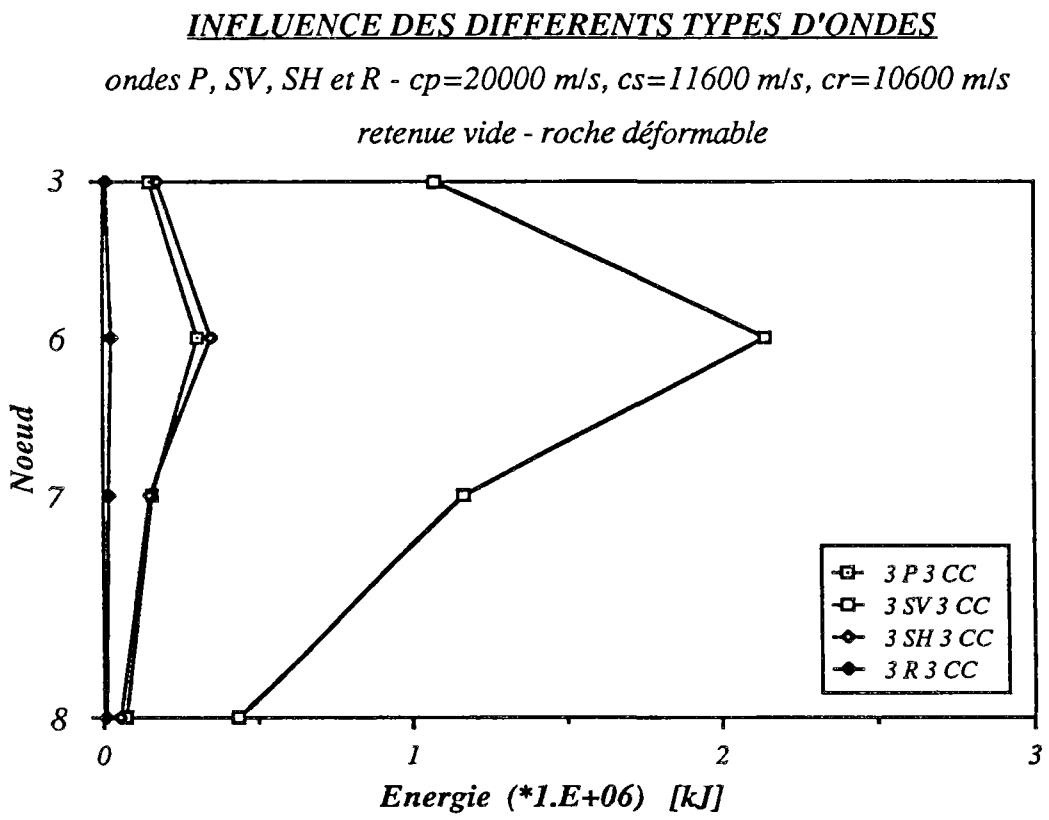


Figure 5.163 - Diagrammes d'énergies en zone de console centrale (CC). Modèle 3.



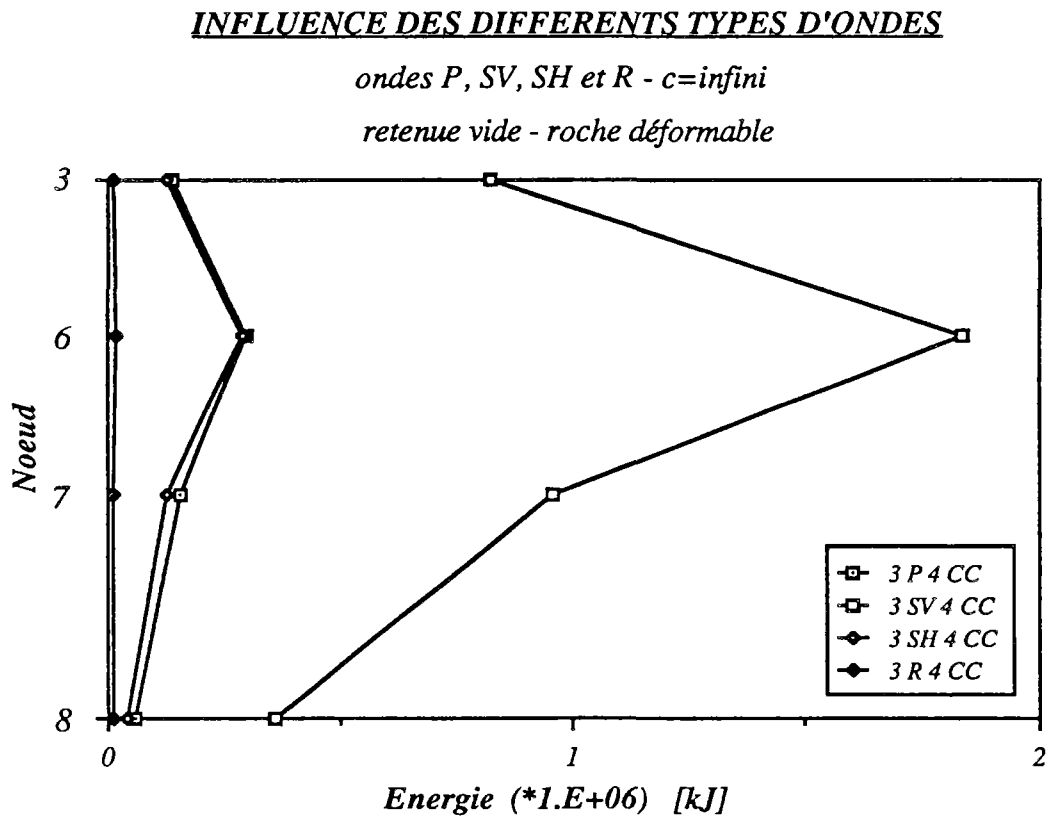
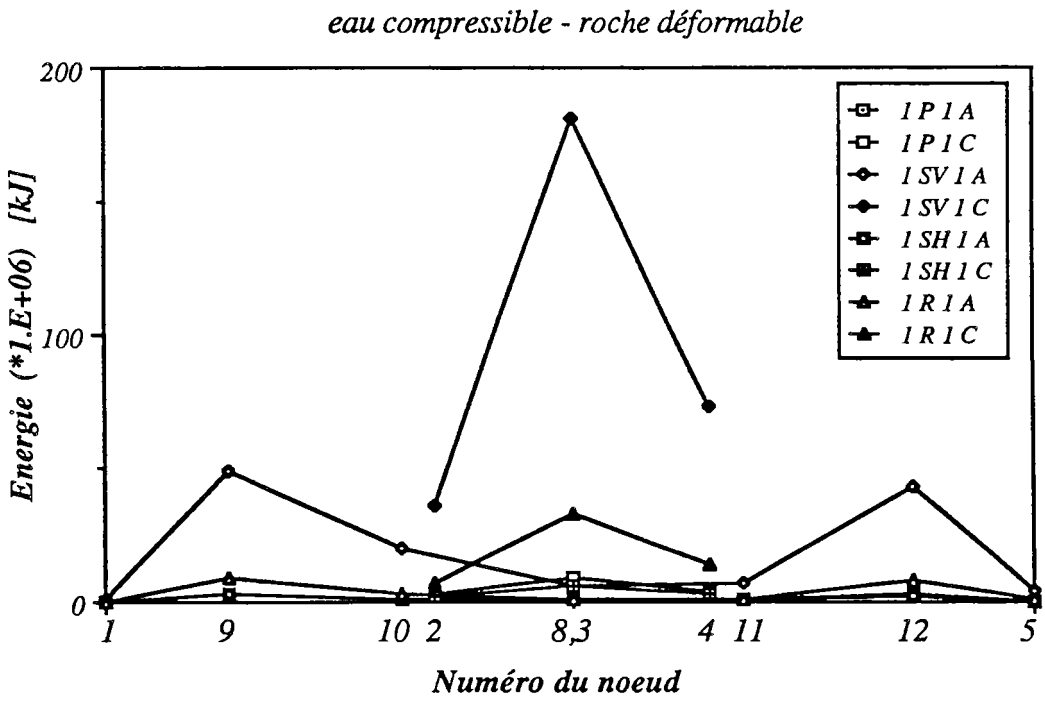


Figure 5.164 - Diagrammes d'énergies en zone de console centrale (CC). Modèle 3.



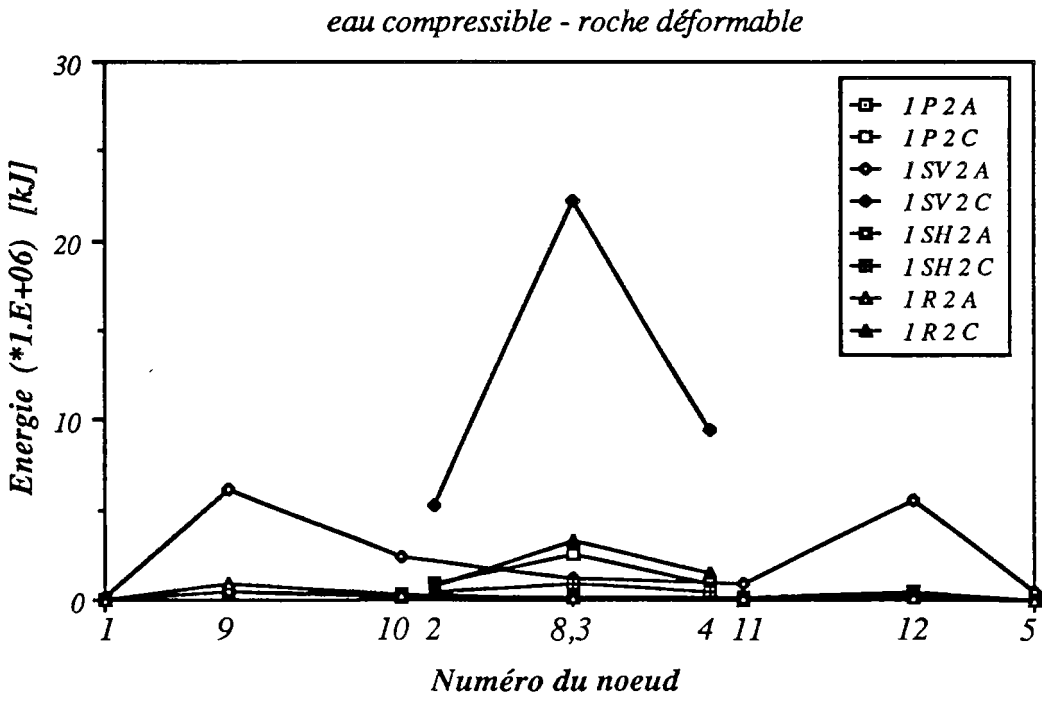
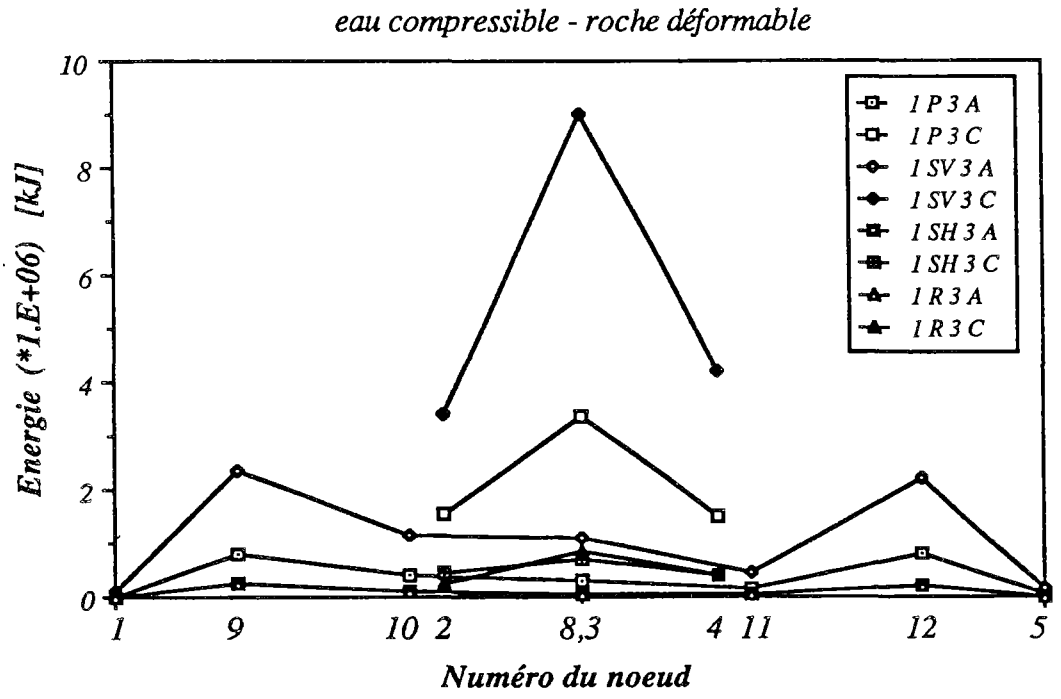


Figure 5.165 - Diagrammes d'énergies en zones d'appui (A) et de crête (C). Modèle 1.



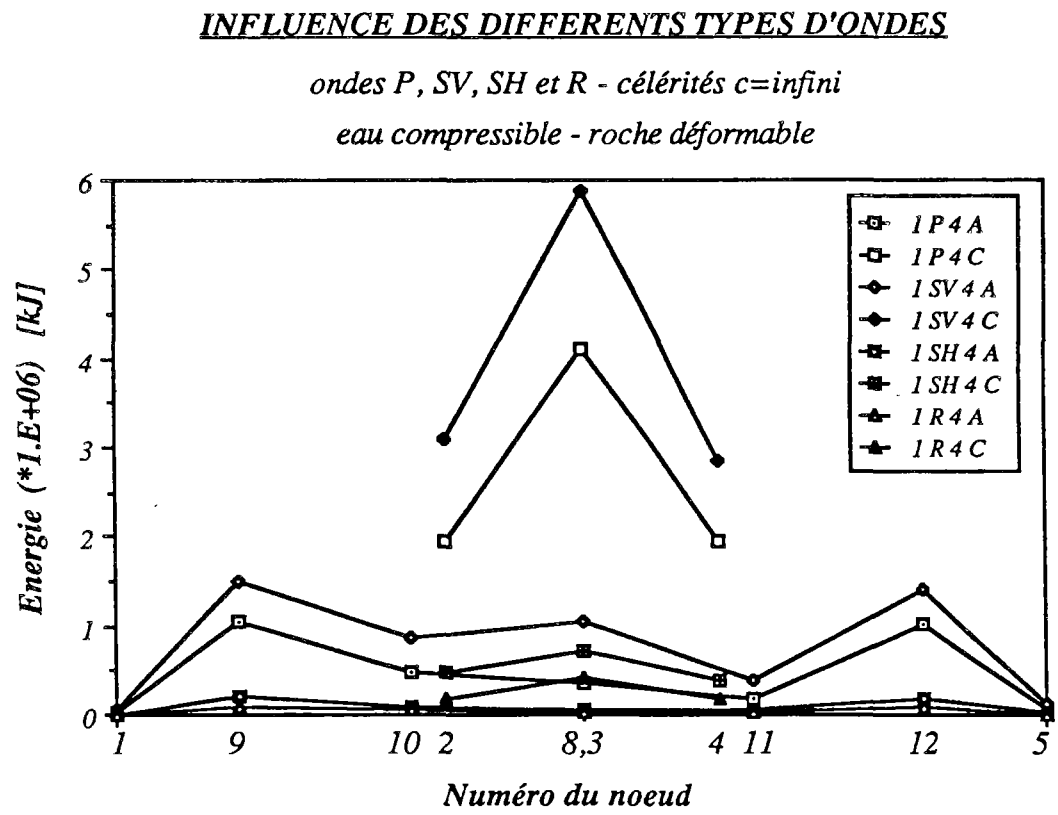
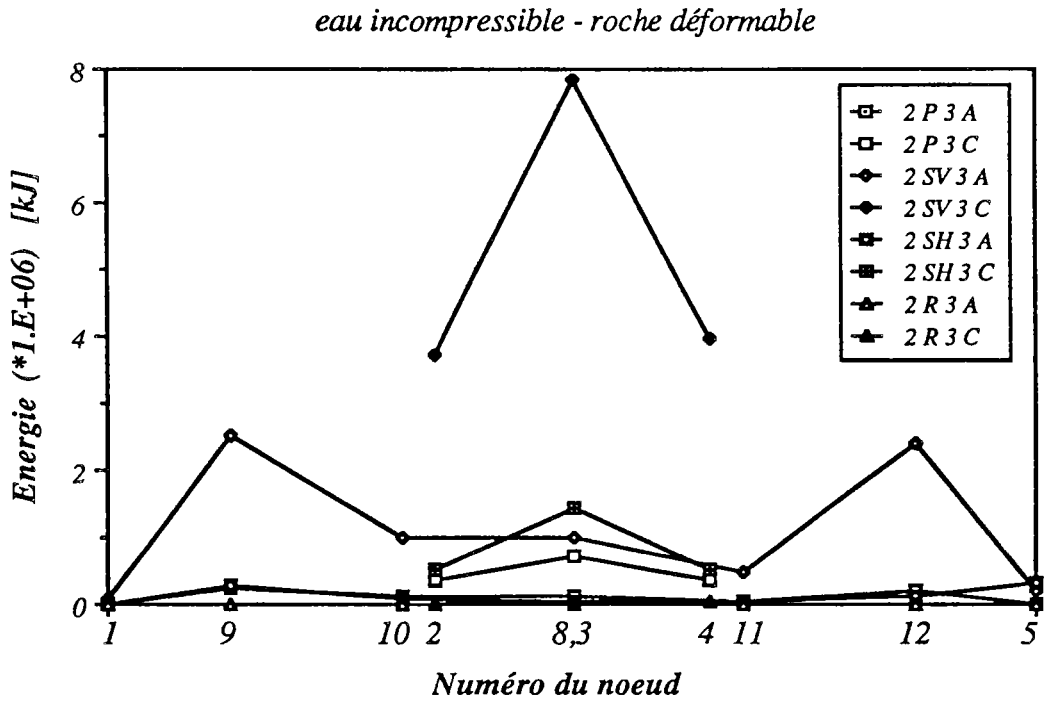


Figure 5.166 - Diagrammes d'énergies en zones d'appui (A) et de crête (C). Modèle 1.



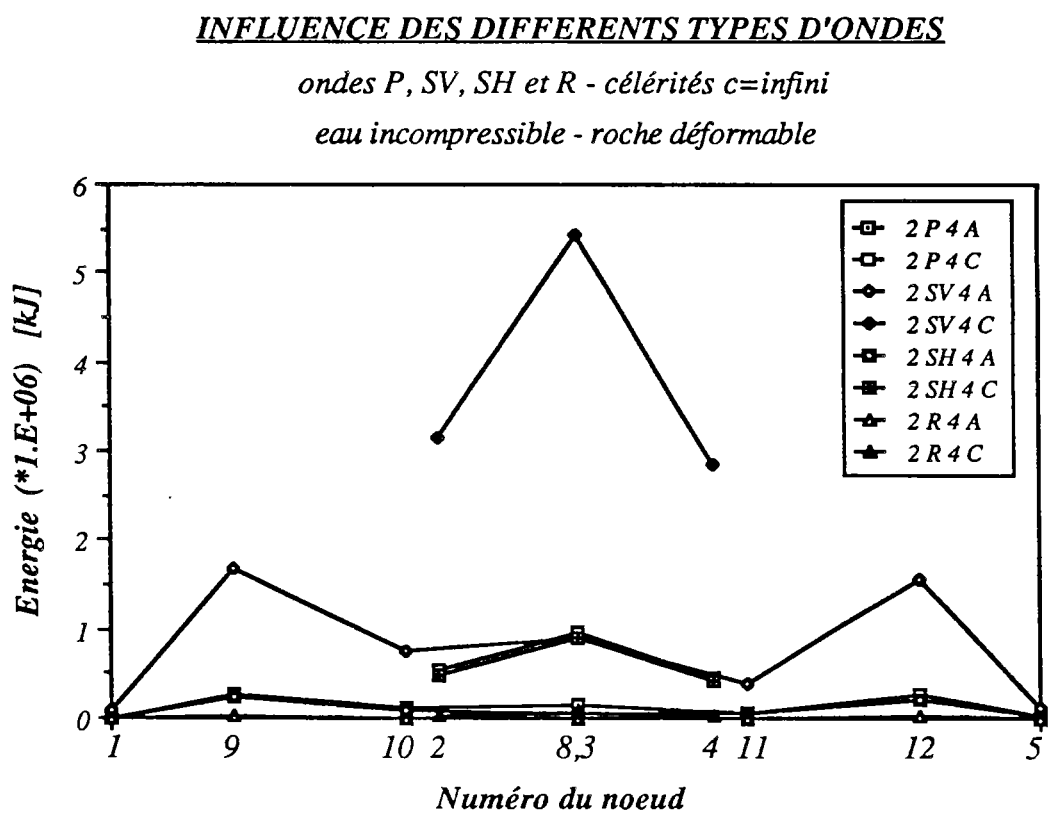
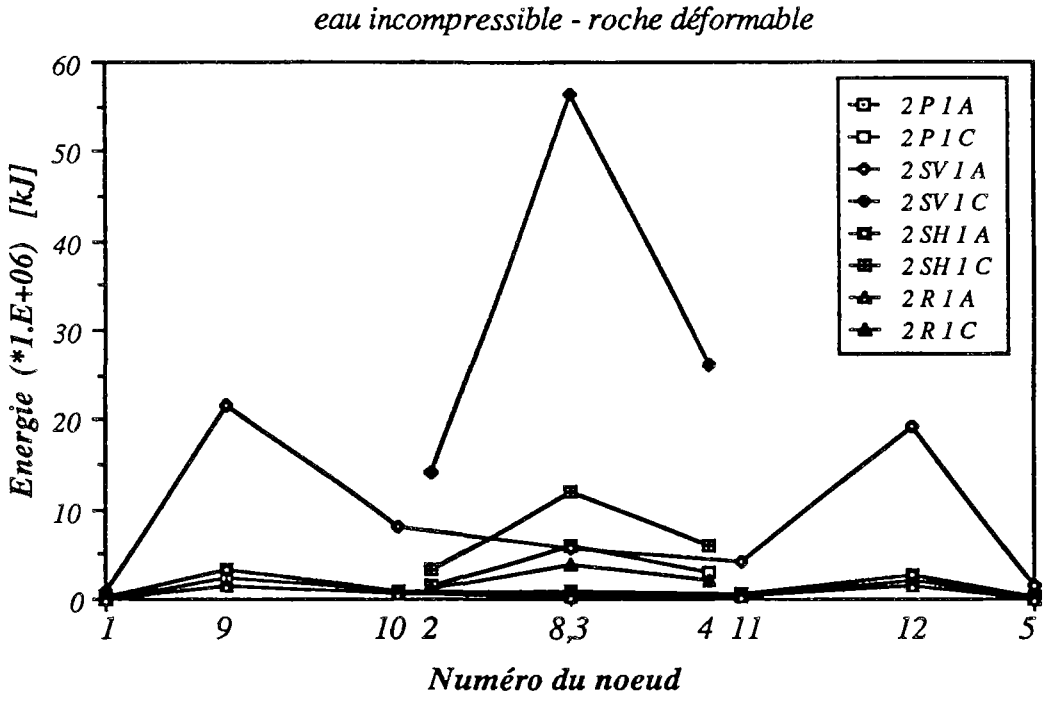


Figure 5.167 - Diagrammes d'énergies en zones d'appui (A) et de crête (C). Modèle 2.



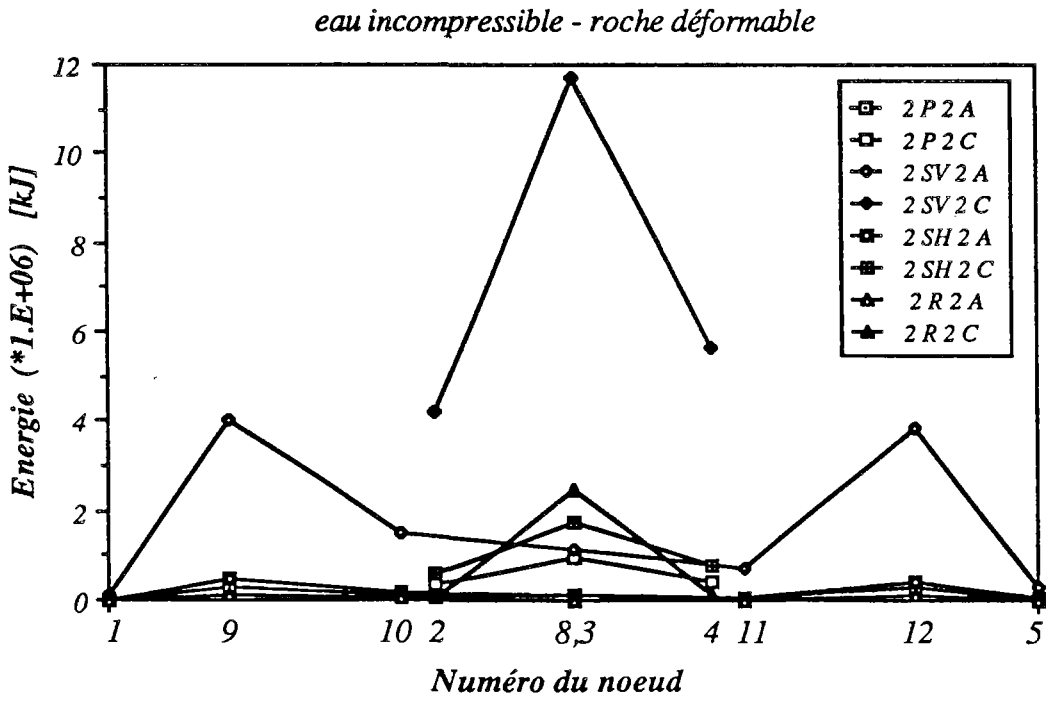
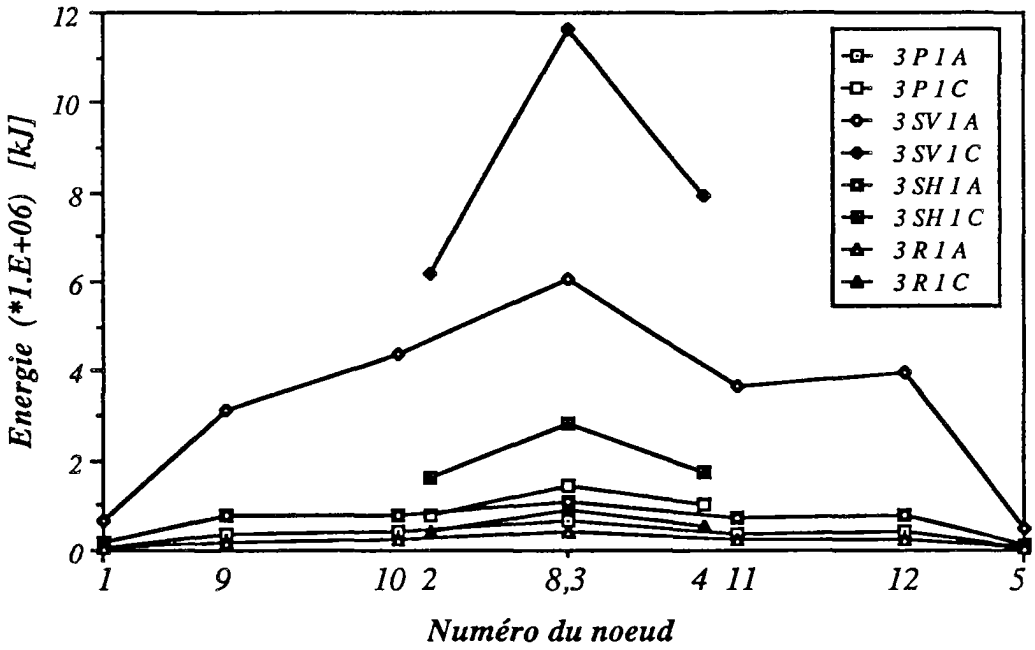


Figure 5.168 - Diagrammes d'énergies en zones d'appui (A) et de crête (C). Modèle 2.



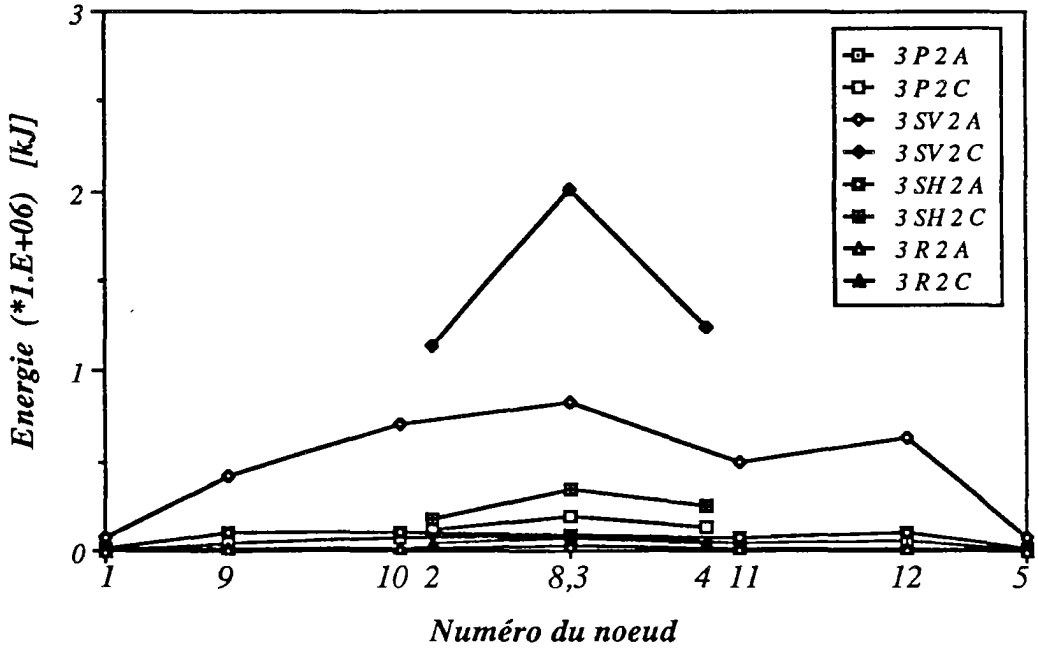
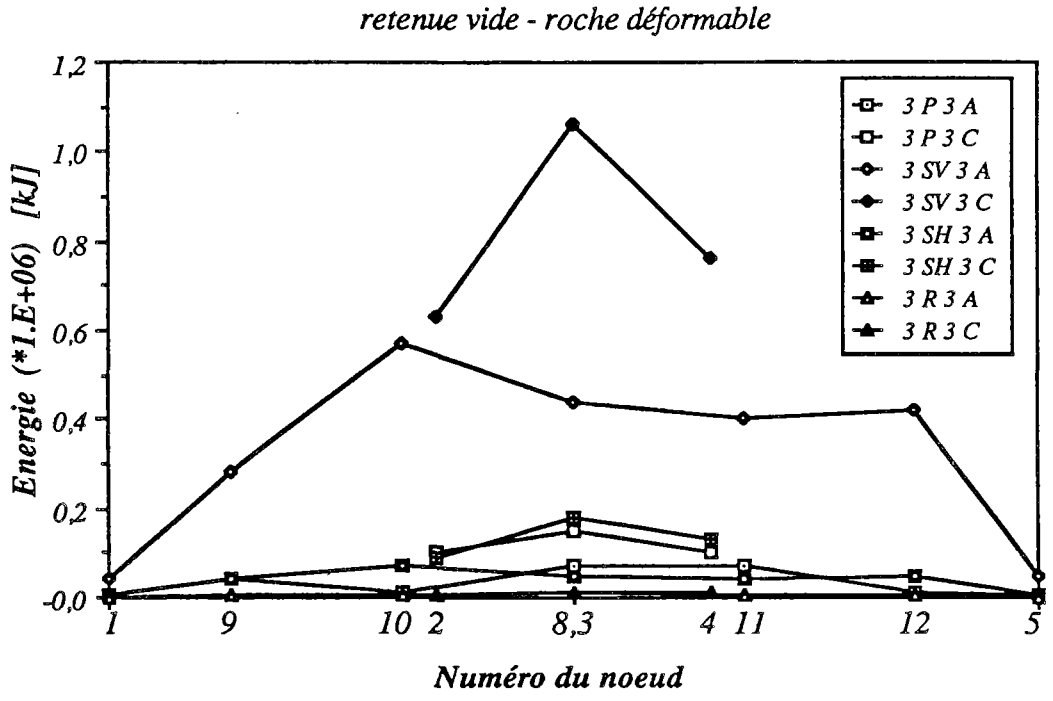


Figure 5.169 - Diagrammes d'énergies en zones d'appui (A) et de crête (C). Modèle 3.



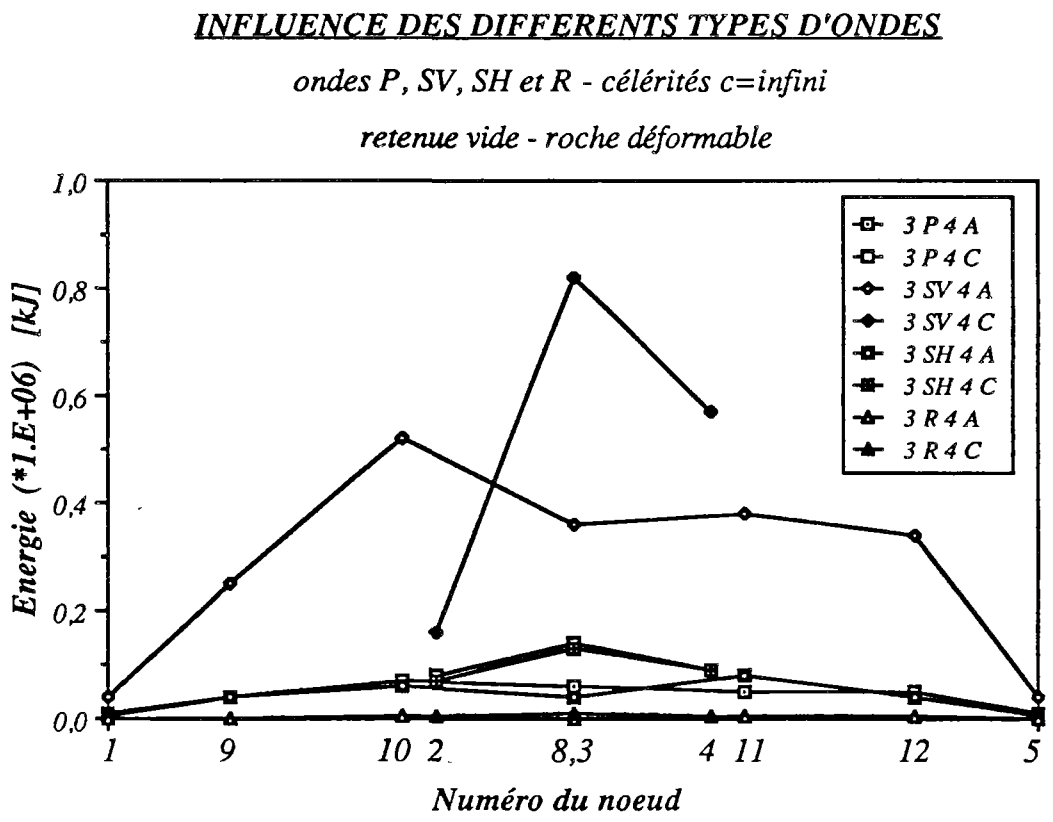


Figure 5.170 - Diagrammes d'énergies en zones d'appui (A) et de crête (C). Modèle 3.

V.4 INTERPRETATION DES RESULTATS ET CONCLUSIONS SUR LA METHODE DES SURFACES D'ENERGIE D'ANALYSES SISMIQUES DANS LE DOMAINE FREQUENTIEL

Après avoir présenté la théorie qui est à la base du chapitre et les solutions qui rendent possible son application au moyen du logiciel approprié, conçu pour les besoins mêmes de cette thèse, on a établi des cas exemplaires pour confirmer la validité de la théorie ainsi que la qualité d'application de la méthode et des procédures qui l'accompagnent. On a choisi une série de données plus ou moins proches de la réalité, pour obtenir en premier lieu des résultats qualitatifs, avec l'intention d'examiner les variations des fonctions desquelles on pourrait tirer des conclusions susceptibles et de faire progresser la théorie et d'aider l'ingénieur s'occupant des problèmes d'influence des séismes sur les barrages. En effet en appliquant l'analyse fréquentielle au moyen de la méthode conçue dans cette thèse et en faisant varier les paramètres les plus significatifs il a été possible de tirer de nombreuses conclusions et d'essayer de répondre à quelques questions posées actuellement au sujet de la théorie ainsi que de la pratique, à propos de la réponse sismique des barrages en béton, en restant toujours dans le domaine ici défini.

Il est difficile jusqu'à maintenant de prévoir les effets dynamiques sans calcul, car leurs lois sont complexes, et cela rend le calcul indispensable.

La structure des algorithmes et des logiciels a été faite de manière à trouver l'énergie dûe aux effets dynamiques et pseudostatiques ainsi que l'énergie totale, pour se rendre compte du taux de participation des "deux moteurs" d'énergie dans le système multi-appui de la structure.

V.4.1 ANGLES D'INCIDENCE ET DE DIRECTION

1) La méthode des *surfaces d'énergie* en fonction des angles d'incidence (θ,φ) nous offre la possibilité de trouver la position du barrage voûte la plus favorable en ce qui concerne le minimum d'énergie apporté par un tremblement de terre qui se compose d'une combinaison arbitraire d'ondes P, SV, SH et R venant d'une direction prédominante. Il est possible de placer le barrage-voûte de manière à ce que l'intervalle des angles qui correspondent au minimum d'énergie dans le barrage coïncide avec l'intervalle prédominant des angles d'incidence θ et de direction φ. Dans ce cas-là l'énergie dans le barrage-voûte et les contraintes produites par le séisme seront minimales.

D'habitude, ceci est possible parce que l'intervalle prédominant d'angles d'incidence et de direction existe et parce qu'il est très souvent possible d'implanter le barrage-voûte en position comme ce qu'il a été dit auparavant.

Si un intervalle d'angles d'incidence et de direction donnant l'énergie minimale pour tous les quatre types d'ondes existe, comme sur les figures 7.3 à 7.26 qui montrent les surfaces d'énergie du *modèle 1*, alors il existe un intervalle d'énergie minimale (ou presque) pour toutes les combinaisons d'ondes P, SV, SH et R. Si l'on suppose qu'un séisme est composé d'une combinaison arbitraire d'ondes P, SV, SH et R cet intervalle d'énergie minimale est valable pour n'importe quel séisme.

En raison d'application pratique l'intervalle d'énergie minimale peut être élargi en un intervalle d'énergie défini par un pourcentage d'énergie maximale qui ne va pas être dépassé.

Il n'est pas nécessaire que le critère du choix de l'intervalle qui donne les énergies minimales soit satisfait pour les noeuds qui donnent de petites valeurs d'énergie comme par exemple les noeuds *1*, *5* et *8* (amont et aval).

2) Les surfaces d'énergie montrent qu'il existe une différence considérable entre les valeurs maximales et minimales d'énergie d'un noeud, sans quoi il n'y aurait pas lieu d'appliquer la méthode.

3) Application de la conclusion 1. Exemple.

Les deux sites pour un barrage-voûte, dans les gorges d'une rivière, pas loin l'un de l'autre, dans une région de forte sismicité, ont des conditions topographiques, géologiques et géotechniques très semblables. Une direction φ de l'angle d'incidence (θ,φ) existe bien prononcée venant d'une zone de foyers de séismes (figures 7.1 et 7.2).

On a trouvé que le barrage-voûte de géométrie comme dans le *modèle 1* conviendrait au sites A et B en ce qui concerne le comportement statique. Au moyen des figures 7.3 à 7.26 on trouve plaçant la voûte de manière à ce que l'axe des x renferme un angle de $\varphi=120°$ à la direction prédominante (des séismes dans cette région) les énergies que donne cette direction d'ondes sera au minimum pour tous les noeuds caractéristiques de la voûte.

Le minimum d'énergie dans ce cas-là ne dépassera pas les *15%* de l'énergie maximale de chaque noeud du barrage respectivement même si l'angle de direction φ fait un intervalle

angulaire de $50°$ ([$-25°$,$+25°$]) se rapportant à la direction prédominante. Exprimé en angle de direction φ cela correspond à l'intervalle [$95°$,$145°$] (figure 7.2).

En plus, si cet intervalle angulaire augmente jusqu'à $70°$, ou exprimé en intervalle d'angle de direction φ [$85°$,$155°$], l'énergie de chacun des noeuds de la voûte ne dépassera pas environ 30% de l'énergie maximale (figure 7.2).

Si l'intervalle des angles prédominants augmente jusqu'à $90°$, ou exprimé en angles de direction φ [$75°$,$165°$], l'énergie de chacun des noeuds de la voûte ne dépassera pas les valeurs d'environ 60% de l'énergie maximale.

L'énergie maximale se rapporte au plus fort séisme qui puisse survenir en provenant de la faille F représentée sur la figure se trouvant éloignée de D *km* du site du barrage.

L'angle d'incidence θ, d'après les figures 7.3 à 7.26 peut varier de $40°$ à $90°$. Il peut varier même de $0°$ à $90°$ si l'on admet un minimum d'énergie comme pourcentage d'énergie maximale plus élevé.

4) En appliquant l'un des résultats de ce travail, en choisissant le site et l'implantation du barrage d'après les critères du minimum d'énergie de la conclusion **1** on peut augmenter considérablement le coefficient de sécurité au séisme d'un barrage-voûte et faire des économies appréciables qu'il serait difficile de faire d'une autre manière, si non impossible. Les conséquences économiques d'un bon ou mauvais choix du site du barrage-voûte et de son implantation peuvent être importantes.

5) Exemple de l'application de la conclusion **4**.

Après avoir implanté le barrage-voûte et avoir choisi sa géométrie (position primaire) on détermine les surfaces d'énergie qui mettent en evidence si le barrage est placé de façon à se qu'il reçoive le minimum d'énergie des séismes prédominants (se qui serait un hasard). Si ce n'en est pas le cas on implante le barrage de façon à ce que les séismes prédominants produisent un minimum d'énergie dans le barrage-voûte. La différence entre les énergies que produisent les séismes dans le cas de la position primaire et de la position du minimum d'énergie constitue l'augmentation du coefficient de sécurité du barrage-voûte. Plus cette différence est grande plus elle influe sur l'économie du barrage.

Il n'est pas nécessaire que cette différence soit trop grande pour que l'économie soit telle que l'on ne puisse l'atteindre de n'importe quel autre moyen.

Il est entendu que l'on tienne toujours compte de l'optimisation du comportement sismique et du comportement statique du barrage.

6) L'angle d'incidence θ dans le cas du *modèle 1* n'influe pas beaucoup, mais on montre aussi le cas du *modèle 12* (figures 5.223 à 5.240 et 5.130) dans lequel l'angle d'incidence θ, comme composante dans le plan vertical de l'angle d'incidence (θ,φ), a une grande influence sur l'intervalle qui donne les minimums d'énergie.

7) On peut changer la géométrie de la voûte pour l'adapter mieux à l'intervalle des angles d'incidence θ et de direction φ qui donnent les énergies minimales.

8) En augmentant le nombre de paramètres qui définissent la géométrie du barrage-voûte on peut arriver, sur un ordinateur suffisamment puissant, à dimensionner le barrage-voûte qui remplit les conditions du minimum d'énergie apportée par un séisme d'un angle d'incidence (θ,φ) prédominant.

9) L'exemple cité ci-dessus démontre la grande importance des surfaces d'énergie à l'étape de conception de barrage dans laquelle nous nous trouvons aujourd'hui. Cette méthode fait un pas en avant dans la théorie ainsi que dans la pratique des barrages-voûtes. On peut faire des surfaces d'énergie pour les autres types de barrages ainsi que pour d' autres types de structures.

10) Les différences entre les minimums et les maximums d'énergie dans divers noeuds du barrage-voûte sont tellement grandes que la méthode des surfaces d'énergie donne un tout autre aspect au choix du MCE (*Maximal Credible Earthquake*). La question principale qui se pose pour cette approche déterministe est quelle accélération maximale adopter dans un accélérogramme synthétique pour calculer le barrage. Habituellement, c'est d'une valeur d'accélération absolue que l'on discute. Quand il faut passer de $0.3g$ à $0.5g$ ou $0.6g$ les différences entre les réponses du barrage sont tellement grandes qu'on peut compromettre l'existence-même du barrage. Alors, intervient la méthode des surfaces d'énergie. En prenant en compte l'énergie aux noeuds critiques, par exemple de 25% de l'énergie maximale, les amplitudes d'accélération et de déplacement ainsi que les contraintes sont 2 fois plus petites. Il n'est plus question de séismes avec des pics de $0.3g$ ou $0.6g$ mais des séisme avec pics de $0.15g$ ou $0.3g$ ce qui change essentiellement les relations. La réponse du barrage-voûte dans ce cas-là est tout à fait acceptables sans faire de grandes modifications du barrage.

11) Les diagrammes spatiaux de surfaces d'énergie (modèle 1) nous montrent que dans le cas des célérités de $c_p=5000\ m/s$ du champ proche et du champ lointain, les angles d'incidences θ

inférieurs à environ $30°$ donnent de très petites énergies pour les types d'ondes P, SV et SH. Au contraire, dans le cas des célérités du champ lointain de $c_{pl}=10000\ m/s$ ou plus, les énergies dûes aux ondes P sont maximales pour de petits θ.

Dans le cas des célérités du champ proche et du champ lointain de $c_p=10000\ m/s$ (modèle 12) les énergies pour les ondes P sont aussi maximales pour de petits θ.

12) Les surfaces d'énergie pourraient nous aider à comprendre les cas des barrages qui étaient presque au-dessus des foyers mêmes ou en position de petits angles d'incidence θ et qui n'ont même pas subi de gros dégâts , comme on pourrait s'y attendre, (les séismes de *Loma Prieta* 1989 et de *San Fernando Pacoima* 1971). Par contre, les accélérographes ont montrés de très fortes accélérations qui ont fortement endommagé quelques barrages dans la même région.

13) Si dans les conditions naturelles dans lesquelles se trouve un site il n'était pas possible d'implanter le barrage en position la plus favorable en ce qui concerne les séismes prédominants, il sera le plus souvent possible au moins de ne pas le mettre en position la plus défavorable. Dans ce cas-là aussi l'intérêt des surfaces d'énergie est nette.

14) Les angles d'incidence et de direction ont une influence plus ou moins grande sur la valeur de l'énergie de déformation d'autres structures étendues, ce que nous montreront les surfaces d'énergie.

15) La méthode des surfaces d'énergie peut donner des indications très intéressantes sur la conception des voiles d'étanchéité.

Cette méthode peut donner aussi des renseignements précieux sur la disposition des évacuateurs de crue des barrages-voûtes et aussi d'autres types de barrages.

16) Il ressort qu'il est avantageux d'utiliser les surfaces d'énergie avant de choisir la position du barrage. La raison de ne pas placer le barrage de façon à ce que les angles prédominants donnent des maximums d'énergie est tout à fait suffisante pour justifier ce travail.

17) Si l'on peut placer le barrage en position dans laquelle les ondes P, SV, SH et R, toutes ensemble donnent des énergies minimales (ou presque) d'après les surfaces d'énergie, ce travail aura une grande importance pour la sûreté et l'économie du barrage.

18) Les principes de la méthode des surfaces d'énergie sont applicables aussi à d'autres sources d'énergie ayant des effets vibratoires sur des ouvrages complexes, soit qu'on pose la question comment placer l'ouvrage envers la source d'énergie qui existe déjà, ou le contraire, comment placer une source vibratoire suivant l'ouvrage qui existe pour que les effets des vibrations soient les moindres.

V.4.2 REPONSE DE LA STRUCTURE AUX ONDES *P*, *SV*, *SH* ET *R*

Comparaison de la quantité d'énergie d'après les types d'ondes et leurs célérités en champ lointain

19) La quantité d'énergie de déformation introduite dans le barrage par des ondes *SV* est bien plus grande que l'énergie introduite par chaque type d'onde *P*, *SH*, *R* séparément et même bien plus grande que la somme d'énergie de ces 3 autres types d'ondes.

Ceci a été prouvé par tous les modèles analysés et toutes les célérités appliquées à partir de la plus basse (c_{pl}=*5000 m/s*) jusqu'à la plus haute (c_{pl}=*infini*) en remarquant que le rapport de l'énergie des ondes *SV* et de la somme d'énergies des trois autres types d'ondes accroît légèrement à partir de c_{pl}=*5000 m/s* à c_{pl}=*10000 m/s* (*10%* à *20%*) puis décroît à mesure que la célérité augmente (*70%* à *160%*).

20) Le rapport de l'énergie des ondes *SV* et celles des ondes *P*, *SH* et *R*, pour différentes célérités est montré dans les tableaux 5.28 et 5.29 pour la zone d'appui et la zone de crête ainsi que sur la figure 5.219.

Le rapport des ondes *SV* et *P* décroît avec l'augmentation de la célérité. Le rapport des ondes *SV* et *SH* accroît légèrement, entre c_{pl}=*5000 m/s* et c_{pl}=*10000 m/s* et puis décroît avec l'augmentation de la célérité. Le rapport des ondes *SV* et *R* accroît avec l'augmentation de la célérité.

Tableau 5.28 - Rapport de l'énergie des ondes *SV* et des énergies des ondes *P*, *SH* et *R* en zone d'appui

	$\frac{SV}{P}$	$\frac{SV}{SH}$	$\frac{SV}{R}$
c_{pl}=5000 m/s	14	15	5.5
c_{pl}=10000 m/s	11	16	7
c_{pl}=20000 m/s	3	11	12
c_{pl}=infini	1.5	9	17.5

Tableau 5.29 - Rapport de l'énergie des ondes *SV* et des énergies des ondes *P*, *SH* et *R* en zone de crête

	$\frac{SV}{P}$	$\frac{SV}{SH}$	$\frac{SV}{R}$
c_{pl}=5000 m/s	13	17	4
c_{pl}=10000 m/s	8	19	7
c_{pl}=20000 m/s	2	8	9.5
c_{pl}=infini	1.5	7.5	15.5

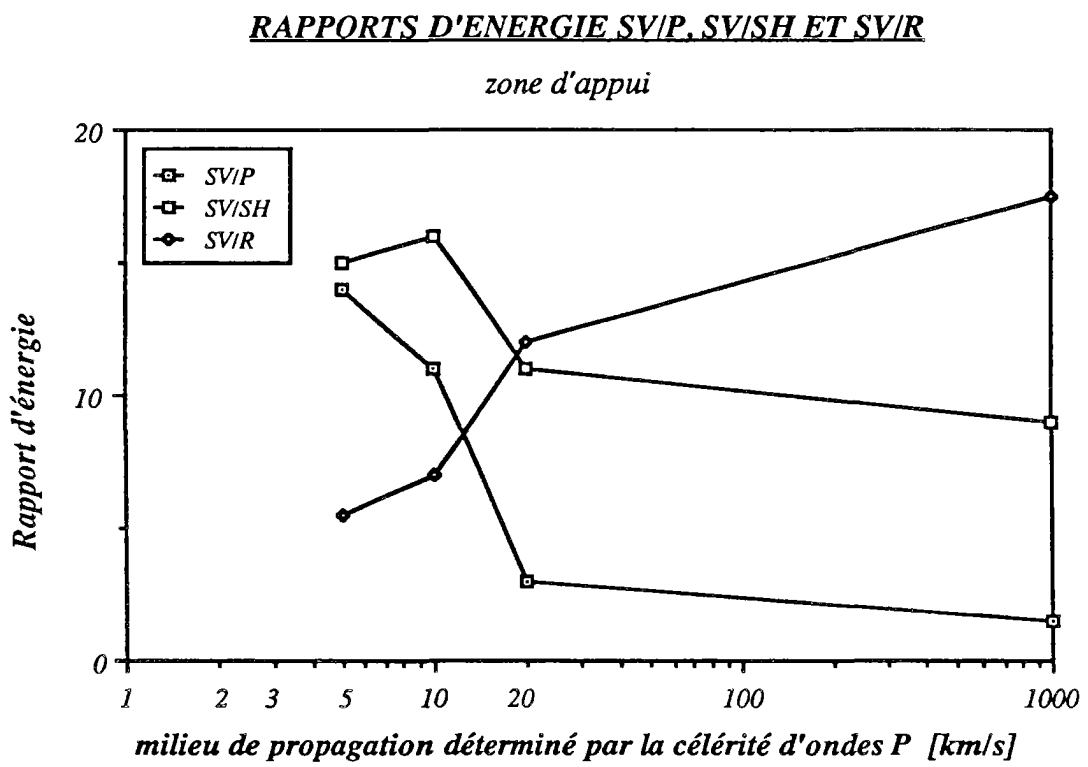
21) En zone d'appui et en zone de crête du barrage-voûte pris comme exemple l'énergie de déformation des ondes *SH* est plus petites que les ondes *P*, comme on le montre sur la figure 5.219.

En zone d'appui à mesure que la célérité augmente ce rapport diminue étant de *0.95*, *0.7*, *0.25* et *0.15*. En zone de crête ce rapport diminue aussi étant de *0.75*, *0.4*, *0.25* et *0.2*.

22) En zone d'appui à mesure que la célérité augmente le rapport d'énergie des ondes *P* et des ondes *R* accroît étant de *0.4*, *0.65*, *4* et *11.7*. En zone de crête ce rapport augmente aussi étant de *0.3*, *0.9*, *4.75* et *10.3*, ce que l'on montre sur la figure 5.219.

23) En zone d'appui avec l'accroissement de la célérité le rapport d'énergie des ondes *SH* et des ondes *R* augmente étant de *0.4*, *0.65*, *4* et *11.7*. En zone de crête ce rapport augmente aussi étant de *0.3*, *0.9*, *4.75* et *10.3*, comme on le montre sur la figure 5.219.

24) Les alinéas ci-dessus (de 20 à 23) apportent la démonstration avec appui numérique des rapports d'énergie dans un barrage-voûte que provoquent différents types d'ondes pour



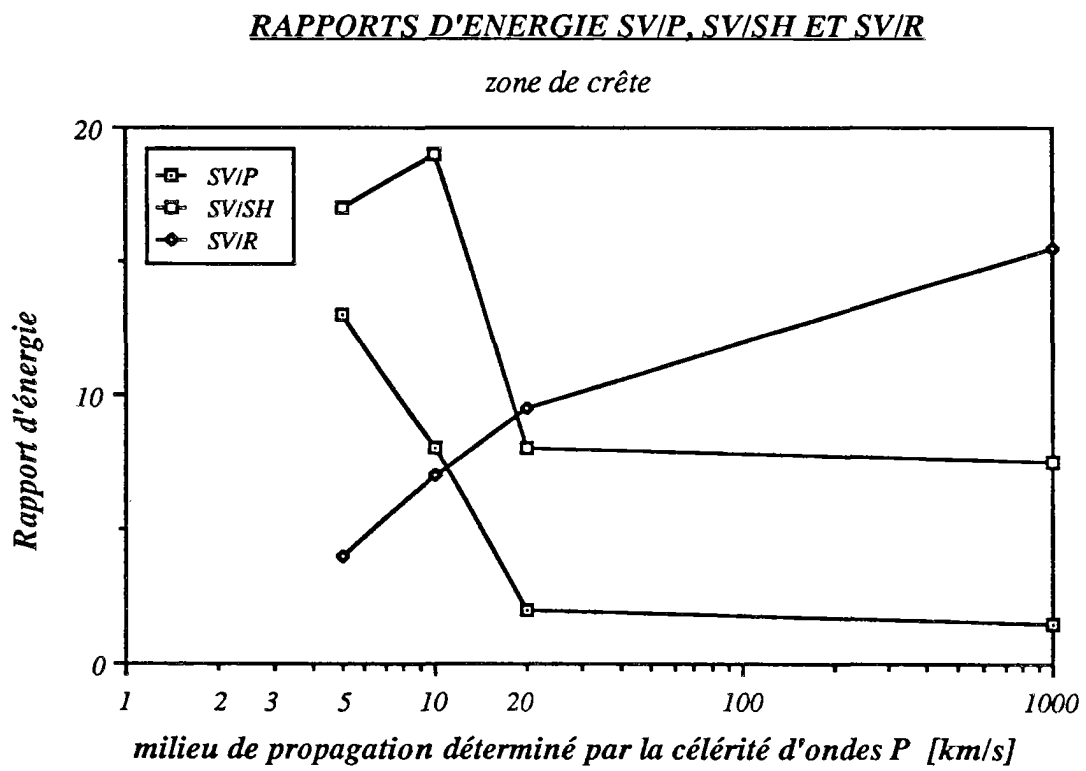


Figure 5.219 - Rapports d'énergie SV/P, SV/SH, SV/R en zones d'appui et de crête

différentes célérité du champ lointain. Ceci certifie, par exemple, l'hypothèse avancée jusqu'ici sur les effets des ondes de *Rayleigh*.

25) Les rapports d'énergie en zone de crête et en zone d'appui d'après les sous-paragraphes **20** à **24** diffèrent peu.

V.4.3 INFLUENCE DE LA VARIATION DE CELERITE DU CHAMP LOINTAIN

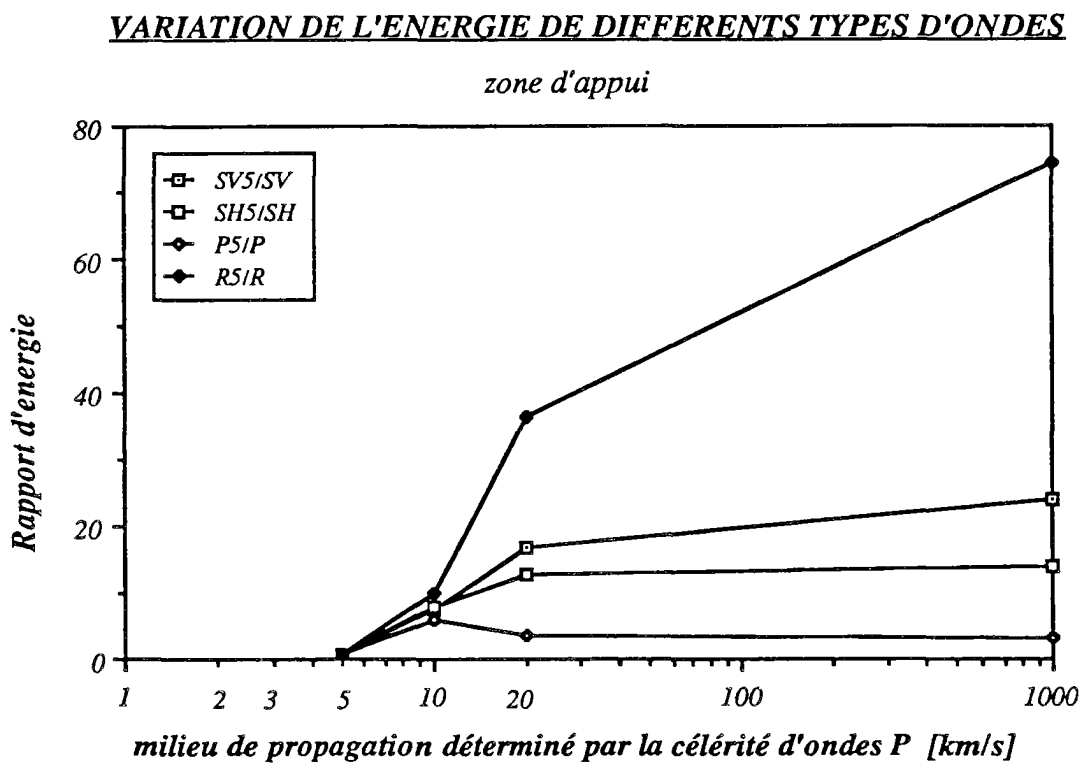
26) La variation de l'énergie de différents types d'ondes en fonction de la célérité, pour la zone d'appui et la zone de crête, est montrée dans les tableaux 5.30 et 5.31 ainsi que sur la figure 5.220. Ils indiquent que l'énergie que produisent les ondes *SV*, *SH* et *R* augmente avec l'accroissement de la célérité tandis que l'énergie des ondes *P* décroît. Ces variations sont les plus accentuées pour les ondes *R*, ensuite pour les ondes *SV*, puis *SH* et enfin *P*.

Tableau 5.30 - Variation de l'énergie de différents types d'ondes en fonction de la célérité.
Zone d'appui

	$\frac{SV_{cpl=5000}}{SV_{cpl}}$	$\frac{SH_{cpl=5000}}{SH_{cpl}}$	$\frac{P_{cpl=5000}}{P_{cpl}}$	$\frac{R_{cpl=5000}}{R_{cpl}}$
c_{pl}=10000 m/s	7.5	8	6	10
c_{pl}=20000 m/s	17	13	3.5	36.5
c_{pl}=infini	24	14	3	74.5

Tableau 5.31 - Variation de l'énergie de différents types d'ondes en fonction de la célérité.
Zone de crête

	$\frac{SV_{cpl=5000}}{SV_{cpl}}$	$\frac{SH_{cpl=5000}}{SH_{cpl}}$	$\frac{P_{cpl=5000}}{P_{cpl}}$	$\frac{R_{cpl=5000}}{R_{cpl}}$
c_{pl}=10000 m/s	6	6.5	3.5	10
c_{pl}=20000 m/s	15.5	7	2.5	34
c_{pl}=infini	16.5	7	2	60



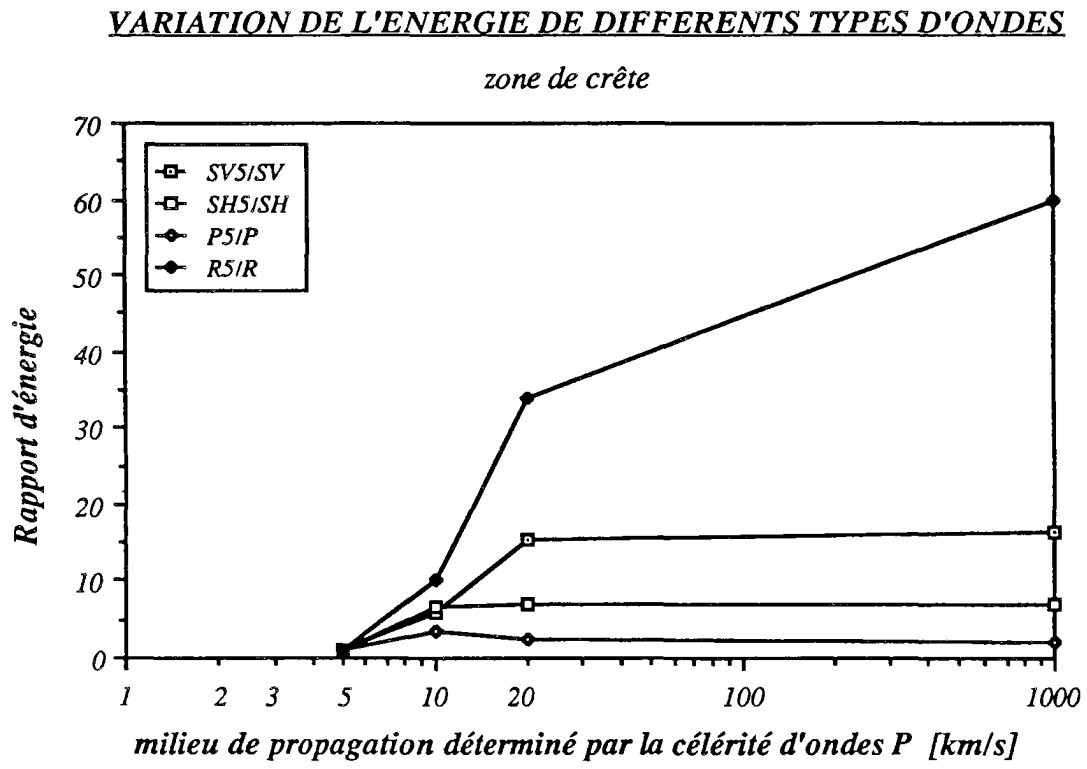


Figure 5.220 - Variation de l'énergie de différents types d'ondes en fonction de la célérité. Zone d'appui et zone de crête

V.4.4 INFLUENCE DE LA VARIATION DE CELERITE DU CHAMP PROCHE

27) Les ondes *SV*, *SH*, *P* et *R* produisent de l'énergie dans un barrage-voûte qui augmente à fur et à mesure que les célérités du champ proche et du champ lointain diminuent, comme le montre les tableaux 5.32 et 5.33.

L'énergie en zone de crête est plus sensible à la diminution de la célérité du champ proche que de celle du champ lointain. Un rapport de *3.5* à *3.8* pour les ondes *SV*, *SH* et *P* et de *2* pour les ondes *R* est trouvé en zone de crête.

Il est intéressant qu'en zone d'appui, pour les ondes *SV*, il y ait une petite différence en énergie avec la diminution de la célérité du champ proche et du champ lointain.

L'énergie des ondes *SH* est plus sensible à la diminution de la célérité du champ lointain que du champ proche, *1.5* fois plus.

L'énergie des ondes *P* est aussi plus sensible à la diminution de la célérité du champ lointain, *1.25* fois plus, tandis que celle des ondes *R* est plus sensible à la diminution de la célérité du champ proche, à peu près de *2* fois.

Tableau 5.32 - L'influence de différentes combinaisons de célérité du champ proche et du champ lointain normées par rapport au cas de $c_{pp}=c_{pl}=10000$ *m/s* pour les quatre types d'ondes. Zone d'appui.

	$c_{pp}=10000$ *m/s* $c_{pl}=10000$ *m/s*	$c_{pp}=10000$ *m/s* $c_{pl}=5000$ *m/s*	$c_{pp}=5000$ *m/s* $c_{pl}=10000$ *m/s*	$c_{pp}=5000$ *m/s* $c_{pl}=5000$ *m/s*
SV	*1*	*3.6*	*4.1*	*32*
SH	*1*	*4.4*	*2.8*	*23*
P	*1*	*2.1*	*1.7*	*10*
R	*1*	*9.7*	*17*	*164*

Tableau 5.33 - L'influence de différentes combinaisons de célérité du champ proche et du champ lointain normées par rapport au cas de $c_{pp}=c_{pl}=10000\ m/s$ pour les quatre types d'ondes. Zone de crête.

	$c_{pp}=10000\ m/s$ $c_{pl}=10000\ m/s$	$c_{pp}=10000\ m/s$ $c_{pl}=5000\ m/s$	$c_{pp}=5000\ m/s$ $c_{pl}=10000\ m/s$	$c_{pp}=5000\ m/s$ $c_{pl}=5000\ m/s$
SV	*1*	*2.3*	*8.8*	*53*
SH	*1*	*1.4*	*4.9*	*32*
P	*1*	*0.7*	*2.5*	*9.3*
R	*1*	*13.5*	*27*	*264*

28) La diminution de la célérité du champ proche augmente l'énergie dans le barrage, le plus pour les ondes *R*, ensuite pour les ondes *SV*, puis *SH* et le moins pour les ondes *P*.

29) On remarque une grande influence sur la réponse du barrage de la variation de la qualité de la roche qui se manifeste en augmentation de la célérité de propagation d'ondes *P*, *SV*, *SH* et *R*. La connaissance des célérités d'ondes de manière plus précise est nécessaire surtout dans le champ proche, mais aussi dans le champ lointain, parce qu'on peut conclure qu'il y aura une assez grande différence d'énergie pour les célérités qui changent même de $c_p=6000\ m/s$ à $c_p=5000\ m/s$, par exemple.

Les valeurs de la célérité qui varient entre $c_p=10000\ m/s$ et $c_p=5000\ m/s$ sont proches des valeurs réelles pour ce qui concerne les barrages-voûtes.

Ceci peut être intéressant et il faut en tenir compte quand il est question du besoins de l'extension de l'emploi des barrages voûtes dans des conditions plus difficiles.

30) En raison de suivre la variation des fonctions, on s'éloigne bien des valeurs réelles de célérité, qui caractérisent la roche du champ lointain ainsi que du champ proche. Avec l'extension de valeurs de célérité des champs proche et lointain on fait les remarques suivantes.

Pour la célérité du champ lointain de $c_{pl}=infini$, plus la célérité du champ proche augmente plus l'énergie produite dans la zone en crête décroît. Le rapport d'énergie pour les $c_{pp}=5000\ m/s$ et $c_{pp}=10000\ m/s$ est de *2.8*, *3*, *2.7* et *2.9* pour les ondes *SV*, *SH*, *P* et *R* respectivement. Le même rapport pour les $c_{pp}=10000\ m/s$ et $c_{pp}=infini$ est de *2.1*, *1.9*, *3.1* et *2.2* pour les ondes *SV*, *SH*, *P* et *R* respectivement.

On remarque aussi que les rapports d'énergie pour différentes célérités du champ proche sont bien plus petits en cas de $c_{pl}=infini$ qu'en cas de $c_{pl}=10000\ m/s$.

V.4.5 EFFET DE LA COMPRESSIBILITE DE L'EAU

La réponse de la structure aux ondes P, SV, SH et R avec fluide compressible et fluide incompressible

31) L'importance de l'influence de l'interaction structure-fluide est évidente, ceci ressortant de tous les modèles étudiés. Le plus souvent il est nécessaire de tenir compte de la compressibilité de l'eau du réservoir, les résultats avec eau compressible et eau incompressible étant très différents. Ceci apparaît dans les résultats des modèles avec une longueur de lac de *1 km* et aussi dans les résultats des modèles avec une longueur du lac de *500 m*.

32) Les ondes *SV*, en zone d'appui et en zone de crête, donnent un rapport d'énergie que donnent l'eau compressible et l'eau incompressible de l'ordre de *2* à *3* pour les célérités de propagation d'ondes du champ lointain de $c_{pl}=5000\ m/s$, la célérité du champ proche étant constante (de $c_{pp}=5000\ m/s$).

Plus la vitesse augmente, ce rapport diminue. Avec $c_{pl}=10000\ m/s$ il est de l'ordre de *1.4* à *1.5*.

Aux vitesses de propagations $c_{pl}=20000\ m/s$ et $c_{pl}=infini$, en zone de crête, ce rapport descend à *1.1*, tandis qu'aux appuis, il n'y a plus de différence en énergie produite entre fluide compressible et fluide incompressible. En ce qui concerne seule la zone d'appui le rapport des sommes d'énergies que provoquent les ondes *SV* avec eau compressible et eau incompressible est de *2.0*, *1.5*, *1.0* et *1.0* pour les célérités de $c_{pl}=5000\ m/s$, $c_{pl}=10000\ m/s$, $c_{pl}=20000\ m/s$ et $c_{pl}=infini$ respectivement.

33) Dans le cas des ondes *P*, pour de basses célérités (de $c_{pl}=5000\ m/s$), les rapports des énergies dûes à un fluide compressible ou à un fluide incompressible passent de *1.47*, à la clé en crête, à *1.41* pour la zone d'appui, ce qui donne pratiquement un rapport constant.

34) Les ondes *SH*, en ce qui concerne le rapport des énergies introduites avec eau compressible et incompressible, diffèrent des ondes *SV*, *P* et *R*. Les résultats font voir que l'eau incompressible produit de l'énergie qui est plus grande que celle provoquée par l'eau

compressible quand il s'agit des sommes d'énergies en zone d'appui et en zone de crête, le rapport allant de *1.09* à *1.61* pour diverses célérités.

De ce fait ressort que, si les ondes *SH* sont dominantes de beaucoup envers les autres types d'ondes, l'eau incompressible pourrait produire de l'énergie plus grande que l'eau compressible, par exemple pour $c_{pl}=10000\ m/s$ et $c_{pp}=5000\ m/s$.

35) Les ondes *R* font des rapports d'énergie entre fluide compressible et fluide incompressible qui varient de *5* à *10* suivant les célérités de propagation et les emplacements des points ou bien selon l'épaisseur du barrage. En prenant compte du fait que les ondes *R* ont une part importante en valeur d'énergie, sous toutes autres conditions égales, il est évident que le rôle de la compressibilité du fluide est très important, surtout pour ce type d'onde

36) Les rapports d'énergie cités aux alinéas précédents sont tirés des modèles avec une longueur de lac de *1 km*. Les modèles avec une longueur de lac de *0.5 km* donnent des rapports de valeurs d'énergie qui sont égales ou du même ordre de grandeur.

Pour les ondes *SV*, *P* et *R* aux célérités de $c_{pl}=5000\ m/s$ le rapport des valeurs d'énergie de l'eau compressible et de l'eau incompressible varie de *1.5* à *4*, de *2* à *3* et de *10* à *30* respectivement. Par contre, pour les ondes *SH* les rapports d'énergie de l'eau compressible et de l'eau incompressible varie de *0.60* à *1.0*, quoiqu'il faille remarquer qu'en même temps les ondes *SH* produisent des valeurs d'énergie *15* à *20* fois plus petites que les ondes *SV*.

Aux célérités de $c_{pl}=10000\ m/s$ pour les ondes *SV*, *P* et *R* les rapports sont de *1.2* à *1.5*, de *2.5* à *5* et de *10* à *30* respectivement. Les ondes *SH* donnent des valeurs d'énergie avec des rapports qui varient de *0.60* à *1.00*.

Quand aux célérités de $c_{pl}=20000\ m/s$ pour les ondes *SV* les rapports sont égaux à *1*, les différences entre les résultats étant négligeables, tandis que pour les ondes *P* les rapports restent de *3* à *4*. Pour les ondes *SH* les différences de valeurs d'énergie sont petites avec des valeurs d'énergie étant légèrement plus grandes dans le cas de l'eau incompressible. Pour les ondes *R* les valeurs que donne l'eau compressible sont bien plus grande avec des rapports entre *10* et *50*.

Avec les célérités de $c_{pl}=infini$ les rapports pour les ondes *SV*, *P* et *SH* ne changent pas pratiquement par rapport au valeurs que donnent les $c_{pl}=20000\ m/s$, tandis que pour les ondes *R* ils diminuent, mais restent toujours entre *5* et *10*.

Il est évident que les modèles avec des longueurs de lac de *0.5 km* confirment ce que l'on a trouvé en comparant les résultats des modèles aux longueurs de lac de *1.0 km*.

37) Les interprétations des résultats et les conclusions avec des preuves numériques, citées aux alinéas précédents amènent à une conclusion générale: il est indispensable de prendre en compte la compressibilité du fluide. Ceci change beaucoup les résultats par rapport aux calculs dans lesquels la compressibilité de l'eau a été négligée.

38) Pour faire une liaison avec les cas classiques de célérités du champ proche et du champ lointain de $c_{pl}=c_{pp}=infini$ (roche rigide - excitation par translations), on compare des modèles avec l'eau compressible, l'eau incompressible et l'eau représentée par des masses concentrées. Les rapports d'énergie en zone de crête sont montrés dans le tableau 5.34.

On remarque qu'il y a peu de différence entre le cas du réservoir modélisé avec eau compressible, l'eau traitée comme incompressible et le cas où on représente le réservoir par les masses concentrées.

L'eau compressible donne des valeurs d'énergie inférieures par rapport aux valeurs de l'eau incompressible pour les ondes *SV* et *SH* et des valeurs supérieures pour les ondes *P* et *R*.

Tableau 5.34 - Rapports d'énergie des modèles avec l'eau compressible *(C)*, l'eau incompressible *(I)* et l'eau représentée par des masses concentrées *(M)*. Quatre types d'ondes. Zone de crête. $c_{pl}=c_{pp}=infini$

type d'onde	$\frac{C}{I}$	$\frac{I}{M}$
SV	*0.8*	*0.9*
SH	*0.5*	*1.45*
P	*1.8*	*1.1*
R	*4.4*	*1*

V.4.6 INFLUENCE DU RESERVOIR

39) L'influence maximale du fluide est démontrée en comparant l'énergie produite par différents types d'ondes dans les modèles avec le réservoir plein (eau compressible) et le réservoir vide.

En zone de crête, les rapports d'énergie avec le réservoir plein et vide pour différentes célérités du champ lointain, les quatre types d'ondes et la $c_{pp}=5000\ m/s$ sont présentés dans le tableau 5.35 ainsi que sur la figure 5.221.

Tableau 5.35 - Rapports d'énergie avec le réservoir plein et vide pour différentes célérités du champ lointain, les quatre types d'ondes et la $c_{pp}=5000\ m/s$. Zone de crête.

type d'ondes	$c_{pl}=5000\ m/s$	$c_{pl}=10000\ m/s$	$c_{pl}=20000\ m/s$	$c_{pl}=infini$
SV	*8*	*7*	*5*	*6*
SH	*2*	*2*	*4*	*5*
P	*5*	*9*	*17*	*24*
R	*27*	*35*	*40*	*36*

En même temps, les ondes *SV*, pour le réservoir plein et les $c_{pl}=10000\ m/s$ et les $c_{pp}=5000\ m/s$ produisent une énergie *19*, *8* et *7* fois plus grande que le font les ondes *SH*, *P* et *R* respectivement.

On tire la conclusion que le fluide fait une grande influence sur la réponse dynamique du barrage-voûte.

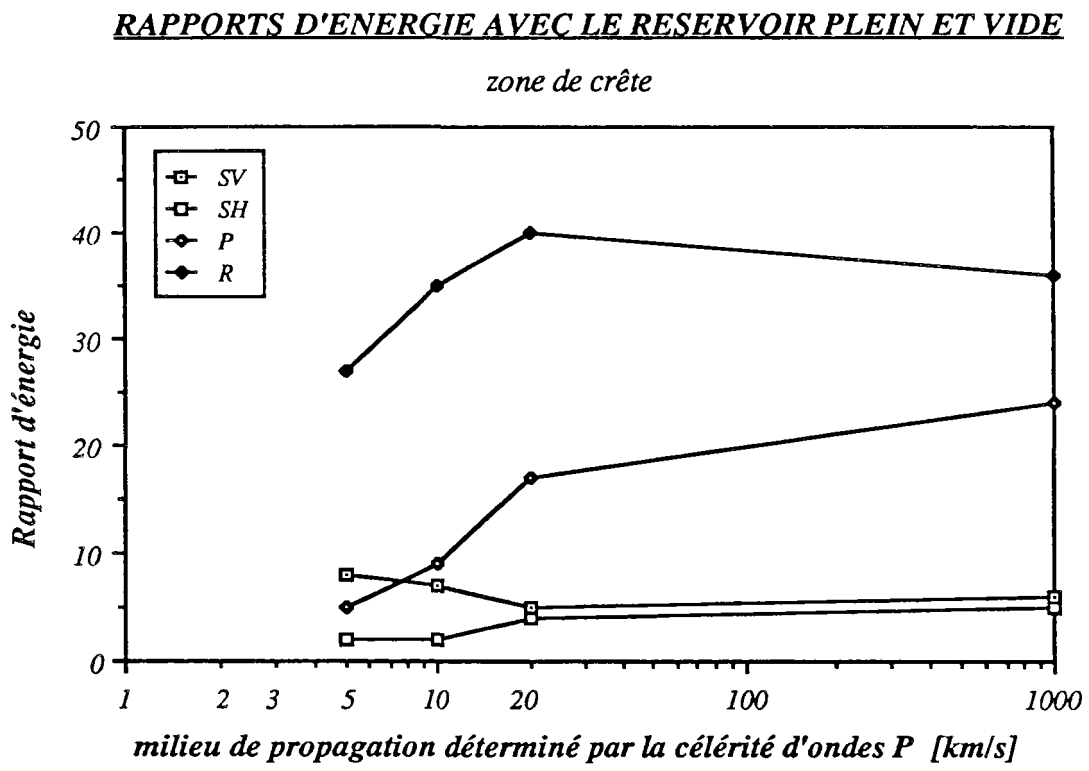


Figure 5.221 - Rapports d'énergie avec le réservoir plein et vide pour différents célérités du champ lointain et c_{pp}=5000 m/s. Zone de crête

V.4.7 INFLUENCE DE LA FORME DU MODELE

40) Si l'on compare les résultats de l'énergie en zone de crête du *modèle 6* (frontière rectangle en plan, réservoir plein) et du *modèle 1* (frontière oblique en plan, réservoir plein) avec la célérité du champ lointain de $c_{pl}=10000$ *m/s* on obtient les rapports montrés dans le tableau 5.36. Dans le même tableau on donne les rapports des *modèles 7* (frontière rectangle en plan, réservoir vide) et *3* (frontière oblique en plan, réservoir vide).

Tableau 5.36 - Rapport d'énergie des *modèles 6* et *1* (réservoir plein) et des *modèles 7* et *3* (réservoir vide)

	réservoir plein		*réservoir vide*	
	zone d'appui	*zone de crête*	*zone d'appui*	*zone de crête*
SV	*0.89*	*0.92*	*0.88*	*1.06*
SH	*1.06*	*1.24*	*1.50*	*2.00*
P	*1.11*	*1.04*	*1.00*	*1.25*
R	*0.84*	*0.82*	*0.86*	*1.10*

On remarque qu'en cas du réservoir plein l'énergie obtenue (pour chacun des types d'ondes) pour les modèles rectangle et oblique diffèrent peu. En cas du réservoir vide cette différence est grande pour les ondes *SH*.

Pour avoir plus d'informations sur ce sujet il faut faire d'autres modèles.

En conclusion, quand on tient compte du fluide, malgré un relativement grand changement en disposition des masses rocheuses autour du barrage et du lac il semble qu'on pourrait dire globalement que le changement de la forme du modèle comme ce que l'on a fait au modèle 6 par rapport au modèle 1 ne change pas pratiquement les résultats. Cela veut dire que quand la disposition de la masse rocheuse est choisie, comme optimum de la taille du modèle et du temps de calcul qu'on y met, le modèle n'est pas trop sensible aux différences comme celles entre les modèles 1 et 6.

V.4.8 INFLUENCE DE LA TAILLE DU MODELE ET DU RESERVOIR

41) Les rapports d'énergie en zone de crête, des modèles avec des réservoirs long (*1 km*) et court (*0.5 km*), pour les différentes célérités du champ lointain et pour la célérité du champ proche de c_{pp}=*5000 m/s*, sont montrés dans le tableau 5.37 et sur la figure 5.222. Dans les deux modèles l'eau est compressible.

On remarque que plus la célérité du champ lointain augmente plus le rapport d'énergies diminue. Pour les célérités de c_{pl}=*infini*, il n'y a pas de différence. C'est le cas bien connu que l'on employait le plus souvent jusqu'à présent et que l'on emploie aujourd'hui encore quand on excite le modèle du barrage avec des translations.

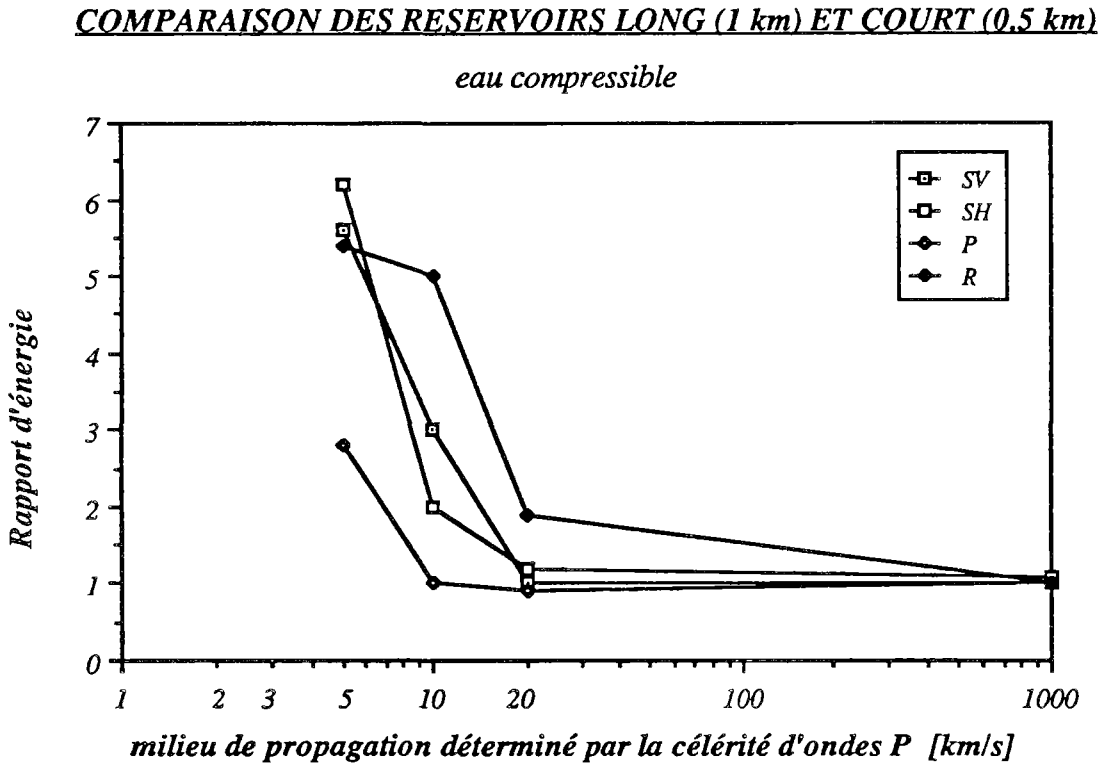
Tableau 5.37 - Rapports d'énergie en zone de crête des modèles avec des réservoirs long (*1 km*) et court (*0.5 km*). L'eau compressible.

	c_{pl}=*5000 m/s*	c_{pl}=*10000 m/s*	c_{pl}=*20000 m/s*	c_{pl}=*infini*
ondes SV	*5.6*	*3*	*1*	*1*
ondes SH	*6.2*	*2*	*1.2*	*1.1*
ondes P	*2.8*	*1*	*0.9*	*1*
ondes R	*5.4*	*5*	*1.9*	*1*

42) Dans le cas où l'eau serait incompressible les rapports d'énergie montrés dans le tableau précédent se transformerait en valeurs du tableau 5.38 et sur la figure 5.222. Ici aussi, on remarque que plus la célérité du champ lointain augmente le rapport d'énergies diminue. Pour les célérités de c_{pl}=*20000 m/s* ou plus , il n'y a pratiquement pas de différence.

Tableau 5.38 - Rapports d'énergie en zone de crête des modèles avec des réservoirs long (*1 km*) et court (*0.5 km*). L'eau incompressible.

	c_{pl}=*5000 m/s*	c_{pl}=*10000 m/s*	c_{pl}=*20000 m/s*	c_{pl}=*infini*
ondes SV	*6.2*	*2.4*	*1.3*	*0.95*
ondes SH	*7.3*	*3.1*	*1.3*	*1*
ondes P	*5.4*	*1.8*	*0.8*	*0.9*
ondes R	*15.4*	*11*	*1*	*1*



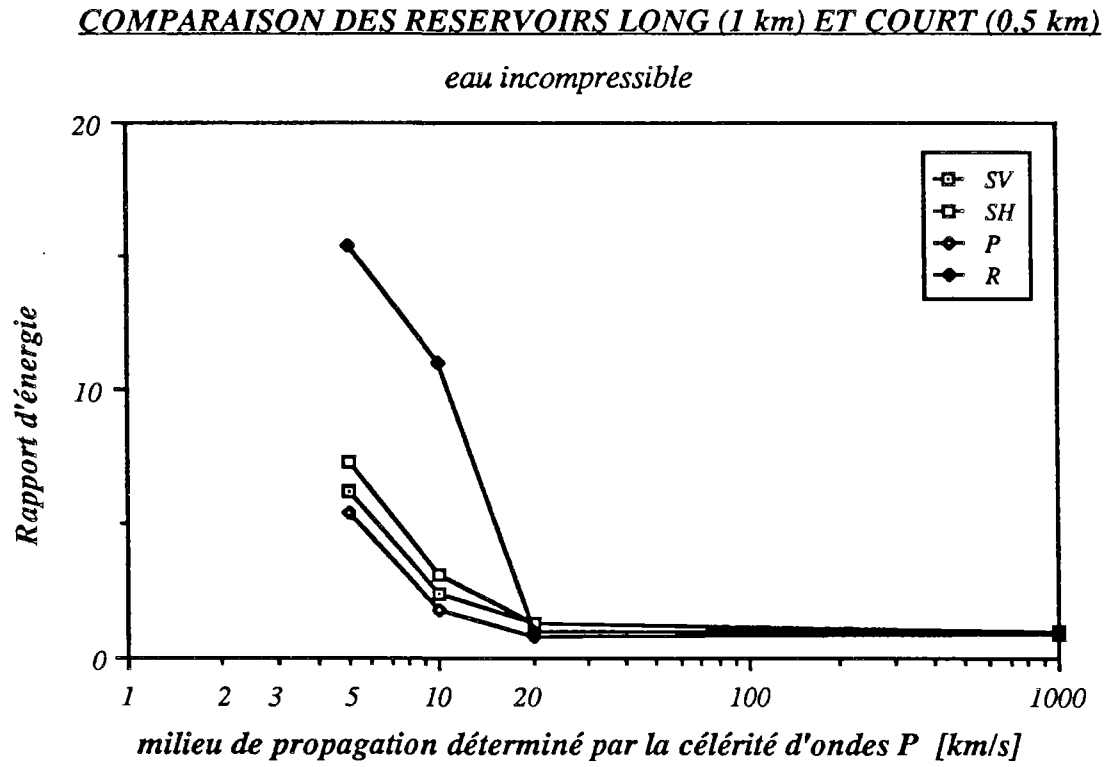


Figure 5.222 - Rapports d'énergie des modèles avec des réservoirs long et court. Eau compressible et incompressible. Zone de crête

43) En supposant que la célérité la plus proche de la réalité dans laquelle on construit le plus souvent les barrages-voûtes se trouve entre les valeurs des colonnes 1 et 2 on voit que la formule empirique d'après laquelle on prend la longueur du réservoir égale à *3* fois la hauteur du barrage ne donne pas des longueurs suffisantes. Ceci autant pour l'eau compressible que pour l'eau qui serait incompressible.

Pour avoir des valeurs qui se rapprochent des valeurs réelles il faut faire des calculs comme dans ce travail.

44) On conclut que pour des célérités du champ lointain qui sont proches des valeurs réelles, des réservoirs de longueur de *1 km* et *0.5 km* donnent des énergies dans le barrage de valeurs très différentes. Ce n'est que pour des célérités du champ lointain qui ne sont pas réelles qu'il n'y a pas de différence entre énergies pour ces deux réservoirs.

45) La méthode des surfaces d'énergie appliquée aussi pour trouver: l'influence des ondes *SV*, *SH*, *P* et *R* sur le barrage-voûte, l'influence de la variation de célérité du champ lointain et du champ proche, l'effet de la compressibilité de l'eau, ensuite l'influence du réservoir, de la forme du modèle et de la taille du modèle et du réservoir, des amplifications etc. a fait preuve de vaillance et s'est avérée très commode pour trouver de diverses relations se rapportant aux questions citées.

La plupart de ces questions se rapporte aux effets de site.

46) Les effets de site qui sont analysés dans ce travail sont énumérés ci-dessous et l'on en tire les conclusions suivantes:

a) Les angles d'incidence θ et de direction φ ont une très grande influence sur la réponse sismique d'un barrage-voûte, ce que démontre numériquement ce travail. De ces analyses une nouvelle méthode est conçue, celle des surfaces d'énergie, au moyen de laquelle on trouve l'implantation la plus favorable du barrage-voûte du point de vue des forces sismiques en augmentant son coefficient de sécurité aux séismes les plus forts et en apportant des économies sur le barrage-voûte même.

Ceci représente un effet de site de première ordre, surtout parce qu'il n'existait pas jusqu'à présent dans la bibliographie relative aux problèmes sismiques de structures et notamment des barrages-voûtes.

b) L'influence de la variation de célérité du champ lointain est très considérable et apparaît nettement comme résultats de calculs avec la méthode appliquée. Pour les ondes *SH* et *P* cette influence est plus grande que pour les célérités du champ proche ce qui est une des surprises.

L'influence de la variation de célérité du champ proche est aussi très importante, en somme plus que celle du champ lointain.

Ces influences sont bien plus grandes que ce que l'on dirait sans avoir traité ce problème. Surtout parce qu'il est question d'excellente roche du point de vue statique.

La diminution simultané de célérité du champ lointain et du champ proche augmente l'énergie produite dans le barrage d'une façon extraordinaire et tout à fait inattendue.

c) L'étude de l'effet de la compressibilité de l'eau a montré nettement qu'il été nécessaire d'en tenir compte dans tous les calculs de barrages-voûtes. Cette conclusion est appuyée sur de nombreux résultats.

d) L'influence de l'eau du réservoir est analysée sur plusieurs modèles et de divers aspects. La conclusion qu'il faut prendre en compte le réservoir est soutenue par de nombreux résultats.

Le réservoir qui fait partie du site dans lequel est implanté le barrage est aussi un des effets de site les plus importants d'après les résultats qu'on a obtenu.

e) Les calculs au moyen de la méthode appliquée ont montré que les effets pseudostatiques étaient négligeables par rapport aux effets dynamiques en ce qui concerne l'énergie de déformation produite dans le barrage-voûte.

On note que dans le cas où la roche n'est pas modélisée tandis que la retenue est vide ou représentée par des masses concentrées les effets pseudostatiques peuvent être non négligeables.

f) Les surfaces d'énergie avec les valeurs d'énergie maximale qu'on a fait ressortir au-dessous de chaque surface sur les figures, font voir les effets de site exprimés en valeurs d'énergie pour les noeuds en crête *2* et *4*, *1* et *5*, pour les noeuds aux appuis etc. Cela montre aussi que la méthode appliquée dans ce travail est suffisamment sensible et peut être employée pour diverses tâches dans ce domaine.

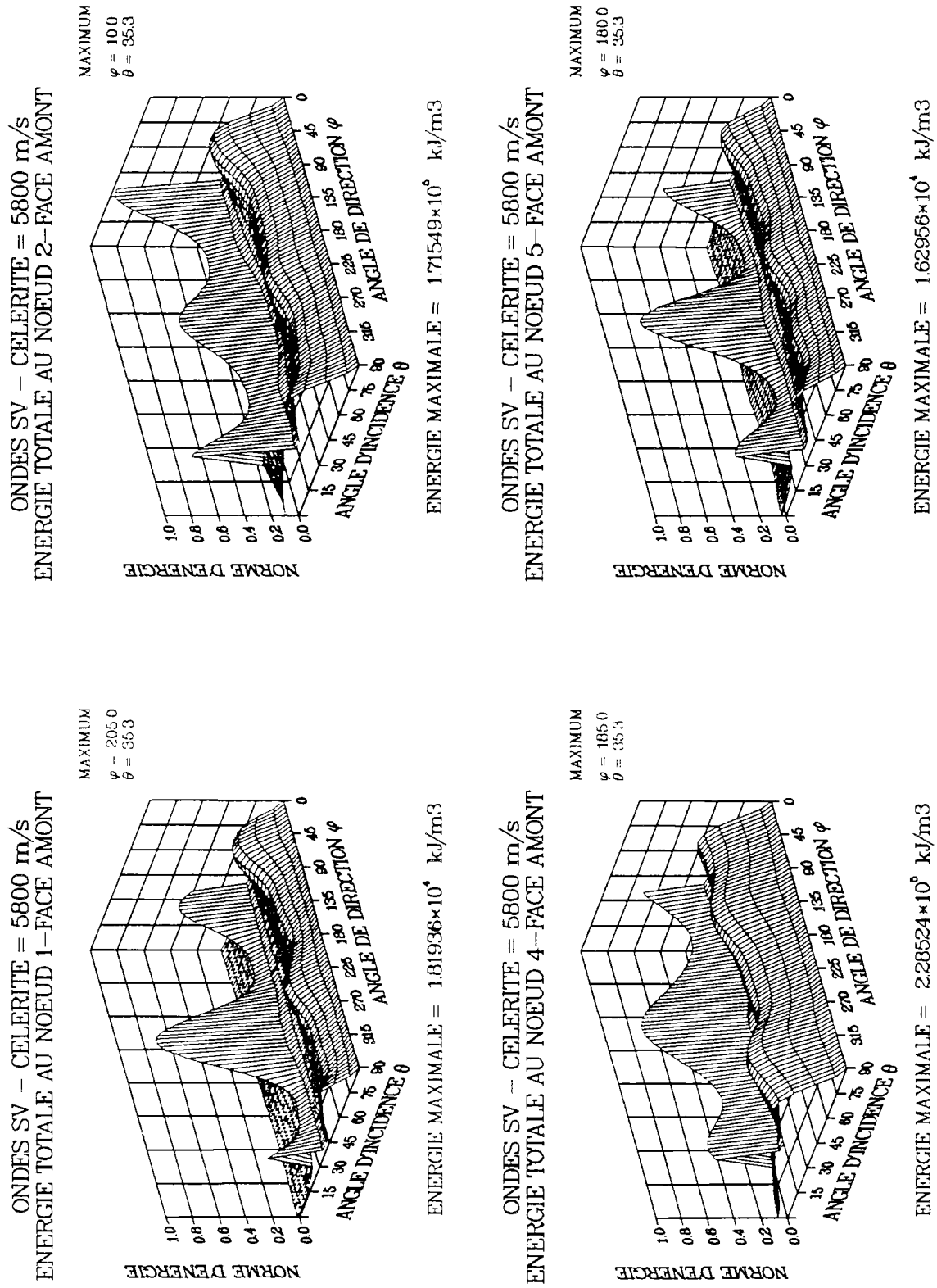


Figure 5.223 - Energie en fonction d'angle d'incidence (θ,φ). Modèle 12

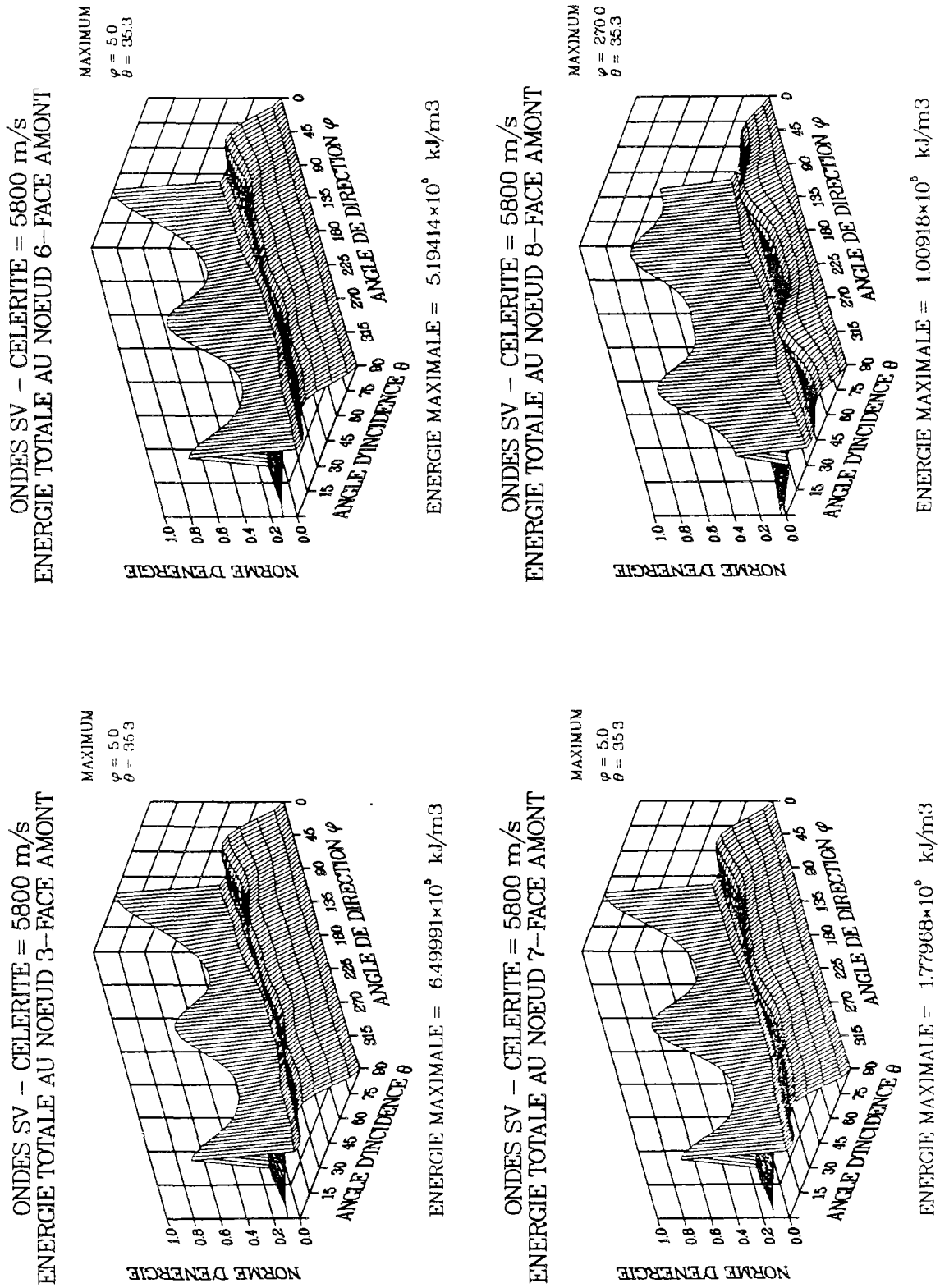


Figure 5.224 - Energie en fonction d'angle d'incidence (θ, φ). Modèle 12

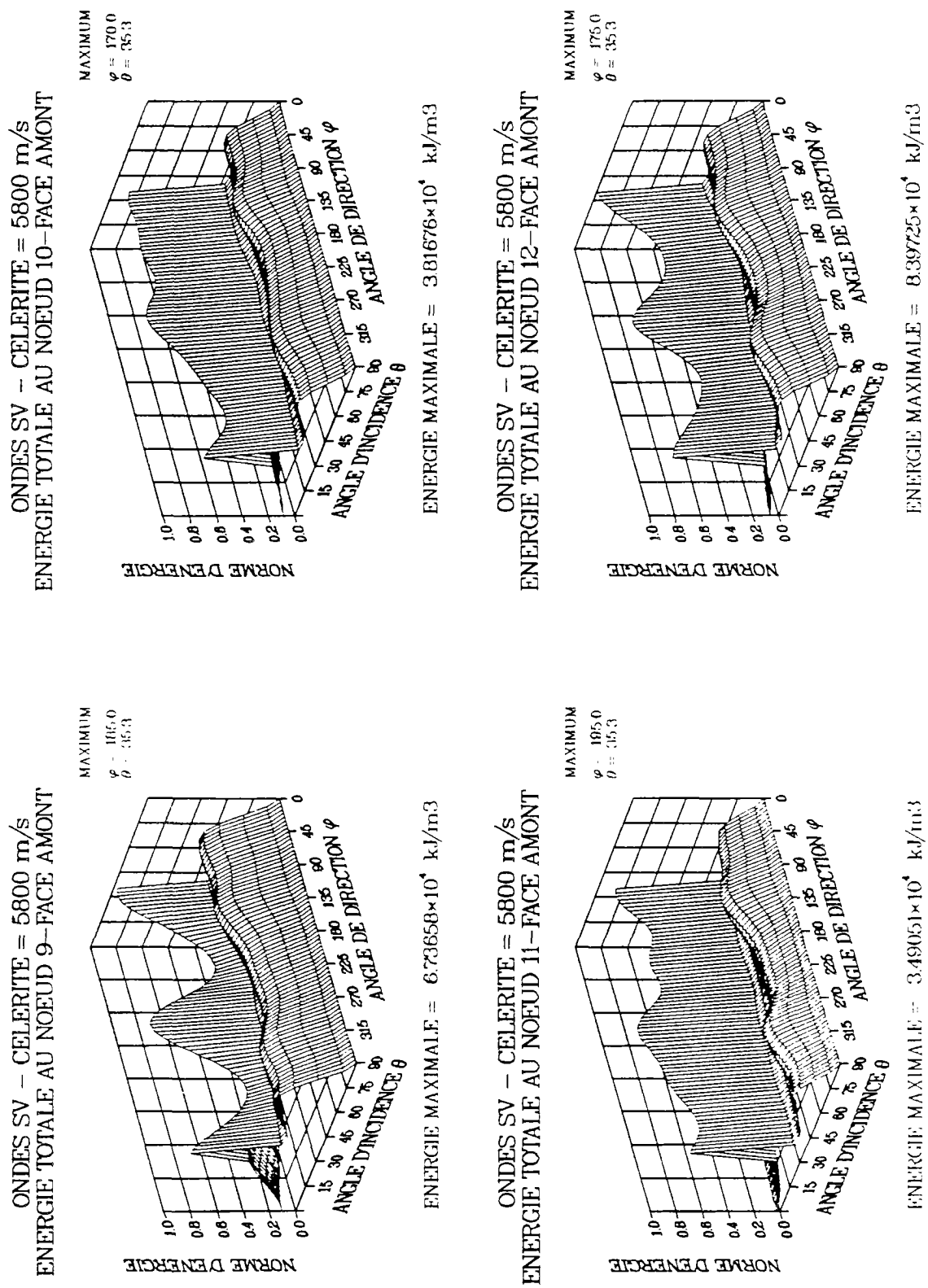


Figure 5.225 - Energie en fonction d'angle d'incidence (θ,φ). Modèle 12

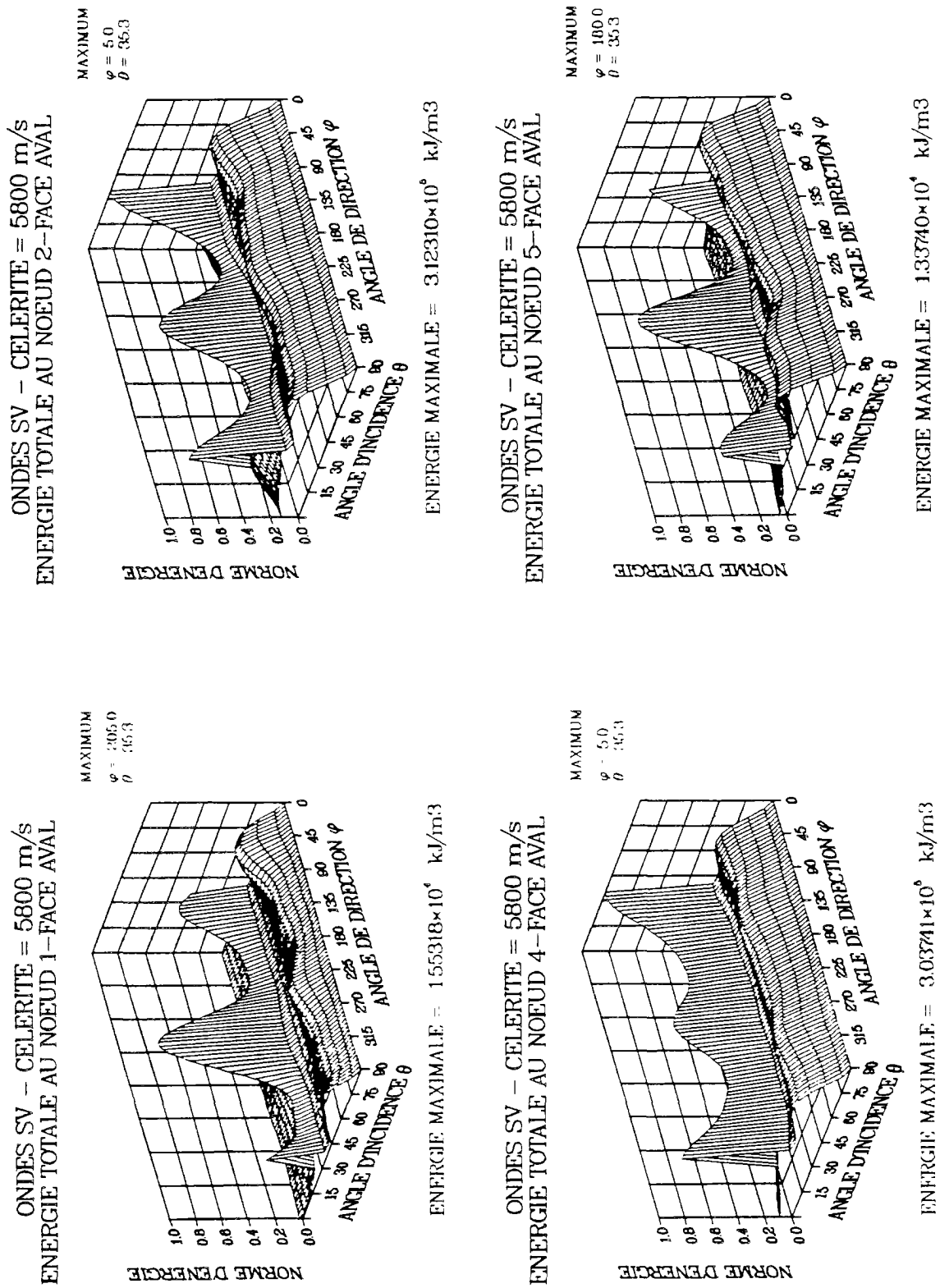


Figure 5.226 - Energie en fonction d'angle d'incidence (θ,φ). Modèle 12

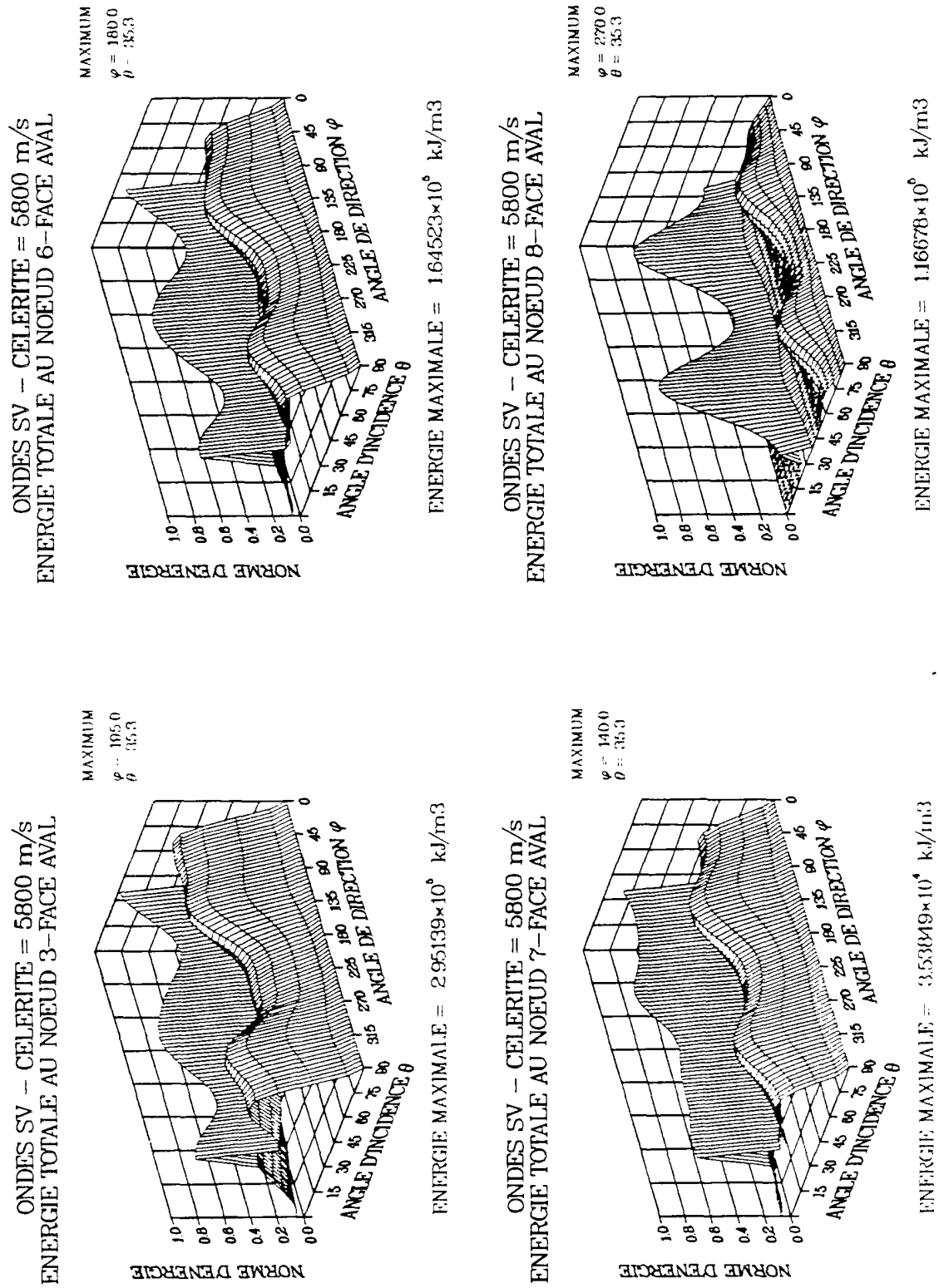


Figure 5.227 - Energie en fonction d'angle d'incidence (θ, φ). Modèle 12

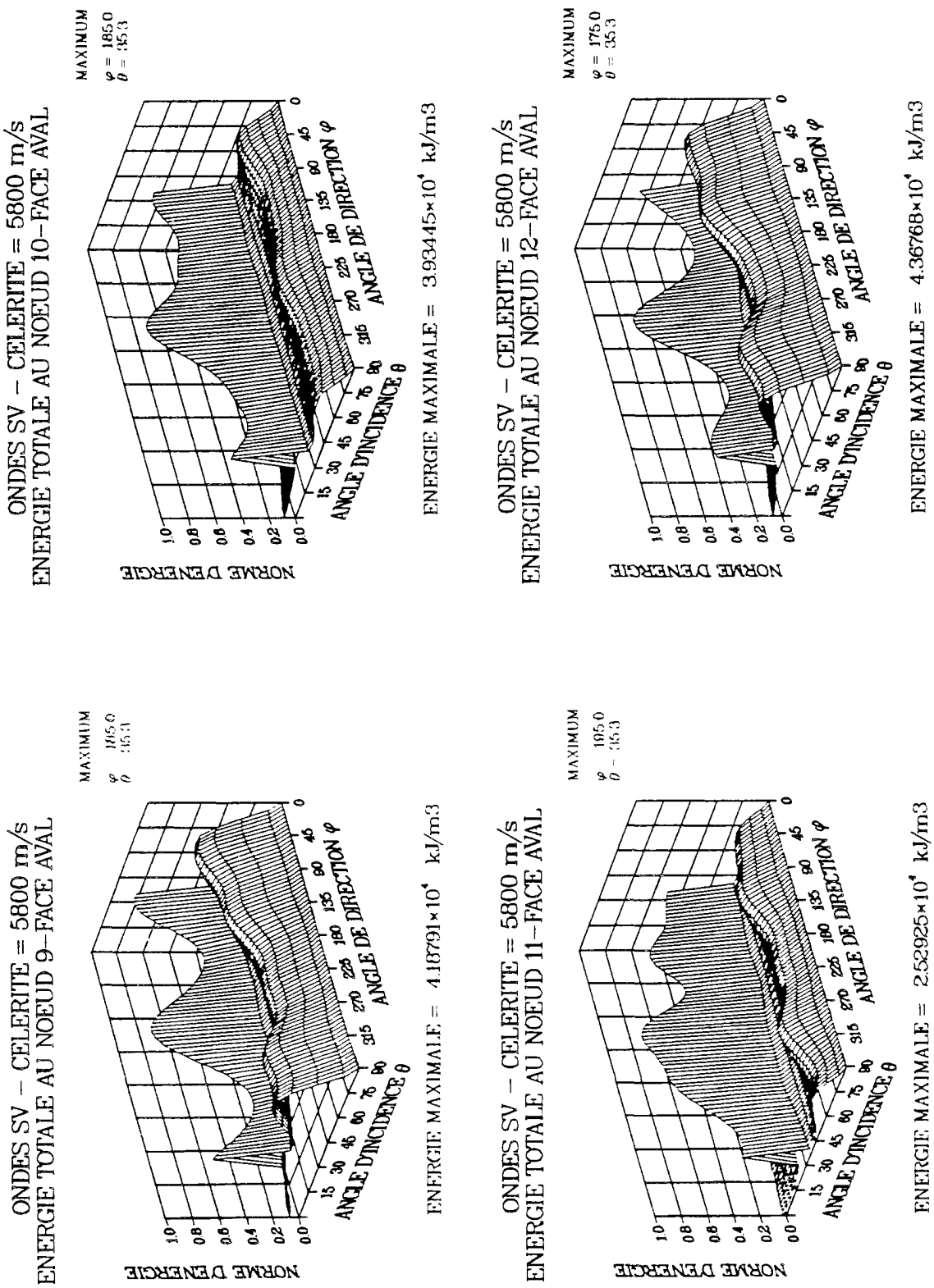


Figure 5.228 - Energie en fonction d'angle d'incidence (θ,φ). Modèle 12

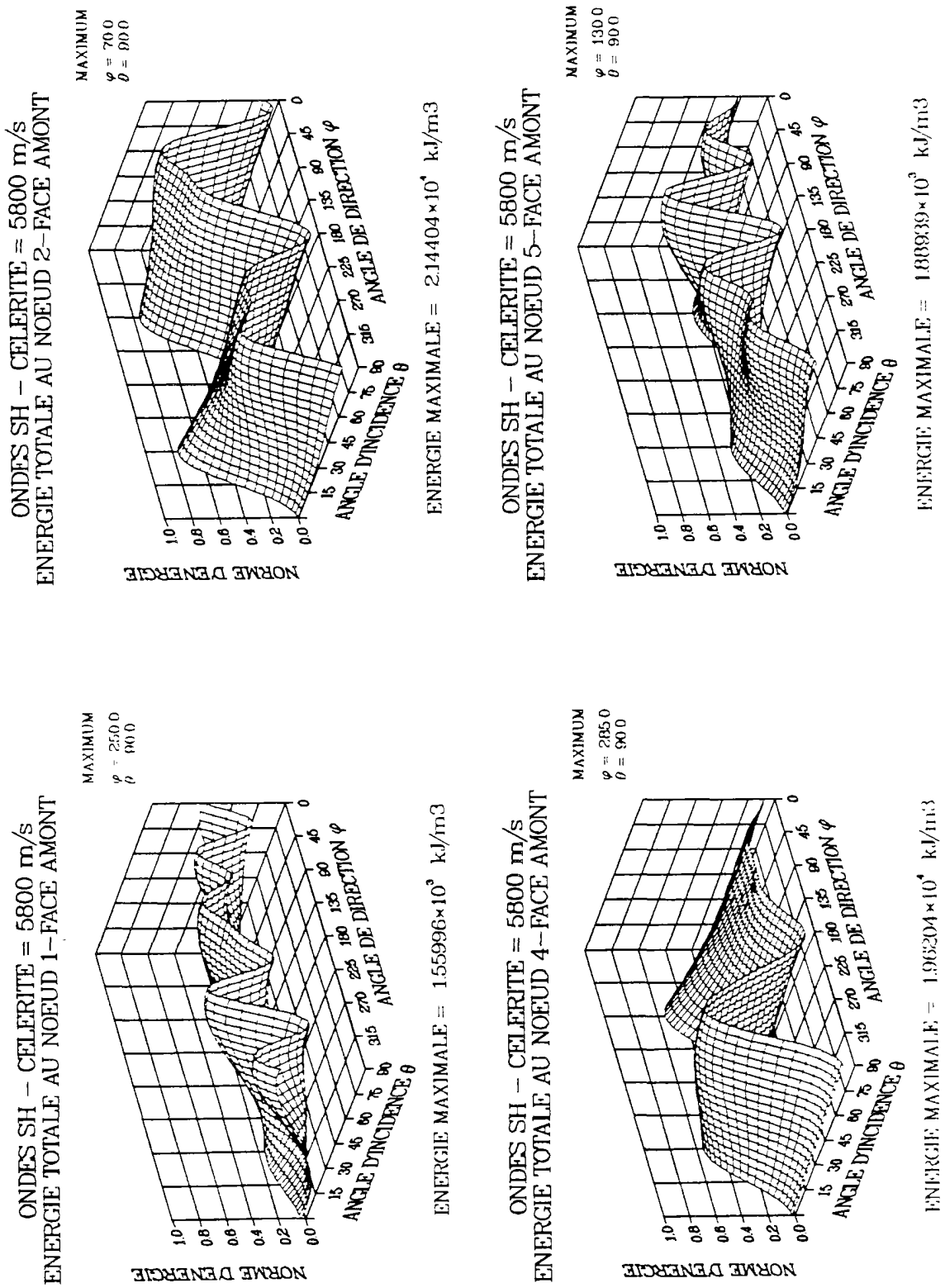


Figure 5.229 - Energie en fonction d'angle d'incidence (θ,φ). Modèle 12

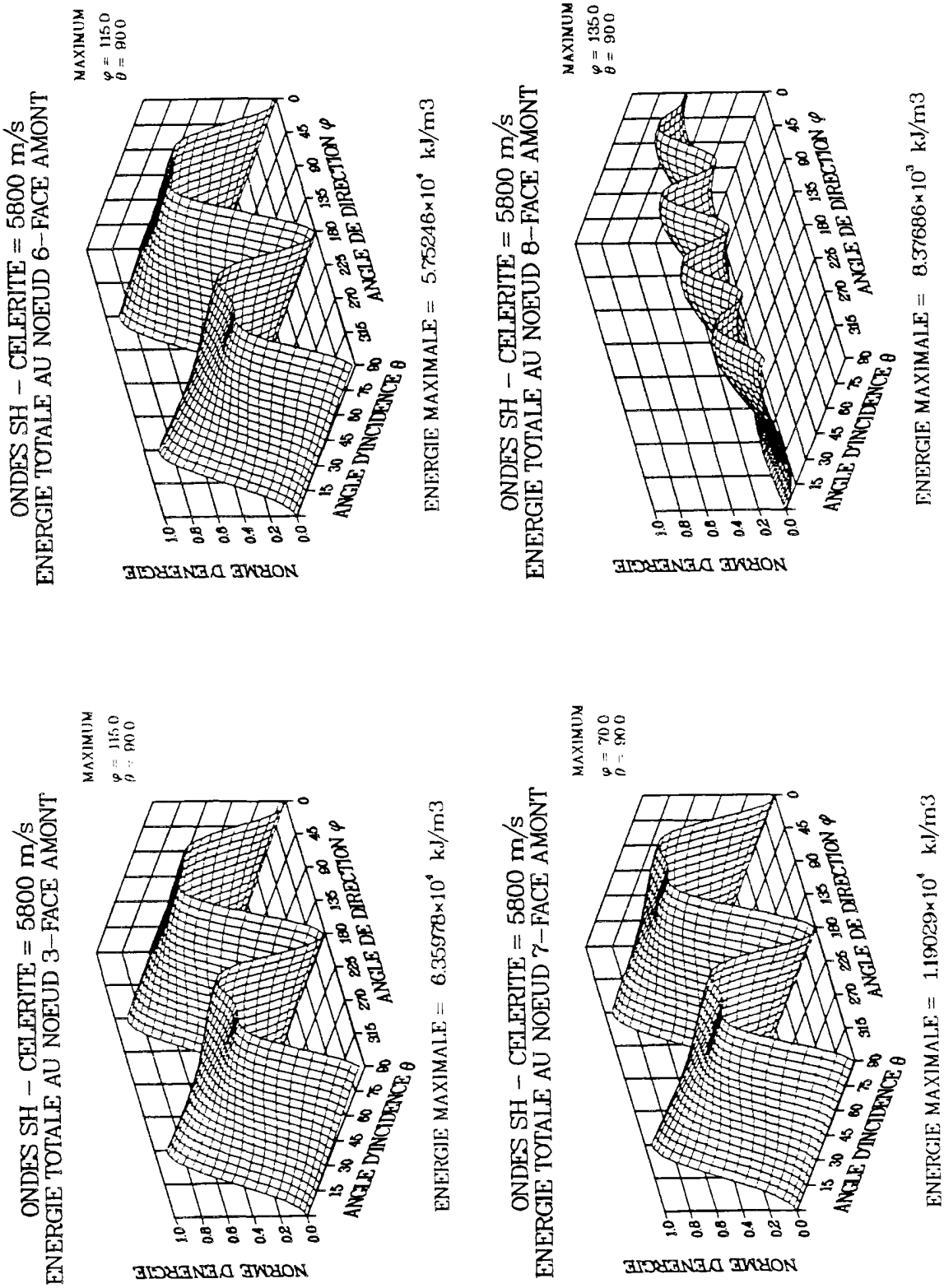


Figure 5.230 - Energie en fonction d'angle d'incidence (θ, φ). Modèle 12

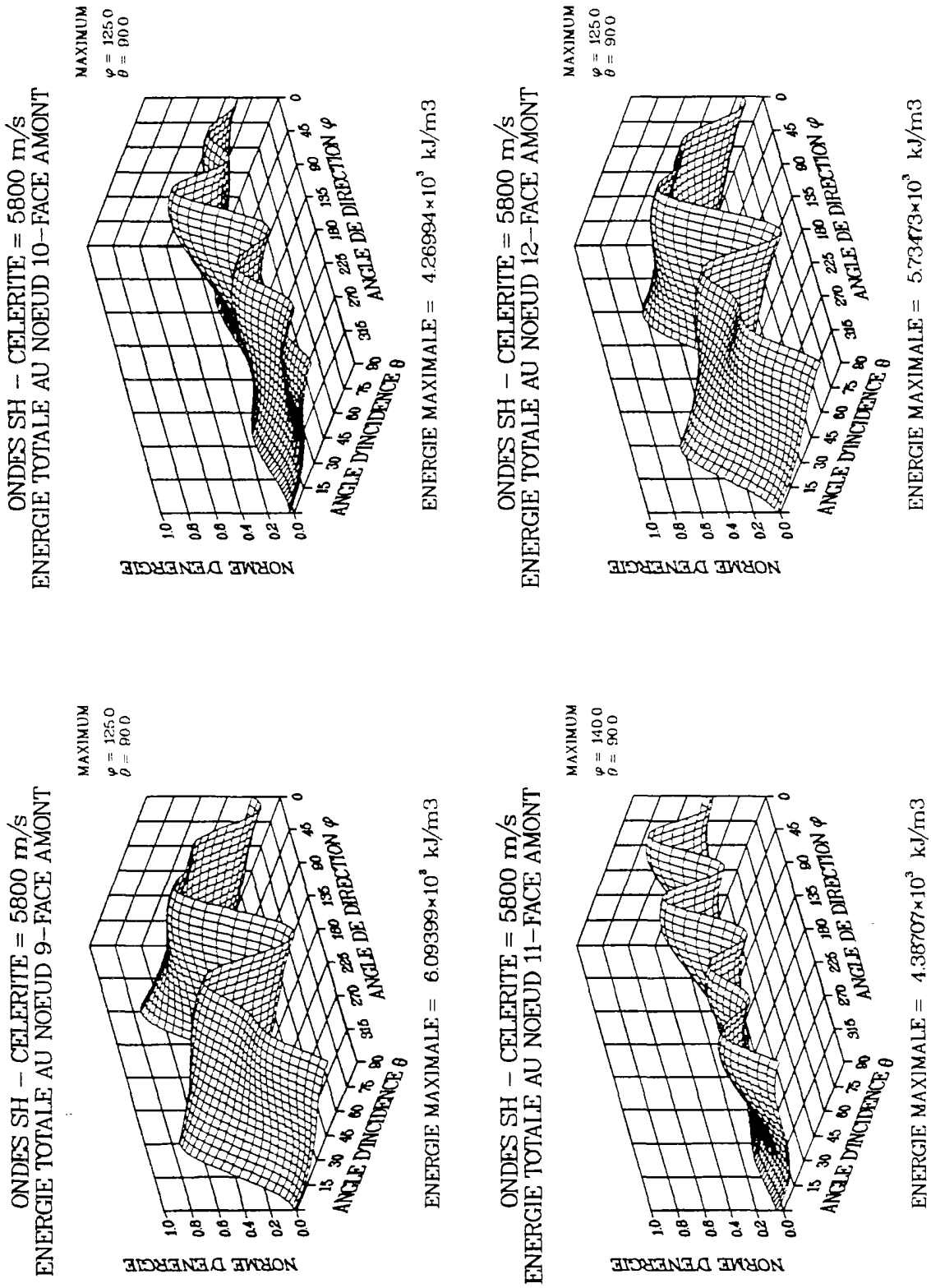


Figure 5.231 - Energie en fonction d'angle d'incidence (θ,φ). Modèle 12

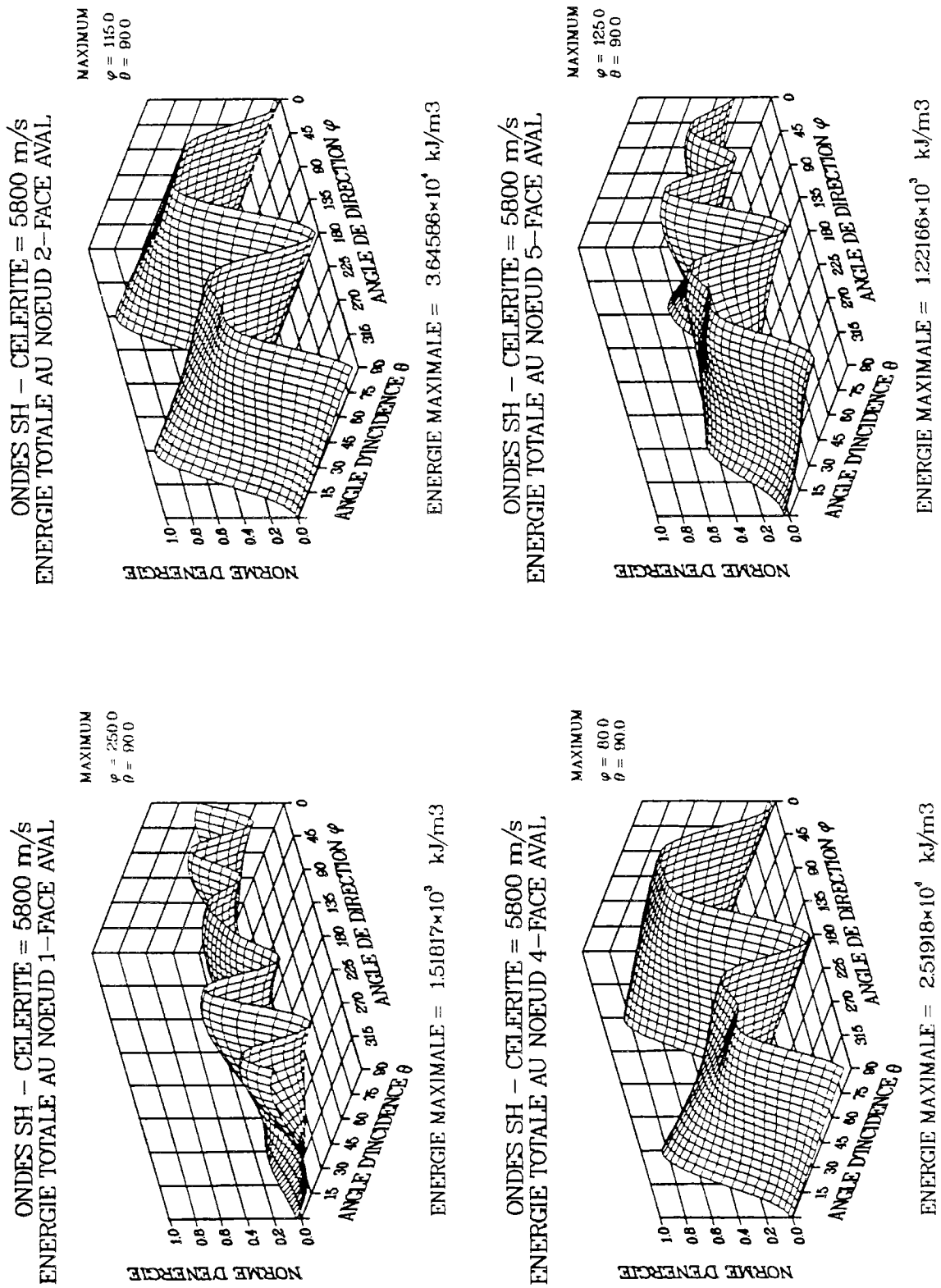


Figure 5.232 - Energie en fonction d'angle d'incidence (θ,φ). Modèle 12

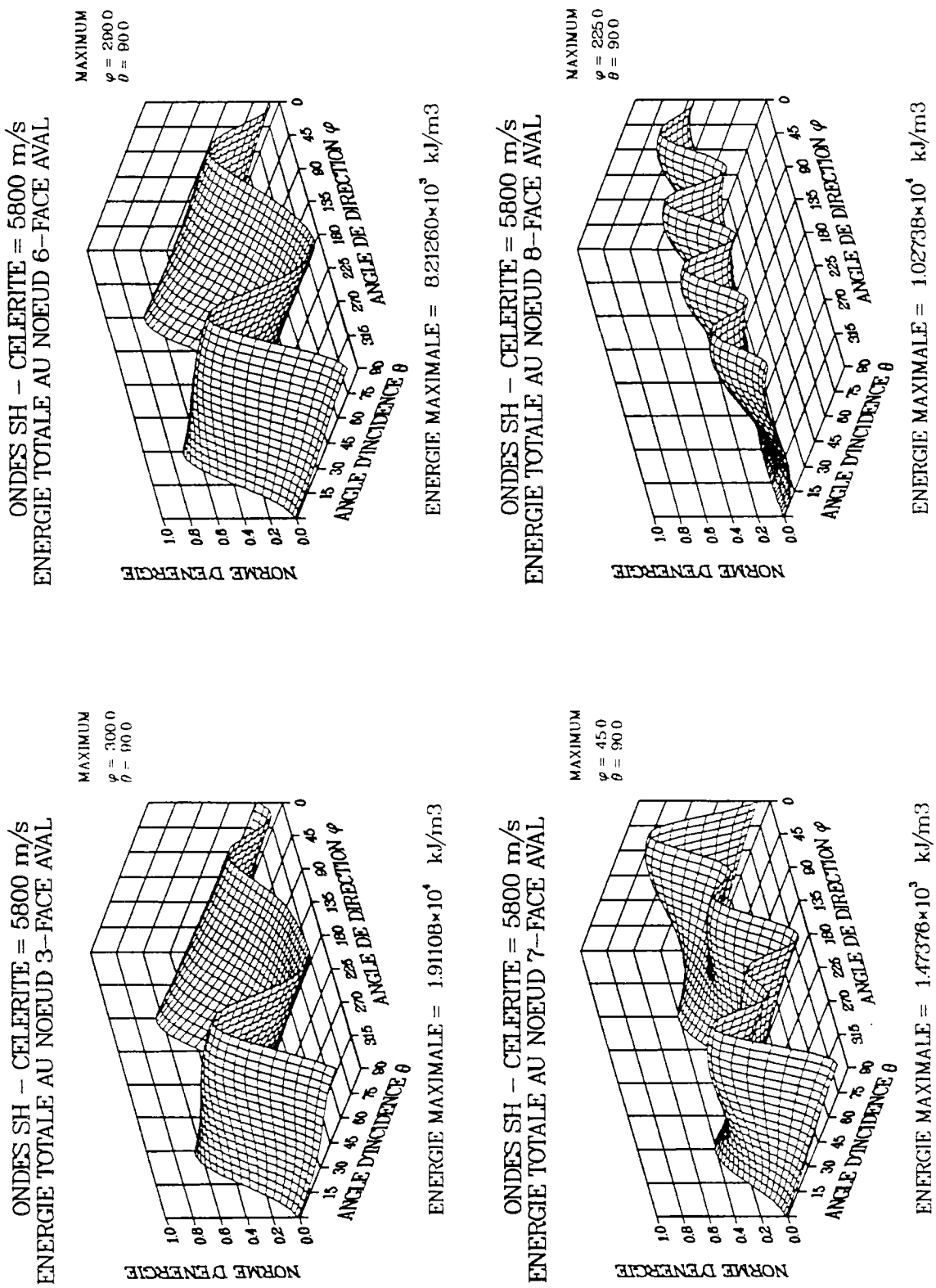


Figure 5.233 - Energie en fonction d'angle d'incidence (θ,φ). Modèle 12

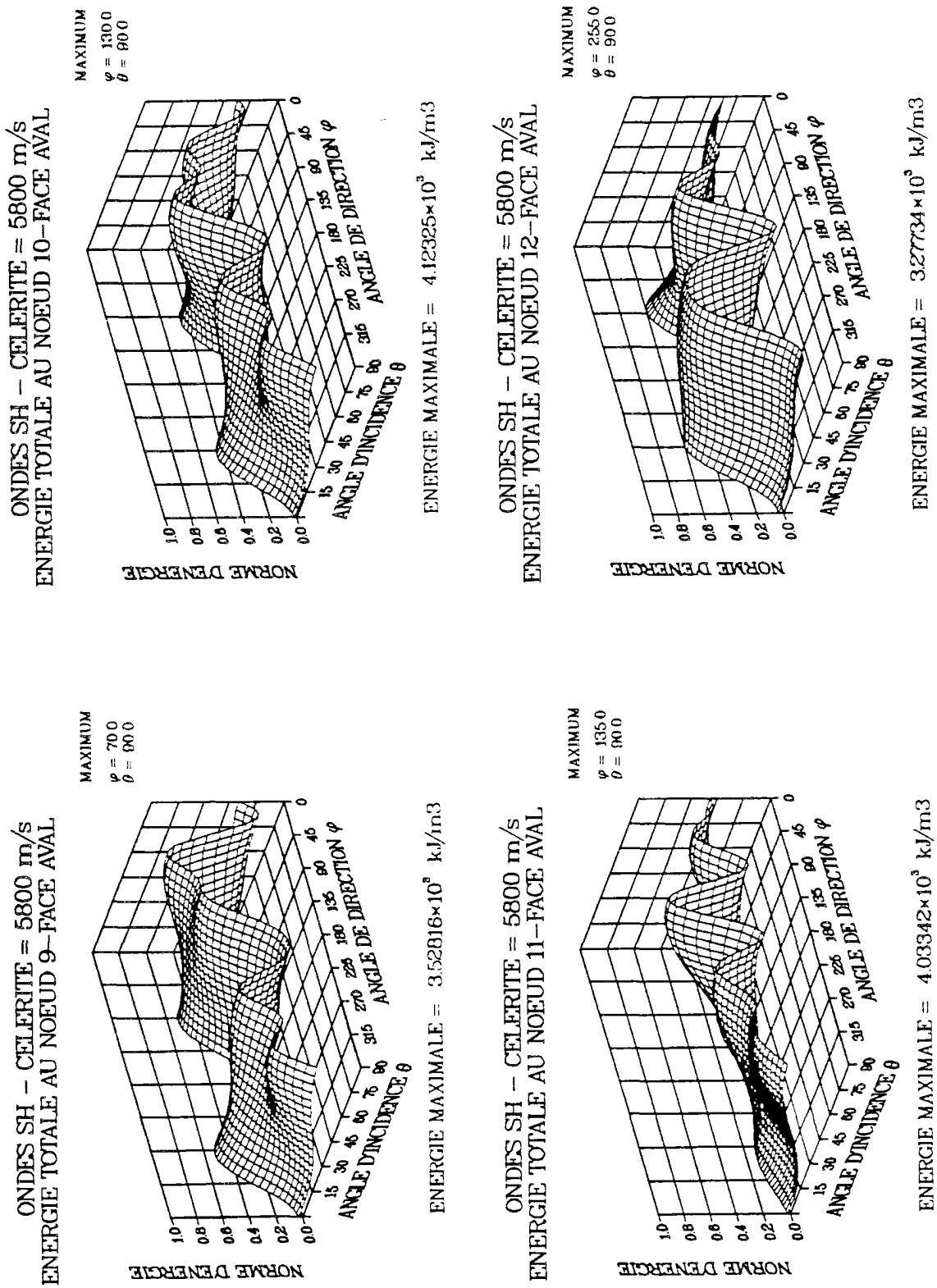


Figure 5.234 - Energie en fonction d'angle d'incidence (θ,φ). Modèle 12

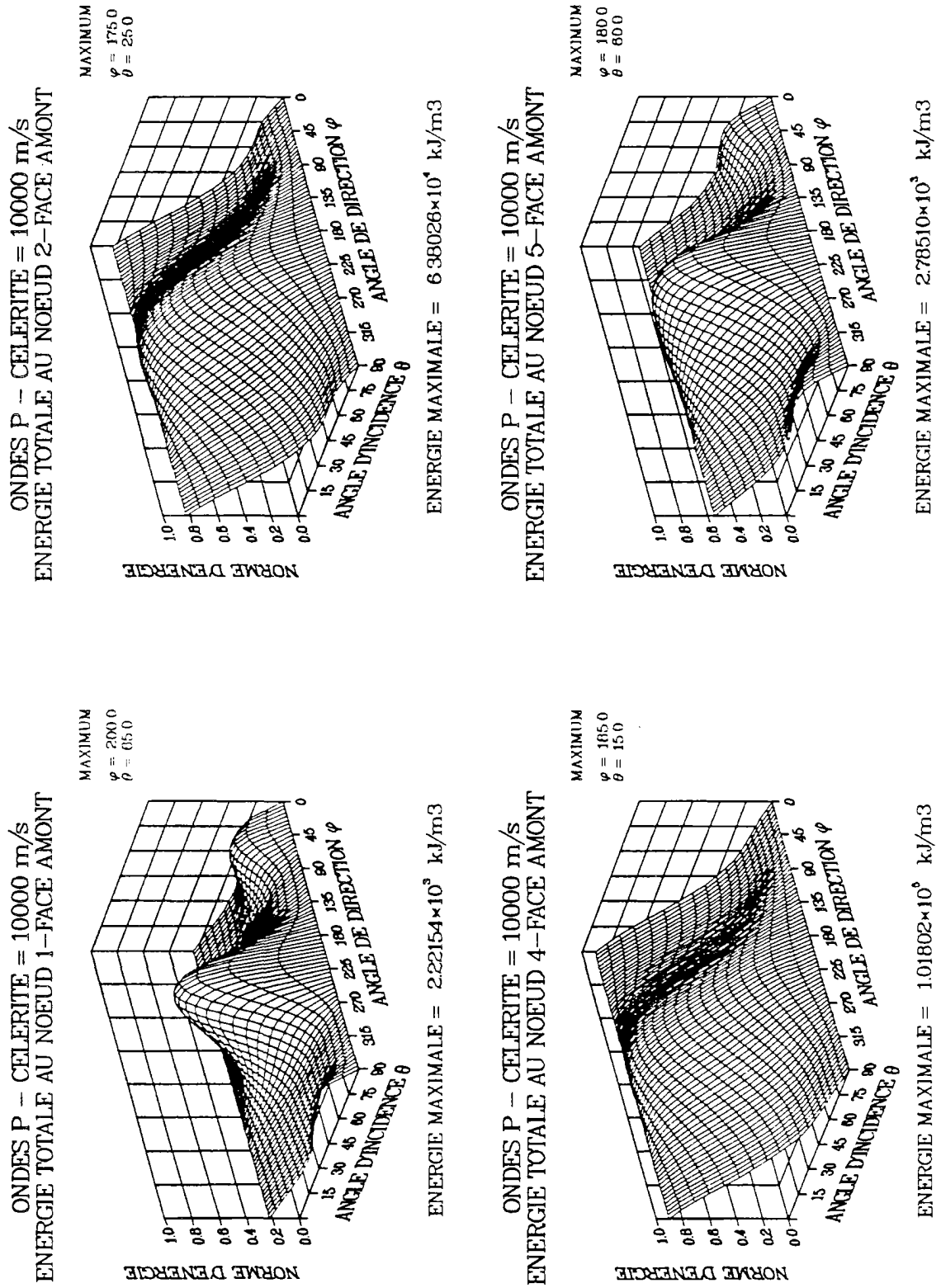


Figure 5.235 - Energie en fonction d'angle d'incidence (θ,φ). Modèle 12

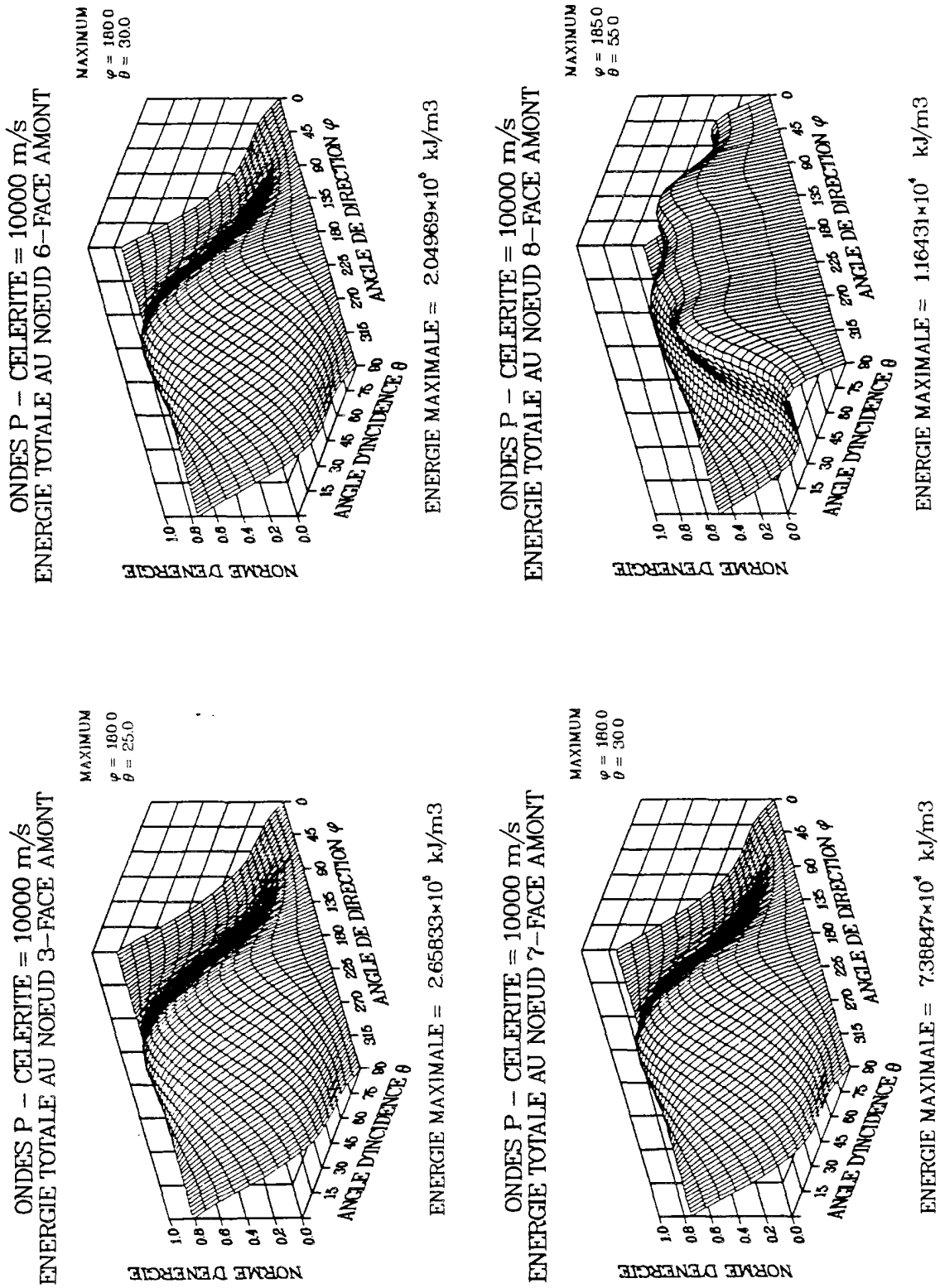


Figure 5.236 - Energie en fonction d'angle d'incidence (θ,φ). Modèle 12

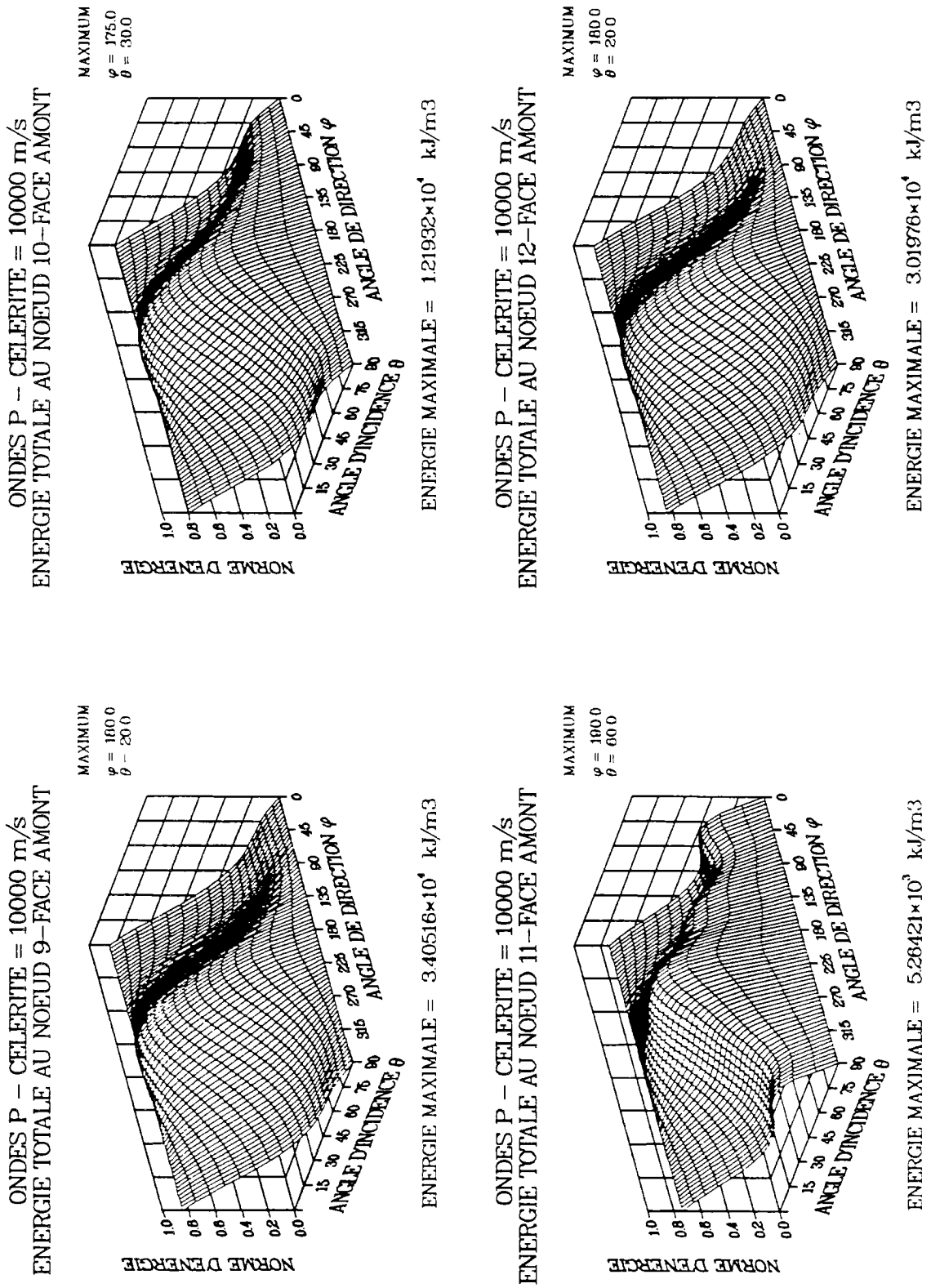


Figure 5.237 - Energie en fonction d'angle d'incidence (θ,φ). Modèle 12

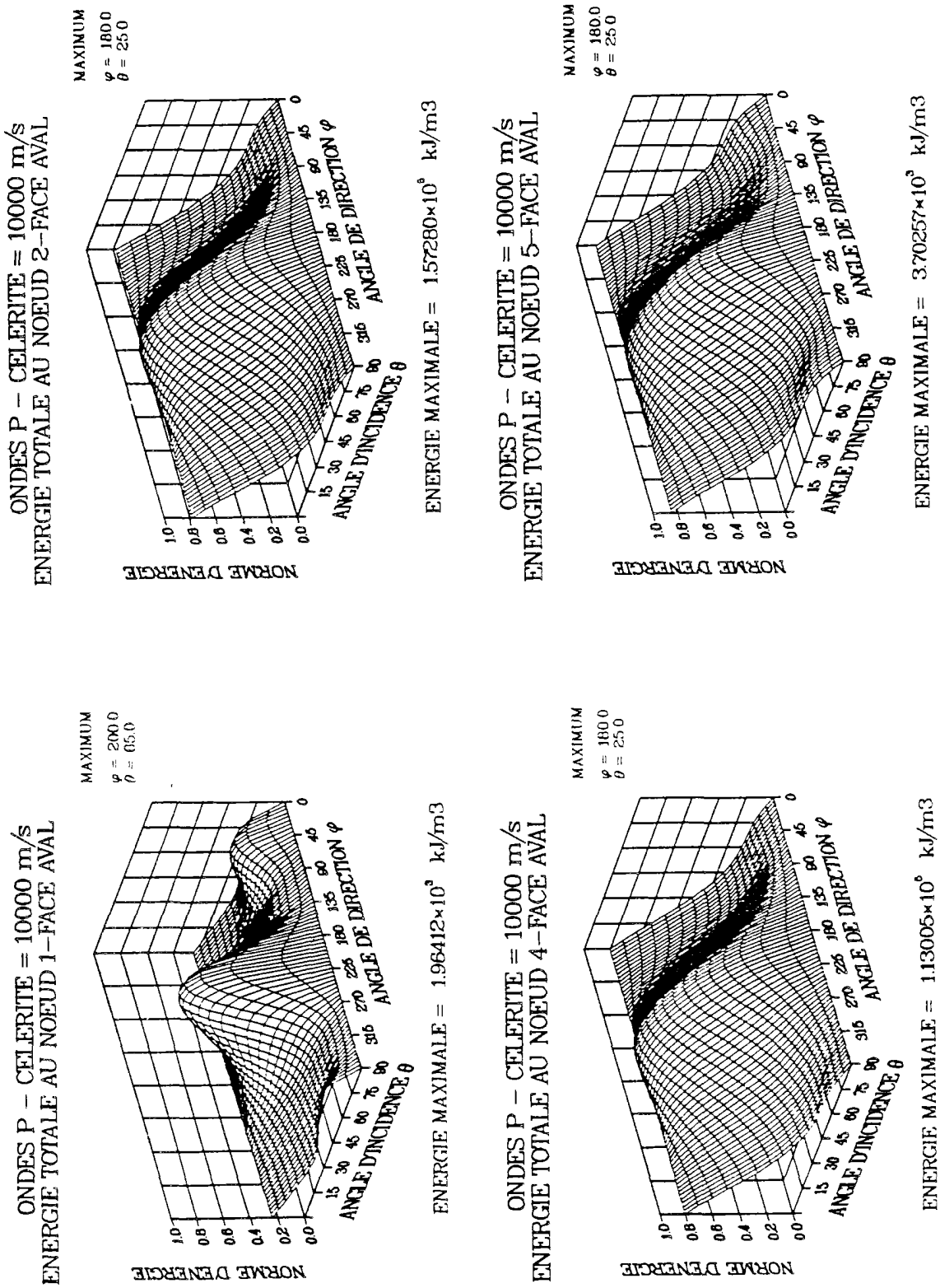


Figure 5.238 - Energie en fonction d'angle d'incidence (θ,φ). Modèle 12

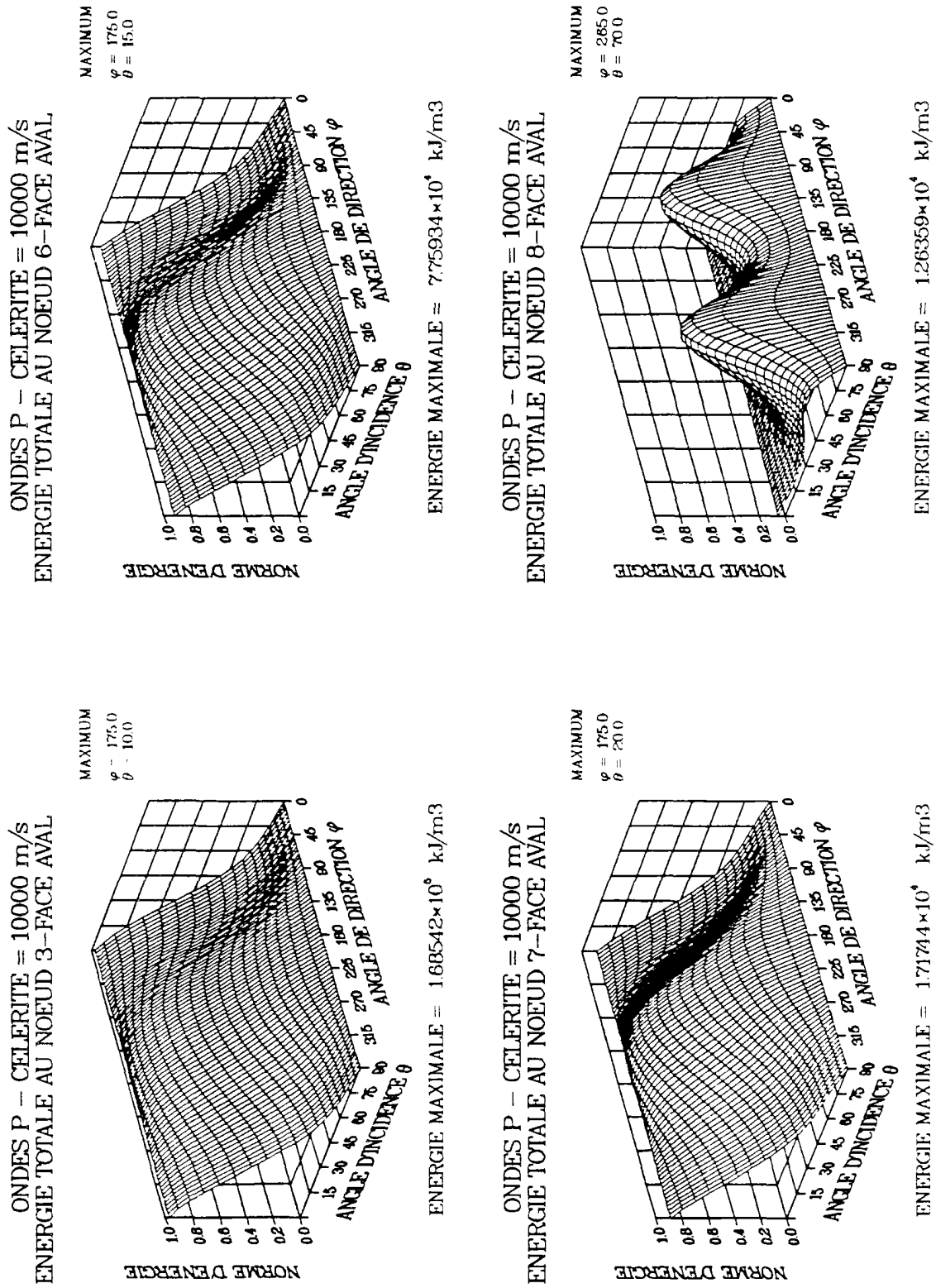


Figure 5.239 - Energie en fonction d'angle d'incidence (θ,φ). Modèle 12

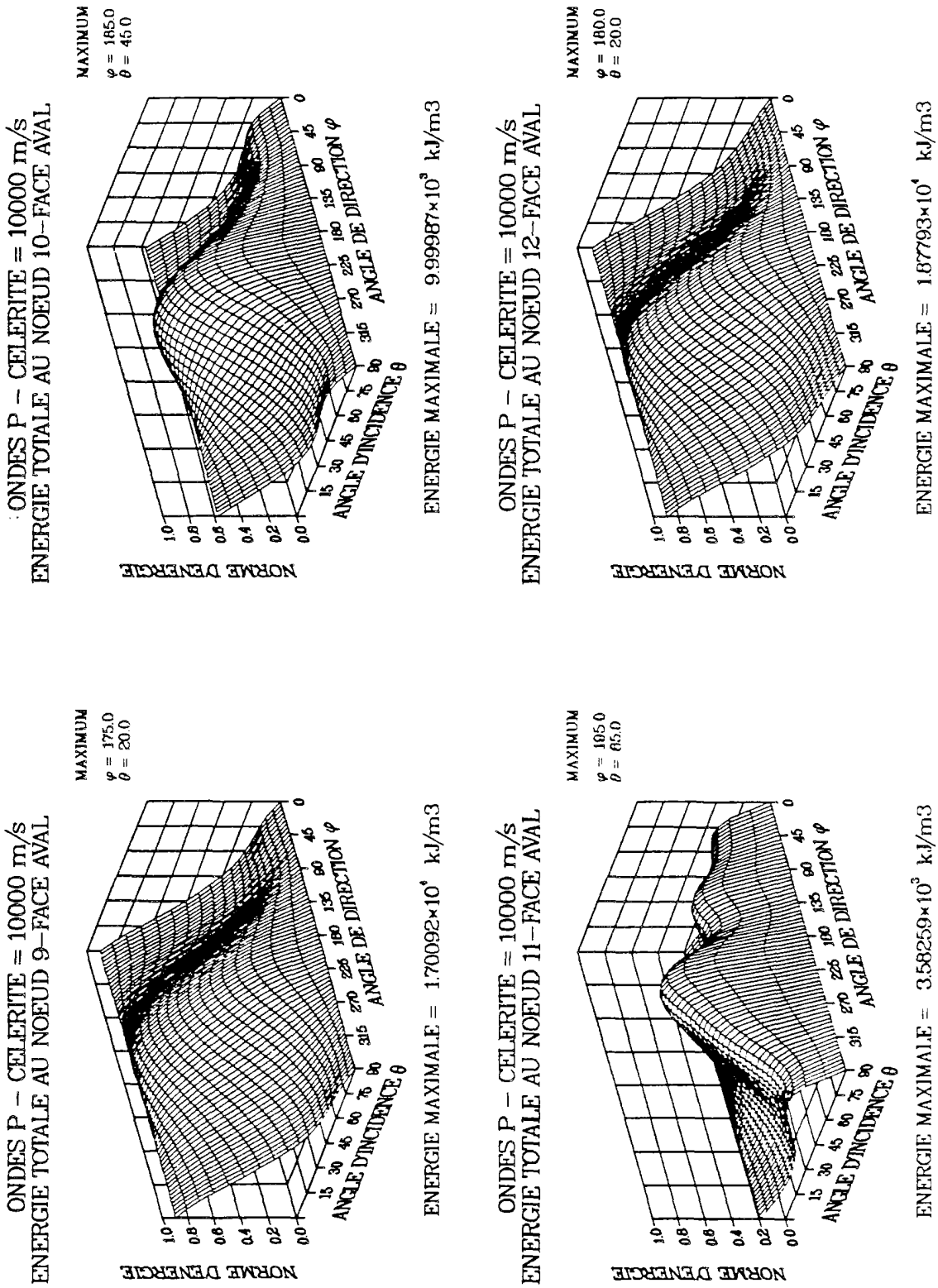


Figure 5.240 - Energie en fonction d'angle d'incidence (θ,φ). Modèle 12

CHAPITRE VI

ANALYSES SISMIQUES DANS LE DOMAINE FREQUENTIEL

DEUXIEME APPROCHE - METHODE D'ENERGIE MAXIMALE

VI.1 CARACTERISTIQUES DES ANALYSES SISMIQUES

Dans le chapitre précédent on a montré une approche sur l'analyse sismique des barrages-voûtes basée sur la méthode des surfaces d'énergie. Les surfaces d'énergie sont obtenues en faisant un balayage sur les angles d'incidence et de direction. C'est le développement en série limitée des expressions d'ondes *P*, *SV*, *SH* et *R* qui nous a permis ce balayage relativement peu couteux. Comme on l'a vu dans les chapitres II et V les approximations d'ondes *P*, *SV*, *SH* et *R* sont représentées par des combinaisons de fonctions de forme leurs coefficients étant déterminés à partir des expressions de ces ondes.

La deuxième approche d'analyse sismique dans le domaine fréquentiel, présentée dans le chapitre II de ce travail, est basée sur les mêmes fonctions de forme. On détermine leurs coefficients, en se servant du quotient de *Rayleigh*, pour obtenir l'énergie maximale aux différents noeuds du barrage, ce qui représente la différence par rapport à la première approche. On a choisi de normer l'énergie au noeud du barrage par rapport à l'énergie du séisme qui correspond à l'énergie du parallélépipède dont les dimensions sont déterminées par le plus petit parallélépipède qui contient le modèle. On suppose en même temps que le parallélépipède est rempli entièrement par la roche, ce qui veut dire que le barrage, ainsi que la vallée n'existent pas dans ce parallélépipède. Comme ce qu'il a été montré dans le chapitre II l'énergie du séisme (dénominateur du quotient de *Rayleigh*) est déterminée par l'intégrale sur la fréquence de la somme d'énergie totale de déformation et d'énergie cinétique dans le parallélépipède.

VI.1.1 MODELES NUMERIQUES

Les *12* modèles déjà utilisés auparavant sont pris comme exemples pour l'application de la méthode, qoiqu'elle peut être appliquer dans des conditions différentes que la méthode des surfaces d'énergie montrée au chapitre précédent.

On se sert donc, des mêmes modèles numériques et des résultats qui représentent les réponses de ces modèles dues aux fonctions de forme et qui sont utilisés pour la méthode de surfaces d'énergie. Cette méthode est montrée dans le chapitre précédent. Ensuite, on fait des combinaisons de ces réponses avec des coefficients déterminés de façon à obtenir l'énergie maximale dans le barrage.

Dans le tableau 5.1 du chapitre précédent, on donne les caractéristiques de la matrice du système pour un calcul sismique et le temps nécessaire pour déterminer la réponse sismique du barrage due à une fonction de forme.

VI.1.2 BANDE DE FREQUENCE ADOPTEE POUR LES ANALYSES

Pour les analyses sismique au moyen de la deuxième approche on a choisi la même bande de fréquence que pour la méthode des surfaces d'énergie, c'est à dire de *0* à *5 Hz*. En même temps on a gardé les modes propres déjà déterminés dans la bande de fréquence utilisée pour les analyses modales, c'est à dire de *0* à *9 Hz*. Le pas de fréquence choisi pour déterminer le numérateur du quotient de *Rayleigh* est aussi de *0.01 Hz* (*500* pas de fréquence).

Les résultats obtenus dans les analyses sismiques en utilisant cette deuxième approche sont aussi valables dans l'intervalle de *0* à *5 Hz*. Comme pour la méthode des surfaces d'énergie, pour élargir cette bande de fréquence il faut élargir aussi la bande de fréquence pour les analyses modales.

VI.1.3 NOEUDS DU BARRAGE CHOISIS COMME CARACTERISTIQUES

Les 24 noeuds du barrage choisis comme caractéristiques, utilisés pour la méthode des surfaces d'énergie et montrés sur la figure 5.1 du chapitre précédent, sont utilisés ici aussi.

VI.1.4 FONCTIONS DE FORME ET LE SIGNAL SISMIQUE

Les coefficients des fonctions de forme, définis par la condition d'énergie maximale au noeud du barrage, déterminent la déformation (le mouvement) du parallélépipède qui correspond à cette énergie maximale. En général, cette déformation peut être quelconque et elle est une fonction du nombre de fonctions de forme adopté pour l'analyse. Par conséquent, cette déformation (ou une combinaison de déformations) peut représenter un signal sismique qui peut être plus complexe que le signal défini par des ondes *P*, *SV*, *SH* et *R*.

Dans ce cas-ci on a adopté les mêmes fonctions de forme que pour les analyses montrées au chapitre précédent. Les trois premières fonctions de forme sont les translations. Pour avoir *12* fonctions de forme on ajoute les fonctions linéaires et pour les avoir *30* on ajoute les fonctions quadratiques ce qui donne: $1, x, y, z, x^2, y^2, z^2$ chacune appliquée suivant la direction des trois axes dans l'espace. Le nombre de fonctions de forme est limité à *30* pour ne pas trop élargir le travail.

Le module *QUOTRA* a été fait (voir chapitre III) pour effectuer ces analyses en utilisant *3*, *12* et *30* fonctions de forme. Le tableau 6.1 montre le temps nécessaire pour déterminer les énergies

aux *24* noeuds du barrage, pour *30* fonctions de forme, pour *500* pas de fréquence utilisés pour déterminer le numérateur du quotient de *Rayleigh,* ainsi que pour *500* points d'intégration numérique dans le parallélépipède utilisés pour déterminer le dénominateur.

Tableau 6.1 - Temps nécessaire pour effectuer un calcul avec le module *QUOTRA*

"user CPU time" *24 noeuds du barrage, 30 fonctions de forme,* *500 pas de fréquence, 500 points d'intégration*	*70 s*
"system CPU time"	*2 s*

VI.1.5 PARAMETRES ANALYSES

Pour effectuer les analyses d'énergies maximales dans le barrage, on a utilisé les 12 modèles en éléments finis qu'on a analysé jusqu'à présent et qui ont permis des analyses d'influence de différents paramètres en tant que:

1) nombre de fonctions de forme,
2) position du noeud dans la barrage,
3) qualité de la roche du champ proche,
4) effets de site,
5) compressibilité de l'eau,
6) présence de la retenue pleine,
7) changement de la taille et de la forme du réservoir,
8) direction de la vallée,
9) petites modifications de la forme de la frontière du modèle numérique,
10) utilisation des éléments fluide pour modéliser le réservoir.

Dans ce chapitre-ci, comme dans le précédent, le paramètre de la géométrie du barrage-voûte est pris en compte sans être varié, pour ne pas trop élargir le travail.

Pour la même raison, ici aussi, les paramètres comme l'hétérogénéité, l'anisotropie ou la discontinuité du champ proche ainsi que l'asymétrie de la vallée au point de vue de différentes célérités du champ proche n'ont pas été pris en compte, cette méthode étant tout à fait applicable à ces cas-ci.

VI.2 RESULTATS DES ANALYSES SUR LES DEFORMATIONS DE LA ROCHE QUI DONNENT DES ENERGIES MAXIMALES

On a effectué des analyses sismiques sur les *12* modèles numériques en déterminant les déformations de la roche qui donnent les énergies maximales aux noeuds choisis du barrage. Ces déformations (mouvements) ou leurs combinaisons peuvent être traitées comme des "séismes éventuels". Comme exemple, dans les paragraphes suivants on montre ces mouvements qui correspondent aux noeuds choisis parmi les *24* noeuds caractéristiques du barrage. Ce sont les noeuds: *1*, *3* et *8* sur les faces amont et aval. Pour la présentation graphique de ces déformations de la roche on a choisi les modèles: *1*, *2*, *6*, *8* et *11*. Sur les figures 6.1 à 6.11 les valeurs de déplacement sont normées par rapport à la plus grande valeur de déplacement pour chaque noeud séparément.

Modèle 1

Sur les figures 6.1 et 6.2 on montre les formes de déformation de la roche qui donnent les énergies maximales aux noeuds *1*, *3* et *8* sur les faces amont et aval du barrage, pour *30* fonctions de forme. On rappelle que le modèle *1* est le modèle oblique avec l'eau compressible, avec une longueur de lac de *1 km* et avec la roche du champ proche déformable (E_r=*56 000 Mpa*).

Modèle 2

Les figures 6.3 à 6.5 montrent les formes de déformation de la roche donnant les énergies maximales aux noeuds *1*, *3* et *8* sur la face amont du barrage pour *30*, *12* et *3* fonctions de forme respectivement. Le modèle *2* correspond au modèle *1* avec l'eau incompressible.

Modèle 6

Pour le modèle *6*, les figures 6.6 à 6.8 montrent les déformations de la roche qui donnent les énergies maximales aux mêmes endroits que dans le modèle *2* et pour *30*, *12* et *3* fonctions de forme respectivement. On rappelle que le modèle *6* correspond au modèle *1* avec la frontière rectangle en plan.

Modèle 8

Sur les figures 6.9 et 6.10 on montre les formes de déformation de la roche qui donnent les énergies maximales aux noeuds *1*, *3* et *8* sur les faces amont et aval du barrage, pour *30* fonctions de forme. Le modèle *8* a le lac deux fois plus court que le modèle *1* (*0.5 km*).

Modèle 11

Figure 6.11 montre les formes de déformation de la roche qui donnent les énergies maximales aux noeuds *1*, *3* et *8* sur la face amont du barrage, pour *30* fonctions de forme. Le modèle *11* est le modèle du barrage seul, avec le réservoir vide et la roche rigide.

VI.3 RESULTATS DES ANALYSES SUR LES VALEURS D'ENERGIE MAXIMALE

Sur les figures 6.12 et 6.13 on montre l'énergie maximale en console centrale du barrage (noeuds: *3*, *6*, *7* et *8*) en fonction du nombre de fonctions de forme et pour différents modèles choisis: *1*, *2*, *6*, *7*, *8* et *12*. Les valeurs d'énergie maximale sont obtenues pour 3, 12 et 30 fonctions de forme et les points correspondants sont connectés sur les figures avec des lignes droites.

On note que ces valeurs d'énergie représentent les valeurs maximales dans le barrage qu'on peut obtenir en faisant n'importe quelle combinaison de *3*, *12* ou *30* fonctions de forme.

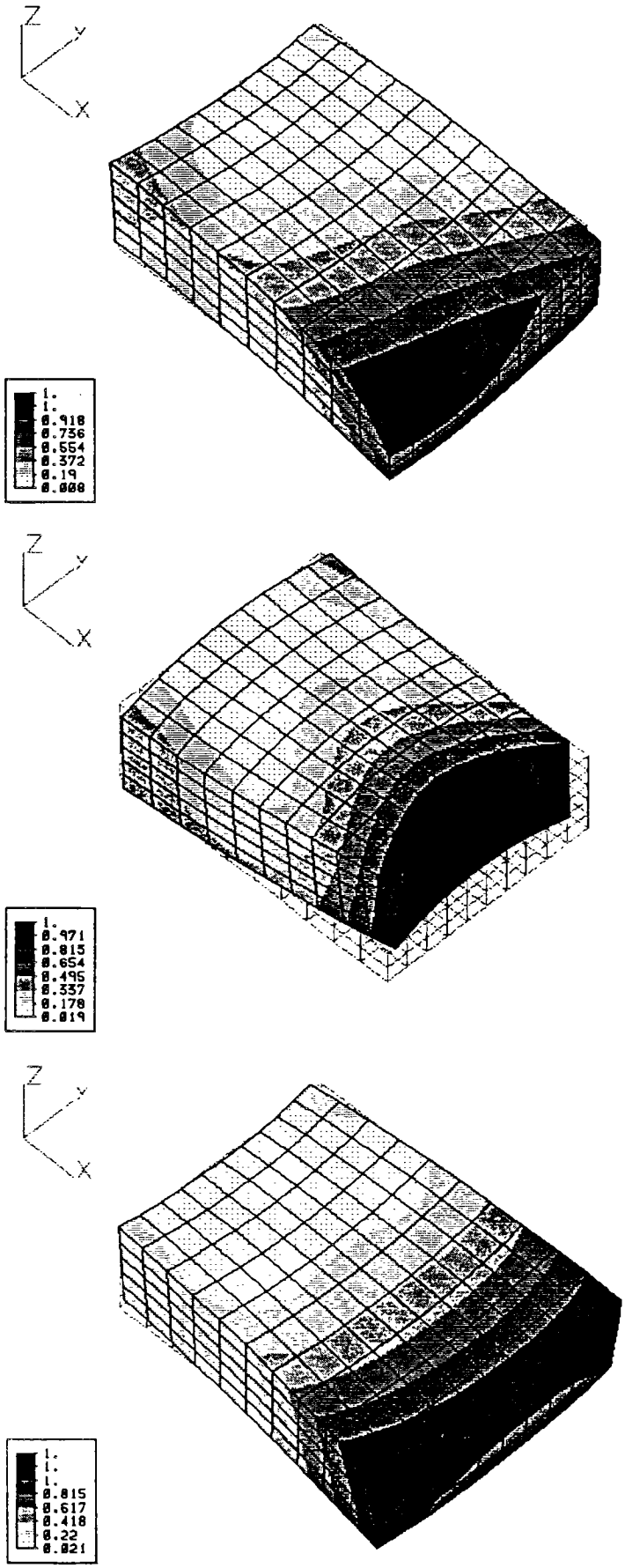


Figure 6.1 - Formes de déformation de la roche qui donnent les énergies maximales aux noeuds *1*, *3* et *8* sur la face amont du barrage. *30* fonctions de forme. Modèle 1.

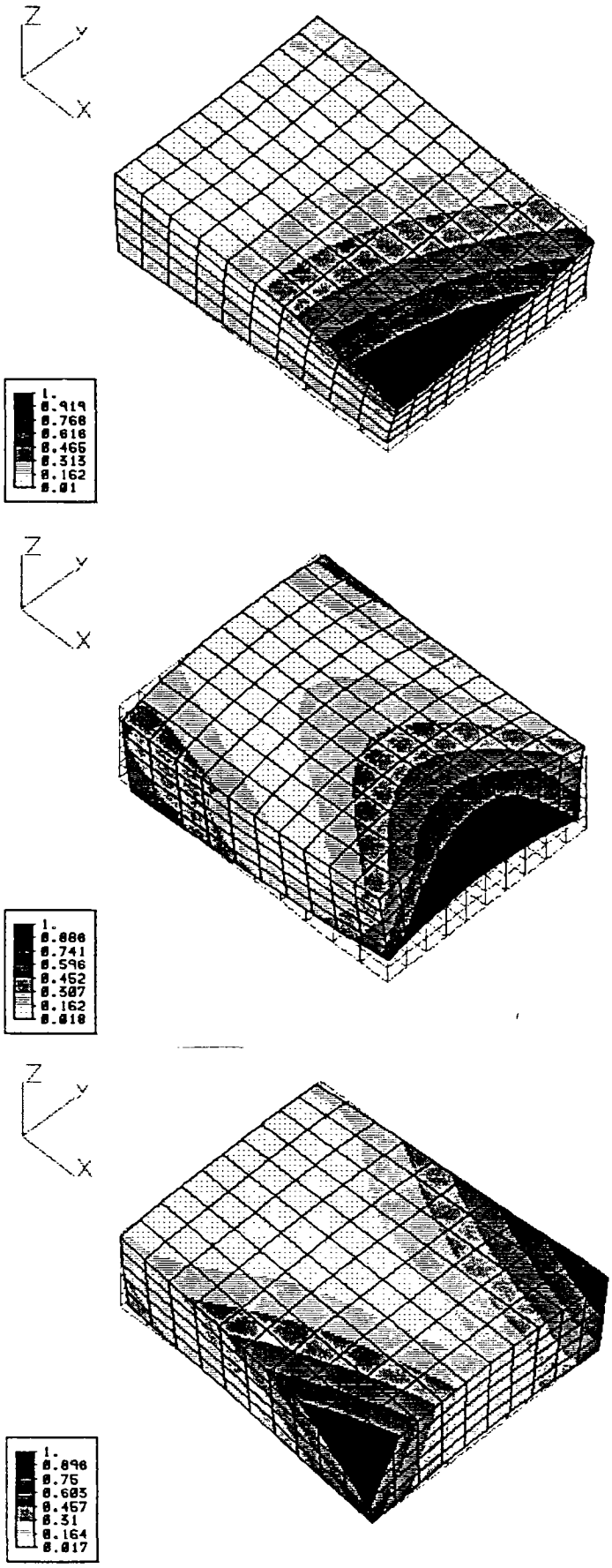


Figure 6.2 - Formes de déformation de la roche qui donnent les énergies maximales aux noeuds *1*, *3* et *8* sur la face aval du barrage. *30* fonctions de forme. Modèle 1.

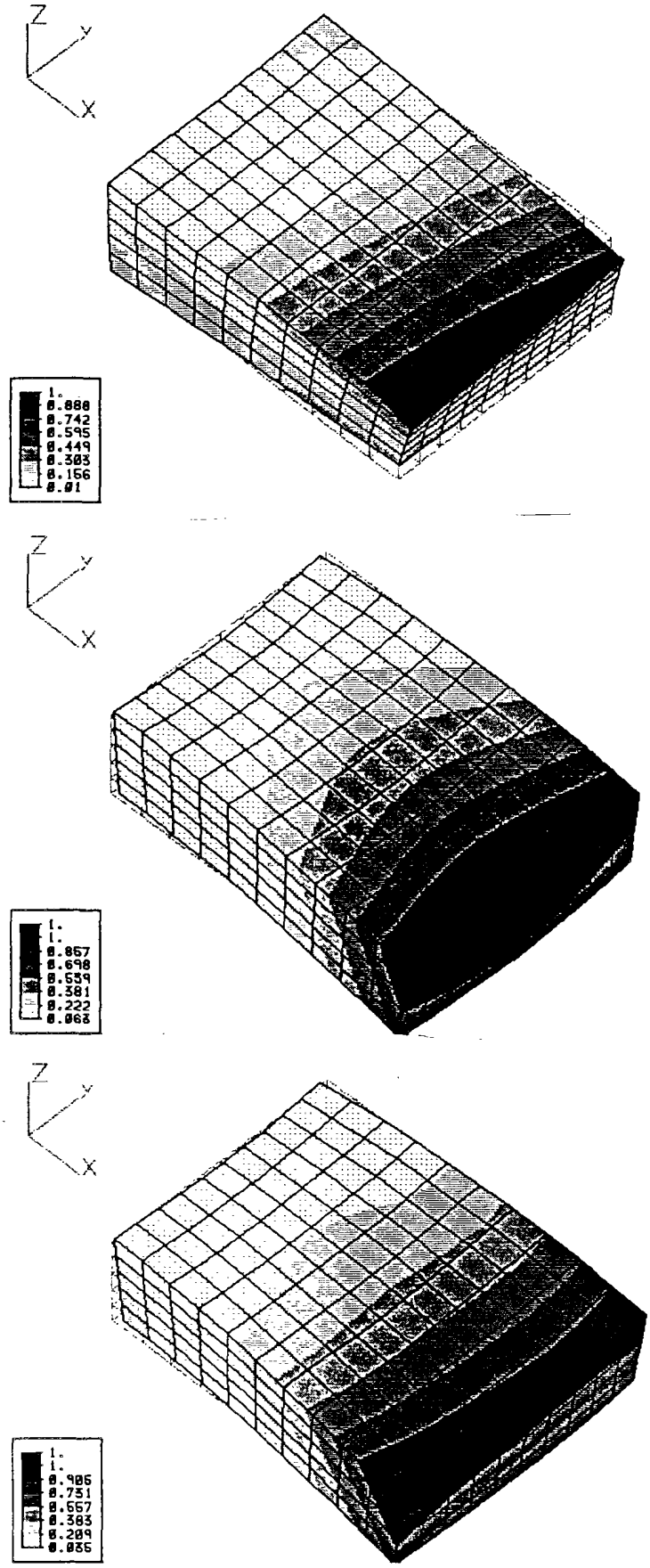


Figure 6.3 - Formes de déformation de la roche qui donnent les énergies maximales aux noeuds *1*, *3* et *8* sur la face amont du barrage. *30* fonctions de forme. Modèle 2.

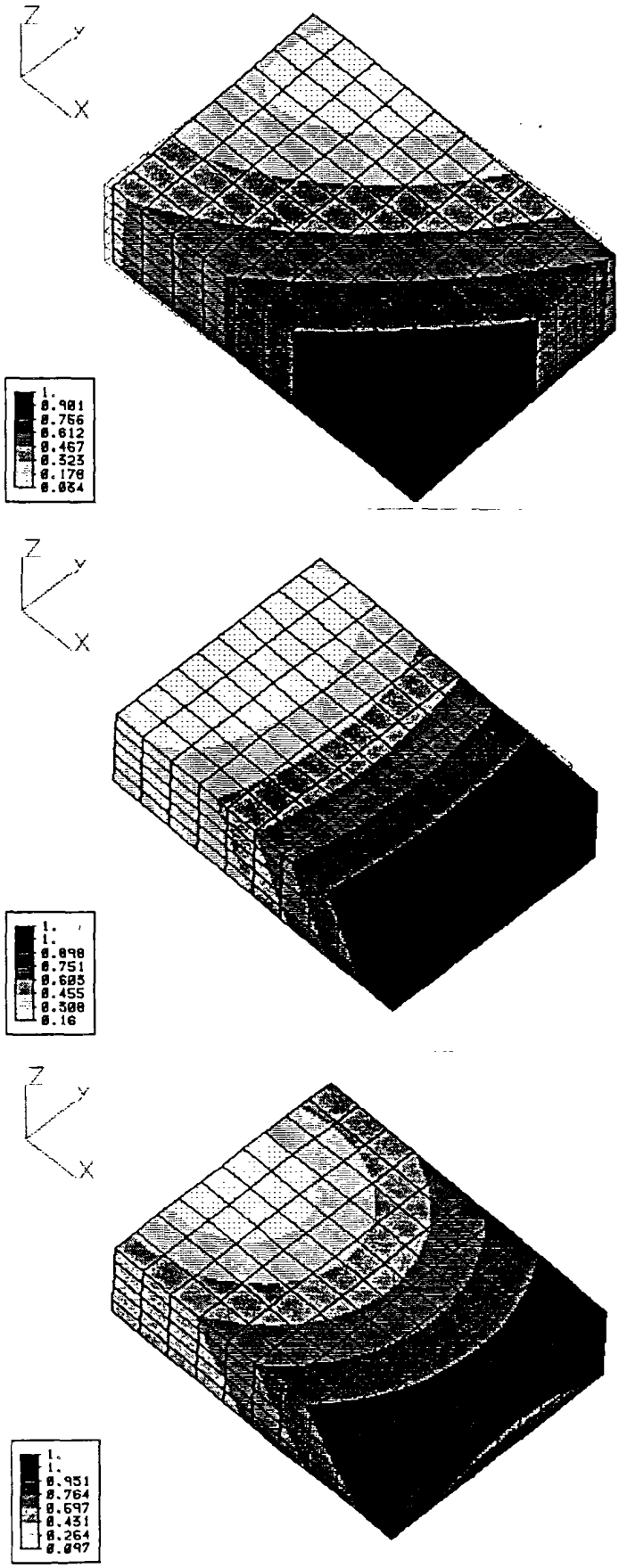


Figure 6.4 - Formes de déformation de la roche qui donnent les énergies maximales aux noeuds *1*, *3* et *8* sur la face amont du barrage. *12* fonctions de forme. Modèle 2.

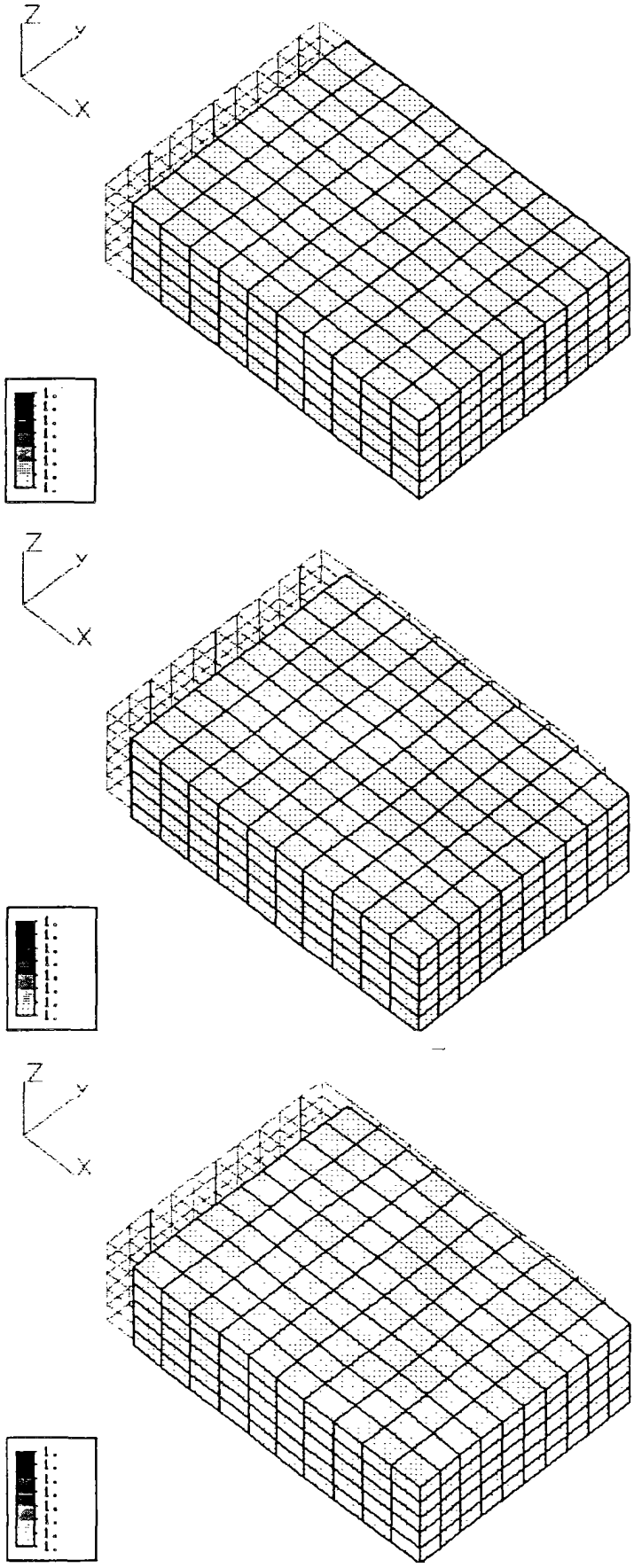


Figure 6.5 - Formes de déformation de la roche qui donnent les énergies maximales aux noeuds *1*, *3* et *8* sur la face amont du barrage. *3* fonctions de forme. Modèle 2.

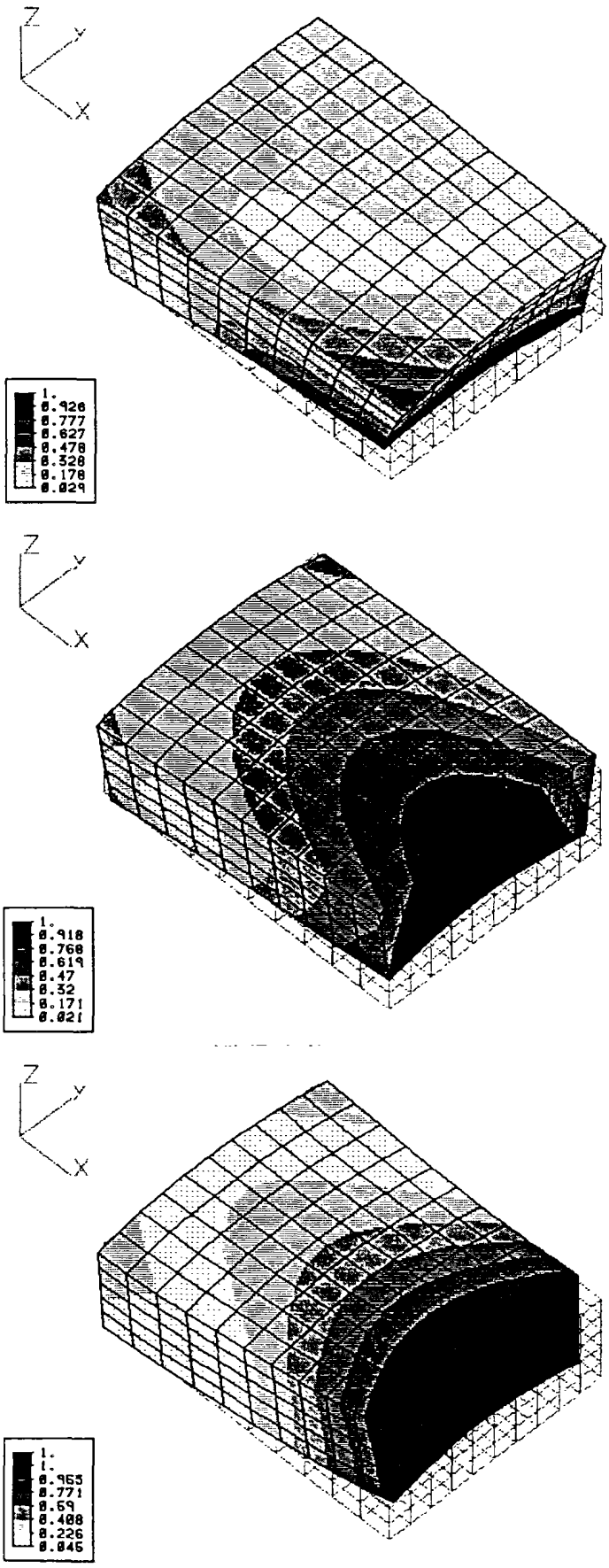


Figure 6.6 - Formes de déformation de la roche qui donnent les énergies maximales aux noeuds *1*, *3* et *8* sur la face amont du barrage. *30* fonctions de forme. Modèle 6.

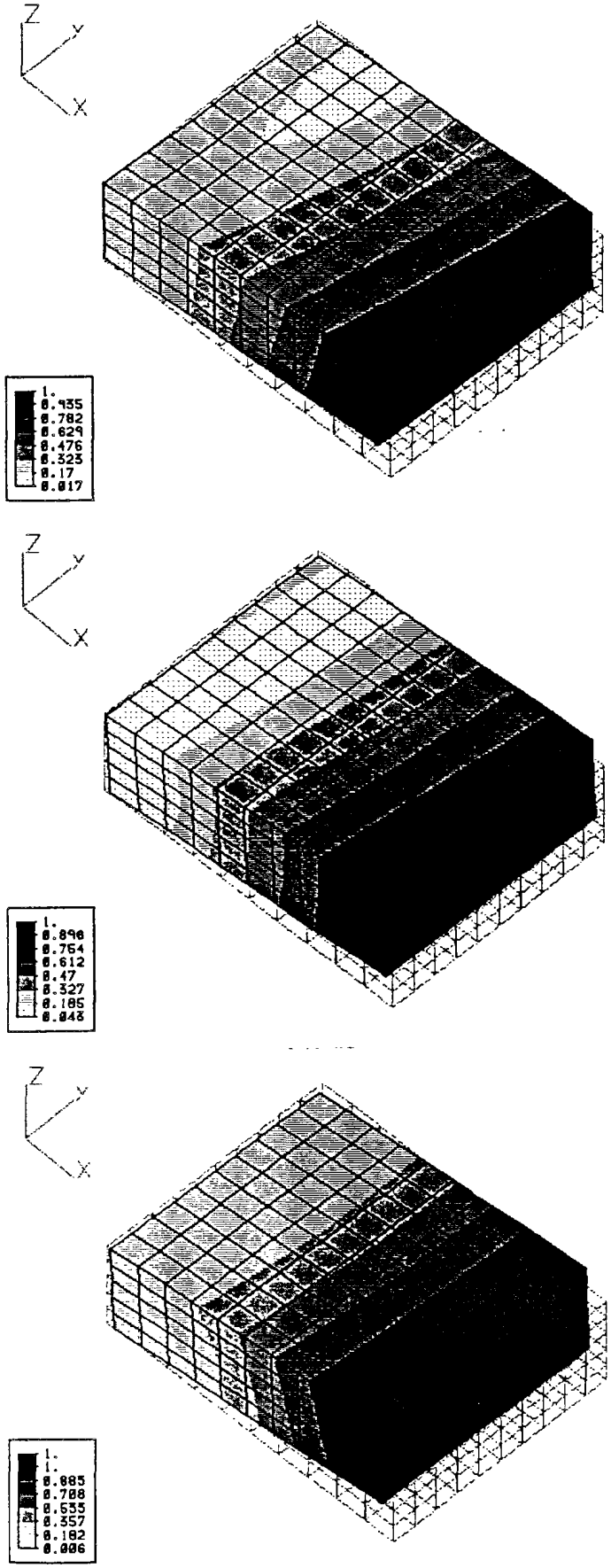


Figure 6.7 - Formes de déformation de la roche qui donnent les énergies maximales aux noeuds *1*, *3* et *8* sur la face amont du barrage. *12* fonctions de forme. Modèle 6.

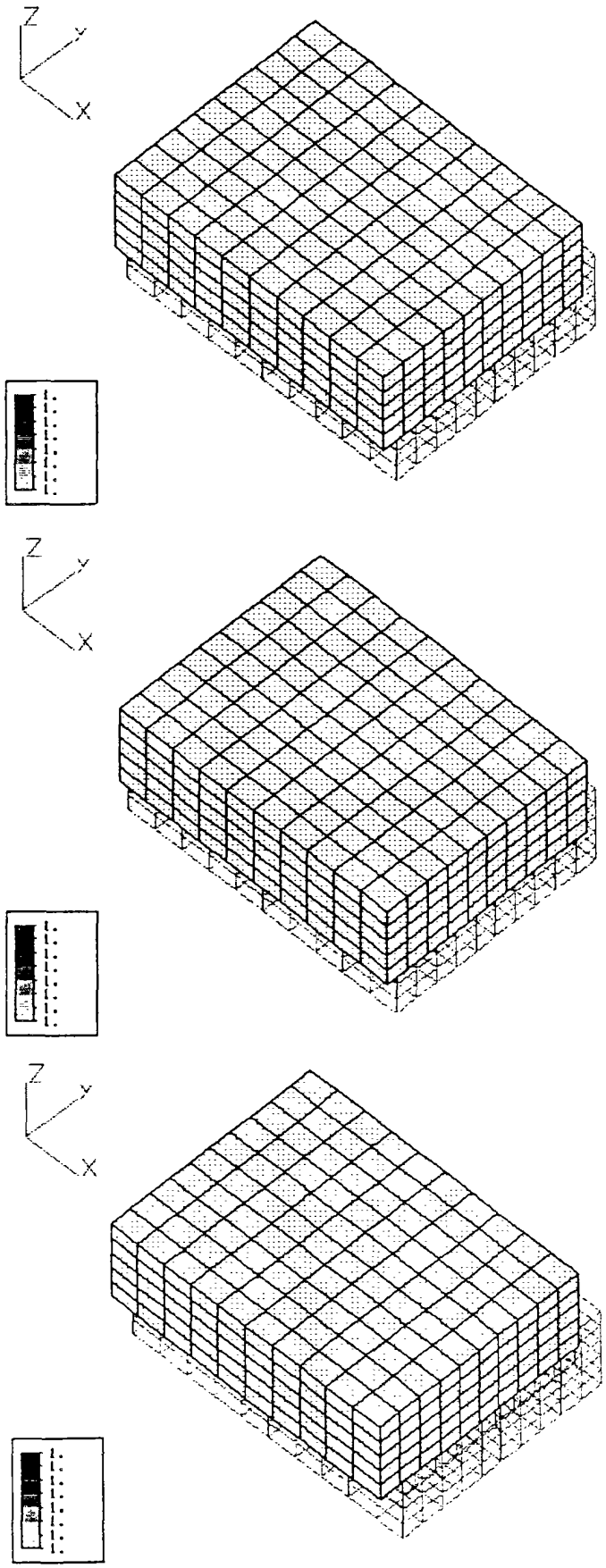


Figure 6.8 - Formes de déformation de la roche qui donnent les énergies maximales aux noeuds *1*, *3* et *8* sur la face amont du barrage. *3* fonctions de forme. Modèle 6.

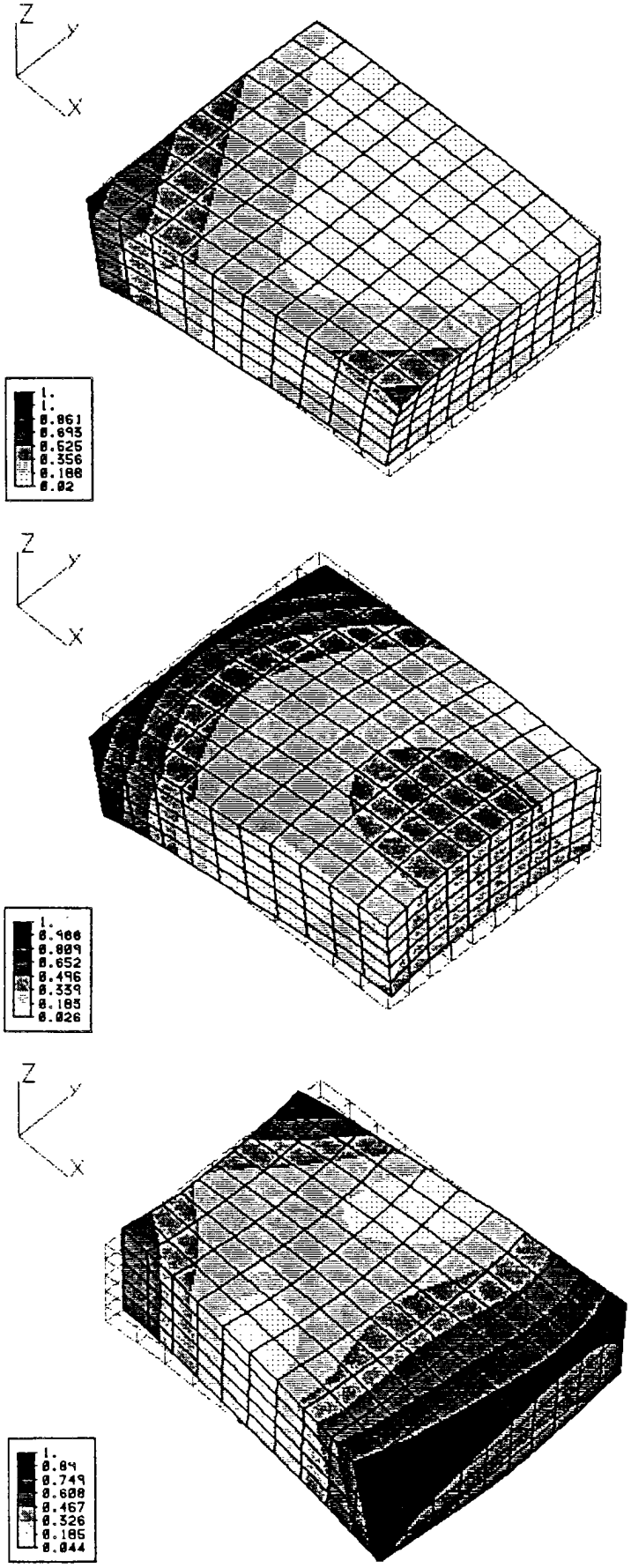


Figure 6.9 - Formes de déformation de la roche qui donnent les énergies maximales aux noeuds *1*, *3* et *8* sur la face amont du barrage. *30* fonctions de forme. Modèle 8.

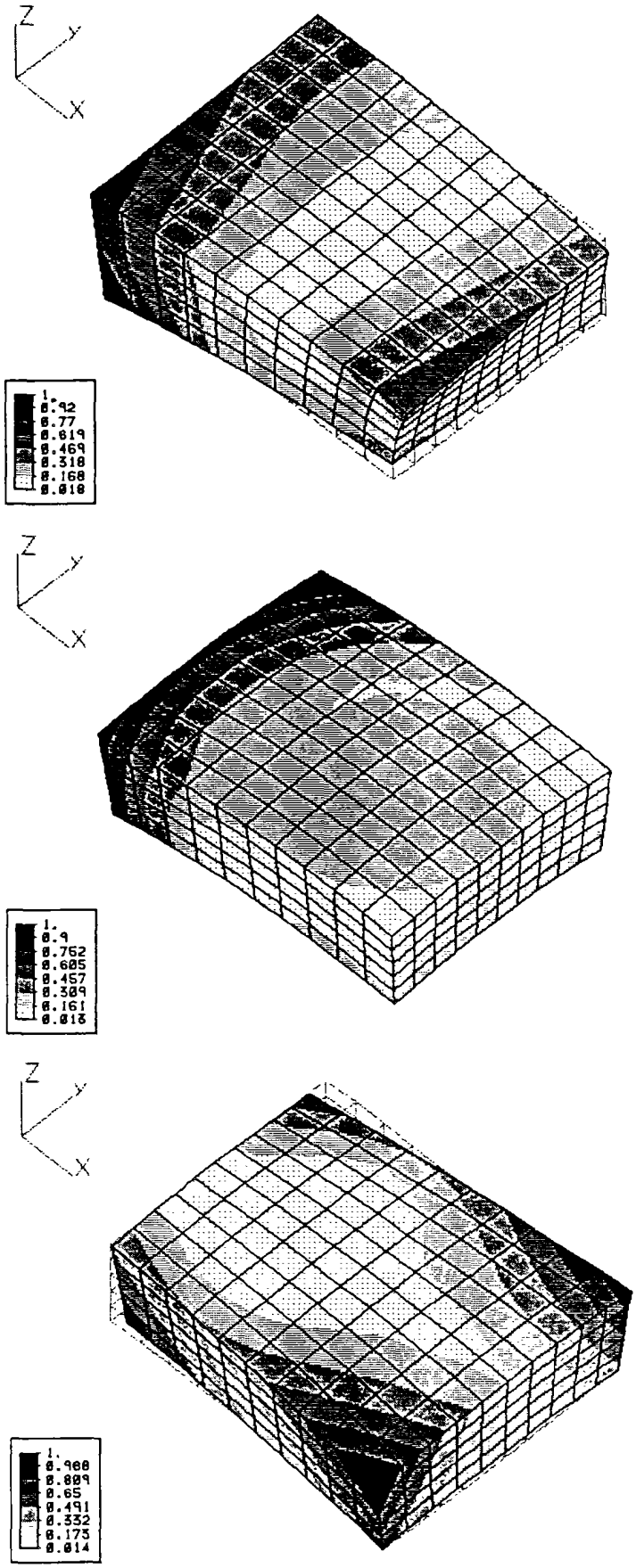


Figure 6.10 - Formes de déformation de la roche qui donnent les énergies maximales aux noeuds *1*, *3* et *8* sur la face aval du barrage. *30* fonctions de forme. Modèle 8.

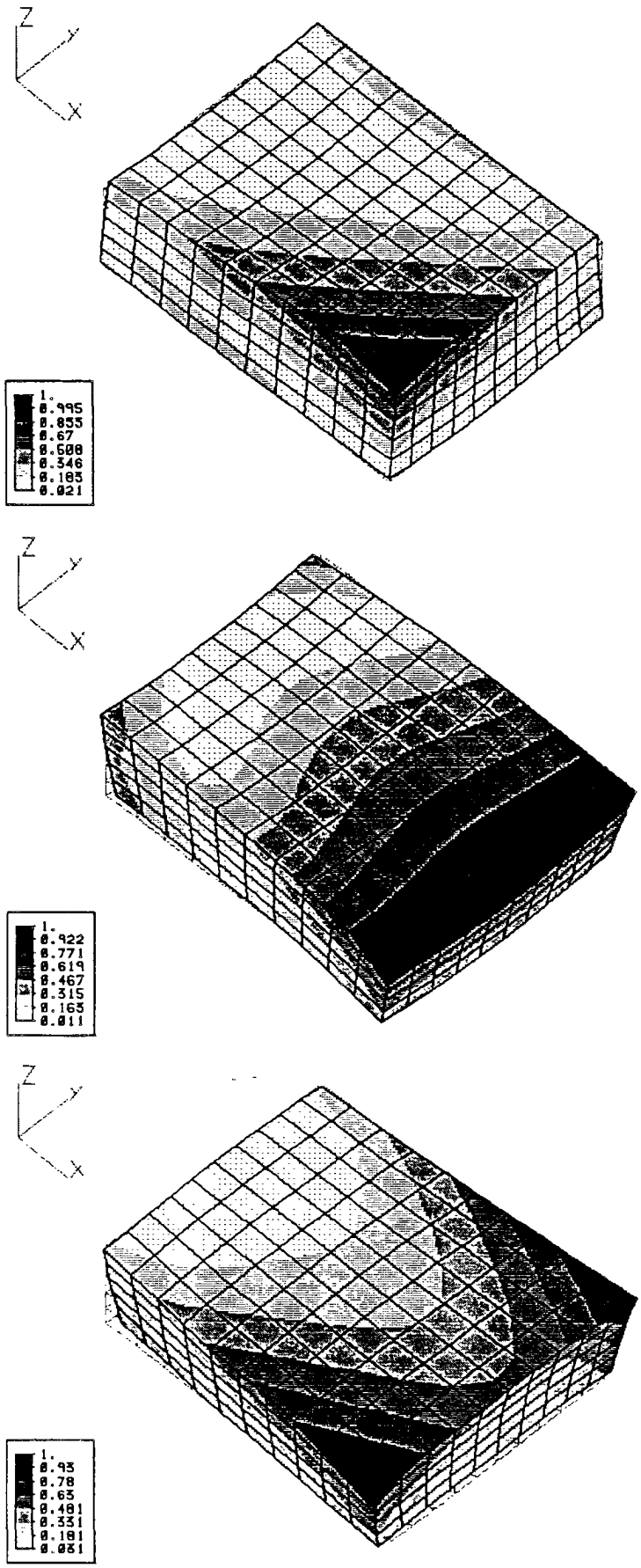
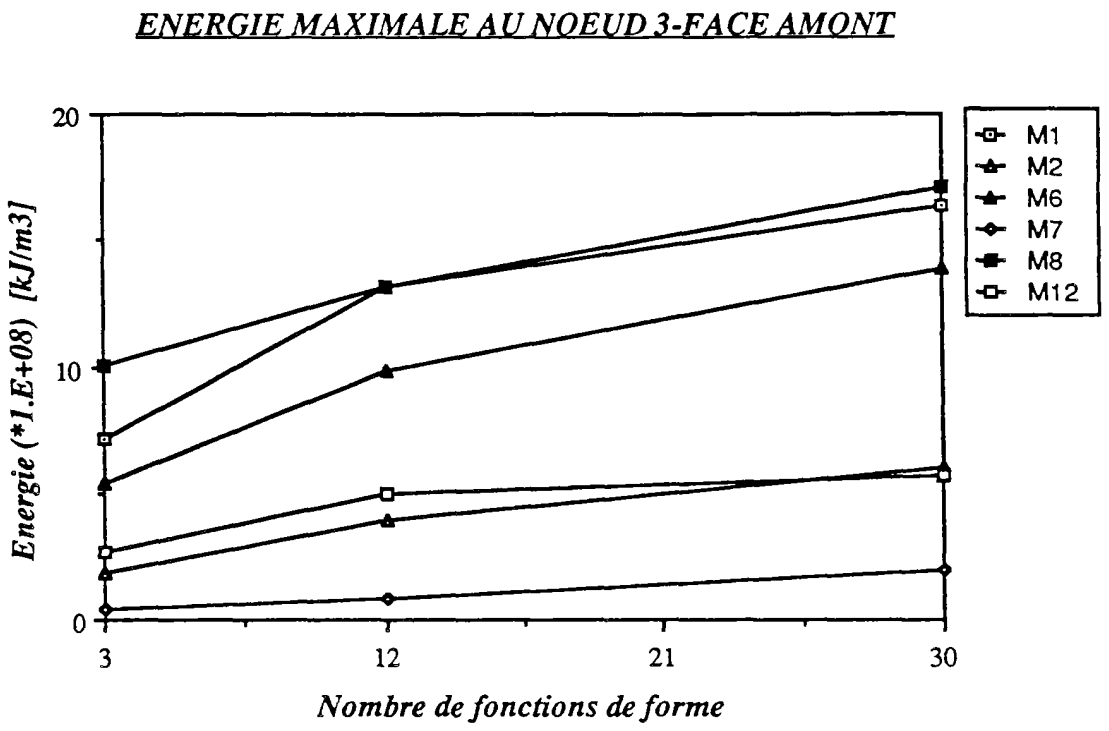


Figure 6.11 - Formes de déformation de la roche qui donnent les énergies maximales aux noeuds *1*, *3* et *8* sur la face amont du barrage. *30* fonctions de forme. Modèle 11.



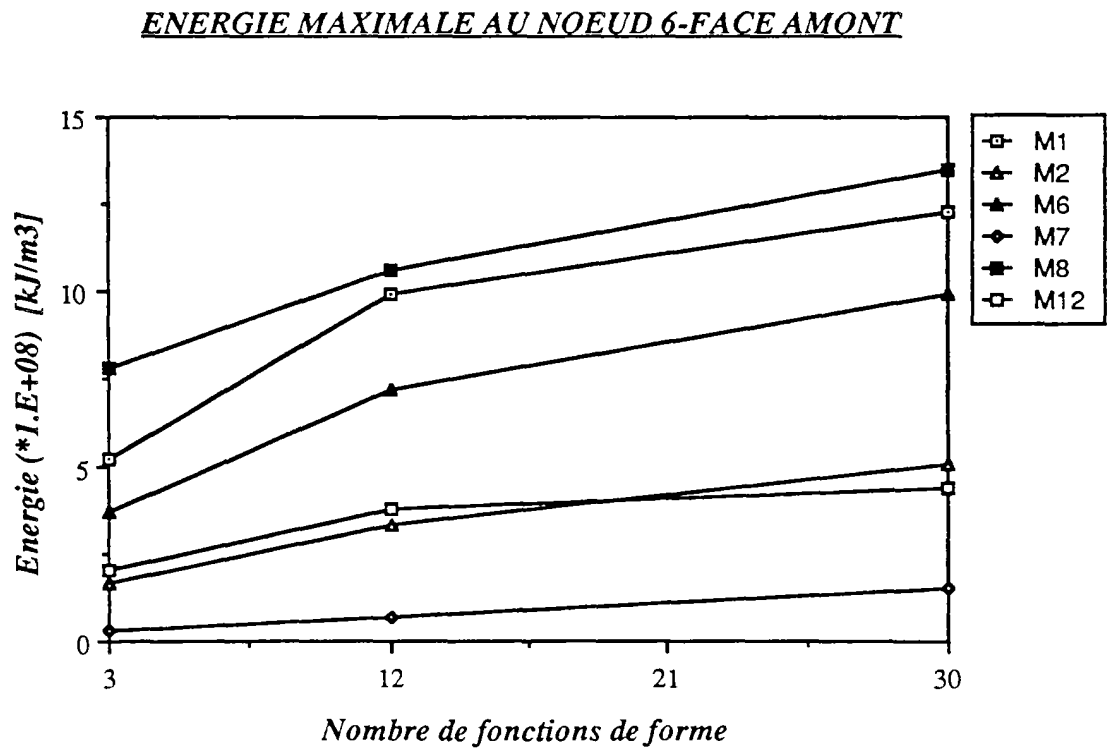
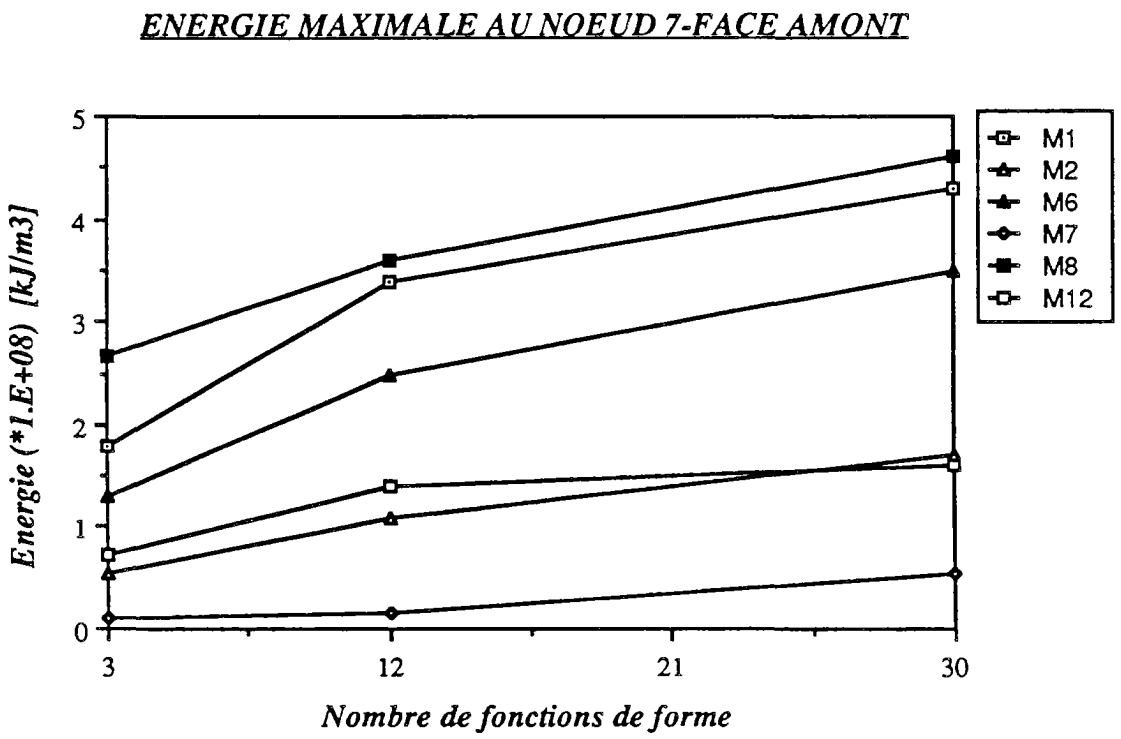


Figure 6.12 - Energie maximale en console centrale pour différents nombres de fonctions de forme et différents modèles



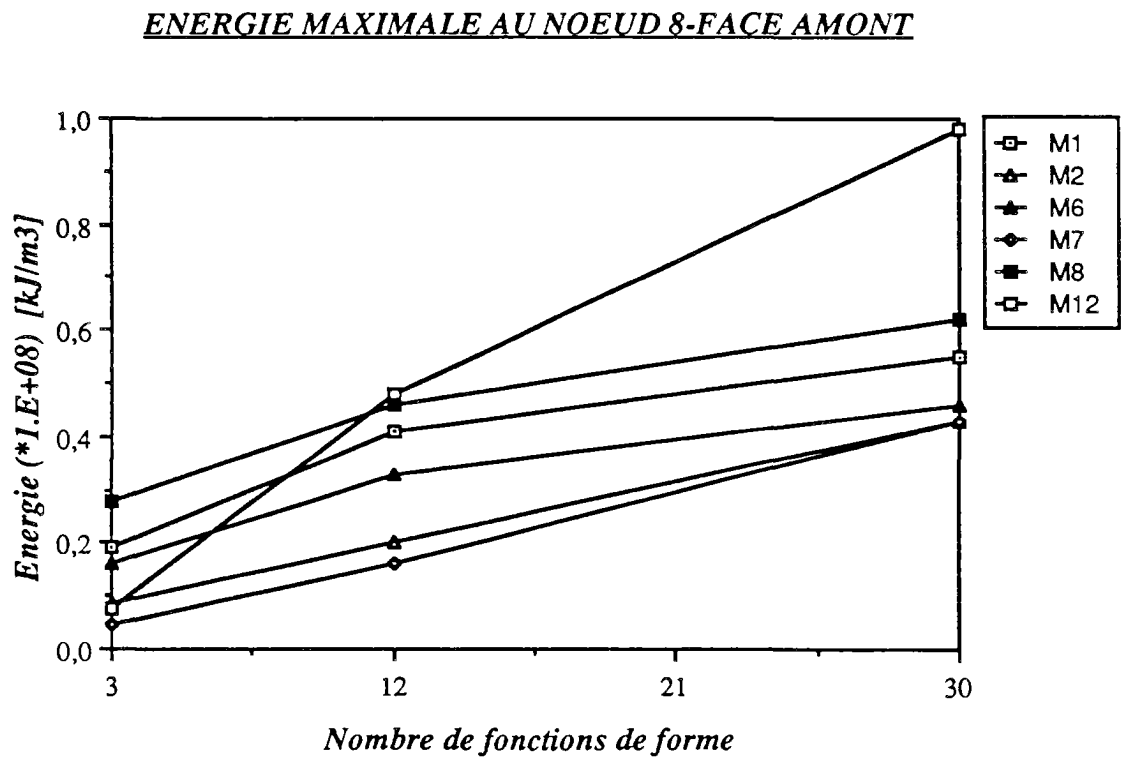


Figure 6.13 - Energie maximale en console centrale pour différents nombres de fonctions de forme et différents modèles

VI.4 INTERPRETATION DES RESULTATS ET CONCLUSIONS SUR LA METHODE D'ENERGIE MAXIMALE

1). L'augmentation du nombre de fonctions de forme donne une augmentation d'énergie aux noeuds du barrage. Pour un certain nombre de modèles, comme on le montre sur les figures 6.12 et 6.13, ces augmentations ont la tendance à suivre les courbes qui ont des asymptotes horizontales. L'existence des asymptotes horizontales montre que l'augmentation de l'énergie dans le barrage, en augmentant le nombre de fonctions de forme, est limité. Ceci veut dire que l'on pourrait effectuer une majoration des effets sismiques dans un barrage donné, pour n'importe quel séisme. En même temps, cela pourrait nous permettre de déterminer le coefficient qui représente le rapport de l'énergie maximale obtenue de telle façon et celle que l'on obtient dans le barrage en faisant l'étude sur le comportement sismique du barrage en utilisant une excitation choisie.

2) L'augmentation de volume du prisme qui correspond au modèle diminue les valeurs d'énergie maximale et ceci change la position d'asymptote horizontale.

3) Les valeurs d'énergie des modèles avec l'eau compressible ont la tendance à suivre des courbes qui ont un rapprochement asymptotique, ce qui est moins évident pour le modèle avec le lac court (*0.5 km*).

Les valeurs d'énergie maximale pour les modèles avec l'eau incompressible ou avec la retenue vide n'ont pas cette tendance du rapprochement asymptotique.

4) L'énergie maximale est la plus grande, pour tous les modèles, au noeud qui se trouve en crête de la console centrale.

5) L'augmentation du module d'élasticité de la roche du champ proche diminue les valeurs d'énergie maximale qu'on obtient dans le barrage. Par exemple, l'accroissement du module d'élasticité de la roche du champ proche de *2* fois (les modèles 1 et 12) décroît les valeurs d'énergie maximale environ *2* à *3* fois. Le décroissement dépend de la position du noeud dans le barrage.

6) L'effet de la compressibilité de l'eau augmente l'énergie maximale dans le barrage par rapport à l'énergie maximale obtenue pour l'eau incompressible de façon importante. Ce rapport est entre 2.5 et 4 au noeud en crête de la console centrale et il diminue avec l'augmentation du nombre de fonctions de forme.

7) L'influence de la retenue pleine sur l'énergie maximale aux noeuds du barrage est considérable. Par exemple, le rapport d'énergie maximale obtenu pour le réservoir plein et le réservoir vide est entre 8 et 10 au noeud en crête de la console centrale

8) Les énergies maximales aux noeuds de la console centrale pour le modèle avec la longueur du lac de *1 km* font des valeurs à peine plus petites que les valeurs d'énergies maximales dans le cas du lac court de *0.5 km* pour *12* et *30* fonctions de forme. Pour *3* fonctions de forme ce rapport est environ de *0.75*.

9) Pour le modèle oblique l'énergie maximale dans le barrage est plus grande que celle obtenue pour le modèle rectangle en plan et le rapport varie entre *35%* et *20%* pour *3* et *30* fonctions de forme respectivement.

10) Dans le cas de l'eau incompressible l'excitation par translations qui donne l'énergie maximale dans le barrage est dans la direction amont-aval et fait un angle de 20° avec l'axe horizontal.

Pour les modèles avec l'eau compressible l'excitation par translations qui donne l'énergie maximale dans le barrage est plus proche de l'axe vertical. L'angle varie de 0° à 45° pour différents noeuds du barrage.

CHAPITRE VII

CONCLUSIONS GENERALES

VII.1 CONCLUSIONS GENERALES

1) Les surfaces d'énergie nous montrent la variation de l'énergie de déformation en fonction des angles d'incidence (θ,φ) de tous types d'ondes et de différentes célérités pour chaque noeud du barrage-voûte, ainsi que les plages d'énergie maximale et minimale.

2) Cette méthode est générale et peut être appliquée sur toutes les structures étendues. Dans cette thèse il n'est question que des barrages-voûtes.

3) La méthode des *surfaces d'énergie* offre la possibilité de trouver la position du barrage voûte la plus favorable du point de vue de l'énergie apportée par un tremblement de terre qui se compose d'une combinaison arbitraire d'ondes P, SV, SH et R venant d'une direction prédominante connue à l'avance.

4) S'il existe un intervalle d'angles d'incidence et de direction (θ,φ) qui donne l'énergie minimale pour tous les quatre types d'ondes, comme sur les figures 7.3 à 7.26, alors il existe un intervalle d'énergie minimale (ou relativement proche du minimum) pour toutes les combinaisons d'ondes P, SV, SH et R.

5) Les surfaces d'énergie font voir qu'il existe une différence considérable entre les valeurs maximales et minimales d'énergie des noeuds (sans quoi il n'y aurait pas lieu d'appliquer la méthode).

6) En appliquant la conclusion *4*, on a trouvé au préalable que le barrage-voûte, comme celui du modèle *1*, conviendrait aux sites A et B, figure 7.1, en ce qui concerne le comportement statique. Au moyen des figures 7.3 à 7.26 on trouve qu'en plaçant la voûte de manière que l'axe des x renferme un angle de $\varphi=120°$ à la direction prédominante, l'énergie que donne cette direction d'ondes sera au minimum pour tous les noeuds caractéristiques de la voûte.

En fonction de l'éloignement D entre le site et les foyers potentiels (figure 7.2), de la position et de la longueur active de la faille, l'ouverture de l'angle γ qui détermine l'intervalle des angles prédominants est plus ou moins grande. Sur la figure 7.2 elle change de $50°$ à $90°$. De l'ouverture de cet angle γ dépend la valeur de l'énergie maximale introduite dans le barrage représentant un pourcentage de l'énergie maximale pour tous les angles d'incidence (θ,φ).

7) Les différences entre les minima et les maxima d'énergie dans divers noeuds du barrage-voûte sont tellement grandes que la méthode des surfaces d'énergie donne un tout autre aspect au choix du MCE (*Maximal Credible Earthquake*). La question principale qui se pose pour

l'approche déterministe du MCE est quelle accélération maximale adopter dans un accélérogramme synthétique pour calculer le barrage. D'habitude, c'est d'une valeur d'accélération absolue que l'on discute. Quand il faut passer, par exemple, dans le cahier des charges de *0,3g* à *0,5g* ou *0,6g* les différences entre les réponses du barrage sont tellement grandes que ceci exige l'élargissement des conditions additionnelles spéciales du point de vue de la résistance du barrage. En utilisant la méthode des surfaces d'énergie et en prenant en compte l'énergie aux noeuds critiques, par exemple de *25%* de l'énergie maximale, les amplitudes d'accélération et de déplacement ainsi que les contraintes sont 2 fois plus petites. Il n'est question alors que des réponses du barrage se rapportant aux pics de *0,3g* au lieu de *0,6g* ce qui change essentiellement les relations. La réponse du barrage-voûte dans ce cas-là est tout à fait acceptable sans faire de grandes modifications du projet du barrage.

8) Dans le cas du modèle 12 il est plus compliqué que dans le cas du modèle 1 de trouver la solution la plus favorable. Il faut faire plus d'analyses pour trouver la position du barrage dans laquelle le séisme, venant en direction de l'intervalle prédominant d'ondes incidentes, donne un minimum d'énergie dans le barrage. Dans ce cas-là, on obtient une position qui est la plus favorable avec un pourcentage d'énergie maximale plus grand que dans le cas du modèle 1, mais qui est toujours bien favorable.

9) Au moyen des surfaces d'énergie on peut trouver le site et la position du barrage qui sont optimales. En même temps on fait une optimisation avec d'autres conditions, qu'on est obligé de prendre en compte.

10) Pour des sites considérablement différents on peut faire les surfaces d'énergie pour chacun d'eux avec des formes correspondantes du barrage et ensuite trouver la position optimale de celui-ci.

11) Cette méthode peut donner aussi des renseignements précieux sur la disposition des évacuateurs de crue des barrages-voûtes.

12) Il ressort qu'il est avantageux d'établir les surfaces d'énergie avant de choisir la position du barrage. La raison de ne pas placer le barrage de façon à ce que les angles prédominants donnent des maxima d'énergie est tout à fait suffisante pour justifier ce travail.

13) La quantité d'énergie de déformation introduite dans le barrage par des ondes *SV* est plus grande que l'énergie introduite par chaque type d'onde *P*, *SH*, *R* séparément et même plus grande que la somme d'énergie de ces 3 autres types d'ondes.

14) En zone d'appui et en zone de crête les ondes *SH* produisent de l'énergie de déformation plus petites que les ondes *P*.

15) Les résultats apportent la démonstration avec appui numérique des rapports d'énergie dans un barrage-voûte que provoquent différents types d'ondes pour différentes célérité du champ lointain et du champ proche. Ceci certifie, par exemple, l'hypothèse avancée jusqu'ici sur les effets des ondes de *Rayleigh*.

16) Les ondes *R* produisent dans un barrage-voûte, pour les célérités entre lesquelles se trouvent d'habitude les célérités réelles et pour l'eau compressible, de l'énergie maximale plus grande que ne le font les ondes *P* et *SH*. Dans le cas où l'eau serait traitée incompressible ou dans le cas du réservoir vide les ondes *R* produisent une énergie plus petite que les ondes *P* et *SH*. Cela pourrait vouloir dire que l'eau compressible provoque une augmentation de l'énergie des ondes *R*.

17) L'énergie que produisent les ondes *SV*, *SH* et *R* augmente avec l'accroissement de la célérité tandis que l'énergie des ondes *P* décroît. Ces variations sont les plus accentuées pour les ondes *R*, ensuite pour les ondes *SV*, puis *SH* et enfin *P*.

18) Les ondes *SV*, *SH*, *P* et *R* produisent de l'énergie dans un barrage-voûte qui augmente à fur et à mesure que les célérités du champ proche et du champ lointain diminues.

19) L'énergie en zone de crête est plus sensible à la diminution de la célérité du champ proche que de celle du champ lointain.

Il est intéressant qu'en zone d'appui, pour les ondes *SV*, il y ait une petite différence en énergie avec la diminution de la célérité du champ proche et du champ lointain.

L'énergie des ondes *SH* est plus sensible à la diminution de la célérité du champ lointain que du champ proche.

L'énergie des ondes *P* est aussi plus sensible à la diminution de la célérité du champ lointain, tandis que celle des ondes *R* est plus sensible à la diminution de la célérité du champ proche.

20) La diminution de la célérité du champ proche augmente l'énergie dans le barrage, le plus pour les ondes *R*, ensuite pour les ondes *SV*, puis *SH* et le moins pour les ondes *P*.

21) On remarque une grande influence sur la réponse du barrage de la variation de la qualité de la roche qui se manifeste en augmentation de la célérité de propagation d'ondes *P*, *SV*, *SH* et *R*. La connaissance des célérités d'ondes de manière plus précise est nécessaire surtout dans le champ proche, mais aussi dans le champ lointain, parce qu'on peut conclure qu'il y aura une assez grande différence d'énergie pour les célérités qui changent même peu dans l'intervalle de c_p=*5000 m/s* à c_p=*10000 m/s*.

22) L'importance de l'influence de l'interaction structure-fluide est évidente, ceci ressortant de tous les modèles étudiés. Le plus souvent il est nécessaire de tenir compte de la compressibilité de l'eau du réservoir, les résultats avec eau compressible et eau incompressible étant très différents. Ceci apparaît dans les résultats des modèles qui ont été faits avec deux longueurs de lac.

Les interprétations des résultats et les conclusions avec des preuves numériques, citées aux alinéas précédents amènent à une conclusion générale: il est indispensable de prendre en compte la compressibilité du fluide. Ceci change beaucoup les résultats par rapport aux calculs dans lesquels la compressibilité de l'eau a été négligée.

23) Quand la retenue est pleine, malgré un relativement grand changement en disposition des masses rocheuses autour du barrage et du lac, les résultats obtenus jusqu'à présent font voir qu'il semble pouvoir dire que le changement de la forme du modèle comme ce qu'on l'a fait, ne change pas pratiquement les résultats. Cela veut dire que quand la disposition de la masse rocheuse est choisie comme un optimum de la taille du modèle et du temps de calcul qu'on y met, le modèle n'est pas trop sensible aux changements qu'on a faits.

24) La formule empirique d'après laquelle on prend la longueur du réservoir égale à *3* fois la hauteur du barrage ne donne pas des longueurs suffisantes pour le calcul. Ceci autant pour l'eau compressible que pour l'eau qui serait incompressible.

Pour avoir des valeurs qui se rapprochent des valeurs réelles il faut faire des calculs comme dans ce travail.

25) Pour des célérités du champ lointain qui sont proches des valeurs réelles, les réservoirs de deux longueurs étudiées donnent des énergies dans le barrage de valeurs très différentes. Ce n'est que pour des célérités du champ lointain qui ne sont pas réelles qu'il n'y a pas de différence d'énergie de ces deux réservoirs.

VII.2 PROPOSITIONS CONCERNANT LES TRAVAUX FUTURS DANS LE DOMAINE DE CETTE THESE POUR ELARGIR LES CONCLUSIONS

a) Application aux autres structures étendues

1) On a démontré la grande importance des surfaces d'énergie à l'étape de conception de barrages dans laquelle nous nous trouvons aujourd'hui. Cette méthode fait un pas en avant dans la théorie ainsi que dans la pratique des barrages-voûtes. On peut faire des surfaces d'énergie pour les autres types de barrages ainsi que pour d' autres types de structures pour déterminer l'influence des angles d'incidence et de direction sur ces structures.

2) La méthode des surfaces d'énergie peut donner des indications très intéressantes sur la conception des voiles d'étanchéité ce qu'il faut étudier et prouver.

b) Optimisation de la forme et le dimensionnement de la voûte

3) Il serait bon d'essayer une variation de la géométrie de la voûte pour l'adapter mieux à l'intervalle des angles d'incidence θ et de direction φ qui donne des énergies minimales.

4) En augmentant le nombre de paramètres qui définissent la géométrie du barrage-voûte on peut arriver, sur un ordinateur suffisamment puissant, à dimensionner le barrage-voûte qui remplit les conditions du minimum d'énergie apportée par un séisme d'un angle d'incidence (θ,φ) prédominant. Ceci aussi est d'un très grand intérêt.

c) Elargissement des connaissances sismiques

5) Les investigations sur la célérité de propagation d'ondes se révèlent nécessaires autant dans le champ proche que dans le champ lointain. Pour le moment les méthodes de calcul ont de l'avance sur les connaissances sismiques.

6) Il est nécessaire de construire des instruments qui puissent enregistrer les ondes P, S et R séparément.

7) L'augmentation de mesures des mouvements en profondeur est aussi indispensable.

d) Autres applications

8) Les principes de la méthode des surfaces d'énergie sont applicables aussi à d'autres sources d'énergie ayant des effets vibratoires sur des ouvrages complexes, soit qu'on pose la question comment placer l'ouvrage envers la source d'énergie qui existe déjà, ou le contraire, comment placer une source vibratoire suivant l'ouvrage qui existe pour que les effets des vibrations soit les moindres.

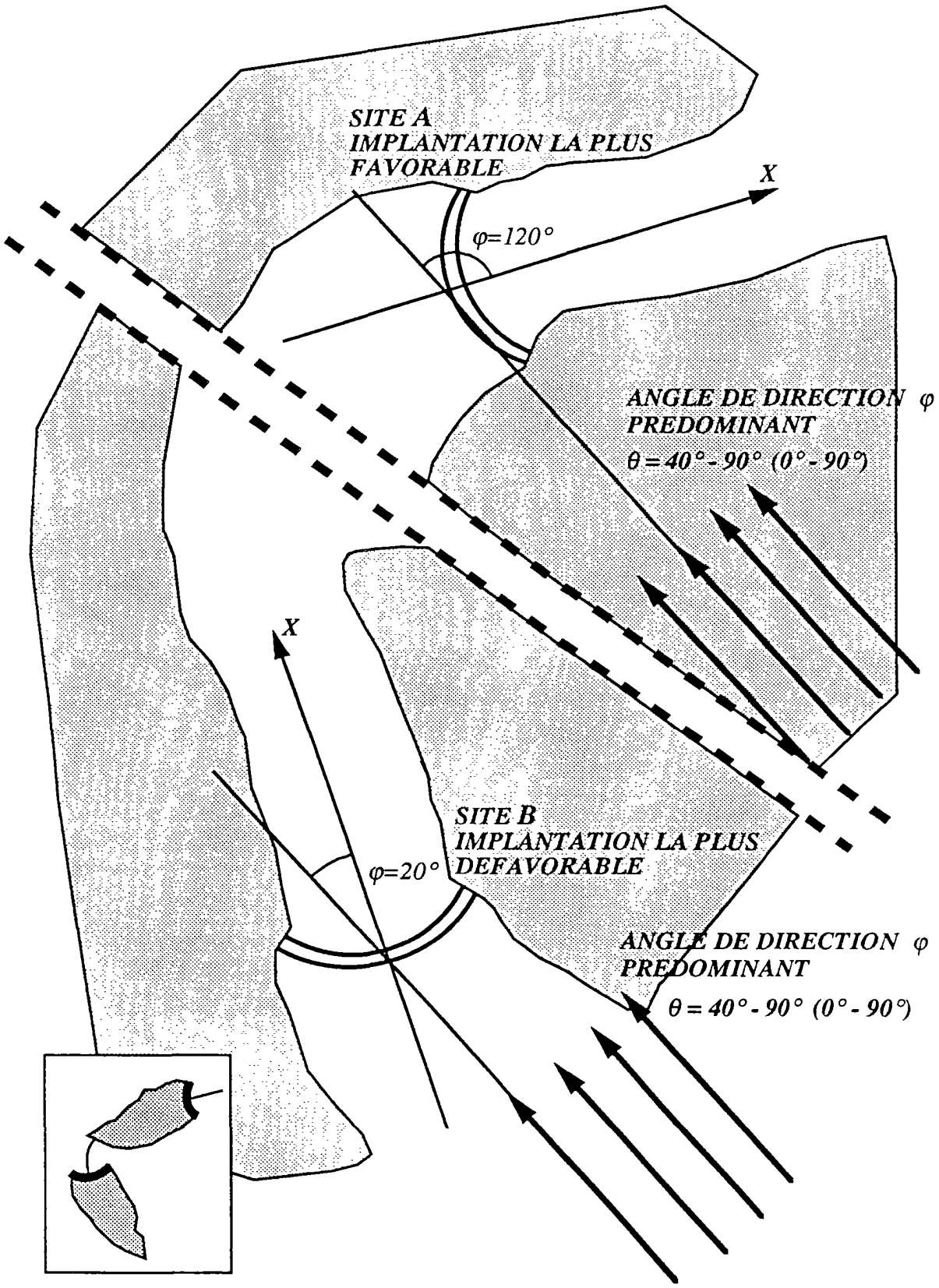


Figure 7.1 - Application de la méthode des surfaces d'énergie.
Implantation du barrage la plus et la moins favorable

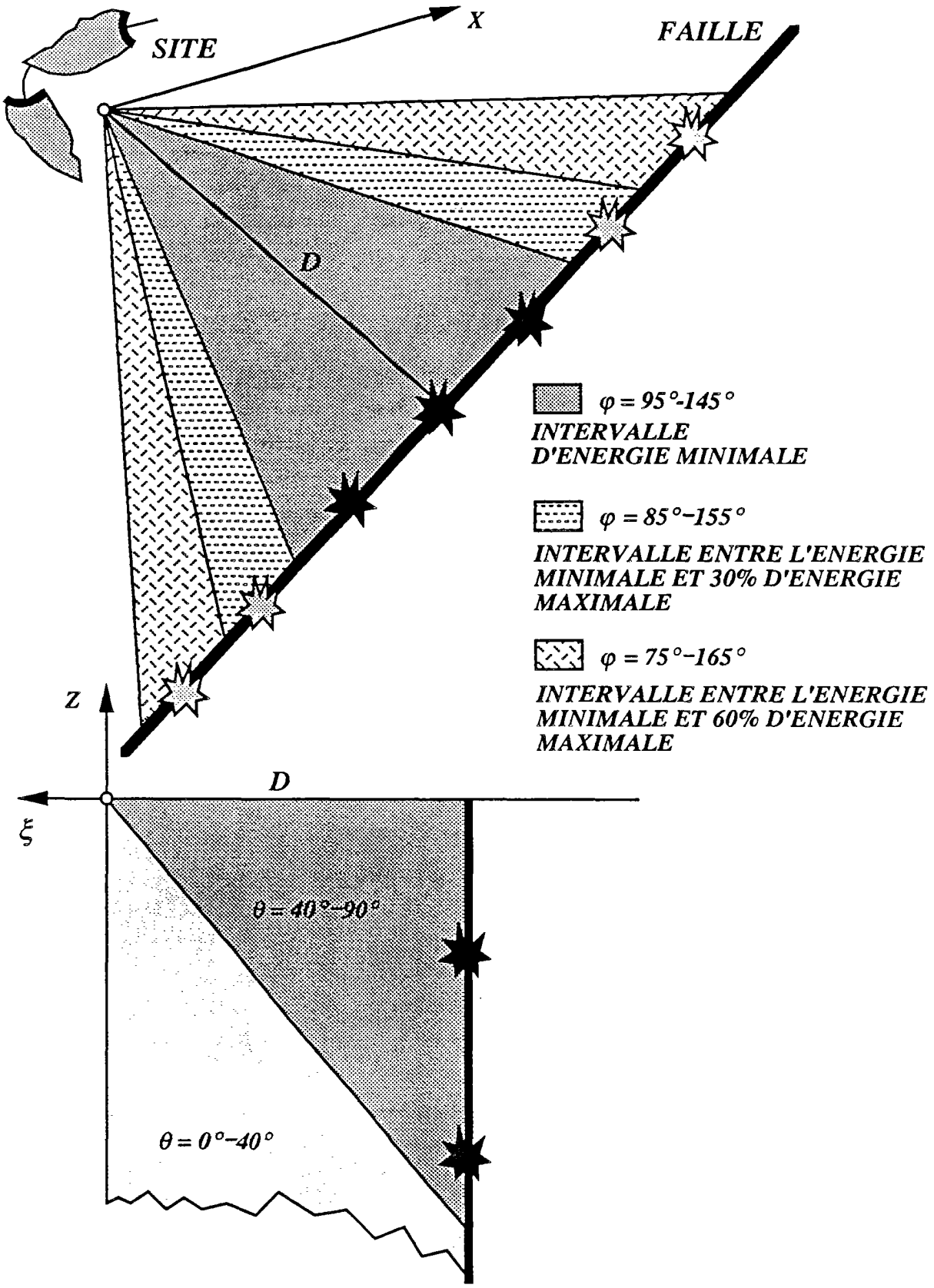


Figure 7.2 - Application de la méthode des surfaces d'énergie. Intervalles d'angles d'incidence θ et de direction φ les plus favorables coïncidant avec ceux des séismes prédominants

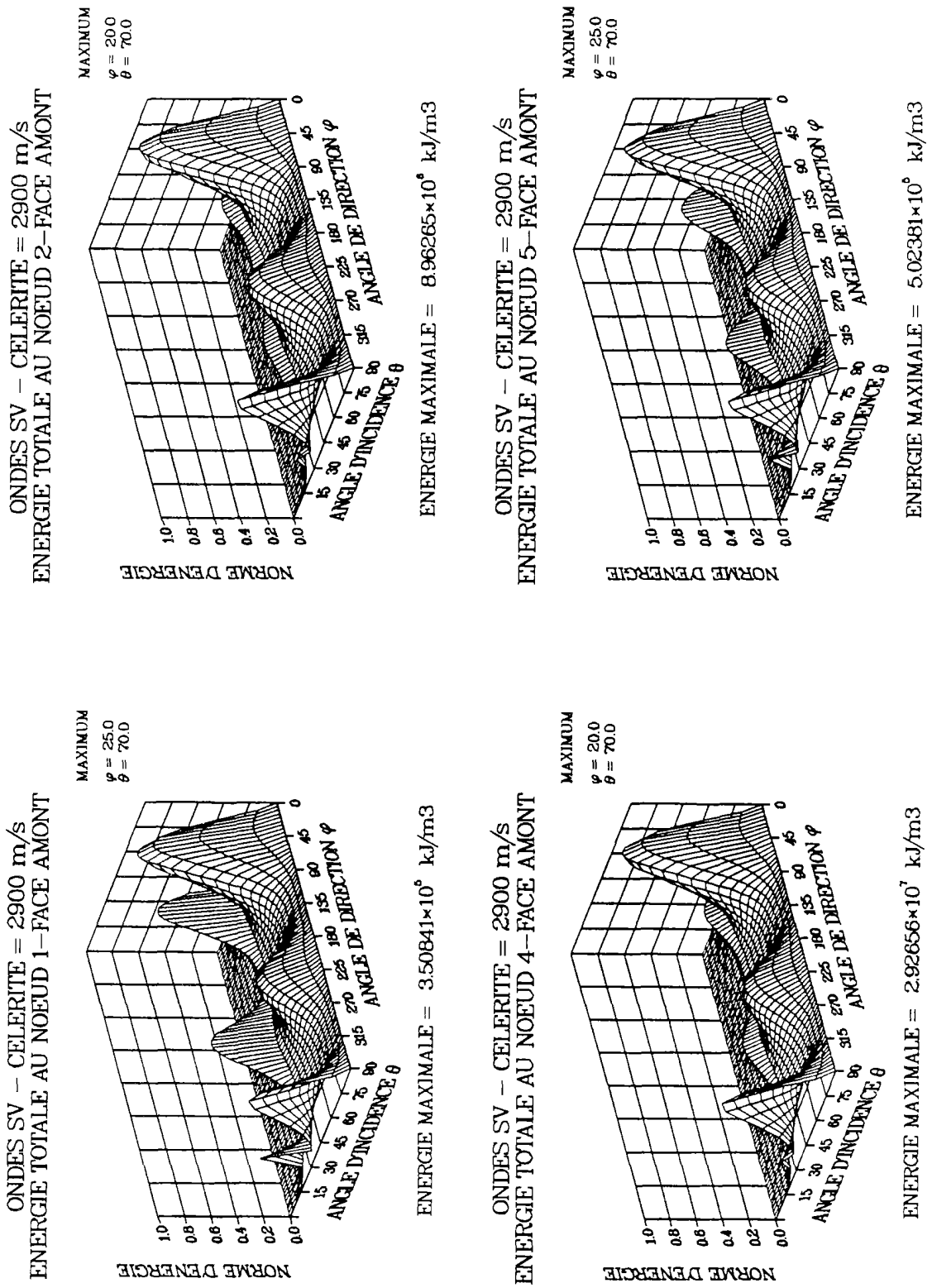


Figure 7.3 - Energie en fonction d'angle d'incidence (θ,φ). Modèle 1

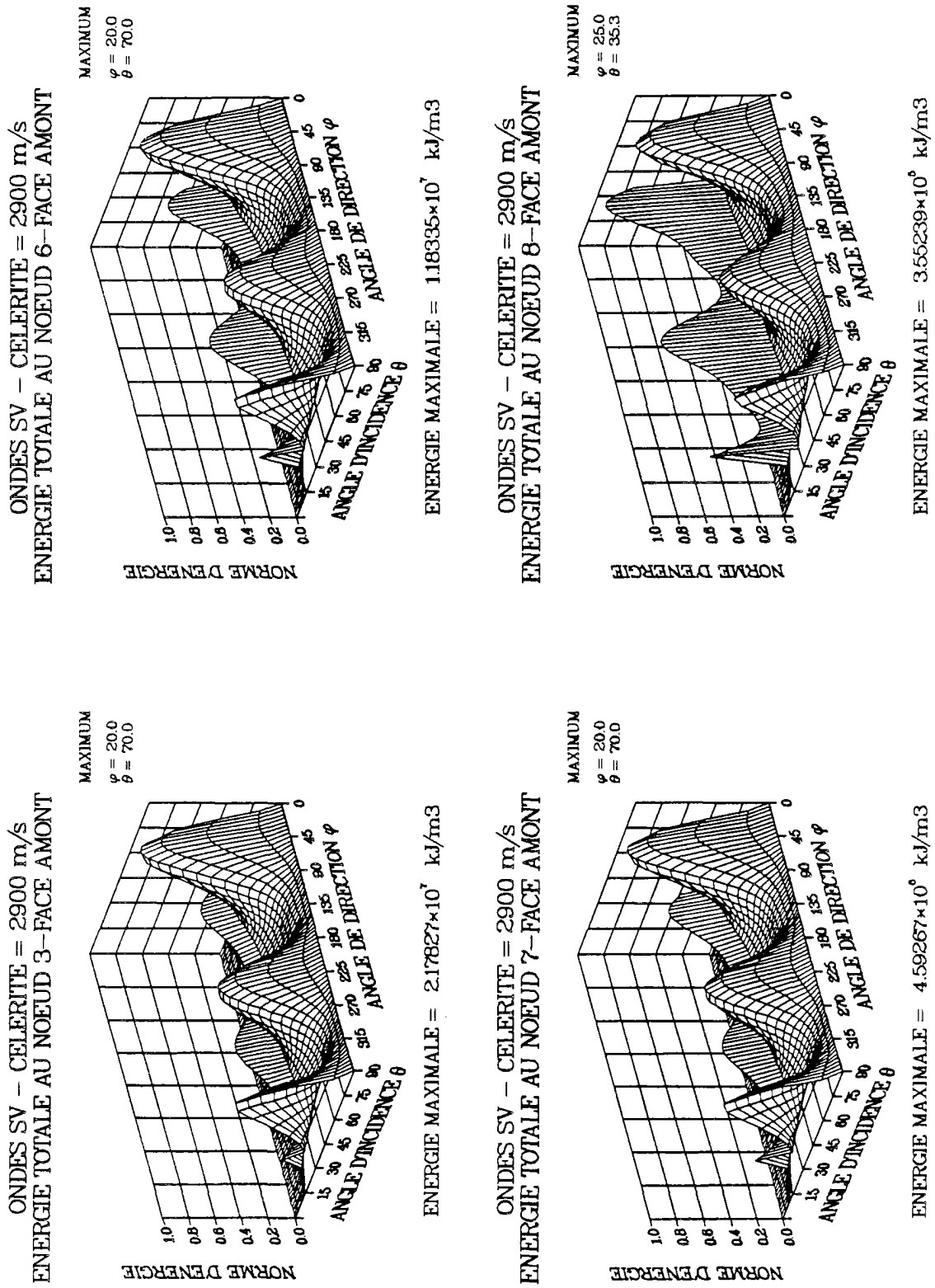


Figure 7.4 - Energie en fonction d'angle d'incidence (θ,φ). Modèle 1

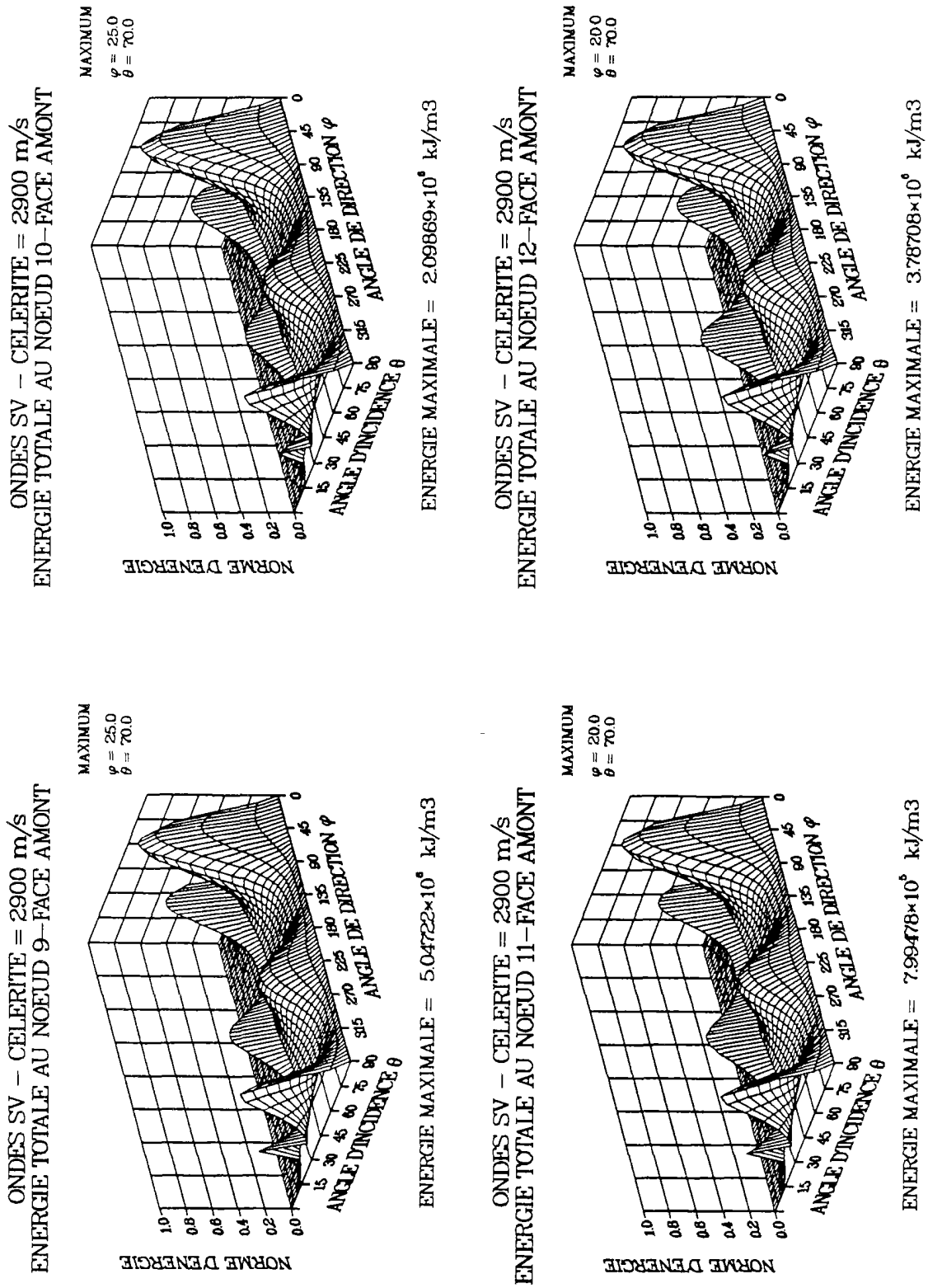


Figure 7.5 - Energie en fonction d'angle d'incidence (θ,φ). Modèle 1

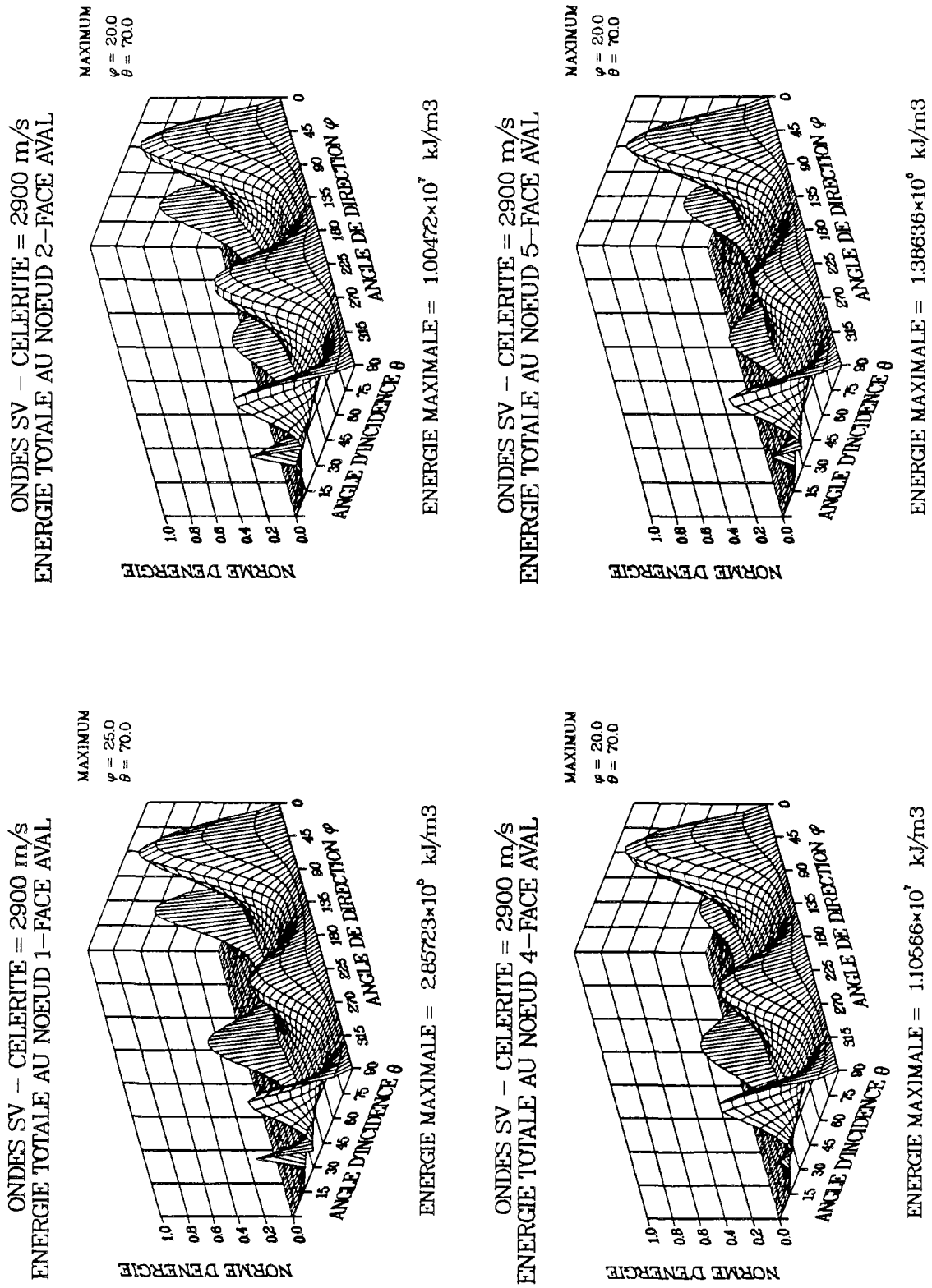


Figure 7.6 - Energie en fonction d'angle d'incidence (θ,φ). Modèle 1

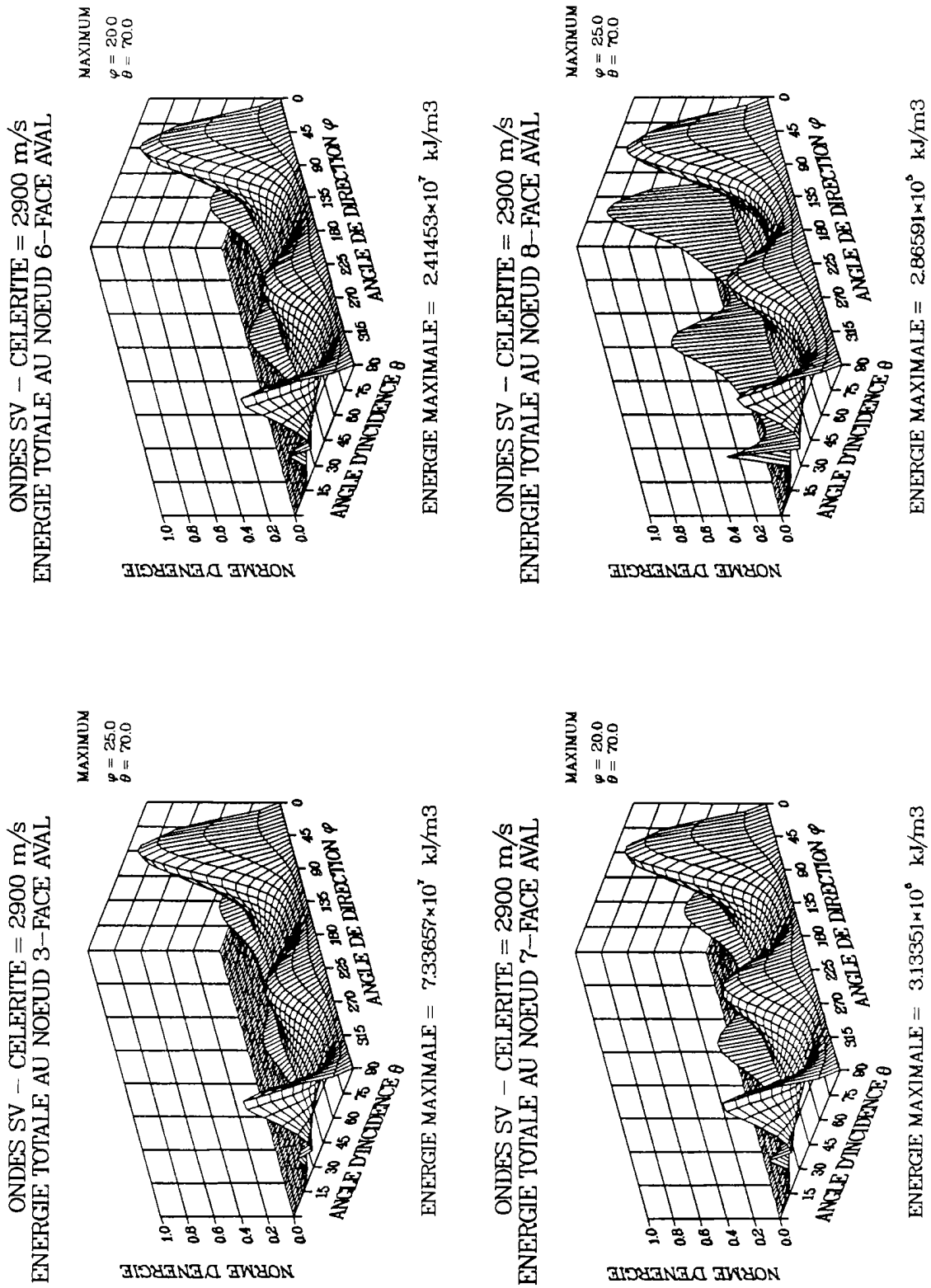


Figure 7.7 - Energie en fonction d'angle d'incidence (θ,φ). Modèle 1

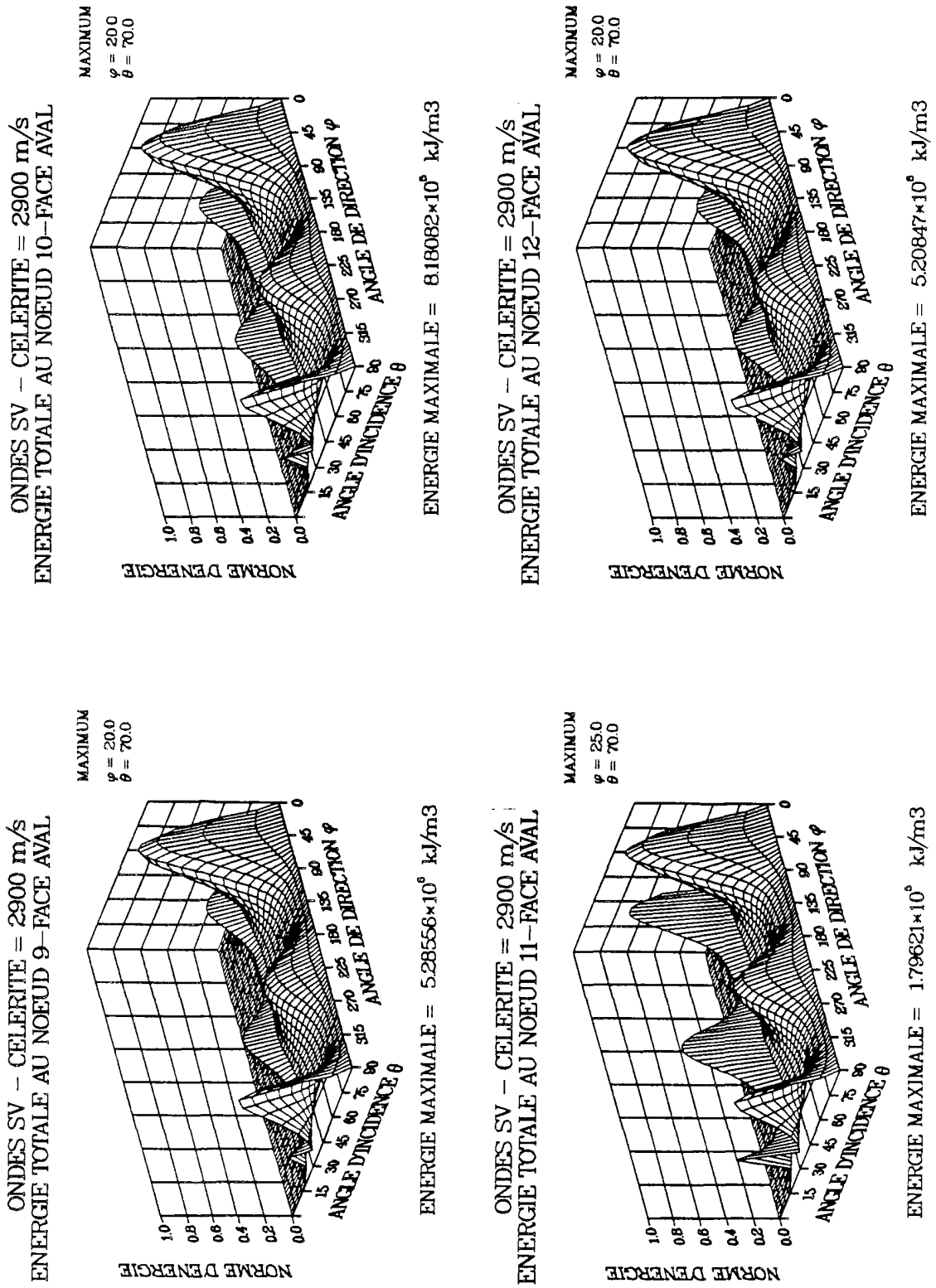


Figure 7.8 - Energie en fonction d'angle d'incidence (θ,φ). Modèle 1

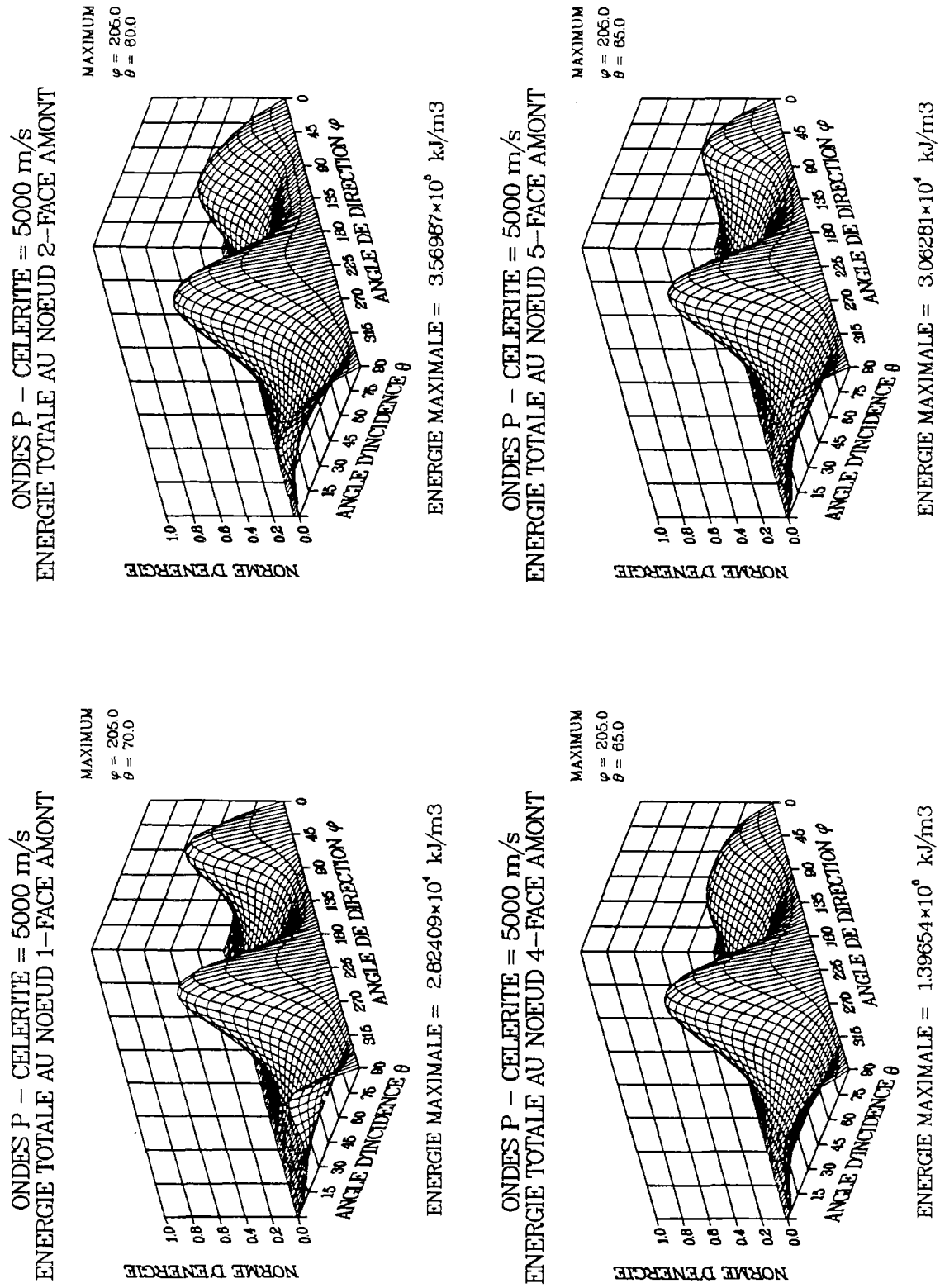


Figure 7.9 - Energie en fonction d'angle d'incidence (θ,φ). Modèle 1

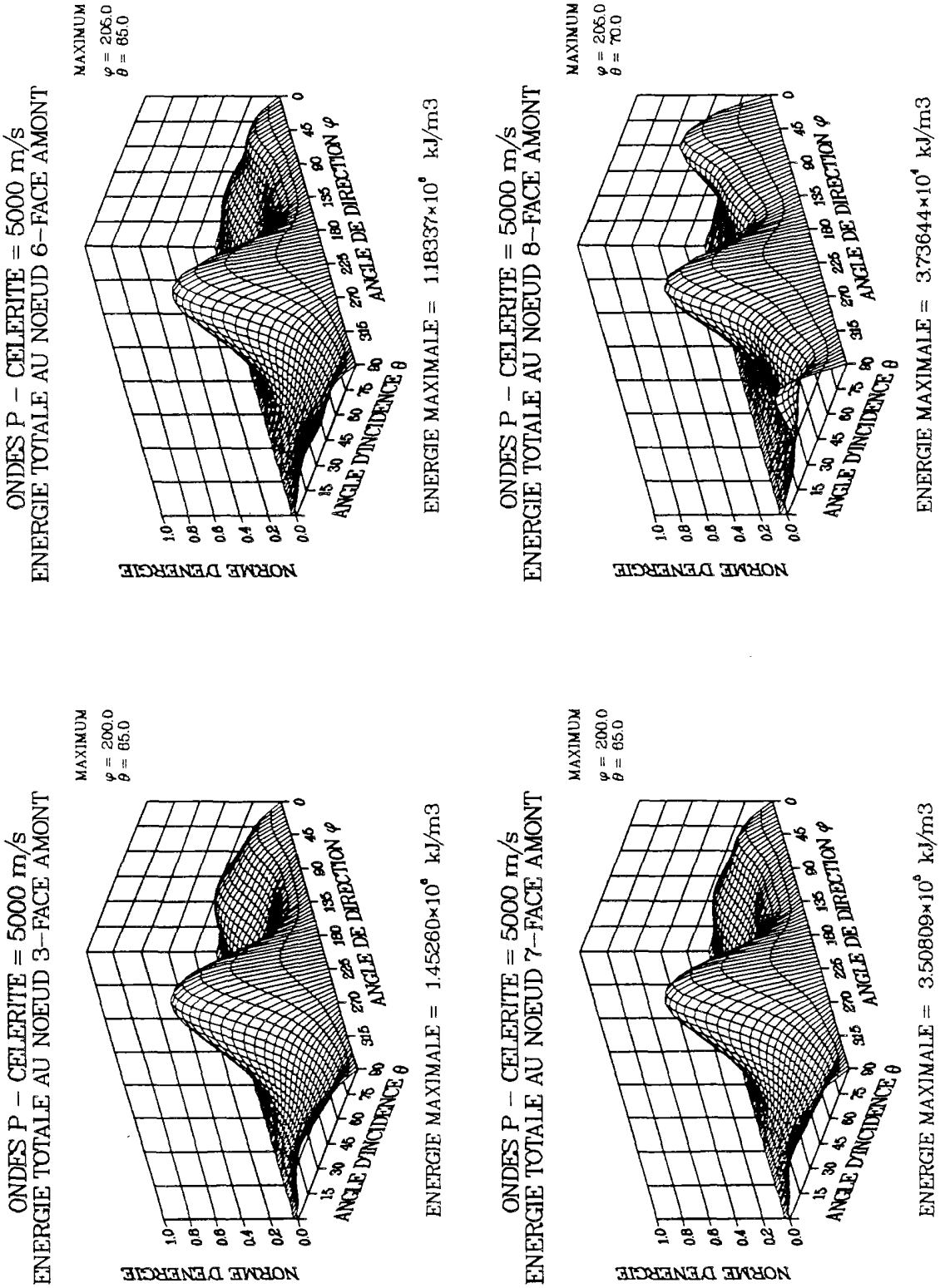


Figure 7.10 - Energie en fonction d'angle d'incidence (θ,φ). Modèle 1

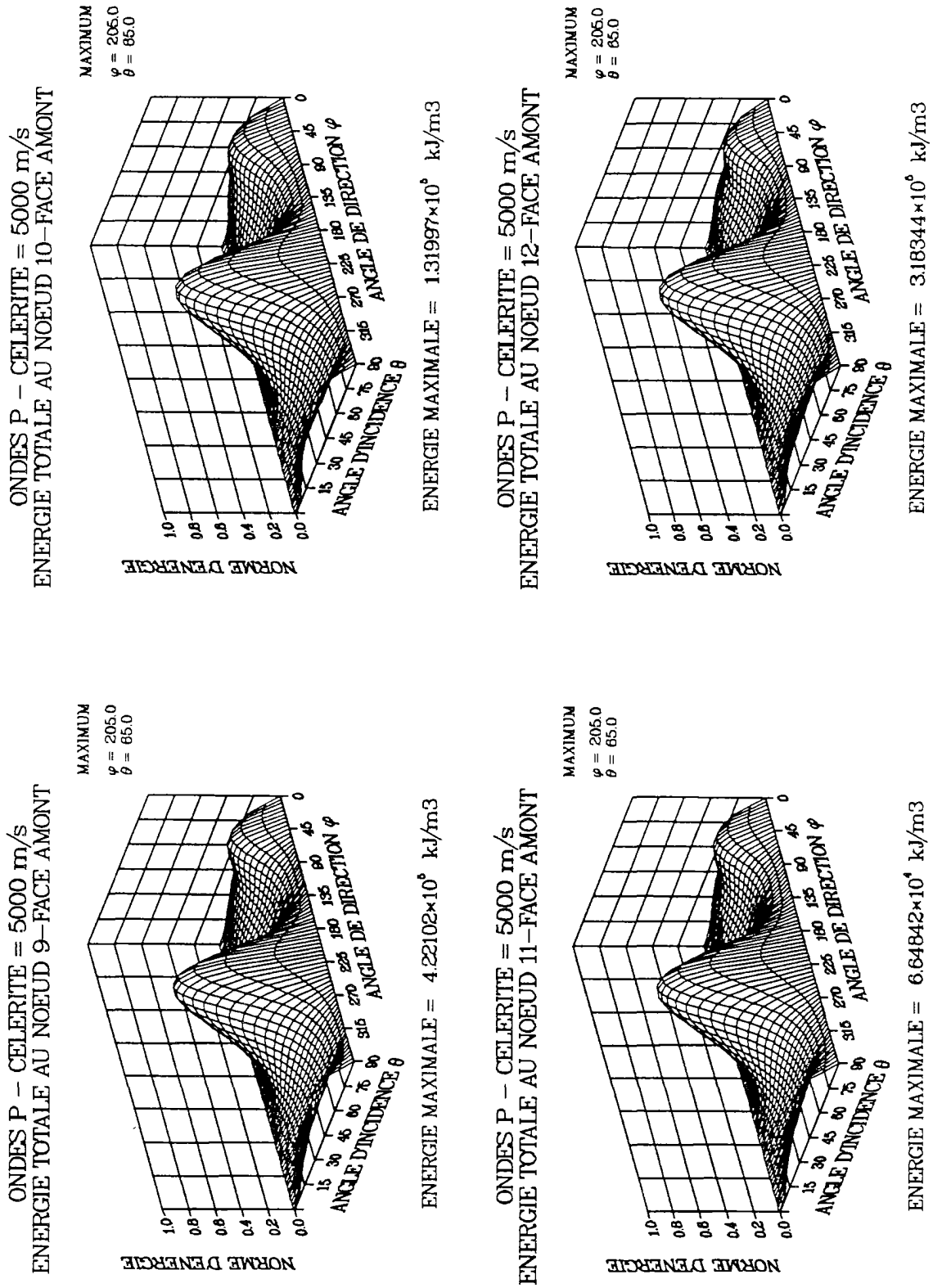


Figure 7.11 - Energie en fonction d'angle d'incidence (θ,φ). Modèle 1

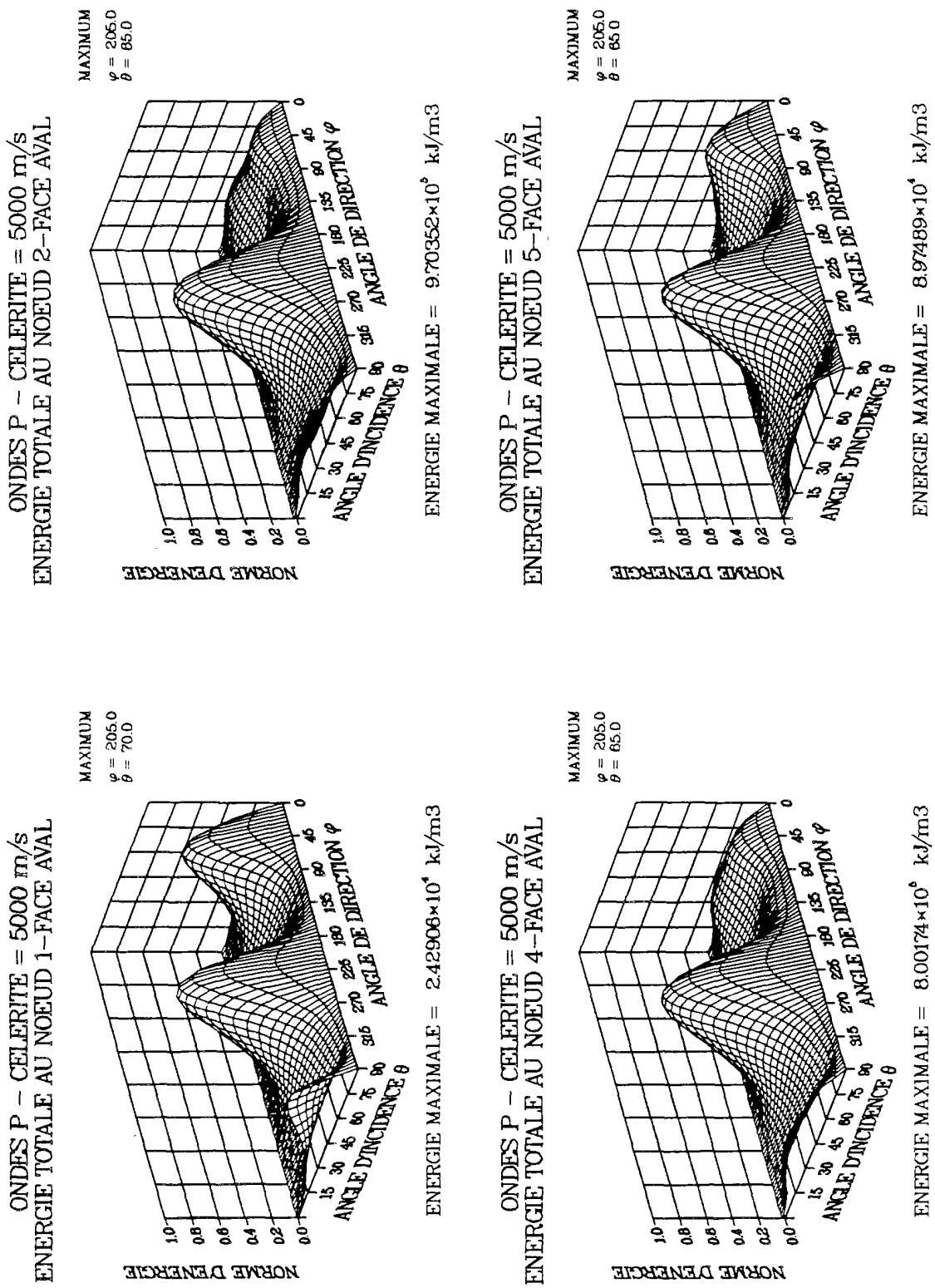


Figure 7.12 - Energie en fonction d'angle d'incidence (θ,φ). Modèle 1

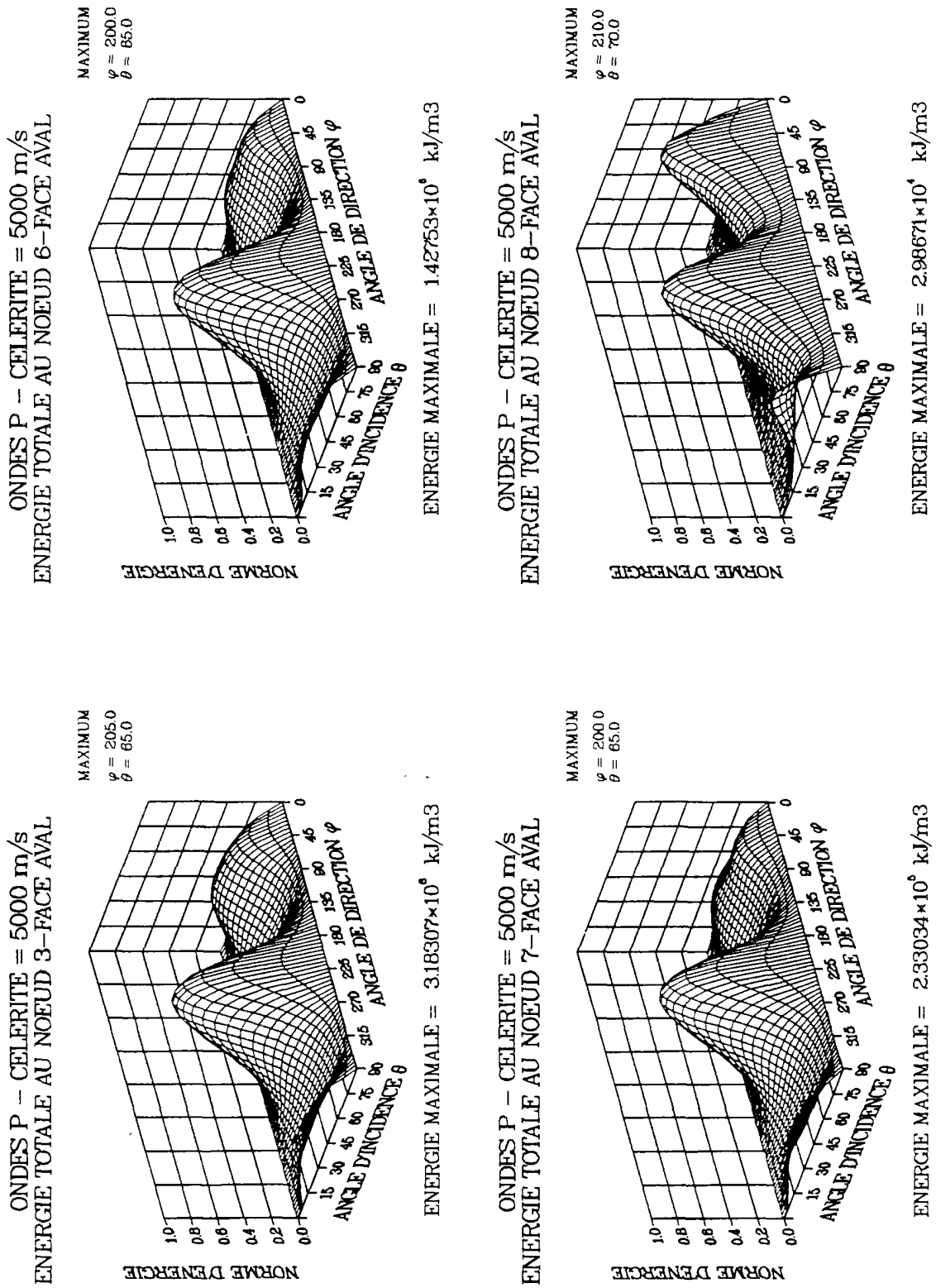


Figure 7.13 - Energie en fonction d'angle d'incidence (θ,φ). Modèle 1

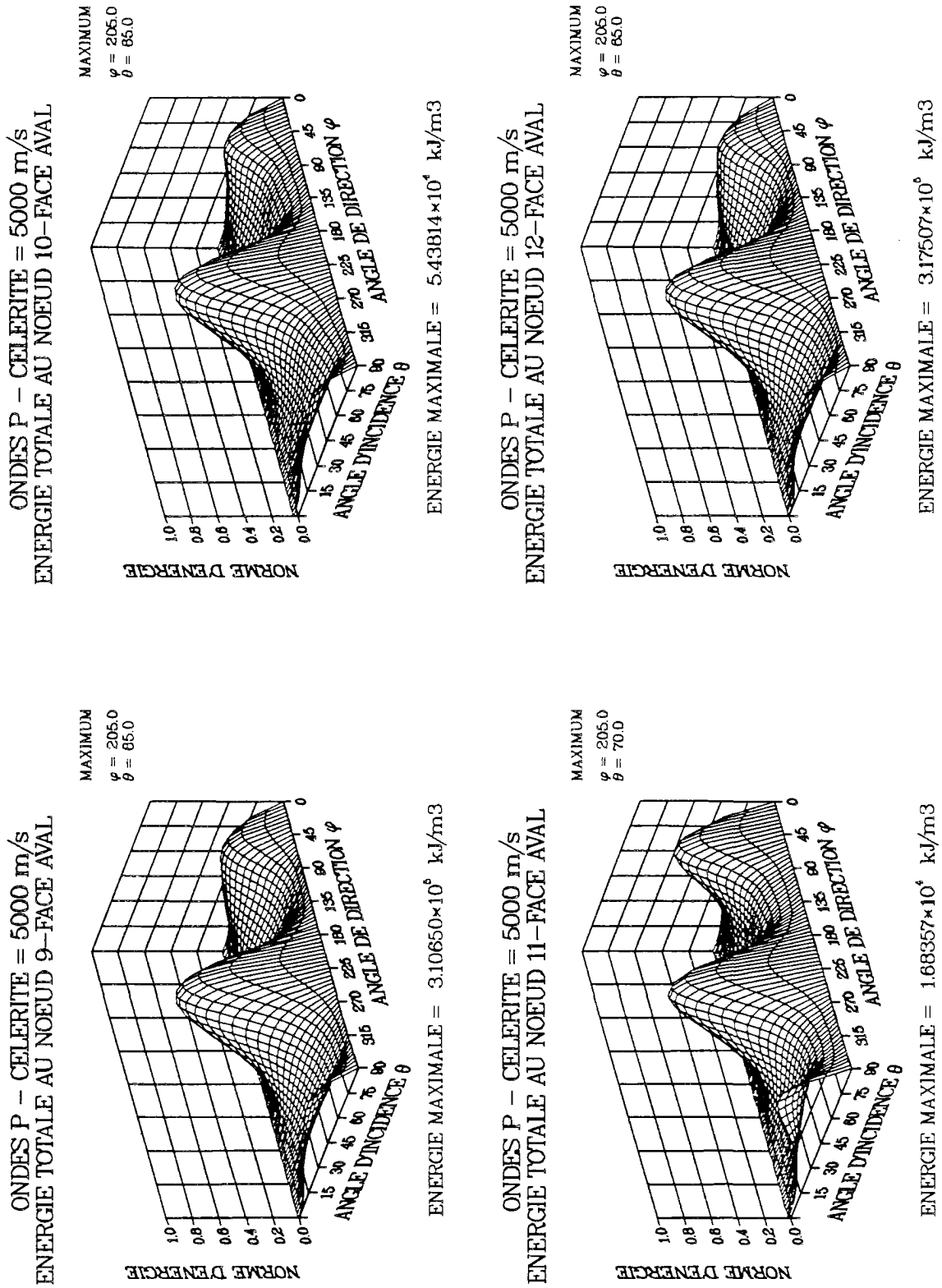


Figure 7.14 - Energie en fonction d'angle d'incidence (θ,φ). Modèle 1

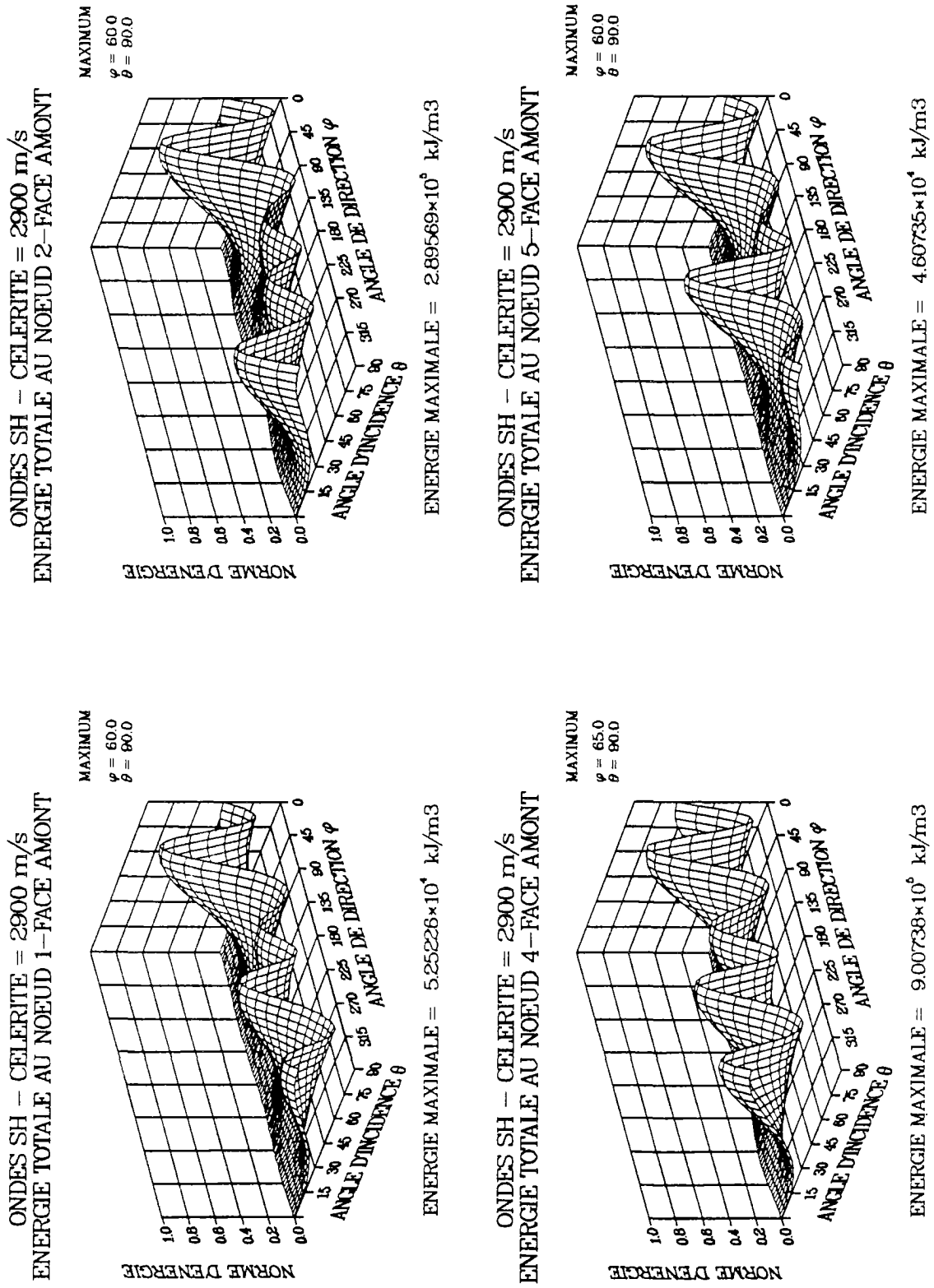


Figure 7.15 - Energie en fonction d'angle d'incidence (θ,φ). Modèle 1

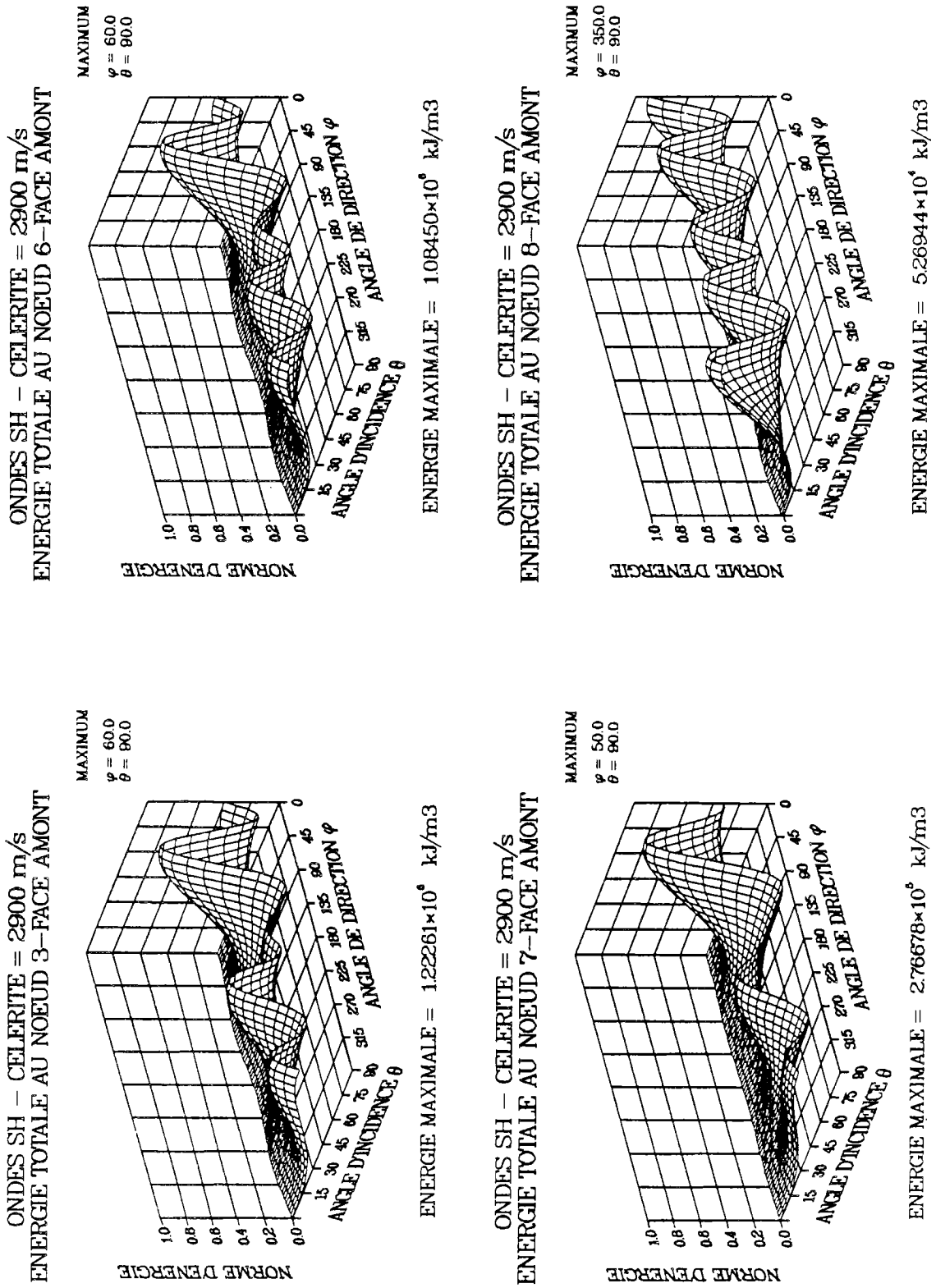


Figure 7.16 - Energie en fonction d'angle d'incidence (θ,φ). Modèle 1

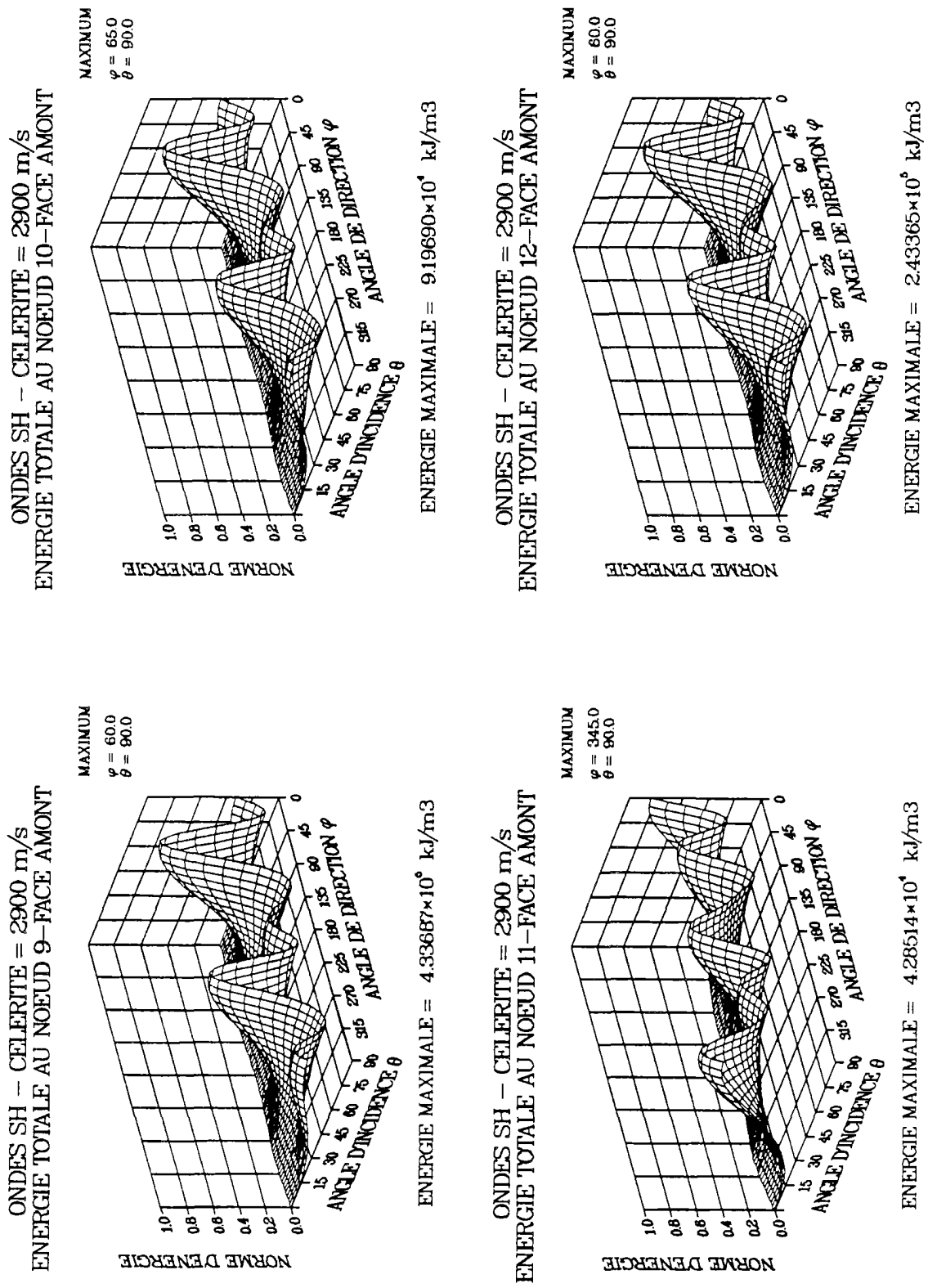


Figure 7.17 - Energie en fonction d'angle d'incidence (θ,φ). Modèle 1

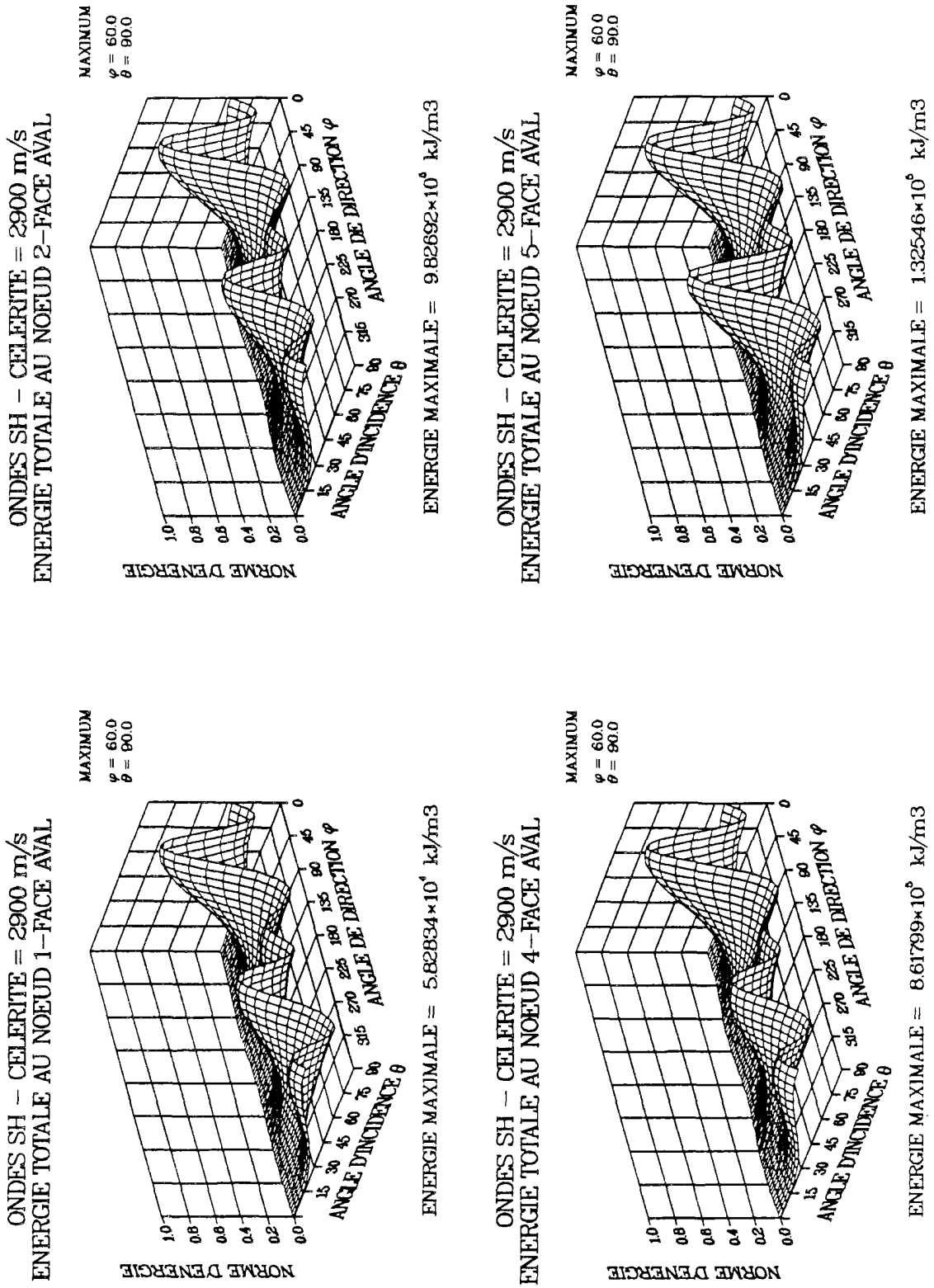


Figure 7.18 - Energie en fonction d'angle d'incidence (θ,φ). Modèle 1

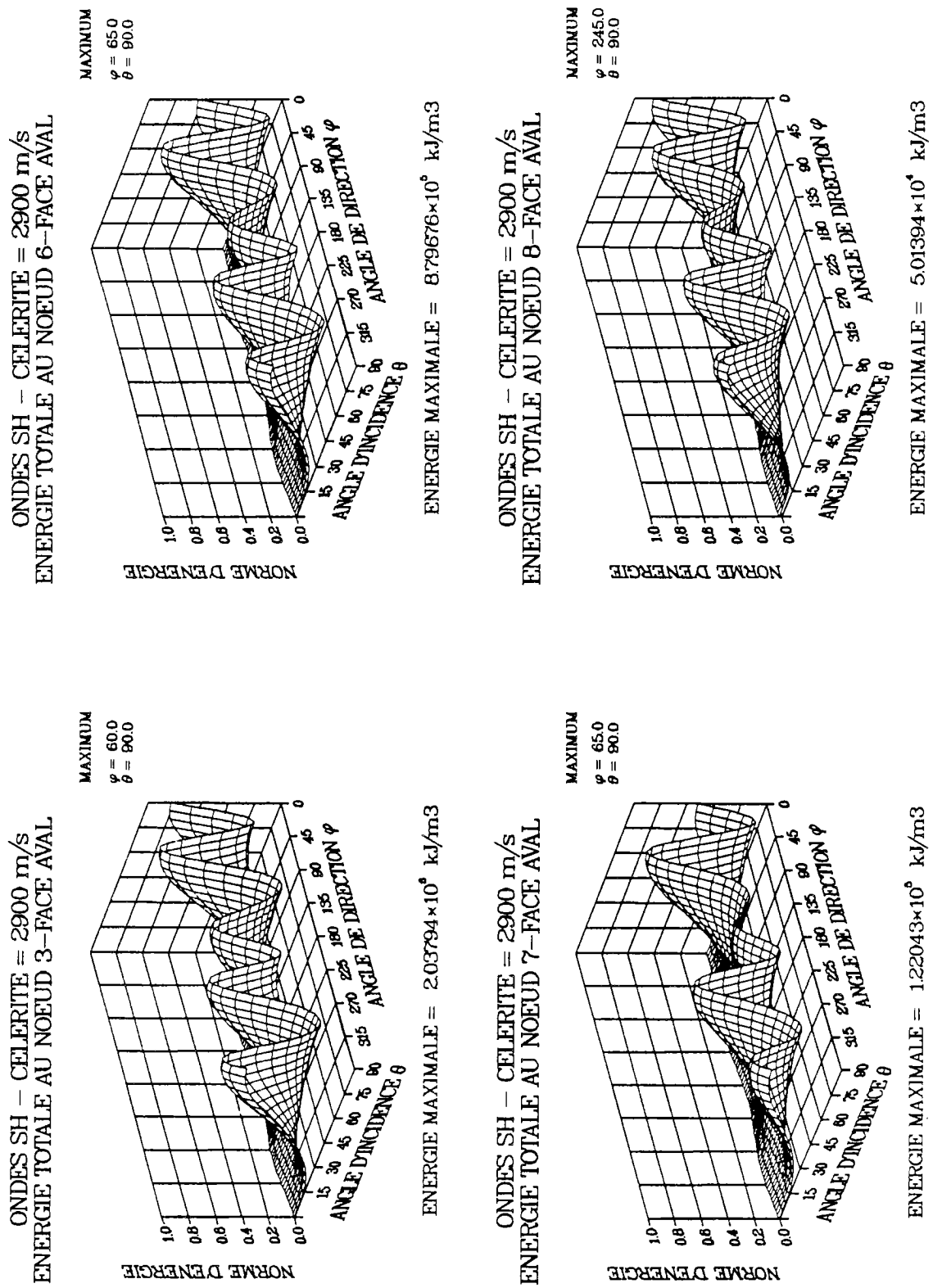


Figure 7.19 - Energie en fonction d'angle d'incidence (θ,φ). Modèle 1

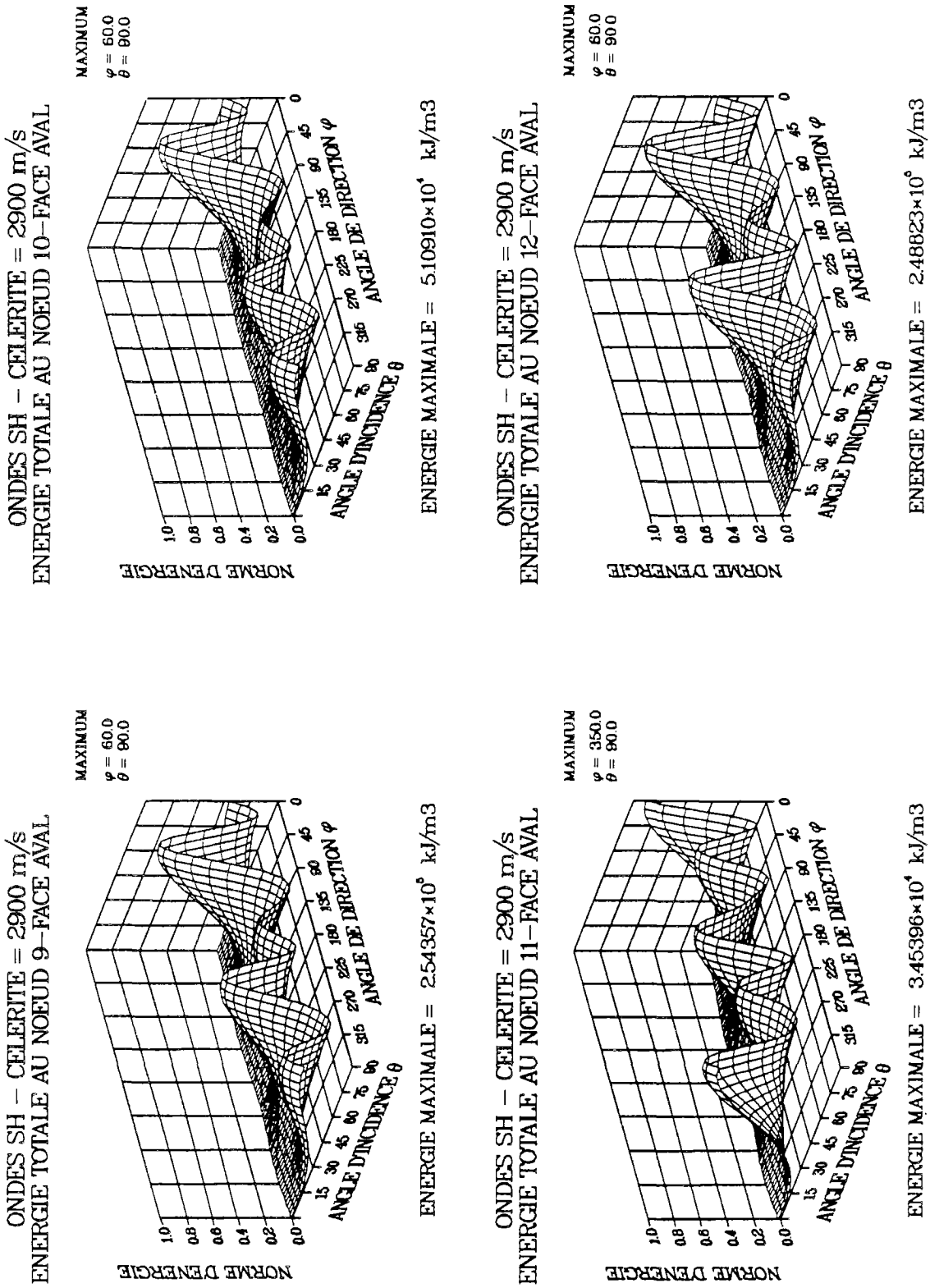


Figure 7.20 - Energie en fonction d'angle d'incidence (θ,φ). Modèle 1

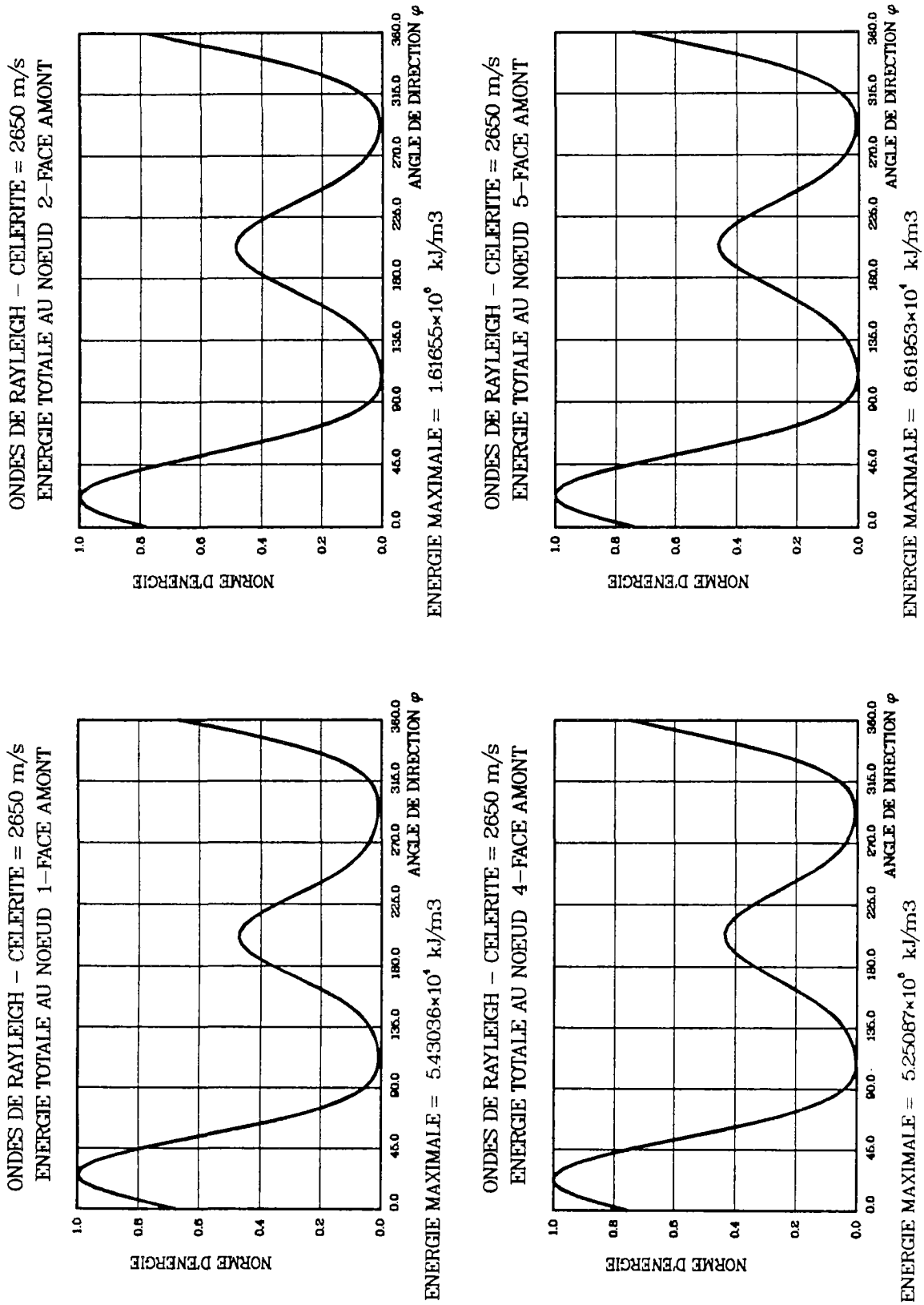


Figure 7.21 - Energie en fonction d'angle de direction φ. Modèle 1

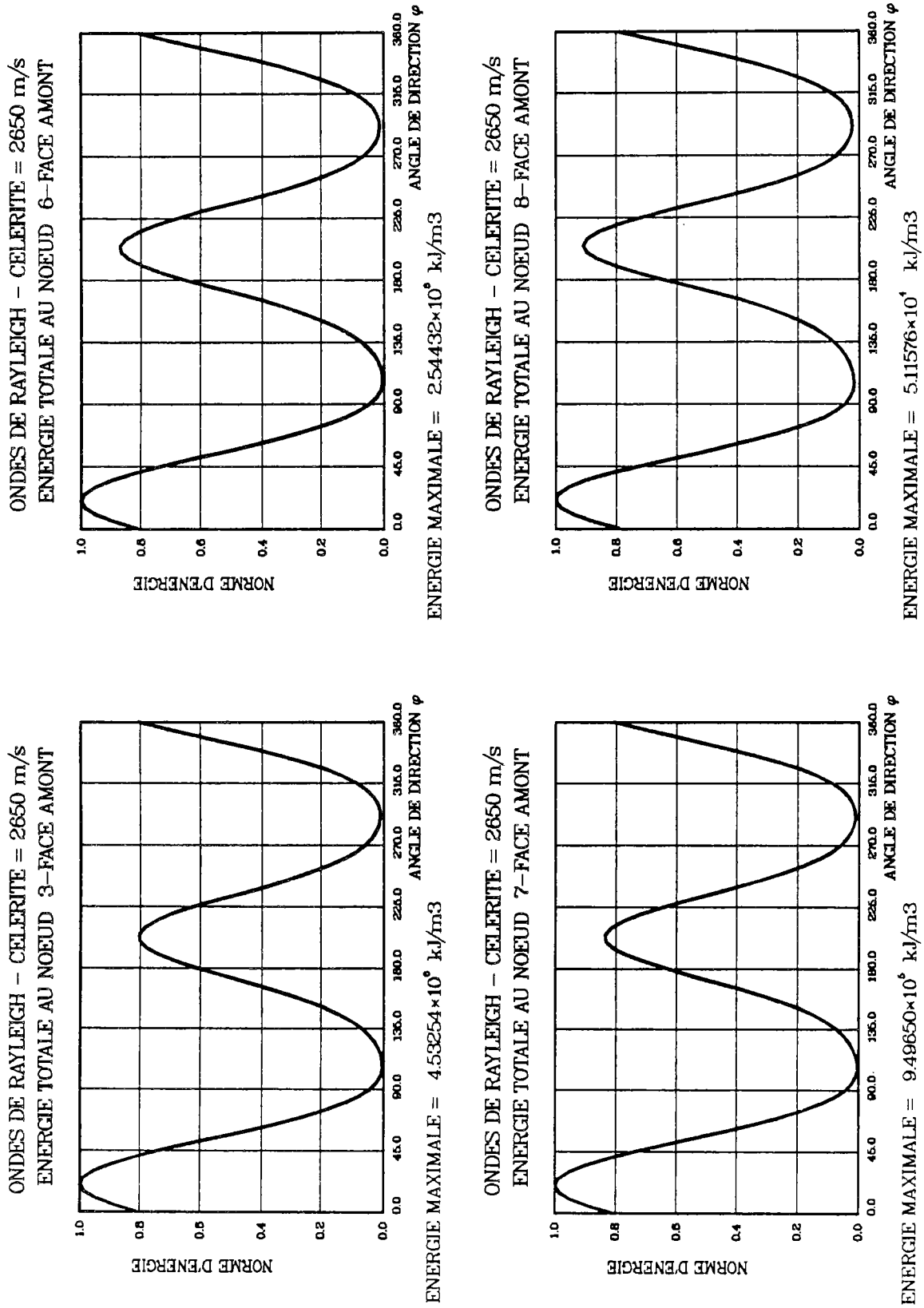


Figure 7.22 - Energie en fonction d'angle de direction φ. Modèle 1

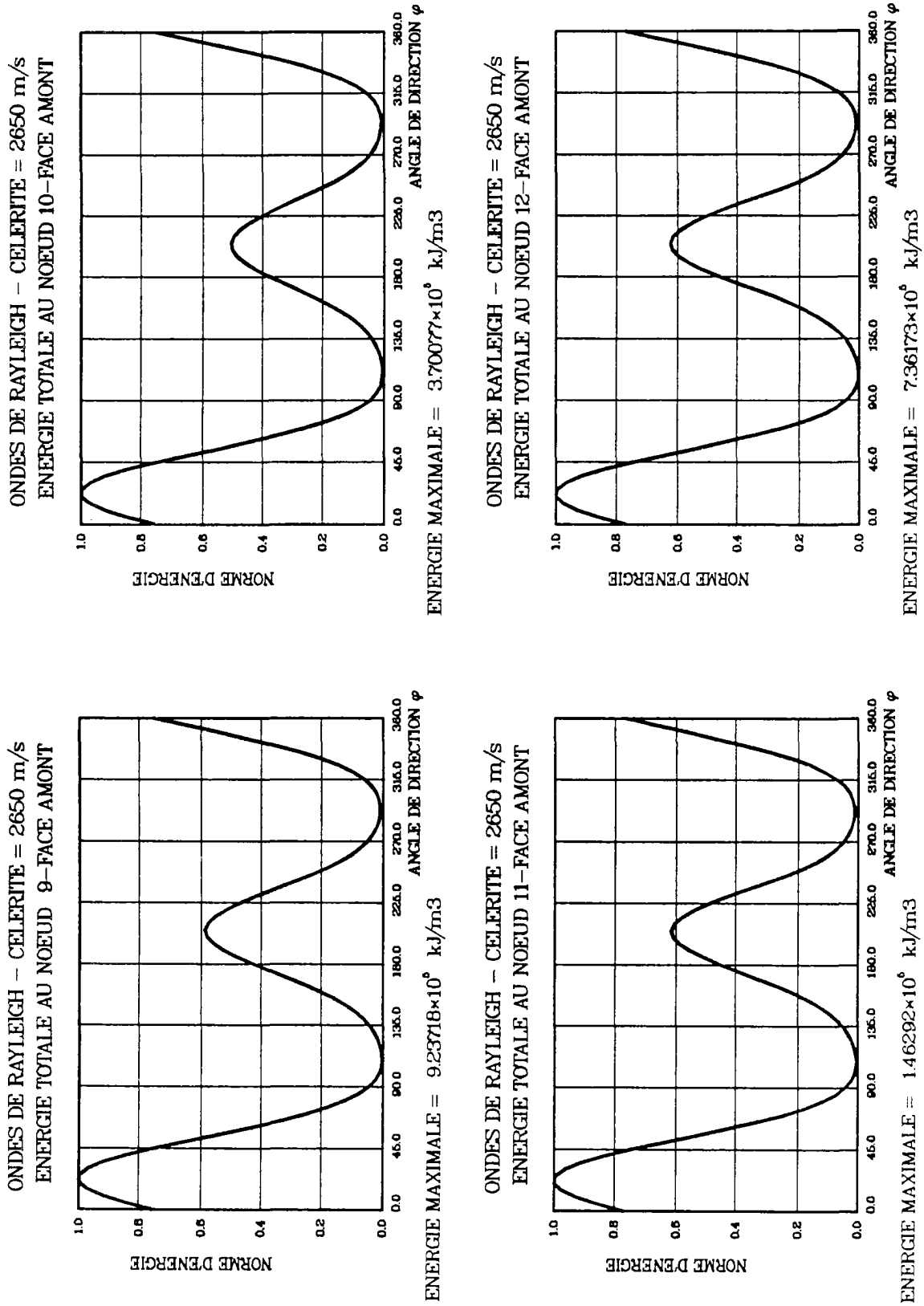


Figure 7.23 - Energie en fonction d'angle de direction φ. Modèle 1

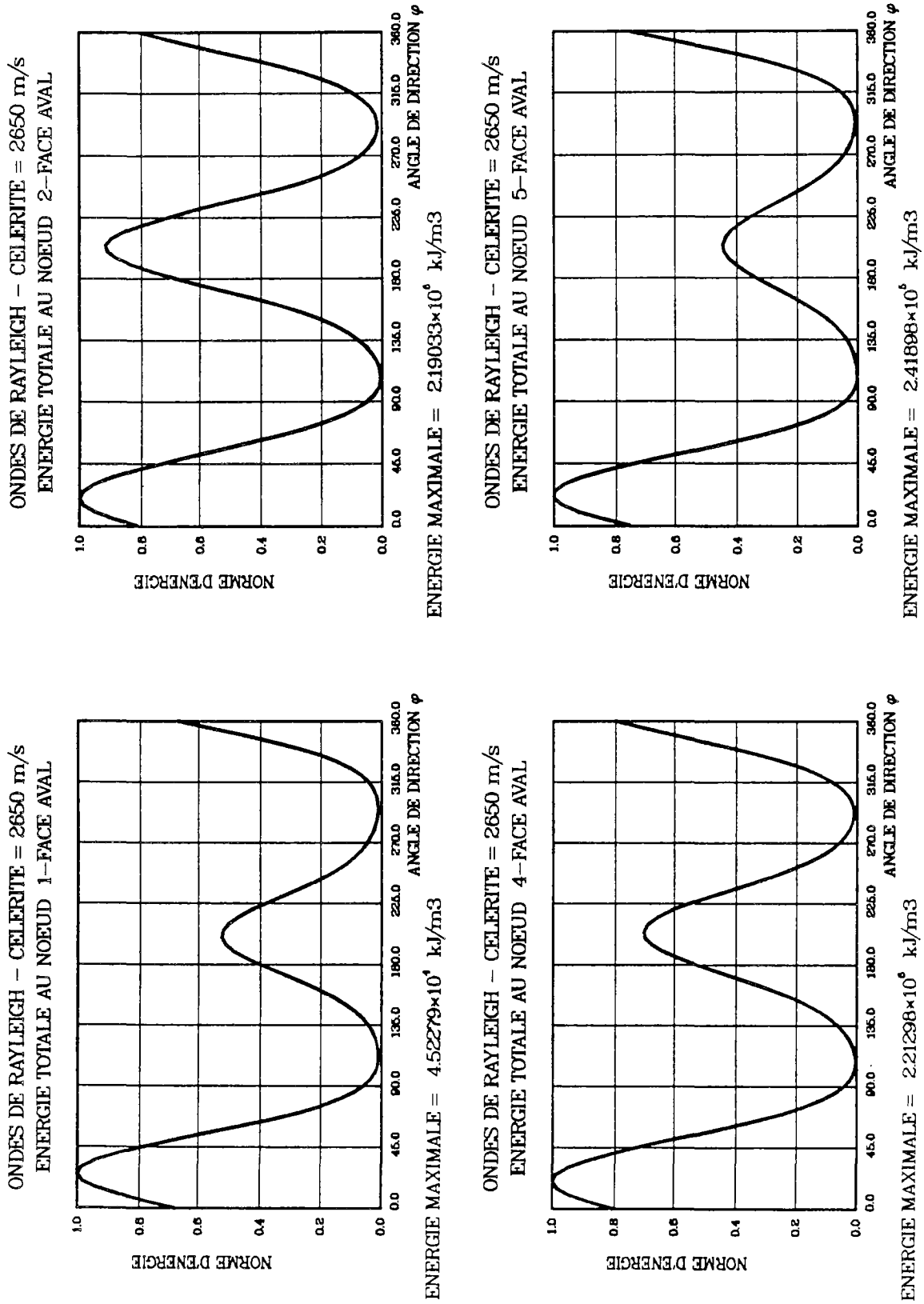


Figure 7.24 - Energie en fonction d'angle de direction φ. Modèle 1

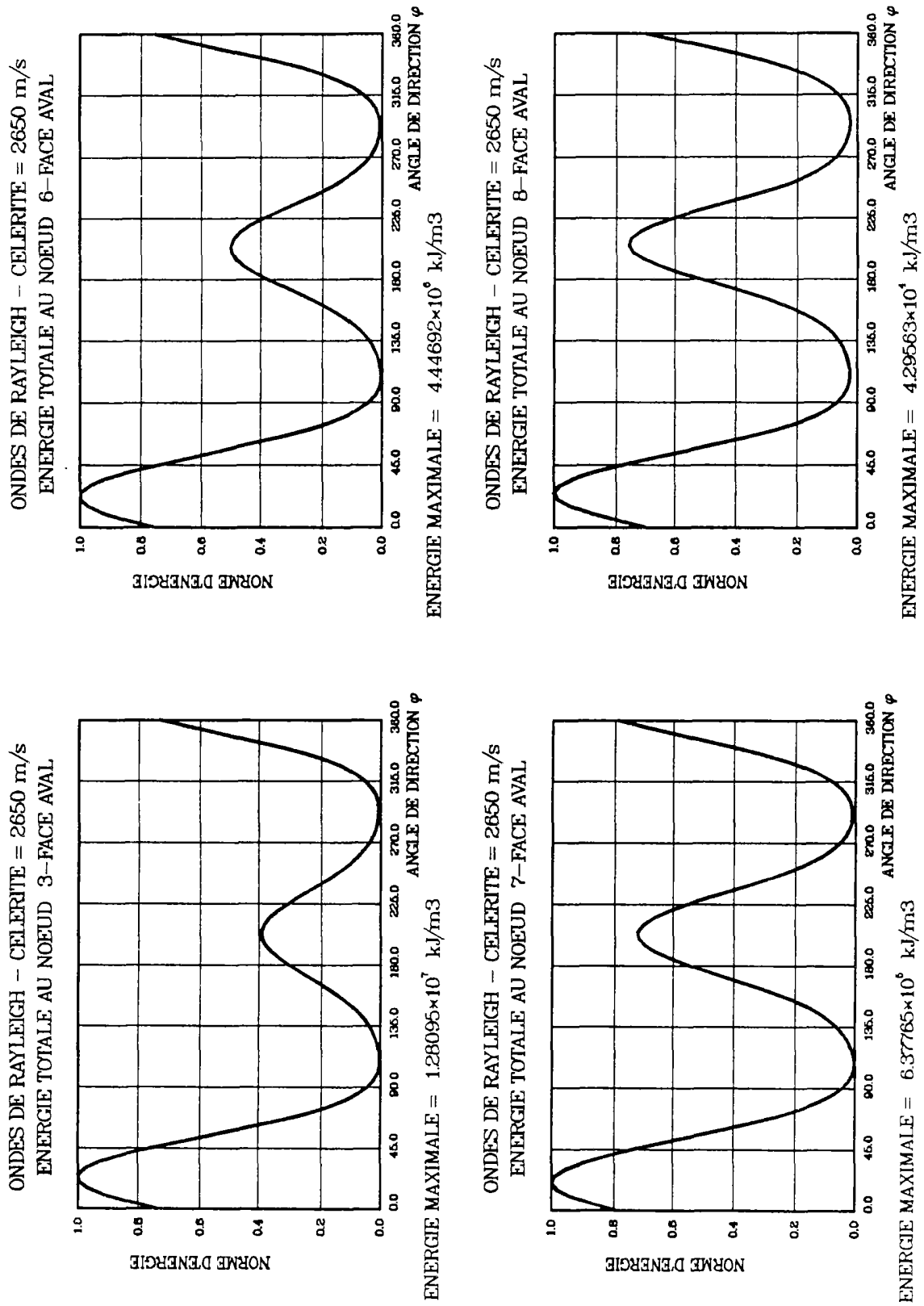


Figure 7.25 - Energie en fonction d'angle de direction φ. Modèle 1

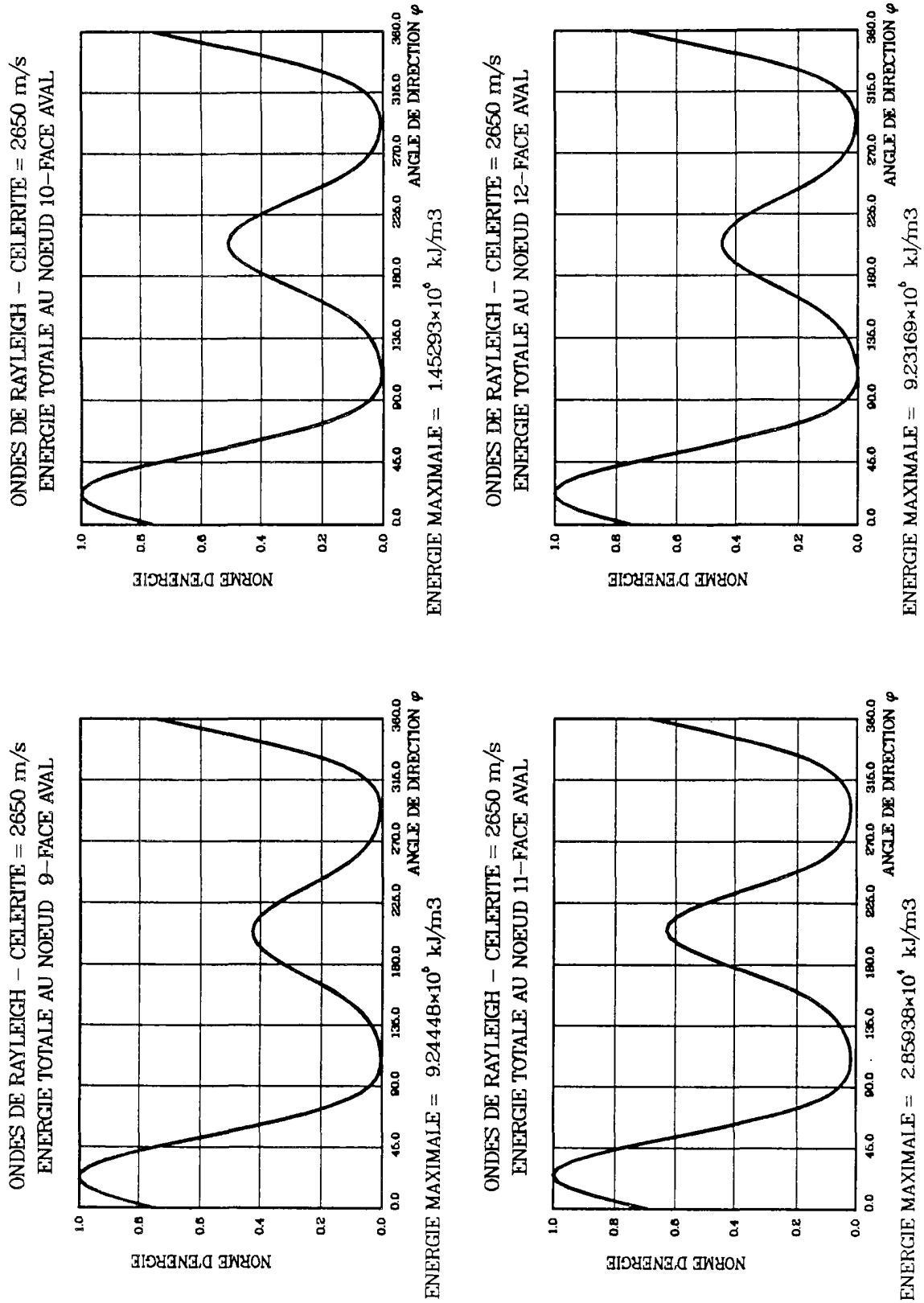


Figure 7.26 - Energie en fonction d'angle de direction φ. Modèle 1

79841

NS 16621
(T2)(4)

ECOLE NATIONALE DES PONTS ET CHAUSSEES

E.N.P.C.

THESE

présentée par

Vladan D. MILOVANOVITCH

pour l'obtention du

TITRE DE DOCTEUR DE

L'ECOLE NATIONALE DES PONTS ET CHAUSSEES

FORMATION DOCTORALE : STRUCTURES ET MATERIAUX
SPECIALITE : ANALYSE SISMIQUE DES BARRAGES
ORGANISME D'ACCUEIL : ELECTRICITE DE FRANCE
DIRECTION DES ETUDES ET RECHERCHES
CENTRE NATIONAL D'EQUIPEMENT HYDRAULIQUE

Sujet : COMPORTEMENT DYNAMIQUE DES BARRAGES EN BETON ET PRISE EN COMPTE DES EFFETS DE SITE SUR LES ONDES SISMIQUES INCIDENTES

VOLUME 2

Soutenue le 6 octobre 1992 devant la commission d'examen composée de :

MM.	P. HABIB	(Professeur Ecole Polytechnique)	Président et Rapporteur
	D. AUBRY	(Professeur Ecole Centrale Paris)	Rapporteur
	Y. BAMBERGER	(Professeur ENPC - Eléctricité de France)	Examinateur
	P.Y. BARD	(LGIT/IRIGM - LCPC)	Examinateur
	A. PECKER	(Professeur ENPC - Géodyn. & Structure)	Examinateur
	B. TARDIEU	(PDG, Coyne et Bellier)	Exa[illegible]

E.N.P.C.
DOC09517

23

ECOLE NATIONALE DES PONTS ET CHAUSSEES
28, Rue des Saint-Pères - 75007 PARIS - Tél: (1) 42603413
Direction de la Recherche: La Courtine - 93167 NOISY-LE-GRAND - Tél: (1) 43044098

TABLE DES MATIERES

VOLUME 1

Résumé 4
Notations 12

AVANT-PROPOS 14
COMPOSITION DE LA THESE 15

CHAPITRE I
INTRODUCTION GENERALE 17

I.1 Introduction 18
I.2 Linéarisation du problème 18
I.3 Effets de site et l'interaction sol-structure 19
I.4 Interaction barrage-fluide et roche-fluide 20

CHAPITRE II
METHODE DE CALCUL SISMIQUE DES STRUCTURES ETENDUES 22

II.1 Introduction 23
II.2 Equations dynamiques 24
II.2.1 Formulation du problème général 24
II.2.2 Formulation du problème en présence du fluide 27
II.2.2.1 Fonctionnelles du problème de couplage fluide-structure 28
II.2.2.1.1 Fonctionnelle dans le solide 28
II.2.2.1.2 Fonctionnelle dans le fluide 29
II.2.2.1.3 Fonctionnelle générale du problème couplé 32
II.2.2.2 Discrétisation de la fonctionnelle générale du problème couplé 33
II.2.2.2.1 Eléments finis dans le solide 33
II.2.2.2.2 Eléments finis dans le fluide 34

II.2.2.2.3 Eléments finis pour le couplage 36
II.2.2.3 Système global à résoudre 37
II.3 Représentation des ondes sismiques 42
II.4 Résolution des équations dynamiques 59
II.4.1 Amortissement 59
II.4.2 Résolution des équations dynamiques dans le domaine temporel 62
II.4.2.1 Décomposition modale 62
II.4.2.2 Détermination de la matrice de déplacement pseudostatique R_δ 65
II.4.2.3 Détermination des inconnues dynamiques 66
II.4.2.4 Détermination des déplacements totaux 66
II.4.2.5 Intégration d'un accélérogramme 67
II.4.3 Résolution des équations dynamiques dans le domaine fréquentiel 69
II.4.3.1 Décomposition modale 69
II.4.3.2 Détermination des inconnues dynamiques 71
II.4.3.3 Détermination des déplacements totaux 72
II.4.3.4 Troncature de la base modale 73
II.5 Analyse paramétriques tridimensionnelles 77
II.5.1 Analyse paramétrique dans le domaine fréquentiel 79
II.5.1.1 Première approche 79
II.5.1.2 Deuxième approche 81
II.5.1.3 Critère de réponse 84

CHAPITRE III
SOLUTION NUMERIQUE DE LA METHODE 86

III.1 Logiciel *EXCITM* en éléments finis 87
III.1.1 Organisation du logiciel 87
III.1.2 Bibliothèque d'éléments finis et les types de degrés de liberté 93
III.1.3 Analyses disponibles 96
III.1.3.1 Analyse statique 96
III.1.3.2 Analyse modale 96
III.1.3.2.1 Energie modale 99
III.1.3.3 Analyse fréquentielle 100
III.1.3.4 Analyse transitoire temporelle 101
III.2 Correction d'un accélérogramme (logiciel *ACCELMOD*) 104

CHAPITRE IV
APPLICATION DE LA METHODE AU BARRAGE-VOUTE
ANALYSES MODALES *106*

IV.1 Barrage de *Laparan* pour l'analyse numérique **107**
IV.2 Essais sur le barrage de *Laparan* **109**
IV.3 Modèles numériques utilisés **111**
IV.4 Analyse modale **122**
IV.4.1 Modes de surface libre 122
IV.4.2 Résultats des analyses modales 123
IV.4.2.1 Modèle 1 124
IV.5 Interprétation des résultats et conclusions sur les analyses modales **138**

CHAPITRE V
ANALYSES SISMIQUES DANS LE DOMAINE FREQUENTIEL
PREMIERE APPROCHE - METHODE DES SURFACES D'ENERGIE *148*

V.1 Caractéristiques des analyses sismiques **149**
V.1.1 Modèles numériques 149
V.1.2 Bande de fréquence adoptée pour les analyses 150
V.1.3 Noeuds du barrage choisis comme caractéristiques 151
V.1.4 Balayage en angle d'incidence θ et en angle de direction φ 151
V.1.5 Paramètres analysés 153
V.1.6 Célérités de propagation d'ondes 153
V.1.7 Interaction barrage-roche 156
V.1.8 Divergence du développement en série limitée 157
V.2 Résultats des analyses sur les angles d'incidence θ et de direction 159
V.2.1 Modèle 1 161
V.3 Résultats des analyses sur l'énergie de déformation dans le barrage **183**
V.3.1 Influence de la célérité de propagation d'ondes - Influence des effets de site sur la réponse du barrage 184
V.3.2 Influence des différents types d'ondes 201
V.4 Interprétation des résultats et conclusions sur la méthode des surfaces d'énergie d'analyses sismiques dans le domaine fréquentiel **217**
V.4.1 Angles d'incidence et de direction 217
V.4.2 Réponse de la structure aux ondes *P*, *SV*, *SH* et *R* 222
V.4.3 Influence de la variation de célérité du champ lointain 225

V.4.4 Influence de la variation de célérité du champ proche 227
V.4.5 Effet de la compressibilité de l'eau 229
V.4.6 Influence du réservoir 232
V.4.7 Influence de la forme du modèle 234
V.4.8 Influence de la taille du modèle et du réservoir 235

CHAPITRE VI
ANALYSES SISMIQUES DANS LE DOMAINE FREQUENTIEL
DEUXIEME APPROCHE - METHODE D'ENERGIE MAXIMALE *257*

VI.1 Caractéristiques des analyses sismiques **258**
VI.1.1 Modèles numériques 258
VI.1.2 Bande de fréquence adoptée pour les analyses 259
VI.1.3 Noeuds du barrage choisis comme caractéristiques 259
VI.1.4 Fonctions de forme et le signal sismique 259
VI.1.5 Paramètres analysés 260
VI.2 Résultats des analyses sur les déformations de la roche qui donnent des énergies maximales **261**
VI.3 Résultats des analyses sur les valeurs d'énergie maximale **262**
VI.4 Interprétation des résultats et conclusions sur la méthode d'énergie maximale **276**

CHAPITRE VII
CONCLUSIONS GENERALES *278*

VII.1 Conclusions générales **279**
VII.2 Propositions concernant les travaux futurs dans le domaine de cette thèse pour élargir les conclusions **283**

VOLUME 2

ANNEXE AU CHAPITRE IV
RESULTATS DES ANALYSES MODALES DES MODELES 2 A 12 318

IV.4.2.2 Modèle 2 319
IV.4.2.3 Modèle 3 328
IV.4.2.4 Modèle 4 332
IV.4.2.5 Modèle 5 340
IV.4.2.6 Modèle 6 347
IV.4.2.7 Modèle 7 349
IV.4.2.8 Modèle 8 350
IV.4.2.9 Modèle 9 352
IV.4.2.10 Modèle 10 353
IV.4.2.11 Modèle 11 356
IV.4.2.12 Modèle 12 359

ANNEXE AU CHAPITRE V
RESULTATS DES ANGLES D'INCIDENCE (θ,φ) DES MODELES 2 A 12 ET SUITE DE RESULTATS DE L'ENERGIE DE DEFORMATION 361

V.2.2 Modèle 2 362
V.2.3 Modèle 3 380
V.2.4 Modèle 4 398
V.2.5 Modèle 5 403
V.2.6 Modèle 6 408
V.2.7 Modèle 7 426
V.2.8 Modèle 8 428
V.2.9 Modèle 9 446
V.2.10 Modèle 10 448
V.2.11 Modèle 11 466
V.2.12 Modèle 12 484
V.3.3 Influence de la compressibilité de l'eau et de la retenue pleine 499
V.3.4 Influence de la forme et de la taille du modèle et du lac 520
V.3.5 Amplification aux noeuds de console centrale 541

ANNEXE A
DEVELOPPEMENT EN SERIE LIMITEE DES ONDES SH, P, SV ET R 550

A.1 Introduction 551
A.2 Réflexion des ondes *SH* et leur développement en série limitée 553
A.3 Réflexion des ondes *P* et leur développement en série limitée 556
A.4 Réflexion des ondes *SV* et leur développement en série limitée 563
A.5 Ondes de *Rayleigh* et leur développement en série limitée 573

ANNEXE B
VARIATION SPATIALE DE CHARGEMENT SISMIQUE 578

B.1 Ondes sismiques 579
B.2 Ondes *P* 581
B.3 Ondes *S* 581
B.4 Ondes de *Rayleigh* 583
B.5 Ondes de *Love* 584
B.6 Ondes *SH* incidentes 584
B.7 Ondes *P* incidentes 584
B.8 Ondes *SV* incidentes 585

Références bibliographiques **586**

ANNEXE AU CHAPITRE IV

RESULTATS DES ANALYSES MODALES DES MODELES 2 A 12

IV.4.2.2 MODELE 2

Les tableaux 4.11 et 4.12 montrent des modes propres et des énergies modales du *modèle 2*. Les énergies potentielles du fluide sont nulles et les énergies cinétiques du fluide sont égales aux énergies de couplage. Pour ce modèle, avec le fluide *incompressible*, les types des six premiers modes propres sont présentés dans le tableau 4.13. Sur les figures 4.21 à 4.27 on montre les six premiers modes propres du *modèle 2*.

Tableau 4.11 - Fréquences propres et masses généralisées du *modèle 2*

MODE	FREQUENCE (Hz)	PERIODE (s)	MASSE GENERALISEE
1	3.1783	0.3146	0.550174E+05
2	3.8585	0.2592	0.406938E+05
3	4.5417	0.2202	0.309817E+07
4	4.8719	0.2053	0.381063E+05
5	4.9987	0.2001	0.156597E+07
6	5.0725	0.1971	0.179280E+08
7	5.2624	0.1900	0.416220E+07
8	5.5178	0.1812	0.480259E+07
9	5.6079	0.1783	0.168885E+08
10	5.7083	0.1752	0.360903E+08
20	6.7100	0.1490	0.236732E+07
30	7.4977	0.1334	0.266058E+08
40	8.3192	0.1202	0.438845E+07
50	9.0659	0.1103	0.347964E+07
60	9.8251	0.1018	0.277109E+07

Tableau 4.12 - Energies modales du *modèle 2*

MODE	EPS* Energie Potentielle de la Structure	ECS* Energie Cinétique de la Structure	EPF* Energie Potentielle du Fluide	ECF* Energie Cinétique du Fluide
1	0.25180E+01	0.15180E+01	0.12425E-54	0.10000E+01
2	0.22938E+01	0.12938E+01	0.35936E-54	0.10000E+01

3	*0.19211E+03*	*0.19111E+03*	*0.22148E-54*	*0.10000E+01*
4	*0.27476E+01*	*0.17476E+01*	*0.28381E-54*	*0.10000E+01*
5	*0.73624E+02*	*0.72624E+02*	*0.40056E-54*	*0.10000E+01*
6	*0.36558E+03*	*0.36458E+03*	*0.47043E-54*	*0.10000E+01*
7	*0.24205E+03*	*0.24105E+03*	*0.34227E-54*	*0.10000E+01*
8	*0.21529E+02*	*0.20529E+02*	*0.18533E-53*	*0.10000E+01*
9	*0.37925E+02*	*0.36925E+02*	*0.13379E-53*	*0.10000E+01*
10	*0.24059E+02*	*0.23059E+02*	*0.13981E-53*	*0.10000E+01*
20	*0.14457E+02*	*0.13457E+02*	*0.12979E-53*	*0.10000E+01*
30	*0.18748E+02*	*0.17748E+02*	*0.14060E-53*	*0.10000E+01*
40	*0.46355E+02*	*0.45355E+02*	*0.22396E-53*	*0.10000E+01*
50	*0.25497E+02*	*0.24497E+02*	*0.44584E-53*	*0.10000E+01*
60	*0.29338E+02*	*0.28338E+02*	*0.20190E-51*	*0.10000E+01*

* Les énergies sont normées par rapport à l'énergie de couplage fluide-solide

Tableau 4.13 - Types des modes propres du *modèle 2*

MODE	TYPE DU MODE PROPRE	FORME DU MODE DU BARRAGE
1	*mode du barrage avec la masse active du fluide*	*antisymétrique*
2	*mode du barrage avec la masse active du fluide*	*symétrique*
3	*mode du barrage avec la masse active du fluide*	*symétrique*
4	*mode du barrage avec la masse active du fluide*	*symétrique*
5	*mode du barrage avec la masse active du fluide*	*symétrique*
6	*mode du solide (barrage et roche) dont la partie roche est plus importante, la masse active du fluide*	-

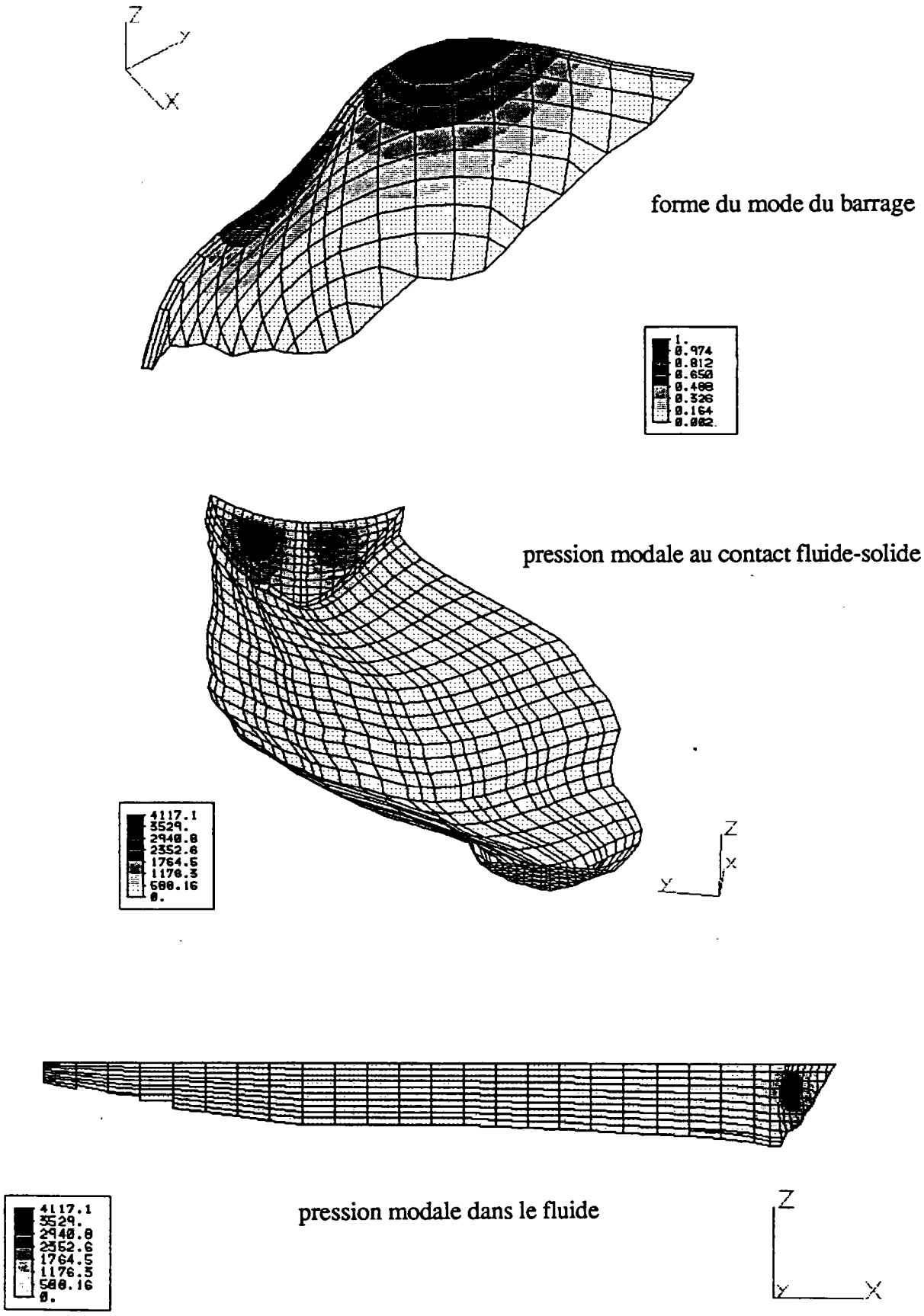


Figure 4.21 - Premier mode propre du *modèle 2* à *3.1783 Hz*.
Mode du barrage avec la masse active du fluide

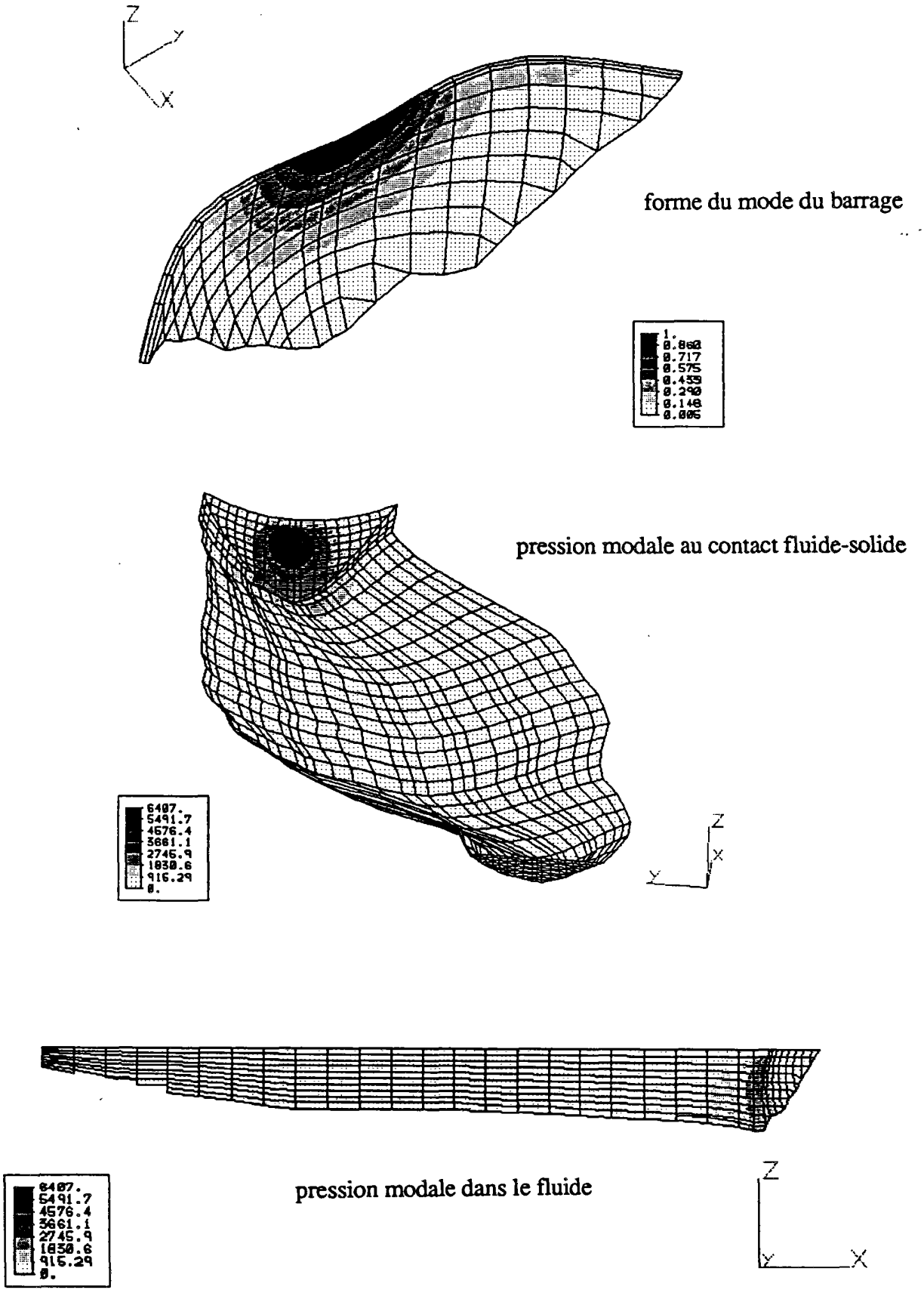


Figure 4.22 - Deuxième mode propre du *modèle 2* à *3.8585 Hz*.
Mode du barrage avec la masse active du fluide

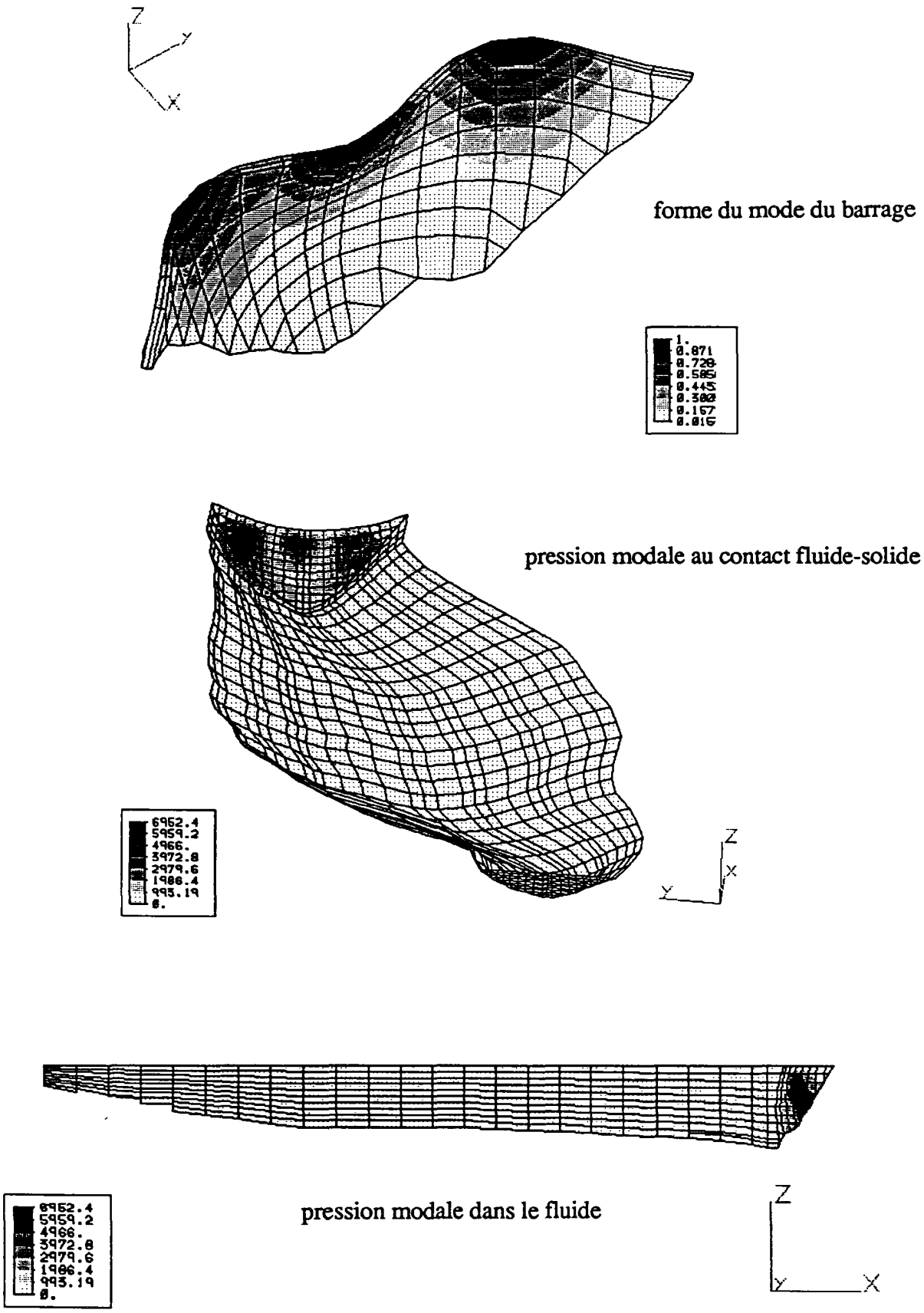


Figure 4.23 - Troisième mode propre du *modèle 2* à *4.5417 Hz*.
Mode du barrage avec la masse active du fluide

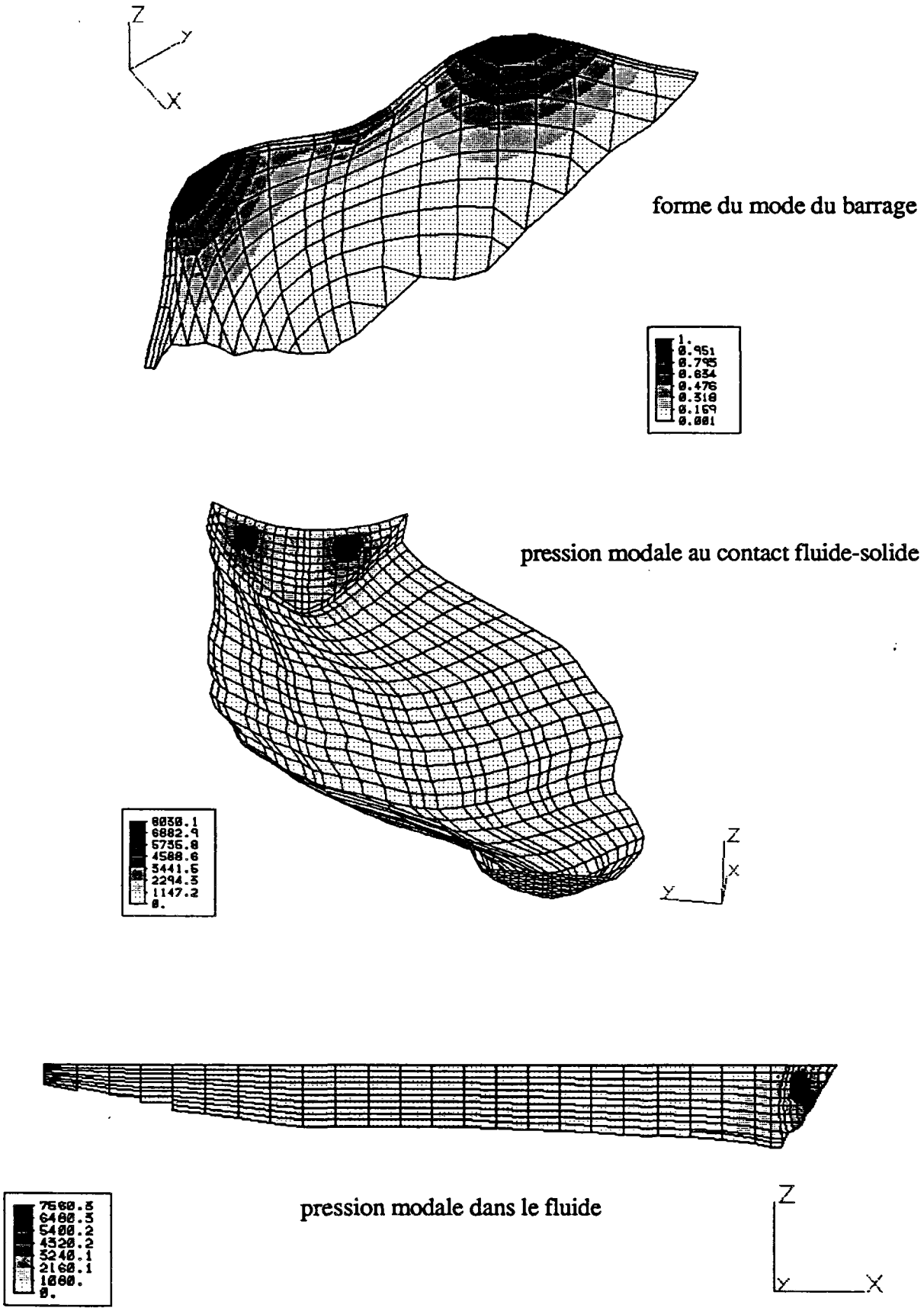


Figure 4.24 - Quatrième mode propre du *modèle 2* à *4.8719 Hz*.
Mode du barrage avec la masse active du fluide

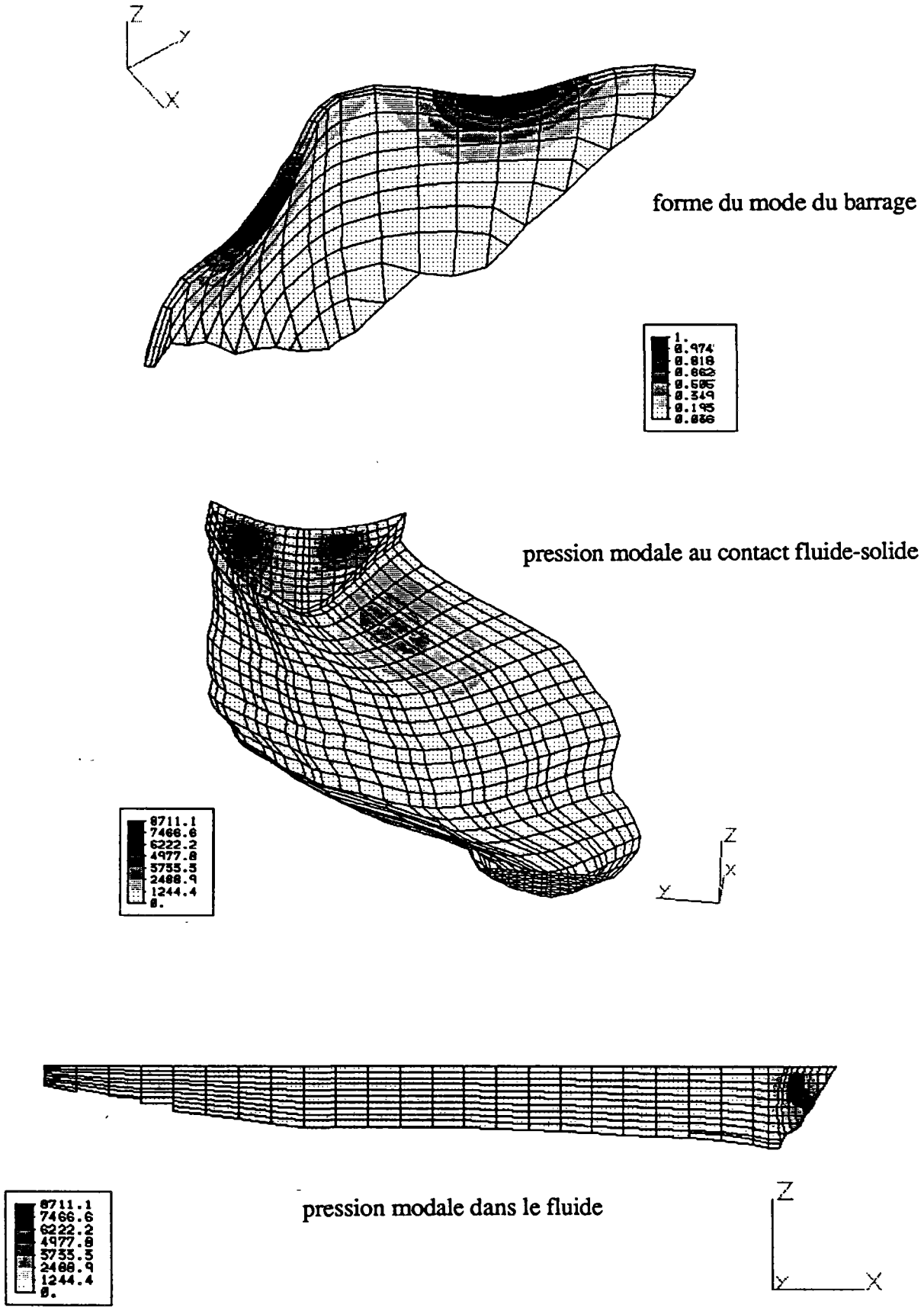


Figure 4.25 - Cinqième mode propre du *modèle 2* à *4.9987 Hz*.
Mode du barrage avec la masse active du fluide

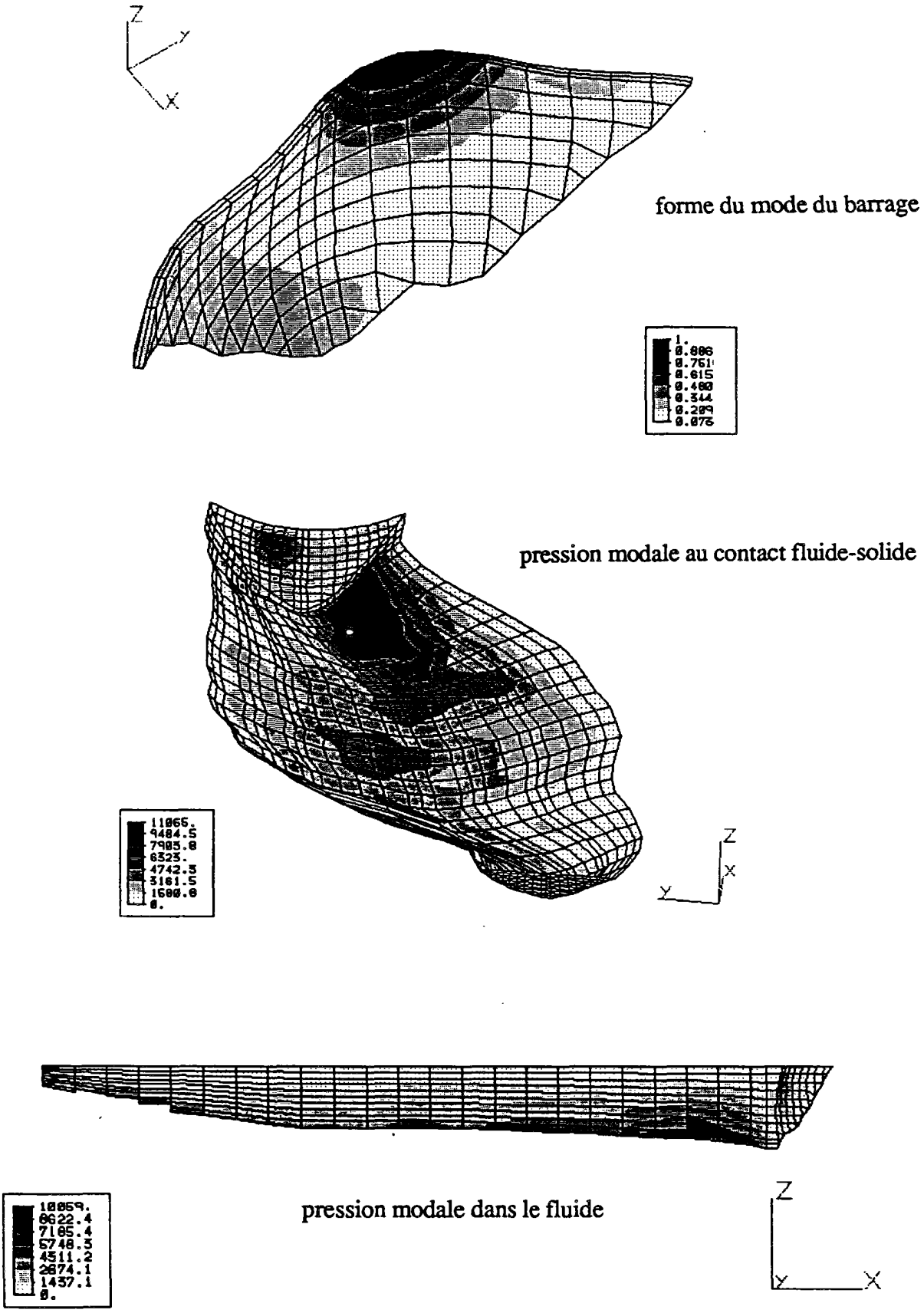


Figure 4.26 - Sixième mode propre du *modèle 2* à *5.0725 Hz*.
Mode du solide (barrage et roche) avec la masse active du fluide

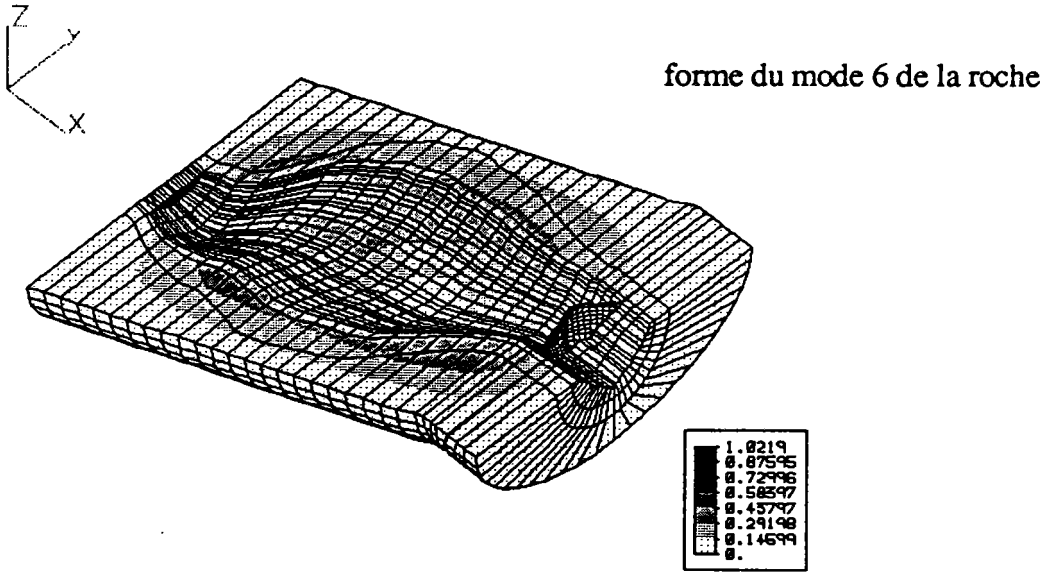


Figure 4.27 - Sixième mode propre du *modèle 2* à *5.0725 Hz*.
Mode du solide (barrage et roche) avec la masse active du fluide

IV.4.2.3 MODELE 3

Le tableau 4.14 montre les modes propres du *modèle 3*. Le réservoir est *vide*. Tous les modes propres sont des modes du solide (du barrage et de la roche ensemble) et on n'a pas besoin de calculer les énergies modales. Le tableau 4.15 montre la forme des 6 premiers modes propres. Sur les figures 4.28 à 4.30 on montre les six premiers modes propres du *modèle 3*.

Tableau 4.14 - Fréquences propres et masses généralisées du *modèle 3*

MODE	*FREQUENCE (Hz)*	*PERIODE (s)*	*MASSE GENERALISEE*
1	*4.0762*	*0.2453*	*0.321742E+05*
2	*4.5446*	*0.2200*	*0.629197E+07*
3	*4.9878*	*0.2005*	*0.836263E+05*
4	*5.0453*	*0.1982*	*0.461564E+05*
5	*5.1013*	*0.1960*	*0.530047E+05*
6	*5.2693*	*0.1898*	*0.457679E+06*
7	*5.5899*	*0.1789*	*0.409465E+07*
8	*5.6430*	*0.1772*	*0.746605E+07*
9	*5.7672*	*0.1734*	*0.450083E+06*
10	*5.9211*	*0.1689*	*0.612947E+07*
20	*6.9125*	*0.1447*	*0.457379E+07*
30	*7.8391*	*0.1276*	*0.183162E+07*
40	*8.4647*	*0.1181*	*0.210757E+07*
50	*9.2647*	*0.1079*	*0.122958E+08*

Tableau 4.15 - Formes des *6* premiers modes du *modèle 3*

modes symétriques	modes antisymétriques	ni symétriques ni antisymétriques
3e, 4-ième, 5-ième	1er	2e, 6-ième

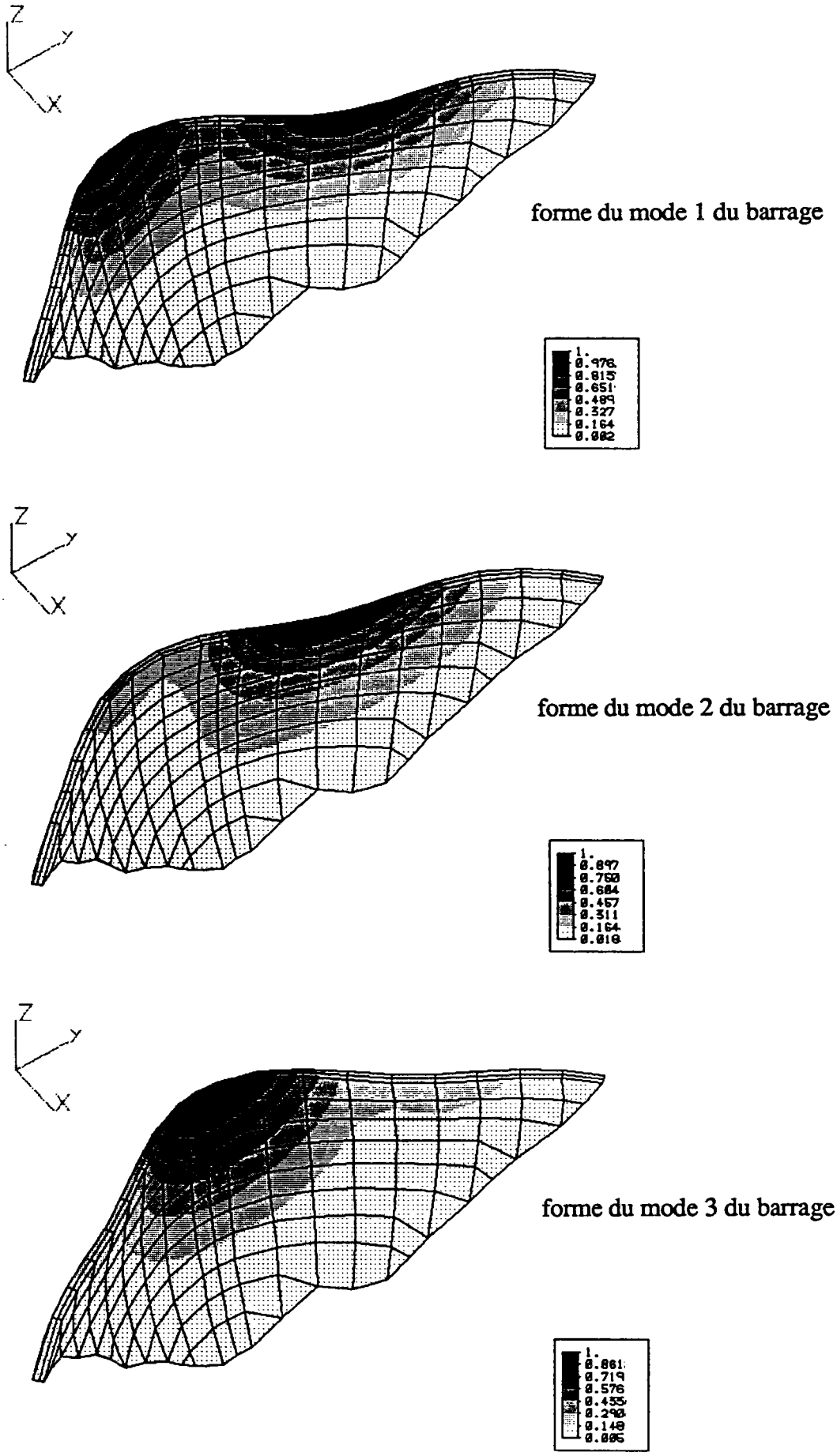


Figure 4.28 - Les trois premiers modes propres du *modèle 3* *à 4.0762 Hz, 4.5446 Hz* et *4.9878 Hz* respectivement

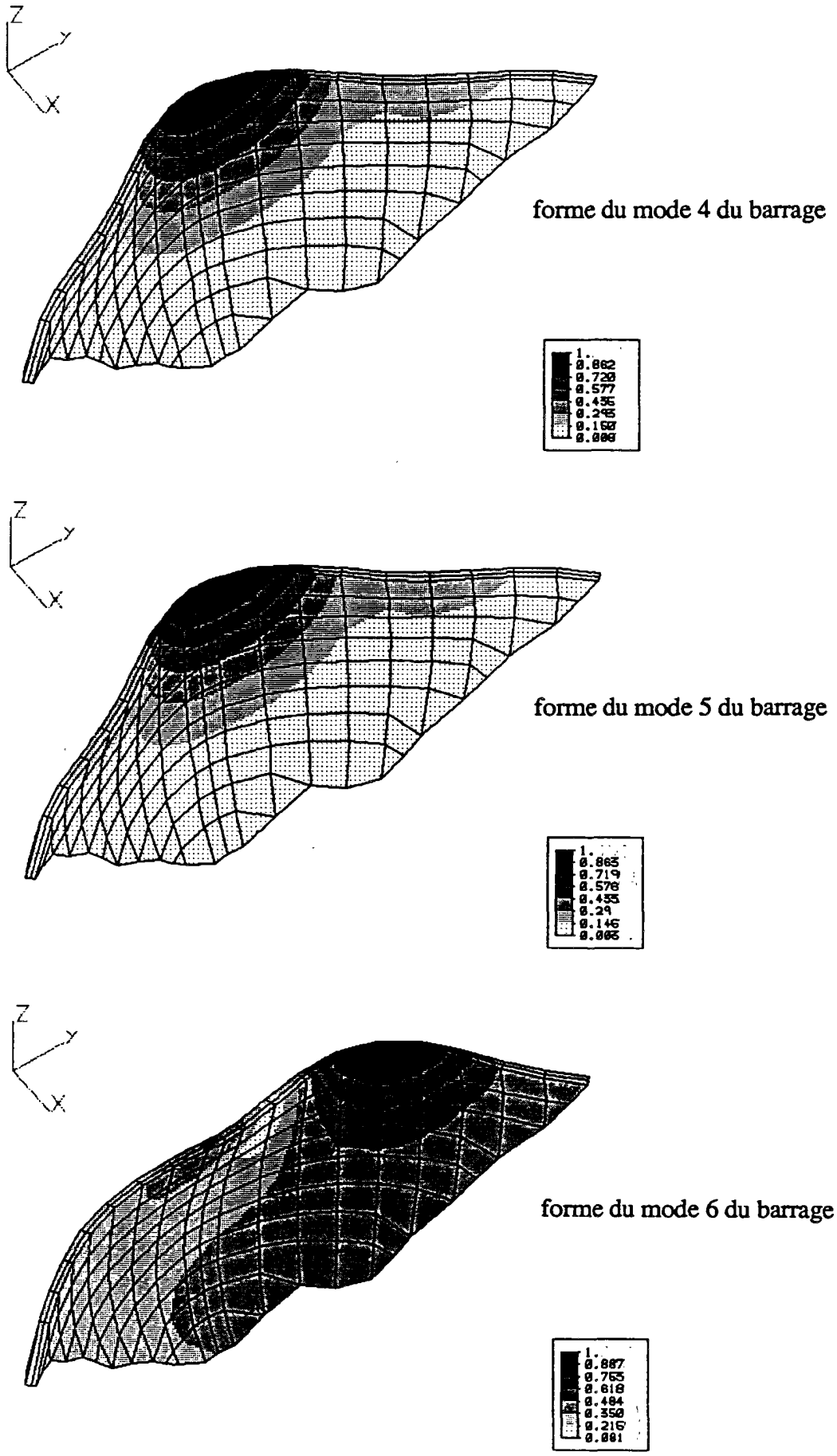
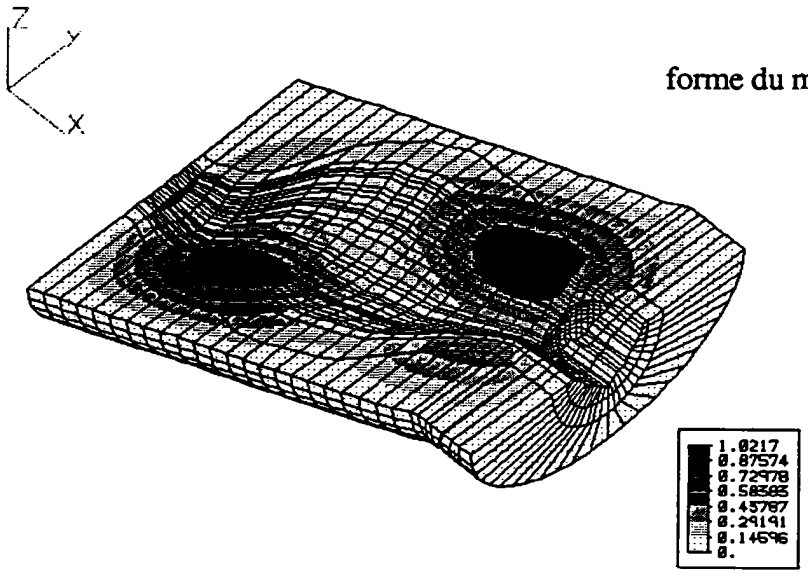


Figure 4.29 - Les 4-ième, 5-ième et 6-ième modes propres du *modèle 3* *à 5.0453 Hz, 5.1013 Hz* et *5.2693 Hz* respectivement



forme du mode 6 de la roche

Figure 4.30 - Le 6-ième mode propre du *modèle 3 à 5.2693 Hz*

IV.4.2.4 MODELE 4

Les tableaux 4.16 et 4.17 montrent les modes propres et les énergies modales du *modèle 4*. La roche est *rigide* (module d'élasticité est très élevé). Pour ce modèle, avec le fluide *compressible*, les types de modes propres sont présentés dans le tableau 4.18. Sur les figures 4.31 à 4.36 on montre les six premiers modes propres du *modèle 4*.

Tableau 4.16 - Fréquences propres et masses généralisées du *modèle 4*

MODE	FREQUENCE (Hz)	PERIODE (s)	MASSE GENERALISEE
1	3.2826	0.3046	0.541282E+05
2	3.8269	0.2613	0.615659E+05
3	4.8365	0.2068	0.469489E+05
4	5.2461	0.1906	0.156368E+06
5	5.5257	0.1810	0.211999E+06
6	5.7935	0.1726	0.313099E+06
7	6.2255	0.1606	0.324665E+06
8	6.7279	0.1486	0.303321E+06
9	6.9475	0.1439	0.311851E+05
10	7.1120	0.1406	0.371241E+07
20	8.9543	0.1117	0.533201E+07
25	9.6114	0.1040	0.161734E+06

Tableau 4.17 - Energies modales du *modèle 4*

MODE	EPS* Energie Potentielle de la Structure	ECS* Energie Cinétique de la Structure	EPF* Energie Potentielle du Fluide	ECF* Energie Cinétique du Fluide
1	0.24200E+01	0.14200E+01	0.82315E-01	0.10823E+01
2	0.19317E+01	0.93169E+00	0.52401E+00	0.15240E+01
3	0.26441E+01	0.16441E+01	0.68525E+00	0.16852E+01
4	0.30746E+01	0.20746E+01	0.13391E+02	0.14391E+02
5	0.37099E+01	0.27099E+01	0.23792E+02	0.24792E+02
6	0.37305E+01	0.27305E+01	0.33954E+02	0.34954E+02

7	*0.31095E+01*	*0.21095E+01*	*0.33453E+02*	*0.34453E+02*
8	*0.26509E+01*	*0.16509E+01*	*0.38263E+02*	*0.39263E+02*
9	*0.29526E+01*	*0.19526E+01*	*0.15578E+00*	*0.11558E+01*
10	*0.26841E+01*	*0.16841E+01*	*0.49739E+03*	*0.49839E+03*

* Les énergies sont normées par rapport à l'énergie de couplage fluide-solide

Tableau 4.18 - Types des modes propres du *modèle 4*

MODE	*TYPE DU MODE PROPRE*	*FORME DU MODE DU BARRAGE*
1	*mode du barrage avec la masse active du fluide*	*antisymétrique*
2	*mode du barrage avec la masse active du fluide*	*symétrique*
3	*mode du barrage avec la masse active du fluide*	*symétrique*
4	*mode acoustique*	*symétrique*
5	*mode acoustique*	*symétrique*
6	*mode acoustique*	*symétrique*
7	*mode acoustique*	*symétrique*
8	*mode acoustique*	-
9	*mode du couplage fluide-solide*	*antisymétrique*
10	*mode acoustique*	-

Le premier mode acoustique apparaît à la fréquence de *5.2461 Hz*. C'est le *4-ième* mode propre.

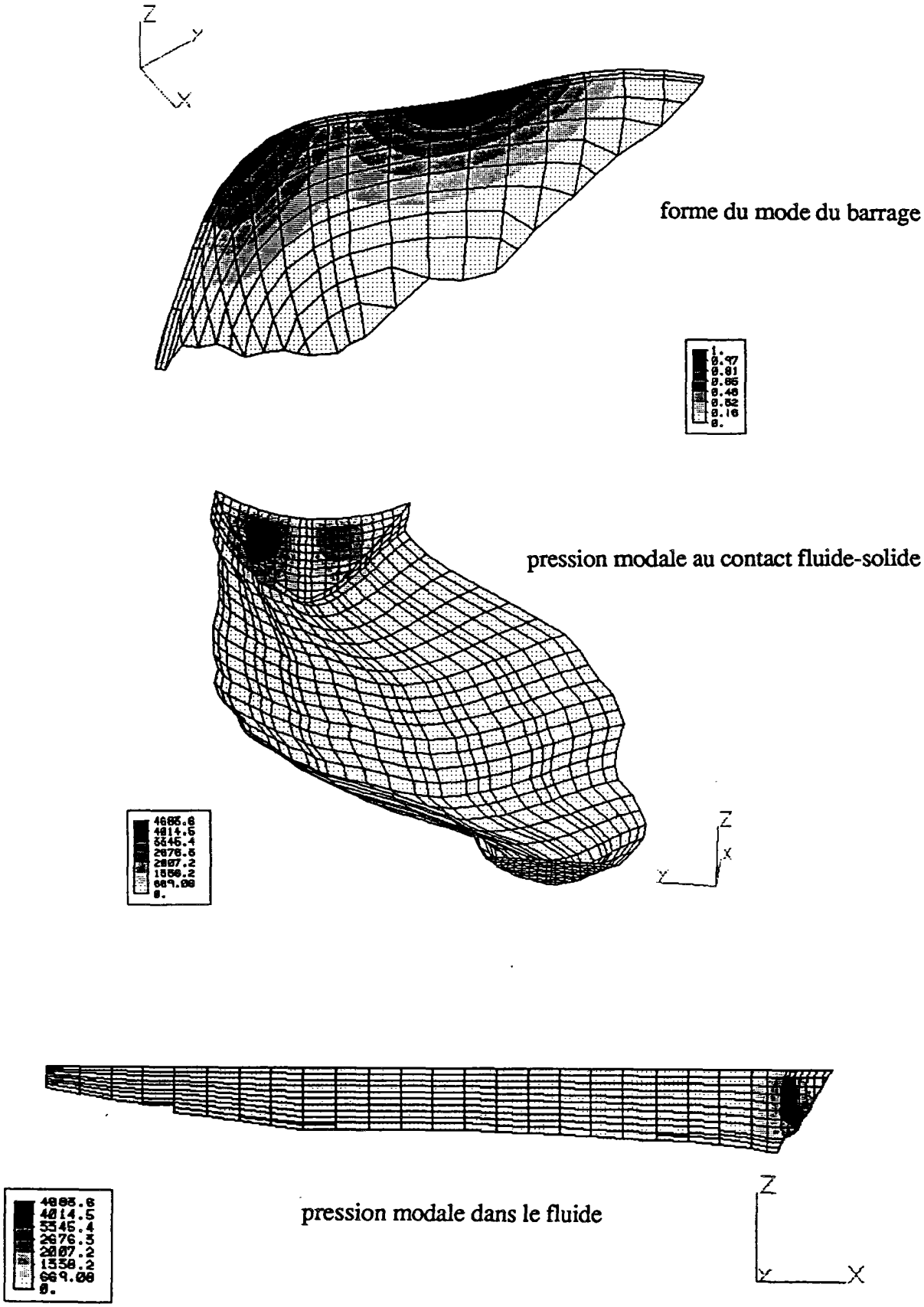


Figure 4.31 - Premier mode propre du *modèle 4* à *3.2826 Hz*.
Mode du barrage avec la masse active du fluide

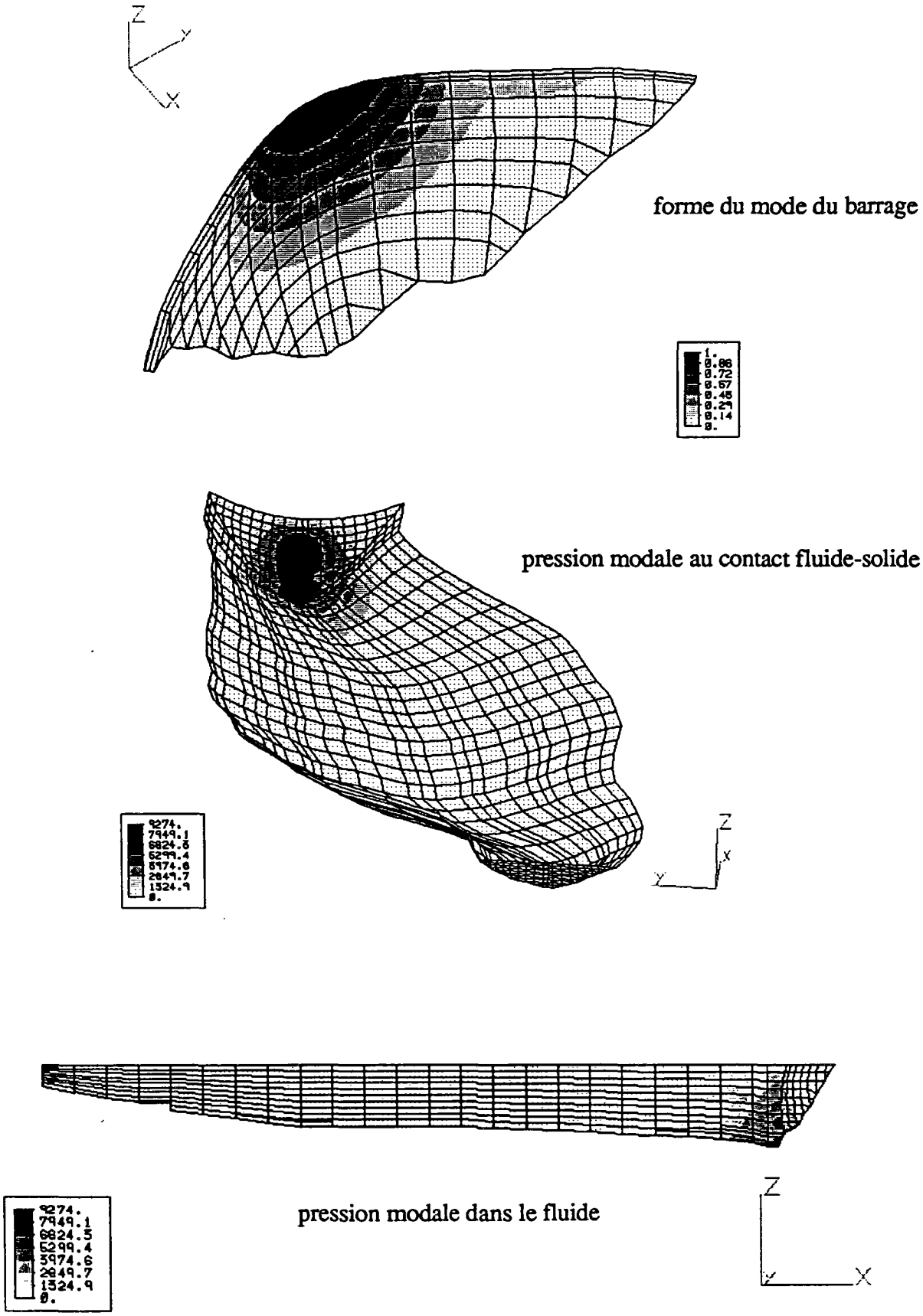


Figure 4.32 - Deuxième mode propre du *modèle 4* à *3.8269 Hz*.
Mode du barrage avec la masse active du fluide

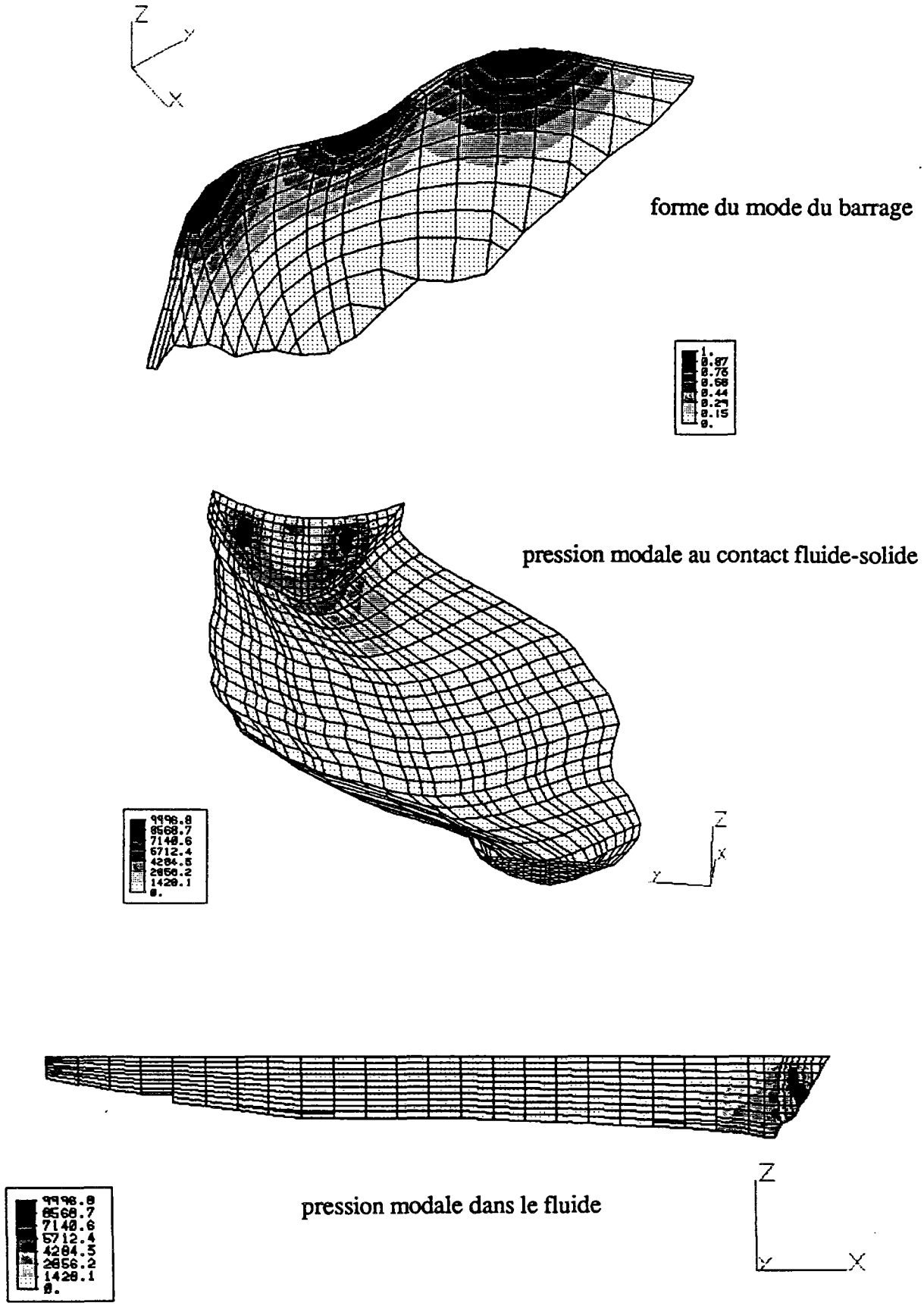


Figure 4.33 - Troisième mode propre du *modèle 4* à *4.8365 Hz*.
Mode du barrage avec la masse active du fluide

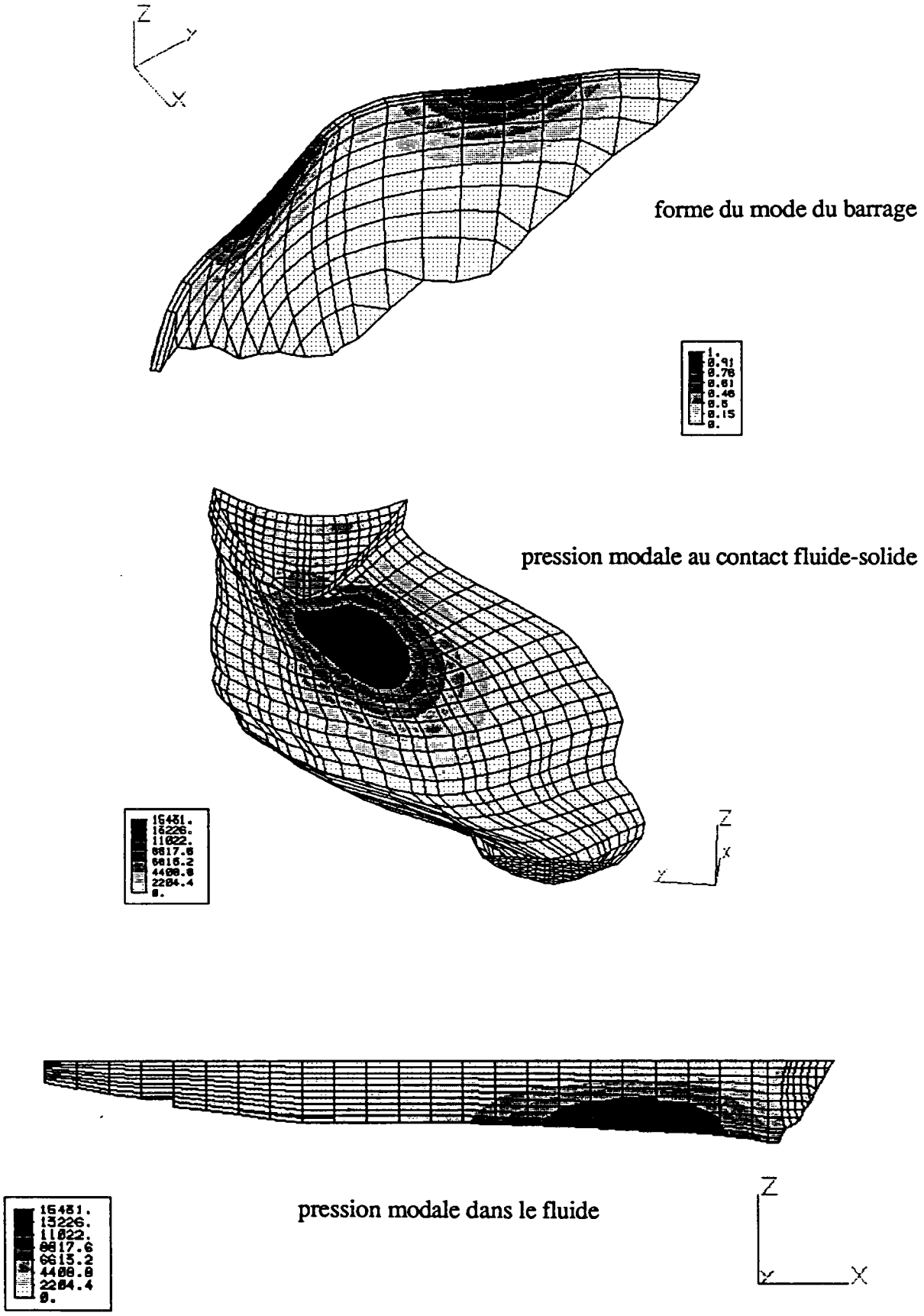


Figure 4.34 - Quatrième mode propre du *modèle 4* à *5.2461 Hz*.
Mode acoustique

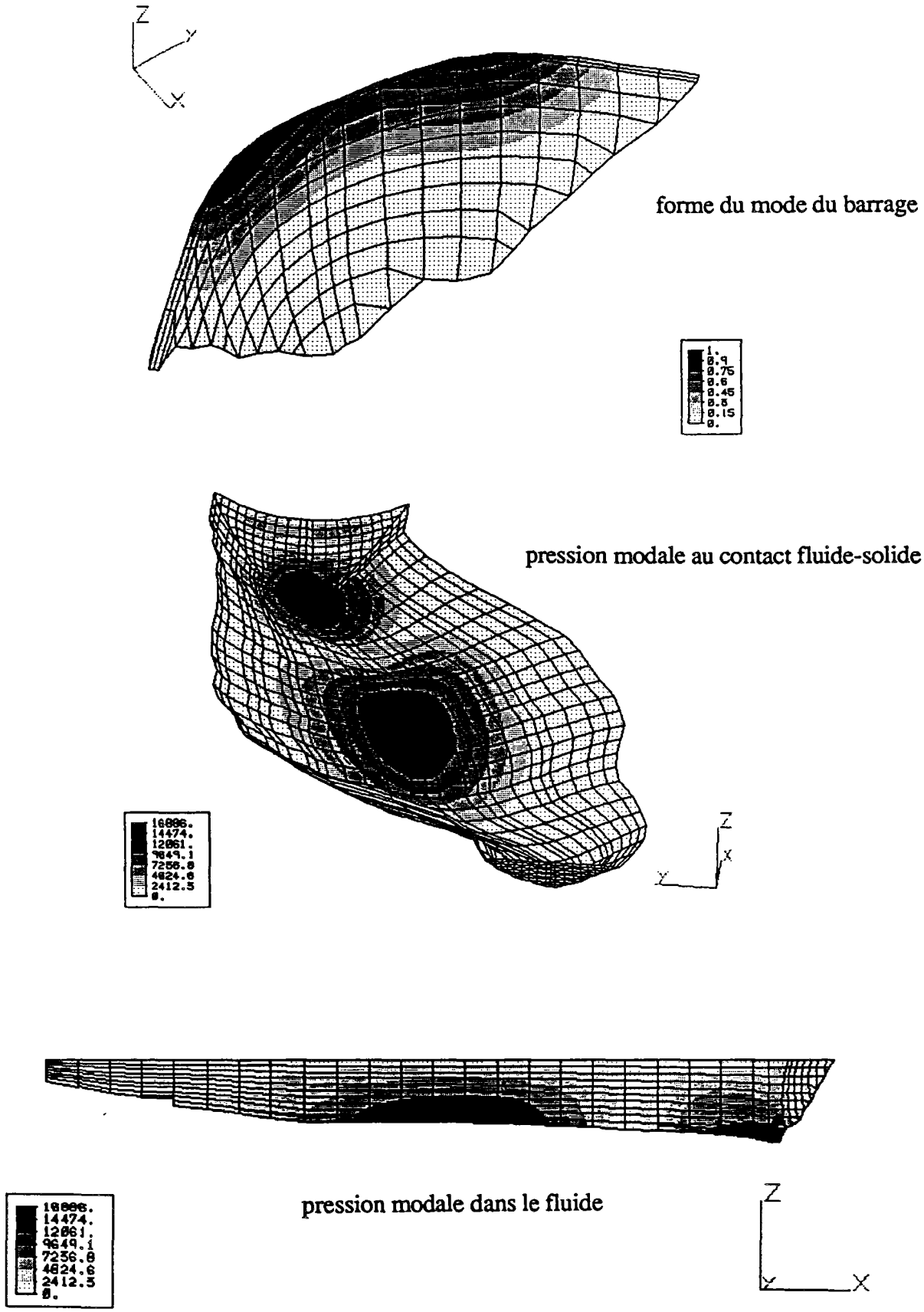


Figure 4.35 - Cinqième mode propre du *modèle 4* à *5.5257 Hz*.
Mode acoustique

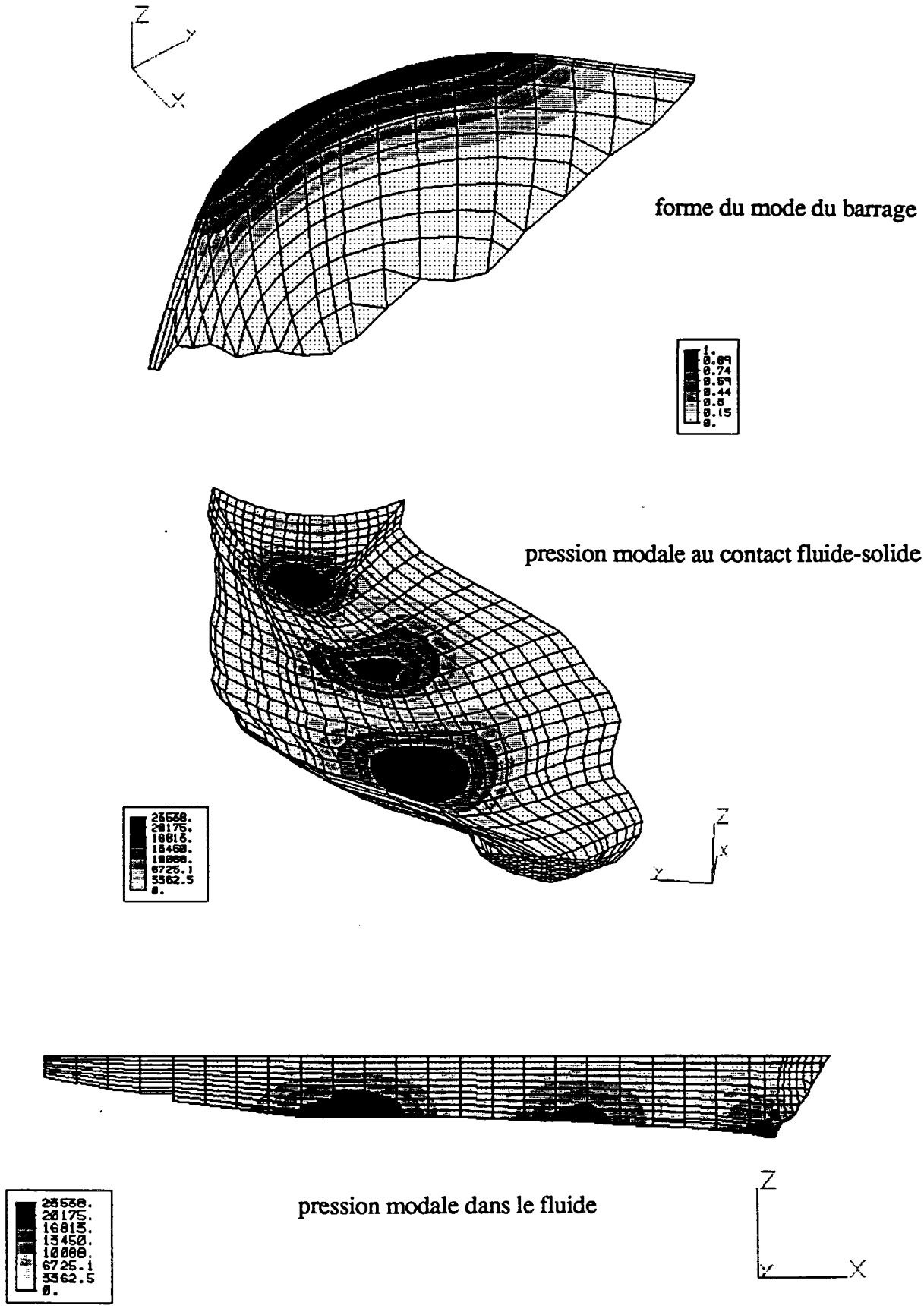


Figure 4.36 - Sixième mode propre du *modèle 4* à *5.7935 Hz*.
Mode acoustique

IV.4.2.5 MODELE 5

Les tableaux 4.19 et 4.20 montrent les modes propres et les énergies modales du *modèle 5*. La roche est *rigide* (le module d'élasticité est très élevé). Pour ce modèle, avec le fluide *incompressible*, tous les modes propres sont du même type: mode du barrage avec la masse active du fluide. Les énergies potentielles du fluide sont nulles et les énergies cinétiques du fluide sont égales aux énergies de couplage. Parmi les *6* premiers modes, le *1er* et le *4-ième* mode sont antisymétriques, tandis que les modes symétriques sont: le *2-ième*, le *3-ième*, le *5-ième* et le *6-ième*. Sur les figures 4.37 à 4.42 on montre les *6* premiers modes propres du *modèle 5*.

Tableau 4.19 - Fréquences propres et masses généralisées du *modèle 5*

MODE	*FREQUENCE (Hz)*	*PERIODE (s)*	*MASSE GENERALISEE*
1	*3.3301*	*0.3003*	*0.510744E+05*
2	*4.0812*	*0.2450*	*0.350998E+05*
3	*5.0675*	*0.1973*	*0.332190E+05*
4	*7.0847*	*0.1411*	*0.271900E+05*
5	*8.0051*	*0.1249*	*0.209972E+05*
6	*9.5869*	*0.1043*	*0.200933E+05*

Tableau 4.20 - Energies modales du *modèle 5*

MODE	*EPS** *Energie Potentielle de la Structure*	*ECS** *Energie Cinétique de la Structure*	*EPF** *Energie Potentielle du Fluide*	*ECF** *Energie Cinétique du Fluide*
1	*0.25340E+01*	*0.15340E+01*	*0.13286E-54*	*0.10000E+01*
2	*0.23186E+01*	*0.13186E+01*	*0.35572E-54*	*0.10000E+01*
3	*0.26882E+01*	*0.16882E+01*	*0.28909E-54*	*0.10000E+01*
4	*0.32155E+01*	*0.22155E+01*	*0.21714E-54*	*0.10000E+01*
5	*0.27329E+01*	*0.17329E+01*	*0.18992E-53*	*0.10000E+01*
6	*0.36356E+01*	*0.26356E+01*	*0.30650E-54*	*0.10000E+01*

* Les énergies sont normées par rapport à l'énergie de couplage fluide-solide

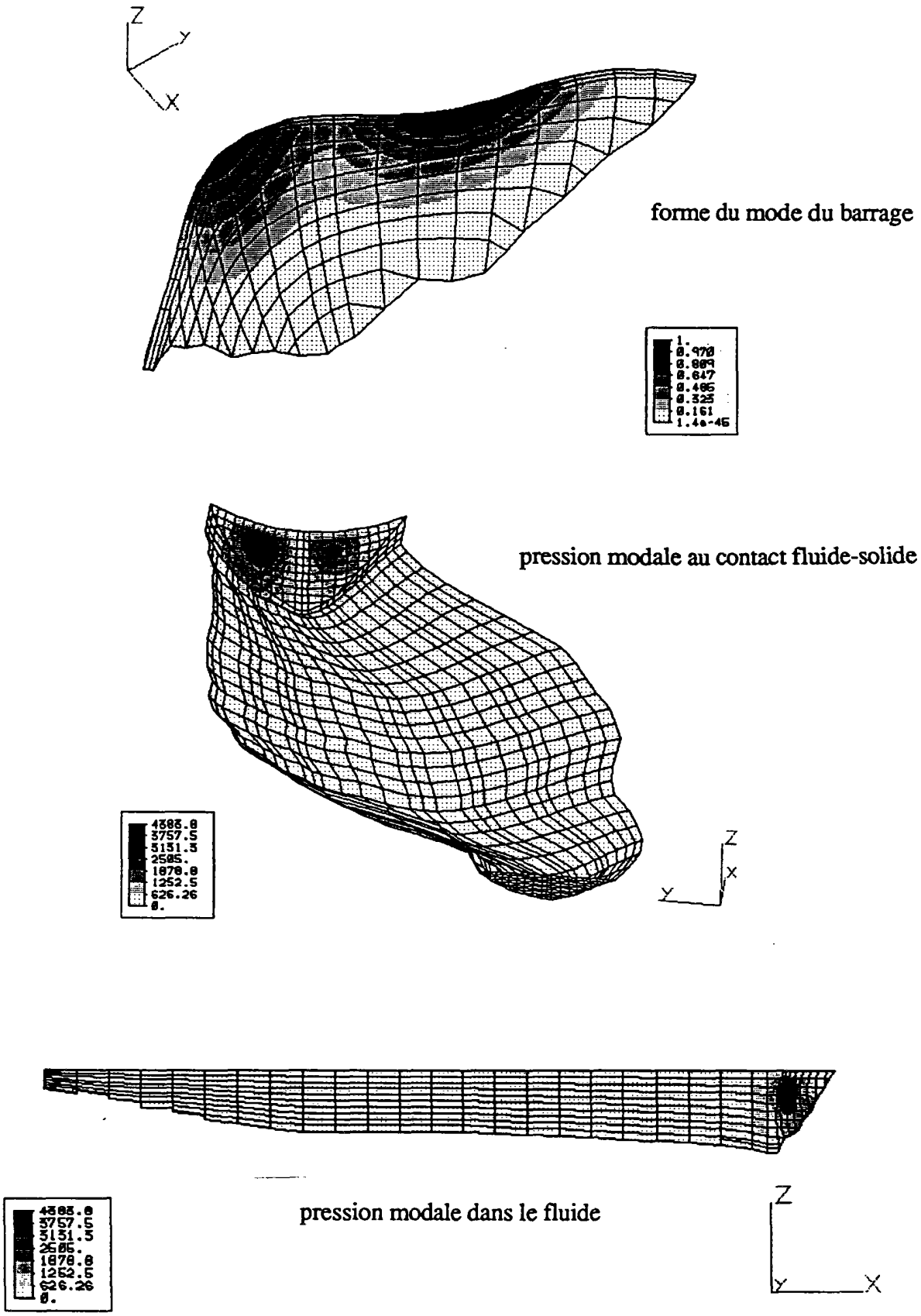


Figure 4.37 - Premier mode propre du *modèle 5* à *3.3301 Hz*.
Mode du barrage avec la masse active du fluide

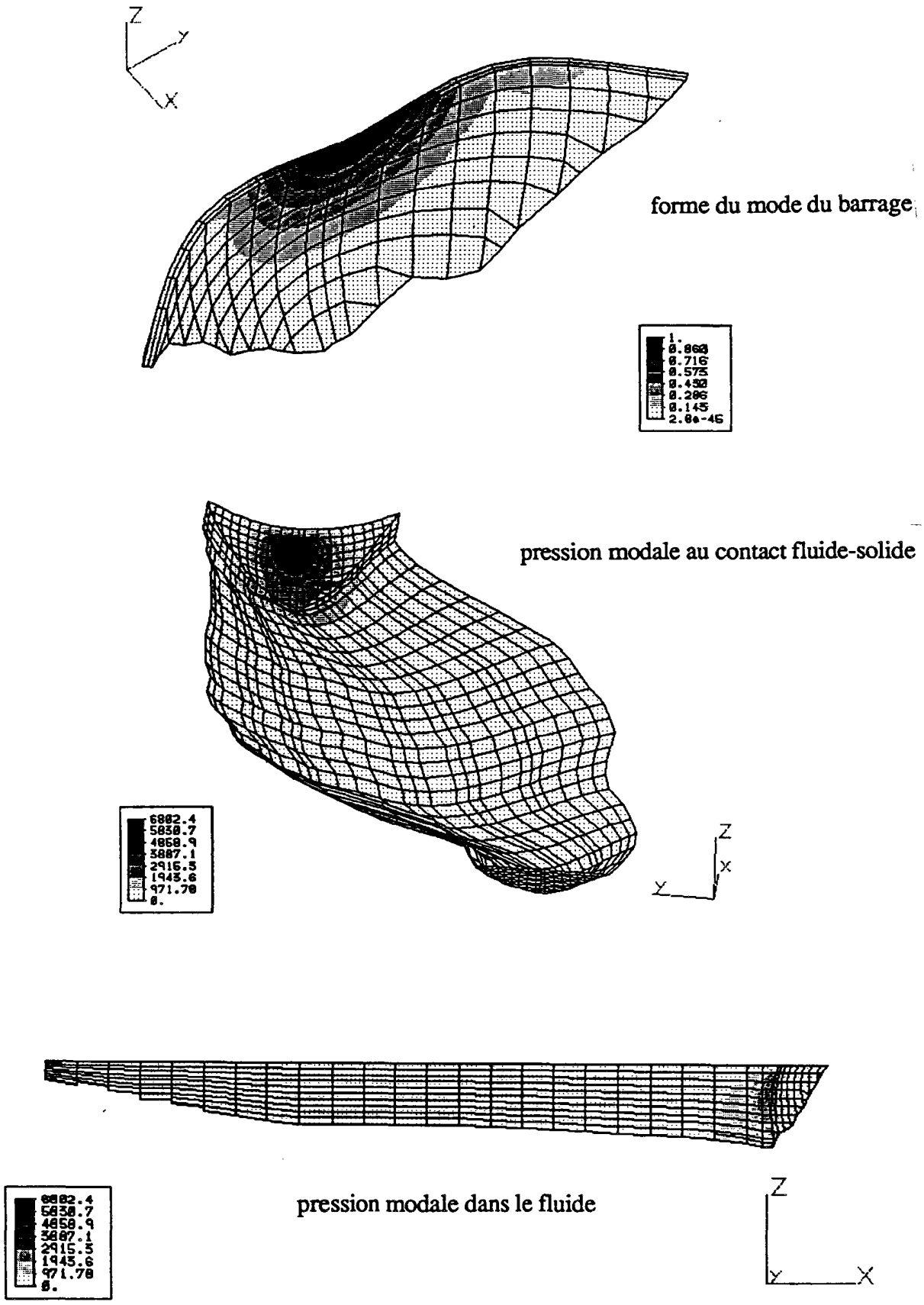


Figure 4.38 - Deuxième mode propre du *modèle 5* à *4.0812 Hz*.
Mode du barrage avec la masse active du fluide

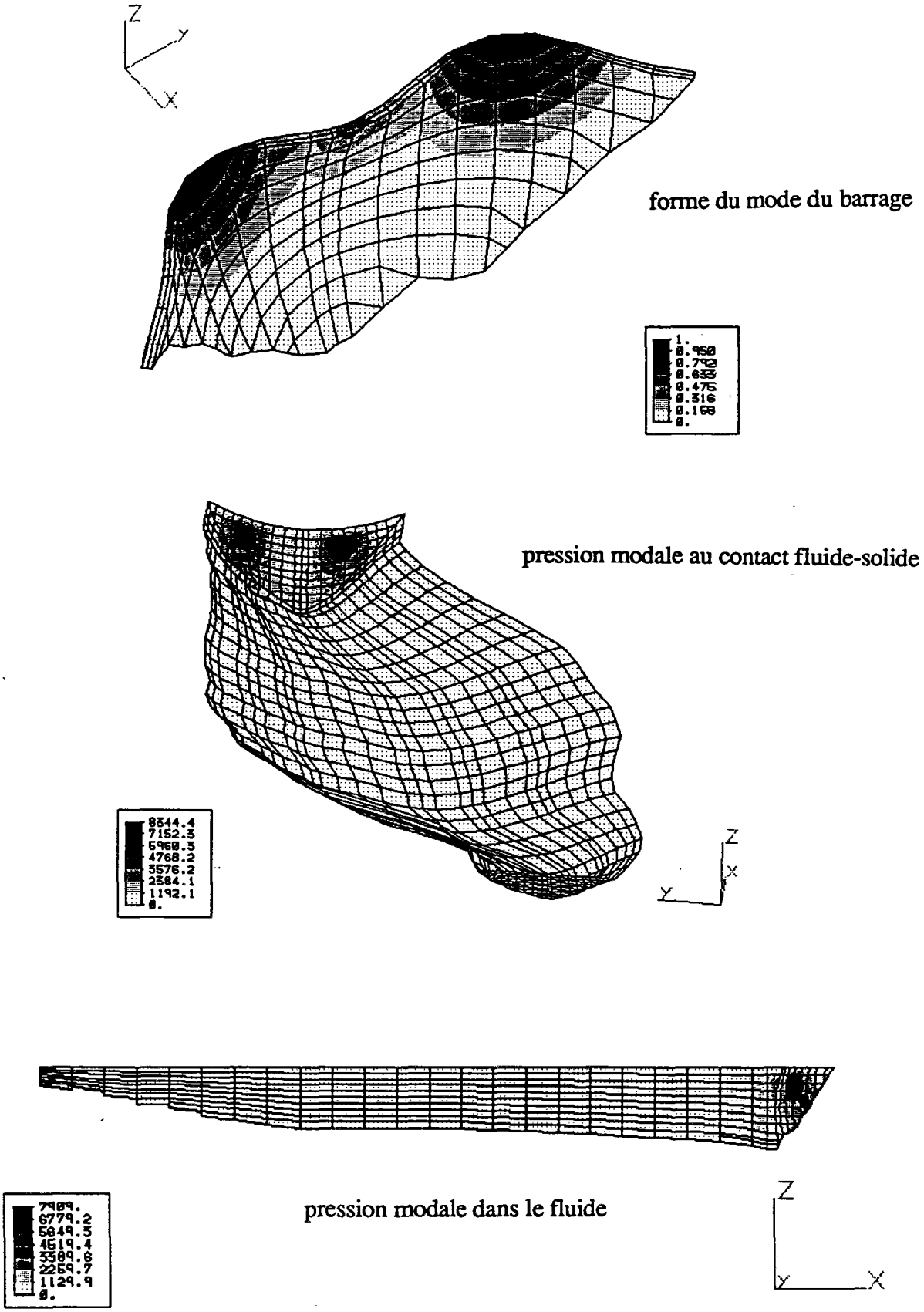


Figure 4.39 - Troisième mode propre du *modèle 5* à *5.0675 Hz*.
Mode du barrage avec la masse active du fluide

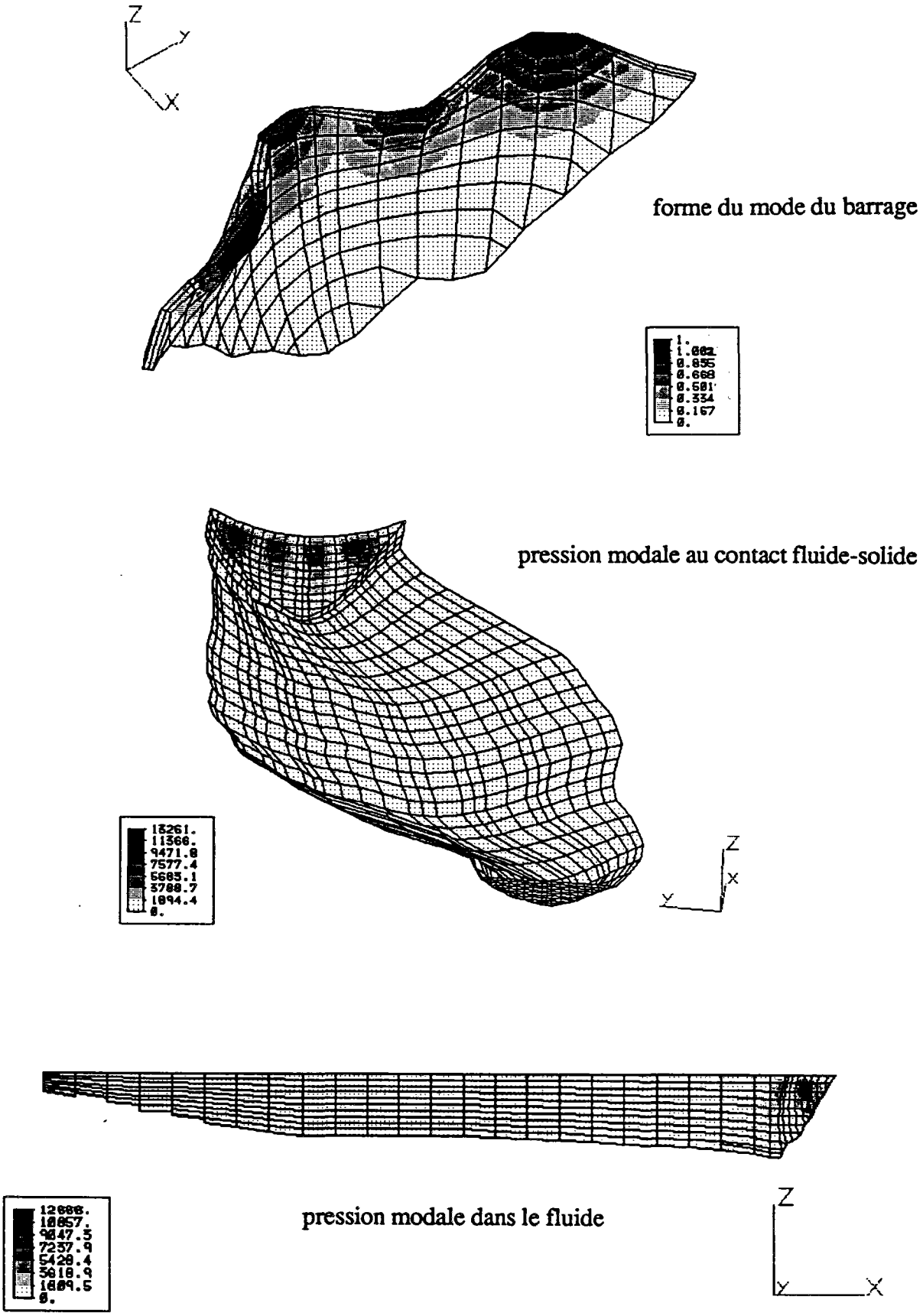


Figure 4.40 - Quatrième mode propre du *modèle 5* à *7.0847 Hz*.
Mode du barrage avec la masse active du fluide

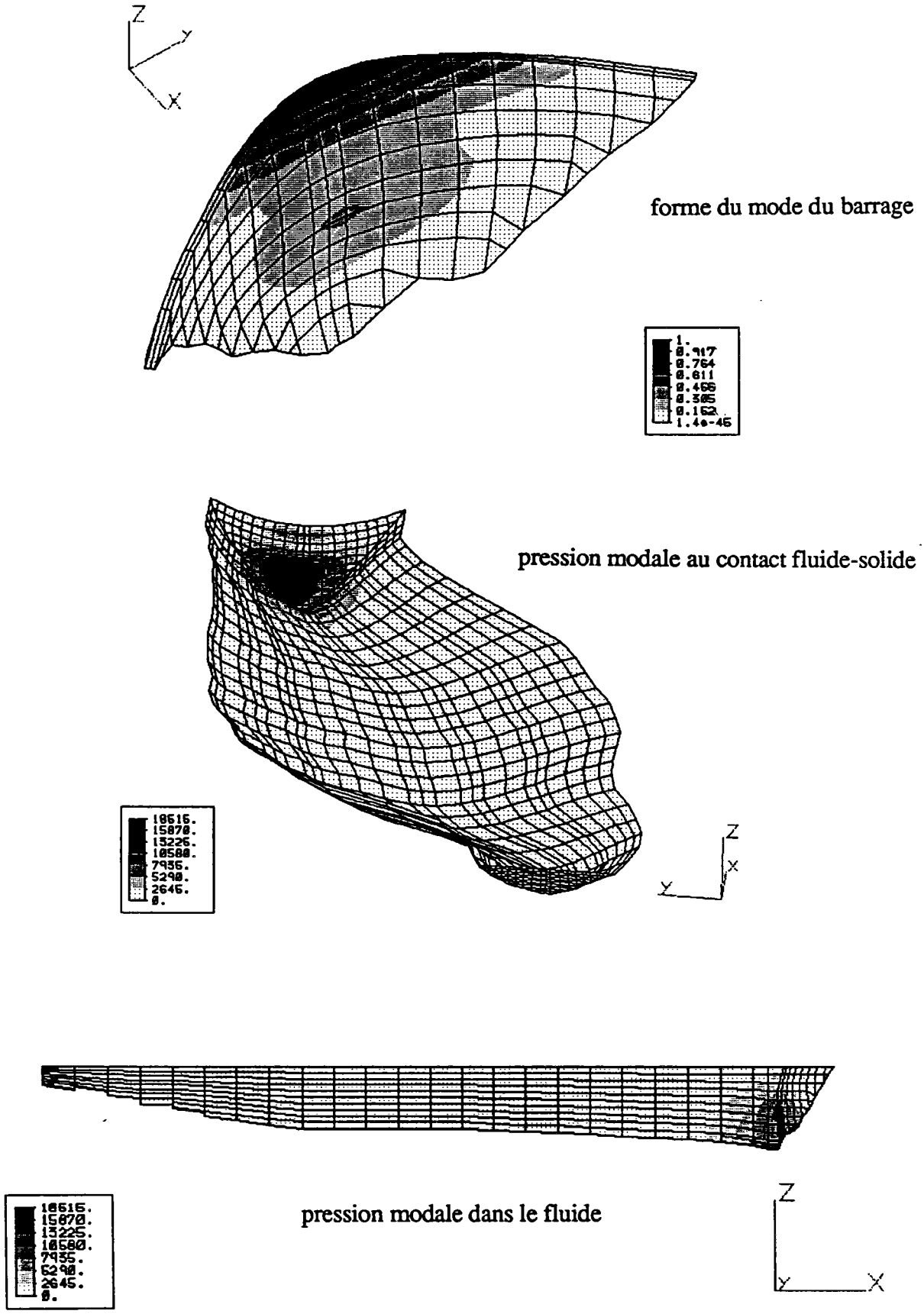


Figure 4.41 - Cinqième mode propre du *modèle 5* à *8.0051 Hz*.
Mode du barrage avec la masse active du fluide

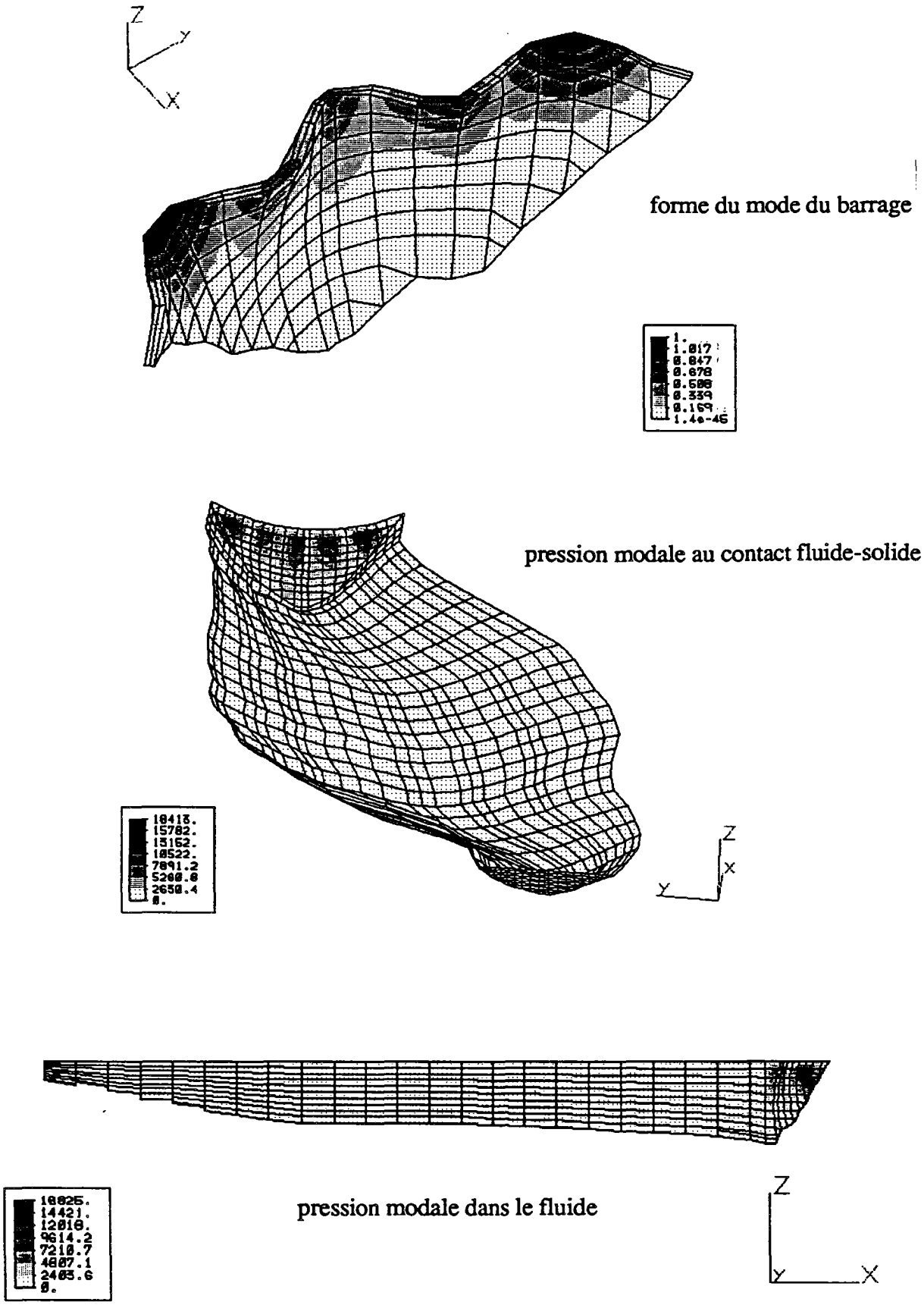


Figure 4.42 - Sixième mode propre du *modèle 5* à *9.5869 Hz*.
Mode du barrage avec la masse active du fluide

IV.4.2.6 MODELE 6

Les tableaux 4.21 et 4.22 montrent les modes propres et les énergies modales du *modèle 6*. Le fluide est *compressible*. Les types de modes propres sont montrés dans le tableau 4.23. On ne donne pas la présentation graphique des modes propres du *modèle 6* parce qu'on a montré sur le *modèle 1* les différents types de modes propres qui existent dans le *modèle 6* aussi.

Tableau 4.21 - Fréquences propres et masses généralisées du *modèle 6*

MODE	FREQUENCE (Hz)	PERIODE (s)	MASSE GENERALISEE
1	3.1365	0.3188	0.579783E+05
2	3.6251	0.2759	0.697067E+05
3	4.1145	0.2430	0.374368E+07
4	4.1597	0.2404	0.773304E+08
5	4.5534	0.2196	0.156770E+07
6	4.5912	0.2178	0.700245E+05
7	4.7574	0.2102	0.935877E+05
8	4.9744	0.2010	0.260678E+06
9	5.0678	0.1973	0.206230E+07
10	5.1497	0.1942	0.450177E+07
20	6.2028	0.1612	0.222129E+07
30	7.0140	0.1426	0.119964E+07
40	7.6943	0.1300	0.293642E+06
50	8.3223	0.1202	0.976347E+07
60	9.1345	0.1095	0.313138E+06

Tableau 4.22 - Energies modales du *modèle 6*

MODE	EPS* Energie Potentielle de la Structure	ECS* Energie Cinétique de la Structure	EPF* Energie Potentielle du Fluide	ECF* Energie Cinétique du Fluide
1	0.24103E+01	0.14103E+01	0.75710E-01	0.10757E+01
2	0.19189E+01	0.91892E+00	0.46348E+00	0.14635E+01
3	0.25585E+03	0.25485E+03	0.26790E+00	0.12679E+01

4	0.11915E+03	0.11815E+03	0.32368E+00	0.13237E+01
5	0.66481E+02	0.65481E+02	0.63888E+00	0.16389E+01
6	0.28483E+01	0.18483E+01	0.16018E+01	0.26018E+01
7	0.25870E+01	0.15870E+01	0.13292E+01	0.23292E+01
8	0.32614E+01	0.22614E+01	0.26319E+01	0.36319E+01
9	0.73808E+02	0.72808E+02	0.21698E+01	0.31698E+01
10	0.58507E+02	0.57507E+02	0.49491E+01	0.59491E+01
20	0.59911E+02	0.58911E+02	0.29864E+01	0.39864E+01
30	0.87012E+01	0.77012E+01	0.40285E+01	0.50285E+01
40	0.11429E+02	0.10429E+02	0.55056E+01	0.65056E+01
50	0.56368E+02	0.55367E+02	0.13289E+02	0.14290E+02
60	0.21107E+02	0.20106E+02	0.98108E+01	0.10812E+02

* Les énergies sont normées par rapport à l'énergie de couplage fluide-solide

Tableau 4.23 - Types des modes propres du *modèle 6*

MODE	*TYPE DU MODE PROPRE*
1	*mode du barrage avec la masse active du fluide*
2	*mode du barrage avec la masse active du fluide*
3	*mode du barrage avec la masse active du fluide*
4	*mode du solide (barrage et roche) avec la masse active du fluide*
5	*mode du solide (barrage et roche) avec la masse active du fluide*
6	*mode du solide (barrage et roche) avec la masse active du fluide*
7	*mode du solide (barrage et roche) avec la masse active du fluide*
8	*mode du couplage fluide-solide*
9	*mode du solide (barrage et roche)*
10	*mode du solide (barrage et roche)*

Le premier mode acoustique apparaît à la fréquence de *6.0993 Hz*. C'est le *19-ième* mode qui est un mode acoustique et le mode du solide (le barrage et la roche) en même temps. Les fréquence sont les mêmes, mais il n'y a pas de couplage.

IV.4.2.7 MODELE 7

Le tableau 4.24 montre les modes propres du *modèle 7*. Pour ce modèle, avec le réservoir *vide*, tous les modes propres sont de même type comme pour le *modèle 3*. On ne donne pas la présentation graphique des modes propres du modèle 7 parce qu'on a montré sur le modèle 2 les types de modes propres qui existent dans le modèle 7 aussi.

Tableau 4.24 - Fréquences propres et masses généralisées du *modèle 7*

MODE	*FREQUENCE (Hz)*	*PERIODE (s)*	*MASSE GENERALISEE*
1	*4.0727*	*0.2455*	*0.336192E+05*
2	*4.1127*	*0.2431*	*0.429276E+08*
3	*4.1792*	*0.2393*	*0.797877E+06*
4	*4.5700*	*0.2188*	*0.363189E+07*
5	*4.9899*	*0.2004*	*0.332389E+05*
6	*5.0840*	*0.1967*	*0.187700E+06*
7	*5.1538*	*0.1940*	*0.665589E+05*
8	*5.3461*	*0.1871*	*0.131192E+07*
9	*5.4242*	*0.1844*	*0.171398E+06*
10	*5.6425*	*0.1772*	*0.583275E+07*
20	*6.7507*	*0.1481*	*0.149420E+08*
30	*7.8375*	*0.1276*	*0.655461E+07*
40	*8.5284*	*0.1173*	*0.234838E+07*
50	*9.5091*	*0.1052*	*0.190342E+07*

IV.4.2.8 MODELE 8

Les tableaux 4.25 et 4.26 montrent les modes propres et les énergies modales du *modèle 8*. Le fluide est *compressible*. Les types de modes propres sont montrés dans le tableau 4.27. On ne donne pas la présentation graphique des modes propres du *modèle 8* parce qu'on a montré sur le *modèle 1* les différents types de modes propres qui existent dans le *modèle 8* aussi.

Tableau 4.25 - Fréquences propres et masses généralisées du *modèle 8*

MODE	FREQUENCE (Hz)	PERIODE (s)	MASSE GENERALISEE
1	3.1315	0.3193	0.580984E+05
2	3.6310	0.2754	0.663247E+05
3	4.6507	0.2150	0.511609E+05
4	4.9376	0.2025	0.147194E+06
5	5.1325	0.1948	0.162241E+07
6	5.4116	0.1848	0.154720E+06
7	5.6973	0.1755	0.812369E+07
8	5.9517	0.1680	0.593201E+06
9	6.0185	0.1662	0.316315E+06
10	6.1064	0.1638	0.533197E+06
20	7.4133	0.1349	0.411951E+06
30	8.5235	0.1173	0.291046E+06
40	9.4225	0.1061	0.463479E+06

Tableau 4.26 - Energies modales du *modèle 8*

MODE	EPS* Energie Potentielle de la Structure	ECS* Energie Cinétique de la Structure	EPF* Energie Potentielle du Fluide	ECF* Energie Cinétique du Fluide
1	0.23991E+01	0.13991E+01	0.76413E-01	0.10764E+01
2	0.19147E+01	0.91470E+00	0.40722E+00	0.14072E+01
3	0.25478E+01	0.15478E+01	0.63990E+00	0.16399E+01
4	0.24490E+01	0.14490E+01	0.24223E+01	0.34223E+01
5	0.10898E+03	0.10798E+03	0.32809E+00	0.13281E+01

6	0.28559E+01	0.18559E+01	0.31422E+01	0.41422E+01
7	0.77599E+02	0.76599E+02	0.25191E+01	0.35191E+01
8	0.54965E+02	0.53965E+02	0.12891E+01	0.22891E+01
9	0.39312E+01	0.29312E+01	0.38464E+01	0.48464E+01
10	0.78220E+02	0.77220E+02	0.67806E+01	0.77806E+01
20	0.12853E+02	0.11853E+02	0.40420E+01	0.50420E+01
30	0.31846E+02	0.30846E+02	0.76574E+01	0.86574E+01
40	0.32019E+02	0.31019E+02	0.67920E+01	0.77920E+01

* Les énergies sont normées par rapport à l'énergie de couplage fluide-solide

Tableau 4.27 - Types des modes propres du *modèle 8*

MODE	*TYPE DU MODE PROPRE*
1	*mode du barrage avec la masse active du fluide*
2	*mode du barrage avec la masse active du fluide*
3	*mode du barrage avec la masse active du fluide*
4	*mode du couplage fluide-solide*
5	*mode du solide (barrage et roche) avec la masse active du fluide*
6	*mode du couplage fluide-solide*
7	*mode du solide (barrage et roche) avec la masse active du fluide*
8	*mode du solide (barrage et roche) avec la masse active du fluide*
9	*mode du couplage fluide-solide*
10	*mode du solide (barrage et roche) avec la masse active du fluide*

Le premier mode acoustique apparaît à la fréquence de *6.3104 Hz*. C'est le *12-ième* mode qui est un mode acoustique et le mode du solide (le barrage et la roche) en même temps. Les fréquence sont les mêmes mais il n'y a pas de couplage.

IV.4.2.9 MODELE 9

Les tableaux 4.28 et 4.29 montrent les modes propres et les énergies modales du *modèle 9*. Pour ce modèle, avec le fluide *incompressible*, les modes propres sont de même type que pour le *modèle 2*. Les énergies potentielles du fluide sont nulles et les énergies cinétiques du fluide sont égales aux énergies de couplage. On ne donne pas la présentation graphique des modes propres du *modèle 9* parce qu'on a montré sur le *modèle 2* le type de modes propres qui existe dans le *modèle 9* aussi.

Tableau 4.28 - Fréquences propres et masses généralisées du *modèle 9*

MODE	FREQUENCE (Hz)	PERIODE (s)	MASSE GENERALISEE
1	3.1744	0.3150	0.550896E+05
2	3.8496	0.2598	0.409278E+05
3	4.8658	0.2055	0.377291E+05
4	5.1359	0.1947	0.143998E+07
5	5.6991	0.1755	0.267747E+07
6	5.8098	0.1721	0.835710E+07
7	5.9703	0.1675	0.194664E+07
8	6.2240	0.1607	0.322951E+07
9	6.3196	0.1582	0.148328E+08
10	6.6237	0.1510	0.125827E+07
20	7.9840	0.1253	0.146094E+07
30	9.3114	0.1074	0.424241E+05
35	9.7007	0.1031	0.108864E+07

Tableau 4.29 - Energies modales du *modèle 9*

MODE	EPS* Energie Potentielle de la Structure	ECS* Energie Cinétique de la Structure	EPF* Energie Potentielle du Fluide	ECF* Energie Cinétique du Fluide
1	0.25080E+01	0.15080E+01	0.12546E-54	0.10000E+01
2	0.22715E+01	0.12715E+01	0.35191E-54	0.10000E+01
3	0.26851E+01	0.16851E+01	0.28245E-54	0.10000E+01

4	0.12527E+03	0.12427E+03	0.25014E-54	0.10000E+01
5	0.89631E+02	0.88631E+02	0.74458E-54	0.10000E+01
6	0.14034E+02	0.13034E+02	0.19935E-53	0.10000E+01
7	0.73936E+02	0.72936E+02	0.11694E-53	0.10000E+01
8	0.62678E+02	0.61678E+02	0.18045E-53	0.10000E+01
9	0.13715E+02	0.12715E+02	0.15954E-53	0.10000E+01
10	0.14212E+02	0.13212E+02	0.11650E-53	0.10000E+01
20	0.24986E+02	0.23986E+02	0.27877E-53	0.10000E+01
30	0.67541E+01	0.57541E+01	0.78116E-54	0.10000E+01
35	0.34318E+02	0.33318E+02	0.20156E-53	0.10000E+01

* Les énergies sont normées par rapport à l'énergie de couplage fluide-solide

IV.4.2.10 MODELE 10

Le tableau 4.30 montre les modes propres du *modèle 10*. La roche est *rigide* et elle n'est pas modélisée. Le fluide est représenté par les *masses concentrées* déterminées par l'approche de *Westergaard* en supposant que la structure n'est pas déformable et que le fluide est incompressible. Sur les figures 4.43 et 4.44 on montre les six premiers modes propres du *modèle 10*. Les modes symétriques sont: le *2e*, le *3e*, le *5-ième* et le *6-ième*. Les modes antisymétriques sont: le *1er* et le *4-ième*.

Tableau 4.30 - Fréquences propres et masses généralisées du *modèle 10*

MODE	FREQUENCE (Hz)	PERIODE (s)	MASSE GENERALISEE
1	2.5166	0.3974	0.893283E+05
2	3.0461	0.3283	0.525629E+05
3	3.8598	0.2591	0.562899E+05
4	5.1424	0.1945	0.509598E+05
5	5.8109	0.1721	0.398942E+05
6	6.7267	0.1487	0.407014E+05
7	6.8410	0.1462	0.427020E+05
8	8.5341	0.1172	0.388238E+05
9	8.5695	0.1167	0.436299E+05
10	9.2854	0.1077	0.379787E+06

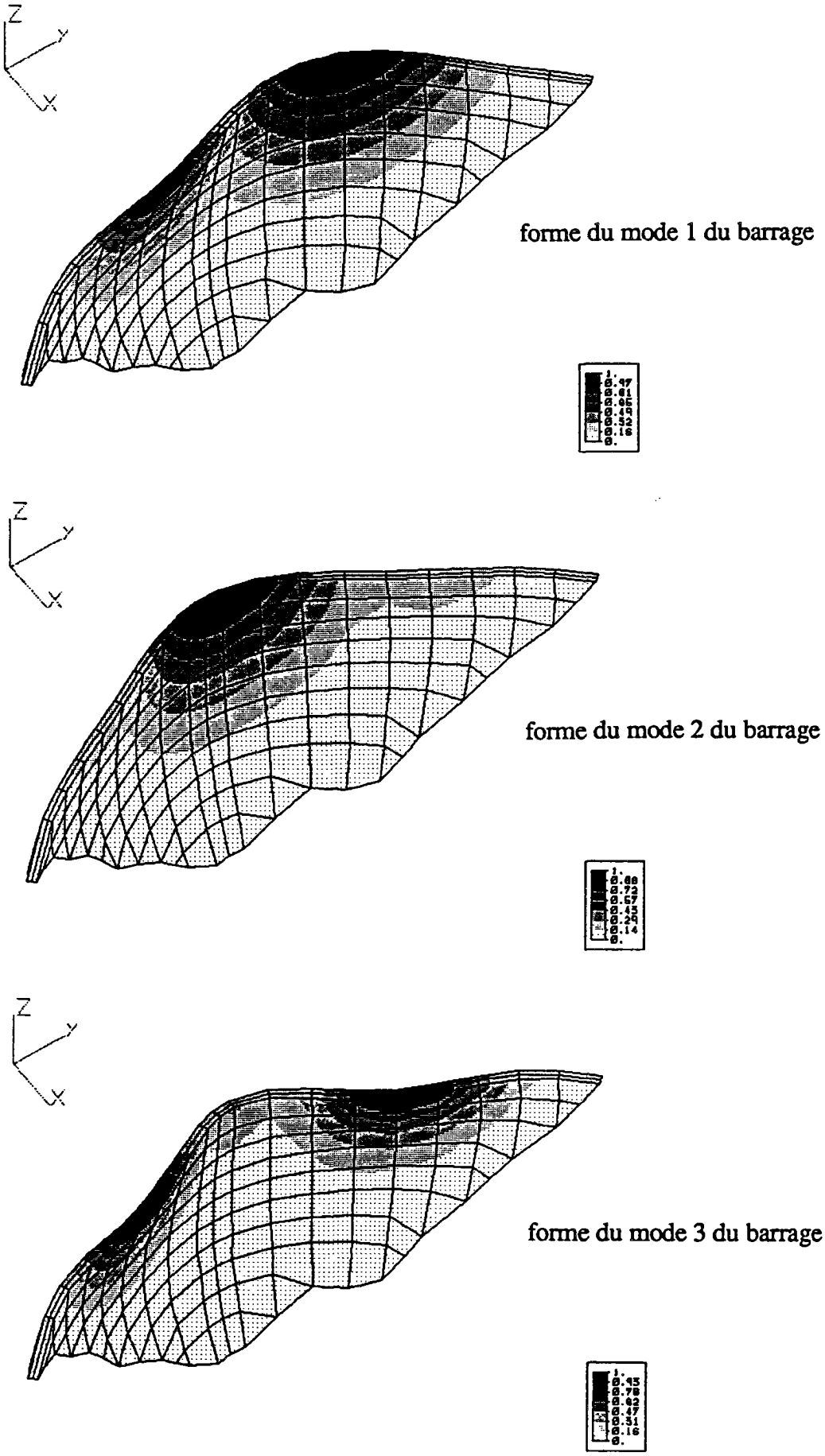
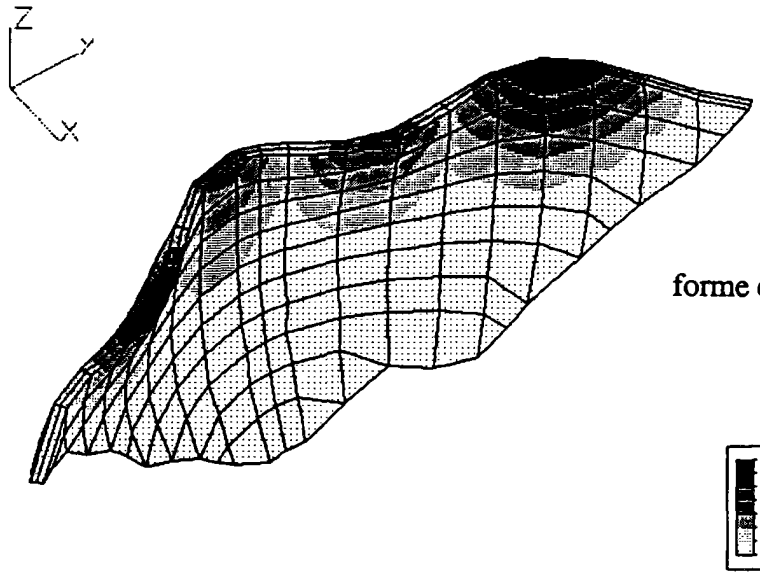
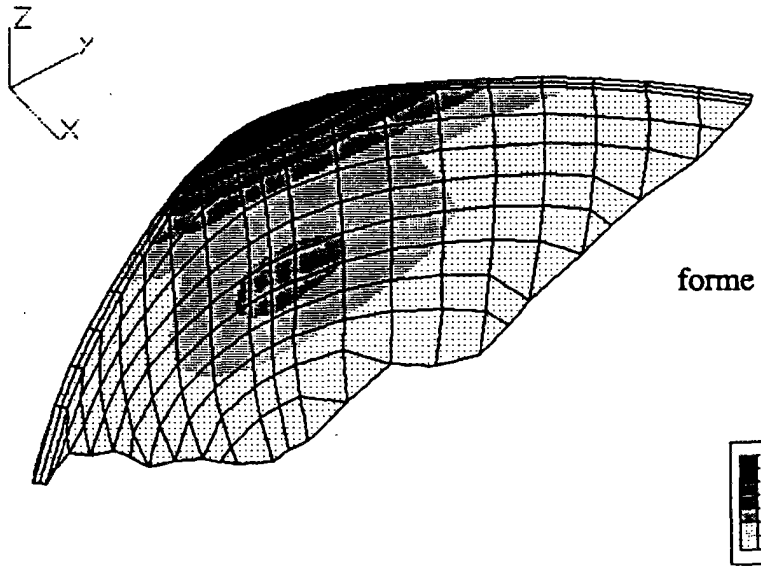


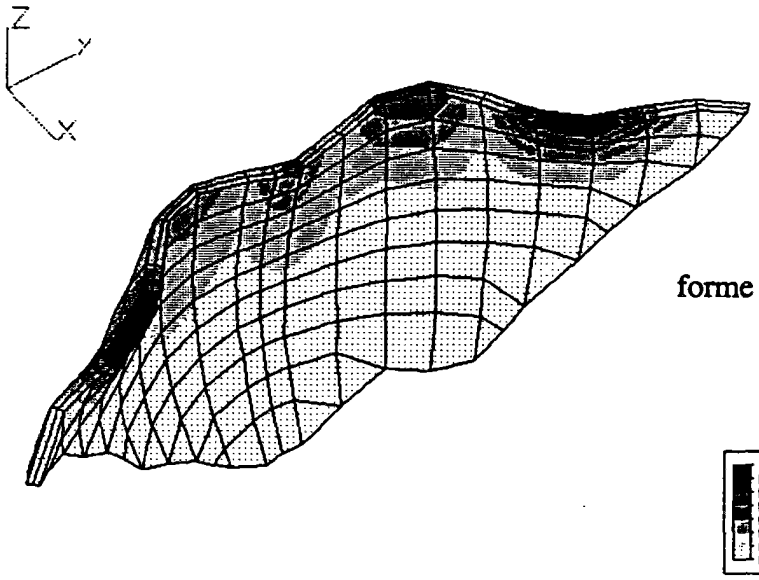
Figure 4.43 - Les trois premiers modes propres du *modèle 10* *à 2.5166 Hz, 3.0461 Hz* et *3.8598 Hz* respectivement



forme du mode 4 du barrage



forme du mode 5 du barrage



forme du mode 6 du barrage

Figure 4.44 - Les 4-ième, 5-ième et 6-ième modes propres du *modèle 10* *à 5.1424 Hz, 5.8109 Hz* et *6.7267 Hz* respectivement

IV.4.2.11 MODELE 11

Le tableau 4.31 montre les modes propres du *modèle 11*. La roche, comme dans le *modèle 10*, est *rigide* et elle n'est pas modélisée. Le réservoir est *vide*. Sur les figures 4.45 et 4.46 on montre les six premiers modes propres du *modèle 11*. Les modes symétriques sont: le *2-e*, le *3-e*, le *5-ième* et le *6-ième*. Les modes antisymétriques sont: le *1-er* et le *4-ième*.

Tableau 4.31 - Fréquences propres et masses généralisées du *modèle 11*

MODE	*FREQUENCE (Hz)*	*PERIODE (s)*	*MASSE GENERALISEE*
1	*4.2673*	*0.2343*	*0.295212E+05*
2	*5.3430*	*0.1872*	*0.155209E+05*
3	*6.4065*	*0.1561*	*0.187075E+05*
4	*8.5106*	*0.1175*	*0.174951E+05*
5	*10.2267*	*0.0978*	*0.138038E+05*
6	*11.2349*	*0.0890*	*0.137801E+05*

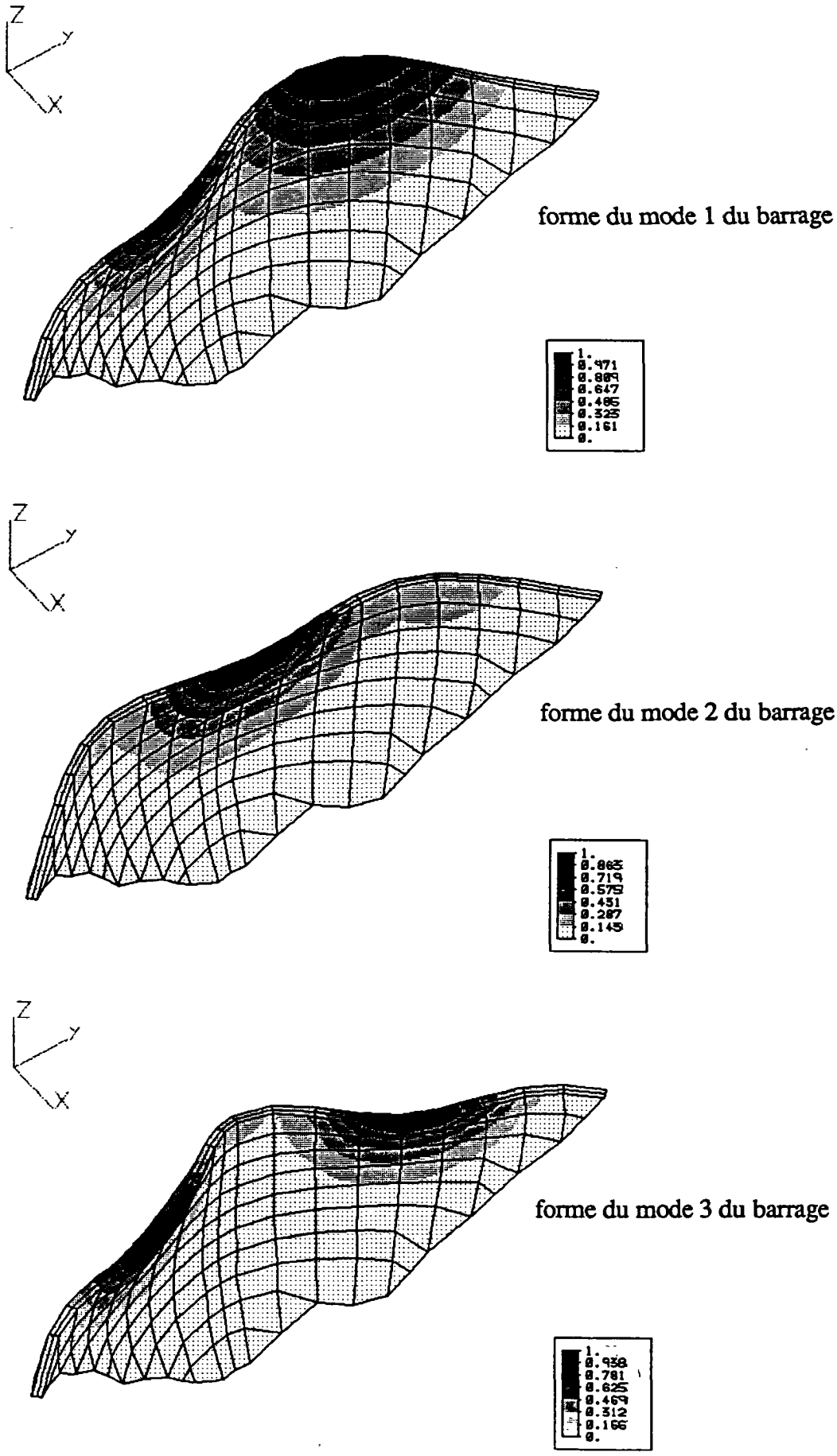
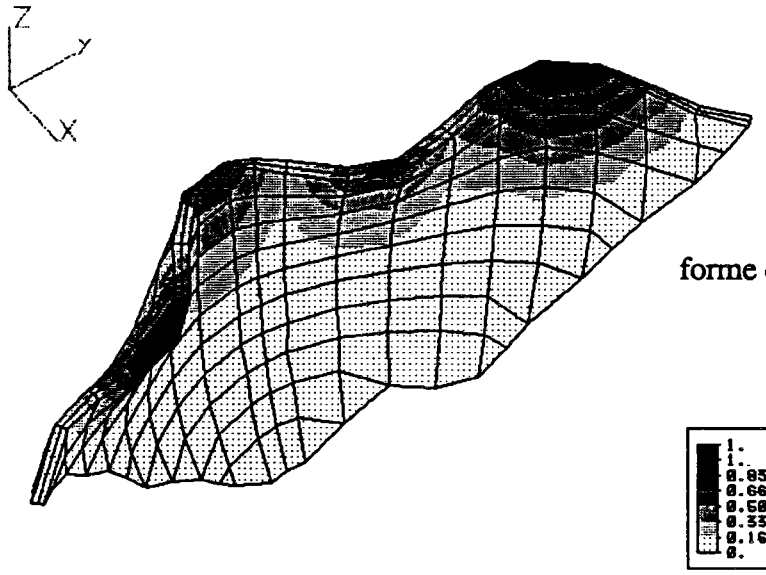
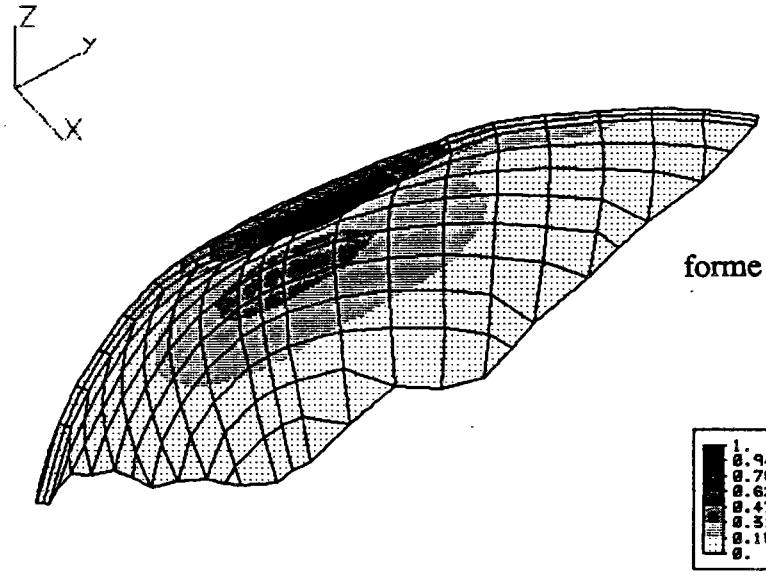


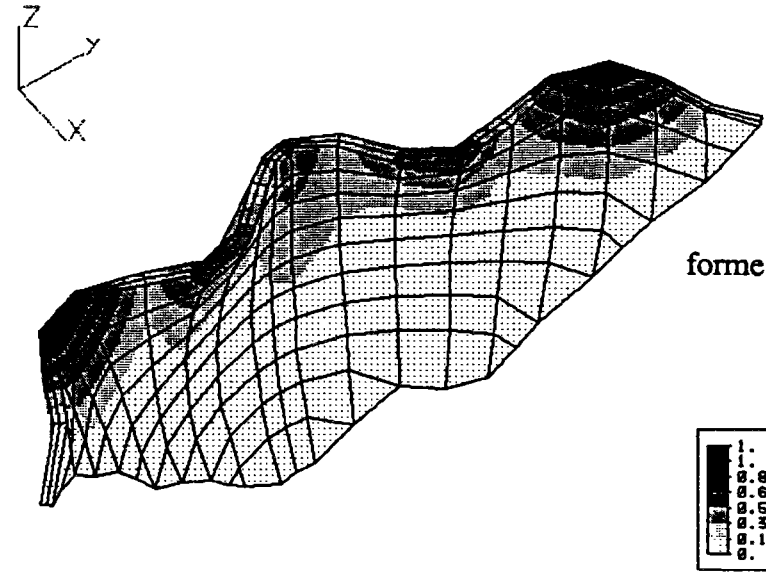
Figure 4.45 - Les trois premiers modes propres du *modèle 11*
à 4.2673 Hz, 5.3430 Hz et *6.4065 Hz* respectivement



forme du mode 4 du barrage



forme du mode 5 du barrage



forme du mode 6 du barrage

Figure 4.46 - Les 4-ième, 5-ième et 6-ième modes propres du *modèle 11* *à 8.5106 Hz, 10.2267 Hz* et *11.2349 Hz* respectivement

IV.4.2.12 MODELE 12

Le tableau 4.32 donne les fréquences propres et les masses généralisées du *modèle 12* nécessaires pour l'analyse. Le fluide est *compressible*. Le module d'élasticité de la roche est quatre fois plus grand que dans le *modèle 1*. Dans le tableau 4.33 on donne les types de modes propres. On ne donne pas la présentation graphique des modes propres du *modèle 12* parce qu'on a montré sur le *modèle 1* les différents types de modes propres qui existent dans le *modèle 12* aussi. De même, on ne montre pas les valeurs d'énergies modales.

Tableau 4.32 - Fréquences propres et masses généralisées du *modèle 12*

MODE	*FREQUENCE (Hz)*	*PERIODE (s)*	*MASSE GENERALISEE*
1	*3.2429*	*0.3084*	*0.551335E+05*
2	*3.7762*	*0.2648*	*0.630627E+05*
3	*4.7877*	*0.2089*	*0.472520E+05*
4	*5.1615*	*0.1937*	*0.168455E+06*
5	*5.4335*	*0.1840*	*0.217111E+06*
6	*5.7033*	*0.1753*	*0.291566E+06*
7	*6.1384*	*0.1629*	*0.325533E+06*
8	*6.6359*	*0.1507*	*0.314430E+06*
9	*6.8862*	*0.1452*	*0.316581E+05*
10	*6.9667*	*0.1435*	*0.508752E+07*
20	*8.8077*	*0.1135*	*0.695288E+07*
25	*9.3812*	*0.1066*	*0.754549E+06*

Tableau 4.33 - Types des modes propres du *modèle 12*

MODE	*TYPE DU MODE PROPRE*	*FORME DU MODE DU BARRAGE*
1	*mode du barrage avec la masse active du fluide*	*antisymétrique*
2	*mode du barrage avec la masse active du fluide*	*symétrique*

3	*mode du barrage avec la masse active du fluide*	*symétrique*
4	*mode acoustique*	*symétrique*
5	*mode acoustique*	*symétrique*
6	*mode acoustique*	*symétrique*
7	*mode acoustique*	*symétrique*
8	*mode acoustique*	-
9	*mode du couplage fluide-solide*	*antisymétrique*
10	*mode acoustique*	-

Le premier mode acoustique apparaît à la fréquence de *5.1615 Hz.* C'est le *4-ième* mode propre.

ANNEXE AU CHAPITRE V

RESULTATS DES ANGLES D'INCIDENCES (θ,φ) DES MODELES 2 A 12

ET

SUITE DE RESULTATS DE L'ENERGIE DE DEFORMATION DANS LE BARRAGE

V.2.2 MODELE 2

Dans le tableau 5.5 les caractéristiques du *modèle 2* sont présentées. Les résultats de balayage en angles d'incidence (θ,φ) sont donnés dans le tableau 5.6 pour différents types d'ondes et pour des célérités de propagation choisies. Il représentent les angles d'incidence (θ,φ) ou leur intervalles pour lesquelles l'énergie dans le barrage (ou dans la grande partie du barrage) est maximale. Les figures 5.23 à 5.38 montrent les énergies aux trois noeuds du barrage en fonction d'angle d'incidence (θ,φ) pour des ondes $\boldsymbol{P}$, $\boldsymbol{SV}$, $\boldsymbol{SH}$ et $\boldsymbol{R}$ et pour les célérités choisies.

Tableau 5.5 - Caractéristiques du *modèle 2*

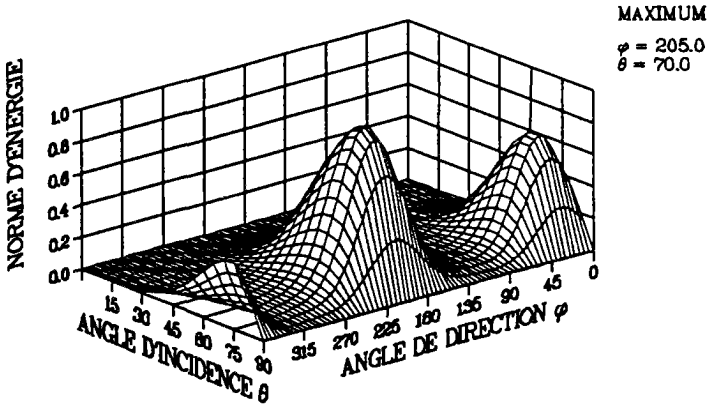
célérité d'ondes **P** du champ proche	célérités d'ondes **P** du champ lointain	réservoir	forme de la frontière du modèle
$c_{pp} = 5000\ m/s$	$c_{pl} = 5000\ m/s$ $c_{pl} = 10000\ m/s$ $c_{pl} = 20000\ m/s$ $c_{pl} = infini$	*plein* *eau incompressible*	*oblique*

Tableau 5.6 - Résultats de balayage en angles d'incidence (θ,φ)

Intervalles d'angles pour lesquelles l'énergie dans le barrage est maximale

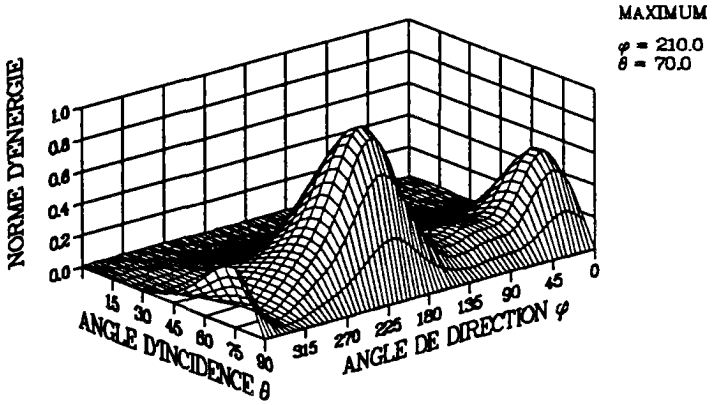
type d'onde	célérités d'ondes du champ lointain	angle d'incidence θ	angle de direction φ
ondes P	c_{pl} = *5000 m/s*	*70°*	*205°–210°*
	c_{pl} = *10000 m/s*	*70°*	*15°–20°*
	c_{pl} = *20000 m/s*	*70°* *(55°)*	*10°* *175°*
	c_{pl} = *infini*	*60°*	*180°–185°*
ondes SV	c_{svl} = *2900 m/s*	*35.3°*	*25°*
	c_{svl} = *5800 m/s*	*35.3°*	*15°–20°*
	c_{svl} = *11600 m/s*	*35.3°*	*5°–15°*
	c_{svl} = *infini*	*35.3°*	*0°–5°*
ondes SH	c_{shl} = *2900 m/s*	*90°*	*60°* *350°*
	c_{shl} = *5800 m/s*	*90°*	*60°–65°*
	c_{shl} = *11600 m/s*	*90°*	*70°–85°*
	c_{shl} = *infini*	*0°*	*90°* *275°*
ondes de Rayleigh	c_{rl} = *2650 m/s*		*205°*
	c_{rl} = *5300 m/s*		*25°*
	c_{rl} = *10600 m/s*		*15°–20°*
	c_{rl} = *infini*		*180°–185°*

ONDES P – CELERITE = 5000 m/s
ENERGIE TOTALE AU NOEUD 1–FACE AMONT



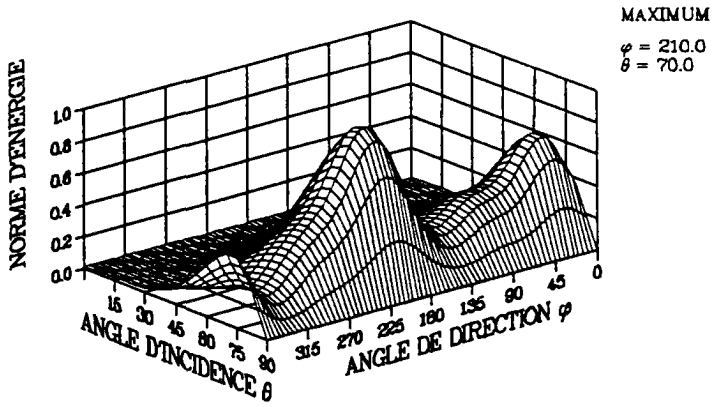
ENERGIE MAXIMALE = 2.90628×10^4 kJ/m3

ONDES P – CELERITE = 5000 m/s
ENERGIE TOTALE AU NOEUD 3–FACE AMONT



ENERGIE MAXIMALE = 8.54900×10^5 kJ/m3

ONDES P – CELERITE = 5000 m/s
ENERGIE TOTALE AU NOEUD 8–FACE AMONT



ENERGIE MAXIMALE = 3.69989×10^4 kJ/m3

Figure 5.23 - Energie en fonction d'angle d'incidence (θ,φ). Modèle 2

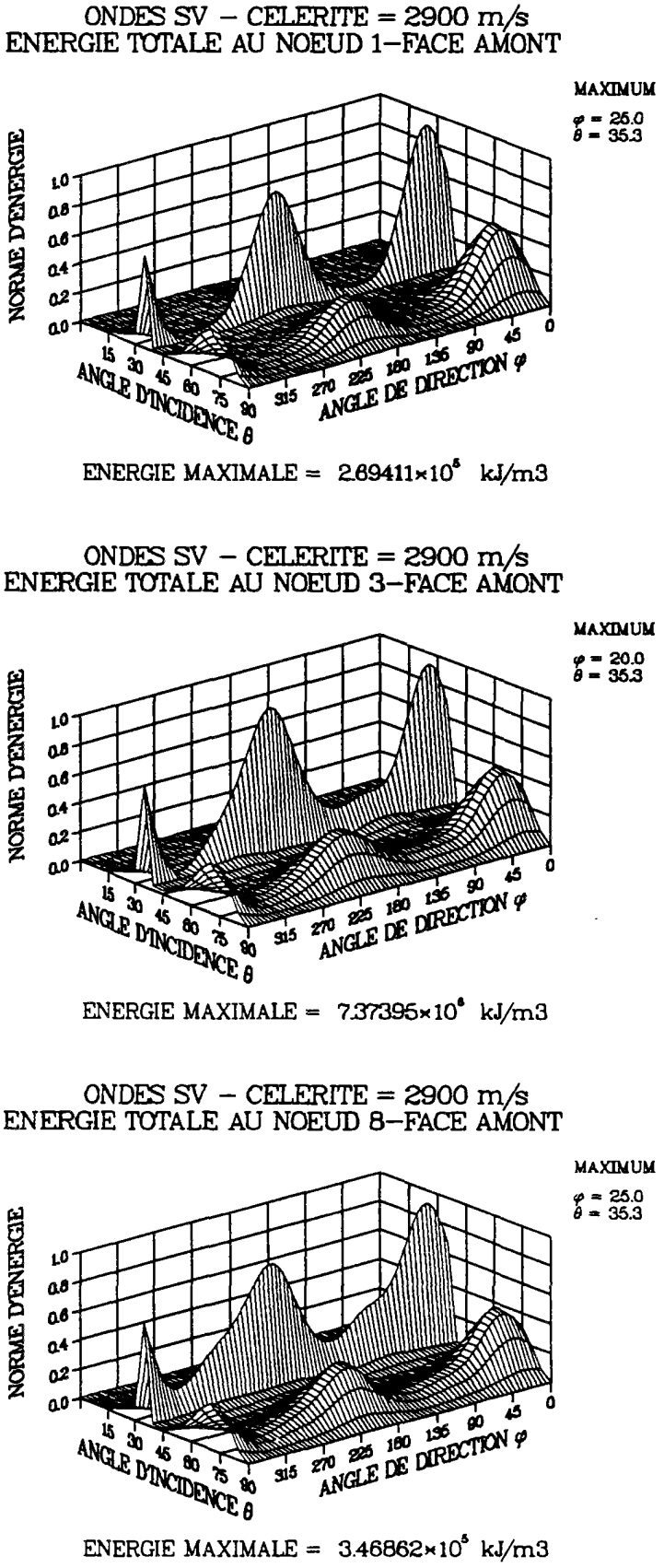


Figure 5.24 - Energie en fonction d'angle d'incidence (θ,φ). Modèle 2

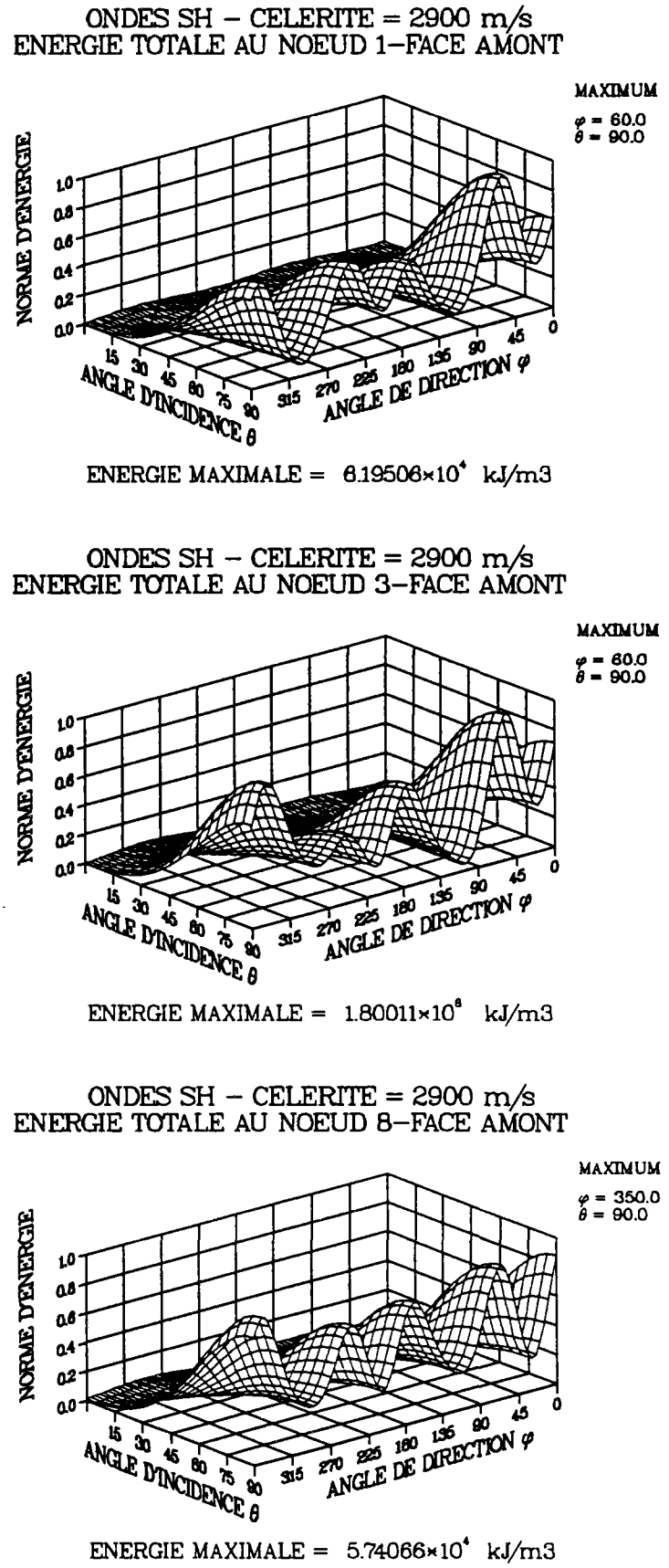


Figure 5.25 - Energie en fonction d'angle d'incidence (θ,φ). Modèle 2

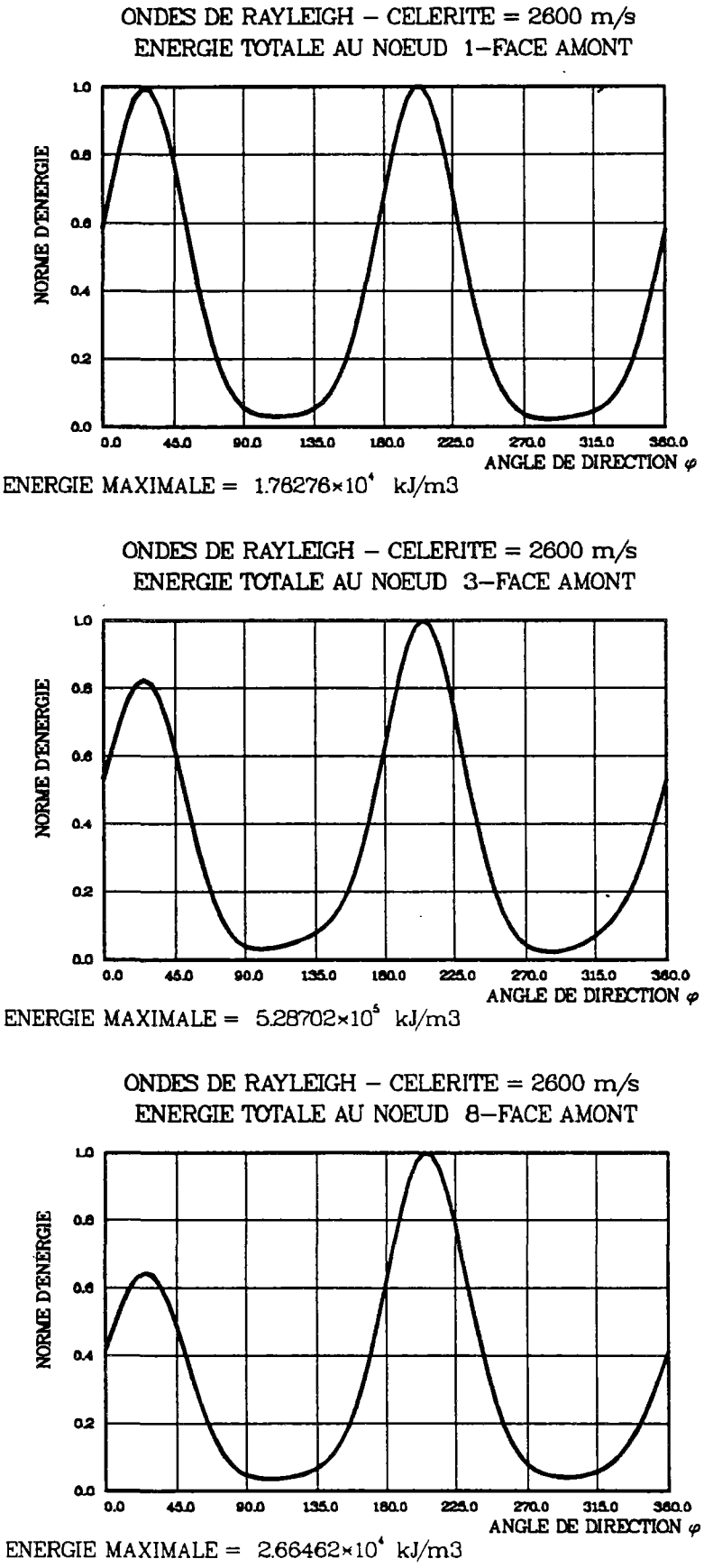


Figure 5.26 - Energie en fonction d'angle de direction φ. Modèle 2

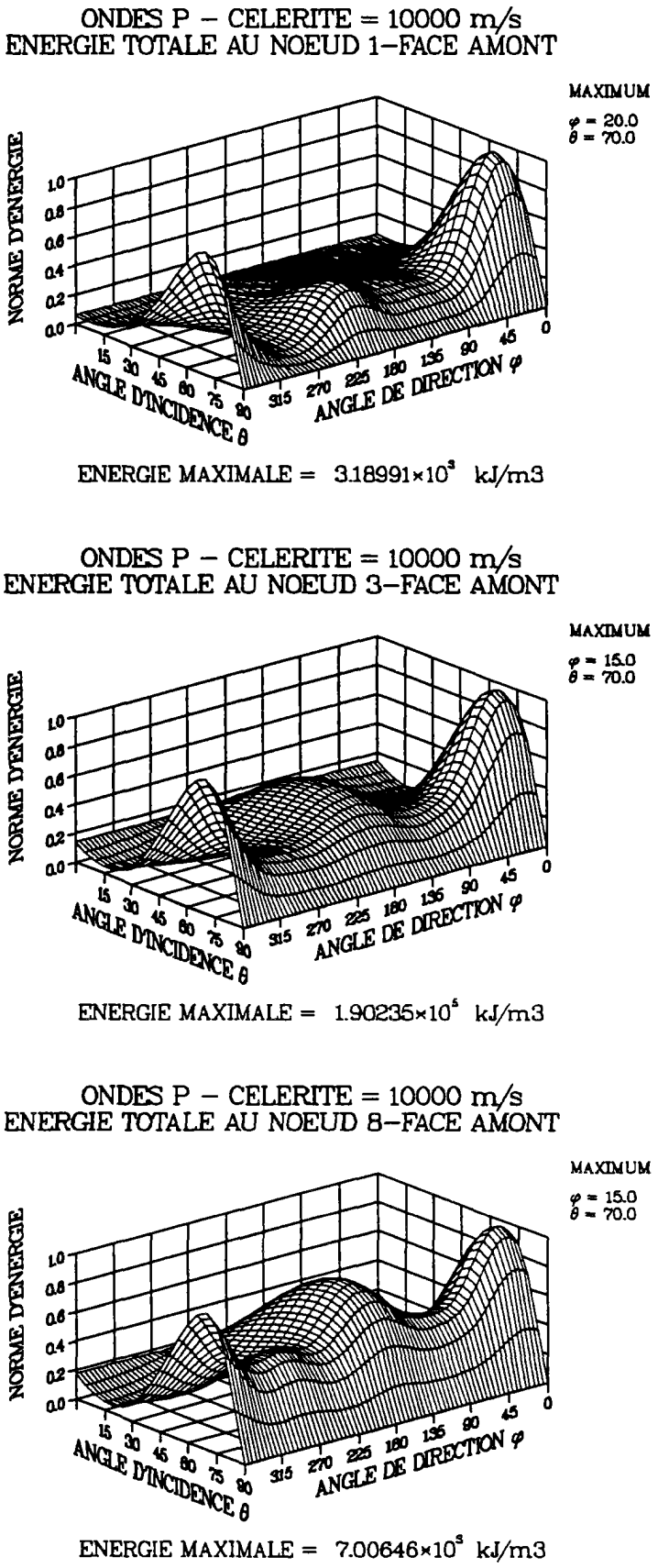


Figure 5.27 - Energie en fonction d'angle d'incidence (θ,φ). Modèle 2

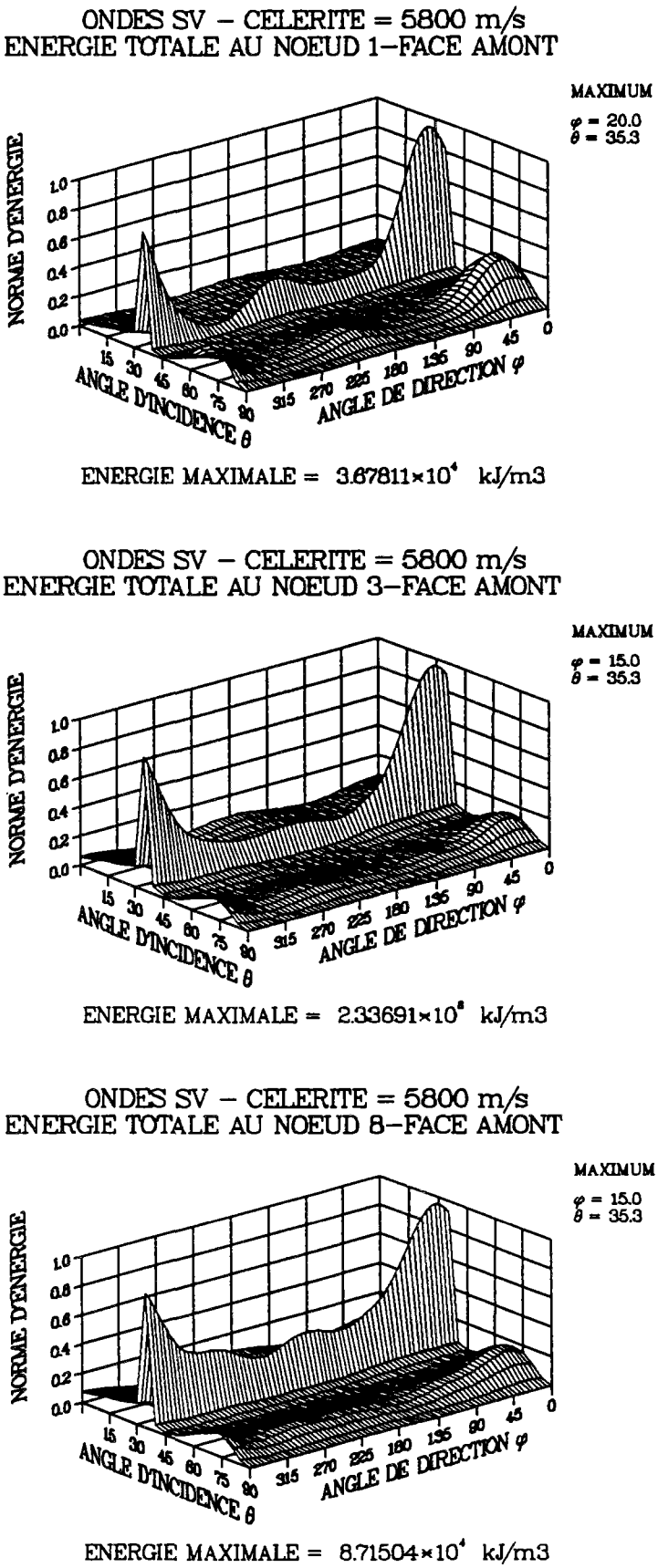
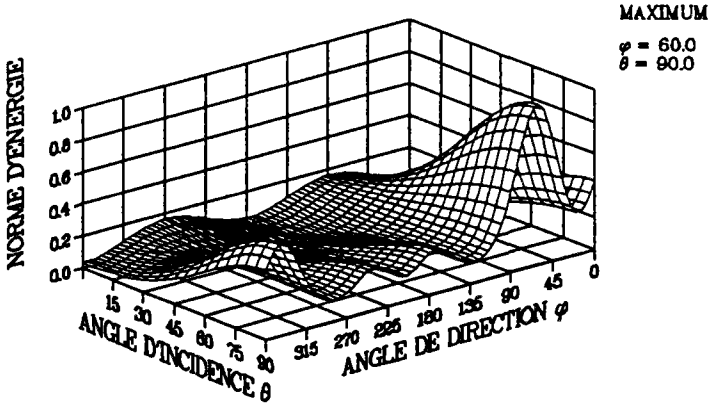


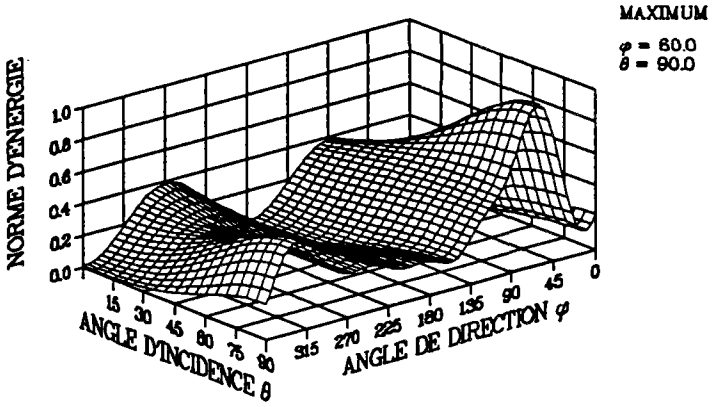
Figure 5.28 - Energie en fonction d'angle d'incidence (θ,φ). Modèle 2

ONDES SH – CELERITE = 5800 m/s
ENERGIE TOTALE AU NOEUD 1–FACE AMONT



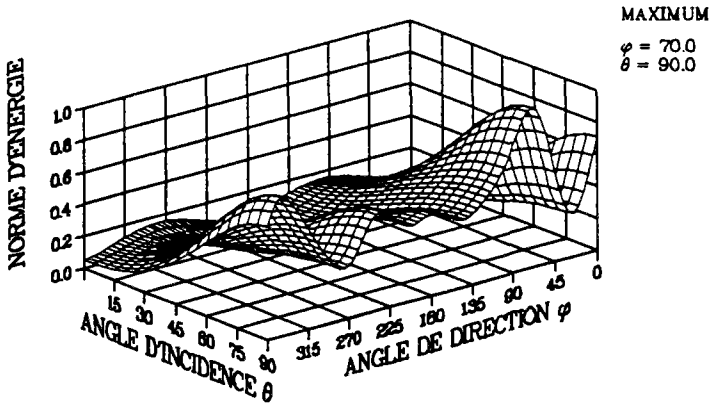
ENERGIE MAXIMALE = 6.44485×10^3 kJ/m3

ONDES SH – CELERITE = 5800 m/s
ENERGIE TOTALE AU NOEUD 3–FACE AMONT



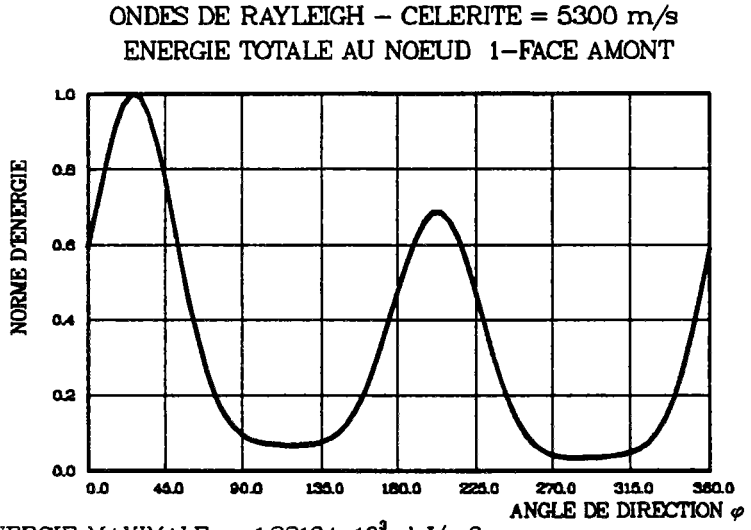
ENERGIE MAXIMALE = 3.51975×10^5 kJ/m3

ONDES SH – CELERITE = 5800 m/s
ENERGIE TOTALE AU NOEUD 8–FACE AMONT

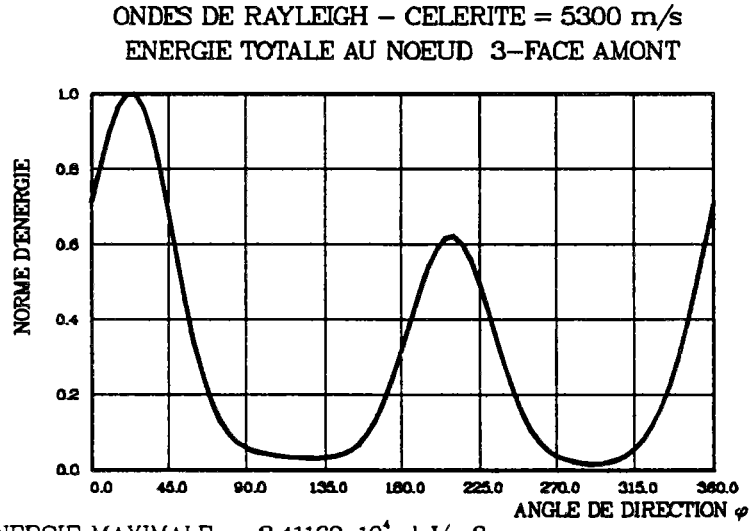


ENERGIE MAXIMALE = 5.85182×10^3 kJ/m3

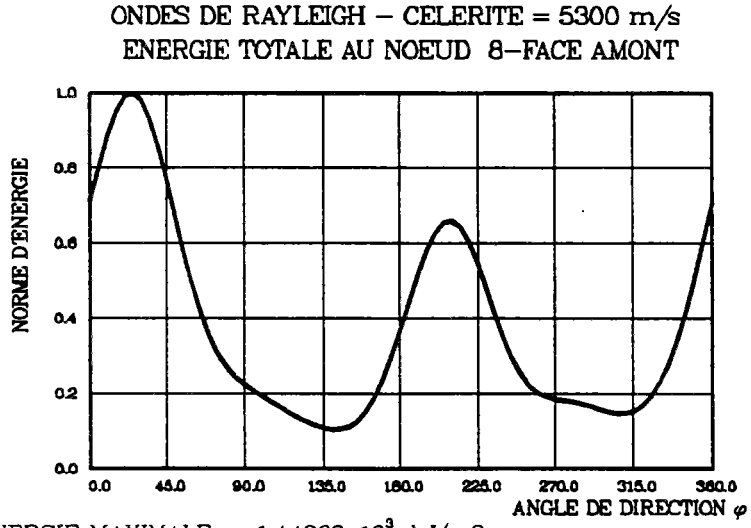
Figure 5.29 - Energie en fonction d'angle d'incidence (θ,φ). Modèle 2



ENERGIE MAXIMALE = 1.22134×10^3 kJ/m3



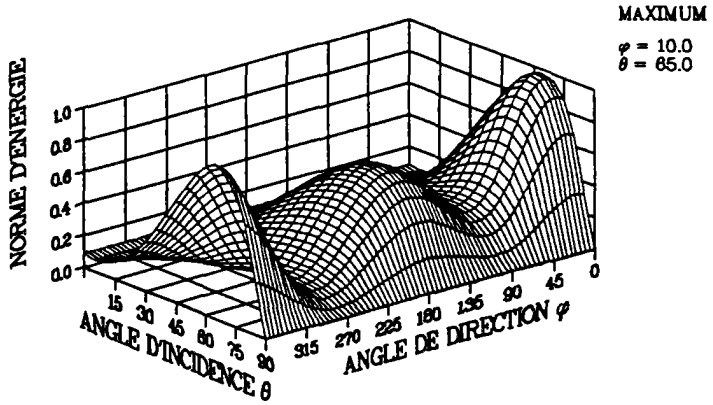
ENERGIE MAXIMALE = 3.41169×10^4 kJ/m3



ENERGIE MAXIMALE = 1.44969×10^3 kJ/m3

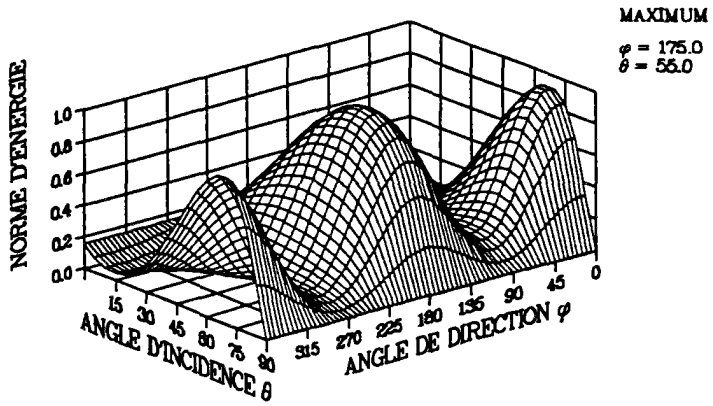
Figure 5.30 - Energie en fonction d'angle de direction φ. Modèle 2

ONDES P – CELERITE = 20000 m/s
ENERGIE TOTALE AU NOEUD 1–FACE AMONT



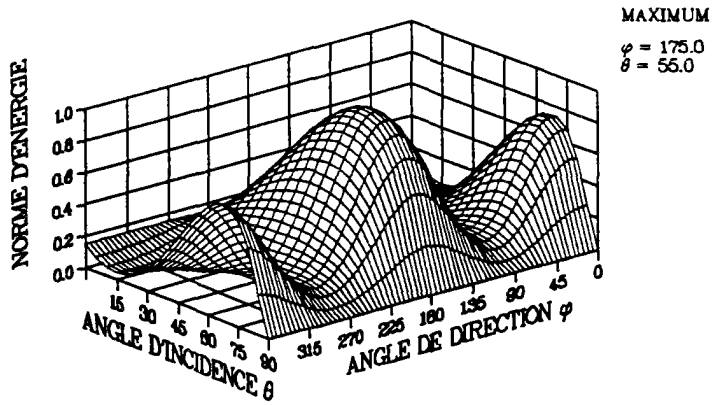
ENERGIE MAXIMALE = 2.68813×10^{3} kJ/m3

ONDES P – CELERITE = 20000 m/s
ENERGIE TOTALE AU NOEUD 3–FACE AMONT



ENERGIE MAXIMALE = 2.07857×10^{5} kJ/m3

ONDES P – CELERITE = 20000 m/s
ENERGIE TOTALE AU NOEUD 8–FACE AMONT



ENERGIE MAXIMALE = 1.03605×10^{4} kJ/m3

Figure 5.31 - Energie en fonction d'angle d'incidence (θ,φ). Modèle 2

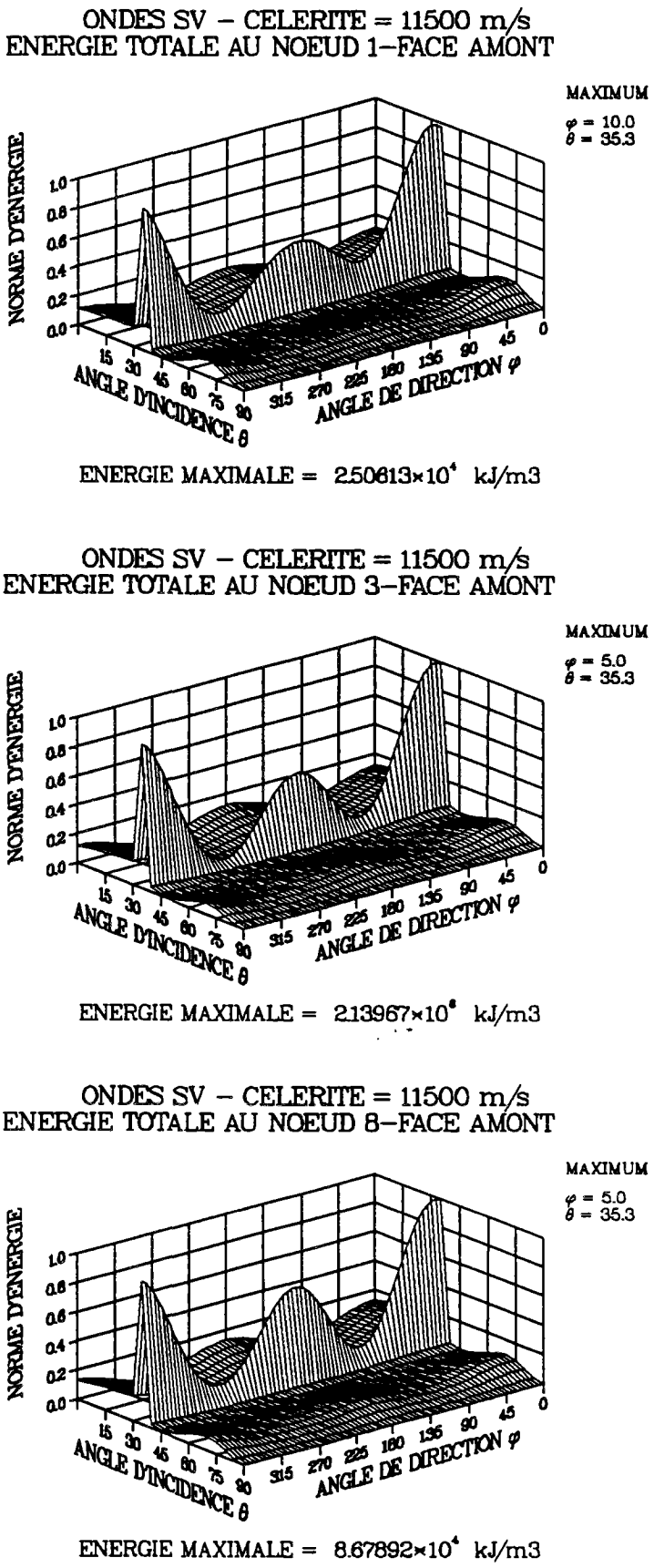
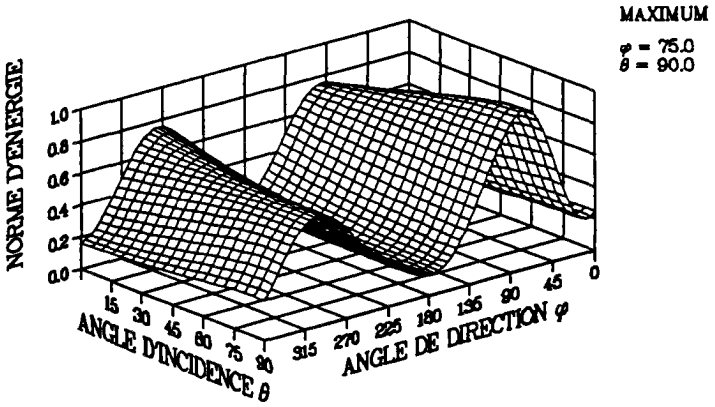


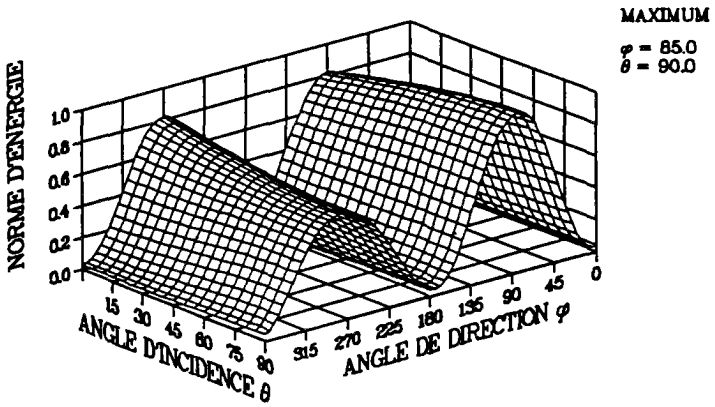
Figure 5.32 - Energie en fonction d'angle d'incidence (θ,φ). Modèle 2

ONDES SH – CELERITE = 11500 m/s
ENERGIE TOTALE AU NOEUD 1–FACE AMONT



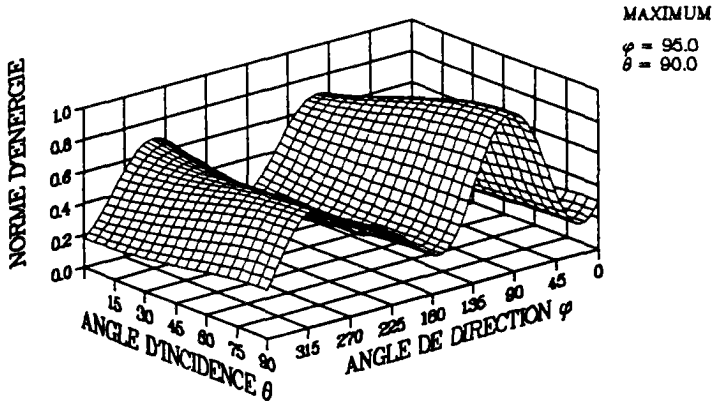
ENERGIE MAXIMALE = 3.11372×10^{3} kJ/m3

ONDES SH – CELERITE = 11500 m/s
ENERGIE TOTALE AU NOEUD 3–FACE AMONT



ENERGIE MAXIMALE = 3.04093×10^{6} kJ/m3

ONDES SH – CELERITE = 11500 m/s
ENERGIE TOTALE AU NOEUD 8–FACE AMONT



ENERGIE MAXIMALE = 3.47839×10^{9} kJ/m3

Figure 5.33 - Energie en fonction d'angle d'incidence (θ,φ). Modèle 2

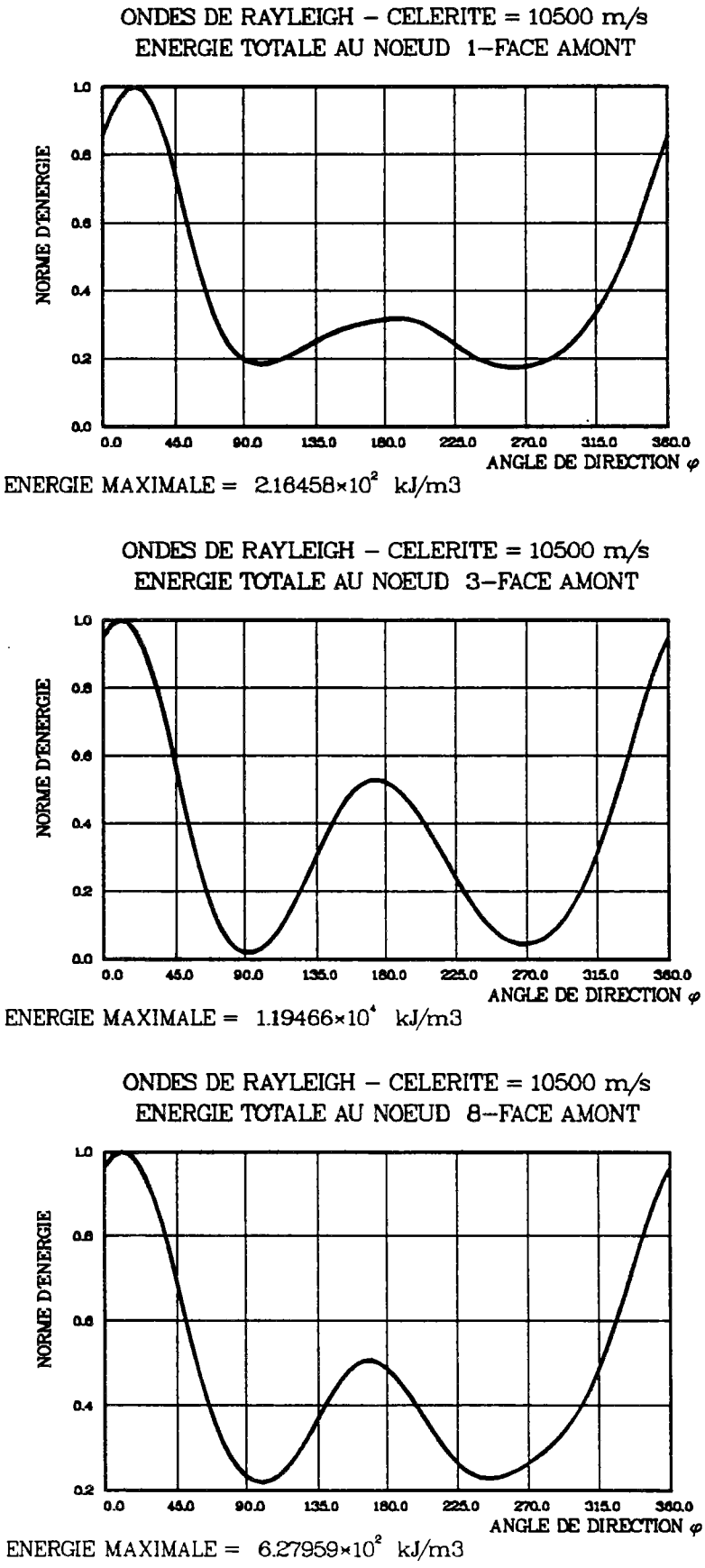


Figure 5.34 - Energie en fonction d'angle de direction φ. Modèle 2

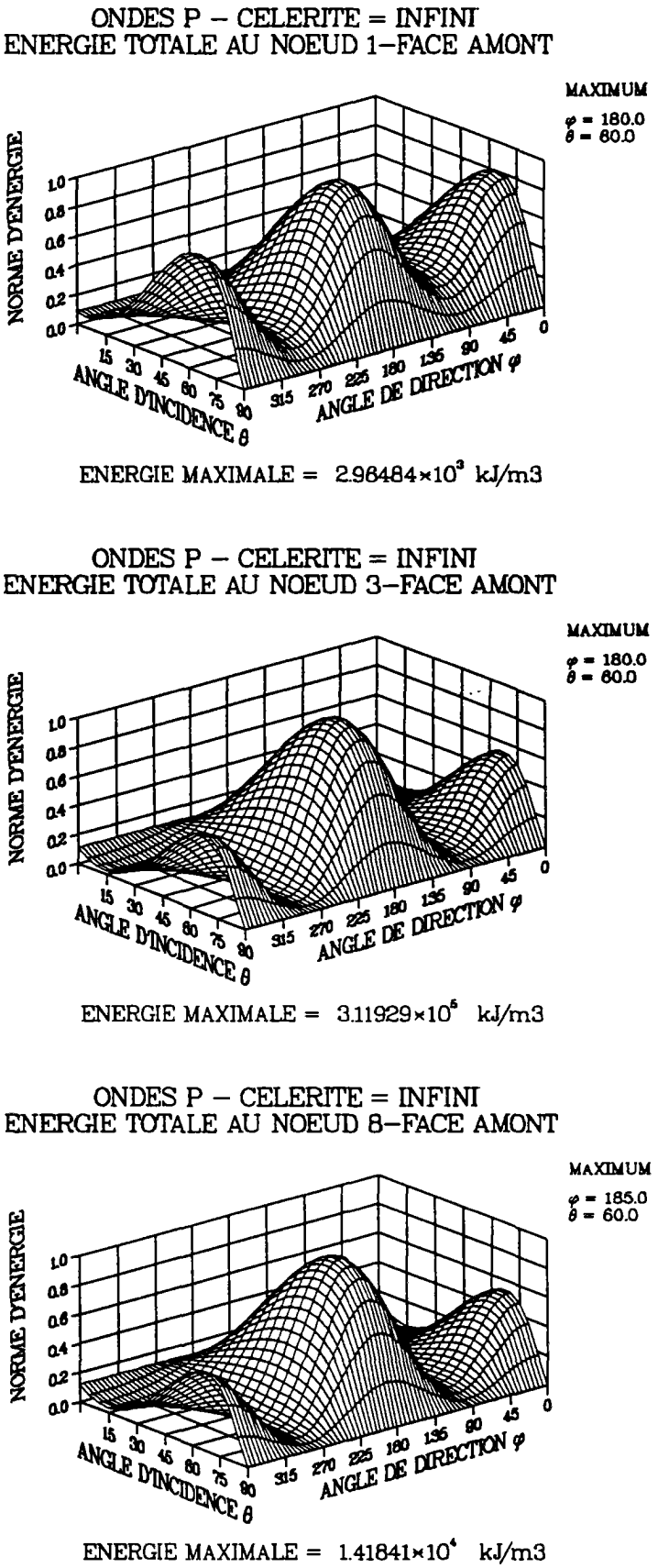
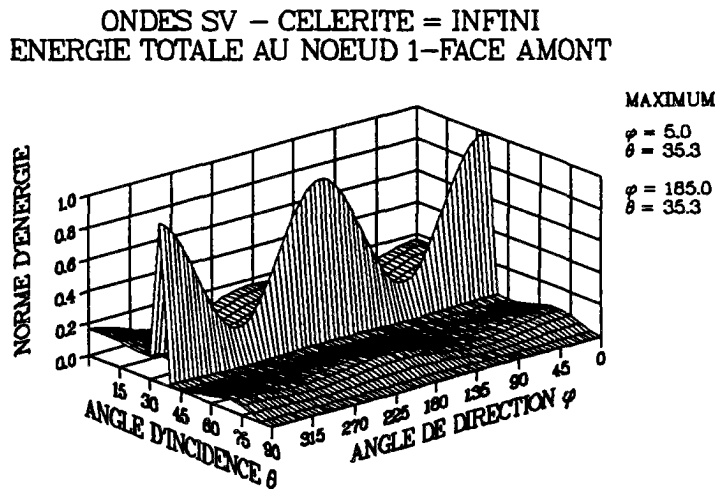
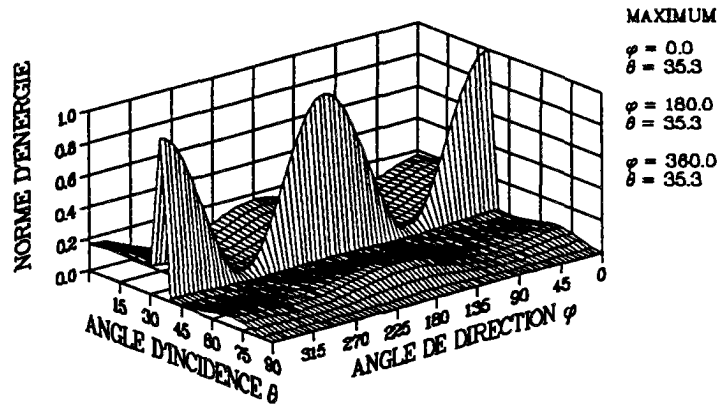


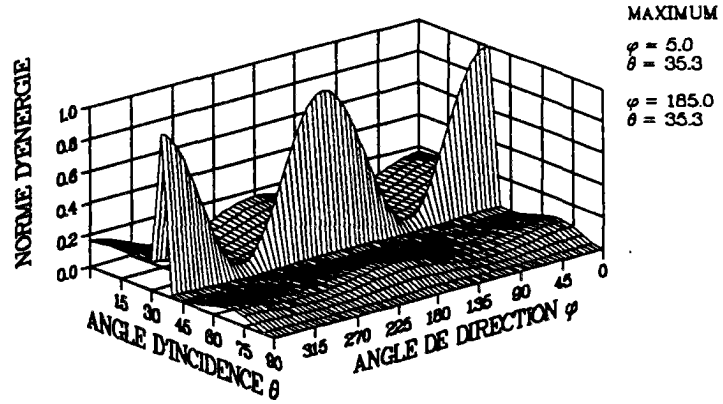
Figure 5.35 - Energie en fonction d'angle d'incidence (θ,φ). Modèle 2



ENERGIE MAXIMALE = 2.07208×10^4 kJ/m3



ENERGIE MAXIMALE = 1.80479×10^6 kJ/m3



ENERGIE MAXIMALE = 8.19380×10^4 kJ/m3

Figure 5.36 - Energie en fonction d'angle d'incidence (θ,φ). Modèle 2

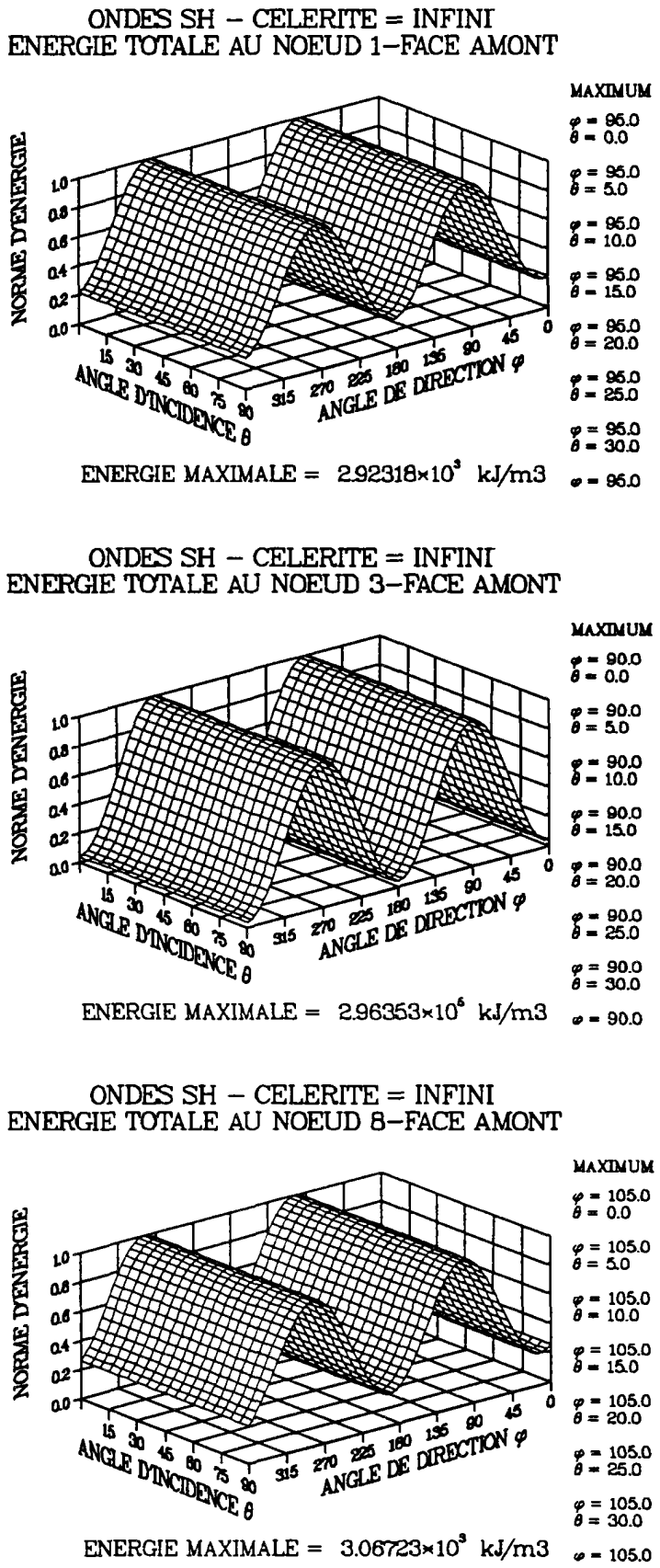
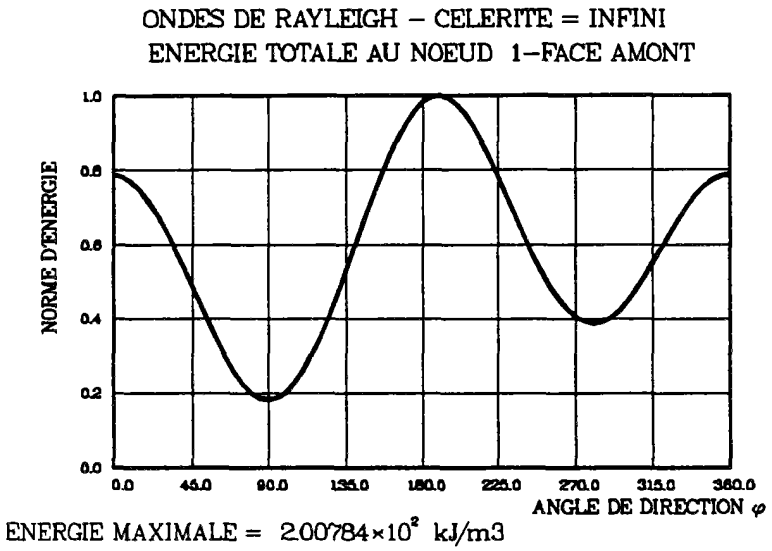
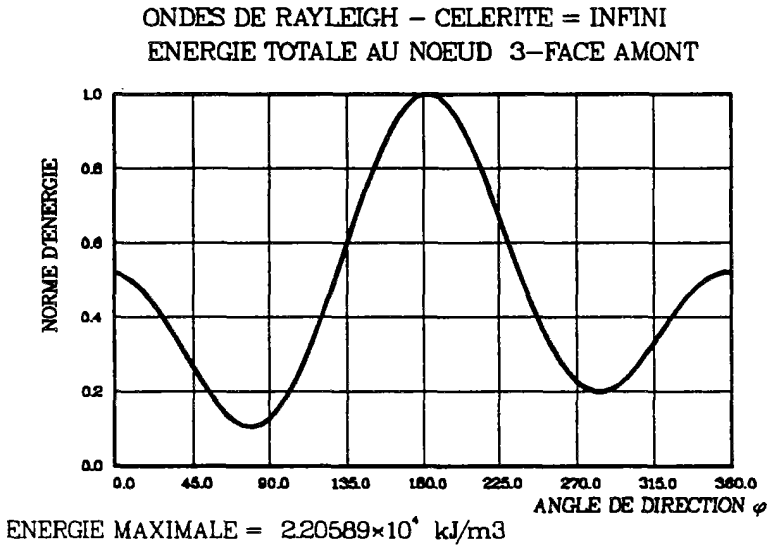


Figure 5.37 - Energie en fonction d'angle d'incidence (θ,φ). Modèle 2





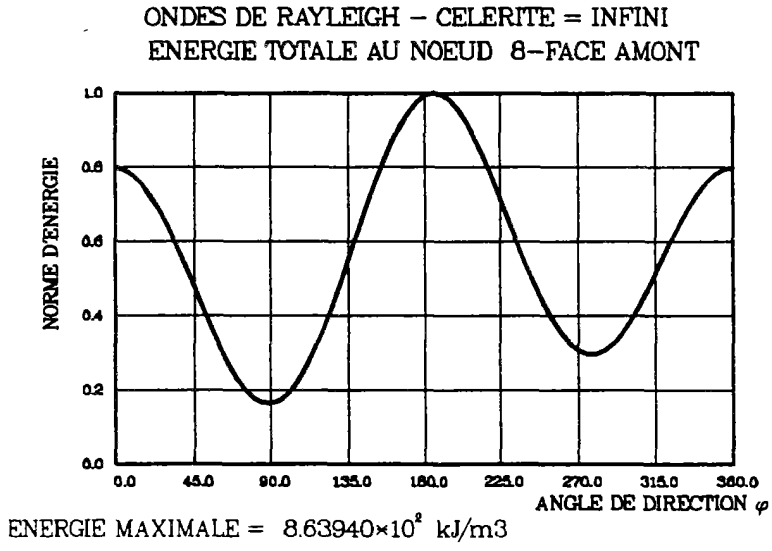


Figure 5.38 - Energie en fonction d'angle de direction φ. Modèle 2

V.2.3 MODELE 3

Dans le tableau 5.7 les caractéristiques du *modèle 3* sont présentées. Les résultats de balayage en angles d'incidence (θ,φ) sont donnés dans le tableau 5.8 pour différents types d'ondes et pour des célérités de propagation choisies. Il représentent les angles d'incidence (θ,φ) ou leur intervalles pour lesquelles l'énergie dans le barrage (ou dans la grande partie du barrage) est maximale. Les figures 5.39 à 5.54 montrent les énergies aux trois noeuds du barrage en fonction d'angle d'incidence (θ,φ) pour des ondes ***P***, ***SV***, ***SH*** et ***R*** et pour les célérités choisies.

Tableau 5.7 - Caractéristiques du *modèle 3*

célérité d'ondes **P** du champ proche	célérités d'ondes **P** du champ lointain	réservoir	forme de la frontière du modèle
$c_{pp} = 5000\ m/s$	$c_{pl} = 5000\ m/s$ $c_{pl} = 10000\ m/s$ $c_{pl} = 20000\ m/s$ $c_{pl} = infini$	*vide*	*oblique*

Tableau 5.8 - Résultats de balayage en angles d'incidence (θ,φ)

Intervalles d'angles pour lesquelles l'énergie dans le barrage est maximale

type d'onde	célérités d'ondes du champ lointain	angle d'incidence θ	angle de direction φ
ondes P	c_{pl} = *5000 m/s*	*70°*	*210°–215°*
	c_{pl} = *10000 m/s*	*70°*	*25°–40°*
	c_{pl} = *20000 m/s*	*65°*	*10°–70°* *350°*
	c_{pl} = *infini*	*55°–65°*	*50°–70°* *250°–265°* *320°–350°*
ondes SV	c_{svl} = *2900 m/s*	*35.3°*	*25°–40°* *(215°)*
	c_{svl} = *5800 m/s*	*35.3°*	*25°–50°*
	c_{svl} = *11600 m/s*	*35.3°*	*20°–70°*
	c_{svl} = *infini*	*35.3°*	*325°–335°* *dispersé*
ondes SH	c_{shl} = *2900 m/s*	*90°*	*330°–350°*
	c_{shl} = *5800 m/s*	*90°*	*55°–65°* *340°–355°*
	c_{shl} = *11600 m/s*	*90°*	*50°–70°* *320°–350°*
	c_{shl} = *infini*	*0°*	*50°–75°* *110°–165°* *330°–350°*
ondes de Rayleigh	c_{rl} = *2650 m/s*		*205°–210°* *(30°)*
	c_{rl} = *5300 m/s*		*30°–40°* *205°–210°*
	c_{rl} = *10600 m/s*		*40°–70°* *(270°)*
	c_{rl} = *infini*		*dispersé*

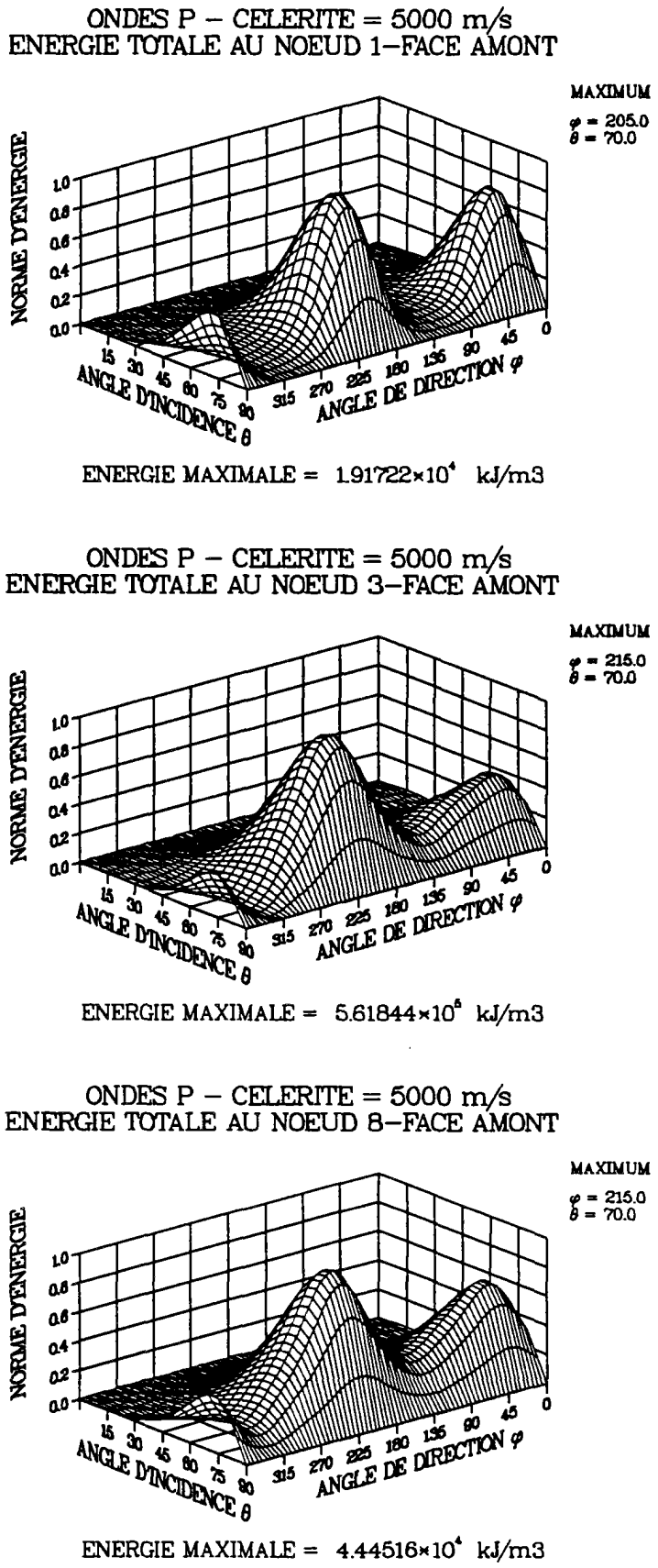
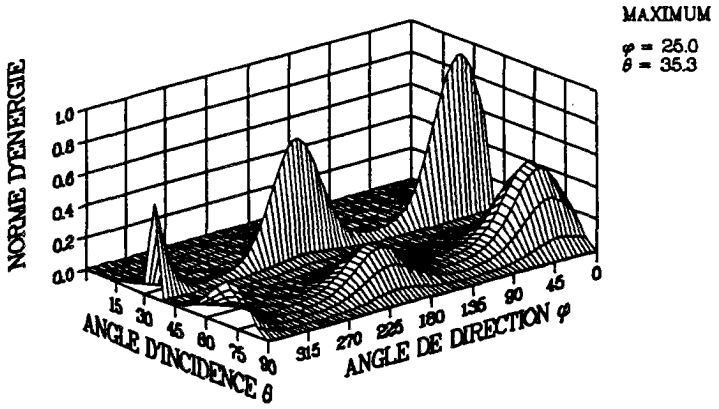


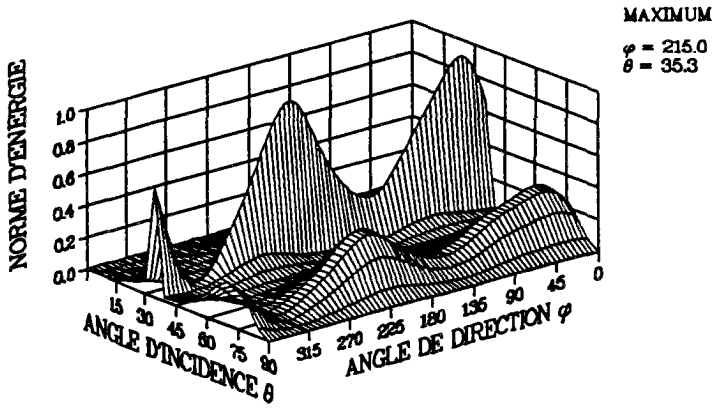
Figure 5.39 - Energie en fonction d'angle d'incidence (θ,φ). Modèle 3

ONDES SV – CELERITE = 2900 m/s
ENERGIE TOTALE AU NOEUD 1–FACE AMONT



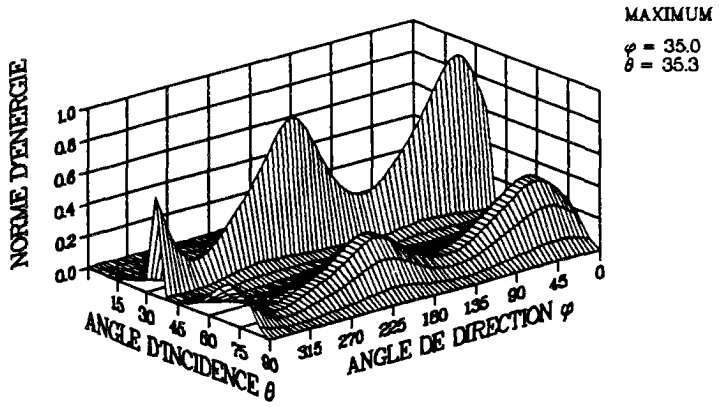
ENERGIE MAXIMALE = 1.89235×10^{6} kJ/m3

ONDES SV – CELERITE = 2900 m/s
ENERGIE TOTALE AU NOEUD 3–FACE AMONT



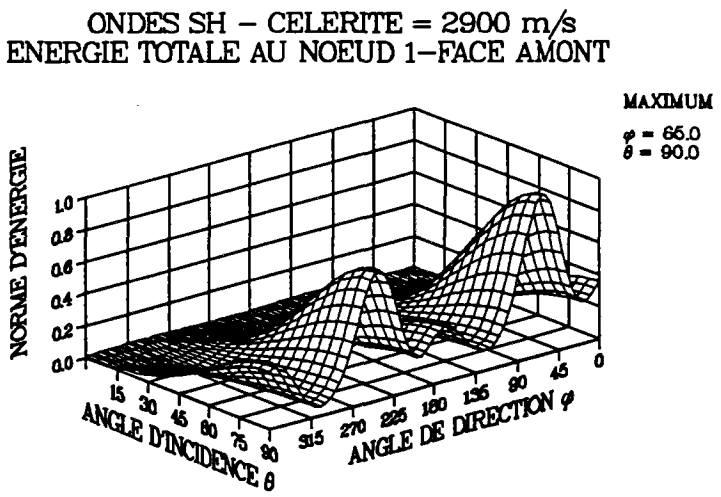
ENERGIE MAXIMALE = 4.09524×10^{6} kJ/m3

ONDES SV – CELERITE = 2900 m/s
ENERGIE TOTALE AU NOEUD 8–FACE AMONT

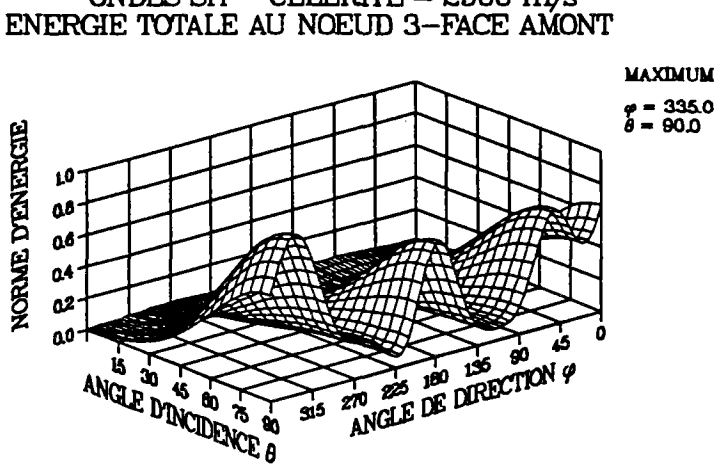


ENERGIE MAXIMALE = 3.87906×10^{6} kJ/m3

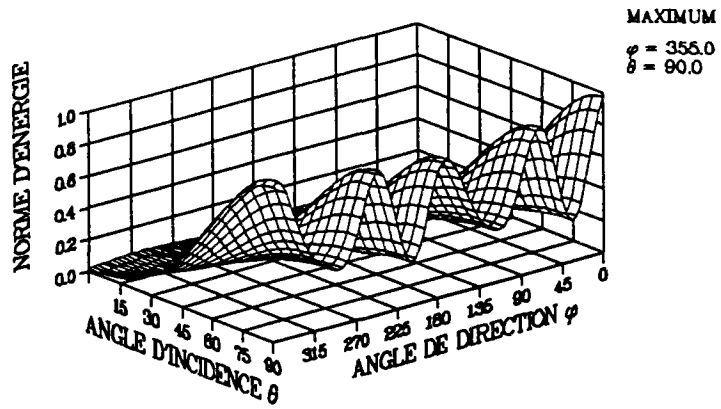
Figure 5.40 - Energie en fonction d'angle d'incidence (θ,φ). Modèle 3



ENERGIE MAXIMALE = 3.94931×10^4 kJ/m3



ENERGIE MAXIMALE = 1.02598×10^6 kJ/m3



ENERGIE MAXIMALE = 4.64406×10^4 kJ/m3

Figure 5.41 - Energie en fonction d'angle d'incidence (θ,φ). Modèle 3

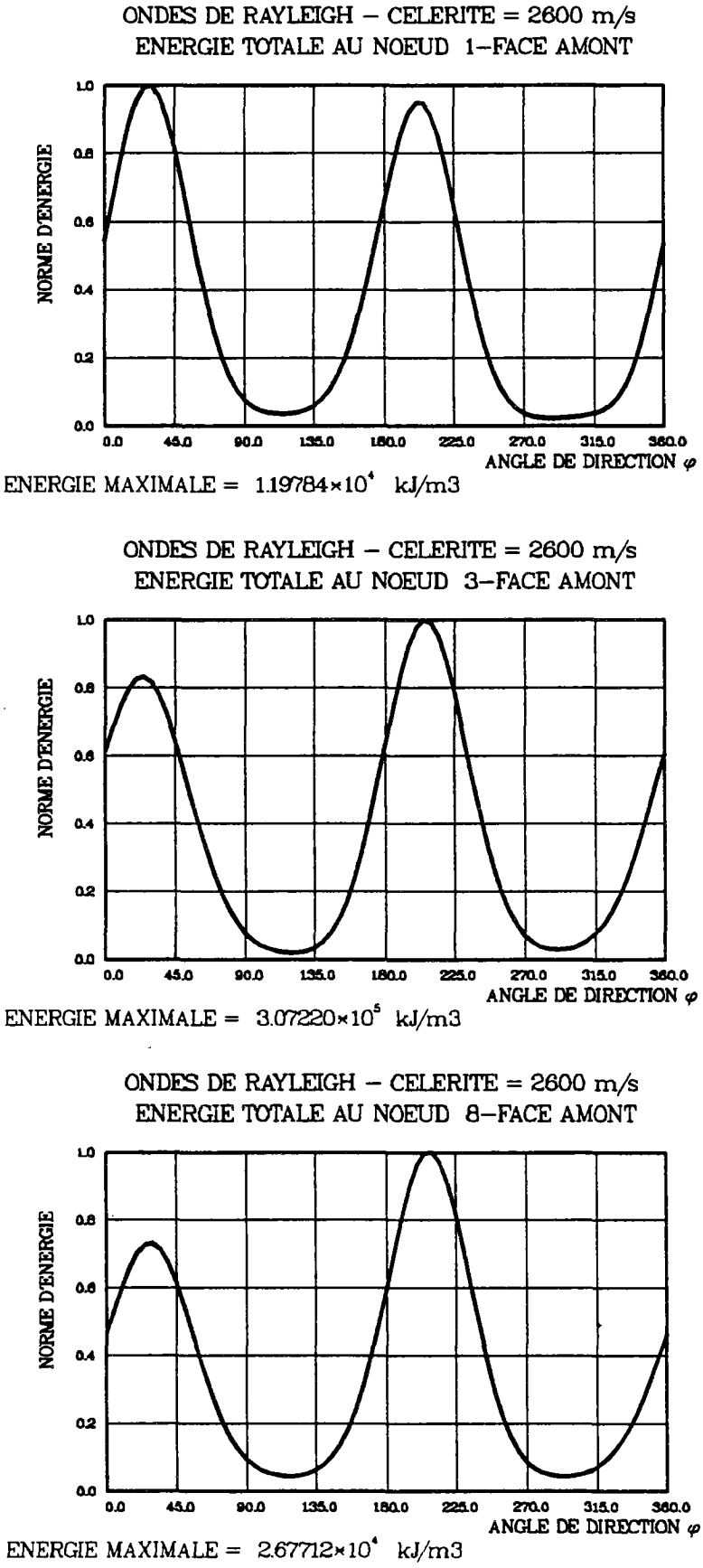


Figure 5.42 - Energie en fonction d'angle de direction φ. Modèle 3

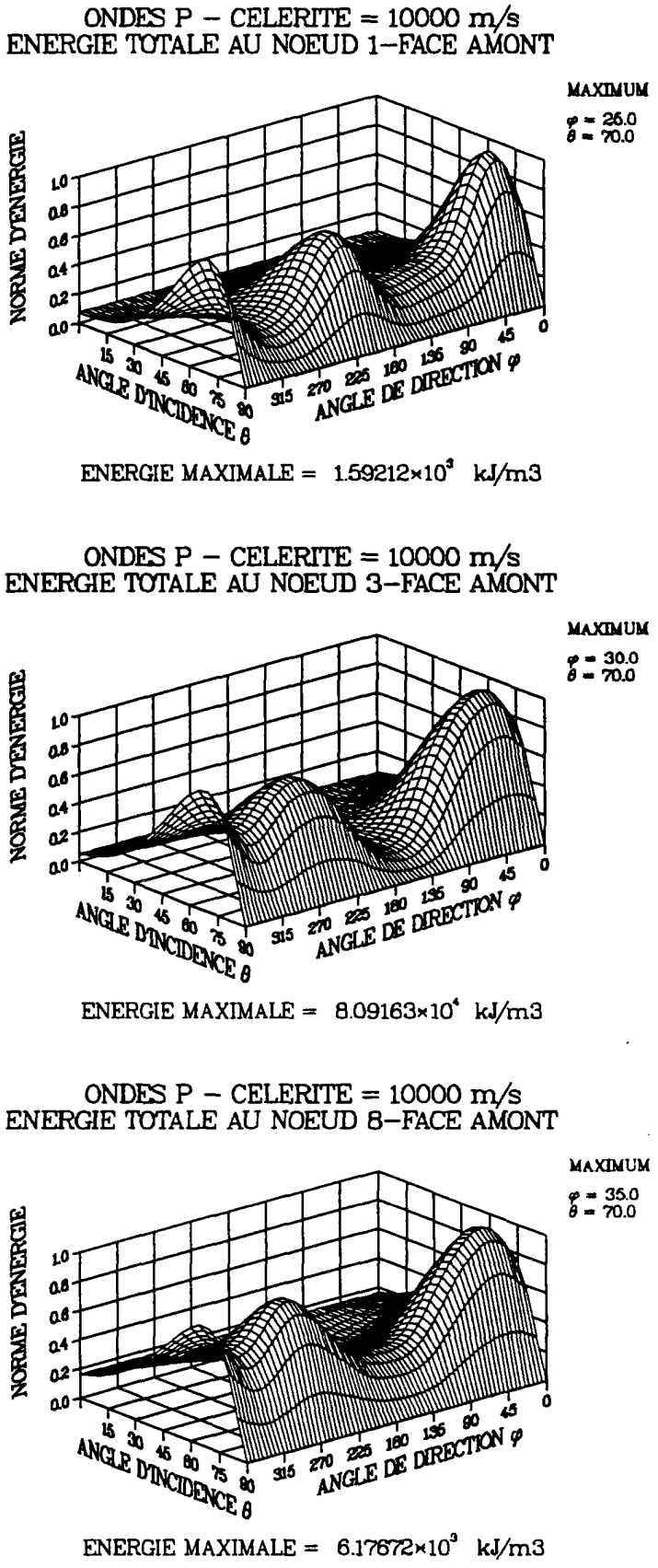
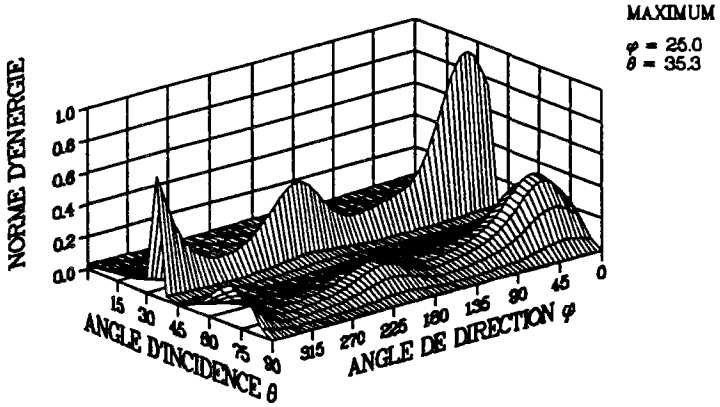


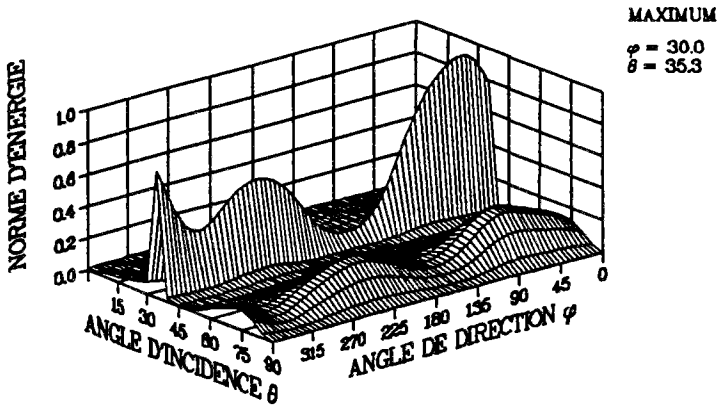
Figure 5.43 - Energie en fonction d'angle d'incidence (θ,φ). Modèle 3

ONDES SV – CELERITE = 5800 m/s
ENERGIE TOTALE AU NOEUD 1–FACE AMONT



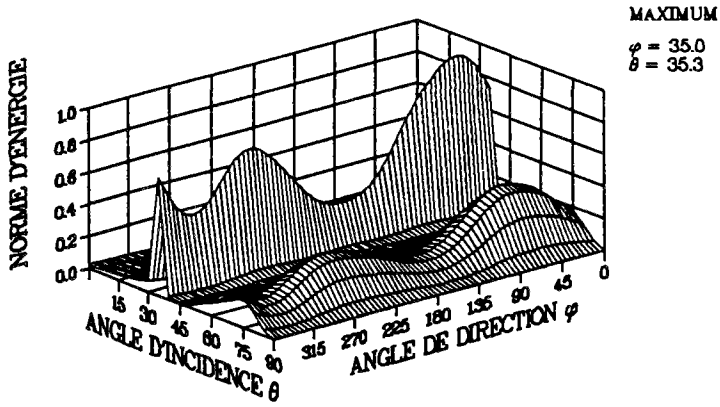
ENERGIE MAXIMALE = 1.75885×10^4 kJ/m3

ONDES SV – CELERITE = 5800 m/s
ENERGIE TOTALE AU NOEUD 3–FACE AMONT



ENERGIE MAXIMALE = 7.75001×10^4 kJ/m3

ONDES SV – CELERITE = 5800 m/s
ENERGIE TOTALE AU NOEUD 8–FACE AMONT



ENERGIE MAXIMALE = 5.76863×10^4 kJ/m3

Figure 5.44 - Energie en fonction d'angle d'incidence (θ,φ). Modèle 3

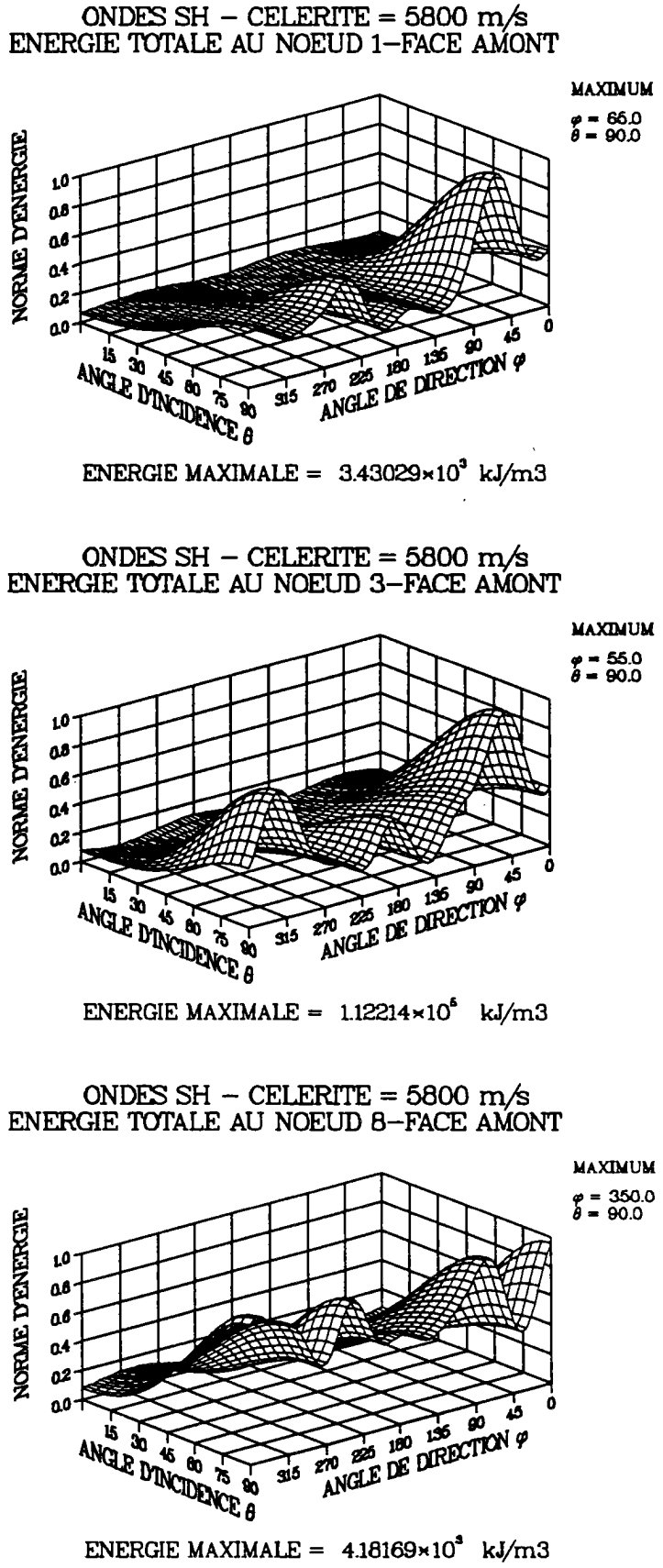
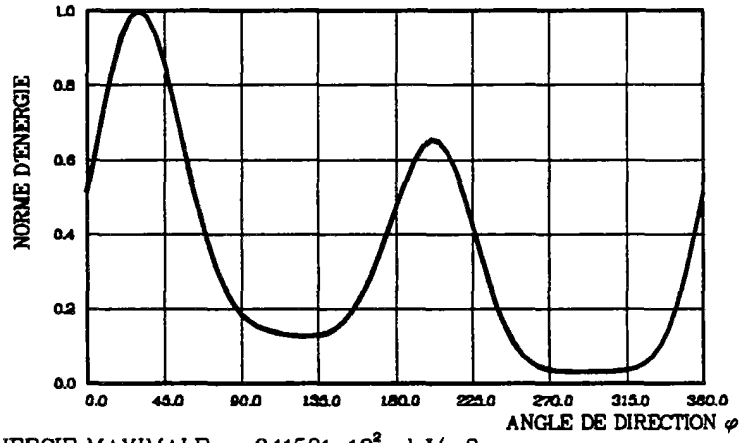


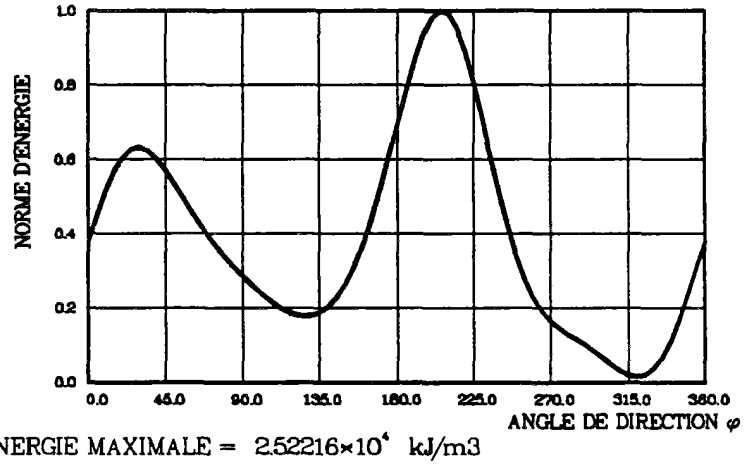
Figure 5.45 - Energie en fonction d'angle d'incidence (θ,φ). Modèle 3

ONDES DE RAYLEIGH – CELERITE = 5300 m/s
ENERGIE TOTALE AU NOEUD 1–FACE AMONT



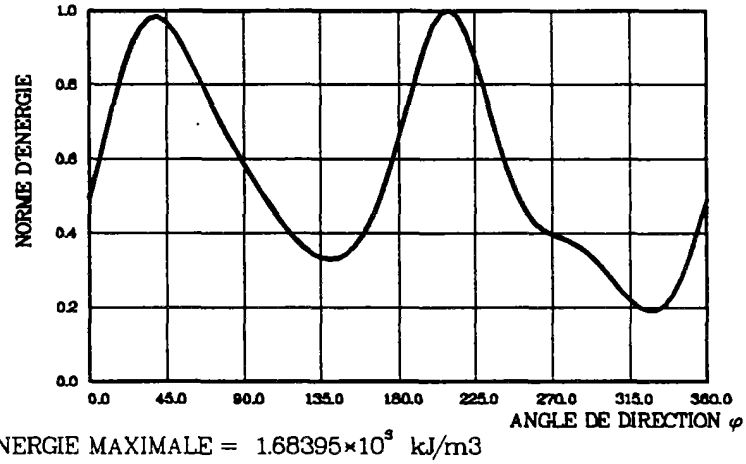
ENERGIE MAXIMALE = 8.11581×10^{2} kJ/m3

ONDES DE RAYLEIGH – CELERITE = 5300 m/s
ENERGIE TOTALE AU NOEUD 3–FACE AMONT



ENERGIE MAXIMALE = 2.52216×10^{4} kJ/m3

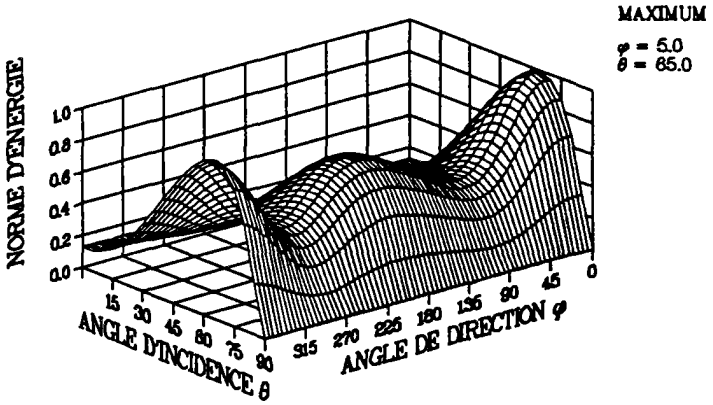
ONDES DE RAYLEIGH – CELERITE = 5300 m/s
ENERGIE TOTALE AU NOEUD 8–FACE AMONT



ENERGIE MAXIMALE = 1.68395×10^{3} kJ/m3

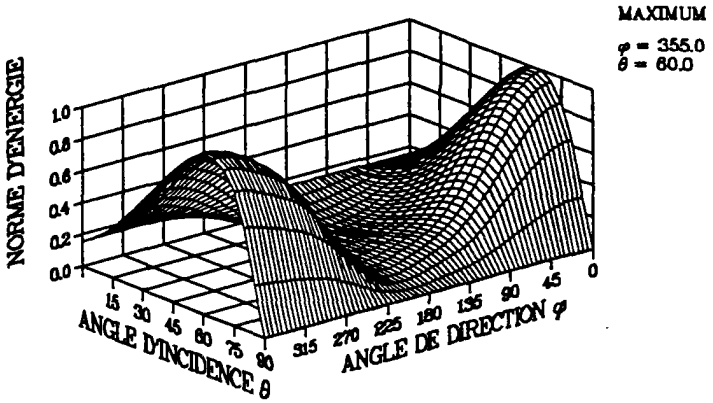
Figure 5.46 - Energie en fonction d'angle de direction φ. Modèle 3

ONDES P – CELERITE = 20000 m/s
ENERGIE TOTALE AU NOEUD 1–FACE AMONT



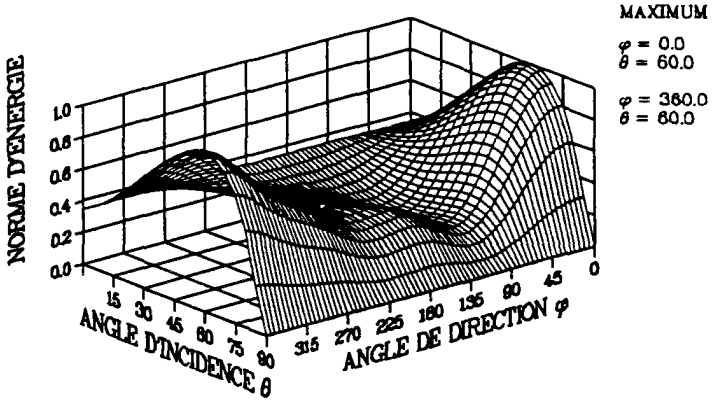
ENERGIE MAXIMALE = 1.24519×10^3 kJ/m3

ONDES P – CELERITE = 20000 m/s
ENERGIE TOTALE AU NOEUD 3–FACE AMONT



ENERGIE MAXIMALE = 5.74434×10^4 kJ/m3

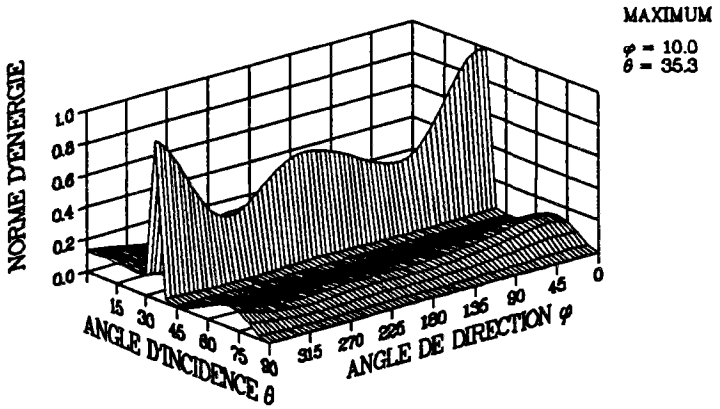
ONDES P – CELERITE = 20000 m/s
ENERGIE TOTALE AU NOEUD 8–FACE AMONT



ENERGIE MAXIMALE = 5.10133×10^3 kJ/m3

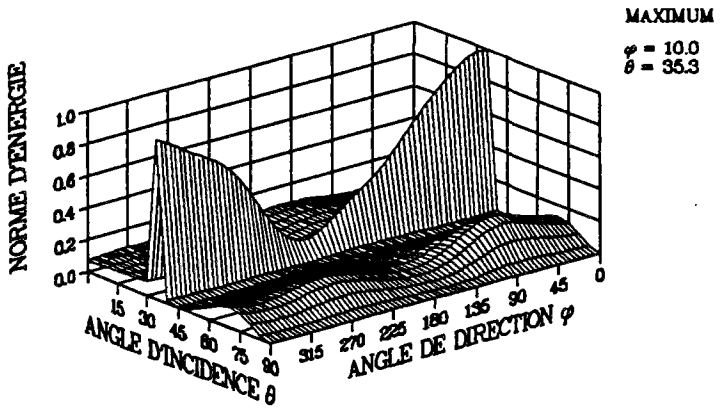
Figure 5.47 - Energie en fonction d'angle d'incidence (θ,φ). Modèle 3

ONDES SV – CELERITE = 11500 m/s
ENERGIE TOTALE AU NOEUD 1–FACE AMONT



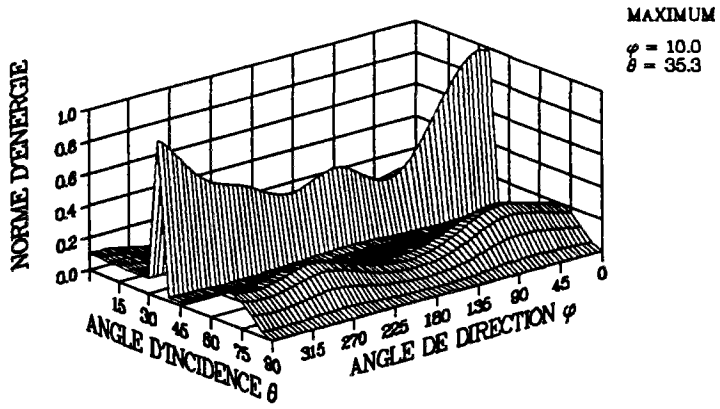
ENERGIE MAXIMALE = 1.03655×10^4 kJ/m3

ONDES SV – CELERITE = 11500 m/s
ENERGIE TOTALE AU NOEUD 3–FACE AMONT



ENERGIE MAXIMALE = 3.68338×10^5 kJ/m3

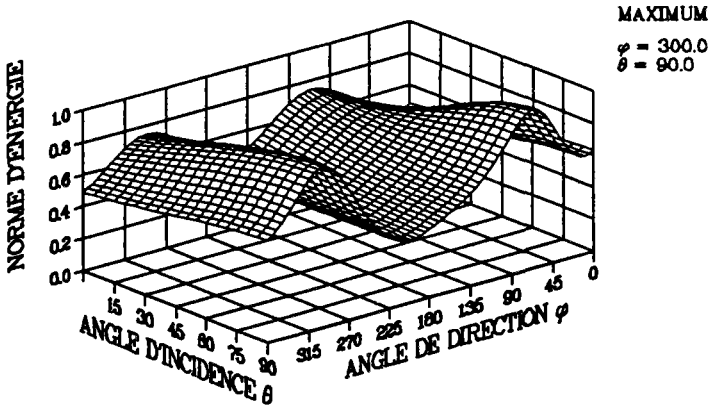
ONDES SV – CELERITE = 11500 m/s
ENERGIE TOTALE AU NOEUD 8–FACE AMONT



ENERGIE MAXIMALE = 3.15526×10^4 kJ/m3

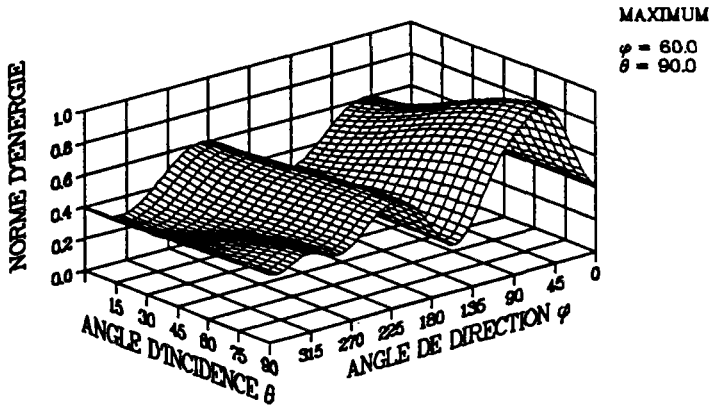
Figure 5.48 - Energie en fonction d'angle d'incidence (θ,φ). Modèle 3

ONDES SH – CELERITE = 11500 m/s
ENERGIE TOTALE AU NOEUD 1–FACE AMONT



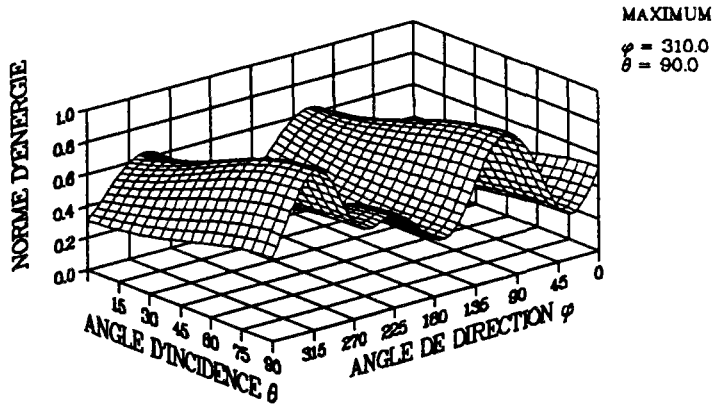
ENERGIE MAXIMALE = 1.11294×10^3 kJ/m3

ONDES SH – CELERITE = 11500 m/s
ENERGIE TOTALE AU NOEUD 3–FACE AMONT



ENERGIE MAXIMALE = 5.17807×10^4 kJ/m3

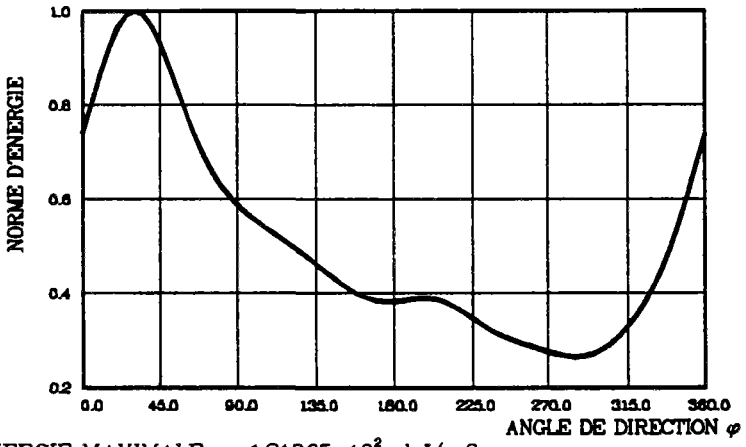
ONDES SH – CELERITE = 11500 m/s
ENERGIE TOTALE AU NOEUD 8–FACE AMONT



ENERGIE MAXIMALE = 2.26241×10^3 kJ/m3

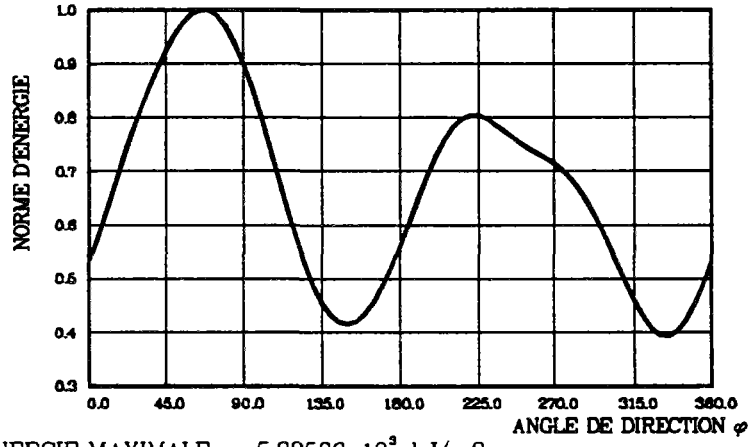
Figure 5.49 - Energie en fonction d'angle d'incidence (θ,φ). Modèle 3

ONDES DE RAYLEIGH – CELERITE = 10500 m/s
ENERGIE TOTALE AU NOEUD 1–FACE AMONT



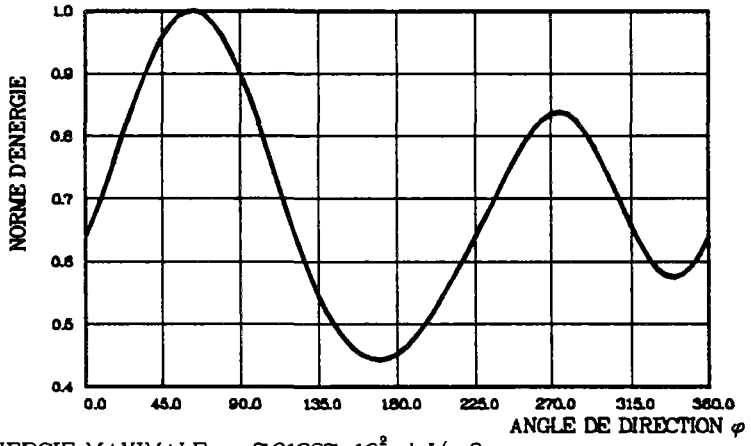
ENERGIE MAXIMALE = 1.21865×10^2 kJ/m3

ONDES DE RAYLEIGH – CELERITE = 10500 m/s
ENERGIE TOTALE AU NOEUD 3–FACE AMONT



ENERGIE MAXIMALE = 5.88586×10^3 kJ/m3

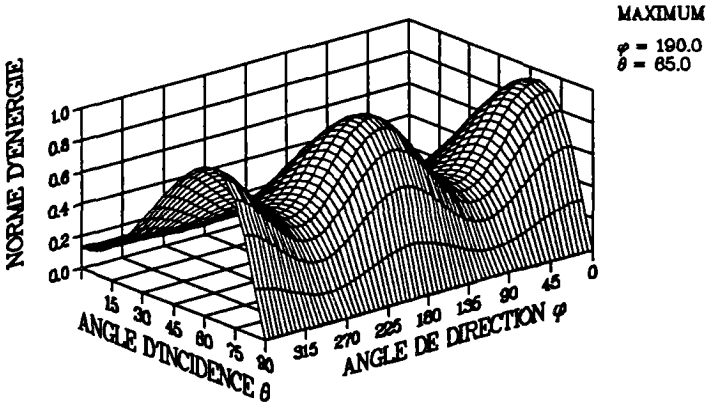
ONDES DE RAYLEIGH – CELERITE = 10500 m/s
ENERGIE TOTALE AU NOEUD 8–FACE AMONT



ENERGIE MAXIMALE = 7.01237×10^2 kJ/m3

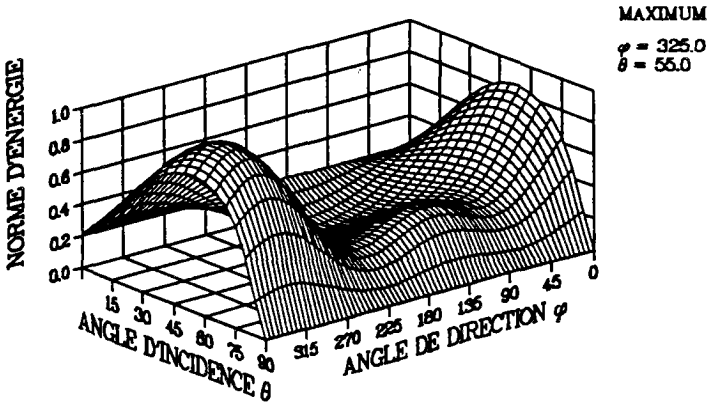
Figure 5.50 - Energie en fonction d'angle de direction φ. Modèle 3

ONDES P – CELERITE = INFINI
ENERGIE TOTALE AU NOEUD 1–FACE AMONT



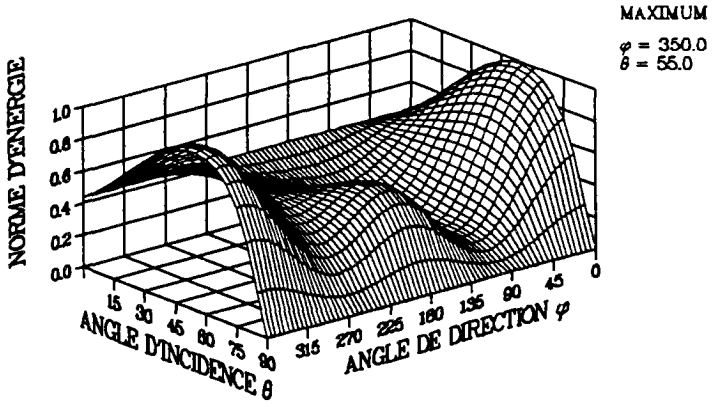
ENERGIE MAXIMALE = 1.36593×10^{3} kJ/m3

ONDES P – CELERITE = INFINI
ENERGIE TOTALE AU NOEUD 3–FACE AMONT



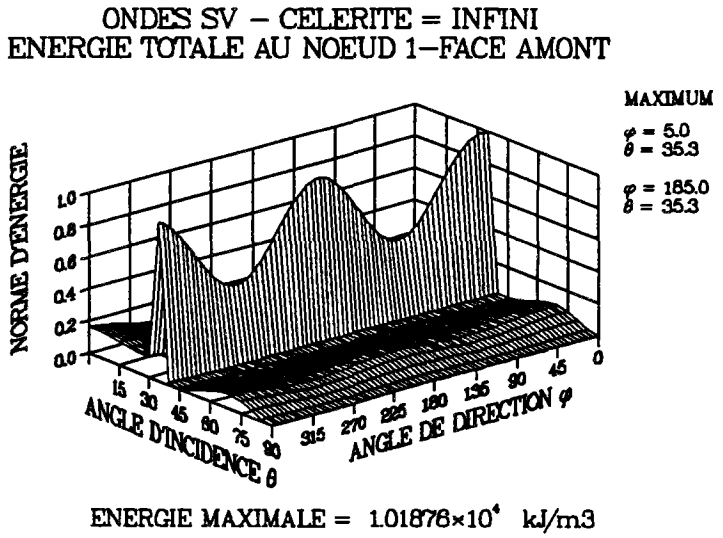
ENERGIE MAXIMALE = 4.99401×10^{4} kJ/m3

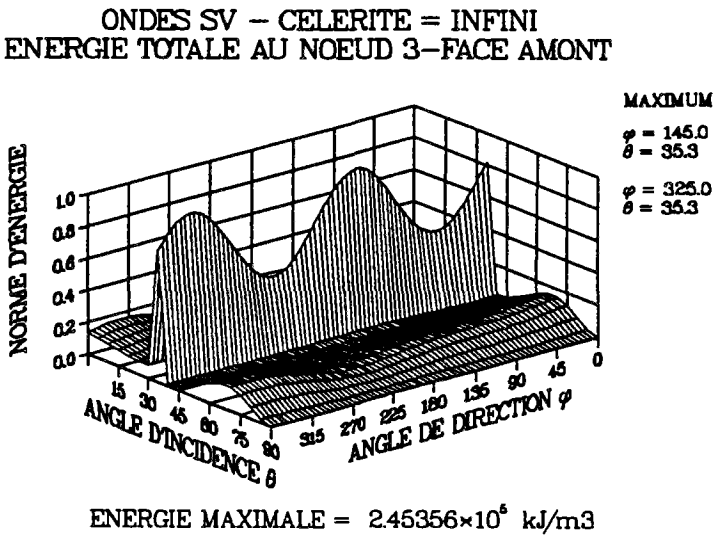
ONDES P – CELERITE = INFINI
ENERGIE TOTALE AU NOEUD 8–FACE AMONT



ENERGIE MAXIMALE = 4.76759×10^{3} kJ/m3

Figure 5.51 - Energie en fonction d'angle d'incidence (θ,φ). Modèle 3





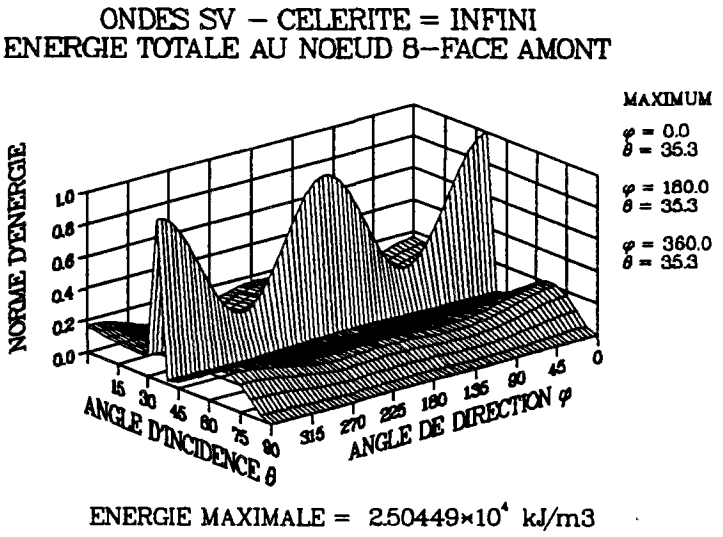


Figure 5.52 - Energie en fonction d'angle d'incidence (θ,φ). Modèle 3

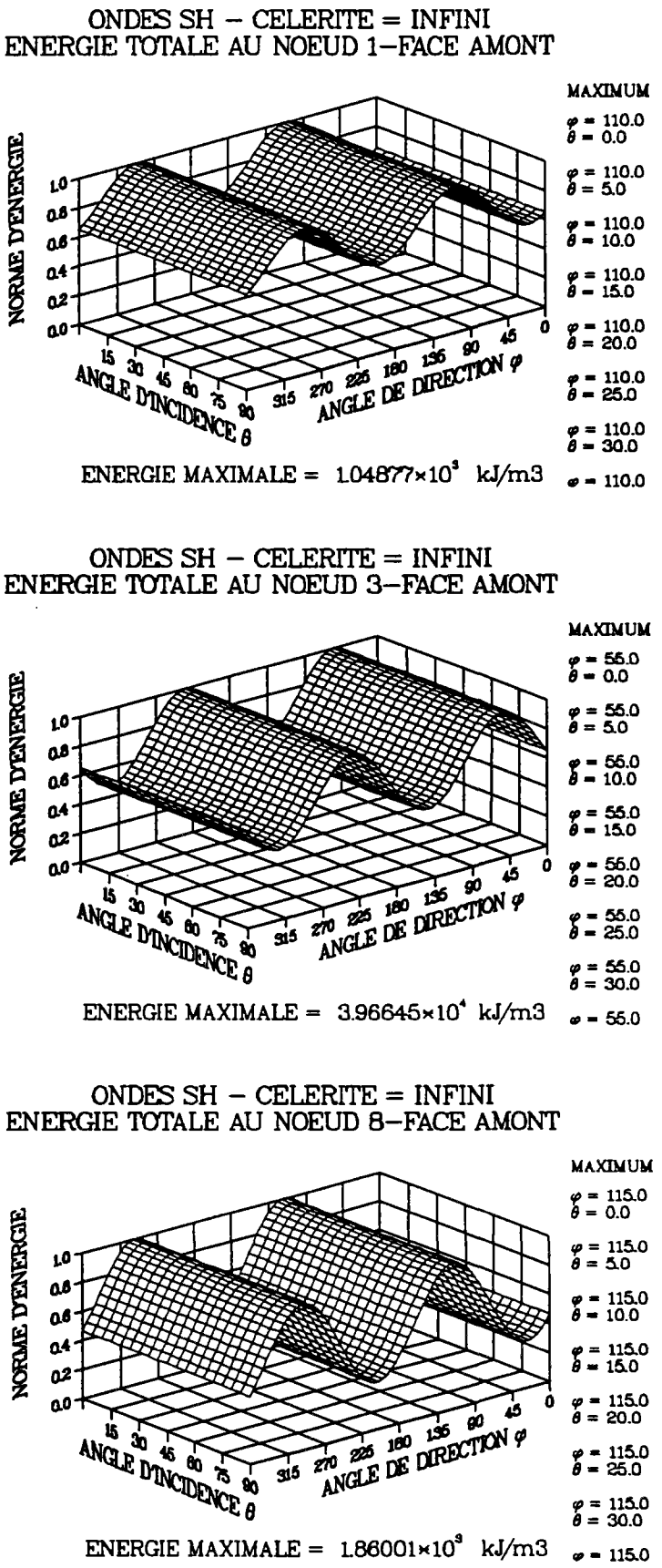
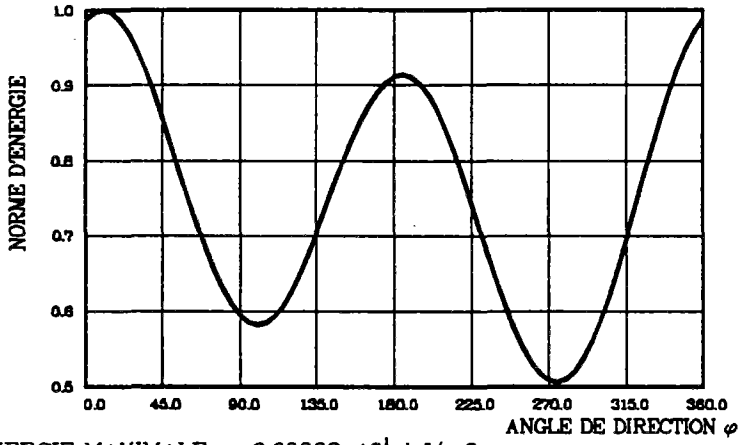
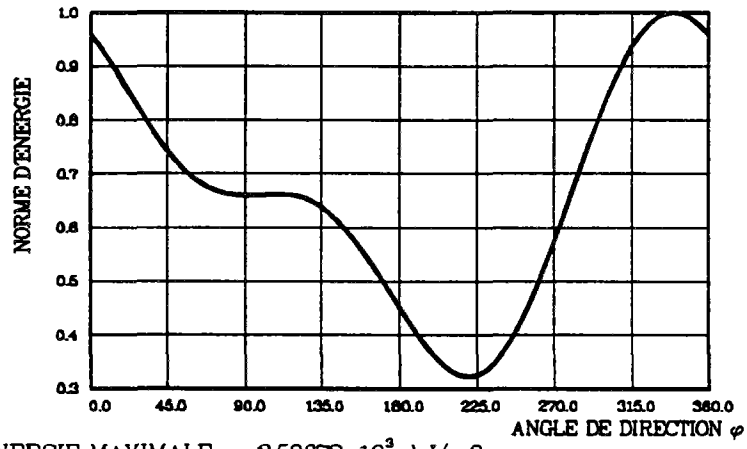


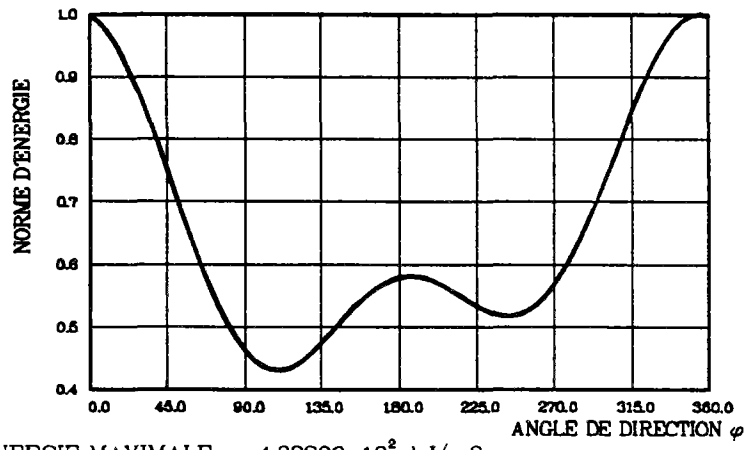
Figure 5.53 - Energie en fonction d'angle d'incidence (θ,φ). Modèle 3



ENERGIE MAXIMALE = 9.68888×10^{1} kJ/m3



ENERGIE MAXIMALE = 3.59672×10^{3} kJ/m3



ENERGIE MAXIMALE = 4.88200×10^{2} kJ/m3

Figure 5.54 - Energie en fonction d'angle de direction φ. Modèle 3

V.2.4 MODELE 4

Dans le tableau 5.9 les caractéristiques du *modèle 4* sont présentées. Les résultats de balayage en angles d'incidence (θ,φ) sont donnés dans le tableau 5.10 pour différents types d'ondes et pour une célérité de propagation choisie. Il représentent les angles d'incidence (θ,φ) ou leur intervalles pour lesquelles l'énergie dans le barrage (ou dans la grande partie du barrage) est maximale. Les figures 5.55 à 5.58 montrent les énergies aux trois noeuds du barrage en fonction d'angle d'incidence (θ,φ) pour des ondes P, SV, SH et R et pour une célérité choisie.

Tableau 5.9 - Caractéristiques du *modèle 4*

célérité d'ondes P du champ proche	célérités d'ondes P du champ lointain	réservoir	forme de la frontière du modèle
c_{pp} = *infini*	c_{pl} = *infini*	*plein* *eau compressible*	*oblique*

Tableau 5.10 - Résultats de balayage en angles d'incidence (θ,φ)

Intervalles d'angles pour lesquelles l'énergie dans le barrage est maximale

type d'onde	célérités d'ondes du champ lointain	angle d'incidence θ	angle de direction φ
ondes P	c_{pl} = *infini*	*10°–60°*	*160°–200°*
ondes SV	c_{svl} = *infini*	*35.3°*	*5°* *175°–190°*
ondes SH	c_{shl} = *infini*	*0°*	*75°–95°* *270°–275°*
ondes de Rayleigh	c_{rl} = *infini*		*0°–5°* *175°–190°*

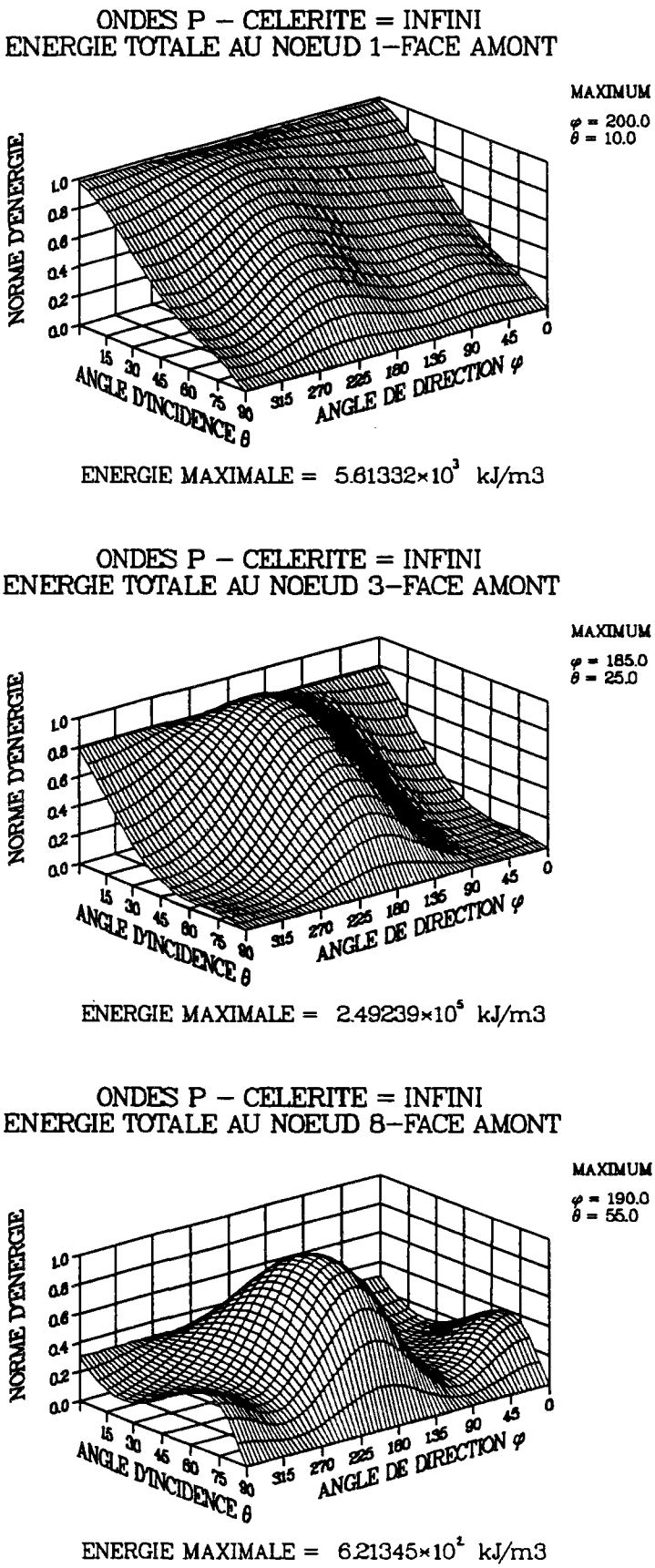


Figure 5.55 - Energie en fonction d'angle d'incidence (θ,φ). Modèle 4

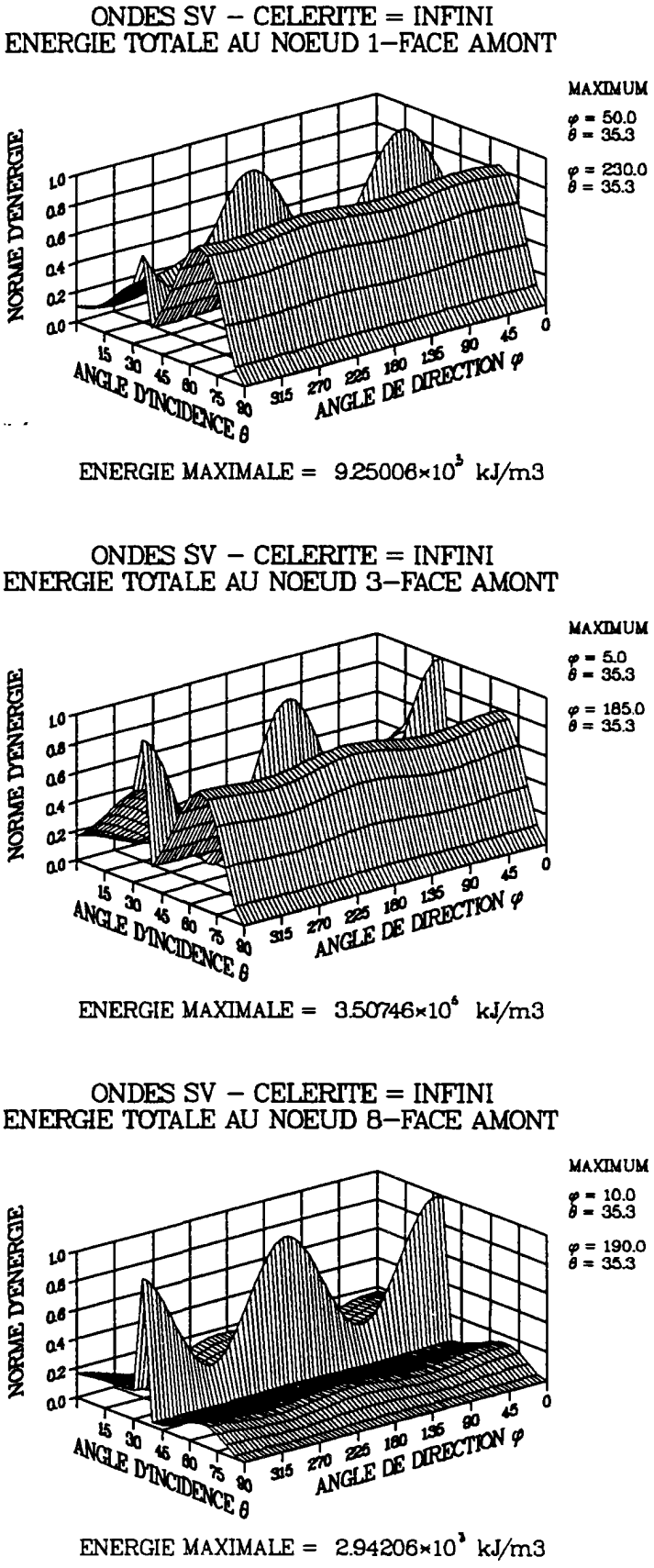


Figure 5.56 - Energie en fonction d'angle d'incidence (θ,φ). Modèle 4

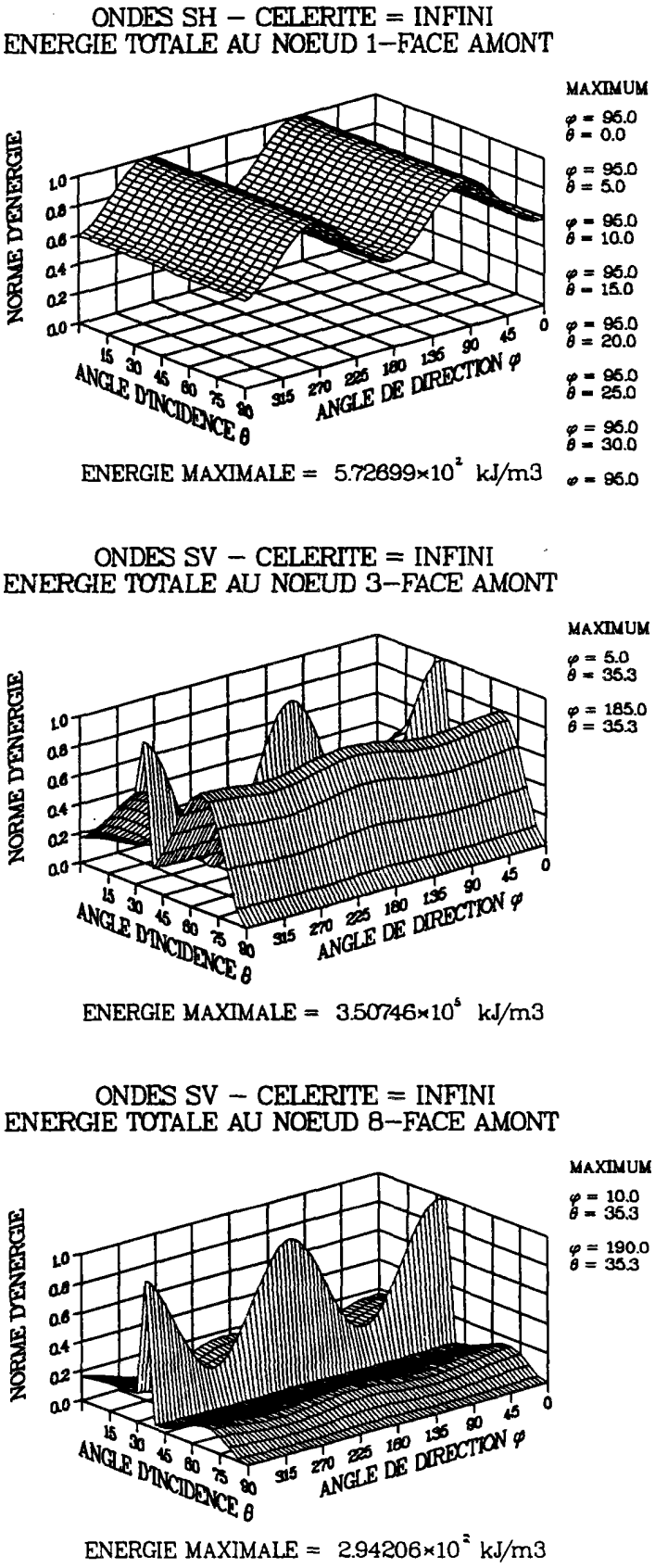
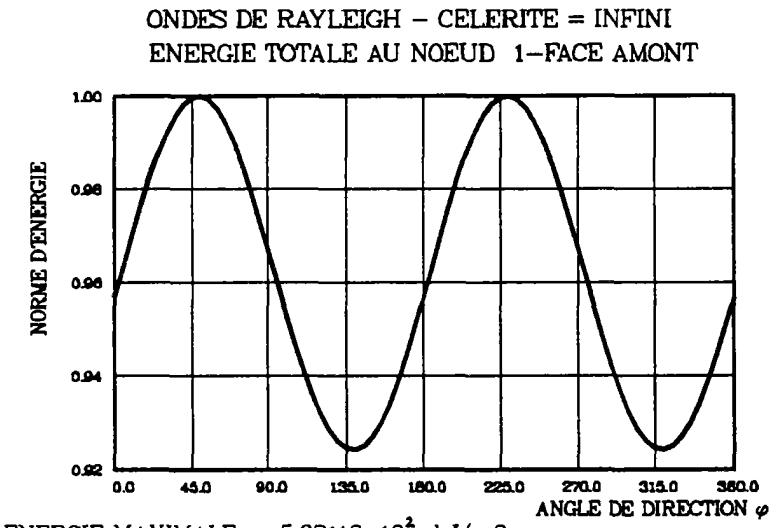
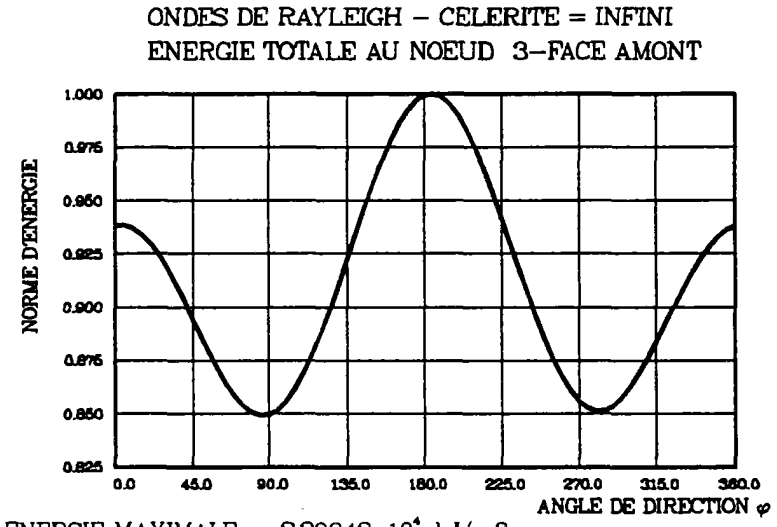


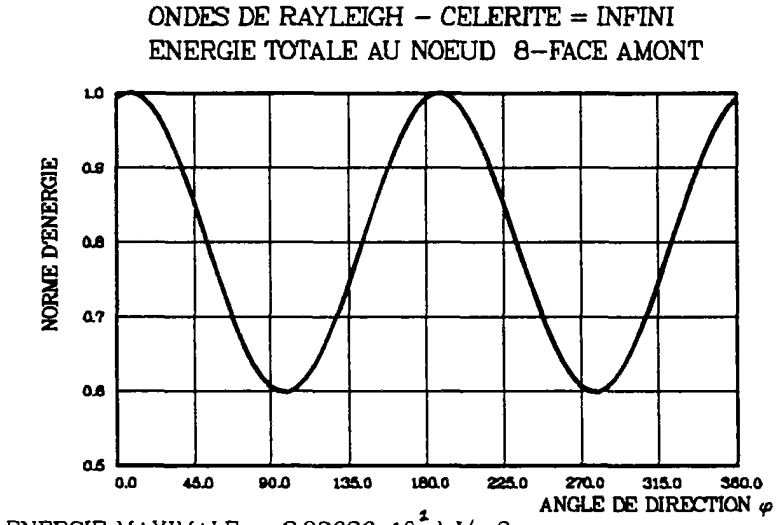
Figure 5.57 - Energie en fonction d'angle d'incidence (θ,φ). Modèle 4



ENERGIE MAXIMALE = 5.92113×10^{2} kJ/m3



ENERGIE MAXIMALE = 2.20943×10^{4} kJ/m3



ENERGIE MAXIMALE = 3.98636×10^{2} kJ/m3

Figure 5.58 - Energie en fonction d'angle de direction φ. Modèle 4

V.2.5 MODELE 5

Dans le tableau 5.11 les caractéristiques du *modèle 5* sont présentées. Les résultats de balayage en angles d'incidence (θ,φ) sont donnés dans le tableau 5.12 pour différents types d'ondes et pour une célérité de propagation choisie. Il représentent les angles d'incidence (θ,φ) ou leur intervalles pour lesquelles l'énergie dans le barrage (ou dans la grande partie du barrage) est maximale. Les figures 5.59 à 5.62 montrent les énergies aux trois noeuds du barrage en fonction d'angle d'incidence (θ,φ) pour des ondes ***P***, ***SV***, ***SH*** et ***R*** et pour une célérité choisie.

Tableau 5.11 - Caractéristiques du *modèle 5*

célérité d'ondes P du champ proche	célérités d'ondes P du champ lointain	réservoir	forme de la frontière du modèle
c_{pp} = *infini*	c_{pl} = *infini*	*plein* *eau incompressible*	*oblique*

Tableau 5.12 - Résultats de balayage en angles d'incidence (θ,φ)
Intervalles d'angles pour lesquelles l'énergie dans le barrage est maximale

type d'onde	célérités d'ondes du champ lointain	angle d'incidence θ	angle de direction φ
ondes P	c_{pl} = *infini*	*55°* *(60°)*	*175°–180°*
ondes SV	c_{svl} = *infini*	*35.3°*	*0°–5°* *165°–185°*
ondes SH	c_{shl} = *infini*	*0°*	*85°-95°*
ondes de Rayleigh	c_{rl} = *infini*		*0°–5°* *160°–190°*

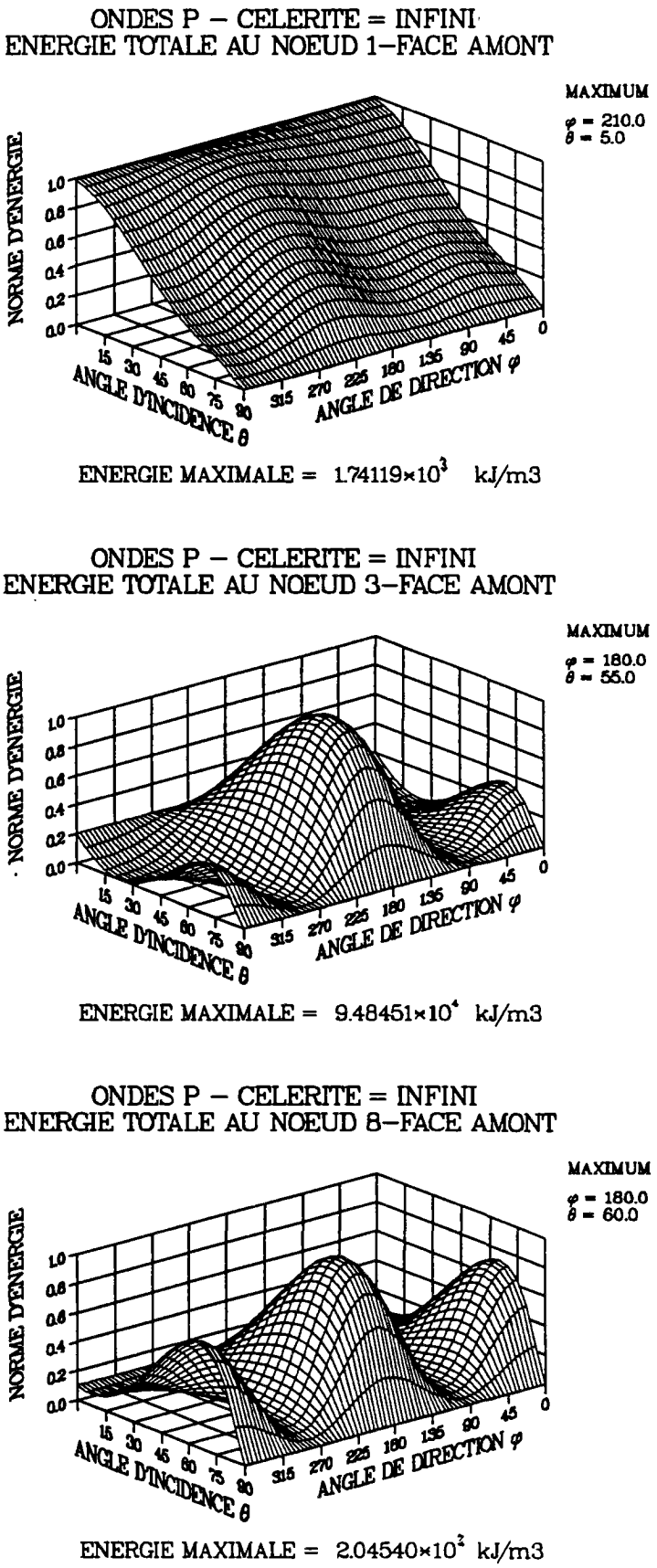
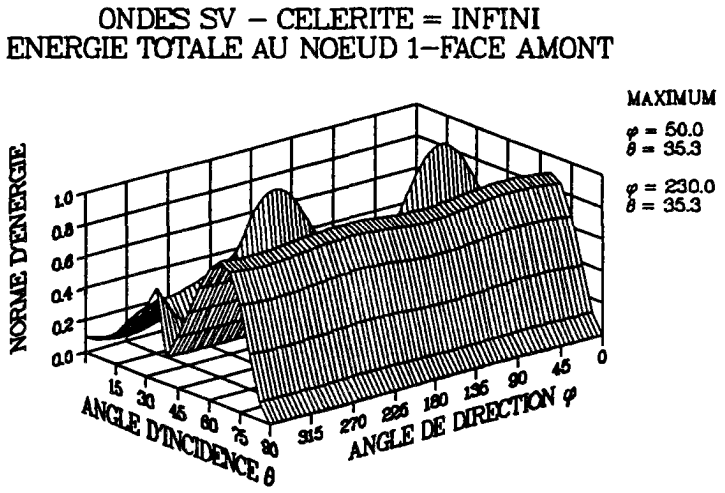
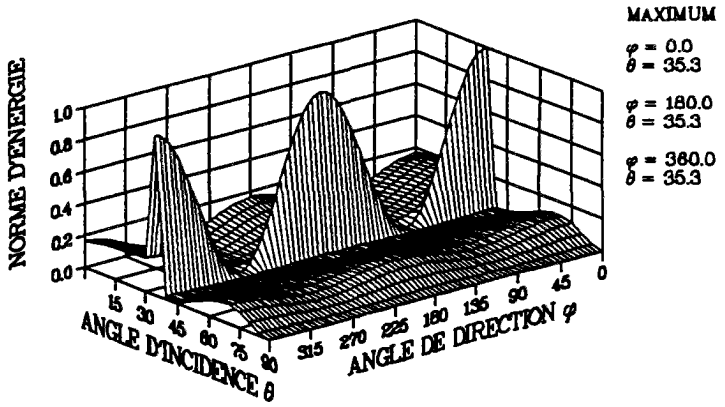


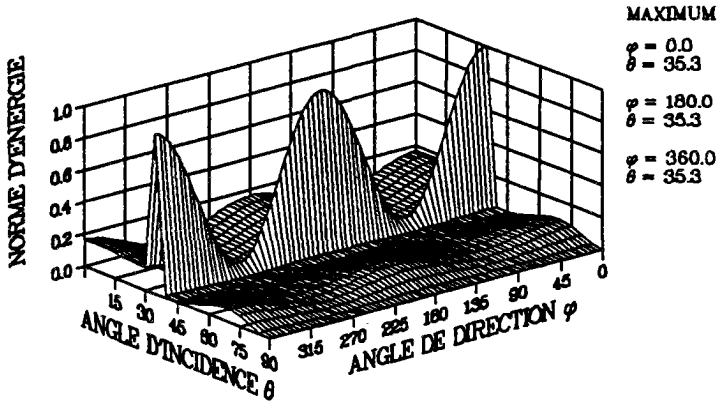
Figure 5.59 - Energie en fonction d'angle d'incidence (θ,φ). Modèle 5



ENERGIE MAXIMALE = 2.69520×10^4 kJ/m3

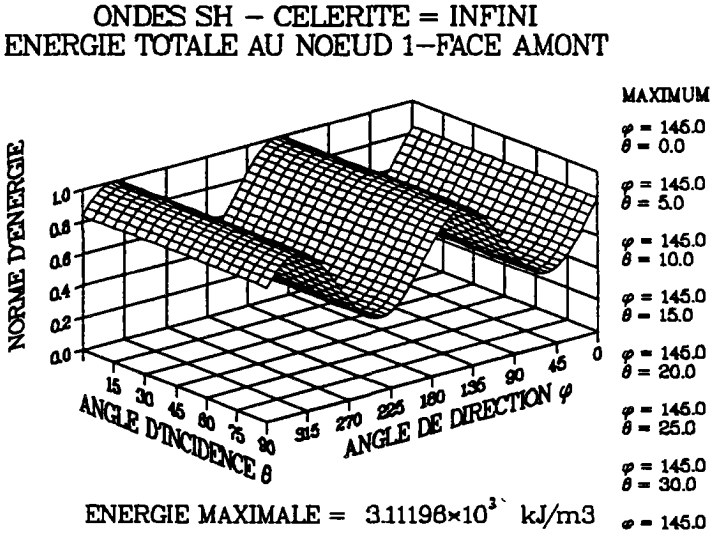


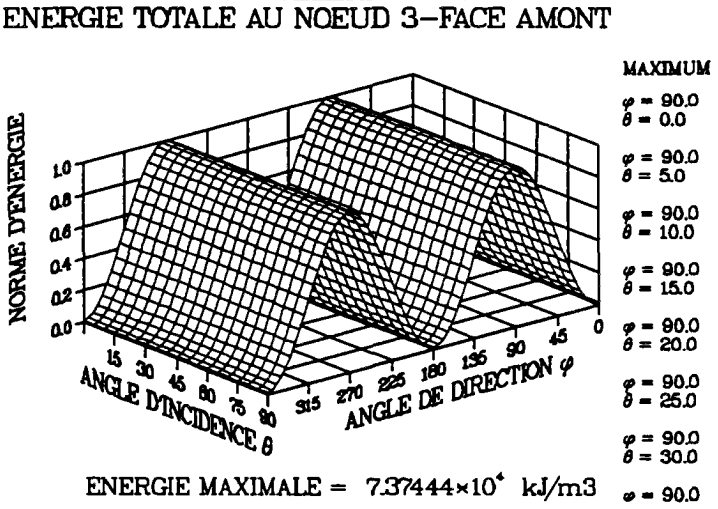
ENERGIE MAXIMALE = 4.46871×10^5 kJ/m3



ENERGIE MAXIMALE = 1.35538×10^4 kJ/m3

Figure 5.60 - Energie en fonction d'angle d'incidence (θ,φ). Modèle 5





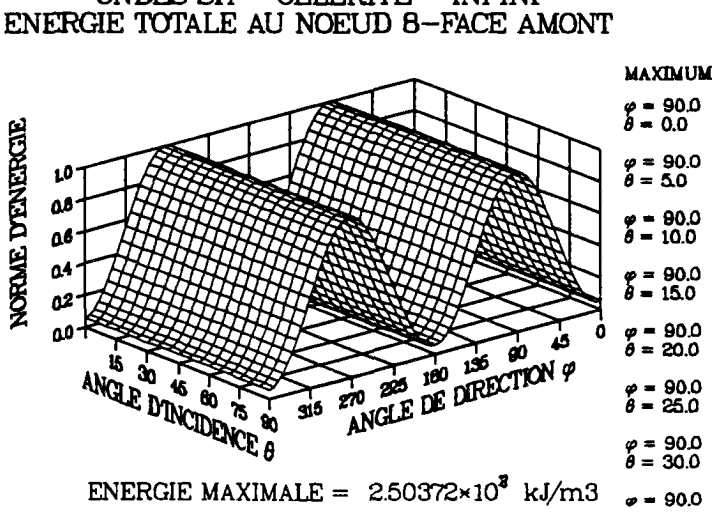
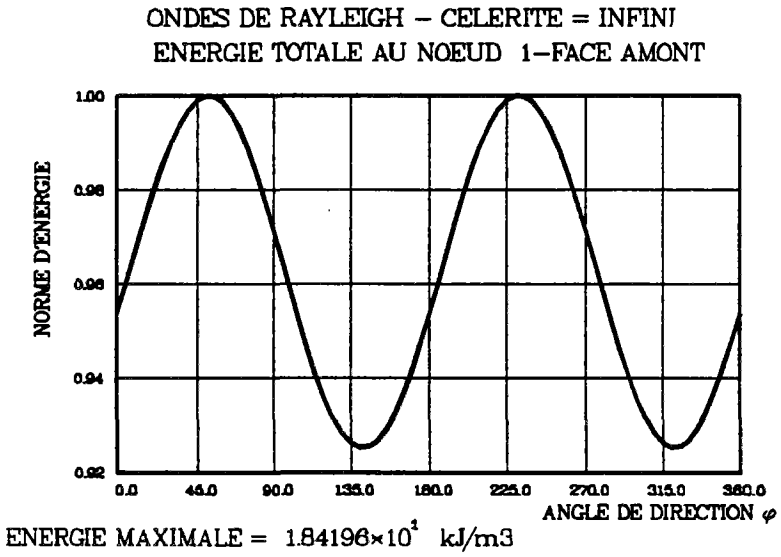
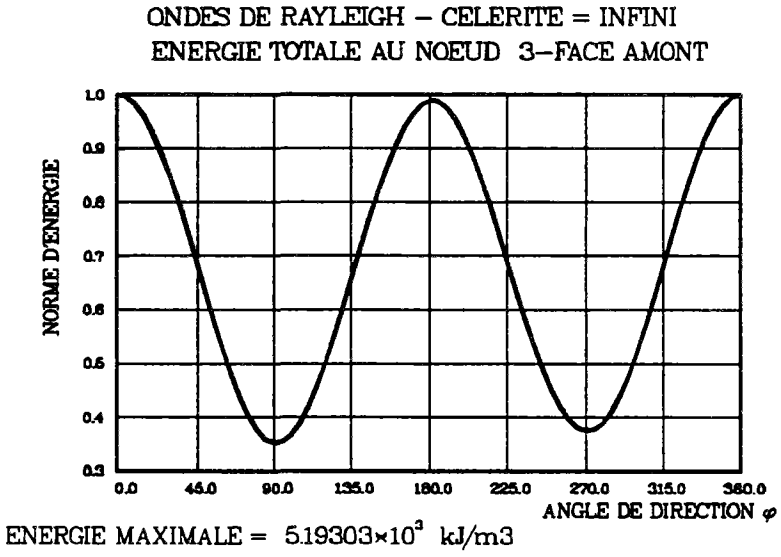


Figure 5.61 - Energie en fonction d'angle d'incidence (θ,φ). Modèle 5





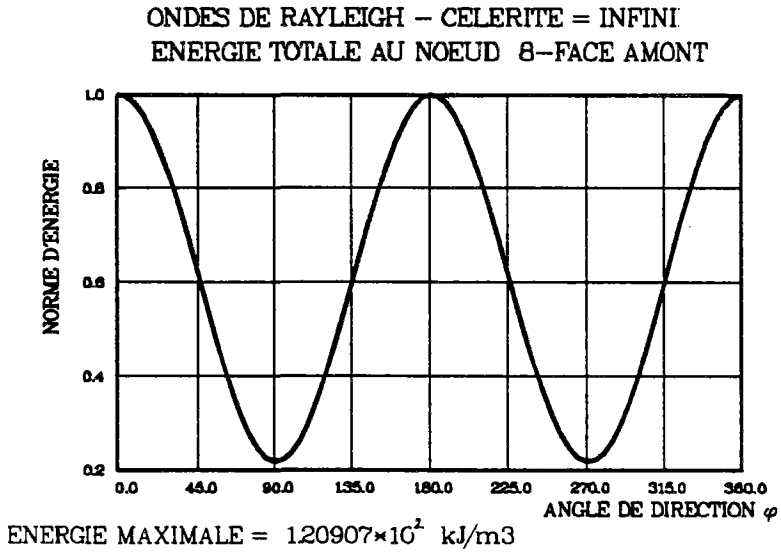


Figure 5.62 - Energie en fonction d'angle de direction φ. Modèle 5

V.2.6 MODELE 6

Dans le tableau 5.13 les caractéristiques du *modèle 6* sont présentées. Les résultats de balayage en angles d'incidence (θ,φ) sont donnés dans le tableau 5.14 pour différents types d'ondes et pour des célérités de propagation choisies. Il représentent les angles d'incidence (θ,φ) ou leur intervalles pour lesquelles l'énergie dans le barrage (ou dans la grande partie du barrage) est maximale. Les figures 5.63 à 5.78 montrent les énergies aux trois noeuds du barrage en fonction d'angle d'incidence (θ,φ) pour des ondes $\boldsymbol{P}$, $\boldsymbol{SV}$, $\boldsymbol{SH}$ et $\boldsymbol{R}$ et pour les célérités choisies.

Tableau 5.13 - Caractéristiques du *modèle 6*

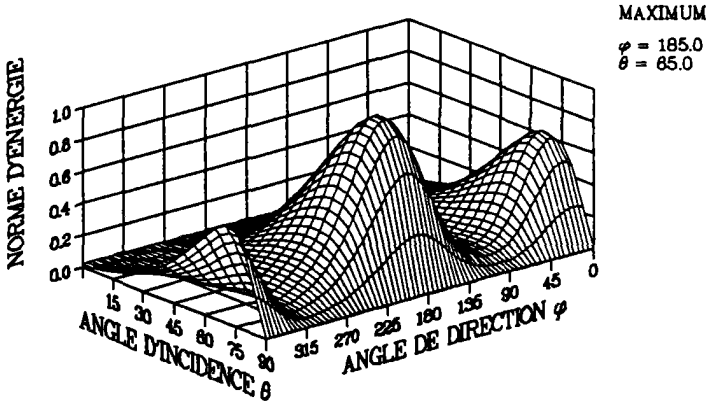
célérité d'ondes P du champ proche	célérités d'ondes P du champ lointain	réservoir	forme de la frontière du modèle
$c_{pp} = 5000\ m/s$	$c_{pl} = 5000\ m/s$ $c_{pl} = 10000\ m/s$ $c_{pl} = 20000\ m/s$ $c_{pl} = infini$	*plein* *eau compressible*	*rectangle*

Tableau 5.14 - Résultats de balayage en angles d'incidence (θ,φ)

Intervalles d'angles pour lesquelles l'énergie dans le barrage est maximale

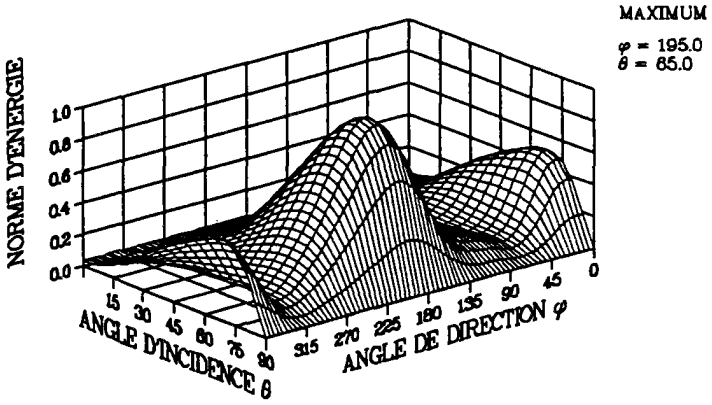
type d'onde	célérités d'ondes du champ lointain	angle d'incidence θ	angle de direction φ
ondes P	c_{pl} = 5000 m/s	65°–70°	185°–195°
	c_{pl} = 10000 m/s	5°–15° 65°	0°–30° 160°–180°
	c_{pl} = 20000 m/s	0°–15°	0° 180°–190°
	c_{pl} = infini	0°–35°	190°
ondes SV	c_{svl} = 2900 m/s	70° (35.3°)	10°–15°
	c_{svl} = 5800 m/s	35.3° 70°	10°–15°
	c_{svl} = 11600 m/s	35.3° (70°)	5°
	c_{svl} = infini	35.3° 65°	0° 195°–230°
ondes SH	c_{shl} = 2900 m/s	90°	40°
	c_{shl} = 5800 m/s	90°	30°–50°
	c_{shl} = 11600 m/s	90°	90° 290°–310°
	c_{shl} = infini	0°	90°–100° 270°–280°
ondes de Rayleigh	c_{rl} = 2650 m/s		10°
	c_{rl} = 5300 m/s		15°
	c_{rl} = 10600 m/s		10°
	c_{rl} = infini		200°–230°

ONDES P – CELERITE = 5000 m/s
ENERGIE TOTALE AU NOEUD 1–FACE AMONT



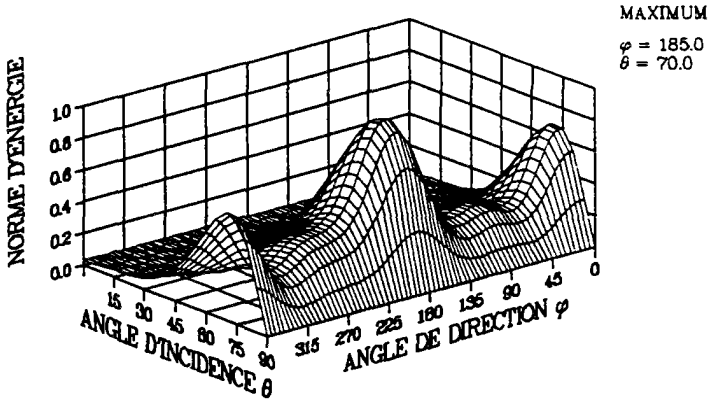
ENERGIE MAXIMALE = 1.66540×10^4 kJ/m3

ONDES P – CELERITE = 5000 m/s
ENERGIE TOTALE AU NOEUD 3–FACE AMONT



ENERGIE MAXIMALE = 1.51236×10^6 kJ/m3

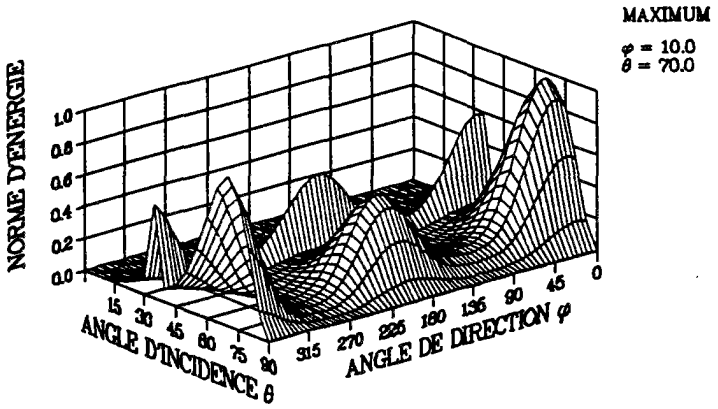
ONDES P – CELERITE = 5000 m/s
ENERGIE TOTALE AU NOEUD 8–FACE AMONT



ENERGIE MAXIMALE = 6.12878×10^4 kJ/m3

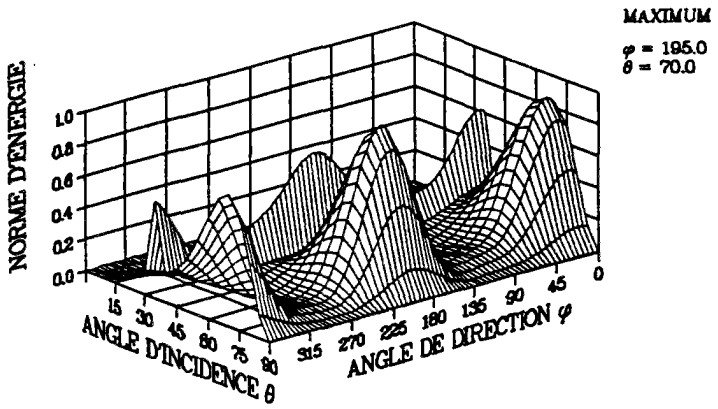
Figure 5.63 - Energie en fonction d'angle d'incidence (θ,φ). Modèle 6

ONDES SV – CELERITE = 2900 m/s
ENERGIE TOTALE AU NOEUD 1–FACE AMONT



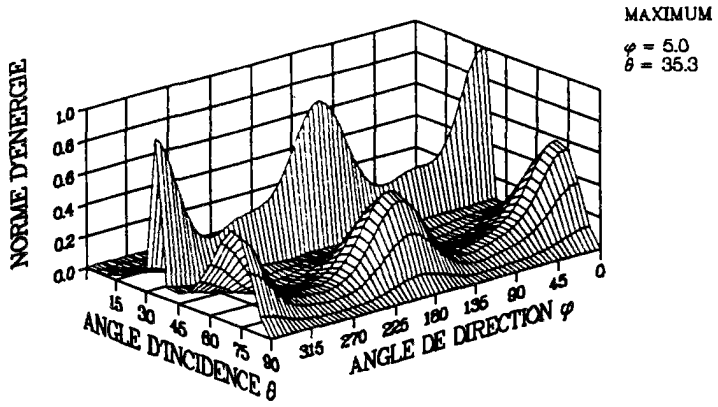
ENERGIE MAXIMALE = 2.23860×10^{5} kJ/m3

ONDES SV – CELERITE = 2900 m/s
ENERGIE TOTALE AU NOEUD 3–FACE AMONT



ENERGIE MAXIMALE = 2.01524×10^{7} kJ/m3

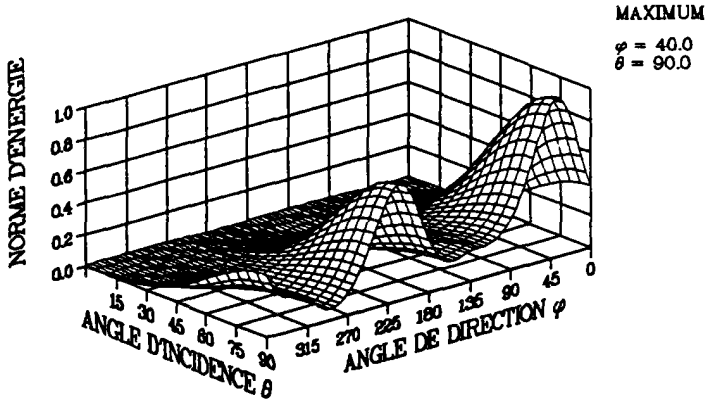
ONDES SV – CELERITE = 2900 m/s
ENERGIE TOTALE AU NOEUD 8–FACE AMONT



ENERGIE MAXIMALE = 6.17011×10^{6} kJ/m3

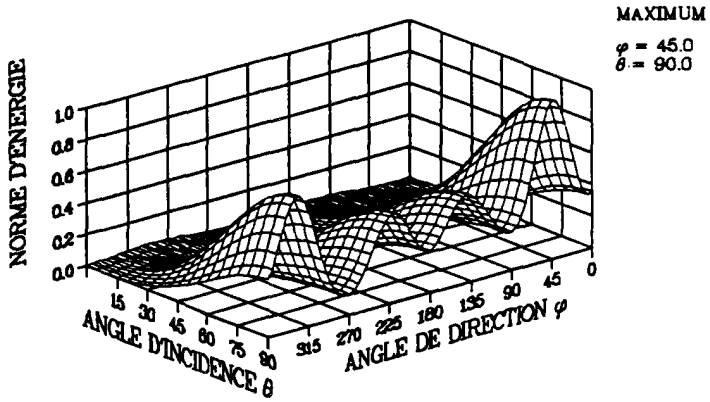
Figure 5.64 - Energie en fonction d'angle d'incidence (θ,φ). Modèle 6

ONDES SH – CELERITE = 2900 m/s
ENERGIE TOTALE AU NOEUD 1–FACE AMONT



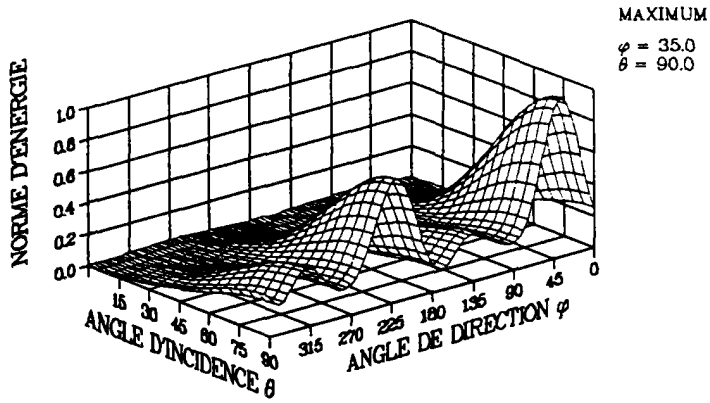
ENERGIE MAXIMALE = 5.43211×10^4 kJ/m3

ONDES SH – CELERITE = 2900 m/s
ENERGIE TOTALE AU NOEUD 3–FACE AMONT



ENERGIE MAXIMALE = 2.52669×10^6 kJ/m3

ONDES SH – CELERITE = 2900 m/s
ENERGIE TOTALE AU NOEUD 8–FACE AMONT



ENERGIE MAXIMALE = 1.33736×10^5 kJ/m3

Figure 5.65 - Energie en fonction d'angle d'incidence (θ,φ). Modèle 6

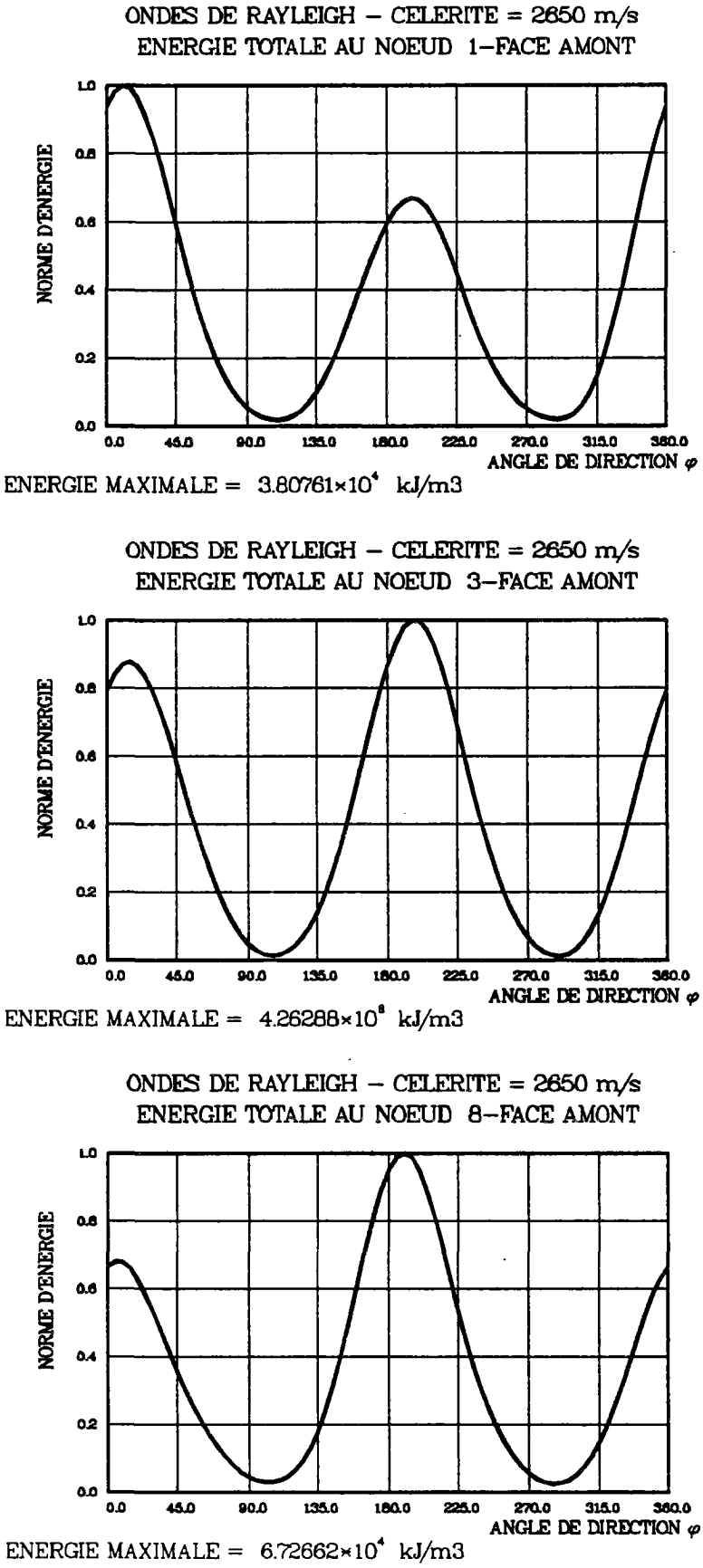
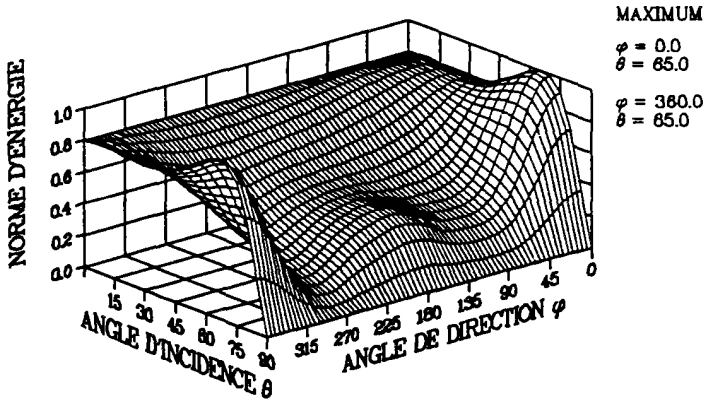


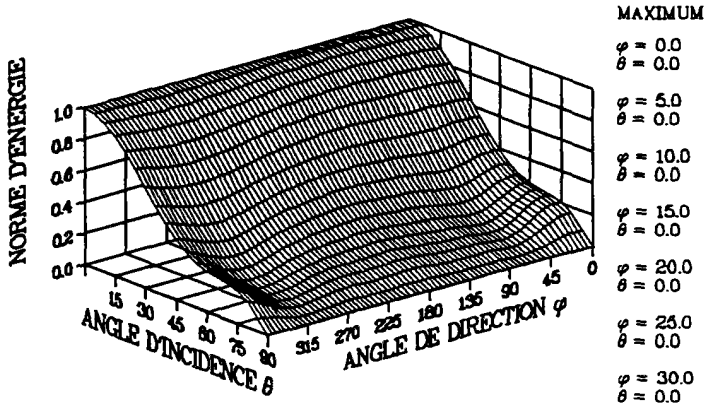
Figure 5.66 - Energie en fonction d'angle de direction φ. Modèle 6

ONDES P – CELERITE = 10000 m/s
ENERGIE TOTALE AU NOEUD 1–FACE AMONT



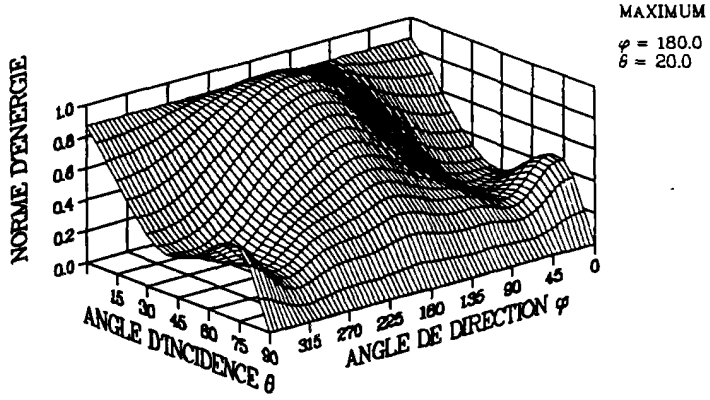
ENERGIE MAXIMALE = 2.83953×10^3 kJ/m3

ONDES P – CELERITE = 10000 m/s
ENERGIE TOTALE AU NOEUD 3–FACE AMONT



ENERGIE MAXIMALE = 6.63038×10^5 kJ/m3

ONDES P – CELERITE = 10000 m/s
ENERGIE TOTALE AU NOEUD 8–FACE AMONT



ENERGIE MAXIMALE = 1.70654×10^4 kJ/m3

Figure 5.67 - Energie en fonction d'angle d'incidence (θ,φ). Modèle 6

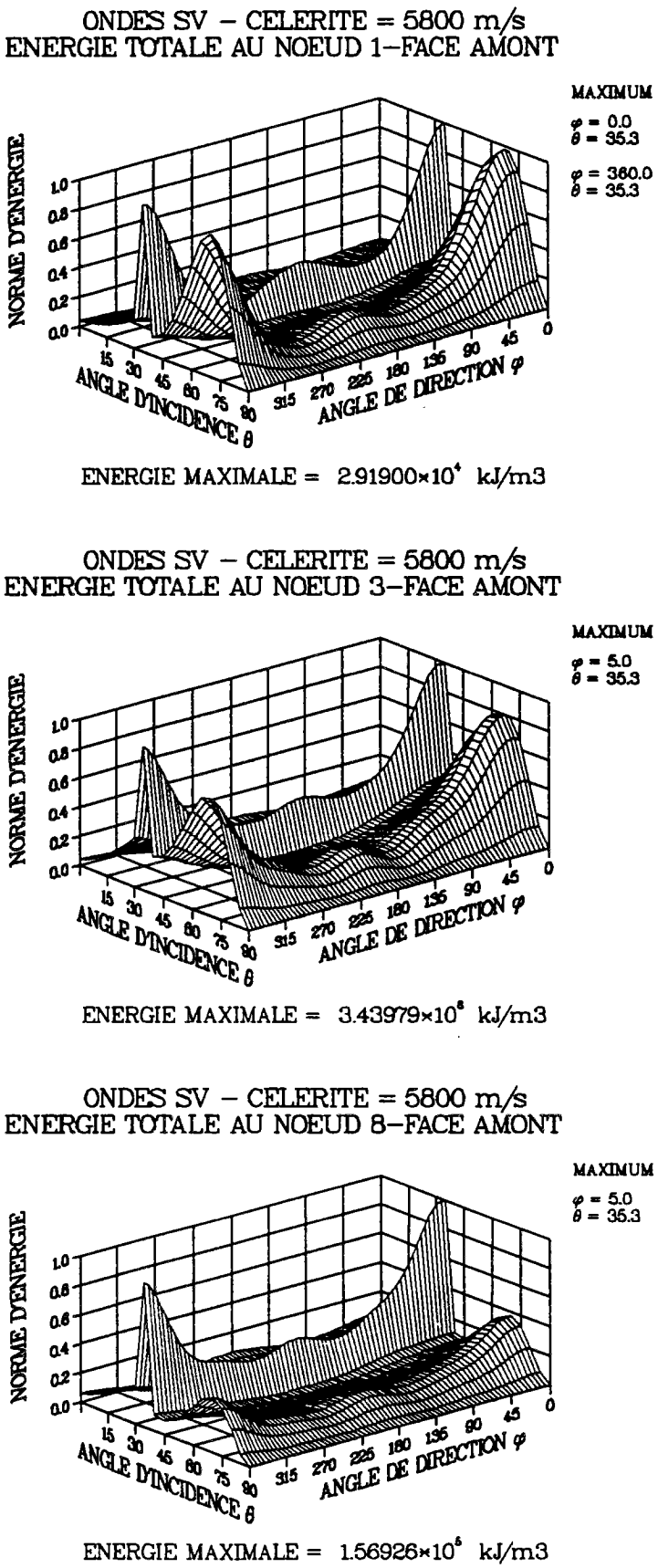
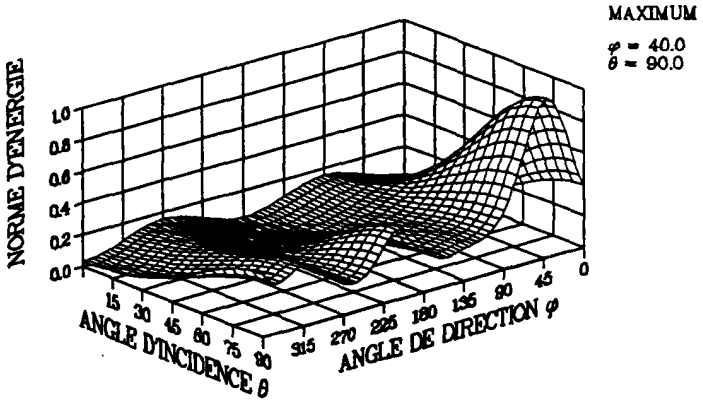


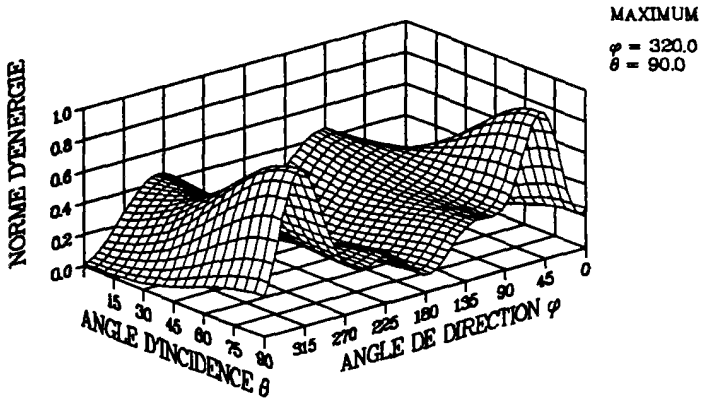
Figure 5.68 - Energie en fonction d'angle d'incidence (θ,φ). Modèle 6

ONDES SH – CELERITE = 5800 m/s
ENERGIE TOTALE AU NOEUD 1–FACE AMONT



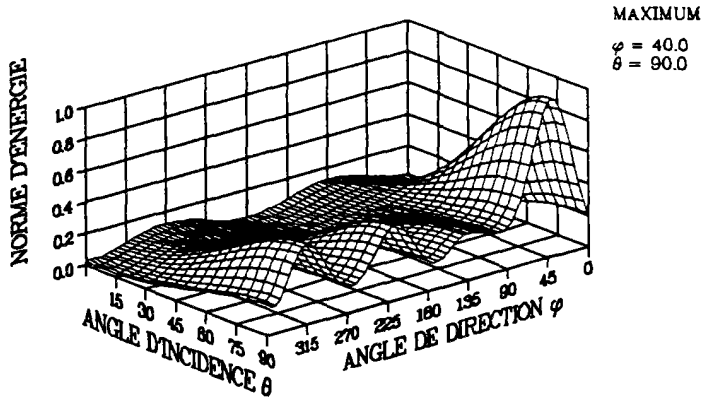
ENERGIE MAXIMALE = 5.67868×10^{3} kJ/m3

ONDES SH – CELERITE = 5800 m/s
ENERGIE TOTALE AU NOEUD 3–FACE AMONT



ENERGIE MAXIMALE = 3.16819×10^{6} kJ/m3

ONDES SH – CELERITE = 5800 m/s
ENERGIE TOTALE AU NOEUD 8–FACE AMONT



ENERGIE MAXIMALE = 1.26577×10^{4} kJ/m3

Figure 5.69 - Energie en fonction d'angle d'incidence (θ,φ). Modèle 6

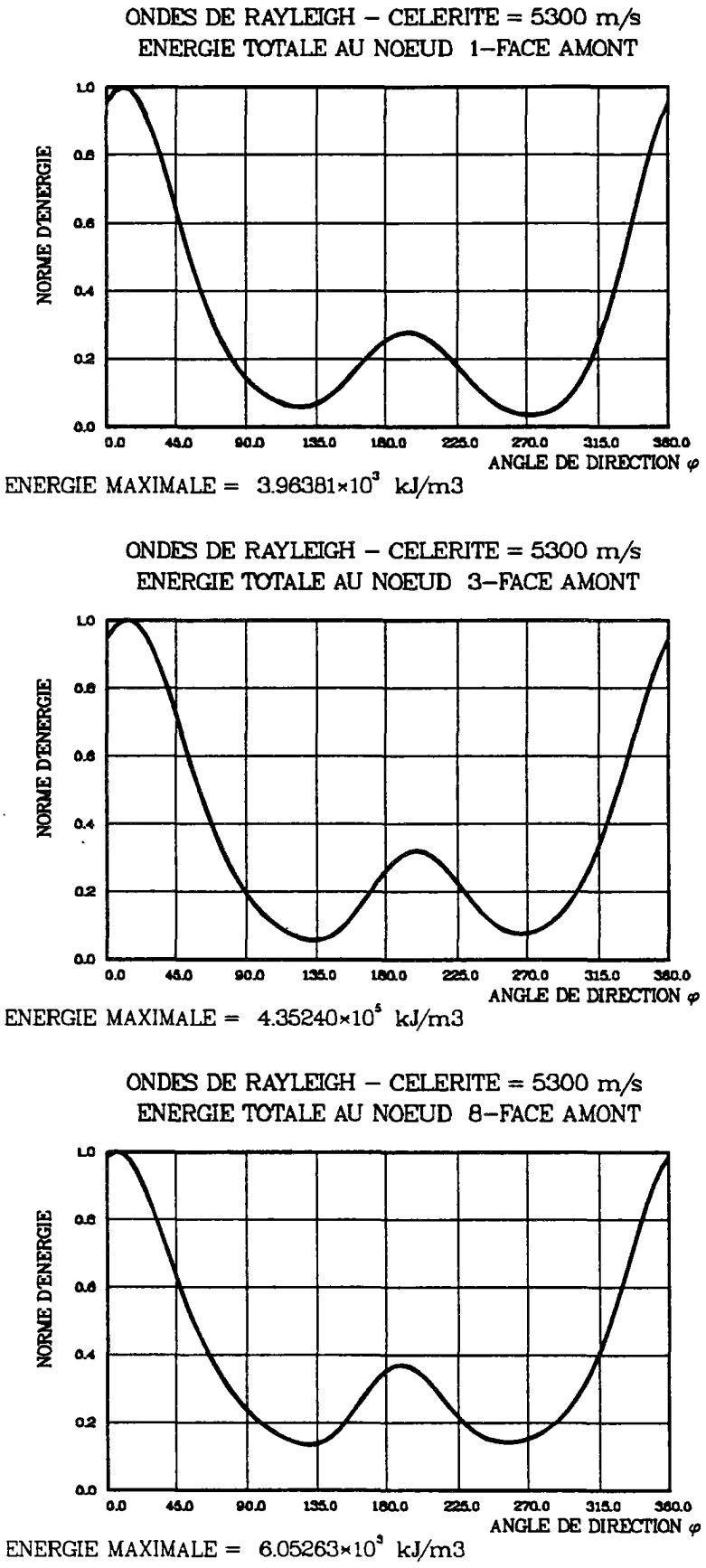
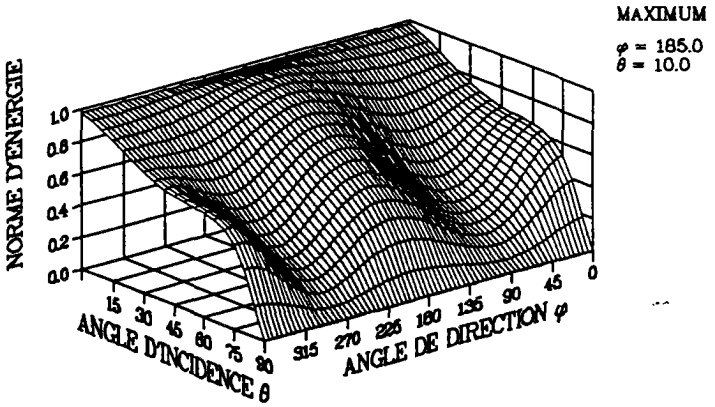


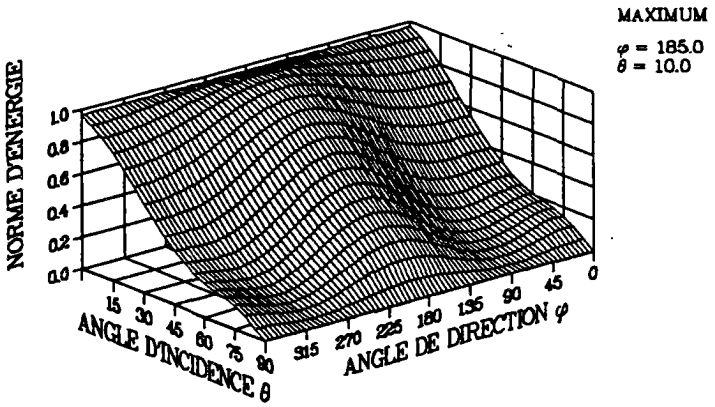
Figure 5.70 - Energie en fonction d'angle de direction φ. Modèle 6

ONDES P – CELERITE = 20000 m/s
ENERGIE TOTALE AU NOEUD 1–FACE AMONT



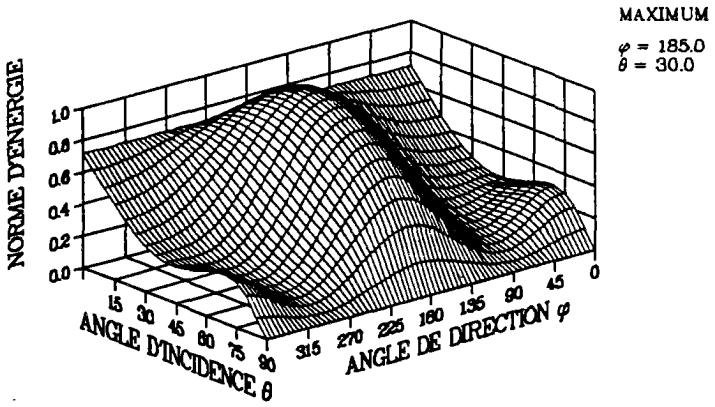
ENERGIE MAXIMALE = 3.82521×10^{3} kJ/m3

ONDES P – CELERITE = 20000 m/s
ENERGIE TOTALE AU NOEUD 3–FACE AMONT



ENERGIE MAXIMALE = 1.09167×10^{8} kJ/m3

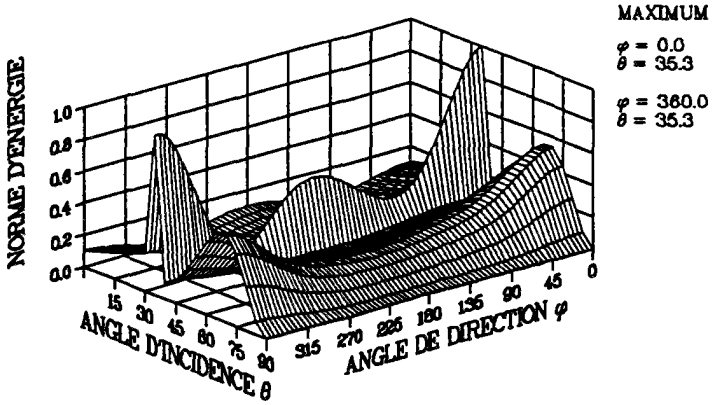
ONDES P – CELERITE = 20000 m/s
ENERGIE TOTALE AU NOEUD 8–FACE AMONT



ENERGIE MAXIMALE = 2.97348×10^{4} kJ/m3

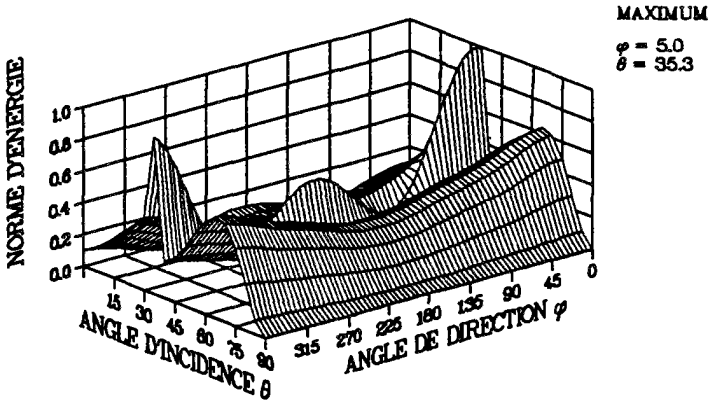
Figure 5.71 - Energie en fonction d'angle d'incidence (θ,φ). Modèle 6

ONDES SV – CELERITE = 11600 m/s
ENERGIE TOTALE AU NOEUD 1–FACE AMONT



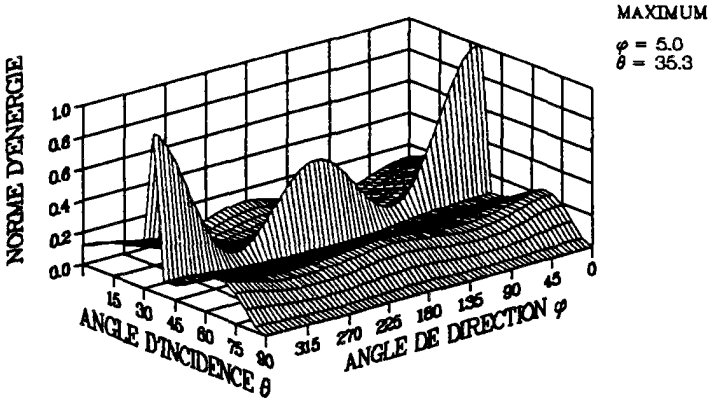
ENERGIE MAXIMALE = 2.08850×10^4 kJ/m3

ONDES SV – CELERITE = 11600 m/s
ENERGIE TOTALE AU NOEUD 3–FACE AMONT



ENERGIE MAXIMALE = 2.61713×10^6 kJ/m3

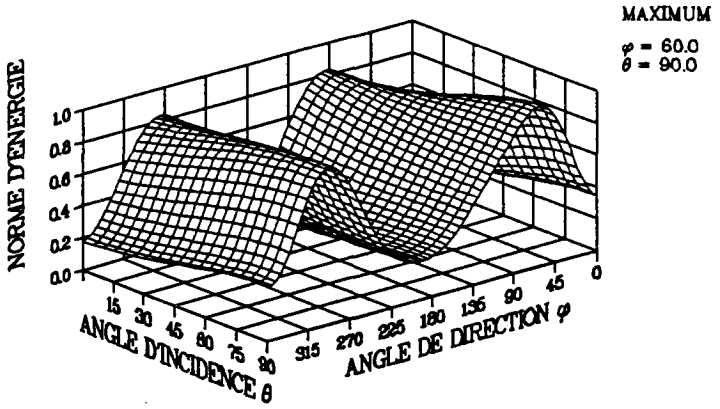
ONDES SV – CELERITE = 11600 m/s
ENERGIE TOTALE AU NOEUD 8–FACE AMONT



ENERGIE MAXIMALE = 1.44293×10^5 kJ/m3

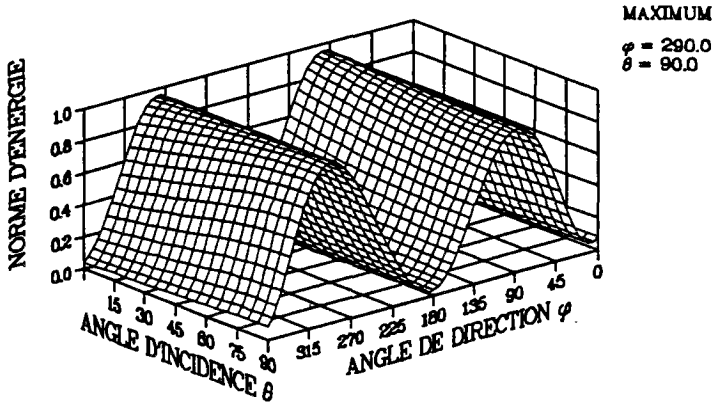
Figure 5.72 - Energie en fonction d'angle d'incidence (θ,φ). Modèle 6

ONDES SH – CELERITE = 11600 m/s
ENERGIE TOTALE AU NOEUD 1–FACE AMONT



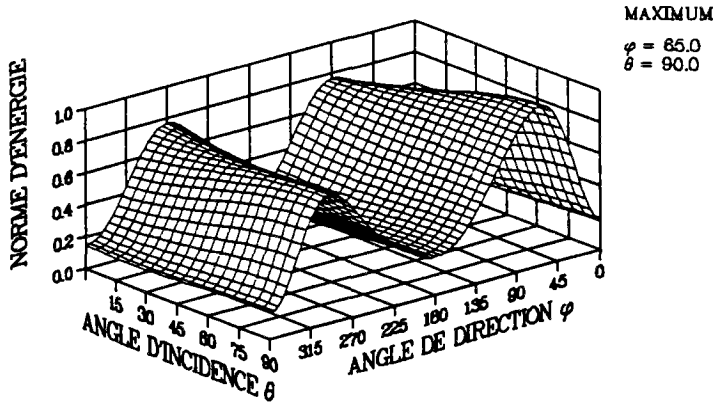
ENERGIE MAXIMALE = 2.12605×10^3 kJ/m3

ONDES SH – CELERITE = 11600 m/s
ENERGIE TOTALE AU NOEUD 3–FACE AMONT



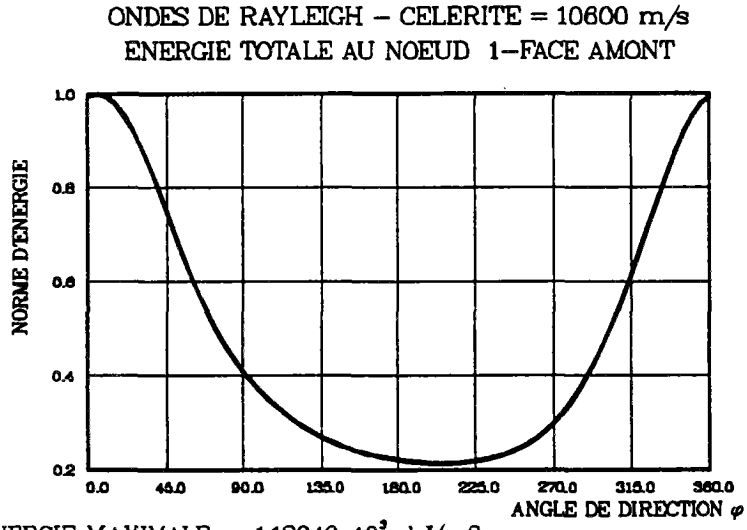
ENERGIE MAXIMALE = 2.81793×10^5 kJ/m3

ONDES SH – CELERITE = 11600 m/s
ENERGIE TOTALE AU NOEUD 8–FACE AMONT

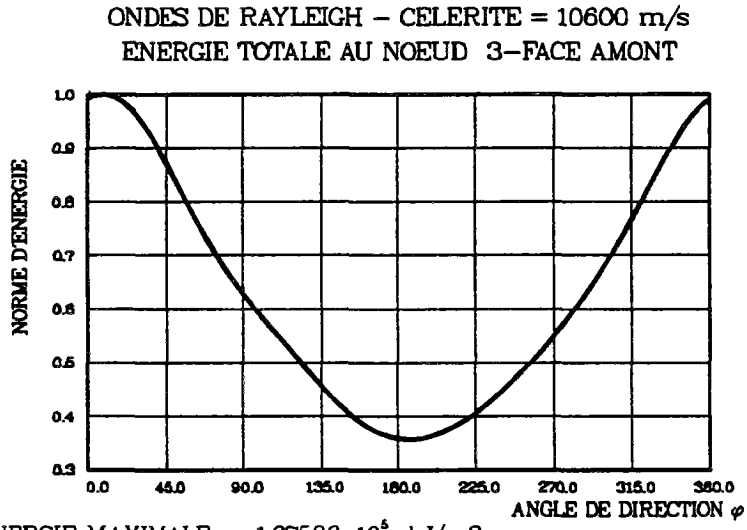


ENERGIE MAXIMALE = 5.05001×10^3 kJ/m3

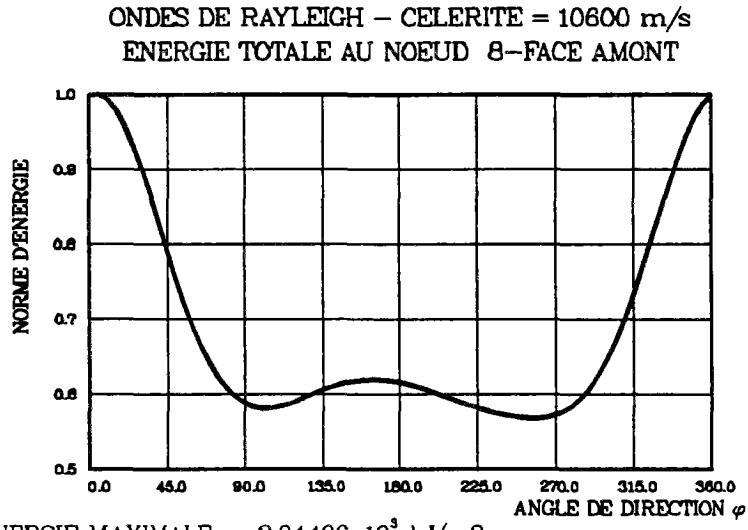
Figure 5.73 - Energie en fonction d'angle d'incidence (θ,φ). Modèle 6



ENERGIE MAXIMALE = 1.13940×10^{3} kJ/m3



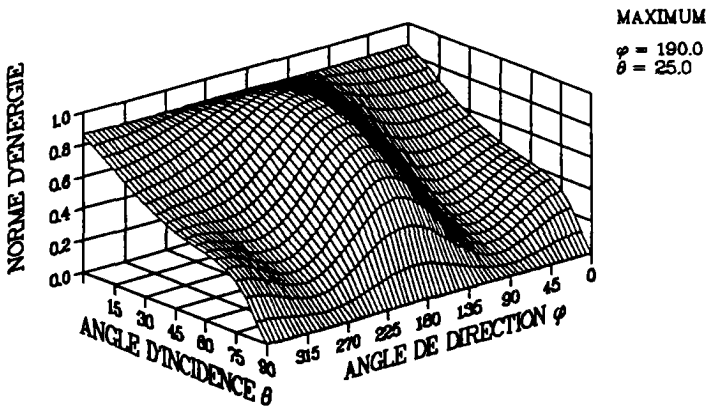
ENERGIE MAXIMALE = 1.67586×10^{5} kJ/m3



ENERGIE MAXIMALE = 3.04406×10^{3} kJ/m3

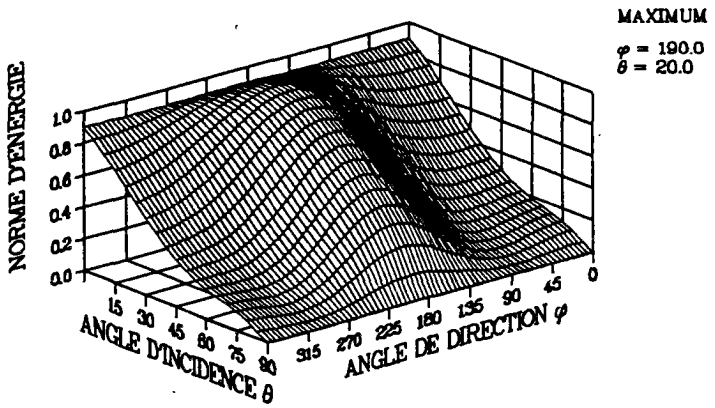
Figure 5.74 - Energie en fonction d'angle de direction φ. Modèle 6

ONDES P – CELERITE = INFINI
ENERGIE TOTALE AU NOEUD 1–FACE AMONT



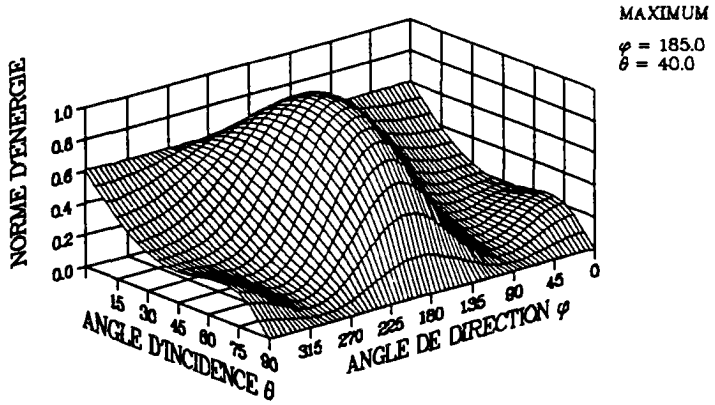
ENERGIE MAXIMALE = 5.00279×10^{3} kJ/m3

ONDES P – CELERITE = INFINI
ENERGIE TOTALE AU NOEUD 3–FACE AMONT



ENERGIE MAXIMALE = 1.34204×10^{6} kJ/m3

ONDES P – CELERITE = INFINI
ENERGIE TOTALE AU NOEUD 8–FACE AMONT



ENERGIE MAXIMALE = 3.90816×10^{4} kJ/m3

Figure 5.75 - Energie en fonction d'angle d'incidence (θ,φ). Modèle 6

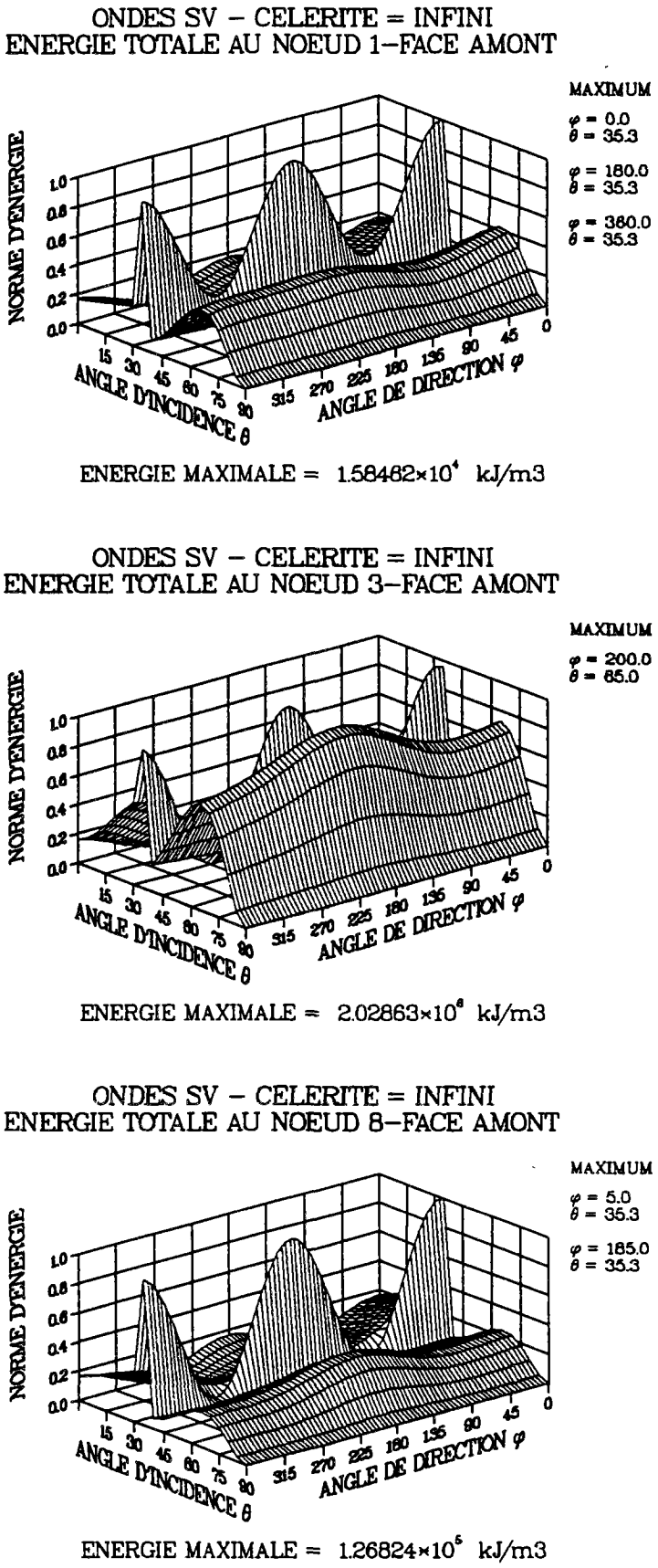


Figure 5.76 - Energie en fonction d'angle d'incidence (θ,φ). Modèle 6

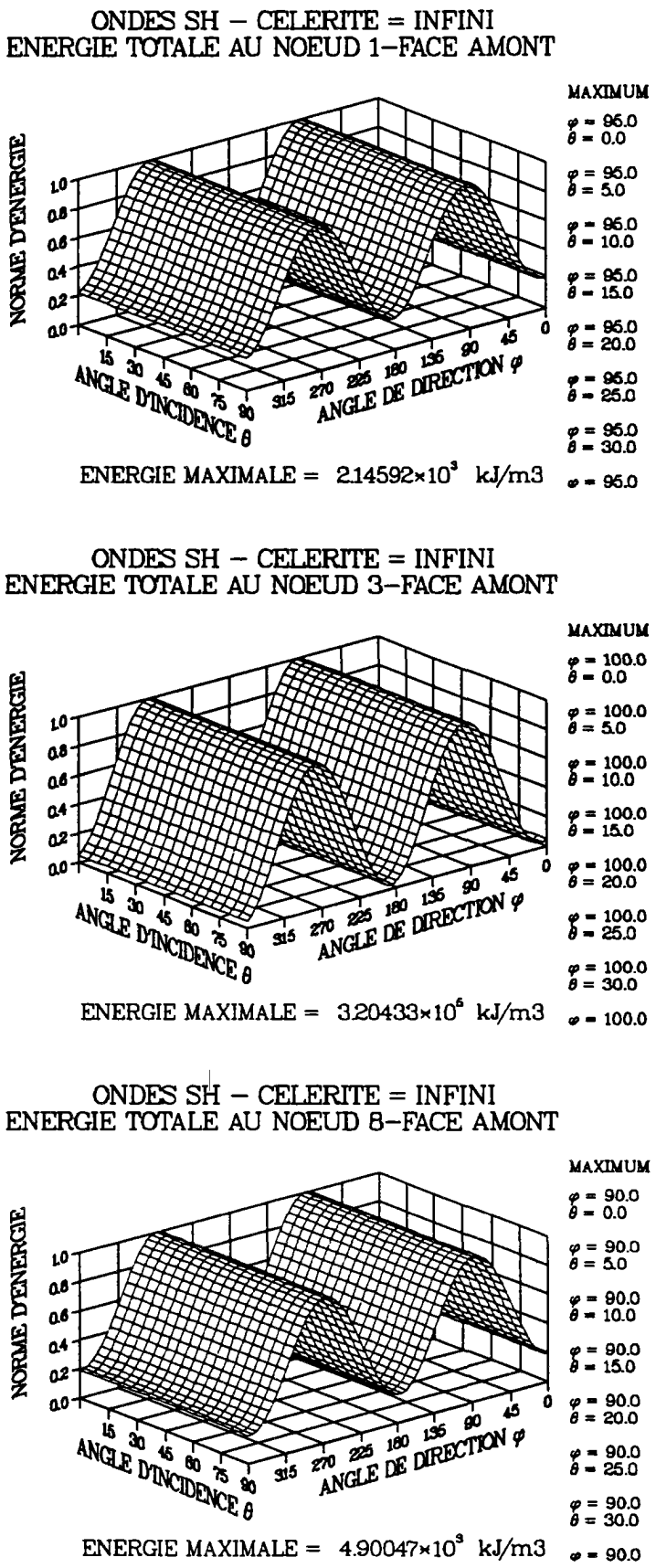


Figure 5.77 - Energie en fonction d'angle d'incidence (θ,φ). Modèle 6

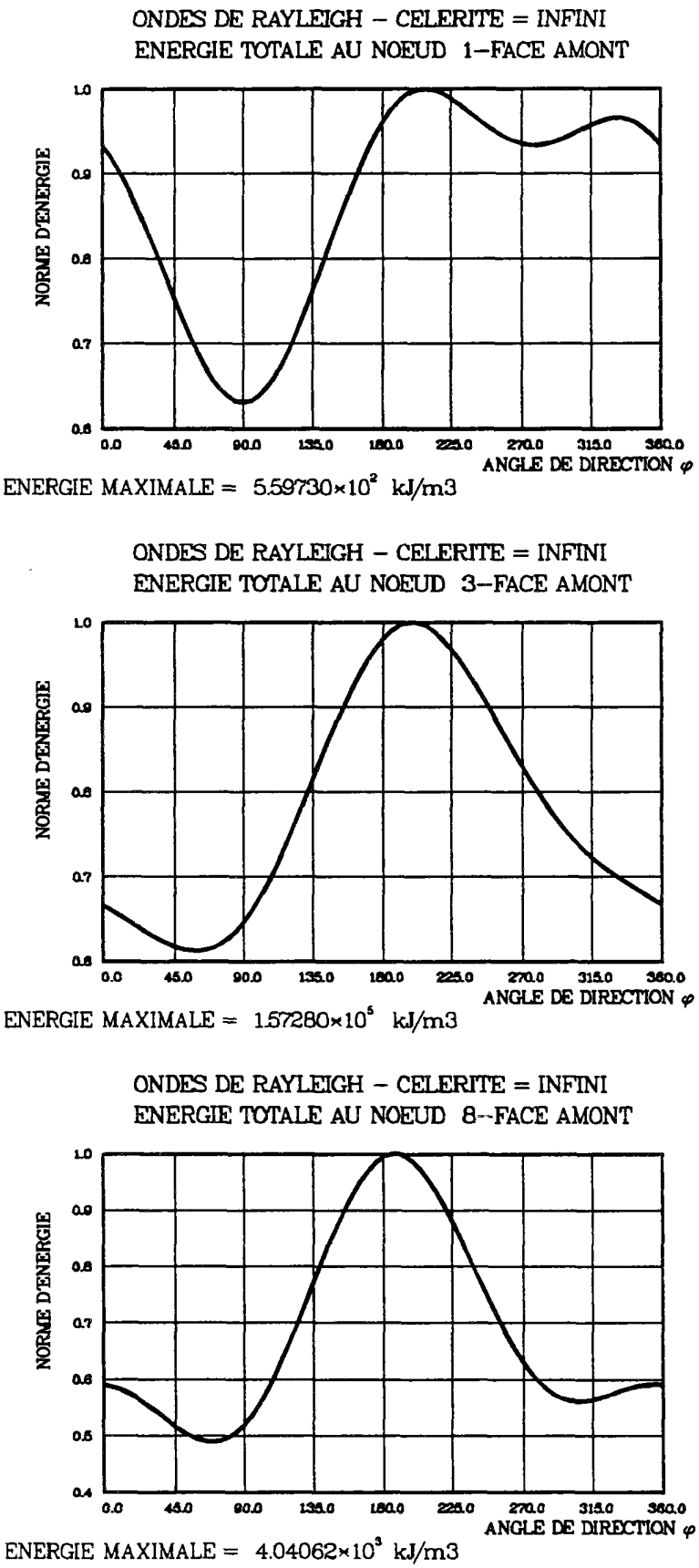


Figure 5.78 - Energie en fonction d'angle de direction φ. Modèle 6

V.2.7 MODELE 7

Dans le tableau 5.15 les caractéristiques du *modèle 7* sont présentées. Les résultats de balayage en angles d'incidence (θ,φ) sont donnés dans le tableau 5.16 pour différents types d'ondes et pour des célérités de propagation choisies. Il représentent les angles d'incidence (θ,φ) ou leur intervalles pour lesquelles l'énergie dans le barrage (ou dans la grande partie du barrage) est maximale. On ne donne pas ici la présentation graphique des énergies aux noeuds du barrage en fonction d'angle d'incidence (θ,φ) parce qu'elle est proche à la présentation graphique du *modèle 3*.

Tableau 5.15 - Caractéristiques du *modèle 7*

célérité d'ondes **P** du champ proche	célérités d'ondes **P** du champ lointain	réservoir	forme de la frontière du modèle
$c_{pp} = 5000$ *m/s*	$c_{pl} = 5000$ *m/s* $c_{pl} = 10000$ *m/s* $c_{pl} = 20000$ *m/s* $c_{pl} =$ *infini*	*vide*	*rectangle*

Tableau 5.16 - Résultats de balayage en angles d'incidence (θ,φ)

Intervalles d'angles pour lesquelles l'énergie dans le barrage est maximale

type d'onde	célérités d'ondes du champ lointain	angle d'incidence θ	angle de direction φ
ondes P	$c_{pl} = 5000$ *m/s*	*70°*	*180°–190°* *235°*
	$c_{pl} = 10000$ *m/s*	*70°* *(65°)*	*0°–15°* *260°–285°* *345°–355°*
	$c_{pl} = 20000$ *m/s*	*65°* *(60°)*	*270°–295°* *(dispersé)*
	$c_{pl} =$ *infini*	*35°–65°*	*265°–300°* *(dispersé)*

ondes SV	c_{svl} = 2900 m/s	35.3°	0°–10° 180°–185°
	c_{svl} = 5800 m/s	35.3°	0°–15° (dispersé)
	c_{svl} = 11600 m/s	35.3°	75°–95° 275°–285° 340°
	c_{svl} = infini	35.3°	85°–95° (dispersé)
ondes SH	c_{shl} = 2900 m/s	90°	30°–40°
	c_{shl} = 5800 m/s	90°	30°–40° 350°
	c_{shl} = 11600 m/s	90°	10°–50° 330°–350°
	c_{shl} = infini	0°	175°–200° (dispersé)
ondes de Rayleigh	c_{rl} = 2650 m/s		0°–10° 175°–195°
	c_{rl} = 5300 m/s		0°–10° 170°–195°
	c_{rl} = 10600 m/s		70°–80° 280°–290°
	c_{rl} = infini		70°–80° 270°–295°

V.2.8 MODELE 8

Dans le tableau 5.17 les caractéristiques du *modèle 8* sont présentées. Les résultats de balayage en angles d'incidence (θ,φ) sont donnés dans le tableau 5.18 pour différents types d'ondes et pour des célérités de propagation choisies. Il représentent les angles d'incidence (θ,φ) ou leur intervalles pour lesquelles l'énergie dans le barrage (ou dans la grande partie du barrage) est maximale. Les figures 5.79 à 5.94 montrent les énergies aux trois noeuds du barrage en fonction d'angle d'incidence (θ,φ) pour des ondes ***P***, ***SV***, ***SH*** et ***R*** et pour les célérités choisies.

Tableau 5.17 - Caractéristiques du *modèle 8*

célérité d'ondes **P** du champ proche	célérités d'ondes **P** du champ lointain	réservoir	forme de la frontière du modèle
$c_{pp} = 5000\ m/s$	$c_{pl} = 5000\ m/s$ $c_{pl} = 10000\ m/s$ $c_{pl} = 20000\ m/s$ $c_{pl} = infini$	*plein* *eau compressible*	*oblique* *modèle court*

Tableau 5.18 - Résultats de balayage en angles d'incidence (θ,φ)
Intervalles d'angles pour lesquelles l'énergie dans le barrage est maximale

type d'onde	célérités d'ondes du champ lointain	angle d'incidence θ	angle de direction φ
ondes P	c_{pl} = 5000 m/s	60°	220°–230°
	c_{pl} = 10000 m/s	55°	170°–180°
	c_{pl} = 20000 m/s	15°–30°	185°–195°
	c_{pl} = infini	15°–35°	185°–200°
ondes SV	c_{svl} = 2900 m/s	35.3° 70°	dispersé
	c_{svl} = 5800 m/s	35.3°	5°–15°
	c_{svl} = 11600 m/s	35.3° (65°)	5°–35°
	c_{svl} = infini	35.3° (65°)	5°–20°
ondes SH	c_{shl} = 2900 m/s	90°	55°–90° 275°–280°
	c_{shl} = 5800 m/s	90°	65°–90° 115°–130°
	c_{shl} = 11600 m/s	90°	95°–125°
	c_{shl} = infini	0°	95°–120°
ondes de Rayleigh	c_{rl} = 2650 m/s		35°–40° 220°
	c_{rl} = 5300 m/s		5°–15° 45°–75°
	c_{rl} = 10600 m/s		15°–40°
	c_{rl} = infini		5° 190°–210°

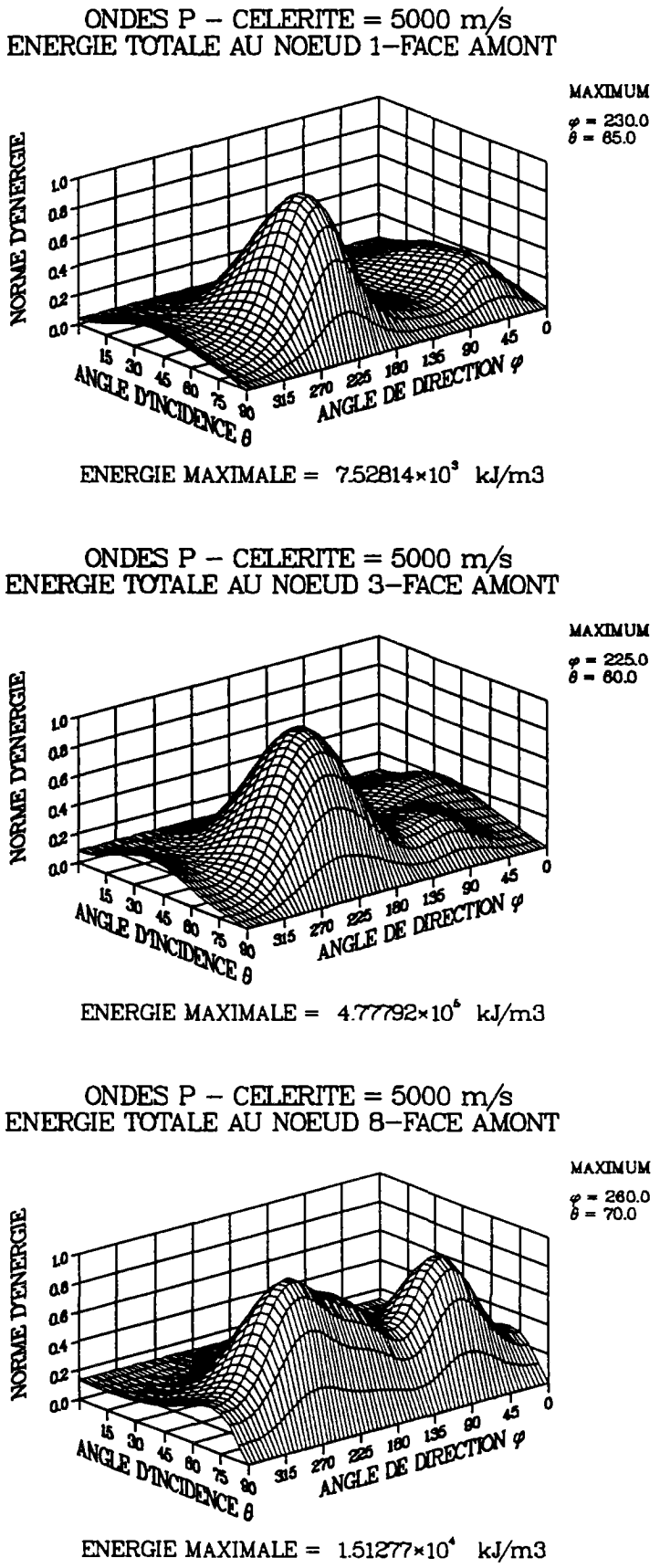


Figure 5.79 - Energie en fonction d'angle d'incidence (θ,φ). Modèle 8

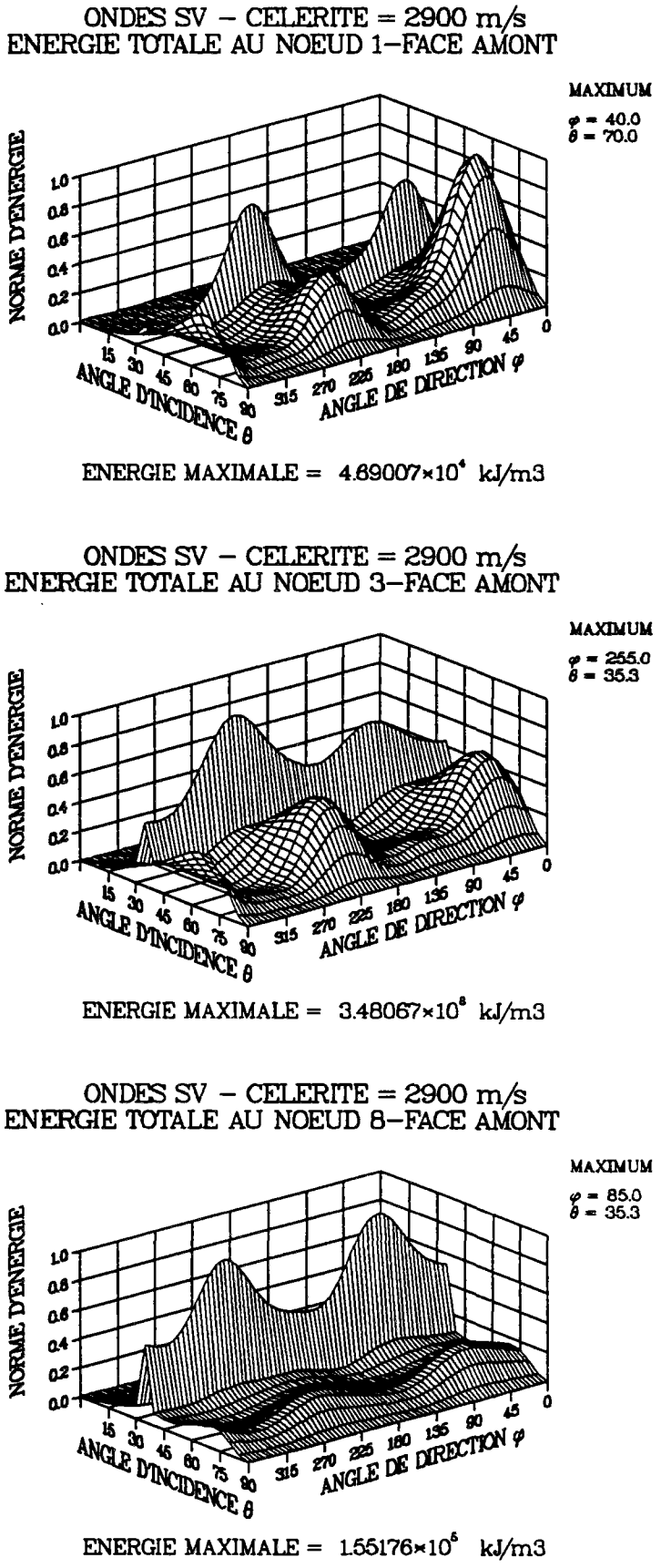
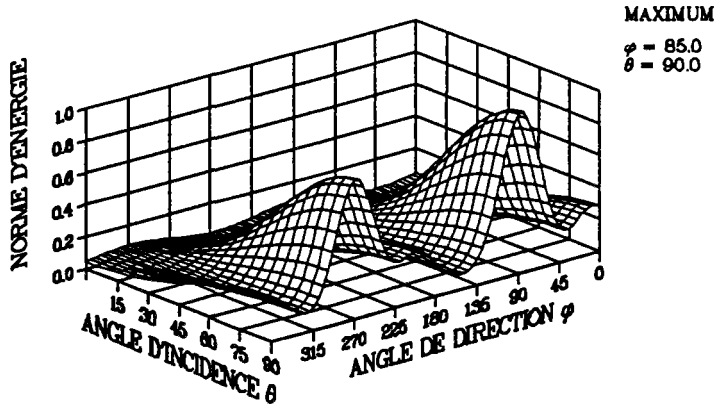


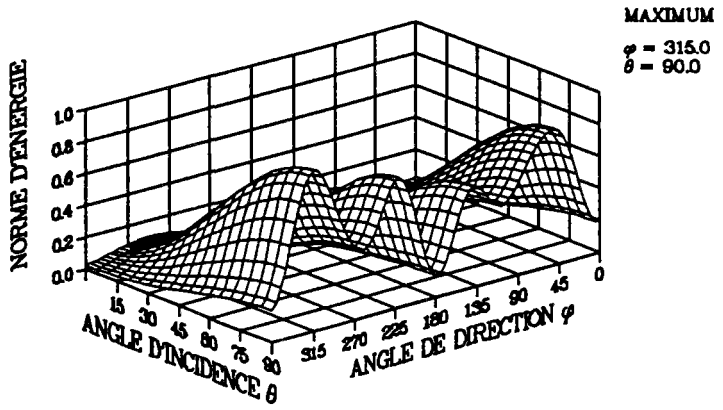
Figure 5.80 - Energie en fonction d'angle d'incidence (θ,φ). Modèle 8

ONDES SH – CELERITE = 2900 m/s
ENERGIE TOTALE AU NOEUD 1–FACE AMONT



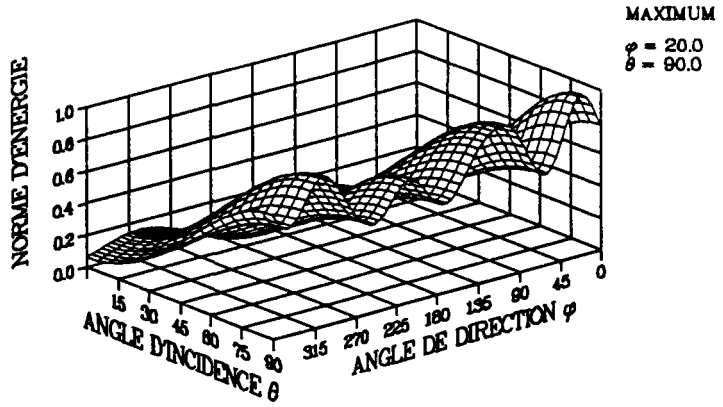
ENERGIE MAXIMALE = 9.18172×10^{3} kJ/m3

ONDES SH – CELERITE = 2900 m/s
ENERGIE TOTALE AU NOEUD 3–FACE AMONT



ENERGIE MAXIMALE = 1.70246×10^{6} kJ/m3

ONDES SH – CELERITE = 2900 m/s
ENERGIE TOTALE AU NOEUD 8–FACE AMONT



ENERGIE MAXIMALE = 1.13835×10^{4} kJ/m3

Figure 5.81 - Energie en fonction d'angle d'incidence (θ,φ). Modèle 8

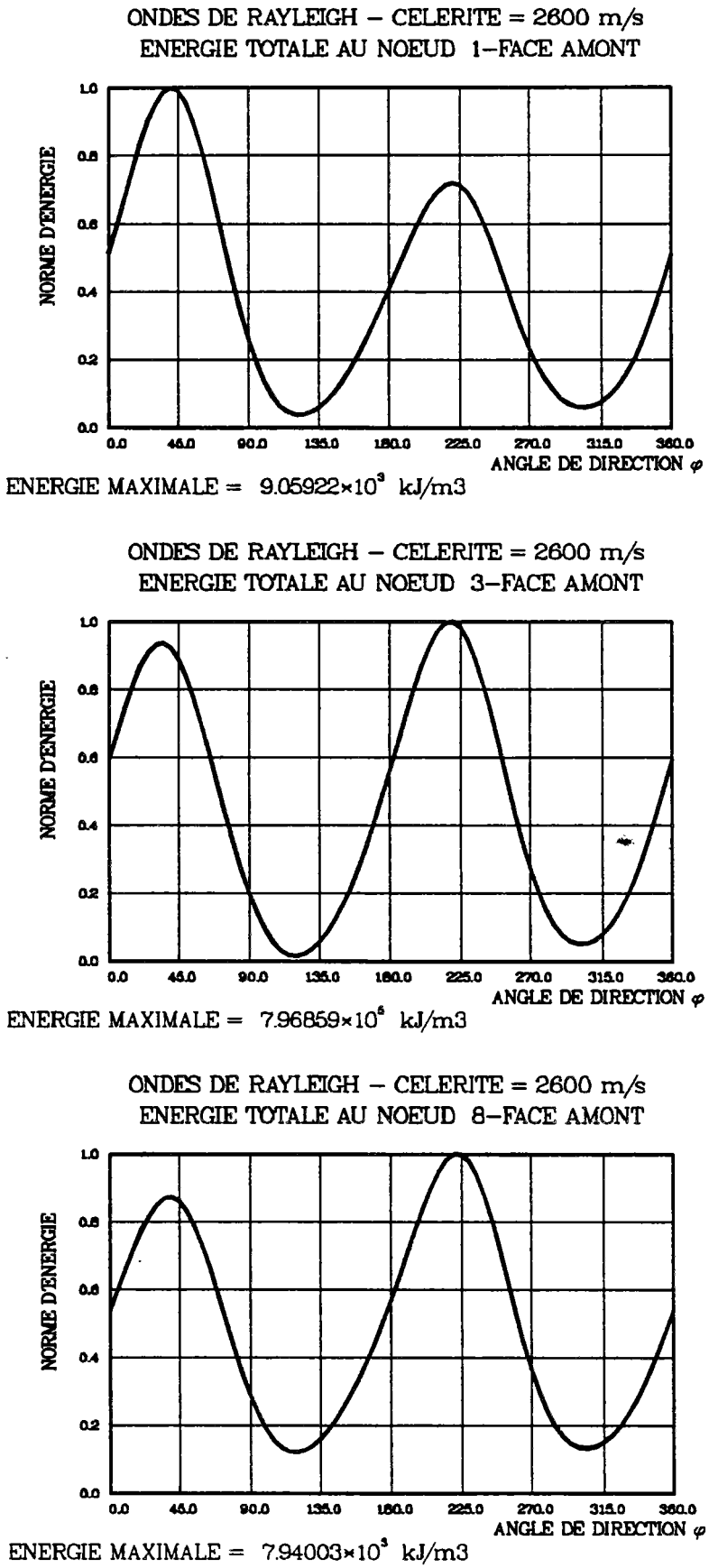


Figure 5.82 - Energie en fonction d'angle de direction φ. Modèle 8

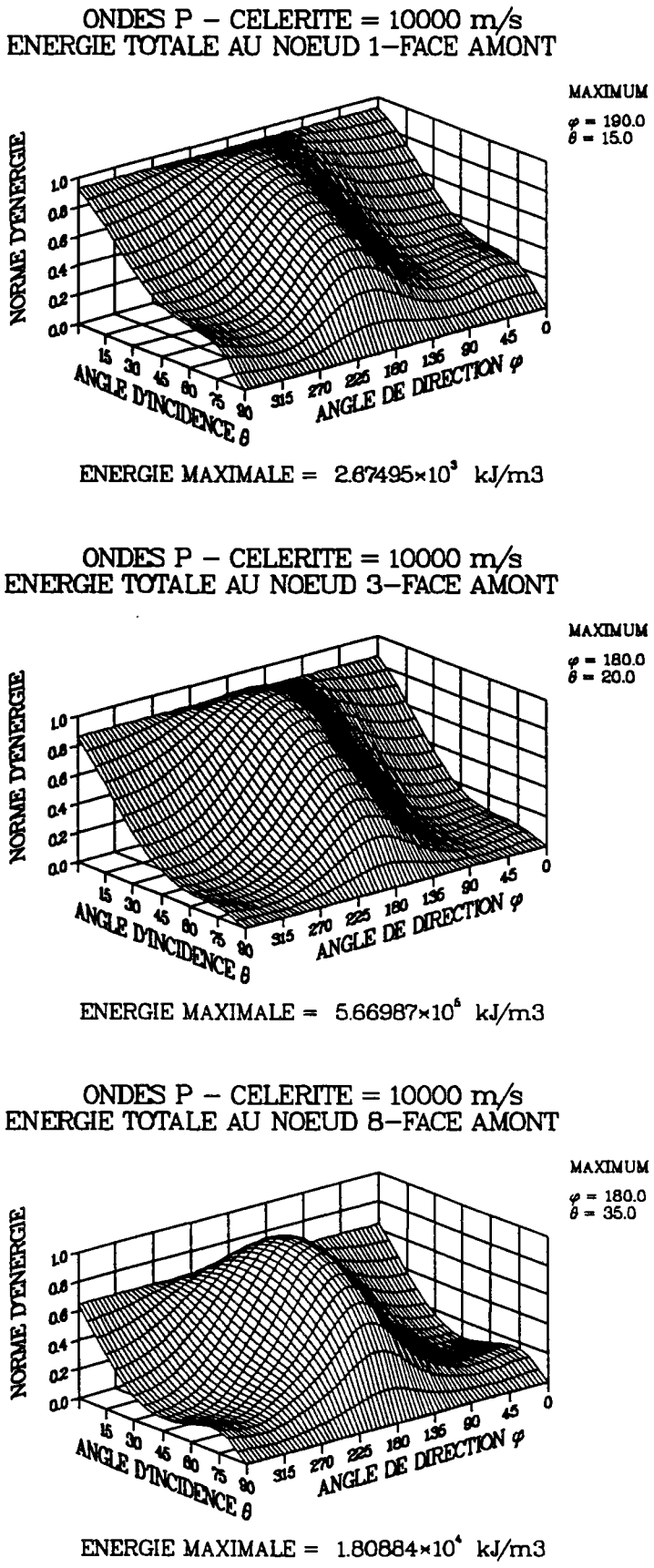
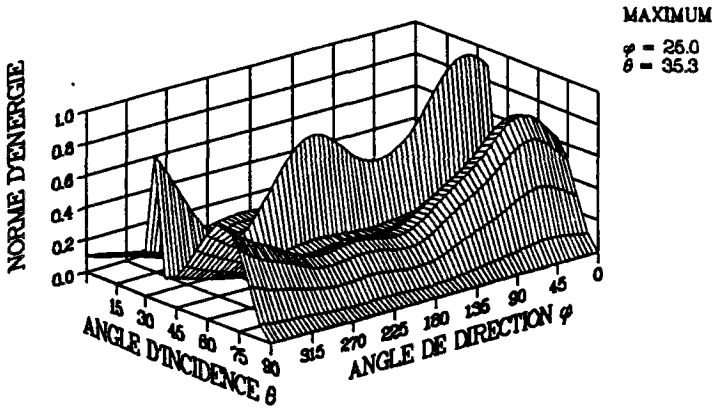


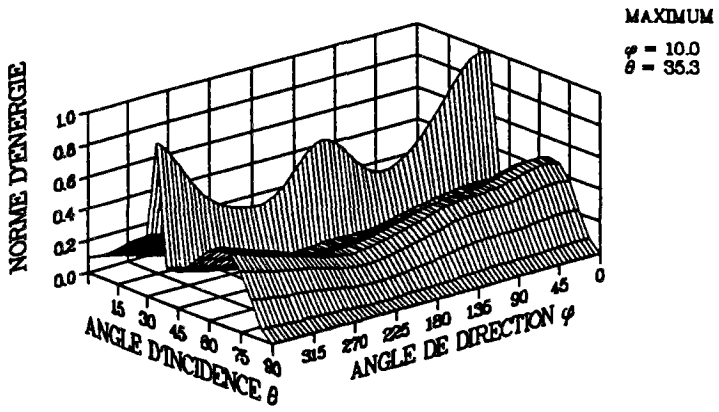
Figure 5.83 - Energie en fonction d'angle d'incidence (θ,φ). Modèle 8

ONDES SV – CELERITE = 5800 m/s
ENERGIE TOTALE AU NOEUD 1–FACE AMONT



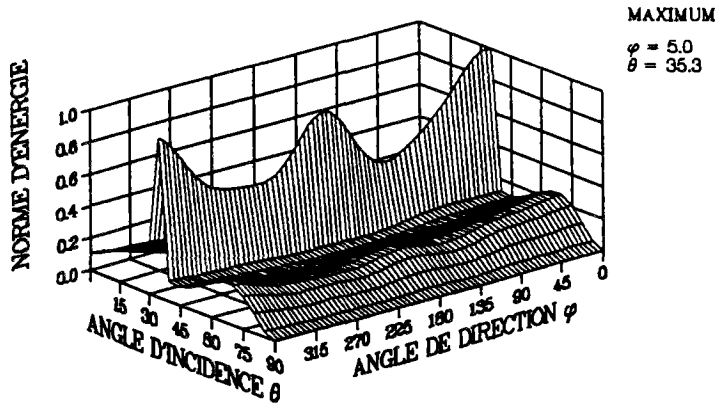
ENERGIE MAXIMALE = 9.96177×10^{3} kJ/m3

ONDES SV – CELERITE = 5800 m/s
ENERGIE TOTALE AU NOEUD 3–FACE AMONT



ENERGIE MAXIMALE = 1.45615×10^{6} kJ/m3

ONDES SV – CELERITE = 5800 m/s
ENERGIE TOTALE AU NOEUD 8–FACE AMONT



ENERGIE MAXIMALE = 6.68119×10^{4} kJ/m3

Figure 5.84 - Energie en fonction d'angle d'incidence (θ,φ). Modèle 8

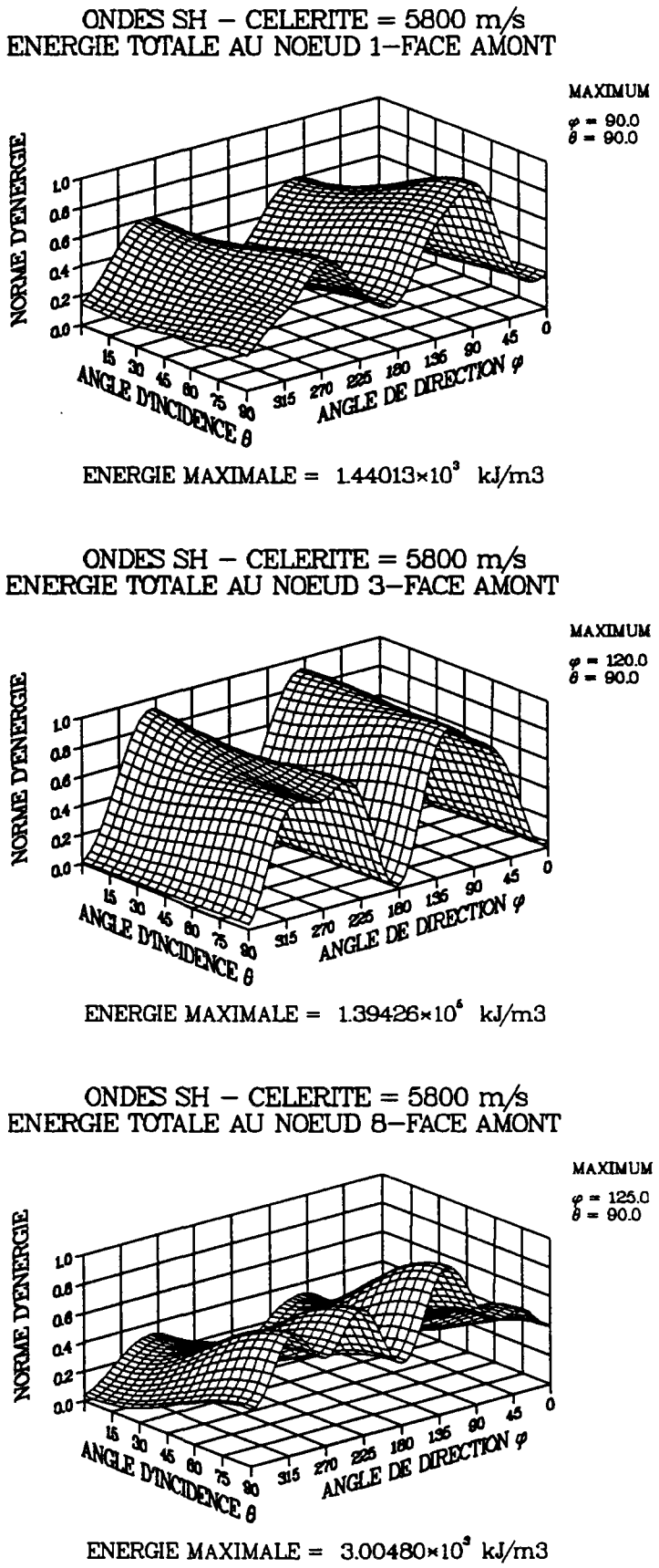
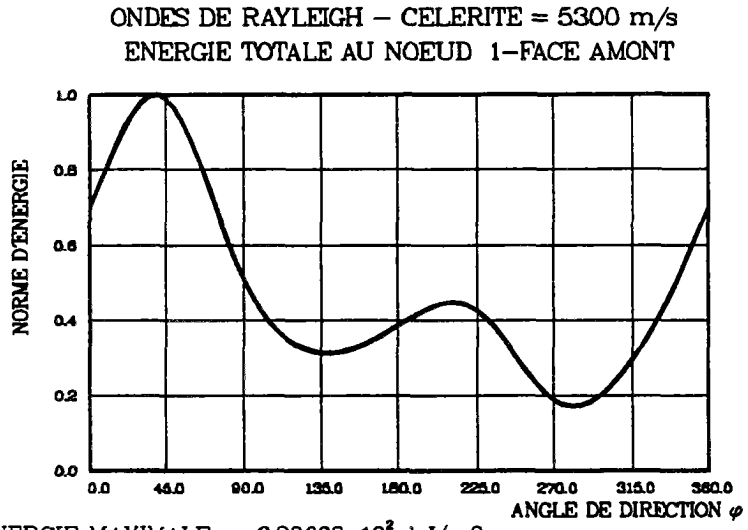
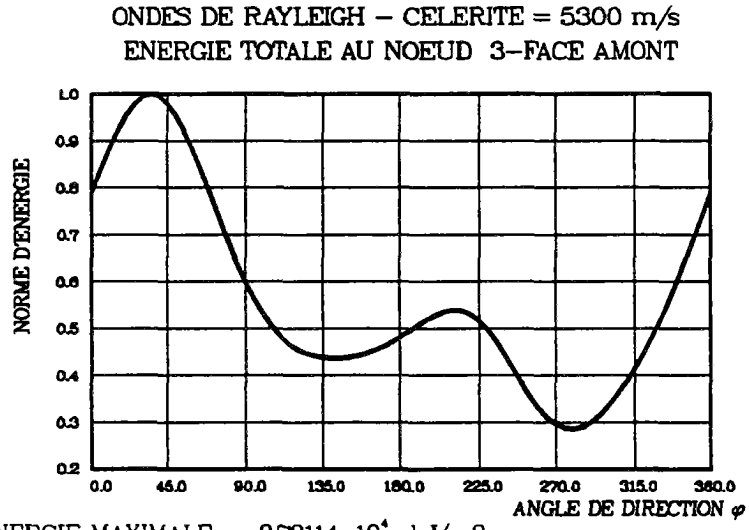


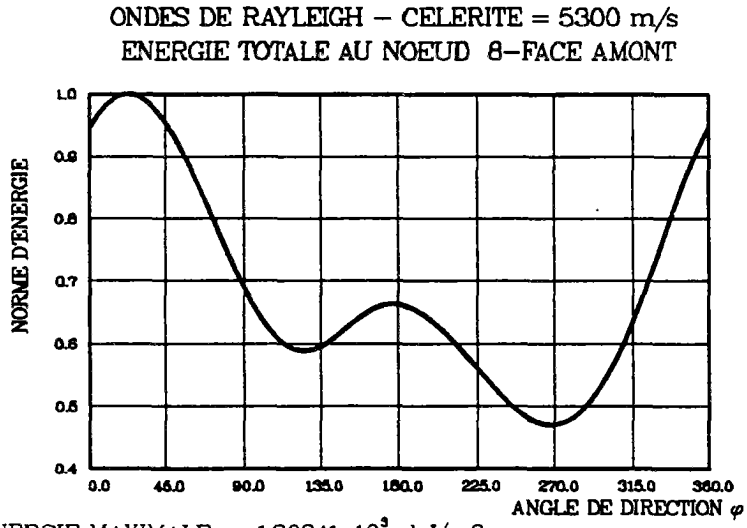
Figure 5.85 - Energie en fonction d'angle d'incidence (θ,φ). Modèle 8



ENERGIE MAXIMALE = 9.28693×10^{2} kJ/m3



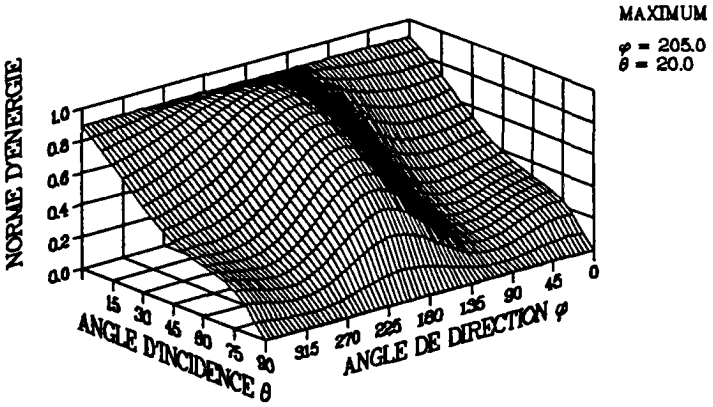
ENERGIE MAXIMALE = 8.73114×10^{4} kJ/m3



ENERGIE MAXIMALE = 1.30341×10^{3} kJ/m3

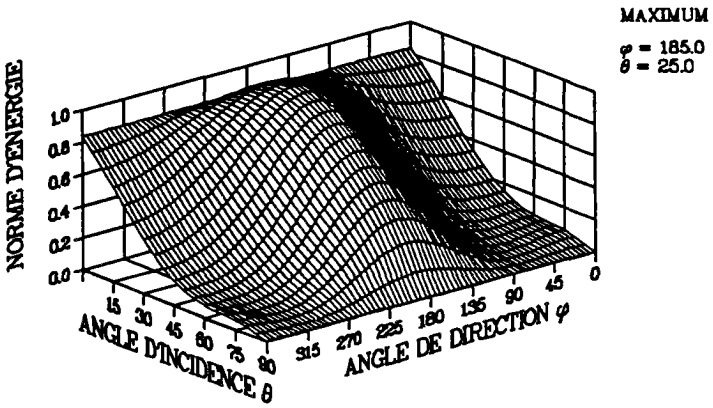
Figure 5.86 - Energie en fonction d'angle de direction φ. Modèle 8

ONDES P – CELERITE = 20000 m/s
ENERGIE TOTALE AU NOEUD 1–FACE AMONT



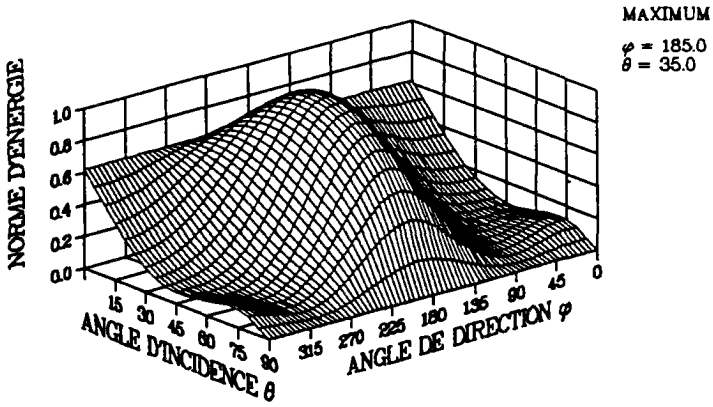
ENERGIE MAXIMALE = 4.47586×10^{3} kJ/m3

ONDES P – CELERITE = 20000 m/s
ENERGIE TOTALE AU NOEUD 3–FACE AMONT



ENERGIE MAXIMALE = 8.87477×10^{6} kJ/m3

ONDES P – CELERITE = 20000 m/s
ENERGIE TOTALE AU NOEUD 8–FACE AMONT



ENERGIE MAXIMALE = 2.58462×10^{4} kJ/m3

Figure 5.87 - Energie en fonction d'angle d'incidence (θ,φ). Modèle 8

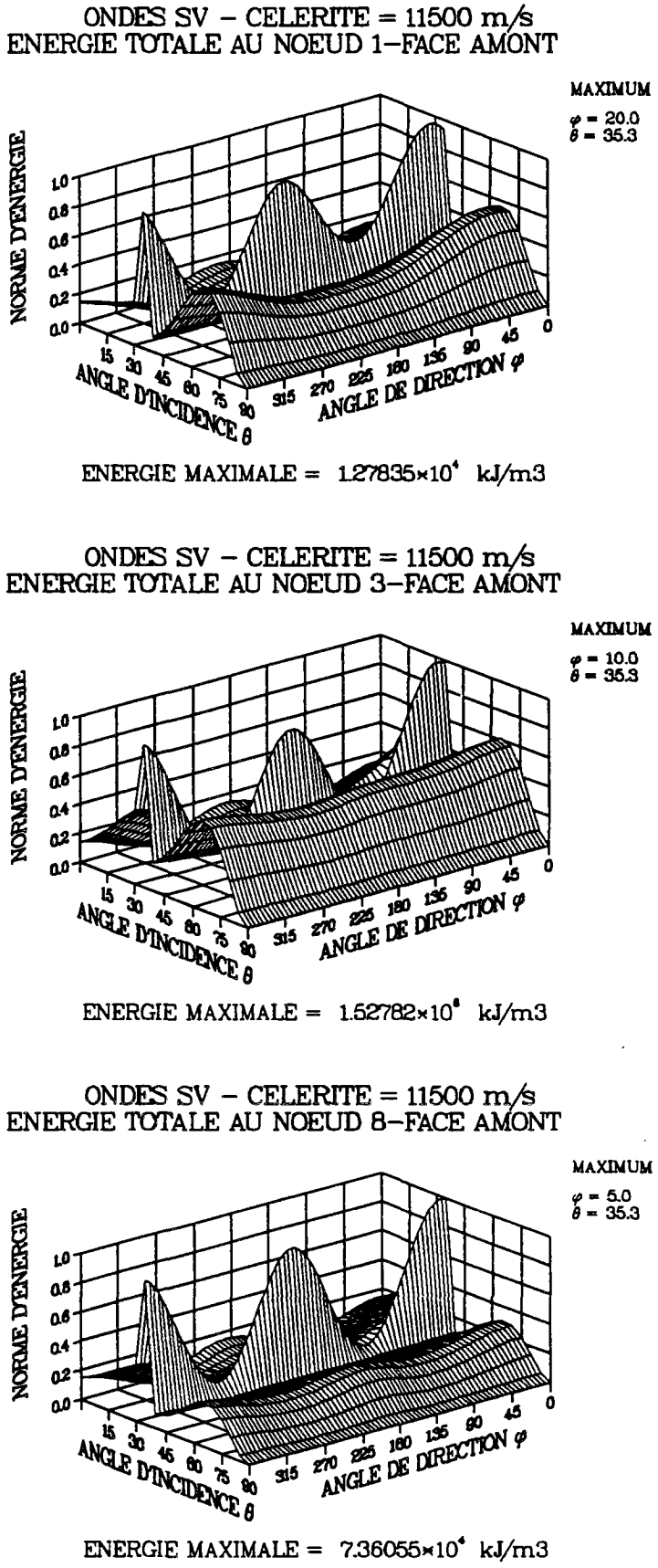


Figure 5.88 - Energie en fonction d'angle d'incidence (θ,φ). Modèle 8

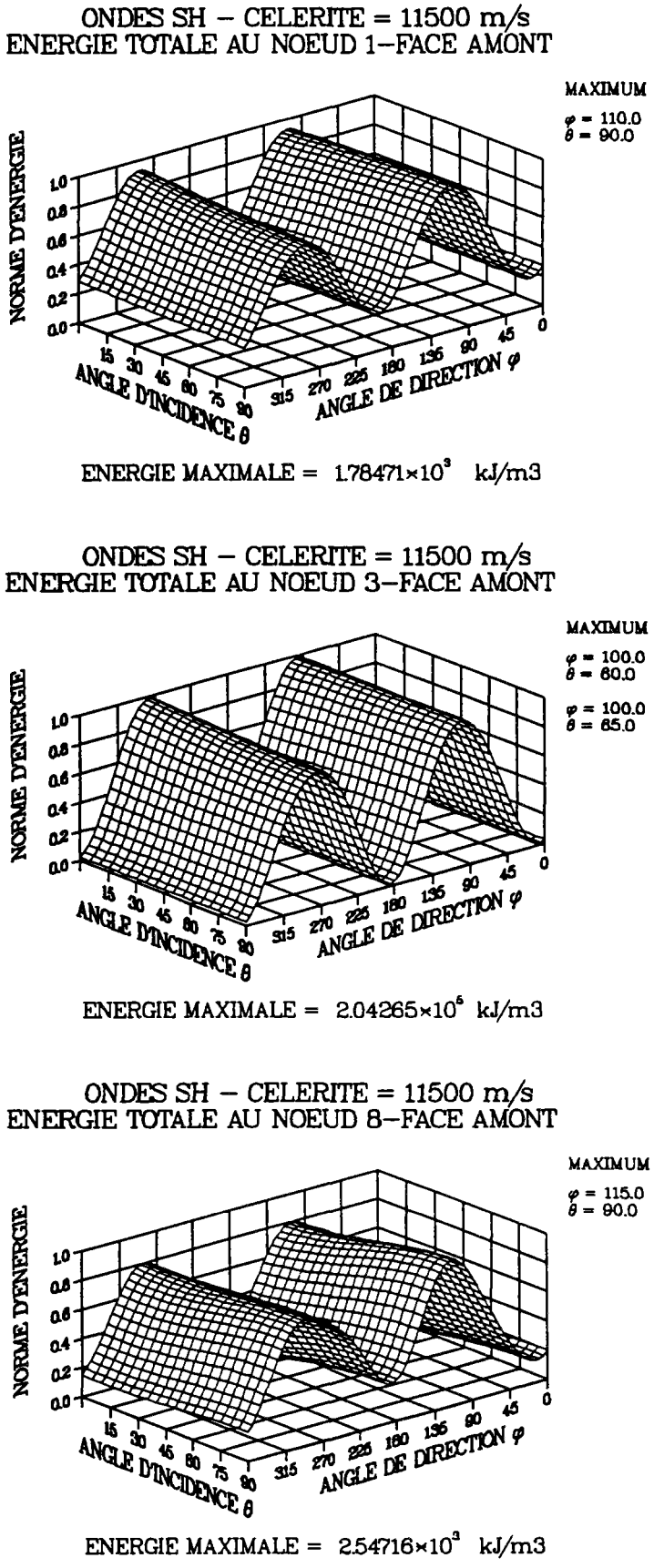
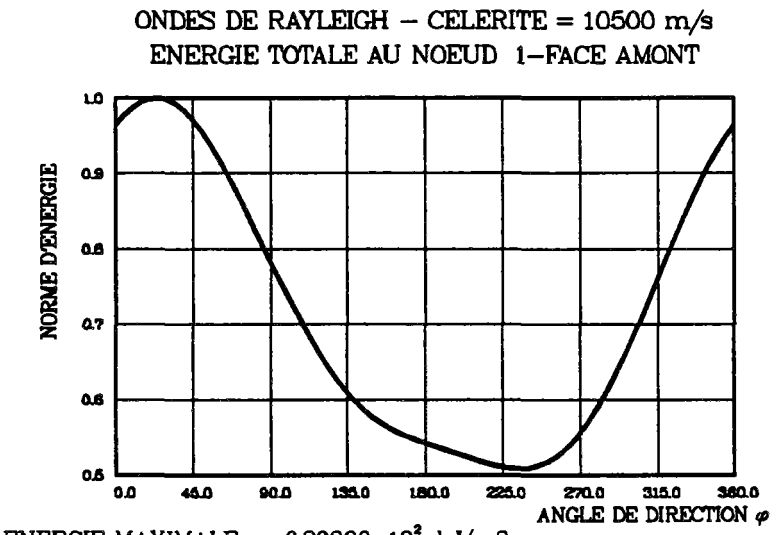
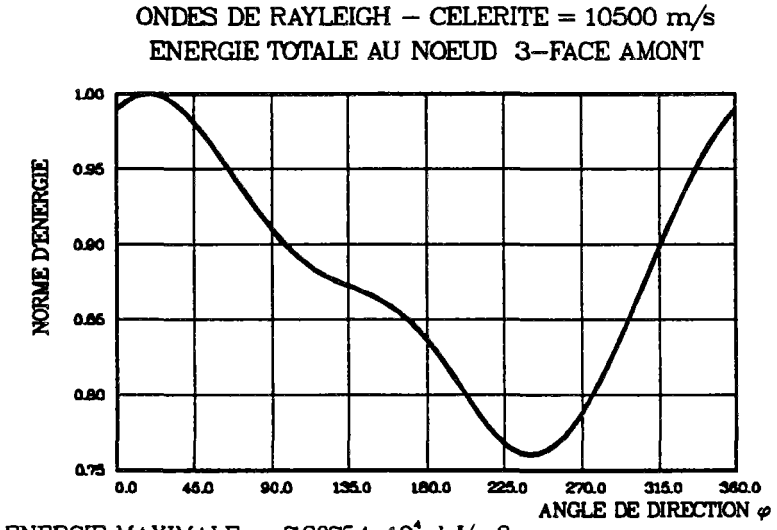


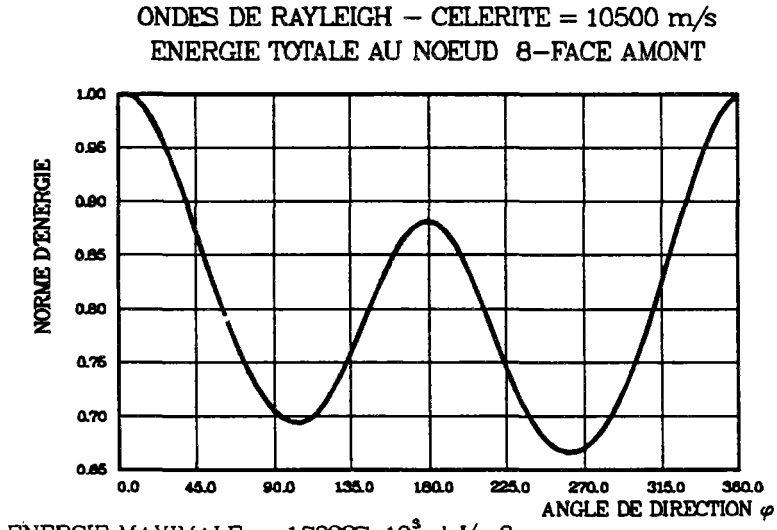
Figure 5.89 - Energie en fonction d'angle d'incidence (θ,φ). Modèle 8



ENERGIE MAXIMALE = 6.29390×10^{2} kJ/m3



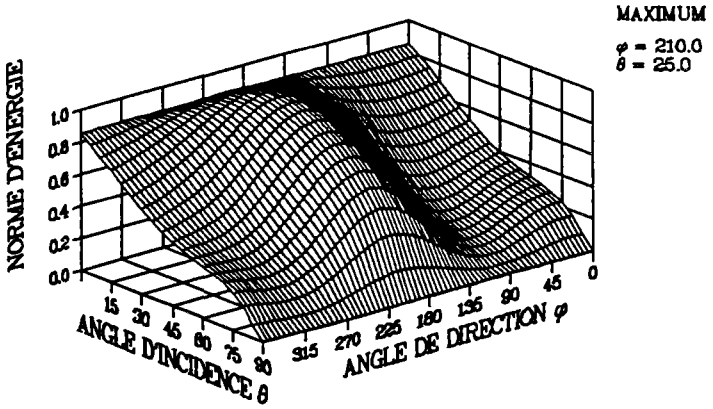
ENERGIE MAXIMALE = 7.80754×10^{4} kJ/m3



ENERGIE MAXIMALE = 1.79227×10^{3} kJ/m3

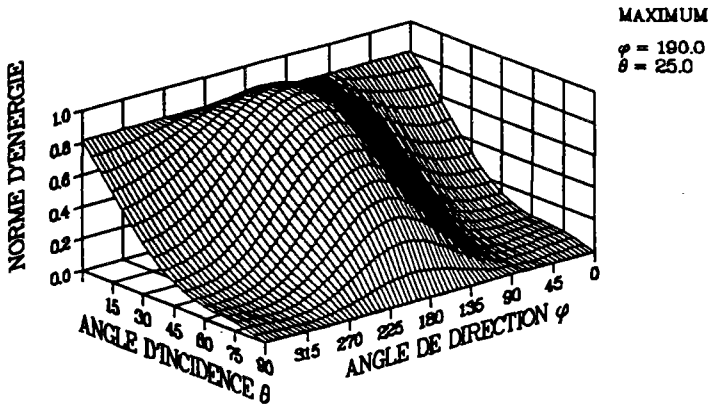
Figure 5.90 - Energie en fonction d'angle de direction φ. Modèle 8

ONDES P – CELERITE = INFINI
ENERGIE TOTALE AU NOEUD 1–FACE AMONT



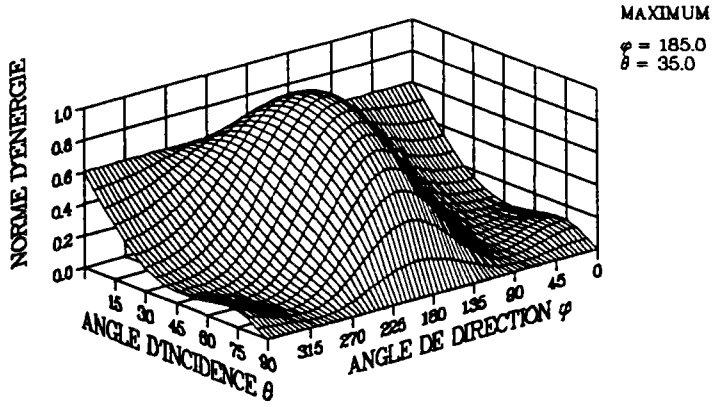
ENERGIE MAXIMALE = 5.37451×10^{3} kJ/m3

ONDES P – CELERITE = INFINI
ENERGIE TOTALE AU NOEUD 3–FACE AMONT



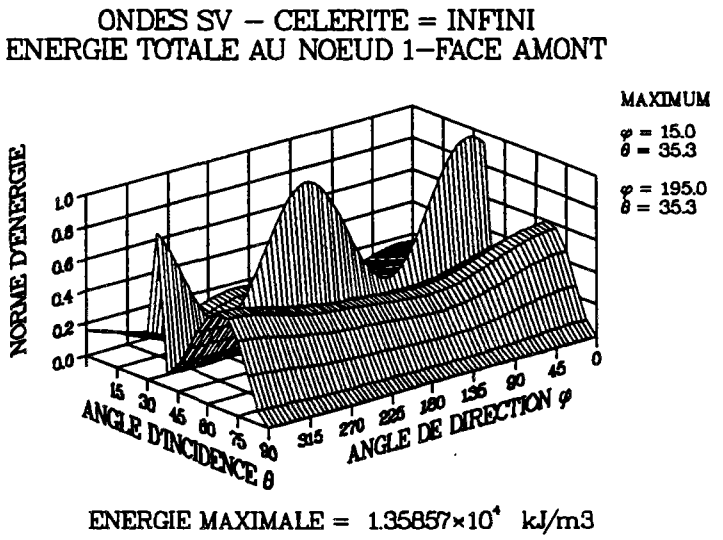
ENERGIE MAXIMALE = 1.03128×10^{6} kJ/m3

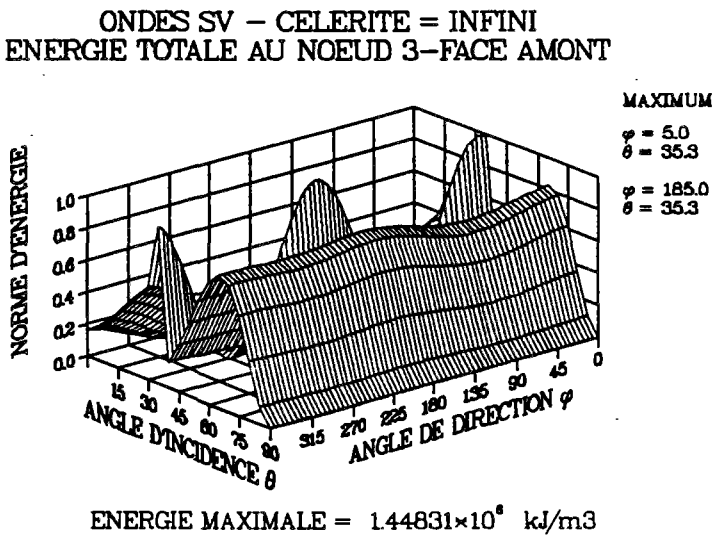
ONDES P – CELERITE = INFINI
ENERGIE TOTALE AU NOEUD 8–FACE AMONT



ENERGIE MAXIMALE = 2.92147×10^{4} kJ/m3

Figure 5.91 - Energie en fonction d'angle d'incidence (θ,φ). Modèle 8





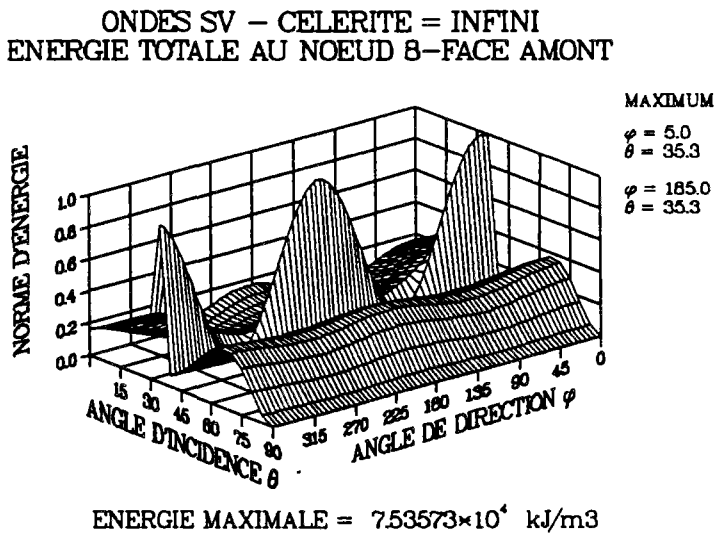
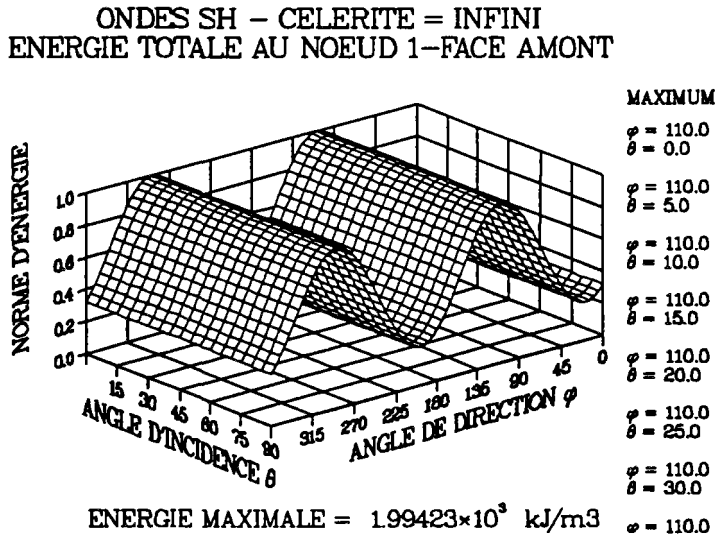
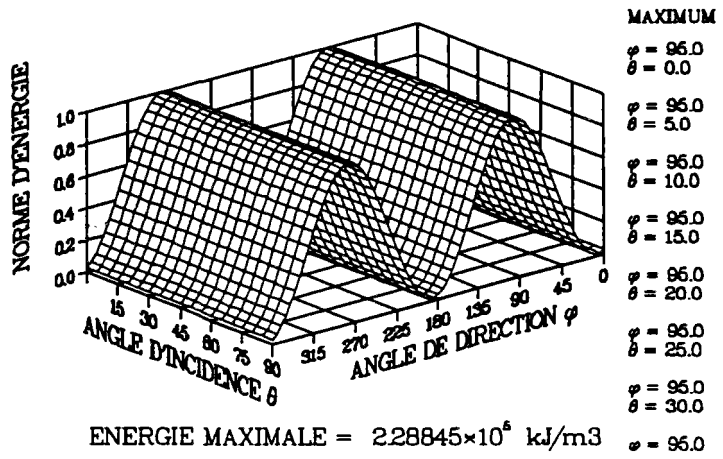


Figure 5.92 - Energie en fonction d'angle d'incidence (θ,φ). Modèle 8





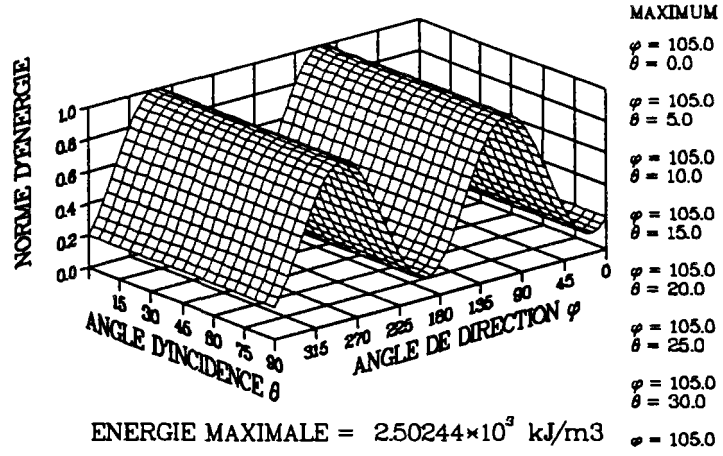


Figure 5.93 - Energie en fonction d'angle d'incidence (θ,φ). Modèle 8

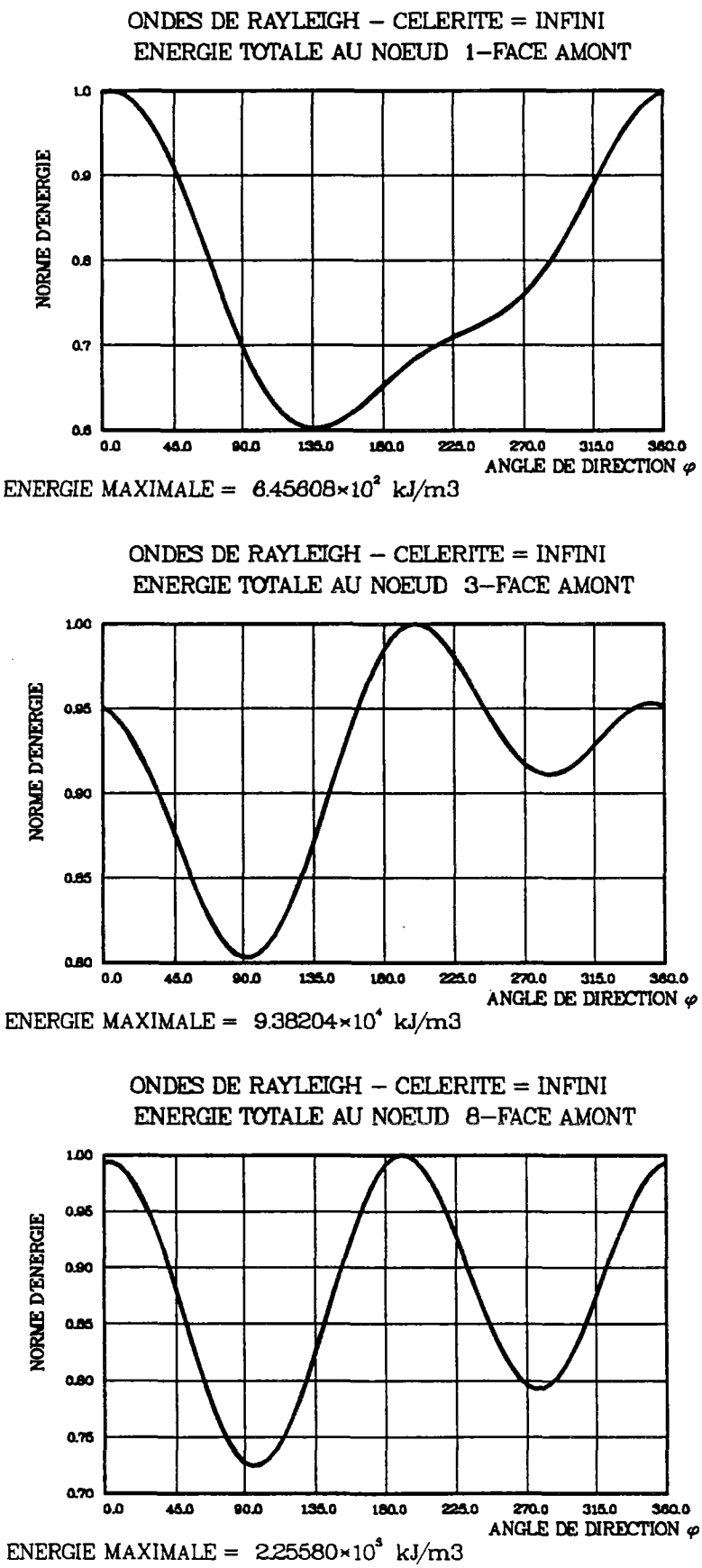


Figure 5.94 - Energie en fonction d'angle de direction φ. Modèle 8

V.2.9 MODELE 9

Dans le tableau 5.19 les caractéristiques du *modèle 9* sont présentées. Les résultats de balayage en angles d'incidence (θ,φ) sont donnés dans le tableau 5.20 pour différents types d'ondes et pour des célérités de propagation choisies. Il représentent les angles d'incidence (θ,φ) ou leur intervalles pour lesquelles l'énergie dans le barrage (ou dans la grande partie du barrage) est maximale. On ne donne pas ici la présentation graphique des énergies aux noeuds du barrage en fonction d'angle d'incidence (θ,φ).

Tableau 5.19 - Caractéristiques du *modèle 9*

célérité d'ondes **P** du champ proche	célérités d'ondes **P** du champ lointain	réservoir	forme de la frontière du modèle
$c_{pp} = 5000\ m/s$	$c_{pl} = 5000\ m/s$ $c_{pl} = 10000\ m/s$ $c_{pl} = 20000\ m/s$ $c_{pl} = infini$	*plein* *eau incompressible*	*oblique* *modèle court*

Tableau 5.20 - Résultats de balayage en angles d'incidence (θ,φ)

Intervalles d'angles pour lesquelles l'énergie dans le barrage est maximale

type d'onde	célérités d'ondes du champ lointain	angle d'incidence θ	angle de direction φ
ondes P	c_{pl} = 5000 m/s	70°	225°–240° 270°
	c_{pl} = 10000 m/s	10°–35°	180°
	c_{pl} = 20000 m/s	55°	180°
	c_{pl} = infini	60°	190°
ondes SV	c_{svl} = 2900 m/s	35.3°	230°–265°
	c_{svl} = 5800 m/s	35.3° (70°)	10° 25°–45°
	c_{svl} = 11600 m/s	35.3°	5°–15°
	c_{svl} = infini	35.3°	0°–15° 190°
ondes SH	c_{shl} = 2900 m/s	90°	265°–275° dispersé
	c_{shl} = 5800 m/s	90°	70°–90° 115°–130°
	c_{shl} = 11600 m/s	90°	90°–120°
	c_{shl} = infini	0°	90°–120°
ondes de Rayleigh	c_{rl} = 2650 m/s		50° 225°–235°
	c_{rl} = 5300 m/s		40°
	c_{rl} = 10600 m/s		0°–15°
	c_{rl} = infini		185°–195°

V.2.10 MODELE 10

Dans le tableau 5.21 les caractéristiques du *modèle 10* sont présentées. Les résultats de balayage en angles d'incidence (θ,φ) sont donnés dans le tableau 5.22 pour différents types d'ondes et pour des célérités de propagation choisies. Il représentent les angles d'incidence (θ,φ) ou leur intervalles pour lesquelles l'énergie dans le barrage (ou dans la grande partie du barrage) est maximale. Les figures 5.95 à 5.110 montrent les énergies aux trois noeuds du barrage en fonction d'angle d'incidence (θ,φ) pour des ondes ***P***, ***SV***, ***SH*** et ***R*** et pour les célérités choisies.

Tableau 5.21 - Caractéristiques du *modèle 10*

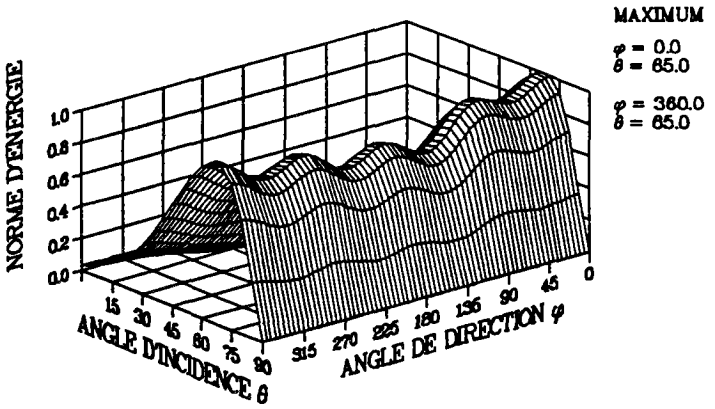
célérités d'ondes P	réservoir	forme de la frontière du modèle
c_p = *5000 m/s* c_p = *10000 m/s* c_p = *20000 m/s* c_p = *infini*	*représenté par les masses concentrées (Westergaard)*	*la roche n'est pas modélisée*

Tableau 5.22 - Résultats de balayage en angles d'incidence (θ,φ)

Intervalles d'angles pour lesquelles l'énergie dans le barrage est maximale

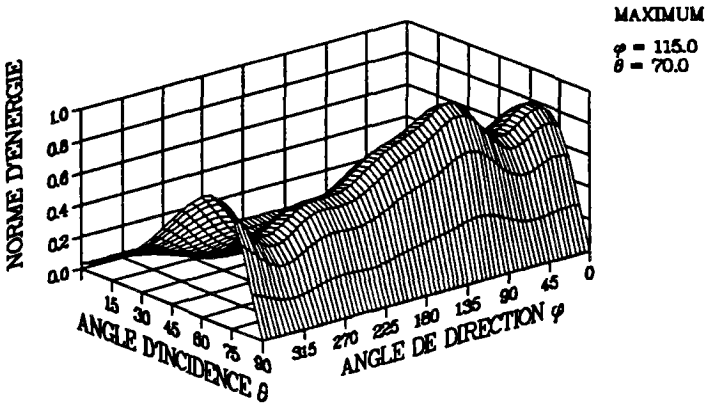
type d'onde	célérités d'ondes du champ lointain	angle d'incidence θ	angle de direction φ
ondes P	c_{pl} = 5000 m/s	60° (70°)	0°–10°
	c_{pl} = 10000 m/s	60°	0°–10°
	c_{pl} = 20000 m/s	60°	0°
	c_{pl} = infini	60°	0°
ondes SV	c_{svl} = 2900 m/s	35.3°	175°–180°
	c_{svl} = 5800 m/s	35.3°	180°
	c_{svl} = 11600 m/s	35.3°	170°–180°
	c_{svl} = infini	35.3°	0°
ondes SH	c_{shl} = 2900 m/s	90° (5°–15°)	60°–90° 110°–130°
	c_{shl} = 5800 m/s	90° (5°–25°)	90°–120° 265°–280°
	c_{shl} = 10600 m/s	90° (10°–70°)	90°–95° 265°–275°
	c_{shl} = infini	0°	85°–90° 270°
ondes de Rayleigh	c_{rl} = 2650 m/s		75°–105° 260°–270°
	c_{rl} = 5300 m/s		80°–85° 175°–185°
	c_{rl} = 10600 m/s		0°–5°
	c_{rl} = infini		0°–5°

ONDES P – CELERITE = 5000 m/s
ENERGIE TOTALE AU NOEUD 1–FACE AMONT



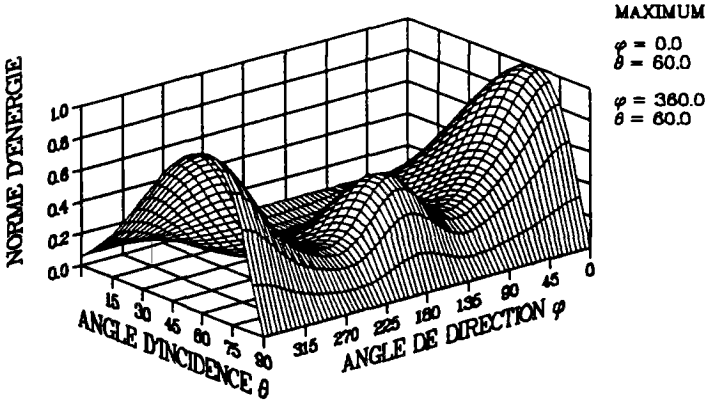
ENERGIE MAXIMALE = 8.62719×10^{2} kJ/m3

ONDES P – CELERITE = 5000 m/s
ENERGIE TOTALE AU NOEUD 3–FACE AMONT



ENERGIE MAXIMALE = 9.42009×10^{2} kJ/m3

ONDES P – CELERITE = 5000 m/s
ENERGIE TOTALE AU NOEUD 8–FACE AMONT



ENERGIE MAXIMALE = 3.47939×10^{4} kJ/m3

Figure 5.95 - Energie en fonction d'angle d'incidence (θ,φ). Modèle 10

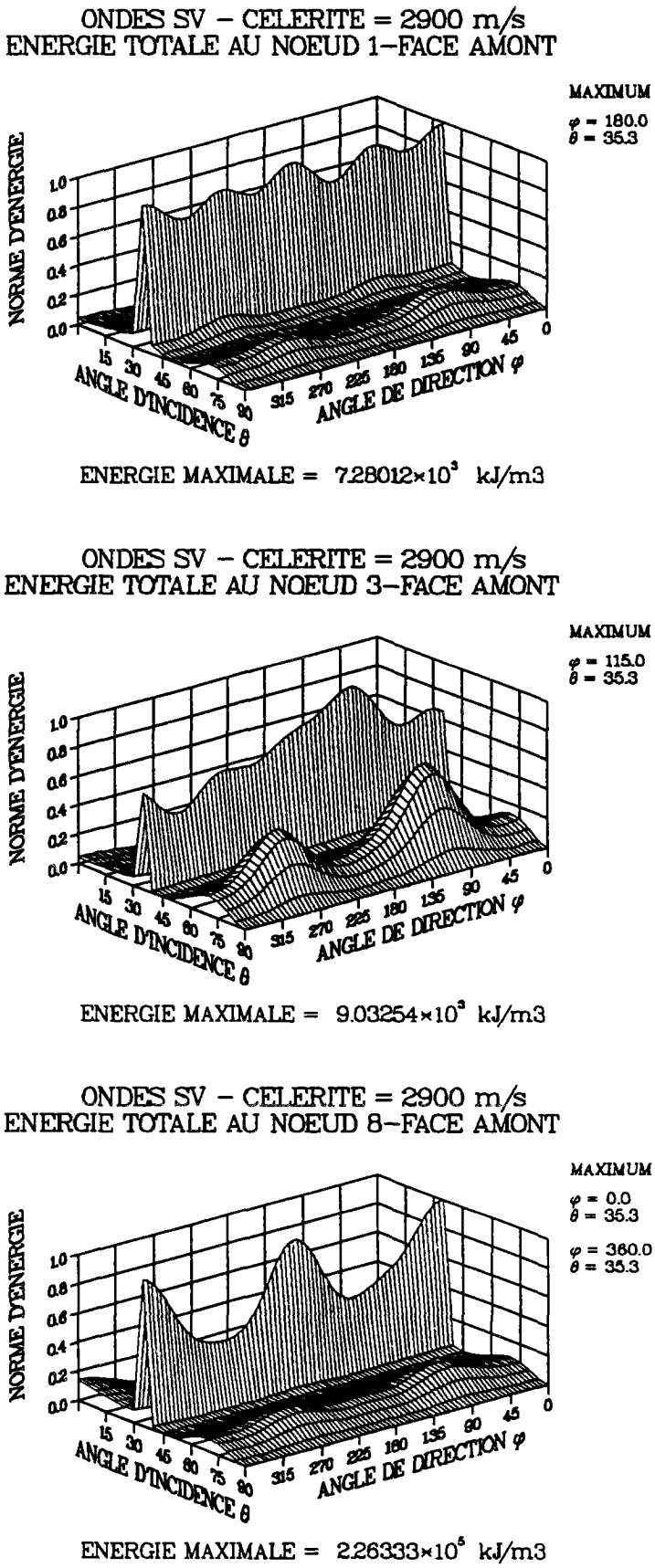
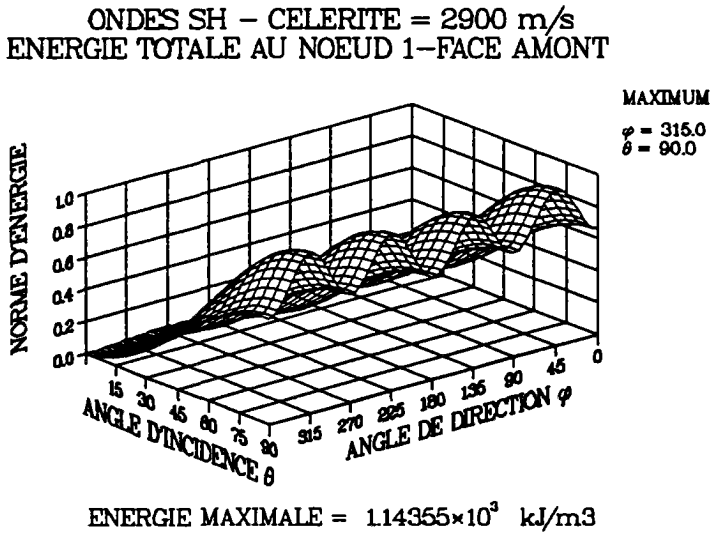
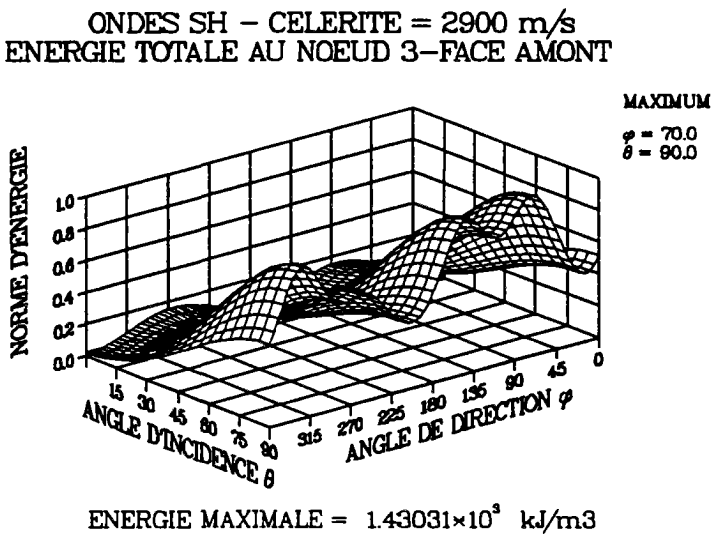


Figure 5.96 - Energie en fonction d'angle d'incidence (θ,φ). Modèle 10





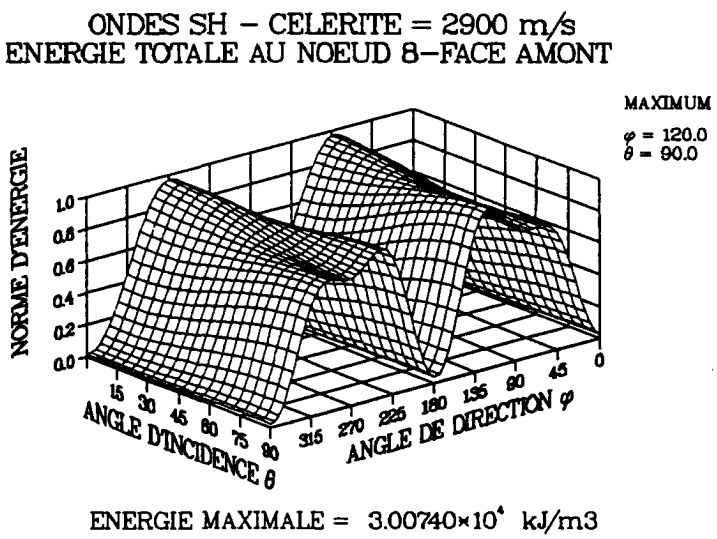
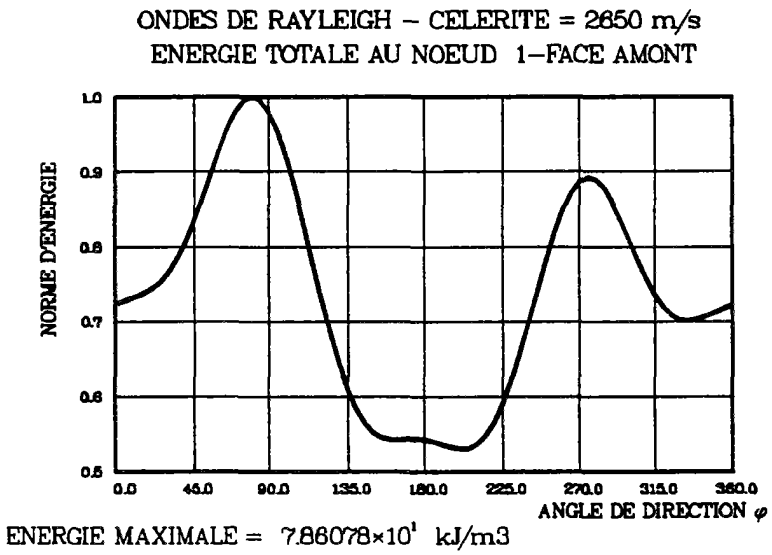
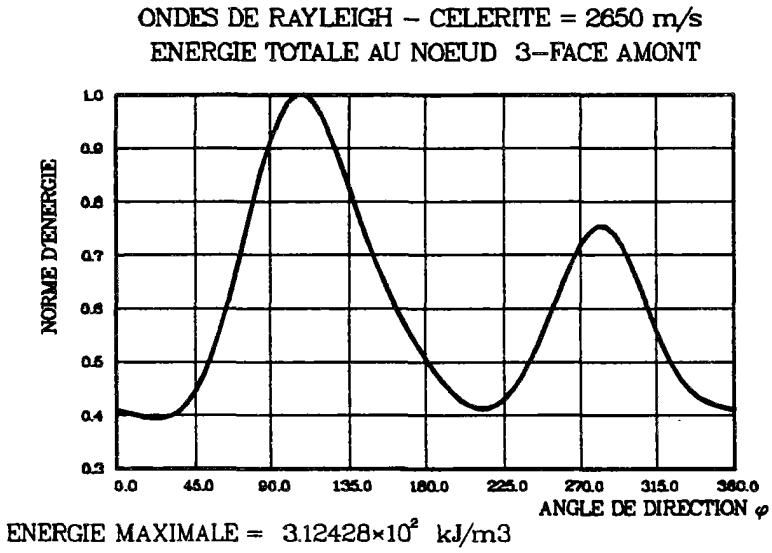


Figure 5.97 - Energie en fonction d'angle d'incidence (θ,φ). Modèle 10





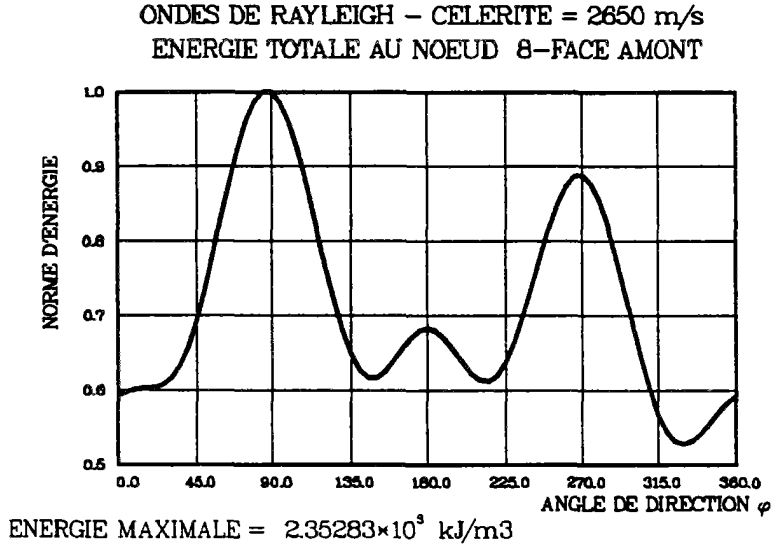
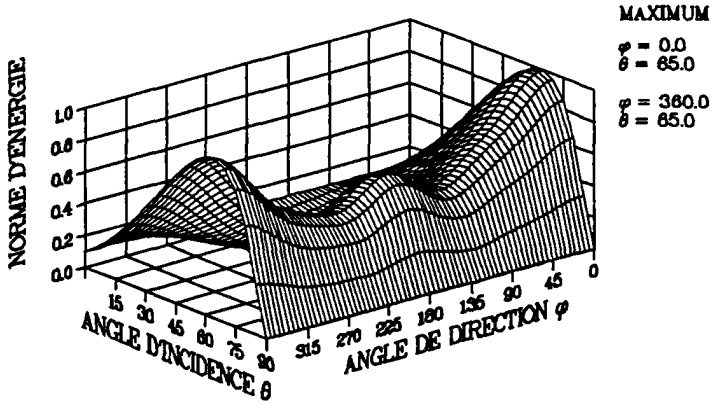


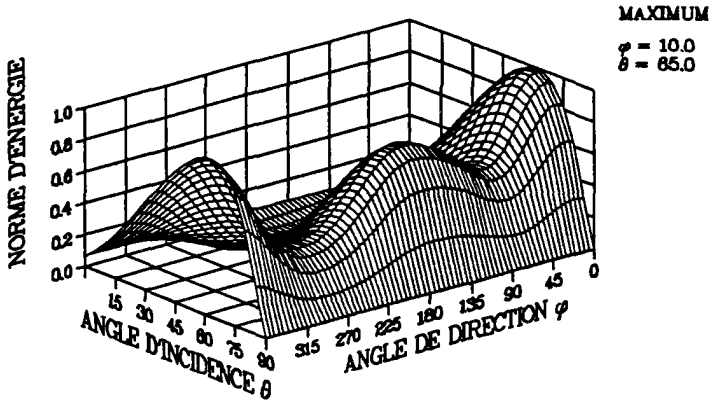
Figure 5.98 - Energie en fonction d'angle de direction φ. Modèle 10

ONDES P – CELERITE = 10000 m/s
ENERGIE TOTALE AU NOEUD 1–FACE AMONT



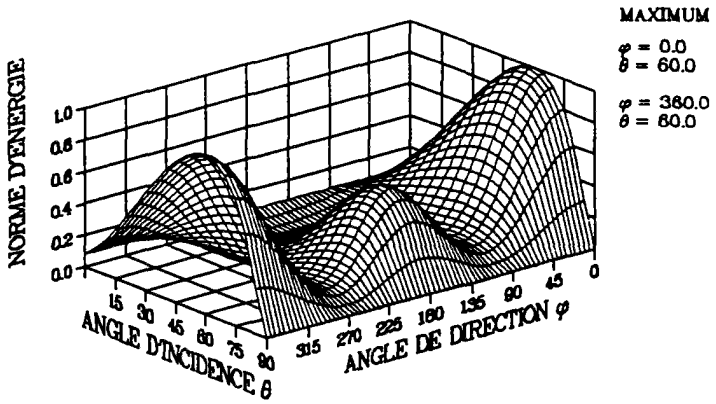
ENERGIE MAXIMALE = 4.24454×10^2 kJ/m3

ONDES P – CELERITE = 10000 m/s
ENERGIE TOTALE AU NOEUD 3–FACE AMONT



ENERGIE MAXIMALE = 5.01451×10^2 kJ/m3

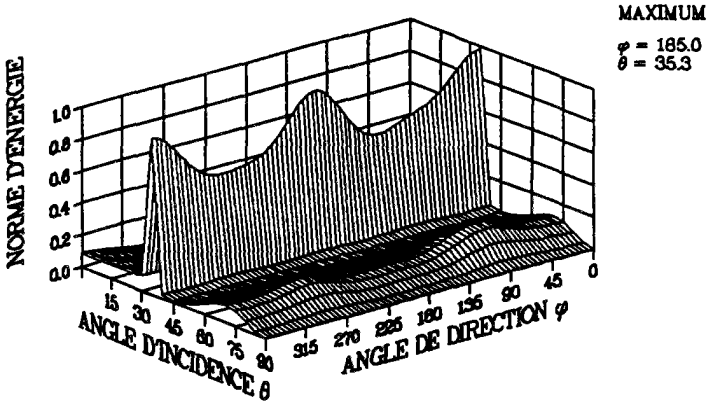
ONDES P – CELERITE = 10000 m/s
ENERGIE TOTALE AU NOEUD 8–FACE AMONT



ENERGIE MAXIMALE = 3.73087×10^4 kJ/m3

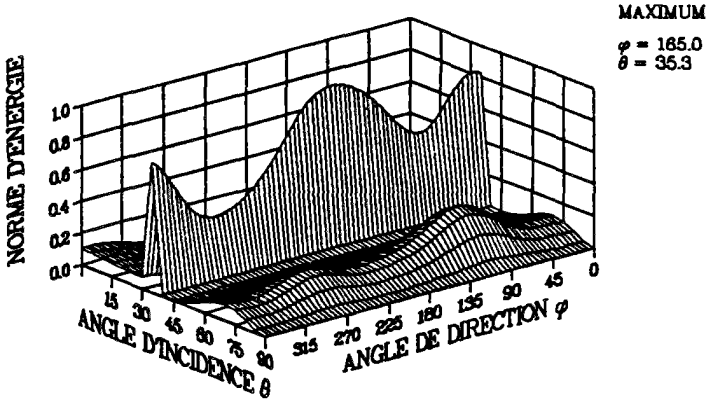
Figure 5.99 - Energie en fonction d'angle d'incidence (θ,φ). Modèle 10

ONDES SV – CELERITE = 5800 m/s
ENERGIE TOTALE AU NOEUD 1–FACE AMONT



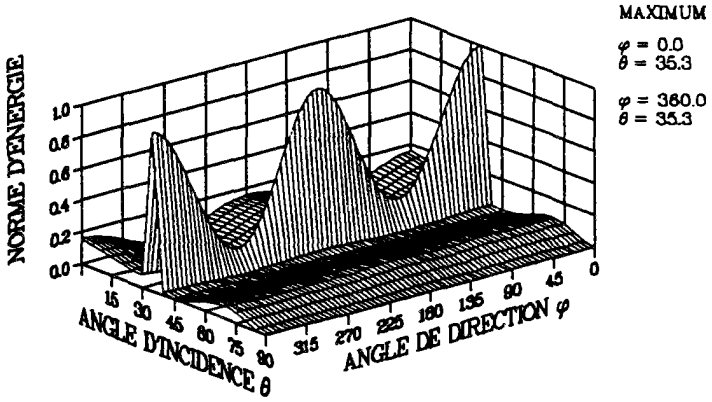
ENERGIE MAXIMALE = 2.98632×10^3 kJ/m3

ONDES SV – CELERITE = 5800 m/s
ENERGIE TOTALE AU NOEUD 3–FACE AMONT



ENERGIE MAXIMALE = 4.05820×10^3 kJ/m3

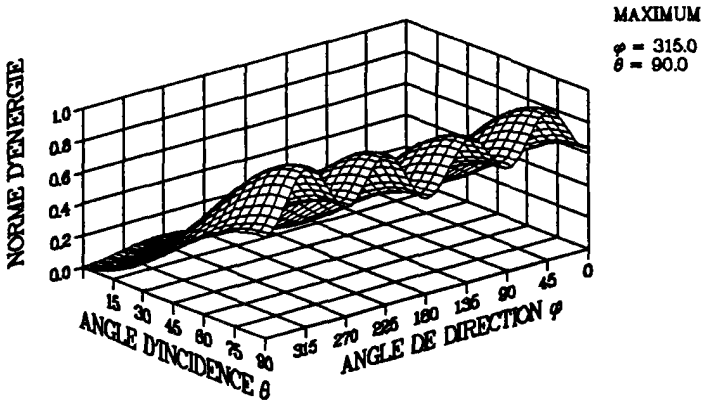
ONDES SV – CELERITE = 5800 m/s
ENERGIE TOTALE AU NOEUD 8–FACE AMONT



ENERGIE MAXIMALE = 2.25216×10^6 kJ/m3

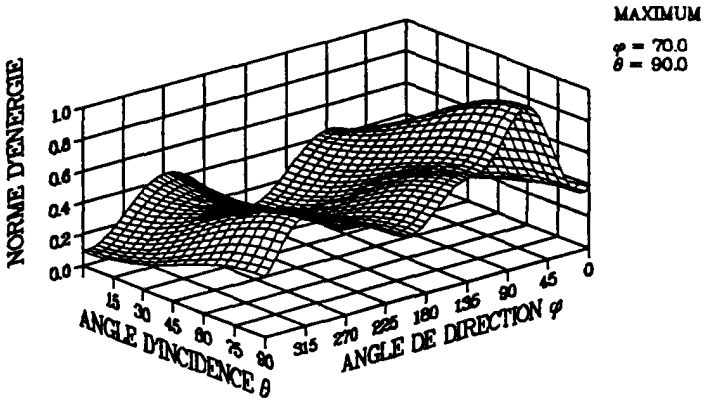
Figure 5.100 - Energie en fonction d'angle d'incidence (θ,φ). Modèle 10

ONDES SH – CELERITE = 5800 m/s
ENERGIE TOTALE AU NOEUD 1–FACE AMONT



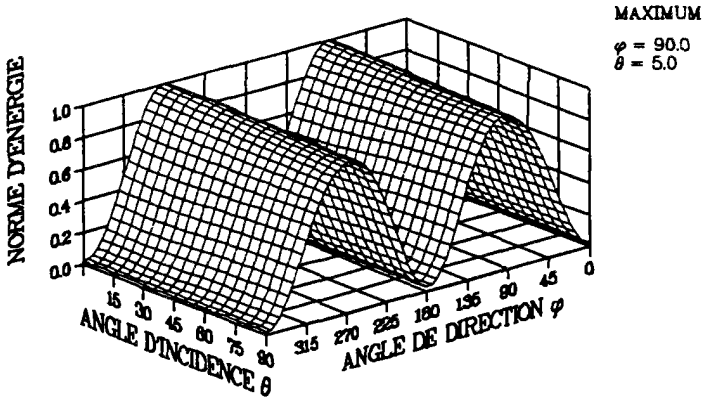
ENERGIE MAXIMALE = 3.01860×10^{2} kJ/m3

ONDES SH – CELERITE = 5800 m/s
ENERGIE TOTALE AU NOEUD 3–FACE AMONT



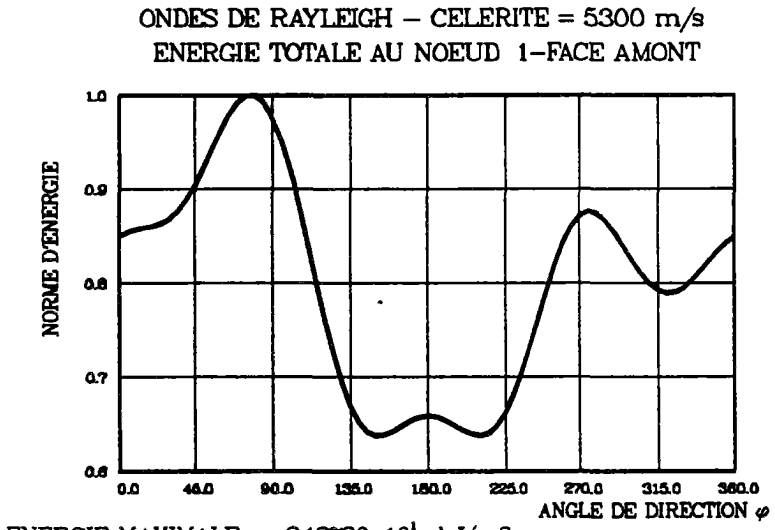
ENERGIE MAXIMALE = 5.41235×10^{2} kJ/m3

ONDES SH – CELERITE = 5800 m/s
ENERGIE TOTALE AU NOEUD 8–FACE AMONT

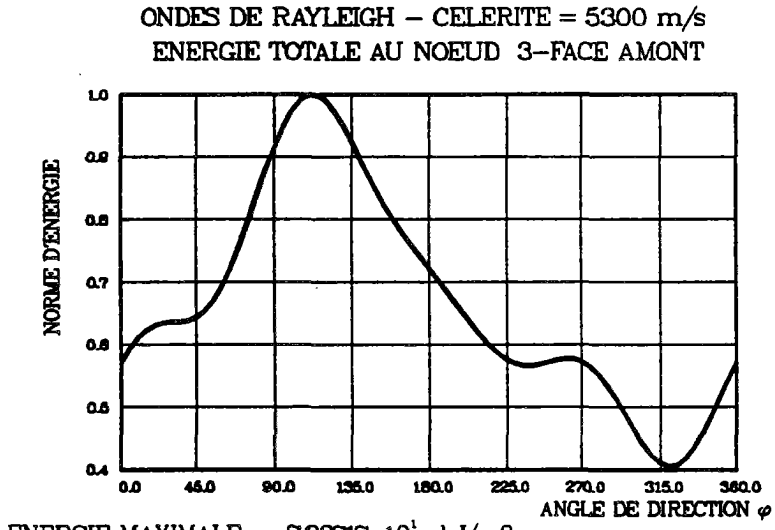


ENERGIE MAXIMALE = 3.27607×10^{4} kJ/m3

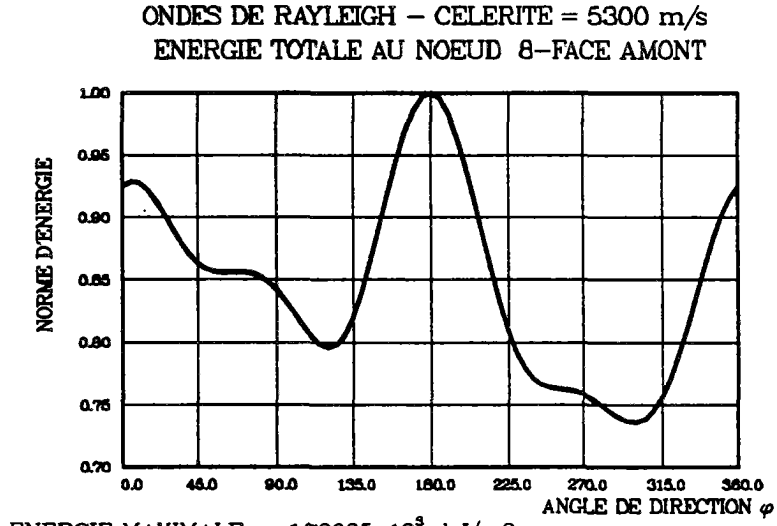
Figure 5.101 - Energie en fonction d'angle d'incidence (θ,φ). Modèle 10



ENERGIE MAXIMALE = 3.12720×10^{1} kJ/m3



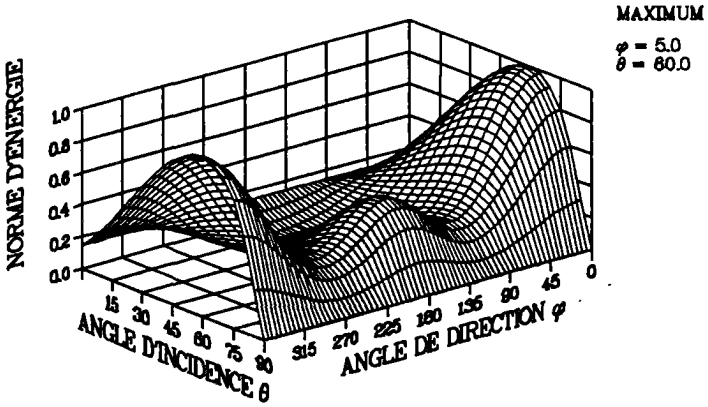
ENERGIE MAXIMALE = 7.33717×10^{1} kJ/m3



ENERGIE MAXIMALE = 1.79085×10^{3} kJ/m3

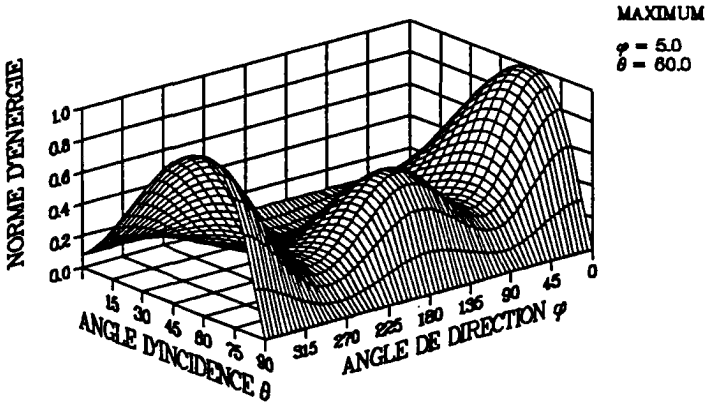
Figure 5.102 - Energie en fonction d'angle de direction φ. Modèle 10

ONDES P – CELERITE = 20000 m/s
ENERGIE TOTALE AU NOEUD 1–FACE AMONT



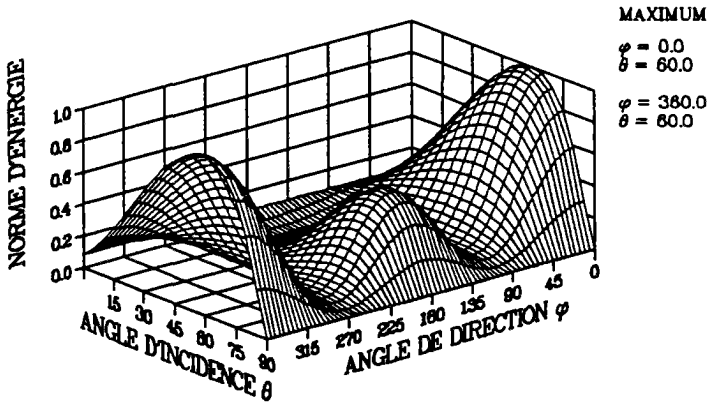
ENERGIE MAXIMALE = 3.25654×10^2 kJ/m3

ONDES P – CELERITE = 20000 m/s
ENERGIE TOTALE AU NOEUD 3–FACE AMONT



ENERGIE MAXIMALE = 4.55419×10^2 kJ/m3

ONDES P – CELERITE = 20000 m/s
ENERGIE TOTALE AU NOEUD 8–FACE AMONT



ENERGIE MAXIMALE = 3.79676×10^4 kJ/m3

Figure 5.103 - Energie en fonction d'angle d'incidence (θ,φ). Modèle 10

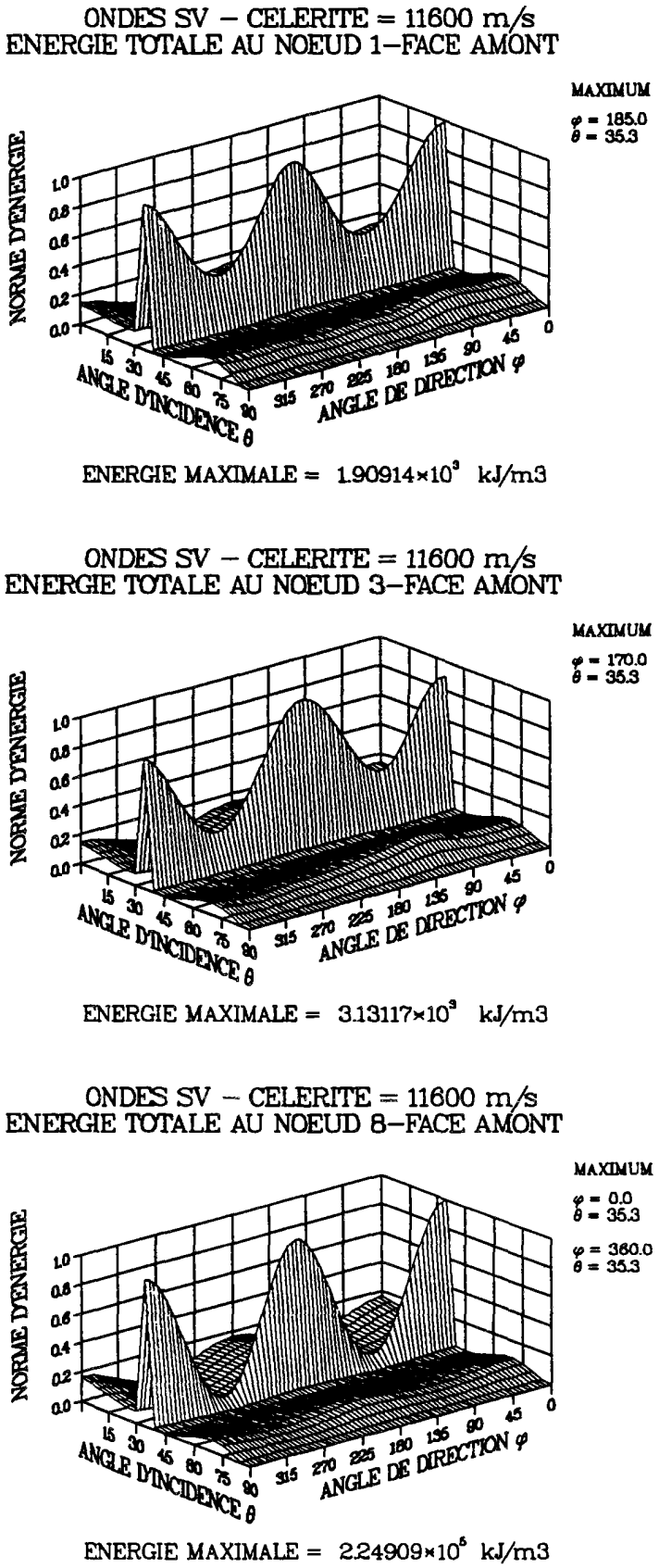
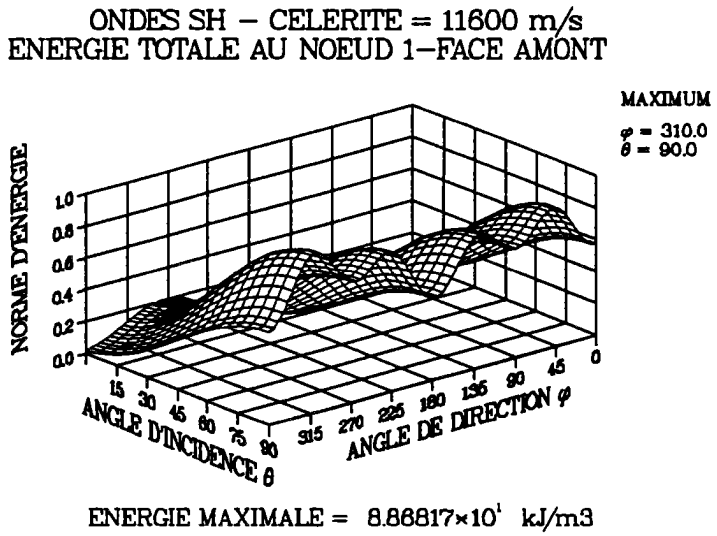
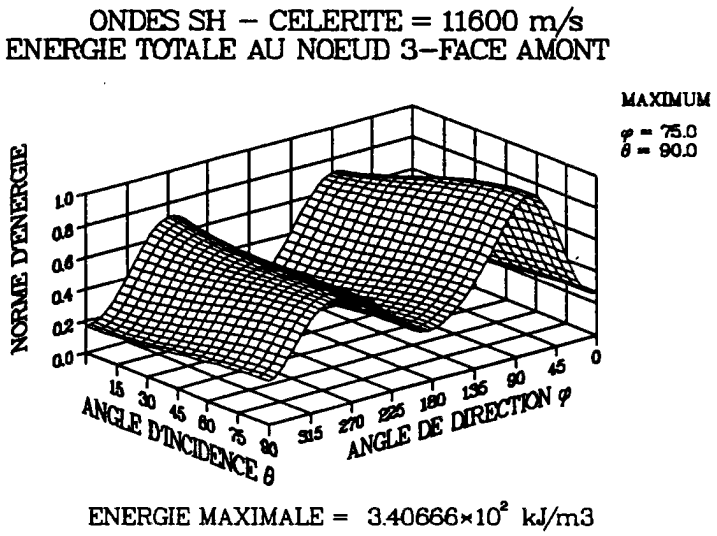


Figure 5.104 - Energie en fonction d'angle d'incidence (θ,φ). Modèle 10





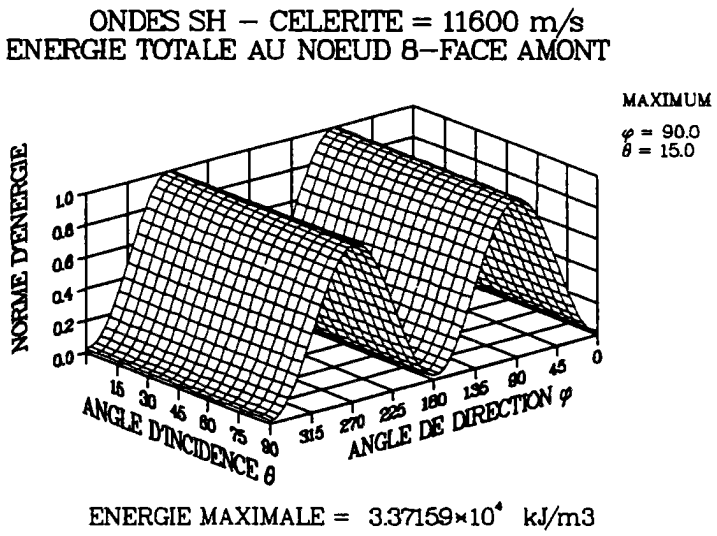
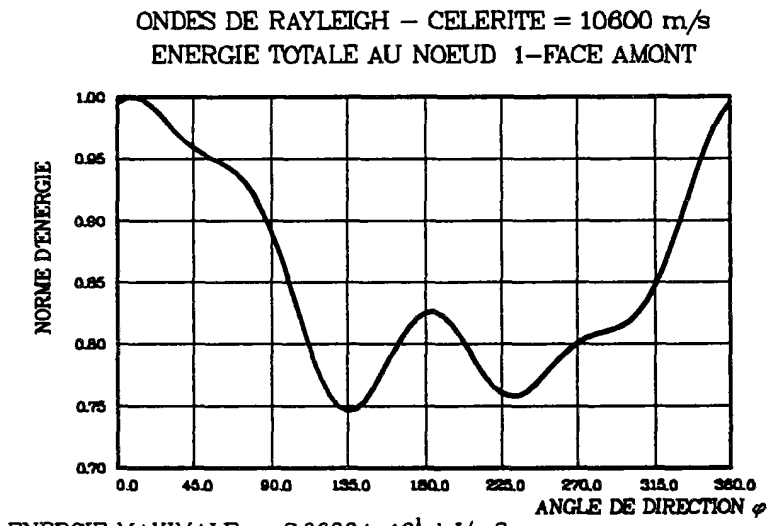
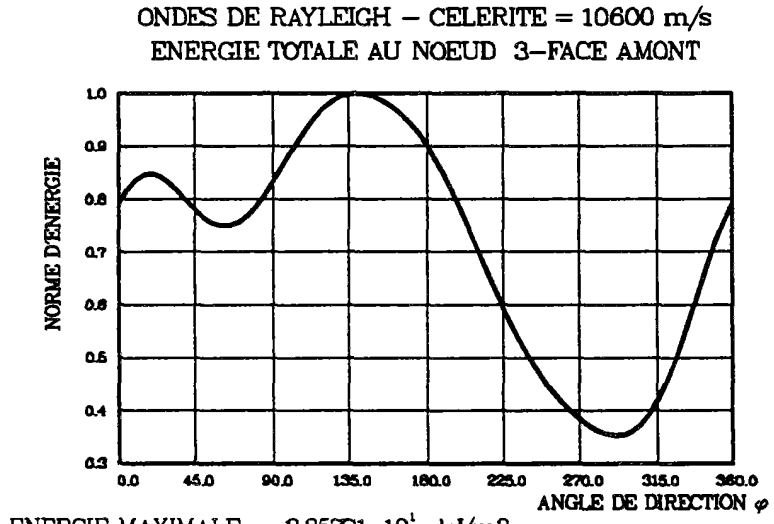


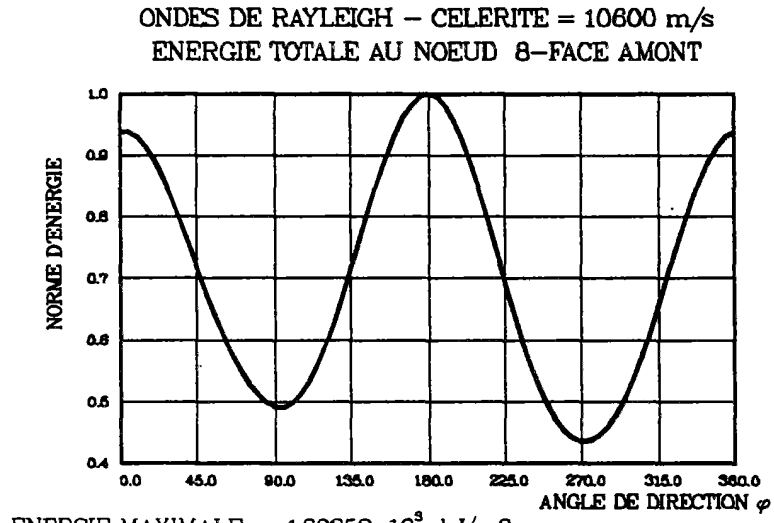
Figure 5.105 - Energie en fonction d'angle d'incidence (θ,φ). Modèle 10



ENERGIE MAXIMALE = 2.06094×10^{1} kJ/m3

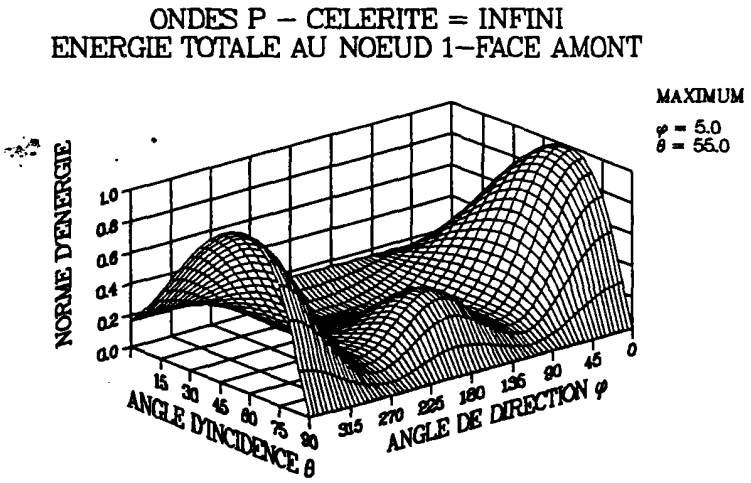


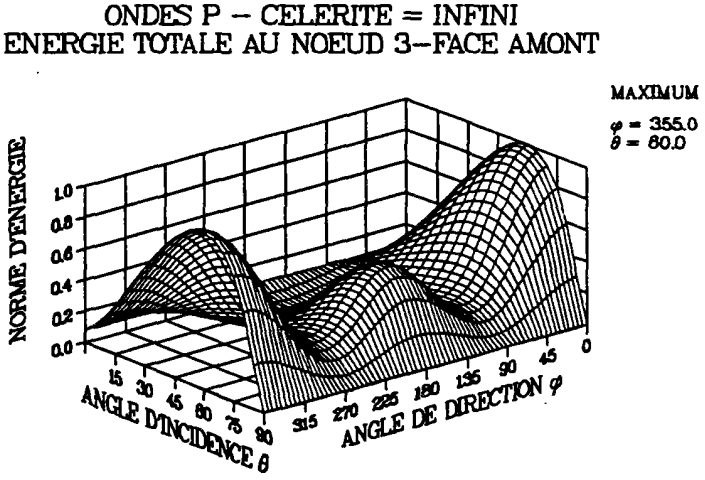
ENERGIE MAXIMALE = 3.35771×10^{1} kJ/m3



ENERGIE MAXIMALE = 1.89352×10^{3} kJ/m3

Figure 5.106 - Energie en fonction d'angle de direction φ. Modèle 10





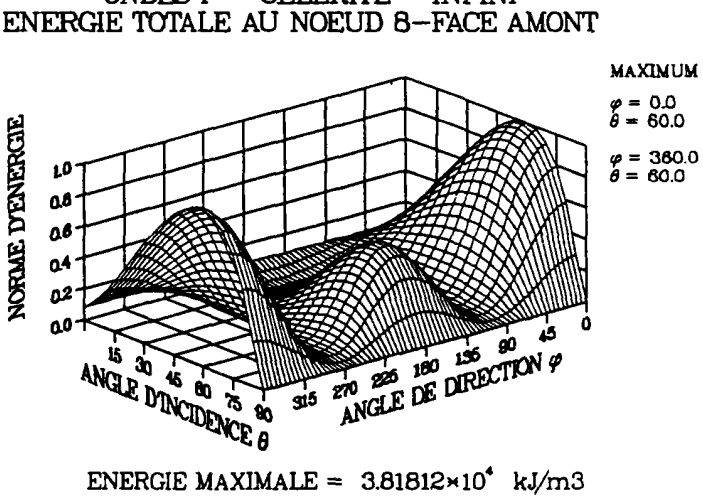
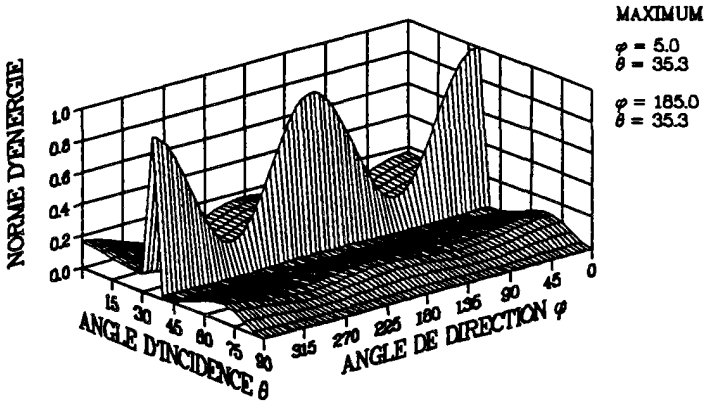


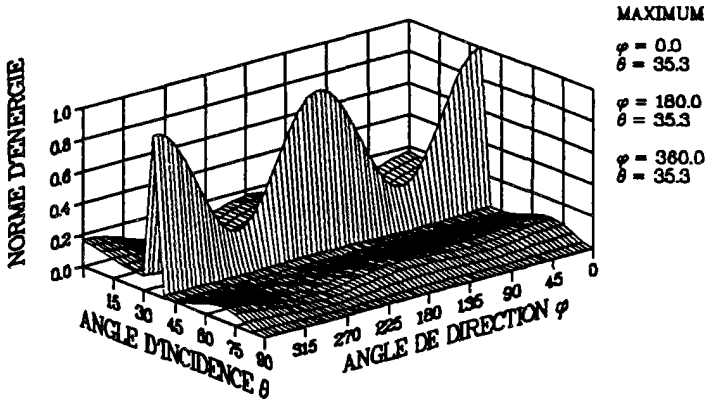
Figure 5.107 - Energie en fonction d'angle d'incidence (θ,φ). Modèle 10

ONDES SV – CELERITE = INFINI
ENERGIE TOTALE AU NOEUD 1–FACE AMONT



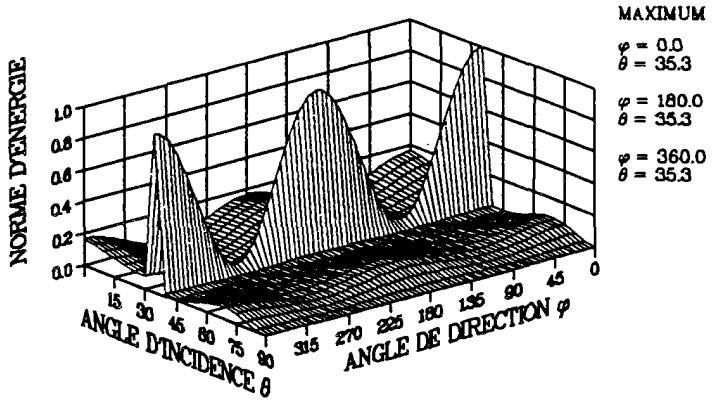
ENERGIE MAXIMALE = 1.54065×10^3 kJ/m3

ONDES SV – CELERITE = INFINI
ENERGIE TOTALE AU NOEUD 3–FACE AMONT



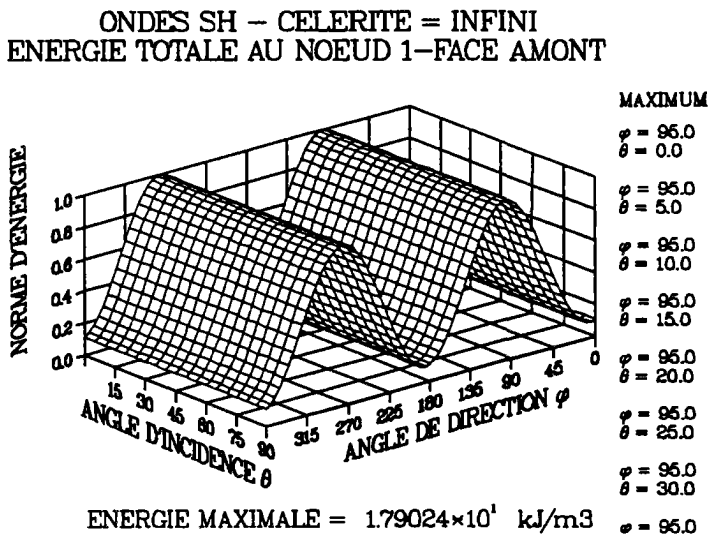
ENERGIE MAXIMALE = 2.70856×10^3 kJ/m3

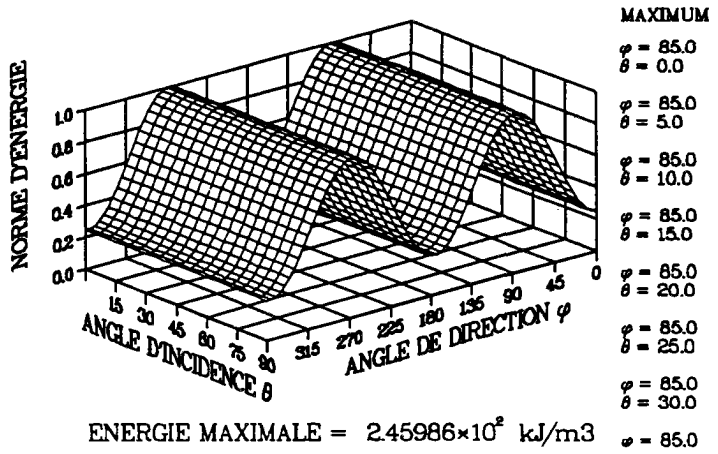
ONDES SV – CELERITE = INFINI
ENERGIE TOTALE AU NOEUD 8–FACE AMONT



ENERGIE MAXIMALE = 2.24760×10^5 kJ/m3

Figure 5.108 - Energie en fonction d'angle d'incidence (θ,φ). Modèle 10





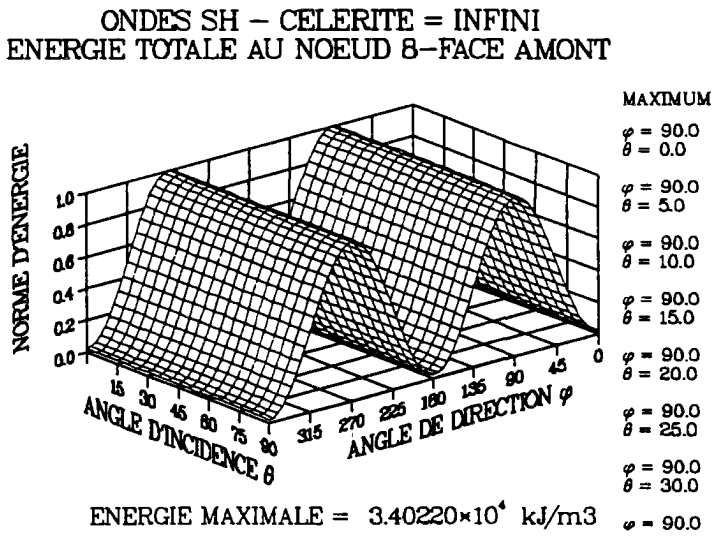


Figure 5.109 - Energie en fonction d'angle d'incidence (θ,φ). Modèle 10

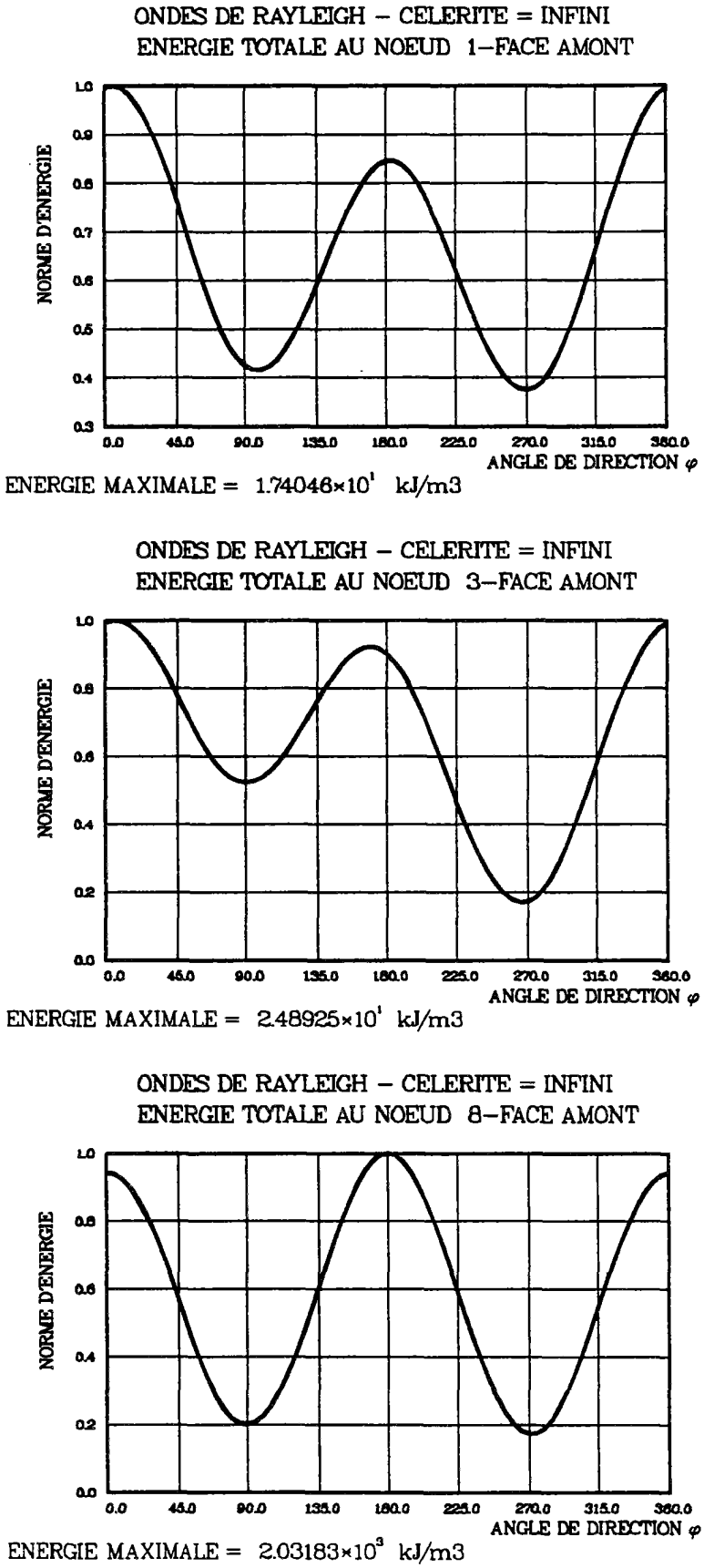


Figure 5.110 - Energie en fonction d'angle de direction φ. Modèle 10

V.2.11 MODELE 11

Dans le tableau 5.23 les caractéristiques du *modèle 11* sont présentées. Les résultats de balayage en angles d'incidence (θ,φ) sont donnés dans le tableau 5.24 pour différents types d'ondes et pour des célérités de propagation choisies. Il représentent les angles d'incidence (θ,φ) ou leur intervalles pour lesquelles l'énergie dans le barrage (ou dans la grande partie du barrage) est maximale. Les figures 5.111 à 5.126 montrent les énergies aux trois noeuds du barrage en fonction d'angle d'incidence (θ,φ) pour des ondes ***P***, ***SV***, ***SH*** et ***R*** et pour les célérités choisies.

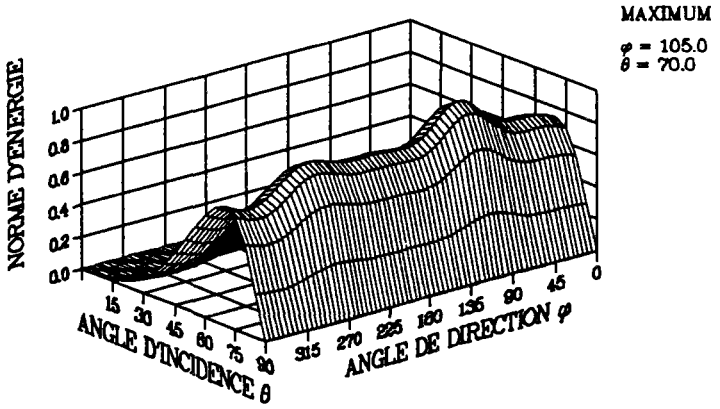
Tableau 5.23 - Caractéristiques du *modèle 11*

célérités d'ondes **P**	réservoir	forme de la frontière du modèle
$c_p = 5000$ *m/s* $c_p = 10000$ *m/s* $c_p = 20000$ *m/s* $c_p =$ *infini*	*vide*	*la roche n'est pas modélisée*

Tableau 5.24 - Résultats de balayage en angles d'incidence (θ,φ)
Intervalles d'angles pour lesquelles l'énergie dans le barrage est maximale

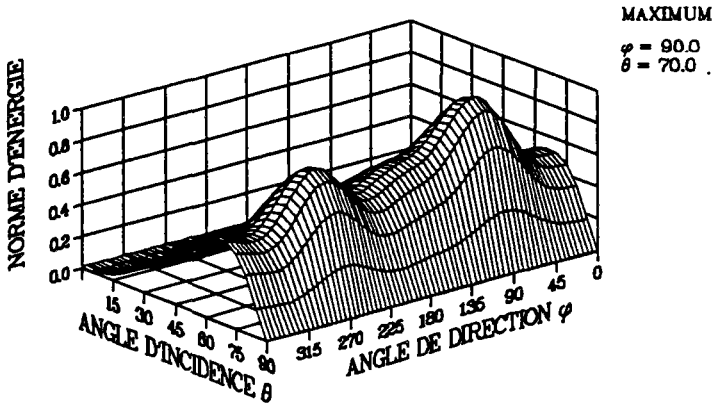
type d'onde	célérités d'ondes du champ lointain	angle d'incidence θ	angle de direction φ
ondes P	c_{pl} = *5000 m/s*	*70°*	*80°–120°* *260°–280°*
	c_{pl} = *10000 m/s*	*65°*	*80°–115°* *270°–280°*
	c_{pl} = *20000 m/s*	*65°*	*0°* *270°–290°*
	c_{pl} = *infini*	*65°*	*350°–360°* *275°–285°*
ondes SV	c_{svl} = *2900 m/s*	*35.3°*	*85°–110°* *255°–280°*
	c_{svl} = *5800 m/s*	*35.3°*	*85°–110°* *270°–280°*
	c_{svl} = *11600 m/s*	*35.3°*	*90°–110°* *270°–280°*
	c_{svl} = *infini*	*35.3°*	*90°–110°* *170°–180°*
ondes SH	c_{shl} = *2900 m/s*	*90°*	*dispersé*
	c_{shl} = *5800 m/s*	*90°*	*dispersé*
	c_{shl} = *11600 m/s*	*90°*	*5°–35°* *90°–125°*
	c_{shl} = *infini*	*0°*	*5°–15°* *245°–275°*
ondes de Rayleigh	c_{rl} = *2650 m/s*		*70°–95°* *255°–270°*
	c_{rl} = *5300 m/s*		*80°–100°* *265°–275°*
	c_{rl} = *10600 m/s*		*75°–100°* *270°–280°*
	c_{rl} = *infini*		*85°–100°* *275°–285°*

ONDES P – CELERITE = 5000 m/s
ENERGIE TOTALE AU NOEUD 1–FACE AMONT



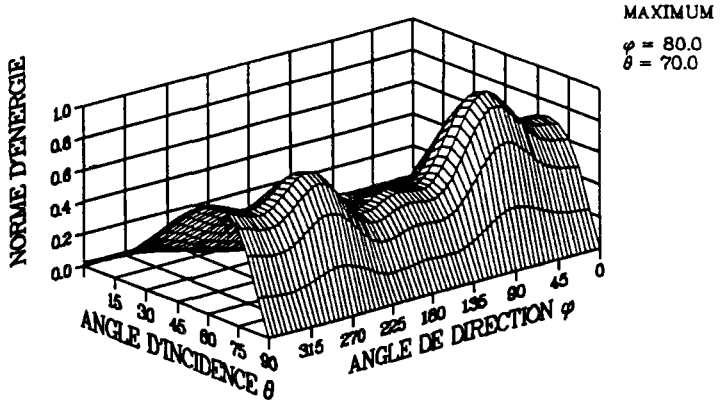
ENERGIE MAXIMALE = 5.79876×10^{2} kJ/m3

ONDES P – CELERITE = 5000 m/s
ENERGIE TOTALE AU NOEUD 3–FACE AMONT



ENERGIE MAXIMALE = 4.87562×10^{3} kJ/m3

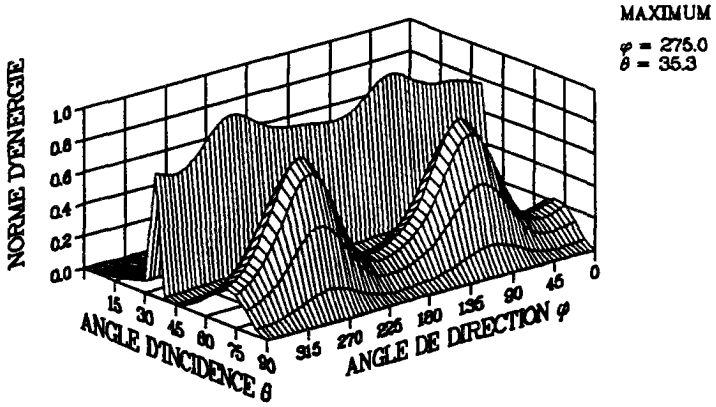
ONDES P – CELERITE = 5000 m/s
ENERGIE TOTALE AU NOEUD 8–FACE AMONT



ENERGIE MAXIMALE = 2.21728×10^{3} kJ/m3

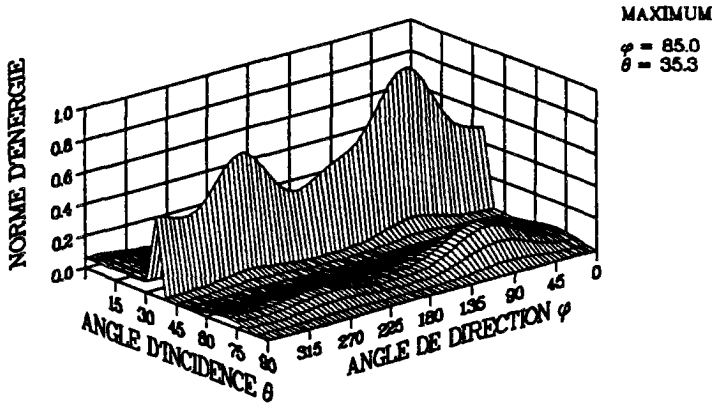
Figure 5.111 - Energie en fonction d'angle d'incidence (θ,φ). Modèle 11

ONDES SV – CELERITE = 2900 m/s
ENERGIE TOTALE AU NOEUD 1–FACE AMONT



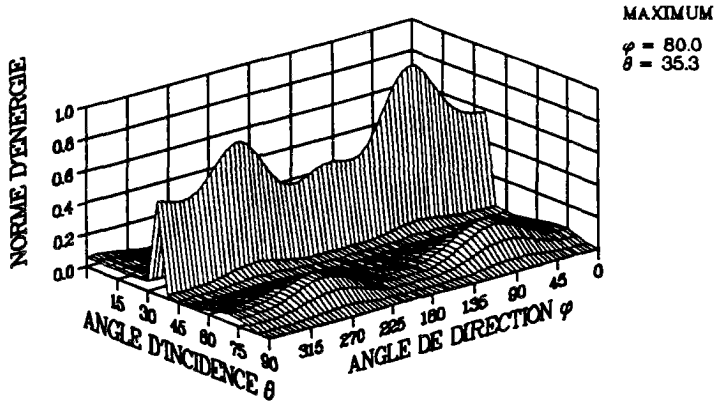
ENERGIE MAXIMALE = 5.25875×10^{3} kJ/m3

ONDES SV – CELERITE = 2900 m/s
ENERGIE TOTALE AU NOEUD 3–FACE AMONT



ENERGIE MAXIMALE = 4.61633×10^{4} kJ/m3

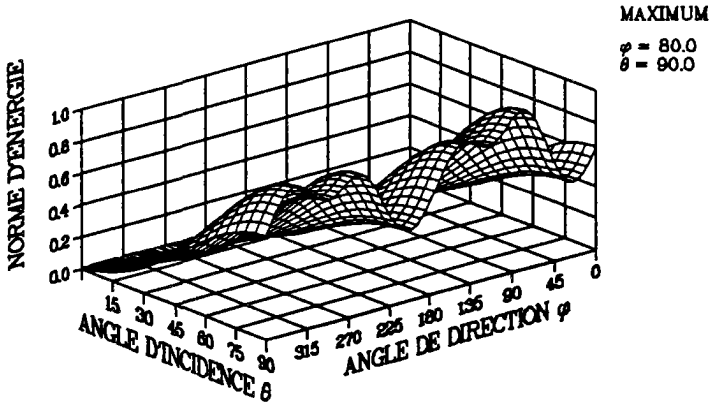
ONDES SV – CELERITE = 2900 m/s
ENERGIE TOTALE AU NOEUD 8–FACE AMONT



ENERGIE MAXIMALE = 2.01186×10^{4} kJ/m3

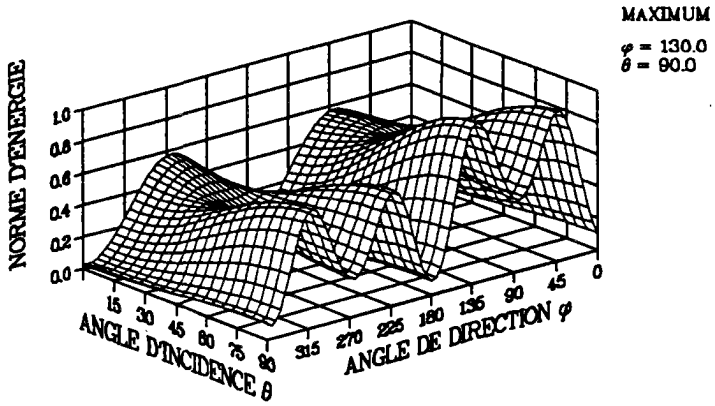
Figure 5.112 - Energie en fonction d'angle d'incidence (θ,φ). Modèle 11

ONDES SH – CELERITE = 2900 m/s
ENERGIE TOTALE AU NOEUD 1–FACE AMONT



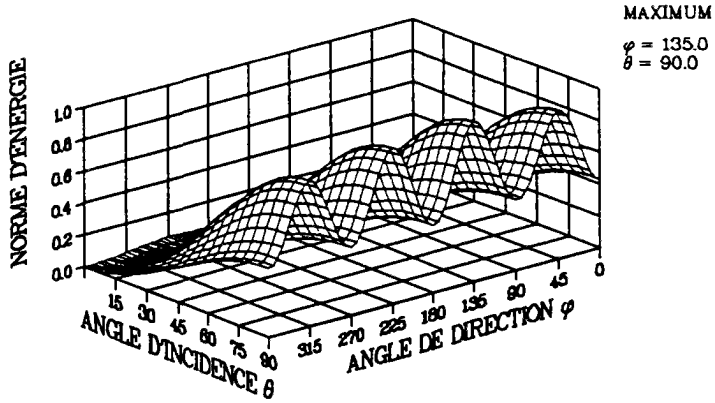
ENERGIE MAXIMALE = 1.15713×10^3 kJ/m3

ONDES SH – CELERITE = 2900 m/s
ENERGIE TOTALE AU NOEUD 3–FACE AMONT



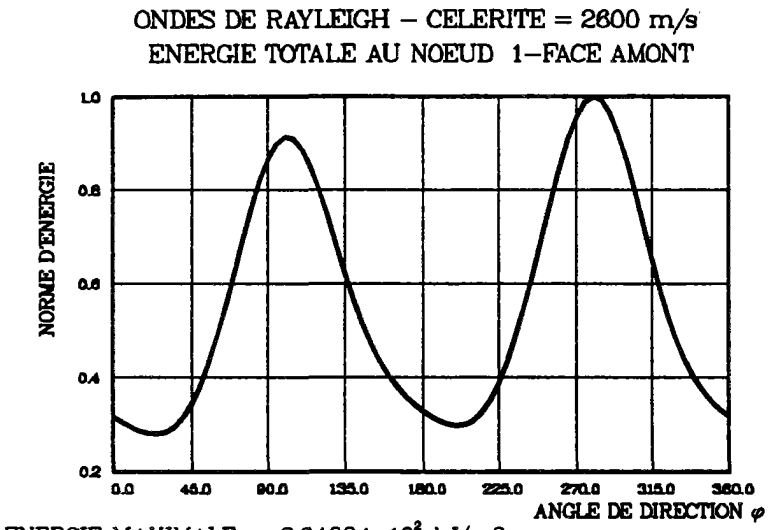
ENERGIE MAXIMALE = 5.11067×10^3 kJ/m3

ONDES SH – CELERITE = 2900 m/s
ENERGIE TOTALE AU NOEUD 8–FACE AMONT

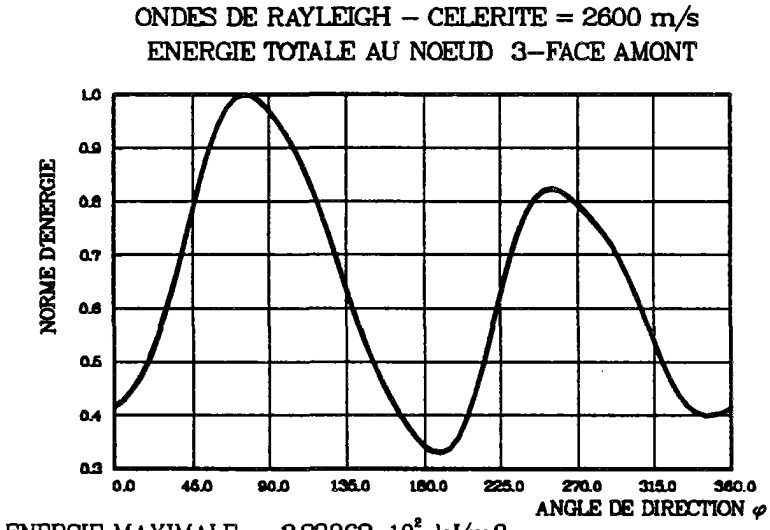


ENERGIE MAXIMALE = 1.29055×10^3 kJ/m3

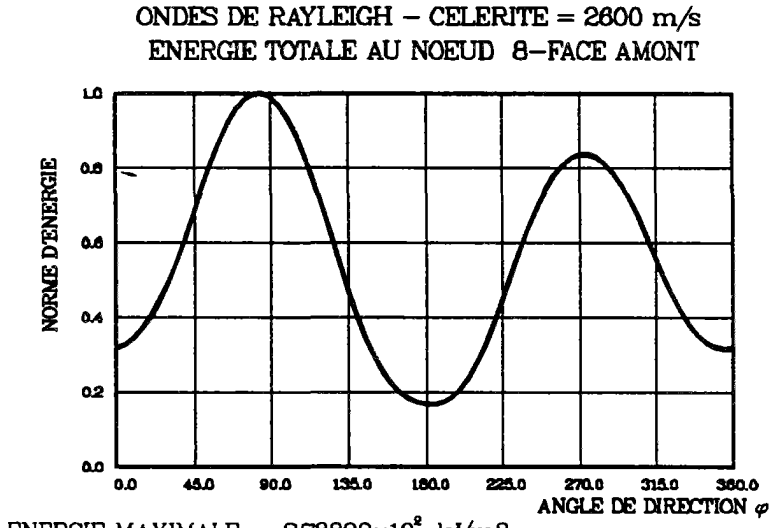
Figure 5.113 - Energie en fonction d'angle d'incidence (θ,φ). Modèle 11



ENERGIE MAXIMALE = 3.94604×10^2 kJ/m3



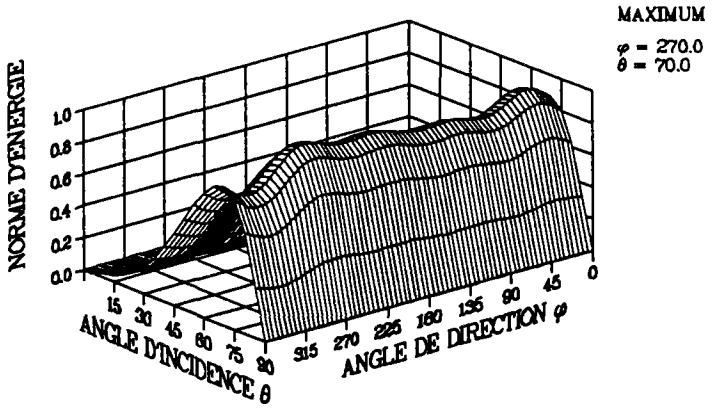
ENERGIE MAXIMALE = 3.23862×10^2 kJ/m3



ENERGIE MAXIMALE = 2.78890×10^2 kJ/m3

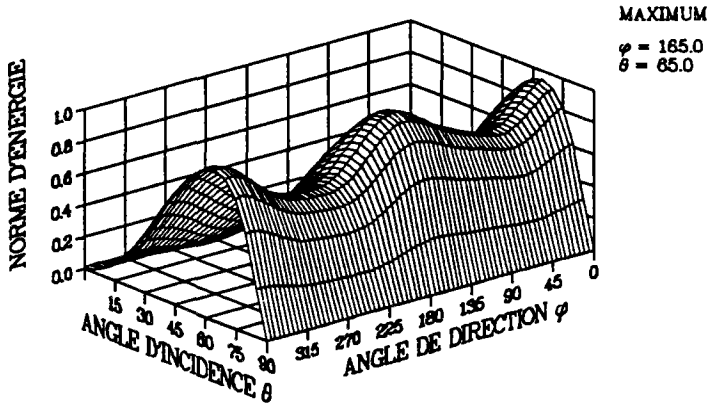
Figure 5.114 - Energie en fonction d'angle de direction φ. Modèle 11

ONDES P – CELERITE = 10000 m/s
ENERGIE TOTALE AU NOEUD 1–FACE AMONT



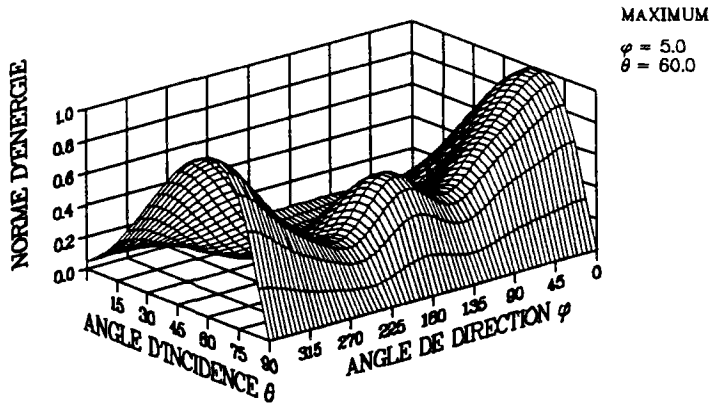
ENERGIE MAXIMALE = 1.41718×10^{2} kJ/m3

ONDES P – CELERITE = 10000 m/s
ENERGIE TOTALE AU NOEUD 3–FACE AMONT



ENERGIE MAXIMALE = 2.97587×10^{3} kJ/m3

ONDES P – CELERITE = 10000 m/s
ENERGIE TOTALE AU NOEUD 8–FACE AMONT



ENERGIE MAXIMALE = 1.05021×10^{3} kJ/m3

Figure 5.115 - Energie en fonction d'angle d'incidence (θ,φ). Modèle 11

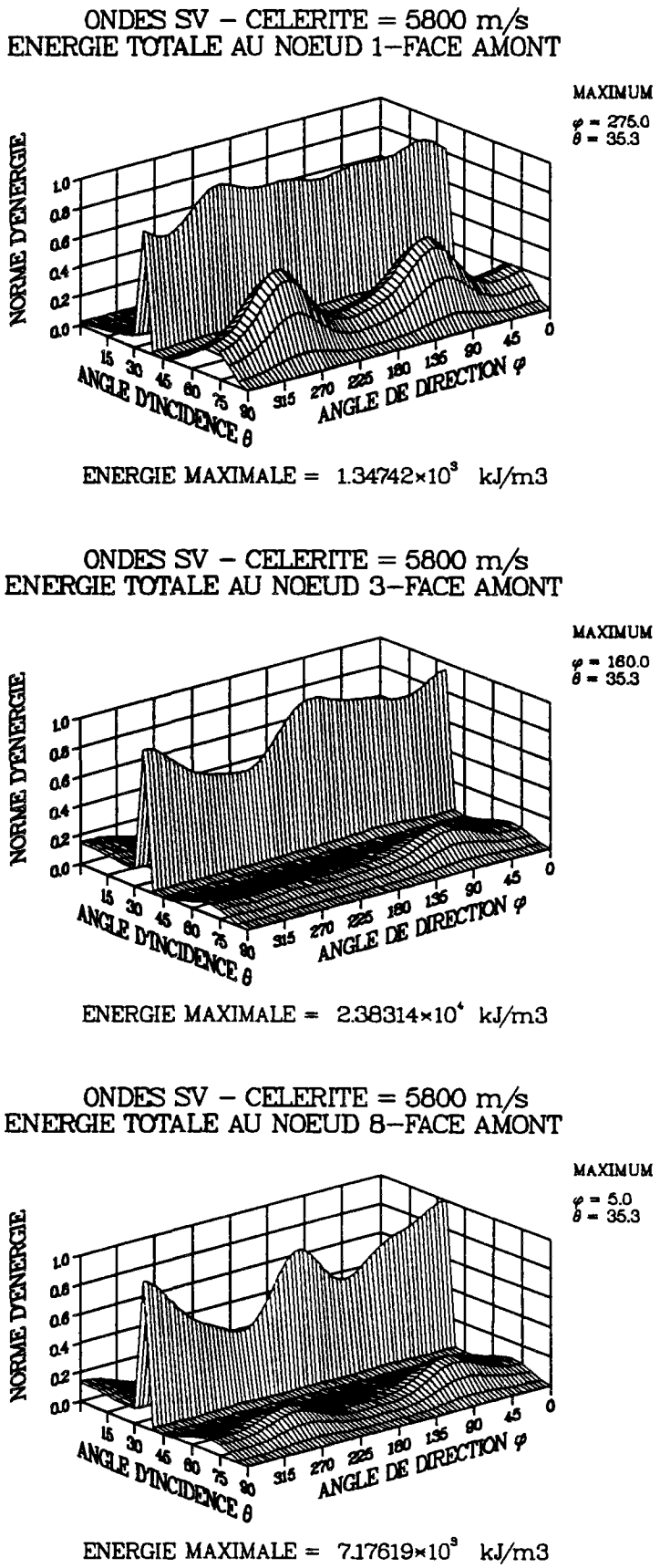


Figure 5.116 - Energie en fonction d'angle d'incidence (θ,φ). Modèle 11

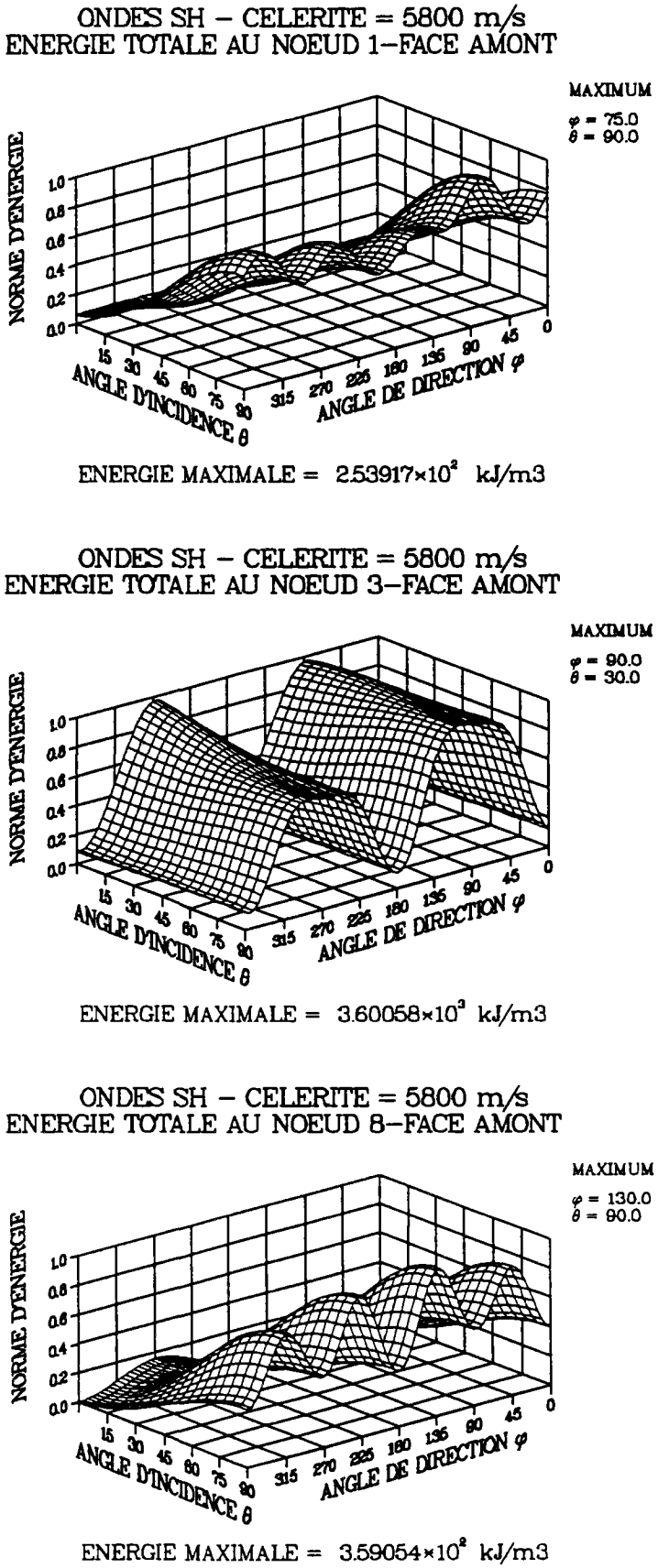
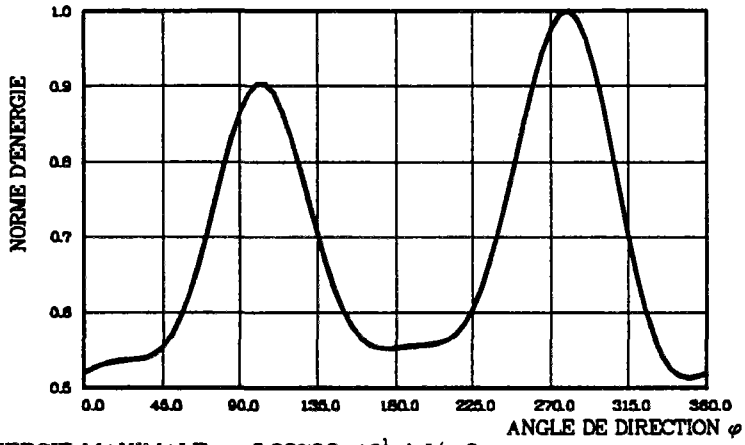
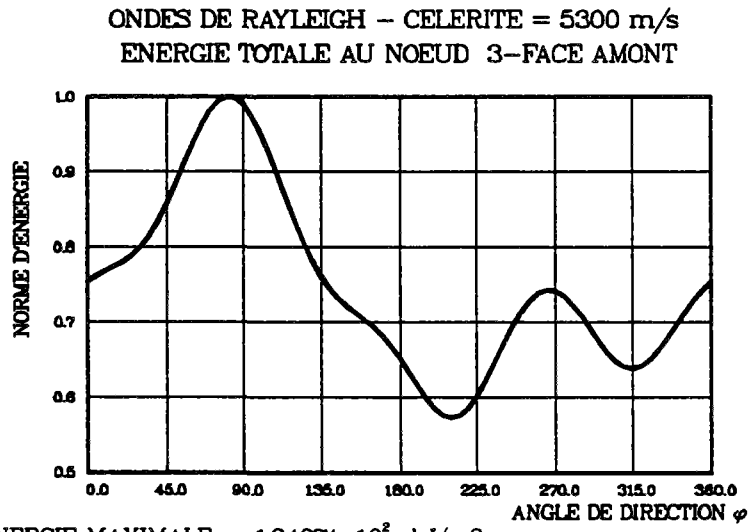


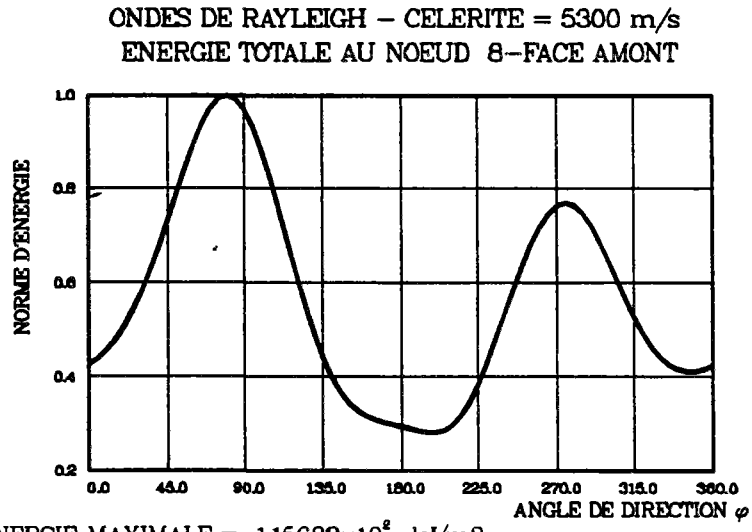
Figure 5.117 - Energie en fonction d'angle d'incidence (θ,φ). Modèle 11



ENERGIE MAXIMALE = 5.22788×10^{1} kJ/m3



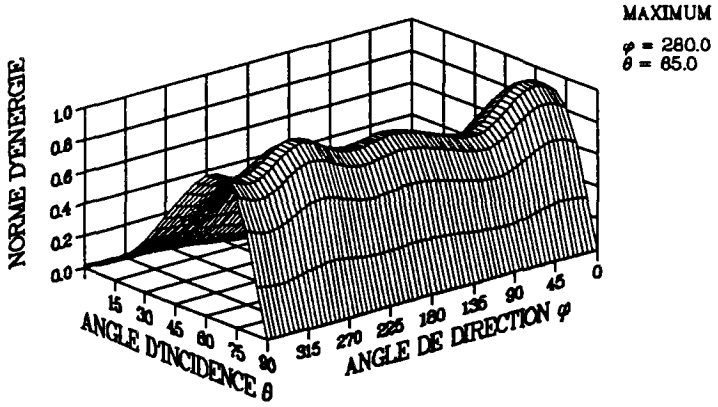
ENERGIE MAXIMALE = 1.94074×10^{2} kJ/m3



ENERGIE MAXIMALE = 1.15683×10^{2} kJ/m3

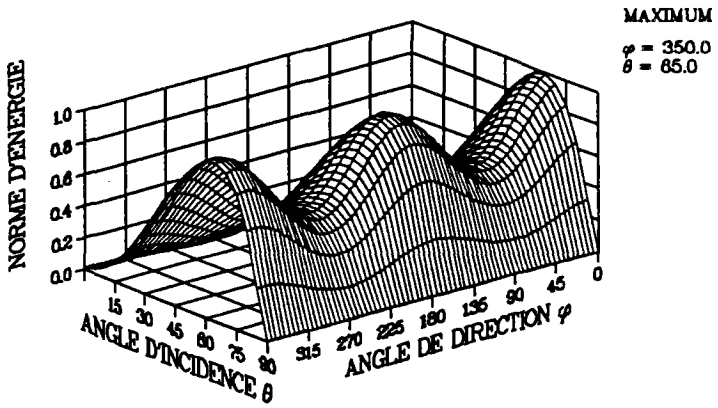
Figure 5.118 - Energie en fonction d'angle de direction φ. Modèle 11

ONDES P – CELERITE = 20000 m/s
ENERGIE TOTALE AU NOEUD 1–FACE AMONT



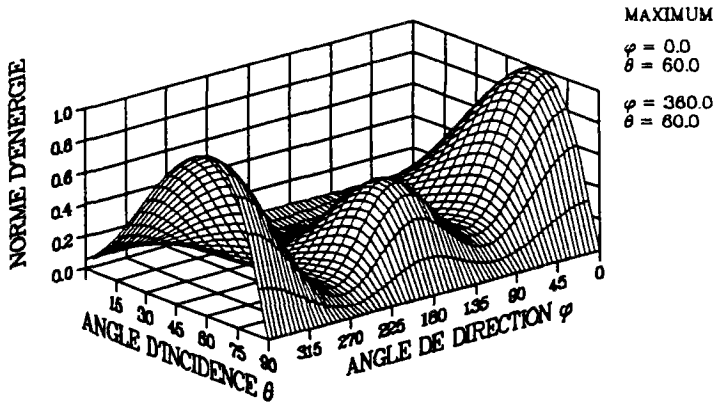
ENERGIE MAXIMALE = 5.64277×10^{1} kJ/m3

ONDES P – CELERITE = 20000 m/s
ENERGIE TOTALE AU NOEUD 3–FACE AMONT



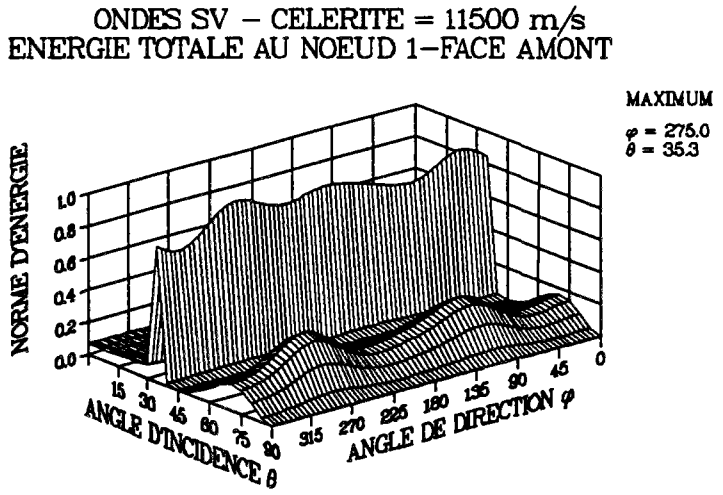
ENERGIE MAXIMALE = 2.91414×10^{3} kJ/m3

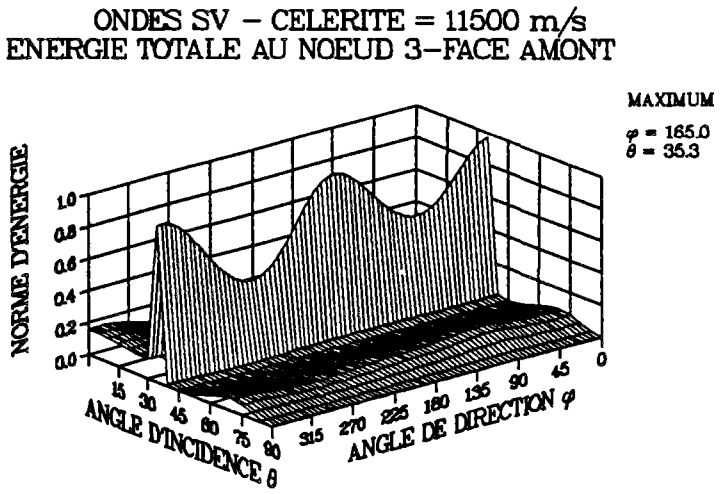
ONDES P – CELERITE = 20000 m/s
ENERGIE TOTALE AU NOEUD 8–FACE AMONT



ENERGIE MAXIMALE = 9.25157×10^{2} kJ/m3

Figure 5.119 - Energie en fonction d'angle d'incidence (θ,φ). Modèle 11





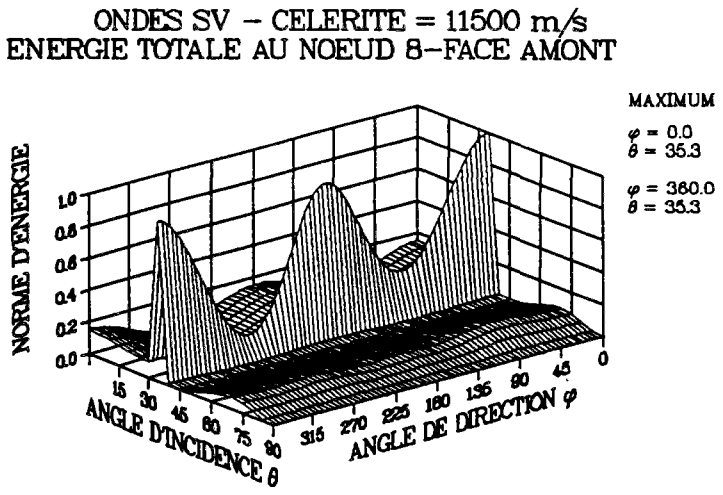
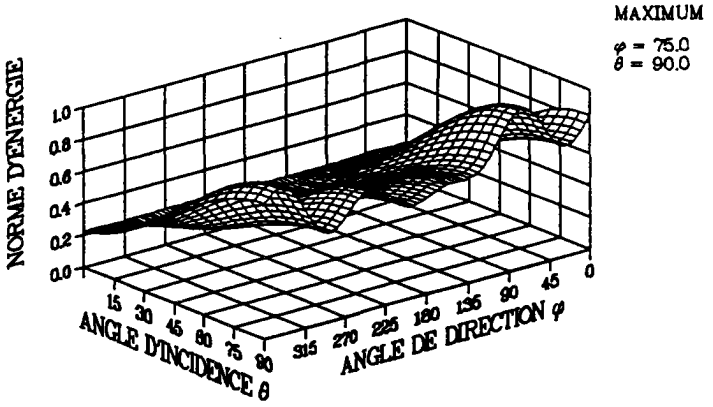


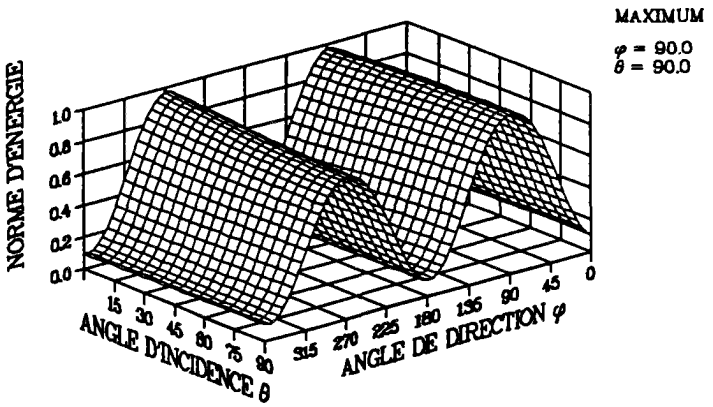
Figure 5.120 - Energie en fonction d'angle d'incidence (θ,φ). Modèle 11

ONDES SH – CELERITE = 11500 m/s
ENERGIE TOTALE AU NOEUD 1–FACE AMONT



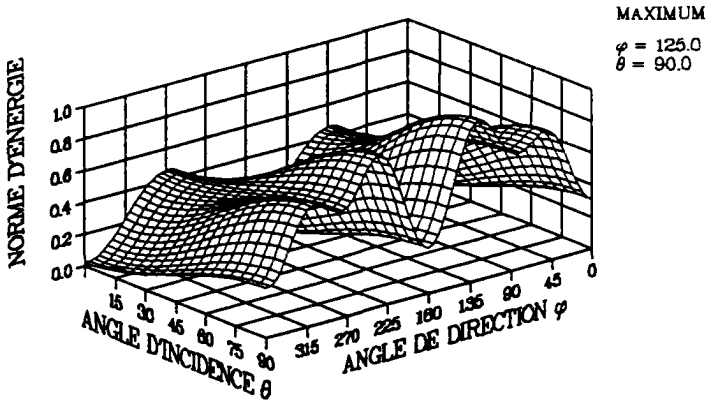
ENERGIE MAXIMALE = 7.91500×10^{1} kJ/m3

ONDES SH – CELERITE = 11500 m/s
ENERGIE TOTALE AU NOEUD 3–FACE AMONT



ENERGIE MAXIMALE = 3.75477×10^{3} kJ/m3

ONDES SH – CELERITE = 11500 m/s
ENERGIE TOTALE AU NOEUD 8–FACE AMONT



ENERGIE MAXIMALE = 1.23765×10^{2} kJ/m3

Figure 5.121 - Energie en fonction d'angle d'incidence (θ,φ). Modèle 11

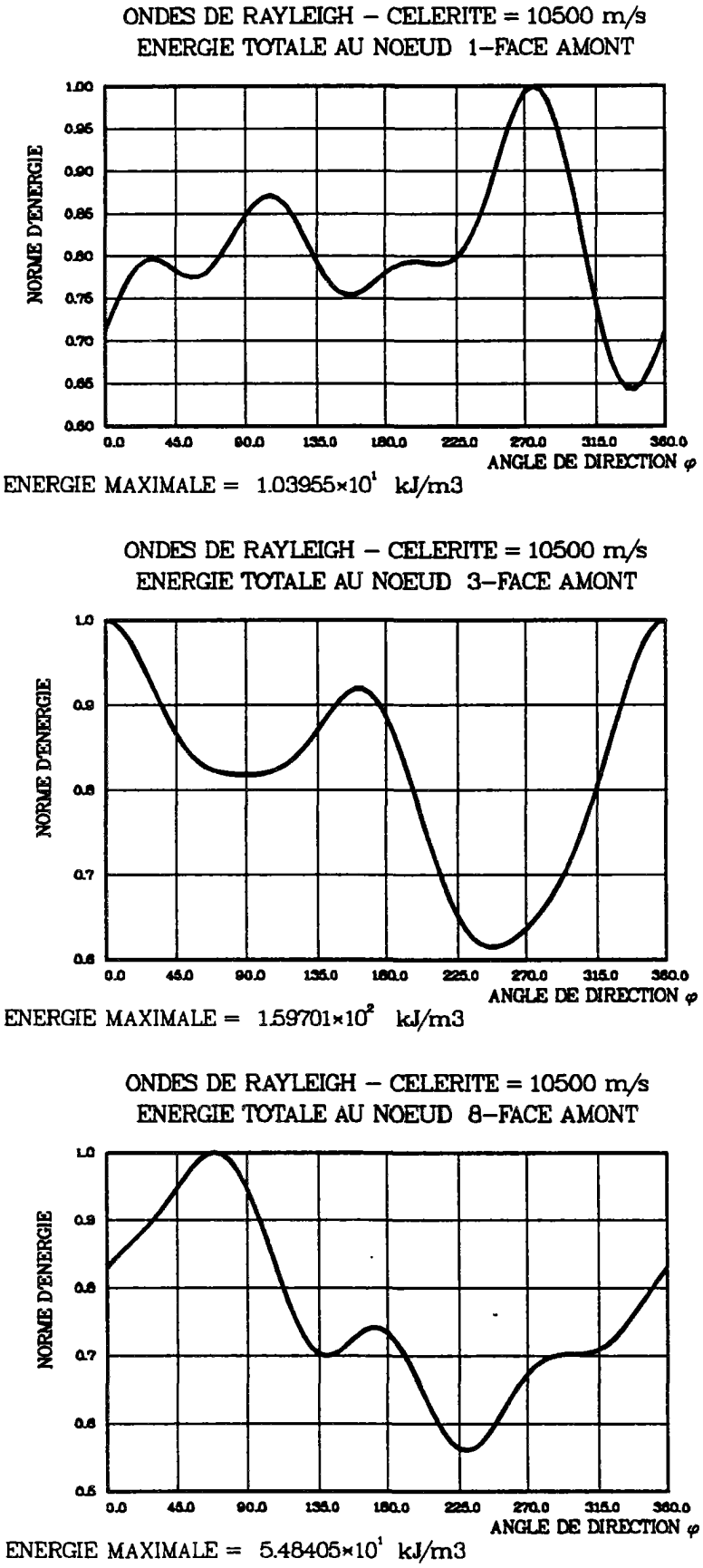
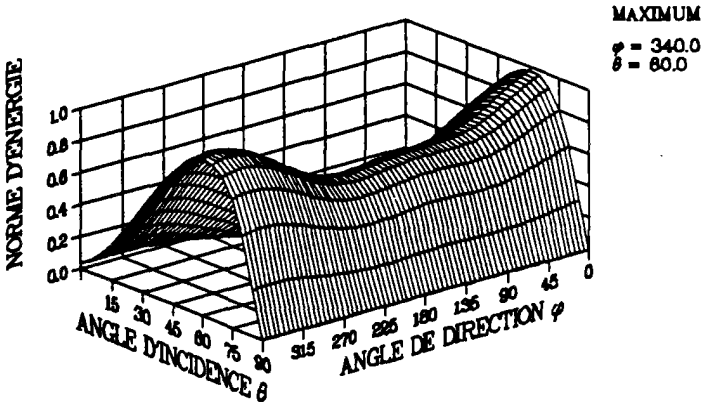


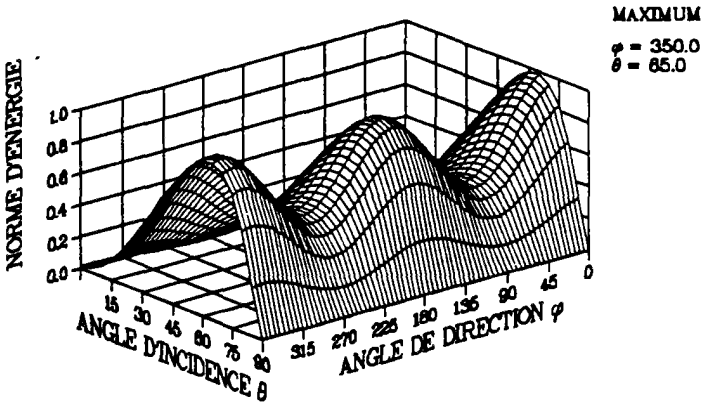
Figure 5.122 - Energie en fonction d'angle de direction φ. Modèle 11

ONDES P – CELERITE = INFINI
ENERGIE TOTALE AU NOEUD 1–FACE AMONT



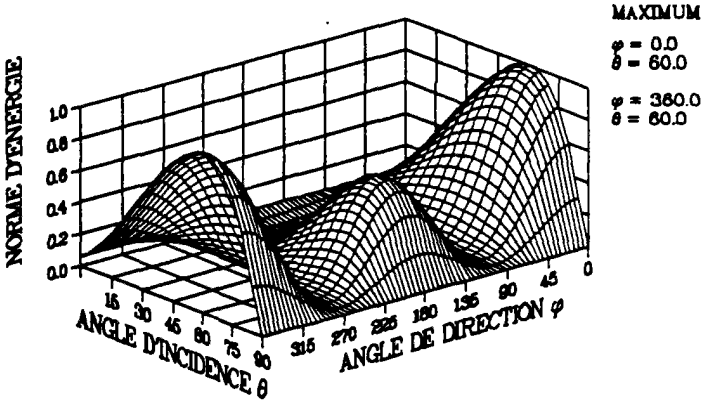
ENERGIE MAXIMALE = 3.18965×10^{1} kJ/m3

ONDES P – CELERITE = INFINI
ENERGIE TOTALE AU NOEUD 3–FACE AMONT



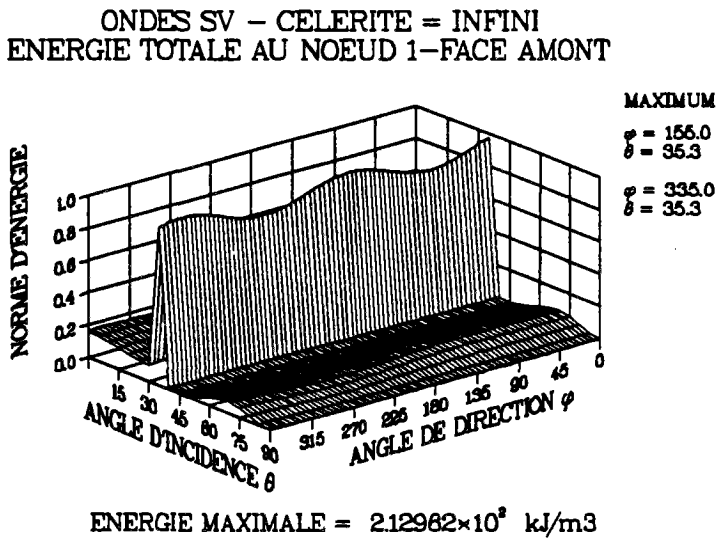
ENERGIE MAXIMALE = 2.95801×10^{3} kJ/m3

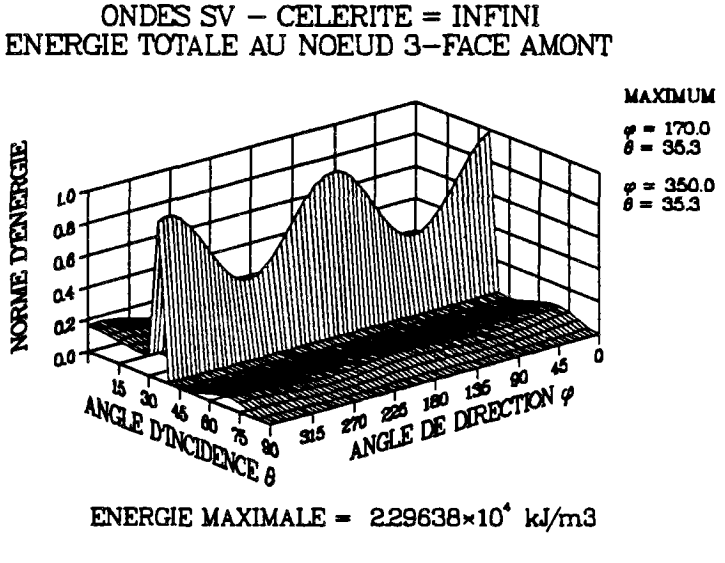
ONDES P – CELERITE = INFINI
ENERGIE TOTALE AU NOEUD 8–FACE AMONT



ENERGIE MAXIMALE = 8.73466×10^{2} kJ/m3

Figure 5.123 - Energie en fonction d'angle d'incidence (θ,φ). Modèle 11





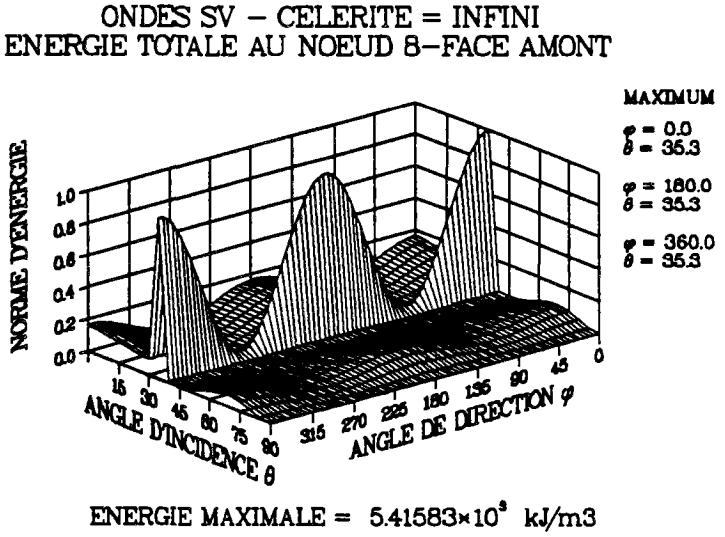
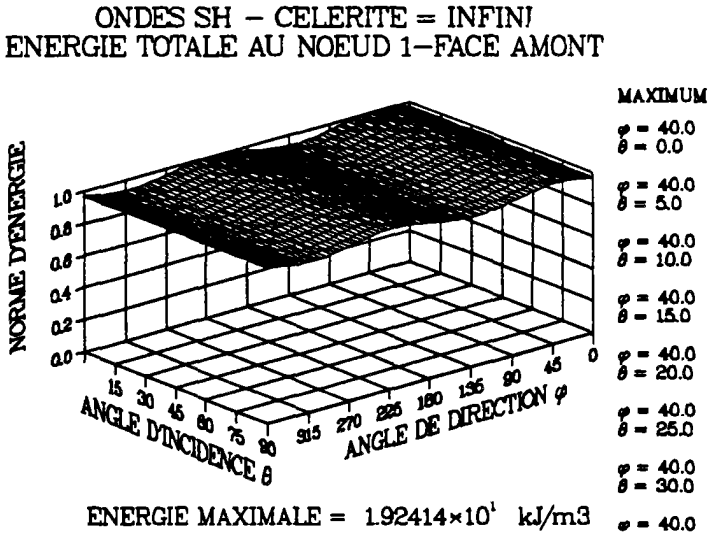
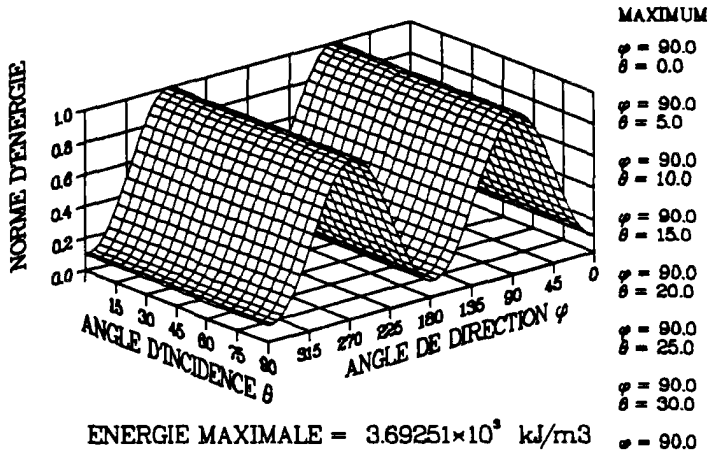


Figure 5.124 - Energie en fonction d'angle d'incidence (θ,φ). Modèle 11





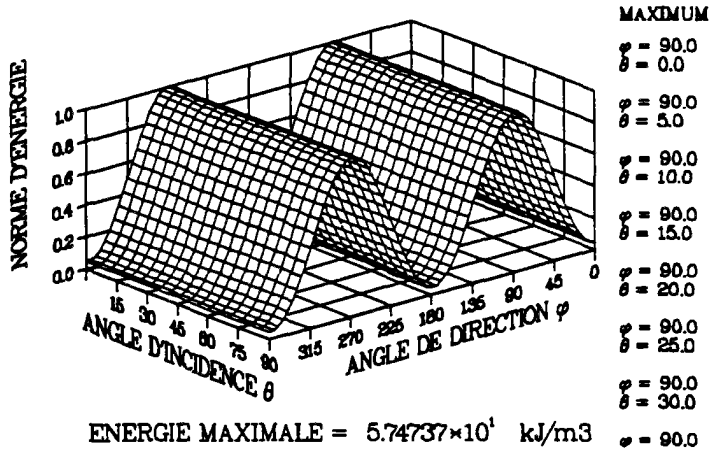
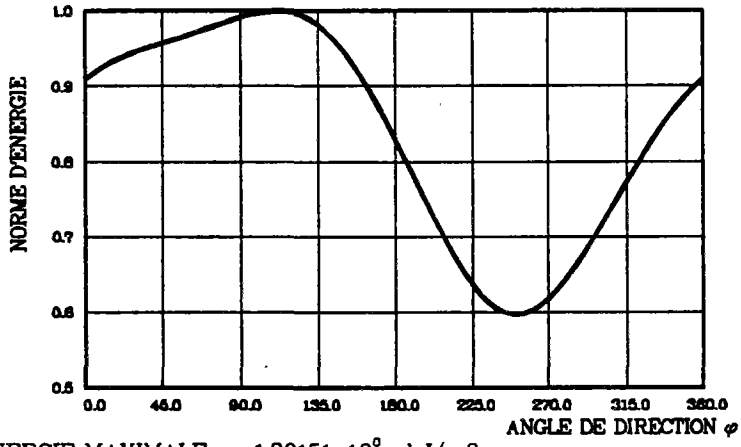


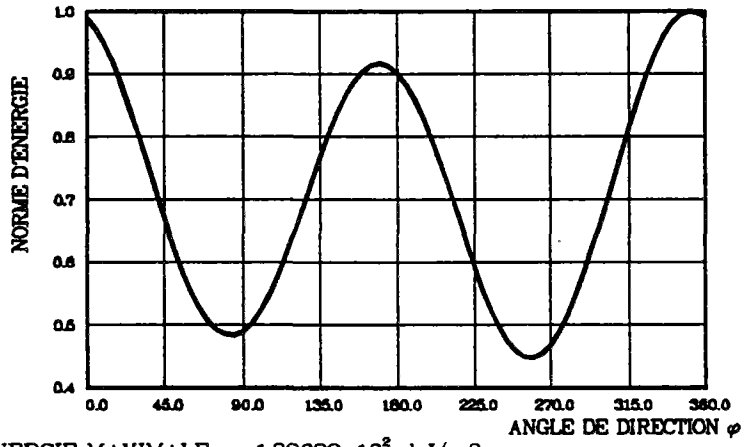
Figure 5.125 - Energie en fonction d'angle d'incidence (θ,φ). Modèle 11

ONDES DE RAYLEIGH – CELERITE = INFINI
ENERGIE TOTALE AU NOEUD 1–FACE AMONT



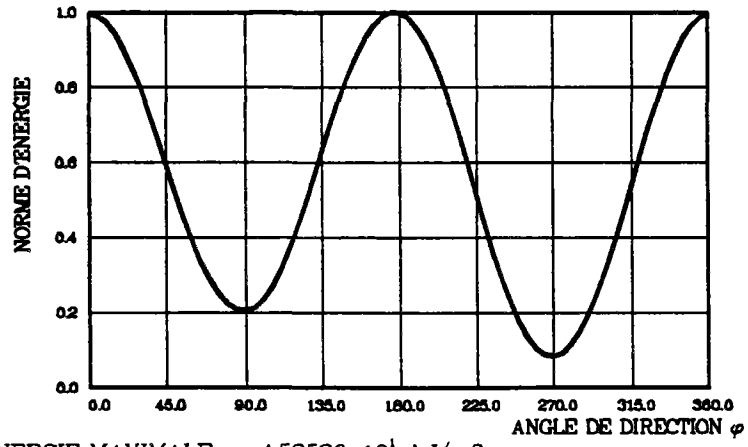
ENERGIE MAXIMALE = 1.89151×10^{0} kJ/m3

ONDES DE RAYLEIGH – CELERITE = INFINI
ENERGIE TOTALE AU NOEUD 3–FACE AMONT



ENERGIE MAXIMALE = 1.82622×10^{2} kJ/m3

ONDES DE RAYLEIGH – CELERITE = INFINI
ENERGIE TOTALE AU NOEUD 8–FACE AMONT



ENERGIE MAXIMALE = 4.53526×10^{1} kJ/m3

Figure 5.126 - Energie en fonction d'angle de direction φ. Modèle 11

V.2.12 MODELE 12

Dans le tableau 5.25 les caractéristiques du *modèle 12* sont présentées. Les résultats de balayage en angles d'incidence (θ,φ) sont donnés dans le tableau 5.26 pour différents types d'ondes et pour des célérités de propagation choisies. Il représentent les angles d'incidence (θ,φ) ou leur intervalles pour lesquelles l'énergie dans le barrage (ou dans la grande partie du barrage) est maximale. Les figures 5.127 à 5.138 montrent les énergies aux trois noeuds du barrage en fonction d'angle d'incidence (θ,φ) pour des ondes P, SV, SH et R et pour les célérités choisies.

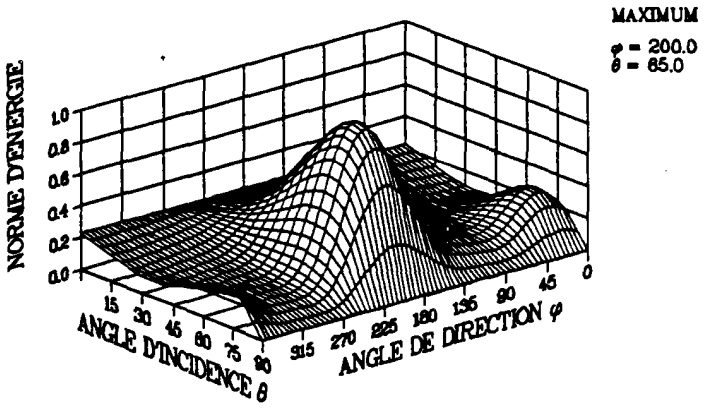
Tableau 5.25 - Caractéristiques du *modèle 12*

célérité d'ondes P du champ proche	célérités d'ondes P du champ lointain	réservoir	forme de la frontière du modèle
$c_{pp} = 10000$ *m/s*	$c_{pl} = 10000$ *m/s* $c_{pl} = 20000$ *m/s* $c_{pl} =$ *infini*	*plein* *eau compressible*	*oblique*

Tableau 5.26 - Résultats de balayage en angles d'incidence (θ,φ)
Intervalles d'angles pour lesquelles l'énergie dans le barrage est maximale

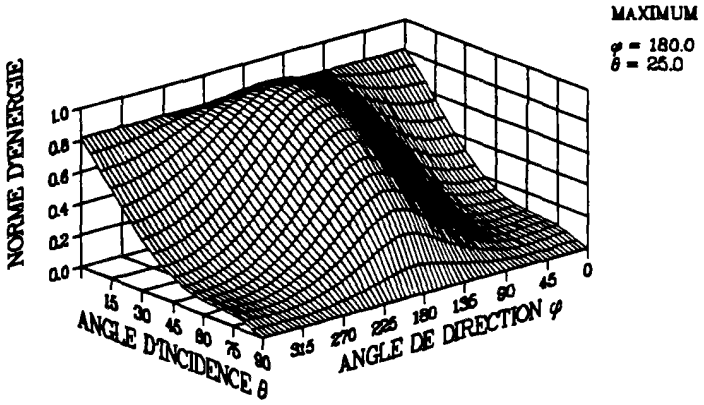
type d'onde	célérités d'ondes du champ lointain	angle d'incidence θ	angle de direction φ
ondes P	c_{pl} = *10000 m/s*	*10°–30°* *50°–70°*	*175°–185°*
	c_{pl} = *20000 m/s*	*10°–30°* *60°*	*180°–185°*
	c_{pl} = *infini*	*20°–35°*	*185°*
ondes SV	c_{svl} = *5800 m/s*	*35.3°*	*5°–10°* *175°–195°*
	c_{svl} = *11600 m/s*	*35.3°*	*5°* *185°*
	c_{svl} = *infini*	*35.3°* *(65°)*	*0°–5°* *180°–190°*
ondes SH	c_{shl} = *5800 m/s*	*90°*	*dispersé*
	c_{shl} = *11600 m/s*	*90°*	*90°–120°* *260°–285°*
	c_{shl} = *infini*	*0°*	*90°–105°* *270°–275°*
ondes de Rayleigh	c_{rl} = *5300 m/s*		*15°–25°*
	c_{rl} = *10600 m/s*		*dispersé*
	c_{rl} = *infini*		*0°–20°* *185°*

ONDES P – CELERITE = 10000 m/s
ENERGIE TOTALE AU NOEUD 1–FACE AMONT



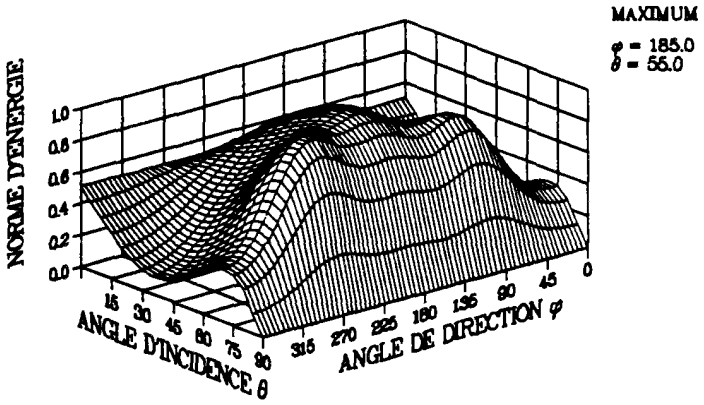
ENERGIE MAXIMALE = 2.22154×10^{3} kJ/m3

ONDES P – CELERITE = 10000 m/s
ENERGIE TOTALE AU NOEUD 3–FACE AMONT



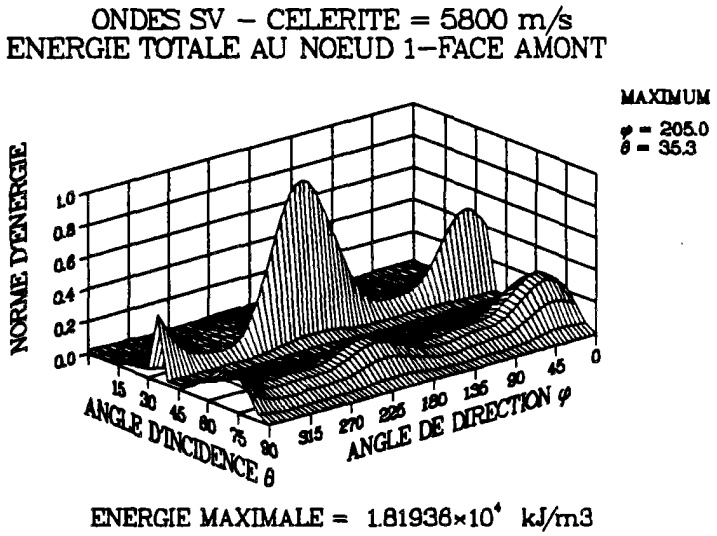
ENERGIE MAXIMALE = 2.65833×10^{5} kJ/m3

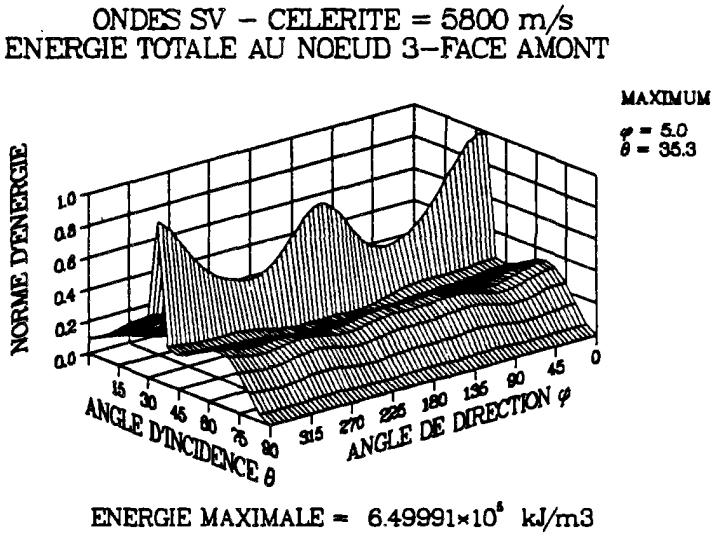
ONDES P – CELERITE = 10000 m/s
ENERGIE TOTALE AU NOEUD 8–FACE AMONT



ENERGIE MAXIMALE = 1.16431×10^{4} kJ/m3

Figure 5.127 - Energie en fonction d'angle d'incidence (θ,φ). Modèle 12





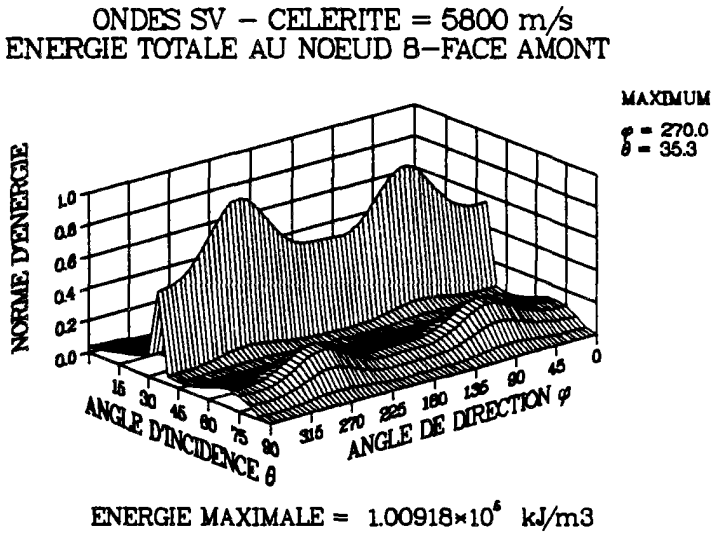
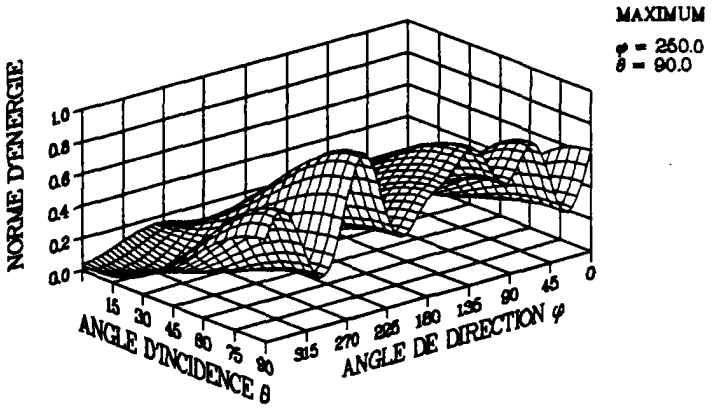


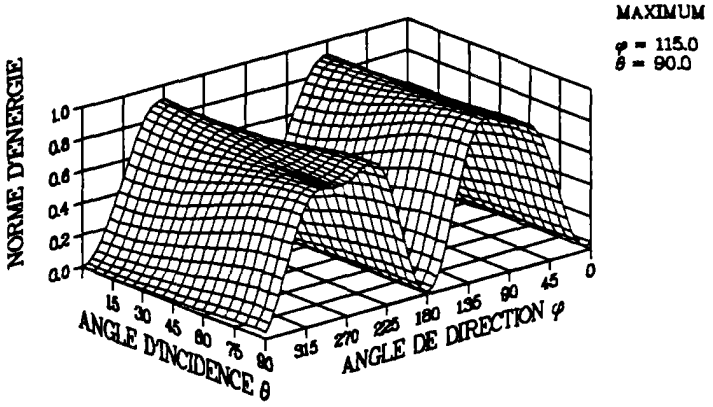
Figure 5.128 - Energie en fonction d'angle d'incidence (θ,φ). Modèle 12

ONDES SH – CELERITE = 5800 m/s
ENERGIE TOTALE AU NOEUD 1–FACE AMONT



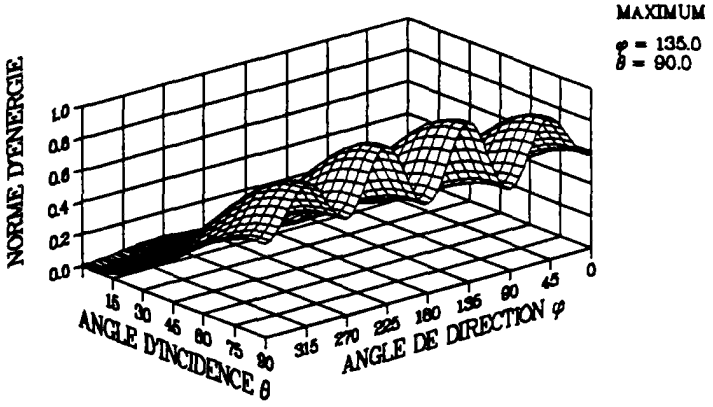
ENERGIE MAXIMALE = 1.55996×10^{3} kJ/m3

ONDES SH – CELERITE = 5800 m/s
ENERGIE TOTALE AU NOEUD 3–FACE AMONT



ENERGIE MAXIMALE = 6.35978×10^{4} kJ/m3

ONDES SH – CELERITE = 5800 m/s
ENERGIE TOTALE AU NOEUD 8–FACE AMONT



ENERGIE MAXIMALE = 8.37686×10^{3} kJ/m3

Figure 5.129 - Energie en fonction d'angle d'incidence (θ,φ). Modèle 12

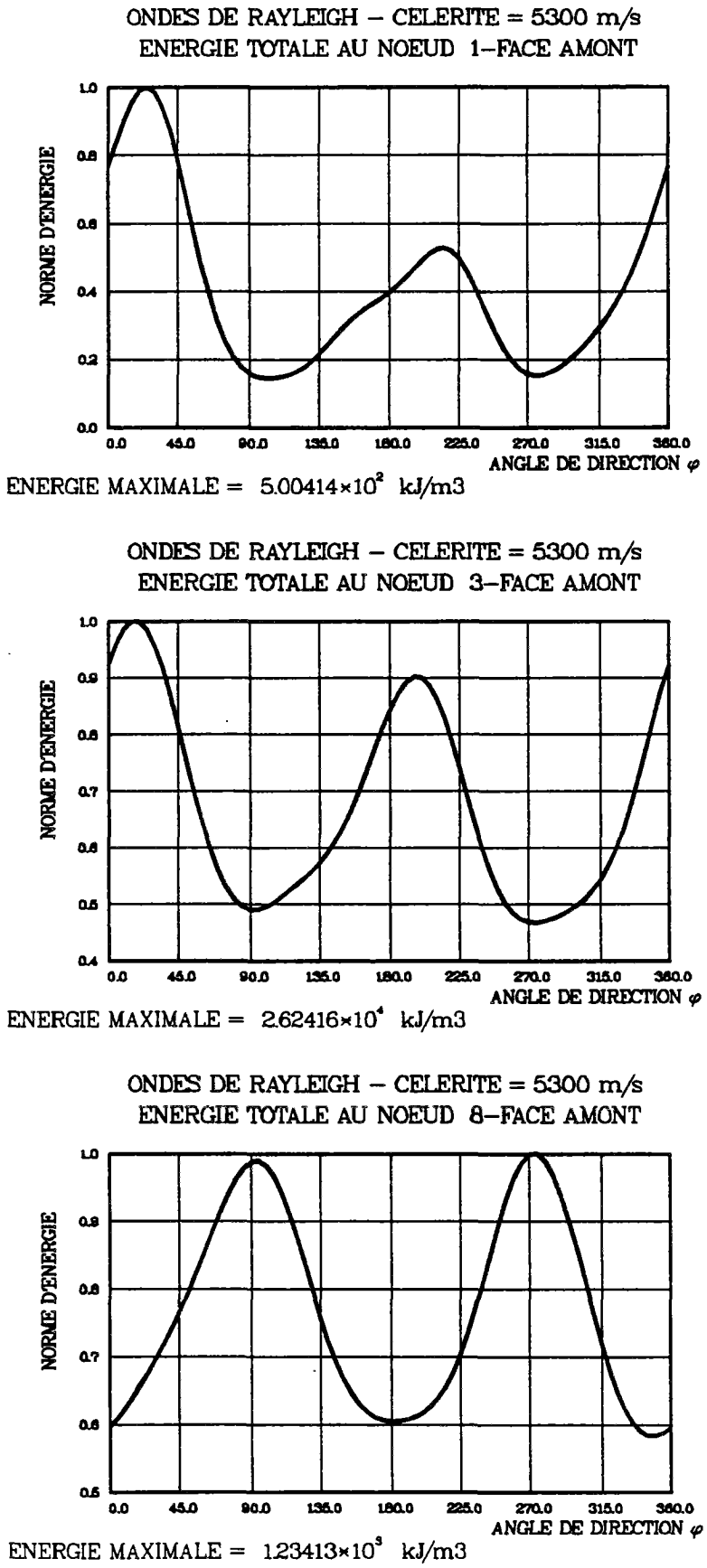
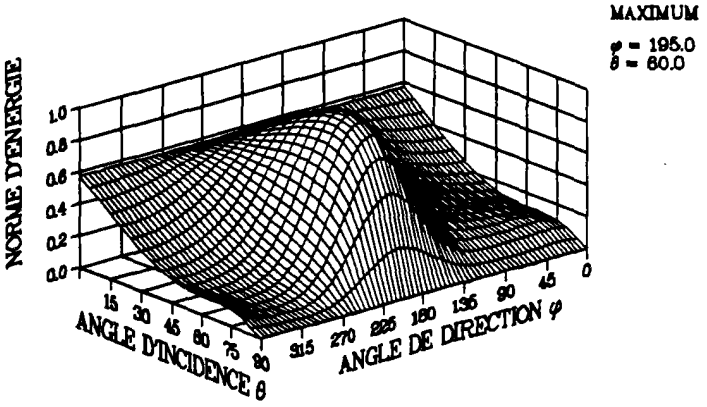


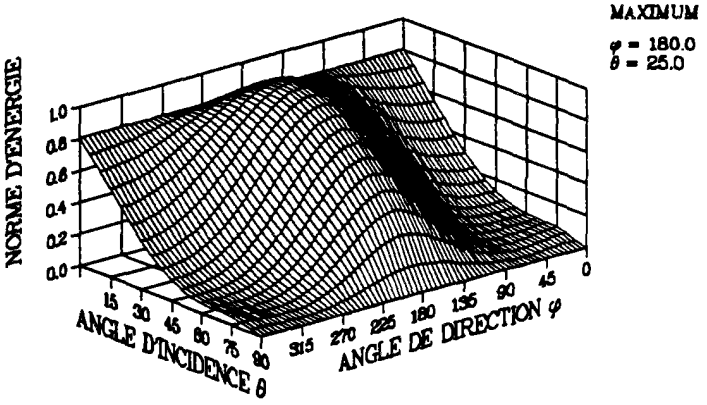
Figure 5.130 - Energie en fonction d'angle de direction φ. Modèle 12

ONDES P – CELERITE = 20000 m/s
ENERGIE TOTALE AU NOEUD 1–FACE AMONT



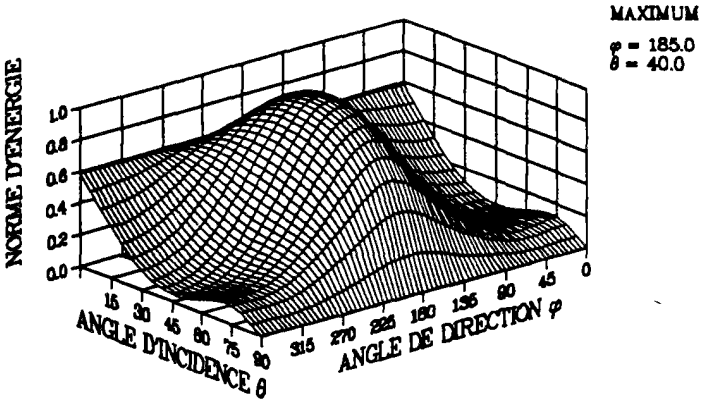
ENERGIE MAXIMALE = 1.38719×10^{3} kJ/m3

ONDES P – CELERITE = 20000 m/s
ENERGIE TOTALE AU NOEUD 3–FACE AMONT



ENERGIE MAXIMALE = 4.10977×10^{4} kJ/m3

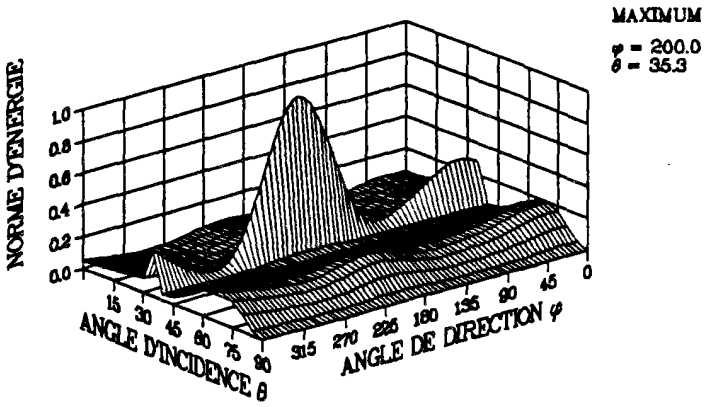
ONDES P – CELERITE = 20000 m/s
ENERGIE TOTALE AU NOEUD 8–FACE AMONT



ENERGIE MAXIMALE = 1.34666×10^{4} kJ/m3

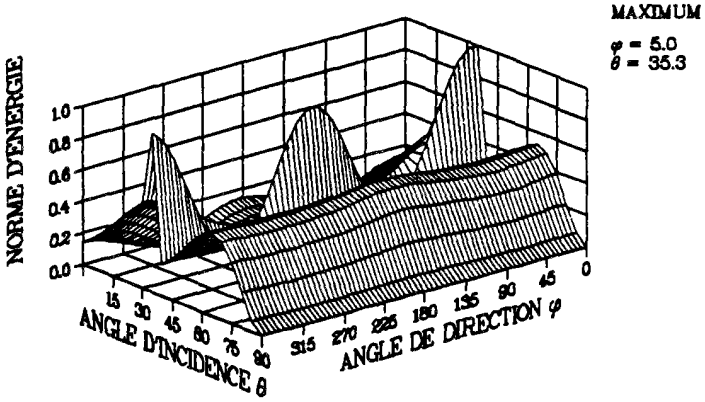
Figure 5.131 - Energie en fonction d'angle d'incidence (θ,φ). Modèle 12

ONDES SV – CELERITE = 11600 m/s
ENERGIE TOTALE AU NOEUD 1–FACE AMONT



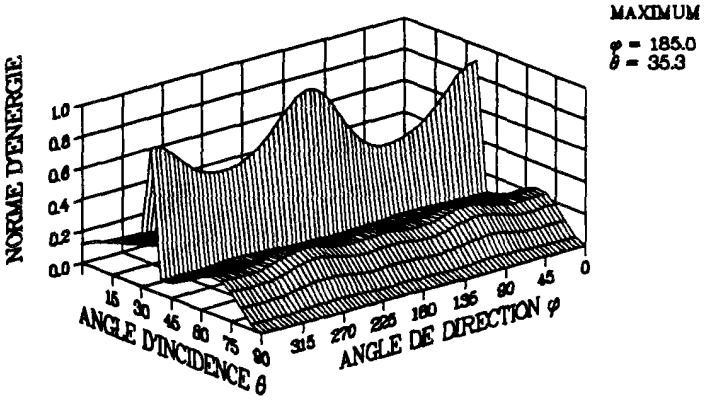
ENERGIE MAXIMALE = 8.48472×10^3 kJ/m3

ONDES SV – CELERITE = 11600 m/s
ENERGIE TOTALE AU NOEUD 3–FACE AMONT



ENERGIE MAXIMALE = 6.70676×10^5 kJ/m3

ONDES SV – CELERITE = 11600 m/s
ENERGIE TOTALE AU NOEUD 8–FACE AMONT



ENERGIE MAXIMALE = 4.27370×10^4 kJ/m3

Figure 5.132 - Energie en fonction d'angle d'incidence (θ,φ). Modèle 12

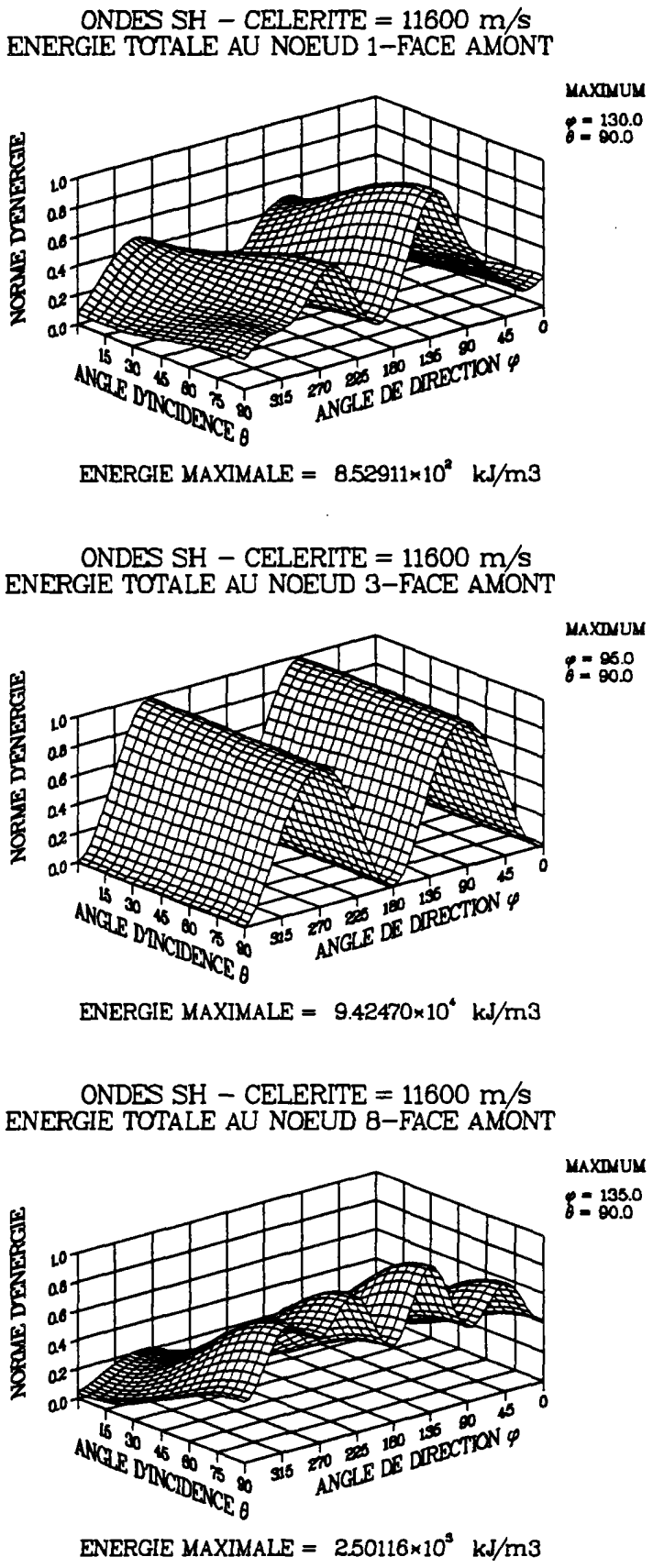
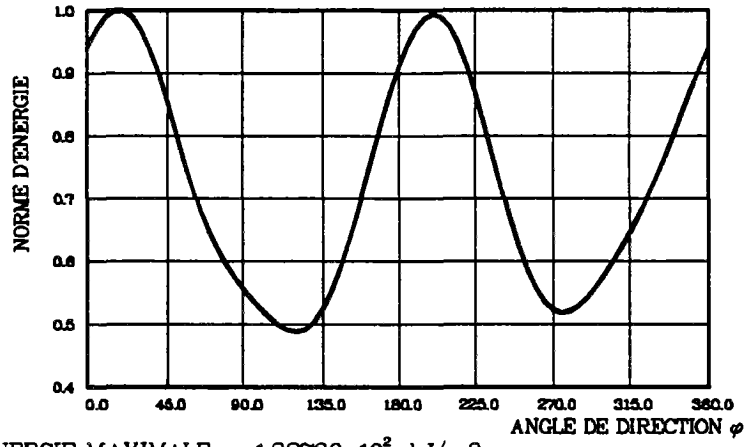


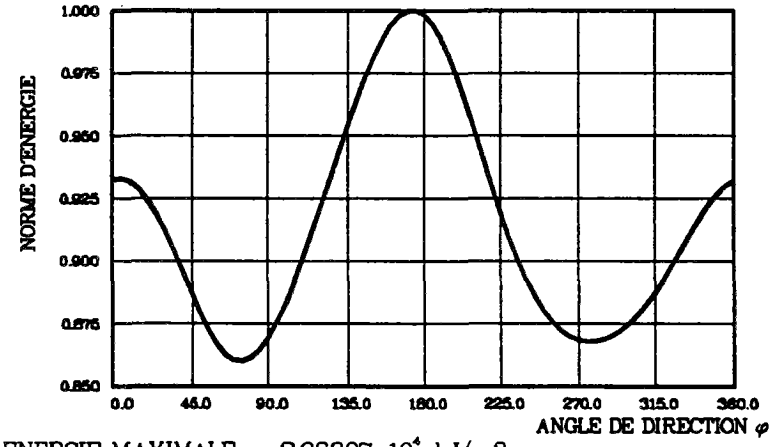
Figure 5.133 - Energie en fonction d'angle d'incidence (θ,φ). Modèle 12

ONDES DE RAYLEIGH – CELERITE = 10600 m/s
ENERGIE TOTALE AU NOEUD 1–FACE AMONT



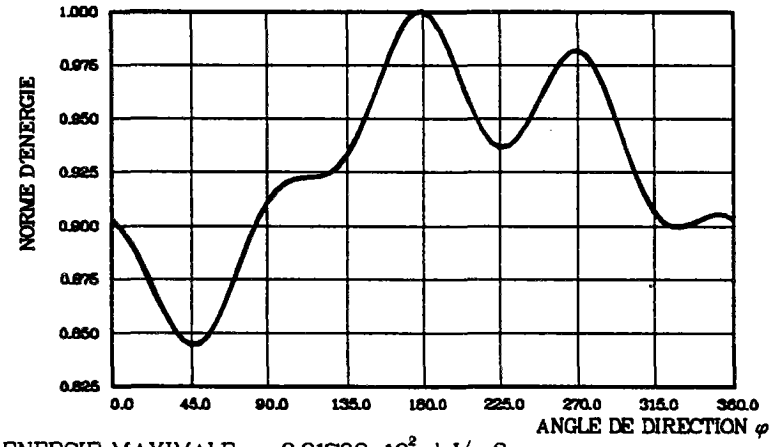
ENERGIE MAXIMALE = 1.32739×10^{2} kJ/m3

ONDES DE RAYLEIGH – CELERITE = 10600 m/s
ENERGIE TOTALE AU NOEUD 3–FACE AMONT



ENERGIE MAXIMALE = 2.98807×10^{4} kJ/m3

ONDES DE RAYLEIGH – CELERITE = 10600 m/s
ENERGIE TOTALE AU NOEUD 8–FACE AMONT



ENERGIE MAXIMALE = 8.91709×10^{2} kJ/m3

Figure 5.134 - Energie en fonction d'angle de direction φ. Modèle 12

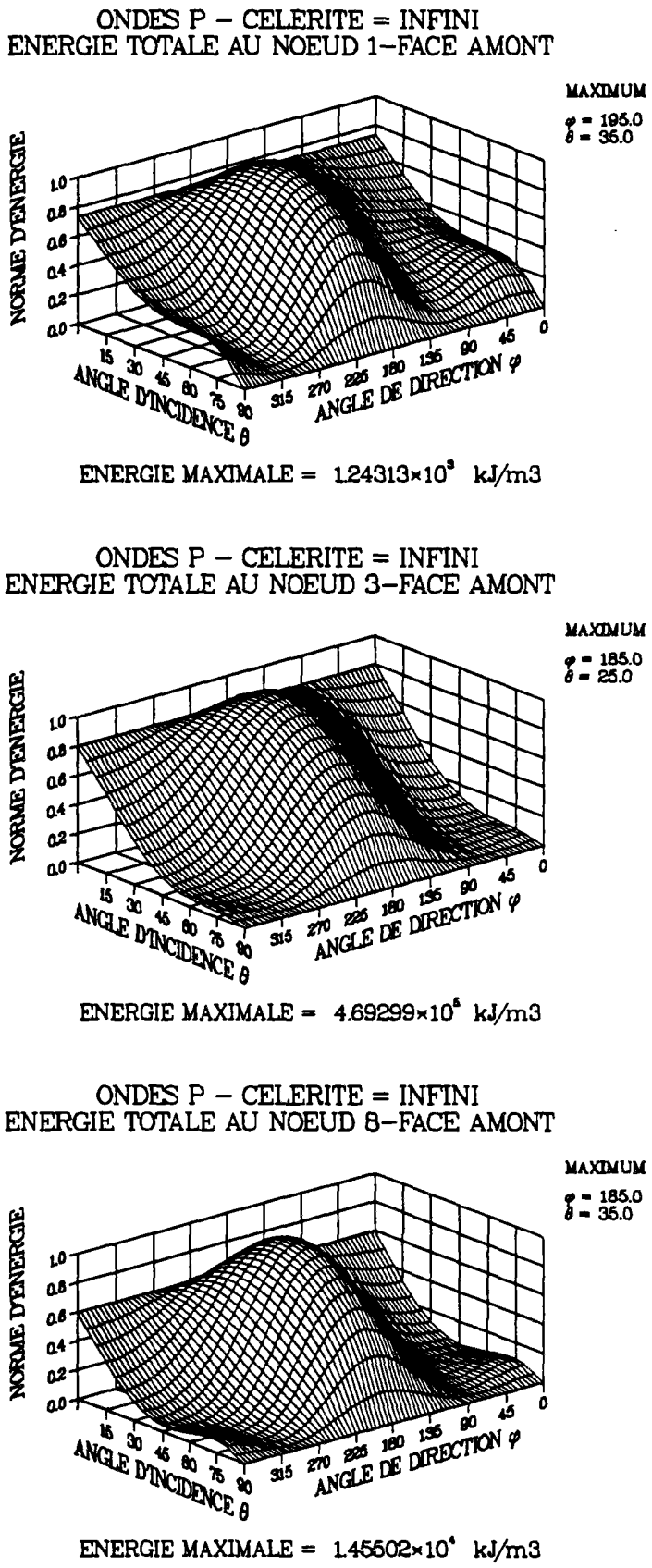
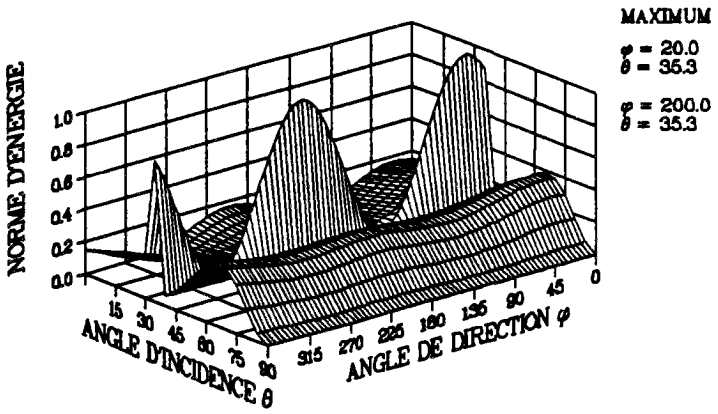


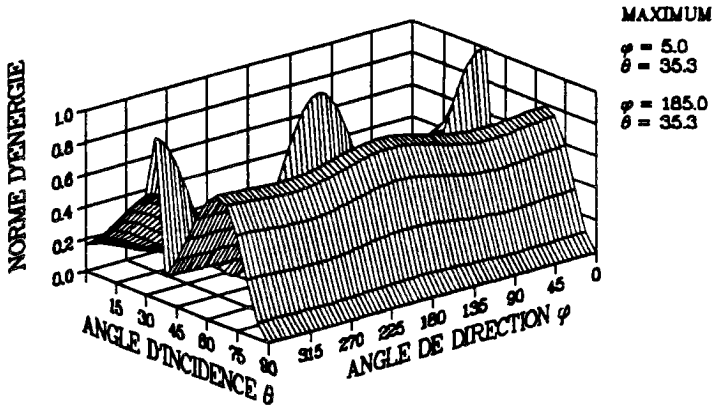
Figure 5.135 - Energie en fonction d'angle d'incidence (θ,φ). Modèle 12

ONDES SV – CELERITE = INFINI
ENERGIE TOTALE AU NOEUD 1–FACE AMONT



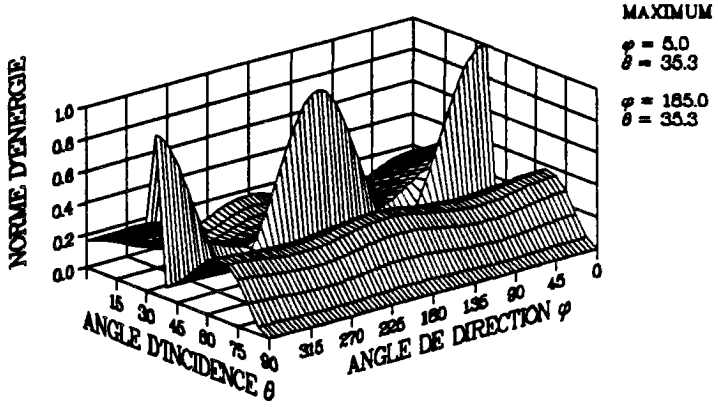
ENERGIE MAXIMALE = 4.00247×10^{3} kJ/m3

ONDES SV – CELERITE = INFINI
ENERGIE TOTALE AU NOEUD 3–FACE AMONT



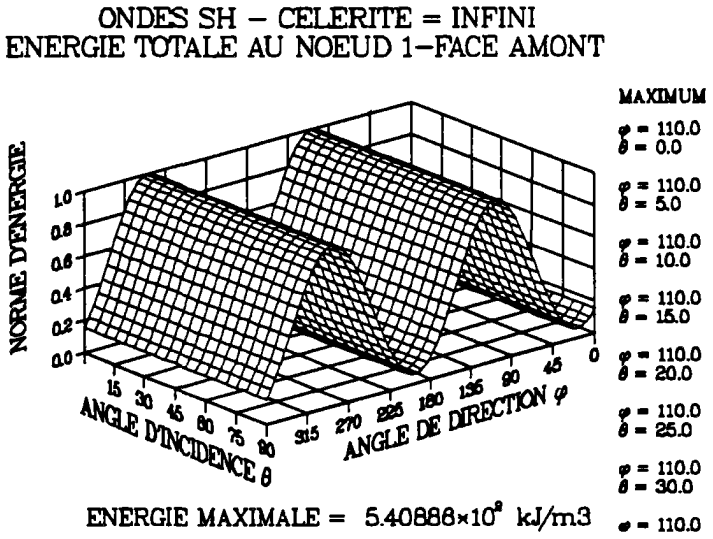
ENERGIE MAXIMALE = 6.56904×10^{5} kJ/m3

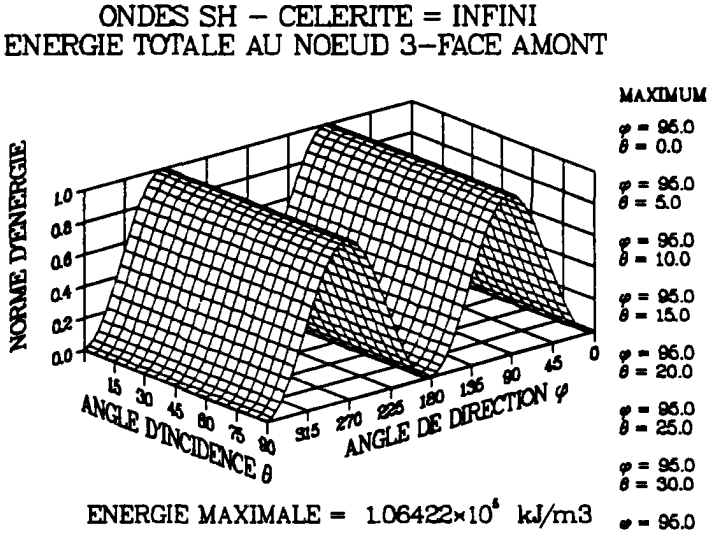
ONDES SV – CELERITE = INFINI
ENERGIE TOTALE AU NOEUD 8–FACE AMONT



ENERGIE MAXIMALE = 3.58975×10^{4} kJ/m3

Figure 5.136 - Energie en fonction d'angle d'incidence (θ,φ). Modèle 12





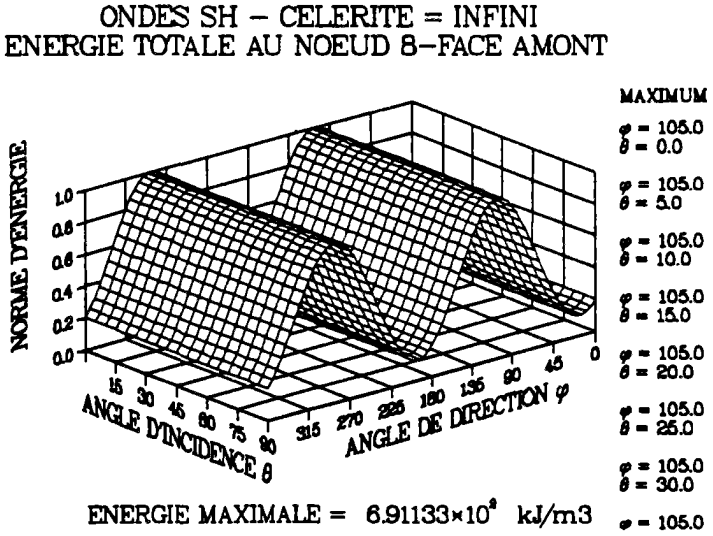
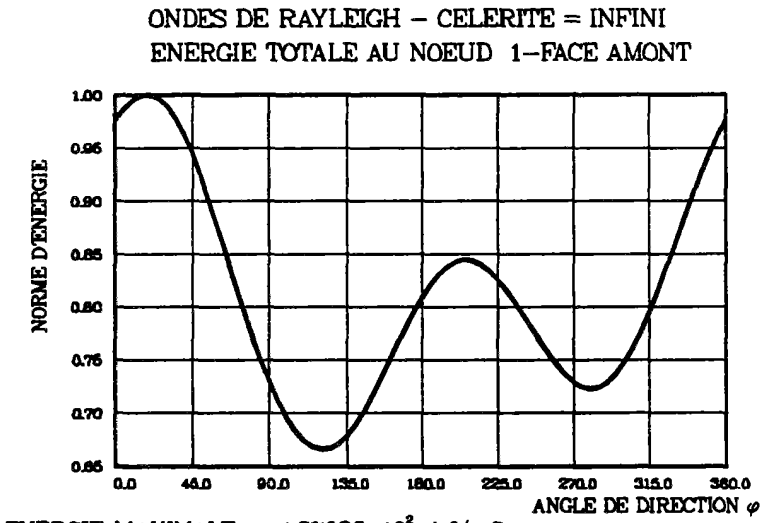
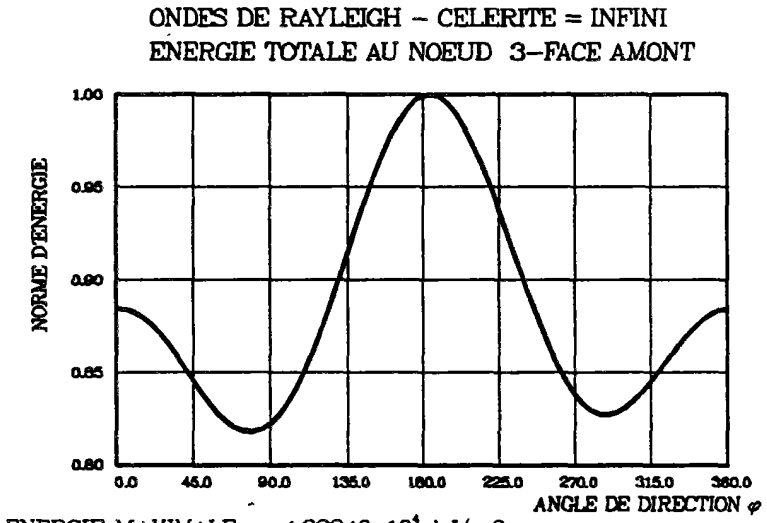


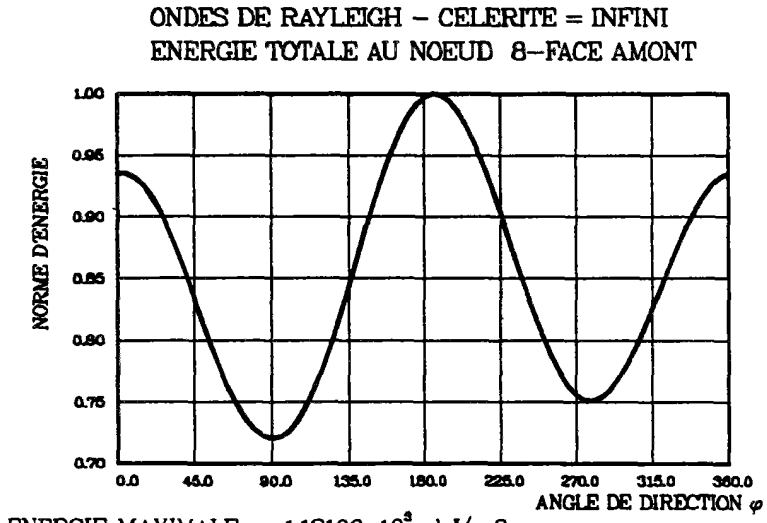
Figure 5.137 - Energie en fonction d'angle d'incidence (θ,φ). Modèle 12



ENERGIE MAXIMALE = 1.27035×10^{2} kJ/m3



ENERGIE MAXIMALE = 4.32248×10^{4} kJ/m3



ENERGIE MAXIMALE = 1.13100×10^{3} kJ/m3

Figure 5.138 - Energie en fonction d'angle de direction φ. Modèle 12

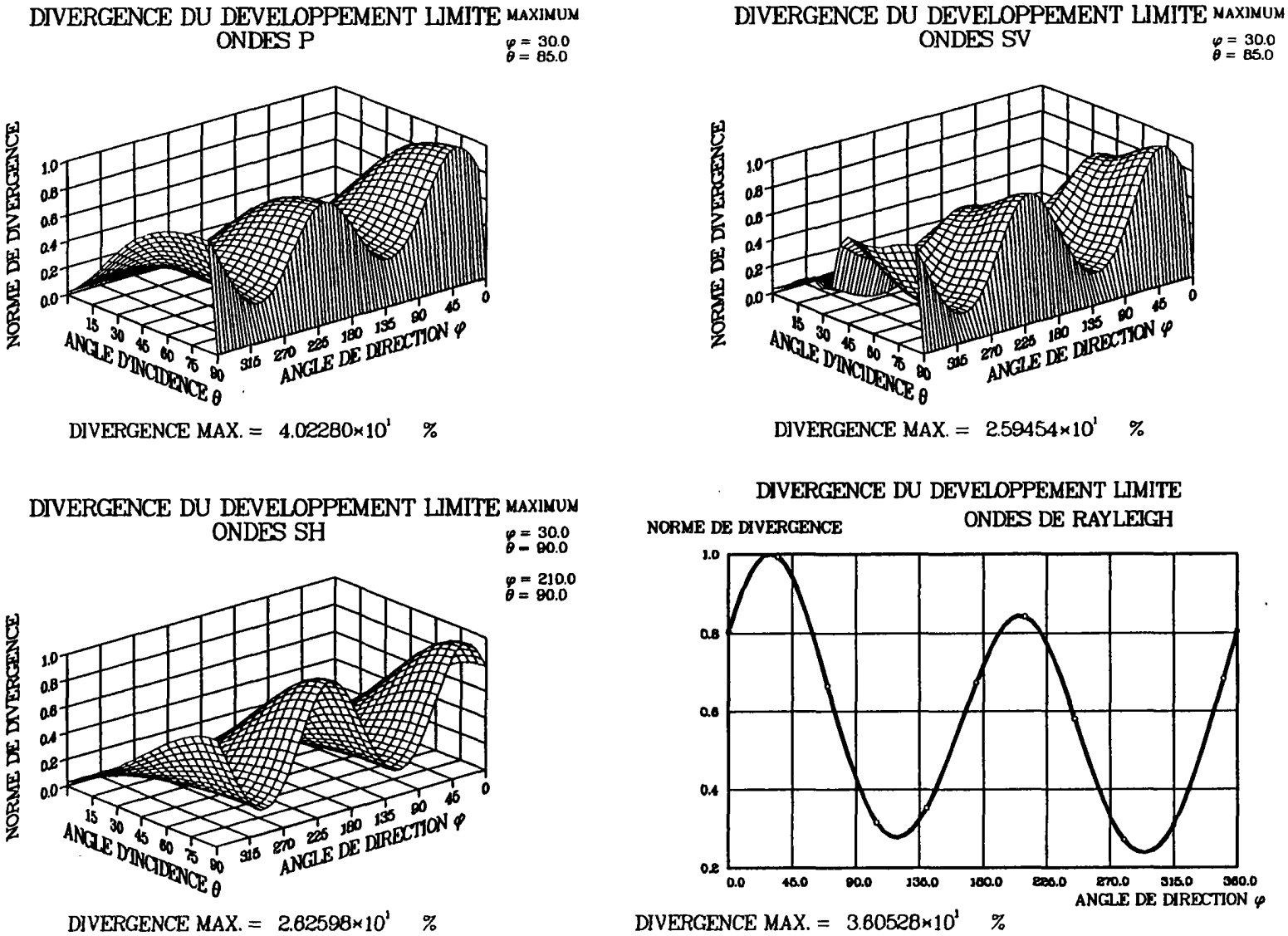


Figure 5.139 - Divergence maximale (aux noeuds du modèle 1 qui sont les plus loin de l'origine) des expressions approximatives avec 30 fonctions de forme par rapport aux expressions exactes des ondes P, SV, SH et R, pour différents types d'ondes et une longueur d'onde de 2000 m

V.3.3 INFLUENCE DE LA COMPRESSIBILITE DE L'EAU ET DE LA RETENUE PLEINE

Les figures 5.171 à 5.190 démontrent l'influence de la compressibilité de l'eau ainsi que l'influence de la retenue pleine (par rapport à la retenue vide). Ici aussi, on a utilisé les trois premier modèles avec l'eau compressible, incompressible et la retenue vide, respectivement. Les comparaisons sont effectuées pour la même valeur de célérité du champ proche (c_{pp}=*5000 m/s*) et pour les quatre valeurs correspondantes de célérité du champ lointain (c_{pp}=*5000 m/s, 10000 m/s, 20000 m/s* et *infini*). Pour les besoins de ce travail on se sert des rapports entre les différentes énergies. Elles sont représentées aux noeuds qui sont en zones d'appui, de crête et de console centrale. Les énergies totales en zone d'appui et de crête sont présentées aussi.

L'influence de la compressibilité de l'eau dans les modèles utilisés, est expliquée dans les interprétations des résultats (paragraphe V.4).

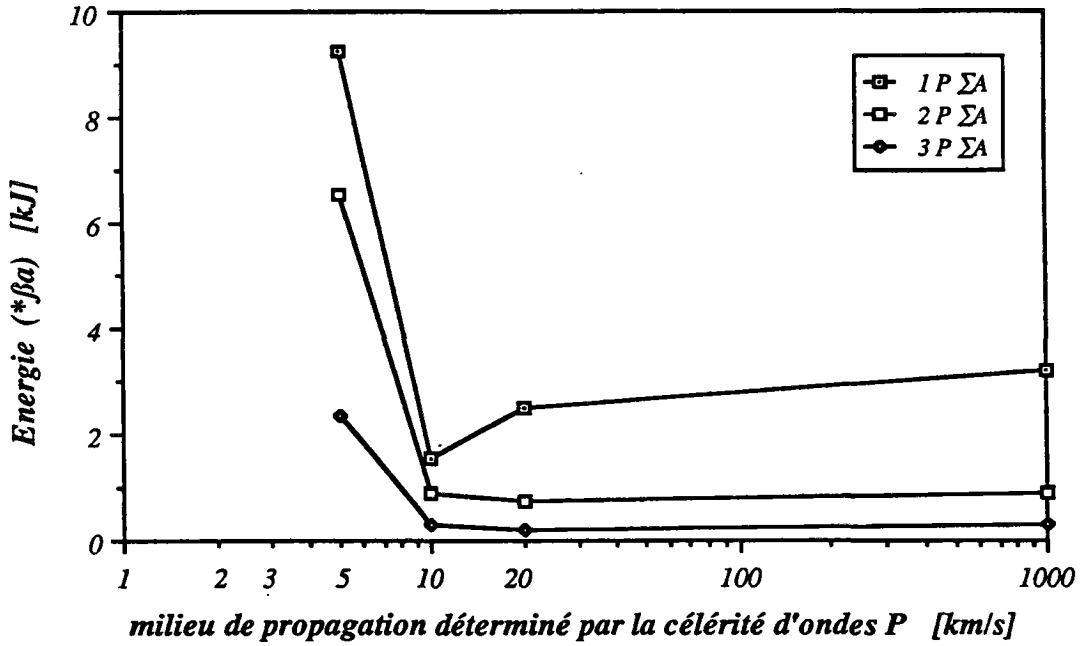
Sur les figures 5.171 à 5.174 on peut voir aussi l'influence de la célérité du champ lointain sur les énergies totales en zone d'appui ainsi qu'en zone de crête.

Pour de même raison que dans les paragraphes précédents, sur certaines figures qui correspondent à la console centrale, les valeurs d'énergies sont plus grande au noeud *6* au-dessous de la crête qu'au noeud *3* qui est en crête.

On note que les valeurs obtenues pour différents noeuds ont été reliées sur les figures avec des lignes droites.

INFLUENCE DE LA COMPRESSIBILITE DE L'EAU ET DE LA RETENUE PLEINE

ondes P - roche déformable



INFLUENCE DE LA COMPRESSIBILITE DE L'EAU ET DE LA RETENUE PLEINE

ondes P - roche déformable

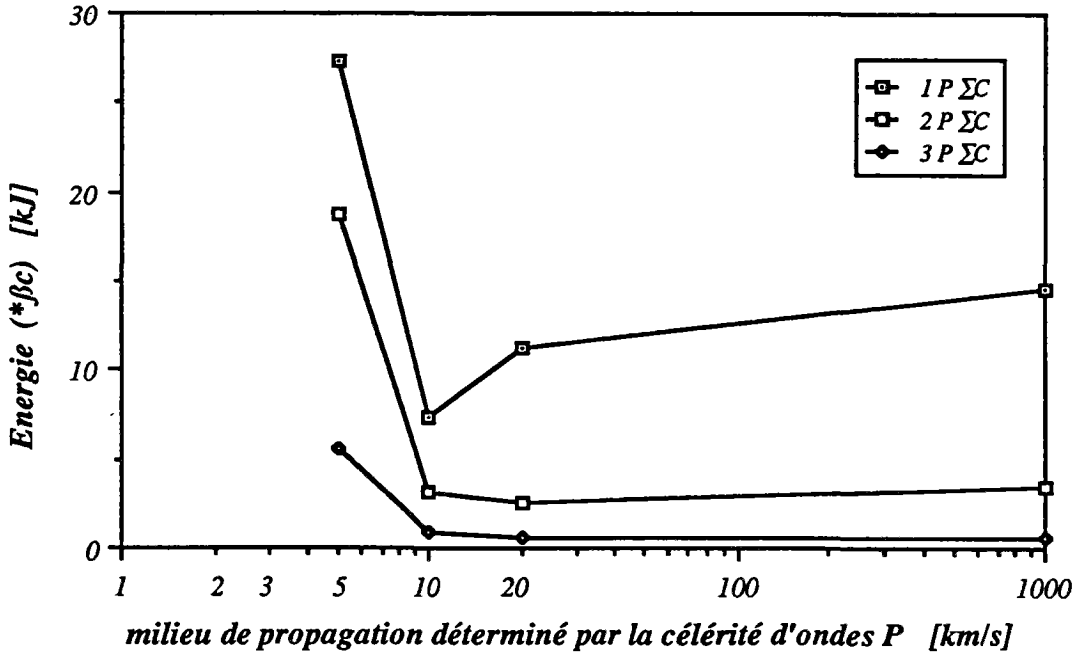
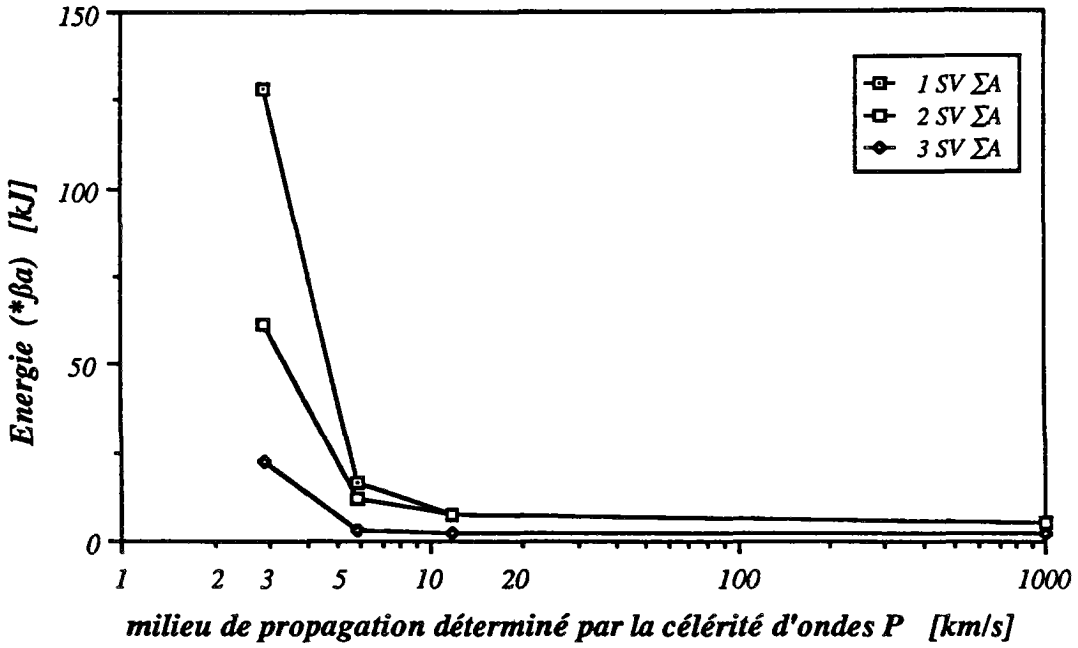


Figure 5.171 - Diagrammes d'énergies totales en zones d'appui (ΣA) et de crête (ΣC). Modèles 1, 2 et 3

INFLUENCE DE LA COMPRESSIBILITE DE L'EAU ET DE LA RETENUE PLEINE

ondes SV - roche déformable



INFLUENCE DE LA COMPRESSIBILITE DE L'EAU ET DE LA RETENUE PLEINE

ondes SV - roche déformable

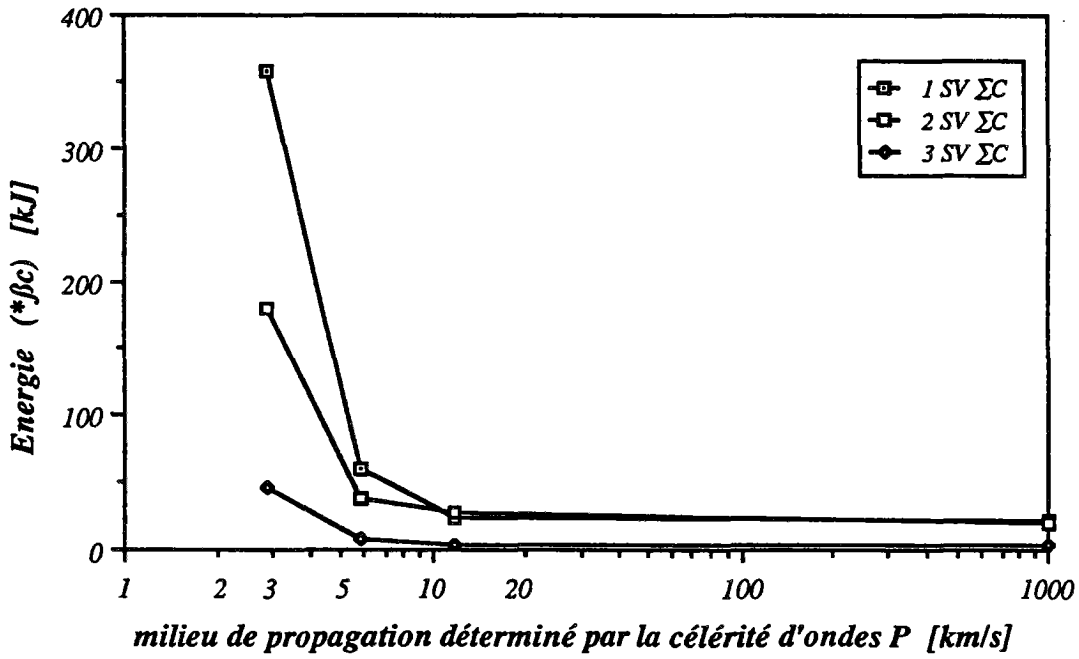
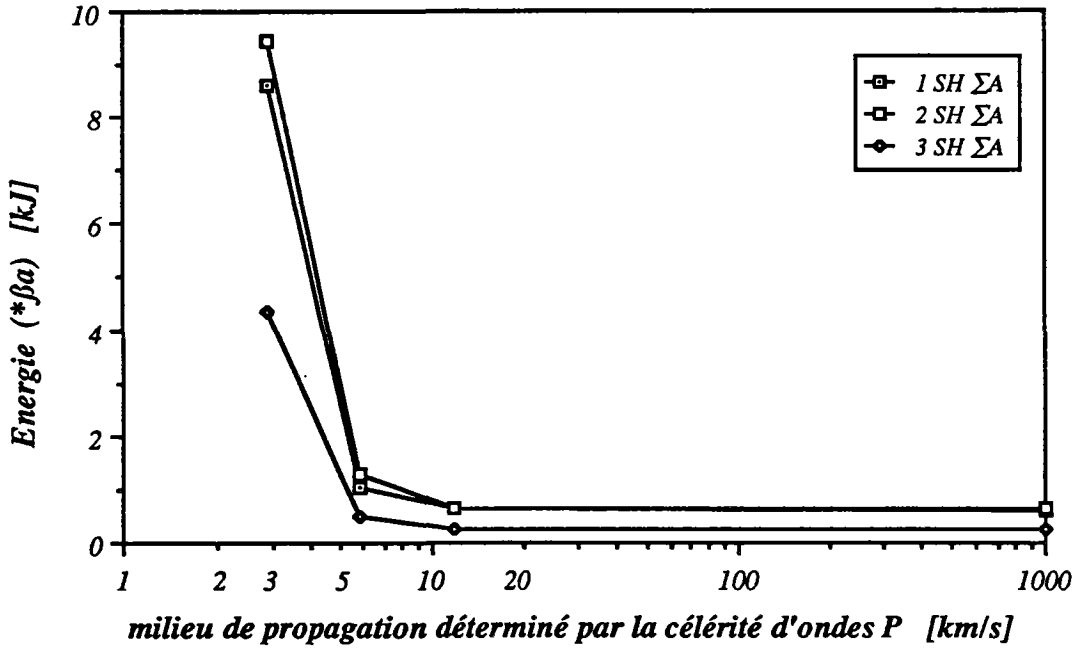


Figure 5.172 - Diagrammes d'énergies totales en zones d'appui (ΣA) et de crête (ΣC). Modèles 1, 2 et 3

INFLUENCE DE LA COMPRESSIBILITE DE L'EAU ET DE LA RETENUE PLEINE

ondes SH - roche déformable



INFLUENCE DE LA COMPRESSIBILITE DE L'EAU ET DE LA RETENUE PLEINE

ondes SH - roche déformable

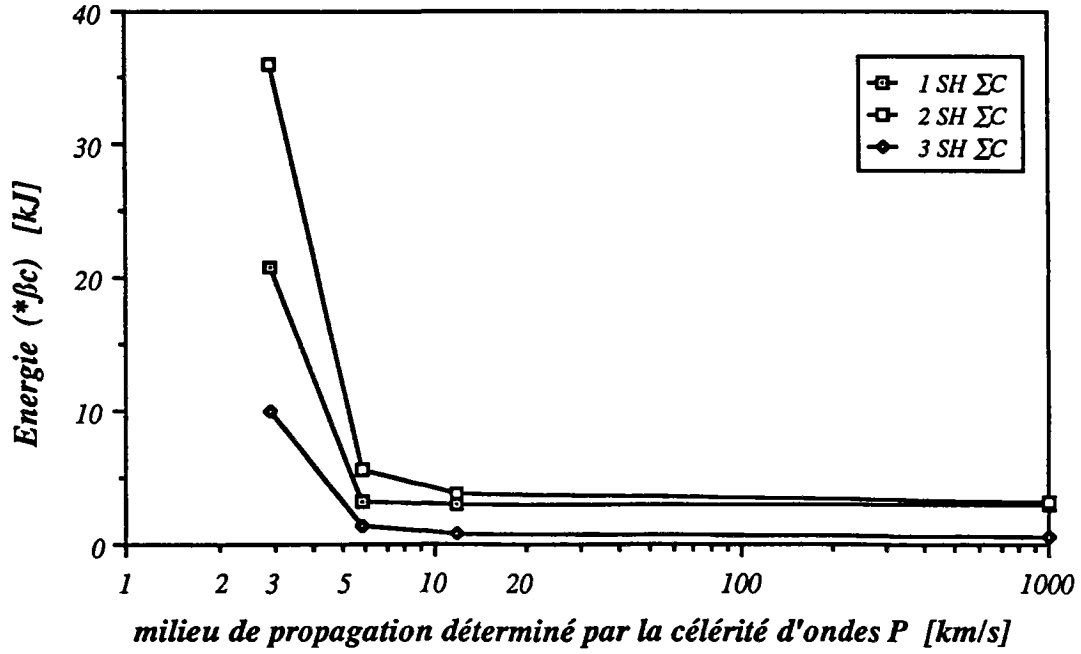
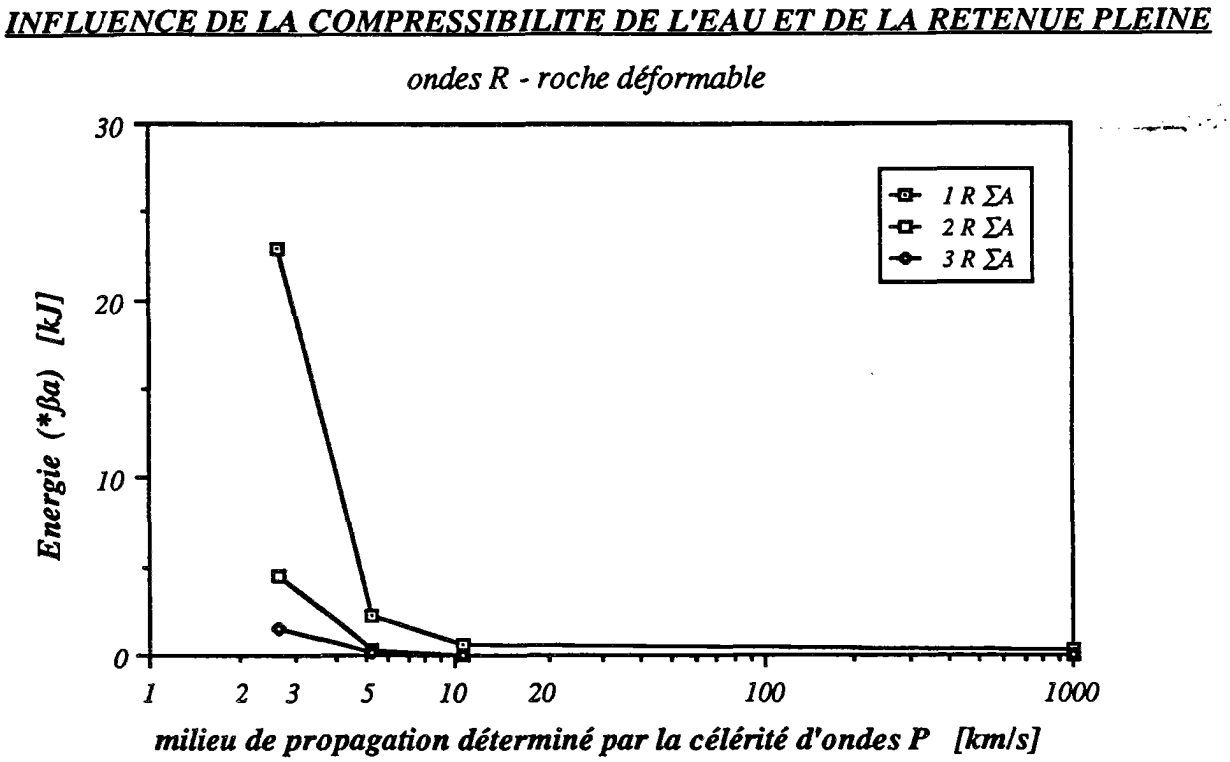


Figure 5.173 - Diagrammes d'énergies totales en zones d'appui (ΣA) et de crête (ΣC). Modèles 1, 2 et 3



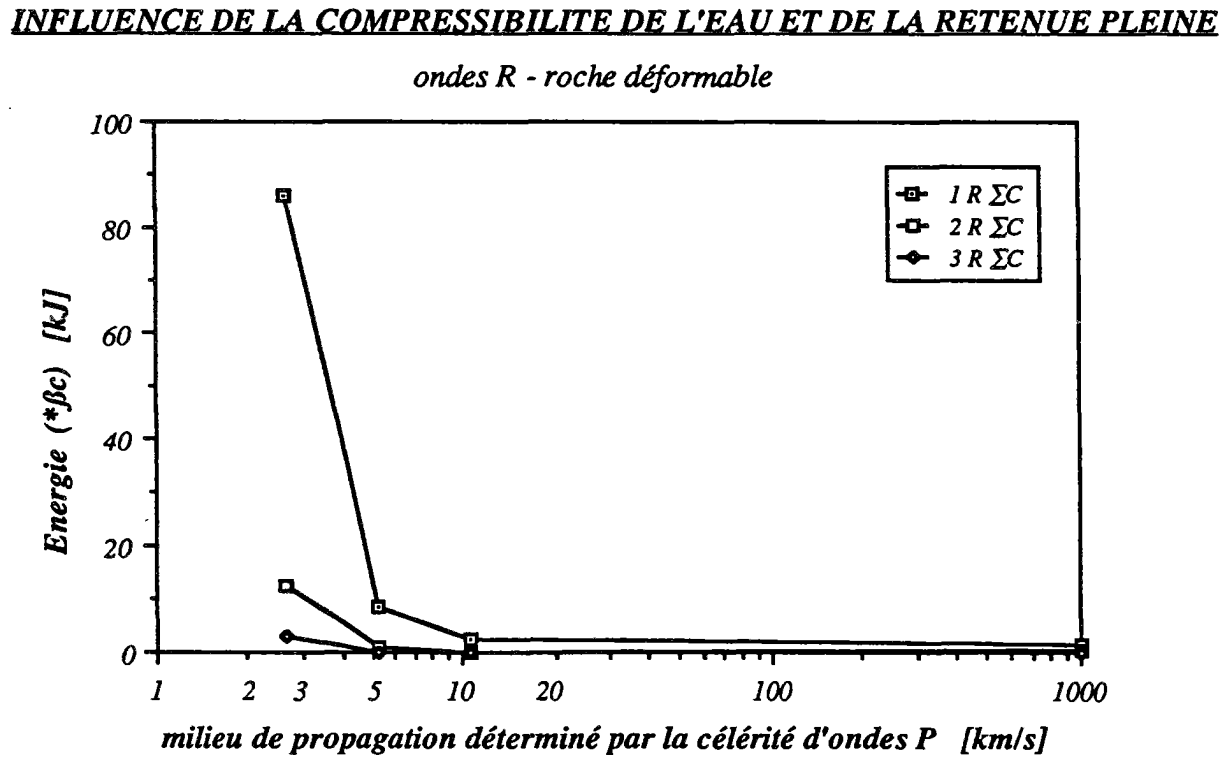
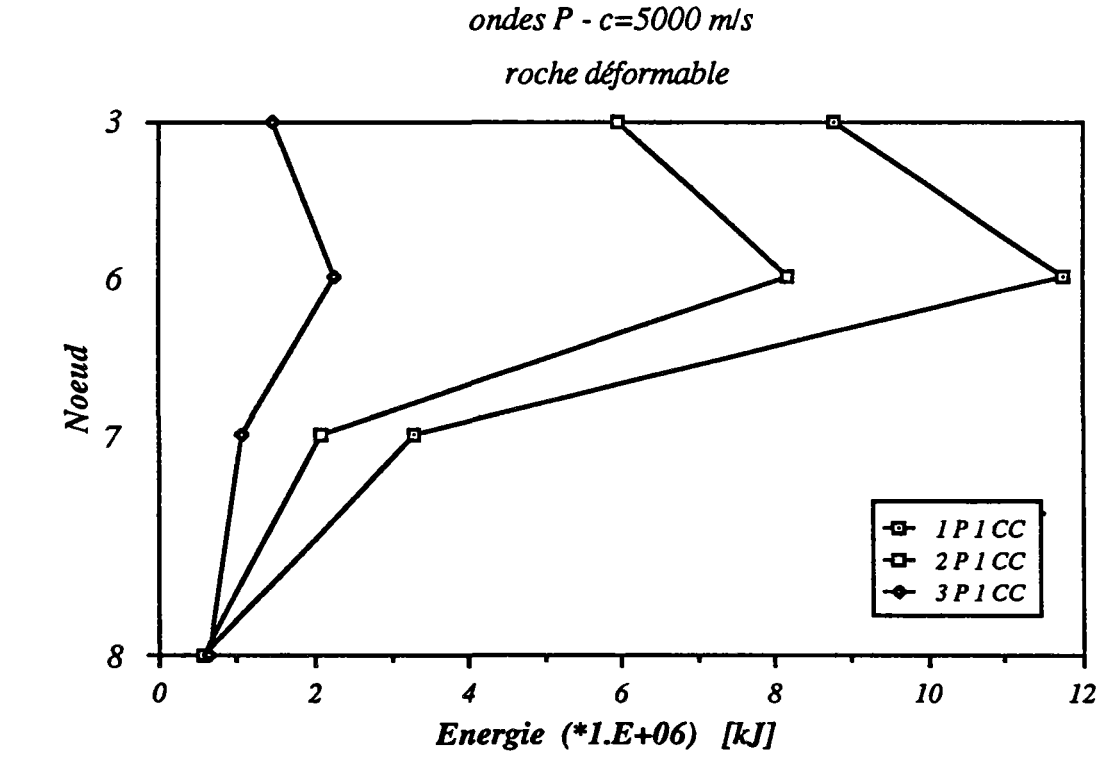


Figure 5.174 - Diagrammes d'énergies totales en zones d'appui (ΣA) et de crête (ΣC). Modèles 1, 2 et 3



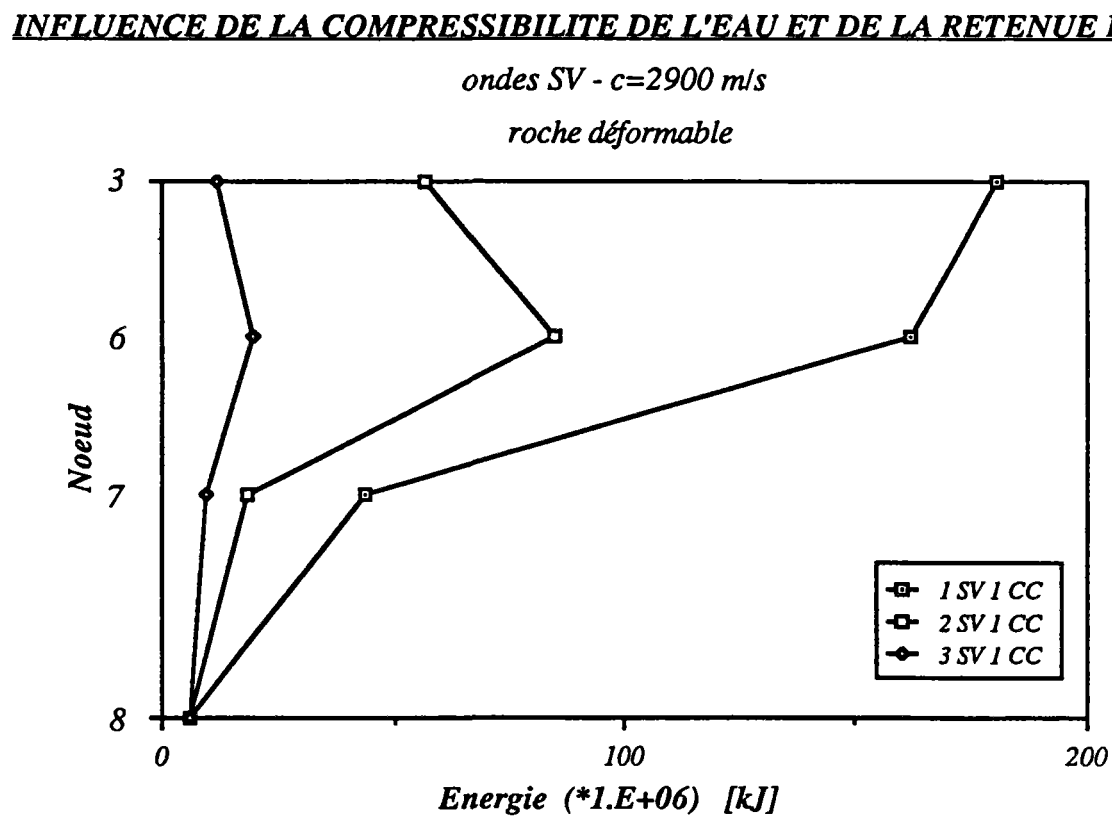
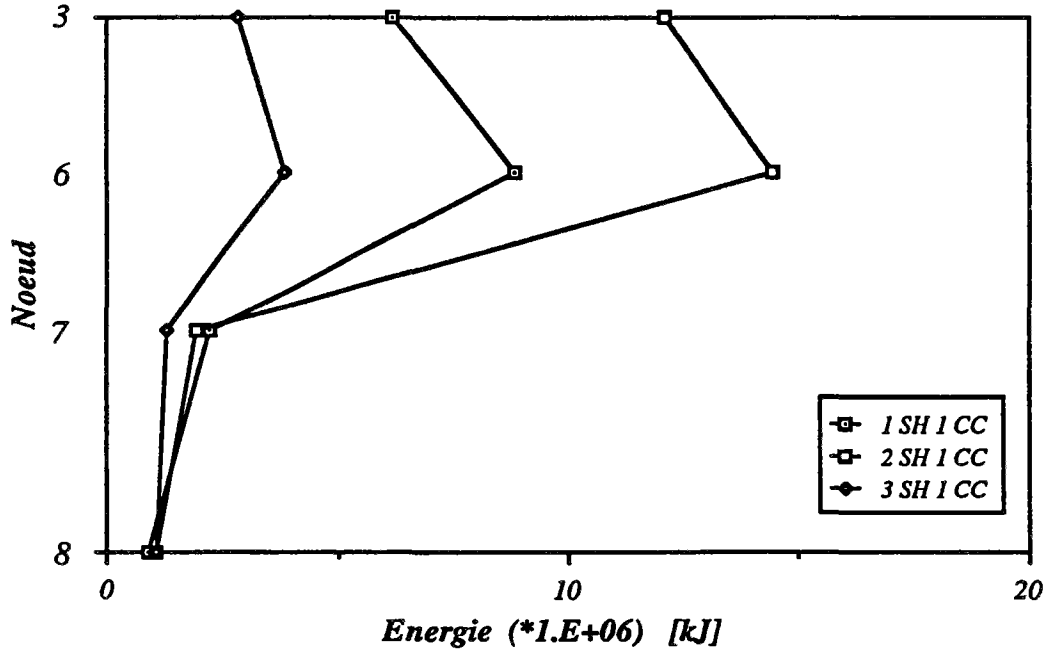


Figure 5.175 - Diagrammes d'énergies en zone de console centrale (CC). Modèles 1, 2 et 3

INFLUENCE DE LA COMPRESSIBILITE DE L'EAU ET DE LA RETENUE PLEINE

ondes SH - c=2900 m/s

roche déformable



INFLUENCE DE LA COMPRESSIBILITE DE L'EAU ET DE LA RETENUE PLEINE

ondes R - c=2650 m/s

roche déformable

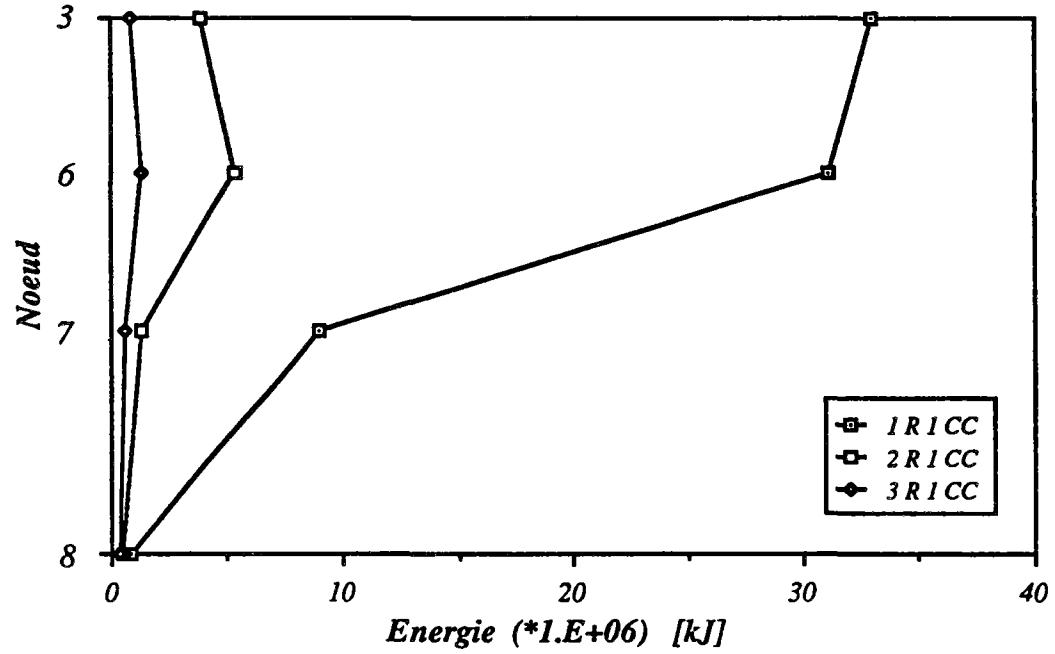
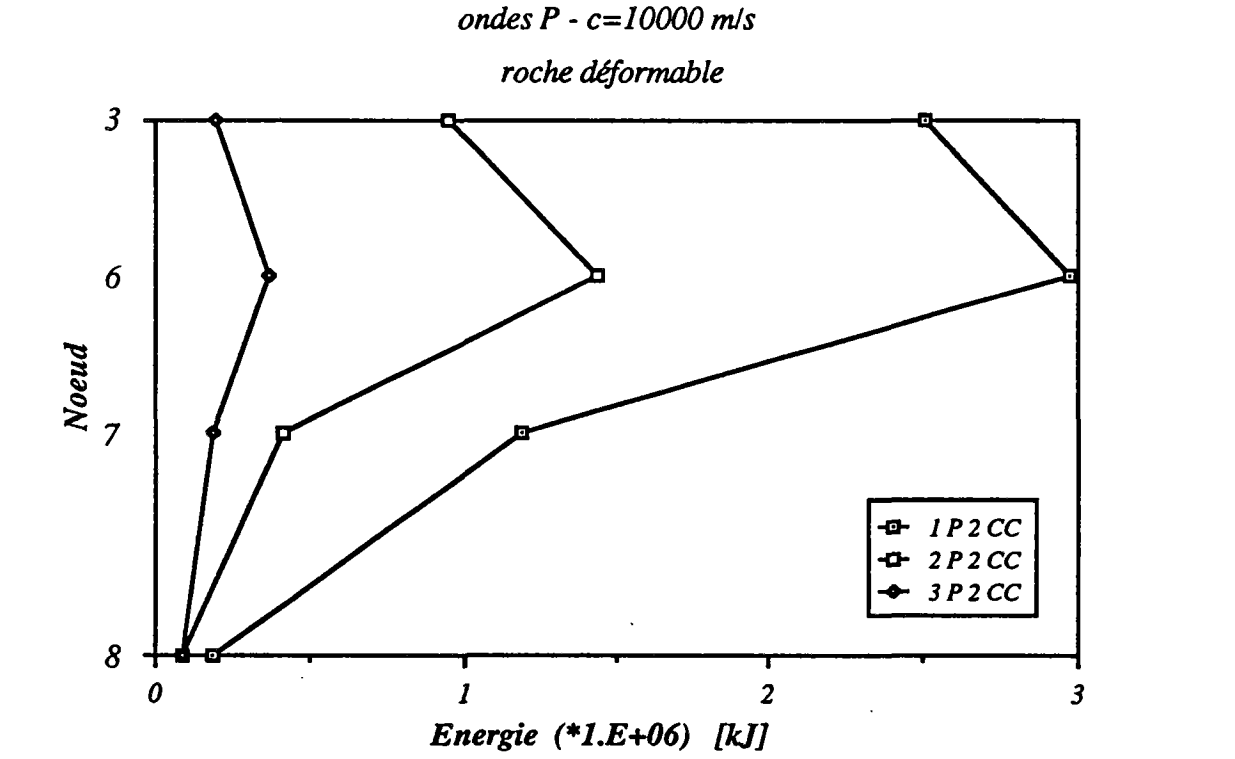


Figure 5.176 - Diagrammes d'énergies en zone de console centrale (CC). Modèles 1, 2 et 3



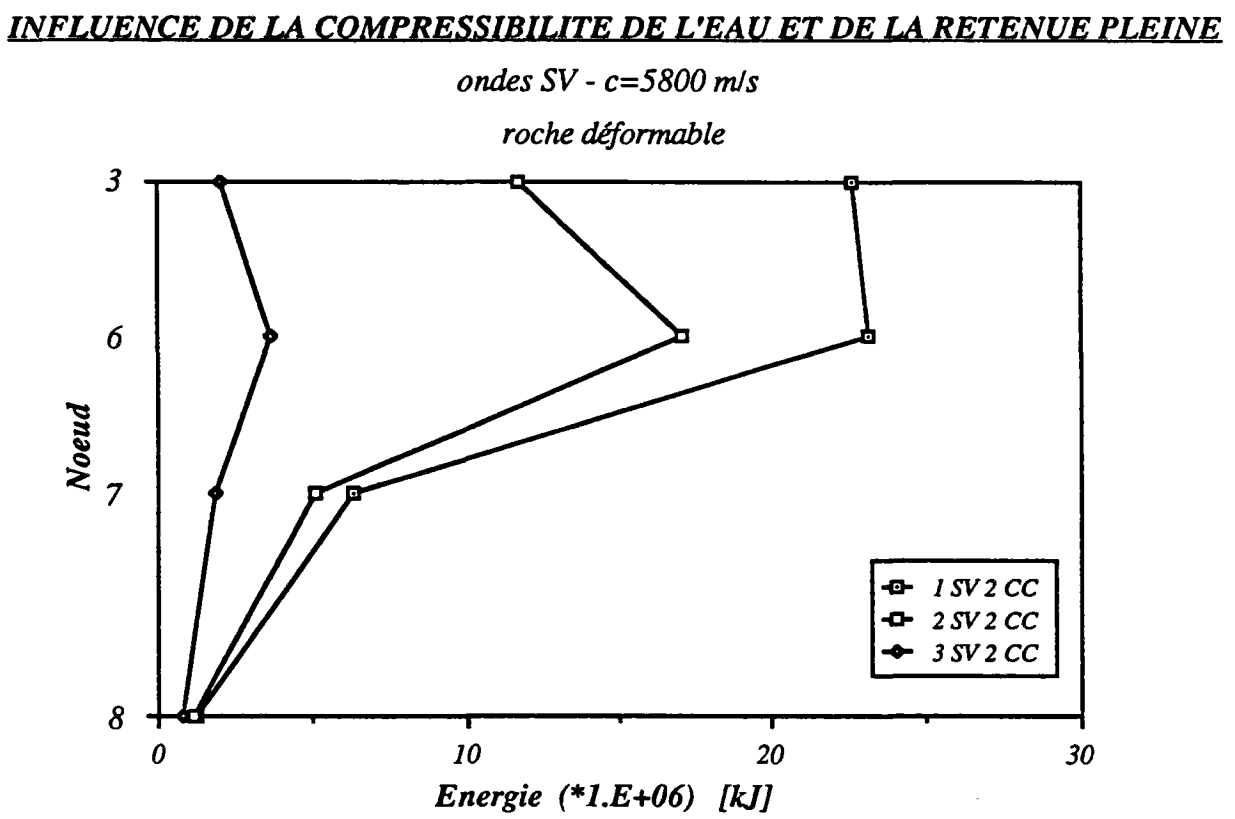
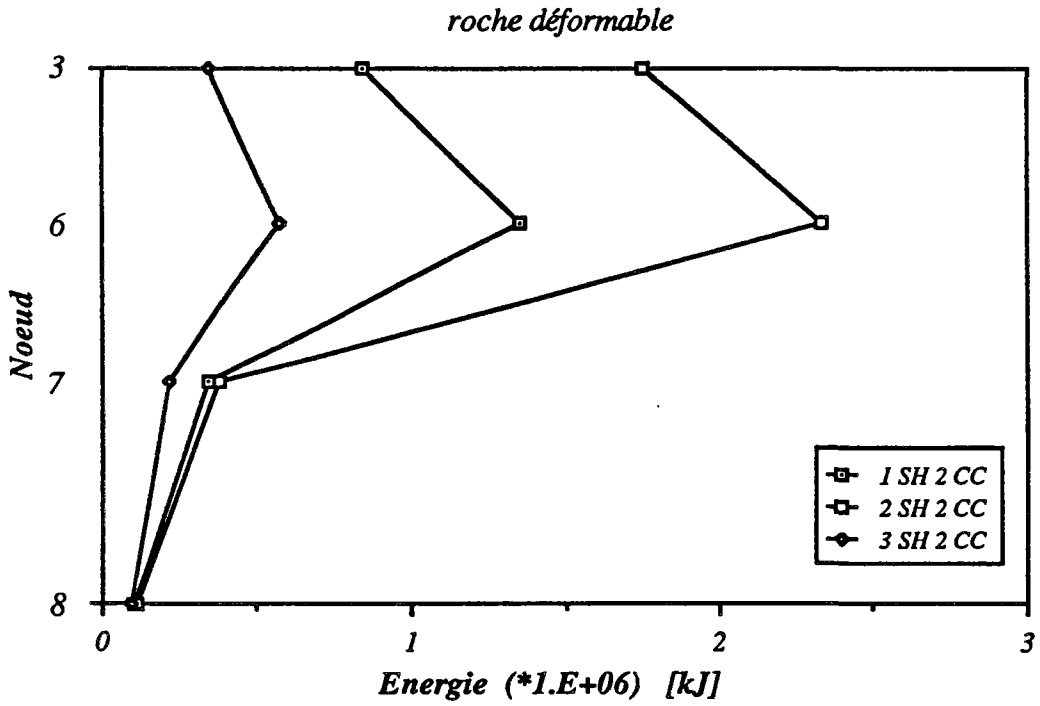


Figure 5.177 - Diagrammes d'énergies en zone de console centrale (CC). Modèles 1, 2 et 3



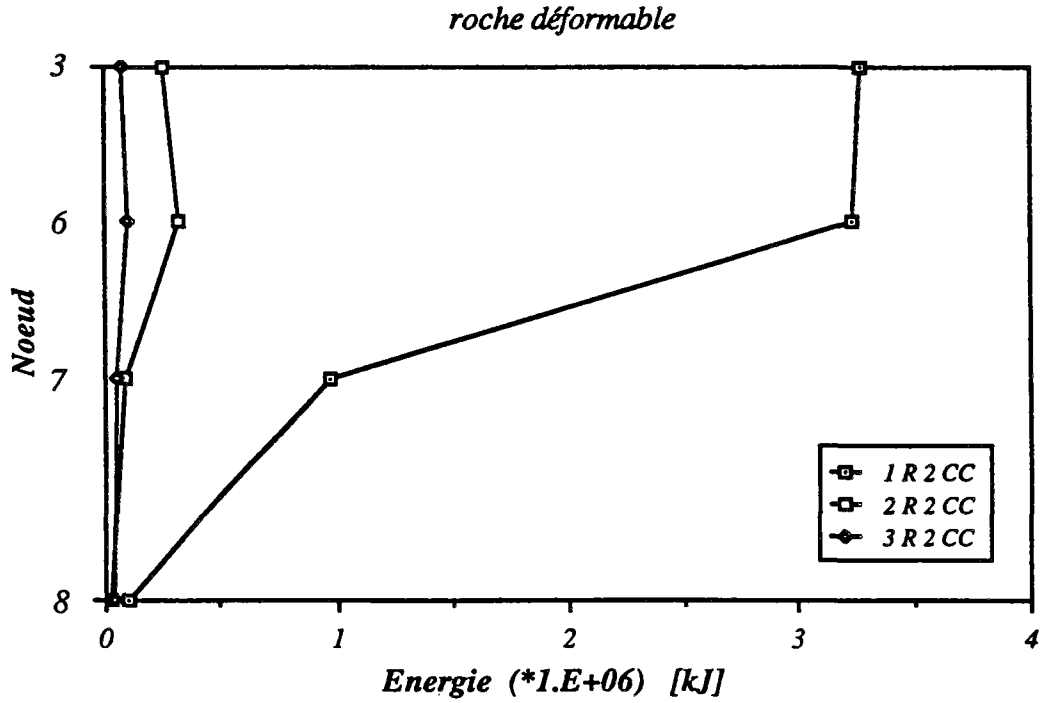
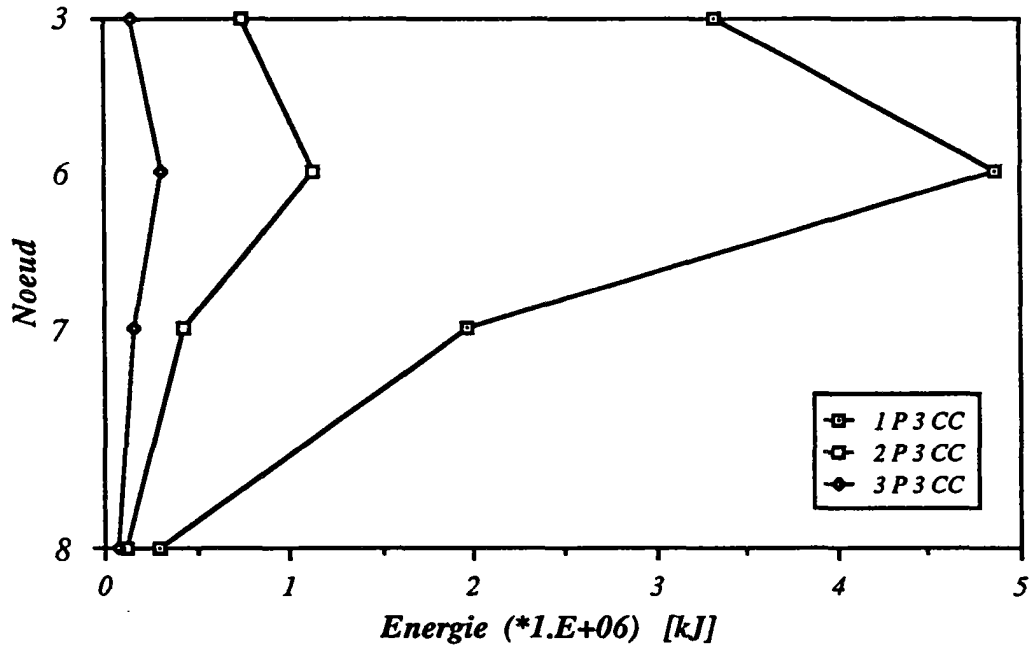


Figure 5.178 - Diagrammes d'énergies en zone de console centrale (CC). Modèles 1, 2 et 3

INFLUENCE DE LA COMPRESSIBILITE DE L'EAU ET DE LA RETENUE PLEINE

ondes P - c=20000 m/s

roche déformable



INFLUENCE DE LA COMPRESSIBILITE DE L'EAU ET DE LA RETENUE VIDE

ondes SV - c=11600 m/s

roche déformable

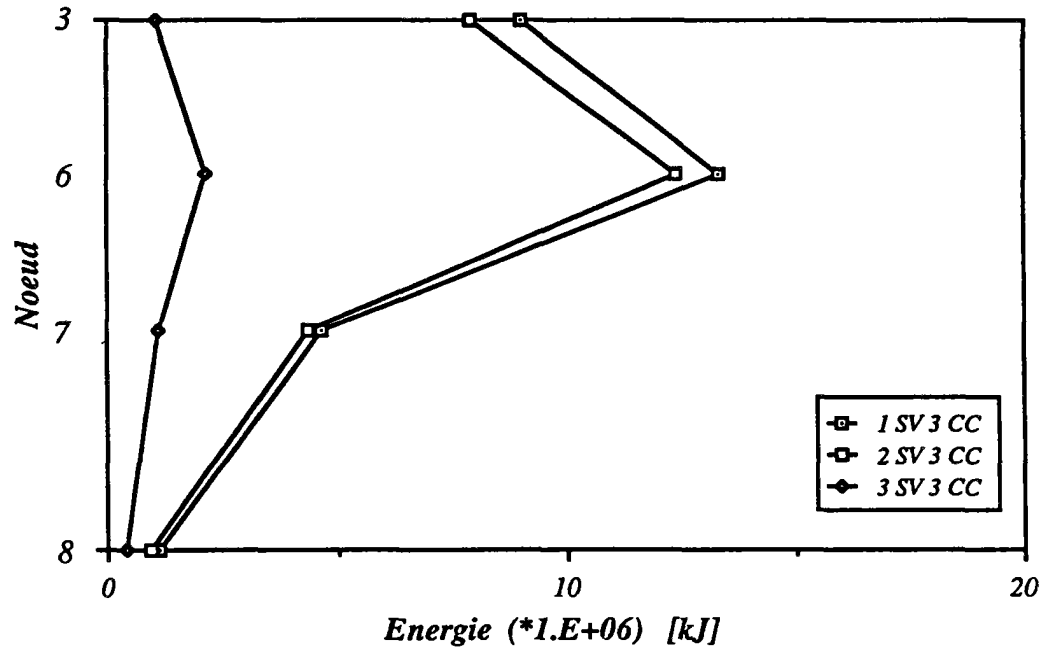
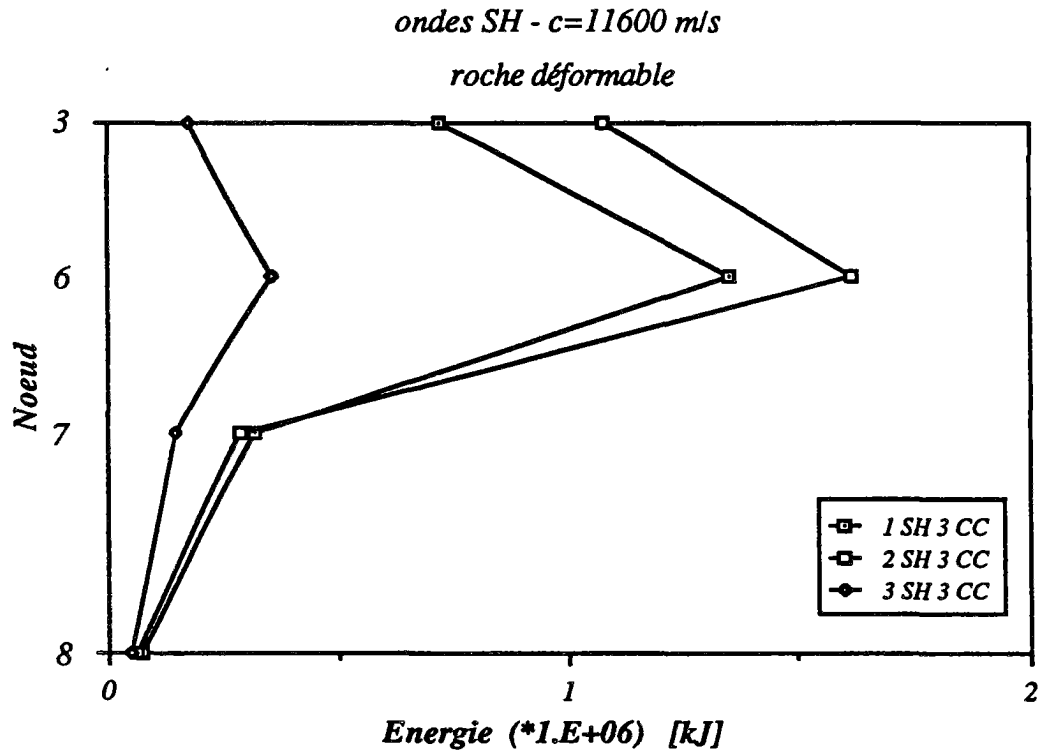


Figure 5.179 - Diagrammes d'énergies en zone de console centrale (CC). Modèles 1, 2 et 3



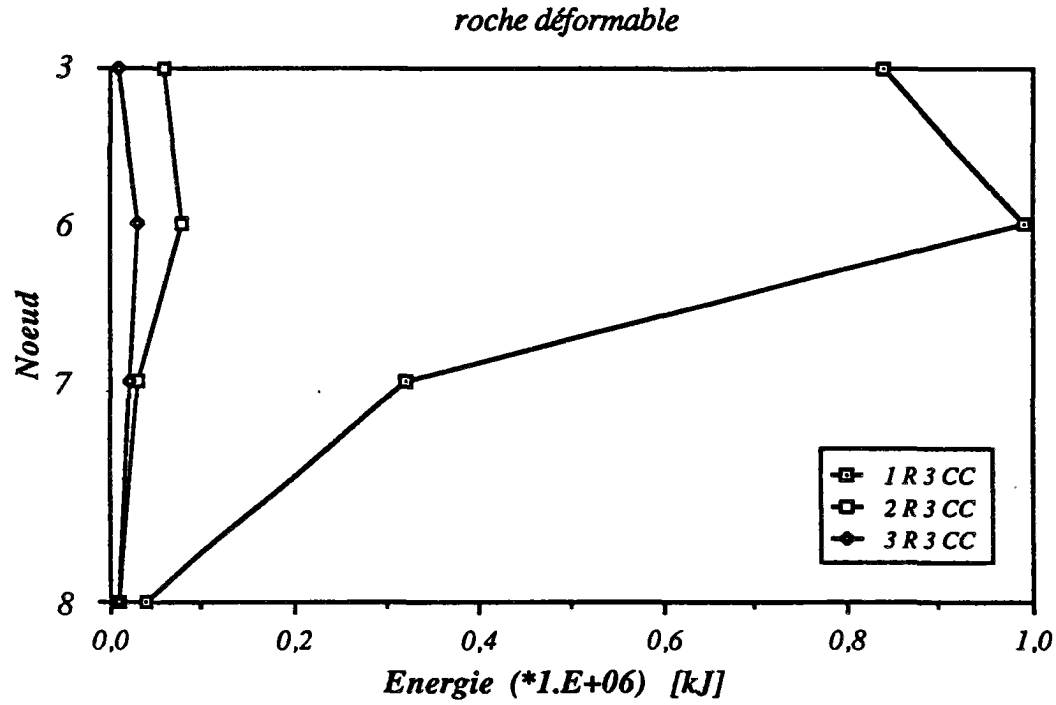
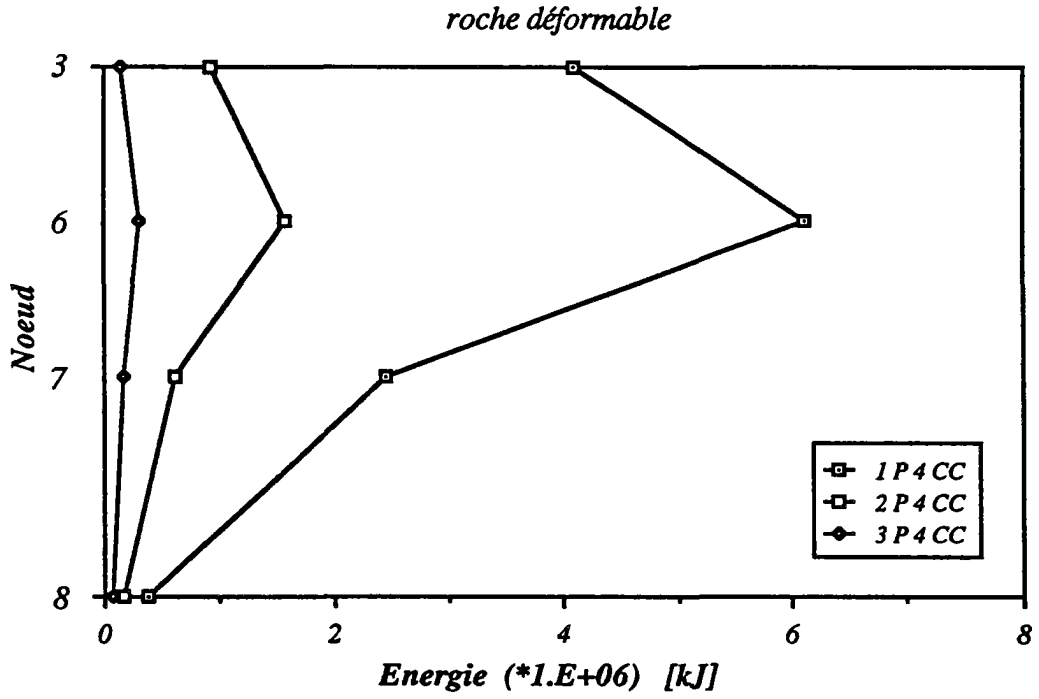


Figure 5.180 - Diagrammes d'énergies en zone de console centrale (CC). Modèles 1, 2 et 3



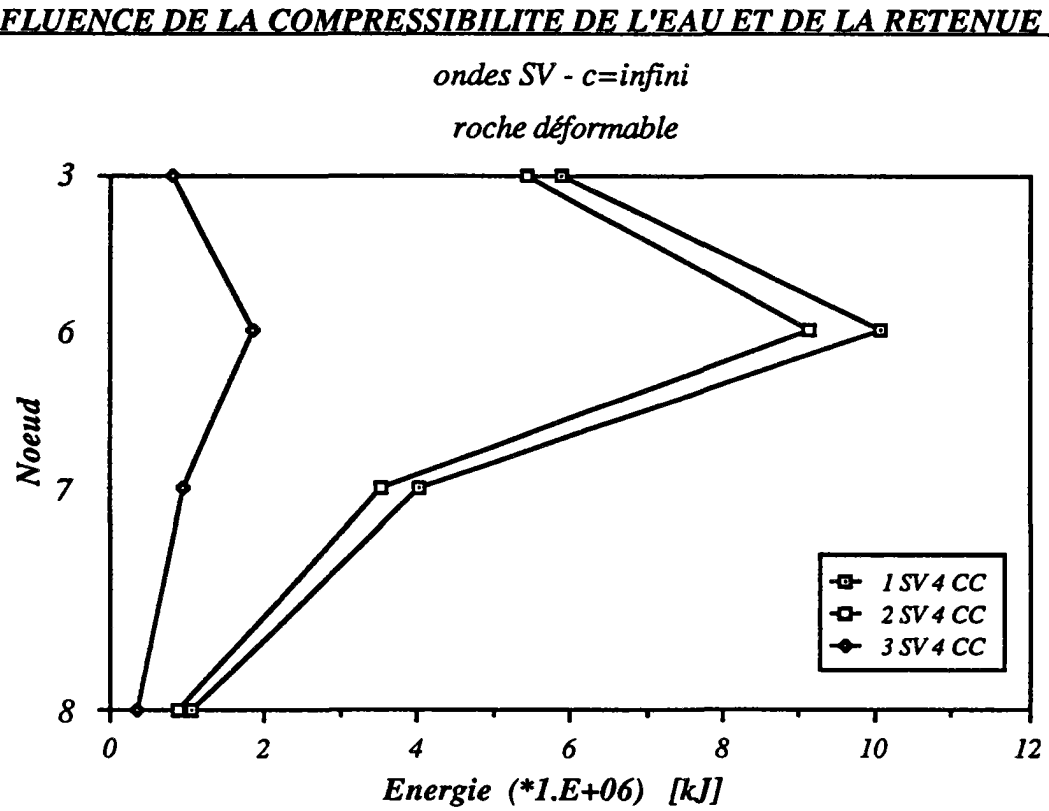
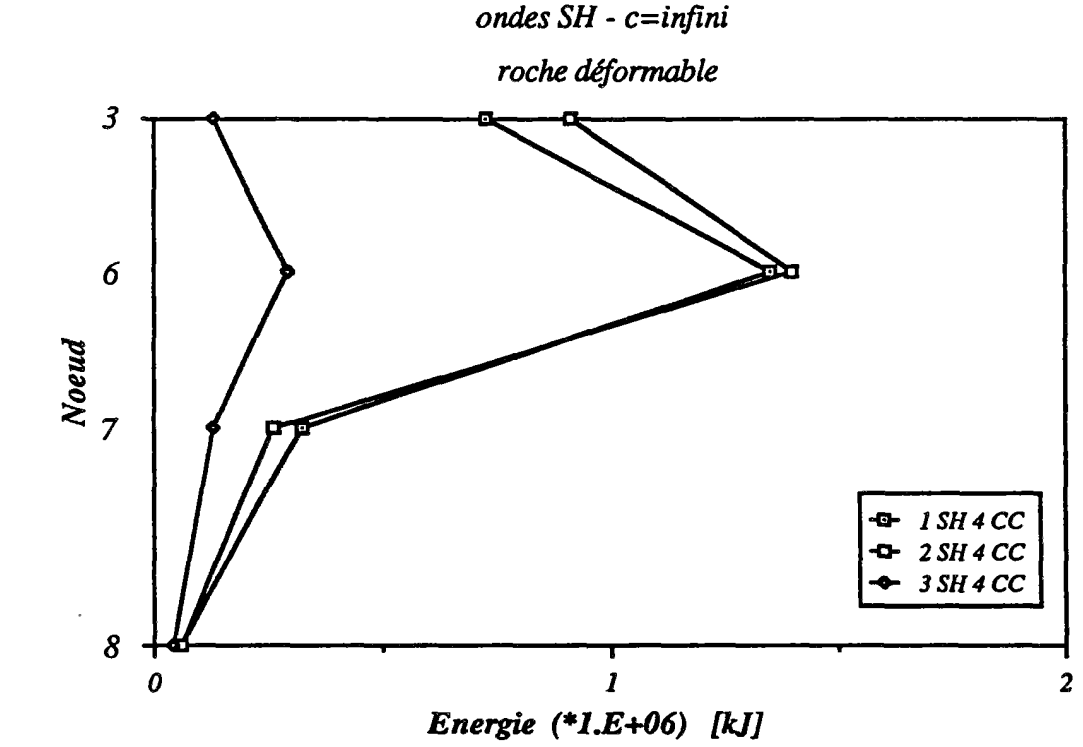


Figure 5.181 - Diagrammes d'énergies en zone de console centrale (CC). Modèles 1, 2 et 3



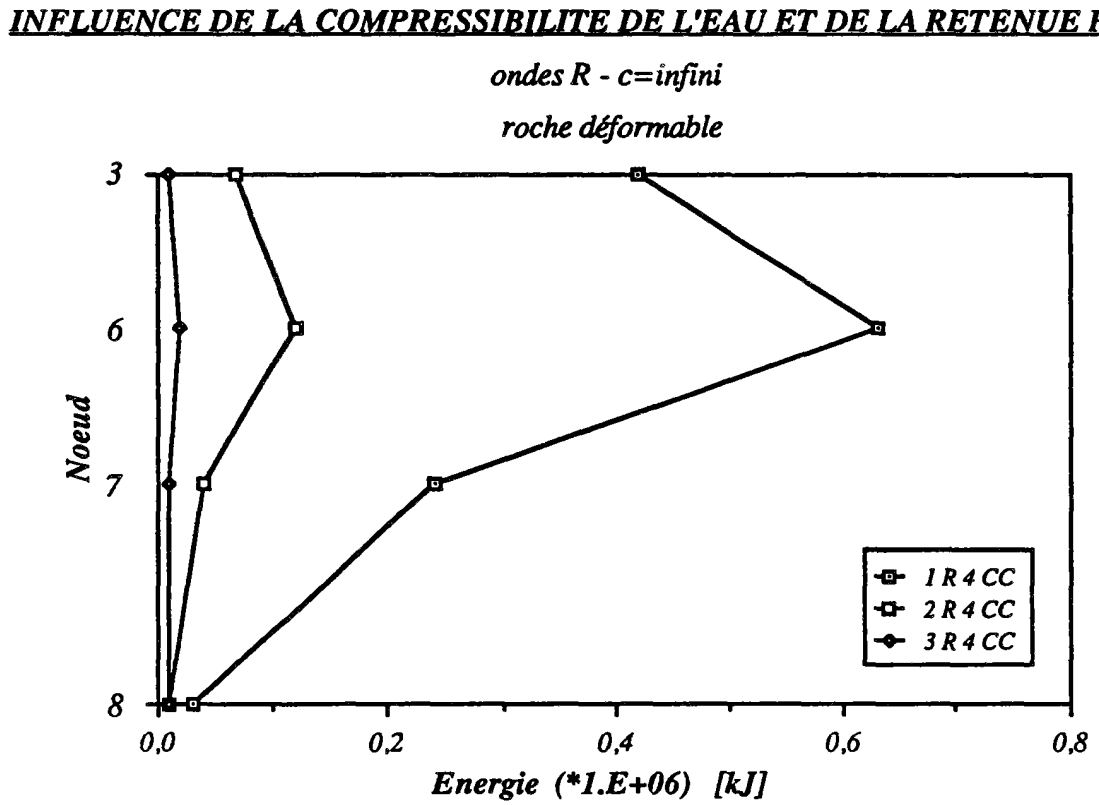
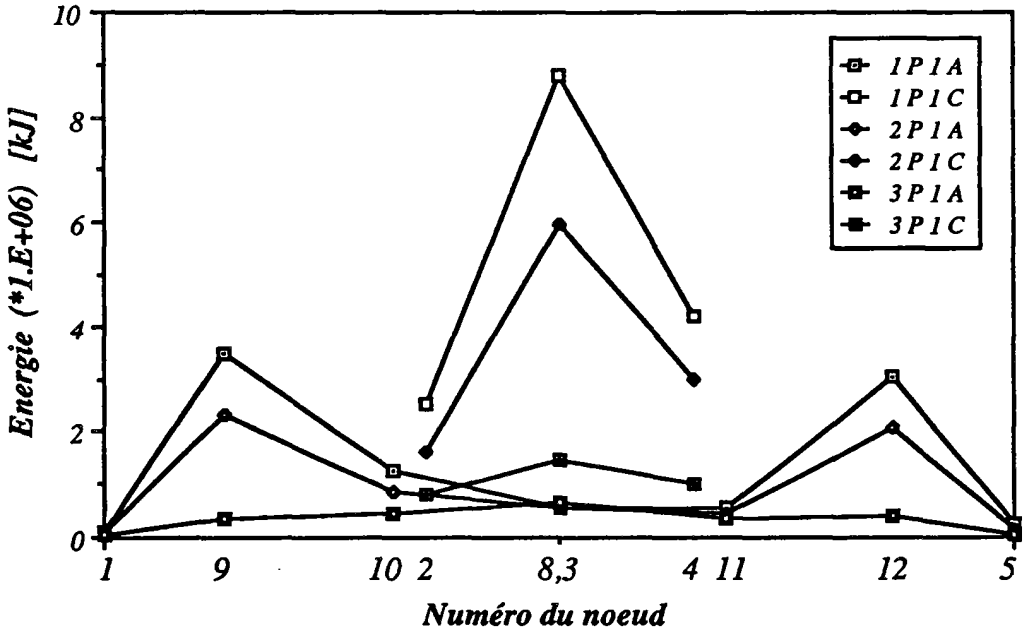


Figure 5.182 - Diagrammes d'énergies en zone de console centrale (CC). Modèles 1, 2 et 3

INFLUENCE DE LA COMPRESSIBILITE DE L'EAU ET DE LA RETENUE PLEINE

ondes P - célérité c=5000 m/s

roche déformable



INFLUENCE DE LA COMPRESSIBILITE DE L'EAU ET DE LA RETENUE PLEINE

ondes SV - célérité c=2900 m/s

roche déformable

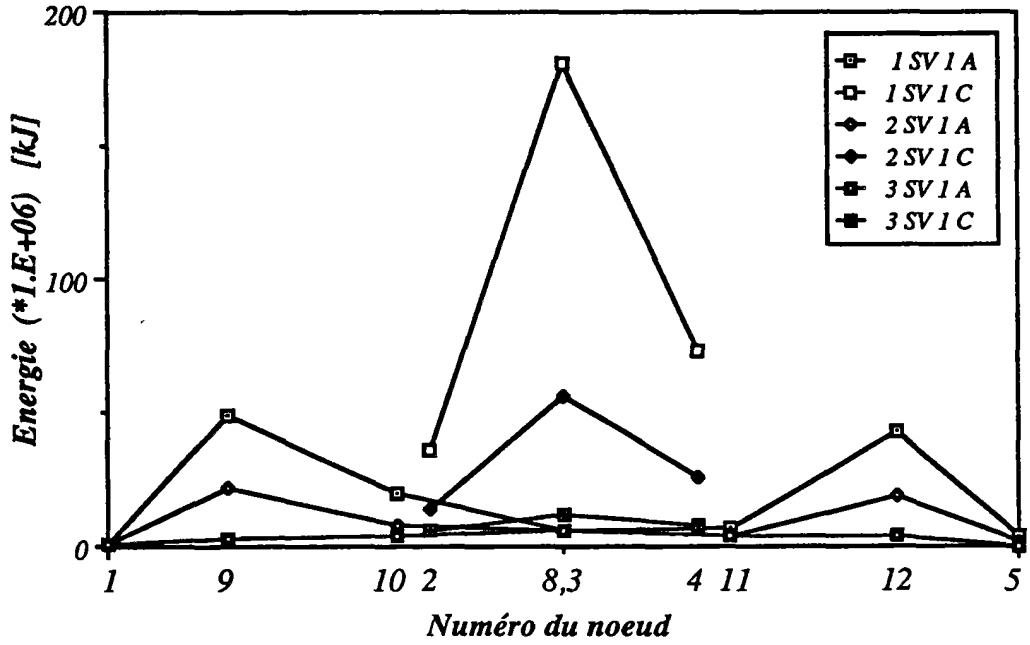
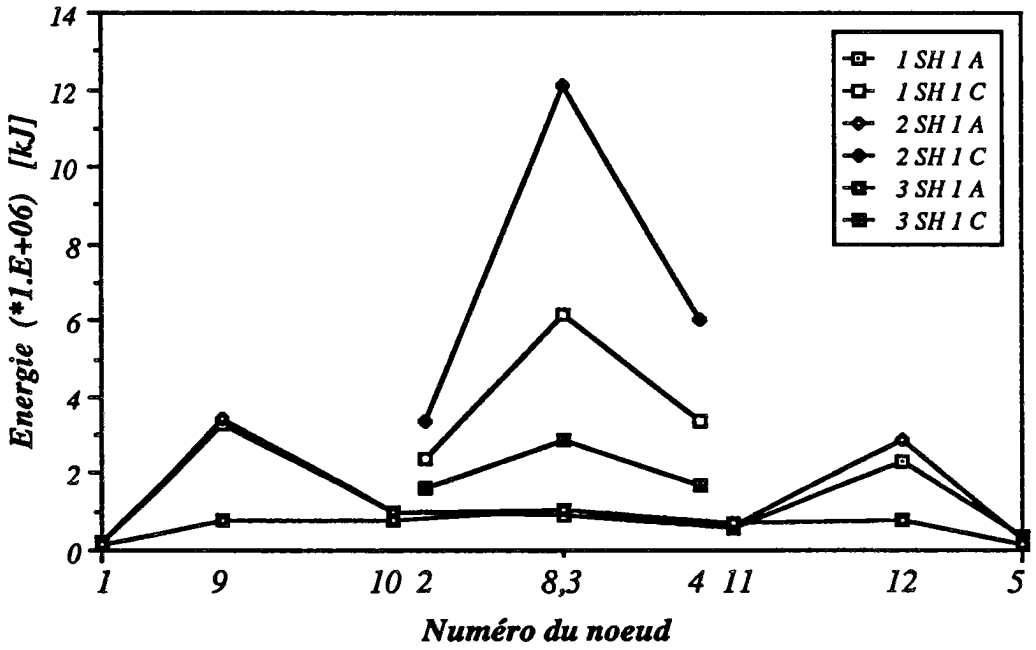


Figure 5.183 - Diagrammes d'énergies en zones d'appui (A) et de crête (C). Modèles 1, 2 et 3

INFLUENCE DE LA COMPRESSIBILITE DE L'EAU ET DE LA RETENUE PLEINE

ondes SH - célérité c=2900 m/s

roche déformable



INFLUENCE DE LA COMPRESSIBILITE DE L'EAU ET DE LA RETENUE PLEINE

ondes R - célérité c=2650 m/s

roche déformable

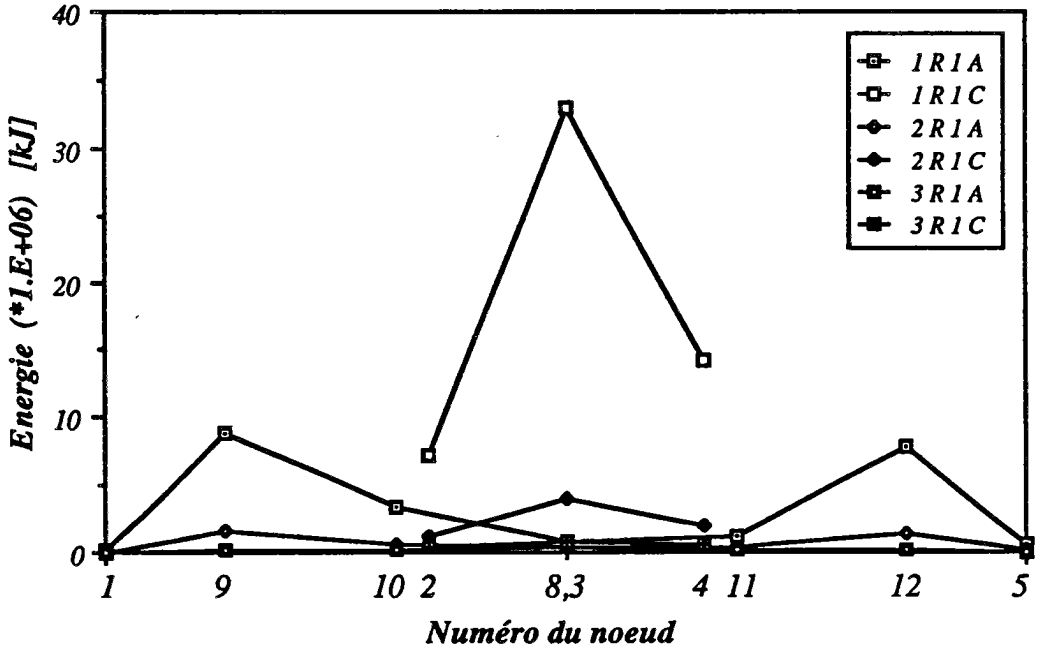
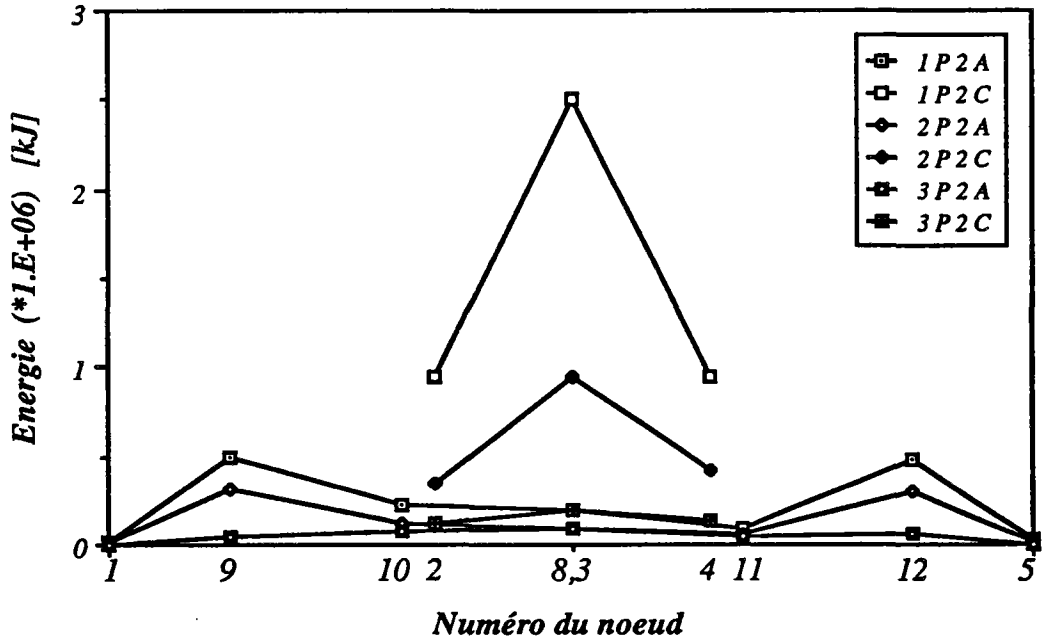


Figure 5.184 - Diagrammes d'énergies en zones d'appui (A) et de crête (C). Modèles 1, 2 et 3

INFLUENCE DE LA COMPRESSIBILITE DE L'EAU ET DE LA RETENUE PLEINE

ondes P - c=10000 m/s

roche déformable



INFLUENCE DE LA COMPRESSIBILITE DE L'EAU ET DE LA RETENUE PLEINE

ondes SV - c=5800 m/s

roche déformable

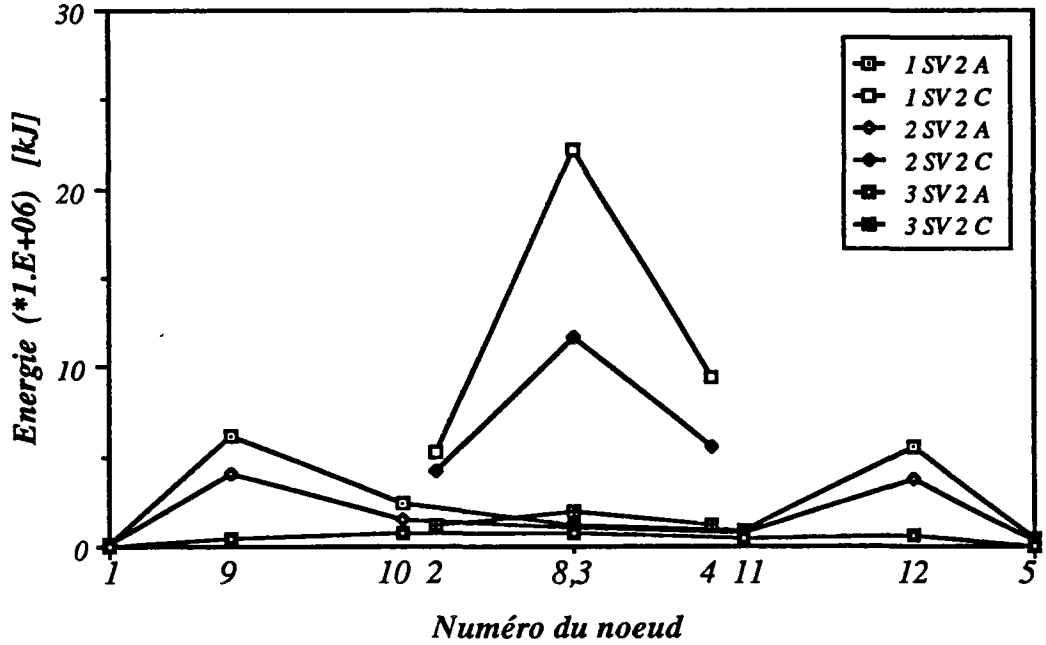
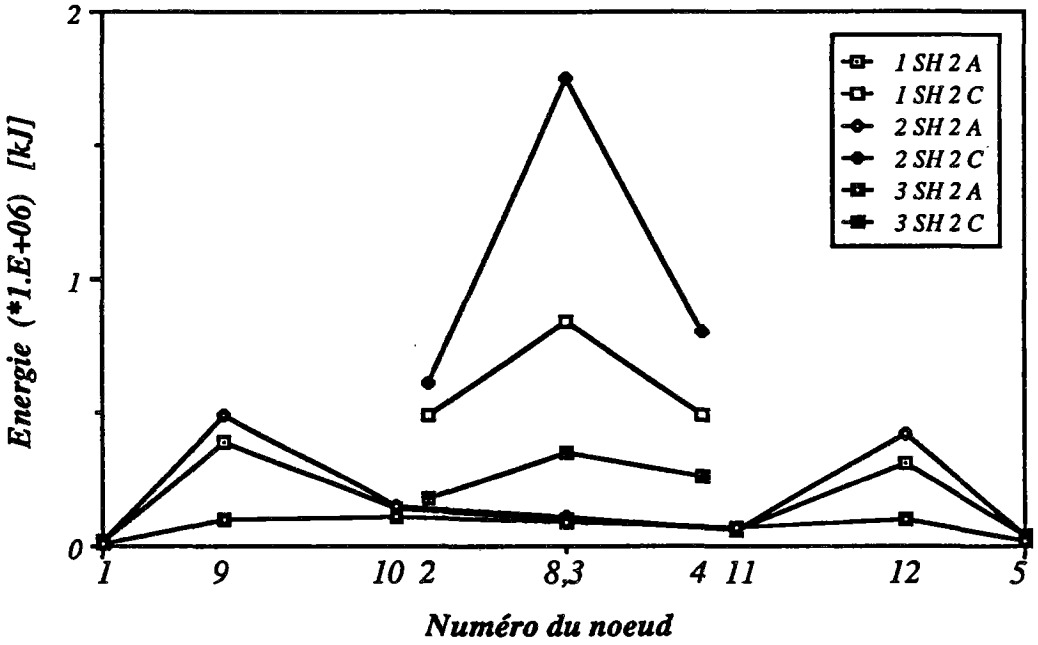


Figure 5.185 - Diagrammes d'énergies en zones d'appui (A) et de crête (C). Modèles 1, 2 et 3

INFLUENCE DE LA COMPRESSIBILITE DE L'EAU ET DE LA RETENUE PLEINE

ondes SH - c=5800 m/s

roche déformable



INFLUENCE DE LA COMPRESSIBILITE DE L'EAU ET DE LA RETENUE PLEINE

ondes R - c=5300 m/s

roche déformable

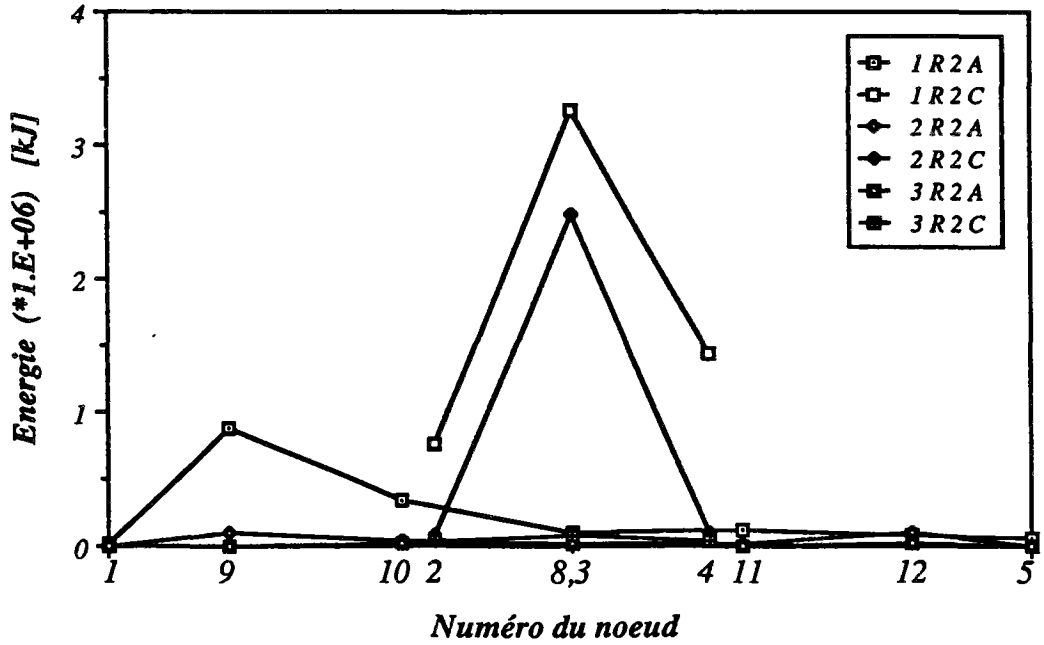
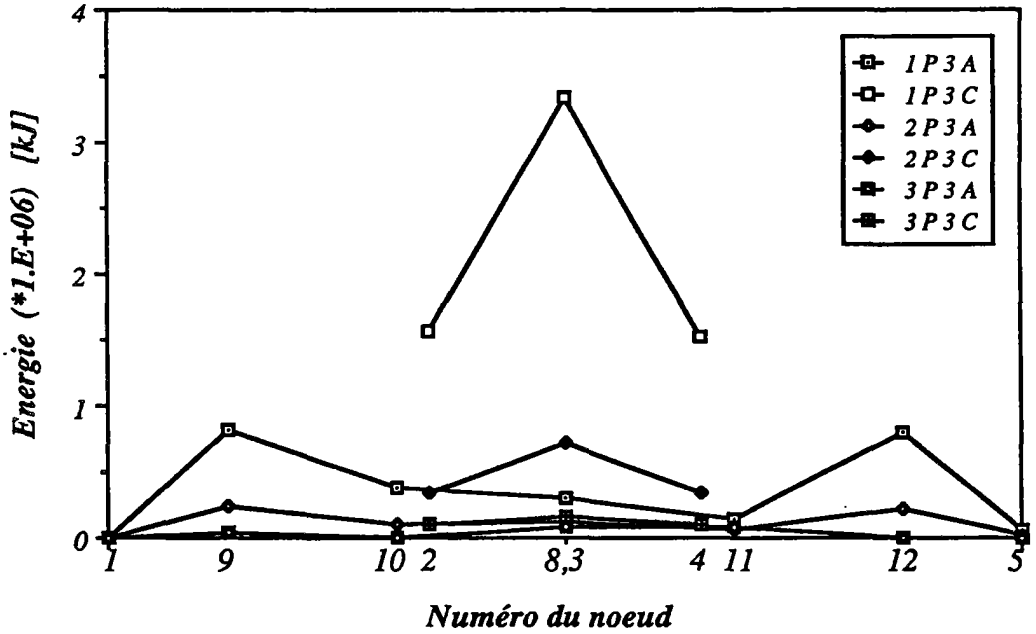


Figure 5.186 - Diagrammes d'énergies en zones d'appui (A) et de crête (C). Modèles 1, 2 et 3

INFLUENCE DE LA COMPRESSIBILITE DE L'EAU ET DE LA RETENUE PLEINE

ondes P - c=20000 m/s

roche déformable



INFLUENCE DE LA COMPRESSIBILITE DE L'EAU ET DE LA RETENUE PLEINE

ondes SV - c=11600 m/s

roche déformable

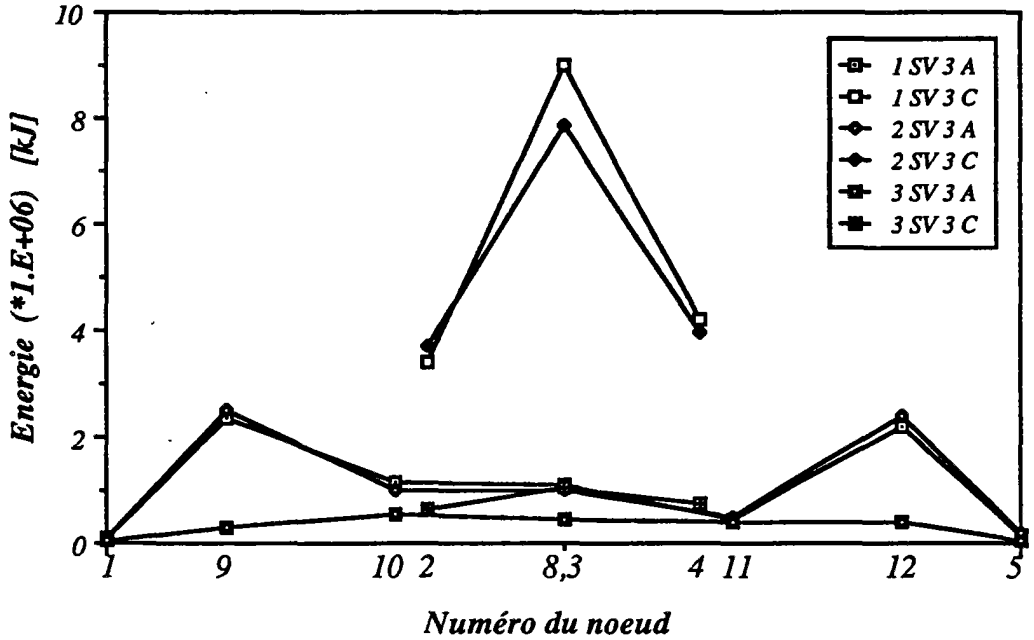
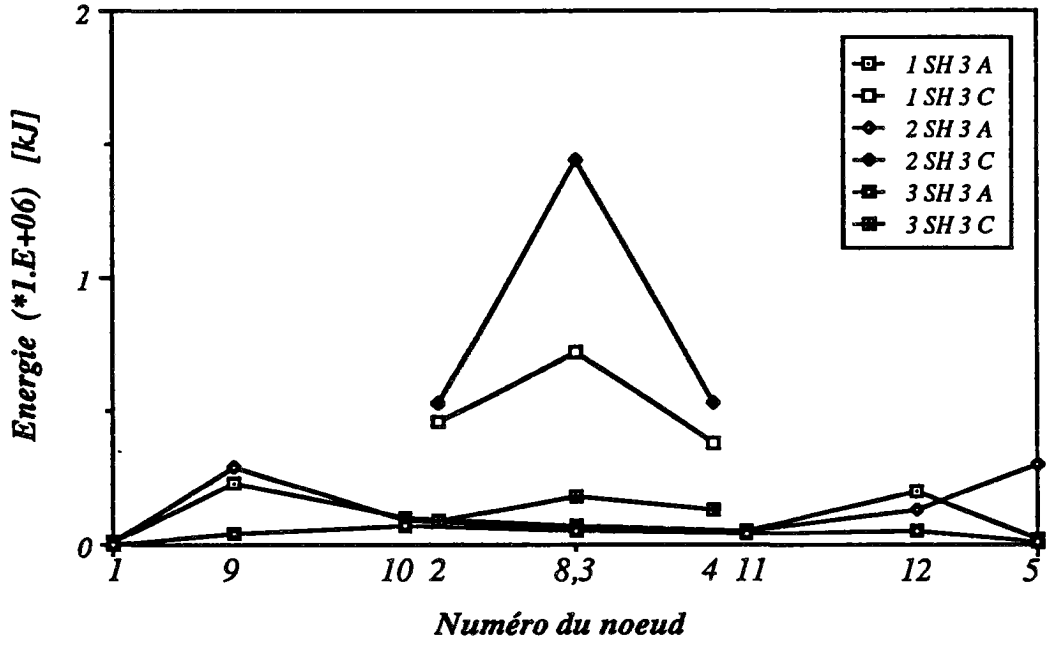


Figure 5.187 - Diagrammes d'énergies en zones d'appui (A) et de crête (C). Modèles 1, 2 et 3

INFLUENCE DE LA COMPRESSIBILITE DE L'EAU ET DE LA RETENUE PLEINE

ondes SH - c=11600 m/s

roche déformable



INFLUENCE DE LA COMPRESSIBILITE DE L'EAU ET DE LA RETENUE PLEINE

ondes R - c=10600 m/s

roche déformable

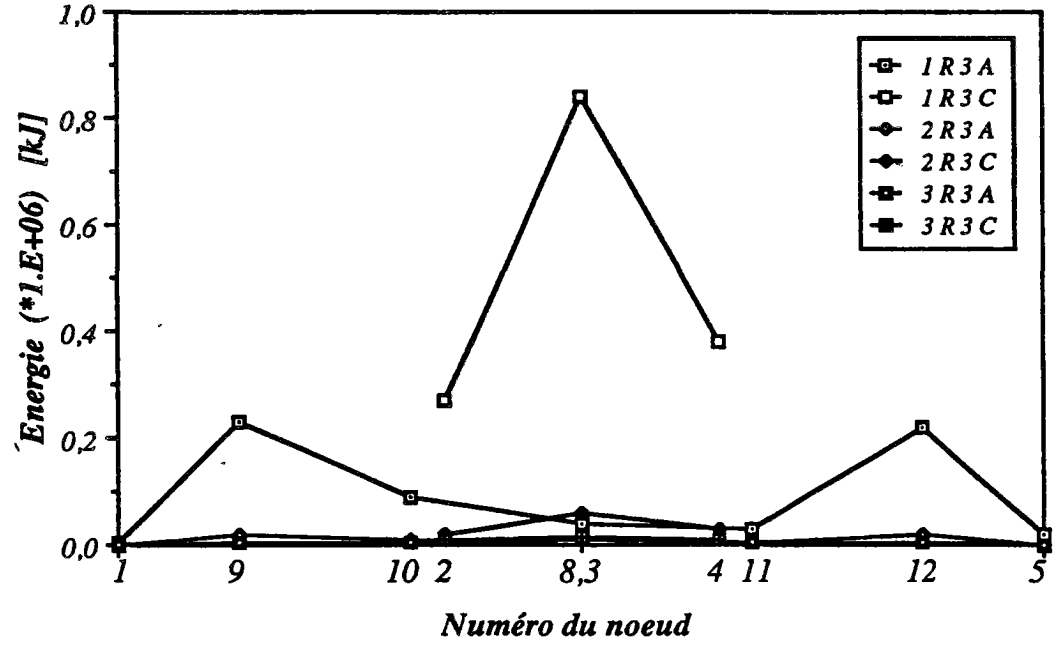
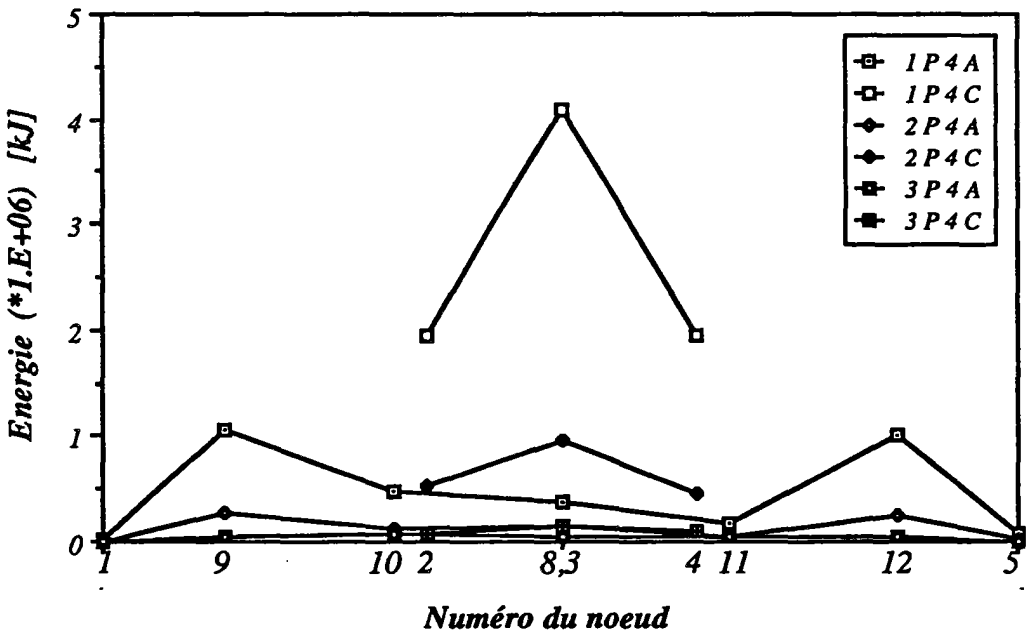


Figure 5.188 - Diagrammes d'énergies en zones d'appui (A) et de crête (C). Modèles 1, 2 et 3

INFLUENCE DE LA COMPRESSIBILITE DE L'EAU ET DE LA RETENUE PLEINE

ondes P - célérité c=infini

roche déformable



INFLUENCE DE LA COMPRESSIBILITE DE L'EAU ET DE LA RETENUE PLEINE

ondes SV - célérité c=infini

roche déformable

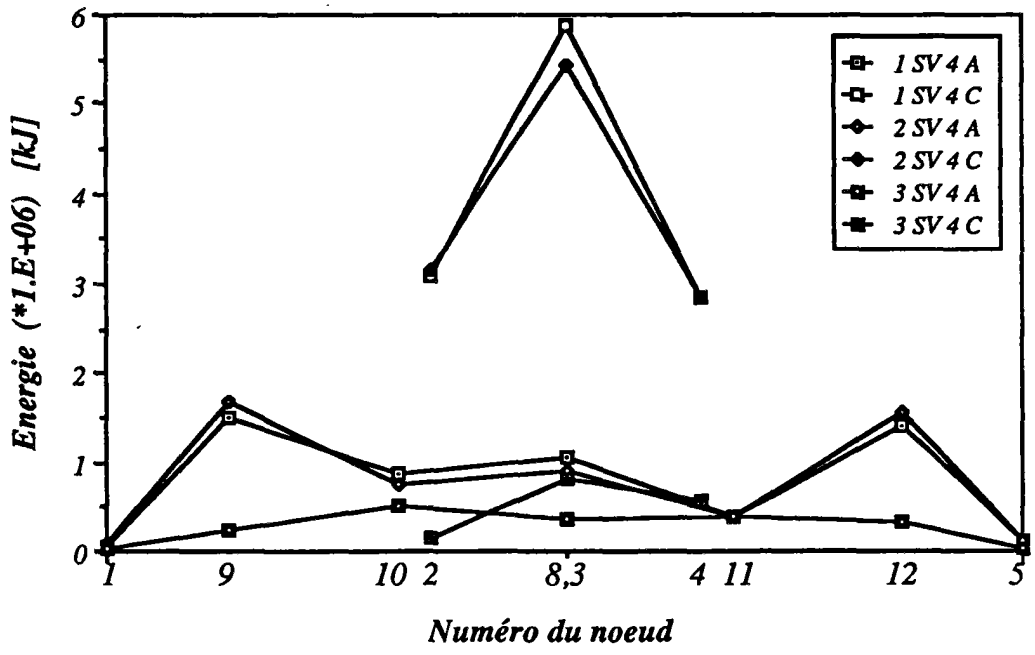
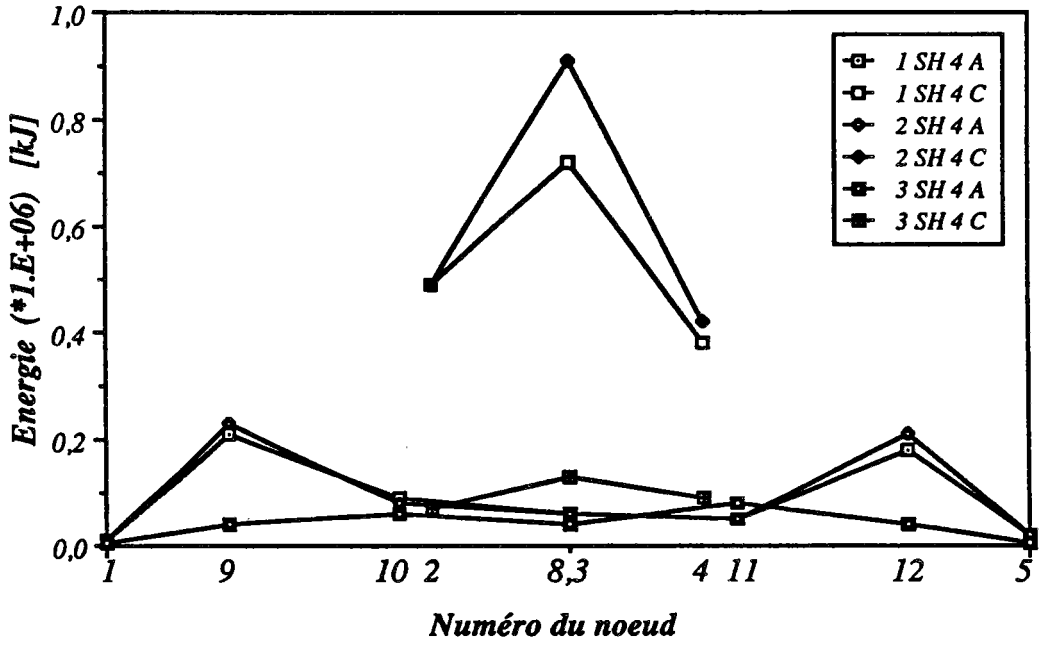


Figure 5.189 - Diagrammes d'énergies en zones d'appui (A) et de crête (C). Modèles 1, 2 et 3

INFLUENCE DE LA COMPRESSIBILITE DE L'EAU ET DE LA RETENUE PLEINE

ondes SH - célérité c=infini

roche déformable



INFLUENCE DE LA COMPRESSIBILITE DE L'EAU ET DE LA RETENUE PLEINE

ondes R - célérité c=infini

roche déformable

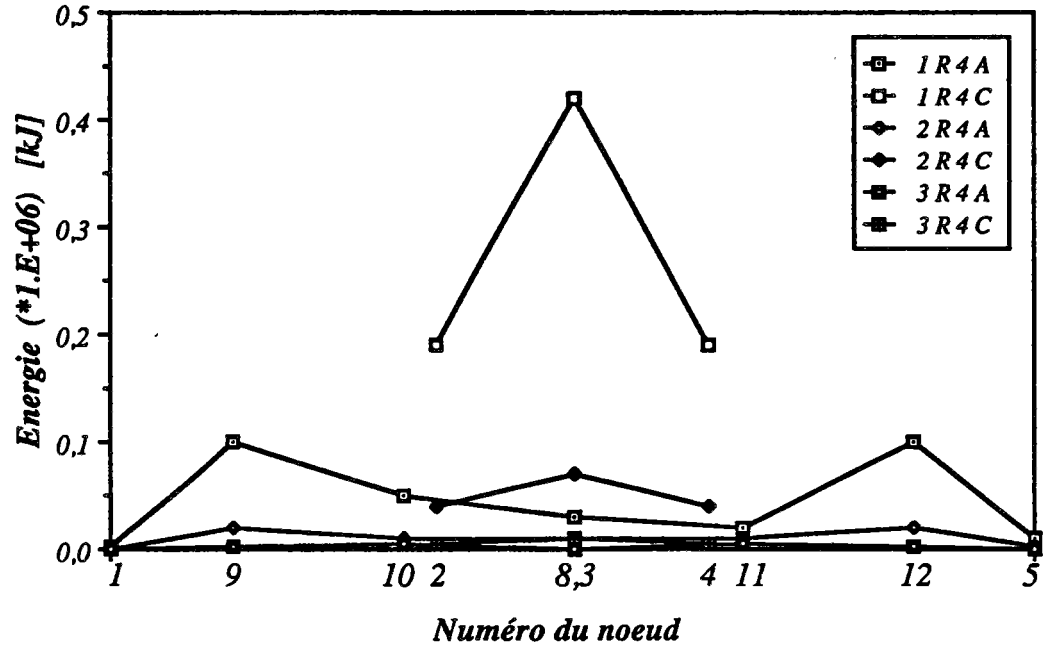


Figure 5.190 - Diagrammes d'énergies en zones d'appui (A) et de crête (C). Modèles 1, 2 et 3

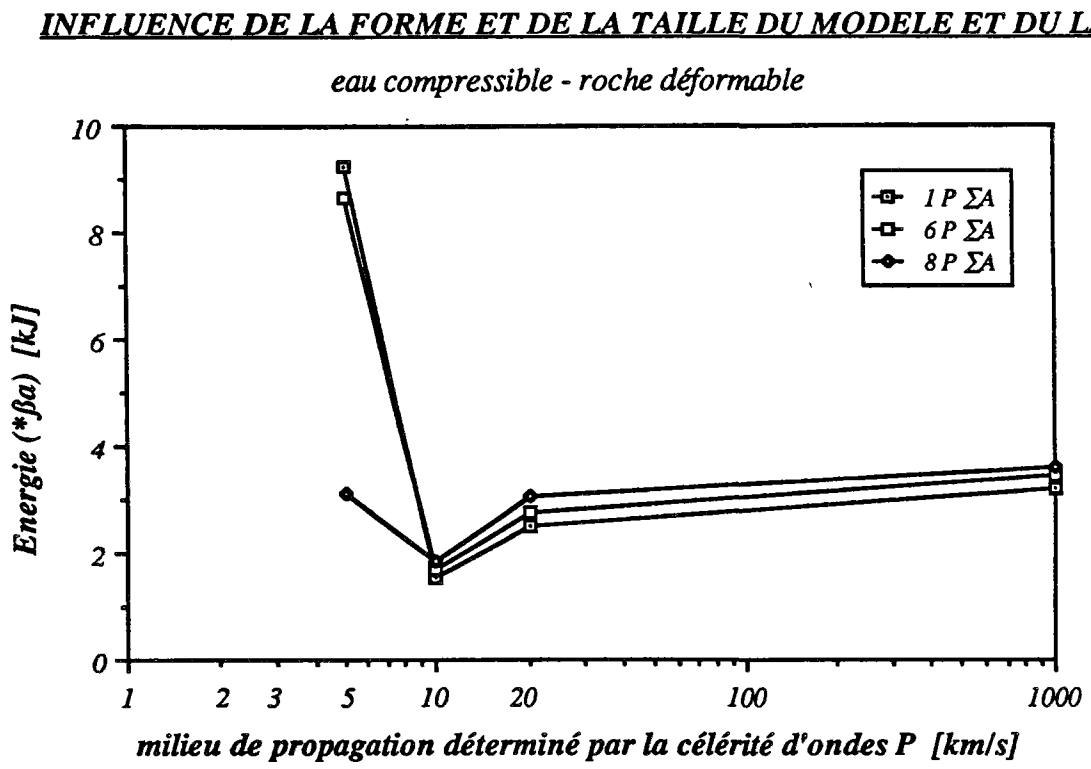
V.3.4 INFLUENCE DE LA FORME ET DE LA TAILLE DU MODELE ET DU LAC

Pour déterminer l'influence de la forme et de la taille du modèle et du lac on se sert de trois modèles: *1*, *6* et *8*. La comparaison entre les modèles *1* et *6* nous permet d'avoir une certaine influence de la forme de la frontière du modèle. Le modèle *8* nous sert pour estimer l'influence de la taille du modèle et du lac. La célérité du champ proche est la même pour tous les trois modèles, ainsi que la compressibilité de l'eau. Le lac est deux fois plus court dans le modèle *8* que dans les modèles *1* et *6*. L'angle entre la direction approximative du réservoir et l'axe du barrage est de *25°* dans les modèles *1* et *6* (longueur du réservoir de *1000 m*) et de *40°* dans le modèle *8* (longueur du réservoir de *500 m*). Les célérités du champ lointain sont les mêmes que dans les paragraphes précédents. Les résultats sont montrés sur les figures 5.191 à 5.210.

L'influence de la forme et de la taille du modèle et du lac est expliquée dans les interprétations des résultats (paragraphe V.4).

Les énergies sont présentées aux noeuds qui sont en zones d'appui, de crête et de console centrale. Comme dans les paragraphes précédents, les valeurs obtenues pour différents noeuds ont été reliées sur les figures avec des lignes droites.

De même, sur certaines figures qui correspondent à la console centrale, les valeurs d'énergies sont plus grande au noeud *6* qu'au noeud *3* qui est en crête à cause de la même raison que dans les paragraphes précédents.



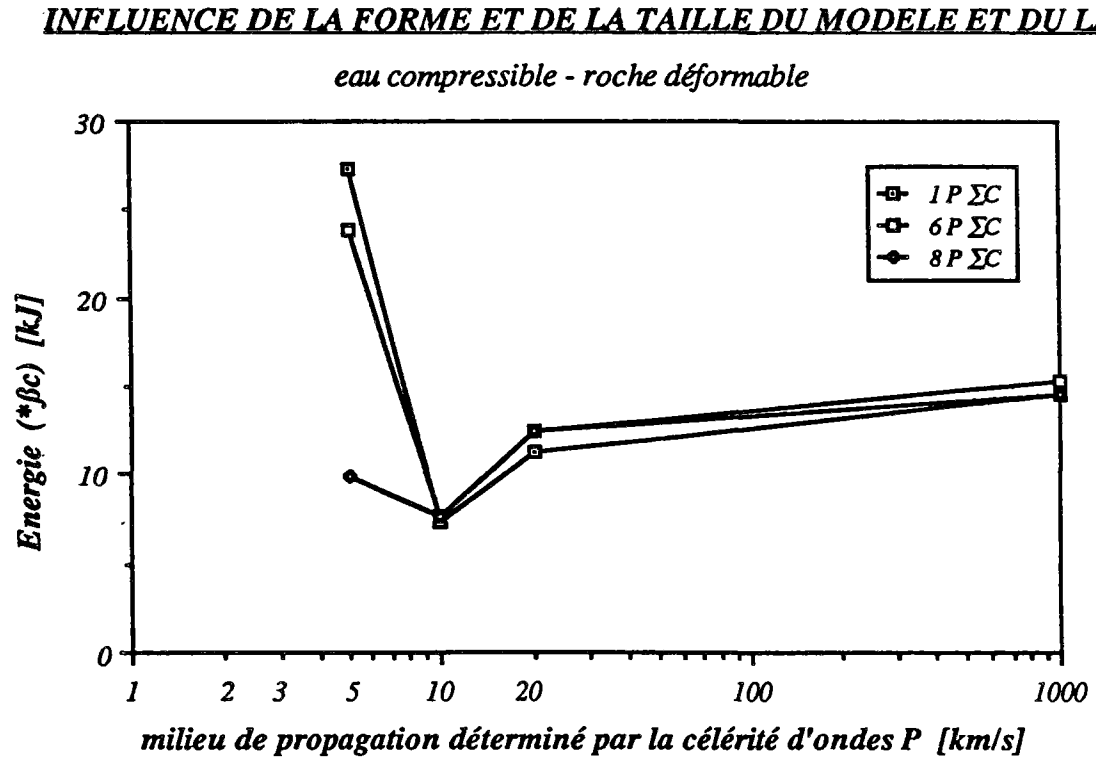
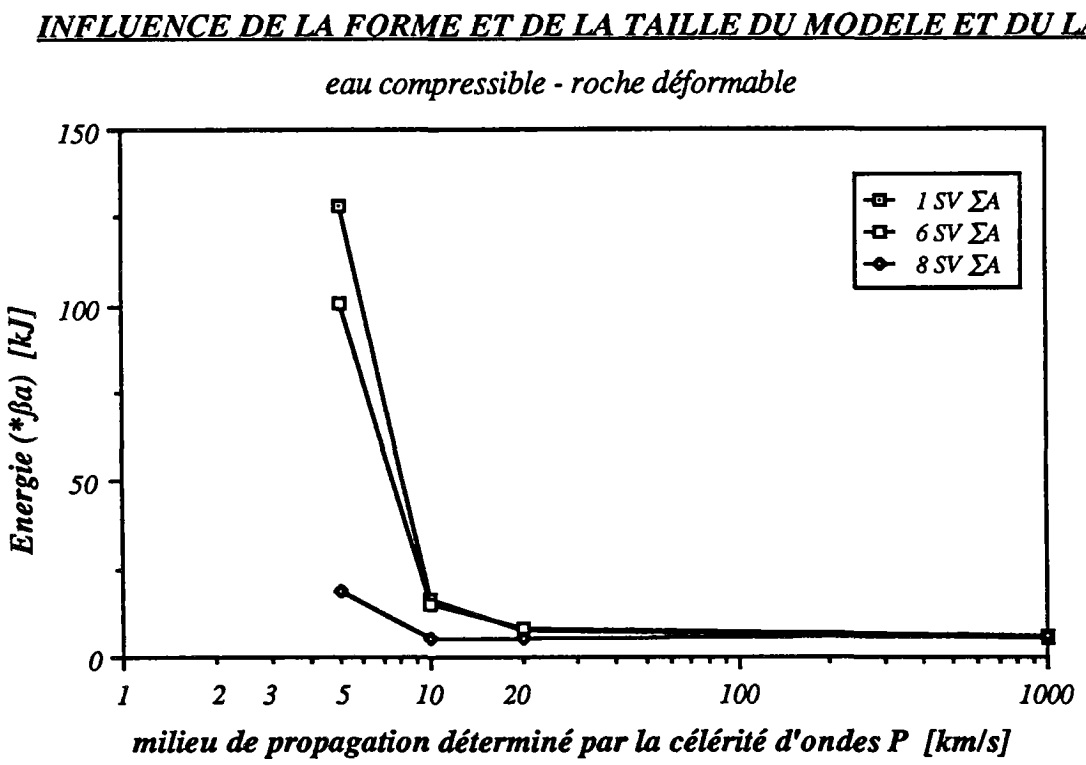


Figure 5.191 - Diagrammes d'énergies totales en zones d'appui (ΣA) et de crête (ΣC). Modèles 1, 6 et 8



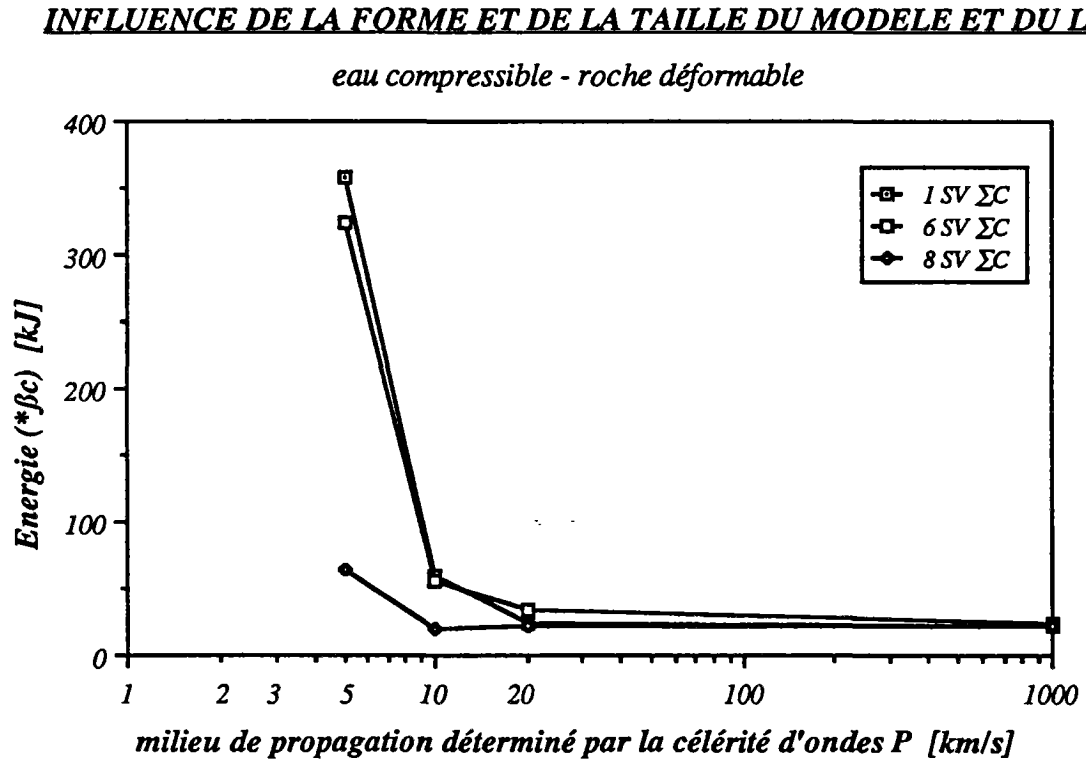
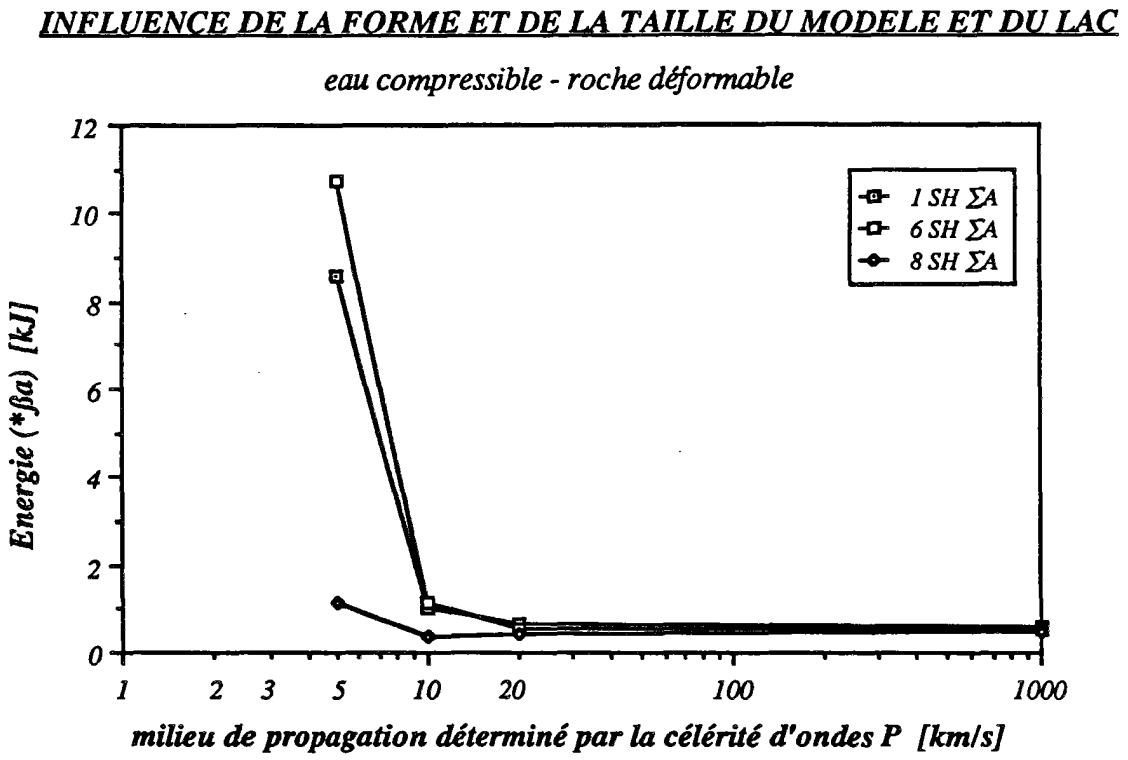


Figure 5.192 - Diagrammes d'énergies totales en zones d'appui (ΣA) et de crête (ΣC). Modèles 1, 6 et 8



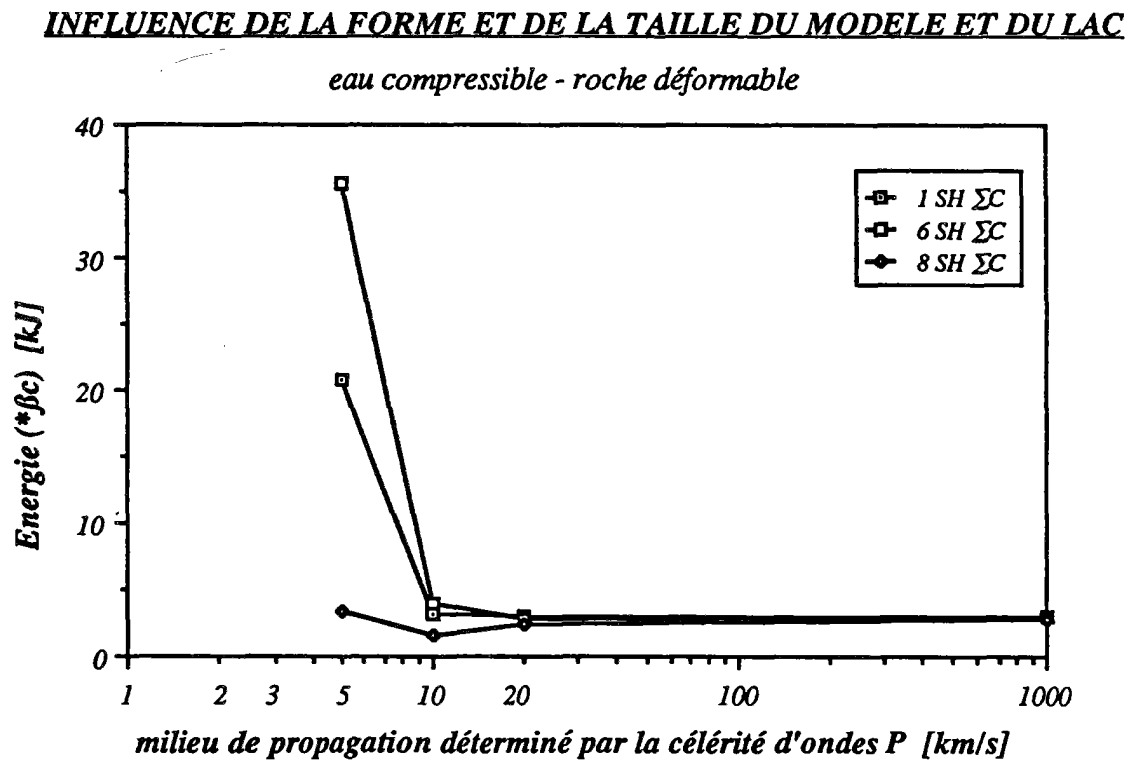
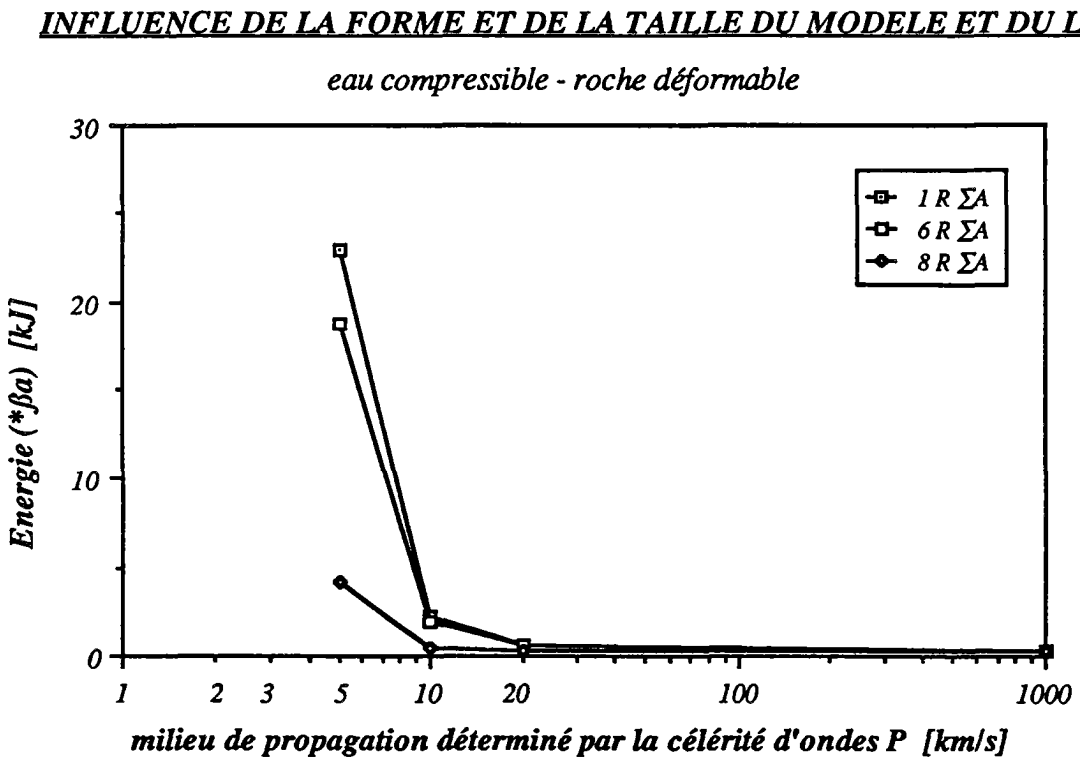


Figure 5.193 - Diagrammes d'énergies totales en zones d'appui (ΣA) et de crête (ΣC). Modèles 1, 6 et 8



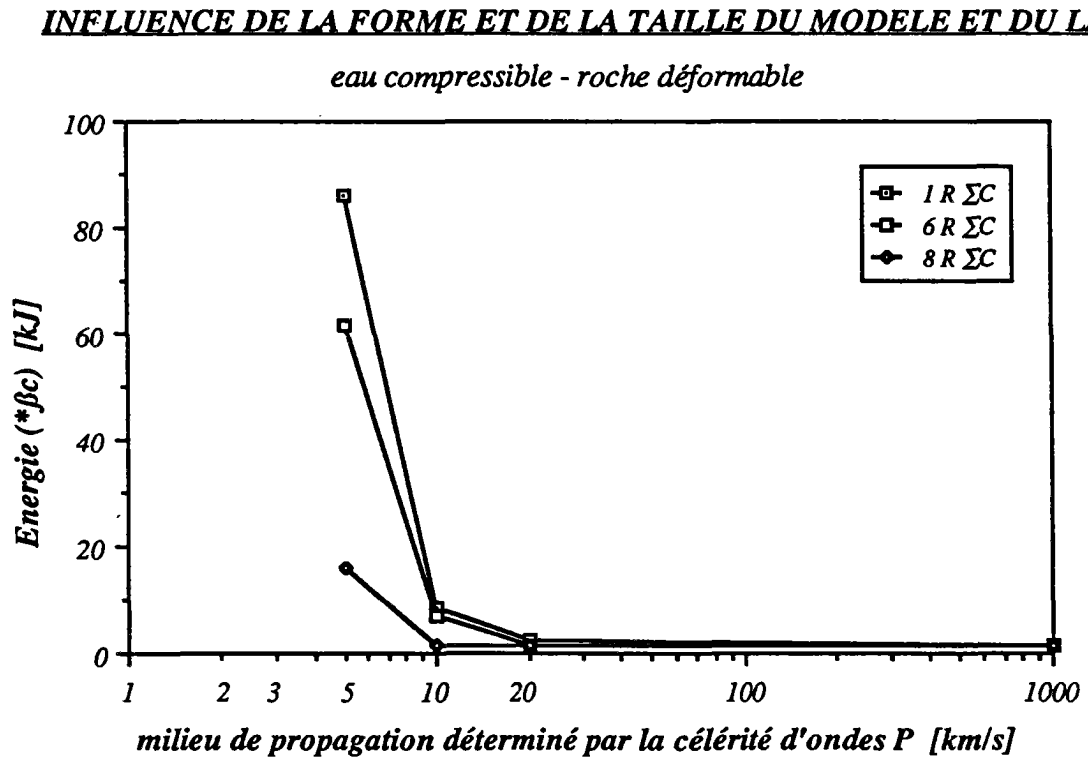
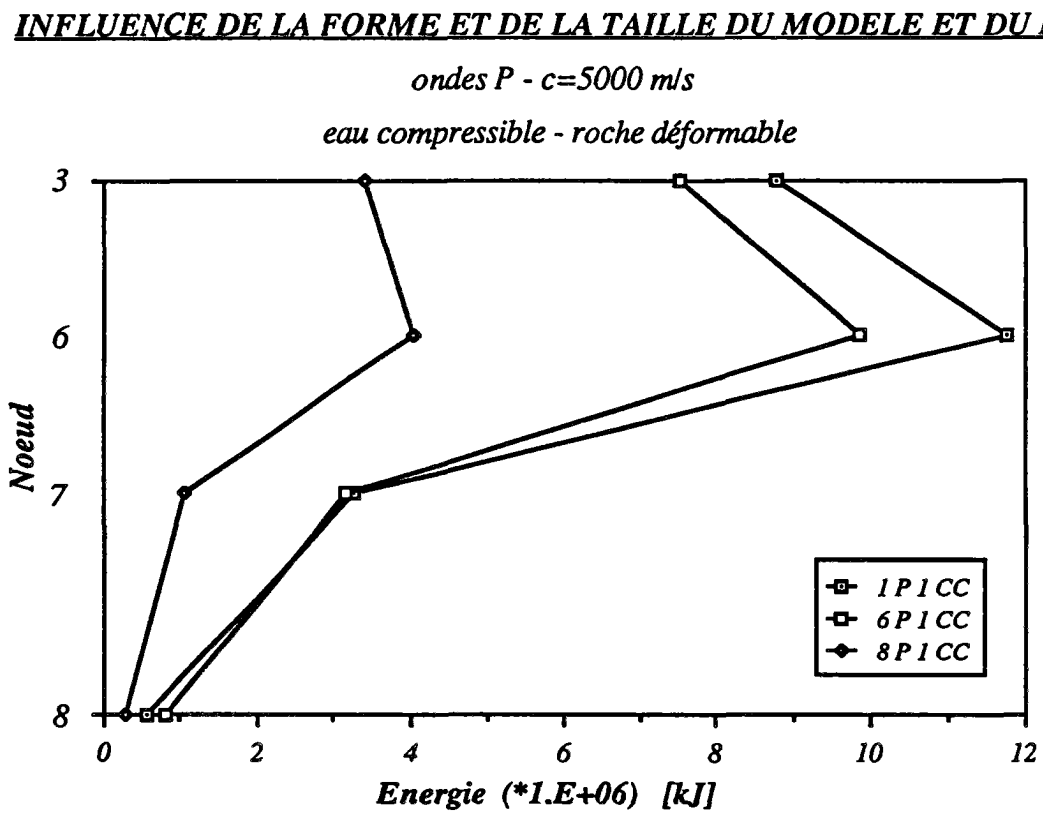


Figure 5.194 - Diagrammes d'énergies totales en zones d'appui (ΣA) et de crête (ΣC). Modèles 1, 6 et 8



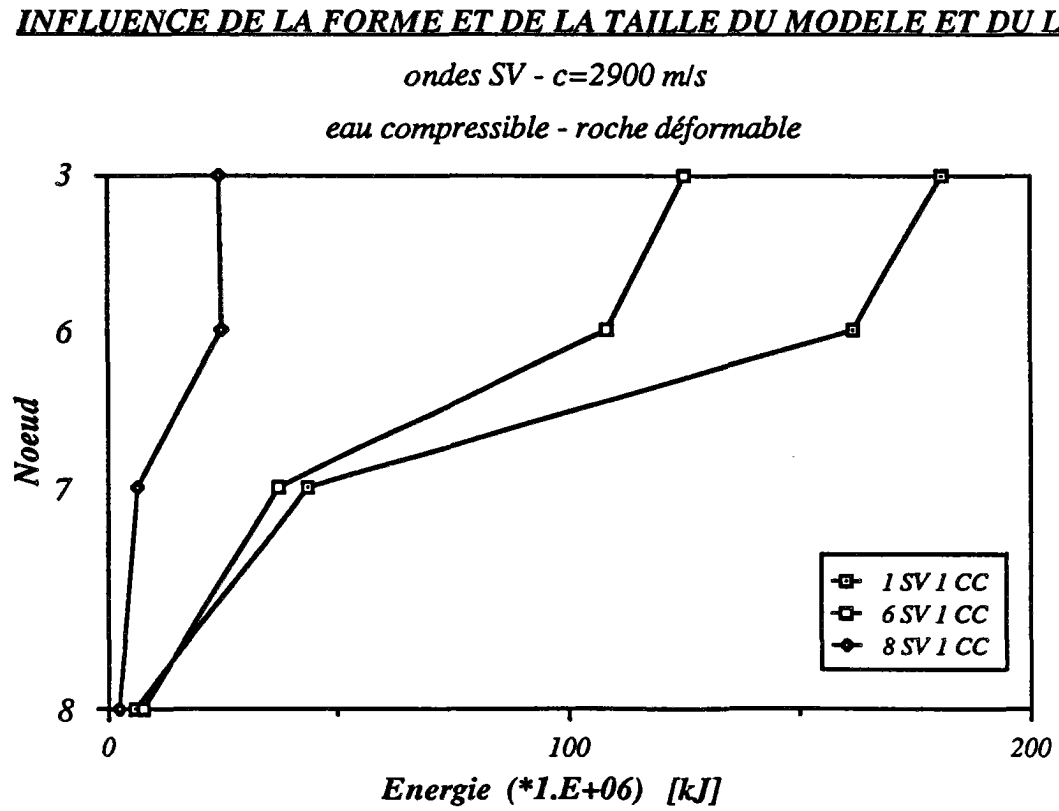
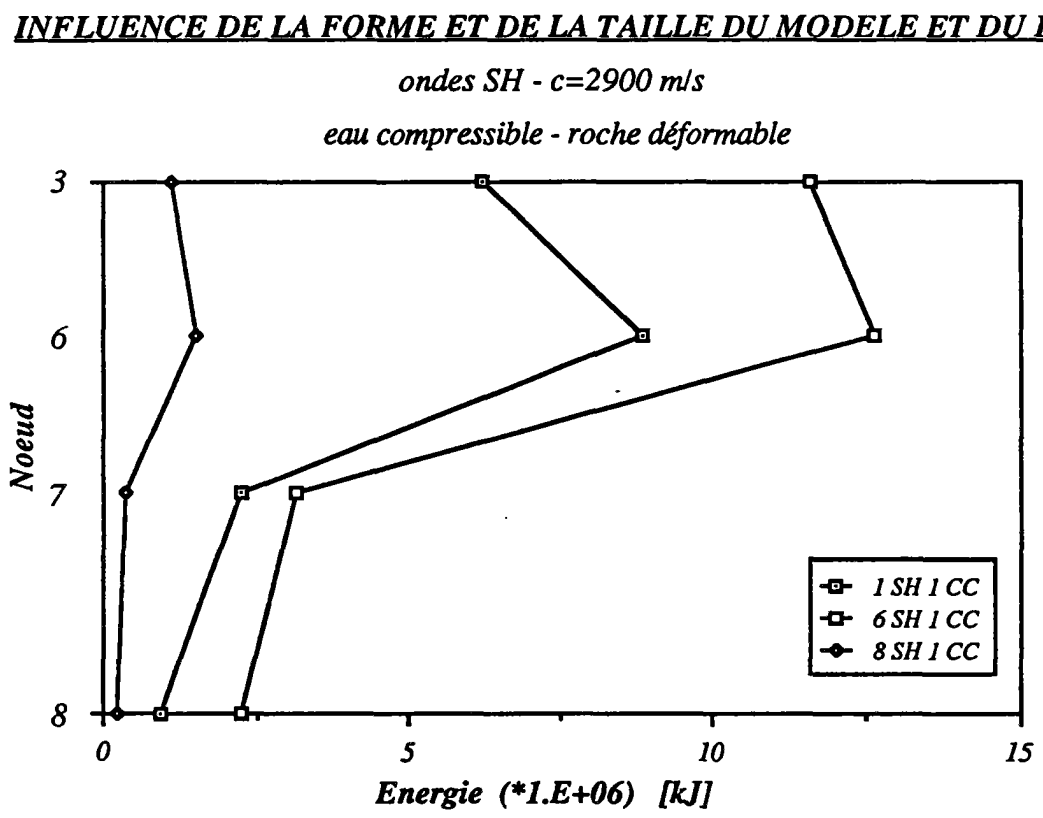


Figure 5.195 - Diagrammes d'énergies en zone de console centrale (CC). Modèles 1, 6 et 8



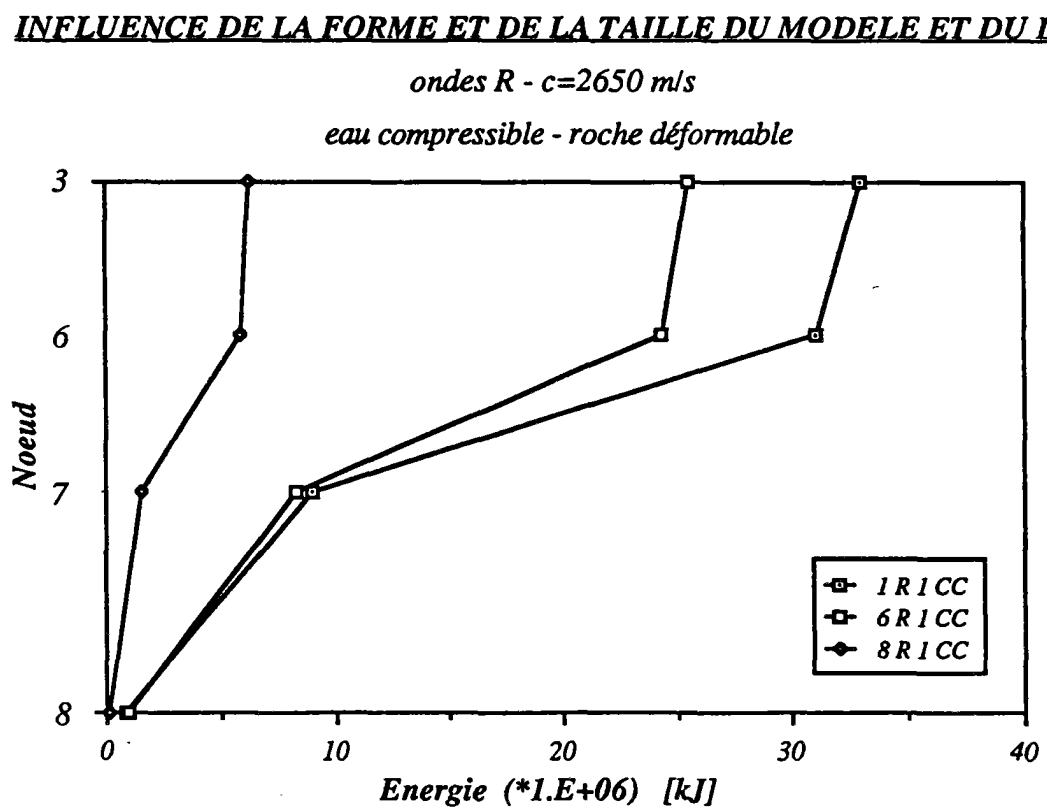
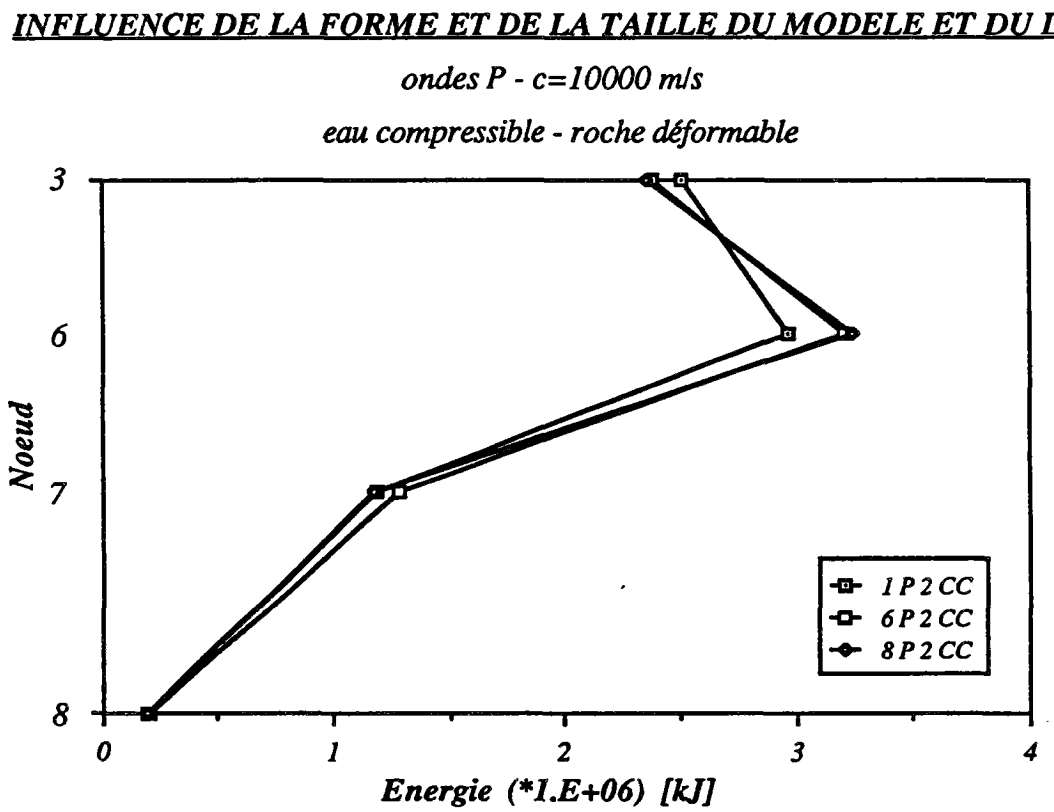


Figure 5.196 - Diagrammes d'énergies en zone de console centrale (CC). Modèles 1, 6 et 8



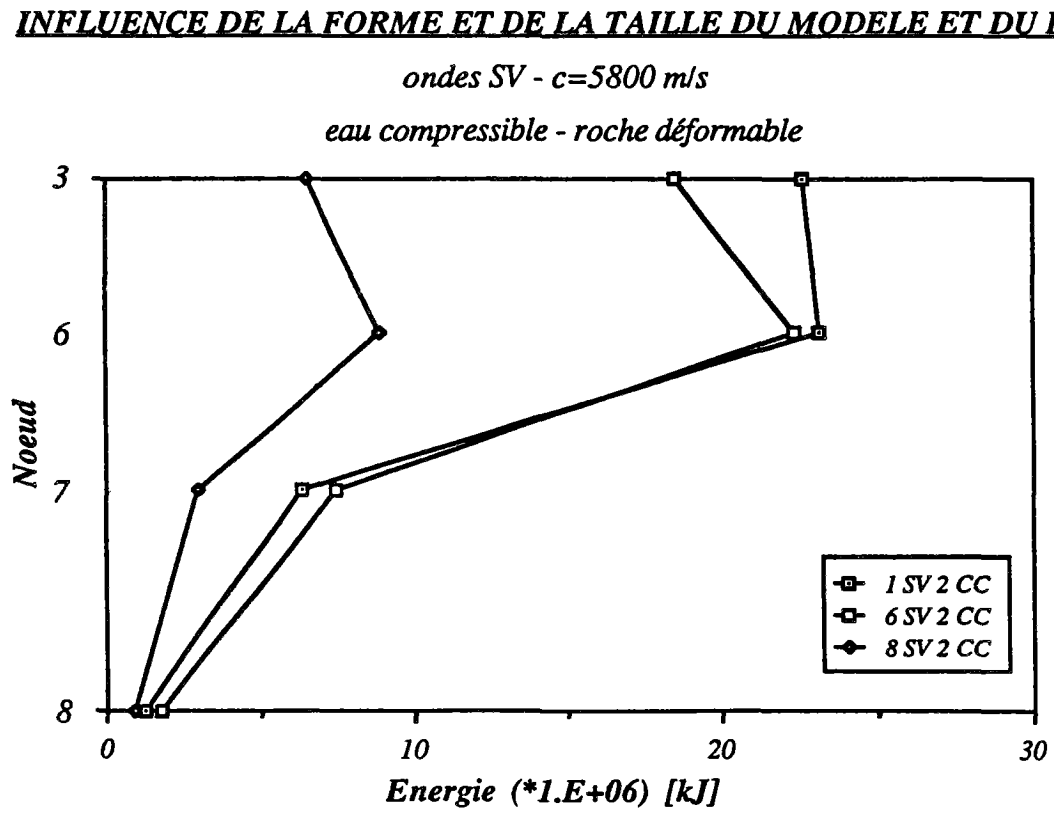
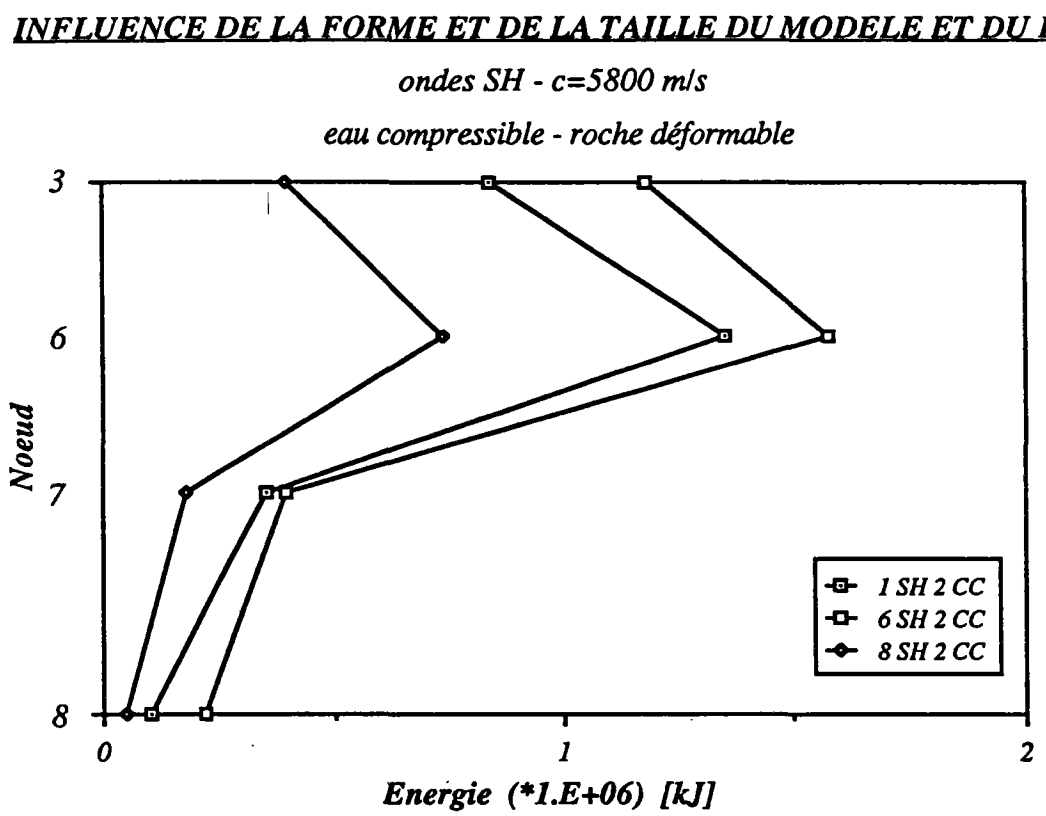


Figure 5.197 - Diagrammes d'énergies en zone de console centrale (CC). Modèles 1, 6 et 8



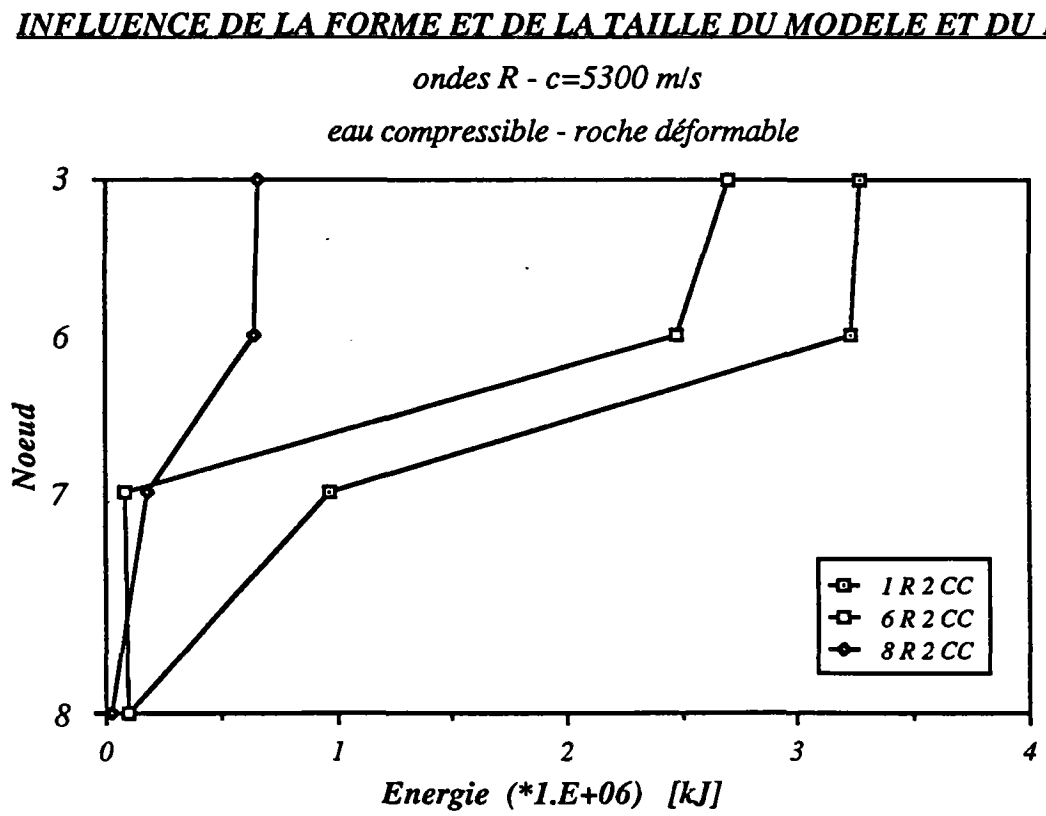
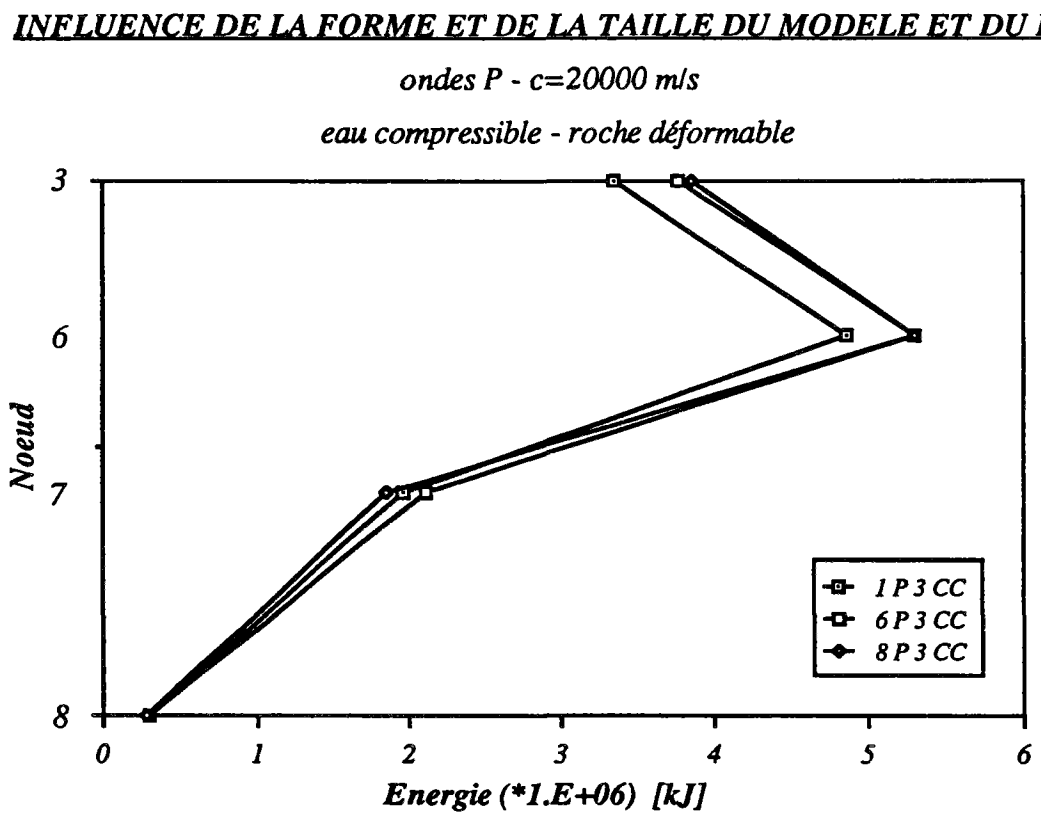


Figure 5.198 - Diagrammes d'énergies en zone de console centrale (CC). Modèles 1, 6 et 8



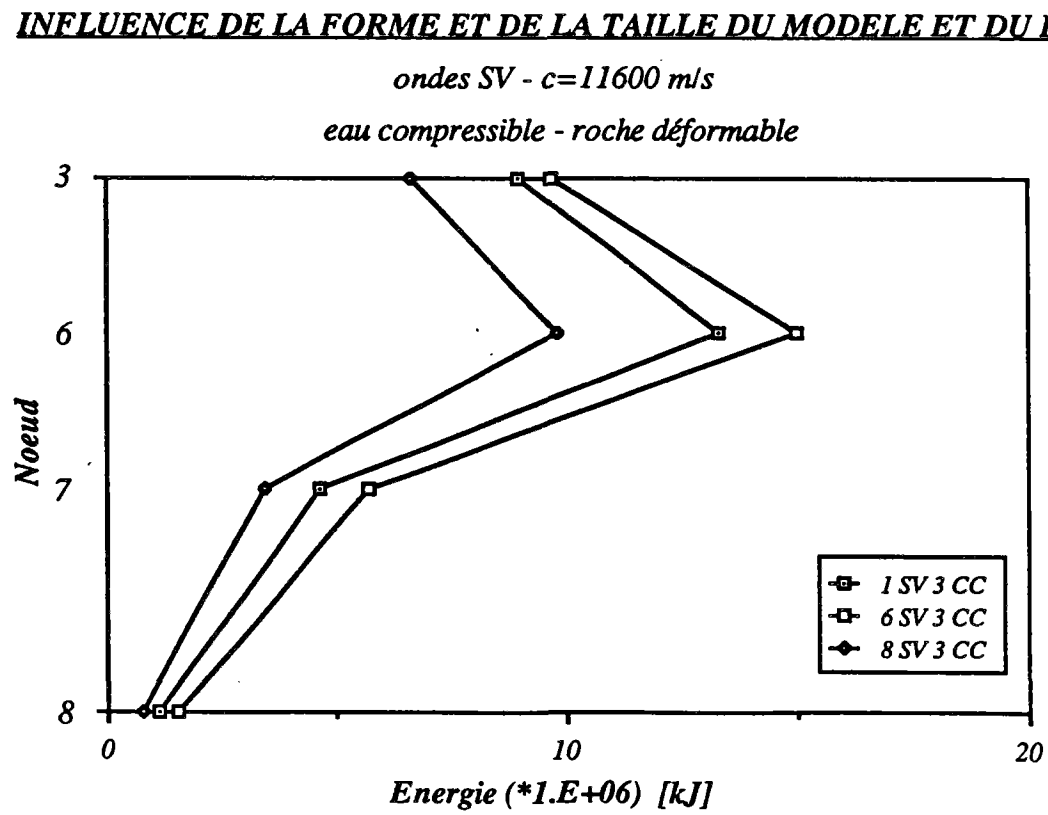
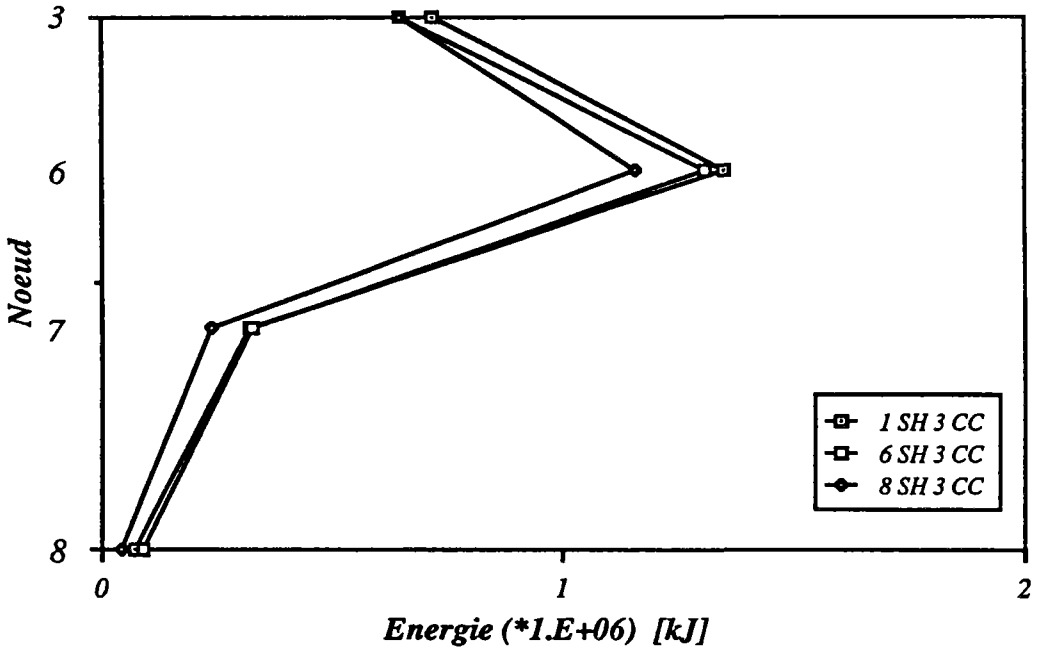


Figure 5.199 - Diagrammes d'énergies en zone de console centrale (CC). Modèles 1, 6 et 8

INFLUENCE DE LA FORME ET DE LA TAILLE DU MODELE ET DU LAC

ondes SH - c=11600 m/s

eau compressible - roche déformable



INFLUENCE DE LA FORME ET DE LA TAILLE DU MODELE ET DU LAC

ondes R - c=10600 m/s

eau compressible - roche déformable

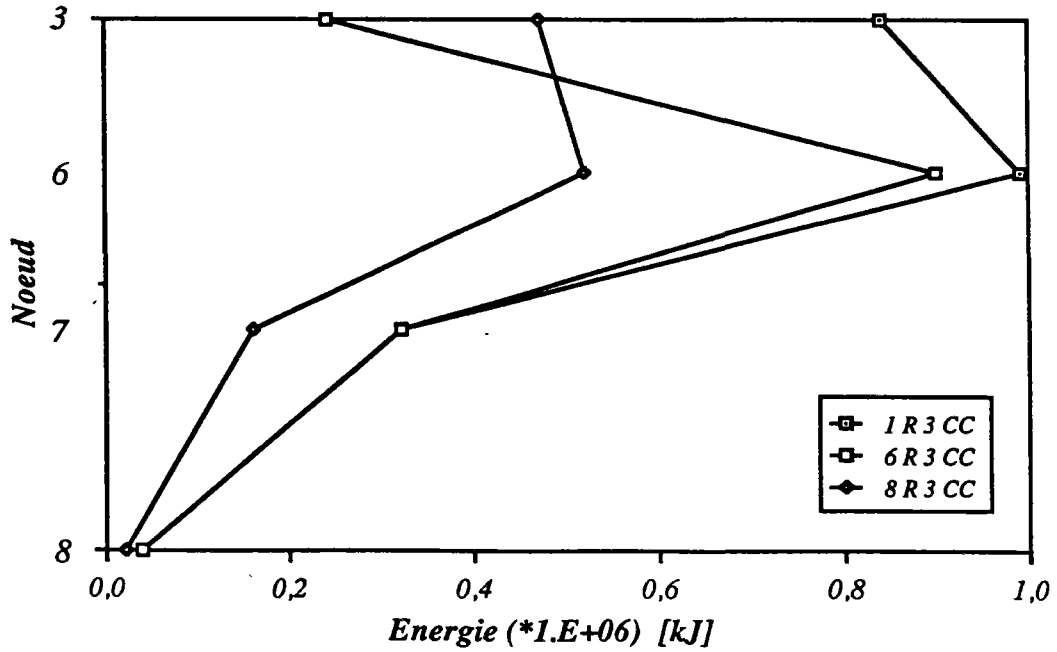
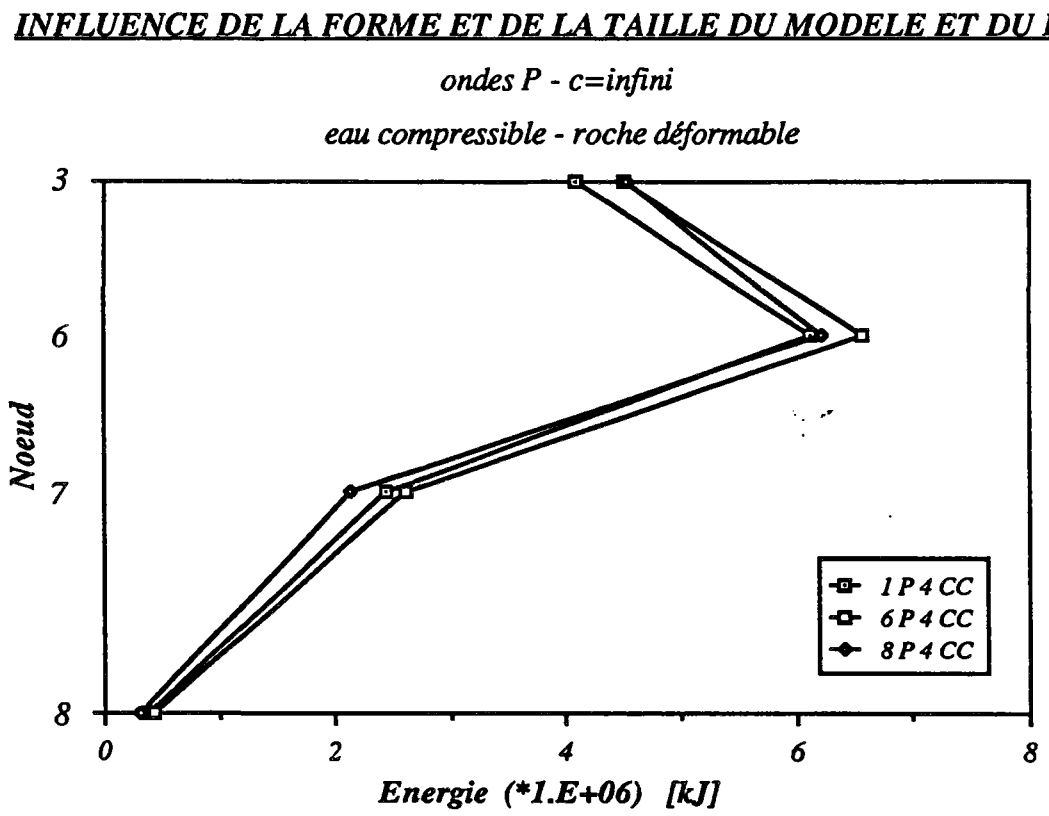


Figure 5.200 - Diagrammes d'énergies en zone de console centrale (CC). Modèles 1, 6 et 8



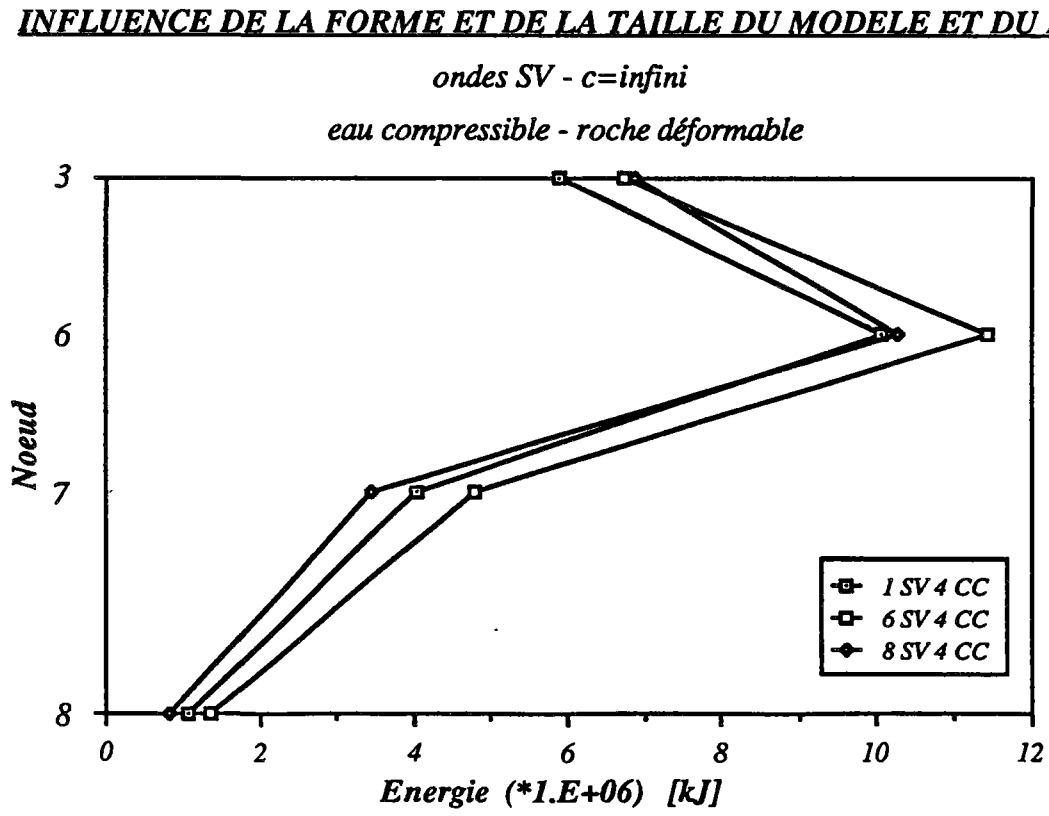
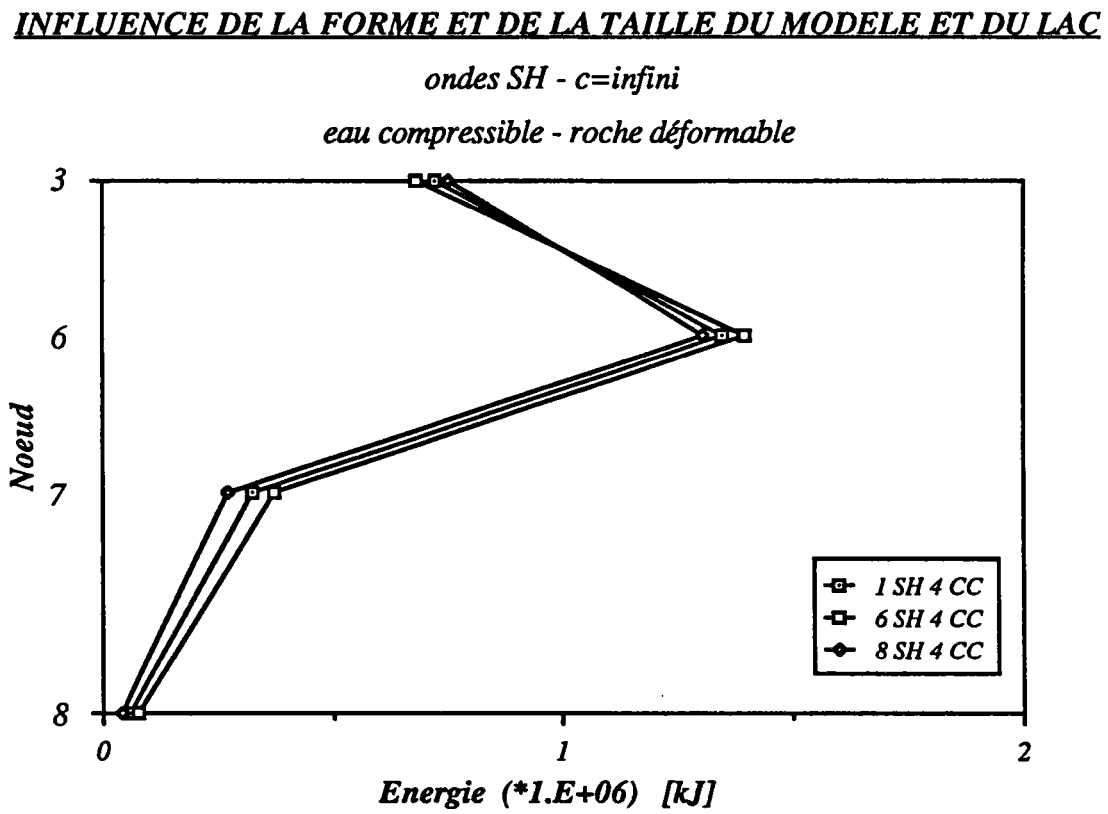


Figure 5.201 - Diagrammes d'énergies en zone de console centrale (CC). Modèles 1, 6 et 8



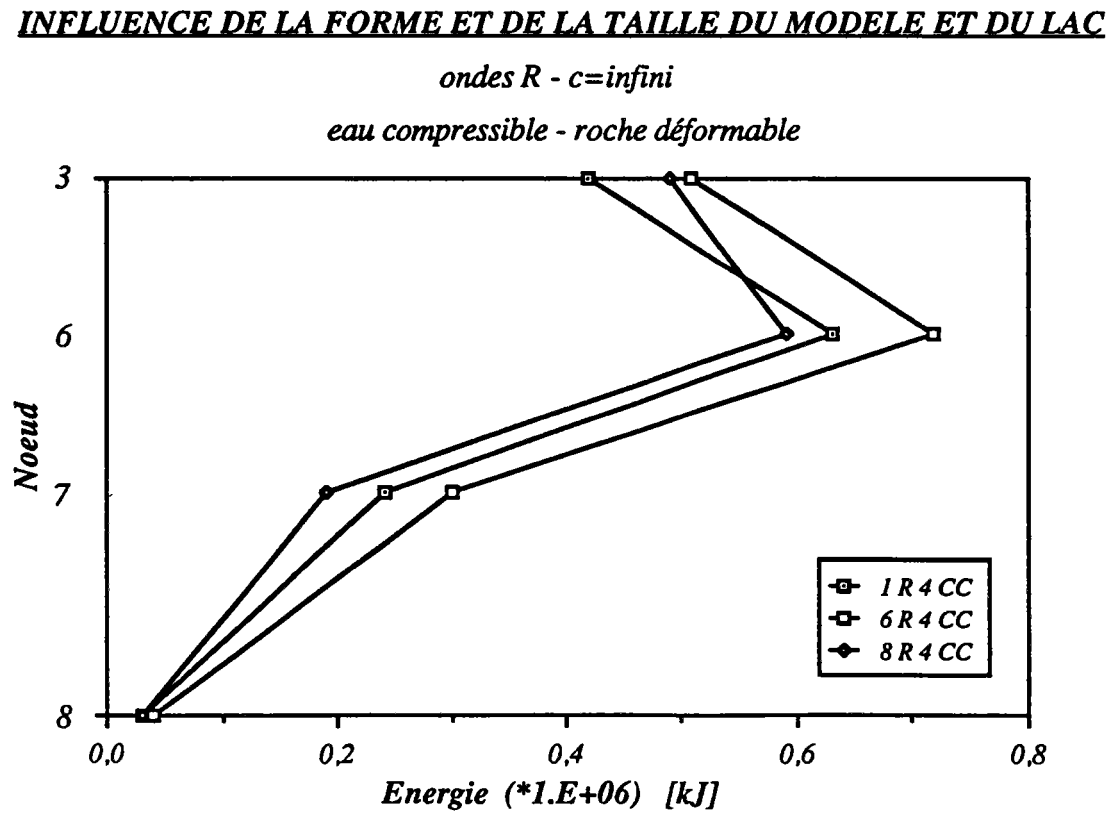
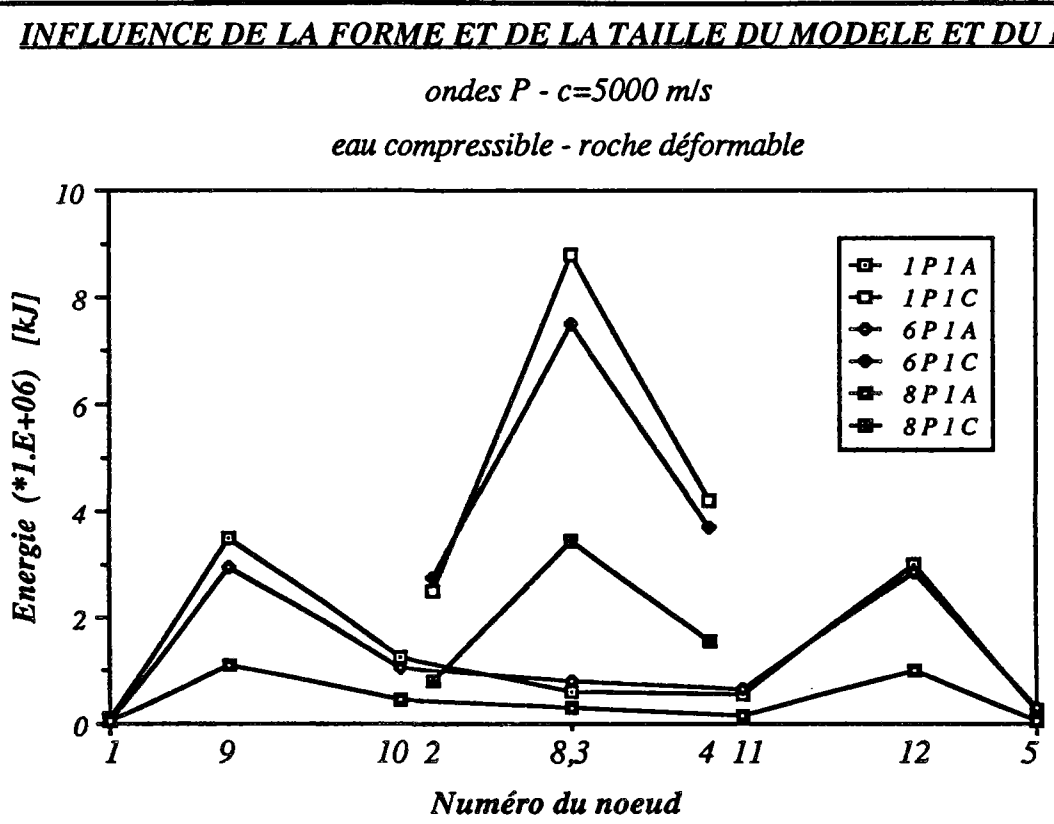


Figure 5.202 - Diagrammes d'énergies en zone de console centrale (CC). Modèles 1, 6 et 8



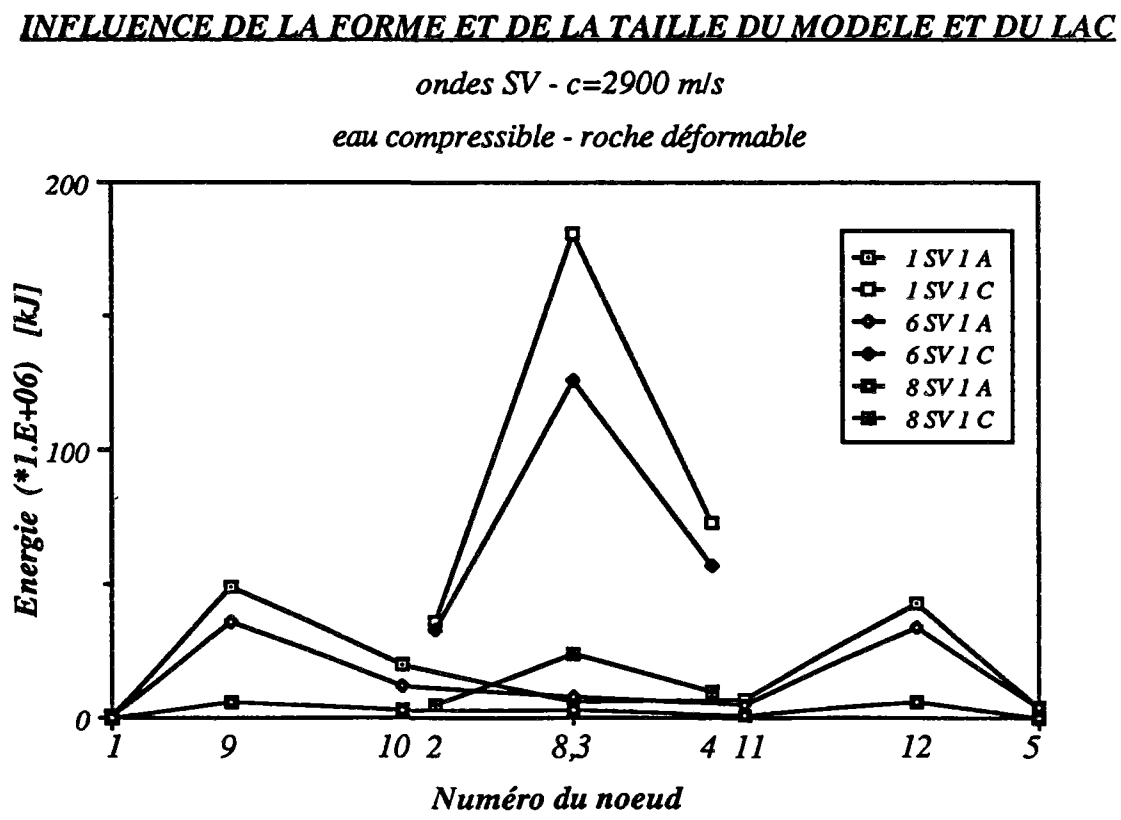
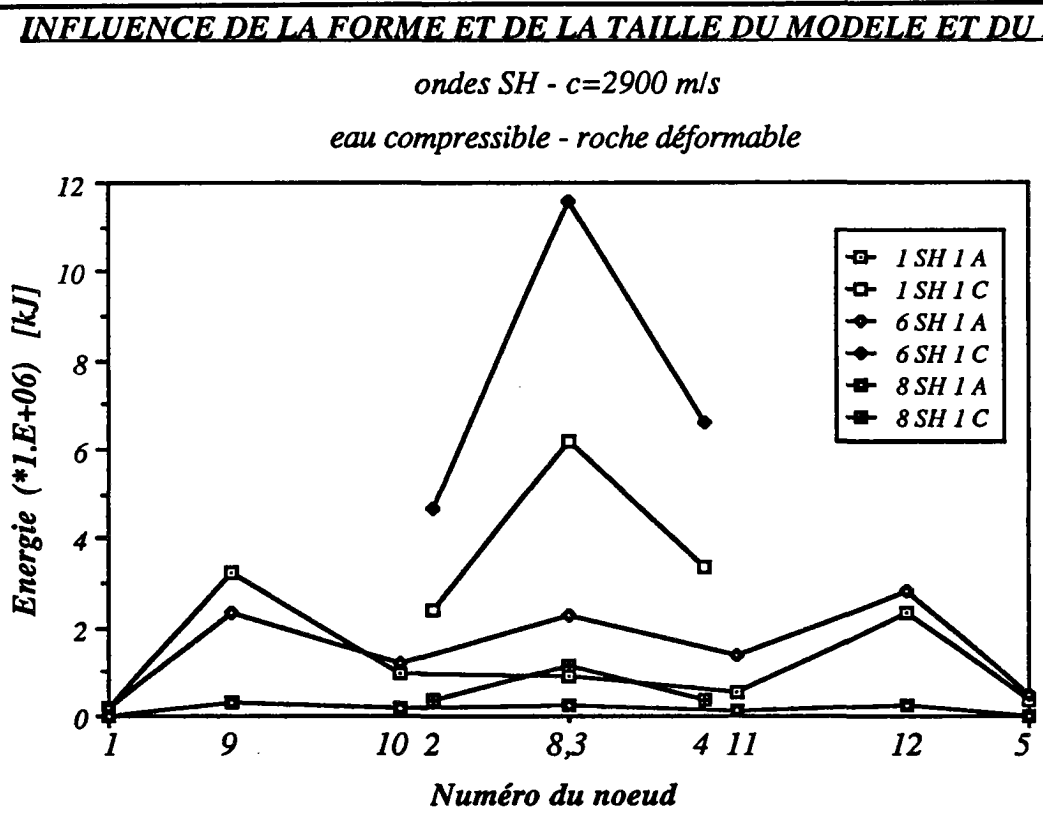


Figure 5.203 - Diagrammes d'énergies en zones d'appui (A) et de crête (C). Modèles 1, 6 et 8



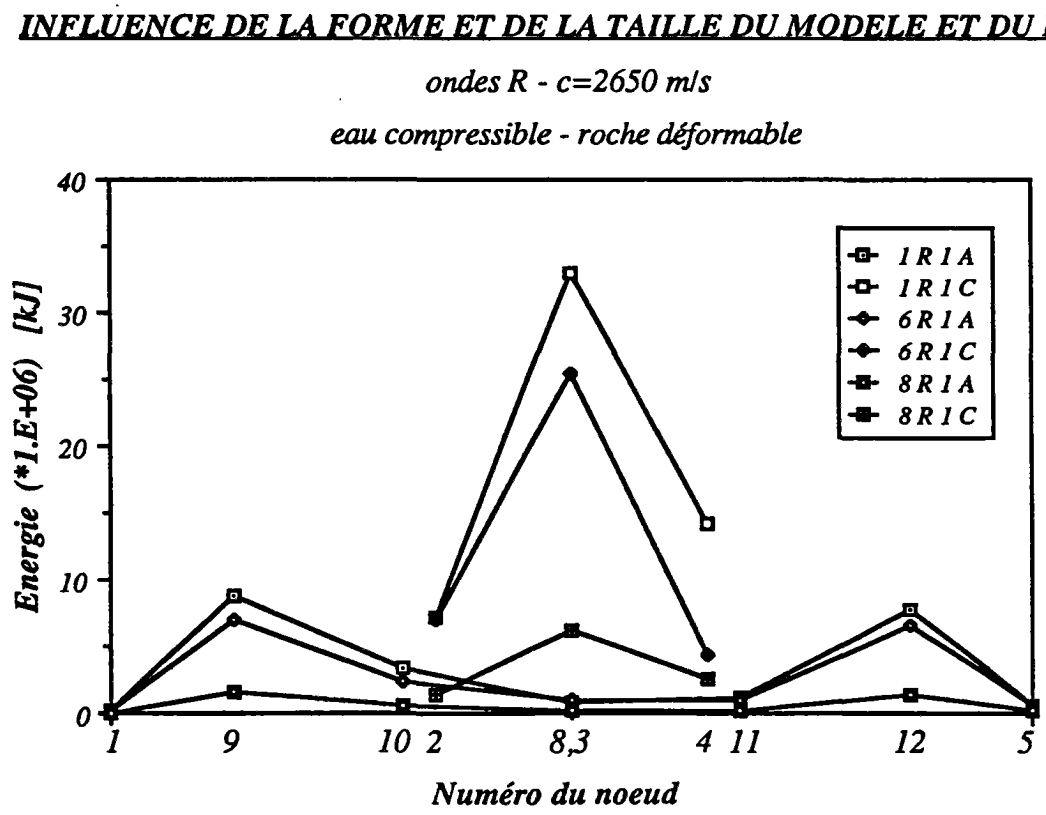
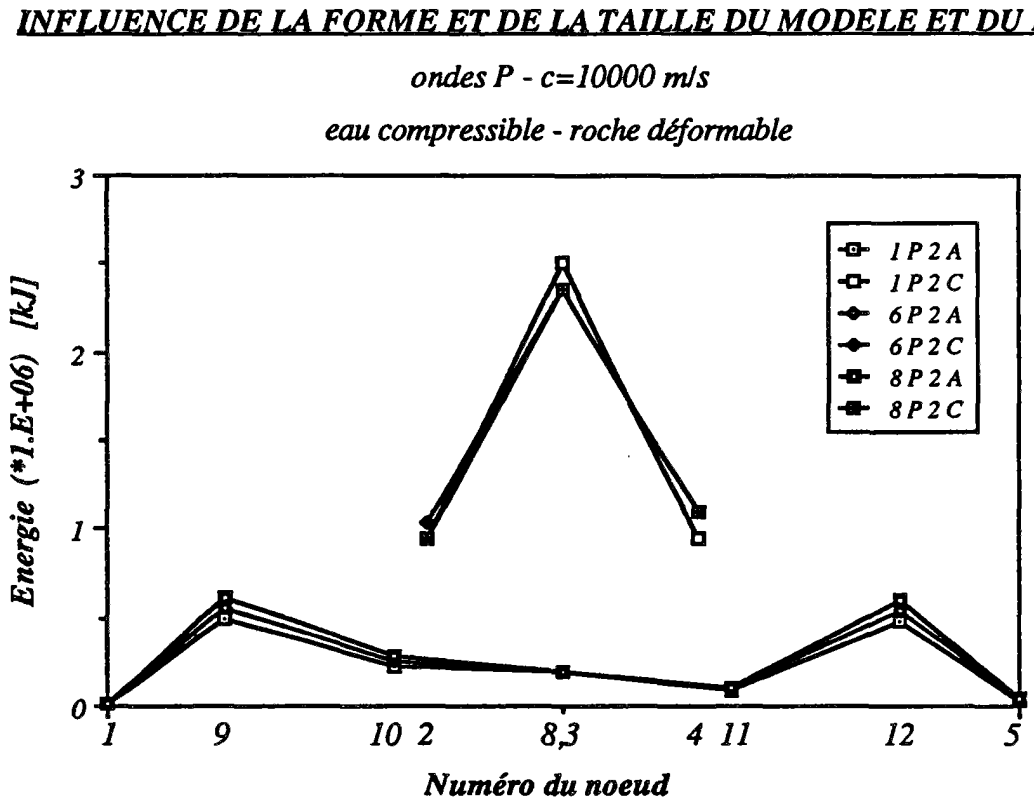


Figure 5.204 - Diagrammes d'énergies en zones d'appui (A) et de crête (C). Modèles 1, 6 et 8



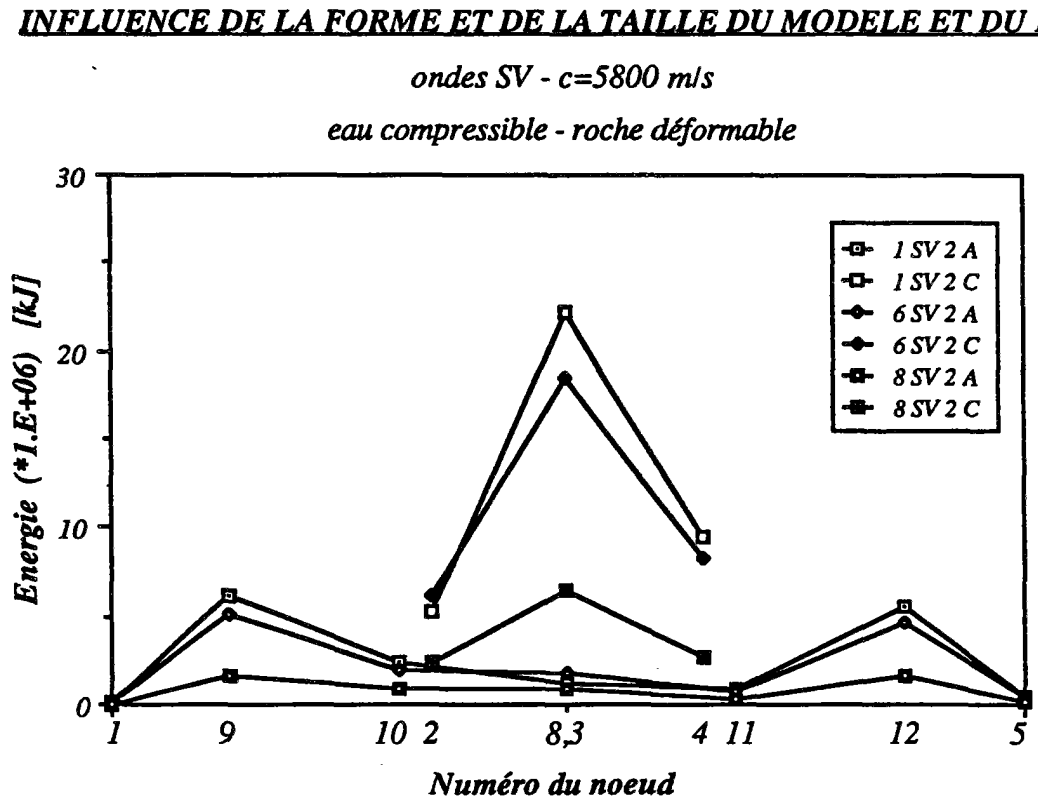
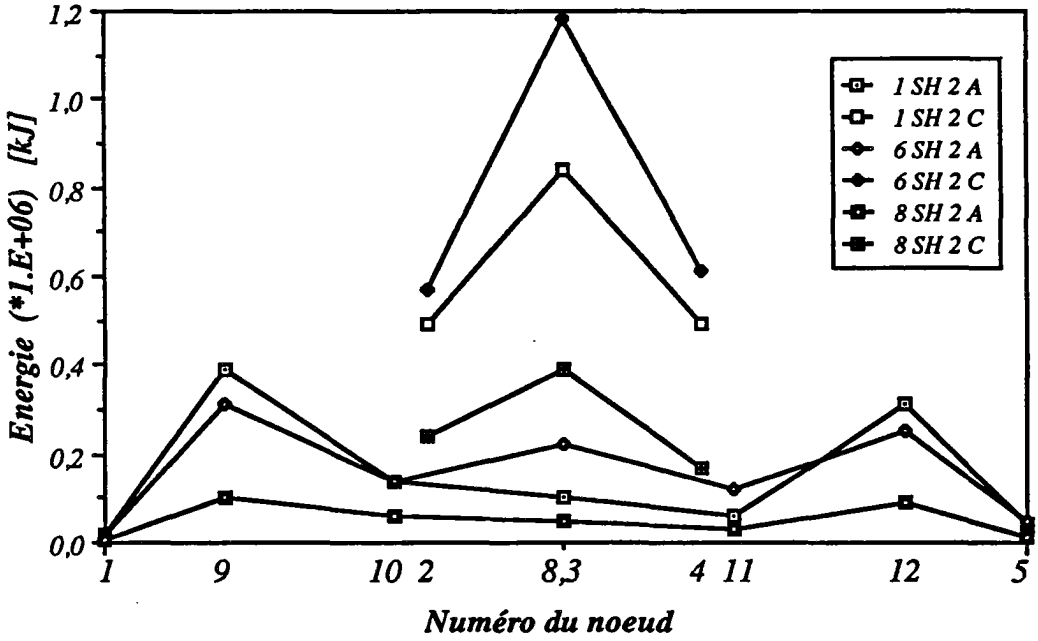


Figure 5.205 - Diagrammes d'énergies en zones d'appui (A) et de crête (C). Modèles 1, 6 et 8

INFLUENCE DE LA FORME ET DE LA TAILLE DU MODELE ET DU LAC

ondes SH - c=5800 m/s

eau compressible - roche déformable



INFLUENCE DE LA FORME ET DE LA TAILLE DU MODELE ET DU LAC

ondes R - c=5300 m/s

eau compressible - roche déformable

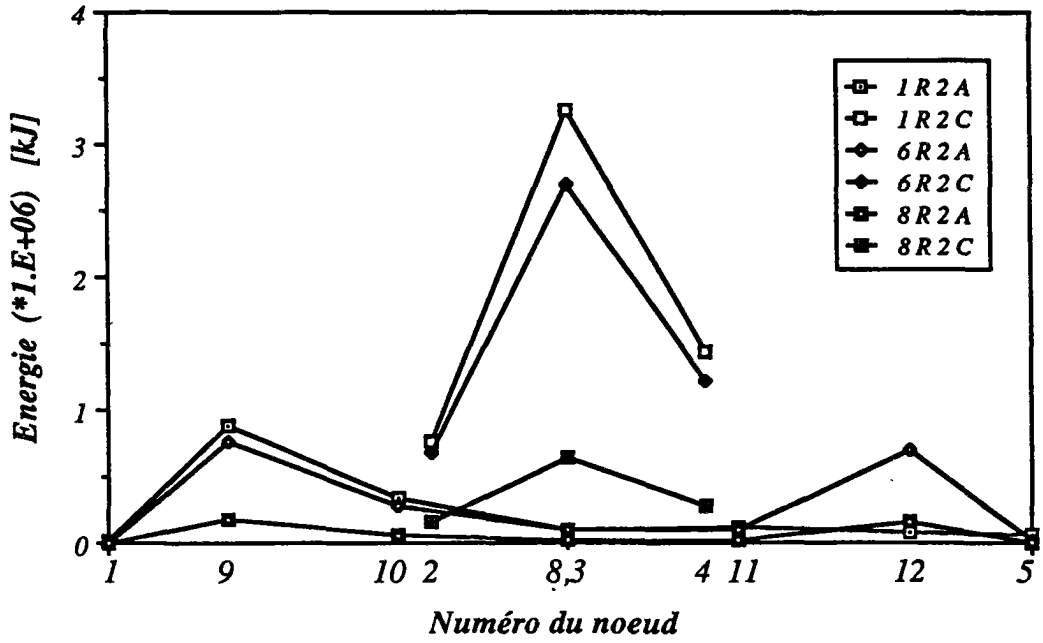
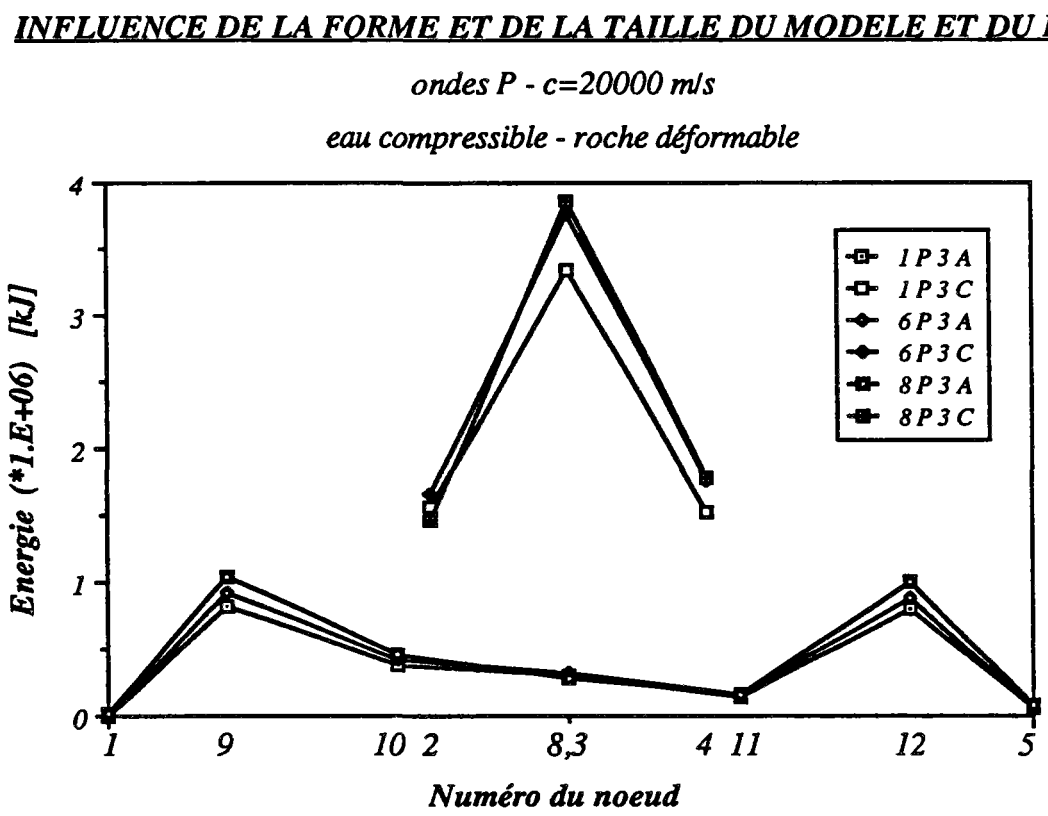


Figure 5.206 - Diagrammes d'énergies en zones d'appui (A) et de crête (C). Modèles 1, 6 et 8



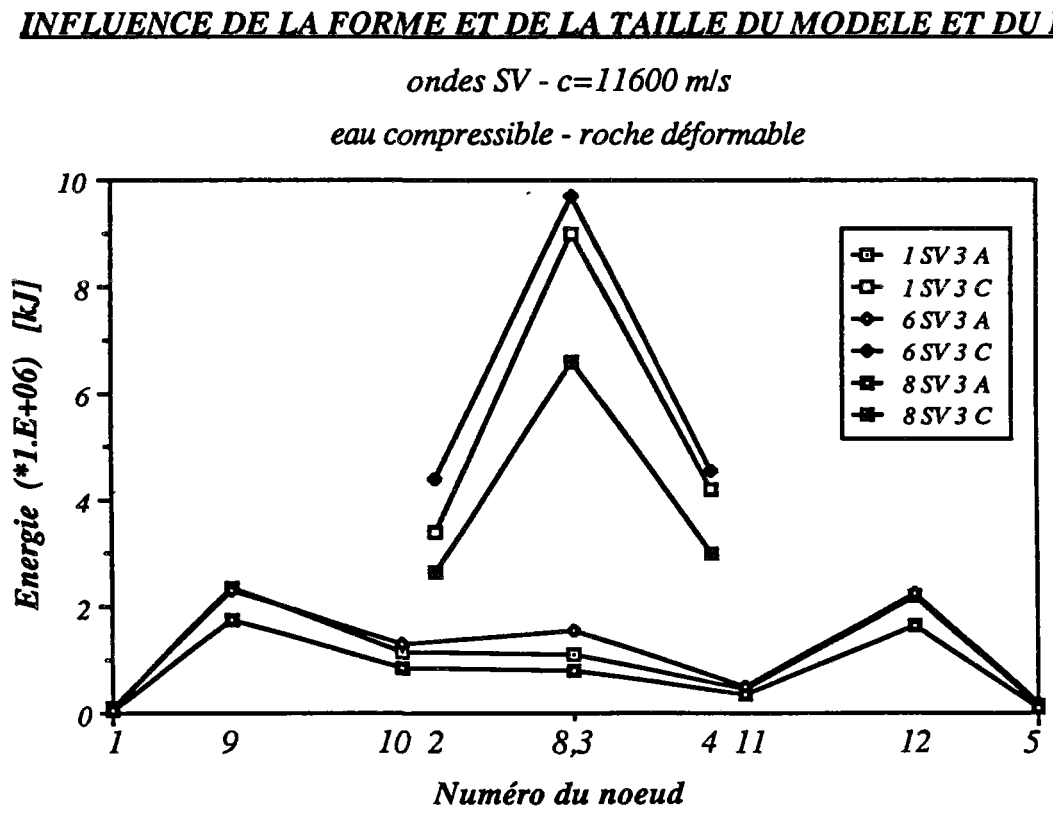
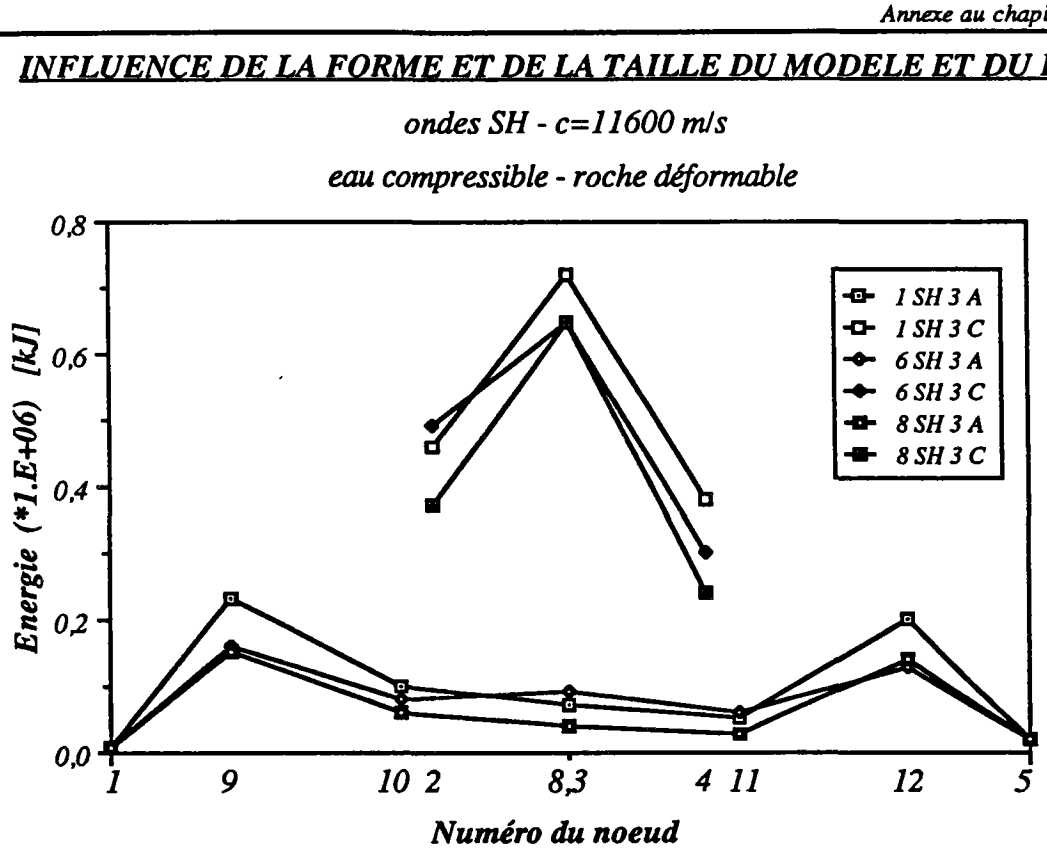


Figure 5.207 - Diagrammes d'énergies en zones d'appui (A) et de crête (C). Modèles 1, 6 et 8



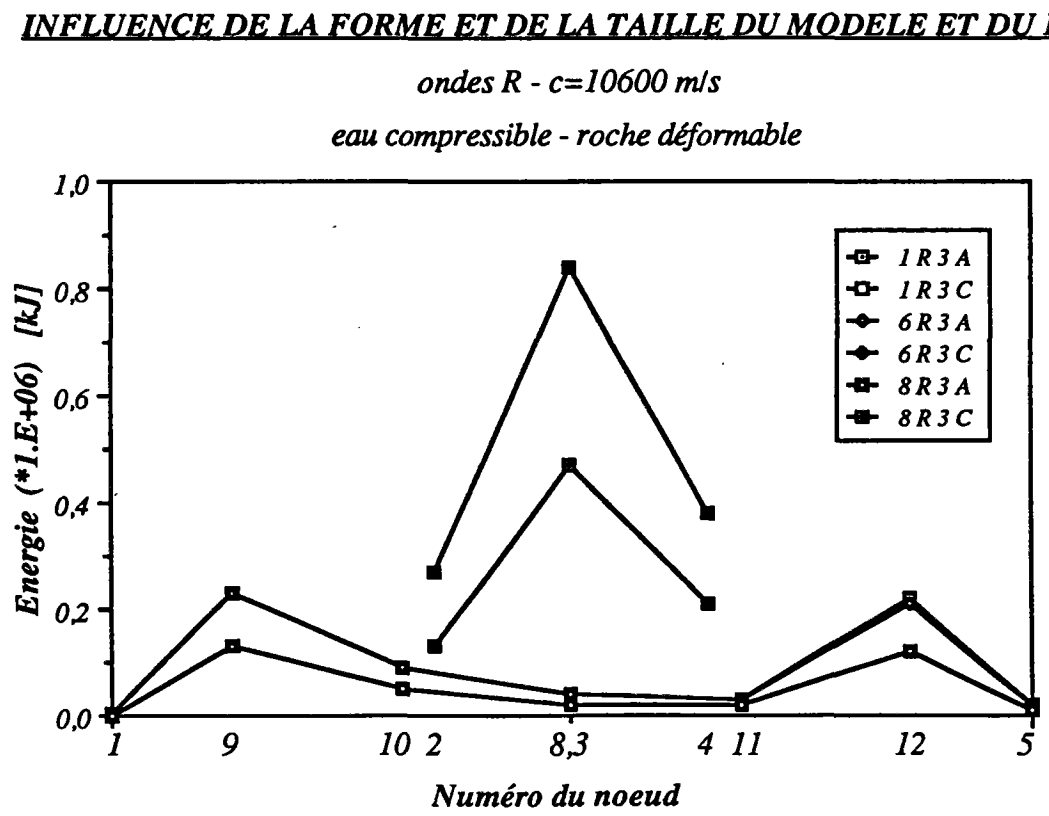
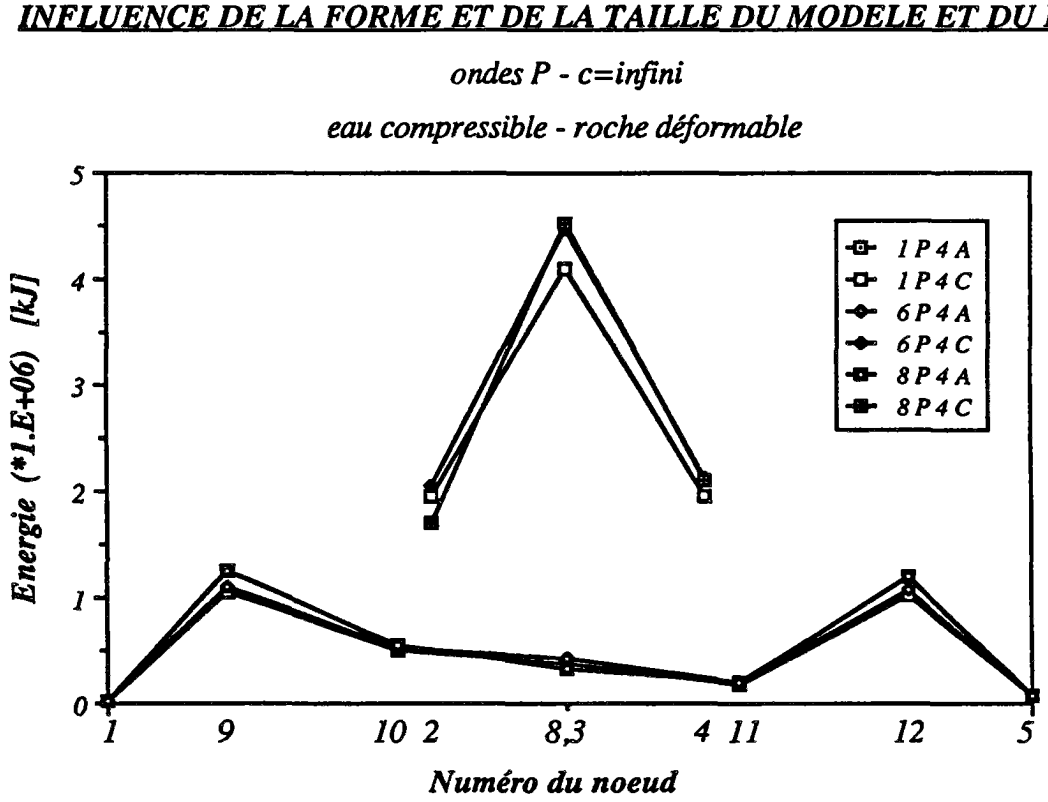


Figure 5.208 - Diagrammes d'énergies en zones d'appui (A) et de crête (C). Modèles 1, 6 et 8



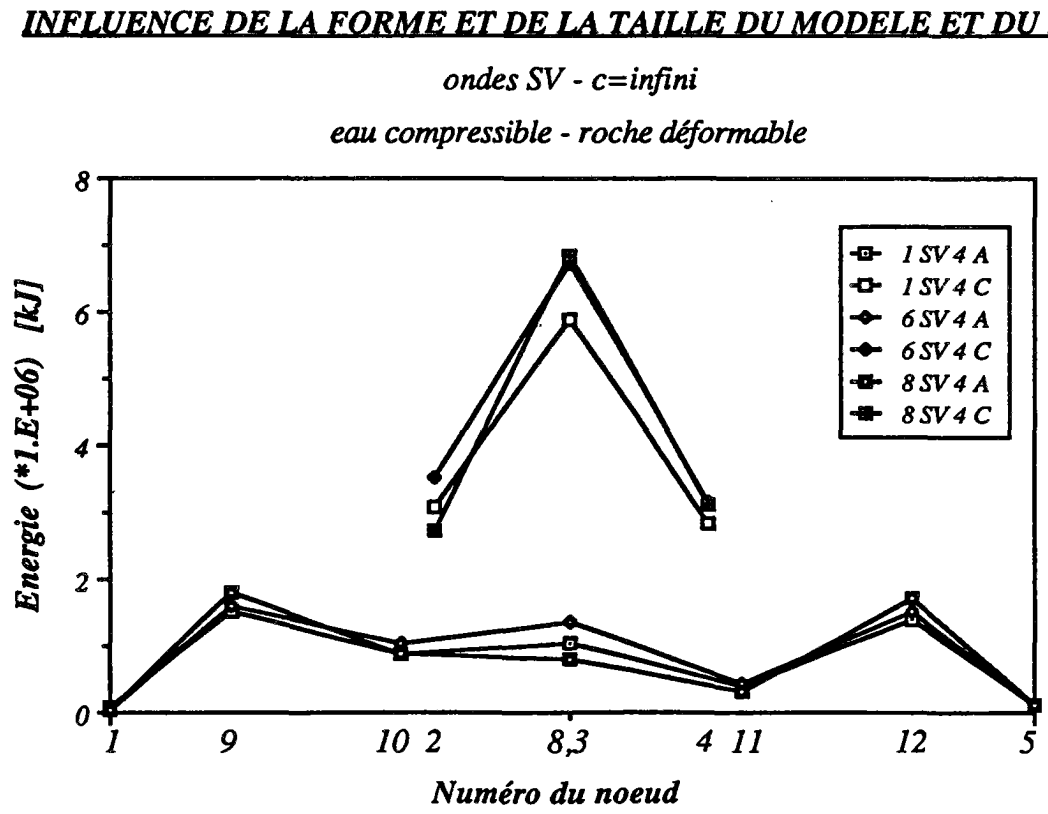
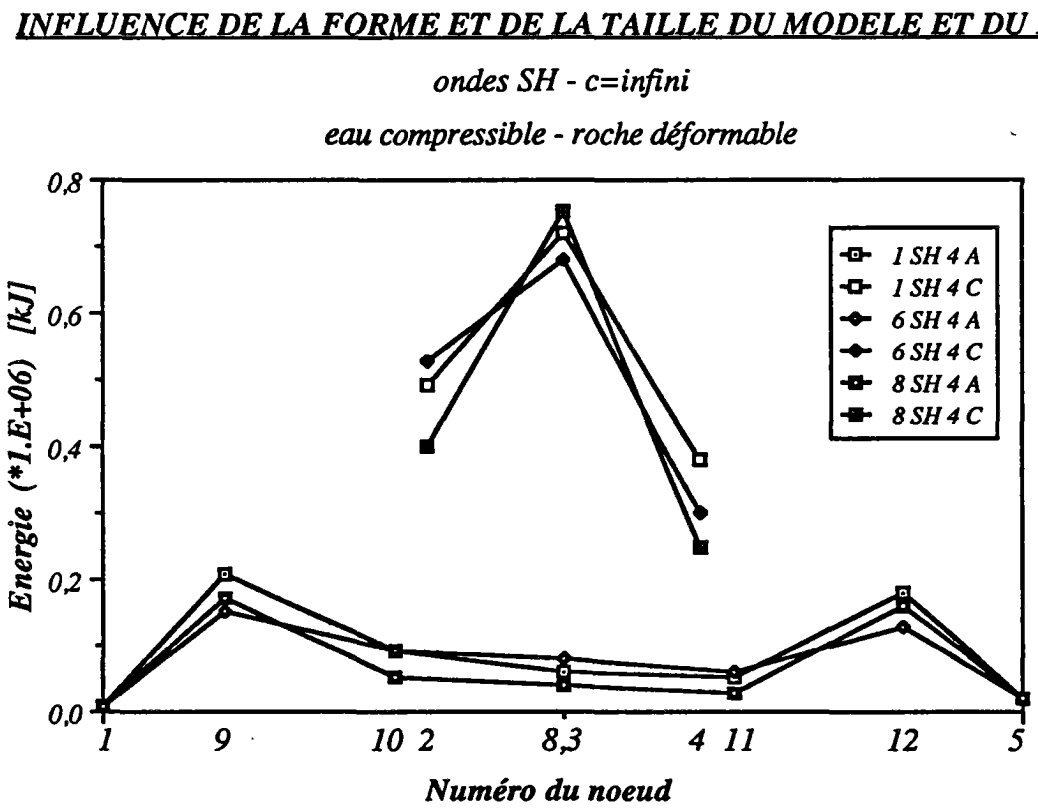


Figure 5.209 - Diagrammes d'énergies en zones d'appui (A) et de crête (C). Modèles 1, 6 et 8



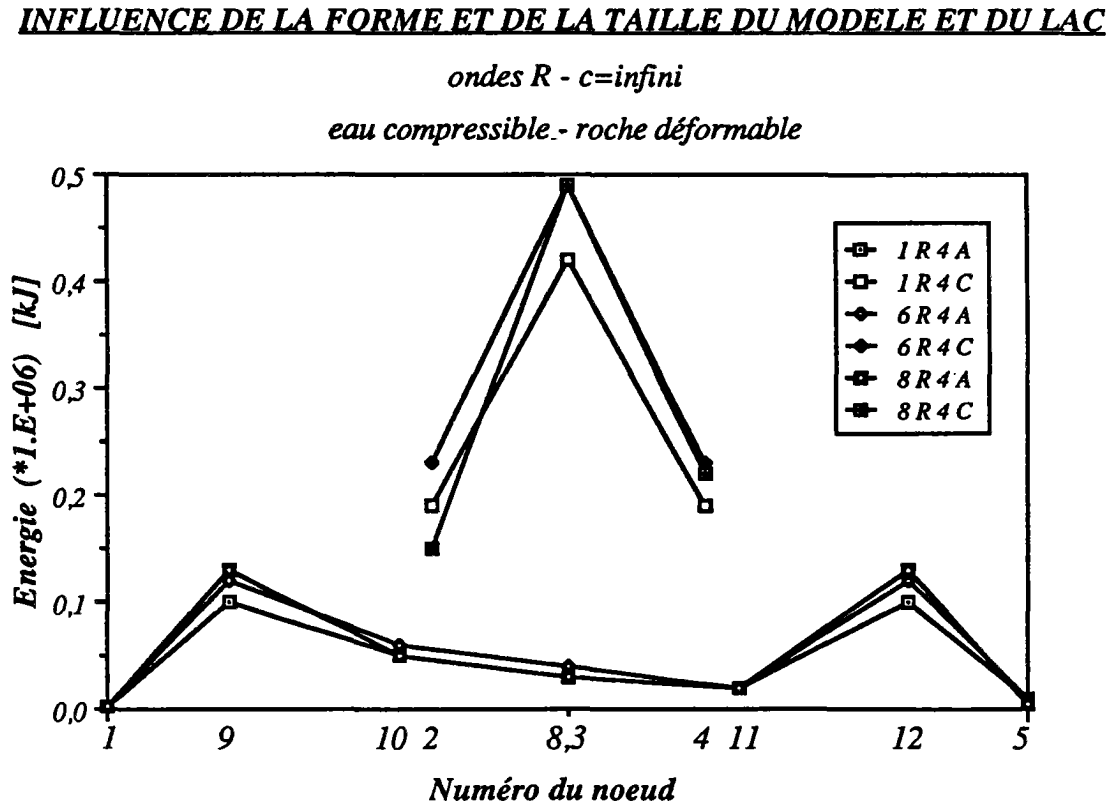


Figure 5.210 - Diagrammes d'énergies en zones d'appui (A) et de crête (C). Modèles 1, 6 et 8

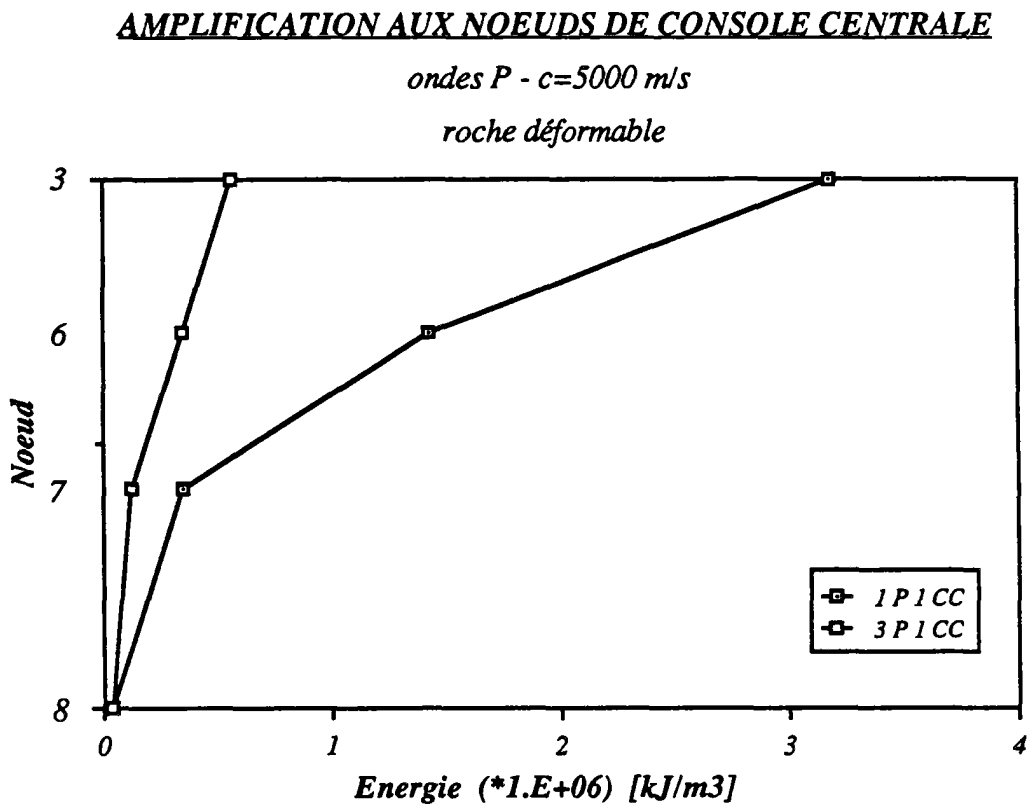
V.3.5 AMPLIFICATION AUX NOEUDS DE CONSOLE CENTRALE

Pour déterminer l'amplification aux noeuds de console centrale on se sert de trois modèles: *1*, *3* et *12*. L'amplification est donnée comme un rapport d'énergies volumiques aux noeuds *3*, *6 7* et *8* de console centrale. Dans le modèle *3* la retenue est vide et dans le modèle *1* la retenue est pleine et l'eau est compressible. La comparaison entre les modèles *1* et *3* nous permet aussi de déterminer l'influence de la retenue pleine sur l'intensité d'amplification. La célérité du champ proche est la même pour les deux modèles.

On compare les modèles *1* et *3* avec le modèle *12*, dans lequel la célérité du champ proche est deux fois plus grande que dans les modèles *1* et *3*. Les comparaisons sont effectuées pour les différents type d'ondes et pour les différentes célérité du champ lointain. Les résultats sont montrés sur les figures 5.211 à 5.218.

Les valeurs d'énergies volumiques obtenues aux différents noeuds sont reliées sur les figures avec des lignes droites.

L'interprétation des résultats est donnée dans le paragraphe e V.4.



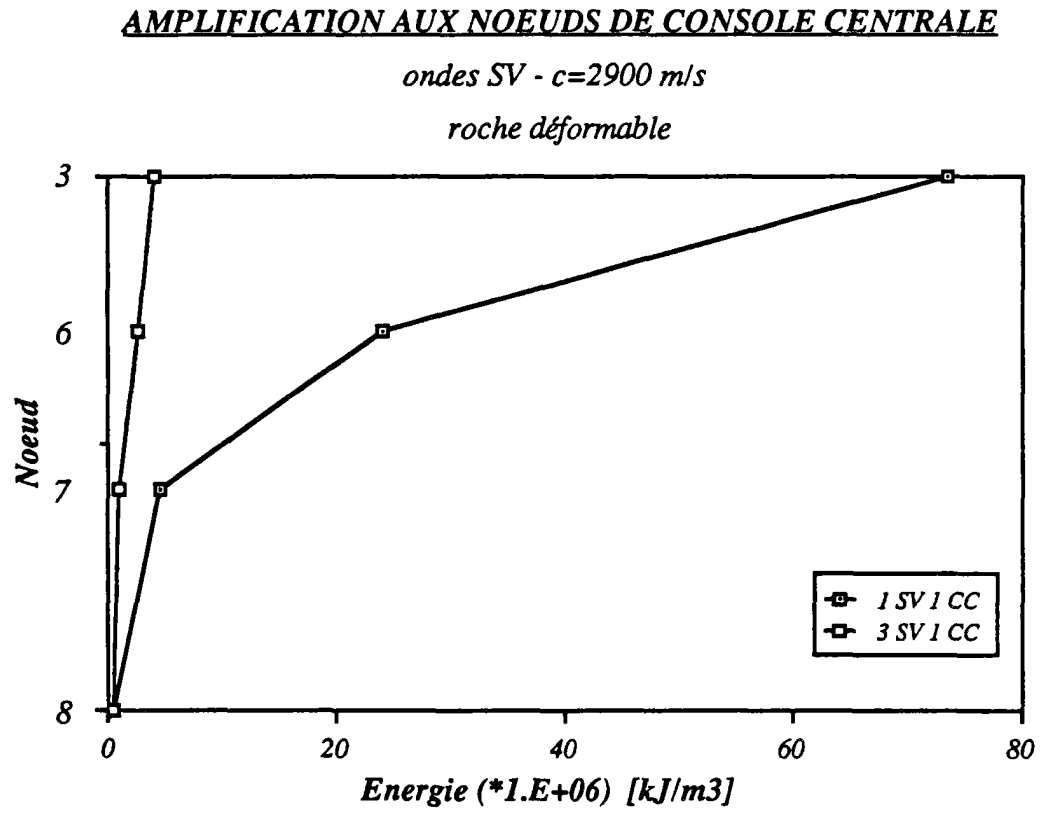
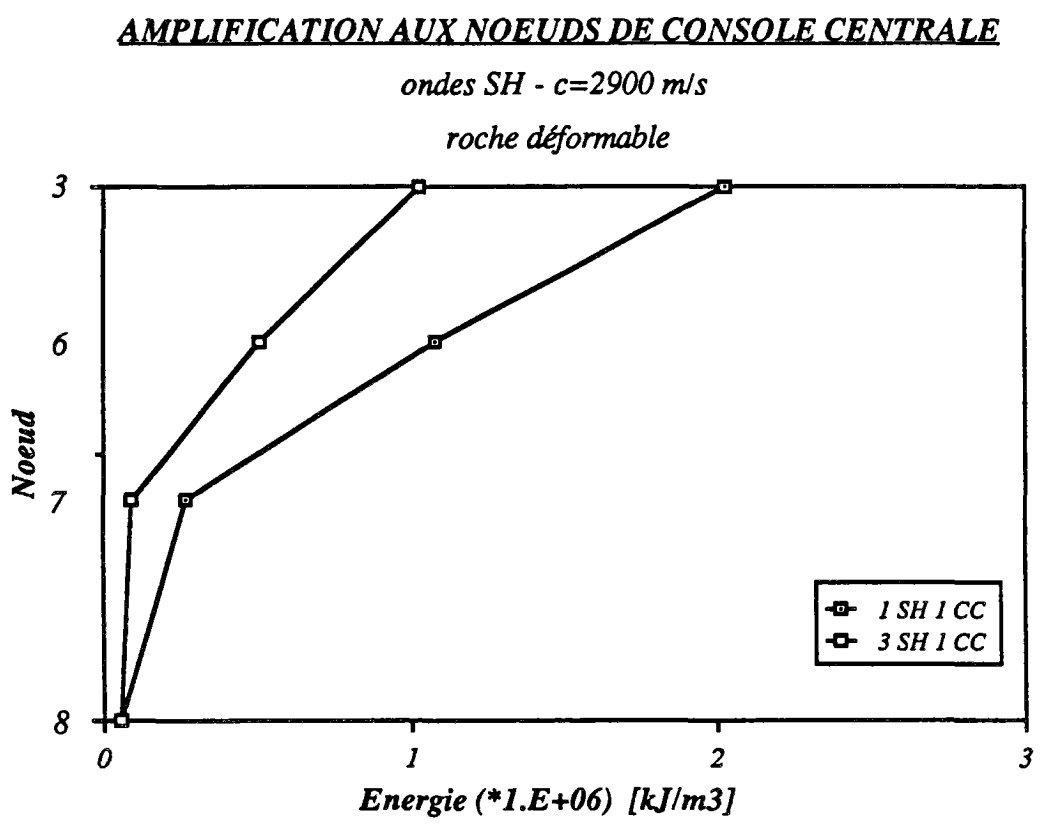


Figure 5.211 - Diagrammes d'énergie en zone de console centrale (CC). Modèles 1, et 3



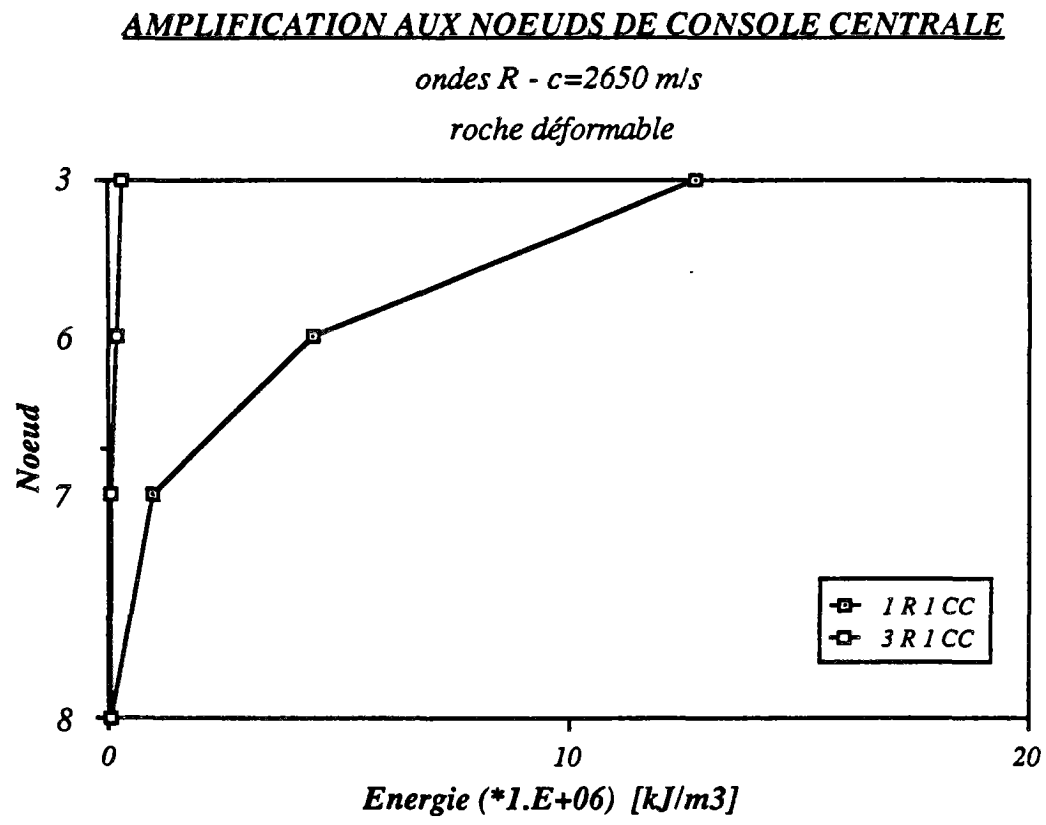
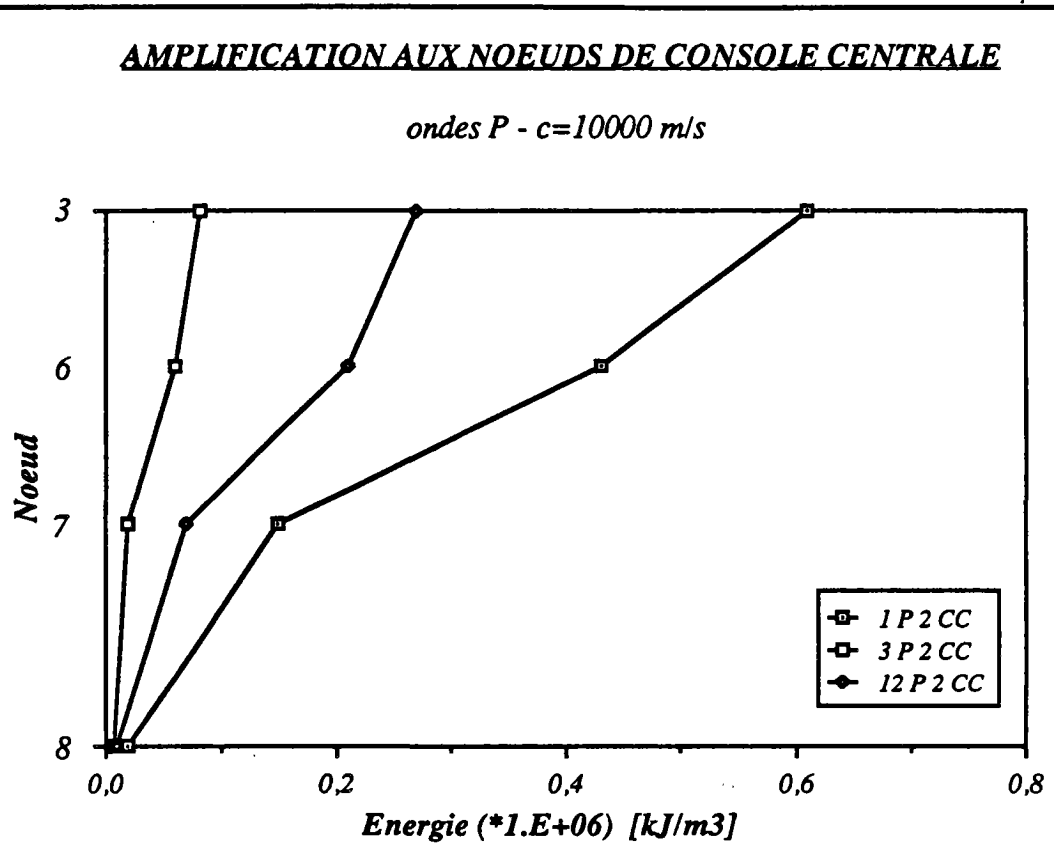


Figure 5.212 - Diagrammes d'énergie en zone de console centrale (CC). Modèles 1, et 3



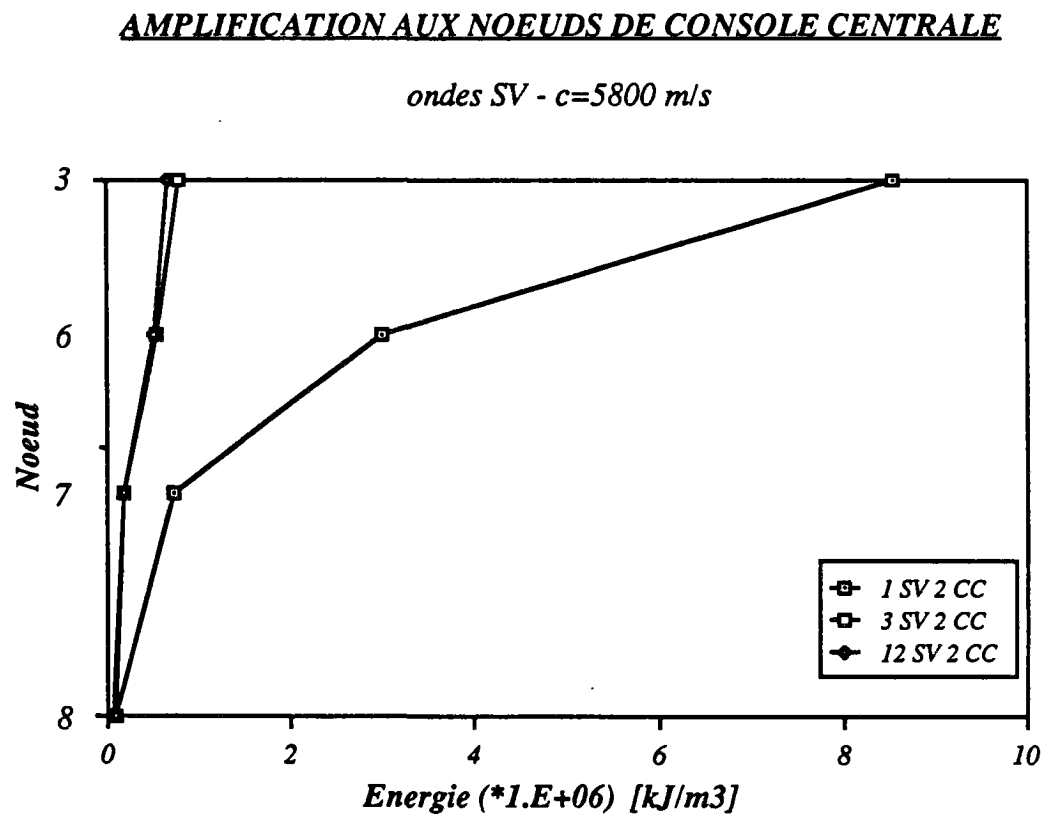
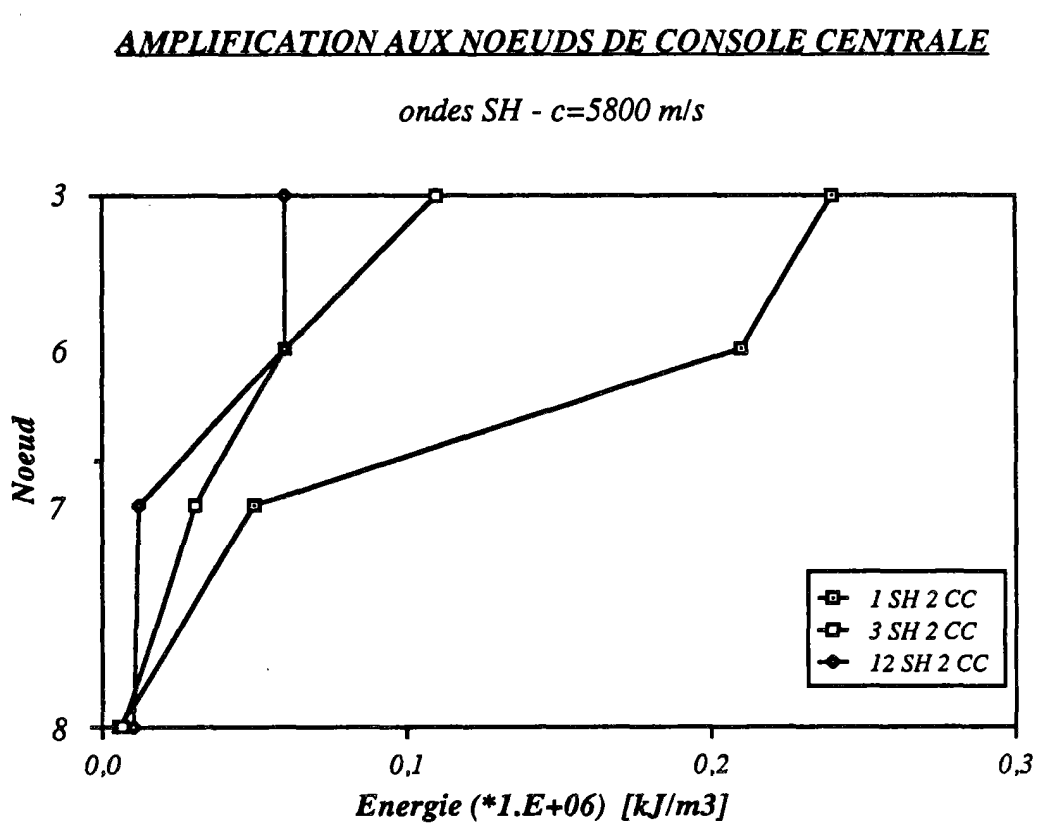


Figure 5.213 - Diagrammes d'énergie en zone de console centrale (CC). Modèles 1, 3 et 12



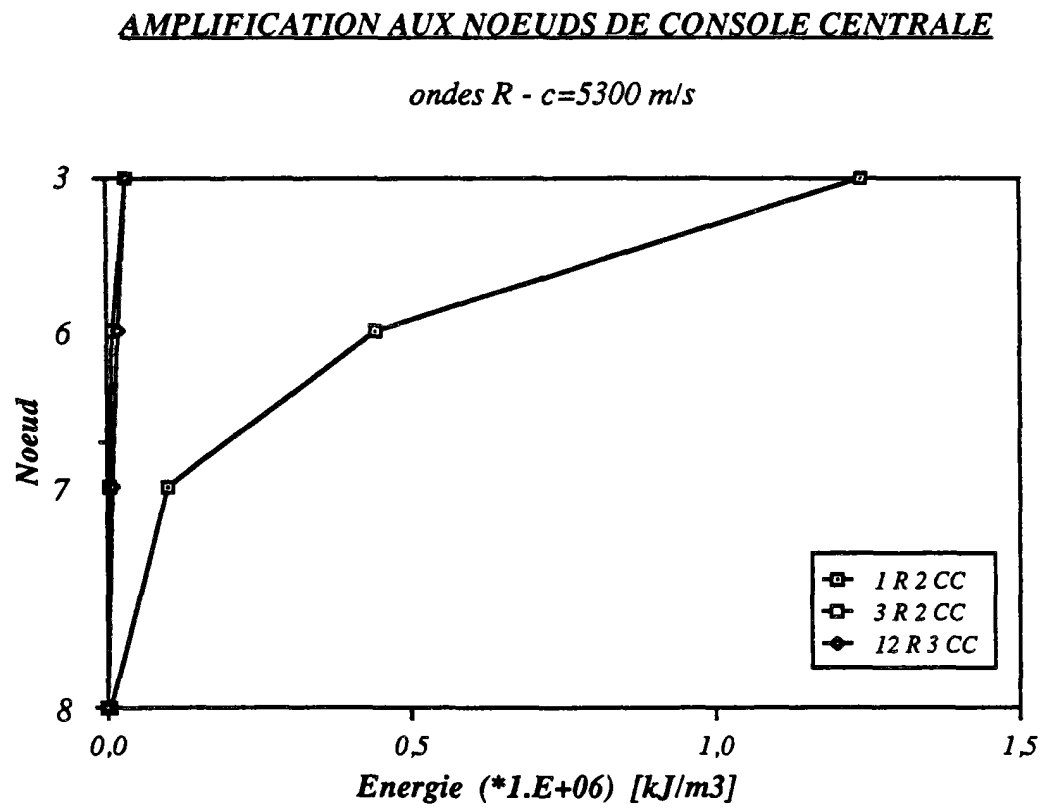
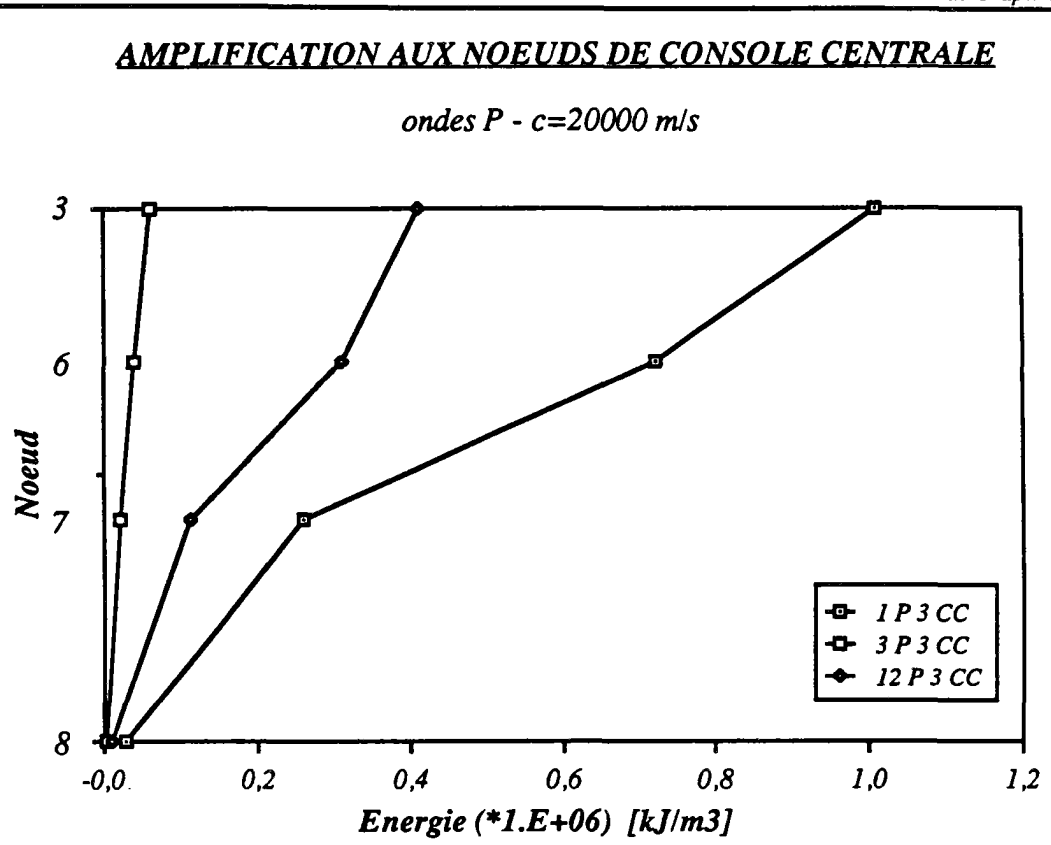


Figure 5.214 - Diagrammes d'énergie en zone de console centrale (CC). Modèles 1, 3 et 12



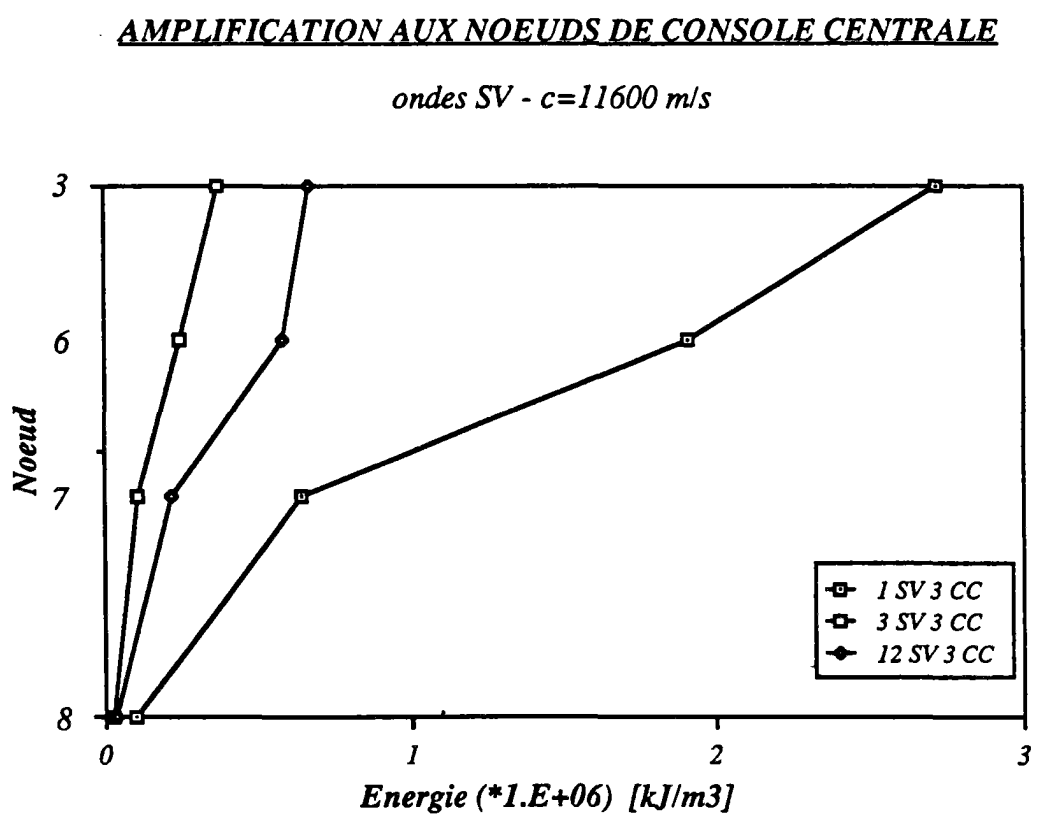
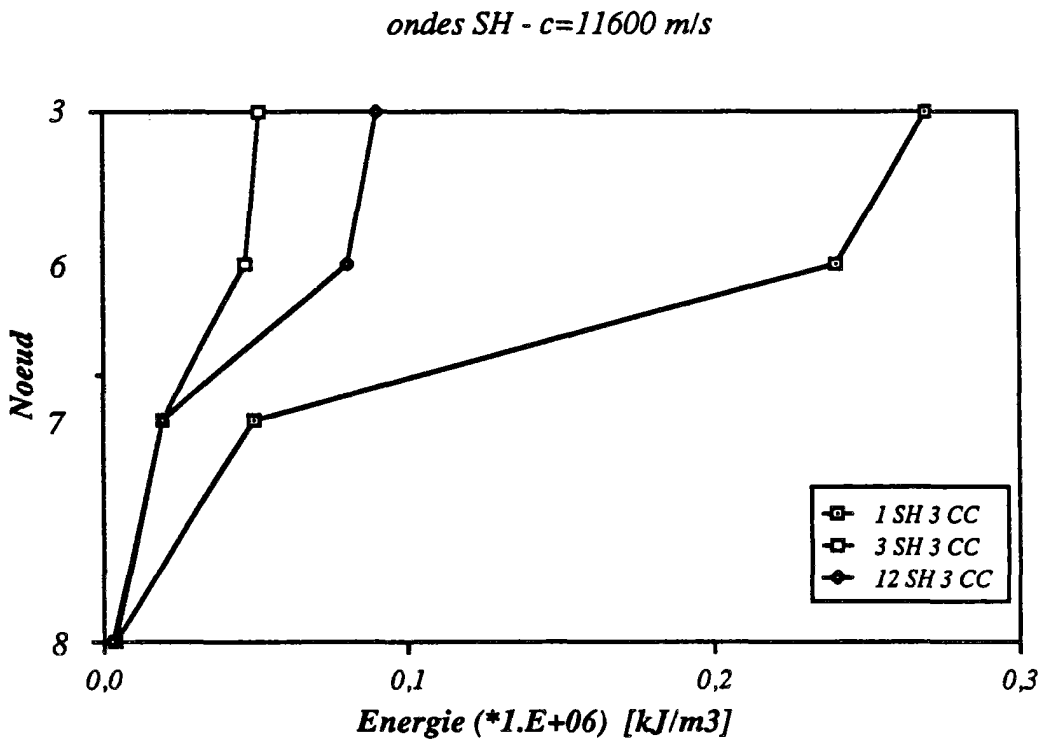


Figure 5.215 - Diagrammes d'énergie en zone de console centrale (CC). Modèles 1, 3 et 12



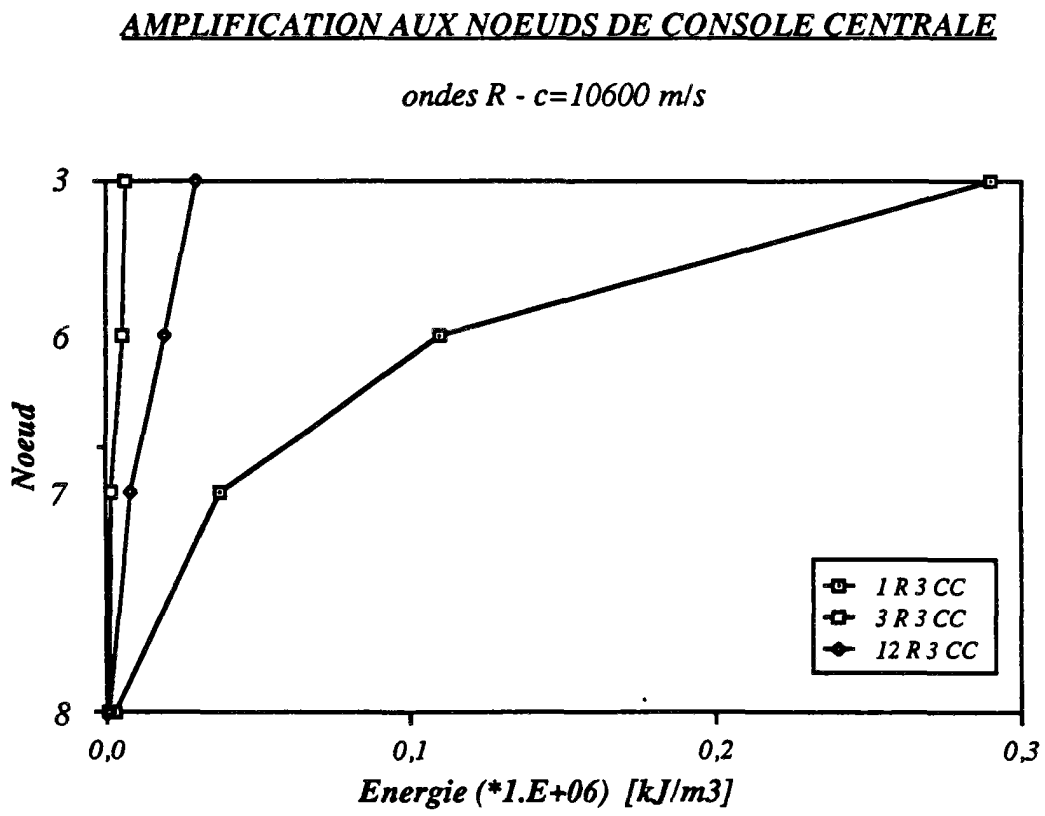
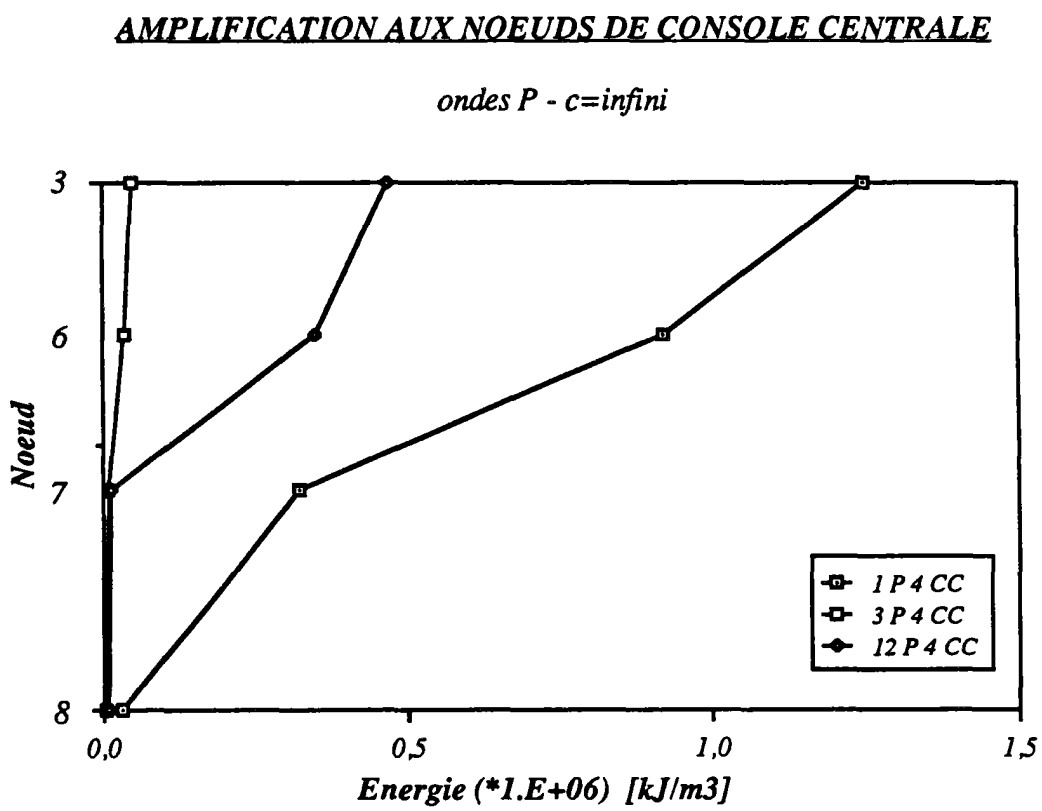


Figure 5.216 - Diagrammes d'énergie en zone de console centrale (CC). Modèles 1, 3 et 12



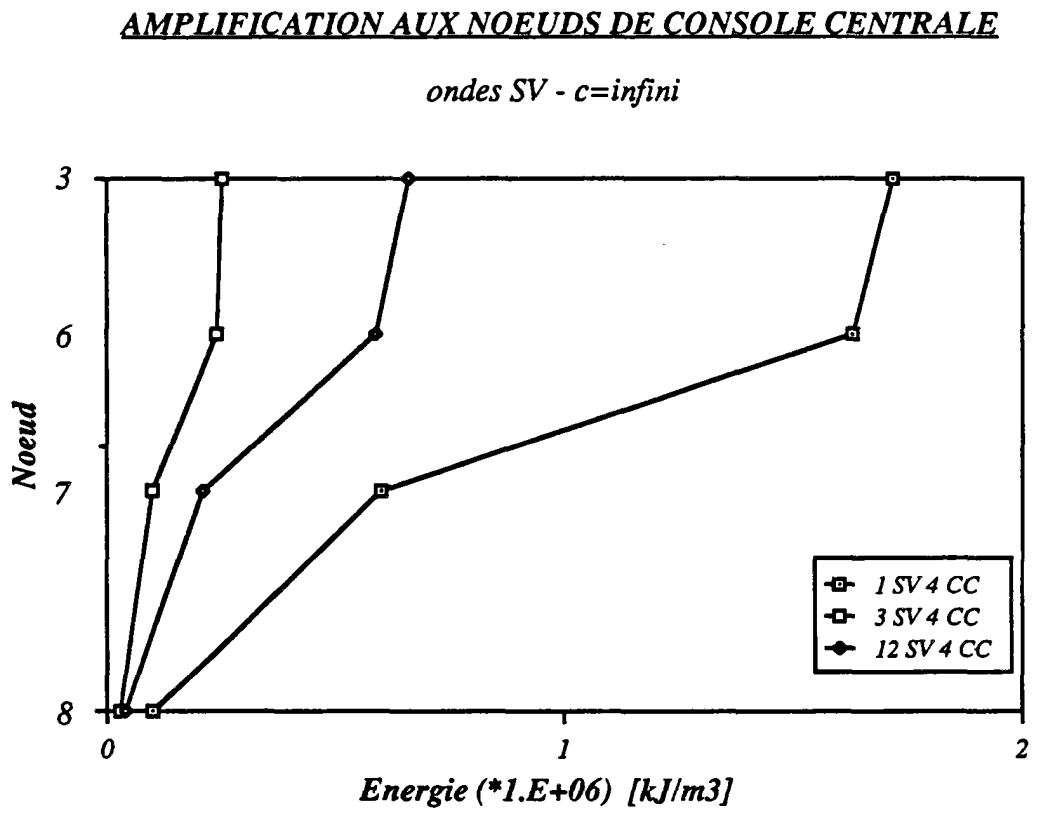
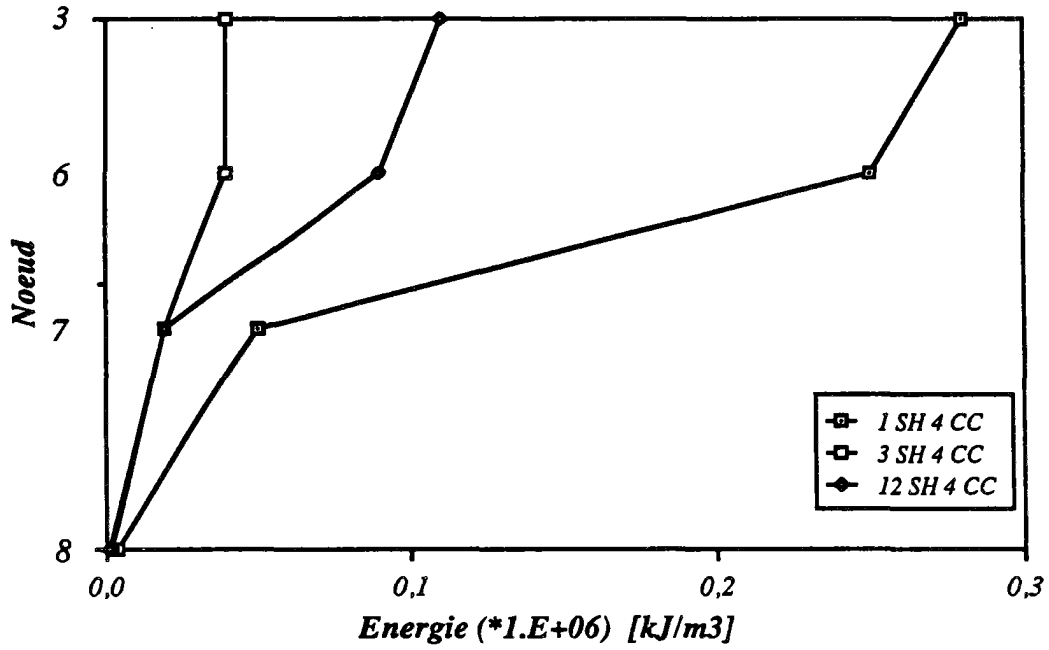


Figure 5.217 - Diagrammes d'énergie en zone de console centrale (CC). Modèles 1, 3 et 12



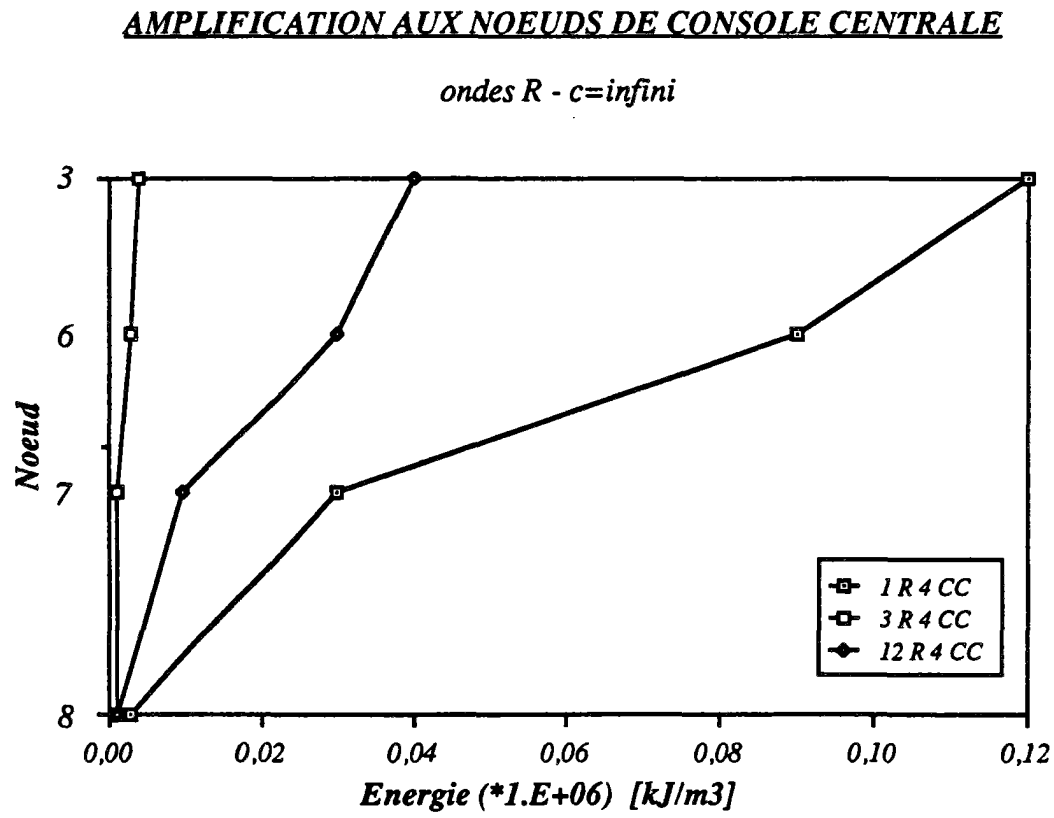


Figure 5.218 - Diagrammes d'énergie en zone de console centrale (CC). Modèles 1, 3 et 12

ANNEXE A

DEVELOPPEMENT EN SERIE LIMITEE DES ONDES SH, P, SV ET R

A.1. INTRODUCTION

Dans les paragraphes suivants on montre la représentation des ondes sismiques **P**, **S**, et **R** par les fonctions de forme. Pour l'établir, on utilise le développement en série limitée des expressions de ces ondes.

Pour représenter les ondes planes harmoniques dans un milieu élastique, homogène et semi-infini on se sert d'une notation complexe qui s'écrit [1] [43] comme

$$\vec{u}=A\vec{d}e^{-ik(\vec{x}\cdot\vec{p}-ct)} \tag{A.1}$$

où **u** est le vecteur de déplacement, **A** l'amplitude, **d** le vecteur unitaire qui définit la direction de mouvement, **p** le vecteur unitaire qui définit la direction de propagation de l'onde, **x** le vecteur de position, **c** la célérité de l'onde, **t** le temps, **k** le nombre d'onde qui est défini par $k=\omega/c=2\pi/\Lambda$, Λ étant la longueur d'onde sismique et ω étant sa fréquence. Le produit scalaire $\vec{x}\cdot\vec{p}$ définit le plan perpendiculaire au vecteur **p**.

On a, donc, deux types d'ondes de volume:

a) une onde **P** pour laquelle on a $\vec{d}=\pm\vec{p}$ et $c=c_p$ et

b) une onde **S** pour laquelle on a $\vec{d}\cdot\vec{p}=0$ et $c=c_s$

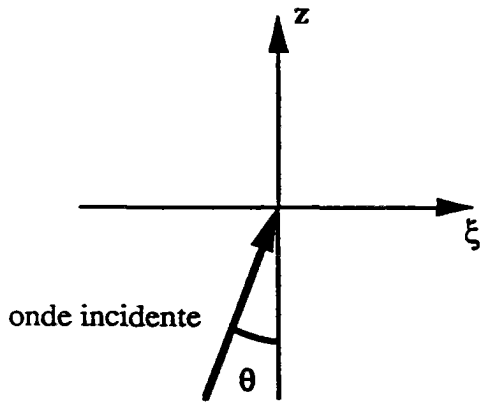


Figure A.1 - Une onde incidente avec un angle d'incidence θ

Cela montre que la célérité est la même pour les ondes courtes et les ondes longues. Dans le cas où la célérité ne dépend pas de la longueur d'onde on dit que c'est un système non dispersif. Dans un milieu non élastique, qui a un comportement dissipatif, la célérité dépend de la longueur d'onde et on dit que c'est un système dispersif.

Pour un angle d'incidence θ (mesuré à partir de l'axe vertical, figure A.1) on a

$$\vec{p}=\sin\theta\ \vec{i}_\xi + \cos\theta\ \vec{i}_z$$
$$\vec{x}=\xi\vec{i}_\xi+z\vec{i}_z \qquad \text{(A.2)}$$

et

$$\vec{x}\cdot\vec{p}=\xi\sin\theta+z\cos\theta \qquad \text{(A.3)}$$

On suppose que l'espace semi-infini est défini avec **z<0** et que la surface libre à **z=0** est libre de contraintes $\sigma_z=\tau_{xz}=\tau_{yz}=0$.

La figure suivante définit la position du système ξ-η-z par rapport au système x-y-z avec l'angle de direction φ.

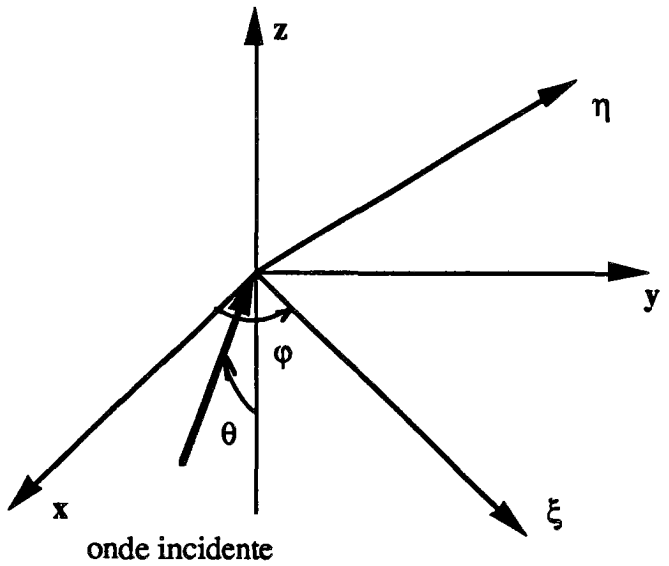


Figure A.2 - L'angle d'incidence θ et l'angle de direction φ

Après cela, on peut écrire le vecteur de déplacement de la façon suivante

$$\vec{u}=A\vec{d}e^{-Ik\lambda} \qquad \lambda = \xi\sin\theta + z\cos\theta - ct \qquad \text{(A.4)}$$

où la liaison entre les systèmes $\xi\,\eta\,z$ et $x\,y\,z$ est définie par la rotation du système $\xi\,\eta\,z$

$$\xi = x\cos\varphi + y\sin\varphi$$
$$\eta = -x\sin\varphi + y\cos\varphi$$

A.2. REFLEXION DES ONDES *SH* ET LEUR DEVELOPPEMENT EN SERIE LIMITEE

Une onde SH incidente (mouvement orthogonal au plan ξ-z) se réfléchit toujours en une onde SH (figure A.3). Les ondes SH incidentes et réfléchies sont définies respectivement par les expressions suivantes [1], [43]

$$u_\eta = Ae^{-ik\lambda} \qquad \lambda = \xi\sin\theta + z\cos\theta - c_s t \tag{A.5}$$

$$u_{\eta,r} = A_r e^{-ik_r\bar{\lambda}} \qquad \bar{\lambda} = \xi\sin\theta_r - z\cos\theta_r - c_s t \tag{A.6}$$

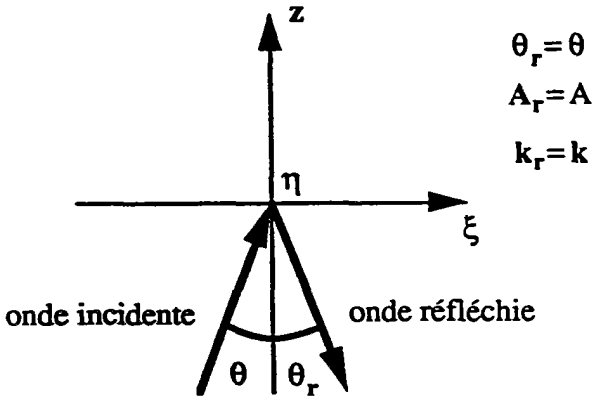


Figure A.3 - Réflexion d'une onde SH à la surface libre

Les relations entre les paramètres d'une onde SH incidente et d'une onde SH réfléchie (figure A.3) sont obtenues en satisfaisant à la condition de contraintes nulles à la surface libre z=0 [1]

Une onde SH est une onde progressive dans la direction ξ pour un angle d'incidence θ=90° et une onde stationnaire pour θ=0°. L'onde incidente et l'onde réfléchie sont en phase.

Le déplacement physique représente les parties réelles dans les notations précédentes ce qui donne (en tenant compte de $e^{-ix} = \cos x - i\sin x$) :

$$u_\eta = A\cos[2\pi(\frac{\xi}{\Lambda_s}\sin\theta + \frac{z}{\Lambda_s}\cos\theta - \frac{c_s t}{\Lambda_s})] \tag{A.7}$$

$$u_{\eta,r} = A\cos[2\pi(\frac{\xi}{\Lambda_s}\sin\theta - \frac{z}{\Lambda_s}\cos\theta - \frac{c_s t}{\Lambda_s})] \tag{A.8}$$

Ici on utilise la formule de *MacLaurin* de deuxième ordre pour deux inconnues (onde plane)

$$f(\xi,z)=f(0,0)+\xi f'_\xi(0,0)+zf'_z(0,0)+0.5\xi^2 f''_{\xi\xi}(0,0)+0.5z^2 f''_{zz}(0,0)+\xi z f''_{\xi z}(0,0) \tag{A.9}$$

pour faire un développement en série limitée de la somme des fonctions de déplacement pour une onde incidente et une onde réfléchie $u_\eta + u_{\eta,r}$, ce qui donne, après quelques transformations mathématiques, le déplacement total de

$$u_{\eta,t} = u_\eta + u_{\eta,r} = 2A\cos(\omega t) + 2\frac{\xi}{\Lambda_s} A\sin(\omega t)\sin\theta\, 2\pi -$$

$$- 2\frac{\xi^2}{\Lambda_s^2} A\cos(\omega t)\sin^2\theta\, 2\pi^2 - 2\frac{z^2}{\Lambda_s^2} A\cos(\omega t) 2\pi^2 \cos^2\theta \tag{A.10}$$

Il faut remarquer que les termes qui correspondent à **z** et **zx** deviennent nuls après la sommation.

En tenant compte de l'expression précédente qui définit le déplacement, on obtient la vitesse et l'accélération comme suit

$$\dot{u}_{\eta,t} = \dot{u}_\eta + \dot{u}_{\eta,r} = -2\omega A\sin(\omega t) + 2\omega \frac{\xi}{\Lambda_s} A\cos(\omega t)\sin\theta\, 2\pi +$$

$$+ 2\omega \frac{\xi^2}{\Lambda_s^2} A\sin(\omega t)\sin^2\theta\, 2\pi^2 + 2\omega \frac{z^2}{\Lambda_s^2} A\sin(\omega t) 2\pi^2 \cos^2\theta \tag{A.11}$$

$$\ddot{u}_{\eta,t} = \ddot{u}_{\eta} + \ddot{u}_{\eta,r} = -2\omega^2 A\cos(\omega t) - 2\omega^2 \frac{\xi}{\Lambda_s} A\sin(\omega t)\sin\theta\, 2\pi +$$

$$+ 2\omega^2 \frac{\xi^2}{\Lambda_s^2} A\cos(\omega t)\, \sin^2\theta\, 2\pi^2 + 2\omega^2 \frac{z^2}{\Lambda_s^2} A\cos(\omega t) 2\pi^2 \cos^2\theta \tag{A.12}$$

Les expressions (A.10), (A.11) et (A.12) peuvent être utilisées dans le domaine temporel. Pour le domaine fréquentiel, en gardant la notation complexe d'une onde **SH** (expressions (A.5) et (A.6)) et en tenant compte du développement en série limitée, on obtient le déplacement, la vitesse et l'accélération définies par les expressions (A.13), (A.14) et (A.15) respectivement

$$u_{\eta,t} = u_{\eta} + u_{\eta,r} =$$

$$2A\exp(i\omega t)\, [\, 1 - \frac{\xi}{\Lambda_s} i2\pi \sin\theta - \frac{\xi^2}{\Lambda_s^2} 2\pi^2 \sin^2\theta - \frac{z^2}{\Lambda_s^2} 2\pi^2 \cos^2\theta] \tag{A.13}$$

$$\dot{u}_{\eta,t} = i\omega\, u_{\eta,t} \tag{A.14}$$

$$\ddot{u}_{\eta,t} = -\omega^2\, u_{\eta,t} \tag{A.15}$$

Après le développement limité, le changement de variables est effectué par les expressions suivantes :

$$\xi = x\cos\varphi + y\sin\varphi$$

$$\xi^2 = x^2\cos^2\varphi + y^2\sin^2\varphi + 2xy\cos\varphi\, \sin\varphi$$

$$\xi z = xz\cos\varphi + yz\sin\varphi$$

et les composantes de déplacements dans les directions **x** et **y** sont

$$u_x = -\, u_{\eta} \sin\varphi$$
$$u_y = u_{\eta} \cos\varphi$$

A.3. REFLEXION DES ONDES P ET LEUR DEVELOPPEMENT EN SERIE LIMITEE

Comme on l'a déjà dit dans le premier chapitre, une onde **P** incidente se réfléchit, en général, en une onde **P** et une onde **SV** (figure A.4).

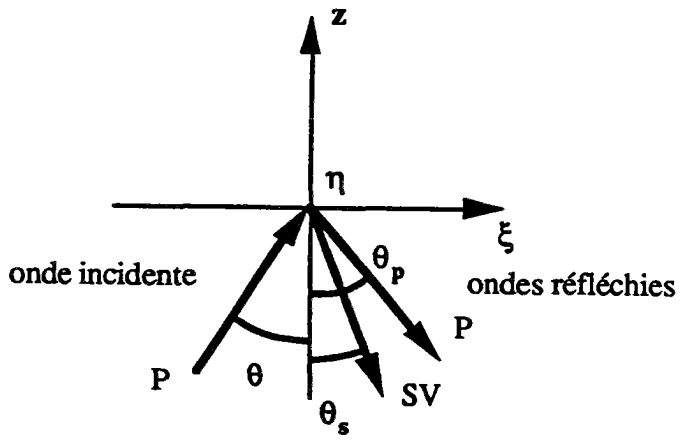


Figure A.4 - Réflexion d'une onde **P** à la surface libre

Une onde **P** incidente est définie par:

$$\begin{Bmatrix} u_\xi = A\sin\theta\, e^{-ik\lambda} \\ u_z = A\cos\theta\, e^{-ik\lambda} \end{Bmatrix} \quad \lambda = \xi\sin\theta + z\cos\theta - c_p t \tag{A.16}$$

et les ondes **P** et **SV** réfléchies sont définies respectivement par:

$$\begin{Bmatrix} u_\xi = A_p\sin\theta_p\, e^{-ik\bar{\lambda}_p} \\ u_z = -A_p\cos\theta_p\, e^{-ik\bar{\lambda}_p} \end{Bmatrix} \quad \bar{\lambda}_p = \xi\sin\theta_p - z\cos\theta_p - c_p t \tag{A.17}$$

$$\begin{Bmatrix} u_\xi = A_s\cos\theta_s\, e^{-ik\bar{\lambda}_s} \\ u_z = A_s\sin\theta_s\, e^{-ik\bar{\lambda}_s} \end{Bmatrix} \quad \bar{\lambda}_s = \xi\sin\theta_s - z\cos\theta_s - c_s t \tag{A.18}$$

Les relations entre les paramètres d'une onde incidente et des ondes réfléchies sont obtenues en satisfaisant à la condition de contraintes nulles à la surface libre **z=0** [1]

$$k_p = k \qquad \frac{k_s}{k_p} = \frac{c_p}{c_s} = \frac{\Lambda_p}{\Lambda_s} = \varepsilon \qquad \varepsilon = \sqrt{\frac{2-2\nu}{1-2\nu}} \tag{A.19}$$

$$\theta_p = \theta \qquad \sin\theta_s = \varepsilon^{-1}\sin\theta \tag{A.20}$$

$$\varepsilon > 1\,,\ \theta_s \leq \frac{\pi}{2} \Rightarrow \theta_s < \theta_p \tag{A.21}$$

$$\frac{A_p}{A} = \alpha(\theta,\varepsilon) \quad , \quad \alpha(\theta,\varepsilon) = \frac{\sin 2\theta \sin 2\theta_s - \varepsilon^2 \cos^2 2\theta_s}{\sin 2\theta \sin 2\theta_s + \varepsilon^2 \cos^2 2\theta_s} \tag{A.22}$$

$$\frac{A_s}{A} = \beta(\theta,\varepsilon) \quad , \quad \beta(\theta,\varepsilon) = \frac{2\varepsilon \sin 2\theta \cos 2\theta_s}{\sin 2\theta \sin 2\theta_s + \varepsilon^2 \cos^2 2\theta_s} \tag{A.23}$$

Une onde **P** se réfléchit en une onde **SV** pour $\sin 2\theta \sin 2\theta_s = \varepsilon^2 \cos^2 2\theta_s \Rightarrow A_p = 0$ ce qui représente une *conversion de mode* [1].

En tenant compte de ce que les déplacements représentent la partie réelle des expressions précédentes, on obtient pour une onde **P** incidente:

$$\begin{Bmatrix} u_\xi = A \sin\theta \cos(2\pi\lambda) \\ u_z = A \cos\theta \cos(2\pi\lambda) \end{Bmatrix} \quad \lambda = \frac{\xi}{\Lambda_p}\sin\theta + \frac{z}{\Lambda_p}\cos\theta - \frac{c_p t}{\Lambda_p} \tag{A.24}$$

et pour les ondes **P** et **SV** réfléchies:

$$\begin{Bmatrix} u_{\xi,p} = A_p \sin\theta \cos(2\pi\bar{\lambda}_p) \\ u_{z,p} = -A_p \cos\theta \cos(2\pi\bar{\lambda}_p) \end{Bmatrix} \quad \bar{\lambda}_p = \frac{\xi}{\Lambda_p}\sin\theta - \frac{z}{\Lambda_p}\cos\theta - \frac{c_p t}{\Lambda_p} \tag{A.25}$$

$$\begin{Bmatrix} u_{\xi,s} = A_s \cos\theta_s \cos(2\pi\bar{\lambda}_s) \\ u_{z,s} = A_s \sin\theta_s \cos(2\pi\bar{\lambda}_s) \end{Bmatrix} \quad \bar{\lambda}_s = \frac{\xi}{\Lambda_s}\sin\theta_s - \frac{z}{\Lambda_s}\cos\theta_s - \frac{c_s t}{\Lambda_s} \tag{A.26}$$

En appliquant le développement limité défini par l'expression (A.9) sur la somme des trois ondes (**P** incidente, **P** réfléchie et **SV** réfléchie) et après quelques transformations

mathématiques, on obtient la composante du déplacement total dans la direction de ξ , causé par les ondes incidentes et réfléchies

$$
\begin{aligned}
u_{\xi,t} = u_{\xi} + u_{\xi,p} + u_{\xi,s} = & A\cos(\omega t)\,[(1+\alpha)\sin\theta + \beta\cos\theta_s] + \\
& + \frac{\xi}{\Lambda_p} A\sin(\omega t)\,2\pi\,[(1+\alpha)\sin^2\theta + \varepsilon\beta\sin\theta_s\cos\theta_s] + \\
& + \frac{z}{\Lambda_p} A\sin(\omega t)\,2\pi\,[(1-\alpha)\sin\theta\cos\theta - \varepsilon\beta\cos^2\theta_s] - \\
& - \frac{\xi^2}{\Lambda_p^2} A\cos(\omega t)\,2\pi^2\,[(1+\alpha)\sin^3\theta + \varepsilon^2\beta\sin^2\theta_s\cos\theta_s] - \\
& - \frac{z^2}{\Lambda_p^2} A\cos(\omega t)\,2\pi^2\,[(1+\alpha)\sin\theta\cos^2\theta + \varepsilon^2\beta\cos^3\theta_s] - \\
& - \frac{\xi}{\Lambda_p}\frac{z}{\Lambda_p} A\cos(\omega t)\,4\pi^2\,[(1-\alpha)\sin^2\theta\cos\theta - \varepsilon^2\beta\sin\theta_s\cos^2\theta_s]\,\}
\end{aligned}
\tag{A.27}
$$

et la composante dans la direction de z

$$
\begin{aligned}
u_{z,t} = u_{z} + u_{z,p} + u_{z,s} = & A\cos(\omega t)\,[(1-\alpha)\cos\theta + \beta\sin\theta_s] + \\
& + \frac{\xi}{\Lambda_p} A\sin(\omega t)\,2\pi\,[(1-\alpha)\sin\theta\cos\theta + \varepsilon\beta\sin^2\theta_s] + \\
& + \frac{z}{\Lambda_p} A\sin(\omega t)\,2\pi\,[(1+\alpha)\cos^2\theta - \varepsilon\beta\sin\theta_s\cos\theta_s] - \\
& - \frac{\xi^2}{\Lambda_p^2} A\cos(\omega t)\,2\pi^2\,[(1-\alpha)\sin^2\theta\cos\theta + \varepsilon^2\beta\sin^3\theta_s] - \\
& - \frac{z^2}{\Lambda_p^2} A\cos(\omega t)\,2\pi^2\,[(1-\alpha)\cos^3\theta + \varepsilon^2\beta\sin\theta_s\cos^2\theta_s] - \\
& - \frac{\xi}{\Lambda_p}\frac{z}{\Lambda_p} A\cos(\omega t)\,4\pi^2\,[(1+\alpha)\sin\theta\cos^2\theta - \varepsilon^2\beta\sin^2\theta_s\cos\theta_s]
\end{aligned}
\tag{A.28}
$$

Les composantes de vitesse dans les directions de ξ et de z sont

$$\dot{u}_{\xi,t} = \dot{u}_{\xi} + \dot{u}_{\xi,p} + \dot{u}_{\xi,s} = -A\omega\sin(\omega t)\,[(1+\alpha)\sin\theta + \beta\cos\theta_s] +$$
$$+\frac{\xi}{\Lambda_p} A\omega\cos(\omega t)\,2\pi\,[(1+\alpha)\sin^2\theta + \varepsilon\beta\sin\theta_s\cos\theta_s] +$$
$$+\frac{z}{\Lambda_p} A\omega\cos(\omega t)\,2\pi\,[(1-\alpha)\sin\theta\cos\theta - \varepsilon\beta\cos^2\theta_s] +$$
$$+\frac{\xi^2}{\Lambda_p^2} A\omega\sin(\omega t)\,2\pi^2\,[(1+\alpha)\sin^3\theta + \varepsilon^2\beta\sin^2\theta_s\cos\theta_s] +$$
$$+\frac{z^2}{\Lambda_p^2} A\omega\sin(\omega t)\,2\pi^2\,[(1+\alpha)\sin\theta\cos^2\theta + \varepsilon^2\beta\cos^3\theta_s] +$$
$$+\frac{\xi}{\Lambda_p}\frac{z}{\Lambda_p} A\omega\sin(\omega t)\,4\pi^2\,[(1-\alpha)\sin^2\theta\cos\theta - \varepsilon^2\beta\sin\theta_s\cos^2\theta_s] \tag{A.29}$$

$$\dot{u}_{z,t} = \dot{u}_{z} + \dot{u}_{z,p} + \dot{u}_{z,s} = -A\omega\sin(\omega t)\,[(1-\alpha)\cos\theta + \beta\sin\theta_s] +$$
$$+\frac{\xi}{\Lambda_p} A\omega\cos(\omega t)\,2\pi\,[(1-\alpha)\sin\theta\cos\theta + \varepsilon\beta\sin^2\theta_s] +$$
$$+\frac{z}{\Lambda_p} A\omega\cos(\omega t)\,2\pi\,[(1+\alpha)\cos^2\theta - \varepsilon\beta\sin\theta_s\cos\theta_s] +$$
$$+\frac{\xi^2}{\Lambda_p^2} A\omega\sin(\omega t)\,2\pi^2\,[(1-\alpha)\sin^2\theta\cos\theta + \varepsilon^2\beta\sin^3\theta_s] +$$
$$+\frac{z^2}{\Lambda_p^2} A\omega\sin(\omega t)\,2\pi^2\,[(1-\alpha)\cos^3\theta + \varepsilon^2\beta\sin\theta_s\cos^2\theta_s] +$$
$$+\frac{\xi}{\Lambda_p}\frac{z}{\Lambda_p} A\omega\sin(\omega t)\,4\pi^2\,[(1+\alpha)\sin\theta\cos^2\theta - \varepsilon^2\beta\sin^2\theta_s\cos\theta_s] \tag{A.30}$$

et les composantes d'accélération dans les directions de ξ et z sont

$$\begin{aligned}
\ddot{u}_{\xi,t} = \ddot{u}_{\xi} + \ddot{u}_{\xi,p} + \ddot{u}_{\xi,s} = & -A\omega^2 \cos(\omega t)\,[(1+\alpha)\sin\theta + \beta\cos\theta_s] - \\
& - \frac{\xi}{\Lambda_p} A\omega^2 \sin(\omega t)\, 2\pi\,[(1+\alpha)\sin^2\theta + \varepsilon\beta\sin\theta_s\cos\theta_s] - \\
& - \frac{z}{\Lambda_p} A\omega^2 \sin(\omega t)\, 2\pi\,[(1-\alpha)\sin\theta\cos\theta - \varepsilon\beta\cos^2\theta_s] + \\
& + \frac{\xi^2}{\Lambda_p^2} A\omega^2 \cos(\omega t)\, 2\pi^2\,[(1+\alpha)\sin^3\theta + \varepsilon^2\beta\sin^2\theta_s\cos\theta_s] + \\
& + \frac{z^2}{\Lambda_p^2} A\omega^2 \cos(\omega t)\, 2\pi^2\,[(1+\alpha)\sin\theta\cos^2\theta + \varepsilon^2\beta\cos^3\theta_s] + \\
& + \frac{\xi}{\Lambda_p}\frac{z}{\Lambda_p} A\omega^2 \cos(\omega t)\, 4\pi^2\,[(1-\alpha)\sin^2\theta\cos\theta - \varepsilon^2\beta\sin\theta_s\cos^2\theta_s]
\end{aligned} \tag{A.31}$$

$$\begin{aligned}
\ddot{u}_{z,t} = \ddot{u}_{z} + \ddot{u}_{z,p} + \ddot{u}_{z,s} = & -A\omega^2 \cos(\omega t)\,[(1-\alpha)\cos\theta + \beta\sin\theta_s] - \\
& - \frac{\xi}{\Lambda_p} A\omega^2 \sin(\omega t)\, 2\pi\,[(1-\alpha)\sin\theta\cos\theta + \varepsilon\beta\sin^2\theta_s] - \\
& - \frac{z}{\Lambda_p} A\omega^2 \sin(\omega t)\, 2\pi\,[(1+\alpha)\cos^2\theta - \varepsilon\beta\sin\theta_s\cos\theta_s] + \\
& + \frac{\xi^2}{\Lambda_p^2} A\omega^2 \cos(\omega t)\, 2\pi^2\,[(1-\alpha)\sin^2\theta\cos\theta + \varepsilon^2\beta\sin^3\theta_s] + \\
& + \frac{z^2}{\Lambda_p^2} A\omega^2 \cos(\omega t)\, 2\pi^2\,[(1-\alpha)\cos^3\theta + \varepsilon^2\beta\sin\theta_s\cos^2\theta_s] + \\
& + \frac{\xi}{\Lambda_p}\frac{z}{\Lambda_p} A\omega^2 \cos(\omega t)\, 4\pi^2\,[(1+\alpha)\sin\theta\cos^2\theta - \varepsilon^2\beta\sin^2\theta_s\cos\theta_s]
\end{aligned} \tag{A.32}$$

Les expressions de (A.27) à (A.32) sont préparées pour le domaine temporel. Dans le domaine fréquentiel on utilise la notation complexe des ondes **P** et **SV**, ce qui donne, après le

développement limité, les composantes du déplacement total dans les directions de ξ et z comme suit :

$$
\begin{aligned}
u_{\xi,t} = u_{\xi} + u_{\xi,p} + u_{\xi,s} = A\exp(i\omega t)\ \{&[(1+\alpha)\sin\theta + \beta\cos\theta_s] - \\
&- \frac{\xi}{\Lambda_p} i\,2\pi\,[(1+\alpha)\sin^2\theta + \varepsilon\beta\sin\theta_s\cos\theta_s] - \\
&- \frac{z}{\Lambda_p} i\,2\pi\,[(1-\alpha)\sin\theta\cos\theta - \varepsilon\beta\cos^2\theta_s] - \\
&- \frac{\xi^2}{\Lambda_p^2} 2\pi^2\,[(1+\alpha)\sin^3\theta + \varepsilon^2\beta\sin^2\theta_s\cos\theta_s] - \\
&- \frac{z^2}{\Lambda_p^2} 2\pi^2\,[(1+\alpha)\sin\theta\cos^2\theta + \varepsilon^2\beta\cos^3\theta_s] - \\
&- \frac{\xi}{\Lambda_p}\frac{z}{\Lambda_p} 4\pi^2\,[(1-\alpha)\sin^2\theta\cos\theta - \varepsilon^2\beta\sin\theta_s\cos^2\theta_s]\ \}
\end{aligned}
\tag{A.33}
$$

$$
\begin{aligned}
u_{z,t} = u_{z} + u_{z,p} + u_{z,s} = A\exp(i\omega t)\ \{&[(1-\alpha)\cos\theta + \beta\sin\theta_s] - \\
&- \frac{\xi}{\Lambda_p} i\,2\pi\,[(1-\alpha)\sin\theta\cos\theta + \varepsilon\beta\sin^2\theta_s] - \\
&- \frac{z}{\Lambda_p} i\,2\pi\,[(1+\alpha)\cos^2\theta - \varepsilon\beta\sin\theta_s\cos\theta_s] - \\
&- \frac{\xi^2}{\Lambda_p^2} 2\pi^2\,[(1-\alpha)\sin^2\theta\cos\theta + \varepsilon^2\beta\sin^3\theta_s] - \\
&- \frac{z^2}{\Lambda_p^2} 2\pi^2\,[(1-\alpha)\cos^3\theta + \varepsilon^2\beta\sin\theta_s\cos^2\theta_s] - \\
&- \frac{\xi}{\Lambda_p}\frac{z}{\Lambda_p} 4\pi^2\,[(1+\alpha)\sin\theta\cos^2\theta - \varepsilon^2\beta\sin^2\theta_s\cos\theta_s]\ \}
\end{aligned}
\tag{A.34}
$$

et pour les composantes de vitesse et d'accélération

$$\dot{u}_{\xi,t} = i\omega\, u_{\xi,t} \tag{A.35}$$

$$\dot{u}_{z,t} = i\omega\, u_{z,t} \tag{A.36}$$

$$\ddot{u}_{\xi,t} = -\omega^2\, u_{\xi,t} \tag{A.37}$$

$$\ddot{u}_{z,t} = -\omega^2\, u_{z,t} \tag{A.38}$$

Les composantes de déplacements dans les directions **x** et **y** sont

$$u_x = u_\xi \cos\varphi$$

$$u_y = u_\xi \sin\varphi$$

A.4. REFLEXION DES ONDES SV ET LEUR DEVELOPPEMENT EN SERIE LIMITEE

En général, une onde SV incidente se réfléchit en une onde SV et une onde P (figure A.5).

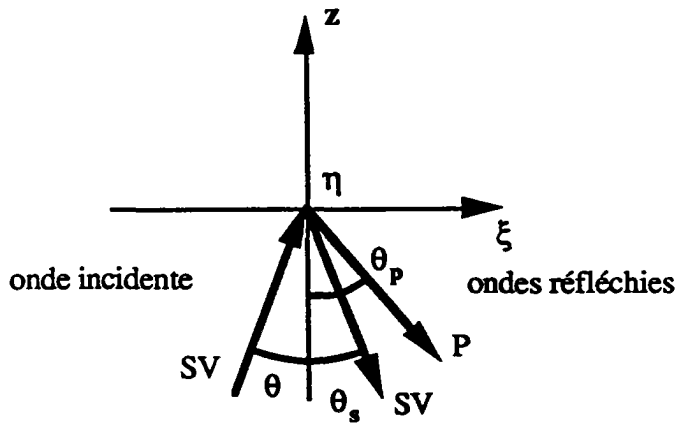


Figure A.5 - Réflexion d'une onde SV à la surface libre

Une onde SV incidente est définie par:

$$\begin{Bmatrix} u_\xi = -A\cos\theta\, e^{-ik\lambda} \\ u_z = A\sin\theta\, e^{-ik\lambda} \end{Bmatrix} \quad \lambda = \xi\sin\theta + z\cos\theta - c_s t \tag{A.39}$$

et les ondes P et SV réfléchies sont définies respectivement par les expressions (A.17) et (A.18).

Les relations entre les paramètres d'une onde incidente et des ondes réfléchies sont obtenues en satisfaisant à la condition de contraintes nulles à la surface libre z=0 [1]

$$k_s = k \qquad \frac{k_s}{k_p} = \frac{c_p}{c_s} = \frac{\Lambda_p}{\Lambda_s} = \varepsilon \qquad \varepsilon = \sqrt{\frac{2-2\nu}{1-2\nu}} \tag{A.40}$$

$$\theta_s = \theta \qquad \sin\theta_p = \varepsilon\sin\theta \tag{A.41}$$

$$\varepsilon > 1\,,\ \theta_p \leq \frac{\pi}{2} \Rightarrow \theta_s < \theta_p \tag{A.42}$$

$$\frac{A_p}{A} = \alpha(\theta,\varepsilon) \quad , \quad \alpha(\theta,\varepsilon) = \frac{-\varepsilon\sin 4\theta}{\sin 2\theta\sin 2\theta_p + \varepsilon^2\cos^2 2\theta} \tag{A.43}$$

$$\frac{A_s}{A} = \beta(\theta,\varepsilon) \quad , \quad \beta(\theta,\varepsilon) = \frac{\sin 2\theta \sin 2\theta_p - \varepsilon^2 \cos^2 2\theta}{\sin 2\theta \sin 2\theta_p + \varepsilon^2 \cos^2 2\theta} \tag{A.44}$$

Puisque une onde **SV** se réfléchit en une onde **SV** et une onde P, selon les expressions (A.40) et (A.41), on peut avoir plusieurs cas qu'on note ici:

a) pour $\theta = 0$, $\theta = \pi/4$ et $\theta = \pi/2$ il n'y a pas d'onde **P** réfléchie, tendis qu'une onde **SV** incidente se réfléchit en une onde **SV**,

b) pour $\theta < \theta_{cr} = \arcsin(1/\varepsilon)$ les ondes **P** et **SV** réfléchies existent comme des ondes planes homogènes,

c) pour $\theta = \theta_{cr} \Rightarrow \theta_p = \pi/2$, $\alpha(\varepsilon) = \frac{A_p}{A} = \frac{4\sqrt{\varepsilon^2 - 1}}{\varepsilon(2-\varepsilon^2)}$, $\beta = \frac{A_s}{A} = -1$

d) pour $\theta > \theta_{cr} \Rightarrow \theta_p$ qui a une valeur complexe tandis qu'une onde **P** réfléchie est une onde plane non homogène parce que son vecteur unitaire de propagation a des composantes complexes, cette onde **P** se transforme en une onde de surface.

D'abord, on traite l'ensemble des cas **a)**, **b)** et **c)** $0 \le \theta \le \theta_{cr}$.

En tenant compte de ce que les déplacements représentent la partie réelle des expressions précédentes, on obtient pour une onde SV incidente:

$$\begin{Bmatrix} u_\xi = -A\cos\theta\cos(2\pi\lambda) \\ u_z = A\sin\theta\cos(2\pi\lambda) \end{Bmatrix} \quad \lambda = \frac{\xi}{\Lambda_s}\sin\theta + \frac{z}{\Lambda_s}\cos\theta - \frac{c_s t}{\Lambda_s} \tag{A.45}$$

et pour les ondes **P** et **SV** réfléchies on a :

$$\left\{\begin{array}{l} u_{\xi,p} = A_p \sin\theta_p \cos(2\pi\bar{\lambda}_p) \\ u_{z,p} = -A_p \cos\theta_p \cos(2\pi\bar{\lambda}_p) \end{array}\right\} \quad \bar{\lambda}_p = \frac{\xi}{\Lambda_p}\sin\theta_p - \frac{z}{\Lambda_p}\cos\theta_p - \frac{c_p t}{\Lambda_p} \tag{A.46}$$

$$\left\{\begin{array}{l} u_{\xi,s} = A_s \cos\theta \cos(2\pi\bar{\lambda}_s) \\ u_{z,s} = A_s \sin\theta \cos(2\pi\bar{\lambda}_s) \end{array}\right\} \quad \bar{\lambda}_s = \frac{\xi}{\Lambda_s}\sin\theta - \frac{z}{\Lambda_s}\cos\theta - \frac{c_s t}{\Lambda_s} \tag{A.47}$$

En appliquant le développement en série limitée défini par l'expression (A.9) sur la somme des trois types d'ondes (**SV** incidente, **P** réfléchie et **SV** réfléchie) et après quelques transformations mathématiques, on obtient la composante du déplacement total en direction de ξ

$$\begin{aligned} u_{\xi,t} = u_\xi + u_{\xi,p} + u_{\xi,s} = {} & A\cos(\omega t)\,[(\beta-1)\cos\theta + \alpha\sin\theta_p] + \\ & + \frac{\xi}{\Lambda_s} A\sin(\omega t)\, 2\pi\,[(\beta-1)\sin\theta\cos\theta + \frac{\alpha}{\varepsilon}\sin^2\theta_p] - \\ & - \frac{z}{\Lambda_s} A\sin(\omega t)\, 2\pi\,[(1+\beta)\cos^2\theta + \frac{\alpha}{\varepsilon}\sin\theta_p\cos\theta_p] - \\ & - \frac{\xi^2}{\Lambda_s^2} A\cos(\omega t)\, 2\pi^2\,[(\beta-1)\sin^2\theta\cos\theta + \frac{\alpha}{\varepsilon^2}\sin^3\theta_p] - \\ & - \frac{z^2}{\Lambda_s^2} A\cos(\omega t)\, 2\pi^2\,[(\beta-1)\cos^3\theta + \frac{\alpha}{\varepsilon^2}\sin\theta_p\cos^2\theta_p] + \\ & + \frac{\xi}{\Lambda_s}\frac{z}{\Lambda_s} A\cos(\omega t)\, 4\pi^2\,[(\beta+1)\sin\theta\cos^2\theta + \frac{\alpha}{\varepsilon^2}\sin^2\theta_p\cos\theta_p] \end{aligned} \tag{A.48}$$

ainsi que la composante du déplacement total dans la direction de z

$$
\begin{aligned}
u_{z,t} = u_z + u_{z,p} + u_{z,s} = & A\cos(\omega t)\,[(\beta+1)\sin\theta - \alpha\cos\theta_p] + \\
& + \frac{\xi}{\Lambda_s} A\sin(\omega t)\,2\pi\,[(\beta+1)\sin^2\theta - \frac{\alpha}{\varepsilon}\sin\theta_p\cos\theta_p] - \\
& - \frac{z}{\Lambda_s} A\sin(\omega t)\,2\pi\,[(\beta-1)\sin\theta\cos\theta - \frac{\alpha}{\varepsilon}\cos^2\theta_p] - \\
& - \frac{\xi^2}{\Lambda_s^2} A\cos(\omega t)\,2\pi^2\,[(1+\beta)\sin^3\theta - \frac{\alpha}{\varepsilon^2}\sin^2\theta_p\cos\theta_p] - \\
& - \frac{z^2}{\Lambda_s^2} A\cos(\omega t)\,2\pi^2\,[(1+\beta)\sin\theta\cos^2\theta - \frac{\alpha}{\varepsilon^2}\cos^3\theta_p] + \\
& + \frac{\xi}{\Lambda_s}\frac{z}{\Lambda_s} A\cos(\omega t)\,4\pi^2\,[(\beta-1)\sin^2\theta\cos\theta - \frac{\alpha}{\varepsilon^2}\sin\theta_p\cos^2\theta_p]
\end{aligned}
\tag{A.49}
$$

Les composantes de vitesse dans les directions de ξ et z sont alors

$$
\begin{aligned}
\dot{u}_{\xi,t} = \dot{u}_\xi + \dot{u}_{\xi,p} + \dot{u}_{\xi,s} = & -A\omega\sin(\omega t)\,[(\beta-1)\cos\theta + \alpha\sin\theta_p] + \\
& + \frac{\xi}{\Lambda_s} A\omega\cos(\omega t)\,2\pi\,[(\beta-1)\sin\theta\cos\theta + \frac{\alpha}{\varepsilon}\sin^2\theta_p] - \\
& - \frac{z}{\Lambda_s} A\omega\cos(\omega t)\,2\pi\,[(1+\beta)\cos^2\theta + \frac{\alpha}{\varepsilon}\sin\theta_p\cos\theta_p] + \\
& + \frac{\xi^2}{\Lambda_s^2} A\omega\sin(\omega t)\,2\pi^2\,[(\beta-1)\sin^2\theta\cos\theta + \frac{\alpha}{\varepsilon^2}\sin^3\theta_p] + \\
& + \frac{z^2}{\Lambda_s^2} A\omega\sin(\omega t)\,2\pi^2\,[(\beta-1)\cos^3\theta + \frac{\alpha}{\varepsilon^2}\sin\theta_p\cos^2\theta_p] - \\
& - \frac{\xi}{\Lambda_s}\frac{z}{\Lambda_s} A\omega\sin(\omega t)\,4\pi^2\,[(\beta+1)\sin\theta\cos^2\theta + \frac{\alpha}{\varepsilon^2}\sin^2\theta_p\cos\theta_p]
\end{aligned}
\tag{A.50}
$$

$$\dot{u}_{z,t} = \dot{u}_z + \dot{u}_{z,p} + \dot{u}_{z,s} = -A\omega\sin(\omega t)\,[(\beta+1)\sin\theta - \alpha\cos\theta_p] +$$
$$+\frac{\xi}{\Lambda_s}A\omega\cos(\omega t)\,2\pi\,[(\beta+1)\sin^2\theta - \frac{\alpha}{\varepsilon}\sin\theta_p\cos\theta_p] -$$
$$-\frac{z}{\Lambda_s}A\omega\cos(\omega t)\,2\pi\,[(\beta-1)\sin\theta\cos\theta - \frac{\alpha}{\varepsilon}\cos^2\theta_p] +$$
$$+\frac{\xi^2}{\Lambda_s^2}A\omega\sin(\omega t)\,2\pi^2\,[(1+\beta)\sin^3\theta - \frac{\alpha}{\varepsilon^2}\sin^2\theta_p\cos\theta_p] +$$
$$+\frac{z^2}{\Lambda_s^2}A\omega\sin(\omega t)\,2\pi^2\,[(1+\beta)\sin\theta\cos^2\theta - \frac{\alpha}{\varepsilon^2}\cos^3\theta_p] -$$
$$-\frac{\xi}{\Lambda_s}\frac{z}{\Lambda_s}A\omega\sin(\omega t)\,4\pi^2\,[(\beta-1)\sin^2\theta\cos\theta - \frac{\alpha}{\varepsilon^2}\sin\theta_p\cos^2\theta_p] \tag{A.51}$$

Les composantes d'accélération dans les directions de ξ et de z sont alors

$$\ddot{u}_{\xi,t} = \ddot{u}_\xi + \ddot{u}_{\xi,p} + \ddot{u}_{\xi,s} = -A\omega^2\cos(\omega t)\,[(\beta-1)\cos\theta + \alpha\sin\theta_p] -$$
$$-\frac{\xi}{\Lambda_s}A\omega^2\sin(\omega t)\,2\pi\,[(\beta-1)\sin\theta\cos\theta + \frac{\alpha}{\varepsilon}\sin^2\theta_p] +$$
$$+\frac{z}{\Lambda_s}A\omega^2\sin(\omega t)\,2\pi\,[(1+\beta)\cos^2\theta + \frac{\alpha}{\varepsilon}\sin\theta_p\cos\theta_p] +$$
$$+\frac{\xi^2}{\Lambda_s^2}A\omega^2\cos(\omega t)\,2\pi^2\,[(\beta-1)\sin^2\theta\cos\theta + \frac{\alpha}{\varepsilon^2}\sin^3\theta_p] +$$
$$+\frac{z^2}{\Lambda_s^2}A\omega^2\cos(\omega t)\,2\pi^2\,[(\beta-1)\cos^3\theta + \frac{\alpha}{\varepsilon^2}\sin\theta_p\cos^2\theta_p] -$$
$$-\frac{\xi}{\Lambda_s}\frac{z}{\Lambda_s}A\omega^2\cos(\omega t)\,4\pi^2\,[(\beta+1)\sin\theta\cos^2\theta + \frac{\alpha}{\varepsilon^2}\sin^2\theta_p\cos\theta_p] \tag{A.52}$$

$$\ddot{u}_{z,t} = \ddot{u}_z + \ddot{u}_{z,p} + \ddot{u}_{z,s} = -A\omega^2 \cos(\omega t)\,[(\beta+1)\sin\theta - \alpha\cos\theta_p] -$$
$$-\frac{\xi}{\Lambda_s} A\omega^2 \sin(\omega t)\, 2\pi\,[(\beta+1)\sin^2\theta - \frac{\alpha}{\varepsilon}\sin\theta_p\cos\theta_p] +$$
$$+\frac{z}{\Lambda_s} A\omega^2 \sin(\omega t)\, 2\pi\,[(\beta-1)\sin\theta\cos\theta - \frac{\alpha}{\varepsilon}\cos^2\theta_p] +$$
$$+\frac{\xi^2}{\Lambda_s^2} A\omega^2 \cos(\omega t)\, 2\pi^2\,[(1+\beta)\sin^3\theta - \frac{\alpha}{\varepsilon^2}\sin^2\theta_p\cos\theta_p] +$$
$$+\frac{z^2}{\Lambda_s^2} A\omega^2 \cos(\omega t)\, 2\pi^2\,[(1+\beta)\sin\theta\cos^2\theta - \frac{\alpha}{\varepsilon^2}\cos^3\theta_p] -$$
$$-\frac{\xi}{\Lambda_s}\frac{z}{\Lambda_s} A\omega^2 \cos(\omega t)\, 4\pi^2\,[(\beta-1)\sin^2\theta\cos\theta - \frac{\alpha}{\varepsilon^2}\sin\theta_p\cos\theta_p] \tag{A.53}$$

Comme on a déjà vu dans les paragraphes précédents, les expressions de (A.48) à (A.53) peuvent être utilisées dans le domaine temporel. Les expressions suivantes de (A.54) à (A.59) qui utilisent la notation complexe des ondes **SV** et **P**, peuvent être utilisées dans le domaine fréquentiel. Les composantes du déplacement total dans les directions de ξ et de **z** sont

$$u_{\xi,t} = u_\xi + u_{\xi,p} + u_{\xi,s} = A\exp(i\omega t)\,\{[(\beta-1)\cos\theta + \alpha\sin\theta_p] -$$
$$-\frac{\xi}{\Lambda_s} i\, 2\pi\,[(\beta-1)\sin\theta\cos\theta + \frac{\alpha}{\varepsilon}\sin^2\theta_p] +$$
$$+\frac{z}{\Lambda_s} i\, 2\pi\,[(1+\beta)\cos^2\theta + \frac{\alpha}{\varepsilon}\sin\theta_p\cos\theta_p] -$$
$$-\frac{\xi^2}{\Lambda_s^2} 2\pi^2\,[(\beta-1)\sin^2\theta\cos\theta + \frac{\alpha}{\varepsilon^2}\sin^3\theta_p] -$$
$$-\frac{z^2}{\Lambda_s^2} 2\pi^2\,[(\beta-1)\cos^3\theta + \frac{\alpha}{\varepsilon^2}\sin\theta_p\cos^2\theta_p] +$$
$$+\frac{\xi}{\Lambda_s}\frac{z}{\Lambda_s} 4\pi^2\,[(\beta+1)\sin\theta\cos^2\theta + \frac{\alpha}{\varepsilon^2}\sin^2\theta_p\cos\theta_p]\} \tag{A.54}$$

$$
\begin{aligned}
u_{z,t} = u_z + u_{z,p} + u_{z,s} = A\exp(i\omega t)\ \{ & [(\beta+1)\sin\theta - \alpha\cos\theta_p] - \\
& - \frac{\xi}{\Lambda_s} i\, 2\pi\, [(\beta+1)\sin^2\theta - \frac{\alpha}{\varepsilon}\sin\theta_p\cos\theta_p] + \\
& + \frac{z}{\Lambda_s} i\, 2\pi\, [(\beta-1)\sin\theta\cos\theta - \frac{\alpha}{\varepsilon}\cos^2\theta_p] - \\
& - \frac{\xi^2}{\Lambda_s^2} 2\pi^2\, [(1+\beta)\sin^3\theta - \frac{\alpha}{\varepsilon^2}\sin^2\theta_p\cos\theta_p] - \\
& - \frac{z^2}{\Lambda_s^2} 2\pi^2\, [(1+\beta)\sin\theta\cos^2\theta - \frac{\alpha}{\varepsilon^2}\cos^3\theta_p] + \\
& + \frac{\xi}{\Lambda_s}\frac{z}{\Lambda_s} 4\pi^2\, [(\beta-1)\sin^2\theta\cos\theta - \frac{\alpha}{\varepsilon^2}\sin\theta_p\cos^2\theta_p]\ \}
\end{aligned}
\tag{A.55}
$$

Les composantes de vitesse et d'accélération sont alors

$$\dot{u}_{\xi,t} = i\omega\, u_{\xi,t} \tag{A.56}$$

$$\dot{u}_{z,t} = i\omega\, u_{z,t} \tag{A.57}$$

$$\ddot{u}_{\xi,t} = -\omega^2\, u_{\xi,t} \tag{A.58}$$

$$\ddot{u}_{z,t} = -\omega^2\, u_{z,t} \tag{A.59}$$

Dans le cas de **d)** où $\theta > \theta_{cr}$ on a

$$\sin\theta_p = \varepsilon\sin\theta > 1 \qquad \cos\theta_p = i\sqrt{\varepsilon^2\sin^2\theta - 1} \tag{A.60}$$

ce qui donne pour une onde **P** réfléchie [1]:

$$\left\{\begin{array}{ll} u_\xi = \sin\theta_p\, \gamma(\theta,\varepsilon)\, A \exp(k\delta z) \exp[-i\, k\, (\xi \sin\theta - \frac{c_p t}{\varepsilon}) - i\, \tau(\theta,\varepsilon)] & (z<0) \\ u_z = -\cos\theta_p\, \gamma(\theta,\varepsilon)\, A \exp(k\delta z) \exp[-i\, k\, (\xi \sin\theta - \frac{c_p t}{\varepsilon}) - i\, \tau(\theta,\varepsilon)] & (z<0) \end{array}\right\} \tag{A.61}$$

avec

$$\delta = \sqrt{\sin^2\theta - \frac{1}{\varepsilon^2}} \qquad \operatorname{tg}\tau = \frac{2\sqrt{(\varepsilon^2 \sin^2\theta - 1)}\, \sin 2\theta \sin\theta}{\varepsilon \cos^2 2\theta} \tag{A.62}$$

$$\gamma(\theta,\varepsilon) = \frac{\sin 4\theta}{\sqrt{\varepsilon^2 \cos^4 2\theta + 4(\varepsilon^2 \sin^2\theta - 1)\sin^2 2\theta \sin^2\theta}} \tag{A.63}$$

et pour une onde **SV** réfléchie [1]:

$$\left\{\begin{array}{l} u_\xi = -\cos\theta\, A \exp[-i\, k\, (\xi \sin\theta - z\cos\theta - c_s t) - 2\, i\, \tau(\theta,\varepsilon)] \\ u_z = -\sin\theta\, A \exp[-i\, k\, (\xi \sin\theta - z\cos\theta - c_s t) - 2\, i\, \tau(\theta,\varepsilon)] \end{array}\right\} \tag{A.64}$$

avec $\left|\frac{A_s}{A}\right| = |\beta| = 1$

En appliquant le développement limité, défini par l'expression (A.9), sur la somme des trois types d'ondes (SV incidente, SV réfléchie et P réfléchie) et après quelques transformations mathématiques, on obtient les composantes du déplacement total en directions de ξ et de z :

$$
\begin{aligned}
u_{\xi,t} = A\exp(i\omega t)\{&-\cos\theta\,(1+e^{-2i\tau}) + \varepsilon\sin\theta\,\gamma(\theta,\varepsilon)\,e^{-i\tau} + \\
&+\frac{\xi}{\Lambda_s}[i\,2\pi\cos\theta\sin\theta\,(1+e^{-2i\tau}) - i\varepsilon\,2\pi\sin^2\theta\,\gamma(\theta,\varepsilon)\,e^{-i\tau}] + \\
&+\frac{z}{\Lambda_s}[i\,2\pi\cos^2\theta\,(1-e^{-2i\tau}) + \varepsilon\,2\pi\sin\theta\,\gamma(\theta,\varepsilon)\,\delta\,e^{-i\tau}] + \\
&+\frac{\xi^2}{\Lambda_s^2}[2\pi^2\sin^2\theta\cos\theta\,(1+e^{-2i\tau}) - \varepsilon\,2\pi^2\sin^3\theta\,\gamma(\theta,\varepsilon)\,e^{-i\tau}] - \\
&-\frac{z^2}{\Lambda_s^2}[2\pi^2\cos^3\theta\,(1-e^{-2i\tau}) - \varepsilon\,2\pi^2\sin\theta\,\gamma(\theta,\varepsilon)\,\delta^2 e^{-i\tau}] + \\
&+\frac{\xi}{\Lambda_s}\frac{z}{\Lambda_s}[4\pi^2\cos^2\theta\sin\theta\,(1-e^{-2i\tau}) - i\,\varepsilon\,4\pi^2\sin^2\theta\,\gamma(\theta,\varepsilon)\,\delta\,e^{-i\tau}]\}
\end{aligned}
\tag{A.65}
$$

$$
\begin{aligned}
u_{z,t} = A\exp(i\omega t)\{&\sin\theta\,(1-e^{-2i\tau}) - i\,\gamma(\theta,\varepsilon)\,\varepsilon\delta\,e^{-i\tau} - \\
&-\frac{\xi}{\Lambda_s}[i\,2\pi\sin^2\theta\,(1-e^{-2i\tau}) + 2\pi\sin^2\theta\,\gamma(\theta,\varepsilon)\,\varepsilon\delta\,e^{-i\tau}] - \\
&-\frac{z}{\Lambda_s}[i\,2\pi\sin\theta\cos\theta\,(1+e^{-2i\tau}) + i\,2\pi\,\gamma(\theta,\varepsilon)\,\varepsilon\delta^2 e^{-i\tau}] - \\
&-\frac{\xi^2}{\Lambda_s^2}[2\pi^2\sin^3\theta\,(1-e^{-2i\tau}) - i\,2\pi^2\sin^2\theta\,\gamma(\theta,\varepsilon)\,\varepsilon\delta\,e^{-i\tau}] - \\
&-\frac{z^2}{\Lambda_s^2}[2\pi^2\sin\theta\cos^2\theta\,(1-e^{-2i\tau}) + i\,2\pi^2\,\gamma(\theta,\varepsilon)\,\varepsilon\delta^3 e^{-i\tau}] - \\
&-\frac{\xi}{\Lambda_s}\frac{z}{\Lambda_s}[4\pi^2\sin^2\theta\cos\theta\,(1+e^{-2i\tau}) + 4\pi^2\sin\theta\,\gamma(\theta,\varepsilon)\,\varepsilon\delta^2 e^{-i\tau}]\}
\end{aligned}
\tag{A.66}
$$

Les composantes de vitesse et d'accélération sont alors

$$\dot{u}_{\xi,t} = i\omega\, u_{\xi,t} \tag{A.67}$$

$$\dot{u}_{z,t} = i\omega\, u_{z,t} \tag{A.68}$$

$$\ddot{u}_{\xi,t} = -\omega^2\, u_{\xi,t} \tag{A.69}$$

$$\ddot{u}_{z,t} = -\omega^2\, u_{z,t} \tag{A.70}$$

Les composantes de déplacements dans les directions **x** et **y** sont alors

$$u_x = u_\xi \cos\varphi$$

$$u_y = u_\xi \sin\varphi$$

A.5. ONDES DE *RAYLEIGH* ET LEUR DEVELOPPEMENT EN SERIE LIMITEE

Comme on l'a déjà dit dans le premier chapitre, une onde de *Rayleigh* est une onde de surface qui se propage à la limite d'un milieu solide et de l'air. Son amplitude décroît avec la profondeur de façon exponentielle et on peut la représenter avec les composantes suivantes [1]:

$$\begin{aligned} u_\xi &= A e^{bz} e^{-ik(\xi-ct)} \\ u_z &= B e^{bz} e^{-ik(\xi-ct)} \\ u_\eta &\equiv 0 \end{aligned} \qquad (b>0\ ,\ z<0) \qquad (A.71)$$

A et **B** étant des constantes. Après la vérification des équations du mouvement [1],[43] et en tenant compte de

$$\left\{ \begin{aligned} c_p^2 &= \frac{\lambda+2\mu}{\rho} \\ c_s^2 &= \frac{\mu}{\rho} \end{aligned} \right\} \qquad (A.72)$$

ρ étant la densité et λ et μ étant les coefficients de *Lamé* (qui se déduisent du module de *Young* **E** et du coefficient de *Poisson* ν, $\lambda=\nu E/[(1-2\nu)(1+\nu)]$, $\mu=E/[2(1+\nu)]$), on obtient les deux composantes de déplacement dans les directions ξ et **z** en notation complexe

$$\left\{ \begin{aligned} u_\xi &= (A_1 e^{+b_1 z} + A_2 e^{+b_2 z}) e^{-ik(\xi-ct)} \\ u_z &= (\frac{-b_1}{ik} A_1 e^{+b_1 z} + \frac{ik}{b_2} A_2 e^{+b_2 z}) e^{-ik(\xi-ct)} \end{aligned} \right\} \qquad (b_1>0\ ,\ b_2>0\ ,\ z<0) \qquad (A.73)$$

avec

$$b_1 = k\sqrt{1-\frac{c^2}{c_p^2}} \quad , \quad b_2 = k\sqrt{1-\frac{c^2}{c_s^2}} \quad , \quad c<c_s<c_p \qquad (A.74)$$

k étant le nombre de l'onde ($k=\omega/c$). Les constantes A_1 , A_2 et la célérité **c** sont obtenues en satisfaisant à la condition de contraintes nulles à la surface libre **z=0** [1]

$$2b_1A_1 + (2 - \frac{c^2}{c_s^2})k^2\frac{A_2}{b_2} = 0$$

$$(2 - \frac{c^2}{c_s^2})A_1 + 2b_2\frac{A_2}{b_2} = 0 \qquad \text{(A.75)}$$

Ce problème n'a de solution non triviale que si le déterminant de ce système est égal à zéro, ce qui donne l'équation suivante qui a une racine unique en **c** [1],[43]:

$$(2 - \frac{c^2}{c_s^2})^2 - 4\sqrt{1 - \frac{c^2}{c_p^2}}\sqrt{1 - \frac{c^2}{c_s^2}} = 0 \qquad \text{(A.76)}$$

Le rapport entre les célérités **c** et c_S croît de 0.87 à 0.96 quand ν croît de 0 à 0.50.

En tenant compte des expressions (A.73) et en prenant leur partie réelle comme déplacement physique, les deux composantes s'écrivent

$$\left\{\begin{array}{l} u_\xi = (A_1 e^{+b_1 z} + A_2 e^{+b_2 z}) \cos[k(\xi - ct)] \\ u_z = (\frac{b_1}{k}A_1 e^{+b_1 z} + \frac{k}{b_2}A_2 e^{+b_2 z}) \sin[k(\xi - ct)] \end{array}\right\} \qquad \text{(A.77)}$$

En remplaçant $k = 2\pi/\Lambda$, où Λ est la longueur de l'onde de *Rayleigh*, l'expression (A.77) se transforme en

$$\left\{\begin{array}{l} u_\xi = [A_1 \exp(+\frac{z}{\Lambda}2\pi\delta_p) + A_2 \exp(+\frac{z}{\Lambda}2\pi\delta_s)] \cos[2\pi(\frac{\xi}{\Lambda} - \frac{ct}{\Lambda})] \\ u_z = [\delta_p A_1 \exp(+\frac{z}{\Lambda}2\pi\delta_p) + \frac{1}{\delta_s}A_2 \exp(+\frac{z}{\Lambda}2\pi\delta_s)] \sin[2\pi(\frac{\xi}{\Lambda} - \frac{ct}{\Lambda})] \end{array}\right\} \qquad \text{(A.78)}$$

dans laquelle est

$$\delta_p = \sqrt{1 - \frac{c^2}{c_p^2}} \quad \text{et} \quad \delta_s = \sqrt{1 - \frac{c^2}{c_s^2}} \qquad \text{(A.79)}$$

En utilisant le développement limité (défini par l'équation (A.9)) de l'expression (A.78), on trouve les composantes du déplacement

$$u_\xi = (A_1 + A_2)\cos(\omega t) + \frac{\xi}{\Lambda} 2\pi (A_1 + A_2)\sin(\omega t) +$$

$$+ \frac{z}{\Lambda} 2\pi (\delta_p A_1 + \delta_s A_2)\cos(\omega t) - \frac{\xi^2}{\Lambda^2} 2\pi^2 (A_1 + A_2)\cos(\omega t) +$$

$$+ \frac{z^2}{\Lambda^2} 2\pi^2 (\delta_p^2 A_1 + \delta_s^2 A_2)\cos(\omega t) + \frac{\xi}{\Lambda}\frac{z}{\Lambda} 4\pi^2 (\delta_p A_1 + \delta_s A_2)\sin(\omega t) \tag{A.80}$$

$$u_z = -(\delta_p A_1 + \frac{1}{\delta_s} A_2)\sin(\omega t) + \frac{\xi}{\Lambda} 2\pi (\delta_p A_1 + \frac{1}{\delta_s} A_2)\cos(\omega t) -$$

$$- \frac{z}{\Lambda} 2\pi (\delta_p^2 A_1 + A_2)\sin(\omega t) + \frac{\xi^2}{\Lambda^2} 2\pi^2 (\delta_p A_1 + \frac{1}{\delta_s} A_2)\sin(\omega t) -$$

$$- \frac{z^2}{\Lambda^2} 2\pi^2 (\delta_p^3 A_1 + \delta_s A_2)\sin(\omega t) + \frac{\xi}{\Lambda}\frac{z}{\Lambda} 4\pi^2 (\delta_p^2 A_1 + A_2)\cos(\omega t) \tag{A.81}$$

En faisant une dérivation en temps des expressions de déplacement on trouve les composantes de vitesse

$$\dot{u}_\xi = -\omega (A_1 + A_2)\sin(\omega t) + \frac{\xi}{\Lambda} 2\pi \omega (A_1 + A_2)\cos(\omega t) -$$

$$- \frac{z}{\Lambda} 2\pi \omega (\delta_p A_1 + \delta_s A_2)\sin(\omega t) + \frac{\xi^2}{\Lambda^2} 2\pi^2 \omega (A_1 + A_2)\sin(\omega t) -$$

$$- \frac{z^2}{\Lambda^2} 2\pi^2 \omega (\delta_p^2 A_1 + \delta_s^2 A_2)\sin(\omega t) + \frac{\xi}{\Lambda}\frac{z}{\Lambda} 4\pi^2 \omega (\delta_p A_1 + \delta_s A_2)\cos(\omega t) \tag{A.82}$$

$$\dot{u}_z = -\omega(\delta_p A_1 + \frac{1}{\delta_s} A_2)\cos(\omega t) - \frac{\xi}{\Lambda} 2\pi\,\omega(\delta_p A_1 + \frac{1}{\delta_s} A_2)\sin(\omega t) -$$

$$-\frac{z}{\Lambda} 2\pi\,\omega(\delta_p^2 A_1 + A_2)\cos(\omega t) + \frac{\xi^2}{\Lambda^2} 2\pi^2\,\omega(\delta_p A_1 + \frac{1}{\delta_s} A_2)\cos(\omega t) -$$

$$-\frac{z^2}{\Lambda^2} 2\pi^2\,\omega(\delta_p^3 A_1 + \delta_s A_2)\cos(\omega t) - \frac{\xi}{\Lambda}\frac{z}{\Lambda} 4\pi^2\,\omega(\delta_p^2 A_1 + A_2)\sin(\omega t) \tag{A.83}$$

Ensuite, la dérivation en temps des expressions de vitesse donne les composantes d'accélération suivantes

$$\ddot{u}_\xi = -\omega^2(A_1 + A_2)\cos(\omega t) - \frac{\xi}{\Lambda} 2\pi\,\omega^2(A_1 + A_2)\sin(\omega t) -$$

$$-\frac{z}{\Lambda} 2\pi\,\omega^2(\delta_p A_1 + \delta_s A_2)\cos(\omega t) + \frac{\xi^2}{\Lambda^2} 2\pi^2\,\omega^2(A_1 + A_2)\cos(\omega t) -$$

$$-\frac{z^2}{\Lambda^2} 2\pi^2\,\omega^2(\delta_p^2 A_1 + \delta_s^2 A_2)\cos(\omega t) - \frac{\xi}{\Lambda}\frac{z}{\Lambda} 4\pi^2\,\omega^2(\delta_p A_1 + \delta_s A_2)\sin(\omega t) \tag{A.84}$$

$$\ddot{u}_z = \omega^2(\delta_p A_1 + \frac{1}{\delta_s} A_2)\sin(\omega t) - \frac{\xi}{\Lambda} 2\pi\,\omega^2(\delta_p A_1 + \frac{1}{\delta_s} A_2)\cos(\omega t) +$$

$$+\frac{z}{\Lambda} 2\pi\,\omega^2(\delta_p^2 A_1 + A_2)\sin(\omega t) - \frac{\xi^2}{\Lambda^2} 2\pi^2\,\omega^2(\delta_p A_1 + \frac{1}{\delta_s} A_2)\sin(\omega t) +$$

$$+\frac{z^2}{\Lambda^2} 2\pi^2\,\omega^2(\delta_p^3 A_1 + \delta_s A_2)\sin(\omega t) - \frac{\xi}{\Lambda}\frac{z}{\Lambda} 4\pi^2\,\omega^2(\delta_p^2 A_1 + A_2)\cos(\omega t) \tag{A.85}$$

Les expressions de (A.80) à (A.85) peuvent être utilisées dans le domaine temporel. Comme dans les paragraphes précédents, dans le domaine fréquentiel on utilise la notation complexe d'une onde de *Rayleigh* ce qui donne, après le développement limité, les expressions suivantes.

Pour le déplacement on a deux composantes définies par les expressions (A.86) et (A.87)

$$u_\xi = \exp(i\omega t)\,[(A_1 + A_2) - \frac{\xi}{\Lambda} i\, 2\pi\,(A_1 + A_2) + \\ + \frac{z}{\Lambda} 2\pi\,(\delta_p A_1 + \delta_s A_2) - \frac{\xi^2}{\Lambda^2} 2\pi^2\,(A_1 + A_2) + \\ + \frac{z^2}{\Lambda^2} 2\pi^2 (\delta_p^2 A_1 + \delta_s^2 A_2) - \frac{\xi}{\Lambda}\frac{z}{\Lambda} i\, 4\pi^2\,(\delta_p A_1 + \delta_s A_2)\,] \tag{A.86}$$

$$u_z = \exp(i\omega t)\,[\, i(\delta_p A_1 + \frac{1}{\delta_s} A_2) + \frac{\xi}{\Lambda} 2\pi\,(\delta_p A_1 + \frac{1}{\delta_s} A_2) + \\ + \frac{z\, i}{\Lambda} 2\pi\,(\delta_p^2 A_1 + A_2) - \frac{\xi^2}{\Lambda^2} i\, 2\pi^2\,(\delta_p A_1 + \frac{1}{\delta_s} A_2) + \\ + \frac{z^2 i}{\Lambda^2} 2\pi^2 (\delta_p^3 A_1 + \delta_s A_2) + \frac{\xi}{\Lambda}\frac{z}{\Lambda} 4\pi^2\,(\delta_p^2 A_1 + A_2)\,] \tag{A.87}$$

et pour les composantes de vitesse et d'accélération on a des expressions de (A.88) à (A.91)

$$\dot{u}_{\xi,t} = i\omega\, u_{\xi,t} \tag{A.88}$$

$$\dot{u}_{z,t} = i\omega\, u_{z,t} \tag{A.89}$$

$$\ddot{u}_{\xi,t} = -\omega^2\, u_{\xi,t} \tag{A.90}$$

$$\ddot{u}_{z,t} = -\omega^2\, u_{z,t} \tag{A.91}$$

Les composantes de déplacements dans les directions **x** et **y** sont alors

$$u_x = u_\xi \cos\varphi$$
$$u_y = u_\xi \sin\varphi$$

ANNEXE B

VARIATION SPATIALE DE CHARGEMENT SISMIQUE

B.1 ONDES SISMIQUES

L'excitation du site n'est pas instantanée et une perturbation se propage entre la source et le site. Cette perturbation transporte une quantité d'énergie dans la forme d'énergie cinétique et d'énergie potentielle. L'énergie peut être transportée à grande distance par la propagation des ondes. La transmission d'énergie est effectuée parce que le mouvement est transmis d'une particule à l'autre. Une onde dans un domaine mécanique est caractérisée par le transport d'une énergie à travers les mouvements des particules autour de ses positions d'équilibre. Pour une transmission d'une onde dans un milieu mécanique, la déformabilité et l'inertie de ce milieu sont des propriétés essentielles. Sans ces deux propriétés la transmission d'une perturbation serait instantanée.

Si on considère la propagation des ondes dans un milieu 3D, on peut définir, à un instant, la surface dans laquelle tous les points ont la même perturbation. Cette surface se propage dans le temps. La surface qui sépare le milieu perturbé du milieu non perturbé est définie comme le front d'onde. Pour un milieu homogène et isotrope la direction de propagation d'onde est une ligne droite et elle est toujours perpendiculaire au front d'onde. Si la propagation d'onde est limitée à une seule direction, la perturbation, à un instant, sera la même pour tous les point dans un plan perpendiculaire à la direction de propagation. On parle d'une onde plane. Quand le front d'onde est une surface sphérique ou cylindrique on parle d'une onde sphérique ou cylindrique.

Une onde qui émane de la profondeur infinie dans un milieu est appelée une onde incidente. Parmi les plus importants aspects de la propagation des ondes sont la réflexion et la réfraction des ondes. Quand une onde arrive à une limite qui sépare deux milieux il y a une partie qui se réfléchit et une partie qui se transmet à l'autre milieu. Les effets importants de propagation des ondes sont les ondes de surface qui se propagent le long de la surface-limite d'un milieu. A proprement parler, tout les milieux transmettent des ondes, mais pour des raisons pratiques on néglige la réfraction des ondes à la limite entre un milieu solide et l'air.

En général, dans les analyses dynamiques on a deux milieu: l'un qui est fini et qui représente la structure et l'autre qui est semi-infini et qui représente le sol et qui sera traité ici comme un milieu continu, homogène et isotrope.

Dans la propagation des ondes dans un milieu semi-infini on peut identifier deux types d'onde : les ondes de volume et les ondes de surface. Parmi les ondes de volume on distingue les ondes *P* (primaires) et les ondes *S* (secondaires). Parmi les ondes de surface on distingue les ondes de *Rayleigh* et les ondes de *Love*. (figure B.1) [35]

Dans le cas où le site est loin de la source, une onde sphèrique peut être considérée comme étant approximativement une onde plane.

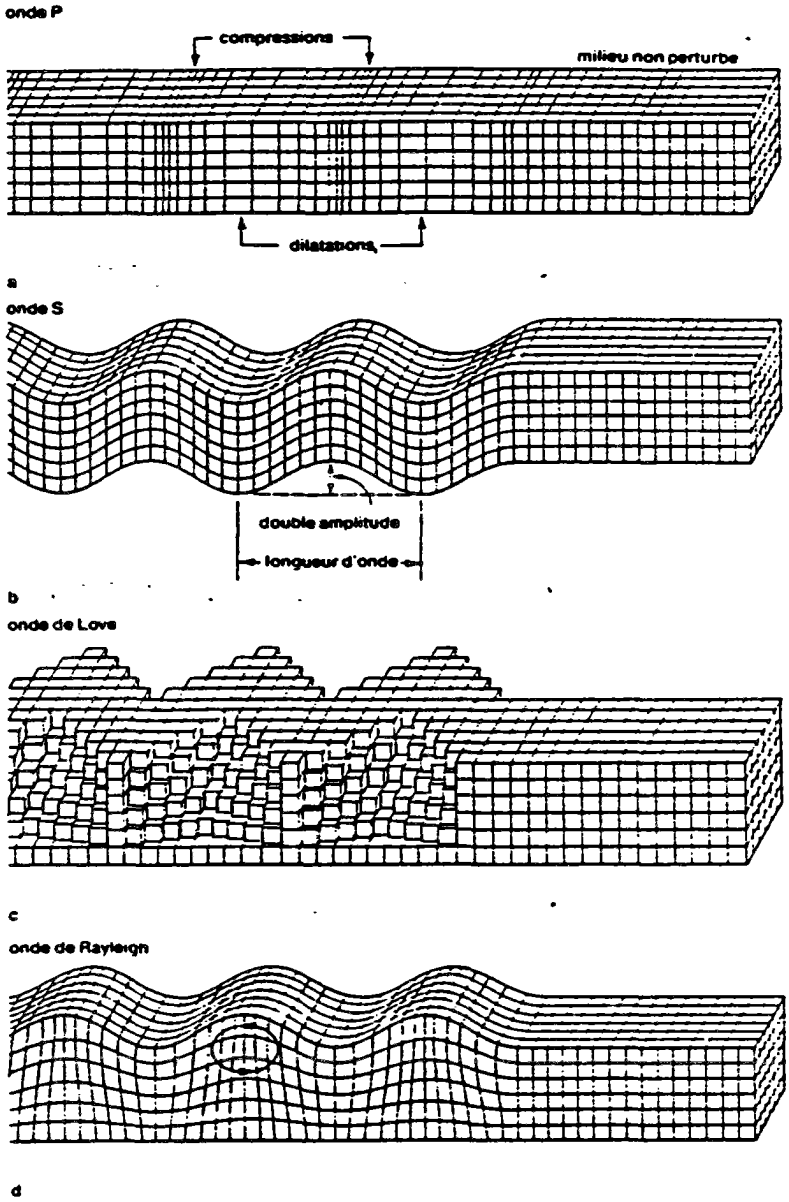


Figure B.1 - Schéma montrant la forme des mouvements du sol pour quatre types d'ondes sismiques [35] (D'après *B.A.Bolt*)

B.2 ONDES *P*

Les ondes ***P*** sont les ondes longitudinales dont le vecteur de déplacement coïncide avec la direction de propagation (figure B.2). Ce sont les ondes de dilatation (compression) parce qu'une particule unitaire est soumise à un changement de volume mais pas de la forme. La célérité est constante et elle ne dépend que de propriétés mécaniques du milieu de propagation. Ce sont des ondes ***P*** qui ont la plus grande célérité et ce sont elles qui arrivent au site les premières.

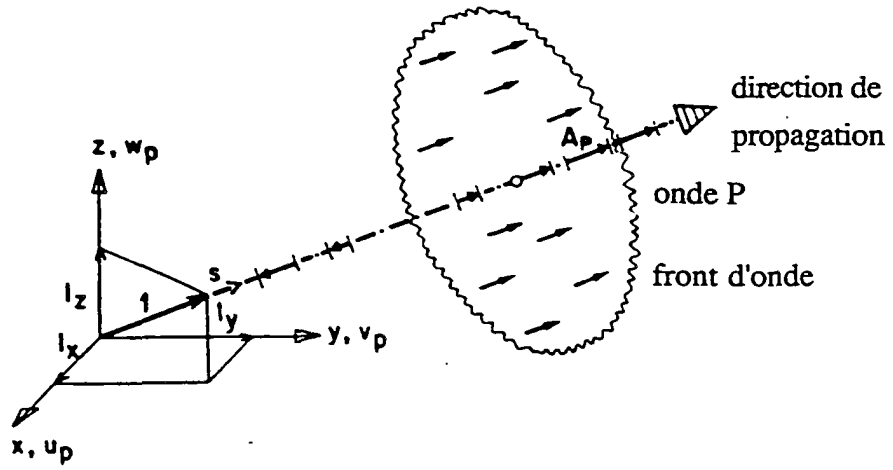


Figure B.2 - Déplacements associés aux ondes de volume ***P*** [82]

L'atténuation de mouvement pour les ondes incidentes de volume dépend de l'amortissement de "bedrock" et ne dépend pas de l'amortissement des couches du sol. Par contre, la célérité d'une onde sismique dépend peu de l'amortissement du milieu de propagation.

B.3 ONDES *S*

Les ondes ***S*** sont les ondes transversales (les ondes de cisaillement) dont le vecteur de déplacement est perpendiculaire à la direction de propagation (figure B.3). Le mouvement d'une particule se effectue donc dans le plan perpendiculaire à la direction de propagation et pour tous les point dans ce plan il est constant. C'est un mouvement qui déforme une particule unitaire mais qui ne change pas le volume. Le vecteur de déplacement peut se décomposer sur la composante horizontale, une onde ***SH***, et la composante qui se trouve dans le plan vertical qui contient l'axe vertical z et la direction de propagation, une onde ***SV***. Pour une onde qui se propage verticalement les deux composante sont horizontales. Dans ce cas, on adopte un plan vertical qui contient l'axe z et on décompose le vecteur de déplacement sur une composante perpendiculaire à ce plan (***SH***) et l'autre qui se trouve dans ce plan (***SV***). La célérité d'une

onde *S* est constante et elle dépend de propriétés mécaniques du milieu de propagation. Elle est plus petite que la célérité d'une onde *P* correspondante. Au Japon et en Californie les mesures montrent que le rapport entre la célérité d'une onde *P* et une onde *S* est *1.67* pour des séismes peut profonds et *1.78* pour des séismes profonds[66].(figure B.4 et figure B.5)

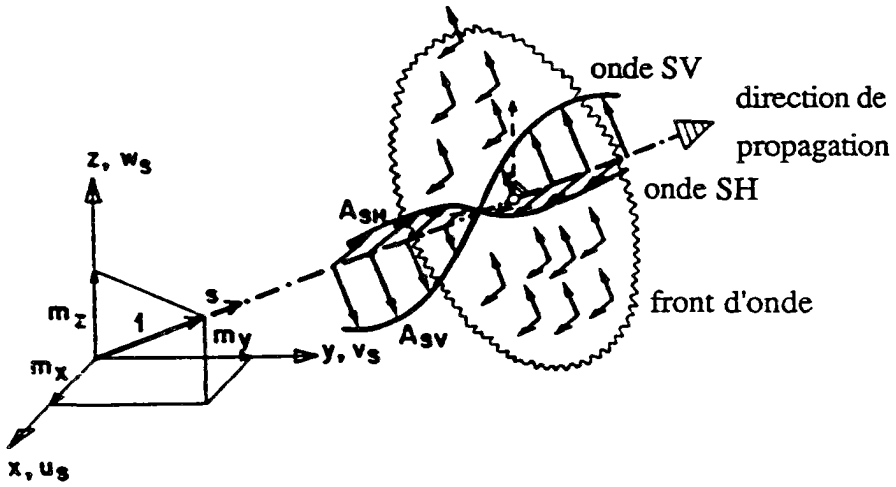


Figure B.3 - Déplacements associés aux ondes de volume *S* [82]

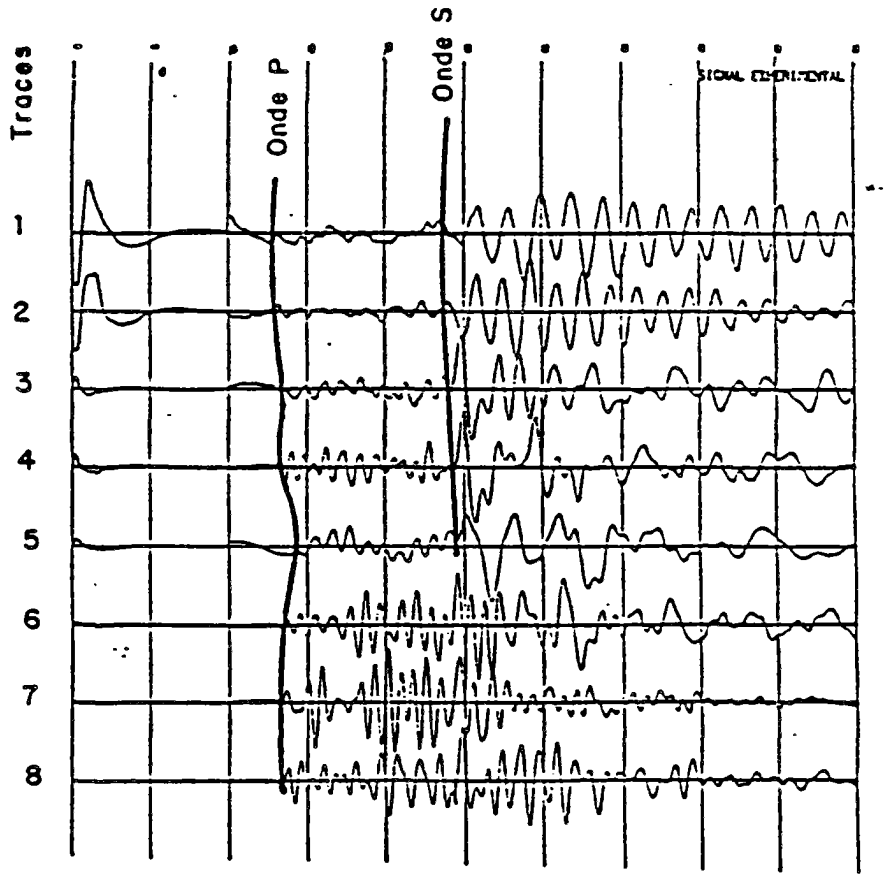


Figure B.4 - Enregistrements des ondes *P* et *S* [31]

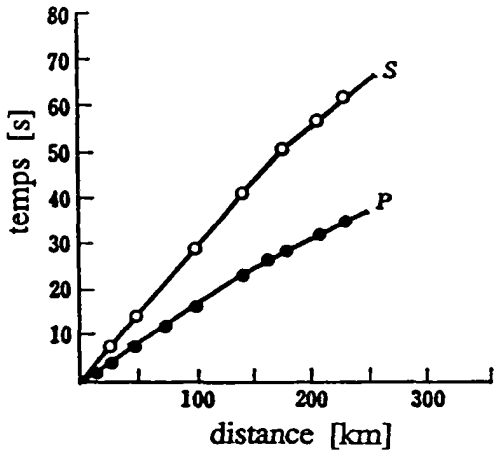


Figure B.5 - Diagramme temps-distance pour les ondes *P* et *S* [66]

B.4 ONDES DE *RAYLEIGH* (ONDES *R*)

Une onde de *Rayleigh* est une onde de surface qui se propage horizontalement à la limite d'un milieu solide et de l'air. Il n'y a pas d'ondes de surface qui existent pour les mouvements hors du plan vertical. La caractéristique des ondes de *Rayleigh* est que leur amplitude est décroissante de façon exponentielle avec la profondeur. Leur célérité est voisine de la célérité des ondes de cisaillement (c_r/c_s=0.90-0.95). Les ondes de *Rayleigh* sont très énergétiques et elles ne sont pas dispersives.

Une onde de *Rayleigh* est produite par les ondes *P* et les ondes *S* qui sont émises de l'hypocentre, mais elle n'est pas produite dans le voisinage de l'épicentre.[66]

Le mouvement des particules est donc dans le plan vertical et il possède la forme d'ellipse. Il est rotatif avec l'amplitude verticale (qui ne dépend pas de la fréquence) plus grande que l'amplitude horizontale et il est rétrograde. L'amplitude horizontale diminue très vite avec la profondeur et elle change de signe à la profondeur de $z=0.2l$ (l - la longueur d'onde) où le mouvement devient direct. L'amplitude verticale augmente un petit peu avec la profondeur et ensuite diminue très vite (figure B.6).

Les ondes de *Rayleigh* conduisent à des valeurs significatives de contrainte de cisaillement maximale près de la surface libre. Pour un site rigide (site de roche) l'atténuation d'ondes de surface est petite. Même dans un site mou, pour les systèmes sol-structure qui ont de basses fréquences, l'atténuation d'ondes de surface est petite. [82]

Pour les ondes de *Rayleigh* il n'y a pas des ondes incidentes.

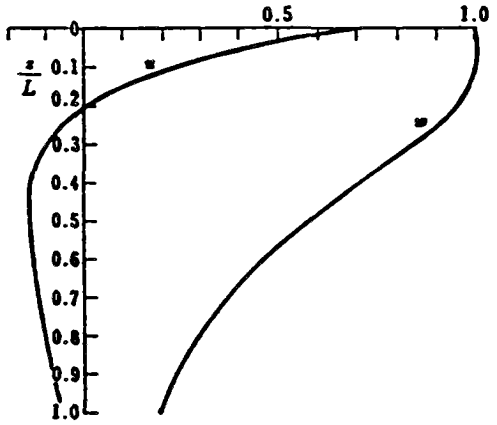


Figure B.6 - Amplitudes horizontales et verticales d'onde ***R***, en fonction de la profondeur [66]

B.5 ONDES DE *LOVE*

Pour un espace semi-infini il n'y a pas d'onde de *Love*. Ce sont des ondes de surface qui apparaissent sur la surface de contact entre deux milieux différents dans le sol. Le mouvement des particules est hors du plan vertical.

B.6 ONDES *SH* INCIDENTES

Une onde *SH* (le mouvement est hors du plan) se refléchit à la surface libre (condition à la limite $\tau_{yz}=0$) toujours en une onde *SH* (voir l'annexe A). Dans le cas de passage dans un autre milieu une onde incidente *SH* se transforme en une onde *SH* réfléchie et une onde *SH* réfractée. Il n'y a pas d'ondes de surface avec un mouvement hors du plan.

B.7 ONDES *P* INCIDENTES

Pour un milieu infini les ondes *P* et les ondes *SV* peuvent se propager indépendamment les une des autres. Par contre, pour un milieu semi-infini ce n'est pas le cas. Les conditions limites à la surface libre sont $\sigma_z=0$ et $\tau_{xz}=0$.

En général, une onde *P* incidente se réfléchit sur la surface libre en une onde *P* et une onde *SV* (voir l'annexe A). Dans le cas de passage dans un autre milieu une onde incidente *P* se transforme en une onde *P* réfléchie, une onde *SV* réfléchie, une onde *P* réfractée et une onde

SV réfractée. Dans le cas particulier (qui dépend de l'angle d'incidence) une onde ***P*** incidente ne peut se réfléchir qu'en une onde ***SV***. On appelle ce phénomène *la conversion de mode* [1].

B.8 ONDES *SV* INCIDENTES

En général, une onde incidente ***SV*** se réfléchit sur la surface libre en une onde ***SV***. La réflexion d'une onde ***SV*** peut aussi produire une onde ***P*** réfléchie si l'angle d'incidence est plus petit (mesuré d'axe verticale) que l'angle critique (voir l'annexe A). Le dernier représente l'angle d'incidence pour lequel une onde ***P*** réfléchie existe encore. Il ne dépend que du coefficient de *Poisson* et en général, il peut varier entre $\theta_{cr} = 45°$ pour $\nu = 0$ et $\theta_{cr} = 0°$ pour $\nu = 0.5$. Si l'angle d'incidence est plus grand que l'angle critique cette onde ***P*** se transforme en une onde de surface.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

1. Achenbach J.D. : "Wave Propagation in Elastic Solids", North-Holland, 1980

2. Ahmadi M.T. & Ozaka Y.O.:"A simple method for the full-scale 3-D dynamic analysis of arch dam", Proc. 9WCEE (vol VI), Tokyo, Japan, 1988

3. Allègre C. : "L'écume de la terre", Hachette, Paris, 1983

4. Altinisik D. & Severn R.T. :"Multiple-support and asynchronous base excitation of structures", *Proc.Instn.Civ.Engrs. Part* 2,71,407-426,1981

5. Aubry D., Clouteau D. & Crepel J.M.:"A modular approach to the three-dimensional seismic coupled analysis of arch dams/reservoir/soil", Proc. 9WCEE (vol VI), Tokyo, Japan, 1988

6. Aubry D. & Crepel J.M.:"Interaction sismique fluide-structure. Application aux barrages voûtes", Premier Colloque Français du Génie Parasismique, Paris, 1986

7. Aubry D.:"Sur une approche intégrée de l'interaction sismique sol-structure", Journées d'études CFMS/AFPS, 1986

8. Aubry D. & Clouteau D.:"Seismic site effect and soil-structure interaction", Structural Dynamics, Kratzig et al. (eds), Balkema, Rotterdam, 1990

9. Axisa F. et al.:"Interactions fluides-structures. Réalisation dans le système CEASEMT", Rapport EMT/78/65, Commissariat à l'Enérgie Atomique, 1978

10. Bard P.Y. :"Les effets de site d'origine structurale en sismologie", Thèse d'Etat, Université de Grenoble, 1983

11. Bard P.Y. & Tucker B.E.:"Response of sediment-filled valleys: Comparing theory with observations", *B.S.S.A.*,1983

12. Bard P.Y. & Tucker B.E.:"Hard rock site effects: Comparing theory with observations", *B.S.S.A.*,1983

13. Bard P.Y. & Bouchon M.:"The seismic response of sediment-filled valleys. Part 1. The case of incident SH waves", *B.S.S.A.*,70, 1263-1286,1980

14. Bard P.Y. & Bouchon M.:"The seismic response of sediment-filled valleys. Part 2. The case of incident P and SV waves", *B.S.S.A.*,70, 1921-1941,1980

15. Bard P.Y.:"Les modes de résonance des vallées alluviales profondes", 1983

16. Bard P.Y. :"Diffracted waves and displacement field over two dimensional elevated topographies", *Geophys.J.R.astr.Soc.*,71,731-760,1982

17. Bathe K.J. & Wilson E.L. : "Numerical Methods in Finite Element Analysis", Prentice-Hall, Englewood Clifs, NJ,1976

18. Bathe K.J. : "Finite Element Procedures in Engineering Analysis",Prentice-Hall, Englewood Clifs, NJ,1982

19. Bourdarot E. & Milovanovitch V.D.:"Static and dynamic analysis of Talvacchia arch dam", First Benchmark Workshop on Numerical Analysis of Dams, Bergamo, Italy,1991

20. Calciati F. et al. :"Experience gained during in situ artificial and natural dynamic excitation of large concrete dams in Italy", CIGB/ICOLD,Q.51/R.32, 13ème Congrès des Grands Barrages, New Delhi, 1979

21. Carrére A.:"Criteria and computation methods for seismic loads", Int.Workshop on arch dams, Coimbra, Portugal, 1987

22. Chen &Penzien ,1986

23. Chuhan Z. & Chongbin Z.:"Effects of canyon topography and geological conditions on strong ground motion", *Earthquake Engng.Struct.Dyn.*,16,81-97, 1988

24. Chuhan Z., Chongbin Z. & Wang G.:"Seismic wave propagation effects on arch dam response", Proc. 9WCEE (vol VI), Tokyo, Japan, 1988

25. Clough R.W. & Penzien J. : "Dynamics of Structures", McGraw-Hill, New York, 1975

26. Clough R.W. & Ghanaat Y. :"Dynamic arch dam-reservoir interaction", Proc. 8th ECEE, Lisbon, 1986

27. Clough R.W. & Mojtahedi S. :"Earthquake response analysis considering non-proportional damping", *Earthquake Engng.Struct.Dyn.*,4,489-496, 1976

28. Clouteau D. & Aubry D.:"Interaction sol-structures. Effets tridimensionnels", 2ème Colloque Français du Génie Parasismique, Saint Rémy-lès-Chevreuses, 1989

29. Clouteau D. :"Propagation d'ondes dans des milieux hétérogènes. Application à la tenue des ouvrages sous séismes", thèse de doctorat, Ecole Centrale de Paris, 1990

30. Coyne et Bellier :"Interaction sismique fluide-structure. Application aux barrages voutes", Journées d'études EDF - Calcul dynamique des Barrages, Rapport, 1987

31. C.P.G.F. :"Mesure des parametres dynamiques des formations geologiques", Journées d'études EDF - Calcul dynamique des Barrages, Rapport, 1987

32. Deinum P.J. et al. :"Vibration tests on Emosson arch dam", *Earthquake Engng.Struct.Dyn.*,10,447-470, 1982

33. Delolme A., Kopff P. & Andriambololona H. : "Identification expérimentale des paramètres modaux du barrage de Laparan et application d'une méthode de sensibilité pour le recalage d'un modèle éléments finis", Rapport HP-51/89.132 EDF/DER, Clamart, 1990

34. Dhat G. & Touzot G. : "Une Présentation de la Méthode des Eléments Finis", Maloine, Paris, 1984

35. Dubie J.Y. :"Notions de sismicité", Journées d'études EDF - Calcul dynamique des Barrages, Rapport, 1987

36. Dumanoglu A.A. & Severn R.T.:"Seismic response of modern suspension bridges to asynchronous vertical ground motion", *Proc.Instn.Civ.Engrs. Part* 2,83,701-730,1987

37. Dumanoglu A.A. & Severn R.T. :"Dynamic response of dams and other structures to differential ground motions", *Proc.Instn.Civ.Engrs. Part* 2,77,333-352,1984

38. Eshraghi H. & Dravinski M.:"Scattering of plane harmonic SH,SV,P and Rayleigh waves by non-axisymmetric three-dimensional canyons: A wave function expansion approach", *Earthquake Engng.Struct.Dyn.*,18,983-998, 1989

39. Eshraghi H. & Dravinski M.:"Transient scattering of elastic waves by dipping layers of arbitrary shape. Part 1: Antiplane strain model", *Earthquake Engng.Struct.Dyn.*,18,397-415, 1989

40. Eshraghi H. & Dravinski M.:"Transient scattering of elastic waves by dipping layers of arbitrary shape. Part 2: Plane strain model", *Earthquake Engng.Struct.Dyn.*,18,417-434, 1989

41. Fok K.L. & Chopra A.K. :" Water compressibility in earthquake response of arch dams", ASCE, 113,1987

42. Fok K.L. & Chopra A.K. :" Earthquake analysis and response of concrete arch dams", Report UCB/EERC-85/07, University of California, Berkeley, 1985

43. Gibert R.J. :"Dynamique des Structures", Rapport EMT/SMTS/81/79, Commissariat à l'Enérgie Atomique, 1981

44. Greeves E.J. & Dumanoglu A.A. :"The implementation of an efficient computer analysis for fluid-structure systems using the Eulerian technique within SAP IV", Report no. UBCEE-EE-89-10, University of Bristol, UK, 1989

45. Greeves E.J., Taylor C.A. & Severn R.T.:"The linear dynamic analysis of an arch dam including both incompressible and compressible fluid interaction", First Benchmark Workshop on Numerical Analysis of Dams, Bergamo, Italy,1991

46. Gutierrez J.A. & Chopra A.K.:"A substructure method for earthquake analysis of structures including structure-soil interaction", *Earthquake Engng. Struct. Dyn.*, 6, 1978

47. Gupta et al ,1982

48. Hall J.F. &.Nowak P.S :"Effect of nonuniform seismic input on arch dam response", Proc. 9WCEE (vol VI), Tokyo, Japan, 1988

49. Hamon M., Pouyet P. & Carrère A. :"Three-dimensional finite element analysis of the Laparan dam", *Water Power&Dam Construction*, 1983

50. Kojic S.B. & Trifunac M.: "Earthquake stresses in arch dams. I: Theory and antiplane excitation", J. of Engrg.Mech., ASCE, 117(3), 1991

51. Kojic S.B. & Trifunac M.: "Earthquake stresses in arch dams. II: Excitation by SV, P and Rayleigh waves", J. of Engrg.Mech., ASCE, 117(3), 1991

52. Kojic S.B. & Trifunac M.: "Transient pressures in hydrotechnical tunnels during earthquakes", *Earthquake Engng.Struct.Dyn.*,16,523-539, 1988

53. Lepareux M. :"Eléments coques, fluides, surfaces libres et couplage coques-fluides", Rapport EMT/78/159, Commissariat à l'Enérgie Atomique, 1978

54. Levesque J.R.:"Calcul des structures aux séismes", Cycle de conférences CEA/EDF, Jouy en Josas,1979

55. Luco J.E. :"Linear soil-structure interaction", Report UCRL-15272, Lawrence Livermore National Laboratory

56. Mazet Y.:"Analyse sismique d'une structure par combinaison modale", Rapport no. P.31-81 EDF/DER, Clamart, 1977

57. Milovanovitch V.D., Thomas P. & Bourdarot E.:"Seismic behaviour of arch dams including site effects", 10WCEE, Madrid, Spain, 1992

58. Milovanovitch V.D.:"Logiciel EXCITM en éléments finis. Analyse sismique multi-appui des barrages en béton en 3D. Notice d'utilisation", rapport no. HP-61/91.165 EDF/DER, Clamart,1991

59. Milovanovitch V.D. & Thomas P.:"Une méthode de calcul de la réponse sismique des structures étendues", Journées d'études AFPS/AFPC, Saint Rémy-lès-Chevreuse, 1990

60. Modaressi H., Aubry D. & Mouroux P.:"Etude de la reponse sismique d'un site par modélisation numérique", 2ème Colloque National AFPS,Saint Rémy-lès-Chevreuse, 1989

61. Morand H. & Ohayon R. :"Substructure variational analysis of the vibrations of coupled fluid-structure systems", *Int.J.num.Meth.Engng.*,14,741-755, 1979

62. Newmark N.M. & Rosenblueth E.: "Fundamentals of Earthquake Engineering", Prentice-Hall, Englewood Clifs, NY, 1971

63. Novak & Hifnawi ,1983

64. O'Connor J.P.F. & Boot J.C.:"A solution procedure for the earthquake analysis of arch dam-reservoir systems with compressible water", *Earthquake Engng. Struct. Dyn.*, 16, 1988

65. Ohtsuki A., Yamahara H. & Harumi K.:"Effect of topography and subsurface inhomogeneity on seismic Rayleigh waves", *Earthquake Engng. Struct. Dyn.*, 12, 1984

66. Okamoto S. : "Introduction to Earthquake Engineering", University of Tokyo Press, 1973

67. Olson L.G. & Bathe K.J.:"A study of displacement-based fluid finite element systems for calculating frequencies of fluid and fluid-structure systems", *Nuc.Engrg.Design*, 76, 1983

68. Ramaswamy S.:"On the effectiveness of the Lanczos method for the solution of large eigenvalue problems", *J.Sound and Vibration*,73(3),405-418,1980

69. Real C.R. & Tucker B.E.:"Ground motion site effects test area near Parkfield, California", Proc. 9WCEE (vol VI), Tokyo, Japan, 1988

70. Sanchez-Sesma F.J. & Rosenblueth E.:"Ground motion at canyons of arbitrary shape under incident SH waves", *Earthquake Engng.Struct.Dyn.*,7,441-450, 1979

71. Thomas P. :"Formulation de couplage fluide-structure pour l'analyse modale dans SIVA",Rapport P35.82/259 EDF/DER, Clamart, 1982

72. Trifunac M.D. :"Scattering of plane SH waves by a semi-cylindrical canyon", *Earthquake Engng.Struct.Dyn,* 1(3), 267-281,1973

73. Trujillo D.M. & Carter A.L. :"A new approach to the integration of accelerometer data", *Earthquake Engng.Struct.Dyn.*,10,529-535, 1982

74. Trujillo D.M. :"Application of dynamic programming to the general inverse problem", *Int.J.num.Meth.Engng.*,12,613-624, 1978

75. Tucker B.E. & King J.L. :"Dependence of sediment-filled valley response on input amplitude and valley properties", *B.S.S.A.*,1983

76. Warburton G.B. :"The influence of the finite element method on developments in structural dynamics", Energy Methods in Finite Element Analysis

77. Warburton G.B. & Soni S.R. :"Errors in response calculations for non-clasicaly damped structures", *Earthquake Engng.Struct.Dyn.*,5,365-376, 1977

78. Weingarten V.I., Ramanathan R.K. & Chen C.N.:"Lanczos eigenvalue algorithm for large structures on a minicomputer", *Computers&Structures*,16,253-257,1983

79. Westergaard H.M., "Water pressures on dams during earthquakes", *Trans.* ASCE, 9(98)

80. Wilson E.L. :" Numerical methods for dynamic analysis", Numerical Methods in Offshore Engineering

81. Wilson E.L. & Itoh T.:"An eigensolution strategy for large systems", *Computers & Structures*, 16,259-265,1983

82. Wolf J.P. : "Dynamic Soil-Structure Interaction", Prentice-Hall, Englewood Clifs, NJ, 1985

83. Wong H.L. & Trifunac M.D. :"Scattering of plane SH waves by a semi-elliptical canyon", *Earthquake Engng.Struct.Dyn,* 3(2), 157-169,1974

84. Zienkiewicz O.C. : "The Finite Element Method", McGraw-Hill, London, 1977

85. Davidovici V. (ed.) :"Génie Parasismique", Presses ENPC, Paris, 1985

86. Milovanovitch D.:"Appropriate foundations for arch dams", Int.Workshop on arch dams, Coimbra, Portugal, 1987

87. Milovanovitch D. & Milovanovitch V.:"Cas de barrage-voûte réussi sur fondations difficiles. Le barrage de Vroutci", CIGB/ICOLD, Contribution, 17ème Congrès des Grands Barrages, Vienne, 1991

88. Milovanovitch V.:"Liste des travaux", 1991

89. Bazergui A., Bui-Quoc T., Biron A., McIntyre G. & Laberge C.:"Résistance des matériaux", Ecole Polytechnique de Montréal, 1985

90. Thomas P.: "Outils numériques du calcul modal à AMV", Rapport HP-61/91.077 EDF/DER, Clamart, 1991

91. Jeanpierre F., Gibert R.J., Hoffmann A. & Livolant M.: "Description of a general method to compute the fluid-structure interaction", 5th SMIRT, Berlin, 1979

92. Allais J., Bichet P., Chaix J. & Rigaudeau J.: "Industrial application of FEM to linear fluid structure interaction in seismic response of nuclear components"

93. "First Benchmark Workshop on Numerical Analysis of Dams", Commission Internationale des Grands Barrages, Bergamo, 1991