



**HAL**  
open science

# Étude de l'usure et de l'endommagement du roulement ferroviaire avec des modèles d'essieux non-rigides

Brahim Soua

► **To cite this version:**

Brahim Soua. Étude de l'usure et de l'endommagement du roulement ferroviaire avec des modèles d'essieux non-rigides. Matériaux. Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, 1997. Français. NNT : . tel-00529512

**HAL Id: tel-00529512**

**<https://pastel.hal.science/tel-00529512>**

Submitted on 3 Nov 2010

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

NS 20 424 (T1) (4)

Année : 1997

X

THESE DE DOCTORAT DE L'ECOLE NATIONALE DES PONTS ET CHAUSSEES

*Présentée par*

**Brahim SOUA**

*Pour obtenir le grade de*

**DOCTEUR DE L'ECOLE NATIONALE DES PONTS ET CHAUSSEES**

*Spécialité*

**STRUCTURES ET MATERIAUX**

**ETUDE DE L'USURE ET DE L'ENDOMMAGEMENT DU ROULEMENT  
FERROVIAIRE AVEC DES MODELES D'ESSIEUX NON-RIGIDES**

*Soutenue le 24 / 03 / 97 devant le jury composé de MM.*

**Rapporteurs**

Michel FAYET

Professeur Agrégé H.D.R. INSA - Lyon.

José Germàn GIMENEZ

Professeur des Universités SAN SEBASTIAN.

**Examineurs**

Jean LEMAITRE

Professeur des Universités PARIS VI.

Dominique CHEVALLIER

Directeur de Recherche - ENPC.

Bernard PRASIL

Chef de la Division des Rails - SNCF.

**Directeur de thèse**

Jean Pierre PASCAL

Directeur de Recherche - INRETS. Directeur du LTN.

27





## AVANT-PROPOS

*Le travail présenté dans ce mémoire a été effectué au sein du Laboratoire des Technologies Nouvelles à l'INRETS - Arcueil.*

*Monsieur Jean Pierre PASCAL, Directeur de Recherche de Classe Exceptionnelle à l'INRETS, a dirigé mon travail et m'a accueilli dans son laboratoire. Il a su me faire découvrir le domaine ferroviaire et sa complexité. Ses compétences m'ont permis de mener à bien ce travail et je tiens à lui exprimer ici mes plus sincères remerciements.*

*Monsieur Jean LEMAITRE, Professeur des Universités PARIS VI, m'a apporté une aide précieuse au cours de mon travail sur l'Endommagement et m'a fait le grand honneur de présider mon jury. Je l'en remercie vivement.*

*Pour avoir accepté d'évaluer ce travail, j'exprime toute ma reconnaissance envers Monsieur Michel FAYET, Professeur Agrégé H.D.R. à l'INSA - Lyon, et Monsieur José Germàn GIMENEZ, Professeur des Universités à SAN SEBASTIAN.*

*L'application pratique et concrète des travaux exposés dans ce mémoire a été rendue possible grâce à la collaboration de la SNCF qui m'a donné accès à des données expérimentales. J'exprime tout particulièrement ma gratitude à Monsieur Bernard PRASIL, Chef de la Division des Rails, pour la confiance qu'il m'a accordée et pour avoir participé au jury.*

*J'adresse également mes remerciements à Monsieur Dominique CHEVALLIER, Directeur de Recherche à l'ENPC, pour sa participation au jury.*

*Je remercie l'ensemble de l'équipe du LTN pour m'avoir accompagné pendant la durée de ma thèse; chacun, à sa façon, a permis l'aboutissement de ce travail.*

*J'adresse mes chaleureux remerciements à Madame Anne-Marie PASCAL qui par son attention et sa gentillesse m'a apporté un grand soutien moral.*

*Enfin, je tiens à exprimer ma reconnaissance envers tous mes amis pour leur présence et les encouragements qu'ils m'ont apportés durant toutes ces années. Je remercie particulièrement les copains de la promotion A.M. Aix 190 et leurs « ZA » pour leur précieux soutien.*

*A ma Famille*

## Résumé

L'étude ferroviaire présentée dans ce mémoire traite de trois types de dégradations de profils des roues et des rails en service. Comme tous les solides devant assurer une liaison par contact, les roues et les rails ferroviaires sont affectés par des dégradations telles que l'usure et la fatigue.

Dans un premier temps, on s'intéresse à l'usure régulière des profils des roues et des rails. Ce type d'usure influence en particulier la stabilité des véhicules, donc le confort et la sécurité. Nous exposons notre modèle de simulation numérique de l'usure transverse des profils ; sa validation étant assurée par des applications à des profils mesurés sur le réseau S.N.C.F.

Nous abordons ensuite le phénomène d'usure irrégulière longitudinale des roues à grande vitesse. Nous traitons cette partie avec de nouvelles hypothèses sur un mécanisme d'apparition d'ondulations. L'origine de ce phénomène est due au couplage, à travers le contact, de la dynamique transversale des bogies et de la torsion de l'axe des essieux. En nous appuyant sur deux modèles de simulations numériques, nous montrons la validité des hypothèses et nous mettons en évidence le mécanisme d'usure irrégulière longitudinale des roues.

La dernière partie est consacrée à la fatigue des rails soumis au contact roulant, on y étudie une forme particulière appelée le *Head Checking*. Une première phase, basée sur l'étude des efforts de contact dus au comportement en courbes de certains véhicules ferroviaires, nous permet d'isoler les caractéristiques du système véhicule-voie les plus contraignantes. Une seconde étape consiste à étudier les conditions d'amorçage des fissures par deux approches : le critère de Dang Van et la mécanique de l'endommagement. Les résultats obtenus nous permettent de proposer des dispositions qui semblent appropriées à la lutte contre le *Head Checking*.

Mots-clés : dynamique ferroviaire, usure roue-rail, usure ondulatoire, fatigue de contact (*R.C.F.*).

## Abstract

The railway study presented in this thesis deals with three types of wheel and rail service degradations. Every solid which has a contact connection, wheel and rail, are subject to degradations such as wear and fatigue.

Wheel-rail wear may be considered in two forms. The first is a uniform loss of cross section, the second is a non-uniform loss of cross section. This second form results in rail corrugation or wheel polygonisation.

Initially, the first type of wear of wheel and rail profiles was of interest. This type of wear affects vehicle stability, consequently ride quality and safety. Our model for numerical simulations of this type of wear is presented ; its validation is supported by comparisons of computed wear profiles to measured profiles over the S.N.C.F. network.

The irregular longitudinal wear of high speed wheel profiles is studied. A new hypothesis is applied for dealing with the generating mechanism for corrugation. This is coupling of the wheelset axle torsional vibrations to the lateral dynamic vibrations of the bogie which generate corrugation wear. The coupling occurs through the wheel-rail contact. This is supported by numerical simulations with two models. The hypothesis is validated and the mechanism of irregular longitudinal wear is shown up.

The last part is devoted to rail Rolling Contact Fatigue, where Head Checking is studied. At first, the parameters most influencing the vehicle-track system were isolated by studying contact forces induced by the behaviour of some railway vehicles in curves. Secondly, two methods are used to deal with crack initiation : the Dang Van criterion and the Damage Mechanics. Results allow to propose appropriated devices to avoid Head Checking.

Key-words : Railway dynamics, wheel-rail wear, corrugation wear, Rolling Contact Fatigue (R.C.F.).

# Table des Matières

TABLE DES FIGURES .....	8
PRESENTATION GENERALE.....	13

## Chapitre I :

### **Problématique de la Modélisation Dynamique des Véhicules Ferroviaires. Cohérence des Hypothèses Mises en œuvre dans les Codes du Laboratoire.**

I.1. INTRODUCTION.....	21
I.2. MODELES ANALYTIQUES ET NUMERIQUES DU CONTACT ELASTIQUE ROULANT.....	22
I.2.1. MODELES ANALYTIQUES DU CONTACT ELASTIQUE ROULANT.....	22
<i>I.2.1.1. Solution de Hertz pour un contact pressé sans frottement.</i> .....	23
<i>I.2.1.2. Contact avec frottement.</i> .....	25
I.2.2. MODELES NUMERIQUES DU CONTACT ELASTIQUE ROULANT.....	26
I.2.3. CONCLUSION SUR LES METHODES DE RESOLUTION DU CONTACT.....	28
I.3. CINEMATIQUE ET GEOMETRIE DU CONTACT ROUE-RAIL.....	29
I.4. PROBLEME DES CONTACTS MULTIPLES ET CONTACTS NON-HERTZIENS.....	33
I.4.1. SOLUTIONS NUMERIQUES ET REDUCTION DES TEMPS DE CALCUL .....	34
I.4.2. IDENTIFICATION DES PARAMETRES FONCTIONNELS D'UN COUPLE ESSIEU-VOIE.....	35
I.5. MODELISATION DES ELEMENTS DE SUSPENSION.....	35
I.5.1. APPAREILS A SEUIL OU FROTTEMENTS SECS.....	36
I.5.2. RESSORTS HELICOIDAux .....	36
I.5.3. MODELE PONCTUEL DES ORGANES DE SUSPENSIONS .....	38
I.5.4. METHODE NUMERIQUE DE RESOLUTION DU FROTTEMENT SEC .....	39
I.6. PROBLEMES LIES A LA GEOMETRIE REELLE DE LA VOIE.....	42
I.6.1. VARIATION DE L'ECARTEMENT DES RAILS.....	42
I.6.2. DYNAMIQUE DES VEHICULES EN COURBE .....	44
I.7. PRINCIPES DE FONCTIONNEMENT DES CODES "VOCO".....	47
I.8. CONCLUSIONS SUR LA MODELISATION DE LA DYNAMIQUE FERROVIAIRE.....	50

## Chapitre II :

### **Modélisation de l'Usure des Profils transverses des Roues et des Rails.**

<b>II.1. INTRODUCTION. ....</b>	<b>57</b>
<b>II.2. METHODOLOGIE DE LA SIMULATION NUMERIQUE DE L'USURE DES PROFILS. ....</b>	<b>59</b>
<b>II.3. TRAITEMENT NUMERIQUE DES PROFILS DE ROUE ET DE RAIL. ....</b>	<b>64</b>
II.3.1. SOLUTION DES PROBLEMES DUS AU CUMUL DES ECARTS DE LISSAGE DES PROFILS. ....	69
<b>II.4. CALCUL DES EFFORTS TANGENTIELS ET DE L'ENERGIE DE GLISSEMENT. ....</b>	<b>72</b>
<b>II.5. VALIDATIONS DU MODELE DE L'USURE TRANSVERSE DES PROFILS. ....</b>	<b>78</b>
II.5.1. APPLICATION A UN WAGON G69. ....	79
II.5.2. APPLICATION AUX RAILS D'EPERNAY. ....	86
<i>II.5.2.1. Evaluation du coefficient de proportionnalité entre énergie et usure</i> .....	<i>94</i>
<b>II.6. CONCLUSIONS SUR LE MODELE D'USURE TRANSVERSE REGULIERE DES PROFILS. ....</b>	<b>95</b>

## Chapitre III :

### **Etude de l'Usure Ondulatoire des Roues.**

<b>III.1. PRESENTATION DU PROBLEME. ....</b>	<b>99</b>
III.1.1. MODELES PUBLIES POUR L'ETUDE DE L'USURE ONDULATOIRE. ....	99
III.1.2. NOTRE PROPOSITION DU MECANISME DE L'USURE ONDULATOIRE .....	101
<i>III.1.2.1. Faiblesses du modèle traditionnel.</i> .....	<i>101</i>
<i>III.1.2.2. Originalité de notre modèle.</i> .....	<i>102</i>
III.1.3. PLAN DU CHAPITRE III. ....	103
<b>III.2. MODELE D'UN ESSIEU FERROVIAIRE NON RIGIDE. ....</b>	<b>104</b>
<b>III.3. MODELE BIDIMENSIONNEL DE L'USURE IRREGULIERE DES ROUES. ....</b>	<b>108</b>
III.3.1. APPLICATIONS A UNE MOTRICE A GRANDE VITESSE. ....	111
III.3.2. ANALYSE DES CONDITIONS D'AMORÇAGE DE L'USURE IRREGULIERE LONGITUDINALE. ....	113
III.3.3. CONCLUSIONS SUR LA MODELISATION BIDIMENSIONNELLE DE L'USURE IRREGULIERE .....	116
<b>III.4. MODELE TRIDIMENSIONNEL DE L'USURE IRREGULIERE DES ROUES. ....</b>	<b>117</b>
III.4.1. APPLICATIONS DU MODELE D'USURE TRIDIMENSIONNELLE .....	120
<b>III.5. CONCLUSIONS SUR L'USURE IRREGULIERE LONGITUDINALE DES ROUES. ....</b>	<b>133</b>

## **Chapitre IV :**

### **Fatigue des Matériaux Soumis au Contact Roulant - Etude du Head Checking.**

<b>IV.1. PRESENTATION GENERALE.</b> .....	<b>139</b>
<b>IV.2. RAPPELS SUR QUELQUES CRITERES ET MODELES D'ENDOMMAGEMENT.</b> .....	<b>142</b>
IV.2.1. DEFINITION DE LA VARIABLE ENDOMMAGEMENT( D ). .....	143
IV.2.2. CRITERE DE DANG VAN.....	144
IV.2.3. LOIS CINETIQUES DE L'ENDOMMAGEMENT ISOTROPE .....	147
<b>IV.3. CALCUL DES CONTRAINTES DANS UN MASSIF SOUMIS A DES EFFORTS DE CONTACT.</b>	
IV.3.1. SOLUTION DE BOUSSINESQ ET CERUTTI.....	154
IV.3.2. INFLUENCE DU FROTTEMENT SUR LE TENSEUR DES CONTRAINTES .....	156
IV.3.3. METHODE DE NEUBER EN PLASTICITE .....	159
<b>IV.4. IDENTIFICATION DU CHARGEMENT CRITIQUE AU SENS DU HEAD CHECKING.</b> .....	<b>161</b>
IV.4.1. SCHEMA ET QUANTIFICATION D'UN CHARGEMENT CRITIQUE .....	161
IV.4.2. EVALUATION DE L'AGRESSIVITE DE DIFFERENTS BOGIES .....	163
<b>IV.5. INFLUENCES DE <math>K_{py}</math>, DE <math>V_X</math> ET DU PROFIL DU RAIL POUR UN "BOGIE AGRESSIF".....</b>	<b>169</b>
IV.5.1. INFLUENCE DE LA RAIDEUR TRANSVERSALE PRIMAIRE $K_{py}$ .....	169
IV.5.2. INFLUENCE DE LA VITESSE D'AVANCE DU VEHICULE $V_X$ .....	171
IV.5.3. INFLUENCE DU PROFIL DU RAIL HAUT .....	174
<b>IV.6. ETUDE DE L'AMORÇAGE DES FISSURES DE HEAD CHECKING.</b> .....	<b>176</b>
IV.6.1. IDENTIFICATION DES CARACTERISTIQUES DES MATERIAUX.....	177
IV.6.2. APPLICATION DU CRITERE DE DANG VAN AU HEAD CHECKING.....	180
<i>IV.6.2.1. Modèle bidimensionnel du calcul des contraintes élastiques.</i> .....	<i>180</i>
<i>IV.6.2.2. Calculs des contraintes et des coefficients d'endurance.</i> .....	<i>181</i>
IV.6.3. APPLICATION DE LA LOI CINETIQUE DE L'ENDOMMAGEMENT AU HEAD CHEKING.....	185
<i>IV.6.3.1. Modèle tridimensionnel du calcul des contraintes élasto-plastiques.</i> .....	<i>186</i>
<i>IV.6.3.2. Calculs des contraintes et de l'évolution de l'endommagement.</i> .....	<i>188</i>
<b>IV.7. CONCLUSION SUR LA FATIGUE DU CONTACT ROULANT CONCLUSION GENERALE.....</b>	<b>197</b>
<b>CONCLUSION GENERALE.....</b>	<b>201</b>
<b>REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES.....</b>	<b>207</b>
<b>ANNEXES .....</b>	<b>215</b>

## Table des Figures

### CHAPITRE I :

FIGURE 1-1	SOLUTION DE HERTZ POUR LE CONTACT ROUE-RAIL .....	23
FIGURE 1-2	SOLUTIONS DE CATTANEO, CARTER ET KALKER DU CONTACT AVEC FROTTEMENT .....	26
FIGURE 1-3	DEFINITION DE LA VITESSE DE GLISSEMENT .....	29
FIGURE 1-4	DEFINITION DU REPERE LOCAL POUR LA CINEMATIQUE DU CONTACT ROUE-RAIL .....	31
FIGURE 1-5	PRINCIPAUX PARAMETRES DE LA GEOMETRIE ET DE LA CINEMATIQUE D'UN ESSIEU FERROVIAIRE	32
FIGURE 1-6	CARACTERISTIQUE THEORIQUE D'UN AMORTISSEUR A "FRONT RAIDE" .....	36
FIGURE 1-7	SCHEMA D'UN RESSORT HELICOIDAL .....	36
FIGURE 1-8	MODELE PONCTUEL DES RESSORTS DE SUSPENSIONS .....	38
FIGURE 1-9	MODELE SIMPLIFIE DU FROTTEMENT SEC .....	40
FIGURE 1-10	EXEMPLE POUR LA RESOLUTION DU FROTTEMENT SEC .....	41
FIGURE 1-11	PRINCIPE DE LA "COURBE TRANSFORMEE" .....	45

### CHAPITRE II :

FIGURE 2-1	"PROFIL D'EQUILIBRE" ROUE-RAIL RELEVES A DES ENDROITS DIFFERENTS .....	61
FIGURE 2-2	DEFINITION D'UNE ITERATION (OU UN PAS D'USURE) .....	64
FIGURE 2-3	CONVENTION DE REPERAGE DES PROFILS ROUE-RAIL .....	66
FIGURE 2-4	CARACTERISTIQUES D'ELLIPSES ELEMENTAIRES .....	67
FIGURE 2-5	EXEMPLE DE TRAITEMENT D'UN PROFIL DE ROUE .....	68
FIGURE 2-6	EXEMPLE D'APPLICATION DE LA METHODE DE LISSAGE SUR UN PROFIL DE ROUE .....	71
FIGURE 2-7	CALCUL DES EFFORTS TANGENTIELS AU CONTACT ROUE-RAIL .....	73
FIGURE 2-8	DISCRETISATION DE L'ELLIPSE DE CONTACT (5x6) POUR "FASTSIM" .....	75
FIGURE 2-9	EXEMPLE DE DISTRIBUTIONS DES CONTRAINTES TANGENTIELLES PAR "FASTSIM" (10x10). .....	77
FIGURE 2-10	TRACE HORIZONTAL DE LA VOIE D'HIRSON. ....	79
FIGURE 2-11	TRACE VERTICAL DE LA VOIE D'HIRSON. ....	79
FIGURE 2-12	GAUCHE, DEVERS ET ECARTEMENT DE LA VOIE D'HIRSON .....	80
FIGURE 2-13	MODULE DE LA FONCTION DE TRANSFERT (COURBURE-FLECHE) DE LA VOITURE MAUZIN .....	81
FIGURE 2-14	RESULTATS DE SIMULATIONS: ENERGIES ET DISTANCES A PARCOURIR .....	84
FIGURE 2-15	USURE (x1) DE LA ROUE DU WAGON G69 .....	84
FIGURE 2-16	USURE (x2) DE LA ROUE DU WAGON G69 : 100 ITERATIONS .....	85
FIGURE 2-17	USURES RELEVES SUR LA ZONE D'EPERNAY; 17 Mt (1 AN) .....	87
FIGURE 2-18	USURE (x1) DES RAILS (S35,S36) : 30 ITERATIONS. ....	90
FIGURE 2-19	USURE (x1) DES RAILS (S41,S42) : 20 ITERATIONS. ....	90
FIGURE 2-20	USURE (x10) DES RAILS (S35,S36) : 30 ITERATIONS .....	91
FIGURE 2-21	USURE (x10) DES RAILS (S41,S42) : 20 ITERATIONS .....	93

**CHAPITRE III :**

FIGURE 3-1	MODELE CLASSIQUE DES VIBRATIONS A HAUTE FREQUENCE DES VOIE FERROVIAIRES .....	100
FIGURE 3-2	MODELE D'ESSIEU MOTEUR NON RIGIDE EN TORSION.....	104
FIGURE 3-3	VIBRATIONS PROPRES DE L'ESSIEU NON RIGIDE EN TORSION .....	106
FIGURE 3-4	PARAMETRES DE LA SURFACE DE LA ROUE .....	108
FIGURE 3-5	DECOUPAGE ANGULAIRE D'UNE ROUE. ....	110
FIGURE 3-6	USURES DES ROUES D'UNE MOTRICE $\Delta p(\Gamma)$ , $V_x=288\text{km/h}$ . ....	112
FIGURE 3-7	REponses DYNAMIQUES DE L'ESSIEU 1, $V_x=288\text{km/h}$ .....	112
FIGURE 3-8	DISCRETISATION TRIDIMENSIONNELLE DE LA SURFACE DE LA ROUE.....	117
FIGURE 3-9	MODELE D'UNE MOTRICE A GRANDE VITESSE .....	119
FIGURE 3-10	ANGLE DE TORSION FILTRE DE L'AXE DE L'ESSIEU 1, FILTRE PASSE HAUT A 20 Hz. ....	128
FIGURE 3-11	DISTRIBUTION DE L'EFFORT NORMAL POUR DIFFERENTES POSES DE RAILS: 1/20 ET 1/40.....	134

**CHAPITRE IV :**

FIGURE 4-1	SCHEMA DE PRINCIPE DES ESSAIS USUELS DE FATIGUE.....	140
FIGURE 4-2	ALLURE DU HEAD CHECKING. ....	141
FIGURE 4-3	DEFINITION MICRO-MESO DE L'ENDOMMAGEMENT. ....	143
FIGURE 4-4	DEFINITION DE LA VARIATION DE LA CISSION.....	145
FIGURE 4-5	DOMAINE DE VALIDITE DE LA STRUCTURE .....	146
FIGURE 4-6	CRITERE DE DANG VAN + [WÖHLER + (PALMGREEN-MINER)]. ....	147
FIGURE 4-7	CONTRAINTE EFFECTIVE ET EQUIVALENCE EN DEFORMATION .....	148
FIGURE 4-8	PRINCIPE DE L'ANALYSE LOCALEMENT COUPLEE DE L'ENDOMMAGEMENT. ....	153
FIGURE 4-9	MODELE DE BOUSSINESQ-CERUTTI .....	154
FIGURE 4-10	INFLUENCE DU FROTTEMENT SUR LA REPARTITION DU CISAILLEMENT.....	158
FIGURE 4-11	PRINCIPE DE LA METHODE DE NEUBER. ....	160
FIGURE 4-12	SCHEMA DU CHARGEMENT CRITIQUE .....	162
FIGURE 4-13	EVALUATION DE $H_C$ . ....	163
FIGURE 4-14	DEFINITIONS DU DEVERS [D] ET DE L'INSUFFISANCE (OU EXCES) DE DEVERS [i]. ....	164
FIGURE 4-15	EFFORTS TANGENTS ROUE-RAIL AUX POINTS DE CONTACT- BB 26000. ....	165
FIGURE 4-16	EFFORTS TANGENTS ROUE-RAIL AUX POINTS DE CONTACT- TGV.....	166
FIGURE 4-17	EFFORTS TANGENTS ROUE-RAIL AUX POINTS DE CONTACT- BB 36000. ....	166
FIGURE 4-18	EQUILIBRE QUASI STATIQUE EN COURBE D'UN BOGIE BB 26000.....	168
FIGURE 4-19	INFLUENCE DE L'AUGMENTATION DE LA RAIDEUR $K_{py}$ . ....	170
FIGURE 4-20	DEFINITION DE LA VITESSE CRITIQUE DU HEAD CHECKING. ....	171
FIGURE 4-21	EVALUATION D'UNE VITESSE CRITIQUE DE HEAD CHEKING DU "BOGIE AGRESSIF".....	172
FIGURE 4-22	VITESSE CRITIQUE DU HEAD CHECKING POUR DIFFERENTES COURBES .....	173
FIGURE 4-23	DEFINITION DU "PROFIL D'EQUILIBRE" DU RAIL HAUT.....	174
FIGURE 4-24	INFLUENCE DU PROFIL DU RAIL HAUT.....	175
FIGURE 4-25	DEFINITION DES CARACTERISTIQUES IDENTIFIABLES SUR UNE COURBE DE TRACTION.....	178

FIGURE 4-26	DEFINITION DU MODELE DE CALCUL DES CONTRAINTES EN DEFORMATIONS PLANES.....	180
FIGURE 4-27	MODELE BIDIMENSIONNEL POUR L'ETUDE DU HEAD CHECKING. ....	181
FIGURE 4-28	CONTRAINTES ELASTIQUES ET EN DEFORMATIONS PLANES DU CYCLE DE CHARGEMENT(1 + 2). .	182
FIGURE 4-29	COEFFICIENTS D'ENDURANCE DES ACIERS DE RAIL (N700 ET N900A).....	183
FIGURE 4-30	INFLUENCE DU COEFFICIENT DE FROTTEMENT SUR LES COEFFICIENTS D'ENDURANCE POUR UNE CHARGE ROULANTE .....	184
FIGURE 4-31	DEFINITION DU DOMAINE D'ETUDE DU HEAD CHECKING. ....	186
FIGURE 4-32	MODELE TRIDIMENSIONNEL POUR L'ETUDE DU HEAD CHECKING. ....	187
FIGURE 4-33	ENERGIE DE GLISSEMENT SURFACIQUE SUR LE RAIL HAUT POUR LE "BOGIE AGRESSIF". ....	188
FIGURE 4-34	$\sigma_{\text{EQ}}$ DE VON MISES ELASTO-PLASTIQUE POUR LA NUANCE 700. ....	189
FIGURE 4-35	$\sigma_{\text{EQ}}$ DE VON MISES ELASTO-PLASTIQUE POUR LA NUANCE 900A. ....	191
FIGURE 4-36	REPARTITIONS DE L'ENDOMMAGEMENT DANS LE RAIL : ACIER NUANCE 700 ET 900A ; TAUX D'USURE = 0. ....	193
FIGURE 4-37	REPARTITIONS DE L'ENDOMMAGEMENT DANS LE RAIL : ACIER NUANCE 700 ET 900A ; TAUX D'USURE = 0.05 MM / 2400 CYCLES. ....	195

**Présentation Générale.**



## Présentation Générale.

Le système mécanique formé par un véhicule ferroviaire en mouvement sur une voie, est inévitablement le siège de vibrations parasites des solides en présence (essieux, châssis de bogie, caisses, rails). Les dégradations du système véhicule-voie sont fortement couplées à ces vibrations. A travers les efforts dynamiques qu'elles entraînent, elles conduisent à une dégradation progressive et inévitable de la géométrie de la voie et à une usure des profils des roues et des rails. Ces détériorations provoquent, en général, une augmentation corrélative des efforts dynamiques, donc des sollicitations accrues de la voie et des véhicules. En comprendre les mécanismes permet non seulement d'assurer la sécurité et le confort des voyageurs, mais fournit aussi des éléments indispensables à l'optimisation des opérations d'entretien et à l'amélioration de la tenue en fatigue de chaque composant. La maîtrise d'un système aussi complexe que l'ensemble véhicule-voie a été réalisée progressivement, au cours de plusieurs décennies, grâce principalement à des essais spécifiques (en ligne et en laboratoire). Cependant, il est désormais possible de la compléter grâce au développement de modèles et d'outils de simulations numériques qui permettent d'approfondir les connaissances et d'aborder quelques uns des problèmes qui, comme ceux dont nous allons traiter dans ce mémoire, avaient jusqu'ici résisté à l'analyse.

La difficulté principale rencontrée pour le développement de modèles de dynamique ferroviaire, est liée à la présence de nombreux phénomènes fortement non linéaires tels que la génération des forces de contact entre la roue et le rail. C'est ce comportement non linéaire qui ôte toute efficacité aux approches analytiques traditionnelles et oriente l'étude vers l'analyse numérique. Sa cohérence dépendra avant tout de la validité du modèle, c'est-à-dire de la qualité de modélisation des non linéarités. Bien entendu, l'étude d'un tel système serait facilitée s'il était décrit par des équations linéaires. En évitant l'intégration numérique par rapport au temps, l'hypothèse de la linéarité conduirait à des modèles faciles à manipuler, voire intégrables analytiquement, et bénéficiant de faibles temps de calculs. Les soucis de convergence et de stabilité numériques ne se poseraient pas. Mais, les études faites sous cette hypothèse ne sont que qualitatives et de portée très restreinte, au moins pour tout ce qui concerne le confort transversal et la sécurité au déraillement. La prise en compte des lois de

comportement réelles du système véhicule-voie dans les trois dimensions de l'espace, conduit à des équations non linéaires qui doivent être intégrées numériquement en fonction du temps. Bien que les temps de calculs puissent être relativement élevés et que la quantité des données et des résultats à traiter soit grande, cette méthode est la seule pouvant conduire à des résultats quantitativement réalistes. C'est dans cet esprit qu'a été entreprise notre étude qui a eu lieu au Laboratoire des Technologies Nouvelles (*L.T.N.- INRETS*) et en collaboration avec la *S.N.C.F.* et avec le Laboratoire de Mécanique et Technologie (*L.M.T. - E.N.S. Cachan*).

Notre travail porte sur l'étude de trois types de dégradations des profils des roues et des rails en service : les dégradations des profils de la roue et du rail par usure régulière, l'usure irrégulière longitudinale des roues à grande vitesse, et l'amorçage des fissures de fatigue des rails soumis au contact roulant.

Ce projet a dû aborder un grand nombre de difficultés dont nous citons ici les plus importantes :

Caractériser entièrement et précisément un système véhicule-voie est une tâche difficile. D'une part, le nombre de paramètres est assez grand : masses et inerties des solides, lois de comportement des éléments de suspensions, tracé et défauts géométriques de la voie, profils de la roue et du rail et coefficient de frottement au contact, alors que, certains de ces paramètres, comme de coefficient de frottement, sont difficiles à évaluer précisément car ils ne sont mesurables que statistiquement.

L'étude des forces de contact, normales et tangentielles, intervenant entre une roue et un rail en acier, de même que celle des contraintes et des déformations dans la matière, font appel non seulement aux disciplines de base de la mécanique des milieux continus, mais nécessitent aussi de les appliquer dans le contexte de profils à courbures variables où les théories de Hertz doivent être adaptées.

Les phénomènes physiques, tels que l'usure et la fatigue, sont intrinsèquement complexes et leur étude est d'abord affrontée à cette complexité. Leur approche expérimentale offrait déjà une infinité de pistes et de résultats qui présentaient un panorama très vaste d'où il n'était pas facile d'extraire tout le sens. La modélisation

numérique doit aider à améliorer cette analyse, non pas en appauvrissant la réalité, mais en la représentant, dans sa complexité, à l'aide de modèles interprétables. Les hypothèses de construction des modèles ne doivent pas affecter la nature physique des phénomènes et elles doivent donc être choisies et validées soigneusement. Afin de minimiser les risques et de construire un ensemble sûr, il convient de procéder par étapes de complexité croissante, étapes vérifiables une à une. Lorsque le modèle atteint une complexité suffisante pour aborder les problèmes réels, l'analyse et l'interprétation des résultats correspondant à de nouvelles conditions reste une tâche délicate en partie à cause des incertitudes inévitables sur la représentativité des paramètres d'entrée des simulations (caractéristiques des solides et des liaisons, coefficient de frottement, caractéristiques d'un matériau,... etc).

Une analyse correcte de ces résultats nécessite d'avoir recours à un plan d'expérience soigneusement élaboré pour réduire au mieux le nombre de paramètres intervenant dans l'étude et la quantité de résultats numériques à traiter. En outre, le traitement des données et des résultats peut être grandement facilité par le développement d'outils informatiques spécifiques. Ainsi, par exemple, une voie ferroviaire est souvent destinée à la circulation de plusieurs types de véhicules et, inversement, un véhicule circule sur plusieurs voies différentes ; la réalité, constatée à un moment donné, traduit l'équilibre de tout un réseau après des années d'exploitation (les roues se conforment aux rails contre lesquels elles s'appuient latéralement dans les courbes, et vice-versa), il ne peut être question de simuler entièrement cette évolution depuis l'origine. Etudier un type donné de dégradation de profils (roue ou rail) constaté dans la réalité pose donc avant tout le problème de la recherche de conditions de circulations simplifiées équivalentes à cette réalité complexe ; pour l'étude de la voie, on cherchera par exemple quel est le véhicule le plus endommageant pour cette voie ou, pour l'étude d'un véhicule, quel ensemble de tracés, de profils de rails et quelles vitesses sont représentatifs du service de ce véhicule.

Le premier chapitre de ce mémoire sera consacré à l'exposé de la problématique de la dynamique ferroviaire. Nous exposerons les principales hypothèses formulées lors de la mise en place d'un modèle complet du système véhicule-voie. Nous présenterons à chaque étape la solution qui a été adoptée au laboratoire lors du développement des codes "VOCO".

Le premier type de dégradation fera l'objet du second chapitre, il s'agit de l'usure régulière des roues et des rails (il n'y a pas de variation des profils selon différentes coupes longitudinales). Cette usure influence en particulier la stabilité des véhicules, donc leur confort et leur sécurité. Développer un modèle d'usure prédictif représente un grand intérêt pour les exploitants et constructeurs du domaine ferroviaire. Nous présenterons notre méthodologie, basée sur la répétition de calculs dynamiques élémentaires, à profils constants, permettant de calculer la répartition transversale des énergies de glissement sur les surfaces, et de modifier peu à peu les profils proportionnellement aux énergies. Ayant vérifié la stabilité numérique de l'ensemble du calcul, on est parvenu à simuler numériquement l'usure latérale. L'ensemble de notre modèle sera validé par des applications à des cas réels : une application à une roue d'un wagon G69 et une application à deux combinaisons de rails d'une même voie en alignement du réseau S.N.C.F.

Dans le troisième chapitre, nous présenterons notre travail sur le phénomène d'usure irrégulière longitudinale (il y a variation continue des profils selon différentes coupes longitudinales) pour les roues des véhicules à grande vitesse. L'origine des ondulations observées sur certaines surfaces roulantes demeure l'un des phénomènes gênants et mal connus du contact roue-rail. Depuis plusieurs années, ce phénomène est étudié en l'attribuant essentiellement à la dynamique verticale des essieux. Les modèles utilisés sont limités à deux dimensions (longitudinale et verticale) et diverses linéarisations, particulièrement du problème de contact, sont souvent appliquées. Nous exposerons d'abord les raisons qui nous ont conduit à adopter de nouvelles hypothèses fondamentalement différentes. Deux modèles d'usure longitudinale des roues seront également présentés. L'application des deux modèles à un véhicule roulant à grande vitesse permettra de valider nos hypothèses et de mettre en évidence le mécanisme d'apparition d'ondulations sur les surfaces roulantes.

Au quatrième chapitre on s'intéressera à la génération d'un type de fissuration de rail par fatigue due au contact roulant : le *Head Checking*. Le meulage des rails fissurés en surface

est actuellement le seul remède fiable pour éviter que cette dégradation ne dégénère en cassure. Nous établirons d'abord un schéma réaliste d'un cas type de chargement critique à travers les descriptions connues du *Head Checking*. En examinant un cas réel sur une zone test du réseau S.N.C.F., nous isolerons les paramètres du système véhicule-voie conduisant à un tel schéma de chargement. Nous aborderons ensuite le problème d'amorçage des fissures sous l'effet du chargement critique ; une première approche par le critère de Dang Van et une seconde approche par la mécanique de l'endommagement seront présentées. Les résultats obtenus par les deux approches sont qualitativement et quantitativement proches de la réalité et appuient la validité de notre démarche. Nous exposerons également des dispositions que nous estimons nécessaires à la lutte contre le *Head Checking* ; l'optimisation des formes et des profondeurs de meulage des rails nous semble être une de ces dispositions envisageables.



**Chapitre I :**

**Problématique de la Modélisation Dynamique des Véhicules Ferroviaires.  
Cohérence des Hypothèses Mises en œuvre dans les Codes du Laboratoire.**



## CHAPITRE I :

### **Problématique de la Modélisation Dynamique des Véhicules Ferroviaires. Cohérence des Hypothèses Mises en œuvre dans les Codes du Laboratoire.**

#### **I.1. Introduction.**

Au cours de son déplacement sur une voie, un véhicule ferroviaire est le siège de mouvements parasites qui se superposent à son mouvement d'avance. Ces mouvements sont des facteurs déterminants de la stabilité et de la durée de vie du système véhicule-voie, ils constituent donc les paramètres à maîtriser pour permettre des augmentations de vitesse de circulation en toute sécurité et l'amélioration de la tenue en fatigue des voies et des véhicules. La dynamique des véhicules ferroviaires et certaines dégradations de voie ont fait l'objet de plusieurs études ([KALKER 94], [KNOTHE 89], [PASCAL 90⇒95], [RICHARD 78]).

La modélisation du comportement dynamique d'un véhicule ferroviaire se développe à l'aide de modèles de calcul numérique où le véhicule est considéré comme un assemblage de corps rigides par des liaisons viscoélastiques localisées, les forces de liaison étant déterminées à chaque instant en fonction des positions et des vitesses des points d'attaches. La difficulté essentielle, rencontrée dans la modélisation de la dynamique ferroviaire, est liée à la non linéarité du contact roue-rail, celle de certains éléments de suspension (jeux, butées, frottements secs, caractéristiques à seuil ...) et celle des évolutions des usures spécifiques des roues et des rails. D'autre part, la prise en compte de la géométrie réelle de la voie, dans ses trois dimensions, est une tâche délicate, mais nécessaire, dans un modèle de dynamique ferroviaire.

Ce chapitre est consacré à une présentation des modèles de calcul des efforts du contact élastique roulant, plus particulièrement les modèles du contact roue-rail. Nous exposerons les difficultés essentielles rencontrées dans la modélisation de la dynamique des véhicules ferroviaires. Nous rappellerons les hypothèses mises en œuvre, sur une dizaine d'années, au laboratoire et qui sont à la base du développement des codes "VOCO" que nous

décrivons, dans ce premier chapitre, tels qu'ils existaient au début de notre travail. Les évolutions que nous avons dû introduire dans ces codes pour aborder les parties spécifiques de notre travail seront décrites aux chapitres II et III.

## **I.2. Modèles analytiques et numériques du contact élastique roulant.**

Lorsque deux solides élastiques roulent l'un sur l'autre, les points de leur surface qui viennent au contact l'un de l'autre, peuvent rester en vis-à-vis, en progressant à travers la zone de contact, grâce à des déformations élastiques locales, jusqu'au point où les contraintes tangentielles développées par ces déformations dépassent une limite fonction de la pression normale et du coefficient de frottement existant entre les surfaces. La résolution du problème de contact consiste à déterminer en fonction des caractéristiques géométriques et des chargements mécaniques appliqués aux solides :

- la position, la forme et les dimensions de la zone de contact.
- les champs de contraintes et de déplacements dans cette zone.

Ceci permet par la suite l'évaluation des charges transmises à travers le contact. Plusieurs études ont été menées pour résoudre ce problème analytiquement ou numériquement. Nous exposons dans le paragraphe suivant les principaux modèles utilisés dans la mécanique du contact.

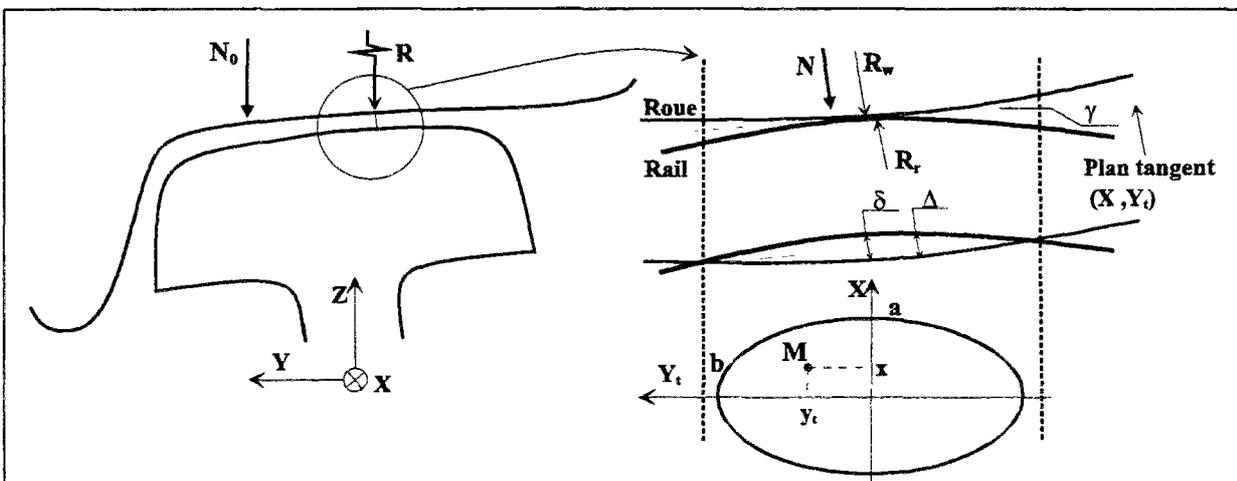
### **I.2.1. Modèles analytiques du contact élastique roulant.**

Avant le développement des outils informatiques, la totalité des recherches s'orientait vers des solutions analytiques applicables aux cas de contact entre solides homogènes présentant chacun une surface, avant déformation, dont les deux courbures principales sont constantes. La méthode la plus connue pour le contact normal entre de telles surfaces pressées, est celle de Hertz (1880). En 1970, Kalker a développé la solution du problème des pressions de contact normales mise en place par Conry et Seireg sous l'hypothèse du massif élastique semi-infini [CARNEIRO 87], il l'a ensuite étendue au problème de contact tangentiel en présence de frottement.

I.2.1.1. Solution de Hertz pour un contact pressé sans frottement.

La résolution d'un problème de contact sans frottement suppose que le cisaillement est nul dans la zone de contact, cette hypothèse est justifiée par des considérations géométriques et de chargement (symétrie ou corps identiques) ou physico-chimiques (contact parfaitement lubrifié). Ce problème fut traité par Hertz (1880) pour le cas d'un poinçon élastique contre un massif élastique semi-infini. Sa solution a une importance pratique, car elle concerne tous les problèmes où les dimensions de la zone de contact sont petites devant les rayons de courbure principaux de chacun des solides, ceci est en partie valable dans le domaine ferroviaire.

En tenant compte de l'élasticité des solides, Hertz a montré que le contact s'établit sur une zone elliptique avec une répartition en demi ellipsoïde de la pression normale (P). Cette solution est présentée, dans le cas général, dans plusieurs ouvrages ([JHONSON 85], [BARON 89], [KALKER 79]), nous l'exposons ici dans le cas où le contact roue-rail est hertzien, les aciers des roues et des rails ayant les même caractéristiques élastiques (E, ν). Il a été démontré, dans ce cas, que les résolutions des problèmes normal et tangentiel pouvaient être dissociées et traitées séquentiellement. (Figure 1-1) :



- $N_0$  : charge verticale sur la roue ,  $N$  : charge normale à la zone de contact.
- $R$  : rayon de roulement de la roue pour le contact roue-rail considéré.
- $(R_w, R_r)$  : rayons de courbure (roue , rail) au voisinage du contact.
- $\gamma$  : angle du plan tangent  $(X, Y_t)$  au voisinage du contact,  $X$  étant la direction du roulement.
- $(a, b)$  : demi-axes (longitudinal , transversal) de l'ellipse de contact.
- $\Delta(x, y_t)$  : distance entre les surfaces avant déformation ,  $\delta$  : pénétration au centre de l'ellipse de contact (approximation du rapprochement des centres des solides).

**Figure 1-1 : Solution de Hertz pour le contact roue-rail.**

La distance ( $\Delta$ ) est donnée par l'expression quadratique de Taylor :

$$\Delta = A \cdot x^2 + B \cdot y_t^2 - \delta ; \text{ avec : } A = \frac{\text{Cos}(\gamma)}{2 \cdot R} \text{ et } B = \frac{1}{2 \cdot R_w} + \frac{1}{2 \cdot R_r} \quad \{E 1-1\}$$

Soit  $s$  (respectivement  $l$ ) le demi-petit axe (respectivement le demi-grand axe) de l'ellipse de Hertz :

$$\begin{cases} a = s \text{ et } b = l & \text{si } \frac{A}{B} \geq 1 \\ a = l \text{ et } b = s & \text{si } \frac{A}{B} \leq 1 \end{cases} \quad \{E 1-2\}$$

Les valeurs de ( $s, l, \delta$ ) sont déterminées de la manière suivante [BARON 89] :

➤ Calcul d'un angle  $\Theta$  dont la valeur est comprise entre  $0^\circ$  et  $90^\circ$ :

$$\Theta = \text{Acos} \left( \frac{|A - B|}{|A + B|} \right) \quad \{E 1-3\}$$

➤ Détermination de trois coefficients ( $m, n, r$ ), ces coefficients dépendent du rapport de  $s$  sur  $l$  sous formes d'intégrales elliptiques complètes. L'annexe A 1-1 reprend les valeurs de ces coefficients, pour 19 valeurs de  $\Theta$  variant de  $0^\circ$  à  $90^\circ$ , tabulées dans [BARON 89].

➤ ( $s, l, \delta$ ) sont données par les équations suivantes :

$$\begin{cases} s = n \cdot C \cdot N^{\frac{1}{3}} \\ l = m \cdot C \cdot N^{\frac{1}{3}} \\ \delta = r \cdot |A + B| \cdot C^2 \cdot N^{\frac{2}{3}} \end{cases} ; \text{ avec : } C = \left( \frac{3}{2} \cdot \frac{1 - \nu^2}{E \cdot |A + B|} \right)^{\frac{1}{3}} \text{ et } N = \frac{N_0}{\text{Cos}(\gamma)} \quad \{E 1-4\}$$

La distribution de la pression normale  $P$  étant elliptique :

$$P(M) = \frac{3 \cdot N}{2 \cdot \pi \cdot a \cdot b} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2 - \left(\frac{y_t}{b}\right)^2} \quad \{E 1-5\}$$

### I.2.1.2. Contact avec frottement.

En réalité, la plupart des contacts entre solides s'établissent en présence de contraintes de cisaillement, soit parce qu'ils servent à transmettre des efforts tangentiels, soit parce qu'ils opposent une résistance parasite au glissement relatif entre les solides. La prise en compte de ces réactions surfaciques nécessite la formulation d'une loi de frottement.

Grâce à sa formulation relativement simple et universelle, la loi de frottement de Coulomb demeure la plus couramment utilisée dans la plupart des travaux sur les contacts glissants. Elle transpose localement les constatations expérimentales globales sur les forces et les vitesses de déplacements rigides de solides en contact lorsqu'ils sont placés dans des conditions "reproductibles". Plus spécifiquement, si  $(N, T)$  sont les modules des forces (normale, tangentielle) de contact entre les solides et si  $\mu$  est "le" coefficient de frottement, défini comme une "constante" par la relation :

$$T = \mu \cdot N \quad \rightarrow \quad \text{glissement non nul, } T \text{ est directement opposé au glissement,}$$

on a :

$$T \leq \mu \cdot N ; \text{ à chaque point de la zone de contact.}$$

$$T < \mu \cdot N \quad \rightarrow \quad \text{glissement nul (adhérence).}$$

Les solutions les plus connues du problème de contact avec frottement sont dues à Cattaneo (contact glissant), Carter et Kalker (contacts roulants). En adoptant la loi de frottement de Coulomb, Cattaneo a résolu le problème de contact statique avec frottement d'un poinçon rigide chargé obliquement sur un massif élastique semi-infini. Il a montré que la zone de contact est séparée en une partie centrale d'adhérence et une partie périphérique de glissement. Carter a étudié le contact d'un cylindre roulant sur un plan déformable avec frottement de Coulomb, la zone de contact est ici séparée en une partie d'adhérence située à l'avant (dans le sens du roulement) de la zone de contact et une partie de glissement à l'arrière. Des phases transitoires entre la solution statique de Cattaneo et celle roulante de Carter ont été étudiées en 1970 par Kalker (Figure 1-2) [KALKER 90], il a aussi traité le cas tridimensionnel du contact roulant et pivotant avec frottement pour une bille rigide sur un plan élastique. Dans ce dernier cas, les zones d'adhérence et de glissement sont séparées par des courbes données sous forme de séries dans la thèse de Kalker [KALKER 67].

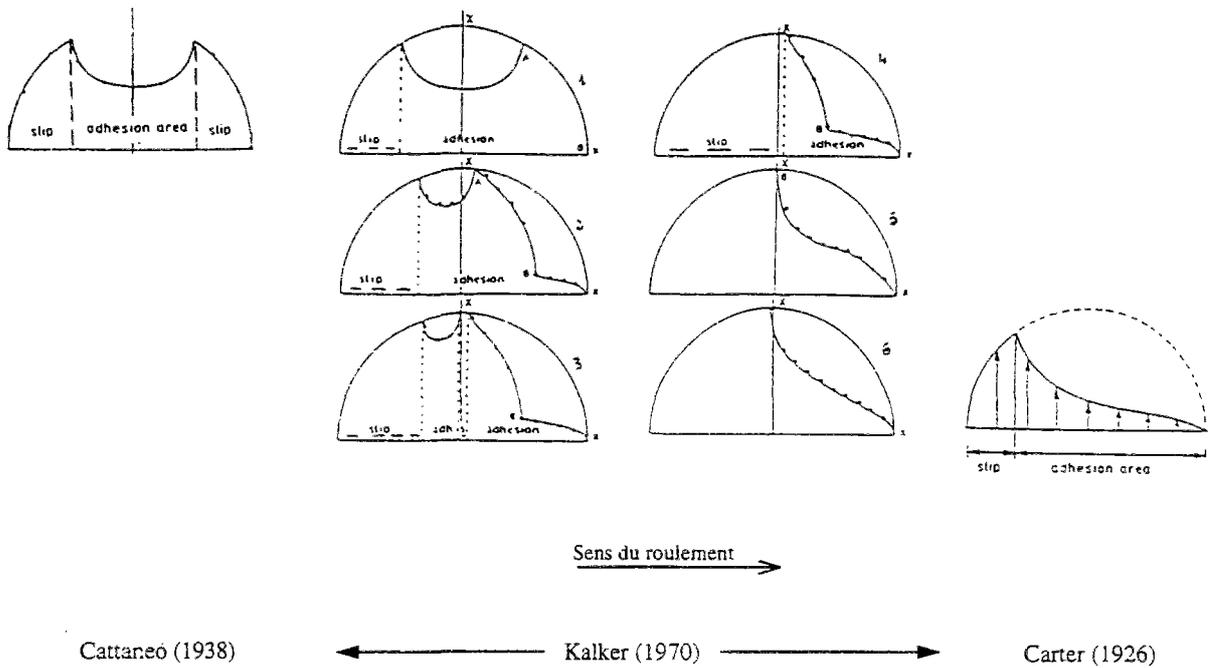


Figure 1-2 : Solutions de Cattaneo, Carter et Kalker du contact avec frottement [KALKER 90].

### I.2.2. Modèles numériques du contact élastique roulant.

Afin d'étendre le champ d'application des méthodes de calcul du contact, il est indispensable, en raison notamment de la non linéarité de la loi de Coulomb, de développer des méthodes numériques.

La quasi-totalité des méthodes numériques applicables aux contacts roulants s'appuient sur l'hypothèse simplificatrice des petites déformations et celle dite, "du massif élastique homogène semi-infini". Selon cette hypothèse, la solution du problème de contact entre deux solides élastiques quelconques peut être trouvée en l'assimilant à celui existant entre un poinçon et un massif plan semi-infini à condition que les surfaces et distances d'interpénétration, avant déformation, soient identiques. Les solides en contact doivent donc vérifier trois conditions :

- des solides élastiques, homogènes et isotropes.
- la zone de contact petite devant les rayons de courbures principaux des solides.

Les algorithmes de calculs des efforts de contact ont été développés en se basant essentiellement sur trois types de théories [KALKER 91a] :

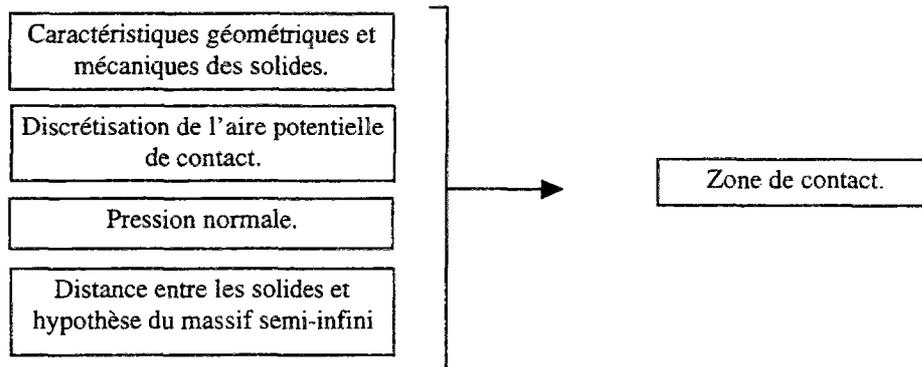
**1) la théorie linéaire** : s'appuyant sur la loi de Hooke et sur l'hypothèse du contact sans glissement. Les résultats ne sont connus que dans le cas du contact elliptique, ils sont tabulés dans la thèse de Kalker [KALKER 67].

**2) la théorie complète** : s'appuyant sur la loi de Hooke et la loi de frottement de Coulomb, elle est utilisée dans le code CONTACT de Kalker pour traiter les cas non hertziens où les surfaces sont de formes quelconques. Dans ce code, qui utilise l'hypothèse du massif semi-infini, et résoud le problème normal par calcul numérique des potentiels analytiques de Boussinesq, le problème tangentiel est résolu à l'aide d'une discrétisation fine de la surface de contact en éléments à l'intérieur desquels la loi de Coulomb doit être respectée. L'équilibre de l'ensemble est trouvé par une convergence itérative. L'inconvénient majeur de ce code est le temps de calcul élevé.

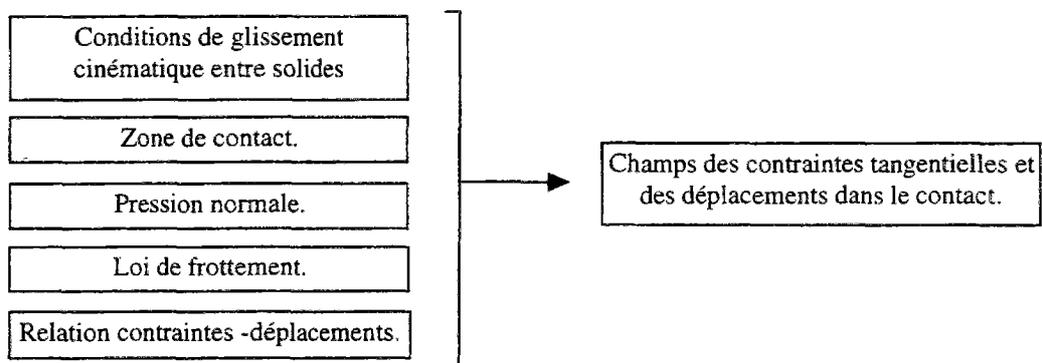
**3) la théorie simplifiée** : s'appuyant sur l'hypothèse de Hertz, la loi de frottement de Coulomb et l'hypothèse de proportionnalité entre les déplacements élastiques et les contraintes tangentielles dans la zone de contact, cette théorie permet de traiter le cas des contacts hertziens avec roulement et en présence de frottement. Elle est utilisée dans le code FASTSIM de Kalker, nous reviendrons sur ce code, qui nous intéresse plus particulièrement, au chapitre II.

Nous avons dit que lorsque les caractéristiques élastiques ( $E$ ,  $\nu$ ) des solides en contact sont identiques, le problème de la résolution des contraintes normales peut être découplé de celui de la résolution des contraintes tangentielles. Ceci est valable dans le cas du contact roue-rail et présente un grand avantage au point de vue des temps de calcul. La résolution complète du problème de contact est alors effectuée en deux étapes après avoir choisi judicieusement une distribution de la pression normale :

Résolution du problème normal :



Résolution du problème tangentiel :



Connaissant les contraintes tangentielles  $\bar{t}(x,y)$ , les charges tangentielles transmises peuvent être calculées :

$$(T_x, T_y) = \iint_{\Omega} (t_x, t_y) \cdot dx \cdot dy ; \Omega : \text{la zone de contact.}$$

Enfin, la méthode des éléments finis permet évidemment la résolution complète du problème de contact. Mais, comme le code CONTACT de Kalker, elle nous paraît mal adaptée aux simulations de la dynamique des véhicules ferroviaires, compte tenu des temps de calcul très élevés<sup>1</sup>.

### I.2.3. Conclusion sur les méthodes de résolution du contact.

On rencontre un grand nombre d'algorithmes de résolution du problème de contact dans la littérature, la thèse de Carneiro [CARNEIRO 87] présente la plupart de ces algorithmes. Néanmoins, pour une application ferroviaire où les temps de calcul sont d'une grande importance, la théorie simplifiée, valable pour un contact elliptique (hertzien ou ellipse

<sup>1</sup> Pour son module de dynamique ferroviaire, le code "ADAMS" est muni d'un contact roue-rail type éléments finis, il nécessite ~10 heures de temps de calcul pour simuler le comportement d'un véhicule sur 500 m de voie en alignement.

équivalente § I.3.2), nous paraît l'une des mieux adaptées pour avoir un bon compromis entre la précision des résultats et les temps de calcul. Toutefois, une formulation empirique dite CHOPAYA donnant analytiquement les forces tangentielles en fonction des glissements a été développée et validée dans le cas du glissement latéral [CHOLLET 91]. Elle a été étendue par la suite au cas général, en s'appuyant sur les caractéristiques des forces en fonction du glissement, dans le cas du spin (taux de pivotement) pur, publiées dans [KALKER 90].

Plusieurs autres formulations de la loi de saturation de l'effort tangentiel figurent dans la littérature, dont les plus connues sont des lois sous forme polynomiale (Carter ; Vermeulen et Johnson ; Shen, Hedrick et Elkins), sous forme d'une fonction tangente hyperbolique ou arc-tangente ; elles conduisent à des résultats relativement proches les uns des autres. Cependant, elles ne sont valables que dans le cas où le spin est nul ou très faible, ceci limite considérablement leur éventuelle utilisation dans la dynamique ferroviaire où la valeur du spin peut être importante lorsque le boudin de la roue est en contact avec le rail.

### I.3. Cinématique et géométrie du contact roue-rail.

Afin de bien comprendre la cinématique du contact entre deux solides, rappelons la définition de la notion de vitesse de glissement : Considérons deux solides indéformables  $S_1$  et  $S_2$  en contact ponctuel au point O, le plan  $\Pi$  étant le plan tangent en O commun à  $S_1$  et  $S_2$  :

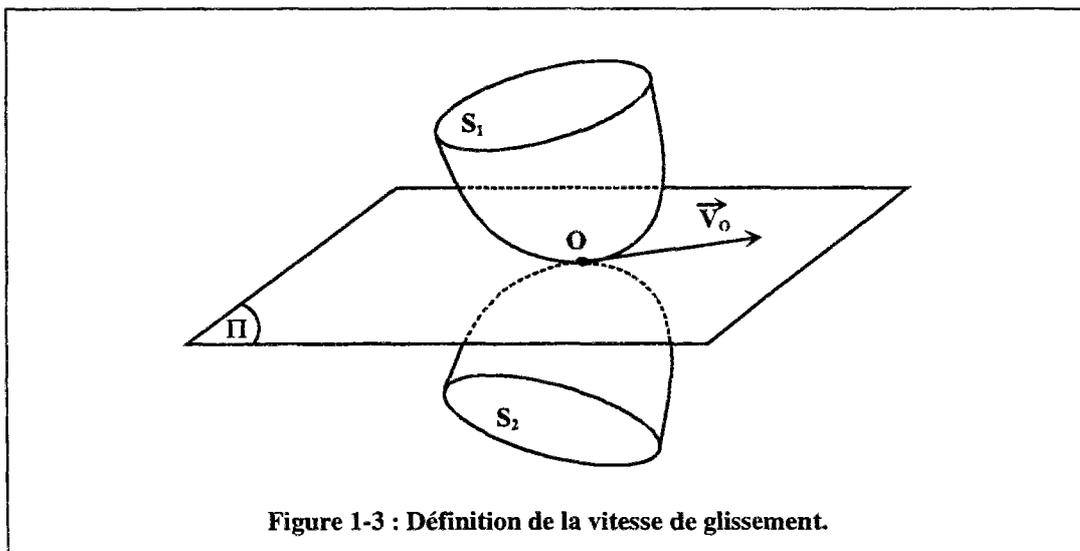


Figure 1-3 : Définition de la vitesse de glissement.

Lorsque deux solides ( $S_1, S_2$ ) sont en contact en un point  $O$ , on peut toujours distinguer, en ce point, à tout instant trois points différents. Un premier point appartenant à  $S_1$  (noté  $O \in S_1$ ), un second point appartenant à  $S_2$  (noté  $O \in S_2$ ) et un troisième point, noté  $O$ , appartenant au contact mais n'appartenant ni à  $S_1$  ni à  $S_2$ , et qui, au cours du mouvement, se déplace sur  $S_1$  et sur  $S_2$ . La vitesse  $\vec{V}(O/S_2)$  (respectivement  $\vec{V}(O/S_1)$ ) représente la vitesse de déplacement du point  $O$  sur  $S_2$  (respectivement  $S_1$ ).

Le vecteur **vitesse de glissement** ( $\vec{V}_0$ ) au point  $O$  du solide  $S_2$  par rapport au solide  $S_1$  est la vitesse d'entraînement du point  $O$  dans le mouvement de  $S_2$  par rapport à  $S_1$  :

$$\vec{V}_0 = \vec{V}(O \in S_2 / S_1) = -\vec{V}(O \in S_1 / S_2) = \vec{V}(O/S_2) - \vec{V}(O/S_1) \quad \{\text{E 1-6}\}$$

On peut montrer facilement que la vitesse de glissement est parallèle au plan tangent  $\Pi$ .

On dit qu'il y a roulement sans glissement lorsque  $\vec{V}_0$  est nul, soit :

$$\vec{V}_0 = \vec{0} \quad \Leftrightarrow \quad \vec{V}(O/S_1) = \vec{V}(O/S_2) \quad \{\text{E 1-7}\}$$

dans ce cas, on parle de **la vitesse de roulement**  $\vec{V}_r$  :  $\vec{V}_r = \vec{V}(O/S_1) = \vec{V}(O/S_2)$  .

D'autre part, en notant  $\vec{\Omega}(S_2/S_1)$  le vecteur rotation du mouvement de ( $S_2$ ) par rapport à ( $S_1$ ), on définit le vecteur **rotation de pivotement**  $\vec{\Omega}_n(S_2/S_1)$  comme étant la composante normale du vecteur rotation (perpendiculaire à  $\Pi$ ) et le vecteur **rotation de roulement**  $\vec{\Omega}_t(S_2/S_1)$  la composante tangentielle (appartenant à  $\Pi$ ) :

$$\vec{\Omega}(S_2/S_1) = \vec{\Omega}_n(S_2/S_1) + \vec{\Omega}_t(S_2/S_1) \quad \{\text{E 1-8}\}$$

Les notions de **taux de glissement, de roulement ou de pivotement** sont définies par rapport à une vitesse moyenne de renouvellement du contact<sup>2</sup>  $\vec{V}$  :

$$\vec{V} = \frac{1}{2} \cdot (\vec{V}(O/S_1) + \vec{V}(O/S_2)); \quad V = \left\| \vec{V} \right\| \quad \{\text{E 1-9}\}$$

<sup>2</sup> Cette quantité est incorrectement appelée vitesse de roulement dans certains ouvrages, elle représente la vitesse de roulement seulement dans le cas où la vitesse de glissement est nulle {E 1-7}.

On a :

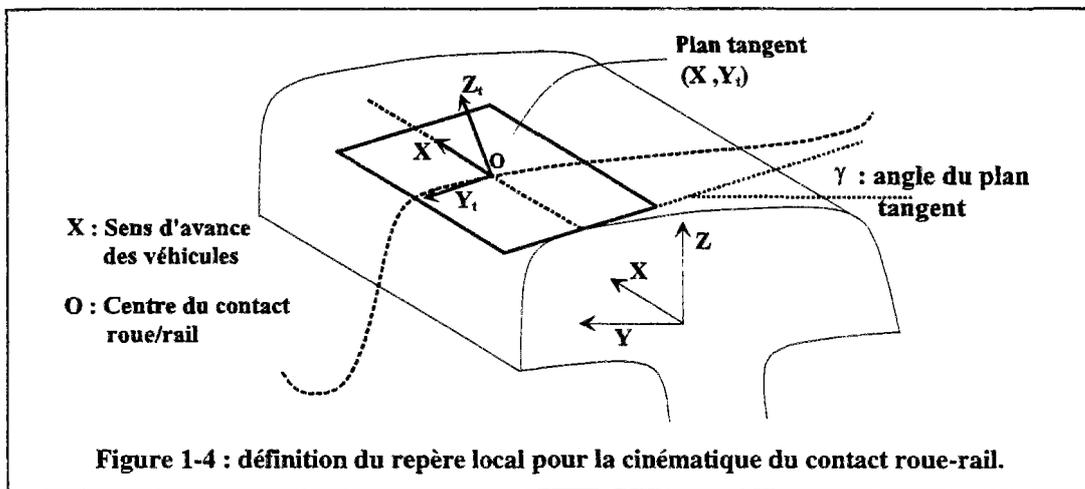
$$\vec{G} = \frac{1}{V} \cdot \vec{V} (O \in S_2 / S_1) = \frac{1}{V} \cdot (\vec{V} (O / S_2) - \vec{V} (O / S_1)) \quad \{\text{E 1-10}\} : \text{taux de glissement.}$$

$$\vec{\Omega}_p = \frac{1}{V} \cdot \vec{\Omega}_n (S_2 / S_1) ; \vec{\Omega}_r = \frac{1}{V} \cdot \vec{\Omega}_t (S_2 / S_1) \quad \{\text{E 1-11}\} : \text{taux de (pivotement ; roulement).}$$

Dans le cas du contact roue-rail, en choisissant convenablement le repère  $(X, Y_t, Z_t)$  pour exprimer ces différentes quantités (Figure 1-4), le taux de glissement a uniquement deux composantes suivant le repère  $(X, Y_t)$  du plan tangent, sa composante suivant  $(Z_t)$  est nécessairement nulle, en effet le mouvement reste dans le plan tangent. Par définition, le taux de pivotement a une seule composante suivant  $(Z_t)$ . La zone de contact étant plane, le taux de roulement n'intervient pas dans la cinématique de la zone de contact :

$$\vec{G} = \begin{Bmatrix} v_x \\ v_y \\ 0 \end{Bmatrix} ; v_x : \text{le taux glissement longitudinal et } v_y : \text{le taux glissement latéral.}$$

$$\vec{\Omega}_p = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \phi \end{Bmatrix} ; \phi : \text{le spin ( ou taux de pivotement).}$$



Les expressions de  $(v_x, v_y, \phi)$  dépendent des profils réels de la roue et du rail et de la cinématique de l'essieu dans sa voie. Dans l'étude [JOLY], une approche basée sur la théorie des profils circulaires et conduisant à des expressions particulières de  $(v_x, v_y, \phi)$ , est proposée. Cette théorie assimile les profils de la roue et du rail, au voisinage du point de contact (O), à leurs cercles osculateurs respectifs.

Elle a été développée dans diverses publications dont la thèse de Pyrgidis (thèse de doctorat de l'ENPC 1990) et [JOLY]. Cependant, il a été montré dans [LTN 90], qu'elle demeure une formulation trop approximative. Dans le cas où l'hypothèse d'un essieu conique rigide est admise, les expressions de  $(v_x, v_y, \phi)$  déterminées dans [LTN 89] peuvent être utilisées. Les expressions qui nous intéressent plus particulièrement sont celles pour un essieu réel, une approximation au premier ordre est déterminée dans [PASCAL 90c]:

$$\begin{aligned} v_x &= \pm \left( \frac{\dot{\gamma}_e}{R_0} \cdot y + \frac{\dot{\alpha}}{V_x} \cdot e_0 \right) - \left( \frac{\omega}{V_x} \cdot R_0 - 1 \right) \\ v_y &= \left( \frac{\dot{y}}{V_x} - \alpha \right) \cdot \frac{1}{\text{Cos} \gamma} \\ \phi &= \pm \frac{\text{Sin} \gamma}{R_0} \end{aligned} \quad \text{[E 1-12]}$$

$\gamma$  : angle du plan tangent ;  $R_0$  : rayon de roulement moyen de la roue ;  $V_x$  : vitesse d'avance de l'essieu ;  $\omega$  : vitesse de rotation de l'essieu ;  $y$  : déplacement transversal relatif entre la roue et le rail, au niveau du contact ;  $\alpha$  : lacet de l'essieu. (Figure 1-5)

Le terme  $\gamma_e$  est appelé **conicité équivalente**, il définit habituellement la géométrie du

contact roue-rail (Figure 1-5) :  $\gamma_e = \frac{R_g - R_d}{2 \cdot y}$  [E 1-13]

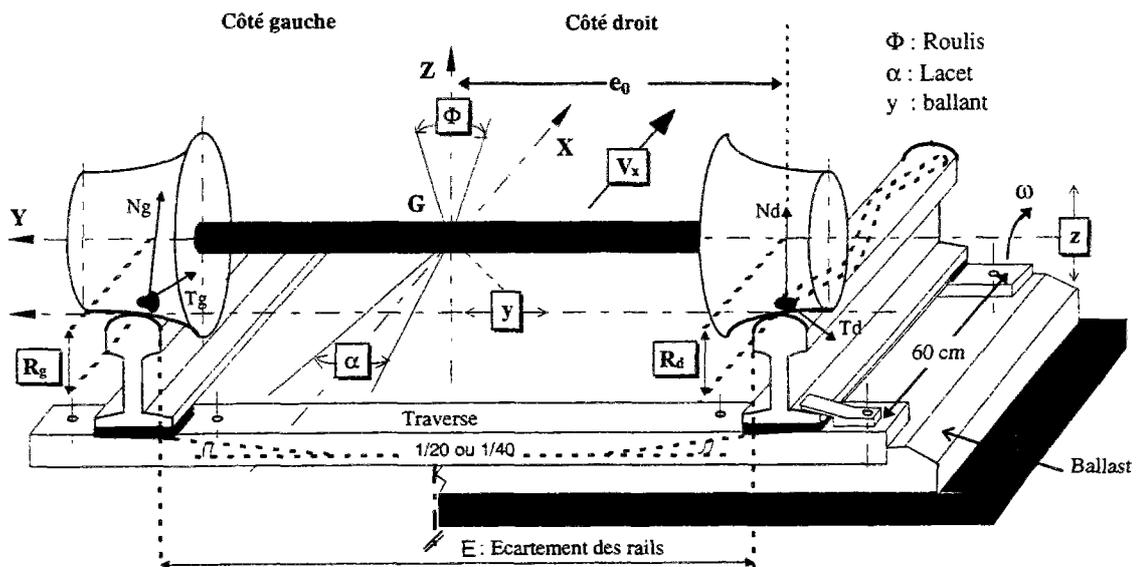


Figure 1-5 : Principaux paramètres de la géométrie et de la cinématique d'un essieu ferroviaire.

#### **I.4. Problème des contacts multiples et contacts non-hertziens.**

En général, les profils transversaux réels des roues et des rails peuvent être relativement bien connus. Aux incertitudes de fabrication<sup>3</sup> près, les profils neufs peuvent être considérés donnés par leurs définitions théoriques (analytiques ou autres). Les profils usés sont définis par un jeu de coordonnées, cartésiennes ou polaires, obtenus par mesures sur site à l'aide d'appareils spéciaux appelés "profilomètres". Le profilomètre développé au laboratoire, en 1992, permet d'avoir une bonne précision de mesure (l'erreur absolue maximale sur les profils est estimée à 0.05 mm), les profils usés ayant servi dans certaines de nos simulations ont été mesurés sur site par ce profilomètre.

Pour avoir un modèle réaliste du contact roue-rail, il est indispensable, en particulier pour notre travail où il s'agit d'étudier certains types de dégradations de ces profils (usure et fatigue), de tenir compte des profils réels de la roue et du rail ainsi que des déformations élastiques autour de leurs zones de contact. L'une et l'autre de ces dispositions rendent possible l'existence simultanée, sur une même roue, de plusieurs zones de contact, la forme de chacune d'elles ne pouvant pas toujours être approchée par une ellipse. La gestion de la coexistence de plusieurs zones de contact non hertziens sur une même roue, tout en assurant la continuité du modèle, est une grande difficulté théorique et numérique dans les modèles de dynamique ferroviaire.

On a souvent cherché à éviter cette difficulté, grâce à des techniques de linéarisation des paramètres du contact, dont certaines sont encore reprises dans des travaux récents ([HEMPELMMANN 91], [TASSILLY 91]). Mis à part le fait qu'aucune de ces techniques ne peut être envisagée dans notre travail où une description réaliste du contact est indispensable, il nous semble important de souligner les limites induites par une linéarisation du contact roue-rail. En effet, une étude relative à la sécurité du matériel roulant, nécessitant une quantification précise des efforts de contact, surtout quand il se produit sur le flanc de la roue, ne peut pas être confiée à un modèle où le contact serait linéarisé. D'autre part, l'étude par un tel modèle de la stabilité d'un véhicule, définie notamment par les notions de vitesse critique

---

<sup>3</sup> Ces incertitudes sont celles de la première mise en forme des profils ou celles de chaque opération de reprofilage de roue ou de meulage de rail.

et de cycles limites entretenus, ne peut être que qualitative et conduit à des conclusions relativement imprécises.

#### **I.4.1. Solutions numériques et réduction des temps de calcul.**

Depuis quelques années, de grand progrès ont été effectués grâce à l'utilisation de techniques numériques permettant la localisation des zones de contact, pour chaque position de l'essieu dans sa voie, sur les roues et sur les rails (gauche et droit), en tenant compte des profils réels et de l'écrasement élastique de l'acier. Cependant, la gestion des contacts non-hertziens et de la coexistence de plusieurs zones de contact sur une même roue, tout en assurant la continuité du modèle et des temps de calcul acceptables, sont encore l'objet de plusieurs approches par les équipes traitant de ce sujet. Certaines approches particulières sont proposées notamment dans [PIOTROWSKY 88], mais qui restent à notre connaissance sans application réellement validée dans le cadre d'un code de simulation de dynamique de véhicules ferroviaires.

En 1990, une méthode originale a été développée au LTN à L'INRETS, pour tenir compte des déformations élastiques de l'acier, ainsi que de la possibilité d'avoir plusieurs zones de contact simultanées sur une même roue. Les études menées par Pascal pour le développement de cette méthode ont montré que :

➤ le modèle de bi-contact usuel est insuffisant pour représenter correctement un contact élastique, dès que la forme de la zone de contact est éloignée de celle d'une ellipse.

➤ Une bonne approximation d'un contact ferroviaire réel peut être obtenue par la sommation de plusieurs contacts elliptiques (deux au moins, cinq au plus).

➤ il est possible et avantageux, du point de vue des temps de calculs, de réduire un contact multi-hertzien par identification d'une seule ellipse équivalente fictive. Les caractéristiques de cette ellipse équivalente sont déterminées de telle sorte qu'elle donne lieu à des efforts de contact égaux à la somme des efforts de l'ensemble des ellipses représentant le contact. Cette méthode permet, puisque l'ellipse équivalente se déforme sans discontinuités pendant les déplacements relatifs de l'essieu, de traiter le contact entre les essieux et la voie comme s'il s'agissait d'un joint avec contrainte rigide, c'est-à-dire en évitant les difficultés numériques associées aux grandes raideurs du contact élastique acier sur acier.

#### **I.4.2. Identification des paramètres fonctionnels d'un couple essieu-voie.**

Cette méthode, utilisée dans un pré-processeur des codes "VOCO" précédant les calculs relatifs à la dynamique des véhicules, permet d'identifier, en fonction de la position transversale de l'essieu dans sa voie, tous les paramètres fonctionnels associés à une combinaison de profils roue-rail et à une valeur de l'écartement des rails. Pour ces identifications, la position transversale de l'essieu par rapport à un repère fixe, lié à la voie, est calculée, non pas à l'altitude de son centre de gravité, mais pour un point fictif du solide essieu placé à cinq mètres sous le plan de roulement. Cette disposition permet d'une part, d'éviter les ambiguïtés dues aux mouvements de recul transversal du centre de gravité qui se produisent, lorsqu'une roue "monte" sur un rail, par les effets du roulis associé, d'autre part, cette position à un niveau bas est utilisée ensuite, dans le code de dynamique, comme le degré de liberté de l'essieu contraint afin d'éviter des problèmes numériques d'intégration [PASCAL 93b].

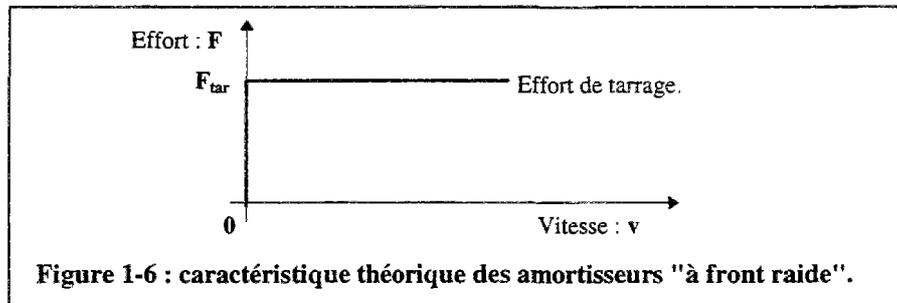
Ces paramètres, y compris ceux qui repèrent la localisation et le chargement des ellipses élémentaires, sont stockés dans des fichiers numériques en fonction de cette position. Ils sont directement utilisables par le module de résolution des équations de la dynamique des véhicules avec prise en compte de l'influence des variations de l'écartement (§ I.6). Cette méthode a été validée à plusieurs reprises, dans [PASCAL 93a] et à travers les validations des codes "VOCO". L'annexe A 1-2 reprend une comparaison des résultats obtenus avec ceux obtenus par le code CONTACT de Kalker [PASCAL 93a].

#### **I.5. Modélisation des éléments de suspension.**

Un véhicule ferroviaire est constitué d'un certain nombre de solides (caisse, châssis de bogie, essieux, moteurs, réducteurs ...) reliés par des liaisons viscoélastiques, des butées avec jeu, des éléments à seuil etc... dont les plus essentiels forment les deux étages de suspension (primaire et secondaire). La simulation de la dynamique d'un véhicule ferroviaire nécessite la connaissance, à tout instant, des efforts de liaison induits par les déplacements relatifs des points d'attache et par leurs vitesses relatives.

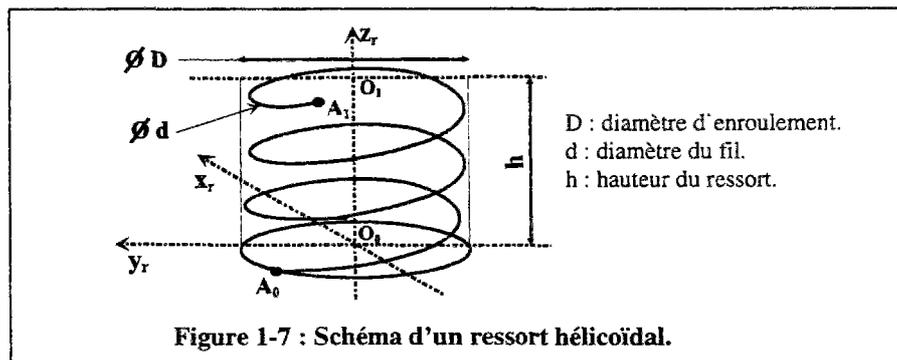
### I.5.1. Appareils à seuil ou frottements secs.

Certains types d'amortisseurs dits "à front raide", placés parfois entre les caisses d'une rame articulée et souvent utilisés entre caisse et bogie (amortisseurs anti-lacet), de même que certains organes avec frottement, présentent une caractéristique délicate à modéliser (Figure 1-6). En effet, l'amortissement dans ce type d'organe est basé sur le frottement sec qui par sa nature physique (déclenchement au delà d'un seuil) est non-linéaire et pourrait engendrer des discontinuités numériques artificielles lors des simulations, si on ne prenait pas en compte une certaine élasticité en série avec l'élément, car alors, l'effort transmis ( $F$ ) serait incalculable dès que la vitesse relative ( $v$ ) deviendrait nulle au cours des calculs. Cette élasticité est souvent mal connue.



### I.5.2. Ressorts hélicoïdaux.

Malgré sa caractéristique linéaire, un ressort hélicoïdal présente des difficultés de modélisation. En toute rigueur, le comportement d'un ressort hélicoïdal, suivant ses axes principaux ( $x_r, y_r, z_r$ ), est défini par une matrice symétrique d'élasticités "K(6,6)" permettant d'exprimer, en ( $O_0, O_1$ ) ou aux points d'attache ( $A_0, A_1$ ), les paramètres de position des points choisis en fonction des torseurs d'action mécanique :



En 1984, Sauvage a établi les expressions des termes de la matrice d'élasticités "K" en fonction des caractéristiques géométriques du ressort et des caractéristiques élastiques du matériau [SAUVAGE 84]. "K" dépend, entre autres, du nombre de spires utiles qui est une caractéristique délicate à déterminer théoriquement. En outre, plusieurs des coefficients de la matrice sont très difficiles à mesurer expérimentalement. Pour ces raisons, la matrice complète n'est pas utilisée en pratique ; presque tous les modèles se limitent à la diagonale principale pour les déplacements et les rotations :

$$\begin{bmatrix} U_{x0} - U_{x1} \\ U_{y0} - U_{y1} \\ U_{z0} - U_{z1} \\ \Gamma_{x0} - \Gamma_{x1} \\ \Gamma_{y0} - \Gamma_{y1} \\ \Gamma_{z0} - \Gamma_{z1} \end{bmatrix} + h \cdot \begin{bmatrix} \Gamma_{y1} \\ -\Gamma_{x1} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} & k_{14} & k_{15} & k_{16} \\ & k_{22} & k_{23} & k_{24} & k_{25} & k_{26} \\ & & k_{33} & k_{34} & k_{35} & k_{36} \\ \text{Symétrique} & & & c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ & & & & c_{22} & c_{23} \\ & & & & & c_{33} \end{bmatrix}}_{\mathbf{K}} \cdot \begin{bmatrix} T_x \\ T_y \\ N \\ M_x \\ M_y \\ M_z \end{bmatrix}_{O_0} \quad \{E 1-14\}$$

$[T_x, T_y, N]$  (respectivement  $[M_x, M_y, M_z]$ ) : la résultante (respectivement le moment) en  $O_0$ .

$[U_x, U_y, U_z]$  (respectivement  $[\Gamma_x, \Gamma_y, \Gamma_z]$ ) les déplacements (respectivement les rotations) en  $O_0$  ou  $O_1$ .

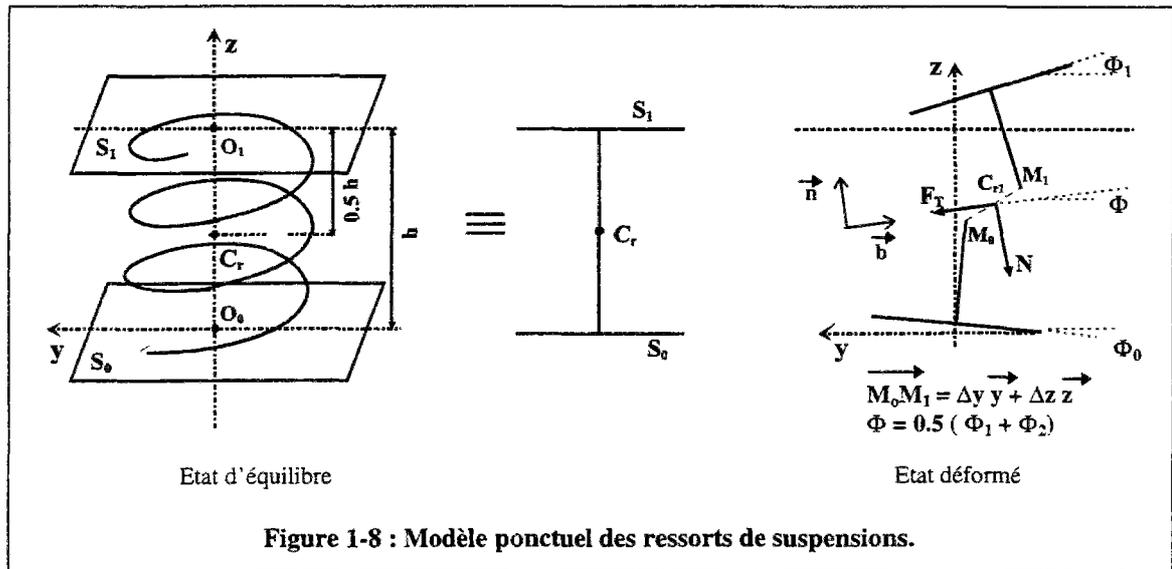
Toutes ces quantités sont exprimées dans la base principale du ressort  $(x_r, y_r, z_r)$ .

Quel que soit le modèle utilisé pour les ressorts, il est important de vérifier, pour que le système global soit bien calculé, que le ressort lui-même est en équilibre sous l'effet des actions mécaniques exercées à chacune de ses extrémités, il faut vérifier notamment que la somme des moments autour d'un point du ressort est nulle.

En plus, dans un véhicule ferroviaire, le torseur de l'organe de suspension est développé en présence d'autres efforts et moments provenant des actions entre les solides du véhicule à travers leurs liaisons et des effets d'inertie et de la pesanteur. Il est donc naturel de se demander quelles composantes de ce torseur auraient une influence négligeable sur la dynamique des solides. Ceci permet non seulement un gain de temps de calcul en évitant l'évaluation de ces composantes, mais assure aussi la cohérence de l'ensemble du modèle où d'autres approximations au premier ordre sont indispensables (contact roue-rail, géométrie réelle de la voie, dynamique en courbe...). Il n'est pas question ici de discuter de la validité des modélisations qui ont été mises en place pour réduire la complexité du problème réel ([GIMENEZ 91], [SAUVAGE 84]), on se limitera à exposer les méthodes développées au laboratoire et utilisées dans les codes "VOCO".

### I.5.3. Modèle ponctuel des organes de suspensions.

Dans ce paragraphe, nous exposons le modèle développé au laboratoire en 1988, avec une illustration sur la figure 1-8 à l'aide d'un ressort hélicoïdal, sachant que la même modélisation est appliquée à l'ensemble des organes de suspensions (amortisseurs et éléments de suspensions en caoutchouc (empilement ou monobloc)).



La modélisation de la liaison ponctuelle postule l'existence d'un repère défini par un point ( $C_{r1}$ ) et une base locale ( $\vec{b}, \vec{n}$ ),  $\vec{b}$  évolue suivant l'angle bissecteur ( $\Phi$ ) à l'angle relatif des solides (Figure 1-8), où les propriétés suivantes sont valables :

➤ la résultante ( $F_T, N$ ), exprimée dans la base locale et appliquée au point ( $C_{r1}$ ), est une fonction simple (sans terme de couplage) de la position du donnée par ( $M_0, M_1$ ).

➤ les moments ramenés au point ( $C_{r1}$ ) sont négligeables devant ceux induits par les efforts de liaisons distantes l'une de l'autre (empattements des caisses et des bogies, écartements des suspensions, ...).

Connaissant les raideurs ( $k_y, k_z$ ) le modèle propose les expressions suivantes pour les efforts appliqués sur ( $S_0$ ) en ( $C_{r1}$ ) :

$$\begin{cases} F_T = -k_y \cdot \Delta y \\ N = -k_z \cdot \Delta z \end{cases} \quad \{E 1-15\}$$

Le ressort étant en équilibre, les efforts appliqués sur ( $S_1$ ) en ( $C_{r1}$ ) sont les opposés de ( $F_T, N$ ).

L'application du modèle ponctuel a tout les types d'organes de suspension, dans le cadre des codes "VOCO", a montré qu'il s'agit d'une bonne approximation pour la dynamique des véhicules ferroviaires, notons la simplicité de la mise en œuvre de ce modèle par rapport à la modélisation décrite par la totalité de la matrice de rigidité "K" {E 1-14}.

On peut éventuellement considérer que le comportement d'un ressort hélicoïdal serait correctement décrit par la loi {E 1-14}, par contre la modélisation des éléments de suspensions en caoutchouc est difficilement envisageable d'une façon aussi complète. En effet, les seules données dont on peut disposer pour ces éléments de suspensions, pour lesquels un amortissement interne doit être estimé, sont sous forme de trois caractéristiques de raideur<sup>4</sup> en traction suivant leurs axes principaux. Pour ce qui concerne les coefficients d'amortissement, il faut se contenter le plus souvent de valeurs conventionnelles.

#### **I.5.4. Méthode numérique de résolution du frottement sec.**

Le problème du frottement sec a souvent été traité en remplaçant la discontinuité de la caractéristique par une variation linéaire, fonction de la vitesse relative, entre la valeur nulle et la valeur de saturation de l'effort ( $F_{\text{tar}}$ ) (Figure 1-6), la pente de cette variation doit être très grande et déterminée ou choisie en fonction du problème à traiter. L'inconvénient d'une telle méthode réside non seulement dans la difficulté de fixer une valeur optimale de la pente, mais aussi dans les faibles pas de temps d'intégration nécessaires à sa mise en œuvre. En plus, si le système mécanique évolue de telle sorte que l'effort de frottement demeure non saturé, les erreurs cumulées induites par la valeur approximative de la pente, peuvent entraîner une dérive importante et non conforme à la réalité des paramètres de position du calcul numérique. Les travaux du laboratoire, effectués en 1988 pour remédier à ces inconvénients, ont conduit à la mise en place de la méthode suivante :

Considérant un solide (S) de masse (m) reposant sur un plan, les surfaces en contact sont considérées parfaitement lisses et sèches. Soit  $F_a(t)$  les forces actives exercées sur le solide (S) ayant un degré de liberté suivant l'axe (x) (Figure 1-9) :

<sup>4</sup> Le caoutchouc est un matériau hyper-élastique, sa caractéristique (force-déplacement) n'est donc pas linéaire.

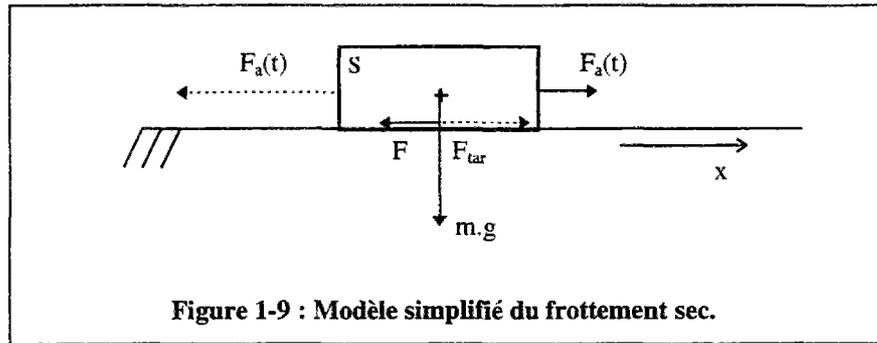


Figure 1-9 : Modèle simplifié du frottement sec.

En notant ( $F$ ) l'effort de frottement sur le solide, le mouvement est décrit par :

$$\left\{ \begin{array}{l} m \cdot \ddot{x} = F_a(t) + F(t) \\ -F_{tar} < F(t) < F_{tar} \quad \text{si } \dot{x} = 0 \\ F(t) = -\text{sign}(\dot{x}) \cdot F_{tar} \quad \text{si } \dot{x} \neq 0 \end{array} \right. \quad \{E 1-16\}$$

avec :  $F_{tar} = \mu \cdot m \cdot g$ ,  $\mu$  étant le coefficient de frottement.

La difficulté de la résolution du système {E 1-16} est claire, partant d'un état connu à la date ( $t$ ) où ( $\ddot{x} \neq 0$ ,  $\dot{x} \neq 0$  et  $(\ddot{x} \cdot \dot{x}) < 0$ ), si la vitesse change de signe à la date ( $t+\Delta t$ ), comment évoluera le système ? La méthode développée au laboratoire est exposée par [AYASSE 87, 88] : " lorsqu'il y a mouvement, la force de frottement est connue et égale à sa valeur saturée ( $F_{tar}$ ), il faut déterminer les valeurs de position, vitesse et accélération du solide ; par contre, lorsqu'il y a blocage ( $\dot{x} = 0$ ), la vitesse et l'accélération sont nulles, l'inconnue est alors l'effort de frottement qui est à chaque instant égal et opposé aux forces actives ". Nous illustrons ceci sur un exemple :

L'état du système est entièrement défini à la date ( $t$ ), nous nous plaçons dans le cas où l'intégration à la date ( $t+\Delta t$ ) conduit à un changement de signe de la vitesse :

$$\begin{aligned} \ddot{x}(t) > 0, \quad \dot{x}(t) < 0 \quad \text{et} \quad F(t) = F_{tar} \quad \text{sont connus} \\ m \cdot \ddot{x}(t + \Delta t) = F_a(t + \Delta t) + F_{tar} > 0 \\ \dot{x}(t + \Delta t) = \dot{x}(t) + \ddot{x}(t + \Delta t) \cdot \Delta t > 0 \end{aligned}$$

Dans ce cas, le pas d'intégration n'est pas validé, il faut reconsidérer l'équation dynamique du solide où l'effort de frottement est inconnu :

$$m \cdot \ddot{x}(t + \Delta t) = F_a(t + \Delta t) + F(t + \Delta t)$$

Il s'agit d'une équation à deux inconnues (l'accélération et l'effort de frottement), la méthode propose de supposer un état bloqué ( $\ddot{x}(t + \Delta t) = 0$  et  $\dot{x}(t + \Delta t) = 0$ ) et de vérifier la validité de l'effort de frottement ainsi obtenu par rapport à sa condition de saturation, deux cas peuvent se présenter :

**1<sup>er</sup> cas** :  $F_a(t + \Delta t) > F_{tar}$

or  $F(t + \Delta t) = -F_a(t + \Delta t) < -F_{tar}$ , ceci est impossible.

Dans ce cas, il y a effectivement un saut de l'effort de frottement et de l'accélération, l'intégration de l'équation continue sous la forme suivante :

$$F(t + \Delta t) = -F_{tar} \text{ et } m \cdot \ddot{x}(t + \Delta t) = F_a(t + \Delta t) - F_{tar} \text{ (Figure 1-10).}$$

**2<sup>ème</sup> cas** :  $-F_{tar} < F_a(t + \Delta t) < F_{tar}$

L'effort de frottement respecte sa condition de saturation, le solide se bloque et le restera tant que le module des efforts actives restera inférieur à  $F_{tar}$ , à tout instant on a :  $F = -F_a$ .

Le déblocage peut se produire de deux façons différentes suivant la valeur des forces actives (Figure 1-10) :

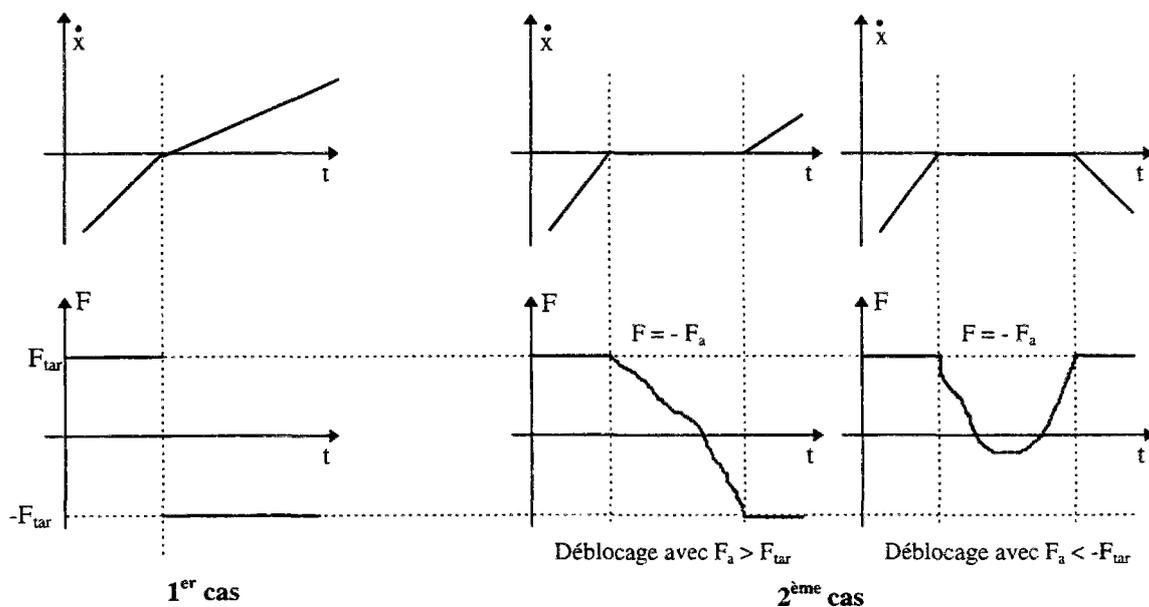


Figure 1-10 : Exemple pour la résolution du frottement sec.

## **I.6. Problèmes liés à la géométrie réelle de la voie.**

Tenir compte de la géométrie tridimensionnelle réelle de la voie, lors des simulations, est l'une des conditions nécessaires pour un calcul réaliste des variations temporelles des efforts de contact et du comportement dynamique de l'ensemble du véhicule. Pour caractériser la géométrie des deux files de rail, les réseaux de chemin de fer ont développé des voitures spéciales, la voiture Mauzin pour le réseau SNCF. Le principe de fonctionnement de la voiture Mauzin est la mesure d'une flèche au centre d'une règle indéformable d'une longueur d'environ 10m dont les extrémités s'appuient sur le rail ; lorsque la flèche est prise dans la direction horizontale (respectivement verticale), la mesure est appelée dressage (respectivement nivellement). Les signaux de flèches mesurés et enregistrés en fonction de l'abscisse curviligne,  $s$ , de la voie, sont ensuite utilisés pour la reconstruction des fonctions  $y(s)$ ,  $z(s)$ , à l'aide de méthodes appelées "déconvolution", pour définir la géométrie de la voie. Cette reconstruction est indispensable pour la simulation de la dynamique des véhicules comme pour les opérations d'entretien de la voie. Deux études récentes ont été effectuées au laboratoire ([AKNIN 95], [SAUVAGE 95]) où de nouveaux résultats concernant la "déconvolution" ont été établis. Aknin a développé une méthode permettant de tenir compte au mieux du rapport signal sur bruit du signal et il a calculé l'approximation faite couramment lorsqu'on assimile la flèche réellement mesurée dans l'espace réel à celle qu'on calculerait sur la même courbe dans l'espace transformé (§I.6.2).

### **I.6.1. Variation de l'écartement des rails.**

Parmi les paramètres définissant la géométrie réelle de la voie, la variation de l'écartement des rails constitue l'une des plus grandes difficultés pour une modélisation continue du contact roue-rail. Ce problème se présente de manière particulière lorsque la modélisation du contact roue-rail est effectuée selon la méthode "VOCO" (§ I.4.). Rappelons que cette méthode permet de tenir compte des profils réels des roues et des rails ainsi que de l'élasticité de leurs aciers tout en assurant de faibles temps de calcul. La réduction des temps de calcul est rendue possible grâce à l'identification préalable des paramètres fonctionnels associés à une combinaison de profils roue-rail et une valeur de l'écartement des rails, ces paramètres étant stockés dans des fichiers numériques directement utilisables lors de la résolution des équations de la dynamique des véhicules. Par conséquent, la prise en compte de

la variation de l'écartement nécessiterait, en toute rigueur, l'élaboration de plusieurs fichiers numériques de ces paramètres fonctionnels à diverses valeurs de l'écartement des rails. En plus, il serait indispensable de mettre en place un module supplémentaire permettant la recherche à tout instant, en fonction de la valeur actuelle de l'écartement, des paramètres adéquats dans l'ensemble des fichiers. Mise à part les difficultés pratiques, notamment au niveau des techniques de lissages et d'interpolations qui seraient les mieux adaptées, dans la mise en place d'un tel module, les temps de calcul augmenteraient considérablement en faisant perdre aux codes "VOCO" leur efficacité pratique.

Une solution à ce problème, tout en conservant l'élaboration des fichiers des paramètres fonctionnels pour une seule valeur de l'écartement, a été mise en place par Pascal. Le principe de cette méthode est basé sur une simplification permettant de déduire les paramètres pour chaque écartement à partir de ceux obtenus pour un autre écartement, choisi de sorte qu'il soit nettement supérieur au maximum des écartements rencontrés pendant la simulation. La méthode suppose que les paramètres de contact de chacune des roues, comme par exemple le rayon de roulement, ou la localisation du contact, dépendent, au premier ordre, du jeu restant avant contact du boudin de cette roue avec le rail. Les paramètres globaux, relatifs au solide essieu, comme par exemple son roulis propre contraint, peuvent être déduits à partir du calcul des paramètres individuels de chaque roue. On est ainsi ramené au calcul des jeux restants en fonction de la position de l'essieu, de la position du centre de la voie, de la valeur de l'écartement des rails et de la valeur de l'écartement ayant servi à l'identification. Les paramètres calculés par cette méthode sont proches de ceux qui auraient été évalués sans la simplification. Dans le cas exceptionnel d'une voie trop resserrée où il y a contact latéral simultané des deux boudins des deux roues avec les deux rails, il peut y avoir des instabilités entre deux positions d'équilibre stable de l'essieu. Ces conditions peuvent conduire à des difficultés lorsque les profils des roues et des rails sont différents à gauche et à droite, les détails de la solution, dans ce dernier cas et de façon générale, figurent dans [PASCAL 93b].

### **I.6.2. Dynamique des véhicules en courbe.**

Un autre aspect important dans la prise en compte de la géométrie réelle de la voie dépend de la nécessité de simuler correctement la dynamique d'entrée en courbe des véhicules, c'est-à-dire lorsque la voie transite d'une portion en alignement à une portion en courbe de rayon constant. Il est d'usage courant que les déplacements et les accélérations mesurés sur un véhicule le soient par rapport à un repère qu'il entraîne en rotation ; la direction longitudinale se rapporte à l'axe de la voie et la direction transversale lui est perpendiculaire. On ne peut évidemment pas dire que le principe fondamental de la dynamique dans ce repère non galiléen soit inapplicable, il suffit en théorie d'écrire que le torseur dynamique est égal à la somme de trois torseurs, celui des actions mécaniques extérieures, celui des effets d'inertie d'entraînement et celui des effets d'inertie de Coriolis. Cependant, l'aspect lourd des équations dynamiques obtenues de cette façon n'a permis qu'à très peu d'équipes la résolution réaliste des équations dynamiques pour des véhicules suivant des voies sinueuses. La difficulté essentielle n'est pas dans la résolution du problème quasi-statique, c'est à dire une fois que le véhicule, circulant à vitesse constante, est parfaitement établi dans une courbe de rayon constant, sans défauts géométriques ; mais dans la résolution des équations dynamiques lorsque le véhicule circule sur la clothoïde (ou la parabole cubique) précédant la courbe, ou dans la courbe avec ses défauts de géométrie. En outre, dans le cas général, la géométrie des voies est décrite à l'aide de fichiers numériques dont le pas de discrétisation ne peut pas être infiniment petit ; comme l'écriture des équations dans des repères accélérés en rotation impose de connaître avec précision cette accélération, il faut la calculer à partir de lissages des fichiers de points ; le choix des méthodes de lissage et surtout celui de la précision de lissage influent énormément sur les résultats et introduisent un élément artificiel et indésirable dans les calculs.

Les travaux entrepris au laboratoire concernant la dynamique des véhicules en courbe, ont conduit à mettre en place, en 1990, une méthode originale pour la résolution du problème dynamique dans un référentiel non galiléen en conservant les équations d'un référentiel galiléen, cette méthode est appelée "méthode de la courbe transformée" par les chercheurs du laboratoire. Compte tenu des dimensions relatives des véhicules ferroviaires et des voies et dans le cadre des approximations classiques au premier ordre, les chercheurs ont

trouvé qu'il était possible et avantageux de conserver les équations dynamiques écrites dans un référentiel galiléen pour un référentiel non galiléen, il suffit d'appliquer un changement de variable adéquat ; cette méthode est applicable à la dynamique transversale et verticale [PASCAL 90a]. La figure 1-11 explicite le principe d'application de "la courbe transformée" dans le cas d'une trajectoire plane :

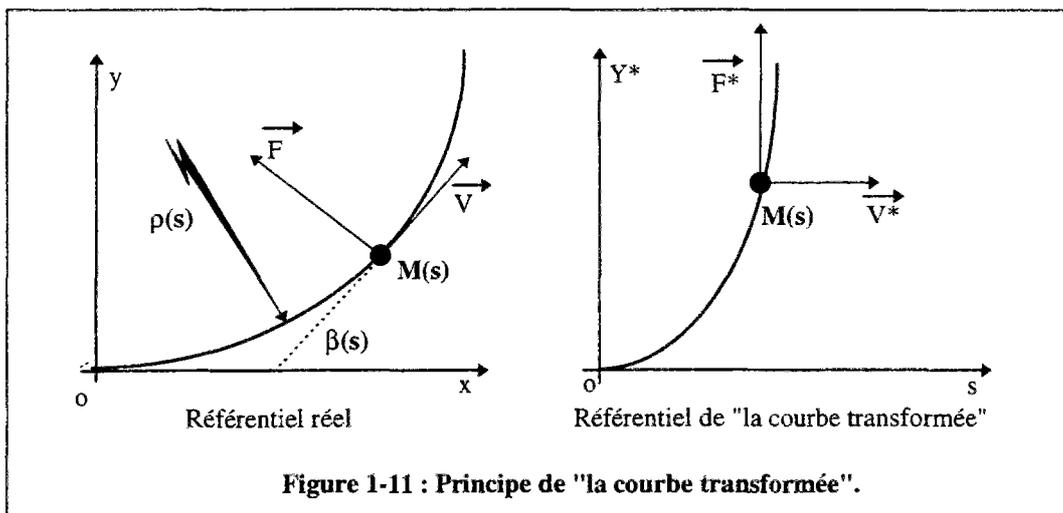


Figure 1-11 : Principe de "la courbe transformée".

Soit un point matériel (M) de masse (m), se déplaçant avec une vitesse ( $\vec{V}$ ) sur la trajectoire définie par son rayon de courbure local ( $\rho(s)$ ) et par sa tangente locale d'angle ( $\beta(s)$ ), le point (M) étant repéré par son abscisse curviligne (s) sur la trajectoire dans le référentiel réel (Figure 1-11 à gauche). Ce point matériel est soumis ainsi à un effort centripète ( $\vec{F}$ ) qui peut être calculé à tout instant sachant qu'il est perpendiculaire à ( $\vec{V}$ ) et que sa valeur algébrique vérifie l'égalité suivante :

$$F = m \cdot \frac{V^2}{\rho(s)} \quad \{E 1-16\}$$

Rappelons que la courbure de la trajectoire ( $1/\rho(s)$ ) est la dérivée par rapport à l'abscisse curviligne (s) de l'angle ( $\beta(s)$ ) :

$$\frac{1}{\rho(s)} = \frac{d\beta}{ds}(s) \quad \{E 1-17\}$$

Ce même point matériel (M) circulerait sur la "courbe transformée" avec une autre vitesse de direction variable mais dont la projection ( $\vec{V}^*$ ) sur l'axe des abscisses du référentiel où sont portées les abscisses curvilignes (s) de la trajectoire réelle, a le même module que ( $\vec{V}$ ). Pour suivre la trajectoire (s, Y\*), ce même point matériel (M) devrait subir un effort ( $\vec{F}^*$ ) dirigé suivant l'axe (Y\*). Cet effort ( $\vec{F}^*$ ) calculé en appliquant la loi de Newton, dans ce nouveau référentiel cartésien fixe, a le même module que ( $\vec{F}$ ) (Figure 1-11), la quantité (Y\*) étant définie de la manière suivante :

$$Y^*(s) = \int_0^s \int_0^v \frac{du}{\rho(u)} dv \quad \{\text{E 1-17}\}$$

La trajectoire (s, Y\*) ainsi obtenue est dénommée "la courbe transformée", il s'agit d'une parabole dans le cas d'une trajectoire réelle circulaire de rayon constant ( $\rho$ ), et d'une cubique dans le cas d'une clôthoïde :

$$\begin{array}{l} \text{Si } \rho = \text{cste (cercle)} \quad : \quad Y^*(s) = \int_0^s \int_0^v \frac{du}{\rho} dv = \frac{s^2}{2 \cdot \rho} \\ \text{Si } \frac{1}{\rho(s)} = \frac{s}{L} \cdot \frac{1}{R_c} \text{ (clôthoïde)} \quad : \quad Y^*(s) = \frac{1}{R_c \cdot L} \cdot \int_0^s \int_0^v u du dv = \frac{s^3}{6 \cdot R_c \cdot L} \end{array} \quad \{\text{E 1-18}\}$$

L : longueur de la clôthoïde ; R<sub>c</sub> : rayon de courbure à la fin de la clôthoïde (pour s = L).

L'avantage de "la courbe transformée" est clair, toutes les quantités qui sont normales à la trajectoire réelle deviennent verticales dans le référentiel de "la courbe transformée". Sans avoir recours à un repère mobile accéléré lié au point (M), les efforts, accélérations et positions relatives des solides, en latéral et en vertical, évaluées dans le référentiel fixe de "la courbe transformée" sont ceux qu'on aurait calculés dans le référentiel réel à l'aide d'un repère mobile lié au point (M).

Les codes "VOCO" utilisent cette méthode pour simuler la dynamique des véhicules sur une voie quelconque (successions d'alignements, de clôthoïdes et de courbes), il suffit que la voie, à partir des mesures de géométrie classiques, puisse être définie sous la forme (s, Y\* et s, Z\*) (§ I.6).

La démonstration analytique des propriétés de cette transformation et de sa validité pour le calcul de la dynamique des véhicules est difficile dans le cas général. Les validations ont été faites de deux manières : d'une part, à l'aide de comparaisons de résultats numériques dans des cas simples où le calcul complet est possible [AKNIN 95], d'autre part, à l'aide de comparaisons expérimentales avec des essais en ligne. Il en est résulté que, compte tenu des dimensions pratiques des voies et des véhicules, les équations dynamiques, pour tous les solides du véhicule, écrites dans le repère fixe de "la courbe transformée" restent valables tant que la trajectoire réelle associée reste à l'intérieur des normes usuelles.

La résolution du problème dynamique est alors effectuée sans aucun changement de repère, sans avoir à calculer d'accélération de rotation des repères, et cela permet à la fois d'économiser les temps de calcul et d'éviter les difficultés numériques.

## **I.7. Principes de fonctionnement des codes "VOCO".**

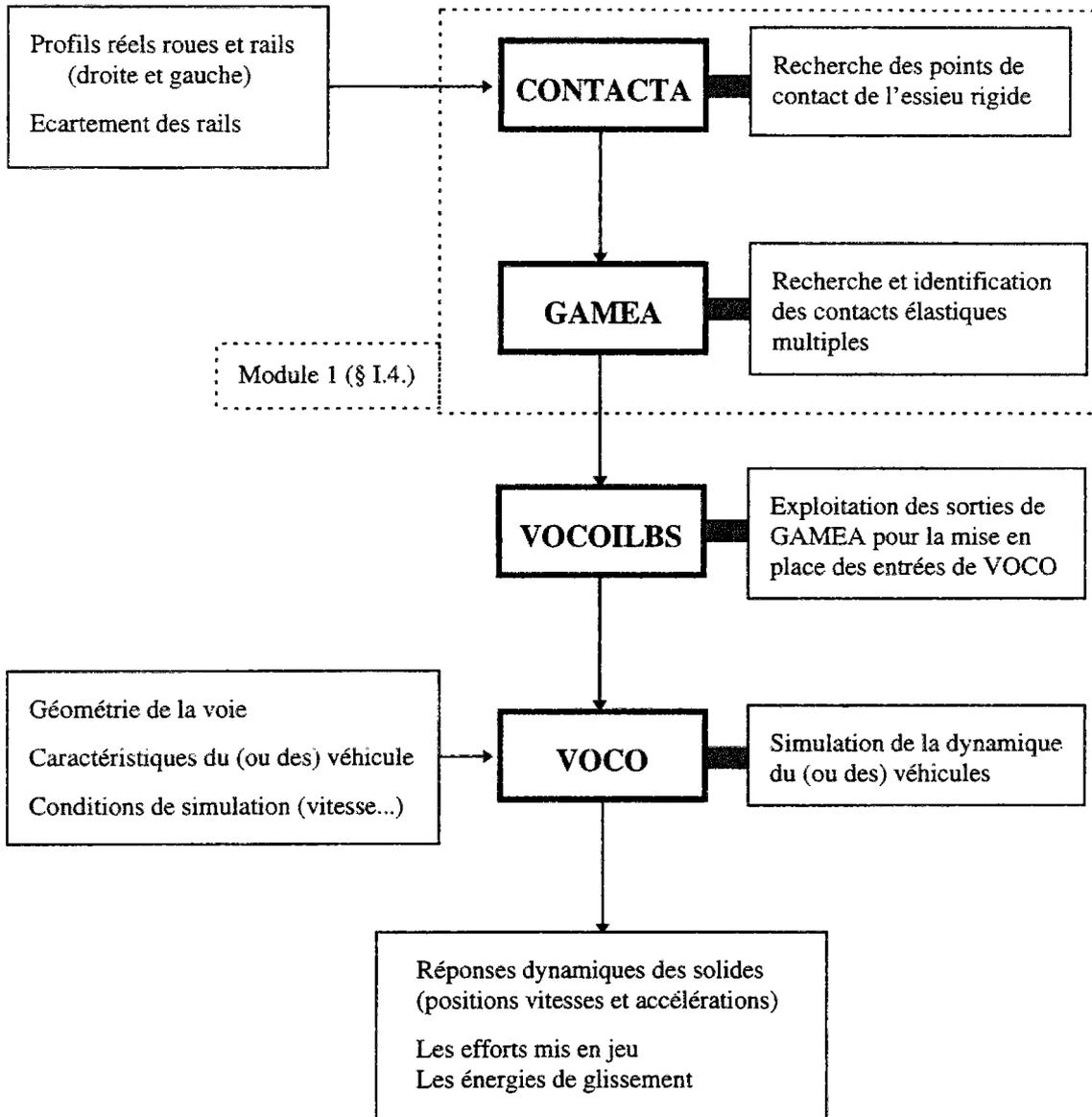
Toutes les simulations de la dynamique des véhicules ferroviaires effectuées durant notre travail, ont été réalisées par les codes "VOCO". La version de base de ces codes a été développée au Laboratoire des Technologies Nouvelles (LTN) à L'INRETS sur une période d'environ 10 ans (entre 1980 et 1990) et est programmée en FORTRAN 77 standard.

Pour notre propre recherche, nous avons été amené à greffer sur la version de base les développements nécessaires à l'étude fine de la dynamique des vibrations de rotation de la chaîne de traction et nécessaires à la localisation tridimensionnelle des dissipations d'énergie de glissement. Ces développements seront abordés dans la suite des chapitres.

Dans les paragraphes précédents de ce chapitre nous avons soulevé les principales difficultés rencontrées dans la modélisation de la dynamique des véhicules ferroviaires. A chaque étape nous avons exposé les solutions développées au laboratoire qui caractérisent les codes "VOCO" par rapport à ceux utilisés par les différentes équipes traitant de la dynamique ferroviaire ("ADAMS" (USA), "DYMOCAL" (SNCF), "MEDYNA" (Allemagne), "NEWCAR" (USA), "VAMPIRE" (GB), ...).

Une description détaillée de la démarche ayant conduit au développement des codes "VOCO" ne peut pas être envisagée dans le cadre de notre travail. Cependant, à travers l'ensemble des publications du LTN sur la dynamique ferroviaire, on peut se rendre compte que le développement a eu lieu par étapes de complexité progressive, en partant de modèles simples et avec plusieurs validations intermédiaires, en s'appuyant d'abord sur des résultats réalisés au laboratoire d'essais à Grenoble puis ceux d'essais en ligne. D'autre part, vue la grande diversité des véhicules, des voies et des profils roue-rail, l'étude de tout problème lié à la dynamique ferroviaire nécessite, à notre avis, une démarche probabiliste basée sur un grand nombre de simulations par des modèles numériques. Ceci entraîne la nécessité d'obtenir de faibles temps de calcul. C'est l'une des contraintes majeures pour le développement d'un code de simulation. Le développement repose donc sur un équilibre de compromis entre une modélisation la plus fidèle possible et l'abandon de perfectionnements trop coûteux en temps de calcul. Cette dernière préoccupation a été affichée et respectée pendant le développement et les validations des codes "VOCO". Dans leur état actuel, ils permettent, par exemple, la simulation de la dynamique complète d'un véhicule ferroviaire (avec 4 essieux) sur une voie réelle quelconque (succession d'alignements et de courbes) de 3 km de longueur dans un délai d'environ 20 mn (sur un Pentium 90).

Le principe de fonctionnement des codes "VOCO" est donné par l'organigramme de la page suivante, les profils réels des roues (respectivement des rails) sont définis par des splines cubiques en coordonnées cartésiennes ( respectivement polaires) :



( CONTACTA du module 1 est différent du code CONTACT de Kalker (§ I.2.2.) )

L'ensemble des fichiers des résultats peut être exploité par des tableurs classiques du commerce (EXCEL, MATLAB). Enfin, rappelons que l'intégration numérique des équations différentielles du mouvement est faite à l'aide de l'algorithme d'Euler centré à pas d'intégration  $(\Delta t)$  constant :

$$\begin{aligned}
 \gamma(t + \Delta t) &= \sum F_{\text{ext}}(t + \Delta t) \\
 V(t + \Delta t) &= V(t) + \gamma(t + \Delta t) \cdot \Delta t \\
 X(t + \Delta t) &= X(t) + V(t) \cdot \Delta t + \frac{1}{2} \gamma(t + \Delta t) \cdot \Delta t^2
 \end{aligned}
 \quad \{E\ 1-19\}$$

$(\gamma, V, X)$  étant le triplet des grandeurs (accélération, vitesse, position) d'un solide, l'algorithme est appliqué de la même façon pour les mouvements de rotation.

## I.8. Conclusions sur la modélisation de la dynamique ferroviaire.

Un véhicule roulant sur une voie ferroviaire développe une énergie cinétique qui alimente inévitablement des vibrations de translation et de rotation des solides constituant le véhicule et la voie elle-même. Le jeu des couplages intervenant dans le système mécanique rame-voie est extrêmement complexe, il permet aux accélérations induites par les efforts dynamiques développés dans chaque zone de contact roue-rail, zone de faible surface ( $\sim 1\text{cm}^2$ ) et fortement sollicitée, de se propager dans la voie et dans les véhicules. Le ballast, les liaisons au niveau de la voie (semelle en caoutchouc, attaches élastiques), et les liaisons au niveau des véhicules (deux étages de suspensions et liaisons inter-caisses) sont conçus pour amortir au mieux les vibrations des solides en présence. La plus grande part de la complexité du jeu de couplage du système rame-voie est liée à la présence de phénomènes non linéaires ; les non linéarités de l'interface véhicule-voie, c'est à dire le contact roue-rail (§ I.3., I.4., I.6.), et les non linéarités de certaines liaisons (§ I.5.), c'est à dire les organes dont le fonctionnement est basé sur le frottement sec ou dont le matériau est hyper-élastique.

**La maîtrise des mouvements parasites** des différents solides est une condition nécessaire pour permettre des augmentations de vitesse en toute **sécurité** et pour assurer le **confort** des voyageurs. En plus, les dégradations des roues et des rails (usure et fatigue), les déformations de la voie (verticales et latérales) et les problèmes de rupture des essieux et des bogies, par fatigue, sont fortement liés à l'évolution de ces mouvements parasites ; leur maîtrise est donc indispensable à **l'optimisation de la conception et des stratégies d'entretien** (meulage des rails, reprofilage des roues, bourrage des voies, ...). Cette maîtrise nécessite non seulement **des essais spécifiques** (en ligne ou en laboratoire), mais aussi le développement d'**outils de simulation** permettant des prévisions relativement précises de l'influence de la variation d'un paramètre donné du système rame-voie et surtout de minimiser le nombre d'essais qui sont souvent coûteux et parfois de longues durées.

Les problèmes d'usure et de fatigue des roues et des rails, qui nous intéressent particulièrement dans notre travail, et que nous allons développer plus loin, sont un bon exemple de phénomènes qui dépendent à la fois d'une dynamique dont la fréquence est relativement élevée et de mécanismes d'usure ou de fatigue dont l'évolution est lente. Les

essais en laboratoire sont donc difficilement réalisables faute d'une reproduction réaliste de la diversité des conditions de roulement en ligne qu'un véhicule est susceptible de rencontrer sur une période de plusieurs années.

Face à la complexité du problème de contact roulant et du système rame-voie de façon générale, certaines équipes traitant du contact roulant et de la modélisation de la dynamique ferroviaire se sont dirigées vers des solutions analytiques (§ I.2.1) ou vers des **modèles linéaires** tels que ceux présentés dans ([KNOTHE 89, 93], [TASSILLY 91]). On sait que l'analyse d'un système est grandement facilitée lorsque les équations sont toutes linéaires, dans le cas du ferroviaire ceci revient à considérer que les forces extérieures à chaque solide sont des fonctions linéaires des degrés de liberté. L'avantage d'une telle démarche est **qu'il n'est nullement besoin d'intégrer les équations par rapport au temps** pour connaître la réponse du système ; un simple calcul de valeurs propres permet de déterminer la stabilité du système ; la connaissance des caractéristiques fréquentielles des excitations (par exemple sous la forme de spectre de densité de puissance des défauts géométriques de la voie ou des profils de la roue-et du rail) donne accès aux contenus spectraux de la réponse (par exemple les accélérations des solides). En contre partie, **l'hypothèse de la linéarité limite considérablement la portée pratique des renseignements qui peuvent être déduits de l'étude**. D'une part, les essieux ne doivent pas s'écarter de la position centrée et la voie doit rester en alignement. D'autre part, on ne peut avoir aucun résultat précis concernant les valeurs des efforts au passage sur un défaut donné de la voie, ce qui **met l'étude de la sécurité des véhicules ferroviaires en dehors du domaine d'application des modèle linéaires**. En plus, l'influence des paramètres de construction sur la stabilité des véhicule n'est possible que d'un point de vue qualitatif.

Dans notre travail, portant sur les dégradations des roues et des rails (usure latérale, usure irrégulière longitudinale et fatigue), la prise en compte de la forme réelle des profils et la finesse de la description des efforts et des énergies développées au contact sont d'une importance capitale. Donc, les modèles numériques, faisant intervenir au mieux les différentes non linéarités du système rame-voie, s'imposent dans un tel travail.

Introduire les non linéarités dans les modèles revient à introduire les lois de comportement réelles de chaque liaison (pour le contact § I.2.2., les organes de suspension § I.5.), la géométrie réelle de la voie (§ I.6.) et les profils réels roue-rail (§ I.4.). Les équations différentielles des mouvements des solides sont alors non linéaires, leur intégration en fonction du temps fait nécessairement appel à des techniques numériques pas à pas (algorithme de Newton-Raphson, méthodes d'Euler ou Runge-Kutta, méthode de Newton,...). Les temps de calcul dans ce cas sont évidemment plus élevés que ceux d'un modèle linéaire.

**L'avantage incontestable** des modèles numériques réside dans le fait qu'il s'agit de la seule méthode pouvant donner des **résultats précis** pour prendre en compte l'évolution temporelle des paramètres (degrés de liberté, efforts, énergies). En contre partie, la démarche numérique présente **des difficultés pratiques**, qu'il faut savoir gérer convenablement, lors du développement et à chaque utilisation d'un modèle. Dans le cas du ferroviaire, les modèles numériques sont **relativement lourds à mettre en œuvre** et conduisent à une **quantité importante de résultats numériques** (évolutions temporelles des degrés de liberté et des efforts, répartitions des énergies, ...). **La gestion et l'interprétation** des résultats obtenus, surtout lorsqu'il s'agit de calculs itératifs tel que ceci est fait dans notre travail (chapitres II, III), est une tâche délicate et **conditionne la qualité et le degré de confiance** que l'on peut accorder aux résultats finaux. Dans notre cas par exemple, l'étude a conduit à environ 600 Méga-octets de fichiers de résultats ; il était donc indispensable de développer un certain nombre de programmes informatiques permettant, d'une part, l'automatisation des processus itératifs et d'autre part, le suivi et la vérification des résultats numériques par des visualisations rapides et précises (chapitres II, III, IV).

Lors de leur développement, **les modèles numériques** présentent des **difficultés** à deux niveaux. Le premier niveau, essentiellement **théorique**, concerne les lois de comportement réelles de certaines liaisons et du contact, ces lois ne sont pas toujours bien connues et nécessitent des **approximations permettant leur modélisation**. Par exemple, le modèle de contact roue-rail de l'INRETS (§ I.4.) peut paraître, en toute rigueur, comme une simplification sévère du contact réel, cependant son application dans le domaine ferroviaire prouve le contraire [PASCAL 93b, 94a]. **Le choix d'approximations** pour la modélisation, pour en assurer **la cohérence** et pour conserver au mieux **la nature physique du phénomène**, constitue la difficulté majeure de ce premier niveau. Le deuxième niveau concerne la mise en

place pratique d'un code pour l'**intégration numérique** des équations. La grande difficulté ici est le **choix des algorithmes** numériques optimums du point de vue des temps de calcul et de la précision des résultats, la qualité pratique d'un code de simulation de dynamique ferroviaire dépend fortement de cette optimisation. A notre avis, **la grande diversité** des véhicules, des voies et des profils roue-rail, impose une **démarche probabiliste** basée sur un grand nombre de simulations, **les temps de calculs représentent donc une contrainte majeure**.

Dans le cadre de notre travail, un balayage rapide des possibilités de plusieurs codes de simulations de dynamique ferroviaire a permis de confirmer le choix du code VOCO. Nous tenons à souligner certains aspects spécifiques aux codes "VOCO" qui les rendent bien adaptés à notre étude. L'aptitude des codes "VOCO" à prendre en compte :

- les profils réels roue-rail et l'élasticité de leur acier (§ I.3, I.4.)
- le comportement non linéaire de certaines liaisons (§ I.5)
- la géométrie réelle de la voie (§ I.6.)

en assurant de faibles temps de calcul (§ I.7), constitue un élément capital pour mener à terme notre étude. En plus, ces codes ayant été validés pour simuler des phénomènes très complexes tels que le déraillement [PASCAL 94a], présentent une bonne garantie de précision pour notre étude.



**Chapitre II :**

**Modélisation de l'Usure des Profils transverses des Roues et des Rails.**



## CHAPITRE II :

### **Modélisation de l'Usure des Profils transverses des Roues et des Rails.**

#### **II.1. Introduction.**

L'usure peut être définie comme étant la perte de matière solide subie par une surface frottante. Elle est généralement dommageable et indésirable, mais peut être bénéfique, lors du rodage par exemple. Toutes les surfaces métalliques, soumises à un frottement (sec ou visqueux) et en présence ou non de lubrifiant, sont affectées par des formes d'usure qui peuvent aller de l'usure douce à la détérioration brutale des mécanismes. Dans la littérature, on rencontre souvent une classification des mécanismes d'usure en quatre types fondamentaux : l'abrasion, l'adhésion, la corrosion et la fatigue ; auxquels s'ajoutent des formes secondaires telles que l'usure par cavitation et la corrosion de contact ([AYEL 76], [FRANÇOIS 91]). Dans la pratique, le phénomène d'usure se produit souvent en présence de plusieurs mécanismes à la fois ; en particulier, dans le cas du contact roulant et en présence de faibles glissements, les mécanismes de fatigue et d'abrasion se produisent simultanément. La première tâche nécessaire à la mise en place d'un modèle d'usure, en vue d'une simulation numérique, est d'isoler le mécanisme prépondérant dans le problème à étudier. En effet, une simulation numérique d'un problème d'usure donné en tenant compte, de façon couplée, de tous les mécanismes d'usure présents, serait extrêmement difficile. D'une part, les modèles existants traitent d'un seul mécanisme à la fois, d'autre part, certains modèles nécessitent la connaissance de grandeurs inaccessibles dans notre cas, telles que la forme et la taille des particules microscopiques abrasives se situant dans la zone de contact roue-rail.

Pour chaque mécanisme d'usure, un certain nombre de modélisations mathématiques est proposé, Kragelsky présente la majorité de ces modélisations dans son ouvrage [KRAGELSKY 82]. Dans le cas du ferroviaire, certains spécialistes<sup>1</sup> se sont accordés sur l'origine essentiellement abrasive des usures observées des roues et des rails. D'autre part, relativement aux grandeurs qui peuvent être déterminées, avec suffisamment de précision, le

---

<sup>1</sup> Il demeure quelques divergences de point de vue sur l'influence des déformations plastiques sur les variations de formes observées des profils roues/rails.

modèle d'usure abrasive retenu dans la quasi-totalité des travaux traitant de l'usure des profils des roues et des rails consiste à dire que :

Le volume  $V$  (ou la masse  $m$ ) de la matière perdue est proportionnel à l'énergie surfacique de glissement  $W_f$  dissipée au contact roue-rail.

Ce modèle peut paraître surprenant, dans la mesure où l'énergie de glissement (ou de frottement) produit aussi une quantité de chaleur qui n'apparaît pas dans le modèle ; l'absence de la dureté des matériaux pourrait aussi paraître non conforme à la réalité car l'expérience montre qu'une augmentation de la dureté d'un matériau réduit son usure. En pratique, ces deux aspects n'affectent pas le principe d'un tel modèle, car la variation de la dureté du matériau ou la dissipation d'énergie sont prises en compte dans la valeur du coefficient de proportionnalité.

Dans le domaine ferroviaire, l'usure de l'ensemble roue-rail, dont les modifications de formes interviennent en particulier au niveau de la stabilité des véhicules, donc du confort et de la sécurité, se manifeste sous deux formes : des ondulations provenant de l'usure irrégulière longitudinale (usure ondulatoire) et l'évolution des profils lorsque les roues et les rails s'usent régulièrement. Pour améliorer le fonctionnement et contribuer à l'optimisation des stratégies d'entretien, il est nécessaire de comprendre et de maîtriser l'évolution dans le temps des profils des roues et des rails. Cette maîtrise nécessite des suivis de l'évolution réelle des profils et la mise en place d'outils de simulation numérique permettant éventuellement de relier les usures observées à la dynamique du véhicule (chapitre III).

Dans ce chapitre, on s'intéresse à l'évolution des profils lorsque les roues et les rails s'usent régulièrement, le phénomène d'ondulation pour les roues est traité au chapitre III. Le modèle d'usure que nous avons retenu est celui utilisé dans la majorité des travaux traitant du sujet : usure abrasive et proportionnalité entre l'usure et l'énergie surfacique de glissement, par l'intermédiaire d'un coefficient à déterminer expérimentalement ([HEMPELMMANN 91], [KALKER 91b, 94], [KNOTHE 85], [PASCAL 95], [TASSILLY 91], [TUCKER 91], [YOSHIHIRO 91]).

## II.2. Méthodologie de la simulation numérique de l'usure des profils.

Une partie des travaux effectués, dans le but de simuler numériquement les usures des profils des roues et des rails, a été limitée par un problème commun : le manque d'une simulation réaliste du comportement dynamique d'un véhicule sur une voie donnée. On rencontre ainsi des études faites localement sur la table de roulement de la roue sans tenir compte de la dynamique transversale des véhicules ([CHUDZIKIENICZ 90], [KALKER 91b]) la validation d'une telle démarche, en comparant ses résultats à des profils réels usés, est alors souvent délicate<sup>2</sup>. La deuxième grande difficulté, liée à la diversité du matériel roulant et des caractérisations des voies (défauts et tracés), est de produire, pour les simulations, des conditions synthétiques représentatives de la diversité du trafic global et des voies réelles.

Actuellement, la majorité des travaux traitant de l'usure des roues et des rails se base essentiellement sur deux méthodes pour tenir compte de la grande diversité des véhicules et des voies. La première méthode, adoptée par exemple dans [KNOTHE 89], consiste à supposer que le contact roue-rail s'établit toujours aux mêmes localisations sur les profils pour les mêmes abscisses de la voie, avec une phase constante ; cette hypothèse nous paraît non conforme à la réalité. En effet, au voisinage de "grands défauts" de voie, tels que les aiguillages ou les entrées et sorties de courbes, cette dernière hypothèse peut être justifiée. Par contre, deux véhicules ferroviaires différents, roulant sur une même voie, avec ses propres défauts, notamment en alignement, ont nécessairement des réponses dynamiques différentes. L'évolution temporelle des contacts roue-rail dépend de cette dynamique et leur localisation ne peut donc pas être connue avant d'avoir effectué des simulations de la dynamique de chacun des véhicules. La deuxième méthode est basée sur des techniques de traitement de signaux aléatoires telles que les processus de Markov [SZABO 94, 95]. Ces processus supposent que l'information utile à la description d'un système à l'instant  $(t+\Delta t)$ , est entièrement résumée dans la valeur d'une variable aléatoire définissant l'état du système à l'instant  $(t)$  ; ce qui supprime l'hypothèse d'indépendance entre les éléments d'une suite habituellement adoptée dans le traitement de signaux aléatoires. Un calcul de probabilité, dans l'ensemble des solutions possibles, permet ensuite de déterminer l'état du système à l'instant  $(t+\Delta t)$  [CHARBIT 90]. Le principe de cette deuxième démarche est plus proche de la réalité

---

<sup>2</sup> Si la voie était en alignement parfait, les profils calculés pourraient être comparés à ceux mesurés. En réalité, les courbes et les défauts de voie sont présents dans tous les réseaux ferroviaires, ce qui rend difficile une telle comparaison.

que la première, dans le sens où l'état d'un système mécanique (positions, vitesses) à l'instant  $(t+\Delta t)$  peut être déterminé connaissant : les conditions initiales (état à l'instant  $(t)$ ), les caractéristiques physiques du système (masses, inerties, lois de comportement des liaisons) et l'excitation (défauts géométriques de la voie ou des profils). Cependant, l'état du système mécanique à l'instant  $(t+\Delta t)$  est unique, l'intégration numérique des équations du mouvement conduit à déterminer cet état (aux erreurs de modélisation près). Donc le traitement de l'évolution du système comme un signal aléatoire ne nous paraîtrait justifié que dans la mesure où le calcul numérique, qui lui est préférable, serait impossible ou de trop longue durée. L'aspect aléatoire du comportement ferroviaire est cependant bien réel et il doit être pris en compte en multipliant les conditions initiales et le nombre des simulations numériques (d'où la nécessité de réduire drastiquement la durée des calculs).

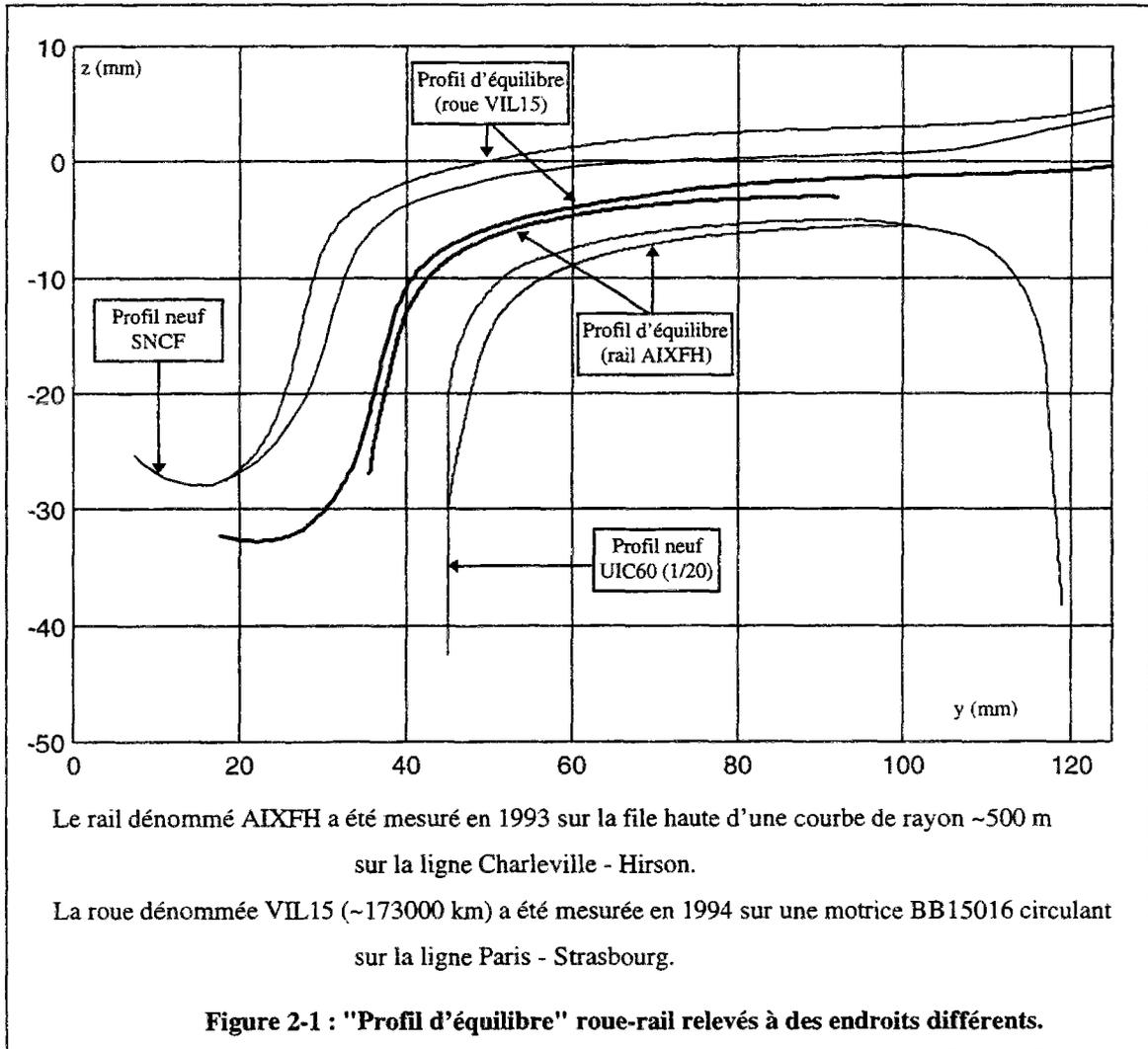
Dans notre cas, les codes "VOCO", validés à plusieurs reprises, écartent la difficulté relative à la simulation réaliste de la dynamique des véhicules sur une voie donnée . D'autre part, les problèmes de :

- la définition d'un trafic moyen représentatif du trafic global sur une ligne donnée permettant de simuler l'usure des rails de la ligne,
- la définition d'une voie équivalente à la partie du réseau où circule un véhicule donné permettant de simuler l'usure de ses roues,

ont été traités en nous basant sur un ensemble de constatations expérimentales connues de la plupart des spécialistes du ferroviaire. L'expérience montre en effet que :

- sur un grand réseau ferroviaire, où les rails sont posés au 1/20 et où circulent des matériels divers mais relativement captifs, tous les rails de la file haute convergent sensiblement, par usure, vers une seule forme dite "profil d'équilibre". Lorsque ce profil est atteint, le rail "haut" évolue parallèlement à lui même (Figure 2-1).
- sachant que les roues s'usent essentiellement dans les courbes, où elles sont appliquées contre le rail "haut", elles finissent toujours par avoir une forme très influencée par le "profil d'équilibre" de ce rail (Figure 2-1).
- les motrices sont plus agressives (parce que plus lourdes et plus rigides), au sens de l'usure des rails (usure abrasive et fatigue), que les wagons (ou les voitures).
- les essieux utilisent souvent la totalité de leur jeu dans une voie (même en alignement).

D'autre part, on considère que la position du contact roue-rail est de nature "pseudo-aléatoire" : elle peut être déterminée numériquement, à tout instant, connaissant les conditions initiales et les paramètres du système véhicule-voie (état de la voie, caractéristiques du véhicule, vitesse d'avance, coefficient de frottement, profils roue-rail) ; mais, dans certains cas, une faible modification des conditions initiales entraîne des modifications importantes dans l'évolution de la dynamique qui peut même ainsi être qualifiée de chaotique.

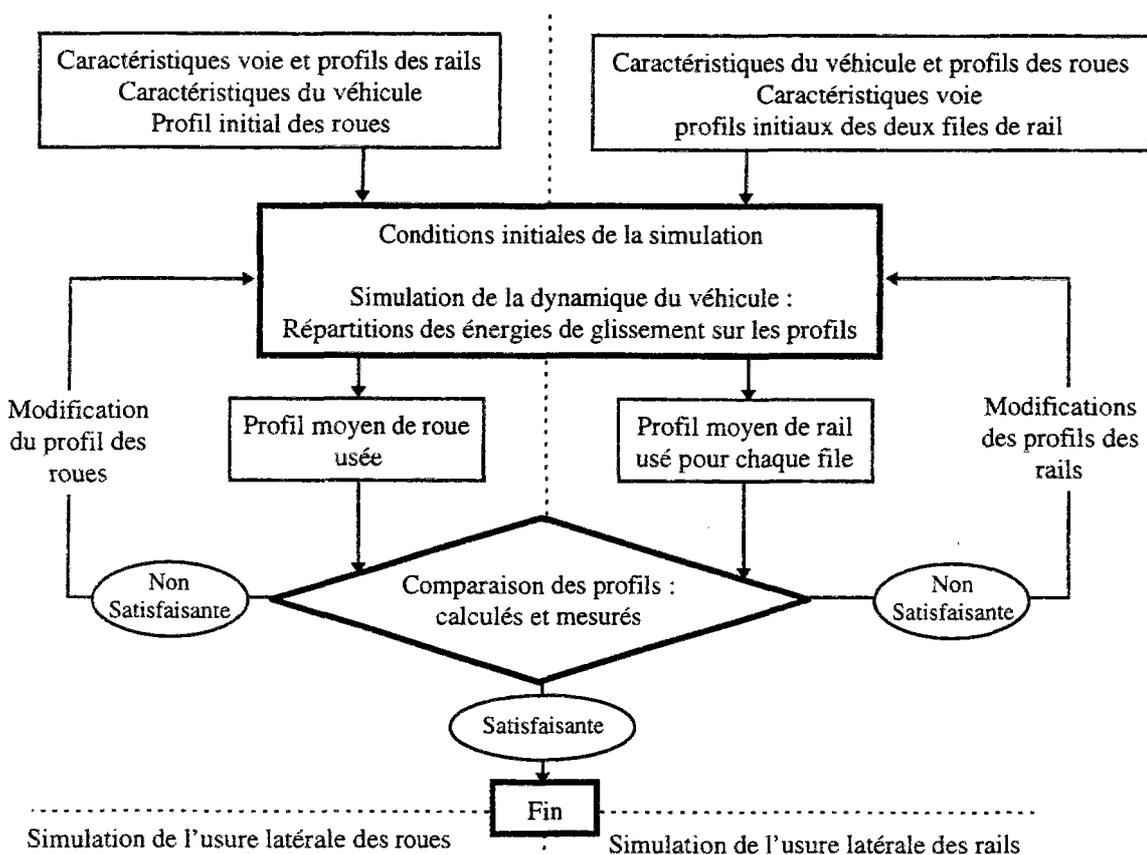


Ceci nous permet de définir les principes de notre méthodologie pour simuler numériquement l'usure des profils des roues et des rails :

- les usures observées des roues et des rails sont dues essentiellement au mécanisme abrasif, le volume (ou la masse) de la matière perdue est proportionnel à l'énergie surfacique de glissement dissipée au contact roue-rail.

- pour simuler l'usure des roues d'un véhicule circulant sur un réseau, la voie de simulation doit être en courbe ou être composée d'une succession de courbes et d'alignements. Les défauts de la voie (mesurés sur site ou idéalisés par des fonctions périodiques) doivent permettre aux essieux de balayer tout leur jeu dans la voie, le (ou les) rail haut ayant le "profil d'équilibre" du réseau. On supposera que les véhicules sont réversibles et que, les essieux n'ayant pas de direction d'avancement privilégiée, une moyenne des usures évaluées sur toutes les roues du véhicule, permettra d'avoir une évolution d'un profil moyen statistiquement proche de la réalité.
- pour simuler l'usure des rails d'une voie, une motrice (véhicule le plus agressif) suffirait pour définir un trafic représentatif, au sens de l'usure, du trafic global. Les défauts de la voie doivent satisfaire les mêmes conditions que précédemment. Des profils de roues à l'état d'équilibre et d'autres à l'état neuf sont une bonne approximation des différentes roues vues successivement par le rail dans la réalité. Sur chaque file de rail, une moyenne des usures provoquées par ces roues, permettra d'avoir une évolution d'un profil moyen statistiquement proche de la réalité.

Un processus de calculs itératifs, décrit par l'organigramme ci-dessous, permet ensuite de simuler l'usure des roues ou des rails :

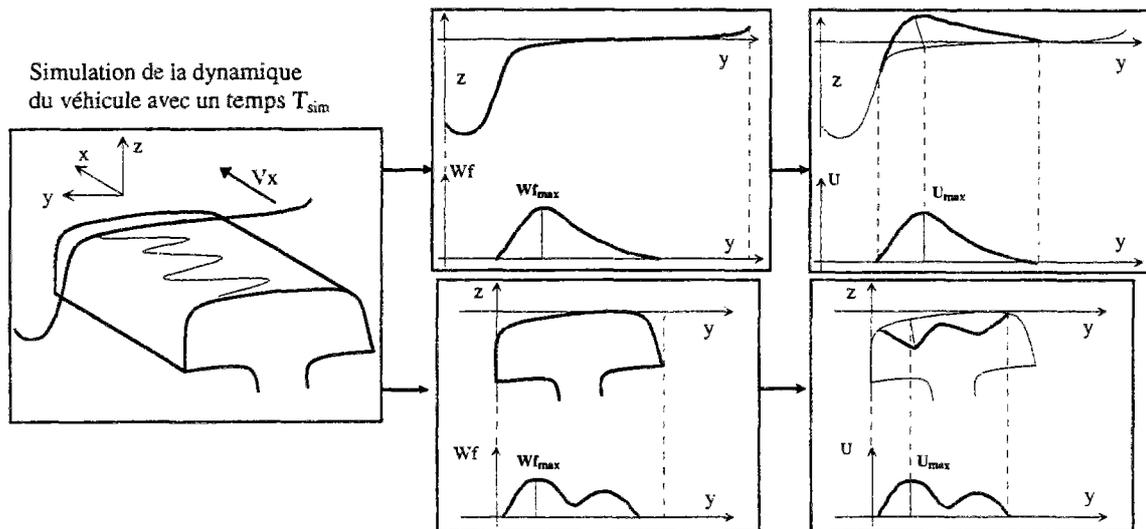


Bien entendu, a priori, rien ne garantit ni la stabilité de cette boucle de calcul, ni surtout qu'elle convergera vers la solution souhaitée. L'expérience a montré que la condition de stabilité est satisfaite à partir de valeurs suffisamment faibles du pas de la boucle et que, dans ces cas, l'écart par rapport à la cible est satisfaisant.

Il serait parfaitement envisageable, pour des cas d'application très particuliers, comme celui d'une ligne nouvelle isolée avec des véhicules identiques, de traiter l'usure des roues et des rails de façon couplée ; il suffirait d'avoir une idée, relativement précise, sur les taux d'usure à appliquer sur les roues d'une part, et les rails d'autre part, en fonction des énergies calculées à chaque boucle de l'organigramme.

Cependant, lors de nos applications, nous avons traité l'usure des roues et des rails de façon découplée, dans les conclusions de ce chapitre, on reviendra sur l'intérêt que présenterait un calcul d'usure couplé des roues et des rails.

Dans la suite du chapitre, on parlera d'une **itération** (ou **un pas d'usure**) pour désigner une boucle de l'organigramme général. Une itération comprend ainsi une simulation de la dynamique du véhicule, entre les temps 0 et  $T_{sim}$ , et la modification correspondante du (ou des) profil concerné par l'usure en fonction des répartitions obtenues des énergies de glissement (Figure 2-2). La durée simulée  $T_{sim}$  est choisie de sorte qu'elle conduise à des répartitions stables (indépendantes de cette durée) des énergies de glissement. Dans toutes nos applications il s'est avéré, compte tenu d'une comparaison avec la période propre la plus longue du véhicule, qu'une valeur entre 10 et 15 secondes de simulation est suffisante. La modification du (ou des profils) est effectuée en attribuant une valeur maximale de la profondeur usée ( $U_{max}$ ) à l'endroit du profil où l'énergie de glissement est maximale. Le coefficient de proportionnalité entre l'usure et l'énergie sert ensuite à évaluer la distance réelle à parcourir par un véhicule (respectivement le nombre réel de roues ayant circulé sur le rail) pour avoir une usure égale à ( $U_{max}$ ) au même endroit de la roue (respectivement du rail). Lors de nos applications, nous avons trouvé qu'une valeur de ( $U_{max}$ ) de 0.1 mm (respectivement de 0.03 à 0.05 mm) pour les roues (respectivement pour les rails) offre le meilleur compromis entre la durée des calculs et la continuité de l'évolution des usures.



$$U(y) = Wf(y) \cdot (U_{\max} / Wf_{\max}) \quad \text{avec } Wf(y) : \text{énergie spécifique de glissement en [J]; } U(y) \text{ [mm] : usure locale.}$$

Figure 2-2 : Définition d'une itération (ou un pas d'usure).

### II.3. Traitement numérique des profils de roue et de rail.

Comme dans la majorité des problèmes relatifs aux milieux continus, une discrétisation de la géométrie des profils roue-rail est nécessaire. La représentation d'un milieu continu par un milieu discret pose toujours les mêmes difficultés quel que soit le problème à traiter, à savoir l'optimisation du (ou des) pas de discrétisation géométrique à appliquer et le choix d'une description de la géométrie à l'intérieur de chaque pas. En effet, le pas de discrétisation doit être suffisamment petit pour approcher au mieux la géométrie réelle, tout en évitant d'agrandir considérablement la taille du problème et de provoquer des problèmes numériques liés à des pas trop faibles ; d'autant qu'il est souvent nécessaire de faire appel à des techniques d'interpolation et de lissage pour assurer la continuité et décrire la géométrie du milieu continu à l'intérieur de chaque pas. En particulier, dans un calcul itératif où le nombre d'itérations peut être important, il est indispensable de minimiser les erreurs induites par les opérations de lissage afin d'éviter la convergence vers une solution qui en dépendrait et pourrait être loin de la réalité physique du problème.

Pour décrire la géométrie réelle des profils roue-rail, les codes "VOCO" utilisent des splines cubiques classiques sous la forme dite "pp"<sup>3</sup>. Chaque profil (mesuré ou théorique) est

<sup>3</sup> "pp fuction" est l'abréviation de "piecewise polynomial function", ce qui désigne une fonction polynomiale par morceau.

défini par un nombre  $n$  de noeuds (ou pôles)  $X(n)$  et une matrice  $A(n, 4)$  des coefficients spécifiques des polynômes,  $n$  est en général compris entre 100 et 400 selon le profil :

$$\boxed{
 \begin{array}{l}
 X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_j \\ \vdots \\ x_{j+1} \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{j1} & a_{j2} & a_{j3} & a_{j4} \\ a_{j+11} & a_{j+12} & a_{j+13} & a_{j+14} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & a_{n4} \end{bmatrix}
 \end{array}
 } \quad \{E 2-1\}$$

la fonction spline cubique associée à toute valeur  $x$  une valeur  $p(x)$  telle que :

$$\boxed{
 p(x) = \sum_{i=1}^4 a_{ji} \cdot \frac{(x - x_j)^{4-i}}{(4-i)!} \quad \text{lorsque } x_j \leq x \leq x_{j+1}
 } \quad \{E 2-2\}$$

Les fonctions splines cubiques étant de classe  $C^2$ , elles assurent ainsi la continuité du profil, de l'angle du plan tangent et de la courbure. Vu les formes habituelles des roues et des rails, les systèmes de coordonnées cartésiennes pour les roues et polaires pour les rails sont les mieux adaptés. En particulier, les opérations de lissage d'un profil de rail s'adaptent très mal à un système de coordonnées cartésiennes, à cause des valeurs élevées des pentes au niveau de la joue active. Le vecteur  $X$  des noeuds des splines cubiques représente la position latérale ( $y$ ) pour les points de la roue et l'angle polaire ( $\theta$ ) pour ceux du rail ;  $p(X)$  est la position verticale ( $z$ ) pour les points de la roue et le rayon polaire ( $r$ ) pour ceux du rail. La convention, habituellement utilisée par les équipes traitant de la dynamique ferroviaire, pour représenter les profils dans un système d'axe cartésien (axes  $Oy$  respectivement parallèles au plan de la voie et à l'axe de l'essieu) est précisée par la figure 2-3 :

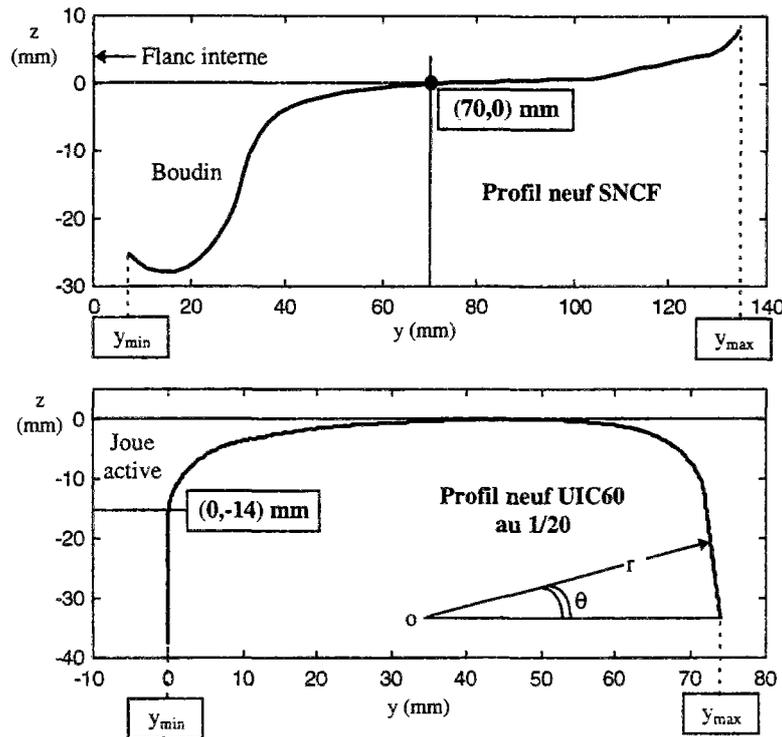


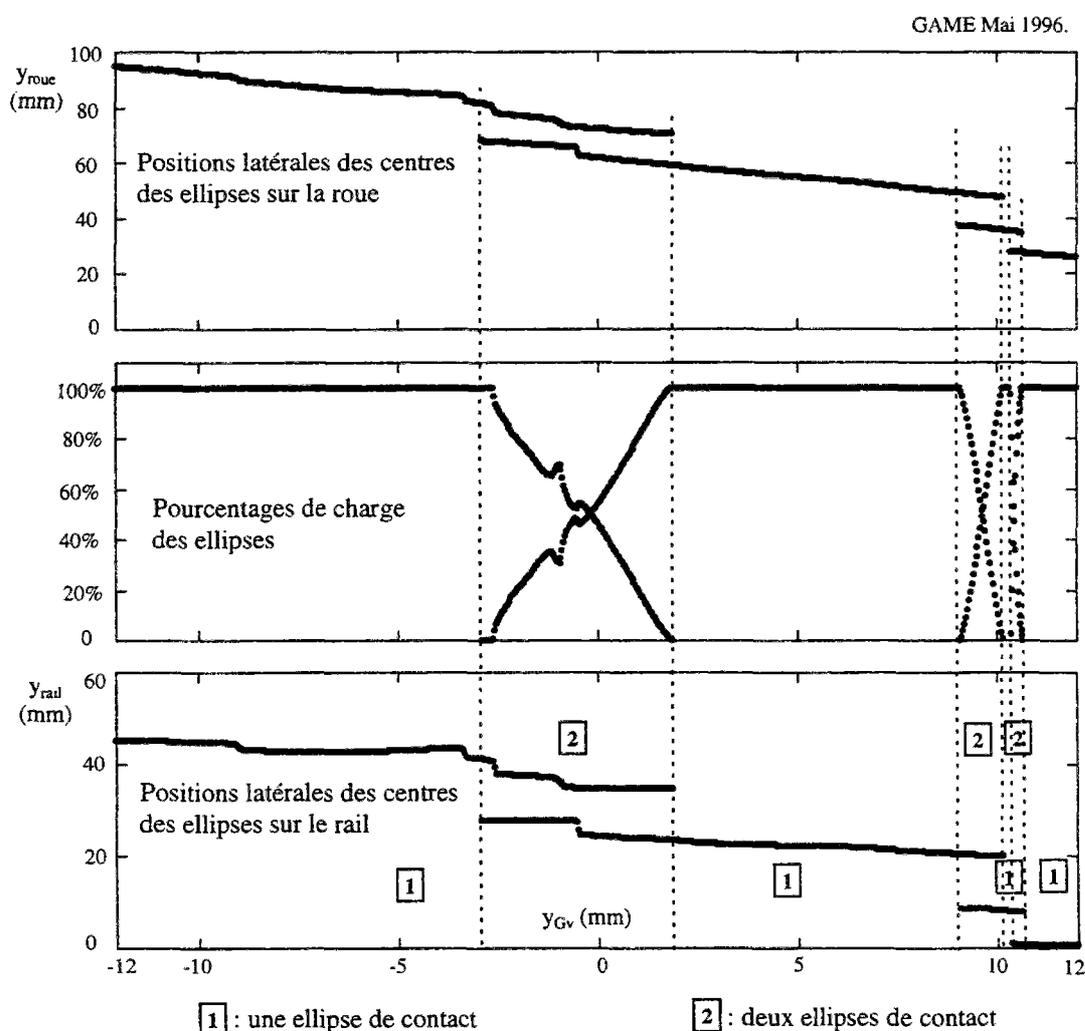
Figure 2-3 : Convention de repérage des profils roue-rail.

La discrétisation que nous avons adoptée pour simuler numériquement l'usure des profils transverses roue-rail, consiste à les découper en 100 zones régulièrement espacées sur chaque profil (incrément constant sur l'abscisse curviligne). Ainsi, la largeur de chaque zone élémentaire, a été choisie nettement inférieure à la largeur moyenne ( $2x_b$ ) des ellipses de contact de manière à ce qu'il soit possible ultérieurement, d'effectuer une répartition judicieuse, sur plusieurs zones adjacentes, de l'énergie calculée au centre d'une zone<sup>4</sup>. Au paragraphe (§ I.4.), nous avons exposé comment la méthode de l'ellipse équivalente permet de traiter les problèmes de contacts multiples et non Hertiens tout en conservant de faibles temps de calcul ; bien entendu, la localisation de cette ellipse équivalente n'est pas pertinente du point de vue de l'usure, nous allons montrer comment, sans alourdir le calcul, il a été possible de résoudre cette difficulté. Pour cela, il convient d'abord de répartir l'énergie calculée pour l'ellipse équivalente sur chacune des zones correspondant aux ellipses élémentaires. Afin d'affecter l'énergie de glissement à l'endroit du profil où s'établit réellement le contact, nous avons ajouté aux fichiers numériques décrivant les paramètres

<sup>4</sup> Bien entendu, il serait plus rigoureux (mais tout à fait irréalisable du point de vue de la durée des calculs) de faire les calculs de la dynamique sans réduction des ellipses élémentaires, c'est-à-dire avec l'élasticité réelle du contact, et en calculant la répartition de l'énergie de glissement à l'intérieur d'une discrétisation des ellipses.

fonctionnels du contact équivalent (§ I.4.), les positions et les pourcentages de chargement des cinq ellipses élémentaires susceptibles de le composer. Lors des simulations dynamiques, chaque signal  $y=f(t)$  définissant les positions ( $y$ ) successives des contacts élémentaires sur chaque profil, est stocké à la cadence de 200 points par seconde. On répartit ensuite les énergies sur le travers de chaque profil en sommant, sur chacune des 100 zones, en fonction de la présence de contacts dans la zone, et sur la durée totale de la simulation, les énergies élémentaires calculées pour chaque intervalle de temps.

La figure 2-4 représente un exemple simple des caractéristiques des ellipses élémentaires (maximum deux) du côté gauche pour un profil de roue usé (VIL15 : Figure 2-1) et un profil de rail neuf UIC60 au 1/20, l'écartement des rails (respectivement des faces internes des roues) étant égal à 1435mm (respectivement 1360mm).



$y_{Gv}$  : ballant de l'essieu au niveau de la voie ; ( $y_{roue}$ ,  $y_{rail}$ ) : position latérale sur les profils (repères roue, rail)

**Figure 2-4 : Caractéristiques d'ellipses élémentaires :**  
**VIL15 - UIC60 au 1/20 ; écartement rail : 1435 mm.**

A l'issue de chaque simulation de la dynamique d'un véhicule, pour chaque profil (roue et rail) on dispose donc ainsi de la répartition des énergies de glissement au centre des 100 zones. L'usure est affectée au milieu de chacune des 100 zones dans la direction normale au profil (§ II.2.), une opération de lissage est ensuite appliquée pour définir le profil usé :

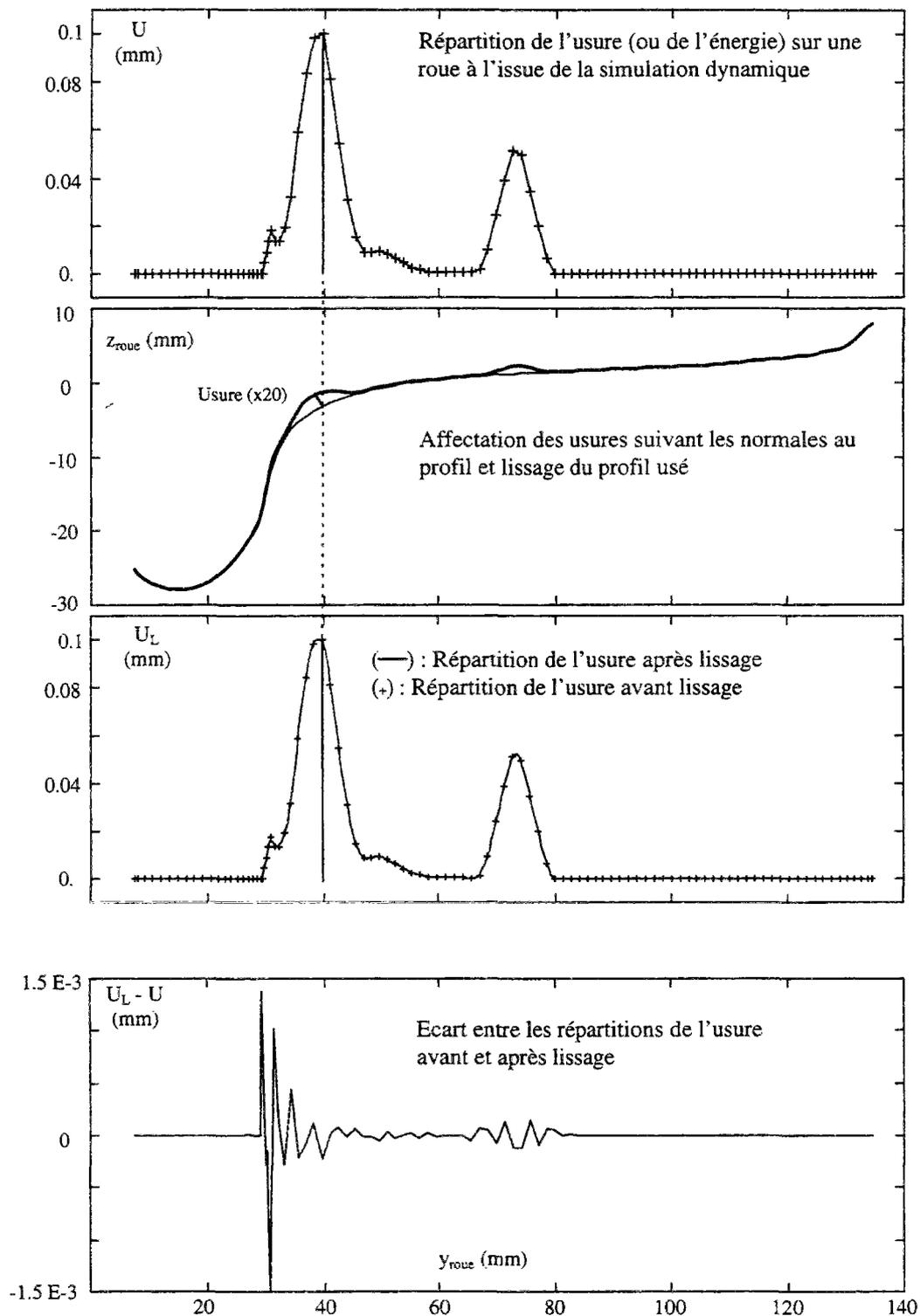


Figure 2-5 : Exemple de traitement d'un profil de roue.

### II.3.1. Solution des problèmes dus au cumul des écarts de lissage des profils.

Les modifications des profils par l'usure sont donc calculées au centres des zones, mais, pour poursuivre l'étude du contact du nouveau profil, il est nécessaire de calculer sa courbure en chaque point ; une opération de lissage assez forte est donc indispensable pour ne pas faire apparaître des discontinuités dans les profils incompatibles avec les processus mécaniques élastiques. Toutefois, il est connu que les opérations de lissage, ici à l'aide de splines cubiques, font apparaître des oscillations gênantes notamment au passage de certaines discontinuités.

L'écart entre les usures avant et après lissage (graphe 4 de la figure 2-5) est d'une grande importance dans la simulation numérique des usures des profils des roues et des rails. Cet écart parasite est induit par le lissage du profil, pour qu'il n'engendre pas d'erreurs cumulatives, il doit être minimisé à chaque pas d'usure et surtout il doit être rigoureusement nul dans les zones où l'énergie calculée est nulle. Un mauvais contrôle de cet écart entraîne inévitablement des solutions non réalistes telles que :

- des profils s'usant à des zones où le contact n'a jamais eu lieu pendant les simulations.
- un excès artificiel de matière essentiellement au voisinage des zones où l'énergie calculée s'annule (par exemple 30 mm, 60 mm et 80 mm sur la figure 2-5).

Plusieurs essais numériques sur des profils (neufs et usés) nous ont conduit à mettre en place une méthode de lissage des profils à chaque pas d'usure, s'intégrant parfaitement dans un calcul itératif automatique tout en évitant une usure non réelle et un excès artificiel de matière. Le premier principe de cette méthode est relativement simple, chaque profil usé obtenu à chaque pas d'usure doit faire l'objet d'un seul lissage, ce qui revient à stocker à chaque pas d'usure les répartitions des énergies (et non pas le profil usé associé). A un pas d'usure donné, on cumule les énergies des pas précédents et on affecte la somme, sous forme d'usure, au profil initial (profil au premier pas d'usure) ; un seul lissage est ensuite appliqué. Le deuxième principe consiste à apporter une correction en prévoyant au mieux les écarts induits par une opération de lissage sur un profil donné. Ces écarts de lissage sont d'abord évalués en comparant un premier profil obtenu en affectant les usures calculées au profil initial, sans lissage, à un deuxième profil obtenu par son lissage. On utilise ensuite ces écarts pour corriger les usures calculées desquelles on le soustrait, de sorte que l'opération de lissage du profil déduit des usures corrigées a pour effet d'annuler sensiblement la correction et de conduire à un profil usé ne présentant aucun des deux éléments des solutions non réalistes.

conduire à un profil usé ne présentant aucun des deux éléments des solutions non réalistes. Comme la plupart des méthodes numériques, une justification rigoureuse de la validité générale de cette méthode est très délicate à apporter. Cependant, l'application de cette méthode de lissage, lors de notre travail, à un grand nombre de profils (plusieurs centaines) et avec un grand nombre de pas d'usure différents (plusieurs dizaines), a montré son efficacité et sa contribution à améliorer la qualité des résultats finaux. La figure 2-6 donne un exemple d'application de la méthode de lissage sur un profil de roue, les usures (ou énergies) sont cumulées sur trois pas d'usures (graphe 1). Le deuxième (respectivement le quatrième) graphe représente les usures évaluées entre le profil initial et le profil usé lissé sans la correction (respectivement avec la correction), les écarts induits par le lissage et servant à la correction sont représentés sur le troisième graphe.

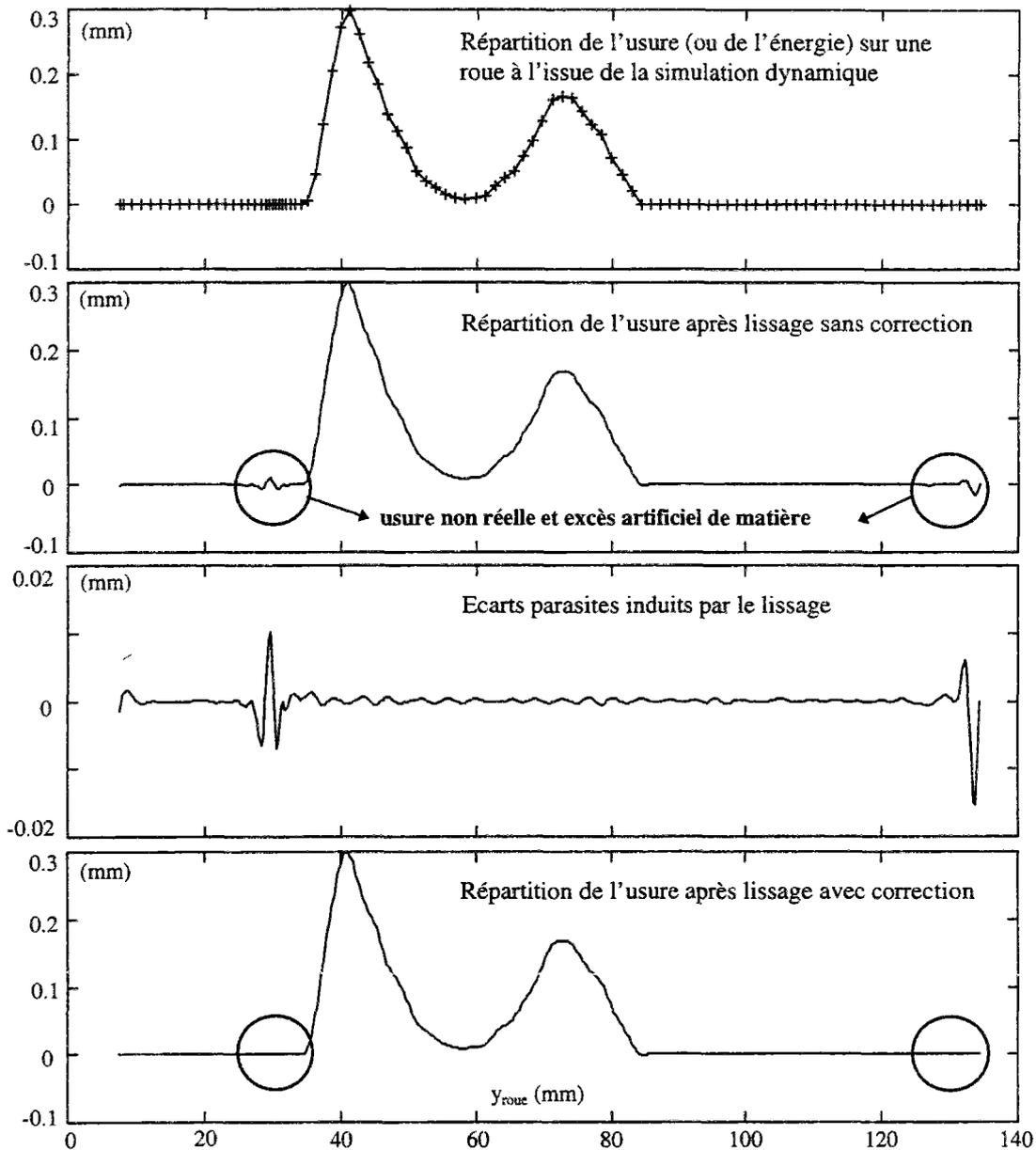


Figure 2-6 : Exemple d'application de la méthode de lissage sur un profil de roue.

Nous avons développé plusieurs programmes informatiques dans l'environnement MATLAB<sup>®</sup> permettant d'automatiser les pas d'usures. Ces programmes permettent d'exécuter séquentiellement les quatre modules des codes "VOCO" (§ I.7.), de récupérer toutes les répartitions d'énergies des pas d'usure précédentes pour calculer le (ou les) profil usé. Le lissage des profils est effectué selon la méthode décrite ci-dessus.

## II.4. Calcul des efforts tangentiels et de l'énergie de glissement.

Après avoir identifié les paramètres fonctionnels du contact (module 1, § I.4.), les codes "VOCO" utilisent l'algorithme "FASTSIM" pour calculer les efforts tangentiels de contact à chaque pas d'intégration du calcul dynamique. Le principe de "FASTSIM" a été publié par Kalker avec le code FORTRAN [KALKER 82] en 1982, avec une distribution parabolique de la pression normale. Pascal a montré qu'une distribution elliptique de Hertz, donnait des efforts plus conformes à ceux du code "CONTACT", cette distribution est adoptée définitivement dans la version de "FASTSIM" à l'INRETS. En 1992, Sauvage a apporté une modification à "FASTSIM" permettant le calcul de l'énergie dissipée au contact et a comparé les résultats à ceux du code "CONTACT" [SAUVAGE 92]. En nous appuyant sur [SAUVAGE 92], nous avons modifié "FASTSIM" au sein des codes "VOCO" pour calculer l'énergie dissipée, au centre du contact équivalent, à chaque pas d'intégration du calcul dynamique. Nous avons également apporté aux codes "VOCO" les modifications nécessaires à la répartition de cette énergie sur les ellipses élémentaires et à leur étalement sur les zones des profils (en général sur une zone centrale et trois zones latérales).

L'algorithme "FASTSIM" est une concrétisation de la théorie simplifiée du contact roulant (§ I.2.2.), s'appuyant sur l'hypothèse de Hertz, la loi de frottement de Coulomb et l'hypothèse de proportionnalité entre les déplacements élastiques et les contraintes tangentielles dans la zone de contact. Cette dernière hypothèse simplifie considérablement la résolution du problème tangentiel du contact roulant. En toute rigueur, la proportionnalité est assurée entre les contraintes tangentielles et les déformations d'après la loi de Hooke, les déplacements sont alors liés aux contraintes tangentielles par les relations intégrales dérivant de la théorie de l'élasticité. Ceci complique la résolution du problème de contact et augmente sensiblement les temps de calcul par rapport à la théorie simplifiée. En effet, considérons le côté droit d'un essieu roulant sur une voie avec des contacts elliptiques à gauche et à droite (contact hertzien ou ellipse équivalente) (Figure 2-7) et écrivons le système d'équations à résoudre pour le calcul des efforts tangentiels :

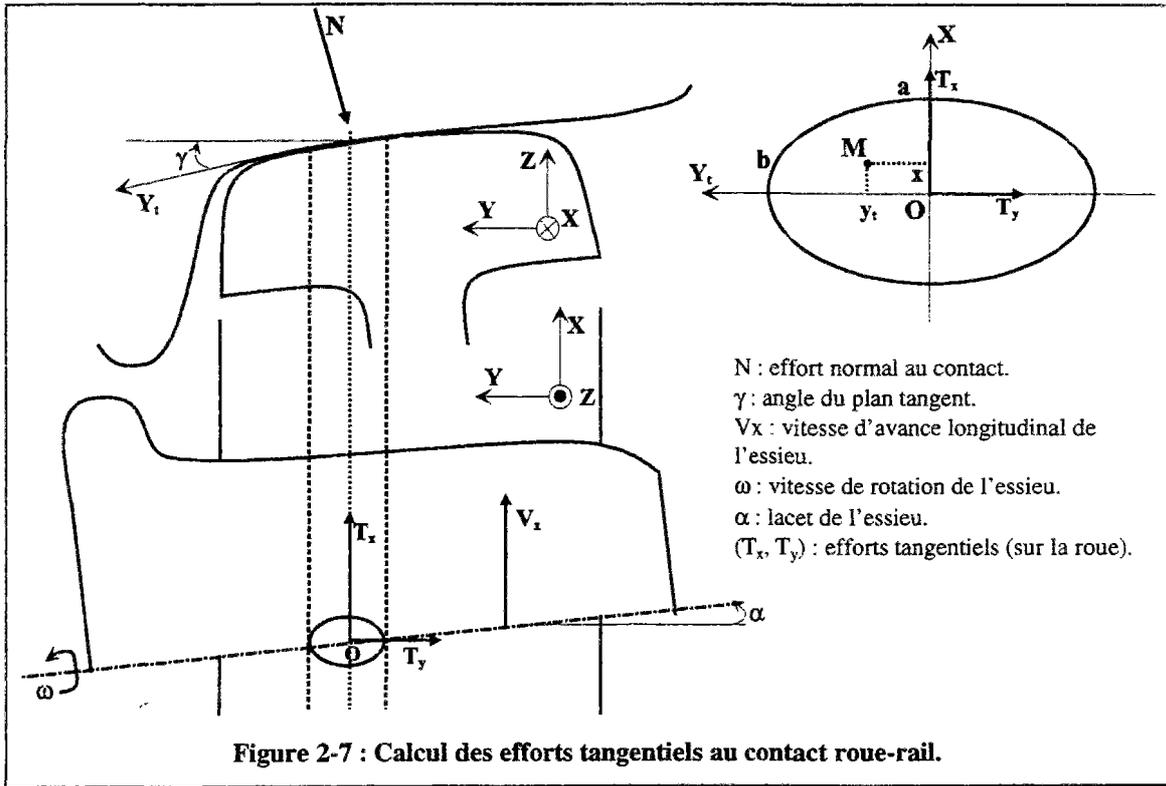


Figure 2-7 : Calcul des efforts tangentiels au contact roue-rail.

Au paragraphe I.3., nous avons rappelé les expressions, au point O, du taux de glissement  $\vec{G}$  et du taux de pivotement  $\vec{\Omega}_p$  pour un essieu réel {E 1-12} :

$$\vec{G} = \begin{Bmatrix} v_x \\ v_y \\ 0 \end{Bmatrix} ; v_x : \text{le taux glissement longitudinal et } v_y : \text{le taux glissement latéral.}$$

$$\vec{\Omega}_p = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \phi \end{Bmatrix} ; \phi : \text{le spin ( ou taux de pivotement).}$$

La mise en équation du problème tangentiel traduit le fait qu'en tout point M (x, y) de l'ellipse de contact, le glissement total  $\vec{W}$  est la différence entre le glissement rigide induit par le torseur  $(\vec{G}, \vec{\Omega}_p)$  et la partie compensée par les déplacements élastiques relatifs des solides  $\vec{U}$  (différence entre les déplacements du point de la roue et celui du rail). Dans le cas du roulement stationnaire et sachant que l'évolution de la zone de contact s'effectue suivant la direction longitudinale (X), on a :

$$\vec{W} = V_x \cdot \left( \vec{G} + \vec{\Omega}_p \wedge \vec{OM} - \frac{\partial}{\partial X} \vec{U} \right) \quad \{E 2-3\}$$

Le mouvement reste dans le plan (X, Y<sub>t</sub>), la composante normale est donc nulle. L'équation {E 2-3} donne le système d'équations {E 2-4} décrivant le problème tangentiel :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{W_x}{V_x} = v_x - y_t \cdot \phi - \frac{\partial U_x}{\partial x} \\ \frac{W_y}{V_x} = v_y + x \cdot \phi - \frac{\partial U_y}{\partial x} \end{array} \right. \quad \{E 2-4\}$$

La résolution du système {E 2-5} nécessite d'abord une relation entre les déplacements  $\vec{U}$  et les contraintes tangentielles  $\vec{t}$ . Si on utilise les relations dérivant de la théorie de l'élasticité, on obtient la théorie dite complète. La résolution dans ce cas est longue et fastidieuse, les déplacements en un point du contact dépendent de toute la distribution des contraintes dans la zone de contact. Sachant que les aciers des roues et des rails ont les mêmes caractéristique élastiques, ces relations s'écrivent sous la forme :

$$\left\{ \begin{array}{l} U_x = \frac{1}{\pi G} \cdot \iint_{\text{contact}} \left[ \left( \frac{1-v}{\rho} + \frac{v \cdot (x-\xi)^2}{\rho^3} \right) \cdot t_x + \frac{v \cdot (x-\xi) \cdot (y_t - \eta)}{\rho^3} \cdot t_y \right] d\xi d\eta \\ U_y = \frac{1}{\pi G} \cdot \iint_{\text{contact}} \left[ \left( \frac{1-v}{\rho} + \frac{v \cdot (y-\eta)^2}{\rho^3} \right) \cdot t_y + \frac{v \cdot (x-\xi) \cdot (y_t - \eta)}{\rho^3} \cdot t_x \right] d\xi d\eta \end{array} \right. \quad \{E 2-5\}$$

G : module de cisaillement ; v : coefficient de poisson ;  $\rho = \sqrt{(x-\xi)^2 + (y_t - \eta)^2}$

Kalker a réduit la complexité du problème en proposant la théorie simplifiée [KALKER 82], dont le principe est d'écrire la proportionnalité entre les déplacements et les contraintes. Le coefficient de proportionnalité L est appelé flexibilité, le système {E 2-4} est alors équivalent à :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{W_x}{L \cdot V_x} = \frac{v_x}{L} - y_t \cdot \frac{\phi}{L} - \frac{\partial t_x}{\partial x} \\ \frac{W_y}{L \cdot V_x} = \frac{v_y}{L} + x \cdot \frac{\phi}{L} - \frac{\partial t_y}{\partial x} \end{array} \right. \quad \{E 2-6\}$$

Afin de respecter les résultats de la théorie linéaire, Kalker propose l'approximation de {E 2-6} sous la forme :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{W_x}{L \cdot V_x} = \frac{v_x}{L_1} - y_t \cdot \frac{\phi}{L_3} - \frac{\partial t_x}{\partial x} \\ \frac{W_y}{L \cdot V_x} = \frac{v_y}{L_2} + x \cdot \frac{\phi}{L_3} - \frac{\partial t_y}{\partial x} \end{array} \right. \quad \{E 2-7\}$$

$(L_1, L_2, L_3)$  sont identifiés en écrivant l'égalité entre les efforts calculés par {E 2-7} avec  $(\vec{W} = \vec{0})$  et ceux de la théorie linéaire donnés par {E 2-8} :

$$\left\{ \begin{array}{l} T_x = \iint_{\text{contact}} t_x(\xi, \eta) d\xi d\eta = -G \cdot a \cdot b \cdot C_{11} \cdot v_x \\ T_y = \iint_{\text{contact}} t_y(\xi, \eta) d\xi d\eta = -G \cdot a \cdot b \cdot (C_{22} \cdot v_y + C_{23} \cdot \sqrt{a \cdot b} \cdot \phi) \end{array} \right. \quad \text{{E 2-8}}$$

Les coefficients  $(C_{ij})$  dépendent de l'excentricité de l'ellipse et du coefficient de poisson, ils sont tabulés dans plusieurs publications dont [KALKER 79, 90, 91a]. On obtient ainsi les expressions des coefficients  $(L_1, L_2, L_3)$  :

$$L_1 = \frac{8 \cdot a}{3 \cdot G \cdot C_{11}} ; L_2 = \frac{8 \cdot a}{3 \cdot G \cdot C_{22}} ; L_3 = \frac{\pi \cdot a}{4 \cdot G \cdot C_{23}} \cdot \sqrt{\frac{a}{b}} \quad \text{{E 2-9}}$$

La valeur de  $L$  peut être choisie parmi les deux expressions suivantes, la première étant celle utilisée dans la version de "FASTSIM" à l'INRETS :

$$L = L_1 \text{ ou } L = \frac{|v_x| \cdot L_1 + |v_y| \cdot L_2 + \sqrt{a \cdot b} \cdot |\phi| \cdot L_3}{\sqrt{v_x^2 + v_y^2 + a \cdot b \cdot \phi^2}} \quad \text{{E 2-10}}$$

En définitive, le système à résoudre {E 2-7} s'écrit sous la forme simple suivante :

$$\vec{w}(x, y_t) = \vec{s}(x, y_t) - \frac{\partial}{\partial x} \vec{t}(x, y_t) \quad \text{{E 2-11}}$$

L'intégration au premier ordre s'effectue en découpant l'aire de contact en rectangles  $(dx, dy_t)$  et en supposant que la pression normale  $P(x, y_t)$  est constante sur chacun d'eux, la distribution de la pression étant elliptique et la loi de frottement est celle de Coulomb :

$$P(x, y_t) = \frac{3 \cdot N}{2 \cdot \pi \cdot a \cdot b} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2 - \left(\frac{y_t}{b}\right)^2} \quad \text{{E 2-12}}$$

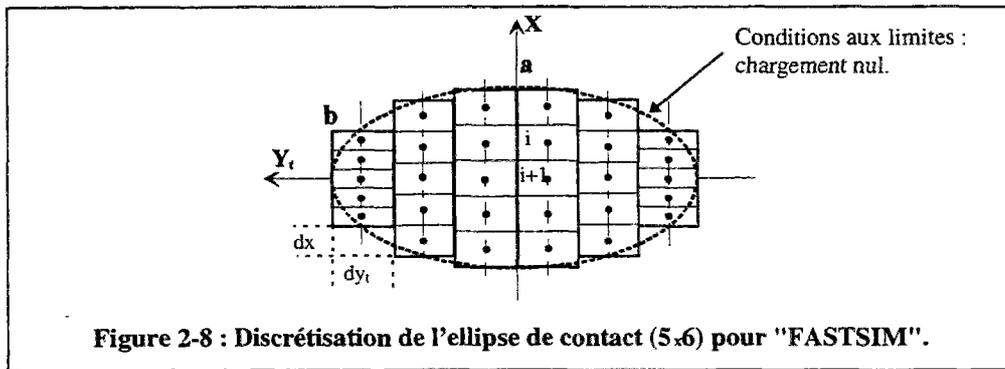


Figure 2-8 : Discretisation de l'ellipse de contact (5x6) pour "FASTSIM".

Connaissant  $\vec{t}_i$  à l'élément de surface (i) (Figure 2-8), on peut calculer  $\vec{t}_{i+1}$  à l'élément de surface (i+1) par intégration au premier ordre de {E 2-11} :

$$\begin{aligned} dx_i \cdot \vec{w}_{i+1} &= dx_i \cdot \vec{s}_{i+1} + \vec{t}_{i+1} - \vec{t}_i \\ \Leftrightarrow \frac{dx_i}{L \cdot V_x} \cdot \vec{W}_{i+1} &= \vec{t}_{i+1} - \vec{t}_h ; \text{ avec } \vec{t}_h = \vec{t}_i - dx_i \cdot \vec{s}_{i+1} \end{aligned}$$

Soit en notant :

- $\mu$  : le coefficient de frottement
- $P_{i+1}$  : la pression normale sur l'élément (i+1)
- $PUI_{i+1}$  : la puissance dissipée à l'élément (i+1)

<p>Si <math>\ \vec{t}_h\  \leq \mu \cdot P_{i+1} \Rightarrow \vec{t}_{i+1} = \vec{t}_h ; \vec{W}_{i+1} = \vec{0} ; PUI_{i+1} = 0</math> Adhérence</p>	{E 2-13}
<p>Si <math>\ \vec{t}_h\  &gt; \mu \cdot P_{i+1} \Rightarrow \left\{ \begin{aligned} \vec{t}_{i+1} &amp;= \frac{\mu \cdot P_{i+1}}{\ \vec{t}_h\ } \cdot \vec{t}_h \\ \vec{W}_{i+1} &amp;= \frac{L \cdot V_x}{dx_i} \cdot \left( \frac{\mu \cdot P_{i+1}}{\ \vec{t}_h\ } - 1 \right) \cdot \vec{t}_h \end{aligned} \right.</math> Glissement</p>	
<p><math>PUI_{i+1} = L \cdot V_x \cdot \mu \cdot P_{i+1} \cdot \left( \mu \cdot P_{i+1} - \ \vec{t}_h\  \right) \cdot dy_t</math></p>	

Les efforts tangentiels et la puissance dissipée sont ensuite calculés par une sommation sur l'ensemble des éléments de l'ellipse de contact :

$\vec{T} = \begin{Bmatrix} T_x \\ T_y \end{Bmatrix} = \sum_{\text{contact}} \sum dx_i \cdot dy_t \cdot \vec{t}_i$	{E 2-14}
$PUI = \sum_{\text{contact}} \sum PUI_i$	

A chaque pas d'intégration du calcul dynamique, l'énergie dissipée au contact est obtenue par le produit de la puissance (PUI) par l'incrément de temps ( $\Delta t$ ). Un exemple d'application est représenté sur la figure 2-9. Il s'agit d'un chargement typique, composé par le passage successif des deux ellipses sur le rail, isolé lors de l'étude relative au "Squat" [AKNIN 96]. Les distributions des contraintes tangentiels servent actuellement au modèle de fatigue de contact du Laboratoire de Mécanique des Solides à l'école polytechnique.

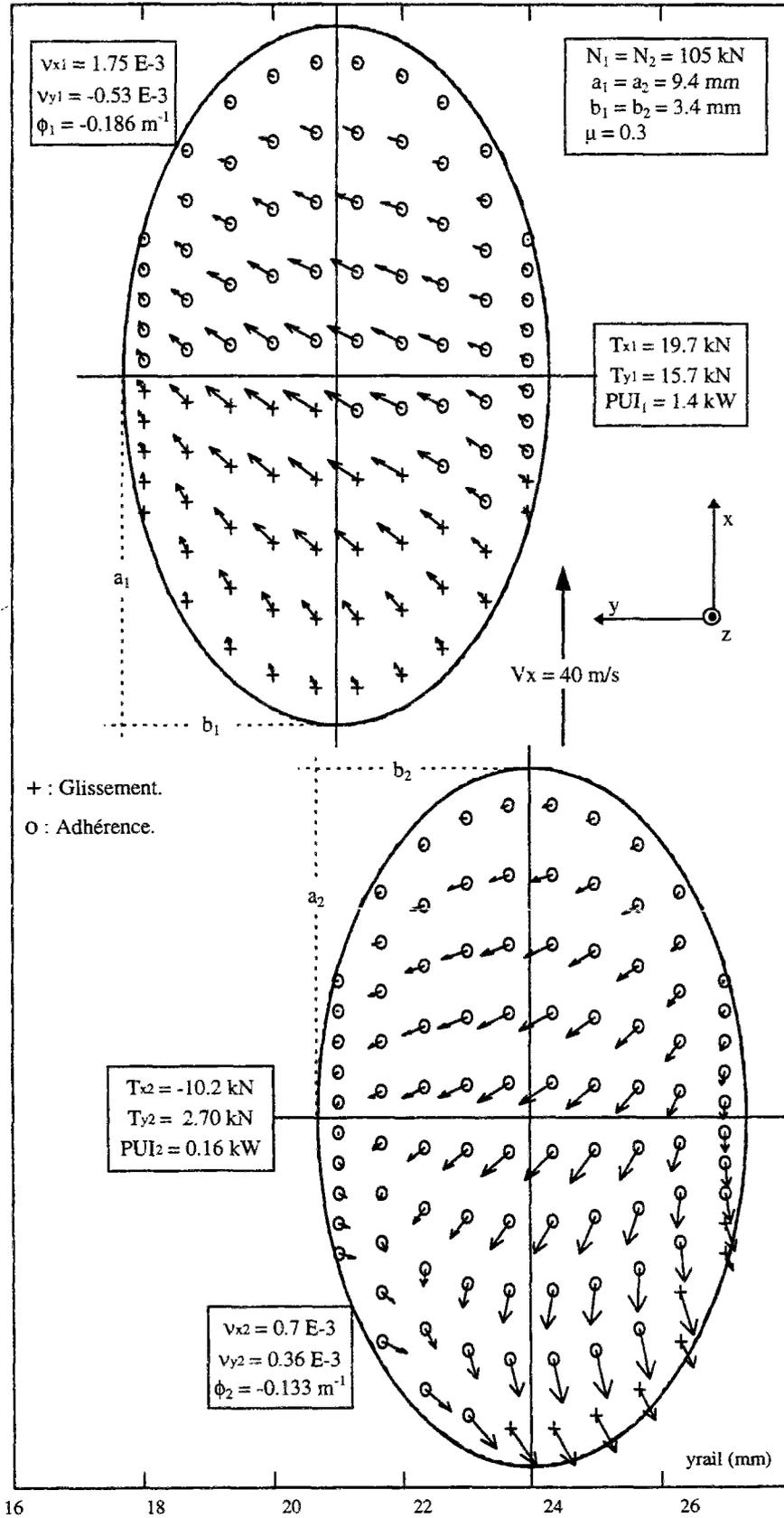


Figure 2-9 : Exemple de distributions des contraintes tangentiels par "FASTSIM" (10x10).

## II.5. Validations du modèle de l'usure transverse des profils.

Afin de valider l'ensemble du modèle par comparaison de profils réels usés et des profils calculés selon la méthode proposée, nous avons mis en oeuvre le modèle d'usure sur deux applications correspondant à la simulation de cas réels différents. Le choix des applications a été effectué en fonction de la précision des données dont nous avons disposé et de l'intérêt pratique qu'elles présentent.

La première application concerne les roues d'un wagon à essieux, du type G69, modèle courant à la SNCF, le profil usé commun aux quatre roues de ce wagon a été mesuré en 1993 dans le cadre d'une étude de déraillement<sup>5</sup>. A l'issue de cette étude de déraillement, nous avons pu disposer d'un modèle précis du wagon et des données géométriques d'un tronçon de voie réelle de 3 km de long composé de quatre courbes alternées d'environ 500 m de rayon dont les rails de file haute avaient atteint le profil d'équilibre ; cette voie avec ses rails a permis de composer une voie équivalente au sens de l'usure des roues (§ II.2.).

La deuxième application concerne deux combinaisons de profils de rails d'une même zone d'essai, cette zone a été définie et mise en place par la SNCF en 1993 dans le cadre d'une étude de "Squat". La voie, située au PK 130 de la ligne Paris-Strasbourg, est en alignement et comprend plusieurs sections avec différentes nuances d'aciers de rail. Le suivi d'usure, effectué par l'équipe du LTN sur une période d'un an, nous a permis de sélectionner une première combinaison relevée sur une section où l'acier est en nuance 700 et une deuxième combinaison relevée pour une section où l'acier est en nuance 900A. Disposant des profils initiaux et de ceux mesurés un an plus tard et d'une valeur précise du tonnage sur la voie (17 millions de tonnes), nous avons retrouvé, à partir des énergies calculées, des valeurs du coefficient de proportionnalité (usure-énergie de glissement) proches de celui proposé par Kalker dans [KALKER 91b] ( $1.59 \text{ E-}13 \text{ m}^3/\text{J}$ ). La démarche adoptée dans cette partie pourrait être envisagée pour déterminer des valeurs des coefficients de proportionnalité (usure-énergie de glissement) pour des aciers de duretés différentes. Nous avons en plus retrouvé par simulation les usures dissymétriques des rails droit et gauche relevées sur site, qui ont pu être attribuées à la dissymétrie initiale des profils provenant, à notre avis, des trains de laminage lors de la mise en forme des rails.

---

<sup>5</sup> Il s'agit d'un déraillement réel d'un wagon céréalier qui a eu lieu le 16 Mars 1992 à Aix les Bains [PASCAL 93b, 94a]. Le profil des roues n'est pas la cause de ce déraillement.

### II.5.1. Application à un wagon G69.

Dans cette application, la voie de 3 km de long est composée de quatre courbes alternées. Les caractéristiques de la voie, mesurées par la voiture Mauzin et traitées pour servir aux calculs dynamiques, sont présentées sur les figures (2-10, 2-11, 2-12).

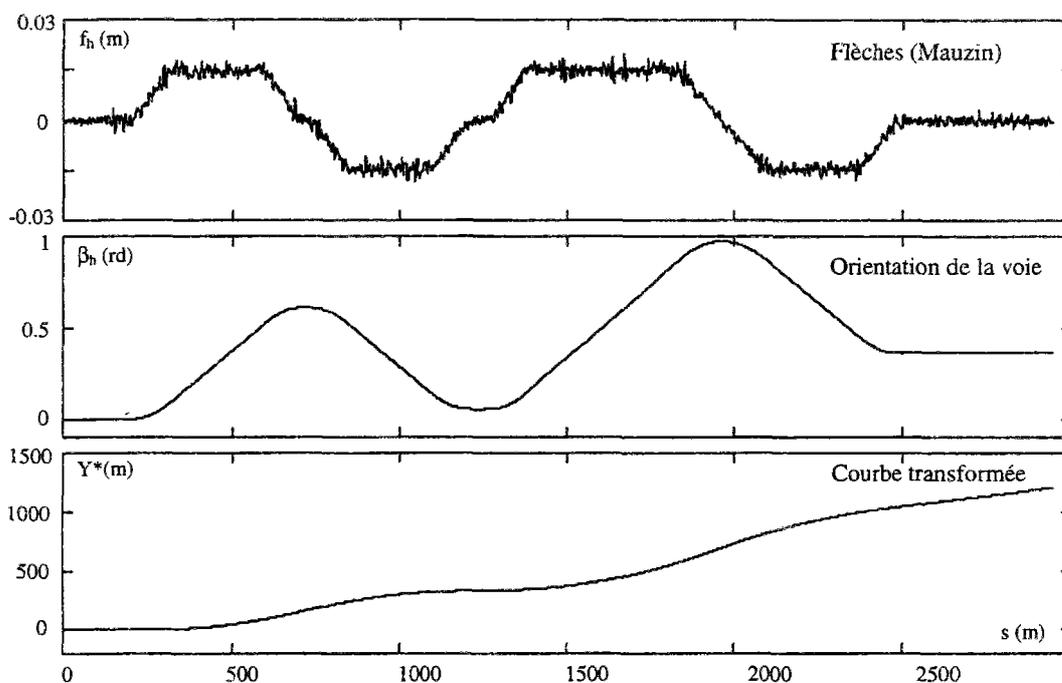


Figure 2-10 : Tracé horizontal de la voie d'Hirson.

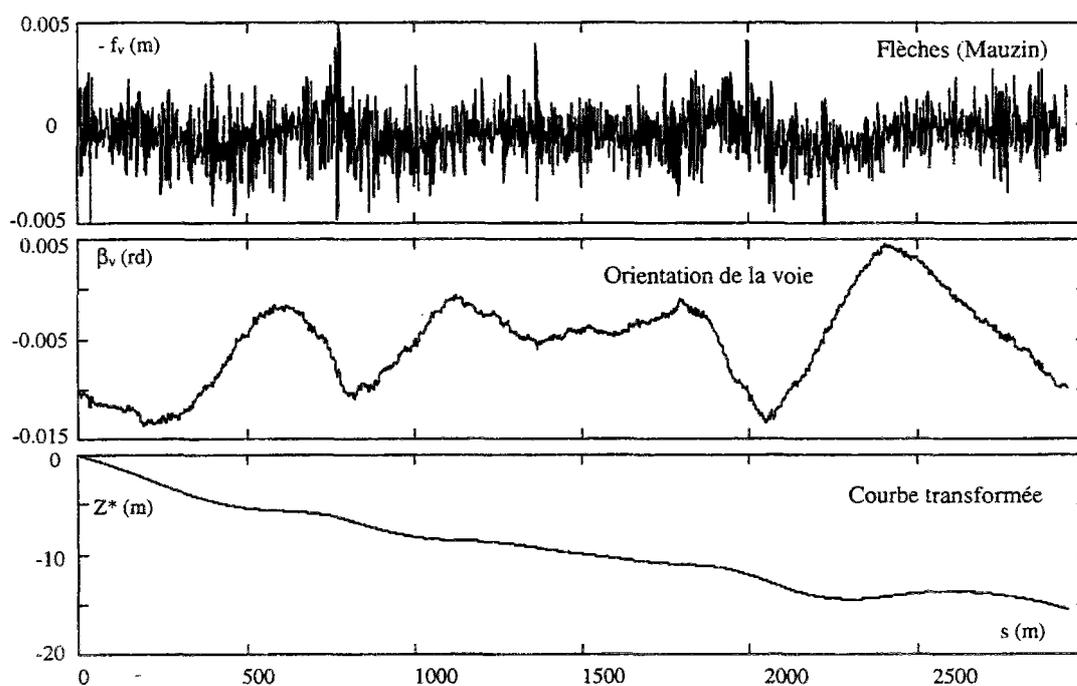


Figure 2-11 : Tracé vertical de la voie d'Hirson.

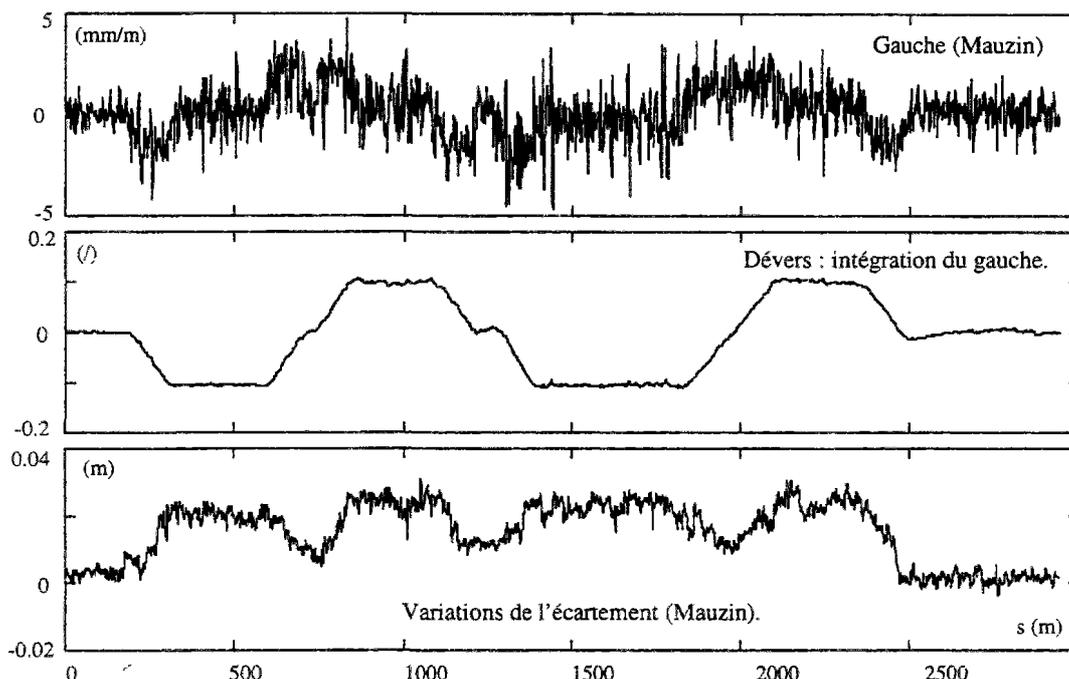


Figure 2-12 : Gauche, dévers et écartement de la voie d'Hirson.

Les flèches ( $f_h$ ,  $f_v$ ) sont la moyenne des flèches mesurées sur les deux files de rail, les angles ( $\beta_h$ ,  $\beta_v$ ) définissant les orientations de la voie et les courbes transformées ( $Y^*$ ,  $Z^*$ ) sont obtenus par intégrations des courbures approximatives ( $\tilde{C}_h$ ,  $\tilde{C}_v$ ) (§ I.6.) :

$\tilde{C}_h(s) = f_h(s) \cdot \frac{2}{l^2}$	$\tilde{C}_v(s) = f_v(s) \cdot \frac{2}{l^2}$	$l = 5 \text{ m pour la Mauzin}$	{E 2-15}
$\beta_h(s) = \int_0^s \tilde{C}_h(u) du$	$\beta_v(s) = \int_0^s \tilde{C}_v(u) du$		
$Y^*(s) = \int_0^s \beta_h(u) du$	$Z^*(s) = \int_0^s \beta_v(u) du$		

La double intégrale des courbures approximatives, obtenues en divisant les flèches brutes par  $12.5 \text{ m}^2$ , conduit à une géométrie de voie où les défauts de faible longueur d'onde ( $< 20 \text{ m}$ ) ne sont pas correctement représentés. Ceci est dû à la fonction de transfert ( $G_m$ ) entre les courbures réelles ( $C$ ) et les flèches ( $f$ ) mesurées par la voiture Mauzin. Or, si cette fonction ( $G_m$ ) n'est pas calculable analytiquement, une autre fonction ( $G_c$ ), entre les mêmes courbures réelles ( $C$ ) et les flèches ( $F$ ) qu'on mesurerait sur la "courbe transformée", a été identifiée par un raisonnement géométrique dans [SAUVAGE 95] et retrouvée rigoureusement dans [AKNIN 95] qui a borné l'erreur introduite par l'utilisation de la fonction ( $G_c$ ) à la place de la fonction ( $G_m$ ). Il a montré que l'erreur est négligeable pour les

applications ferroviaires. Dans la suite de l'exposé on admettra que les flèches (f) et (F) sont identiques.

Soit, en notant ( $\lambda$ ) les longueurs d'ondes des défauts :

$$C \longrightarrow \boxed{\frac{Gc}{2} \left( \frac{\text{Sin}(\pi \cdot l/\lambda)}{\pi \cdot l/\lambda} \right)^2} \longrightarrow f$$

Le déphasage de la fonction (Gc) est nul, son module normalisé par 12.5 m<sup>2</sup> est reporté sur la figure 2-13 en fonction de ( $\lambda$ ) ; on peut clairement voir que pour ( $\lambda > 20$  m) le gain de la fonction est quasiment égale à l'unité. La double intégrale des flèches, divisées par 12.5 m<sup>2</sup>, donne alors une bonne reproduction des défauts réels de longueur d'onde supérieure à 20 m. Par contre, une correction est nécessaire pour les défauts de longueur d'onde inférieure à 20 m. Les annulations du module de la fonction (Gc) sont dues au système de mesure consistant à relever la flèche au centre d'une règle rigide de (10m) de longueur, ces annulations ont lieu pour les valeurs de ( $\lambda$ ) vérifiant la relation {E 2-16} :

$$\lambda = \frac{l}{i} ; i : \text{entier naturel} ; l = 5 \text{ m} \quad \{E 2-16\}$$

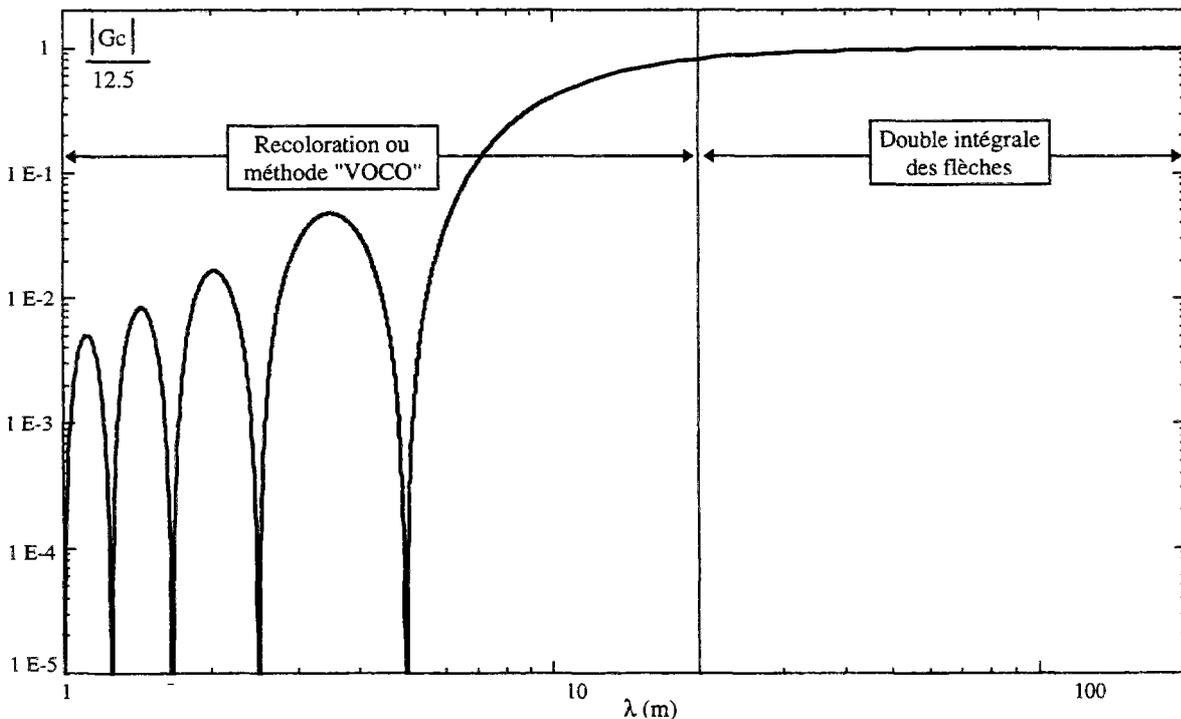
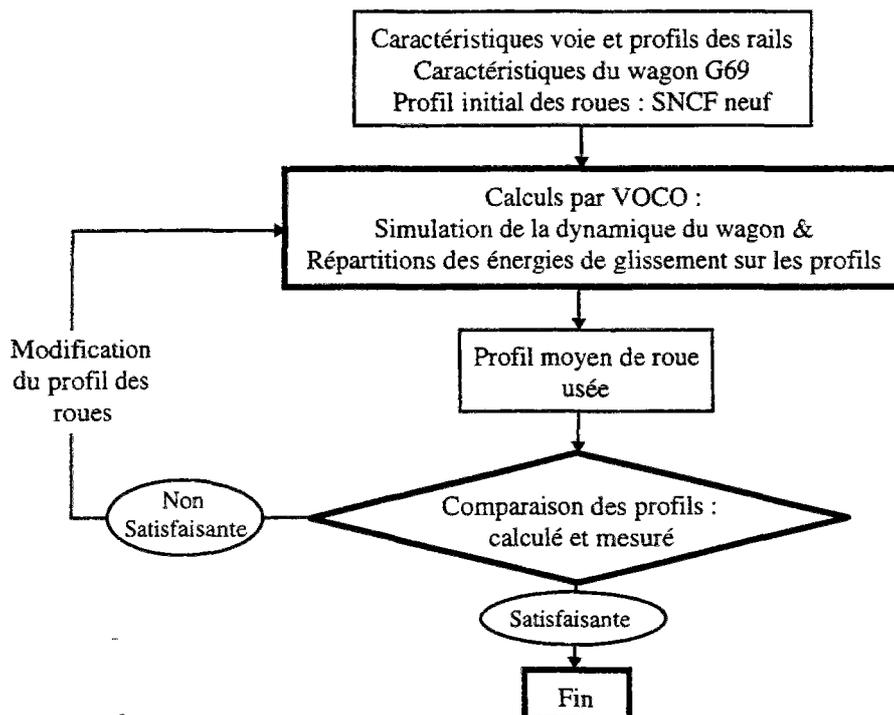


Figure 2-13 : Module de la fonction de transfert (courbure - flèche) de la voiture Mauzin.

Pour remédier à cet inconvénient, on peut envisager une recoloration des signaux mesurés ([AKNIN 95], [SAUVAGE 95]) ou la méthode "VOCO" utilisée dans notre application. Cette méthode consiste à appliquer un filtre passe haut au signal des flèches, le signal ainsi obtenu (courtes longueurs d'onde) est ajouté à la géométrie de la voie sous forme de dressage en horizontal et de nivellement en vertical. Du point de vue de la dynamique des véhicules, la recoloration et la méthode "VOCO" conduisent à des résultats très proches.

Le véhicule ayant servi aux simulations est un wagon à deux essieux du type G69, avec amortissement par frottements secs, ses caractéristiques (masses, inerties, raideurs, dimensions, ...) sont fournies en annexe A 2-1. La simulation de l'usure de la roue moyenne est effectuée selon l'organigramme général ci-dessous. A chaque pas d'usure (ou itération), on obtient, entre autres, quatre répartitions des énergies de glissement sur les quatre roues du wagon. La roue moyenne usée est calculée avec la moyenne des quatre répartitions d'énergie, en affectant une usure de 0.1 mm à la zone de la roue où l'énergie est maximale (§ II.2.), la roue initiale étant un profil SNCF neuf. Deux combinaisons de profils de rails mesurés sur deux sites différents ont été alternées lors des itérations, trois valeurs de la vitesse d'avance du véhicule ont été utilisées (80, 90, 110) km/h. Ces deux dernières dispositions nous ont permis de mieux approcher la réalité, à savoir que la vitesse d'un véhicule n'est jamais constante sur l'ensemble du réseau et les profils des rails de file basse peuvent être variables. Chaque pas d'usure a nécessité 5 heures de calculs sur un PC 486 (1993), soit 500 heures de calculs pour obtenir le profil final :



A l'issue des 100 itérations, le nombre de résultats (mouvements dynamiques, répartition des énergies) est très grand. Les résultats que nous avons sélectionnés et représentés sur les figure (2-14, 2-15, 2-16), nous semblent les mieux adaptés pour donner une idée claire de l'évolution du profil moyen. Le premier graphe de la figure 2-14 représente l'évolution, en fonction du numéro de l'itération (j), de la distance (Dis) à parcourir par la véhicule pour avoir effectivement une usure maximale de 0.1 mm. Cette distance est calculée à chaque itération par :

$$\text{Dis}(j) = D_{\text{sim}} \cdot \frac{U_{\text{max}} \cdot dS}{k \cdot Wf_{\text{max}}(j)} \quad \{E 2-17\}$$

$D_{\text{sim}}$  : Distance parcourue pendant la simulation ;  $U_{\text{max}} = 0.1 \text{ E-3 m}$  (pour les roues);  $dS$  : surface élémentaire des zones sur la roue ( $\sim 4\text{E-3 m}^2$ ) ;  $k = 1.59 \text{ E-13 m}^3/\text{J}$  ;  $Wf_{\text{max}}(j)$  : énergie cumulée sur la zone la plus usée.

Le deuxième graphe de la figure 2-14 représente l'évolution de l'énergie totale dissipée au contact (Wf). La localisation sur la roue de l'énergie maximale (respectivement sa valeur) est représentée sur le troisième (respectivement le quatrième) graphe. Les figures (2-15, 2-16) sont deux façons différentes de représenter l'évolution des usures et des profils usés, ainsi que la comparaison des résultats de calculs aux mesures. Les usures sur la figure (2-16) sont amplifiées deux fois pour qu'elles soient visibles à l'échelle de la figure.

La comparaison des usures calculée et mesurée (Figure 2-15) constitue, à notre avis, une validation de l'ensemble du modèle ; nous avons retrouvé, par simulation, le profil mesuré à moins de 7% (écart relatif maximal à  $y_{\text{roue}} = 44 \text{ mm}$ ). Il est difficile d'affirmer que les profils transitoires, calculés lors des itérations, sont réellement ceux que la roue a connus. Cependant, l'évolution de l'emplacement de l'énergie maximale sur la roue, qui donne une idée de l'élargissement de la bande de roulement, ainsi que les faibles oscillations des usures calculées, nous semblent décrire une évolution logique du profil. Il nous paraît difficilement envisageable qu'une usure réelle transitoire, à un instant donné, soit fondamentalement différente de celle calculée. En plus, les distances calculées (Dis) rentrent parfaitement dans les ordres de grandeurs connus dans le domaine ferroviaire, l'expérience montre que 1 mm d'usure maximale sur une roue est obtenue au bout d'environ  $1\text{E5 km}$ . Enfin, on peut nettement distinguer les deux phases principales d'un mécanisme d'usure abrasive à travers l'évolution de la distance (Dis) (ou de l'énergie totale dissipée (Wf)). A savoir, une première phase agressive liée à la différence des profils, suivie d'une deuxième phase de stabilisation progressive annonçant la conformation des profils.

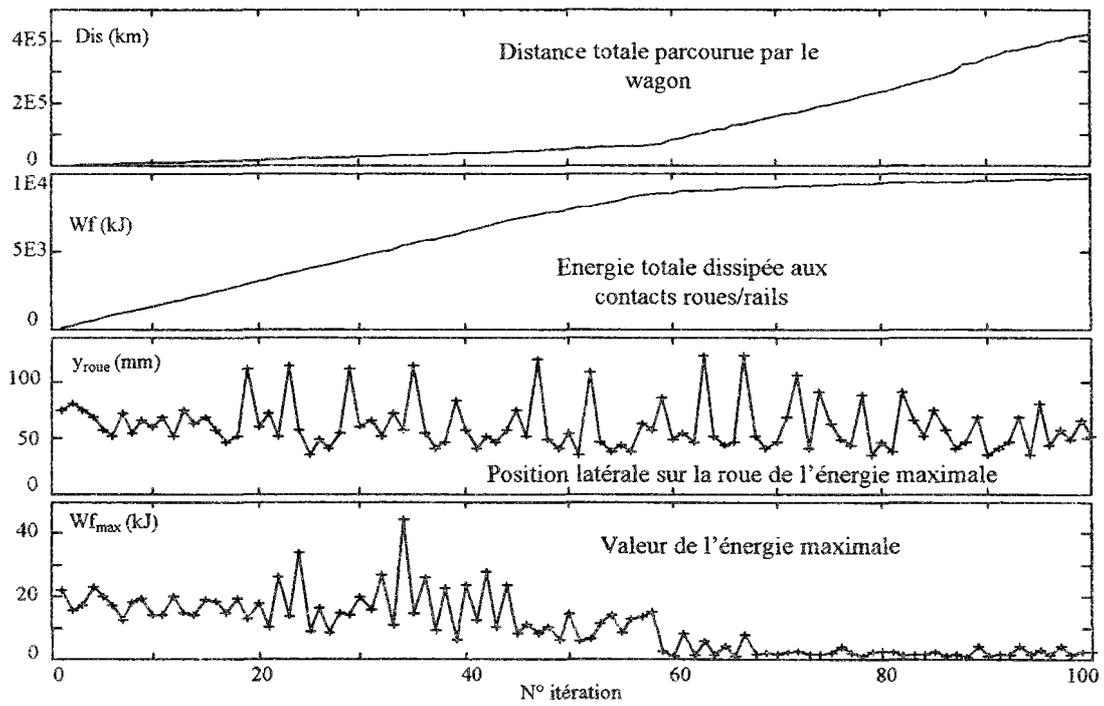


Figure 2-14 : Résultats des simulations : énergies et distances à parcourir.

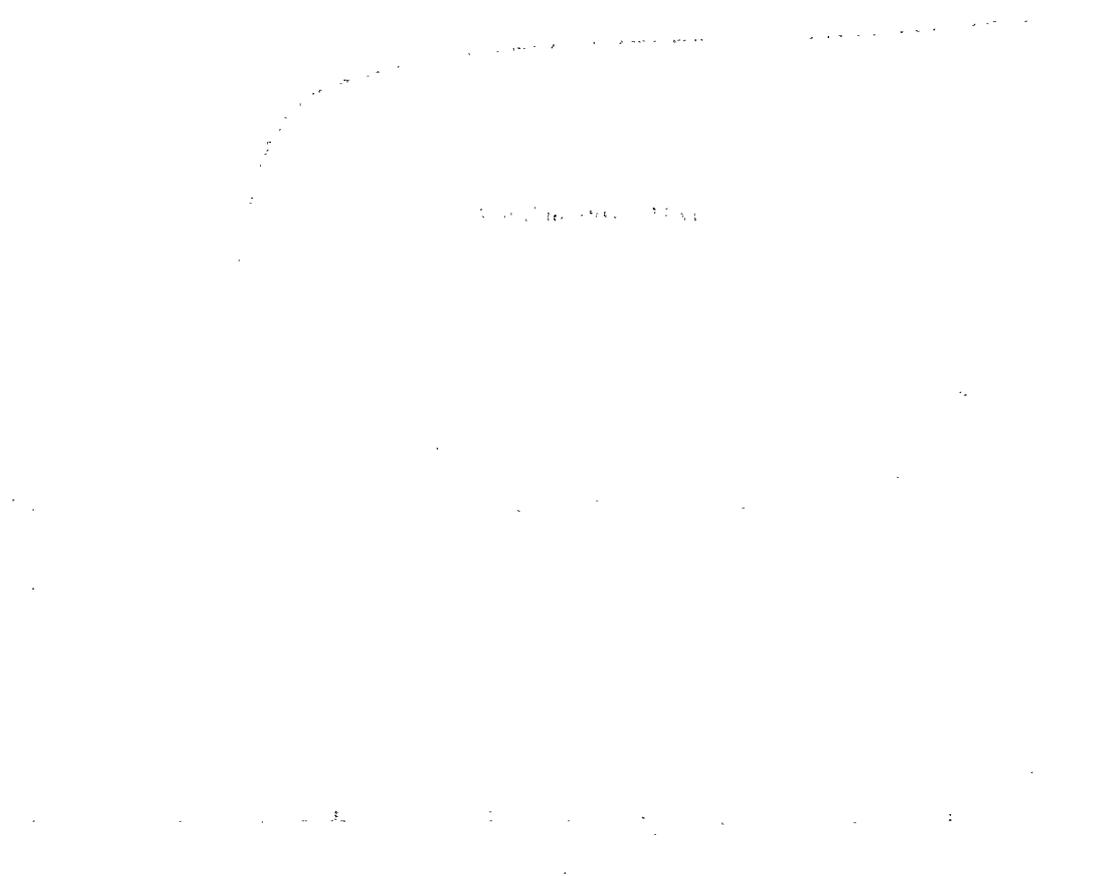


Figure 2-15 : Usure (x1) de la roue du wagon G69.

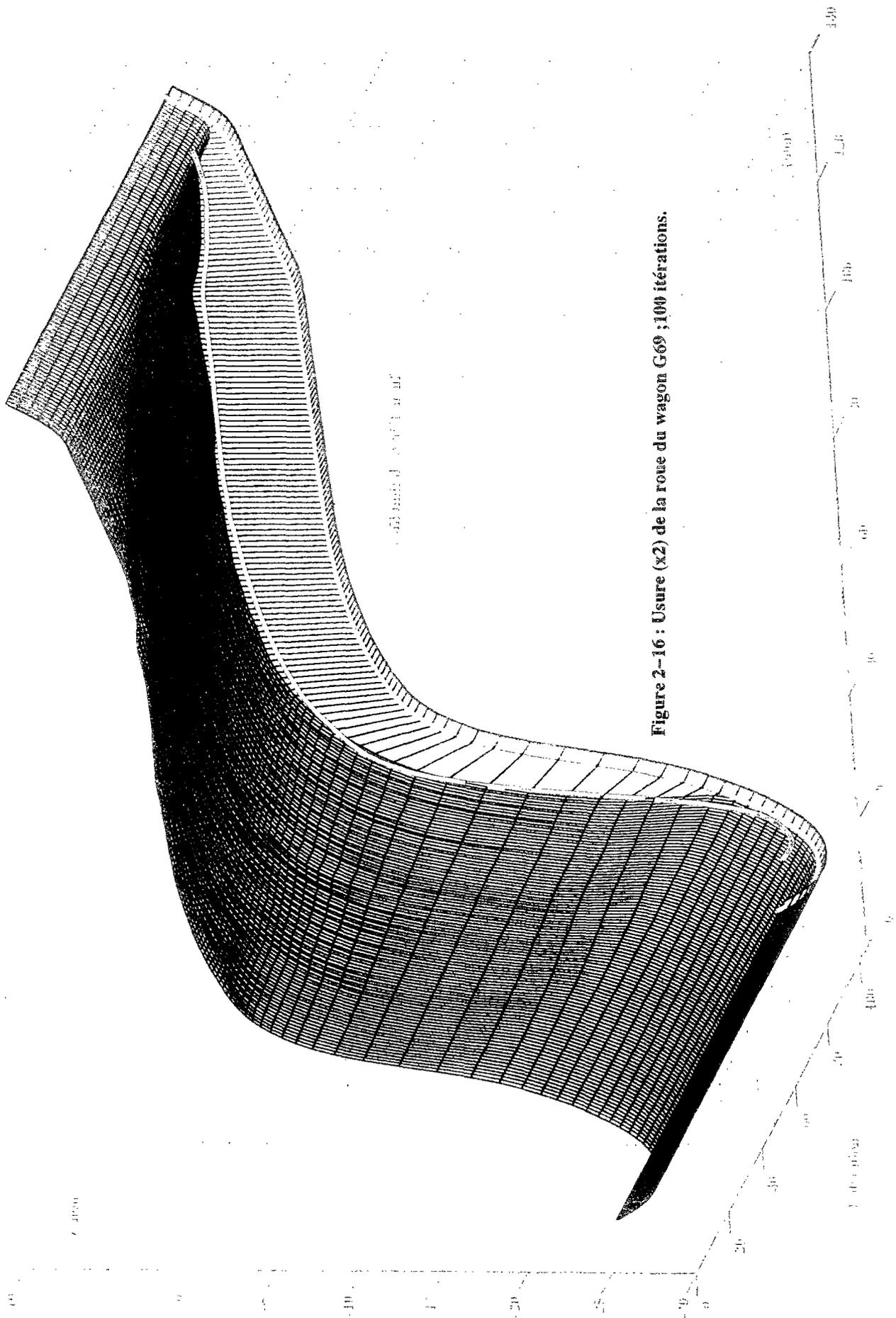


Figure 2-16 : Usure (x2) de la roue du wagon G69 ; 100 itérations.

## II.5.2. Application aux rails d'Epernay.

Cette deuxième application concerne l'usure régulière des profils de rails d'une zone test située au PK 130 de la ligne Paris-Strasbourg. Cette zone a été définie et mise en place par la SNCF en 1993 dans le cadre d'une étude de "Squat" (fissures de fatigue apparaissant sur la table de roulement des rails dans des sections en alignement). La voie est en alignement et comprend plusieurs sections avec différentes nuances d'aciers de rail. Le suivi d'usure effectué par l'équipe du LTN sur une période d'un an, nous a permis de sélectionner deux combinaisons de profils (gauche et droit) relevées pour deux sections de nuances d'acier différentes (700 et 900A) (Figure 2-17). Nous avons choisi cette application non seulement pour la validation de notre modèle d'usure, mais aussi pour trois autres motifs principaux. Le premier centre d'intérêt concerne la forme des usures de rails au voisinage de leur joue active (Figure 2-17), cette forme a souvent été attribuée à des mécanismes de déformations plastiques. Nous montrerons que l'hypothèse d'usure abrasive, en liaison avec un modèle de contact élastique, permet de retrouver ces déformations par les simulations. Le second motif d'intérêt est lié à l'explication de l'énigme posée par les usures dissymétriques des rails sur une voie en alignement<sup>6</sup> ; nous montrerons qu'une légère dissymétrie des profils initiaux, provenant des trains de laminage, liée à une mise en voie des rails des files de droite et de gauche sans retournement, est à l'origine de ces usures dissymétriques. Enfin, disposant de ces relevés d'usure et d'une valeur du tonnage sur la voie (17 millions de tonnes), nous avons pu calculer des valeurs du coefficient de proportionnalité (usure-énergie de glissement) proches de celui proposé par Kalker ( $1.59 \text{ E-}13 \text{ m}^3/\text{J}$ ).

---

<sup>6</sup> On trouve dans la littérature une explication de ces dissymétries par les forces de Coriolis qui auraient un effet quantifiable sur des voies d'orientation générale est-ouest ...

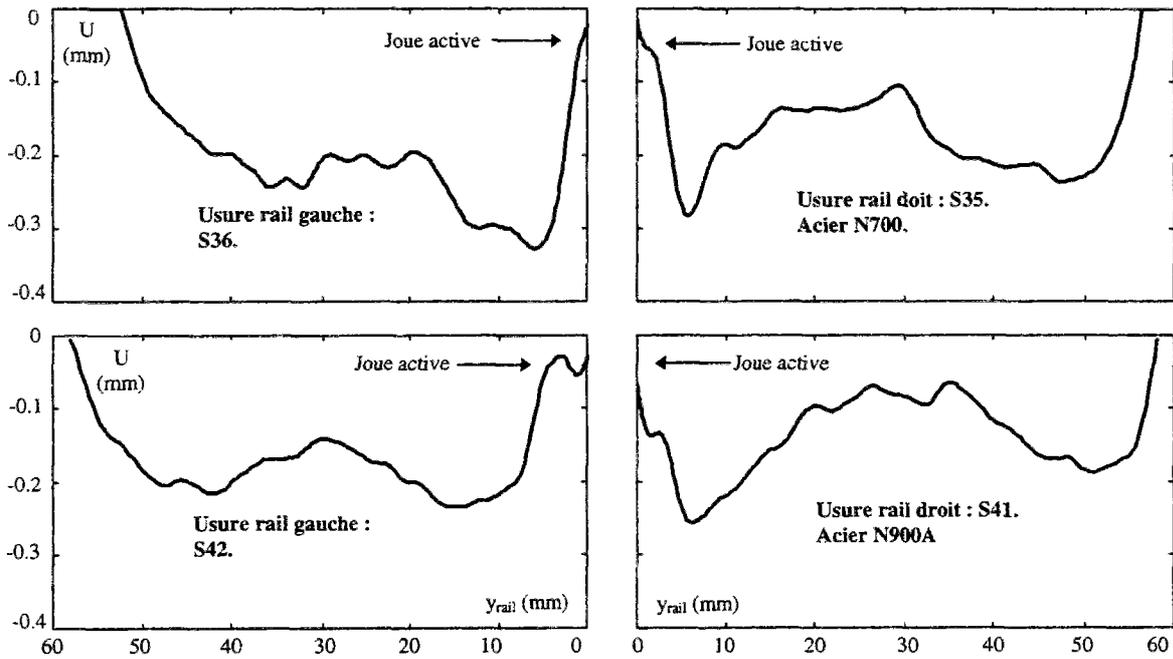
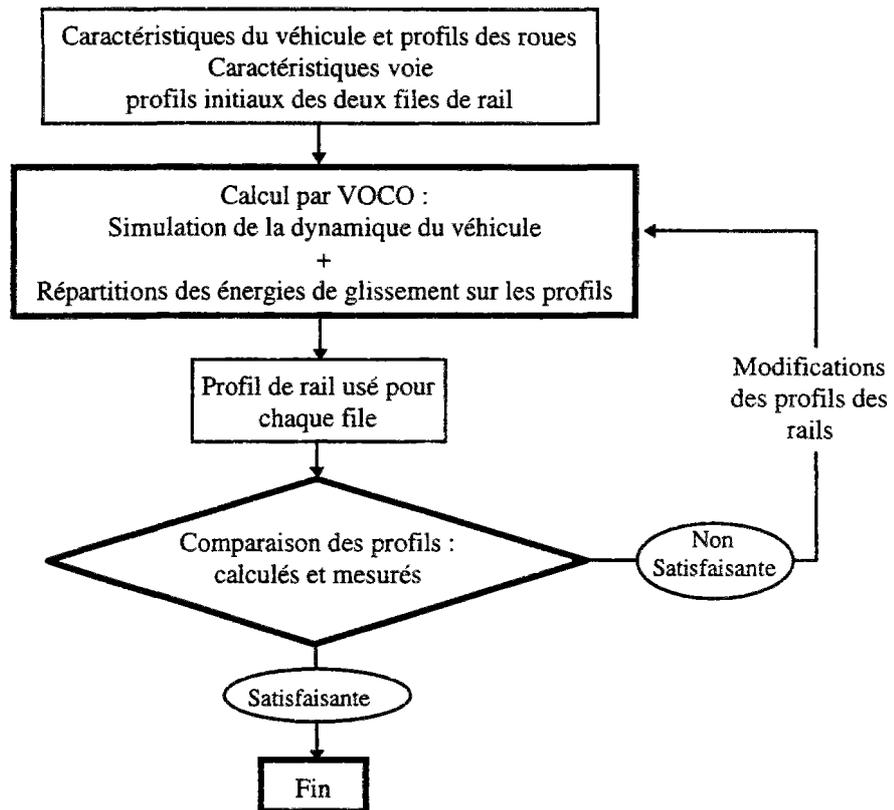


Figure 2-17 : Usures relevées sur la zone d'Epernay ; 17 Mt (1an).

Relativement a notre méthodologie de simulation de l'usure des rails (§ II.2.), nous avons choisi une motrice lourde (22.5 t/essieu) à bogies type BB 26000 pour représenter le trafic global sur la voie. Les caractéristiques du véhicule sont fournies en annexe A 2-2. La vitesse du véhicule lors des simulations étant celle de définition de la ligne, soit 160 km/h. La voie est en alignement parfait avec un défaut de dressage vraisemblable composé de deux fonctions en sinus. En notant  $s$  l'abscisse curviligne sur de la voie et  $Dr$  le dressage :

$$Dr \text{ (mm)} = 3 \cdot \left[ \sin\left(\frac{\pi \cdot s}{\lambda_1}\right) + \sin\left(\frac{\pi \cdot s}{\lambda_2}\right) \right]; \lambda_1 = 18 \text{ m}; \lambda_2 = 30 \text{ m} \quad \{E 2-18\}$$

Deux profils de roue ont été alternés lors des simulations, un profil SNCF neuf pour les itérations impaires et un profil usé à l'état d'équilibre, VIL15, pour les itérations paires. Ces deux profils sont représentés sur la figure 2-1. Pour chacune des deux combinaisons de rails, la simulation de l'usure est effectuée selon l'organigramme général ci-dessous. A chaque pas d'usure (ou itération), on obtient, entre autres, deux répartitions des énergies de glissement sur les 100 bandes partageant la surface des deux rails (gauche et droit). Les deux profils de rails usés sont calculés en affectant une usure de 0.03 mm à la bande où l'énergie est maximale (§ II.2.), cette bande étant déterminée sur l'ensemble des bandes des deux profils. Les profils de rail initiaux sont ceux mesurés trois jours après leur pose. Chaque pas d'usure a nécessité 30 minutes de calcul sur un Pentium 90 (1996), le temps simulé pour une itération étant égal à 10 secondes (440m) :



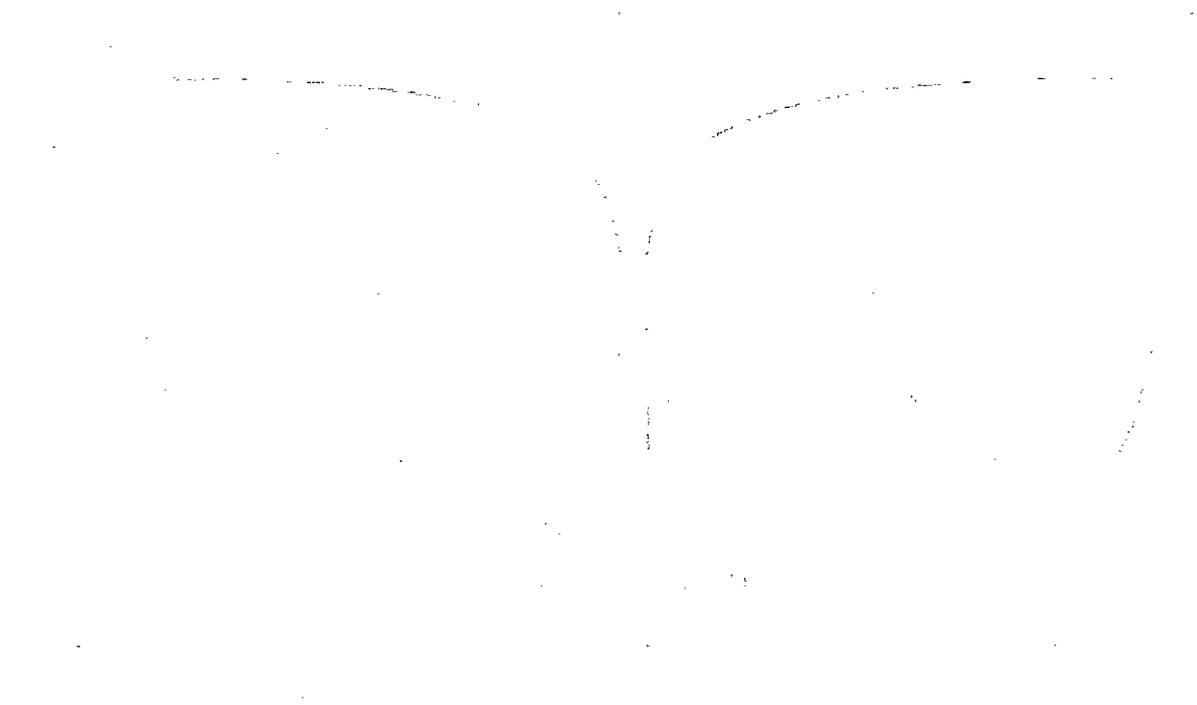
La première combinaison de profils de rails (S35 : rail droit, S36 : rail gauche) a nécessité 30 itérations pour s'approcher au mieux des usures réelles, la deuxième combinaison (S41 : rail droit, S42 : rail gauche) a nécessité 20 itérations. Les résultats de simulation relatifs à l'évolution des usures et des profils sont récapitulés sur les figures (2-18, 2-19, 2-20, 2-21). La figure 2-18 (respectivement 2-19) représente l'évolution des usures et la comparaison par rapport aux usures réelles de la première (respectivement de la deuxième) combinaison de rails. Les graphiques tridimensionnels des figures (2-20, 2-21) représentent les profils utilisés en fonction du numéro de l'itération, les usures sont amplifiées 10 fois et inversées pour qu'elles soient visibles à l'échelle des figures. Ces deux dernières figures représentent clairement l'évolution dissymétrique des rails gauche et droit pour chaque combinaison de profils.

Les écarts par rapport aux usures mesurées sont essentiellement liés aux approximations que nous avons adoptées pour représenter les profils de roues réels. D'une part, nous avons considéré qu'un profil de roue neuf et un autre à l'état d'équilibre sont représentatifs de l'ensemble des roues réelles. D'autre part, nous avons admis que la proportion de roues neuves est proche de celle de roues usées, cette hypothèse est à notre avis la cause principale des écarts obtenus. Cependant, ces écarts restent relativement faibles et les

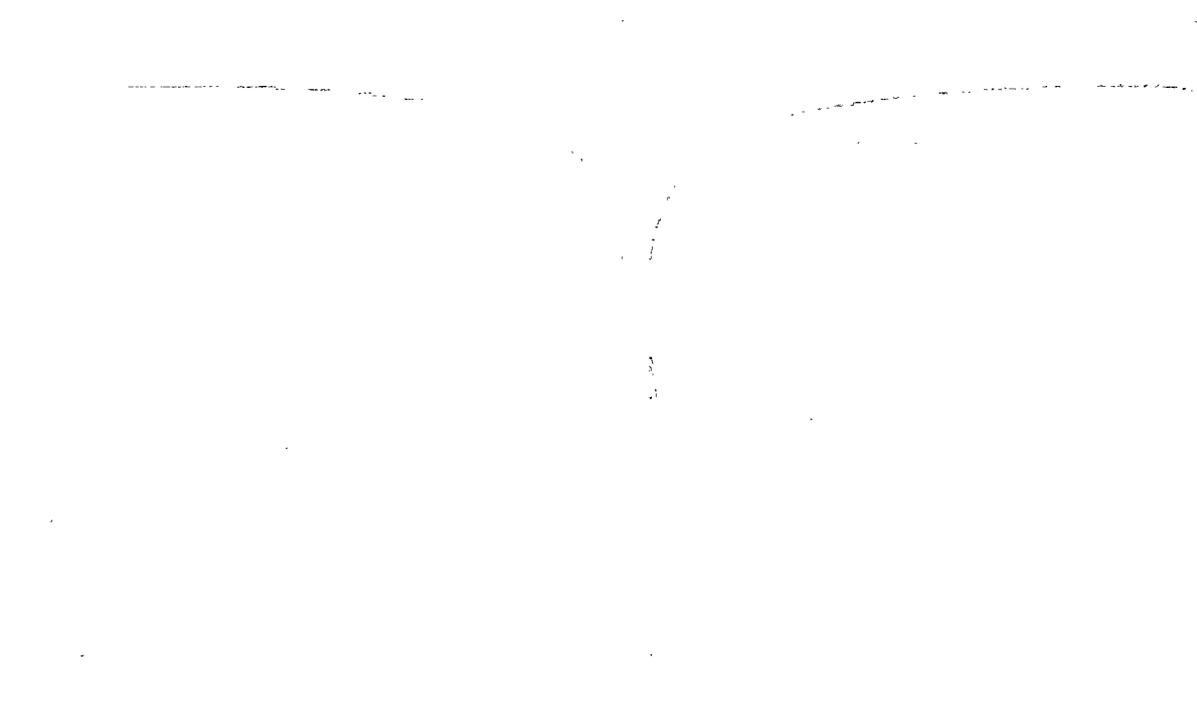
résultats constituent, à notre avis, une bonne validation de notre modèle d'usure transverse des rails.

Lors des simulations, les différences entre les profils gauche et droit initiaux de chaque combinaison sont l'unique différence pouvant expliquer des évolutions différentes (l'accélération de Coriolis est négligée dans le modèle) entre les deux côtés de la voie. L'usure dissymétrique qui apparaît dans les simulations est donc liée à cette dissymétrie initiale ; sa ressemblance avec les mesures crédibilise le mécanisme proposé. On propose comme explication des différences initiales des profils de rail une légère dissymétrie des trains de laminage liée à l'absence de retournement des rails à la pose. Même s'il ne s'agit pas d'une préoccupation majeure pour l'exploitant, la dissymétrie des profils de rails en alignement pourrait être évitée facilement. Il suffirait, à notre avis, de repérer les côtés des rails qui sont réellement identiques à la fin du laminage et de respecter ce repérage au moment de la pose de la voie.

Notons enfin que la forme des usures au voisinage des joues actives des rails est retrouvée avec une bonne précision. Ceci n'est pas une preuve de l'absence complète de déformations plastiques dans cette zone du rail, mais prouve que ces déformations ne sont pas la cause principale des formes observées.



**Figure 2-18 : Usure (x1) des rails (S35, S36) ; 30 itérations.**



**Figure 2-19 : Usure (x1) des rails (S41, S42) ; 20 itérations.**

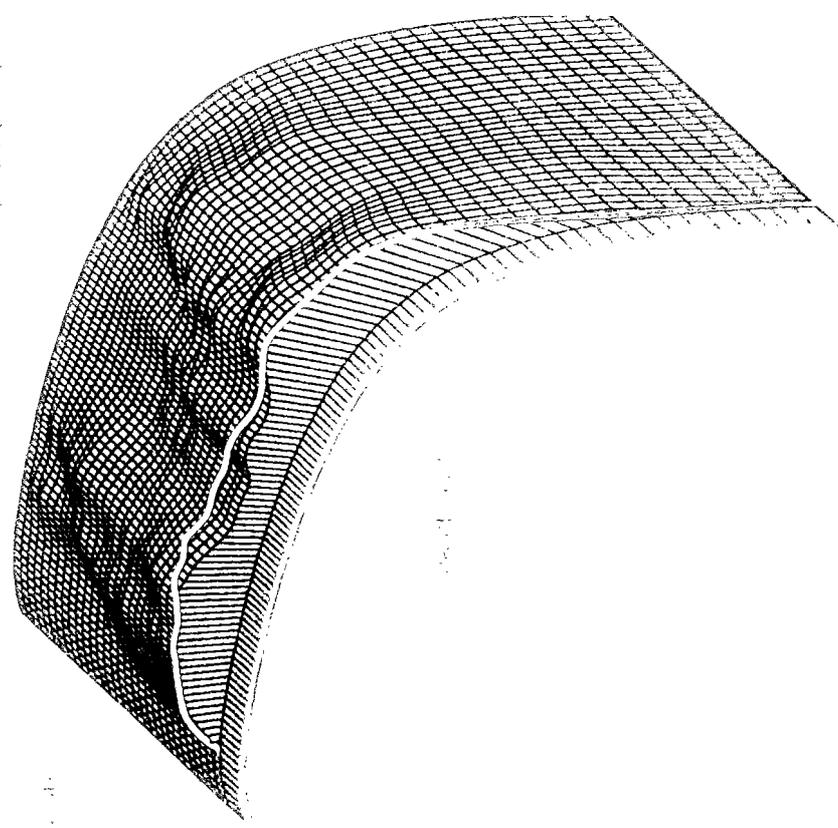
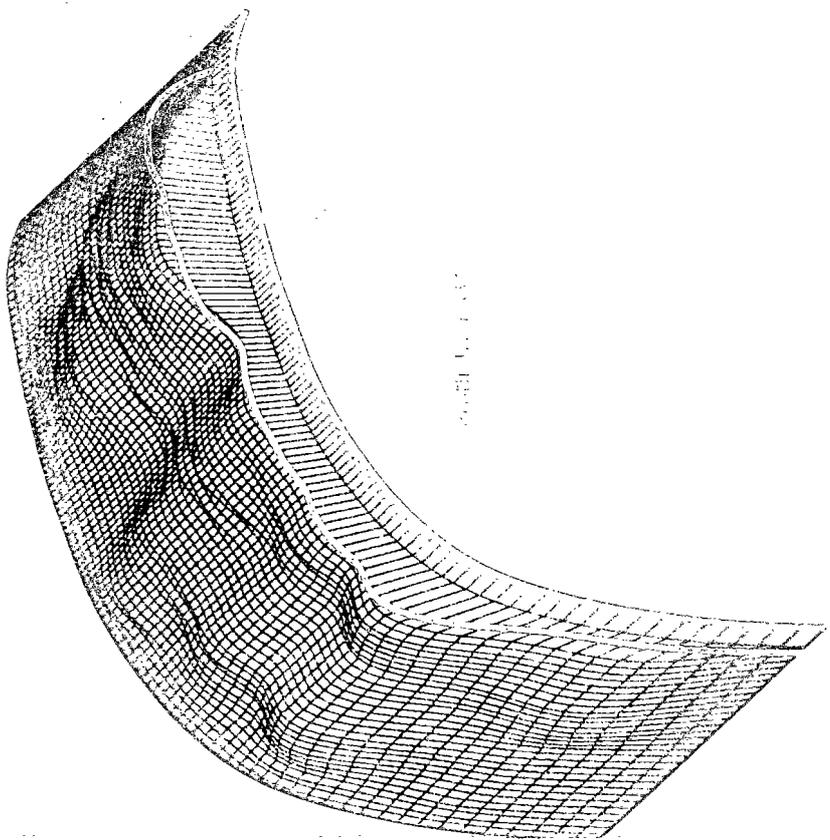


Figure 2-20 : Usure (x10) des rails (S35, S36) ; 30 itérations.



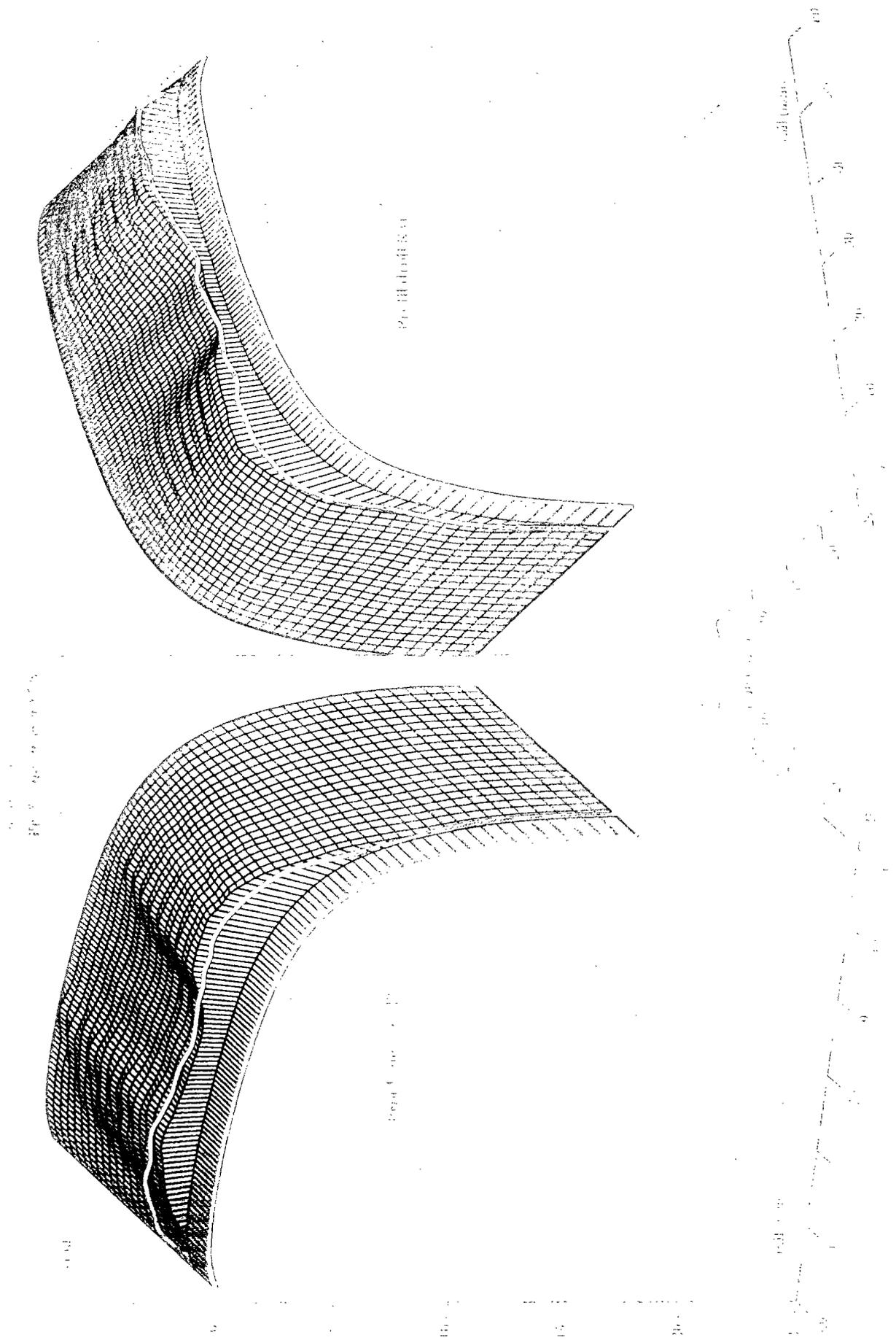


Figure 2-21 : Usure (x10) des rails (S41, S42) ; 20 itérations.

### II.5.2.1. Evaluation du coefficient de proportionnalité entre énergie et usure

Disposant des énergies de glissement ( $W_{fg}(i)$ : gauche,  $W_{fd}(i)$  : droit) calculées lors des itérations, connaissant le tonnage réel sur la voie ( $Ch_{réel} = 17$  Mt) et celui que nous avons appliqué à chaque pas d'usure ( $Ch_{sim} = 88$  t), on peut évaluer un coefficient de proportionnalité entre les énergies surfaciques de glissement et l'usure pour chacune des deux nuances d'aciers ( $k_7$  pour la nuance 700 et  $k_9$  pour la 900A). En effet, en notant  $U_{max}$  l'usure maximale affectée, à la fin de chaque pas d'usure, à la bande du rail où l'énergie est maximale et  $W_{f_{max}}(i)$  la valeur de cette énergie :

$$U_{max} = 0.03 \text{ mm} ; W_{f_{max}}(i) = \max_{j=[1 \dots 100]} (W_{fg}(i), W_{fd}(i)) \quad \{E 2-19\}$$

$i$  : numéro du pas d'usure ;  $j$  : numéro de la bande du rail.

A chaque bande de rails  $j$  où l'usure calculée au dernier pas d'usure  $U_{sim}(j)$  est suffisamment proche de l'usure mesurée  $U_{mes}(j)$ , on peut écrire la relation {E 2-20} :

$$\frac{U_{mes}(j)}{U_{sim}(j)} = \frac{Ch_{réel}}{Ch_{sim}} \cdot \frac{k \cdot \sum_{i=1}^{N_i} W_{f_{max}}(i)}{U_{max}} \quad \{E 2-20\}$$

$dS$  : surface élémentaire des bandes du rail,  $N_i$  : nombre totale de pas d'usure.

Nous avons considéré que chaque bande du rail où l'usure est trouvée à moins de 10% de la valeur mesurée constitue une bande suffisamment précise pour évaluer une valeur de  $k$ , la valeur retenue est la moyenne des valeurs évaluées sur les deux rails. Nous avons pu évaluer 80 valeurs de  $k_7$  pour la nuance 700 (S35, S36) et 20 valeurs de  $k_9$  pour la nuance 900A (S41, S42). Les valeurs moyennes et les limites des valeurs calculées pour chaque nuance sont précisées par {E 2-21} :

$$\begin{aligned} 1.32 \cdot 10^{-13} \leq k_7 (m^3 / J) \leq 2.18 \cdot 10^{-13} ; \text{ valeur moyenne : } k_7 = 1.70 \cdot 10^{-13} m^3 / J \\ 1.20 \cdot 10^{-13} \leq k_9 (m^3 / J) \leq 1.44 \cdot 10^{-13} ; \text{ valeur moyenne : } k_9 = 1.30 \cdot 10^{-13} m^3 / J \end{aligned} \quad \{E 2-21\}$$

Ces valeurs sont très proches de celles proposées dans [KALKER 91b]. En effet, en se basant sur les mesures réalisées par Lehna et son propre travail sur la simulation de l'usure transverse des profils de roue, Kalker propose les limites et la valeur suivantes pour  $k$  :

$$1.25 \cdot 10^{-14} \leq k (m^3 / J) \leq 1.25 \cdot 10^{-12} ; k = 1.59 \cdot 10^{-13} m^3 / J \quad \{E 2-22\}$$

Toutefois, il convient de remarquer que notre calcul suppose que le tonnage mesuré (17 Mt) est entièrement composé de motrices ou que tous les véhicules qui le composent réellement sont aussi agressifs que les motrices. Nous savons que ces deux hypothèses sont fausses et il faut donc considérer que le coefficient que nous avons estimé ne devrait être utilisé que de la manière dont il a été déduit et dans le cadre de circulations de trains avec une composition moyenne semblable à celles de la SNCF. Dans le cas où on chercherait à calculer les usures d'un véhicule isolé, il conviendrait d'augmenter le coefficient dans une proportion voisine du rapport entre le tonnage des trains moyens et la masse d'une motrice, c'est-à-dire entre trois et cinq fois.

## **II.6. Conclusions sur le modèle d'usure transverse régulière des profils.**

L'usure de l'ensemble roue-rail constitue un paramètre important intervenant au niveau de la stabilité, du confort et de la sécurité des véhicules. Pour améliorer le fonctionnement et contribuer à l'optimisation des stratégies d'entretien, il est nécessaire de comprendre et de maîtriser l'évolution des profils des roues et des rails. Ce chapitre a été consacré à la description de notre modèle de simulation numérique de l'usure transverse des profils, ainsi qu'à sa validation à travers deux applications.

Après avoir rappelé les limites, essentiellement liées à l'absence de simulation réaliste de la dynamique d'un véhicule sur une voie quelconque, des études faites dans le but de simuler l'usure transverse des profils ; nous avons détaillé notre méthodologie pour représenter au mieux la grande diversité du matériel roulant et des voies ferroviaires lors d'une simulation numérique d'usure de profils (§ II.2.). La discrétisation géométrique des profils ainsi que leur traitement numérique durant les pas d'usure ont fait l'objet du paragraphe (II.3.). Nous avons ensuite détaillé le calcul de l'énergie de glissement dissipée au contact (II.4.). Les résultats obtenus à l'issue des deux applications (§II.5.) constituent une bonne validation de l'ensemble du modèle, en particulier de la méthodologie adoptée pour définir un trafic équivalent sur une voie donnée ou une voie équivalente du réseau ferroviaire.

A travers ce chapitre, nous avons aussi voulu montrer que les déformations plastiques sont négligeables devant le phénomène d'usure abrasive pour expliquer les usures observées

des profils roue-rail. Cette hypothèse, parfaitement justifiée à travers nos résultats dans le cas où les charges à l'essieu sont limitées à 22.5 tonnes, n'est pas encore admise au sein de certaines équipes traitant du problème. Néanmoins, il est fort possible que cette hypothèse ne soit plus valable lorsque la charge à l'essieu est nettement plus élevée (35 tonnes par exemple) avec des profils roue-rail et des aciers similaires à ceux utilisés actuellement.

L'usure des profils roue-rail de façon couplée, ne présentant pas un intérêt particulier dans notre cas, n'a pas été abordée. A notre avis, une telle étude aurait un intérêt dans le cas d'un réseau lointain ou à développer pour lequel le profil d'équilibre des rails hauts est inconnu (pas accessible à la mesure). Dans ce cas, l'étude de l'usure couplée roue-rail permettrait de calculer le profil d'équilibre en partant de profils neufs, ce qui présenterait un grand intérêt pour l'étude de la stabilité d'un nouveau matériel sur un réseau où seule la pose des rails est connue. Cette étude resterait néanmoins fort complexe et sa méthodologie reste à préciser.

A travers cette première partie de notre travail, nous avons aussi préparé une partie des outils de simulations numériques pour pouvoir étudier la deuxième forme d'usure. A savoir, l'usure irrégulière longitudinale (ou ondulatoire) des roues de trains roulant à grande vitesse. Le chapitre suivant est consacré à l'étude de cette deuxième forme d'usure.

**Chapitre III :**

**Etude de l'Usure Ondulatoire des Roues.**



## CHAPITRE III :

### **Etude de l'Usure Ondulatoire des Roues.**

#### **III.1. Présentation du problème.**

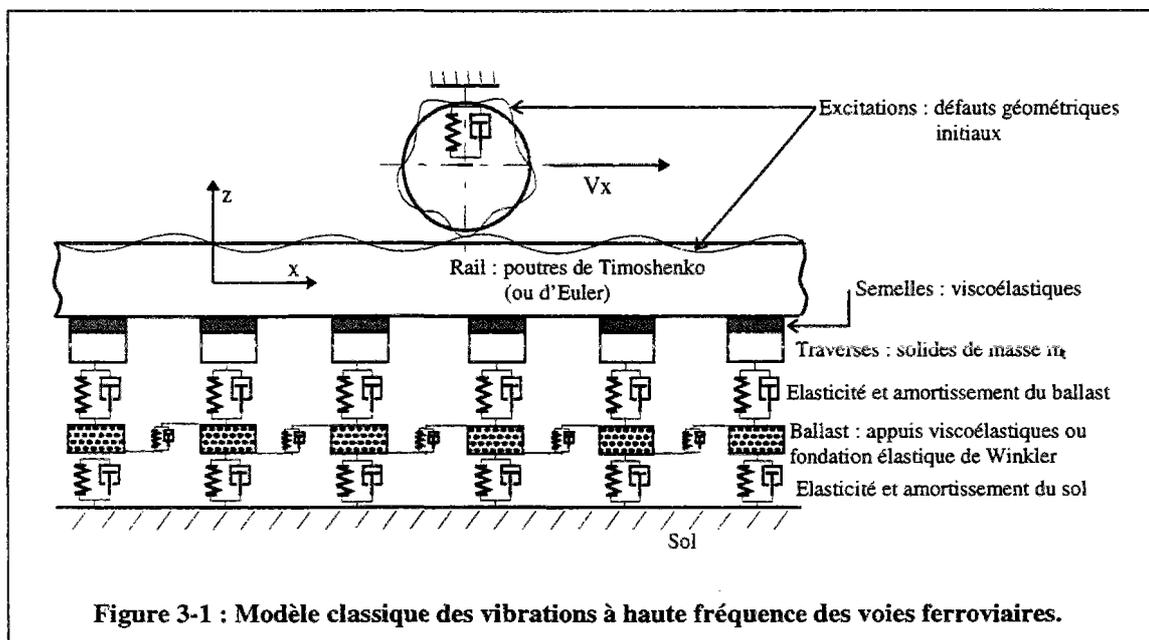
L'usure irrégulière longitudinale du type ondulatoire demeure l'un des phénomènes moins connus qui peuvent détériorer les profils des roues et/ou des rails dans le domaine ferroviaire. Ces usures se manifestent sous forme d'ondulations étendues sur les surfaces des profils dans la direction du roulement, elles constituent ainsi des sources d'excitation de vibrations inconfortables (bruit) [KAPER 88] et sources de fatigue. Jusqu'ici, la majorité des études portant sur le problème d'usure ondulatoire a été appliquée aux rails ([HEMPELMMANN 91], [KALKER 94], [KNOTHE 93], [RIPKE 95], [TASSILLY 91]). Ceci est lié non seulement au fait que l'usure ondulatoire des rails est un inconvénient subi par presque tous les réseaux, mais aussi au fait que l'usure ondulatoire des roues n'a réellement commencé à être considérée comme un inconvénient d'une sévérité comparable à l'usure ondulatoire des rails que récemment et principalement sur les trains roulant à grande vitesse sur des rails posés au 1/40 [ORE 80]. A notre connaissance, les roues de ce type de matériel développent assez rapidement des ondulations (essentiellement de une à quatre par tour de roue) exposant l'exploitant à chercher un compromis entre l'inconfort des passagers et des opérations de reprofilage fréquentes. Le reprofilage est effectué avant que l'amplitude des ondulations n'atteigne 500 micromètres, cette valeur est atteinte au bout d'environ 2E5 km.

#### **III.1.1. Modèles publiés pour l'étude de l'usure ondulatoire.**

Les modèles existants de l'usure ondulatoire des rails sont essentiellement dus à Jhonson et son groupe et à Knothe et son groupe. Ces modèles sont très similaires, ils sont basés sur une hypothèse commune attribuant l'apparition des ondulations et leur propagation dans le sens longitudinal des rails à des vibrations verticales. Des défauts géométriques initiaux des profils en présence sont utilisés comme sources initiales d'excitation du système mécanique roue-rail. La plupart de ces modèles sont limités à deux degrés de liberté ( $x, z$ ) (Figure 3-1), la dynamique transversale du véhicule et des essieux, qui joue pourtant, à notre

avis, un rôle fondamental, est le plus souvent négligée. Beaucoup de modèles se contentent d'étudier les interactions d'une seule roue avec un rail.

La modélisation des mouvements du véhicule dans les trois dimensions n'a pas été évitée, semble-t-il, seulement à cause de sa difficulté, mais en raison d'une mauvaise appréciation de sa pertinence pour l'étude d'un problème dont les mécanismes ont été longtemps considérés (à tort semble-t-il maintenant) du ressort des déformations plastiques. En effet, on constate que les travaux sur l'usure ondulatoire des rails ont conduit à l'élaboration de modélisations très sophistiquées des vibrations, à hautes fréquences, verticales et latérales des voies ferroviaires. Les rails, considérés de longueur infinie, sont modélisés par des poutres de Timoshenko (ou d'Euler) reposant sur trois étages de suspensions (Figure 3-1). Le système ballast-traverses est considéré comme une suite d'appuis discrets viscoélastiques ou une fondation continue élastique du type Winkler, les traverses sont parfois modélisées par une fondation continue. Les diverses raideurs et amortissements intervenant dans le modèle sont déterminés par des corrélations entre des accélérations mesurées et calculées en suivant des démarches analogues à celle dans [VINCENT 95].



Le problème du contact roue-rail est souvent linéarisé et les éléments de suspensions ayant des caractéristiques non linéaires ne sont pas pris en compte, l'ensemble du système mécanique est alors décrit par un modèle purement linéaire. Les fonctions de transfert du système, plus ou moins complexes selon les élasticités et amortissements pris en compte, sont

déterminées en fonction des réceptances (déplacement par unité de force) au niveau des traverses et entre elles. Les réceptances les plus couramment utilisées sont celles déterminées par Knothe et Ripke pour des fréquences variant de 10 à 2000 Hz [KNOTHE 89]. L'étude de l'évolution des défauts initiaux des profils de rail est alors effectuée dans le domaine fréquentiel. Les variations des défauts géométriques des rails sont prises en compte à l'aide d'un modèle dit "d'usure abrasive", où la quantité de matière perdue est supposée proportionnelle à l'énergie surfacique de glissement (dont le calcul réaliste exigerait la prise en compte de tous les mouvements).

### **III.1.2. Notre proposition du mécanisme de l'usure ondulatoire.**

Bien que la modélisation décrite ci-dessus soit suivie depuis plusieurs années par certains spécialistes renommés du ferroviaire et du contact roulant, notre approche du problème d'usure ondulatoire, appliquée au cas des roues à grande vitesse, s'en écarte fondamentalement. Il nous paraît nécessaire d'exposer les quatre raisons principales qui nous ont conduit à procéder autrement :

#### **III.1.2.1. Faiblesses du modèle traditionnel.**

1) Les difficultés rencontrées jusqu'à présent par ce type de modèle pour expliquer l'usure ondulatoire des roues, malgré le grand nombre d'équipes qui le suivent, est une première motivation pour adopter une démarche différente. Aucune des formes d'usure ondulatoire réelle des roues n'a pu être retrouvée par simulation à partir de petits défauts géométriques initiaux de la surface de roulement. Sachant qu'en plus ce type de modèle ne fait pas intervenir les conditions fines du contact sur lesquelles influent des paramètres tels que la pose des rails, l'absence d'usure ondulatoire des roues d'autres types de matériel roulant à grande vitesse, le TGV par exemple, ne peut pas être expliquée.

2) L'amorçage des ondulations sur les surfaces de rails demeure, à notre avis, inexpliqué. En effet, il est nécessaire d'installer artificiellement des défauts géométriques initiaux sur les profils, défauts souvent attribués aux rugosités des surfaces. Ces défauts sont représentés par un signal aléatoire, ou par une fonction périodique avec une seule longueur d'onde ; les amplitudes initiales sont parfois limitées à environ 4  $\mu\text{m}$ . Le modèle permet

ensuite de déterminer, à une vitesse d'avance donnée, l'amplification de l'amplitude du défaut et les longueurs d'onde associées à l'amplification. A notre avis, cette démarche comporte un risque de tautologie et ne constitue pas une preuve de l'existence d'une éventuelle relation entre les vibrations verticales des rails et l'amorçage des ondulations.

3) L'utilisation d'un modèle bidimensionnel et la linéarisation complète du système mécanique, particulièrement du contact, sont mal adaptées à l'étude du problème. Ces deux éléments du modèle constituent, à notre avis, des simplifications sévères. La prise en compte des profils réels latéraux roue-rail, de la forme et la position latérale de la zone de contact sont indispensables.

4) De façon plus générale, il apparaît que la raison proposée pour justifier un centrage exclusif des modèles usuels sur la dynamique verticale est qu'il y aurait un découplage de fait entre les basses fréquences de la dynamique transversale des essieux ( $< 10\text{Hz}$ ) et leur dynamique verticale ( $> 50\text{ Hz}$ ). Ce raisonnement, qui trouve son appui dans l'analyse des modèles linéaires, n'est pas valide dans le cas d'un mécanisme aussi non-linéaire que le contact ferroviaire.

### III.1.2.2. Originalité de notre modèle.

Notre conviction découle des éléments exposés ci-dessus et tire les conséquences du glissement qui s'est progressivement opéré en leur sein quand ils sont passés des mécanismes de déformations plastiques aux mécanismes d'usure abrasive :

La modélisation numérique de la dynamique transversale et verticale d'un véhicule est une condition nécessaire à une étude d'usure des profils. L'évaluation réaliste des glissements au contact, donc des efforts et des énergies dissipées, ne peut être envisagée que par un modèle numérique permettant de prendre en compte les non-linéarités du système et ses aspects tridimensionnels. **Cette analyse, avec ses visées principalement énergétiques conduit à considérer, au contraire des précédentes, que les vibrations verticales de fréquence élevée, parce que l'amplitude et la vitesse de leurs mouvements reste très faible devant celle de la dynamique transversale du véhicule, n'ont qu'une influence du deuxième ordre sur les phénomènes étudiés et que leur modélisation peut être simplifiée.**

Notre modélisation de l'usure ondulatoire des roues est basée en outre sur les hypothèses principales suivantes :

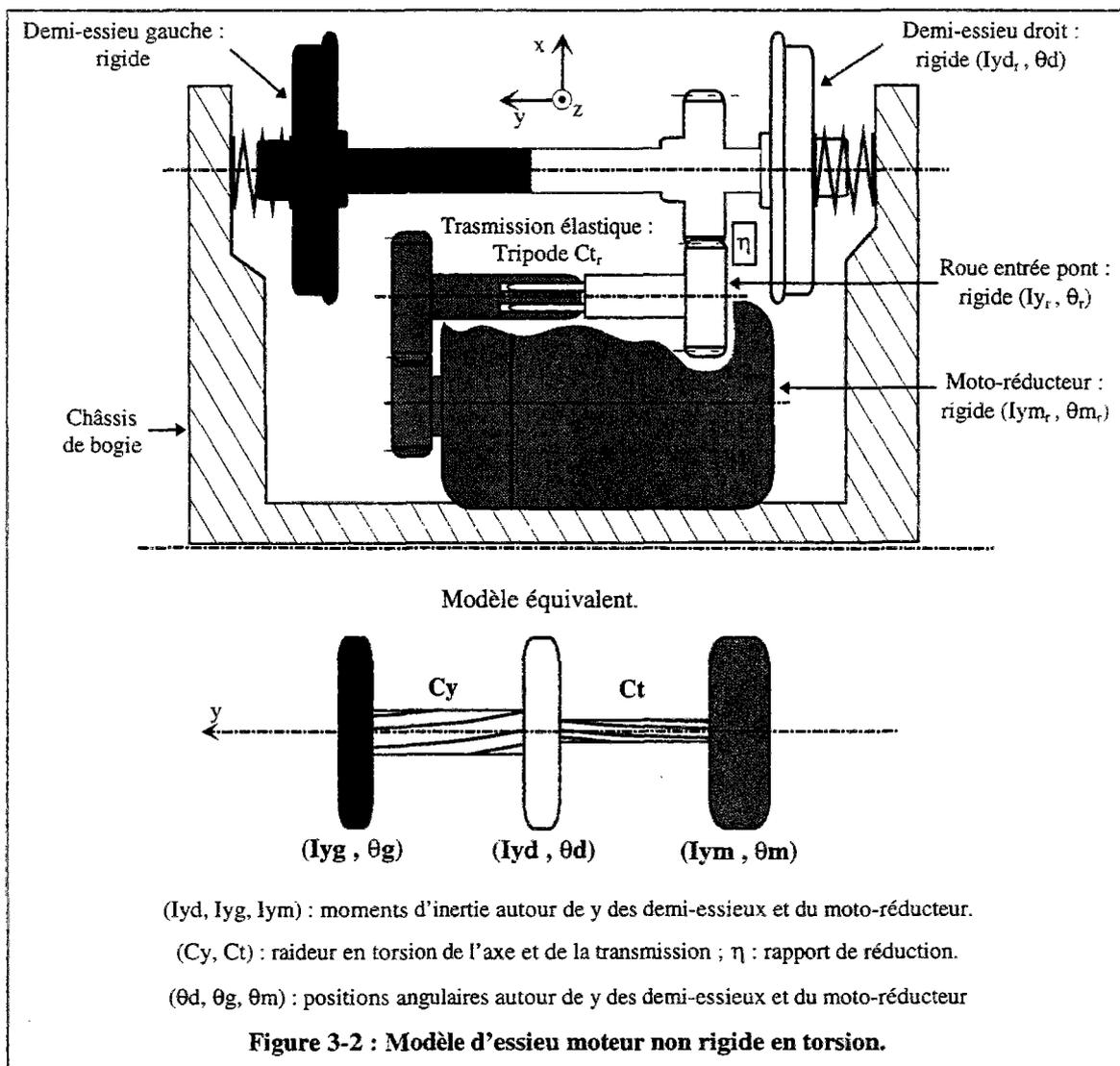
- l'usure observée est du type abrasive, elle est supposée proportionnelle à l'énergie surfacique de glissement dissipée au contact,
- la dynamique latérale des bogies et des essieux, couplée aux vibrations en torsion des axes des essieux, est responsable de l'apparition et de l'évolution de l'usure irrégulière longitudinale des roues,
- les mouvements du véhicule sont initiés par des conditions initiales décentrées et entretenus par sa vitesse d'avance, ils peuvent être associés à des ondulations de la voie de longueurs nettement plus grandes que celles des ondulations recherchées (> 20 m)
- le couplage, notamment entre des fréquences propres distinctes, est assuré par le contact roue-rail et son absence de linéarité,
- les surfaces des profils de roues et de rails sont considérées initialement lisses, leurs rugosités sont négligées,

### **III.1.3. Plan du chapitre III.**

Le travail présenté dans ce chapitre est relatif à l'usure ondulatoire des roues de bogies moteurs, les rails ne sont pas concernés par l'usure. L'application de notre modèle à l'usure ondulatoire des rails ne présenterait pas de difficulté particulière, dans la mesure où les répartitions des énergies de glissement sont déterminées sur l'ensemble des profils roue-rail existants. La simulation de l'usure irrégulière longitudinale des roues est effectuée selon un processus itératif similaire à celui du chapitre II. Pour tenir compte des torsions de l'axe et de la chaîne mécanique de transmission, il a fallu introduire deux degrés de liberté en torsion dans le modèle dynamique des essieux au sein des codes "VOCO". Nous avons mis en place un premier modèle simple où seuls les rayons de roulement des roues sont affectés par l'usure, le profil latéral de la roue étant supposé inchangé. Ce premier modèle nous a essentiellement permis d'explicitier une relation entre les longueurs d'onde du mouvement de lacet de l'essieu et la longueur de la développée de la roue permettant de conduire à l'amorçage des ondulations. Nous avons ensuite développé un modèle plus complet prenant en compte la géométrie tridimensionnelle des roues.

### III.2. Modèle d'un essieu ferroviaire non rigide.

Le terme non rigide est relatif au mode de vibration en torsion de l'axe de l'essieu. La fréquence propre de ce mode est située entre 50 et 120 Hz pour les essieux ferroviaires. Les autres modes de vibrations, flexion de l'axe et vibration axiale des roues, dont les fréquences propres sont plus élevées ( $> 150$  Hz) ne sont pas pris en compte. Un essieu non rigide sera donc modélisé par deux demi-essieux rigides reliés par une raideur en torsion ( $C_y$ ) représentant l'élasticité de l'axe. Les diverses applications sont effectuées avec des motrices, nous exposons donc le modèle d'un essieu non rigide de bogie moteur. Le cas d'un essieu de bogie porteur ou d'une transmission rigide (forte raideur) sont des cas particuliers du modèle décrit ci-dessous. La figure 3-2 représente un essieu d'un bogie moteur ainsi que son modèle équivalent en torsion.



Les quantités notées ( $I_{yd}$ ,  $C_t$ ,  $\theta_m$ ,  $I_{ym}$ ) du modèle équivalent tiennent compte du rapport de réduction  $\eta$ . L'écriture des énergies potentielle et cinétique d'un système d'arbre, avec une transmission où  $\eta \neq 1$ , permet de retrouver facilement les caractéristiques du modèle équivalent à partir des caractéristiques réelles (indice r sur la figure 3-2). L'application de l'équation de Lagrange donne ensuite les équations des vibrations libres, dont la résolution conduit aux fréquences et modes propres du système. En effet, en notant T l'énergie cinétique du système (essieu + moto-réducteur) et V son énergie potentielle :

$$\boxed{\begin{aligned} \eta &= -\frac{\theta_d}{\theta_r} \\ 2 \cdot T &= I_{yg} \cdot \dot{\theta}_g^2 + I_{yd_r} \cdot \dot{\theta}_d^2 + I_{y_r} \cdot \dot{\theta}_r^2 + I_{ym_r} \cdot \dot{\theta}_{m_r}^2 \\ 2 \cdot V &= C_y \cdot (\theta_g - \theta_d)^2 + C_{t_r} \cdot (\theta_r - \theta_{m_r})^2 \end{aligned}} \quad \{E 3-1\}$$

Des manipulations simples des équations {E 3-1}, pour éliminer  $\theta_r$  des expressions de (T, V) et en adoptant les changements de variables {E 3-2}, conduisent à {E 3-3} :

$$\boxed{\begin{aligned} I_{yd} &= I_{yd_r} + \frac{I_{y_r}}{\eta^2} ; \quad C_t = \frac{C_{t_r}}{\eta^2} \\ I_{ym} &= \frac{I_{ym_r}}{\eta^2} ; \quad \theta_m = -\eta \cdot \theta_{m_r} \end{aligned}} \quad \{E 3-2\}$$

$$\boxed{\begin{aligned} 2 \cdot T &= I_{yg} \cdot \dot{\theta}_g^2 + I_{yd} \cdot \dot{\theta}_d^2 + I_{ym} \cdot \dot{\theta}_m^2 \\ 2 \cdot V &= C_y \cdot (\theta_g - \theta_d)^2 + C_t \cdot (\theta_d - \theta_m)^2 \end{aligned}} \quad \{E3-3\}$$

On reconnaît facilement les énergies cinétique et potentielle du modèle équivalent, dont les caractéristiques sont calculées par {E 3-2}.

En notant  $\Theta = \begin{pmatrix} \theta_g \\ \theta_d \\ \theta_m \end{pmatrix}$  et en appliquant l'équation de Lagrange donnée par {E 3-4} :

$$\boxed{\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{\Theta}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial \Theta_i} + \frac{\partial V}{\partial \Theta_i} = 0 ; i = \{1, 2, 3\}} \quad \{E 3-4\}$$

on obtient les trois équations décrivant les vibrations libres, qu'on peut écrire sous la forme habituelle suivante :

$$IY \ddot{\Theta} + K \Theta = 0 ; \text{ avec :} \quad \{E 3-5\}$$

$$IY = \begin{bmatrix} I_{yg} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yd} & 0 \\ 0 & 0 & I_m \end{bmatrix} ; K = \begin{bmatrix} C_y & -C_y & 0 \\ -C_y & C_y + C_t & -C_t \\ 0 & -C_t & C_t \end{bmatrix}$$

↑ Matrice d'inerties
↑ Matrice de raideurs

Les pulsations propres  $\omega_i$  (ou fréquences propres  $f_i$  :  $\omega_i = 2\pi f_i$ ) sont calculées par la résolution de l'équation caractéristique {E 3-6}, les déformées propres sont données par les vecteurs propres :

$$\det (K - \omega^2 IY) = 0 \Leftrightarrow \omega^2 \cdot [ A \cdot \omega^4 - B \cdot \omega^2 + C ] = 0 \quad \{E 3-6\}$$

$$A = I_{yg} \cdot I_{yd} \cdot I_m$$

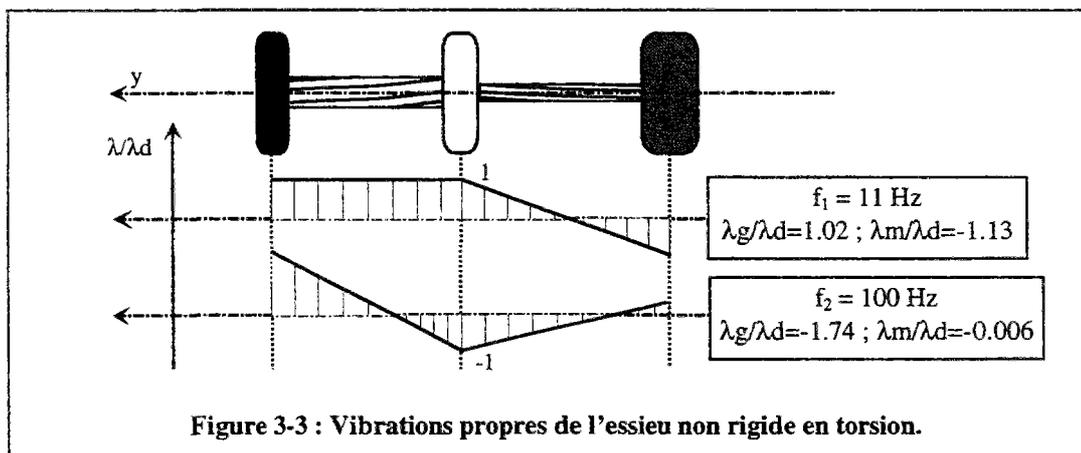
$$B = (I_{yd} \cdot I_m + I_{yg} \cdot I_m) \cdot C_y + (I_{yg} \cdot I_{yd} + I_{yg} \cdot I_m) \cdot C_t$$

$$C = C_y \cdot C_t \cdot (I_{yd} + I_{yg} + I_m)$$

La solution  $\omega$  nulle correspond à la rotation rigide du système (essieu-motoreducteur), les deux autres solutions donnent les caractéristique des deux modes vibratoires. Dans notre cas, les caractéristiques du modèle équivalent (Tableau 3-1), pour un essieu d'un véhicule à grande vitesse calculées à partir des caractéristiques réelles fournies par le constructeur, conduisent aux vibrations propres de la figure 3-3 :

$I_{yg}$ (kg m <sup>2</sup> )	$I_{yd}$ (kg m <sup>2</sup> )	$I_m$ (kg m <sup>2</sup> )	$C_y$ (N m / rd)	$C_t$ (N m / rd)	$\eta$
38	39	79	$9.5 \cdot 10^6$	$2 \cdot 10^5$	0.874

Tableau 3-1 : Caractéristiques d'un essieu pour un véhicule à grande vitesse.



Le premier mode, qui se produit à 11 Hz, correspond à une rotation rigide de l'essieu<sup>1</sup> accompagnée par des vibrations en torsion de la transmission, il ne représente pas un intérêt particulier pour notre problème. Par contre, le second mode est celui qui nous intéresse plus particulièrement, il correspond aux vibrations en torsion de l'axe de l'essieu.

Les équations des vibrations forcées en torsion sont obtenues en ajoutant au second membre de {E 3-5} les moments autour de l'axe y agissant sur le système. Soit en notant (F<sub>xg</sub>, F<sub>xd</sub>) les efforts de contact longitudinaux (gauche, droit), (R<sub>d</sub>, R<sub>g</sub>) les rayons de roulement (gauche, droit), C<sub>m</sub> le couple moteur et t le temps :

$$IY \ddot{\Theta} + K \Theta = M(t) ; \text{ avec :} \quad \{E 3-7\}$$

$$IY = \begin{bmatrix} I_{yg} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yd} & 0 \\ 0 & 0 & I_m \end{bmatrix} ; K = \begin{bmatrix} C_y & -C_y & 0 \\ -C_y & C_y + C_t & -C_t \\ 0 & -C_t & C_t \end{bmatrix} ; M(t) = \begin{pmatrix} -F_{xg}(t) \cdot R_g(t) \\ -F_{xd}(t) \cdot R_d(t) \\ C_m(t) \end{pmatrix}$$

Nous avons apporté aux codes "VOCO" les adaptations permettant la prise en compte de l'essieu non rigide. Dans toute notre étude le couple moteur n'est pas pris en compte : C<sub>m</sub> = 0. L'intégration numérique des équations {E 3-7} est effectuée selon le même algorithme que l'ensemble des équations dynamiques du véhicule (§ I.7., {E 1-19}) :

$$\begin{aligned} \ddot{\Theta}(t + \Delta t) &= IY^{-1} \cdot [ M(t + \Delta t) - K \Theta(t) ] \\ \dot{\Theta}(t + \Delta t) &= \dot{\Theta}(t) + \ddot{\Theta}(t + \Delta t) \cdot \Delta t \\ \Theta(t + \Delta t) &= \Theta(t) + \dot{\Theta}(t) \cdot \Delta t + \frac{1}{2} \cdot \ddot{\Theta}(t + \Delta t) \cdot \Delta t^2 \end{aligned} \quad \{E 3-8\}$$

Dans la suite du chapitre, les résultats numériques relatifs aux vibrations en torsion du système seront présentés par l'angle de torsion de l'axe de l'essieu  $\theta_E$  et celui de la transmission  $\theta_T$  :

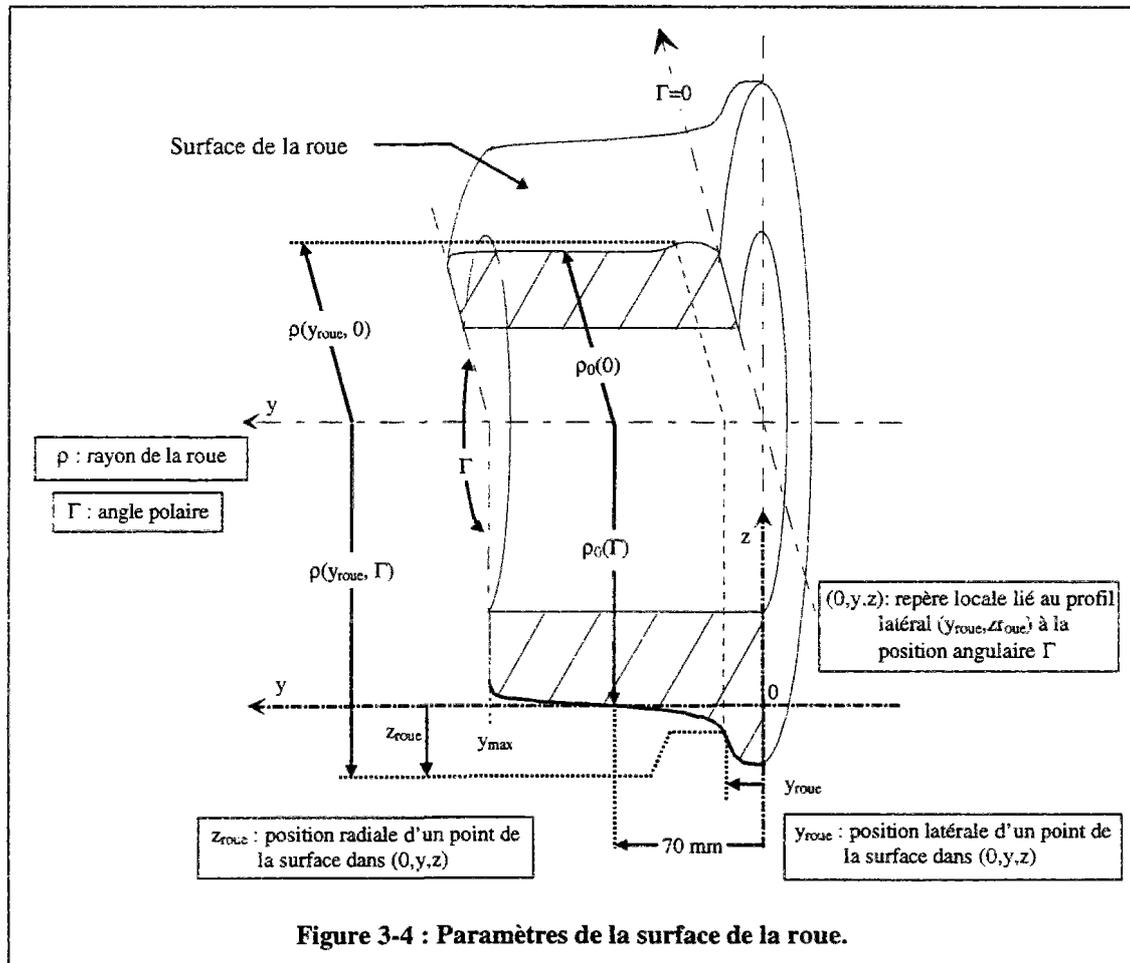
$$\begin{cases} \theta_E = \theta_d - \theta_g \\ \theta_T = \theta_d - \theta_m \end{cases} \quad \{E 3-9\}$$

<sup>1</sup> le faible écart entre  $\lambda_d$  et  $\lambda_g$  ( $\lambda_d/\lambda_g = 1.02$ ) peut être considéré négligeable.

### III.3. Modèle bidimensionnel de l'usure irrégulière des roues.

Afin d'avoir une première validation des hypothèses principales de notre étude (§ III.1.2.), et avant d'aborder la complexité de l'analyse tridimensionnelle de l'usure, nous avons mis en place un premier modèle relativement simple désigné par le titre du paragraphe. Le principe du modèle est de considérer que l'évolution des rayons  $\rho$  d'une roue provoquée par l'usure dépend uniquement de l'angle polaire  $\Gamma$ , le profil latéral  $(y_{roue}, z_{roue})$  est supposé inchangé (Figure 3-4). En effet, en notant  $\rho$  le rayon de la roue,  $\rho_0$  le rayon moyen, la surface de la roue peut se mettre sous la forme générale :

$$\left. \begin{aligned} \rho(y_{roue}, \Gamma) &= \rho_0(\Gamma) - z_{roue}(y_{roue}, \Gamma) \\ \Gamma &\in [0, 2\pi] ; y_{roue} \in [0, y_{max}] \end{aligned} \right\} \text{E 3-10}$$



Lorsque la surface est régulière dans le sens longitudinal (surface de révolution), un seul profil latéral permet de la définir entièrement. Cette hypothèse a été adoptée au chapitre II et nous la conservons pour définir l'état initial d'une roue :

$$\forall \Gamma, \rho(y_{roue}) = \rho_0 - z_{roue}(y_{roue}) \quad \text{E 3-11}$$

Pendant leur durée de vie, les surfaces des roues évoluent par usure. Cette évolution peut être exprimée par la variation des rayons  $\rho$  en fonction de la position latérale sur la surface et de l'angle polaire  $\Delta\rho(y_{roue}, \Gamma)$ . Nous avons étudié au chapitre II le cas où la roue s'use régulièrement dans le sens longitudinal, l'usure était donc de la forme  $\Delta\rho(y_{roue})$ . Dans cette partie, nous supposons que l'usure du rayon de la roue est de la forme  $\Delta\rho(\Gamma)$ . Soit en notant  $R_{d/g}$  le rayon de roulement sur les roues (droite, gauche),  $\theta_{d/g}$  l'angle de rotation des roues,  $y$  le ballant de l'essieu et  $\Gamma_{d/g}$  l'angle polaire du profil de la roue en contact avec le rail; à chaque instant on peut écrire :

$$R_{d/g}(y, \theta_{d/g}) = R_{d/g}(y) + \Delta\rho_{d/g}(\Gamma_{d/g}) ; \text{ avec } \theta_{d/g} = 2 \cdot \pi \cdot n_{d/g} + \Gamma_{d/g} \quad \{E 3-12\}$$

dépend de la géométrie du profil latéral supposé constant dans le temps.

variation par usure du rayon de la roue.

$n_{d/g}$  : nombre entier de tours effectués par la roue

La distinction que nous faisons entre le rayon de la roue  $\rho$  et son rayon de roulement  $R$  est relative au fait que : le rayon  $\rho$ , servant à définir la géométrie de la roue, est une fonction de l'angle polaire  $\Gamma$  et de la position latérale sur la roue  $y_{roue}$  ; alors que le rayon de roulement  $R$  dépend de la géométrie des profils roue-rail, des caractéristiques de la voie et du ballant de l'essieu. Connaissant ces derniers paramètres, on peut localiser le lieu géométrique du contact sur la roue et le rayon de roulement est évidemment le rayon de la roue à ce lieu.

La mise en oeuvre du modèle est alors immédiate, la surface de la roue est considérée entièrement définie par un profil latéral ( $y_{roue}, z_{roue}$ ) et par un nombre  $N_r$  de secteurs angulaires régulièrement espacés. L'identification des paramètres de contact (§ I.7.) est faite une seule fois, ceci permet de définir numériquement la relation  $R_{d/g}(y)$ . L'usure de la surface étant représentée par  $\Delta\rho_{d/g}(\Gamma)$ . Lors des applications, nous avons choisi  $N_r = 300$  (Figure 3-5), à chaque instant du calcul dynamique le centre de la zone de contact est repéré par son angle polaire  $\Gamma$  sur la roue. L'incrément d'énergie de glissement  $dW_f$  calculé est alors affecté à un secteur suivant la valeur de  $\Gamma$ . La distribution latérale des énergies sur les ellipses élémentaires (§ II.3.) est inutile, les positions latérales des zones de contact n'interviennent pas dans la distribution des énergies de glissement. A la fin de chaque simulation de la dynamique d'un véhicule par "VOCO" et pour chaque roue, on dispose d'une distribution de 300 valeurs

d'énergies de glissement  $Wf(\Gamma)$ . L'usure est déterminée de façon analogue à celle du chapitre II, une valeur maximale  $U_{\max}$  est attribuée au secteur où l'énergie est maximale et on a :

$$\Delta\rho(\Gamma) = Wf(\Gamma) \cdot \frac{U_{\max}}{\max_{\Gamma}(Wf(\Gamma))} \quad \{E\ 3-13\}$$

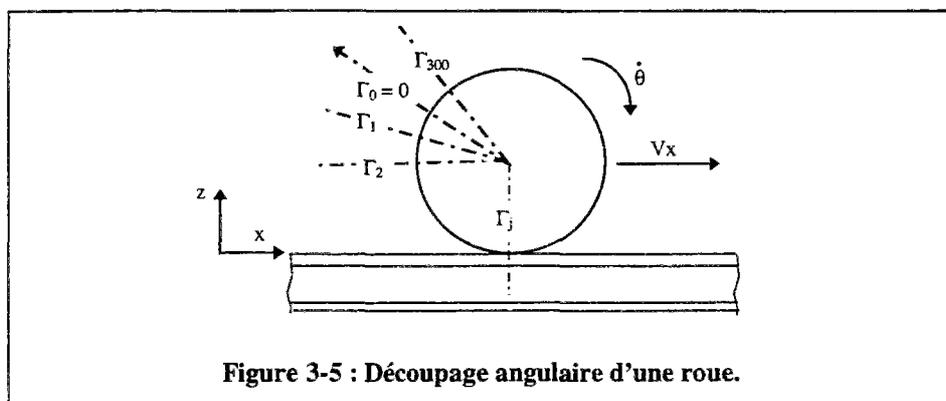


Figure 3-5 : Découpage angulaire d'une roue.

Le maximum d'énergie est déterminé sur l'ensemble des roues du véhicule, la distance réelle  $D_{réelle}$  à parcourir par le véhicule pour avoir effectivement une usure maximale  $U_{\max}$  sur l'une de ces roues est évaluée de la façon suivante :

$$D_{réelle} = D_{sim} \cdot \frac{U_{\max} \cdot dS}{k \cdot \max_{\Gamma}(Wf(\Gamma))} \quad \{E\ 3-14\}$$

$k = 1.59 \cdot 10^{-13} \text{ m}^3/\text{J}$  (ou l'une des valeurs que nous avons déterminé au § II.5.) ;

$D_{sim}$  : distance de la simulation ;  $dS$  : surface élémentaire d'un secteur de la roue ( $\sim 1\text{E}-3 \text{ m}^2$ ).

Lors de l'application de ce modèle, nous nous limiterons à l'étude de l'amorçage des ondulations. A savoir, en faisant circuler un véhicule ferroviaire sur une voie théorique bien caractérisée (pas de défauts aléatoires ni de courtes longueurs d'onde), nous suivrons les évolutions des différentes réponses dynamiques des degrés de liberté de l'essieu, ainsi que les répartitions des énergies de glissement  $Wf(\Gamma)$ . Ceci nous permettra de déterminer les conditions d'apparition d'une forme d'usure irrégulière longitudinale. Cette usure irrégulière présente une forme typique caractérisée par un nombre entier  $n$  de zones, régulièrement espacées sur la circonférence de la roue, où l'usure est plus importante. Il serait parfaitement envisageable d'étudier une approximation de l'évolution des usures par un tel modèle, il suffirait d'effectuer plusieurs pas d'usure tout en modifiant les rayons de roulement suivant {E 3-12} et {E 3-13}. Cependant, la conservation d'un même profil latéral des roues durant les

pas d'usure risquerait de limiter l'intérêt d'une étude de l'évolution des ondulations. Nous reviendrons sur ce point lors des conclusions sur cette modélisation (§ III.3.3.).

### **III.3.1.Applications à une motrice à grande vitesse.**

Après avoir apporté aux codes "VOCO" les modifications nécessaires à la prise en compte d'un essieu non rigide et à la distribution des énergies en fonction de l'angle polaire  $\Gamma$ , nous avons effectué un grand nombre de simulations numériques pour avoir une première validation des hypothèses et pour mieux comprendre le processus d'amorçage des ondulations. Dans toutes ces applications, le véhicule est une motrice de train à grande vitesse roulant sur une voie en alignement sans défaut, les rails ont un profil UIC60 neuf et sont posés au 1/40. Chacune des 8 roues de la motrice est représentée par un profil S1002 neuf (profil standardisé de l'Union Internationale des Chemins de fer) et 300 secteurs angulaires. L'excitation du véhicule est assurée par des conditions initiales décentrées sur les ballants et lacets des deux bogies, les viscosités des amortisseurs anti-lacets sont réduites pour permettre des mouvements dynamiques établis et non nuls des différents solides du véhicule. Chaque simulation a une durée totale de 15 secondes, les 5 premières secondes, temps nécessaire à la disparition des phénomènes dynamiques de caractère transitoire, ne sont cependant pas prises en compte pour l'évaluation des énergies de glissement.

Parmi les simulations effectuées, nous en avons sélectionné sept qui sont représentatives de certaines conditions particulières d'amorçage des ondulations que nous sommes parvenu à déterminer à l'issue de cette partie. Plusieurs combinaisons des paramètres des simulations ne donnent pas de distributions aussi caractéristiques, certaines conduisant aux distributions aléatoires qu'on attendait. Nous avons ainsi pu analyser le processus d'amorçage des ondulations en nous appuyant sur l'ensemble des résultats numériques, y compris ceux qui ne sont pas présentés dans ce mémoire, relatives aux répartitions des énergies (ou usure) et les réponses dynamiques des essieux. Nous avons reporté sur la figure 3-6 les variations du rayon  $\Delta\rho$  ( $\Gamma$ ) des 8 roues qui seraient attribués à l'usure, pour une vitesse d'avance de 288 km/h (80 m/s). Pour les autres vitesses d'avance, (65, 70, 75, 85, 90, 100) m/s, les résultats sont rassemblés en annexe A 3-1. Rappelons que la variation du rayon est obtenue en affectant une usure de 0.1mm à la zone d'énergie maximale, cette valeur maximale est déterminée sur l'ensemble des 8 roues. Un léger lissage est ensuite appliqué à  $\Delta\rho$  ( $\Gamma$ ). La

distance réelle  $D_{réelle}$ , à parcourir par le véhicule pour avoir une usure maximale de 0.1mm, est calculée avec {E 3-14} et précisée sur chaque figure.

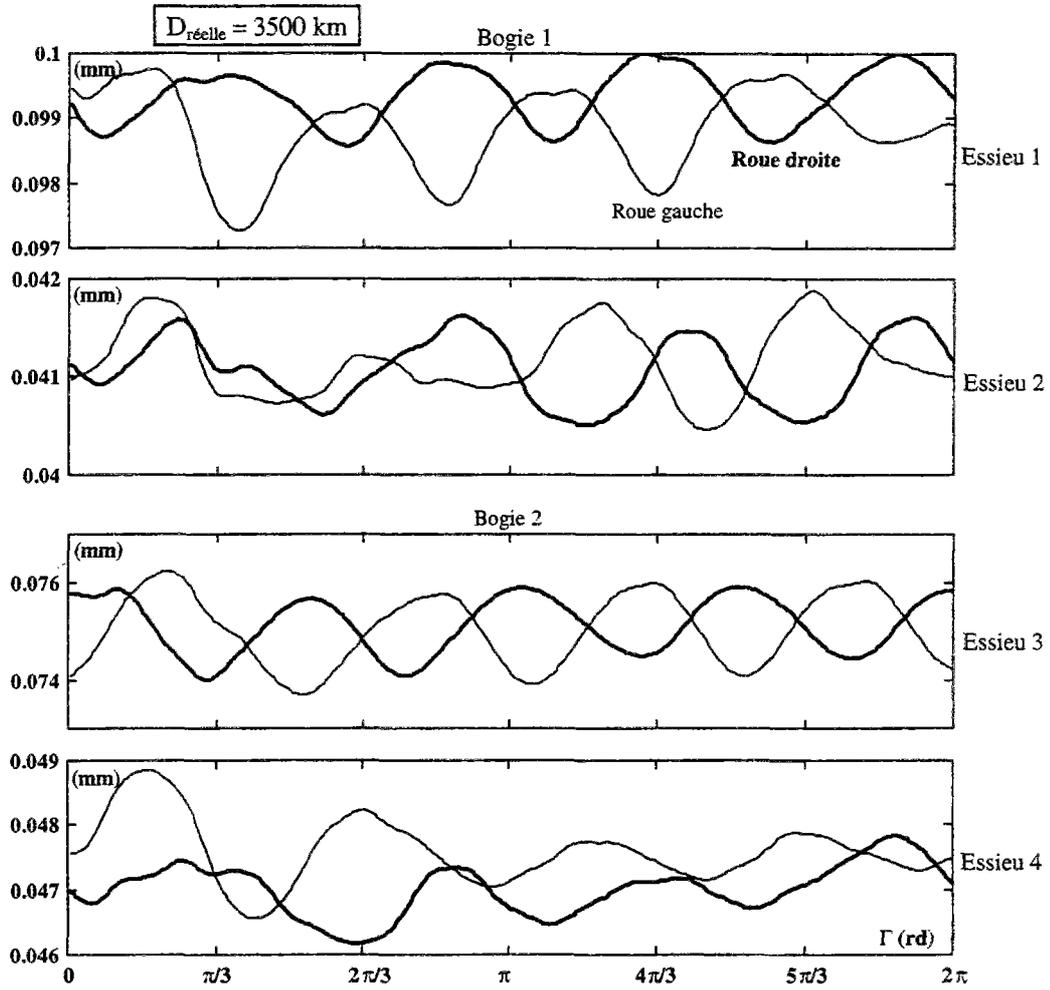


Figure 3-6 : Distribution hétérogène de l'énergie traduite en  $\Delta\rho$  ( $\Gamma$ ),  $V_x=288$  km/h.

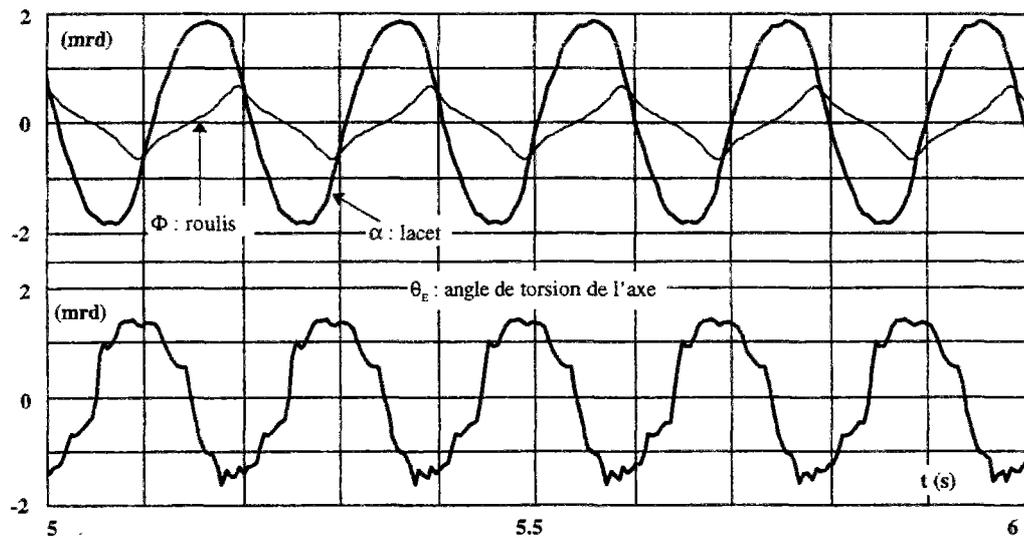


Figure 3-7 : Réponses dynamiques de l'essieu 1,  $V_x=288$  km/h.

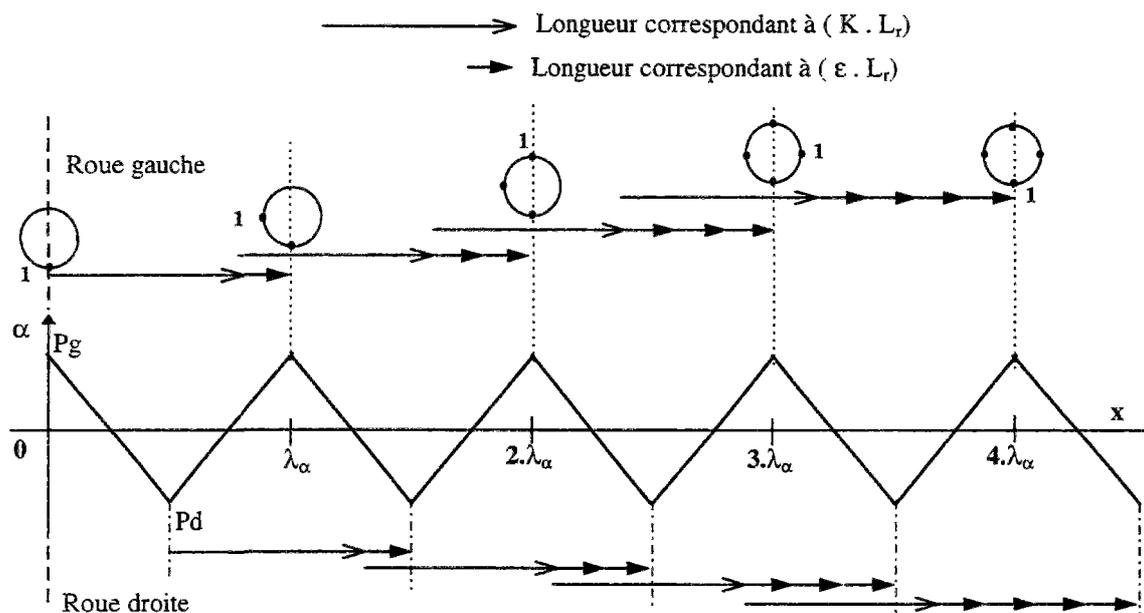
La figure 3-6, ainsi que certaines figures de l'annexe A 3-1, montre l'apparition d'une distribution périodique des usures sur la circonférence de la roue. Les réponses dynamiques (lacet, roulis, torsion de l'axe) du premier essieu, sur une seconde, sont reportées sur la figure 3-7. Nous pouvons noter d'une part, la variation de la forme d'usures en fonction de la vitesse d'avance et d'autre part, les différences de formes sur les 4 roues pour une même vitesse d'avance. Les phases angulaires peuvent être corrélées entre chacune des roues dont les repères 0 étaient en contact avec les rails à l'instant d'origine de la simulation.

### III.3.2. Analyse des conditions d'amorçage de l'usure irrégulière longitudinale

La variation de la distribution des usures en fonction de la vitesse d'avance, ainsi que les positions relatives des ondulations sur les roues d'un même essieu, sont relativement faciles à expliquer. En effet, en notant  $\lambda_\alpha$  la longueur d'onde de lacet de l'essieu et  $L_r$  la longueur de la développée d'une roue (c'est-à-dire la longueur correspondant à un tour de roue) ; sur un trajet égal à la longueur d'onde  $\lambda_\alpha$ , une roue effectue un nombre entier de tours  $K$  et une fraction de tour  $\varepsilon$ . On a donc la relation  $F(\lambda_\alpha, L_r)$  :

$$\lambda_\alpha = K.L_r + \varepsilon.L_r ; 0.1 < \varepsilon < 1, \text{ la borne } 0.1 \text{ permet de tenir compte d'une incertitude sur } \lambda_\alpha.$$

D'autre part, sur une longueur d'onde de lacet, on distingue particulièrement deux points (Pg, Pd). Pg donne une énergie maximale (respectivement minimale) sur la roue gauche (respectivement droite) et inversement pour Pd. En Considérant une configuration initiale telle que à  $x = 0$  on soit situé sur le point Pg ,la relation  $F(\lambda_\alpha, L_r)$  est schématisée de la manière suivante :



Si la fraction de tour  $\epsilon$  est l'inverse d'un entier naturel  $n$ ,  $\epsilon = 1/n$  avec  $1 < n < 10$  ( $n=4$  sur le schéma ci dessus), et compte tenu de  $F(\lambda_\alpha, L_r)$  :

$$n \cdot \lambda_\alpha = (n \cdot K + 1) \cdot L_r.$$

Ceci entraîne qu'au bout d'un trajet égal à  $(n \cdot \lambda_\alpha)$ , les deux roues retrouveront pour la première fois leurs configurations initiales après avoir effectué  $(n \cdot K + 1)$  tours. En plus, sur chaque roue, on obtient  $n$  zones uniformément réparties sur la circonférence, zones où l'énergie dissipée est maximale. Nous avons ainsi apparition d'une forme périodique d'énergie maximale sur les circonférences des roues. Ces zones sont séparés par un pas angulaire de  $2\pi/n$ , soit une longueur  $l = L_r/n$ .

La position relative de ces zones sur les roues d'un même essieu est conditionnée par les zones de la roue qui sont en contact avec le rail aux points d'abscisses  $\lambda_\alpha/2, 3\lambda_\alpha/2, \dots$  etc. Si à  $\lambda_\alpha/2$ , les deux roues ont parcouru une distance égale à un nombre entier  $j$  (respectivement  $j+1/2$ ) de longueurs  $l$ , les zones d'énergie maximale sur les deux roues seront en phase (respectivement en opposition de phase). Ce sont les deux seuls cas possibles, en effet :

$$F(\lambda_\alpha, L_r) : \lambda_\alpha = K \cdot L_r + \frac{L_r}{n} \Leftrightarrow \frac{\lambda_\alpha}{2} = \frac{n \cdot K + 1}{2} \cdot l$$

Nous pouvons ainsi déduire la position relative des zones suivant les parités de  $n$  et  $K$ , soit en notant  $J = \frac{n \cdot K + 1}{2}$  :

➤  $n$  est pair, quelle que soit la valeur de  $K$ ,  $J$  s'écrit sous la forme  $(j+1/2)$ .

Les zones d'énergie maximale sur les deux roues seront en opposition de phase.

➤  $n$  est impair, deux cas peuvent se présenter

-  $K$  est impair,  $J$  est un entier naturel.

les zones d'énergie maximale sur les deux roues seront en phase.

-  $K$  est pair,  $J$  s'écrit sous la forme  $(j+1/2)$ .

les zones d'énergie maximale sur les deux roues seront en opposition de phase.

Pour un véhicule donné roulant sur une voie bien caractérisée, la fréquence de lacet  $f_\alpha$  est une fonction non linéaire de la vitesse d'avance  $V_x$ . Sachant que  $\lambda_\alpha = V_x/f_\alpha$ , la relation  $F(\lambda_\alpha, L_r)$  devient une relation entre  $V_x$  et  $L_r$  :  $F(\lambda_\alpha, L_r) \Leftrightarrow G(V_x, L_r)$ .

Il est difficilement envisageable de donner une forme générale et explicite à la relation  $G$ . D'une part, dans ces processus non-linéaires, la fonction reliant  $f_\alpha$  et  $V_x$  n'est pas explicite et d'autre part, la développée de la roue  $L_r$  dépend elle même de la dynamique de l'essieu.

Durant cette phase d'amorçage, la torsion de l'axe permet essentiellement d'accentuer l'écart d'usure entre les zones d'énergie maximale et celles d'énergie minimale d'une même roue. Pendant la phase de développement, l'essieu devient le siège de vibrations en torsion auto excités (ou self induites) liées à l'élasticité de l'axe et à l'excitation formée par les ondulations des roues (de fréquence  $f_{usu} = n \cdot V_x/L_r$ ). Ces vibrations auto excitées, quelle que soit la valeur de  $\epsilon$  de la relation  $F(\lambda_\alpha, L_r)$ , peuvent entretenir ou aggraver rapidement les ondulations selon la valeur  $f_{usu}$  par rapport à celle de la fréquence propre en torsion de l'axe de l'essieu.

Nous avons vérifié la validité de cette analyse d'amorçage sur un grand nombre de simulations numériques. Par exemple, parmi les sept simulations figurant dans ce paragraphe, quatre formes d'usures irrégulières apparaissent nettement pour les vitesses (65, 80, 90, 100) m/s. En considérant une développée moyenne  $L_{tm}$  de la roue égale à  $2 \cdot \pi \cdot R_0$  avec  $R_0 = 0.45$  m, le tableau 3-2 récapitule les résultats pour ces valeurs de vitesses :

$V_x$ (m/s)	$f_\alpha$ (Hz)	$\lambda_\alpha$ (m)	$\lambda_\alpha / L_{rm}$	n
65	4.48	14.51	5 + 0.13	10
80	5.36	14.90	5 + 0.28	4
90	5.69	15.82	5 + 0.59	2
100	5.73	17.44	6 + 0.17	6

Tableau 3-2 : Vérification de la condition d'amorçage des ondulations.

### III.3.3. Conclusions sur la modélisation bidimensionnelle de l'usure irrégulière.

Afin d'avoir une première validation des hypothèses principales de notre travail sur l'usure irrégulière longitudinale des roues (§ III.1.), nous avons mis en place le modèle bidimensionnel d'usure décrit dans ce paragraphe (§ III.3.). L'avantage essentiel d'un tel modèle réside dans sa simplicité et dans les faibles temps de calcul nécessaires à sa mise en œuvre. Ceci nous a permis d'examiner un grand nombre de cas et de mettre en évidence un mécanisme d'amorçage des ondulations sur une surface de roue (§ III.3.2.).

Il est envisageable d'étudier l'évolution des ondulations des roues avec un tel modèle. Il suffirait d'adopter un processus de calculs itératifs tel que celui du chapitre II, où à chaque pas d'usure le rayon de la roue serait modifié suivant la répartition des énergies de glissement. Cependant, la conservation d'un même profil latéral des roues risque de limiter l'intérêt de l'étude de l'évolution. En effet, la fréquence de lacet d'un essieu dépend aussi de sa conicité équivalente, donc des profils latéraux de ces roues. Ne pas tenir compte de l'usure latérale des roues reviendrait à conserver la même fréquence de lacet d'essieu durant les pas d'usure, donc la même relation  $F(\lambda_\alpha, L_r)$ . Si les ondulations des roues sont entretenues, il sera difficile de savoir si ceci est lié aux vibrations en torsion auto excitées de l'axe de l'essieu, ou simplement au fait d'avoir les mêmes conditions d'amorçage des ondulations.

La prise en compte de la géométrie tridimensionnelle de la roue est alors indispensable à l'étude de l'évolution des ondulations. Le paragraphe suivant présente notre modèle tridimensionnel, ainsi que les résultats des simulations numériques.

### III.4. Modèle tridimensionnel de l'usure irrégulière des roues.

Dans cette étape, nous avons introduit une description tridimensionnelle de la géométrie de la roue. Chaque roue du véhicule est représentée par  $N_r = 32$  profils transversaux régulièrement espacés sur sa circonférence. Chacun de ces profils est lui même découpé en 100 zones dans le sens latéral. La surface de la roue est ainsi discrétisée en 3200 zones où l'usure locale est à déterminer (Figure 3-8), la capacité de notre matériel informatique a joué un rôle important dans le choix de cette discrétisation. A chaque instant du calcul dynamique, le centre de la zone de contact roue-rail est localisé sur la roue en latéral et sur la circonférence. L'énergie de glissement calculée est alors affectée à une zone de la surface de la roue. Lorsque le contact est du type non-hertzien ou multiple, la redistribution latérale des énergies de glissement sur les ellipses élémentaires est effectuée selon la méthode décrite au (§ II.3.).

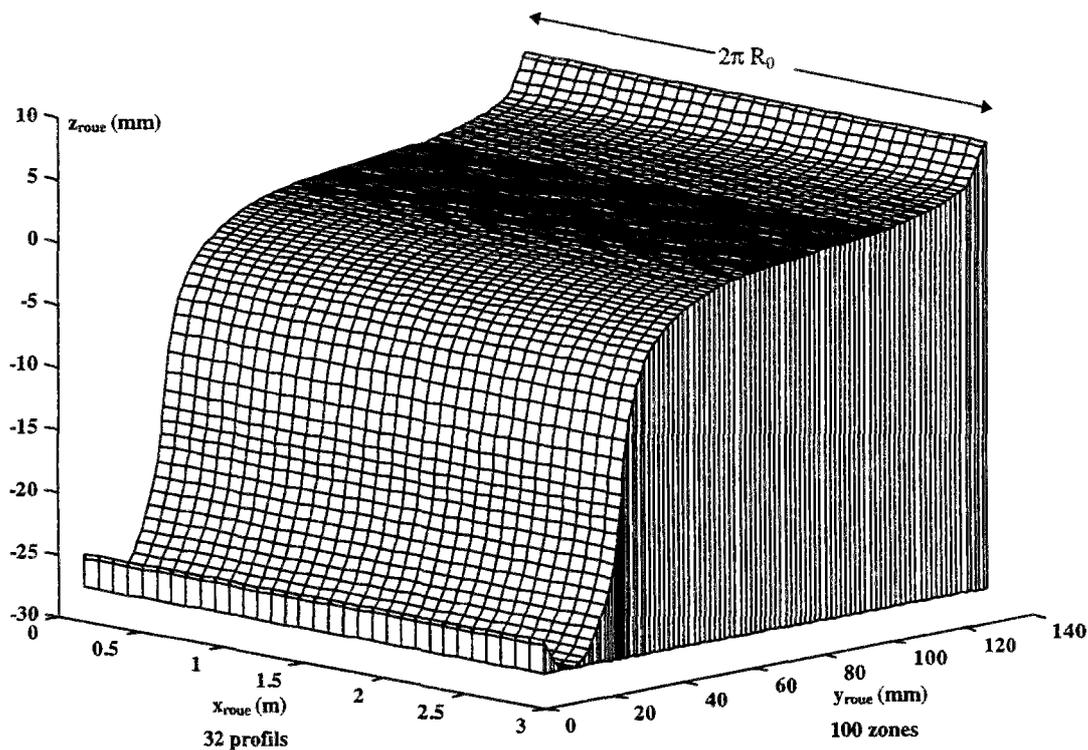


Figure 3-8 : Discretisation tridimensionnelle de la surface de la roue.

La continuité suivant  $x$  des paramètres de contact, identifiés indépendamment pour chaque combinaison de profils (gauche et droit), doit être assurée lors des calculs dynamiques. En notant  $\xi(x, y)$  l'un des paramètres de contact (roulis, variation du rayon de roulement, les

paramètres de Kalker, l'angle du plan tangent ...), et en admettant une variation linéaire de  $\xi$  entre deux profils consécutifs (j, j+1). On a :

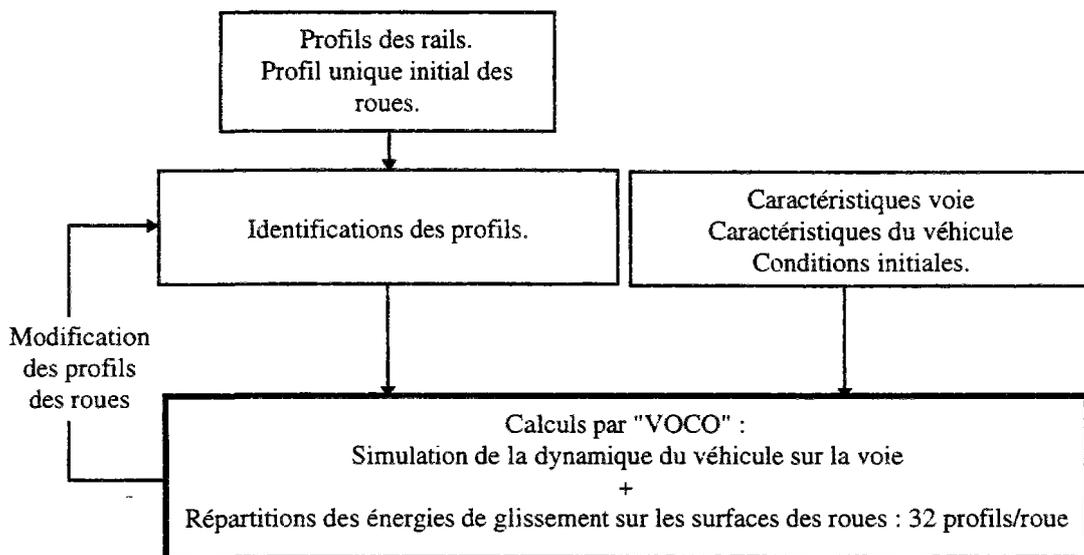
$$\xi(x, y) = \frac{x - x_j}{x_{j+1} - x_j} \cdot [\xi(x_{j+1}, y) - \xi(x_j, y)] \quad \{E 3-15\}$$

y : ballant de l'essieu compté dans un repère commun

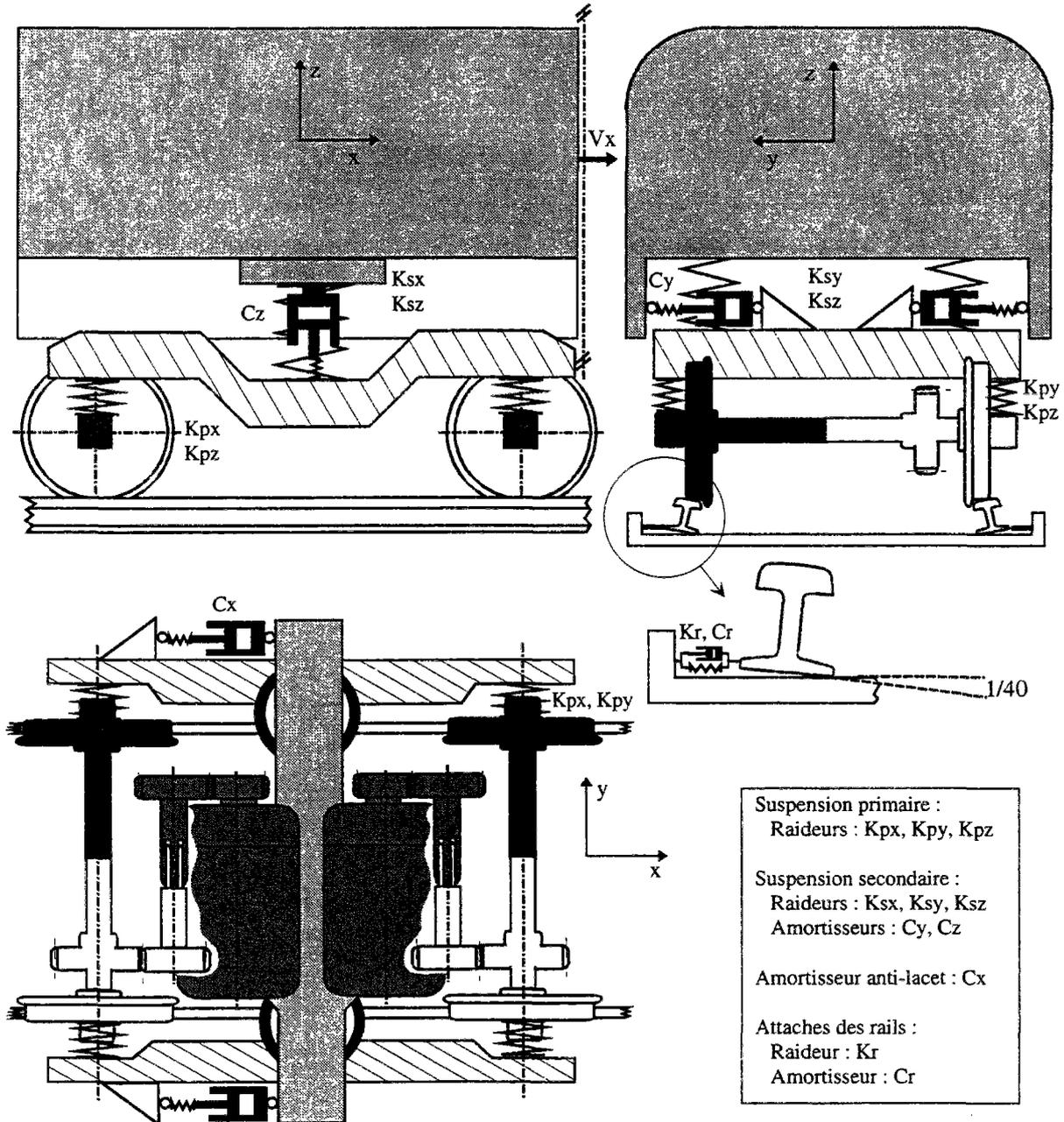
Nous avons apporté aux codes "VOCO" les différentes modifications nécessaires à la prise en compte de la géométrie tridimensionnelle des surfaces des roues.

La difficulté principale que nous avons rencontrée lors de la mise en œuvre de ce problème réside dans les temps de calcul qui ont considérablement augmenté. En effet, l'identification des paramètres de contact pour une seule combinaison de profils nécessite environ 15 mn. Soit 32 heures de calculs pour une identification de l'ensemble des profils des quatre essieux (128 profils). Nous avons ainsi été amené à appliquer le modèle complet (traitement des 8 roues des deux bogies) une seule fois (série de simulations 1 §III.4.1.). Les deux autres séries de simulations ont été effectuées en considérant que seuls les essieux du premier bogie sont concernés par l'usure. Les essieux du deuxième bogie gardent le profil initial. Cette hypothèse est justifiée par l'absence de couplage à hautes fréquences entre les deux bogies.

Les séries de simulations présentées dans la suite sont issues de calculs par "VOCO" selon un processus itératif similaire à celui du chapitre II. Rappelons que l'usure est considérée du type abrasive et proportionnelle à l'énergie surfacique de glissement :



Pour toutes les simulations, le véhicule est une motrice à grande vitesse roulant sur une voie en alignement. Les rails sont au profils UIC60 neuf posé au 1/40, leur écartement est pris égal à 1435 mm. La surface initiale de chaque roue est définie par un seul profil latéral « SNCF neuf ». La vitesse d'avance du véhicule  $V_x$  est prise égale à 280 km/h (78 m/s). Le véhicule, représenté sur la figure 3-9, est composé de 23 corps rigides reliés par des éléments viscoélastiques et des contraintes. L'ensemble du modèle possède 58 degrés de liberté.



Solides rigides de la motrice :

1 caisse, 2 châssis de bogie, 8 demi-essieux, 4 moto-réducteurs, 8 tronçons de rail.

Figure 3-9 : Modèle d'une motrice à grande vitesse

### III.4.1.Applications du modèle d'usure tridimensionnelle.

Nous avons effectué trois séries de simulations mettant en évidence l'apparition de trois formes différentes d'usures irrégulières longitudinales. La première série, comportant 13 pas d'usures et ayant nécessité 6 semaines de calculs, a été effectuée sous les conditions suivantes :

Les surfaces initiales des 8 roues sont définies par un seul profil latéral SNCF.

➤ Pas d'usures 1 ⇔ 10 :

Conditions initiales, à  $t = 0$  :

$$\text{ballants des bogies} \quad y_{B1} = -y_{B2} = 4 \text{ mm.}$$

$$\text{lacets des bogies et de la caisse} \quad \alpha_{B1} = \alpha_{B2} = \alpha_C = 2 \text{ mrd.}$$

Temps de simulation : 15 secondes, les 5 premières secondes ne sont pas prises en compte pour l'évaluation des énergies de glissement.

Pas d'usures 1 ⇔ 6 : sans amortisseur anti-lacet.

Pas d'usures 7 ⇔ 10 : avec amortisseur anti-lacet.

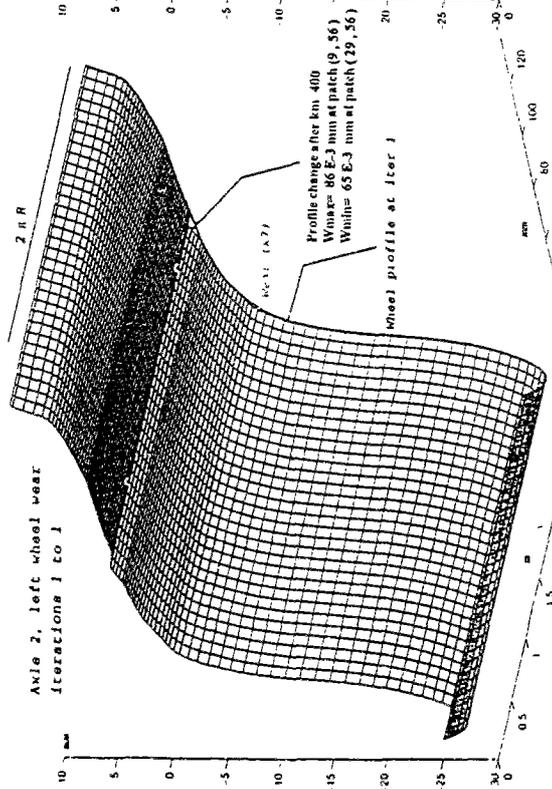
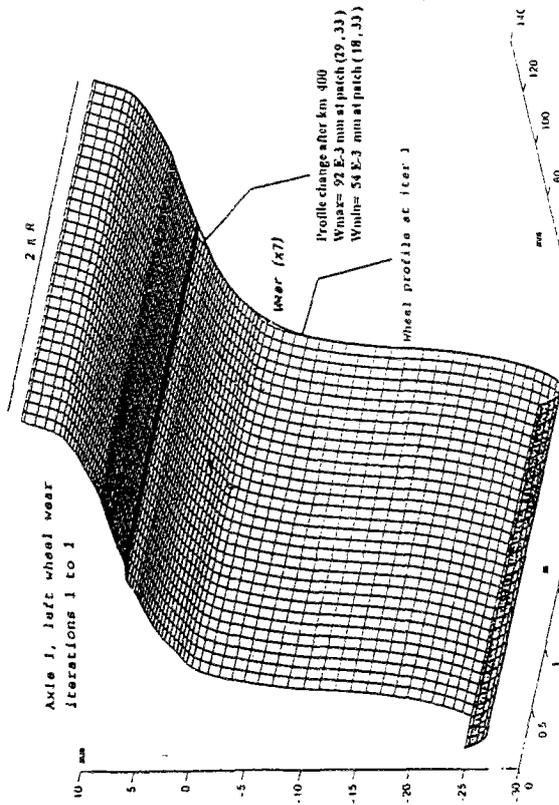
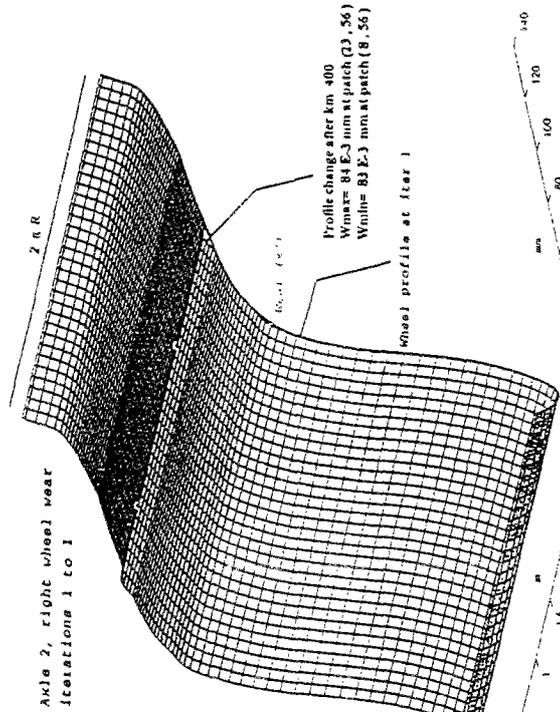
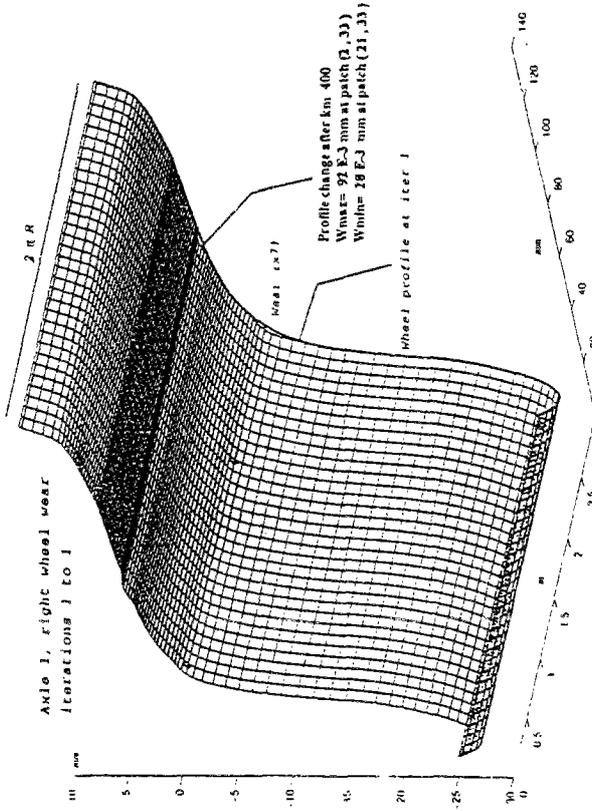
➤ Pas d'usures 11 ⇔ 13 :

Excitation du véhicule : Défaut continu sinusoïdal de dressage : amplitude 1.5 mm, longueur d'onde 50 m.

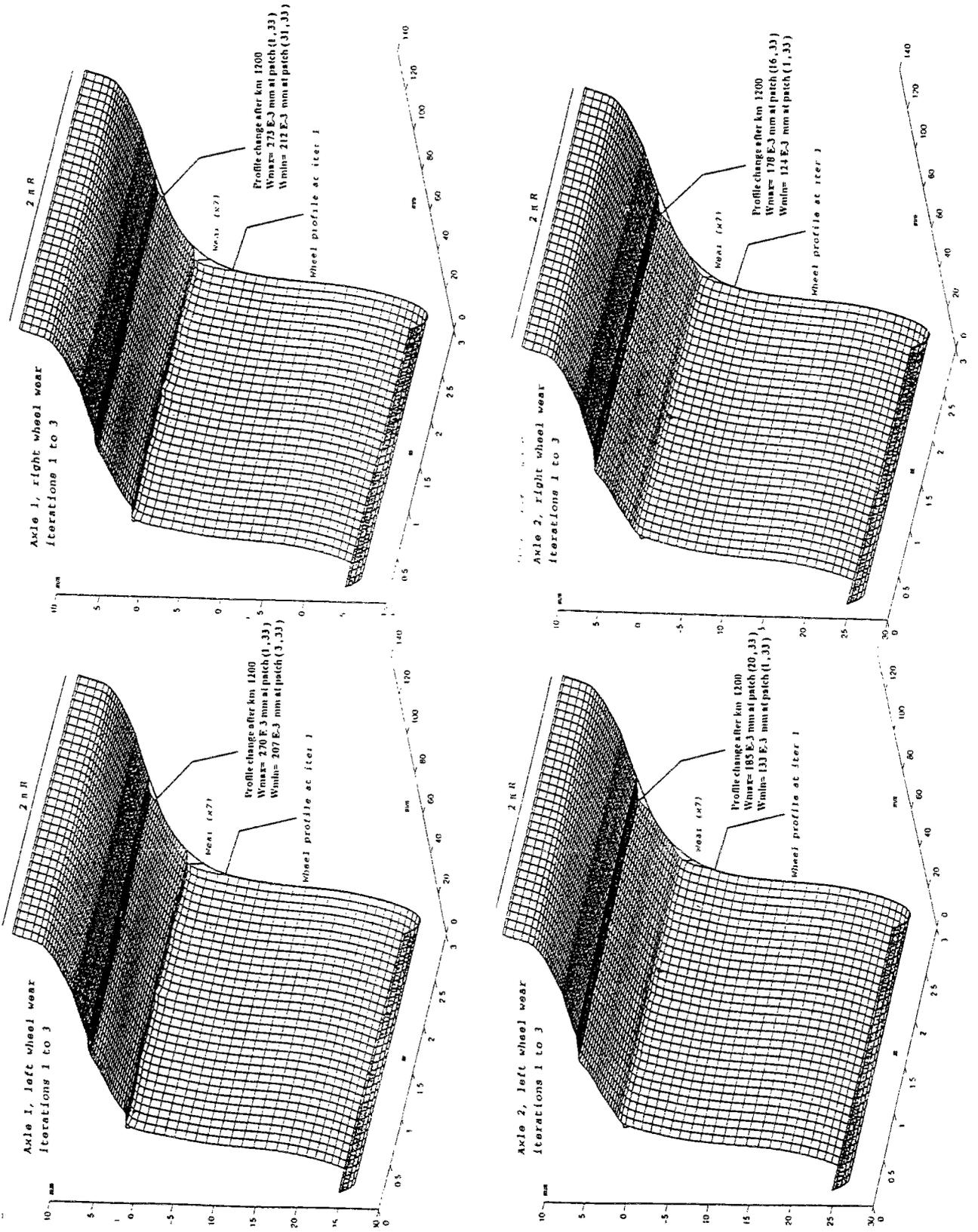
Temps de simulation : 15 secondes.

Avec amortisseur anti-lacet.

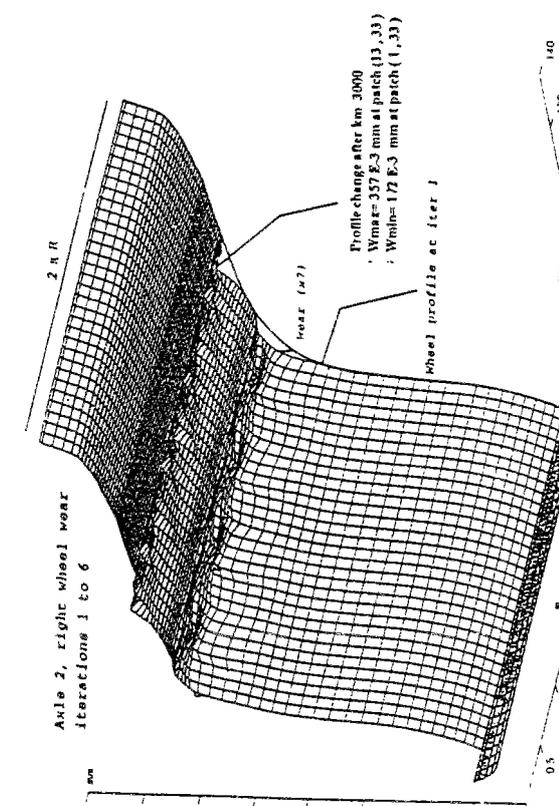
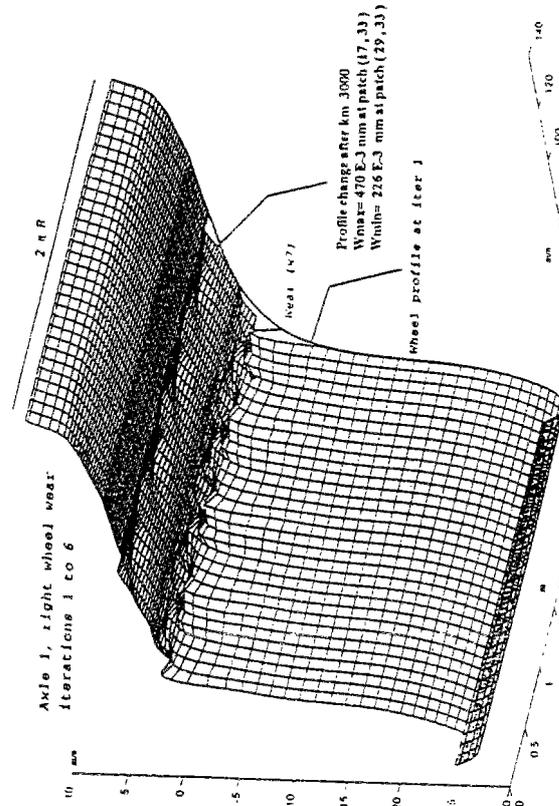
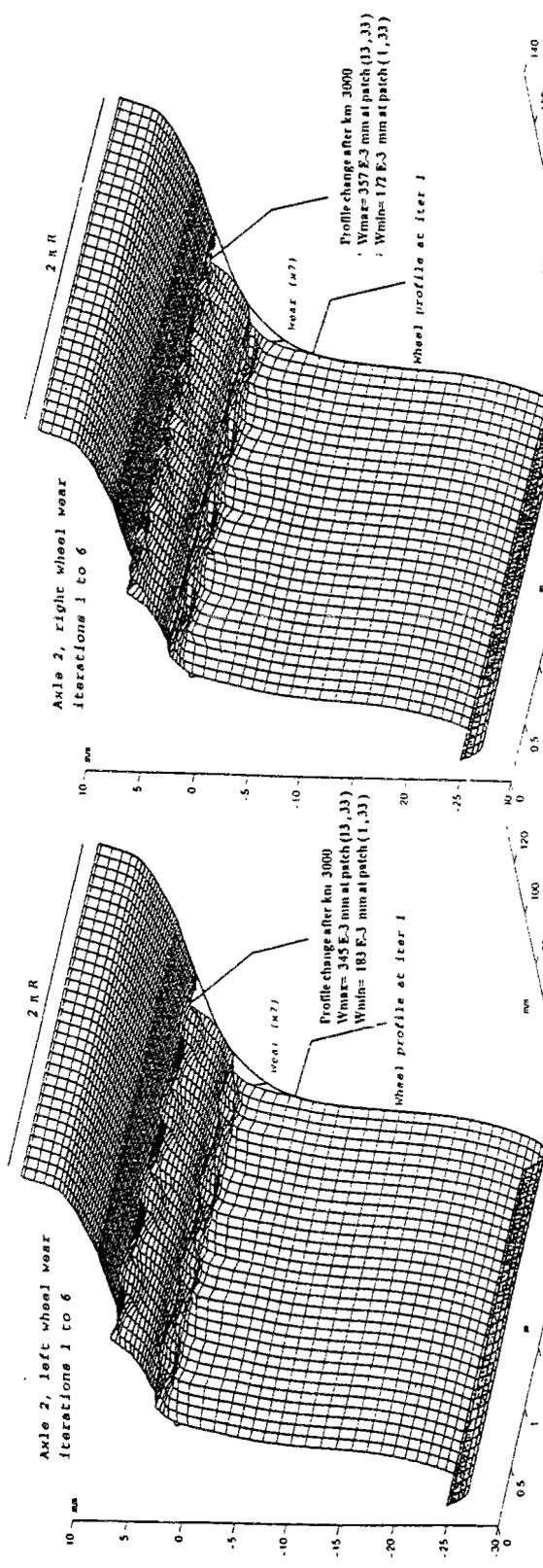
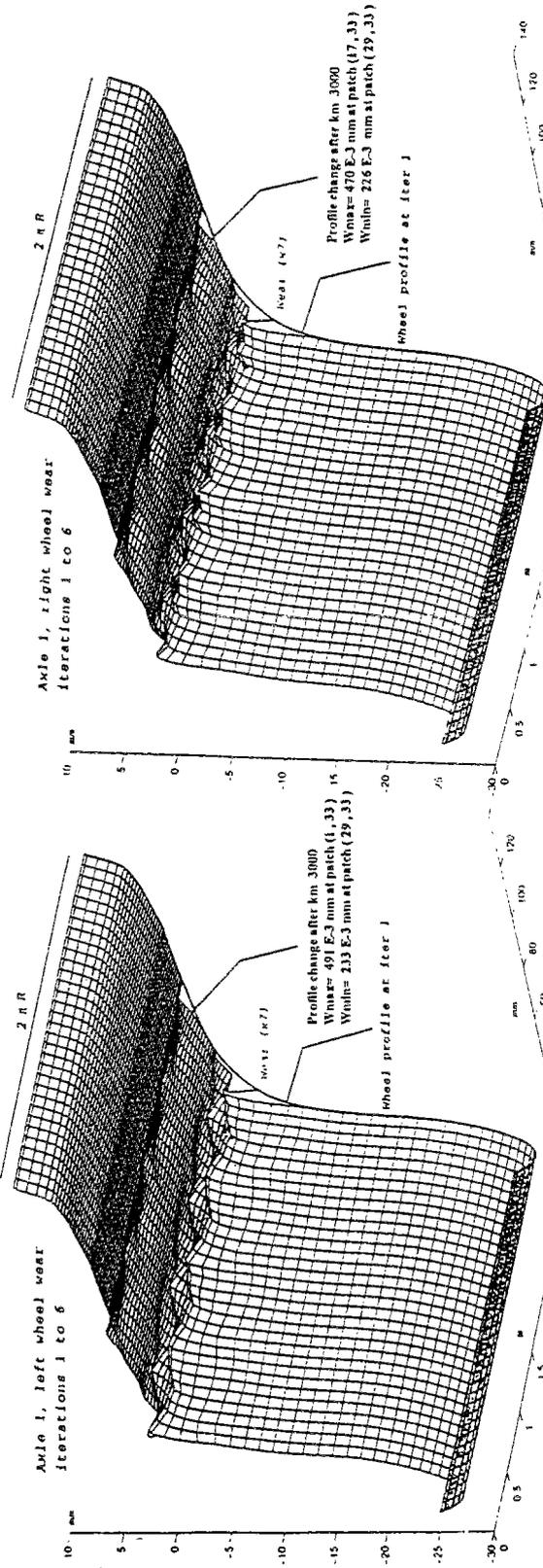
L'historique des usures calculées sur les essieux 1 et 2 du premier bogie est représenté sur les figures des cinq pages suivantes. Nous avons précisé sur chaque figure le maximum et le minimum d'usure, ainsi que la distance réelle à parcourir par le véhicule pour avoir 0.1 mm d'usure maximale. Les torsions d'axe d'essieu, lacets et roulis des essieux 1 et 2, sur deux secondes de simulation, sont reportés sur les deux pages suivantes. Les résultats numériques pour les essieux 3 et 4 sont joints en annexe A 3-2.



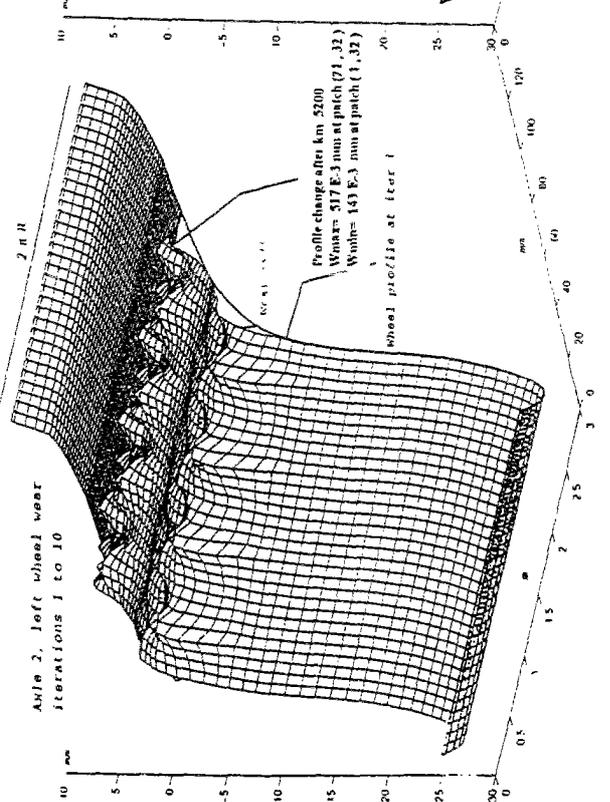
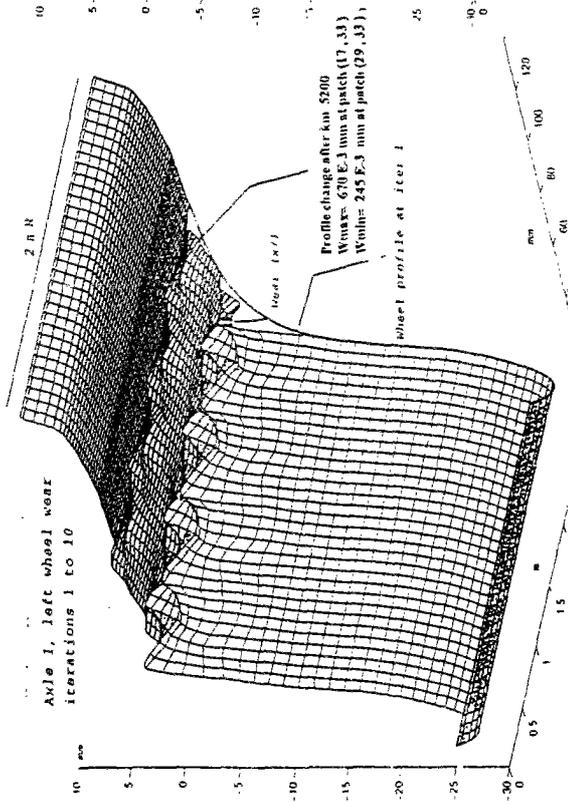
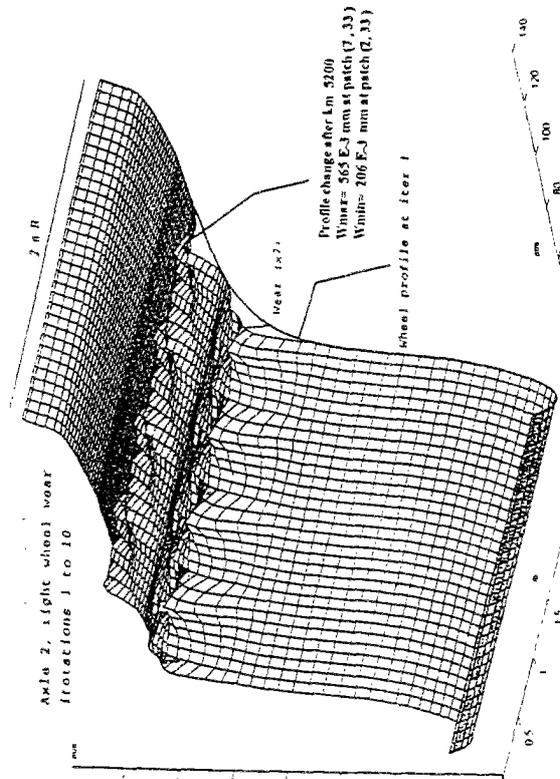
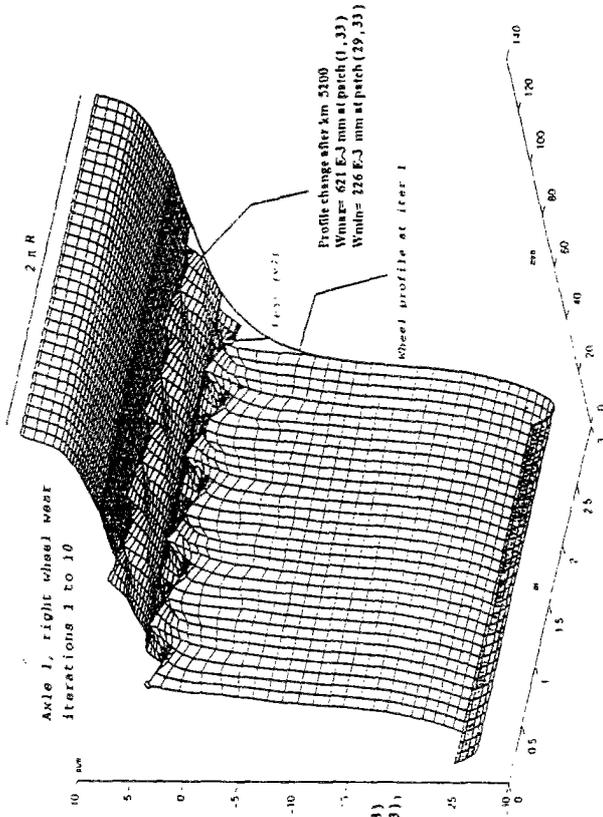
Série N° 1 : usure (x7) des roues des essieux 1 et 2 ; premier pas d'usure.



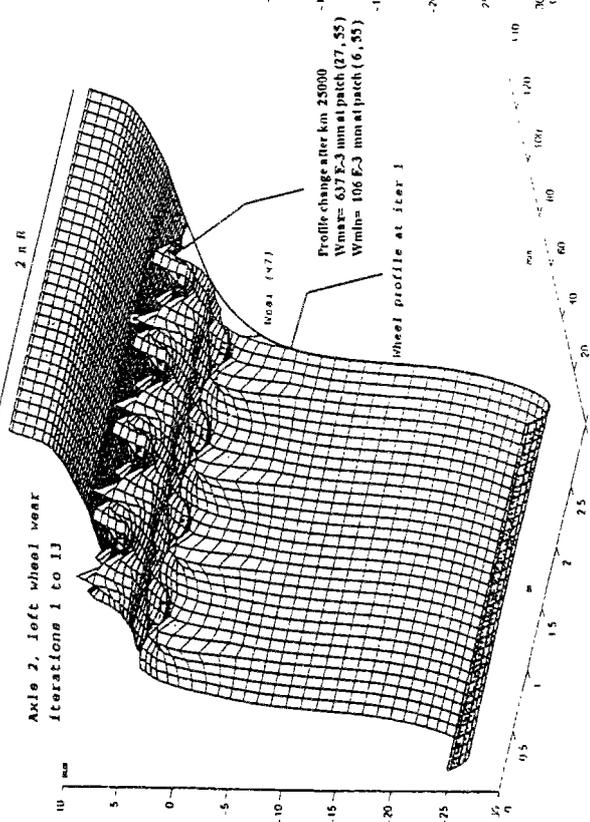
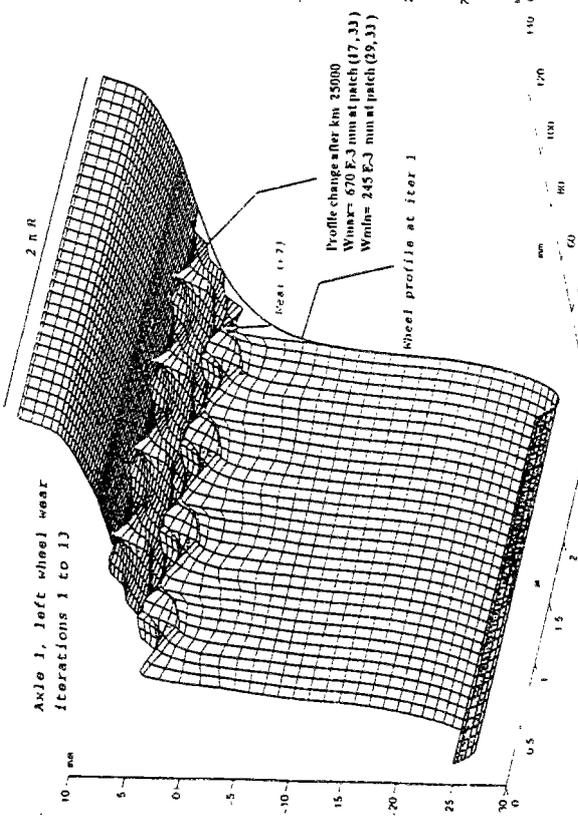
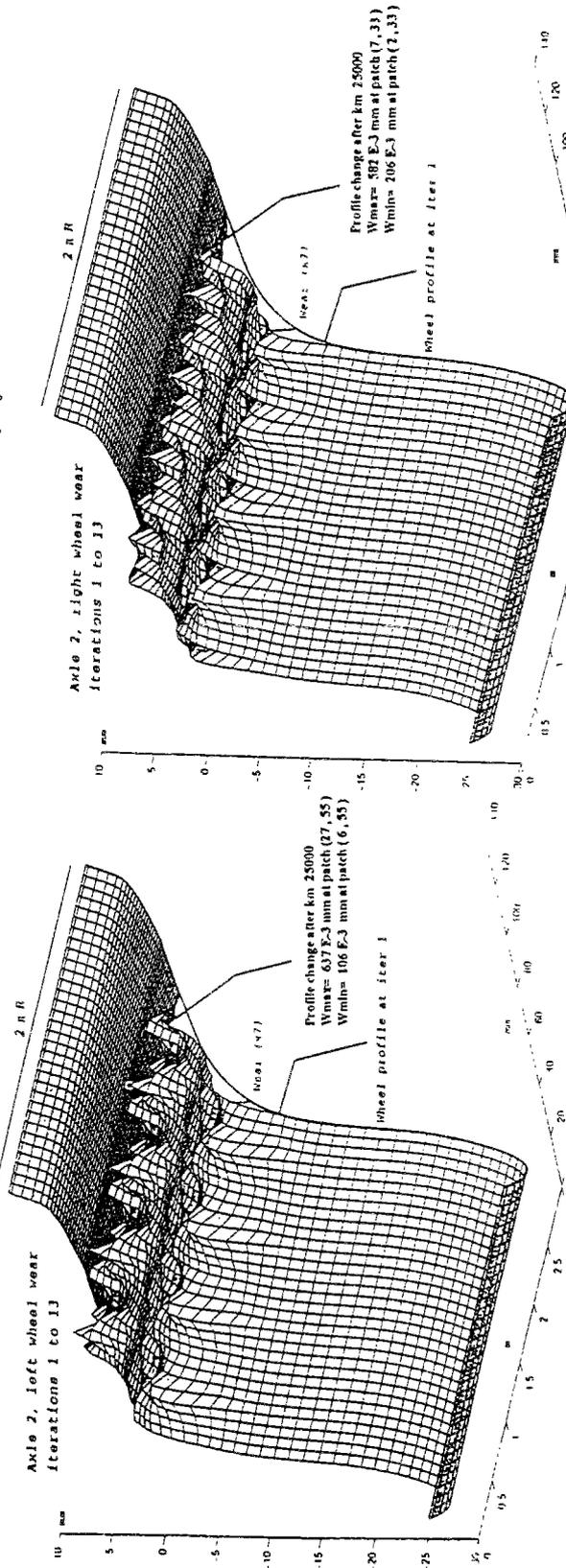
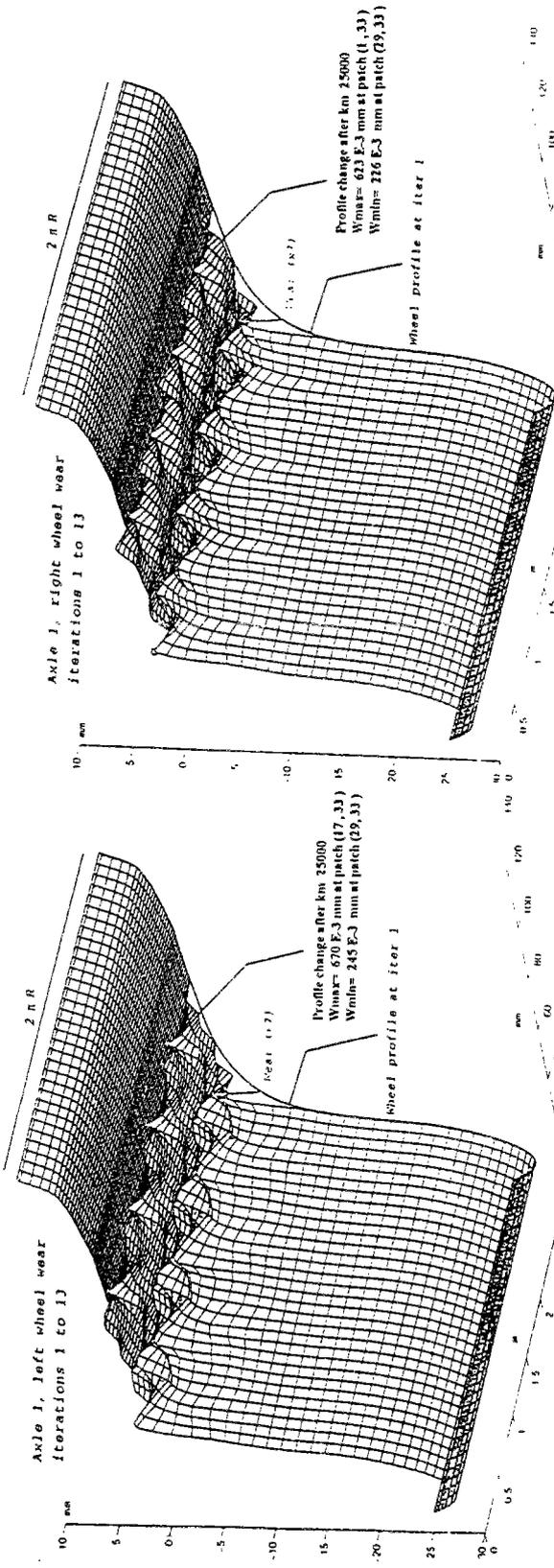
Série N° 1 : usure (x7) des roues des essieux 1 et 2 ; pas d'usure 1→3.



Série N° 1 : usure (x7) des roues des essieux 1 et 2 ; pas d'usure 1→6.



Série N° 1 : usure (x7) des roues des essieux 1 et 2 ; pas d'usure 1→10.



Série N° 1 : usure (x7) des roues des essieux 1 et 2 ; pas d'usure 1↔13.

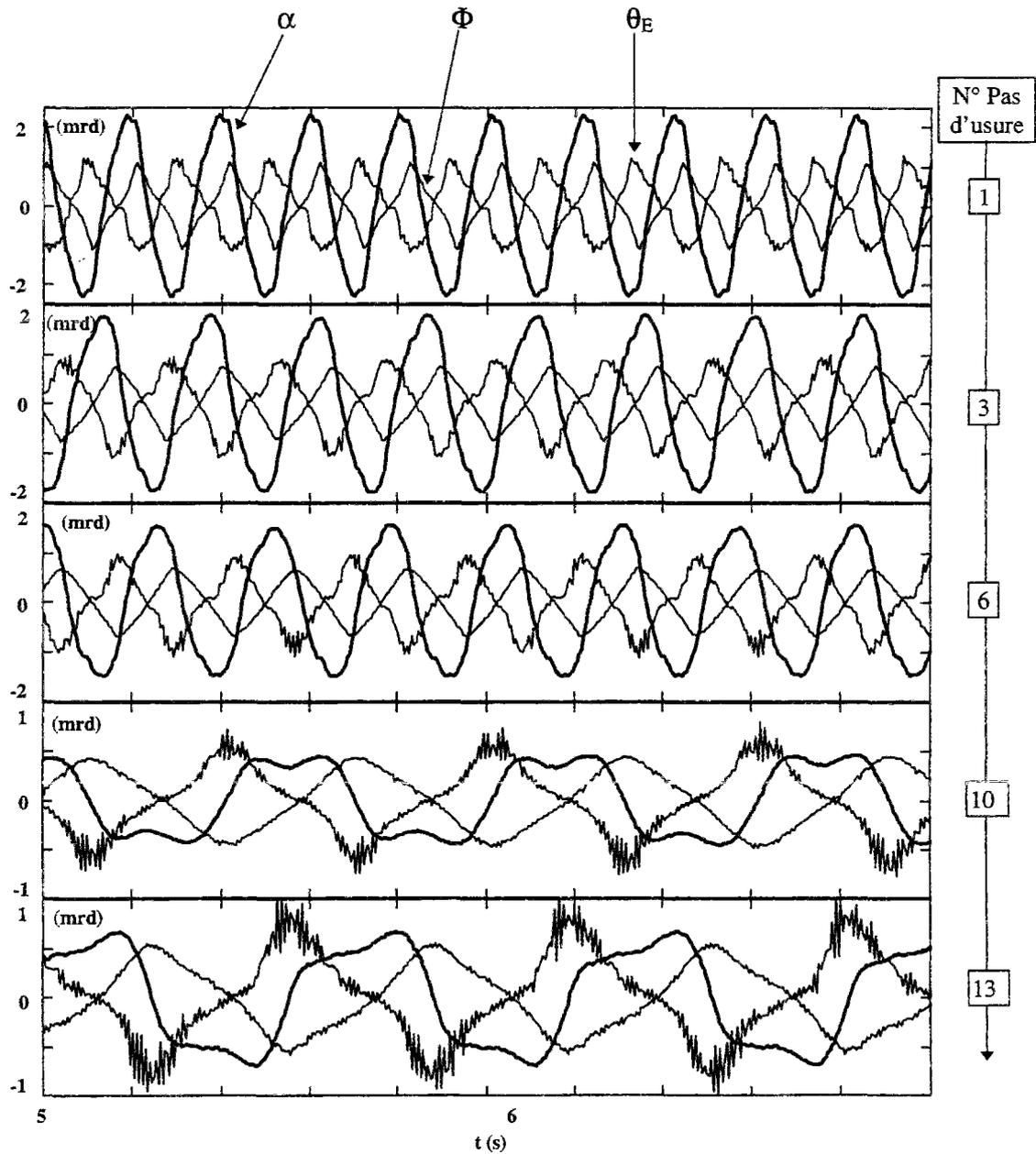
Série de simulation N° 1

Réponses dynamiques de l'essieu 1 : 2 secondes de simulation.

$\alpha$  : angle de lacet.

$\Phi$  : angle de roulis.

$\theta_E$  : angle de torsion de l'axe.



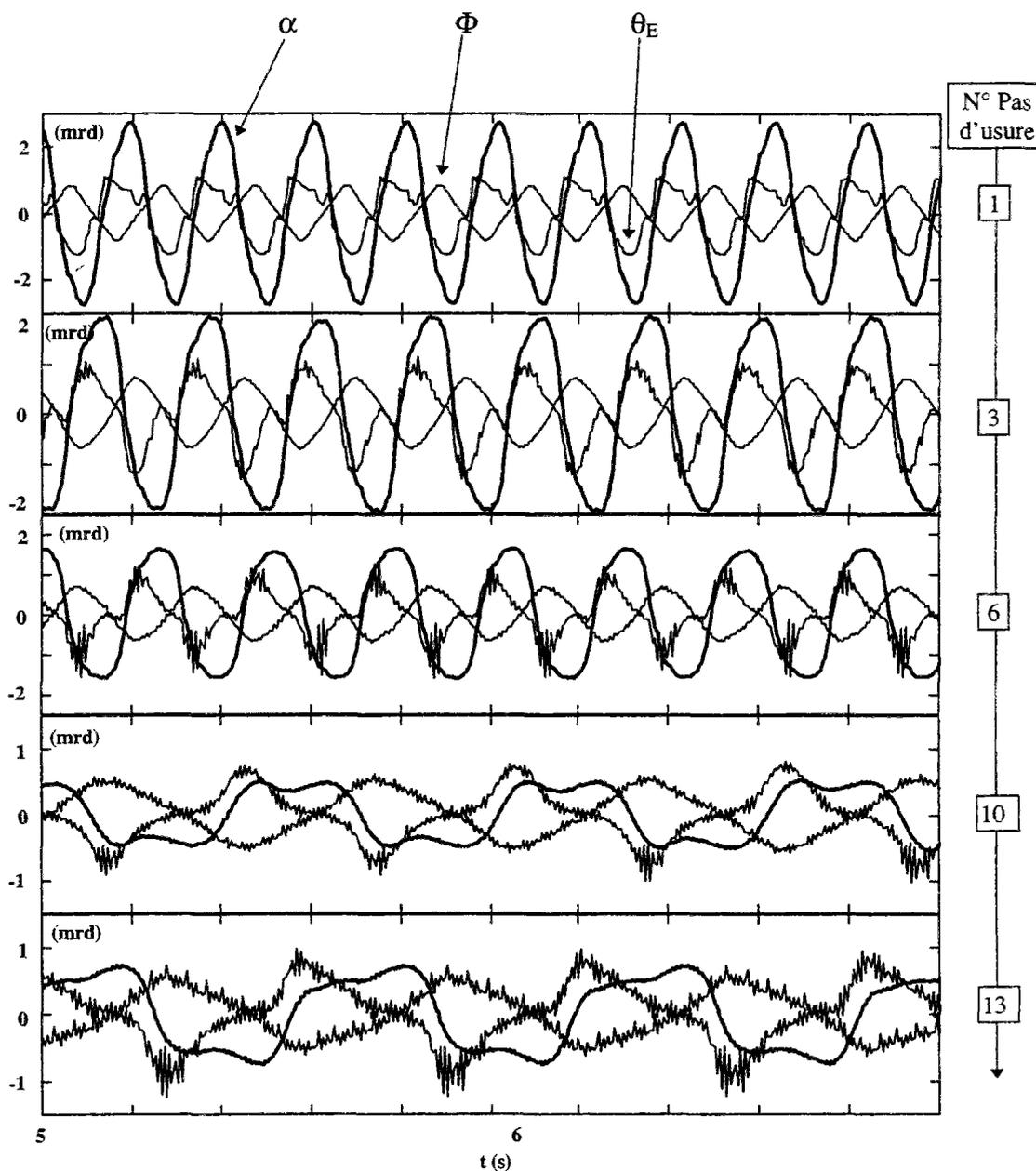
Série de simulation N° 1

Réponses dynamiques de l'essieu 2 : 2 secondes de simulation.

$\alpha$  : angle de lacet.

$\Phi$  : angle de roulis.

$\theta_E$  : angle de torsion de l'axe.



Le mécanisme conduisant à l'apparition des usures irrégulières longitudinales est assez bien décrit par cette première série de simulations. Le couplage à travers le contact roue-rail de la dynamique transversale de l'ensemble bogie-essieux et de la torsion de l'axe de l'essieu, conduit à des répartitions périodiques d'usures sur les surfaces des roues. On peut distinguer ici une bande de roulement avec quatre zones, où l'usure est plus importante, régulièrement espacées sur la circonférence ; ce phénomène est communément appelé "les roues carrées". L'amplification rapide des ondulations est essentiellement liée à l'excitation associée aux usures, dont la fréquence  $f_{usu} = 110$  Hz (cf. § III.3.2.) est proche de la fréquence propre de la torsion d'axe (100 Hz).

La figure 3-10 donne une idée claire de l'installation progressive et de l'amplification des vibrations en torsion auto excitées. Les cinq graphes sont obtenus en appliquant un filtre numérique passe haut aux signaux représentant la torsion d'axe de l'essieu 1, la fréquence de coupure du filtre est égale à 20 Hz. Des graphes similaires peuvent être obtenus pour les autres essieux, leur présentations ne nous a pas semblé indispensable pour la compréhension du problème.

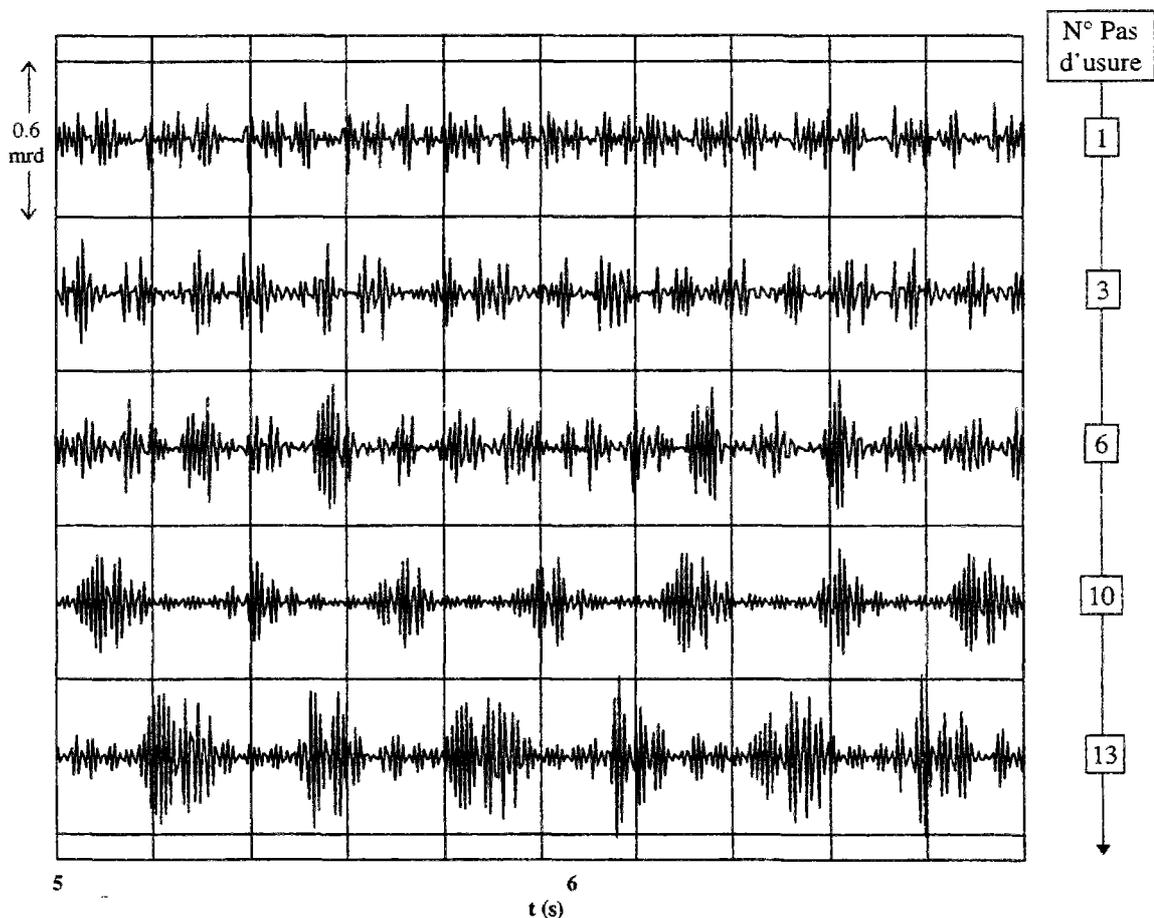


Figure 3-10 : Angle de torsion filtré de l'axe de l'essieu 1, filtre passe haut à 20 Hz.

Le modèle tridimensionnel appliqué aux quatre essieux, comme dans cette première série de simulations, présente des difficultés pratiques. D'une part, les temps de calculs ont considérablement augmenté et d'autre part, la quantité de données et de résultats est très importante ; ce qui conduit à des situations difficiles à gérer. Pour remédier à cet inconvénient pratique sans affecter la nature du problème à étudier, nous proposons une méthode d'application du modèle tridimensionnel simplifiée. Cette méthode est basée sur l'hypothèse de l'absence de couplage à hautes fréquences entre les deux bogies d'un même véhicule. Les raideurs relativement faibles utilisées classiquement pour les suspensions secondaires et les grandes masses et moments d'inertie des caisses, l'ensemble réalisant un filtre passe bas, justifient en grande partie cette hypothèse. Nous pouvons ainsi réduire le nombre d'essieux concernés par l'usure, les deux essieux du premier bogie par exemple. Ceci permet de réduire de moitié la taille du problème.

Afin de montrer la validité d'une telle méthode et de confirmer le mécanisme d'usure irrégulière, nous avons effectué deux autres séries de simulations où seuls les essieux 1 et 2 du premier bogie sont concernés par l'usure. L'autre différence par rapport à la première réside dans le mode d'excitation du véhicule. Le véhicule est ici excité par un faible défaut sinusoïdal de dressage,  $D_r$ , de la voie d'amplitude  $A$  et de longueurs d'ondes  $(\lambda_1, \lambda_2)$  :

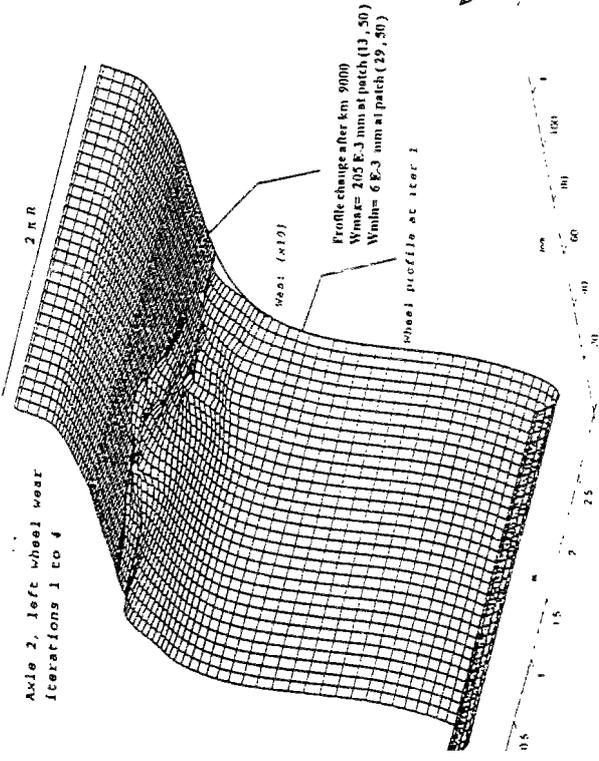
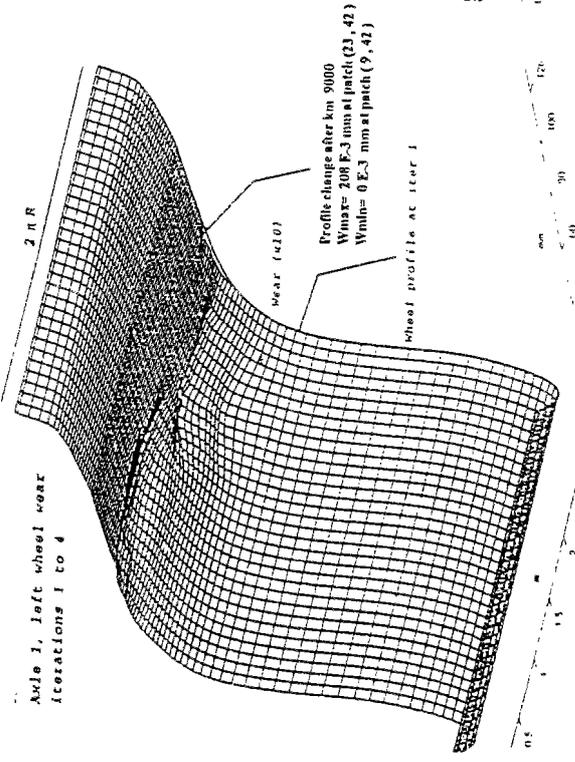
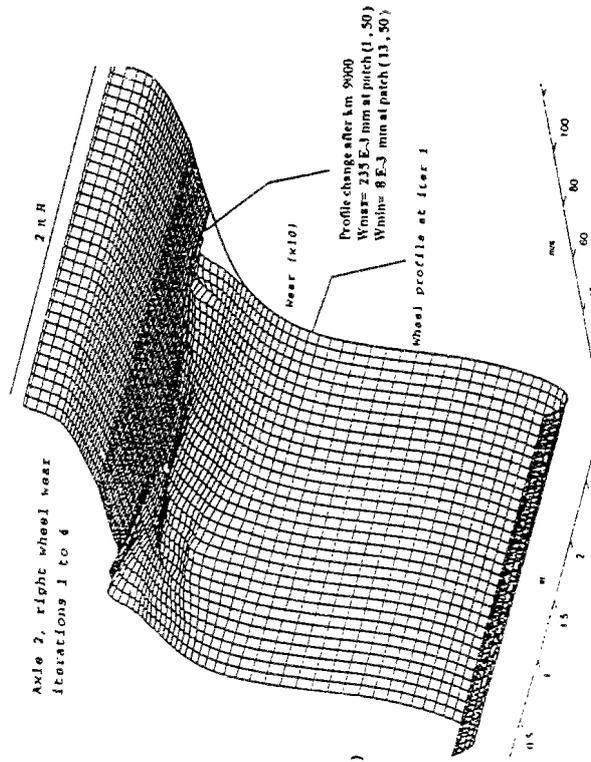
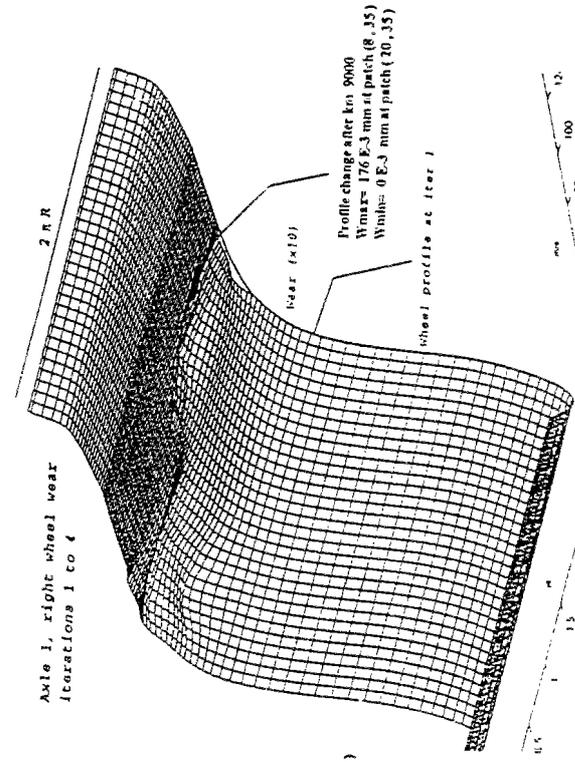
$$D_r \text{ (mm)} = A \cdot \left[ \sin\left(\frac{\pi \cdot s}{\lambda_1}\right) + \sin\left(\frac{\pi \cdot s}{\lambda_2}\right) \right] \quad \{E 3-16\}$$

$s$  : abscisse curviligne sur la voie.

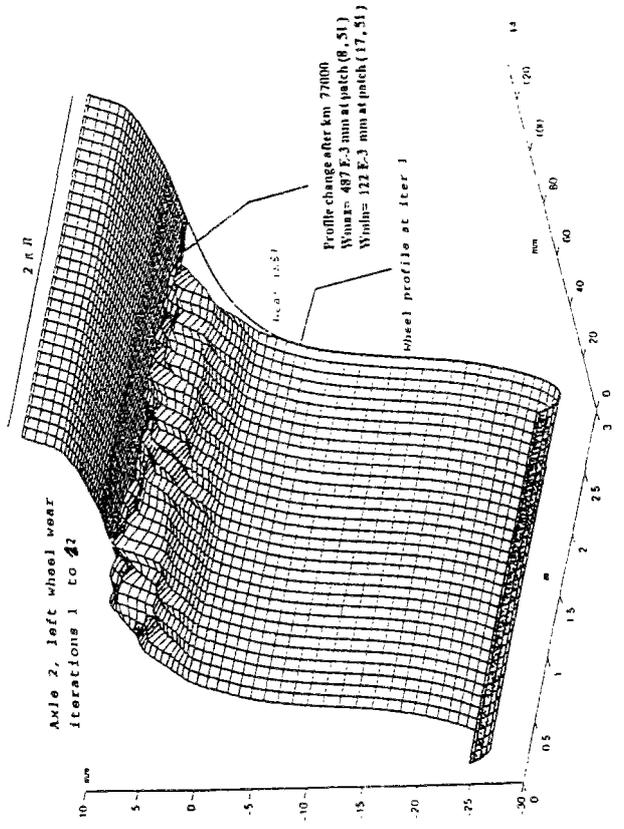
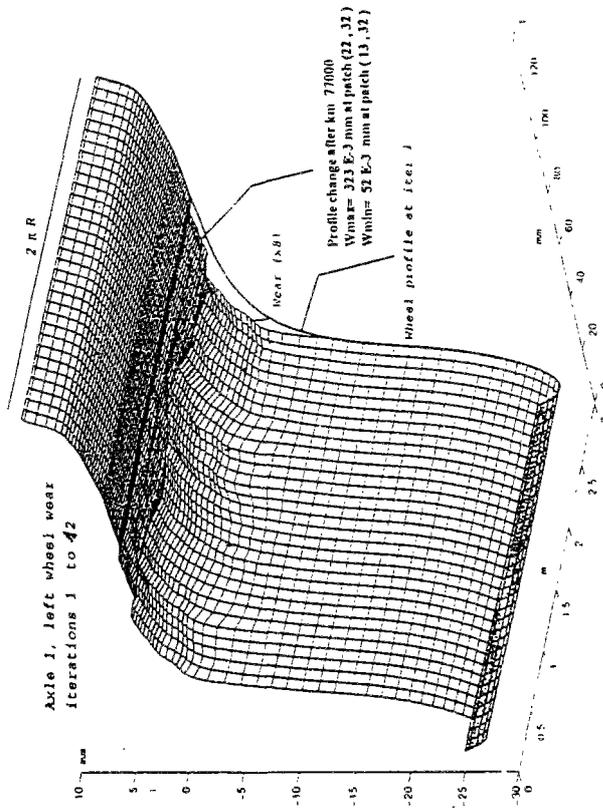
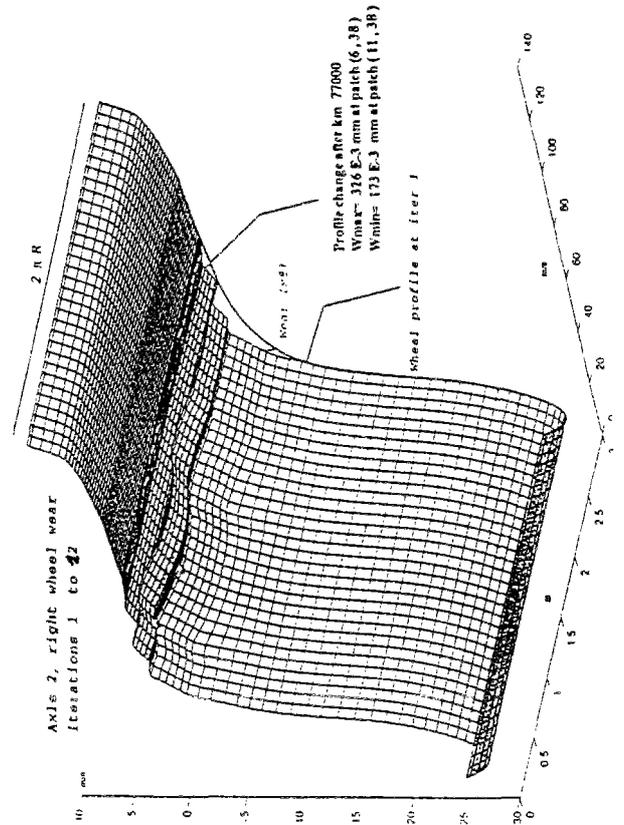
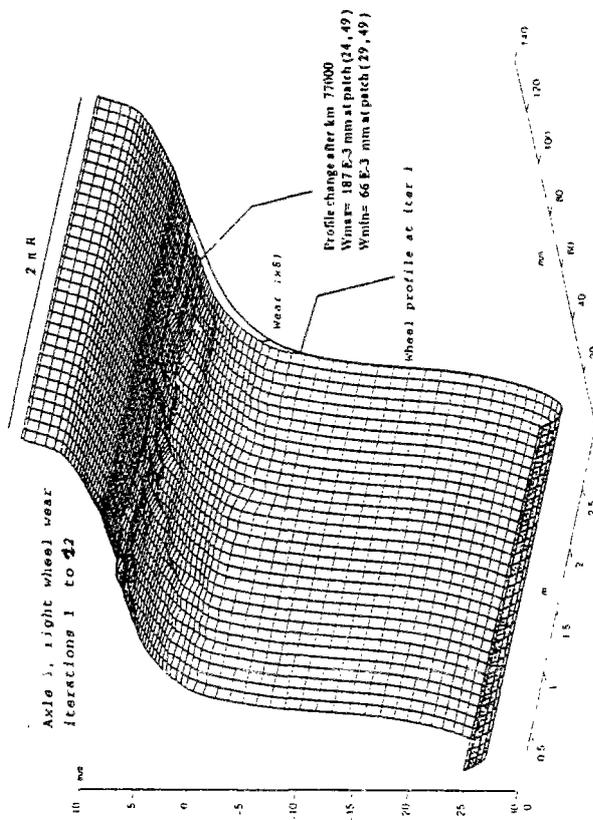
Avec :  $A = 1.5 \text{ mm}$ ,  $\lambda_1 = 50 \text{ m}$  et  $\lambda_2 = 3 \text{ m}$  pour la série N° 2

$A = 3 \text{ mm}$ ,  $\lambda_1 = 50 \text{ m}$  et  $\lambda_2 = 30 \text{ m}$  pour la série N° 3

Les usures calculées, sur les roues des essieux 1 et 2 au quatrième (respectivement au douzième) pas d'usure pour la série N°2 (respectivement N°3), sont reportées sur les figures des deux pages suivantes. Nous avons joint en annexes A 3- 3 et A 3-4 l'évolution dans le temps des usures des roues pour les deux séries de simulations.



Série N° 2 : usure (x10) des roues des essieux 1 et 2 ; pas d'usure 1 ↔ 4.



Série N° 3 : usure (x8) des roues des essieux 1 et 2 ; pas d'usure 1⇒12.

Un aspect important de l'usure irrégulière est le manque de symétrie entre les roues, il est mis en évidence dans la troisième série de simulations, où seule la roue droite du deuxième essieu développe deux ondulations. Comme observé sur site, les roues d'un même bogie ne développent pas nécessairement la même forme d'ondulations ; l'origine de ces différences peut être facilement comprise. En effet, malgré la symétrie géométrique des divers composants d'un véhicule, du point de vue de la dynamique cette symétrie n'est pas toujours conservée. Par exemple, les essieux avant et arrière d'un même bogie ne bénéficient souvent pas de la même stabilité. Donc, il est parfaitement envisageable que dans les conditions de circulation réelle l'usure irrégulière des roues d'un même bogie soient différentes. Nous attirons enfin l'attention sur les usures calculées à la deuxième série où deux ondulations, transversalement décalées, apparaissent sur chaque surface de roue. Selon le procédé de vérification des roues employé par les services d'entretiens, une telle distribution d'usure risque d'être interprétée sous forme d'une seule ondulation, de fréquence double, par surface de roue. Pour le bon déroulement de futures études sur ce problème, il nous semble nécessaire d'utiliser des procédés de mesures tridimensionnelles des surfaces réelles des roues.

Dans tous les cas de figure présentés dans les trois séries de simulations, le mécanisme conduisant à l'usure irrégulière longitudinale des roues se présente de la même façon et semble en accord avec les observations. Contrairement à ce qui est supposé jusqu'à nos jours par les modèles d'usures ondulatoires des rails (§ III.1.), les ondulations sur les surfaces roulantes apparaissent liées à la dynamique transversale des véhicules couplée à la torsion des axes de ces essieux. Le couplage, assez complexe, est assuré par l'interface formée par la zone de contact roue-rail. Autrement dit, la torsion de l'axe induit des glissements, par conséquent des efforts au contact qui entretiennent ces torsions. Il s'agit ici d'un exemple typique de vibrations auto excitées (ou self induites).

L'analyse et la prédiction d'un tel processus par des moyens de calcul purement analytiques nous semble tout à fait impossible.

### III.5. Conclusions sur l'usure irrégulière longitudinale des roues.

Depuis plusieurs années l'étude des phénomènes d'ondulations des surfaces roulantes ferroviaires pose de grandes difficultés. A travers ce quatrième chapitre, nous avons exposé des hypothèses nouvelles sur le mécanisme conduisant aux ondulations, ainsi qu'une mise en place de ces hypothèses par simulations numériques [SOUA 95a, 95b]. Notre modèle diffère principalement par trois points de celui qui est habituellement utilisé (§ III.1.) :

➤ La dynamique transversale des véhicules (des bogies en particulier) couplée à la torsion de l'axe des essieux, forment le mécanisme d'apparition et de sélection d'une forme d'usure abrasive irrégulière qui prend son origine dans les pseudo-glissements du contact.

➤ La prise en compte des profils réels roue-rail, de la forme et de l'étalement latéral de la zone de contact forment, à notre avis, une des conditions nécessaires à la simulation réaliste d'un phénomène aussi complexe que l'usure ondulatoire.

➤ Une description assez fine des efforts au contact et des énergies de glissement est réalisée.

Face à la complexité du phénomène, nous avons procédé progressivement en partant d'un modèle simplifié (§ III.3.). Ce premier modèle, bénéficiant d'un avantage au niveau des faibles temps de calculs, nous a permis d'avoir une première validation de nos hypothèses sur un grand nombre de simulations et de limiter les risques d'échec avant d'entamer une modélisation plus sophistiquée. Nous avons ensuite développé un modèle plus complet, où notamment la géométrie tridimensionnelle des roues est prise en compte (§ III.4.). la confrontation des résultats de ce deuxième modèle avec la réalité permet de soutenir la validité du mécanisme d'usure irrégulière que nous avons supposé au départ de notre travail.

Pour chaque simulation présentée dans ce chapitre, nous en avons effectué une similaire où seule la pose du rail est changée : 1/20 au lieu de 1/40. Présenter toutes les distributions d'usures dans ce cas n'est pas d'une grande utilité, il suffit de savoir qu'aucune forme d'usure périodique n'a été trouvée. Toute les distributions d'usures calculées ont été trouvées apériodiques, quasiment aléatoires. Ceci est en accord avec les observations réelles, les roues du matériel des réseaux, pour lesquels le rail UIC est posé au 1/20, ne sont pas

concernées par le problème d'ondulations. Une explication assez satisfaisante à cette différence entre les conséquences des deux poses est donnée par la figure 3-11.

Nous avons reporté sur la figures 3-11 la distribution de l'effort normal, pour les deux poses de rails, sur la roue gauche d'un essieu en fonction du ballant  $y$ . Le profil de roue étant un profil SNCF neuf ; les rails sont écartés de 1435 mm et sont au profil UIC60 neuf :

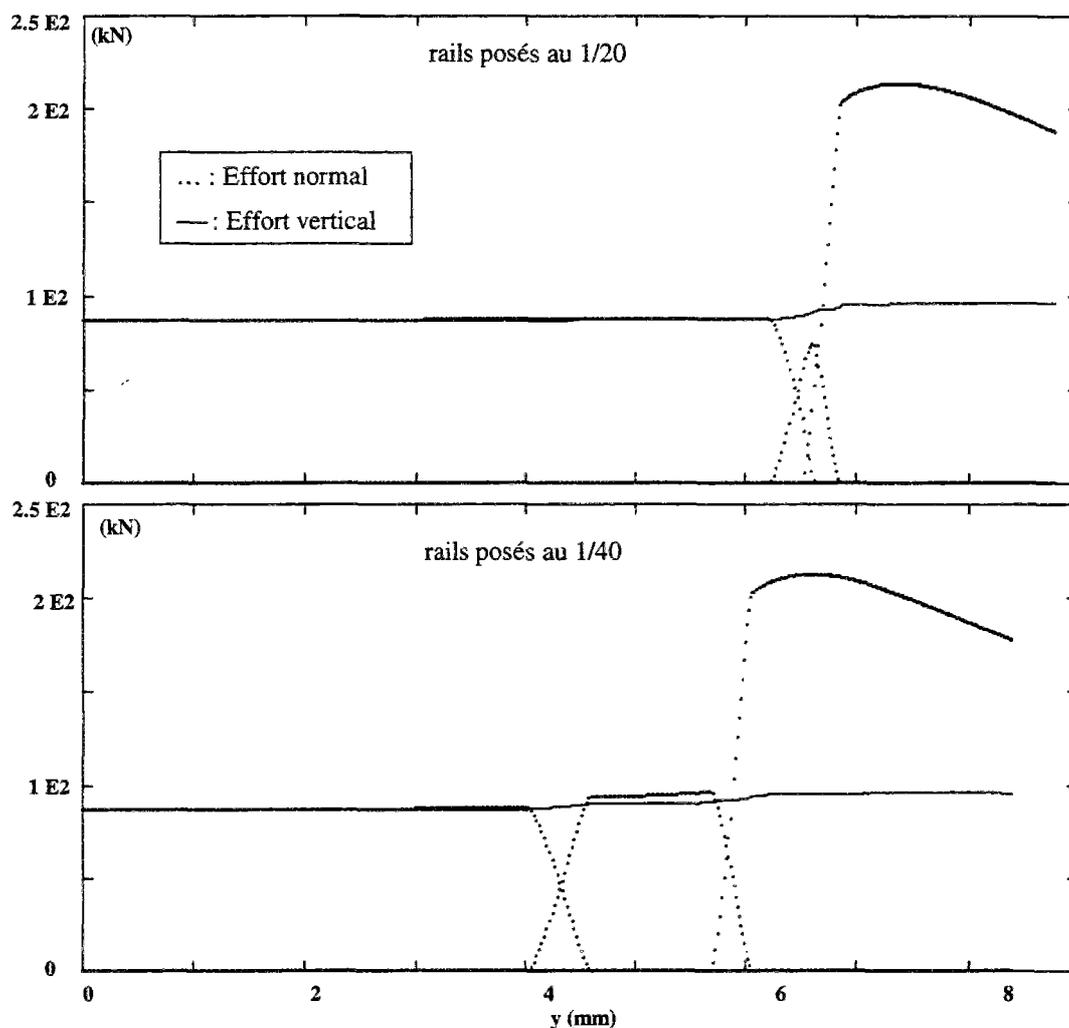


Figure 3-11 : Distribution de l'effort normal pour différentes poses de rails : 1/20 et 1/40.

Les sauts de points de contact, se traduisant par l'apparition de points multiples, sont une source d'excitation principale de la torsion de l'axe. Lorsque les rails sont posés au 1/20 et jusqu'à  $y = 6.5$  mm, le contact roue-rail est géométriquement stable et s'établit sur le rayon de 300 mm du rail. Le seul saut, se produisant à 6.5 mm, correspond au moment où la roue monte sur le rail, ce qui est statistiquement rare. Par contre, lorsque la pose est au 1/40, le contact roue-rail change de zone sur le rail à partir de  $y = 4$  mm ; la roue roule sur le rayon de 300 mm du rail puis sur le rayon de 80 mm. Ceci implique des variations rapides et fréquentes

des caractéristiques du contact (formes et dimensions) et des glissements rigides ; créant ainsi la source d'excitation des vibrations en torsion de l'axe qui une fois amorcées s'auto-entretiennent.

Le mécanisme décrit ici avec un profil particulier de roue est une propriété intrinsèque à la pose du rail UIC60 au 1/40. La pose au 1/40 favorise des variations significatives des propriétés du contact, pour des valeurs de ballant nettement plus faibles que celles pour une pose au 1/20. Il s'agit ici, à notre avis et d'après l'étude présentée dans ce chapitre, de la source initiale des usures irrégulière longitudinales.

Le but principal que nous avons poursuivi lors de cette étude consistait à mettre en évidence le processus d'apparition d'usures irrégulières. L'analyse faite ci-dessus ne doit pas être prise pour une solution au problème, car il n'est pas réaliste de proposer le changement de la pose des rails sur des centaines de kilomètres de voie. Peut-être cependant serait-il envisageable de modifier progressivement le profil des rails par meulage en préconisant des modifications des formes à reproduire ? En outre, le modèle que nous avons développé peut également servir à rechercher d'éventuelles solutions, par ajustement de paramètres de construction des bogies par exemple. Il peut aussi servir à éviter les problèmes en cas de nouvelles études.



**Chapitre IV :**

**Fatigue des Matériaux Soumis au Contact Roulant -  
Etude du Head Checking.**



## **CHAPITRE IV : Fatigue des Matériaux Soumis au Contact Roulant - Etude du Head Checking.**

### **IV.1. Présentation Générale.**

Les durées de vie des constructions et des machines sont limitées pour plusieurs raisons dont l'une des plus redoutables est la fatigue. L'usure, la corrosion, le fluage ...etc., produisent des dégradations progressives qui, au delà d'un certain seuil, nécessitent l'entretien ou le retrait du service de certains organes ; alors que la fatigue peut entraîner la destruction d'une structure par rupture brutale. Le problème de fatigue se pose à chaque fois qu'un métal est soumis à des sollicitations d'intensité variable périodiquement, ceci intéresse en particulier les constructions automobile, aéronautique et ferroviaire, et pour la dernière, les ruptures de rails que nous voulons aborder ici.

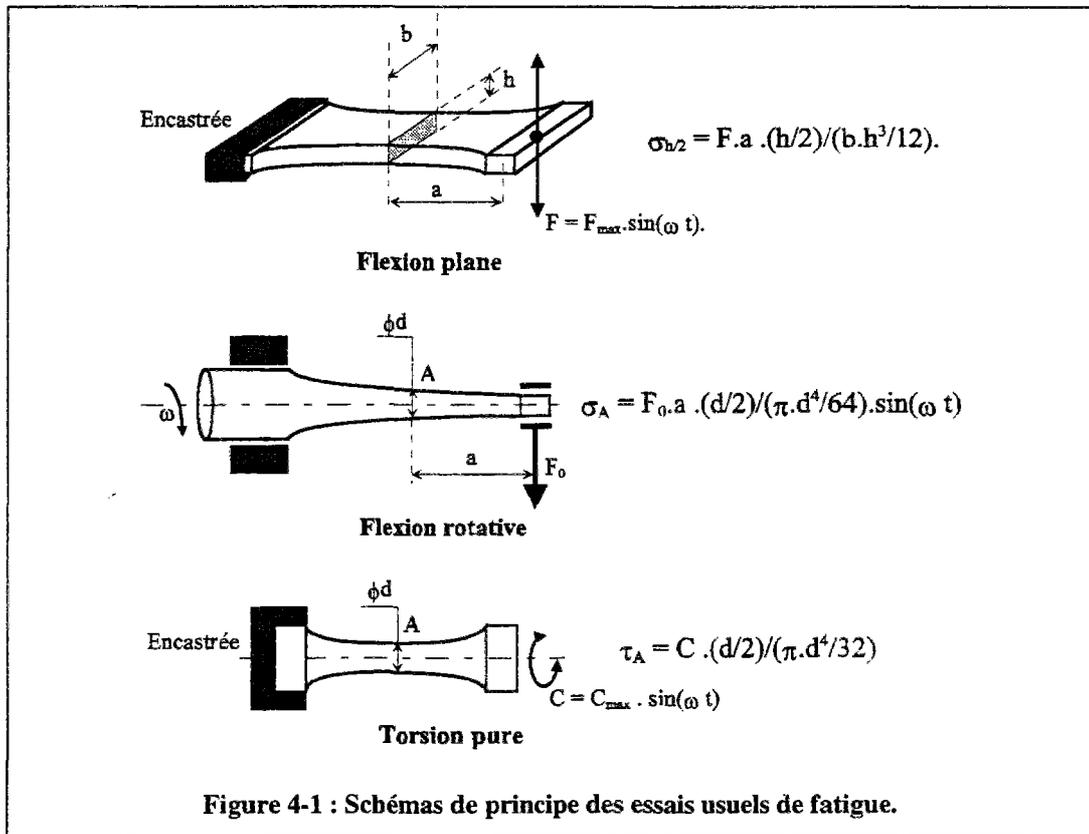
Les premières études sur le problème d'endurance sont apparues au début du 19<sup>ème</sup> siècle. En 1829, Albert, en Allemagne, soumettait des chaînes de mine à des épreuves de traction répétée avant leur entrée en service. En 1849, Hodgkinson, en Angleterre, pratiquait des essais de flexion plane répétée (Figure 4-1) sur des poutres pour étudier les conditions d'emploi du fer et de la fonte dans les chemins de fer. En vue de déterminer les causes de ruptures des essieux de véhicules ferroviaires, Wöhler (ingénieur des chemins de fer allemand) poursuivit des expériences de 1852 à 1869. Il créa les premières machines d'essais de flexion rotative et formula les lois fondamentales de la fatigue [CAZAUD 69] :

➤ Le fer et l'acier peuvent se rompre sous un effort unitaire inférieur à la charge de rupture statique ou même inférieur à la limite élastique, lorsque l'effort est répété un nombre suffisant de fois.

➤ Si l'écart (algébrique) entre l'effort maximal et l'effort minimal est inférieur à une certaine valeur limite, la rupture n'a pas lieu quelque soit le nombre de sollicitations.

Cette valeur limite a été appelée *résistance en service* par Wöhler, *charge naturelle de rupture* par Tresca et *limite élastique naturelle* par Bauschinger. Ces dénominations correspondent à ce que l'on appelle aujourd'hui : *la limite de fatigue (ou d'endurance)*.

Depuis Wöhler, le nombre d'investigateurs qui ont étudié les méthodes de dimensionnement à la fatigue et les théories sur les solides endommageables a considérablement augmenté (Tresca, Coffin, Manson, Dang Van, Chaboche, Lemaitre, ...).

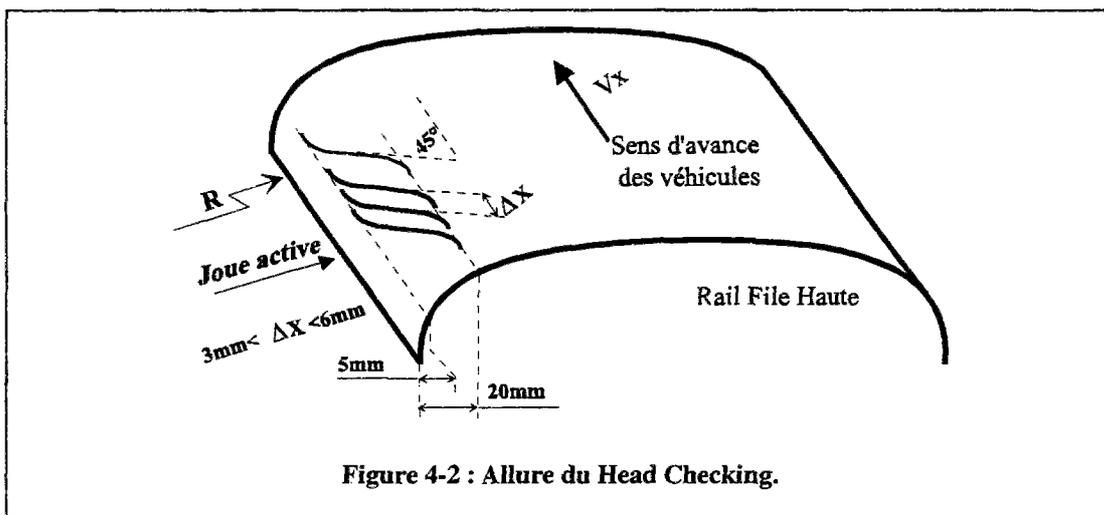


De nos jours et malgré le nombre important de ces méthodes de calcul, l'étude de l'endurance demeure l'un des problèmes les plus délicats de la construction mécanique. Ceci est essentiellement lié au grand nombre de paramètres intervenant dans l'étude, dont certains évoluent dans le temps et/ou sont couplés. Ces paramètres peuvent être classés en trois groupes :

- 1) Les formes géométriques et les dimensions des structures.
- 2) Les caractéristiques physico-mécaniques des matériaux utilisés.
- 3) Les conditions mécaniques, physiques et chimiques des sollicitations.

Faire appel à des coefficients de correction (par exemple les coefficients de formes) et négliger judicieusement l'influence ou les interactions de certains de ces paramètres, sont alors souvent indispensables dans la modélisation d'un problème de fatigue.

Dans le domaine ferroviaire, où toute rupture peut avoir des conséquences dramatiques, de grands progrès ont été et sont encore réalisés pour éviter les ruptures par fatigue des organes du matériel roulant en service. Du côté de la voie, une meilleure stratégie d'entretien préventif et l'amélioration de la qualité des aciers de rails sont à l'origine de la quasi-disparition des ruptures de rails. Néanmoins, ces progrès sont accompagnés par l'apparition de nouveaux types de dégradations de rail liés à la fatigue du contact roulant, dont l'un nous intéresse plus particulièrement : *Le Head Checking* (code 2223 dans la classification UIC des défauts de rail). Ce défaut est observé sur les rails de la file haute des voies en courbes (de rayon R allant de ~500 à ~1000 m) ; il se présente d'abord sous forme de fissures fines transversales au niveau du congé du côté de la face active, ces fissures progressent ensuite en profondeur et entraînent l'écaillage du congé et finalement la rupture transversale du rail. La densité des fissures et leurs espacement sont très variables, mais elles présentent toutes, au début, un aspect spécifique représenté sur la figure (4-2).



Afin d'identifier les causes de certains types de dégradations de rails, la SNCF anime un groupe de travail sur les problèmes de fatigue du contact roulant (*G.T. Fatigue*). Plusieurs types de défauts y ont été étudiés, en particulier les "Squats" [AKNIN 96] et le "Head Cheking". Des études métallographiques (UNIMETAL), des suivis d'usures (LTN) et des duretés des aciers de rails (SNCF) sur la zone test de Valence<sup>1</sup>, ont apporté une aide considérable au travail du groupe. L'étude que nous présentons dans la suite de ce chapitre a été effectuée dans le cadre de ce groupe de travail.

<sup>1</sup> La SNCF a mis en place dès fin 1989, une zone test dans la région de Valence. L'étude porte sur les rails d'une courbe à gauche de 700 à 800m de rayon. Les rails, de nuance 900A, proviennent de quatre fabricants européens de rails.

Nous débuterons ce chapitre par un rappel de quelques modèles d'endommagement. Nous aborderons ensuite les méthodes de calcul des contraintes dans un massif soumis à des efforts de contact. Enfin, nous présenterons les résultats de notre travail et notamment les dispositions que nous estimons nécessaires à la lutte contre l'apparition du Head Checking.

## IV.2. Rappels sur quelques critères et modèles d'endommagement.

Le processus conduisant à la rupture des structures se décompose en deux phases principales : l'AMORÇAGE en un (ou plusieurs) point d'une fissure macroscopique<sup>2</sup>, et la PROPAGATION de la fissure.

Deux disciplines distinctes traitent de ces deux phases :

**La mécanique de la rupture** : elle concerne la phase de propagation où l'analyse suppose l'existence d'une fissure macroscopique. Cette fissure peut être induite par les chargements de service de la structure, ou lors de l'élaboration et/ou de la mise en forme du matériau (la fissure est alors dite incompatible).

**La mécanique de l'endommagement** : cette discipline traite de la détérioration progressive de la matière jusqu'à l'amorçage d'une fissure macroscopique. Usuellement, on distingue quatre types d'endommagement : ductile, fragile, de fluage et de fatigue (polycyclique pour un nombre de cycles à la rupture supérieur à  $10^5$  ou oligocyclique pour un nombre inférieur à  $10^4$ ). La classification d'un processus d'endommagement donné dépend du type de sollicitations (monotone ou cyclique) et de la valeur relative de la déformation élastique par rapport à la déformation plastique du matériau [LEMAITRE 85]. Notre travail entre dans le cadre de l'endommagement par fatigue.

Les méthodes de dimensionnement à la fatigue sont très nombreuses et font l'objet de plusieurs ouvrages et publications ([CAZAUD 69], [LEMAITRE 85⇒95], [LIENARD 88], [SEGURET 88]). Le choix de l'une de ces méthodes est, en grande partie, fixé par le type de sollicitations auxquelles est soumise la structure (uniaxiales ou mutiaxiales, monotones ou cycliques, ...) et par le but poursuivi par l'étude. Nos objectifs sont, entre autres, de localiser par le calcul le lieu d'amorçage des fissures sur le rail et d'estimer le nombre de cycles

<sup>2</sup> Une fissure est dite macroscopique à partir d'une certaine taille qui dépend du matériau (exemples: 0.1mm⇒métaux, 1mm⇒polymères, 10mm⇒bois) [LEMAITRE 85].

nécessaires à cette amorce. En plus, la connaissance de l'évolution de l'endommagement en profondeur durant les cycles de chargement est nécessaire pour l'optimisation de la stratégie de meulage des rails. Nous avons retenu :

- Le critère de Dang Van pour un calcul du coefficient d'endurance en fonction de la profondeur du rail.
- La loi cinétique de l'endommagement isotrope pour le calcul de l'évolution de l'endommagement jusqu'à l'amorçage de la fissure macroscopique.

Dans la suite de cette partie, nous rappellerons la définition de la variable endommagement ( $D$ ), le principe d'application du critère de Dang Van et l'essentiel de la loi cinétique de l'endommagement isotrope.

#### IV.2.1. Définition de la variable endommagement ( $D$ ).

En 1958, Kachanov [KACHANOV 61] a défini une variable continue notée  $D$ . Cette variable rend compte, à tout instant, de l'état de détérioration progressive de la matière jusqu'à l'amorçage d'une fissure macroscopique.  $D$  est définie de la manière suivante :

Considérons un Volume Élémentaire Représentatif (VER) d'un volume endommagé ( $V$ ). soit ( $S_{ver}$ ) une section totale du volume élémentaire repérée par sa normale  $\vec{n}$  (Figure 4-3) :

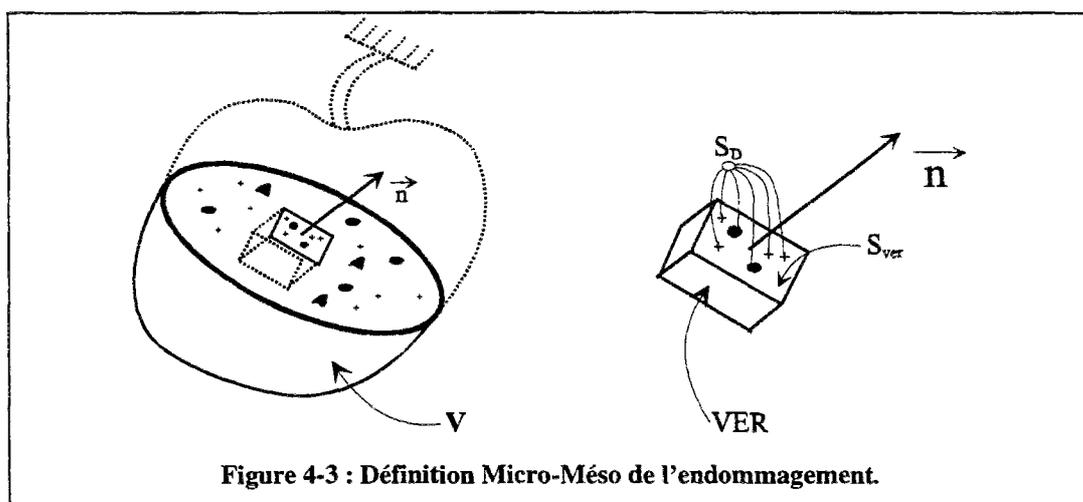


Figure 4-3 : Définition Micro-Méso de l'endommagement.

$\tilde{S}$  est définie comme étant la section effectivement résistante, c'est à dire la surface  $S_{ver}$  diminuée de la surface  $S_D$  des défauts (micro-vides et micro-fissures).

La variable endommagement  $D_n$  dans la direction  $\vec{n}$  est :

$$D_n = \frac{S_D}{S_{ver}} = 1 - \frac{\bar{S}}{S_{ver}} \quad \{E 4-1\}$$

$D_n = 0$  correspond à l'état vierge.

$D_n = 1$  correspond à l'élément de volume rompu selon le plan de normale  $\vec{n}$ .

$D_n$  est de nature tensorielle lorsque l'endommagement est anisotrope. Dans le cas où les défauts sont répartis également dans toutes les directions, l'endommagement est dit isotrope et le tenseur  $D_n$  est réduit à un scalaire  $D$  :

$$D_n = D ; \forall \vec{n}.$$

#### IV.2.2. Critère de Dang Van

Pour formuler son critère, en 1970, Dang Van s'est essentiellement basé sur :

- des résultats expérimentaux mettant en évidence le peu d'influence de la valeur moyenne de la cission (cisaillement) sur l'amorçage des fissures.
- l'hypothèse consistant à dire qu'une fissure s'amorce par glissement dans un plan correspondant à l'orientation des joints de grains est défavorable.
- le fait qu'une forte pression hydrostatique positive favorise l'ouverture d'une fissure (mode I).
- les réflexions critiques sur des critères tels que Crossland (1956) et Sines (1959).

L'application de ce critère pour l'évaluation du coefficient d'endurance d'une structure consiste en cinq grandes étapes [SEGURET 88] :

☞ Soit un point  $M$  d'une structure sollicitée  $S_t$ . Soit  $\sigma(M, t)$  le tenseur des contraintes en  $M$ , en fonction du temps ( $t$ ), dans la base  $(X, Y, Z)$  et soit  $\vec{n}$  la normale à une facette contenant le point  $M$ . On définit :

$\vec{S}(t, \vec{n}) = \sigma(M, t) \cdot \vec{n}$  : le vecteur des contraintes en M selon la facette de normale  $\vec{n}$ .

$\vec{T}(t, \vec{n}) = \vec{S}(t, \vec{n}) - (\vec{S}(t, \vec{n}) \cdot \vec{n}) \vec{n}$  : le vecteur des contraintes tangentielles en M dans le plan de la facette de normale  $\vec{n}$ .

On considère ensuite le trajet décrit par l'extrémité "E" de  $\vec{T}(t, \vec{n})$  lorsque t varie. Soit  $(C_n)$  le plus petit cercle circonscrit au trajet, et  $(O_n)$  le centre de ce cercle (Figure 4-4) :

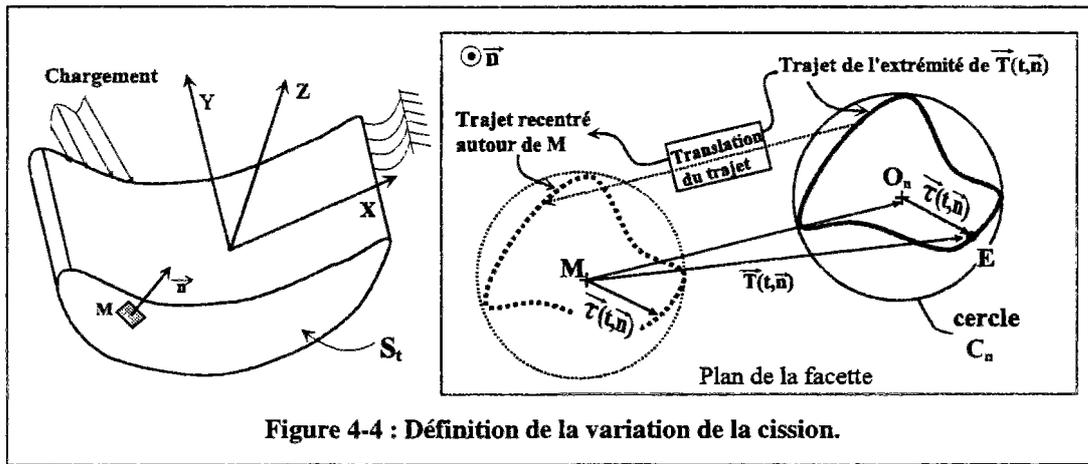


Figure 4-4 : Définition de la variation de la cission.

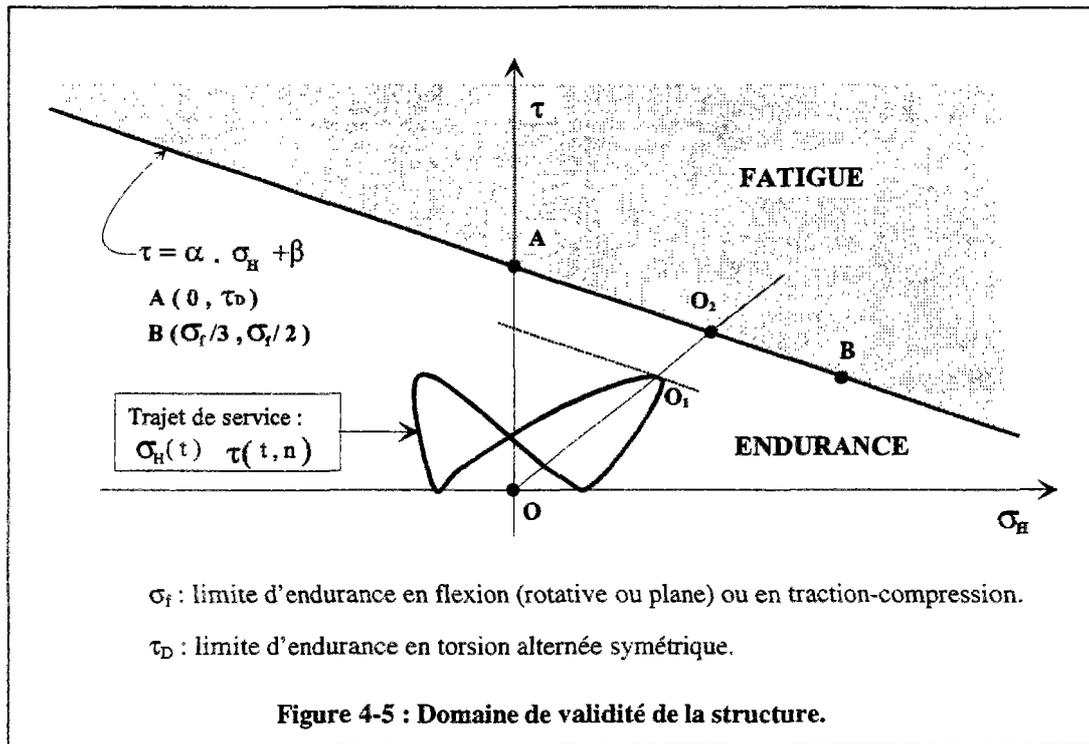
Par définition, on appelle  $\vec{\tau}(t, \vec{n})$  la variation de la cission relativement à cette facette, elle est définie par :

$$\vec{\tau}(t, \vec{n}) = \vec{T}(t, \vec{n}) - \vec{MO}_n ; \tau(t, \vec{n}) = \|\vec{\tau}(t, \vec{n})\| \quad \{E 4-2\}$$

$\vec{MO}_n$  est conventionnellement la cission moyenne.

Cette opération correspond à un recentrage autour du point "M" du trajet décrit par "E", la translation permettant ce recentrage étant de vecteur  $(-\vec{MO}_n)$ .

Le domaine d'endurance de la structure est ensuite construit dans le plan [contrainte hydrostatique  $\sigma_H \setminus$  cission  $\tau$ ]. Comme pour les critères de Crossland et Sines, le plan est limité par une droite construite à partir d'essais de torsion alternée symétrique (point A) et de flexion rotative ou de flexion plane ou de traction-compression (point B) (Figure 4-5) :



↳ Soit  $\zeta_n(t)$  (et  $\zeta_n$  sa valeur minimale) le rapport de  $OO_2$  sur  $OO_1$  lorsque  $O_1$  décrit tout le trajet de service (cf. Figure 4-5):  $\zeta_n(t) = \frac{OO_2}{OO_1} = \frac{\beta}{\tau(t) - \alpha \cdot \sigma_H(t)}$ ,  $\zeta_n = \min_t (\zeta_n(t))$ .

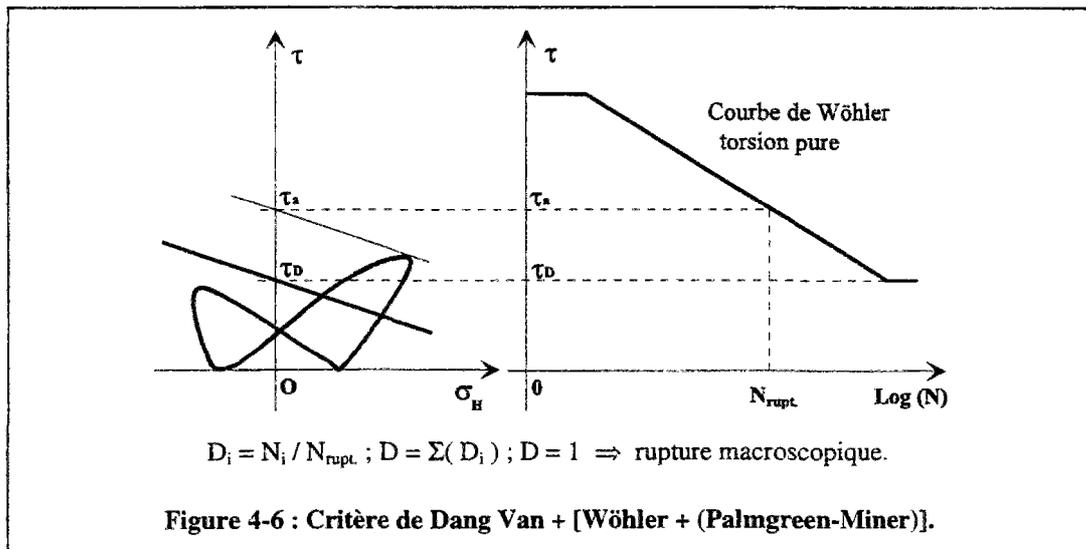
La facette critique est celle où la valeur de  $\zeta_n$  est minimale :  $\zeta = \min_n (\zeta_n)$ .

↳↳ En définitive, la facette et le point critique sont donnés par la double maximisation à tous les points de la structure :

$$\boxed{\max_n [ \max_t ( \tau(t) - \alpha \cdot \sigma_H(t) ) ]} \quad \{E 4-3\}$$

et le coefficient d'endurance est donné par la valeur de  $\zeta$  :  $\zeta > 1 \Rightarrow$  sécurité  
 $\zeta < 1 \Rightarrow$  fissure possible.

Sous cette forme, le critère ne donne pas d'indication précise sur la détérioration progressive de la matière. Des travaux récents ([EKBERG 95], IRSID), proposent de coupler ce critère avec une courbe de Wöhler (en torsion pure) et la loi de cumul linéaire d'endommagement (Palmgreen-Miner) suivant la figure (4-6). Ceci permet donc d'évaluer la valeur de l'endommagement  $D_i$  au bout d'un nombre  $N_i$  de cycles de chargement. L'amorce de la fissure est alors obtenue lorsque  $D$  est égal à 1.



Le critère de Dang Van a été appliqué pour déterminer l'évolution du coefficient d'endurance  $\zeta$  en fonction de la profondeur du rail. Ceci a permis :

- 1) de localiser l'endroit de l'amorçage d'une fissure : la profondeur où  $\zeta$  est minimal.
- 2) d'avoir une idée sur la tenue en service du rail : la valeur de  $\zeta_{min.}$  par rapport à l'unité.

Toutefois, la quantification de l'endommagement aurait nécessité la connaissance des courbes de Wöhler expérimentales qui n'étaient pas encore disponibles.

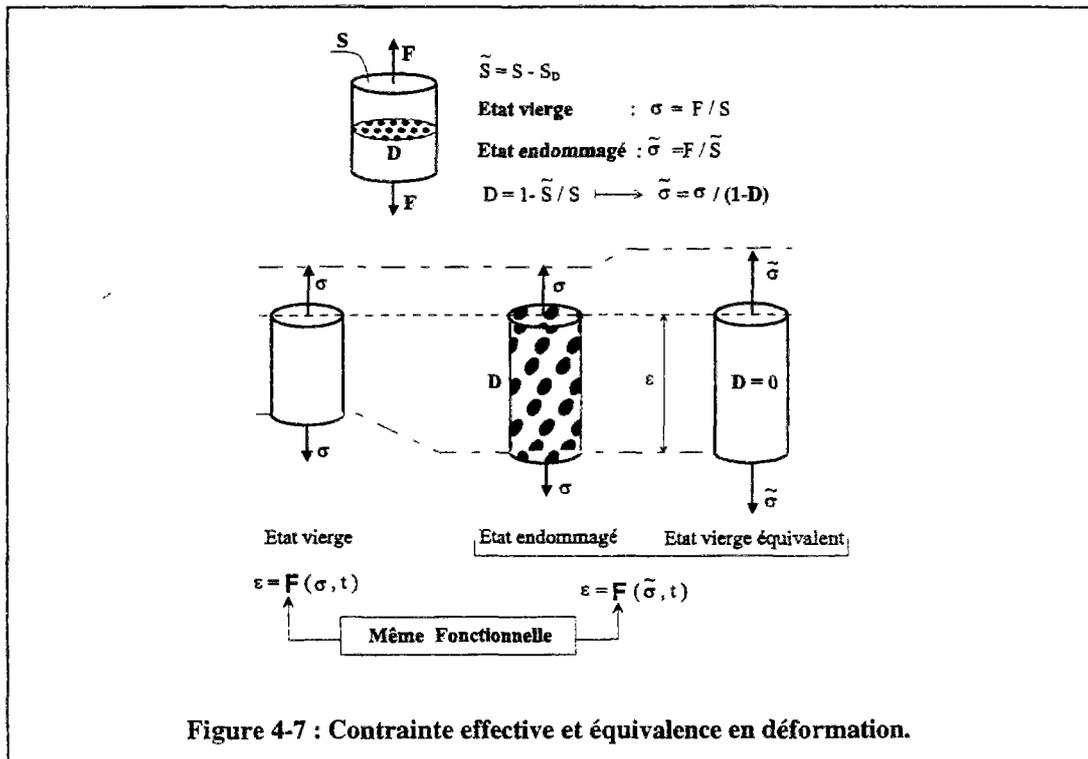
#### IV.2.3. Lois cinétiques de l'endommagement isotrope.

Les lois cinétiques de l'endommagement sont une autre approche de quantification de l'endommagement, il s'est d'ailleurs avéré lors de leur application à notre problème que ces lois ont donné des résultats quantitativement proche de la réalité.

En thermodynamique des milieux continus, la méthode classique utilisée pour la formulation tridimensionnelle d'un mécanisme identifié en unidimensionnel consiste à postuler l'existence d'énergies potentielles permettant la dérivation des lois d'état et des équations cinétiques du comportement. Dans le cadre de la théorie du "couplage d'état et cinétique" [LEMAITRE 89] appliquée à la thermodynamique des processus irréversibles, Lemaitre a introduit et a identifié deux potentiels pour la formulation des lois cinétiques de l'endommagement. L'écriture de ces potentiels est essentiellement basée sur deux concepts :

1) **La contrainte effective**  $[\tilde{\sigma}]$  définie par Rabotnov (1968) : la définition de la contrainte uniaxiale ( $\sigma = \frac{F}{S}$ ) est appliquée à la section effectivement résistante  $\tilde{S}$ , soit  $\tilde{\sigma} = \frac{F}{\tilde{S}} = \frac{\sigma}{(1-D)}$ .

2) **Le principe de l'équivalence en déformation** proposé par Lemaitre (1971) : le formalisme pour les matériaux vierges est conservé pour les matériaux endommagés, il suffit de remplacer la contrainte par la contrainte effective (Figure 4-7).



La construction et l'identification d'un modèle de comportement, tel que celui de l'endommagement isotrope, consiste en trois grandes étapes [LEMAITRE 85] :

☞ **Première étape : Définition des variables d'état.**

L'état mécanique d'un élément de volume est considéré entièrement défini par la connaissance des valeurs actuelles d'un nombre fini de variables d'état. Les dérivées temporelles de ces variables n'interviennent pas dans la définition de cet état mécanique, ceci implique que toute évolution est considérée comme une succession d'états d'équilibres. Pour chaque mécanisme à analyser, une seule variable d'état est définie, elle est observable (déformation totale ou température) ou interne (déformation élastique et plastique,

endommagement, ...). Le choix de la variable interne, la mieux adaptée pour décrire un mécanisme, est gouverné par le sens physique.

Variables d'état		Variables associées	Mécanisme
Observables	Internes		
ε (déformation totale) T (température)	ε <sup>e</sup> (déformation élastique)	σ (contrainte) s (entropie) σ	Thermo - élasticité
		ε <sup>p</sup> (déformation plastique)	- σ
	D (variable endommagement)	- Y	Endommagement <sup>3</sup>
	V <sub>k</sub> (toutes autres variables)	A <sub>k</sub>	Autres ( écrouissages cinématique et isotrope , ...)

Tableau 4-1 : partage des variables d'état et des variables associées.

☞ *Deuxième étape : Formulations des potentiels d'état et de dissipation.*

↳ Le potentiel d'état ( ψ ) est écrit en fonction des variables d'état, c'est en général l'énergie libre spécifique d'Helmholtz. Il permet avec les lois dites d'état d'identifier les variables associées et de définir l'énergie mise en jeu dans chaque mécanisme physique. Les notions de couplage et de découplage d'état sont introduites au niveau de la formulation analytique de ψ, par exemple :

$$\psi(\underline{\underline{\varepsilon}}^e, T, D, V_k) = \psi_1(\underline{\underline{\varepsilon}}^e) \cdot \psi_2(T) \cdot \psi_3(D) + \psi_4(V_k) .$$

↑  
couplage  
d'état

↑  
découplage  
d'état

Avec les hypothèses des petites déformations, de l'élasticité linéaire et isotrope et de l'endommagement isotrope ce potentiel s'écrit sous la forme suivante :

$$\psi = \frac{1}{2\rho} \cdot [2 \cdot G \cdot tr(\underline{\underline{\varepsilon}}^e{}^2) + \lambda \cdot \{tr(\underline{\underline{\varepsilon}}^e)\}^2] \cdot (1 - D) + (\text{termes de plasticité}) . \quad \{E 4-4\}$$

ρ : masse volumique , (λ, G) : coefficients de Lamé , D : variable endommagement ,  $\underline{\underline{\varepsilon}}^e$  : tenseur des déformations élastiques et tr( ) est la trace du tenseur .

↳ Le potentiel de dissipation ( F ) est écrit en fonction des variables associées et permet la description du processus dissipatif, les variables d'état pouvant éventuellement intervenir comme paramètres. Ce potentiel conduit en particulier aux lois cinétiques d'évolution des

<sup>3</sup> Y (la variable associée à D) est identifiée à la troisième étape de la construction du modèle.

variables internes, par exemple la loi cinétique de l'endommagement isotrope exprime l'évolution du taux d'endommagement en fonction de sa variable associée  $Y$ . Les notions de couplage et de découplage cinétiques sont introduites, comme pour le potentiel d'état, dans l'écriture analytique de  $(F)$ , par exemple :

$$F(\underline{\underline{\sigma}}, Y, A_k; D, V_k) = F_1(\underline{\underline{\sigma}}; D) \cdot F_2(A_1; V_k) + F_3(Y; D) + F_4(A_k) .$$

↓

Variables

↓

Paramètres

↑

**couplage cinétique**

↑

**découplage cinétique**

Avec les hypothèses suivantes :

- faibles déformations et élasticité linéaire et isotrope,
- découplage entre les déformations élastiques et plastiques, permettant la partition de la déformation totale  $\underline{\underline{\epsilon}} : \underline{\underline{\epsilon}} = \underline{\underline{\epsilon}}^e + \underline{\underline{\epsilon}}^p$ ,
- matériau élastique parfaitement plastique : on notera  $\sigma_s$  la limite élastique,

le potentiel de dissipation s'écrit sous la forme suivante :

$$F = f + \frac{Y^2}{2 \cdot S \cdot (1-D)^2} ; f = \tilde{\sigma}_{eq} - \sigma_s \quad \text{avec} \quad \tilde{\sigma}_{eq} = \frac{\sigma_{eq}}{(1-D)} . \quad \{E 4-5\}$$

$S$  : constante caractéristique du matériau ,  $\sigma_{eq}$  : contrainte équivalente de Von Mises ,

$f$  : fonction critère de plasticité.



➤  $F$  est différent de  $f$  car l'endommagement est un phénomène dissipatif

instantané. Ceci entraîne en plus que les lois complémentaires, utilisées dans la suite pour définir les lois d'évolution, sont modifiées. De plus amples informations sur cet aspect important sont présentées dans [LEMAITRE 92].

- L'hypothèse de la plasticité parfaite est choisie pour les besoins de notre travail. Le cas des matériaux élasto-plastiques écrouissables est traité de la même façon, il suffit de remplacer  $f$  par son expression adéquate :

$$f = (\underline{\underline{\sigma}}^D - \underline{\underline{X}}^D)_{eq} - R - \sigma_s$$

↑

**Déviateur des contraintes**

↑

**Ecrouissage cinématique (déviateur)**

↑

**Limite élastique**

↑

**Ecrouissage isotrope**

☞ **Troisième étape :** Lois d'état et lois d'évolution.

↳ Les lois d'état découlent de l'inégalité de Clausius-Duhem [LEMAITRE 92]. Elles sont appliquées au potentiel d'état et permettent notamment l'identification des variables associées. Ces lois s'écrivent sous la forme suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma = \rho \cdot \frac{\partial \Psi}{\partial \underline{\varepsilon}^e} \\ s = -\frac{\partial \Psi}{\partial T} \\ A_k = \rho \cdot \frac{\partial \Psi}{\partial V_k} \end{array} \right. \quad \{E 4-6\}$$

Par exemple, l'application de la première loi d'état fournit la loi de l'élasticité linéaire et isotrope couplée à l'endommagement, soit :

$$\underline{\underline{\tilde{\sigma}}} = \frac{\underline{\underline{\sigma}}}{1-D} = 2\mu \cdot \underline{\underline{\varepsilon}}^e + \lambda \cdot \text{tr}(\underline{\underline{\varepsilon}}^e) \cdot \mathbf{I} \quad \mathbf{I} : \text{matrice identité.}$$

L'identification de la variable  $Y$  permet son interprétation comme un **taux de restitution de densité d'énergie**. On montre que [LEMAITRE 92] :

$$Y = -\rho \frac{\partial \Psi}{\partial D} = \frac{\sigma_{eq}^2 \cdot R_v}{2 \cdot E \cdot (1-D)^2} \quad \{E 4-7\}$$

$$R_v \text{ fonction de triaxialité : } R_v = \frac{2}{3}(1+\nu) + 3(1-2\nu) \cdot \left(\frac{\sigma_H}{\sigma_{eq}}\right)^2, \quad \frac{\sigma_H}{\sigma_{eq}} : \text{taux de triaxialité,}$$

$\sigma_{eq}$  : contrainte équivalente de Von Mises ,  $\sigma_H$  : contrainte hydrostatique ,  $\nu$  : coefficient de poisson ,  
 $E$  : module d'Young ,  $\rho$  : masse volumique.

Ceci permet la définition de la **contrainte équivalente d'endommagement**  $\sigma^*$  comme étant la contrainte unidimensionnelle qui, pour une même valeur d'endommagement, donne la même énergie de déformations élastiques que l'état tridimensionnel. On montre que [LEMAITRE 92] :

$$\sigma^* = \sigma_{eq} \cdot \sqrt{R_v} \quad \{E 4-8\}$$

Cette contrainte est directement appliquée pour la localisation des sites probables d'amorçage de fissures, le point de la structure où la valeur de  $\sigma^*$  est la plus importante est le

lieu le plus probable de l'amorçage. Il est intéressant de noter que l'intervention du taux de triaxialité dans les expressions de  $Y$  et de  $\sigma^*$  est en accord avec ce qui est observé en pratique : *une forte triaxialité fragilise le matériau.*

↳ Les lois d'évolution des variables internes sont obtenues en appliquant les lois complémentaires au potentiel de dissipation. Dans le cas des phénomènes dissipatifs instantanés comme l'endommagement, les lois complémentaires sont remplacées par :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\underline{\underline{\varepsilon}}^p} = \dot{\lambda} \frac{\partial f}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} \\ -\dot{V}_k = \dot{\lambda} \frac{\partial F}{\partial A_k} \end{array} \right. , ( \dot{\cdot} ) : \text{dérivée temporelle. \{E 4-9\}}$$

où  $\dot{\lambda}$  est le multiplicateur plastique déterminé par la condition dite de consistance :  $\dot{f} = 0$ .

En appliquant les équations ci-dessus, on montre que [LEMAITRE 92] :

$$\boxed{\begin{array}{l} \dot{\underline{\underline{\varepsilon}}^p} = \frac{3}{2} \cdot \frac{\dot{\lambda}}{\sigma_{eq} \cdot (1-D)} \cdot (\underline{\underline{\sigma}} - \sigma_H \cdot \mathbf{I}) , \text{ si } f = 0 \\ \frac{\dot{\lambda}}{(1-D)} = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}^p} : \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}^p} = \dot{p} \\ \dot{D} = \frac{Y}{S} \cdot \frac{\dot{\lambda}}{(1-D)} = \frac{Y}{S} \cdot \dot{p} , \text{ si } p \geq p_D \end{array}} \quad \{E. 4-10\}$$

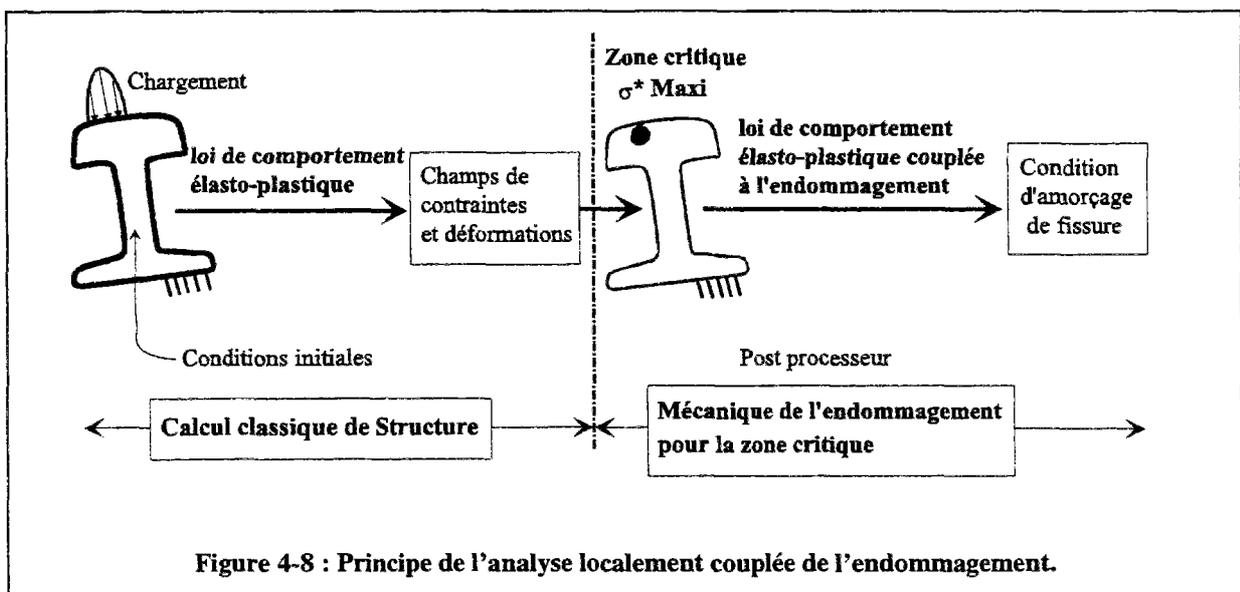
$\underline{\underline{\varepsilon}}^p$  : tenseur des déformations plastiques ,  $(\underline{\underline{\dot{\varepsilon}}^p} : \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}^p}) = tr(\underline{\underline{\dot{\varepsilon}}^p} \cdot \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}^p})$  produit doublement contracté,  $\sigma_{eq}$  : contrainte équivalente de Von Mises ,  $\underline{\underline{\sigma}}$  : tenseur des contraintes ,  $\sigma_H$  : contrainte hydrostatique ,  $\mathbf{I}$  : matrice identité ,  $p$  : déformation plastique cumulée ,  $p_D$  : seuil d'endommagement ,  $S$  : constante du matériau .

Les deux premières équations du système {E 4-10} expriment la loi d'évolution du taux de déformation plastique couplée à l'endommagement. La troisième équation est appelée *la loi cinétique d'évolution de l'endommagement isotrope*, elle est valable quel que soit le processus d'endommagement à étudier. L'intégration de ce système jusqu'à la condition d'amorçage ( $D = D_{crit} \leq 1$ ) conduit alors à l'évolution de l'endommagement dans le temps.

L'application du système {E 4-10} à un calcul de structure peut s'effectuer selon trois types d'analyses : couplée, découplée et localement couplée [LIENARD 88]. Dans le cas où la zone concernée par l'endommagement est suffisamment localisée de sorte que le comportement global de la structure reste élastique (ou élasto-plastique) et où l'hypothèse de compatibilité en déformations dite de Lin-Taylor peut être appliquée, l'analyse localement couplée est valable et offre un grand avantage au niveau des faibles temps de calcul pour sa mise en oeuvre [LEMAITRE 95]. Le cas du Head Checking rentre parfaitement dans le cadre de cette analyse dont l'application consiste en deux étapes (Figure 4-8) :

- 1) Un calcul classique élastique ou élasto-plastique des contraintes et déformations.
- 2) Une analyse locale au voisinage de la zone concernée par l'endommagement où les équations du comportement élasto-plastique couplées à celles de l'évolution cinétique de l'endommagement (système {E 4-10}) sont utilisées.

Le comportement au niveau de cette zone est considéré élastique parfaitement plastique et endommageable avec une limite élastique ( $\sigma_s$ ) choisie égale à la limite de fatigue du matériau ( $\sigma_f$ ), soit " $\sigma_s = \sigma_f$ " [LEMAITRE 95]. C'est la raison pour laquelle nous avons établi le système d'équations {E 4-10} avec cette dernière hypothèse de comportement.



Cette analyse localement couplée est retenue pour déterminer l'évolution de l'endommagement du rail jusqu'à l'amorçage d'une fissure macroscopique.

### IV.3. Calcul des contraintes dans un massif soumis à des efforts de contact.

Le calcul des contraintes dans un massif soumis à des efforts de contact peut se poser de plusieurs façons. Les différences proviennent de l'aspect bidimensionnel ou tridimensionnel et du type des conditions aux limites dans la zone de contact. La plupart des solutions à ces problèmes ont été établies dès la fin du 19<sup>ème</sup> siècle, plusieurs ouvrages [JHONSON 85] présentent tous les détails de ces solutions. Dans ce paragraphe on se limitera à rappeler les principes des méthodes utilisées dans notre travail. Une étude préliminaire de l'influence du frottement sur les contraintes est également présentée.

#### IV.3.1. Solution de Boussinesq et Cerutti.

Le problème d'un chargement normal  $P(\xi,\eta)$  a été résolu par Boussinesq (1885), et celui d'un chargement tangentiel  $[Q_x(\xi,\eta), Q_y(\xi,\eta)]$  par Cerutti (1882) [FRANÇOIS 91]. Le modèle établi correspond aux contacts non conformes : les dimensions de l'aire de contact sont faibles par rapport aux rayons de courbures principaux des solides. L'influence de la forme des solides loin du contact est négligée et le comportement des matériaux est supposé élastique. Suivant ces hypothèses le modèle permet de réduire la complexité en identifiant le contact entre deux corps quelconques à celui d'un poinçon convexe contre un massif plan semi-infini et dans le cadre des faibles déformations (Figure 4-9) :

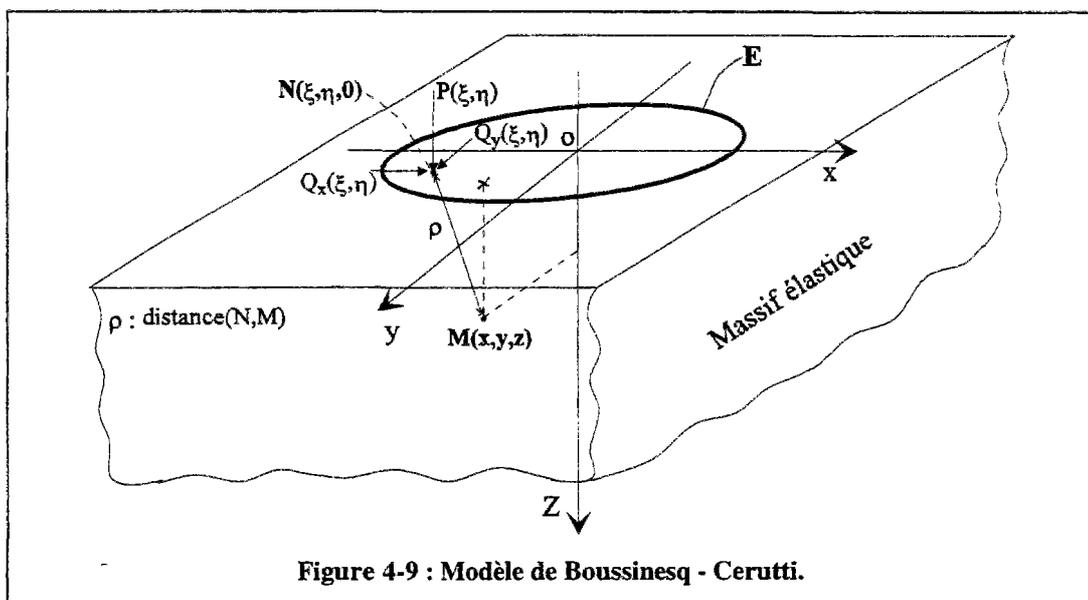


Figure 4-9 : Modèle de Boussinesq - Cerutti.

Le vecteur des déplacements élastiques  $[\bar{U}(u_x, u_y, u_z)]$  en un point  $M(x, y, z)$  est exprimé en fonction de six potentiels [JHONSON 85] :

$$\Phi_{B(j)} = \iint_{(E)} A(j) \cdot \Omega_1 d\xi d\eta \quad , \quad \Phi_{C(j)} = \iint_{(E)} A(j) \cdot \Omega_2 d\xi d\eta \quad , \quad j=[1,2,3] .$$

avec :  $A = [Q_x(\xi, \eta), Q_y(\xi, \eta), P(\xi, \eta)]$  ,  $B = [x_1, y_1, z_1]$  ,  $C = [x_2, y_2, z_2]$  ,  
 $\Omega_1 = z \cdot \text{Ln}(\rho+z) - \rho$  ,  $\Omega_2 = \text{Ln}(\rho+z)$  .

En posant :  $\Theta_i = \frac{\partial \Phi_{xi}}{\partial x} + \frac{\partial \Phi_{yi}}{\partial y} + \frac{\partial \Phi_{zi}}{\partial z}$  ,  $i = [1,2]$  .

$$\begin{bmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{bmatrix} = \frac{1}{4\pi G} \cdot \begin{bmatrix} 2 \cdot \frac{\partial \Phi_{x2}}{\partial z} - \frac{\partial \Phi_{z2}}{\partial x} + 2\nu \cdot \frac{\partial \Theta_1}{\partial x} - z \cdot \frac{\partial \Theta_2}{\partial x} \\ 2 \cdot \frac{\partial \Phi_{y2}}{\partial z} - \frac{\partial \Phi_{z2}}{\partial y} + 2\nu \cdot \frac{\partial \Theta_1}{\partial y} - z \cdot \frac{\partial \Theta_2}{\partial y} \\ \frac{\partial \Phi_{z2}}{\partial z} + (1-2\nu) \cdot \Theta_2 - z \cdot \frac{\partial \Theta_2}{\partial z} \end{bmatrix} .$$

$G$  : module de cisaillement ,  $\nu$  : coefficient de poisson .

Le tenseur des contraintes ( $\underline{\underline{\sigma}}_M$ ) est alors calculé en appliquant la loi de Hooke :

$$\underline{\underline{\sigma}}_M = 2 \cdot G \cdot \underline{\underline{\epsilon}}_M + \lambda \cdot \text{tr}(\underline{\underline{\epsilon}}_M) \cdot I .$$

( $\lambda, G$ ) : coefficients de Lamé ,  $\text{tr}()$  : la trace de ( $\underline{\underline{\epsilon}}_M$ ) ,  $I$  : matrice identité ,

$\underline{\underline{\epsilon}}_M$  : tenseur des déformations en  $M$  ,  $\underline{\underline{\epsilon}}_M = \frac{1}{2} [\overline{\text{Grad}}(\bar{U}) + \overline{\text{Grad}}^T(\bar{U})]$  .

La résolution numérique de ces équations peut être simplifiée en utilisant la méthode des coefficients d'influence :

les chargements surfaciques sont discrétisés en éléments rectangulaires de chargement uniforme. La solution d'une charge concentrée<sup>4</sup> peut être ensuite appliquée pour chaque élément, et les contraintes en un point  $M$  sont obtenues par superposition de l'influence de

<sup>4</sup> Les expressions analytiques du tenseur des contraintes pour des charges concentrées (normale et tangentielle) sont fournies en Annexe 4-1.

tous les éléments. La superposition est valable dans ce cas grâce à la linéarité du phénomène élastique et au fait que les matériaux en contact ont le même module d'Young.

Nous avons retenu cette solution qui présente un avantage de simplicité pour sa mise en oeuvre. Pour les besoins de notre étude, nous avons développé un programme informatique, dans l'environnement MATLAB<sup>®</sup>, permettant le calcul des contraintes (en bidimensionnel et en tridimensionnel). Les entrées de ce programme sont :

- La résultante normale de l'effort de contact :  $N$ .
- Le coefficient de frottement :  $\mu$ . Le frottement est du type Coulomb, donc la résultante tangentielle  $T \leq \mu \cdot N$ . Nous verrons au paragraphe IV.4.1., que le cas critique correspond à  $T = \mu \cdot N$ .
- Les dimensions de l'ellipse de contact :  
 $a$  : demi-axe longitudinal dans la direction de roulement,  $b$  : demi-axe latéral.
- La définition du maillage du volume (ou de la section en 2D) où le calcul des contraintes aura lieu.

Les distributions des chargements surfaciques sont considérées hertziennes (§ IV.4.1.) et les contraintes sont alors calculées par superposition des solutions des charges concentrées.

Pour une première application de ce programme de calcul, nous avons effectué une analyse préliminaire de l'influence du frottement sur le tenseur des contraintes. Cette analyse permet d'avoir une première idée sur la localisation de la profondeur critique au sens de l'endommagement et/ou de l'écoulement plastique, par la connaissance des résultantes (normale et tangentielle) des efforts de contact.

#### **IV.3.2. Influence du frottement sur le tenseur des contraintes.**

L'état des contraintes dans un solide peut être étudié à travers la contrainte équivalente de Von Mises ou la contrainte maximale de cisaillement. Ces deux types de contraintes équivalentes sont utilisés dans divers critères de plasticité et de fatigue (Tresca, Von Mises, Kécécioglu,...), et permettent de rendre compte du risque d'endommagement et de l'écoulement plastique dans les solides.

Les graphes de la figure (4-10) représentent les isovaleurs de la contrainte maximale de cisaillement ( $T_{\max}$ ) normalisées par la valeur de la pression normale maximale ( $P_{\max}$ ) au centre du contact, l'ensemble de ces résultats numériques correspond à un calcul élastique bidimensionnel (hypothèse des déformations planes) pour différentes valeurs du coefficient de frottement ( $\mu = [0, 0.1, 0.15, 0.2, 0.25, 0.3, 0.35, 0.4]$ ). Rappelons que dans le cadre de l'hypothèse des déformations planes, le calcul de la contrainte de cisaillement maximale s'effectue en appliquant la formule suivante :

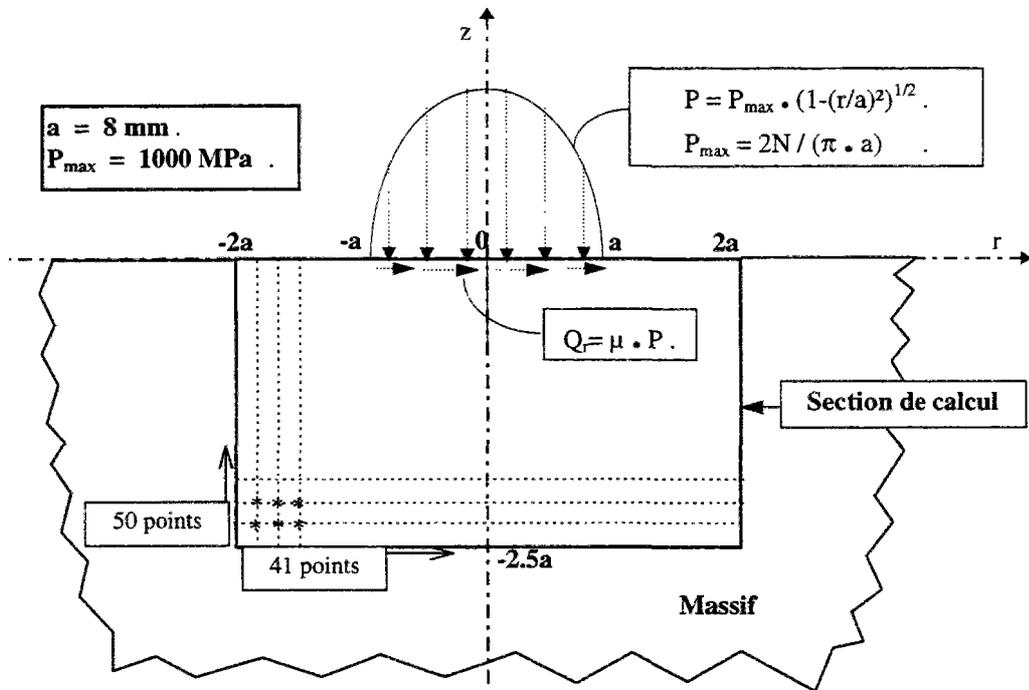
$$T_{\max} = \frac{\sqrt{(\sigma_{11} - \sigma_{33})^2 + 4 \cdot \tau_{13}^2}}{2} \quad \{E 4-11\}$$

Avec :  $\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & 0 & \tau_{13} \\ 0 & \sigma_{22} & 0 \\ \tau_{13} & 0 & \sigma_{33} \end{bmatrix}$  tenseur des contraintes en déformations planes suivant  $\bar{y}$  et

$\sigma_{22} = \nu \cdot (\sigma_{11} + \sigma_{33})$ ,  $\nu$  étant le coefficient de poisson.

Le calcul des contraintes a été effectué pour les conditions suivantes :

la direction de roulement ( $r$ ) étant celle des contraintes tangentielles  $Q$ .



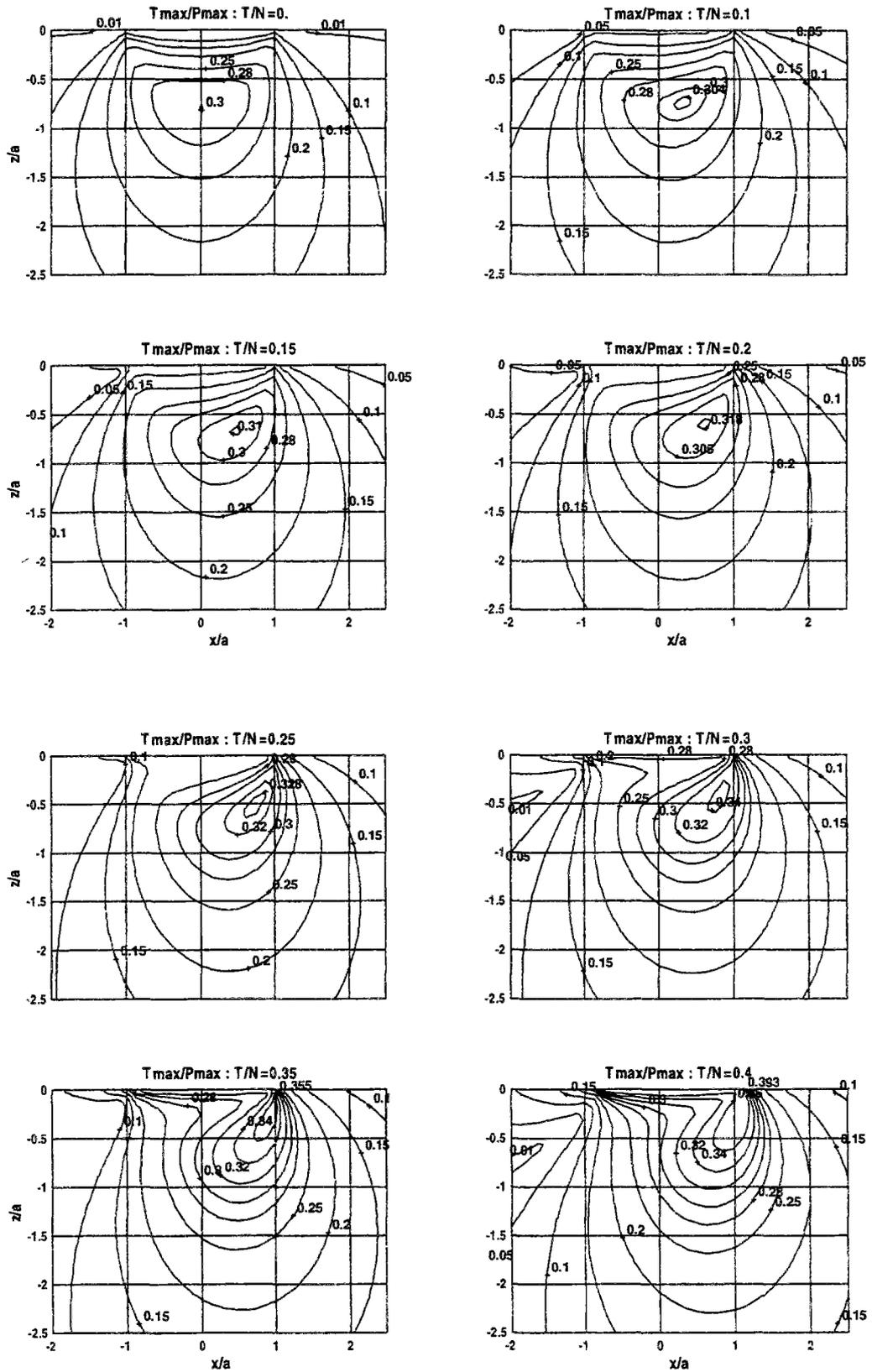


Figure 4-10 : Influence du frottement sur la répartition du cisaillement.

Les graphes de la figure (4-10) montrent clairement l'effet du frottement sur la répartition du cisaillement dans le massif. Les conséquences logiques du frottement sont de développer du cisaillement sur la surface du contact et de modifier la distribution des contraintes en sous couches. Pour un chargement normal de Hertz sans frottement, la répartition est symétrique et ( $T_{max}$ ) est maximale et égale à  $(0.3 P_{max})$ , à une profondeur égale à  $(0.78 a)$  usuellement appelée la profondeur de Hertz. Cette répartition en présence du frottement n'est plus symétrique et la zone de cisaillement maximum se rapproche de la surface et des bords du contact, la partie du massif comprise entre la profondeur de Hertz et la surface voit alors son cisaillement globalement augmenté.

Ceci nous permet donc de fixer des ordres de grandeurs dans le cas d'une charge roulante. En effet, les risques d'endommagement et de l'écoulement plastique sont localisés en profondeur pour les faibles valeurs du coefficient frottement ( $0 \leq \mu < 0.3$ ). Cette zone critique est située en surface pour un coefficient de frottement supérieur à  $(0.3)$ . Une étude similaire présentée dans [JHONSON 85] et effectuée avec des calculs tridimensionnels des contraintes (contact sphère-plan) a abouti à des conclusions peu différentes.

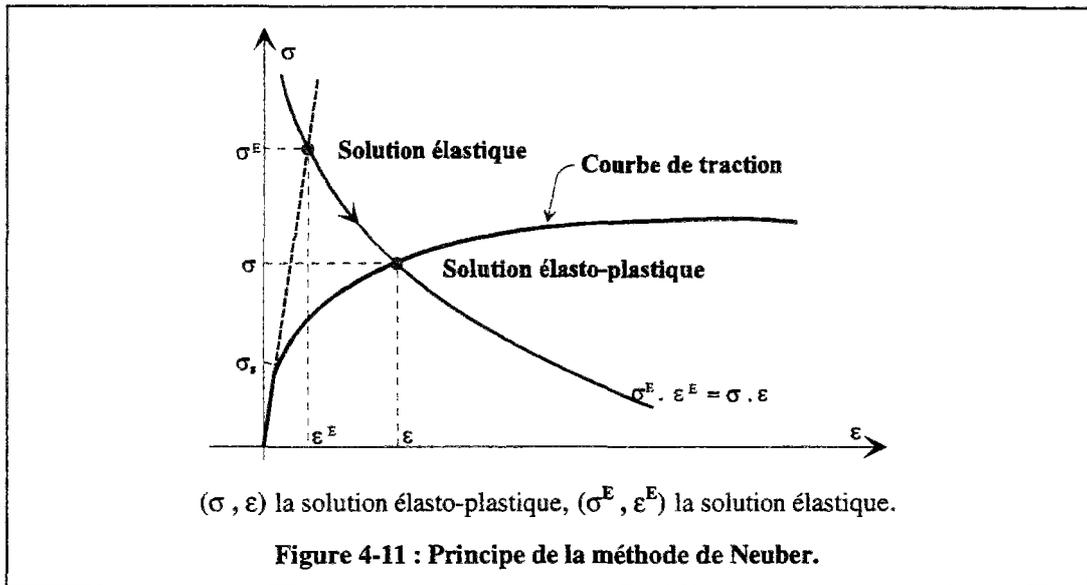
#### **IV.3.3. Méthode de Neuber en plasticité.**

Dans le domaine ferroviaire, les charges à l'essieu sont très variables (en France, charge limitée à 17 tonnes pour les trains voyageurs, jusqu'à 22.5 tonnes pour les trains de marchandises), le coefficient de frottement peut varier entre 0.15 et 0.4 et la surface du contact roue/rail est de l'ordre de  $1\text{cm}^2$ . En nous appuyant sur les résultats du paragraphe précédent et ceux présentés dans [JHONSON 85], il paraît clairement qu'une analyse purement élastique risque dans certains cas<sup>5</sup> d'engendrer une surestimation importante du niveau de contraintes dans les rails (ou les roues), un calcul des contraintes en élasto-plastique doit donc être envisagé. Relativement à la durée consacrée à cette partie de l'étude et au grand nombre de cas à examiner, nous avons jugé qu'il n'était pas opportun d'établir un modèle élasto-plastique type éléments finis nécessitant des temps de calcul très élevés sur le matériel informatique du laboratoire (Pentium 100). Nous avons alors retenu la méthode de Neuber.

---

<sup>5</sup> Pour un contact voisin de la joue active du rail et dans le cas d'une charge à 22.5t à l'essieu avec un coefficient de frottement de  $(0.3)$ , le cisaillement maximum peut atteindre 450MPa, alors que la limite élastique en cisaillement des aciers usuels de rails (nuances 700 et 900A) est comprise entre (250MPa et 300MPa).

La méthode de Neuber est une technique approchée qui permet de tenir compte de l'effet de la plastification sur la distribution des contraintes dans un solide, elle est valable lorsque la zone de l'écoulement plastique est suffisamment confinée et lorsque le chargement est proportionnel [LEMAITRE 85]. La solution élasto-plastique est alors calculée à partir de la solution élastique en exprimant l'indépendance du produit {contrainte par déformation locale} de l'écoulement plastique. Soit en unidimensionnel (Figure 4-11) :  $\sigma \cdot \varepsilon = \sigma^E \cdot \varepsilon^E$ .



La généralisation de cette méthode au cas tridimensionnel s'effectue par l'intermédiaire des invariants élémentaires tels que la contrainte et la déformation équivalentes de Von Mises et suppose que la contrainte hydrostatique est indépendante de l'écoulement plastique :

$$\sigma_H^E = \sigma_H.$$

Dans le cas où le comportement du matériau obéit à la loi de Henky-Mises :

$$\varepsilon^P = \frac{3}{2 \cdot \sigma_{eq}} \cdot \left( \frac{\sigma_{eq} - \sigma_s}{K} \right)^M \cdot \underline{\underline{\sigma}}^D$$

On montre que le calcul de la contrainte équivalente de Von Mises  $\sigma_{eq}$  en élasto-plastique se déduit par la résolution numérique de l'équation suivante :

$$\frac{2 \cdot (1 + \nu)}{3 \cdot E} \cdot \sigma_{eq}^2 + \left( \frac{\sigma_{eq} - \sigma_s}{K} \right)^M \cdot \sigma_{eq} - \frac{2 \cdot (1 + \nu)}{3 \cdot E} \cdot \sigma_{eq}^E{}^2 = 0. \quad \{E 4-12\}$$

(M, K) : constantes du matériau identifiées sur une courbe de traction simple  $\varepsilon = \left( \frac{\sigma - \sigma_s}{K} \right)^M$ .

#### **IV.4. Identification du chargement critique au sens du Head Checking.**

Toutes les études de dégradations de rails sont confrontées au problème qu'entraîne la grande diversité du matériel roulant : la plupart des voies ferroviaires sont destinées à la circulation de plusieurs types de véhicules, ce qui entraîne un grand nombre de cas à examiner pour isoler les chargements critiques au sens du problème posé.

Une étape préliminaire importante doit établir le schéma le plus probable du chargement critique et doit fixer un critère de classement des chargements réels selon leur agressivité et sélectionner un nombre limité de véhicules à étudier. La formulation de cette première étape conduit naturellement à des hypothèses d'étude qui seront validées en fonction des résultats finaux relativement au phénomène réel.

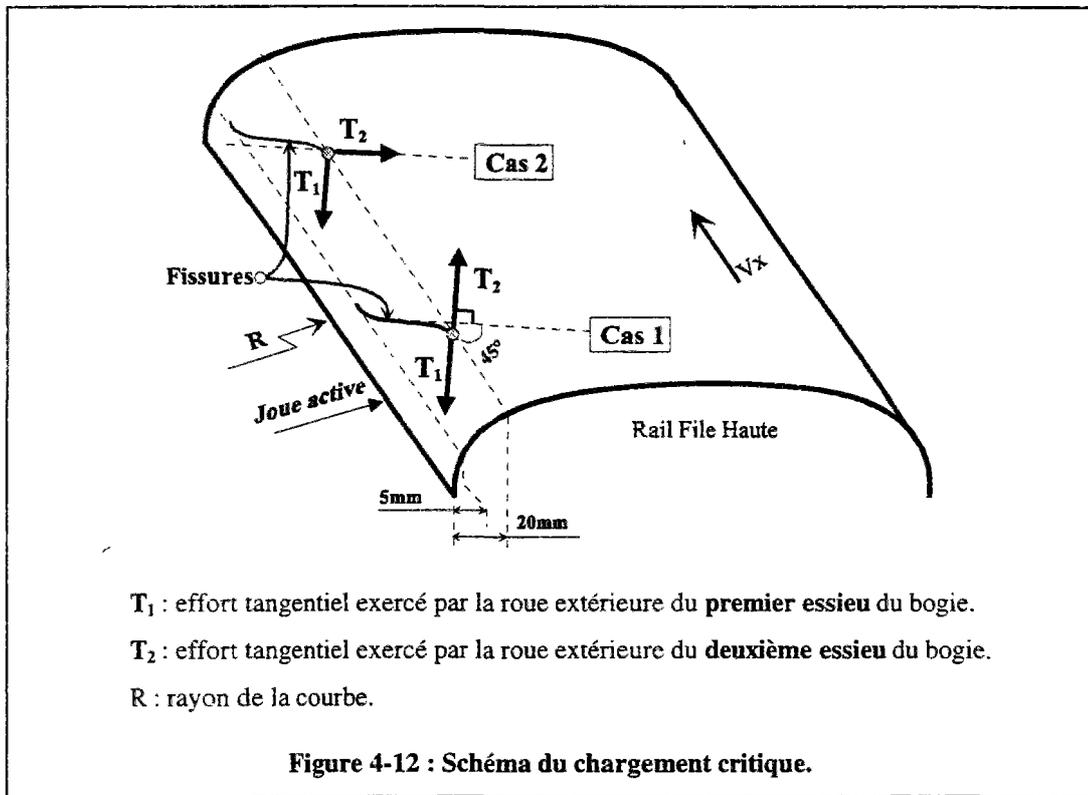
Nous précisons les hypothèses principales de l'étude, ainsi qu'un critère simple d'évaluation du degré d'agressivité d'un bogie donné, relativement au Head Checking. Ce critère, appliqué aux résultats des simulations numériques par "VOCO", permettra d'isoler le chargement le plus critique au sens du Head Checking sur le rail haut, ainsi que l'ensemble des paramètres conduisant à ce chargement, il permet aussi de dégager les rayons de courbes pour lesquels le phénomène est le plus marqué. Nous avons effectué ensuite une étude de l'évolution de l'agressivité d'un bogie en fonction de la raideur de la suspension primaire, de la vitesse d'avance du véhicule et du profil du rail haut dans ce type de courbes. Cette étude paramétrique permet de proposer des méthodes pour lutter contre l'apparition du Head Checking.

##### **IV.4.1. Schéma et quantification d'un chargement critique.**

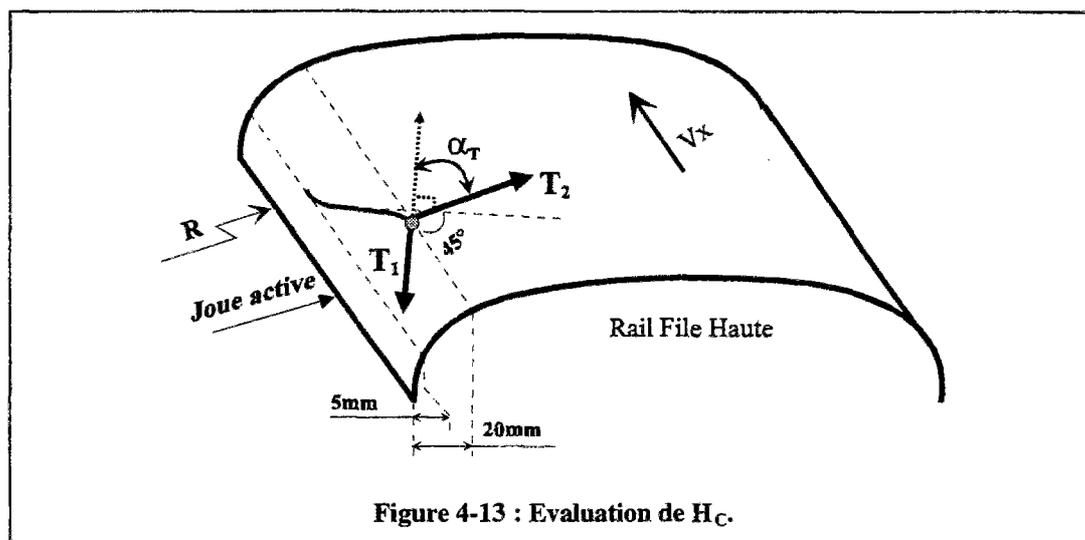
Une fissure du type Head Cheking (Figure 4-12) présente toujours le même aspect spécifique, à savoir une forme en "virgule" plongeante dans le sens d'avance des véhicules avec une inclinaison de 45° par rapport à ce sens d'avance.

Ceci permet de poser les hypothèses d'étude suivantes : les fissures du type Head Checking s'amorcent par fatigue dans leur partie haute à environ 20mm de la joue active. Les efforts tangentiels alternés (Figure 4-12, Cas 1) appliqués par deux roues successives sur une

même bande étroite du rail sont considérés comme les plus endommageants. L'influence des efforts tangentiels non-alternés (Figure 4-12, Cas 2) est supposée négligeable.



Les cas 1 et 2 ne sont évidemment pas les seuls chargements possibles, les efforts tangentiels ( $T_1$ ,  $T_2$ ) peuvent se trouver avec des directions différentes. Ces directions sont fortement conditionnées par la vitesse d'avance du véhicule, le rayon de la courbe, le coefficient de frottement roue/rail et les paramètres de construction du véhicule tels que les raideurs de la suspension primaire. Afin de limiter le nombre de cas à examiner, nous avons fixé la vitesse de circulation et le dévers des courbes en fonction des règles admises à la SNCF. Nous nous sommes fixé ensuite un critère simple permettant, sans investigation relative à la fatigue, de quantifier le degré d'agressivité d'un chargement donné. Le paramètre caractéristique, que nous appellerons  $H_C$ , de ce critère est évalué de la façon suivante (Figure 4-13) :

Figure 4-13 : Evaluation de  $H_C$ .

Soit  $\alpha_T$  la valeur absolue de l'angle mesuré en degrés entre les efforts  $T_1$  et  $T_2$  comme indiqué sur la figure (4-13) :

$$H_C(\%) = \begin{cases} 100 \cdot \left(1 - \frac{\alpha_T}{90}\right) & \text{si } \alpha_T \leq 90^\circ \\ 0 & \text{si } \alpha_T \geq 90^\circ \end{cases} \quad \text{. [E 4-13]}$$

Cette relation exprime le fait qu'on admet que le risque de fissuration par fatigue est maximum, et égal à 100%, lorsque les deux efforts sont en parfaite opposition et perpendiculaires à la fissure (l'effort  $T_1$  est toujours trouvé perpendiculaire à la fissure). Par ailleurs un mouvement dynamique des essieux, entraînant une forte variation des directions de ( $T_1$ ,  $T_2$ ) en fonction de la position dans la courbe, apparaît comme un cas à risque nul. La faible distance qui sépare deux fissures successives (entre 3mm et 6mm) et l'absence d'une dynamique d'essieu en hautes fréquences, confirment en grande partie cette déduction. L'équilibre quasi statique des essieux en courbe nous paraît une condition nécessaire à l'apparition du Head Checking.

#### IV.4.2. Evaluation de l'agressivité de différents bogies.

Disposant du trafic journalier détaillé sur la voie de Valence<sup>1</sup>, nous avons sélectionné deux motrices à examiner, BB 26000 et TGV. Une troisième motrice type BB 36000 a également été choisie en vue de prévoir son comportement vis à vis du Head Checking pour sa future mise en circulation.

D'autre part, le suivi d'usures des rails de Valence [AKNIN 94] a permis le choix des profils de rails (des files hautes et basses) les mieux adaptés à notre étude. En effet, les profils retenus commençaient à développer des fissures du type Head Checking au moment de leur mesure, ces profils seront identifiés par les noms suivants : VALEN4 pour le rail de la file haute et VALEN5 pour le rail de la file basse.

Les résultats présentés dans la suite sont issus de simulations numériques par le code "VOCO" sous les conditions suivantes (le rayon de courbe R et le dévers d sont des données de la voie de Valence et la vitesse Vx est sa vitesse de définition, la voie est supposée parfaite)

vitesse d'avance Vx (m/s)	rayon courbe R (m)	dévers d (mm)	coefficient de frottement roue/rail : $\mu$	temps simulation $T_{sim}$ (s)	profil roue
39 (140 km/h)	750	145	0.3	10	usée

Tableau 4-2 : Paramètres des simulations pour l'évaluation de H<sub>C</sub> de différents bogies.

Dans ces conditions l'insuffisance de dévers notée "i" (Figure 4-14) est égale à (-165 mm).

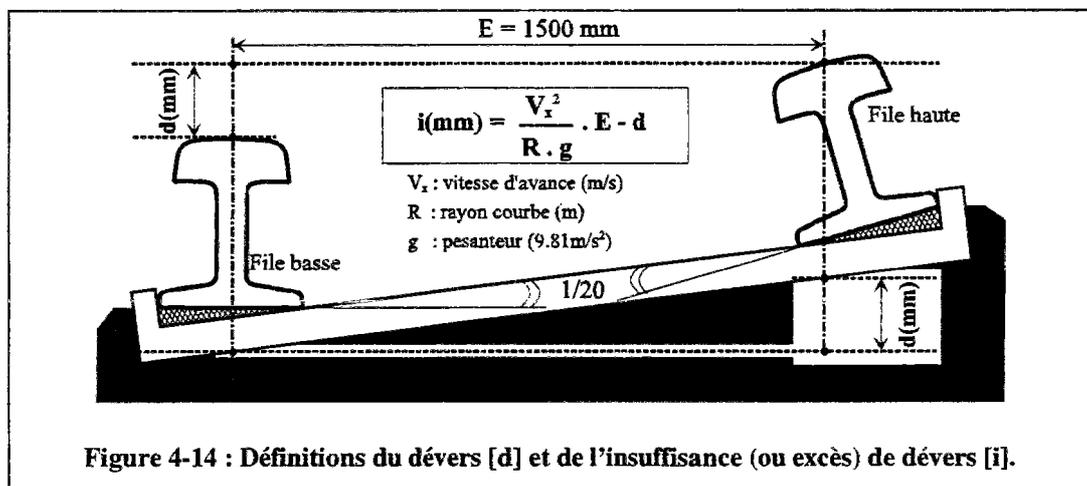


Figure 4-14 : Définitions du dévers [d] et de l'insuffisance (ou excès) de dévers [i].

Le comportement en courbe de chacune des trois motrices est simulé par un modèle classique de véhicule ferroviaire constitué de sept solides rigides (une caisse, deux châssis de bogie, quatre essieux) reliés par des éléments de suspension viscoélastiques (suspension primaire et secondaire), l'entrée en courbe est assurée par une clothoïde de 200m de long. Nous n'exploiterons ici que les résultats des simulations relatifs aux efforts au contact roue rail lorsque le véhicule est complètement établi dans sa courbe.

Les trois figures suivantes (4-15, 4-16, 4-17) représentent les efforts tangentiels exercés sur les deux rails, file haute "VALEN4" et file basse "VALEN5", par les roues des quatre essieux d'une motrice. Ces efforts sont représentés dans le plan (X,Y) du rail et leurs points de contact sont localisés transversalement. On notera :

$T_{1-3}$  : efforts tangentiels exercés par les roues du premier et du troisième essieu.

$T_{2-4}$  : efforts tangentiels exercés par les roues du deuxième et du quatrième essieu.

l'indice **d** (ou **g**) indique le côté droit (ou gauche).

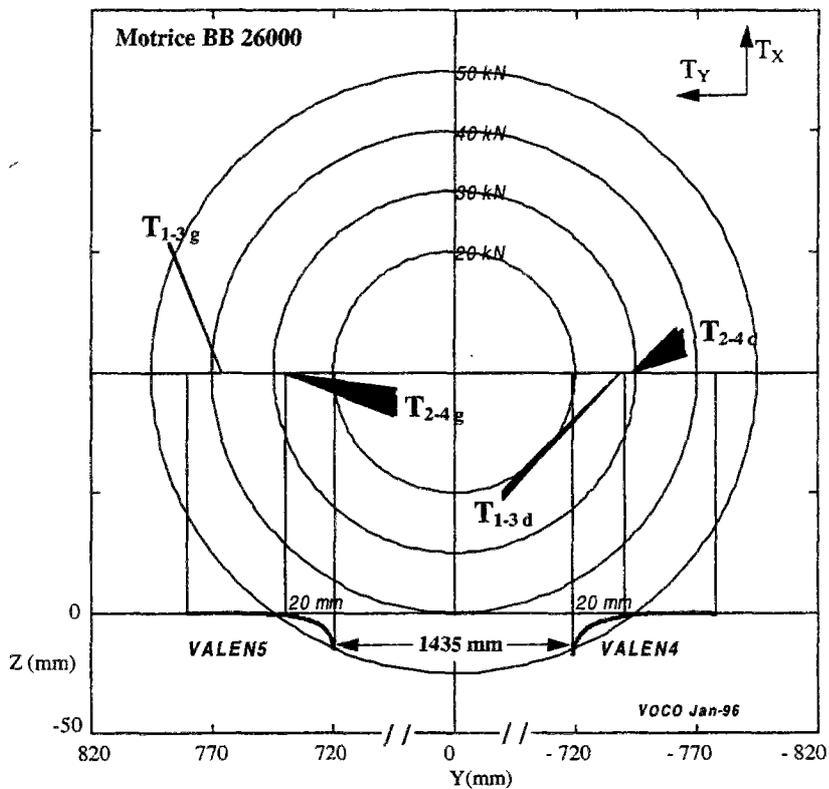


Figure 4-15 : Efforts tangents roue/rail aux points de contact - BB 26000.

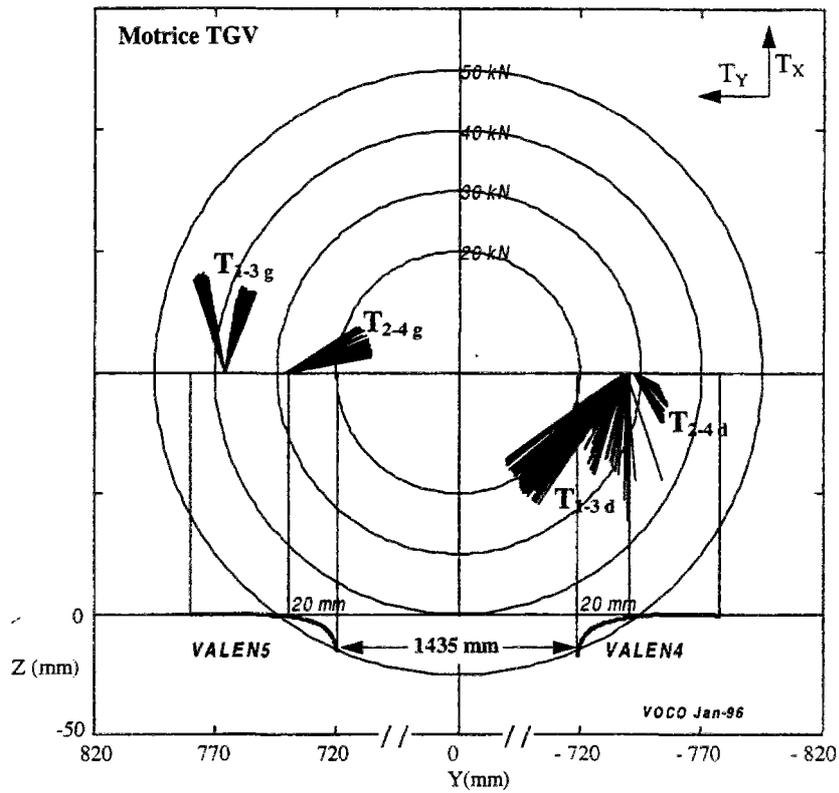
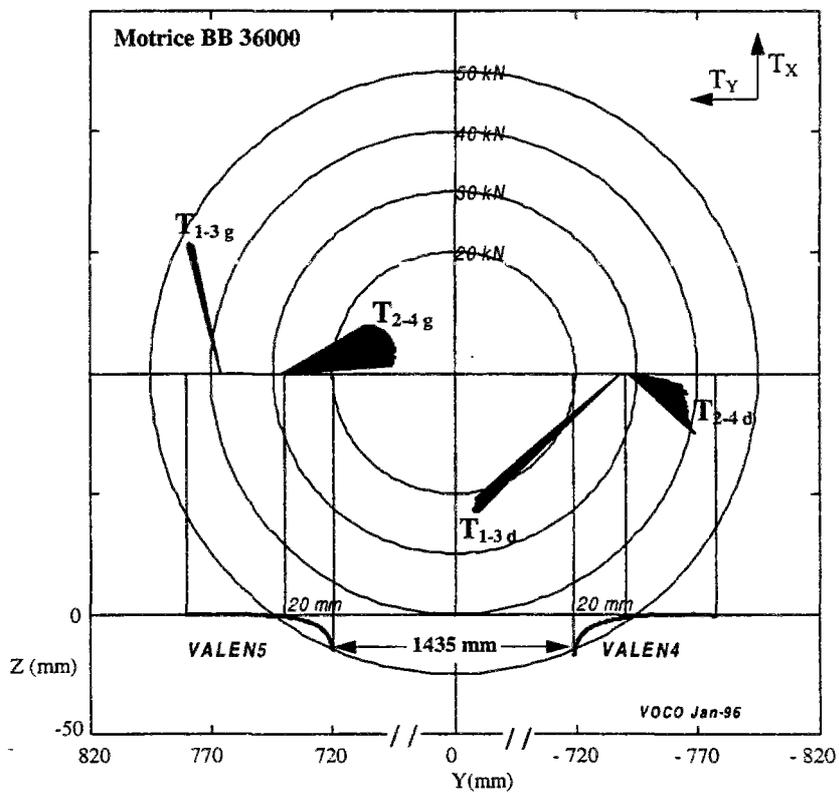


Figure 4-16 : Efforts tangents roue/rail aux points de contact - TGV.



- Figure 4-17 : Efforts tangents roue/rail aux points de contact - BB 36000.

Le paramètre  $H_C$  peut maintenant être déterminé pour ces trois types de motrices, il suffit d'appliquer la définition de  $H_C$  (§ IV.4.1., {E 4-13}) :

Motrice	BB 26000	TGV	BB 36000
$H_C$ (%)	80	0	5

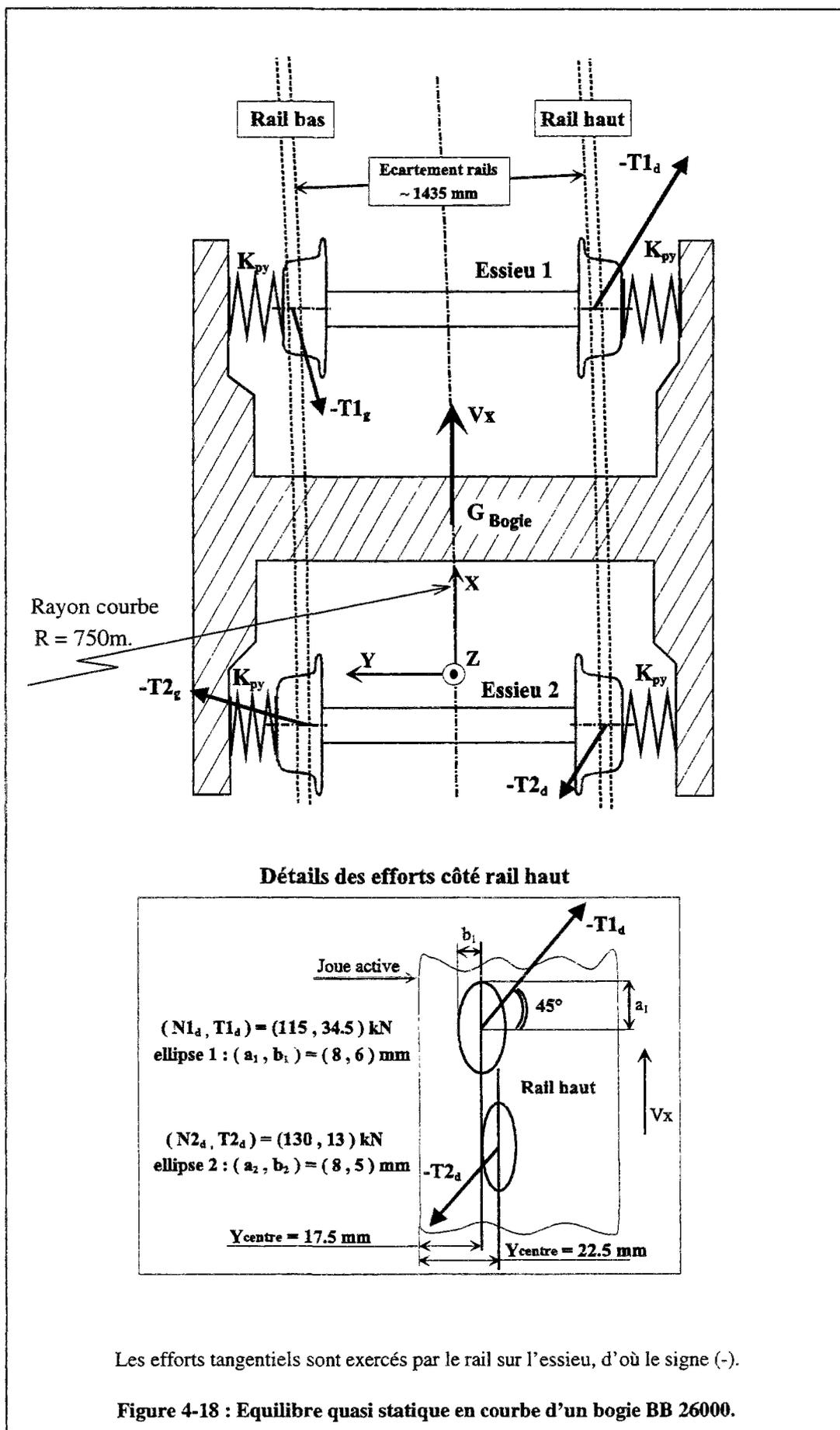
Tableau 4-3 : Valeurs de  $H_C$  pour trois motrices différentes.

Autrement dit la motrice BB 26000, roulant dans une courbe de 750m de rayon et de 140 mm de dévers à la vitesse de définition de la ligne 140 km/h, conduit à un schéma de chargement critique sur le rail haut. Ce véhicule est alors évalué comme l'un des plus agressifs au sens du Head Checking, alors que la contribution des deux autres véhicules peut être négligée.

La BB 26000 conduit à ce schéma de chargement non seulement par des paramètres tels que le rayon et le dévers de la courbe, la vitesse du véhicule, le coefficient de frottement, les profils des rails ...etc., mais aussi par sa suspension primaire relativement souple en transversal ( $K_{py} = 8 \cdot 10^6$  N/m, BB 36000 :  $K_{py} = 31 \cdot 10^6$  N/m, TGV :  $K_{py} = 25 \cdot 10^6$  N/m). La figure (4-18) illustre l'équilibre quasi statique en courbe du premier bogie de la BB 26000 dans les conditions de la simulation (le deuxième bogie a le même comportement), l'essieu d'attaque (essieu 1) est complètement collé au rail haut en étant soumis à la combinaison d'efforts tangentiels roue/rail ( $-T_{1d}$ ,  $-T_{1g}$ ). L'essieu arrière (essieu 2), fortement conditionné par le couplage latéral avec l'essieu d'attaque à travers le châssis de bogie et la suspension transversale primaire ( $K_{py}$ ), s'est établi dans la courbe de sorte que :

➤ le centre de l'ellipse de contact sur le rail haut soit situé à 22.5mm de la joue active du rail et à 5mm de la position du centre de l'ellipse de l'essieu d'attaque.

➤ l'effort tangential ( $-T_{2d}$ ) soit quasiment en parfaite opposition par rapport à ( $-T_{1d}$ ). La direction commune de ces deux efforts forme un angle de  $45^\circ$  avec la direction d'avance.



L'équilibre quasi statique du bogie tel qu'il est représenté sur la figure (4-18) peut évidemment être rompu et changer en modifiant **des paramètres de conception du véhicule** (masses, inerties, raideurs), **des paramètres de la voie** (rayon et dévers de la courbe, profils des rails), **le coefficient de frottement roue/rail** ou **la vitesse d'avance du véhicule**. Le nombre de cas numériquement envisageable paraît considérable, mais il ne serait pas réaliste d'étudier l'influence d'une variation de la masse ou de l'inertie d'un bogie existant. Les cas qui peuvent être considérés réalistes en ayant une influence sur le chargement consisteraient à faire varier la raideur transversale primaire ( $K_{py}$ ), la vitesse d'avance du véhicule ( $V_x$ ) ou le profil du rail haut. La modification du profil du rail haut permettrait non seulement de rechercher un éventuel remède au Head Checking, mais aussi de savoir si le Head Checking est lié à une forme particulière du rail haut telle que celle de la courbe de Valence (VALEN4).

L'étude de l'influence de ces modifications fait l'objet du paragraphe suivant. D'autre part, sachant que d'autres motrices en circulation présentent des similarités avec la BB 26000 notamment au niveau de la masse et de la boîte d'essieu, on parlera dans la suite de "**bogie agressif**" ou "**véhicule agressif**" pour désigner l'ensemble de ces motrices.

#### **IV.5. Influences de $K_{py}$ , de $V_x$ et du profil du rail pour un "bogie agressif".**

En simulant le comportement en courbe du "bogie agressif" identifié (§ IV.4.2.) et équipé d'une suspension primaire transversale ( $K_{py}$ ) plus raide, nous montrerons que l'agressivité de ce bogie peut être sensiblement baissée. Nous introduirons ensuite la notion de "vitesse critique du Head Cheking" et nous montrerons également que le meulage dissymétrique des rails en courbe pourrait être une solution intéressante au Head Checking.

##### **IV.5.1. Influence de la raideur transversale primaire $K_{py}$ .**

La figure (4-19) est du même type que les figures (4-15, 4-16, 4-17), elle représente les efforts tangentiels exercés sur les deux rails VALEN4 et VALEN5. Ces efforts sont issus d'une simulation numérique par "VOCO" du comportement en courbe du "bogie agressif" identifié au paragraphe (VI.4.2.). Seule la raideur primaire transversale ( $K_{py}$ ) est modifiée,

tous les autres paramètres de simulation (§ VI.4.2., Tableau 4-2) sont conservés. Ce bogie est ici équipé de la suspension transversale primaire de la BB 36000 :

$$K_{py} = 31. 10^6 \text{ N/m.}$$

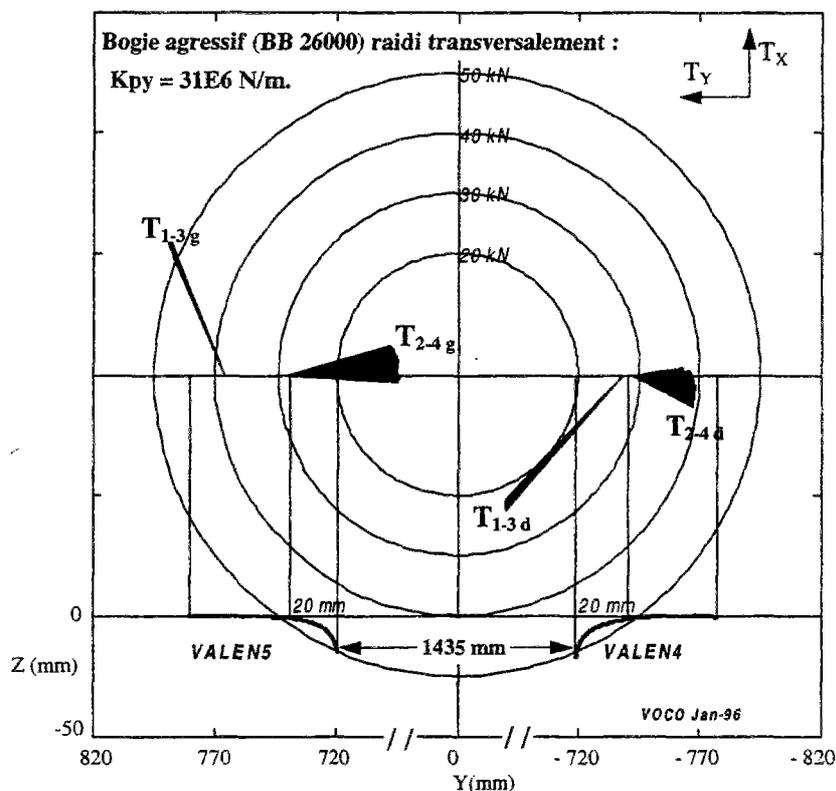
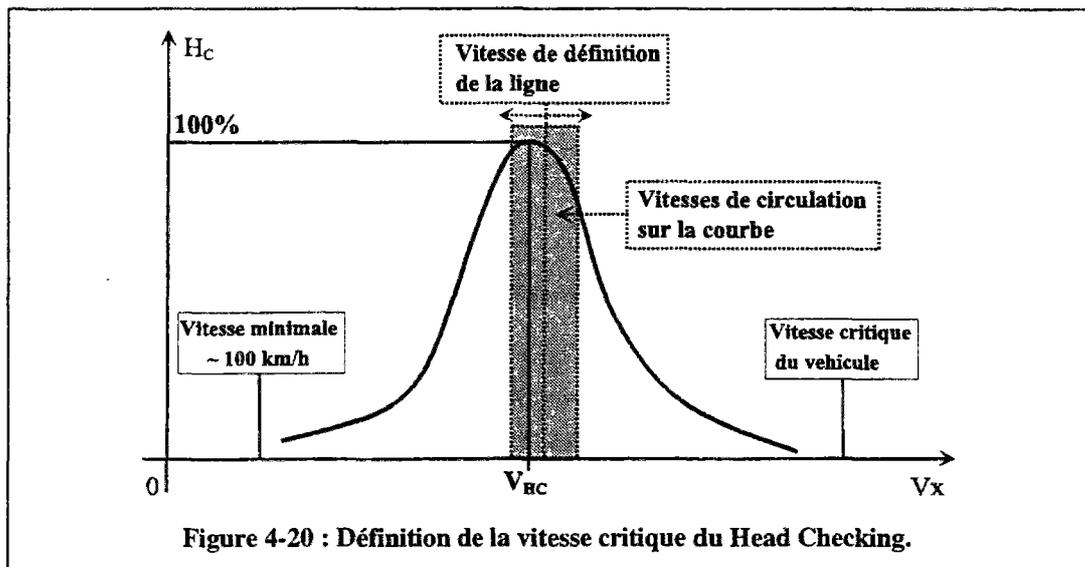


Figure 4-19 : Influence de l'augmentation de la raideur  $K_{py}$ .

Dans ces conditions, l'agressivité du bogie serait évaluée à " $H_C = 20\%$ " alors qu'elle était évaluée à " $H_C = 80\%$ " (§ VI.4.2., Tableau 4-3). En sachant bien que le choix des raideurs d'une boîte d'essieu est fortement lié à la stabilité d'un véhicule ferroviaire, il pourrait être doublement bénéfique de munir un "bogie agressif" d'une suspension transversale primaire plus raide. D'une part, ceci augmenterait la durée de vie des rails en éliminant des chargements alternés. D'autre part, une valeur plus élevée de  $K_{py}$  ne posera pas de problème d'instabilité du véhicule lorsque la voie est de bonne qualité telles que les voies ferroviaires françaises. La valeur de  $K_{py}$  proposée ici ( $K_{py} = 31. 10^6 \text{ N/m}$ ) est un exemple d'une suspension existante, l'optimisation de cette raideur pourrait être faite en appliquant la démarche proposée où des considérations de stabilité du véhicule et de sa vitesse critique peuvent être introduites.

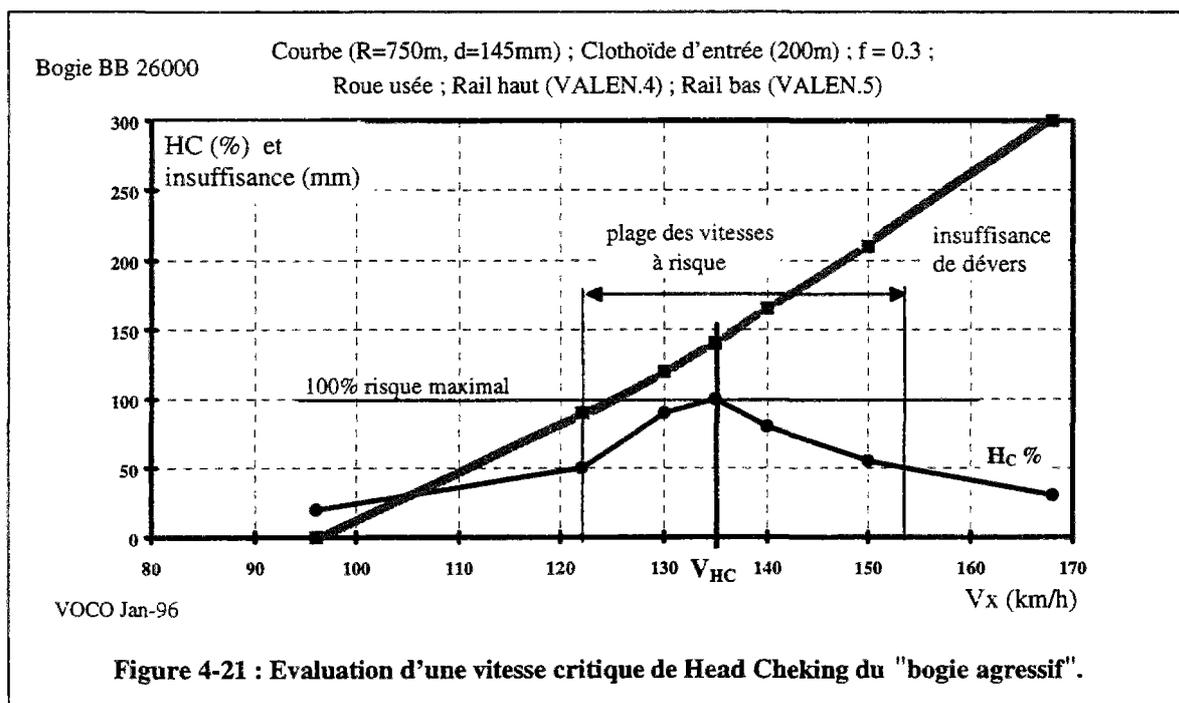
#### IV.5.2. Influence de la vitesse d'avance du véhicule $V_x$ .

Sachant que l'équilibre quasi statique en courbe du "bogie agressif" dépend, entre autres, de la vitesse d'avance du véhicule ( $V_x$ ), on se propose d'évaluer la valeur de  $H_C$ , sur une même courbe, pour différentes valeurs de la vitesse d'avance. Ceci permet de définir la notion de "vitesse critique du Head Checking" ( $V_{HC}$ ) comme étant la vitesse où le risque de fissuration du type Head Checking, évalué par  $H_C$ , est de 100% (Figure 4-20).



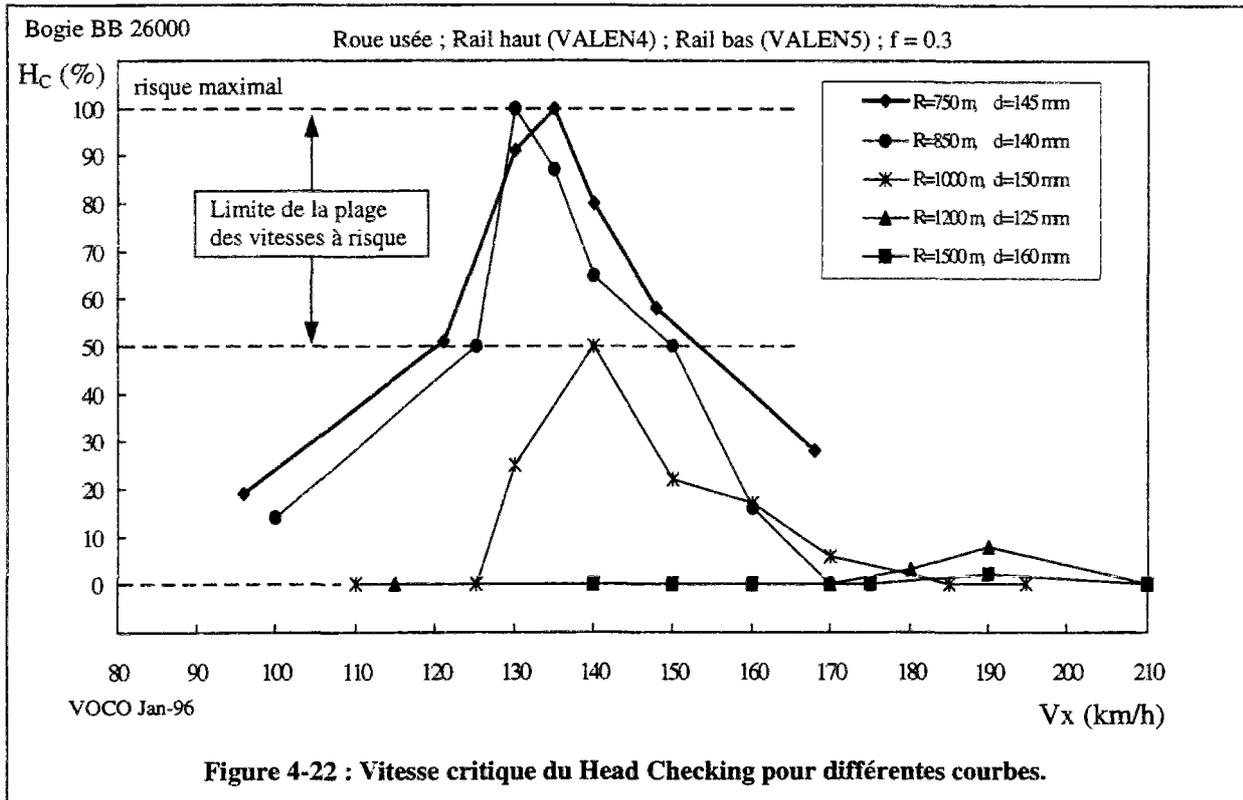
La superposition de la bande des vitesses de circulation pratiquées sur une courbe donnée avec son graphe ( $V_x$ ,  $H_C$ ) établi pour le "bogie agressif", permet d'avoir une première validation du critère de risque évalué par  $H_C$ . En effet, sachant que le Head Checking n'apparaît que sur des courbes dont le rayon est inférieur ou égal à 1000 m, il est nécessaire de vérifier que pour des rayons de courbe entre 700 m et 1000 m la "vitesse critique du Head Checking" existe et qu'elle est à l'intérieur de la bande des vitesses pratiquées. Alors que pour des rayons de courbe supérieurs à 1000 m, cette vitesse n'existe pas ou elle est à l'extérieur de la bande des vitesses pratiquées. L'utilisation du graphe ( $V_x$ ,  $H_C$ ) pour lutter contre l'apparition du Head Cheking pourrait consister à ajuster la vitesse de définition d'une ligne pour minimiser la valeur de  $H_C$ . Eventuellement, d'autres contraintes (de confort, de stabilité,...) limitant la variation de la vitesse de définition de la ligne peuvent être introduites.

Dans le cas de la voie de Valence<sup>1</sup> et pour le "véhicule agressif" identifié (§ VI.4.2.), l'application de cette démarche conduit aux résultats de la figure (4-21). Le comportement en courbe du véhicule est simulé par "VOCO" à différentes vitesses et l'exploitation des résultats relatifs aux efforts tangentiels sur le rail haut "VALEN4" tel qu'il a été fait au paragraphe (§ VI.4.2.) permet d'établir le graphe ( $V_x$ ,  $H_C$ ) de la figure (4-21).



La "plage des vitesses à risque" permet de tenir compte des incertitudes provenant du modèle mécanique (véhicule/voie) et de la quantification de  $H_C$ , on considère alors que les vitesses où la valeur de  $H_C$  est supérieure à 50% devraient être évitées. Notons que la **vitesse de définition de la voie de Valence (140 km/h)** est très proche de la "vitesse critique du Head Checking" évaluée sur la figure (4-21) ( $V_{HC} = 135$  km/h).

Quatre autres courbes de rayons différents (850 m, 1000 m, 1200 m, 1500 m) ont fait l'objet d'études similaires à la courbe de Valence<sup>1</sup> afin d'établir leurs graphes ( $V_x$ ,  $H_C$ ). Ces quatre courbes ont été choisies, en accords avec la SNCF, pour la validation du critère de risque ( $H_C$ ) et pour l'intérêt pratique qu'elles présentent. La figure (4-22) représente l'ensemble des graphes ( $V_x$ ,  $H_C$ ), des différentes courbes, établis pour le "bogie agressif".



Les graphes de la figure (4-22) sont en accord avec les observations réelles sur le Head Checking. Une courbe dont le rayon est inférieur à 1000 m a une "vitesse critique du Head Checking" ( $130 \text{ km/h} < V_{HC} < 140 \text{ km/h}$ ) très proche de sa vitesse de définition, cette "vitesse critique du Head Checking" n'existe pas pour les autres courbes.

Une solution au Head Checking pourrait alors consister à fixer la vitesse de définition, pour une courbe de rayon inférieur à 1000 m, à l'extérieur de l'intervalle [120, 150] km/h. Notons qu'en plus, la vitesse maximale en courbe doit satisfaire un critère de confort consistant à limiter "l'accélération transversale non compensée par le dévers" à une valeur maximale ( $\ddot{Y}_{max}$ ) fixée par l'exploitant<sup>6</sup>, la vitesse de définition ( $V_{def}$ ) doit alors satisfaire l'inégalité suivante :

$$V_{def} \leq \sqrt{R \cdot \left( \ddot{Y}_{max} + \frac{d \cdot g}{E} \right)} \quad \{E 4-14\}$$

$E$  : écartement de la voie (1500mm) ;  $d$  : dévers (mm) (cf. Figure 4-14) ;

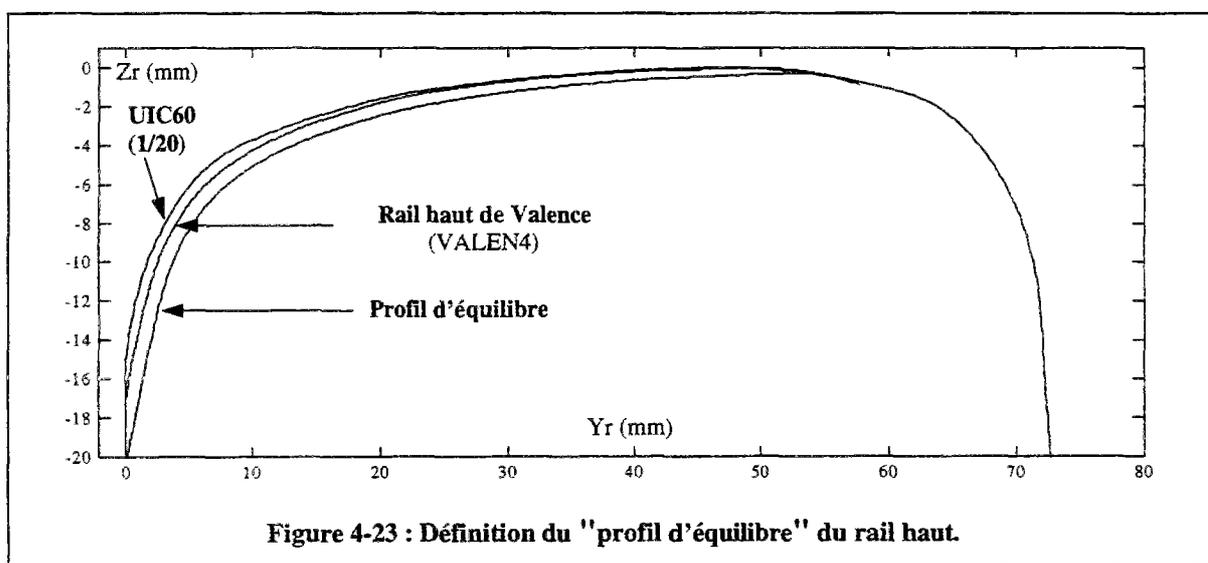
$R$  : rayon de la courbe (m) ;  $g$  : pesanteur ( $9.81 \text{ m/s}^2$ ).

<sup>6</sup> La valeur maximale de l'accélération transversale non compensée est en général comprise entre  $1 \text{ m/s}^2$  et  $1.2 \text{ m/s}^2$ .

### IV.5.3. Influence du profil du rail haut.

La courbe de Valence<sup>1</sup> a permis le choix des profils de rail (VALEN4, VALEN5) qui ont servi aux simulations, relatives au Head Checking, effectuées jusqu'à ce stade de notre travail, il convient donc d'étudier l'influence de profils différents de ceux-la sur le chargement critique identifié. Le choix de profils est un problème délicat pour la simple raison qu'un rail en service évolue par le phénomène d'usure, et par conséquent un très grand nombre de profils de rails pourraient être envisagés.

Cependant, le profil du rail haut d'une voie en courbe connaît au moins deux formes particulières pendant sa durée de vie. La première est celle du profil UIC60 obtenue après chaque opération de meulage et c'est aussi la forme du rail à l'état neuf, la deuxième est celle du profil dit d'équilibre. L'expérience montre que dans un réseau ferroviaire où la pose des rails est au (1/20), tous les rails hauts évoluent, par l'usure, vers un même profil. Lorsque ce profil est atteint, l'usure du rail baisse considérablement et le profil se conserve en évoluant parallèlement à lui même, ce profil de rail est appelé "profil d'équilibre" (Figure 4-23).



Le profil UIC60 neuf ne présente pas un intérêt particulier pour notre étude car le contact (roue/rail haut) est approximativement à (5 mm) de la joue active, donc loin du lieu supposé d'amorçage des fissures sur le rail haut (20 mm). Par contre, le "profil d'équilibre" peut être envisagé pour le rail haut. La forme du rail bas, n'ayant pas une influence significative sur l'équilibre quasi statique en courbe des bogies, offre une certaine liberté pour son choix.

Nous avons donc sélectionné deux profils qui ont été mesurés sur une courbe de rayon (500 m) du réseau SNCF. Le profil haut (AIXFH) est à son état d'équilibre, le profil bas (AIXFB) est celui qui a été mesuré sur la file basse et à la même section que (AIXFH). La figure (4-24) est du même type que les figures (4-15, 4-16, 4-17), elle représente les efforts tangentiels, exercés sur les deux rails, issus d'une simulation par "VOCO" du comportement en courbe du "bogie agressif" identifié (§ VI.4.2.). Seuls les profils des rails sont modifiés, tous les autres paramètres de simulation (§ VI.4.2., Tableau 4-2) sont conservés.

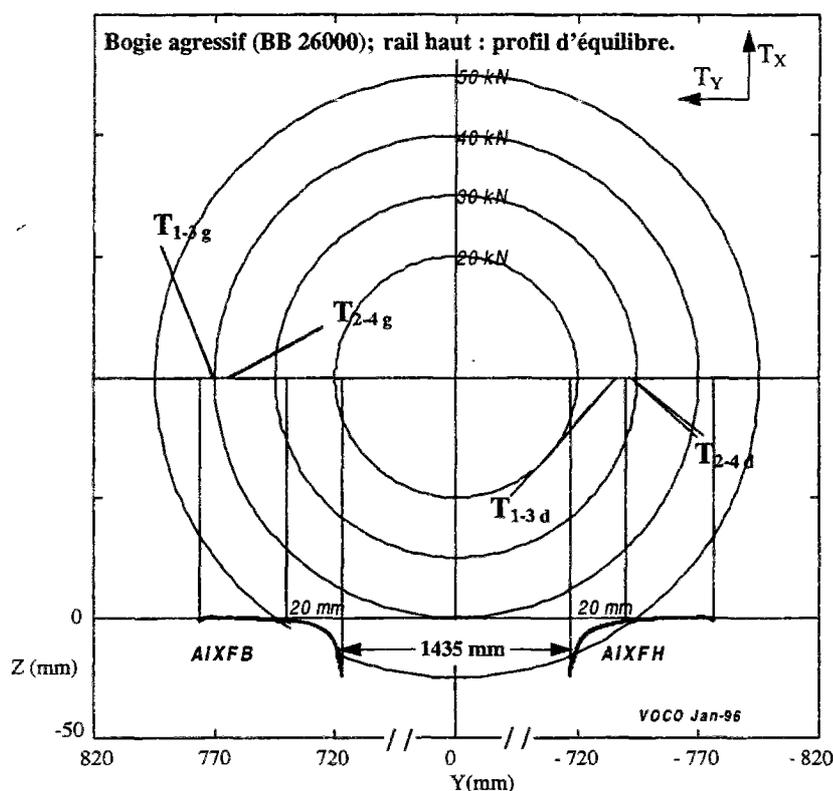


Figure 4-24 : Influence du profil du rail haut.

Dans ces conditions, l'agressivité du bogie serait évaluée à " $H_C = 0\%$ " alors qu'elle est évaluée à " $H_C = 80\%$ " (Tableau 4-3). Ce résultat confirme le fait que le chargement critique est aussi conditionné par profil transitoire du rail haut tel que celui de la courbe de Valence (VALEN4). Le Head Checking serait donc lié à ce profil transitoire du rail haut, ceci nous permet de proposer le meulage dissymétrique des rails en courbe comme un autre remède possible au Head Checking. L'opération de meulage dissymétrique consisterait à amener le profil haut au "profil d'équilibre" et à remettre seulement le rail bas au profil UIC60 neuf. Comme le "profil d'équilibre" se conserve, un profil haut transitoire du type (VALEN4)

se trouve alors écarté de la durée de vie du rail. D'autre part, des études relatives à la stabilité et à la sécurité des véhicules roulant sur un "profil d'équilibre" ne sont pas utiles, ce profil existe sur plusieurs courbes du réseau SNCF et ne semble poser aucun problème à ce niveau.

#### **IV.6. Etude de l'amorçage des fissures de Head Checking.**

Dans cette partie du travail, on s'intéresse à l'amorçage des fissures de Head Checking sous la seule influence du chargement critique identifié (§ IV.4.2.), l'influence de tout autre type de chargement étant supposée négligeable. Cette étude est effectuée essentiellement dans trois buts :

- 1) localiser la profondeur et l'emplacement latéral de cette amorce dans le rail.
- 2) fournir des éléments de comparaison de deux nuances différentes d'acier de rail (N700 et N900A<sup>7</sup>) en calculant leurs répartitions d'endommagement jusqu'à l'amorce de la fissure.
- 3) déterminer la valeur de la profondeur de meulage préventif permettant de supprimer la matière du rail endommagée.

L'évolution de l'endommagement du rail durant les cycles de chargement permettrait aussi d'optimiser la stratégie de meulage. A savoir la combinaison optimale, relativement au coût et à la durée de vie du rail, de la fréquence des opérations de meulage et de la profondeur minimale de la matière à meuler pour chaque opération, ainsi que la répartition transversale de ce meulage.

Le nombre de cycles calculé pour l'amorçage est nécessairement approximatif. En effet, mises à part les incertitudes provenant du modèle (contribution négligée des chargements différents du chargement critique, caractérisation délicate des matériaux à la fatigue), le nombre de cycles réel sur site est inconnu. La seule donnée expérimentale à ce niveau consiste à dire que les fissures du type Head Checking sont visibles après un an de trafic. Ce qui signifie, sur une zone telle que celle de Valence<sup>1</sup> où le trafic journalier moyen est de 80 circulations et en supposant que toutes les motrices sont du type "véhicule agressif",

---

<sup>7</sup> Cette notation est une désignation propre aux aciers des rails où le chiffre (700 ou 900) représente la résistance à la rupture en (MPa).

que le nombre de cycles nécessaires à l'apparition des fissures est de 59000 cycles. Ce chiffre est la somme d'un certain nombre de cycles pour l'amorçage ( $N_{rupt}$ ), et d'un autre nombre de cycles ( $N_{prop}$ ) permettant la propagation de la fissure pour atteindre sa taille observée après un an de trafic. Nous retiendrons alors que le nombre de cycles pour l'amorçage ( $N_{rupt}$ ) doit être inférieur à 59000 cycles.

Dans un premier temps, nous identifierons les caractéristiques mécaniques des aciers de rail nécessaires aux calculs relatifs à la fatigue. Le critère de Dang Van est ensuite appliqué avec un modèle de contraintes élastiques et en déformations planes, ceci a permis la localisation de l'amorçage des fissures en surface du rail. Un autre modèle d'endommagement, la loi cinétique de l'endommagement isotrope, appliquée avec un modèle de contraintes élasto-plastiques tridimensionnelles, a confirmé l'aspect superficiel de l'endommagement du rail, et il a validé l'hypothèse de l'amorçage des fissures à 20 mm de la joue active du rail haut. Les évolutions de l'endommagement déterminées par cette loi ont permis, d'une part la comparaison des deux nuances d'acier vis-à-vis de la fatigue du contact roulant, et d'autre part l'évaluation des profondeurs minimales du meulage préventif qui permettrait de supprimer la matière endommagée.

#### **IV.6.1. Identification des caractéristiques des matériaux.**

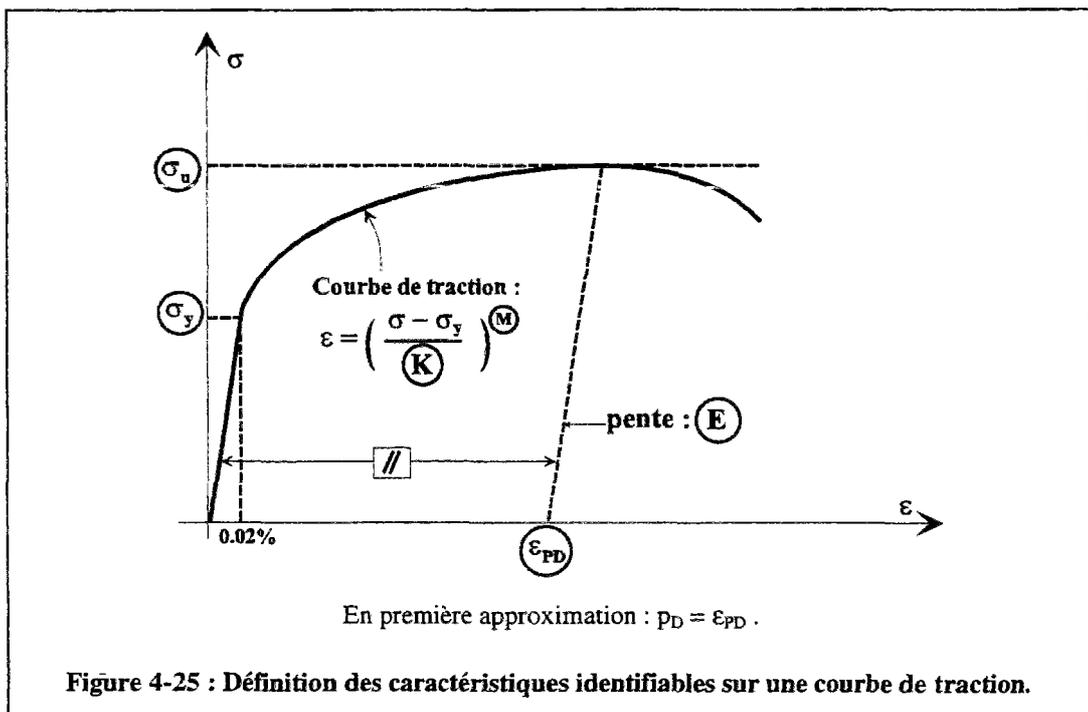
L'identification des caractéristiques d'un matériau est une étape à la fois importante et délicate dans tout calcul numérique associé à un modèle mécanique. En effet, il est difficile d'être sûr que les caractéristiques identifiées, par des essais ou par des lois établies, modélisent exactement le matériau considéré pour l'application. Ce problème est accentué dans la caractérisation à la fatigue car des paramètres tels que, l'état initial du matériau et la forme réelle de la structure, influencent le comportement du matériau. En plus, certains de ces paramètres, par exemple la forme de la structure et les contraintes résiduelles, ont une influence mal connue ou sont difficiles à déterminer.

Le critère de Dang Van nécessite la connaissance de la limite de fatigue en flexion rotative (ou plane) ou en traction compression " $\sigma_f$ " et de la limite de fatigue en torsion alternée symétrique " $\tau_D$ ", l'équation de la droite limite dans le domaine [ $\sigma_H$ ,  $\tau$ ] (Figure 4-5) s'écrit alors sous la forme suivante :

$$\tau = \alpha \cdot \sigma_H + \beta \quad \text{avec : } \alpha = 3 \cdot \left( \frac{1}{2} - \frac{\tau_D}{\sigma_f} \right) \text{ et } \beta = \tau_D . \quad \{E 4-15\}$$

La loi cinétique de l'endommagement isotrope nécessite la connaissance de " $\sigma_f$ ", du seuil d'endommagement " $p_D$ ", de la résistance à la rupture " $\sigma_u$ ", de l'endommagement critique " $D_{crit}$ " et de la constante du matériau " $S$ " (§ VI.2.3.).

D'autre part, relativement a nos calculs élasto-plastiques par le modèle de Boussinesq-Cerutti associé à la méthode de Neuber, il faut identifier la limite élastique à 0.02% d'allongement " $\sigma_y$ ", le module d'Young " $E$ ", le coefficient de poisson " $\nu$ " et les constantes ( $M$ ,  $K$ ) de l'équation {E 4-12}, ces caractéristiques sont identifiables à partir d'un essai de traction simple (Figure 4-25). La courbe d'érouissage cyclique doit aussi être établie pour l'intégration du système d'équations {E 4-10} dans le cadre d'une analyse localement couplée de l'endommagement.



Dans le cadre du groupe de travail (*G.T.Fatigue*) formé par la SNCF (§ IV.1.), nous avons disposé, pour chaque nuance (700 et 900A), de la **courbe de traction simple**, de la **courbe d'érouissage cyclique** et de la **relation de Manson-Coffin** établies expérimentalement à l'IRSID, ce qui a permis d'identifier ( $\sigma_y$ ,  $\sigma_u$ ,  $p_D$ ,  $E$ ,  $M$ ,  $K$ ). La valeur de " $\sigma_f$ " a été estimée par la proposition du CETIM (3121) établie sur 500 essais de flexion rotative à  $10^7$  cycles, il a été montré que " $\sigma_f$ " peut être estimée à partir de " $\sigma_u$ " :

$$\begin{aligned} \sigma_f &= \sigma_u \times (0.56 - 1.4 \cdot 10^{-4} \times \sigma_u) ; 150 \text{ MPa} \leq \sigma_u \leq 800 \text{ MPa} \text{ et } \sigma_u \geq 1300 \text{ MPa} \\ \sigma_f &= \sigma_u \times (0.57 - 1.2 \cdot 10^{-4} \times \sigma_u) ; 800 \text{ MPa} \leq \sigma_u \leq 1300 \text{ MPa} \end{aligned} \quad \text{[E 4-16]}$$

La valeur de " $\tau_D$ " est prise égale à une valeur classique de  $(0.6 \times \sigma_f)$  [SEGURET 88]. Les essais adéquats pour l'identification de ( $D_{crit}$ ,  $S$ ) [LEMAITRE 85] n'ont pas pu être effectués, la valeur de (0.99) a donc été choisie pour " $D_{crit}$ ". La valeur de " $S$ " pour chaque nuance a ensuite été calculée par la moyenne sur dix valeurs déterminées par le code "DAMAGE90" [LEMAITRE 95] en se recalant sur la loi expérimentale de Manson-Coffin. Notons que " $D_{crit}$ " et " $S$ " n'ont aucune influence sur la répartition de l'endommagement dans le rail, ils risquent simplement de modifier le nombre de cycles à rupture qui sera calculé.

Le tableau (4-4) récapitule les caractéristiques identifiées pour les deux nuances :

la loi de Manson-Coffin s'écrit sous la forme :  $\frac{\Delta \epsilon_t}{2} = k_1 (2 \cdot N)^{k_2} + k_3 (2 \cdot N)^{k_4}$ .

la courbe d'érouissage cyclique s'écrit sous la forme :  $\frac{\Delta \sigma}{2} = C_1 \cdot \left(\frac{\Delta \epsilon^p}{2}\right)^{C_2}$ .

	Nuance 700	Nuance 900A	Identification
( $E$ (Mpa) , $\nu$ )	( 182000 , 0.3 )	( 192000 , 0.3 )	Expérimentale
( $\sigma_y$ , $\sigma_u$ ) (MPa)	( 410 , 730 )	( 500 , 925 )	Expérimentale
( $M$ , $K$ (MPa) )	( 3 , 810 )	( 4 , 900 )	Expérimentale
$\sigma_f$ (MPa)	330	420	Estimée
( $\alpha$ , $\beta$ (MPa) )	( 0.3 , 200 )	( 0.3 , 250 )	Calculée
$p_D$ (%)	10	8	Expérimentale
$D_{crit}$	0.99	0.99	Choix
$S$ (MPa)	13	10	Calculée
( $k_1$ , $k_2$ , $k_3$ , $k_4$ )	( 1.1 , - 0.16 , 45.7 , - 0.54 )	( 1.7 , - 0.19 , 48 , - 0.57 )	Expérimentale
( $C_1$ (Mpa) , $C_2$ )	( 2350 , 0.26 )	( 1610 , 0.22 )	Expérimentale

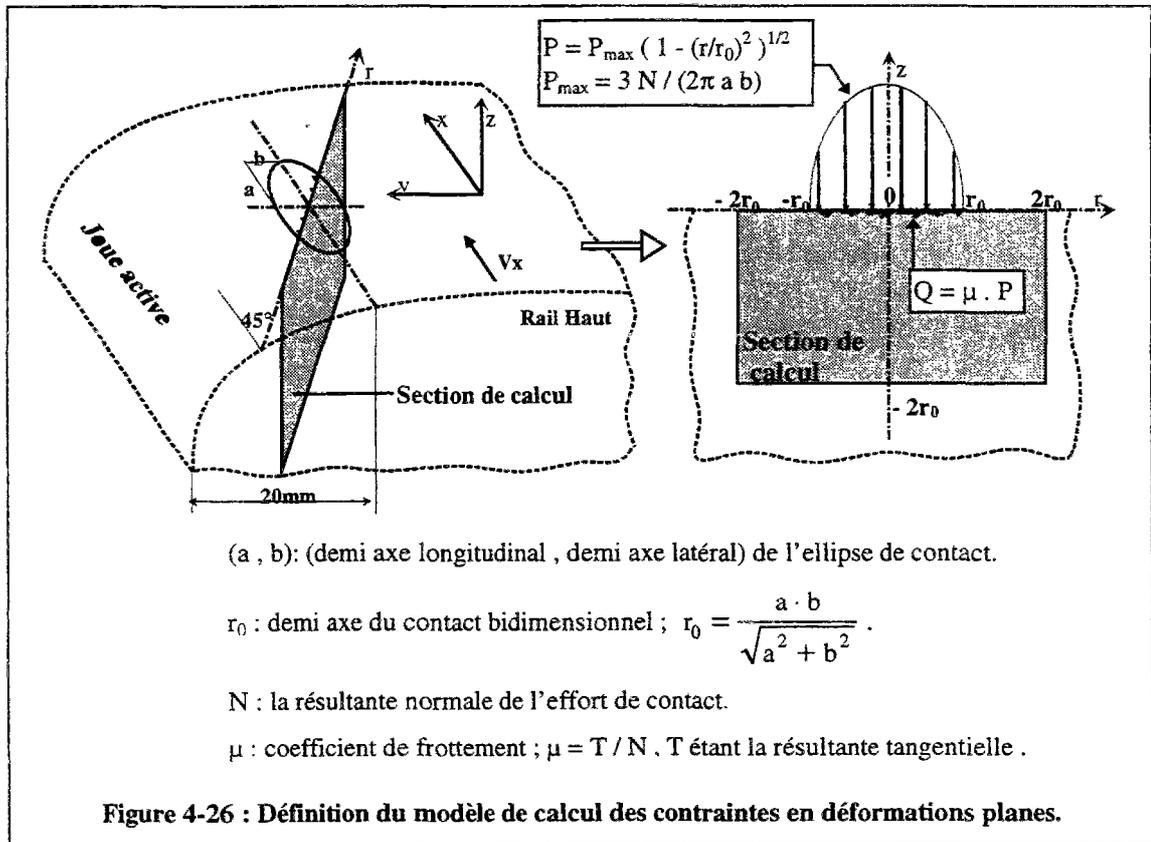
Tableau 4-4 : Caractéristiques des aciers de rail (N700 et N900A).

### IV.6.2. Application du critère de Dang Van au Head Checking.

Les contraintes dans le rail sont calculées par le programme informatique qui a été mis en place lors de notre travail (§ IV.3.1.), et le critère de Dang Van est ensuite appliqué grâce à un autre programme informatique développé dans l'environnement MATLAB®. Ce second programme récupère automatiquement les contraintes calculées en fonction du temps et de la profondeur et détermine la variation du coefficient d'endurance en fonction de cette profondeur.

#### IV.6.2.1. Modèle bidimensionnel du calcul des contraintes élastiques.

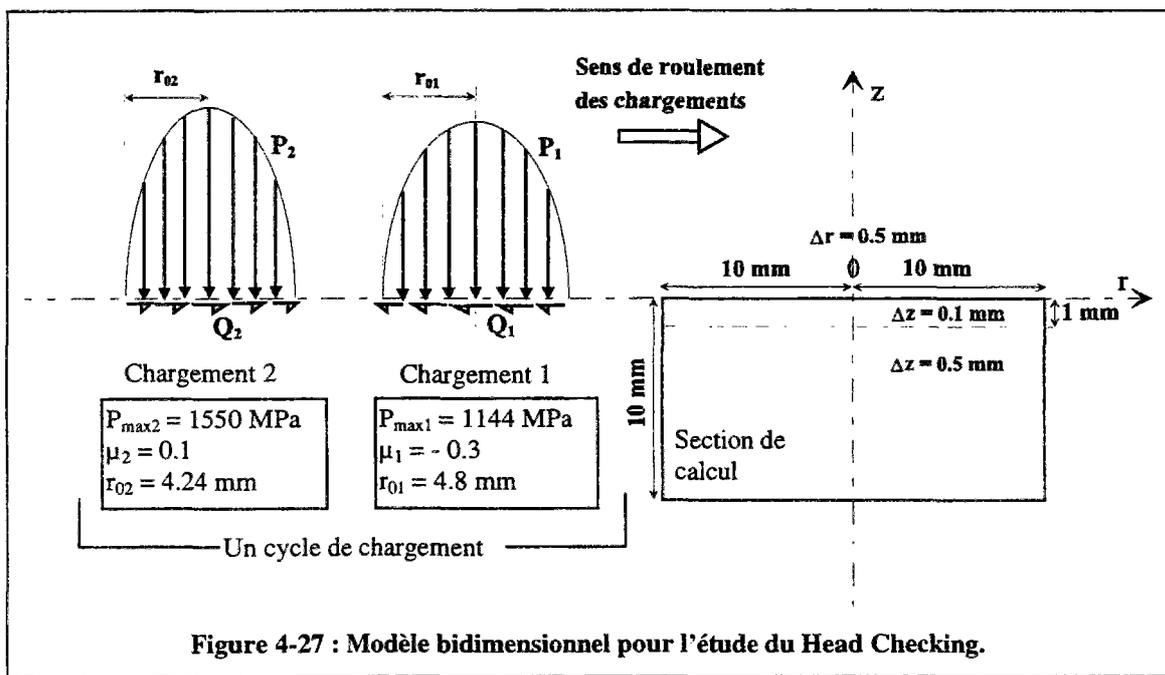
Le modèle bidimensionnel pour le calcul des contraintes est obtenu à partir de l'état tridimensionnel en considérant une section du rail inclinée à 45° par rapport au sens de l'avance des véhicules. Le chargement surfacique associé à cette section est celui de l'ellipse de contact pris avec la même inclinaison de 45° et passant par le centre du demi ellipsoïde du chargement (Figure 4-26).



IV.6.2.2. Calculs des contraintes et des coefficients d'endurance.

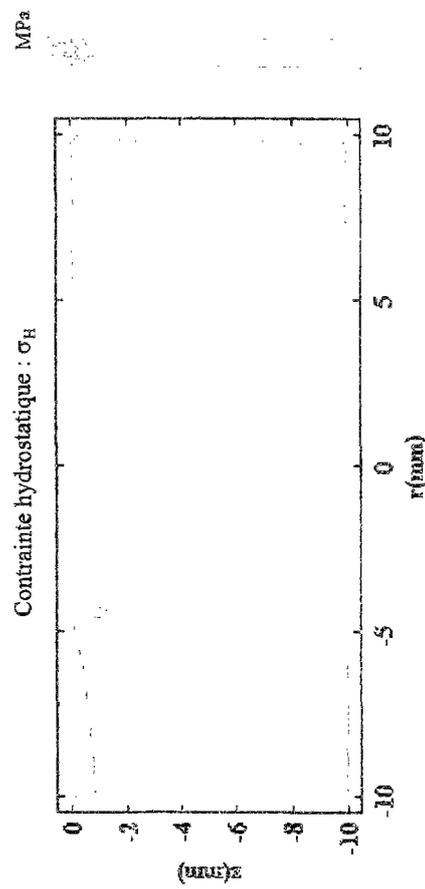
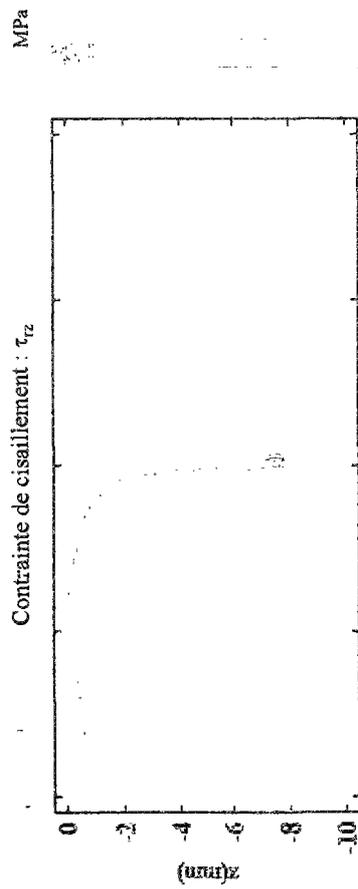
Dans le cas du chargement critique identifié (§ IV.4.2.), un cycle de chargement du rail revient à calculer les contraintes dues aux efforts de contact roue/rail dans les conditions définies par la figure (4-27). Le maillage adopté pour la section de calcul consiste en 41 sections régulièrement espacés de (0.5 mm) dans la direction (r), et 29 sections dans la direction (z), soit 1189 points où les contraintes sont calculées. Le pas de discrétisation suivant z est de (0.1 mm) entre la surface et la valeur de (1mm) de profondeur, et il est de (0.5 mm) pour le reste de la profondeur. La distribution des chargements surfaciques ( $P_j$  : pression normale,  $Q_j$  : contrainte tangentielle,  $j = [1,2]$ ) est considérée hertzienne (E 4-16) :

$$P_j = P_{\max j} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{r}{r_{0j}}\right)^2} ; Q_j = \mu_j \cdot P_j \text{ avec : } P_{\max j} = \frac{3}{2} \cdot \frac{N_j}{\pi \cdot a_j \cdot b_j} ; j = [1,2]. \quad (E 4-16)$$



Les contraintes sont calculées, en élastique et en déformations planes, par la méthode des coefficients d'influence (§ IV.3.1.). Les résultats numériques présentés sur la page suivante (Figure 4-28) représentent les contraintes de cisaillement ( $\tau_{rz}$ ) et les pressions hydrostatiques ( $\sigma_H$ ) dues à chacun des chargements surfaciques ( $P_1, Q_1$ ) et ( $P_2, Q_2$ ).

**Chargement 2 :**  $P_{\max 2} = 1550 \text{ MPa}$  ;  $r_{02} = 4.24 \text{ mm}$  ;  $\mu_2 = 0.1$ .



**Chargement 1 :**  $P_{\max 1} = 1144 \text{ MPa}$  ;  $r_{01} = 4.8 \text{ mm}$  ;  $\mu_1 = -0.3$ .

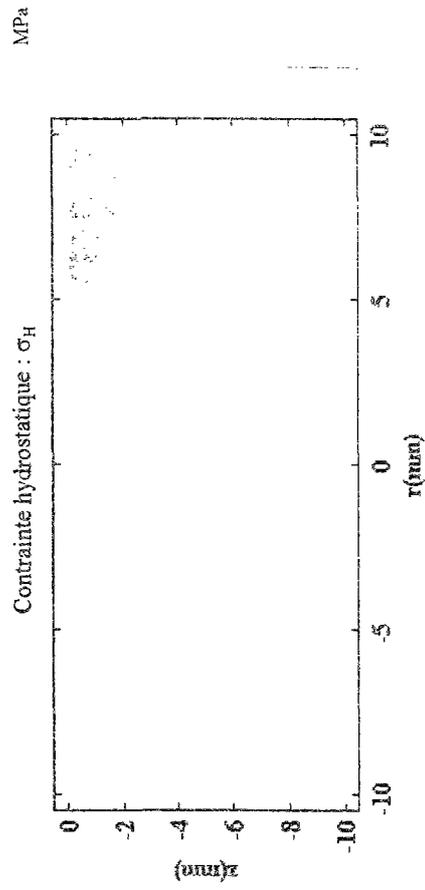
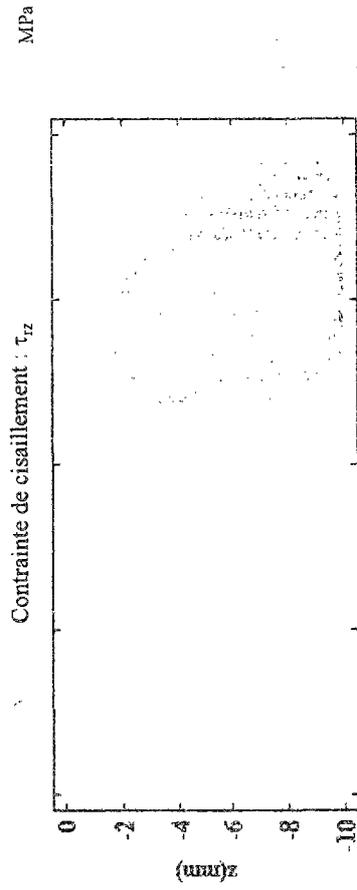


Figure 4-28 : Contraintes élastiques et en déformations planes du cycle de chargement (1 + 2).

Nous avons reporté sur la figure (4-29) l'évolution du coefficient d'endurance ( $\zeta$ ) en fonction de la profondeur ( $z$ ) pour les deux nuances d'acier (N700 et N900A), une échelle logarithmique est attribuée à l'axe des ordonnées pour permettre une meilleure visualisation de la variation du coefficient d'endurance dans le premier millimètre de la profondeur. Afin de montrer la contribution dans le cycle de chacun des deux chargements (1 et 2), les coefficients d'endurance ont été déterminés dans deux autres cas où le cycle aurait été formé uniquement par l'un ou l'autre de ces deux chargements.

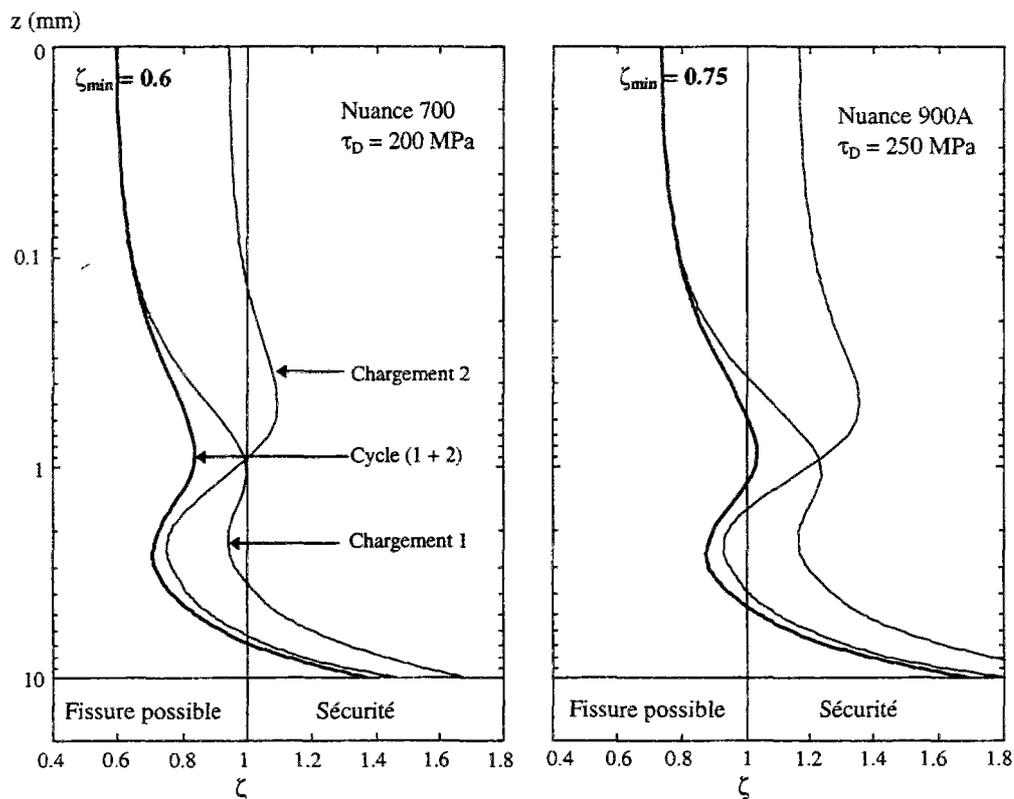
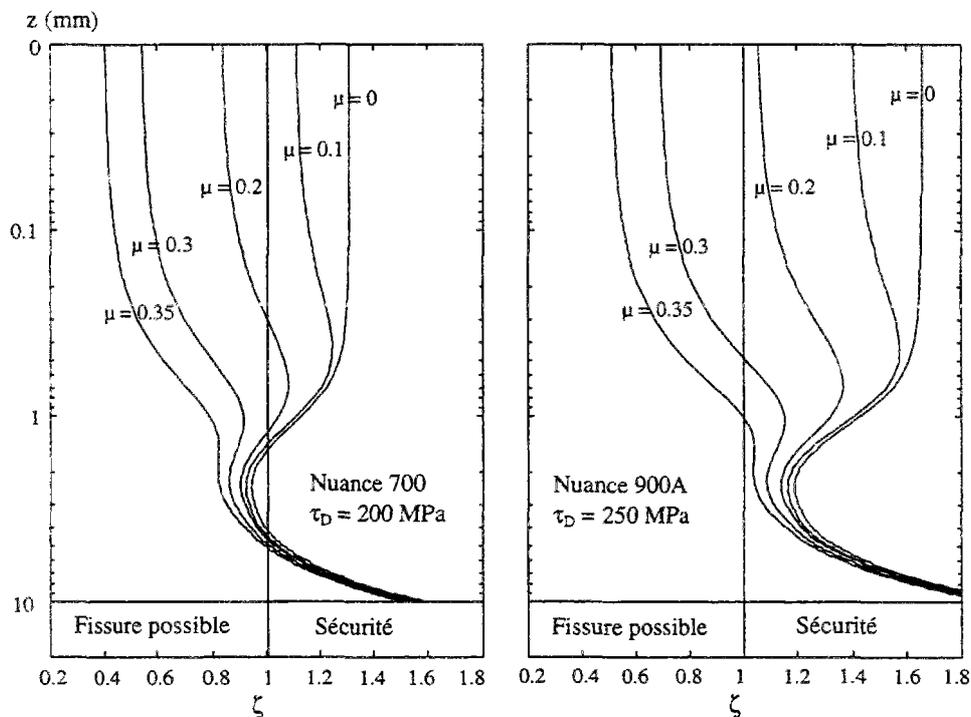


Figure 4-29 : Coefficients d'endurance des aciers de rail (N700 et N900A).

Ces distributions du coefficient d'endurance indiquent que l'amorçage des fissures a lieu en surface du rail pour les deux aciers. L'aspect critique, attribué au cycle (1 + 2) relativement aux résultantes alternées des efforts tangentiels de contact, est confirmé par ces distributions du coefficient d'endurance. La coexistence dans un même cycle des chargements 1 et 2 a conduit à une valeur faible du coefficient d'endurance sur une grande profondeur (par exemple pour la nuance 700 ( $\zeta < 0.8$ ) pour ( $0 < z < 5$  mm)). La valeur minimale du coefficient d'endurance détermine la confiance qu'on peut accorder à la bonne tenue en service des deux aciers soumis au cycle (1 + 2). Pour la nuance 700 (respectivement 900A), le coefficient

d'endurance en surface  $\zeta_{\min}$  indique la nécessité de réduire les sollicitations extérieures de 40% (respectivement 25%) pour assurer  $10^7$  cycles de chargement avant l'amorçage. Autrement dit, le risque d'amorçage en surface des fissures Head Checking, et de leurs propagations en profondeur, est très élevé sous l'influence du cycle (1 + 2).

Cette amorce en surface est liée au frottement donnant lieu à une composante tangentielle des sollicitations surfaciques. Selon la valeur du coefficient de frottement, l'amorçage peut avoir lieu en sous couche ou en surface, les courbes de la figure 4-29 donnant l'évolution du coefficient d'endurance pour les chargements 1 et 2 séparément confortent cette déduction. En effet, une amorce liée au chargement 1 seul aurait lieu en surface du rail, alors que cette amorce serait située à une profondeur de 2.5 mm dans le cas du chargement 2 seul. Pour une meilleure appréciation de l'influence du coefficient de frottement ( $\mu$ ), nous avons reporté sur la figure 4-30 les coefficients d'endurance calculés pour une seule charge roulante avec différentes valeurs du coefficient de frottement ( $\mu$ ), la charge étant caractérisée par sa pression maximale au centre du contact ( $P_{\max} = 1300$  MPa) et par la demi-largeur du contact ( $r_0 = 5$  mm).



**Figure 4-30 : Influence du coefficient de frottement sur les coefficients d'endurance pour une charge roulante.**

### IV.6.3. Application de la loi cinétique de l'endommagement au Head Cheking.

Cette loi permet de calculer l'évolution de l'endommagement en fonction du nombre de cycles avant rupture. Les contraintes élastiques dans le rail sont calculées en tridimensionnel par le programme informatique que nous avons développé (§ IV.3.1.). La méthode de Neuber est ensuite appliquée pour le calcul des contraintes équivalentes de Von Mises en élasto-plastique " $\sigma_{eq}$ ", l'équation {E 4-12} étant résolue en chaque point numériquement par la méthode de Gauss-Newton grâce à des fonctions préalablement définies<sup>8</sup> dans MATLAB®.

L'évolution de l'endommagement "D" durant les cycles est ensuite déterminée par une analyse localement couplée (§ IV.2.3.). Rappelons que le matériau est considéré parfaitement plastique avec une limite élastique " $\sigma_s$ " prise égale à la limite de fatigue en flexion rotative " $\sigma_f$ ", et que la fonction critère de plasticité "f" s'écrit sous la forme :

$$f = \tilde{\sigma}_{eq} - \sigma_s \quad \text{avec} \quad \tilde{\sigma}_{eq} = \frac{\sigma_{eq}}{(1-D)} \quad \{E 4-17\}$$

Dans nos applications, l'évolution de la déformation plastique cumulée "p" est donnée par la courbe d'écrouissage cyclique :

$$\dot{p} = \dot{\varepsilon}_{eq} \quad \text{avec} \quad (\dot{\quad}) \text{ dérivée temporelle ; } \varepsilon_{eq} = \left( \frac{\tilde{\sigma}_{eq}}{C_1} \right)^{\frac{1}{C_2}} \quad \{E 4-18\}$$

Connaissant les conditions initiales ( $p_0$  et  $D_0$ ), la déformation plastique cumulée "p" et l'endommagement "D" sont cumulés durant les cycles jusqu'à la condition d'amorçage ( $D = D_{crit}$ ), le nombre de cycles à rupture ( $N_{rupt}$ ) est alors celui où la condition d'amorçage est satisfaite. L'évolution de l'endommagement sur un cycle étant calculée par l'intégration sur ce cycle des équations suivantes :

$$\begin{cases} \dot{D} = \frac{Y}{S} \cdot \dot{p} = \frac{\sigma_s^2 \cdot R_v}{2 \cdot E \cdot S} \cdot \dot{p} & \text{si } p \geq p_D \\ \dot{D} = 0 & \text{si } p < p_D \end{cases} \quad \{E 4-19\}$$

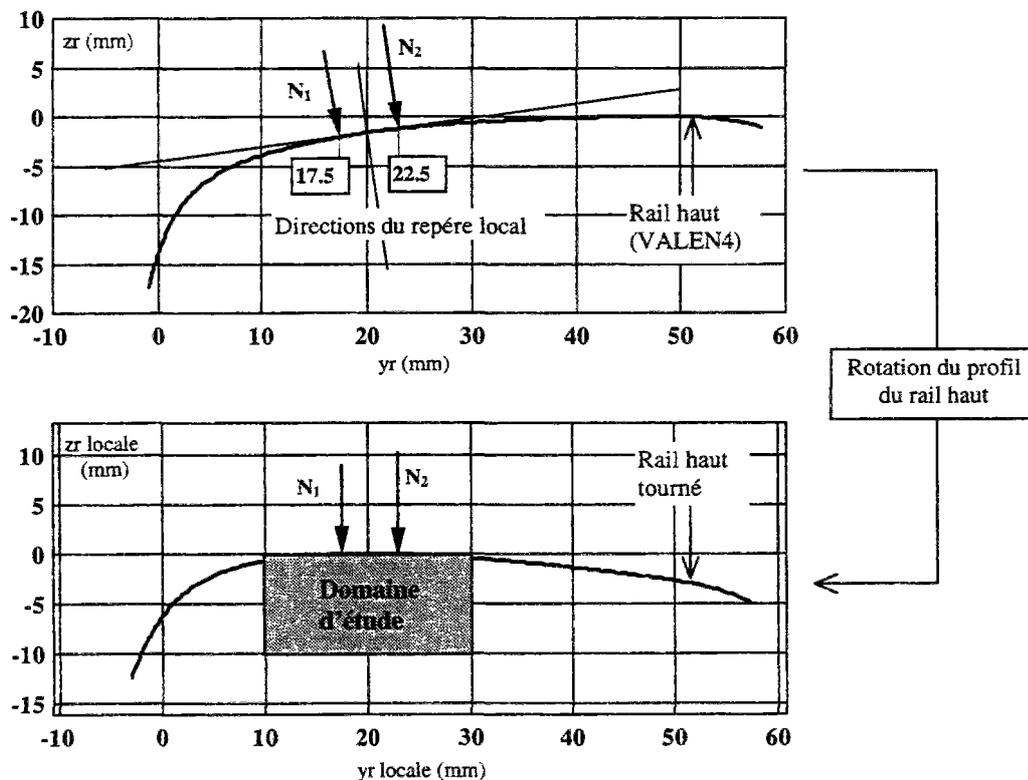
$R_v$  : la fonction de triaxialité élastique ;  $p_D$  : le seuil d'endommagement.

<sup>8</sup> La fonction dénommée "fsolve" permet la recherche du zéro d'une fonction par la méthode de Gauss-Newton.

Un programme informatique a été mis en place, dans l'environnement MATLAB<sup>®</sup>, pour le calcul de l'évolution de l'endommagement sous l'influence du chargement critique identifié (§ IV.4.2.). Dans toutes nos applications, les aciers de rail sont considérés initialement vierges ( $p_0 = 0$ ,  $D_0 = 0$ ).

#### IV.6.3.1. Modèle tridimensionnel du calcul des contraintes élasto-plastiques.

Les contraintes sont calculées en élastique par la méthode des coefficients d'influence (§ IV.3.1.) au voisinage de la zone où les contacts sur le rail ont lieu ("domaine d'étude" sur Figure 4-31). La méthode de Neuber permet ensuite le calcul de la contrainte équivalente de Von Mises en élasto-plastique à partir de la solution élastique [E 4-12]. Pour une commodité de la représentation graphique des contraintes tridimensionnelles, le profil de rail est tourné dans son plan pour rendre verticale la direction des efforts normaux ( $N_1$  et  $N_2$ ) des essieux (Figure 4-31) :



( $N_1$  et  $N_2$ ): efforts normaux de contact exercés par (le premier et le second) essieu sur le rail haut.

Figure 4-31 : Définition du domaine d'étude du Head Checking.

On omettra dans la suite l'extension "locale" des axes ( $y_r$ ,  $z_r$ ) pour alléger l'écriture, le rail sera toujours représenté dans sa configuration tournée. Dans le cas du chargement critique identifié (§ IV.4.2.), un cycle de chargement du rail revient à calculer les contraintes dues aux efforts de contact roue/rail dans les conditions définies par la figure (4-32). Les contraintes sont calculées dans deux volumes analogues, "Volume 1" (respectivement "Volume 2") pour le chargement du premier (respectivement du second) essieu. Le maillage pour chaque volume consiste en 41 sections dans la direction ( $x_r$ ), 29 sections dans la direction ( $z_r$ ) et 13 sections dans la direction ( $y_r$ ), soit (1189 x 13) points où les contraintes sont calculées. A un point donné du "domaine d'étude", l'historique d'un cycle de chargement est obtenu en traversant successivement les champs des contraintes dans les volumes (1 et 2) suivant le sens inverse à celui de l'avance du véhicule ( $V_x$ ). L'endommagement est alors calculé en (13 x 29) points définissant ainsi le maillage du "domaine d'étude".

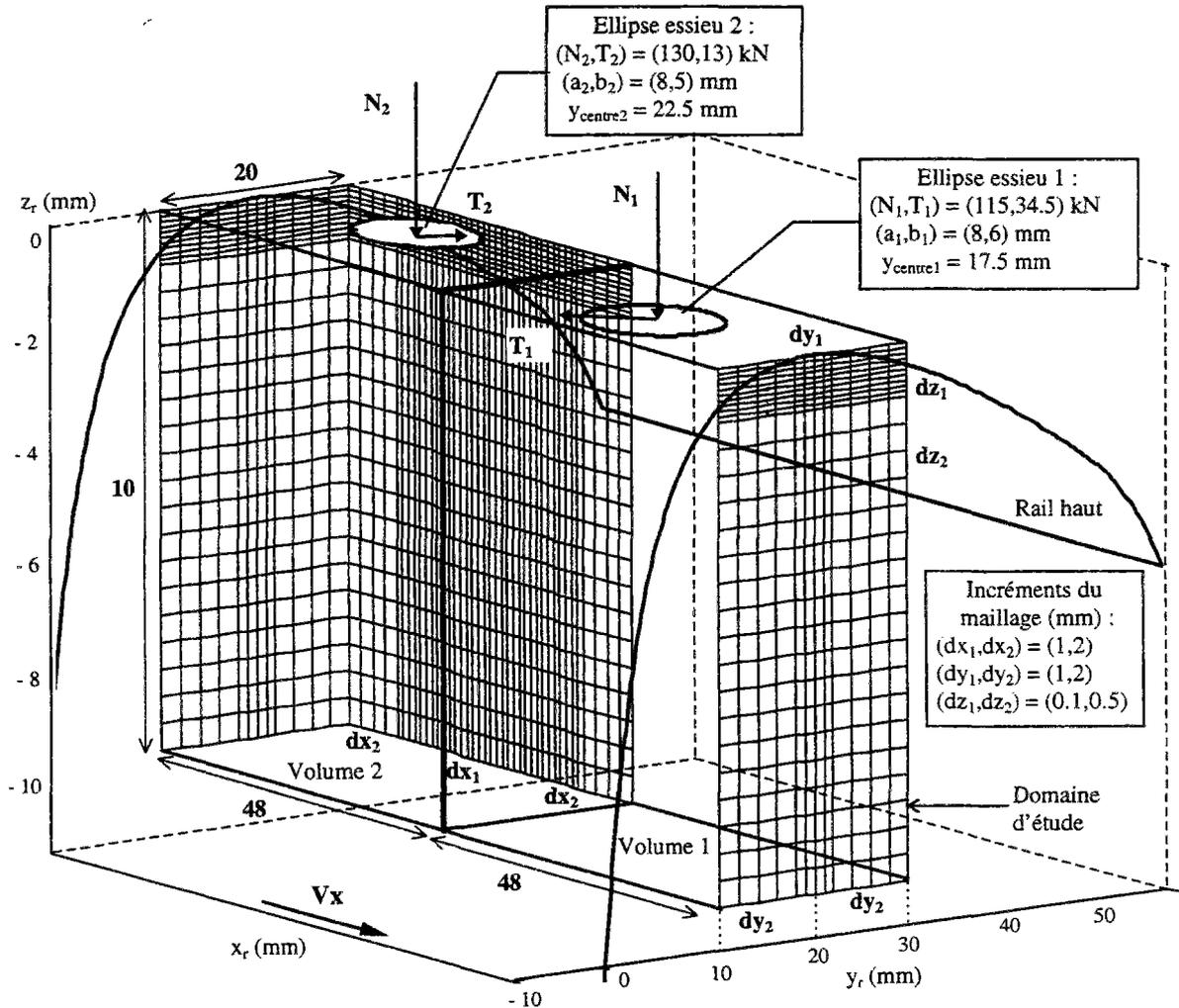


Figure 4-32 : Modèle tridimensionnel pour l'étude du Head Checking.

## IV.6.3.2. Calculs des contraintes et de l'évolution de l'endommagement.

Les figures 4-34 et 4-35 représentent les contraintes équivalentes de Von Mises élasto-plastiques ( $\sigma_{eq}$ ) calculées pour les deux nuances d'acier<sup>9</sup>. Un premier calcul de l'évolution de l'endommagement a été effectué en supposant une usure nulle des aciers durant les cycles de chargement, la figure 4-36 représente les distributions des endommagements dans le rail<sup>10</sup> au moment de la rupture ( $D = D_{crit}$ ).

Un second calcul de l'évolution de l'endommagement à été effectué pour tenir compte au mieux de l'usure naturelle des rails, la figure 4-37 représente les répartitions des endommagements dans le rail<sup>10</sup> au moment de la rupture pour ce second calcul.

Rappelons que l'usure est considérée abrasive et proportionnelle à l'énergie surfacique de glissement, le coefficient de proportionnalité étant égal à  $1.59 \text{ E-}13 \text{ m}^3/\text{J}$  [KALKER 91b], et l'énergie de glissement étant calculée par "VOCO". Les énergies de glissement, calculées dans les conditions de simulation du chargement critique (tableau 4-2), sont reportées sur la figure 4-33 ci-dessous (les conditions de simulation sont rappelées sur cette figure). Ce second calcul d'endommagement a été effectué en considérant une usure constante sur toute la largeur du "domaine d'étude" ( $10 \text{ mm} \leq y_r \leq 30 \text{ mm}$ ), le taux d'usure étant celui calculé à la position latérale de 17.5 mm sur le rail :  $\Delta z_r = 0.05 \text{ mm} / 2400 \text{ cycles}$ .

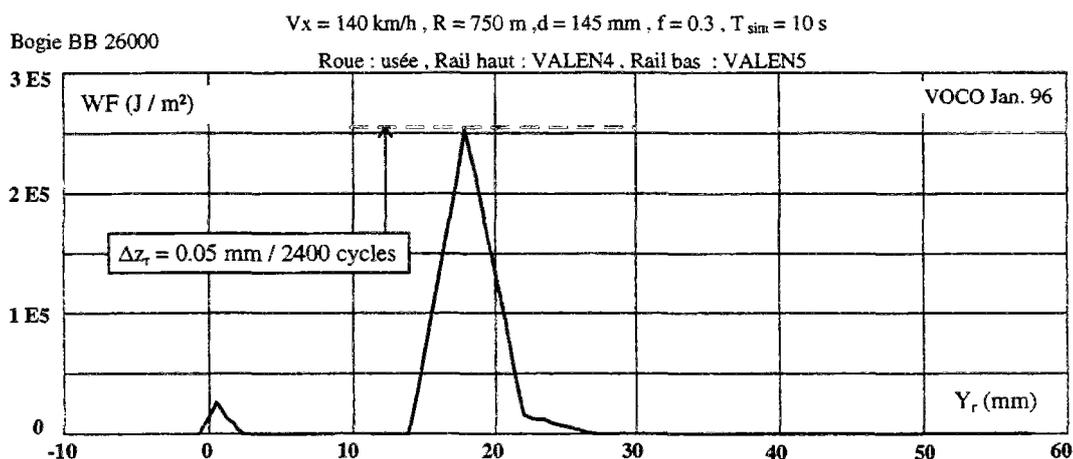
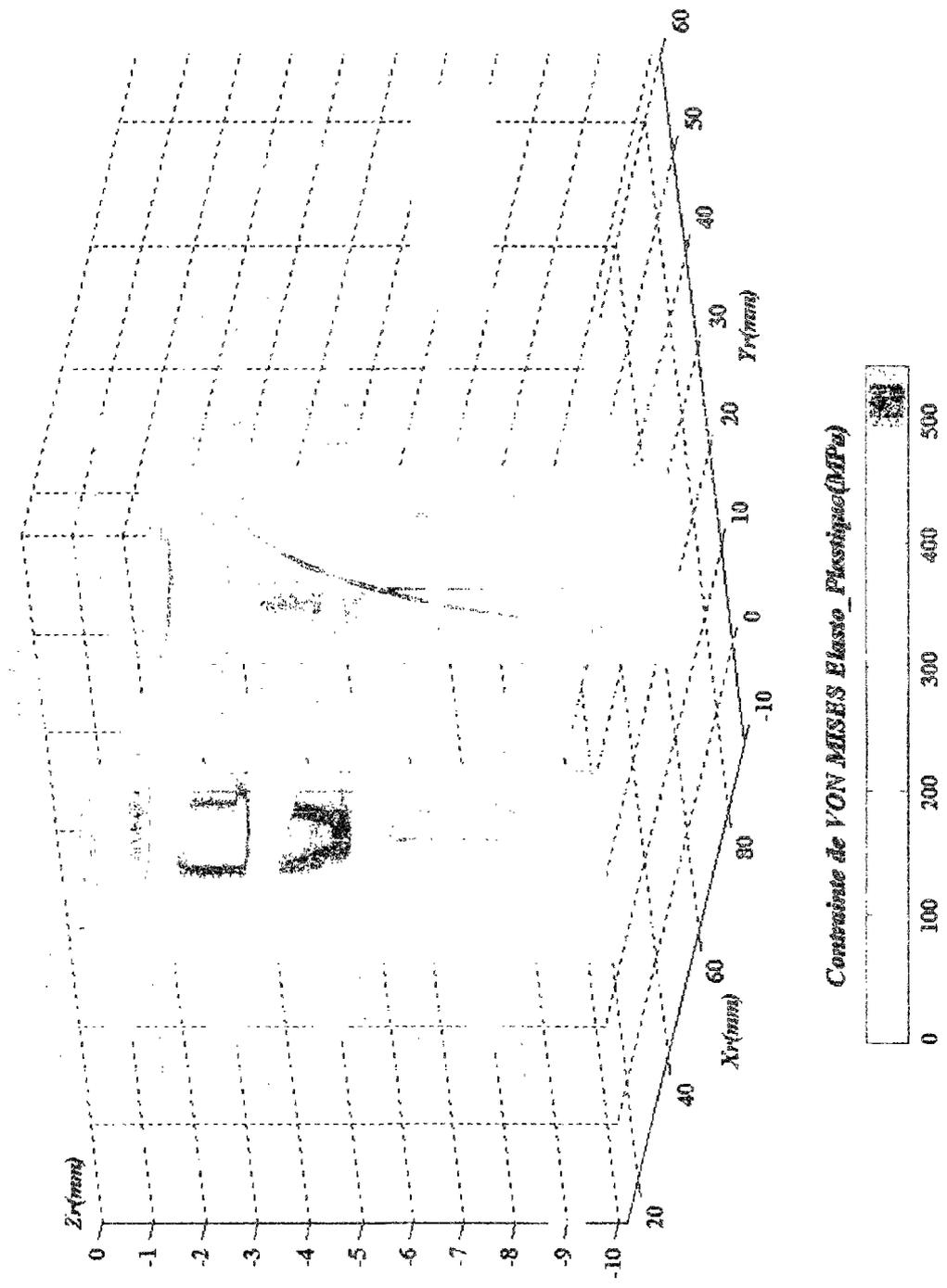


Figure 4-33 : Energie de glissement surfacique sur le rail haut pour le "bogie agressif".

<sup>9</sup> Nous avons joint en annexes (A 4-2, A 4-3, A 4-4) les taux de triaxialité élastiques et des distributions des endommagements à divers nombres de cycles avant rupture.



Contrainte de VON MISES Elasto-Plastique(MPa)

Figure 4-34 :  $\sigma_{eq}$  de Von Mises élasto-plastique pour la nuance 700.



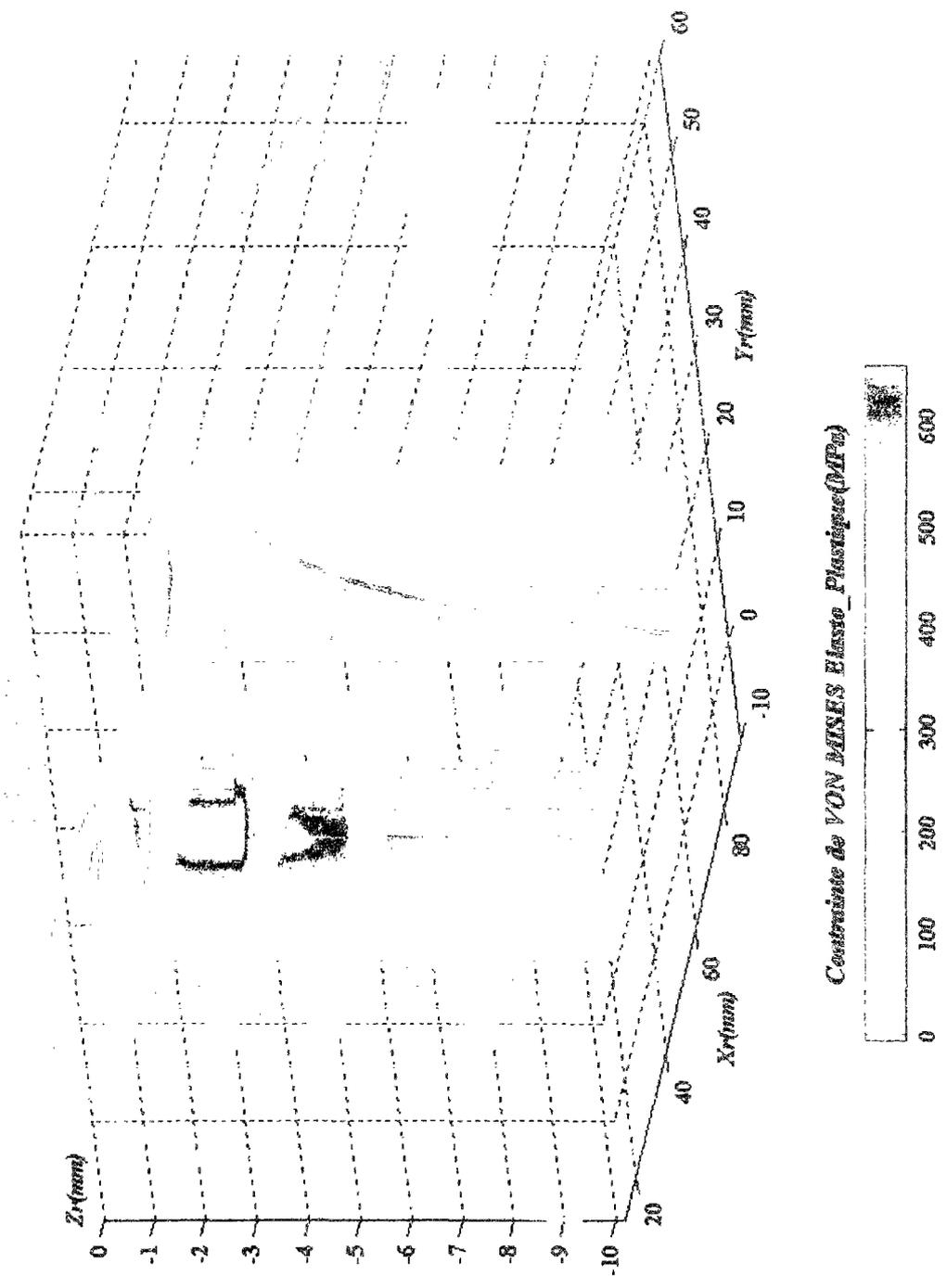


Figure 4-35 :  $\sigma_{eq}$  de Von Mises élasto-plastique pour la nuance 900A.



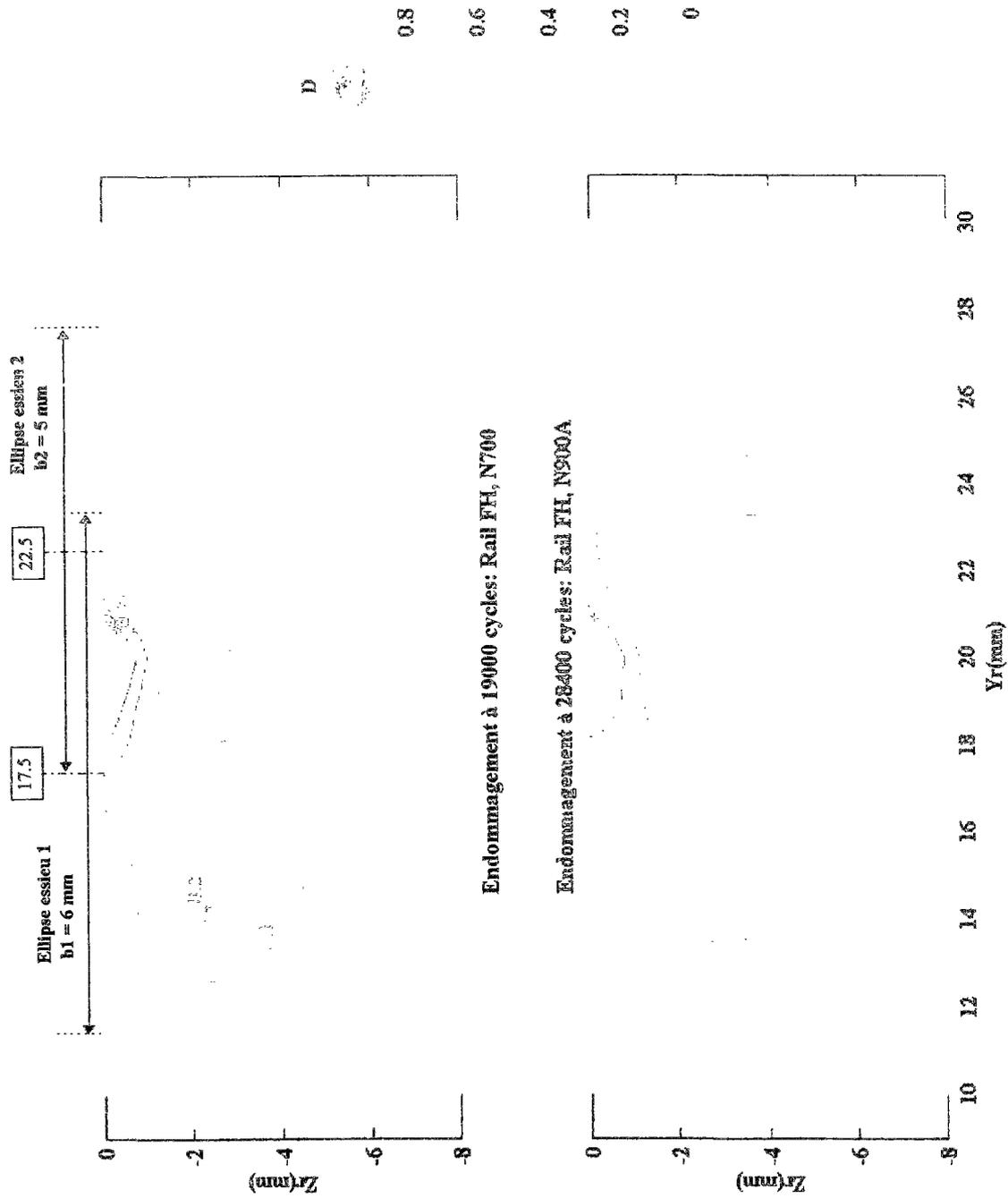


Figure 4-36 : Répartitions de l'Endommagement dans le Rail , taux d'usure = 0.



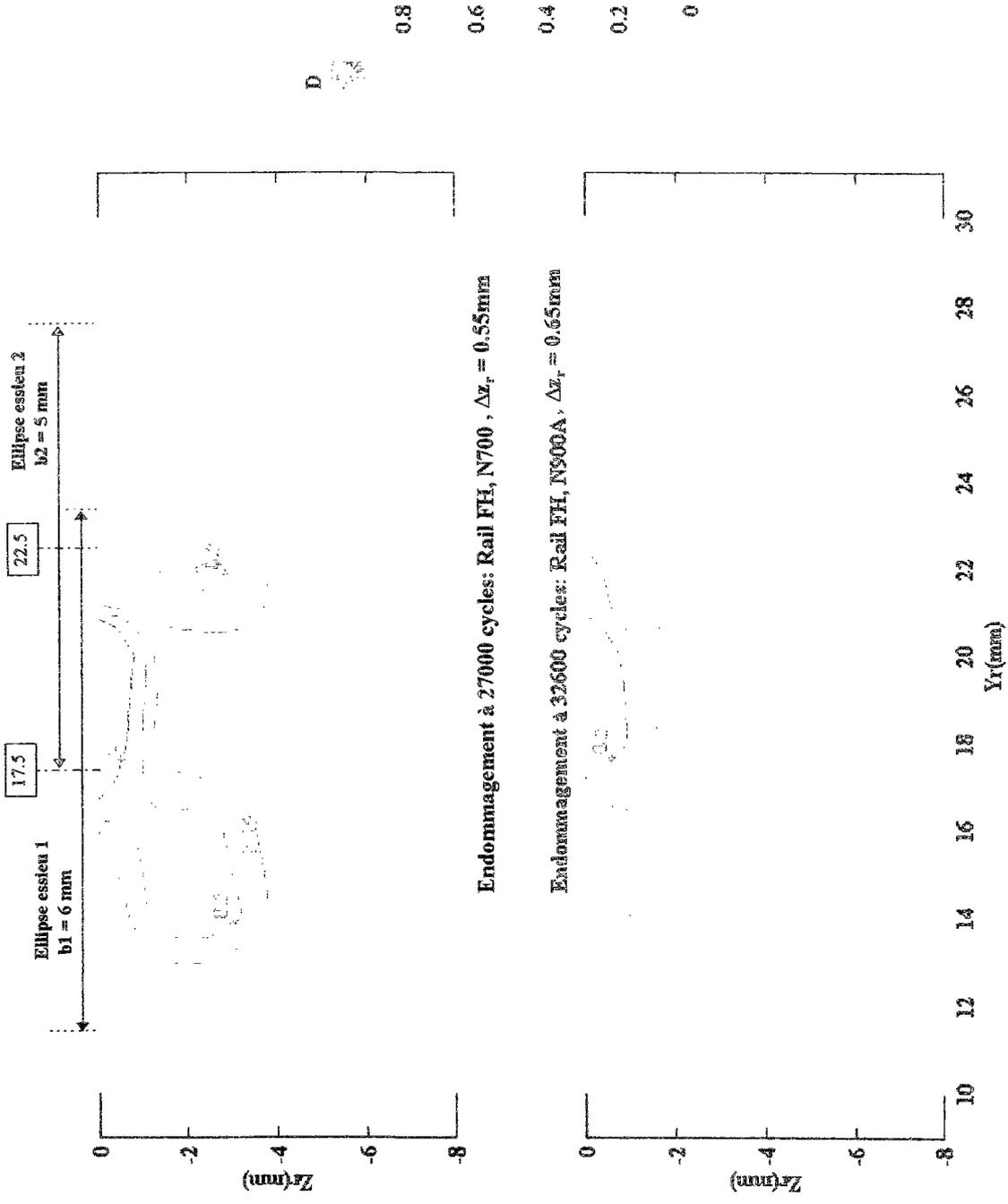


Figure 4-37 : Répartitions de l'Endommagement dans le Rail, taux d'usure = 0.05 mm / 2400 cycles.

Les répartitions d'endommagement obtenues, pour les deux aciers et avec un taux d'usure nul et non nul, confirment l'amorçage des fissures en surface du rail et valident l'hypothèse de l'amorçage à 20 mm de la joue active. Un faible écart est trouvé entre les durées d'endurance des deux nuances d'acier, les nombres de cycles à rupture calculés sont équivalents à une période allant de 6 à 7 mois de trafic pour un taux d'usure non nul, cette période est diminuée d'un mois pour une usure nulle. Par contre, la nuance 900A présente un avantage important vis-à-vis des opérations de meulage. En effet, un meulage préventif des rails hauts de l'ordre de 1mm de profondeur permettrait d'éliminer la matière endommagée pour la nuance 900A, alors que cette profondeur serait de 4mm pour la nuance 700.

L'interprétation des répartitions d'endommagement permet de retrouver des déductions similaires à celles faites à l'issue de l'application du critère de Dang Van. L'endommagement obtenu au voisinage de la position latérale de 22 mm est en grande partie causé par le chargement de l'ellipse 2, et sa valeur maximale est située à 2.5 mm de profondeur. La zone du rail commune aux deux ellipses 1 et 2 (entre 18 mm et 22 mm) se trouve avec un endommagement essentiellement superficiel et allant jusqu'à une profondeur de 1 mm. La diminution progressive du chargement tangentiel de l'ellipse 1 sur la zone comprise entre 12 mm et 18 mm, renvoie progressivement l'endommagement en profondeur de cette zone.

Relativement aux propriétés connues par la SNCF sur le phénomène du Head Checking, l'ensemble des résultats obtenus est qualitativement et quantitativement proche de la réalité, plus particulièrement :

- le faible écart entre les durées d'endurance des deux nuances d'acier.
- l'amorçage des fissures en surface et à environ 20 mm de la joue active.
- la profondeur de meulage de 1mm nécessaire à la suppression de la matière sévèrement endommagée pour la nuance 900A.
- la valeur moyenne de 6 mois de trafic nécessaire à l'amorçage des fissures.

L'ensemble de notre démarche (identification du chargement critique et étude de l'endommagement) se trouve ainsi convenablement validé.

## IV.7. Conclusion sur la fatigue du contact roulant.

Le Head Checking est une forme particulière de la fatigue du contact roulant observée sur les rails hauts des voies ferroviaires en courbe. Cette forme de fatigue est apparue récemment sur certains réseaux ferroviaires européens, et a entraîné la multiplication des opérations de meulage et des retraits préventifs des rails. Ce quatrième chapitre a été consacré à notre démarche, adoptée au sein du groupe de travail "*G.T. Fatigue*"<sup>1</sup>, pour contribuer à la compréhension du Head Checking en proposant des solutions pratiques permettant à l'exploitant de mieux lutter contre cette dégradation.

Relativement aux spécifications du Head Checking connues par la SNCF, nous avons établi le schéma du chargement surfacique le plus probable pour l'apparition du Head Checking, ainsi qu'un critère simple de quantification de l'agressivité des chargements possibles sur le rail haut (§ IV.4.1.). L'application de ce critère à trois véhicules différents roulant à la même vitesse sur une même courbe a permis d'isoler un type de bogie conduisant au chargement le plus critique, le choix de la courbe et des véhicules a été effectué relativement au cas réel de la zone test de Valence<sup>1</sup> (§ IV.4.2.). En étudiant l'influence des paramètres principaux qui favorisent le schéma de chargement le plus critique, nous avons mis en évidence l'importance de la raideur transversale primaire du bogie, du profil du rail haut ainsi que de la vitesse de circulation des véhicules. Une constatation réelle a pu être retrouvée lors de notre démarche, les courbes dont le rayon est inférieur à 1000 m sont les plus concernées par le Head Checking, ceci a permis d'avoir une première validation de la démarche adoptée pour isoler le chargement critique au sens du Head Checking. Trois solutions ont pu être proposées à l'issue de cette partie dont la plus prometteuse serait le meulage dit dissymétrique des rail en courbe (§ IV.5.).

En appliquant le critère de Dang Van et la loi cinétique de l'endommagement isotrope au chargement le plus critique, l'amorçage des fissures a été trouvé en surface du rail et à 20 mm de la joue active, ceci est proche des observations réelles sur le Head Checking. Les répartitions de l'endommagement calculées pour deux nuances d'aciers de rail ont permis de mettre en évidence l'avantage de la nuance 900A par rapport à la nuance 700, même si ces deux nuances ont été trouvées équivalentes du point de vue de la durée d'endurance (§ IV.6.).

Il a été ainsi possible de fournir des ordres de grandeur des profondeurs de meulage nécessaires à l'élimination de la matière du rail endommagée (1 mm pour N900A, 4 mm pour N700), une période de 6 à 7 mois trafic a été évaluée pour l'amorçage des fissures. L'ensemble de ces résultats est qualitativement et quantitativement proche des constatations connues sur le Head Checking.

D'autre part, l'influence du coefficient de frottement ( $\mu$ ), pour une seule charge roulante, sur la localisation de la profondeur critique au sens de l'endommagement a été montrée à deux reprises (§ IV.3.2. et § IV.6.2.2.), on notera notamment la différence des ordres de grandeur qui sont trouvés à l'issue de ces deux études. Le critère de Tresca, appliqué au paragraphe (IV.3.2.), a permis de retrouver des résultats classiques de la mécanique du contact ([DUMONT 94], [JHONSON 85]) consistant à dire que le risque d'endommagement est en profondeur pour ( $\mu < 0.3$ ) et que ce risque est située en surface pour ( $\mu \geq 0.3$ ). Cette valeur limite de ( $\mu$ ) est trouvée à (0.2) par le critère de Dang Van appliqué au paragraphe (IV.6.2.2.). Dans le cadre du groupe de travail "*G.T. Fatigue*", l'IRSID a effectué des essais de fatigue de contact sur des éprouvettes de la nuance 900A où des fissures sont apparues en surface des éprouvettes à partir d'un coefficient de frottement de (0.2).

## **Conclusion Générale**



## Conclusion Générale.

Le travail présenté dans ce mémoire s'intéresse à l'étude de trois types de dégradations de profils roue\rail. : l'usure latérale du couple roue\rail, l'usure irrégulière longitudinale des roues à grande vitesse et la fatigue des rails soumis au contact roulant. Pour chaque type de dégradation, nous nous sommes efforcés de développer une modélisation numérique validée sur des cas réels.

Dans un premier chapitre, nous avons présenté la problématique de la dynamique ferroviaire. Les principales difficultés, essentiellement liées au problème du contact roue\rail et à la géométrie réelle d'une voie ferroviaire, y sont également exposées. Ces difficultés entraînent inévitablement des choix et des compromis, notamment dans le but d'alléger les durées des calculs, conduisant à certaines approximations pour leur modélisations ; nous nous sommes limité à la présentation des modèles du laboratoire.

Afin de simuler numériquement l'usure latérale du couple roue\rail, nous avons été amené à faire plusieurs choix : un modèle d'usure (l'usure est abrasive et considérée proportionnelle à l'énergie surfacique de glissement), une discrétisation géométrique des profils et des conditions de circulation que nous avons estimé équivalentes à la réalité. Les résultats obtenus par des applications sur des cas réels nous ont permis de valider l'ensemble du modèle. La démarche que nous avons adoptée pour la mise en place du modèle, ainsi que les résultats des applications sont présentés au deuxième chapitre.

Le phénomène d'apparition d'ondulations sur les surfaces roulantes est abordé depuis plusieurs années sous les mêmes hypothèses. A savoir, l'apparition d'ondulations est supposée liée à la dynamique verticale des essieux. Dans le troisième chapitre, nous avons étudié ce phénomène sous des hypothèses fondamentalement différentes : l'apparition des ondulations est liée au couplage à travers le contact entre la dynamique transversale des bogies et la

torsion d'axes des essieux. Pour valider ces nouvelles hypothèses et mettre en évidence le mécanisme d'apparition d'ondulations, nous avons développé deux modèles numériques. Les applications des modèles à un véhicule roulant à grande vitesse, nous ont permis de mieux comprendre et analyser l'apparition d'usure irrégulière longitudinale sur les surfaces des roues.

Le problème de fatigue des matériaux soumis au contact roulant est abordé au quatrième chapitre. En nous intéressant au problème de Head Checking, nous avons suivi une démarche particulière qui nous a conduit à isoler les paramètres du système véhicule\voie favorisant le Head Checking. L'étude des comportements de bogies différents sur une même courbe a permis d'isoler le bogie le plus endommageant. En examinant le comportement du bogie agressif sous diverses conditions, nous avons pu dégager des dispositions que nous estimons nécessaires à la lutte contre le Head Checking. Le problème d'amorçage des fissures sous l'effet du chargement critique est abordé par deux approches : le critère de Dang Van et la mécanique de l'endommagement. Les résultats obtenus par les deux approches sont qualitativement et quantitativement proches de la réalité et viennent appuyer la validité de notre démarche. L'optimisation du meulage des rails pour la lutte contre le Head Checking nous semble être parfaitement envisageable par un telle démarche.

Ici s'achève notre contribution au problème initialement posé. La poursuite de ce travail laisse entrevoir des difficultés que l'on peut situer essentiellement au niveau des moyens qu'il faudra mettre en œuvre.

La recherche de solutions aux problèmes d'usure ondulatoire des rails nous semble être parfaitement envisageable par nos modèles. Cependant, l'application sur le terrain d'éventuelles solutions demanderait des moyens importants (voie(s) et véhicule(s) pour tester les solutions) et une durée relativement élevée (~1an minimum pour observer l'effet d'une modification).

Au niveau de la fatigue des rails :

- un calcul des contraintes en élasto-plastique avec un modèle type éléments finis,
- la sensibilité des résultats à un autre modèle d'endommagement tel que le modèle auto-cohérent,
- la prise en compte de l'écroûissage cinématique et isotrope au niveau du volume élémentaire représentatif (VER),

nous semblent être de bonnes directions pour la suite du travail. Ceci nécessiterait naturellement une caractérisation complète du comportement des aciers de rails. Néanmoins, nous suggérons qu'à chaque étape les temps de calculs soient considérés comme une contrainte principale.



## **Références Bibliographiques**



## Références Bibliographiques

- AKNIN P. et CHOLLET H. (1994). Etudes de Profils de Rails de Diverses Provenances Région de Valence, Rapport d'expertise LTN-INRETS.
- AKNIN P. (1995). Outils de Description de la Géométrie des Voies et Déconvolution des Relevés Expérimentaux, Rapport INRETS n° 204.
- AKNIN P., PASCAL J.-P., BETTEMBOURG J.-P.-J. and PRASIL P. (1996). « Contribution of Railway Dynamic Codes to the Understanding of the Metallurgical Behavior of the Rail Tread », *Wear*, 191, 126-132.
- AYASSE J.-B., CHOLLET H. et PASCAL J.-P. (1987). Modélisation Simplifiée d'un Bogie avec Frottement Sec, Rapport INRETS n° 33.
- AYASSE J.-B. (1988). Simulation Numérique des Frottement Secs, Séminaire de Mathématiques Appliquées 25 Fév.1988.
- AYEL J. (1976). « Les Différentes Formes Tribologiques d'Usure des Surfaces Métalliques », *Revue de l'Institut Français du Pétrole*, Vol. XXXI n° 3.
- BARON J.-J. (1989). *Techniques de l'Ingénieur*, Vol. A2 - AF4, ISSN 0399-4090, ISTR.
- CARNEIRO ESTEVES A. (1987). Résolution du Contact Elastique Entre Deux Corps Rugueux, Thèse de Doctorat, INSA Lyon.
- CAZAUD R. (1969). *La Fatigue des Métaux*, Paris, DUNOD.
- CHARBIT M. (1990). *Eléments de Théorie du Signal : Les Signaux Aléatoires*, Paris, ELLIPSES.

- CHOLLET H. (1991). Etude en Similitude Mécanique des Efforts Tangents au Contact Roue Rail, Thèse de Doctorat, Université Paris VI.
- CHUDZIKIENICZ A. (1990). « Calculation of Wheel Profile Wear in Simulation Research », 3-rd International Conference of Contact Mechanics and Wear of Wheel/Rail System, Cambridge (UK).
- DUMONT M.-L., NELIAS D. et FLAMAND L. (1994). « Influence des Rugosités et du Frottement sur le Tenseur des Contraintes dans un Massif Elastique Semi-Infini », Revue Française de Mécanique, N° 1994-2, ISSN 0373-6601, 103-113.
- EISENMANN J. and LEYKAUF G. (1992). « The Effect of Head Checking on The Bending Fatigue Strength of Railway Rails », International Conference on Rail Quality and Maintenance for Modern Railway Operation, Delft, 425-433.
- EKBERG A. (1995). « A Fatigue Life Model for General Rolling Contact with Application to Wheel/Rail Damage », Fatigue Fract. Engrg Mater. Struct., Vol. 18 n°10, 1189-1199.
- FRANÇOIS D. (1991). Le Comportement Mécanique des Matériaux, Vol.2, Paris, HERMES.
- GIMENEZ J.-G., MARTIN L., PASCAL J.-P. and MAUPU J.-L (1991). « SIDIVE and VOCO Codes Solutions », IA-VSD Symposium 12 Lyon.
- HEMPELMMANN K., HISS F., KNOTHE K. and RIPKE B. (1991). « The Formation of Wear Patterns on Rail Tread », Wear, n° 144, 179-195.
- JOHNSON K.-L. (1985). Contact Mechanics, Cambridge, Cambridge University Press.
- JOLY R. et COURTIN J. Etude de la Géométrie de Contact Rail/Roue. Mesure de la Conicité Equivalente. Résultats, Tome 3, Rapport SNCF. R848.

- KACHANOV L.-M. (1961). *Problems of Continuum Mechanics*, Philadelphia, Society for Industrial and Applied Mathematics.
- KAPER H.-P. (1988). « Wheel Corrugation on Netherlands Railways : Effects of Polygonisation in Particular », *Journal of Sound and Vibration* 120-2, 267-274.
- KREUZEN D. (1985). « Corrugation of Wheelsets », 8th International Wheelset Congress, Madrid.
- KALKER J.-J. (1967). *On the Rolling Contact of Two Elastic Bodies in the Presence of Dry Friction*, Thèse de Doctorat, Université Technologique de Delft.
- KALKER J.-J. (1979). « Survey of Wheel - Rail Rolling Contact Theory », *VSD* 5, 317-358.
- KALKER J.-J. (1982). « A Fast Algorithm for the Simplified Theory of Rolling Contact », *VSD* 11, 1-13.
- KALKER J.-J. (1983). « A Simplified Theory For Non Hertzian Contact », *IA-VSD Symposium* 8, 295-302.
- KALKER J.-J. (1990). *Three Dimensional Elastic Bodies in Rolling Contact*, Kluwer Academic Publishers.
- KALKER J.-J. (1991). « Wheel Rail Rolling Contact Theory », *Wear*, n° 144 , 243-261.
- KALKER J.-J. (1991). « Simulation of the Development of a Railway Wheel Profile Through Wear », *Wear*, n° 150, 355-365.
- KALKER J.-J. (1994). « Consideration on Rail Corrugation », *VSD* 23, 3-28.
- KNOTHE K. and LE-THE H. (1985). « A Method for the Analysis of Tangential Stresses and the Wear Distribution Between Two Elastic Bodies of Revolution in Rolling Contact », *Int.J.Solids Structures*, n° 08, 889-906.

- KNOTHE K. and RIPKE B. (1989). « The Effects of the Parameters of Wheelset, Track and Running Conditions on the Growth Rate of Rail Corrugations », IA-VSD Symposium 11 Kingstom.
- KNOTHE K. and GRASSIE S. (1993). « Modelling of Railway Track and Vehicle\Track Interaction at High Frequencies », VSD 22, 209-262.
- KRAGELSKY I.-V. (1982). Friction & Wear : Calculation Methods, PERGAMON Press.
- LEMAITRE J. et CHABOCHE J.-L. (1985). Mécanique des Matériaux Solides, Paris, DUNOD.
- LEMAITRE J. (1987). « Formulation Unifiée des Lois d'Evolution d'Endommagement », C. R. Acad. Sci. Paris, t. 305-Série II, 1125-1130.
- LEMAITRE J. and Marquis D. (1989). « Modelling Complex Behaviors of Metals by the 'State Kinetic Coupling' Theory », Proceeding ASME, Winter Meeting, San Fransisco.
- LEMAITRE J. (1992). A Course on Damage Mechanics, Germany, SPRINGER-VERLAG.
- LEMAITRE J. and DOGHRI I. (1995). « Damage 90: A Post Processor for Crack Initiation », Compt. Methods Appl. Mech. Engrg., n° 115 , 197-232.
- LIENARD C. et RICARD A. (1988). « Post-Processeur d'Endommagement et de Rupture dans le Code SYSTUS », Proceedings Stru. Co. Me.88 Paris, Vol. 1, 615-628.
- LTN. (1989). « Modélisation Simplifiée d'un Bogie (6 degrés de liberté) », Note de synthèse LTN.
- LTN. (1990). « Les Logiciels de Dynamique Ferroviaire et leur Certification », Rapport LTN.
- ORE C 137/ RP 15 (1980). « Railway noise. A Contribution to the Investigation of Corrugations on the Wheel Treads of Railway Vehicles ».

- ORE C 137/ RP 16 (1981). « Railway noise. Running Noise - An Attempted Correlation between the Noise Produced and Wheel Tread Defects ».
- PASCAL J.-P. et AYASSE J.-B (1990). Note de Calcul sur la Dynamique d'Entrée en Courbe, Rapport INRETS.
- PASCAL J.-P. and SAUVAGE G. (1990). « Solution of the Multiple Wheel and Rail Contact Dynamic Problem », VSD 19, 257-272.
- PASCAL J.-P. (1990). « Identification des Paramètres Fonctionnels Associés aux Profils des Roues et des Rails Ferroviaires », Rapport INRETS.
- PASCAL J.-P. and SAUVAGE G. (1991). « New Method for Reducing the Multicontact Wheel/Rail Problem to One Equivalent Rigid Contact Patch », IA-VSD Symposium 12 Lyon.
- PASCAL J.-P. (1993). « About Multi-Hertzian-Contact Hypothesis and Equivalent Conicity in The Case of S1002 and UIC60 Wheel/Rail Profiles », VSD 22, 57-58.
- PASCAL J.-P. (1993). Calcul Dynamique par VOCO des Forces de Contact Roue/Rail ..., Rapport INRETS n° 169.
- PASCAL J.-P. and SAUVAGE G. (1993). « The Available Method to Calculate the Wheel/Rail Forces in Non Hertzian Contact Patches and Rail Damaging », VSD 22, 263-275.
- PASCAL J.-P. (1994). Estimation à l'Aide du Code VOCO des Risques de Déraillement de Wagon à Essieux du Type G69 et H38 en Fonction de la Vitesse, Rapport INRETS.
- PASCAL J.-P. (1994). Validation des Principes de VOCODYM : Calcul des Ressorts, Rapport LTN.
- PASCAL J.-P. (1995). « Oscillations and Chaotic Behaviour of Unstable Railway Wagons Over Large Distances », Chaos, Solitons & Fractals Vol. 5, n°9, 1725-1753.

- PIOTROWSKI J. (1988). « Contact Loading of a High Rail in Curves. Physical Simulation Method to Investigate Shelling », VSD 17, 57-79.
- PIOTROWSKI J. and KALKER J.-J. (1988). « The Elastic Cross-Influence Between Two Quasi-Hertzian Contact Zones », VSD 17, 337-355.
- PIOTROWSKI J. and KALKER J.-J. (1989). « Some New Results in Rolling Contact », VSD 18, 223-242.
- RABOTNOV Y.-N. (1969). « Creep Rupture », Proc. XII Int. Cong. Appl. Mech., Stanford Springer.
- RICHARD J. (1978). « Stabilité Transversale Linéaire et non Linéaire d'un Véhicule à Deux Etages de Suspensions, à Deux et à Quatre Essieux », Thèse de Doctorat d'Etat.
- RIPKE B. and KNOTHE K. (1995). « Simulation of High Frequency Vehicle-Track Interactions », VSD supplement 24, 72-85.
- ROCARD Y. (1954). *l'Instabilité en Mécanique. Automobile - Avions - Ponts suspendus*, Paris, Maison et Cie Editeurs.
- SAUVAGE G. (1984). « Determining the Characteristics of Helical Springs for Application in Suspensions of Railway Vehicles », VSD 13, 19-59.
- SAUVAGE G. (1992). *About FASTSIM, Rapport interne LTN*.
- SAUVAGE G. (1995). « The Reconstitution of the Track Geometry and of its Long Wave Length Defects from the Versine Diagram », Rapport INRETS.
- SEGURET J. (1988). *Dimensionnement, Dégradations, Ruptures, Tomes 1 et 2, Cours de Mécaniques des Structures, ENSAM Talence*.

- SOUA B. and PASCAL J.-P. (1995). « Computation of the 3.D Wear of the Wheels in a High Speed Bogie », Seminary of the Technical University of Berlin.
- SOUA B. and PASCAL J.-P. (1995). « Automatic Simulation of Irregular Longitudinal Wear of High Speed Wheel Profiles », 3rd International Conference on Railway Bogies and Gears, Budapest.
- SZABO A. and ZOBORY I. (1994). « On Stochastic Simulation of the Wheel-Profile Wear Process of a Railway Vehicle Operating on a Specified Network », 4th mini Conf. on Vehicle System Dynamics, Budapest.
- SZABO A. and ZOBORY I. (1995). « Simulation-Based Prediction of Wheel Profile Wear Under Long Term Stochastic Operating Conditions », 3rd International Conference on Railway Bogies and Gears, Budapest.
- TASSILLY E. and VINCENT N. (1991). « Rail Corrugation Analytical Model and Field Tests », *Wear*, n° 144, 163-178.
- TUCKER H.G. and HAYES W.-F. (1991). « Weelset - Track Resonance as a Possible Source of Corrugation Wear », *Wear*, n° 144, 211-226.
- VINCENT N. and THOMPSON D.-J. (1995). « Track Dynamic Behaviour at High Frequencies. Part 2 : Experimental Results and Comparaisons with Theory », *VSD supplement* 24, 100-114.
- YOSHIHIRO S. (1991). « Effect of Vibration System and Rolling Conditions on The Development of Corrugation », *Wear*, n° 144, 227-242.



THESE DE DOCTORAT DE L'ECOLE NATIONALE DES PONTS ET CHAUSSEES

*Présentée par*

**Brahim SOUA**

*Pour obtenir le grade de*

**DOCTEUR DE L'ECOLE NATIONALE DES PONTS ET CHAUSSEES**

*Spécialité*

**STRUCTURES ET MATERIAUX**

**ETUDE DE L'USURE ET DE L'ENDOMMAGEMENT DU ROULEMENT  
FERROVIAIRE AVEC DES MODELES D'ESSIEUX NON-RIGIDES**

**ANNEXES**

*Soutenue le 24 / 03 / 97 devant le jury composé de MM.*

**Rapporteurs**

Michel FAYET

Professeur Agrégé H.D.R. INSA - Lyon.

José Germàn GIMENEZ

Professeur des Universités SAN SEBASTIAN.

**Examineurs**

Jean LEMAITRE

Professeur des Universités PARIS VI.

Dominique CHEVALLIER

Directeur de Recherche - ENPC.

Bernard PRASIL

Chef de la Division des Rails - SNCF.

**Directeur de thèse**

Jean Pierre PASCAL

Directeur de Recherche - INRETS. Directeur du LTN.

NS

## Table des Annexes

X

**CHAPITRE I**

ANNEXE A 1-1 TABLEAU DE VALEURS POUR LE CALCUL DE HERTZ. ....	216
ANNEXE A 1-2 COMPARAISON DE LA METHODE "VOCO" AUX RESULTATS DE "CONTACT". ....	217

**CHAPITRE II**

ANNEXE A 2-1 CARACTERISTIQUES DU WAGON A DEUX ESSIEUX TYPE G69. ....	218
ANNEXE A 2-2 CARACTERISTIQUES DE LA MOTRICE A BOGIES TYPE BB 26000. ....	219

**CHAPITRE III**

ANNEXE A 3-1 MODELE D'USURE LONGITUDINALE BIDIMENSIONNELLE :	
REPARTITIONS DES USURES A DIFFERENTES VITESSES D'AVANCE DU VEHICULE. ....	220
ANNEXE A 3-2 MODELE D'USURE LONGITUDINALE TRIDIMENSIONNELLE, SERIE DE SIMULATION 1 :	
REPARTITIONS DES USURES SUR LES ESSIEUX (3, 4) ET REPONSES DYNAMIQUES. ....	224
ANNEXE A 3-3 MODELE D'USURE LONGITUDINALE TRIDIMENSIONNELLE, SERIE DE SIMULATION 2 :	
EVOLUTION DES USURES SUR LES ESSIEUX (1, 2). ....	232
ANNEXE A 3-4 MODELE D'USURE LONGITUDINALE TRIDIMENSIONNELLE, SERIE DE SIMULATION 3 :	
EVOLUTION DES USURES SUR LES ESSIEUX (1, 2). ....	236

**CHAPITRE IV**

ANNEXE A 4-1 TENSEUR DES CONTRAINTES ELASTIQUES POUR UN EFFORT DE CONTACT CONCENTRE. ....	241
ANNEXE A 4-2 TAUX DE TRIAXIALITE ELASTIQUE POUR LE CHARGEMENT CRITIQUE. ....	242
ANNEXE A 4-3 REPARTITIONS DE L'ENDOMMAGEMENT A DIVERS NOMBRES DE CYCLES AVANT RUPTURE :	
ACIER NUANCE 700 ET 900A ; TAUX D'USURE = 0. ....	243
ANNEXE A 4-4 REPARTITIONS DE L'ENDOMMAGEMENT A DIVERS NOMBRES DE CYCLES AVANT RUPTURE :	
ACIER NUANCE 700 ET 900A ; TAUX D'USURE = 0.05 MM / 2400 CYCLES. ....	246

## ANNEXE A 1-1

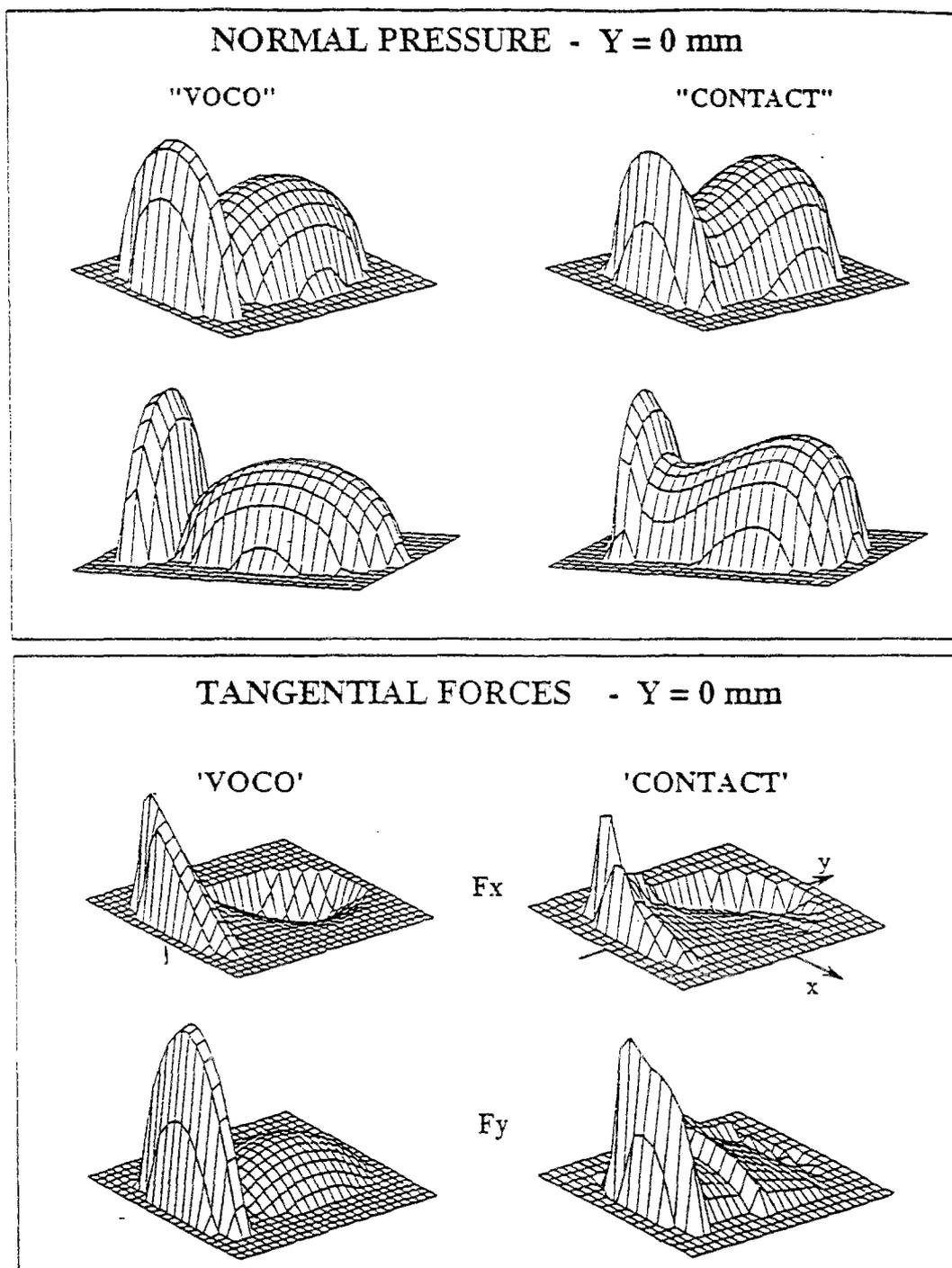
Tableau de valeurs pour le calcul de Hertz [BARON 89].

$\Theta$ (°)	$g = \frac{s}{l}$	<b>m</b>	<b>n</b>	<b>r</b>
90	1	1	1	1
85	0.89004	1.0609	0.9442	0.9983
80	0.79155	1.1278	0.8927	0.9932
75	0.70281	1.2020	0.8448	0.9847
70	0.62246	1.2851	0.7999	0.9726
65	0.54937	1.3788	0.7575	0.9570
60	0.48263	1.4858	0.7171	0.9376
55	0.42146	1.6094	0.6783	0.9143
50	0.36524	1.7542	0.6407	0.8867
45	0.31344	1.9265	0.6038	0.8547
40	0.26562	2.1357	0.5673	0.8177
35	0.22143	2.3961	0.5306	0.7752
30	0.18057	2.7307	0.4931	0.7263
25	0.14281	3.1788	0.4540	0.6698
20	0.10801	3.8160	0.4122	0.6038
15	0.07607	4.8077	0.3657	0.5253
10	0.04704	6.6115	0.3110	0.4280
5	0.02119	11.2381	0.2381	0.2969
0	0	$\infty$	0	0

## ANNEXE A 1-2

Comparaison de la méthode "VOCO" au résultat de "CONTACT" [PASCAL 93a].

Cette comparaison a été effectuée sur un cas réel où le profil de roue est (S1002) et le profil de rail est (UIC60) posé au 1/40. L'essieu est en position centrée ( $Y = 0$  mm) et l'écartement des rails est égale à 1435 mm :



## ANNEXE A 2-1

## Caractéristiques du wagon à deux essieux type G69.

Caisse :	masse (kg)	moments d'inertie (kg m <sup>2</sup> )	Ix	Iy	Iz
	36000		6.7 10 <sup>4</sup>	4.10 <sup>5</sup>	3.6 10 <sup>5</sup>
Essieux :	masse (kg)	moments d'inertie (kg m <sup>2</sup> )	Ix	Iy	Iz
	1570		8.1 10 <sup>2</sup>	4 10 <sup>2</sup>	8.1 10 <sup>2</sup>

Distance (m) :	entre ressorts (en y)	entre essieux (en x)
	2	11.4
Positions verticales (m) :	centre de gravité caisse	plan de la suspension
	1.58	0.75

Adhérence au contact roue/rail	Rayon des roues (m)
0.3	0.45

Rail :	masse(kg)	raideur d'attache (N/m)	amortisseur (N/m/s)
	500	5 10 <sup>8</sup>	8 10 <sup>5</sup>

## Suspension à anneaux :

coefficient de frottement	raideur en série (N/m)	jeux (m) : Latéral	Longitudinal
0.3	10 <sup>6</sup>	0.02	0.005

Kx Butée (N/m)	Jeu (m)	longueur pendule équivalent (m)
10 <sup>8</sup>	0.02	0.20

Kz (N/m)	Qx (anti-roulis Nm/rd)	Ky (N/m)
8.5 10 <sup>5</sup>	8.04 10 <sup>4</sup>	4.4 10 <sup>5</sup>

Butée Transversale : 2 droites  $F_1=K_1 \cdot (Y-Y_1)$ ,  $F_2=K_2 \cdot (Y-Y_2)$

K1 (N/m)	K2 (N/m)	Y1 (m)	Y2 (m)
1.1 10 <sup>6</sup>	4 10 <sup>8</sup>	0.03	0.15

## ANNEXE A 2-2

Caractéristiques de la motrice à bogies type BB 26000.

Caisse :	masse (kg)	moments d'inertie (kg m <sup>2</sup> )	Ix	Iy	Iz
	46900		6.42 10 <sup>4</sup>	8.10 <sup>5</sup>	7.8 10 <sup>5</sup>
Châssis bogies :	masse (kg)	moments d'inertie (kg m <sup>2</sup> )	Ix	Iy	Iz
	15200		7.24 10 <sup>3</sup>	18.10 <sup>3</sup>	18 10 <sup>3</sup>
Essieux :	masse (kg)	moments d'inertie (kg m <sup>2</sup> )	Ix	Iy	Iz
	3000		2.14 10 <sup>3</sup>	2 10 <sup>3</sup>	2.14 10 <sup>3</sup>

Distance (m) :	entre ressorts (en y)	entre essieux (en x)	entre bogies (en x)
	2.73	2.8	19.4
Positions verticales (m) :	centre de gravité caisse	plan suspension secondaire	
	1.8	0.65	

Adhérence au contact roue/rail	Rayon des roues (m)
0.3	0.625

Rail :	masse(kg)	raideur d'attache (N/m)	amortisseur (N/m/s)
	500	10 <sup>8</sup>	8 10 <sup>5</sup>

Amortisseurs anti-lacet :

C1 (N/m/s)	raideur en série (N/m)	effort tarrage (N)	Distance en y (m)
5 10 <sup>6</sup>	3 10 <sup>7</sup>	13 10 <sup>3</sup>	2.49

Suspension primaire :

Kx (N/m)	Ky (N/m)	Kz (N/m)
1.48 10 <sup>8</sup>	7.75 10 <sup>6</sup>	1.2 10 <sup>6</sup>

Suspension secondaire :

Kx (N/m) - Ky (N/m) / Cy (N/m/s) / attache (N/m) - Kz (N/m) / Cz (N/m/s) / attache (N/m)
8 10 <sup>4</sup> - 2 10 <sup>5</sup> / 7.5 10 <sup>4</sup> / 10 <sup>7</sup> - 4.8 10 <sup>6</sup> / 1.6 10 <sup>3</sup> / 10 <sup>6</sup>

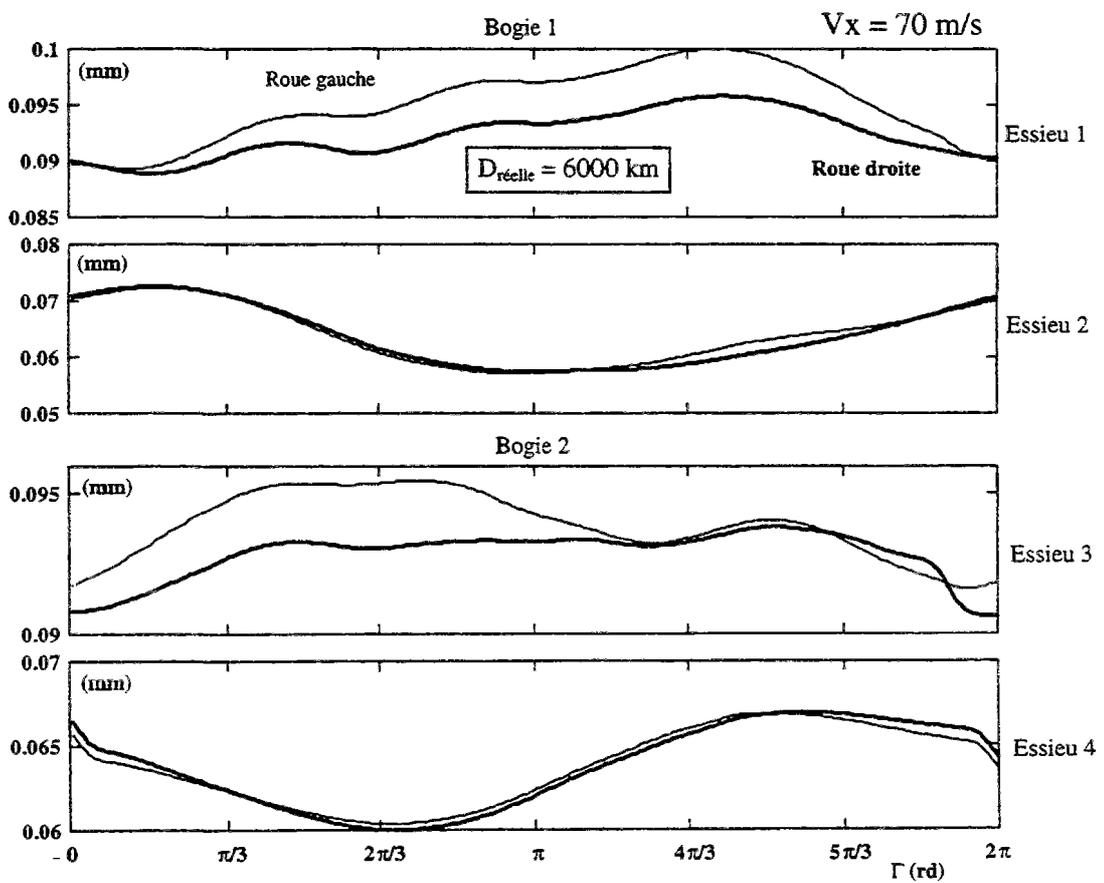
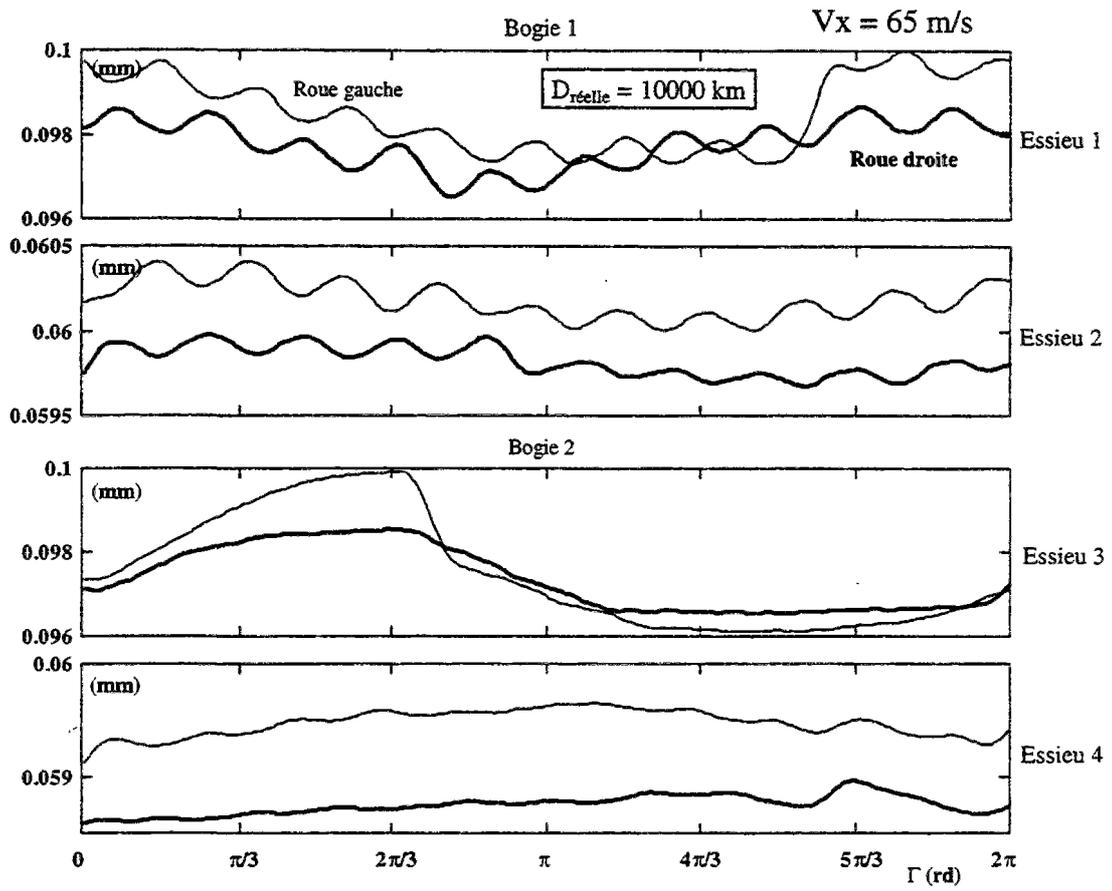
Butée secondaire Transversale : 2 droites F1=K1 . (Y-Y1), F2=K2 . (Y-Y2)

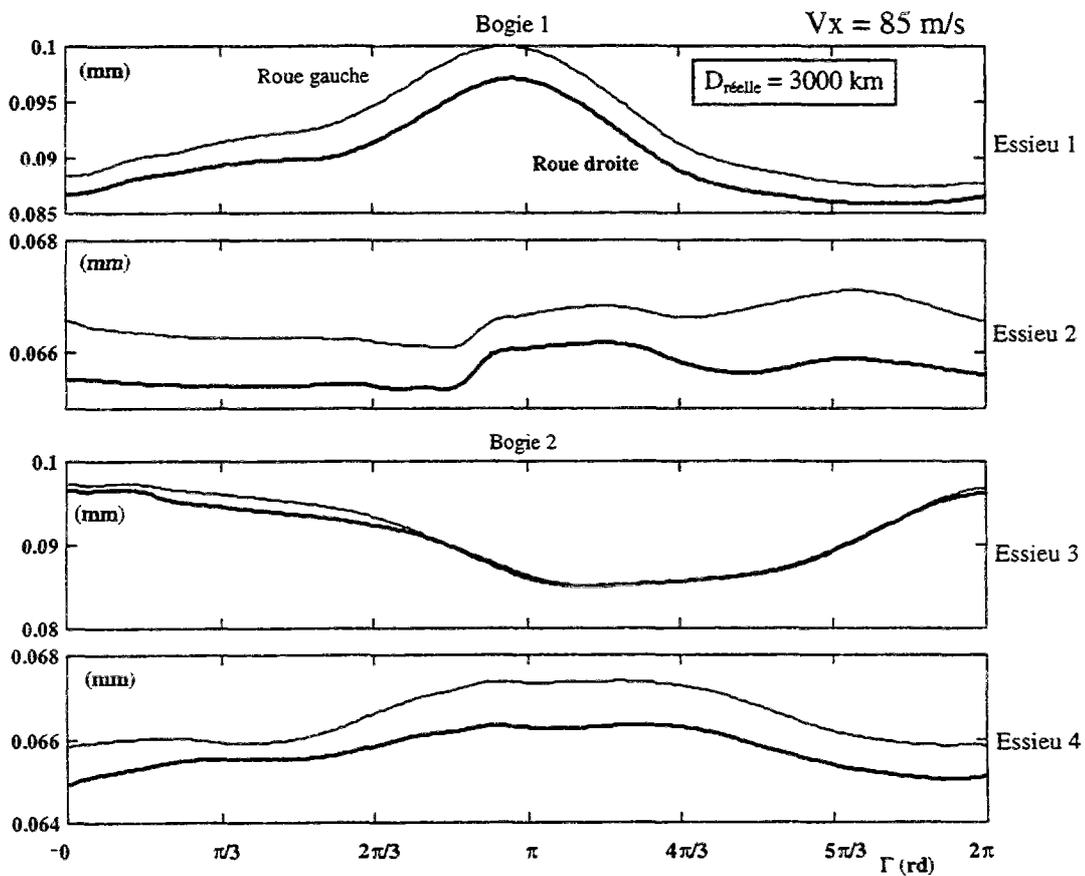
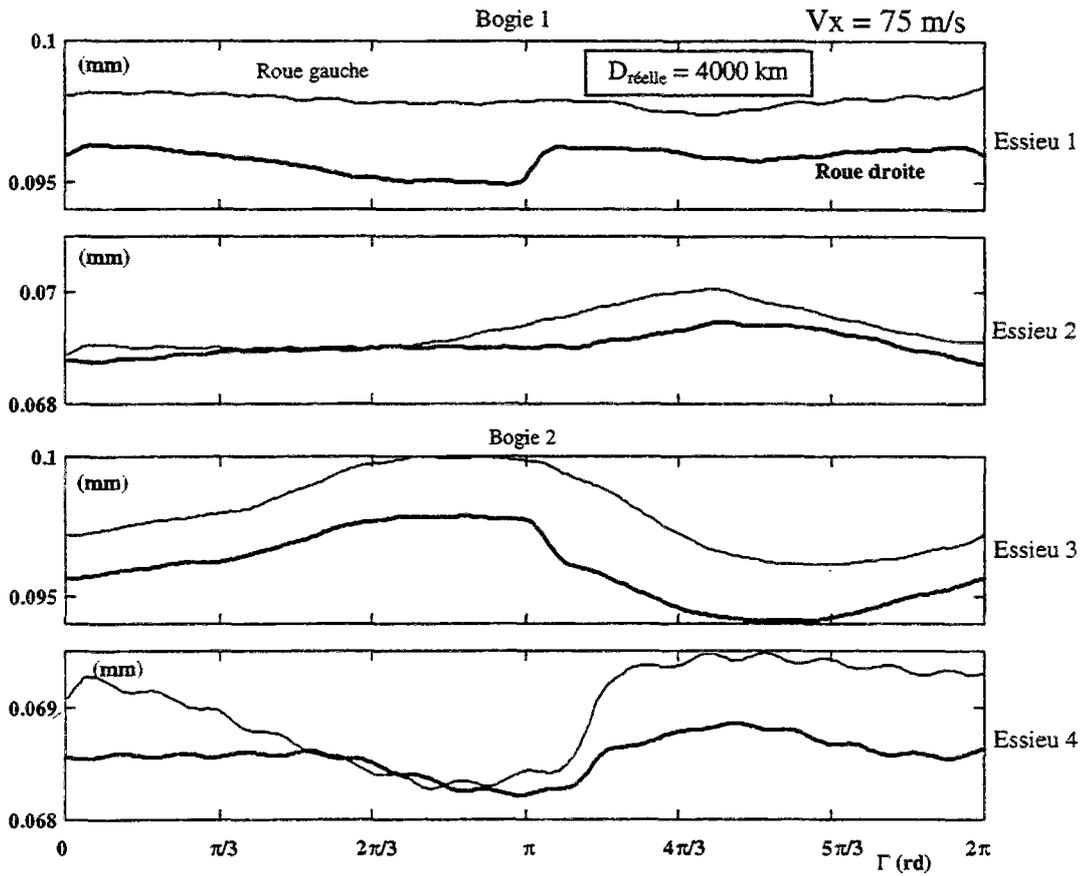
K1 (N/m)	K2 (N/m)	Y1 (m)	Y2 (m)
6 10 <sup>5</sup>	2.8 10 <sup>6</sup>	0.05	0.062

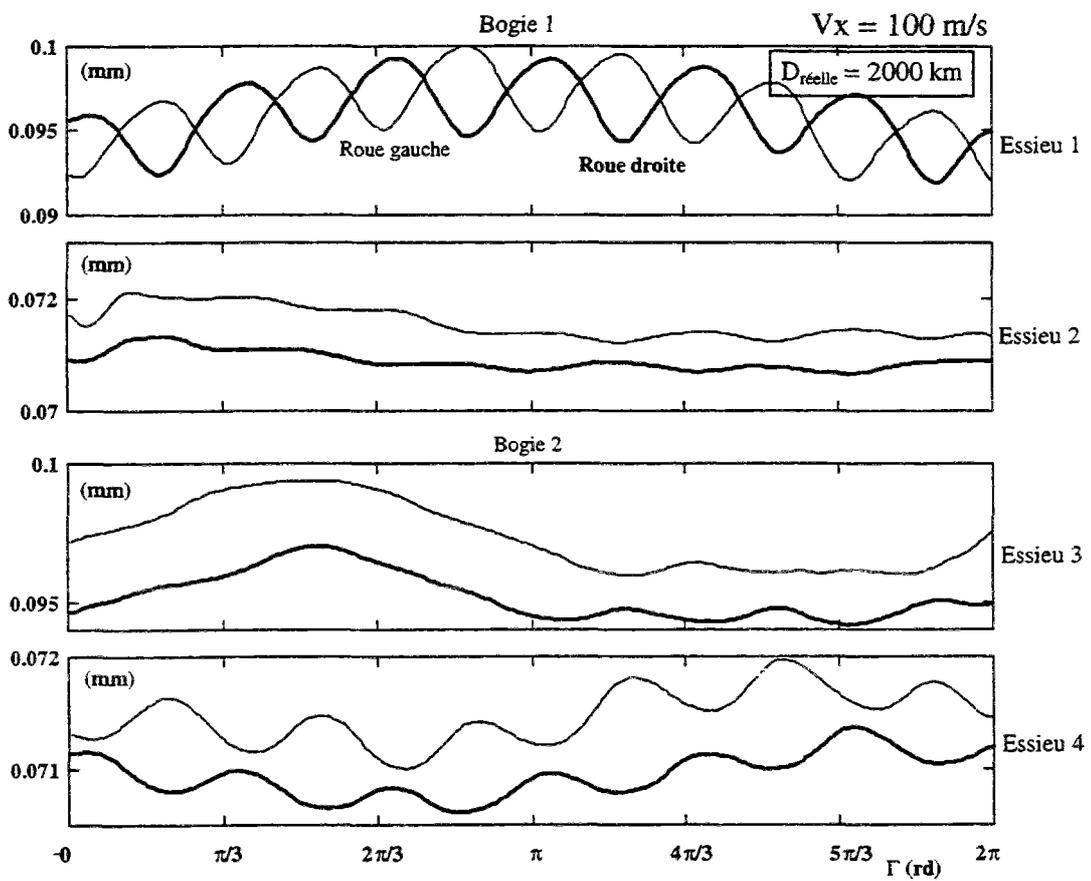
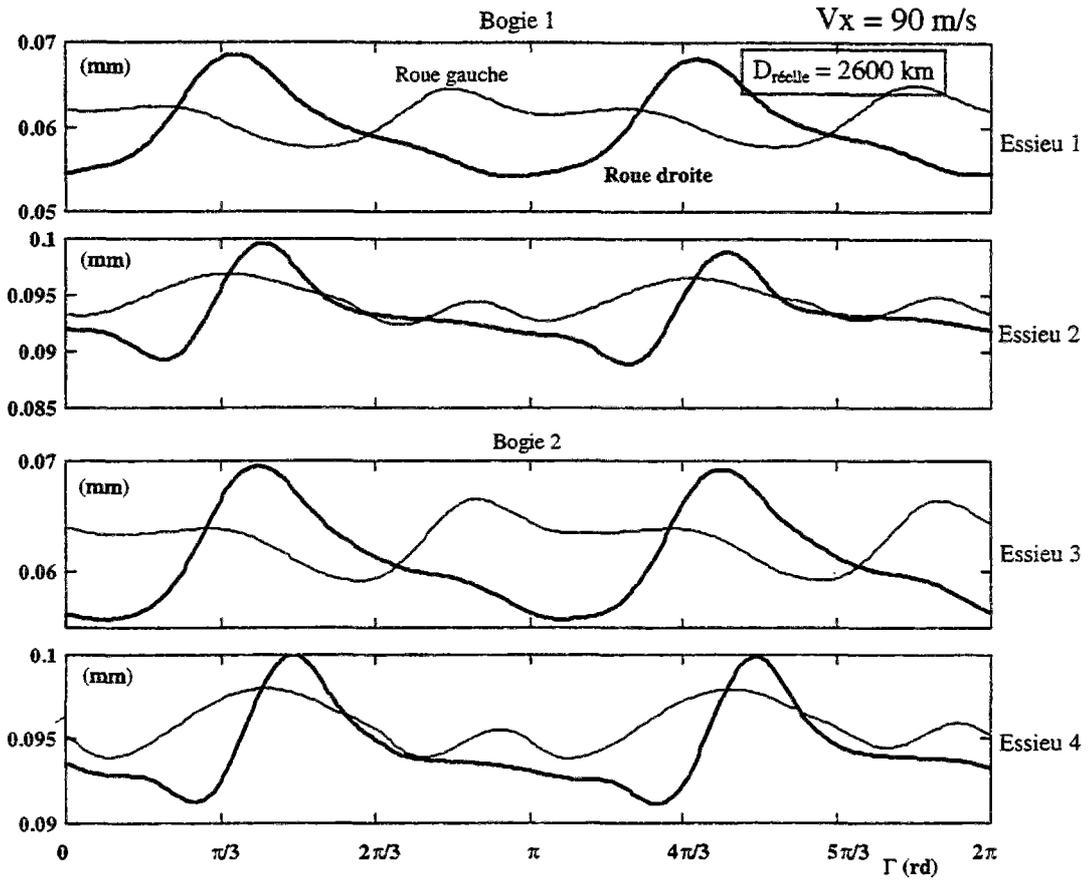
### ANNEXE A 3-1

Modèle bidimensionnel de l'usure ondulatoire des roues :  
Répartitions des usures à différentes vitesses d'avance du véhicule.

Les figures des trois pages constituant cette annexe représentent des répartitions d'usure calculées sur 10s de simulation. Ces répartitions sont obtenues pour un même véhicule aux vitesses d'avance [65, 70, 75, 85, 90, 100].



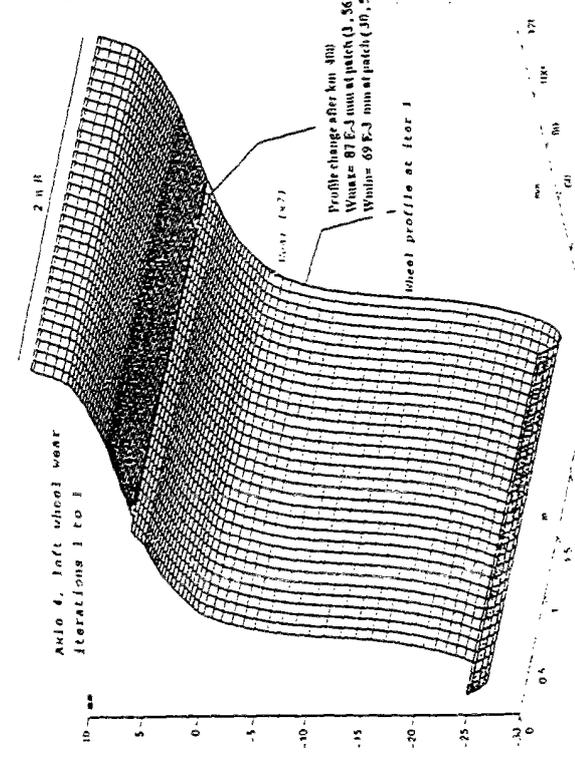
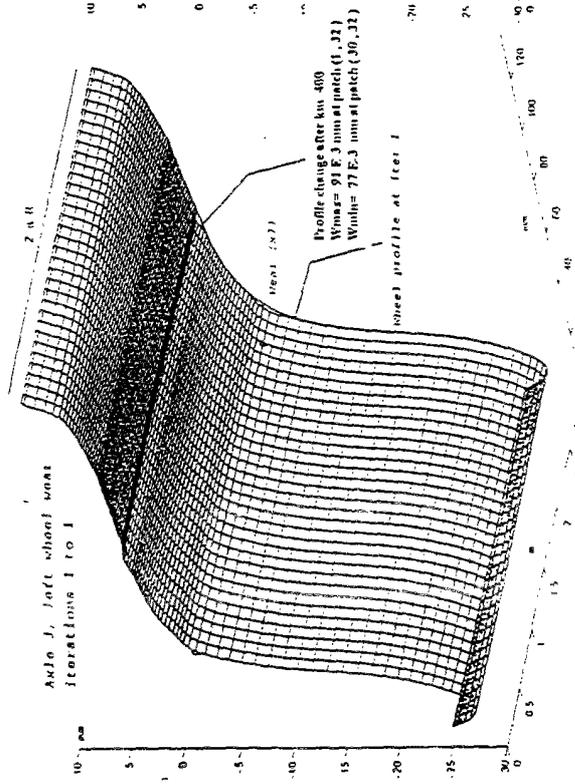
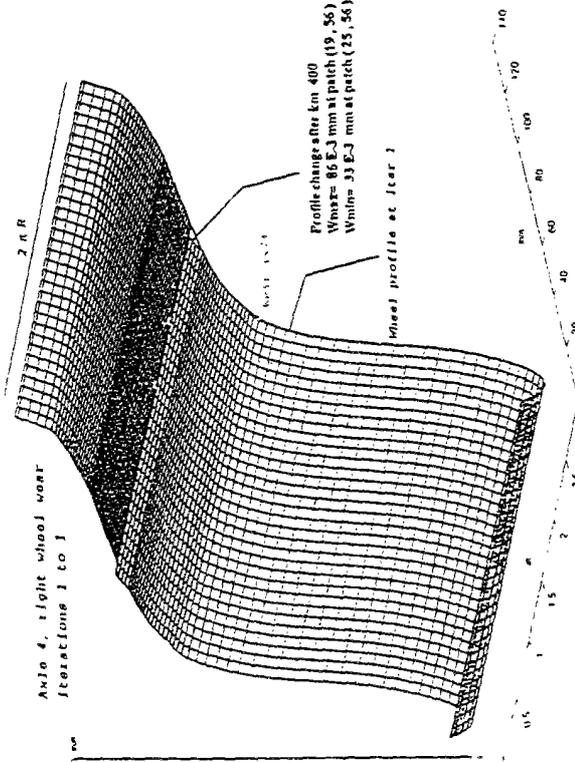
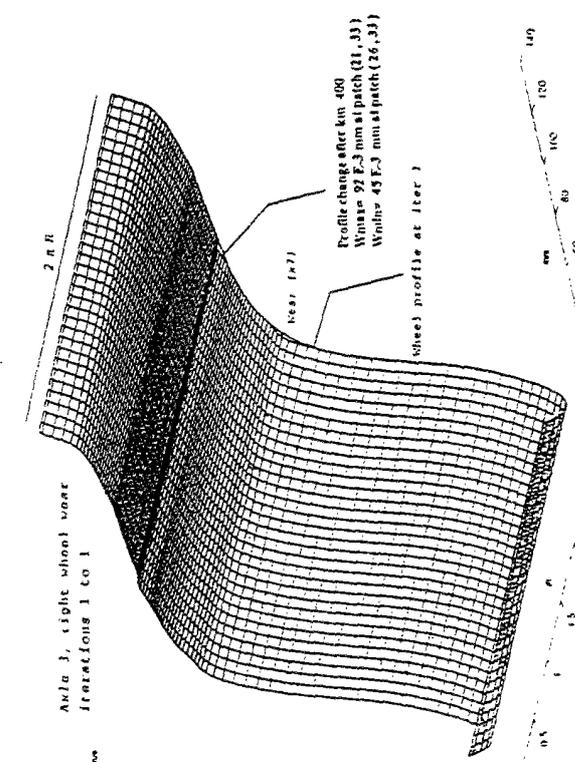




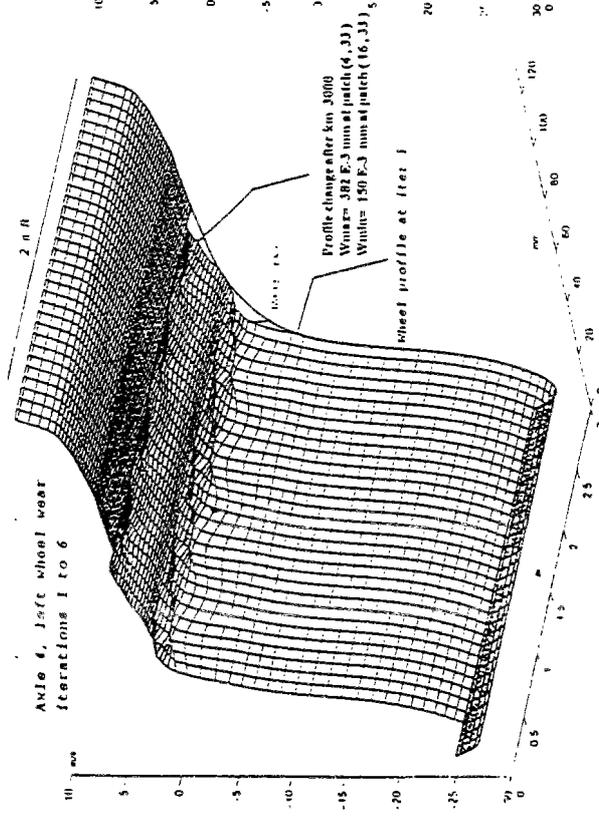
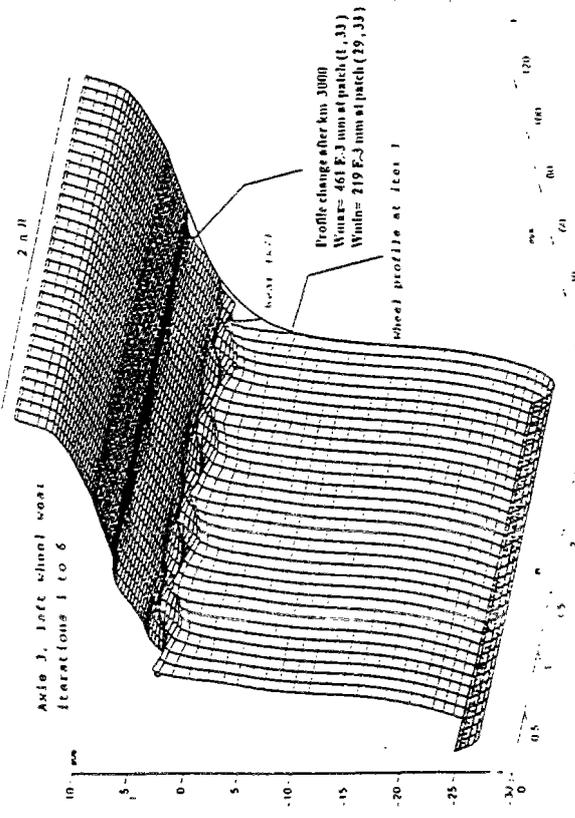
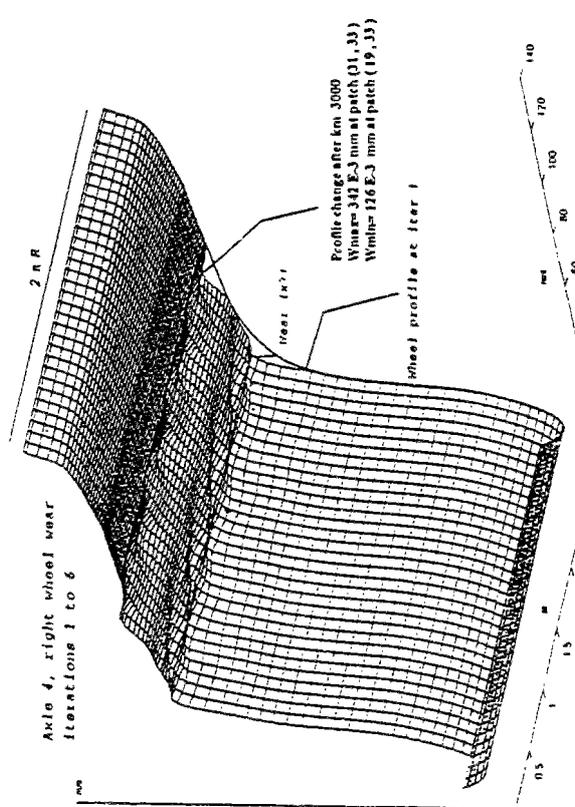
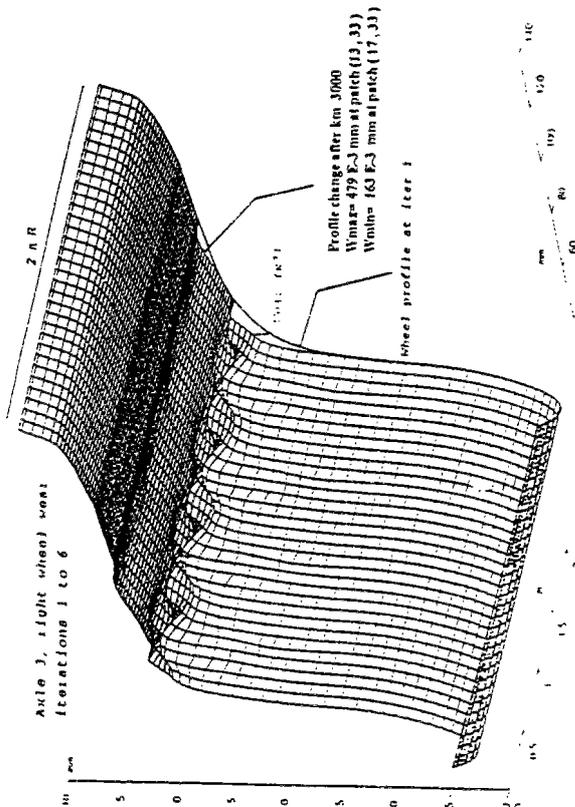
## ANNEXE A 3-2

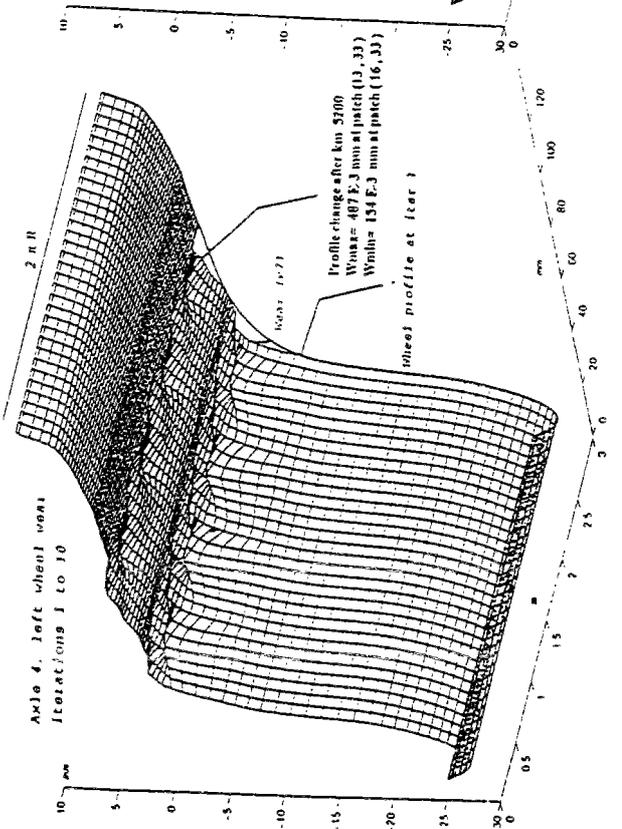
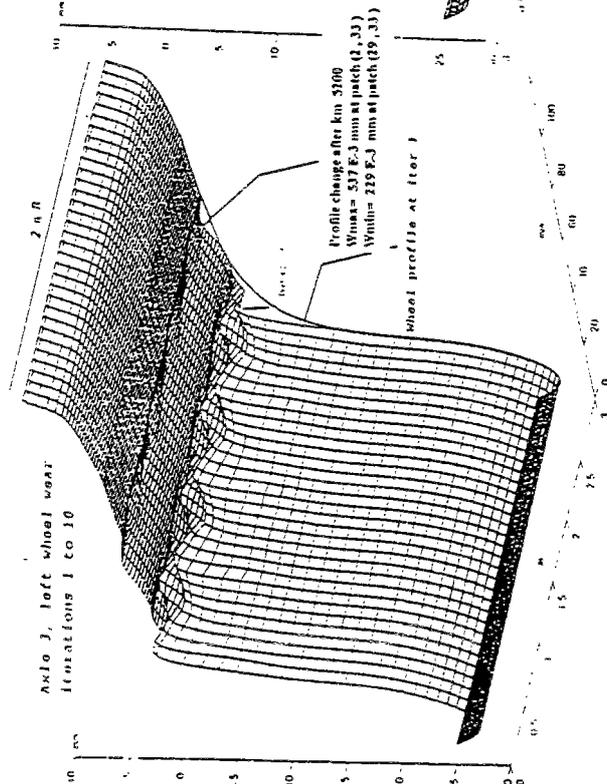
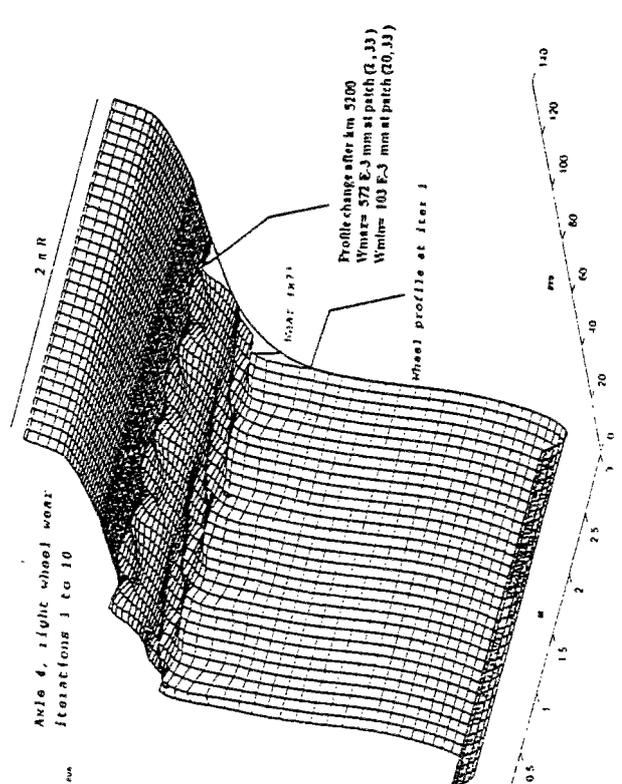
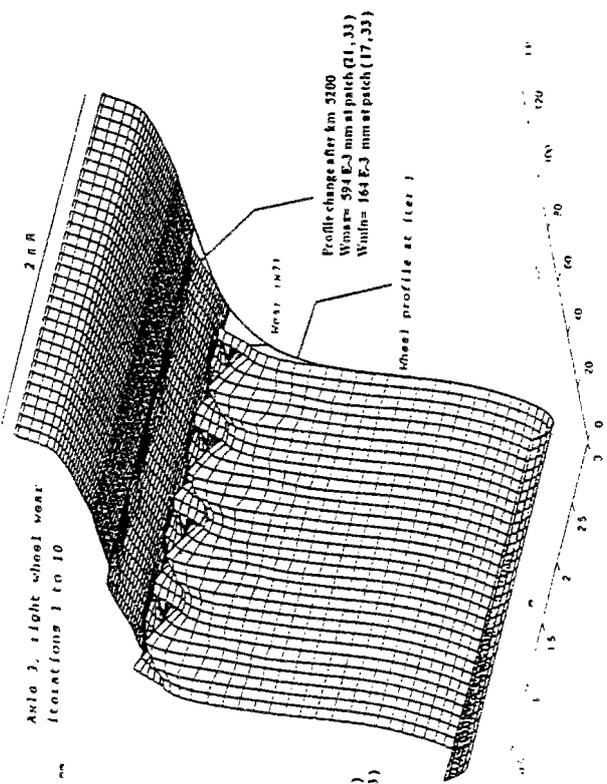
Modèle d'usure longitudinale tridimensionnelle :  
Répartitions des usures sur les essieux (3, 4) et réponses dynamiques.

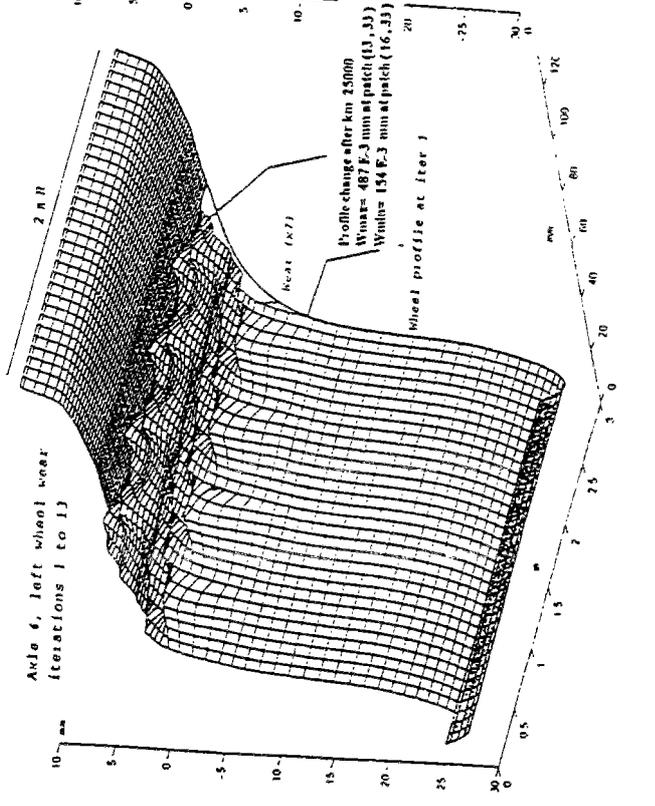
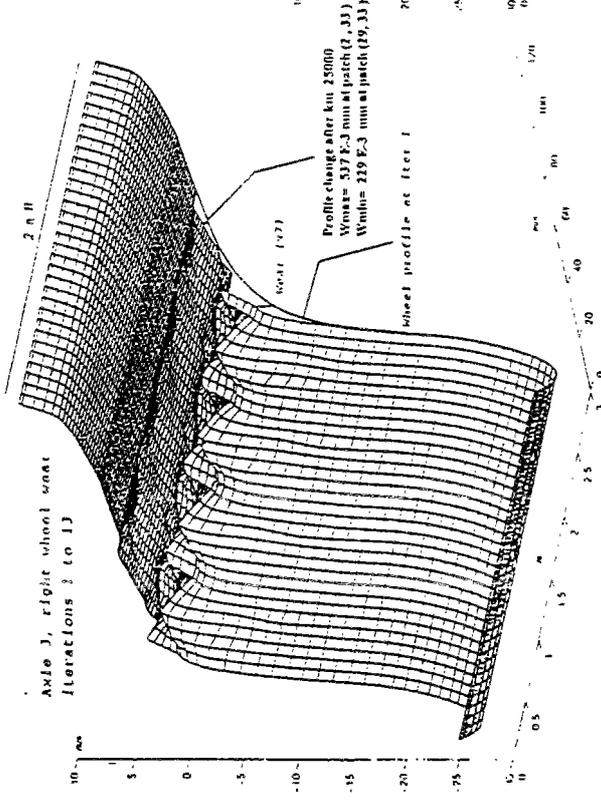
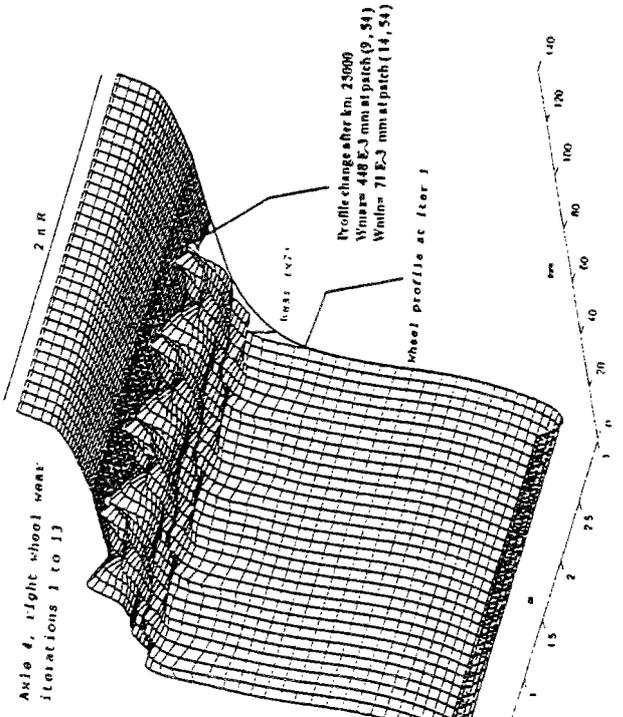
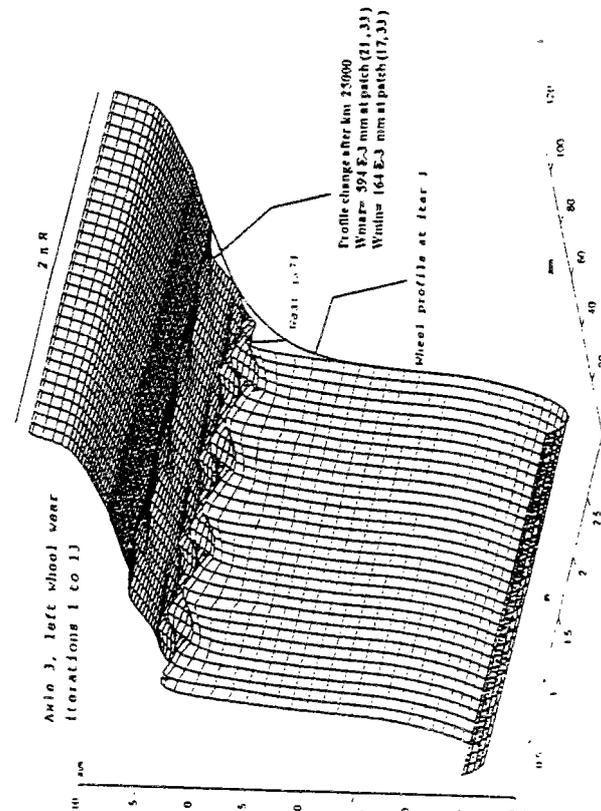
Série de simulations N° 1











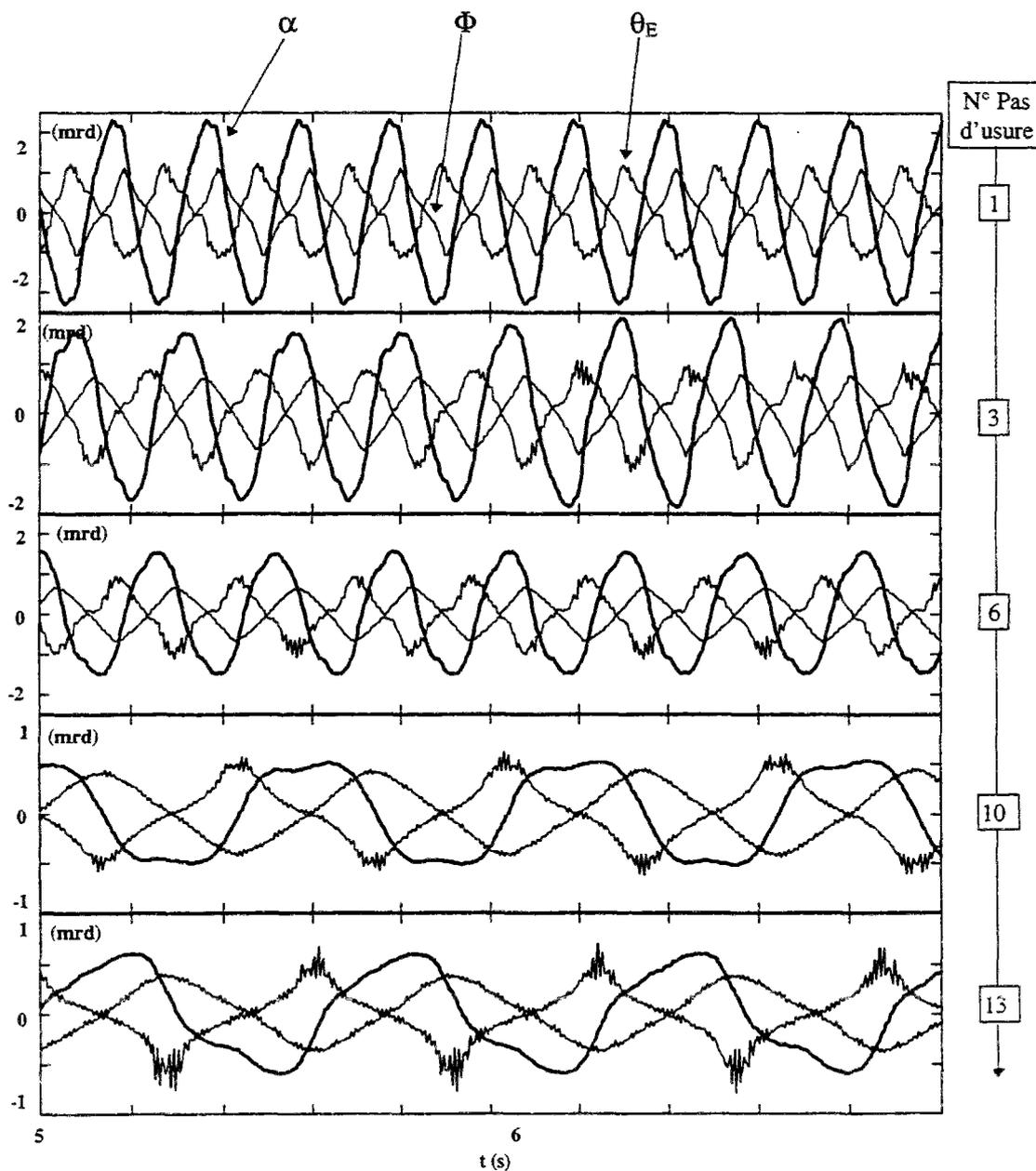
Série de simulation N° 1

Réponses dynamiques de l'essieu 3 : 2 secondes de simulation.

$\alpha$  : angle de lacet.

$\Phi$  : angle de roulis.

$\theta_E$  : angle de torsion de l'axe.



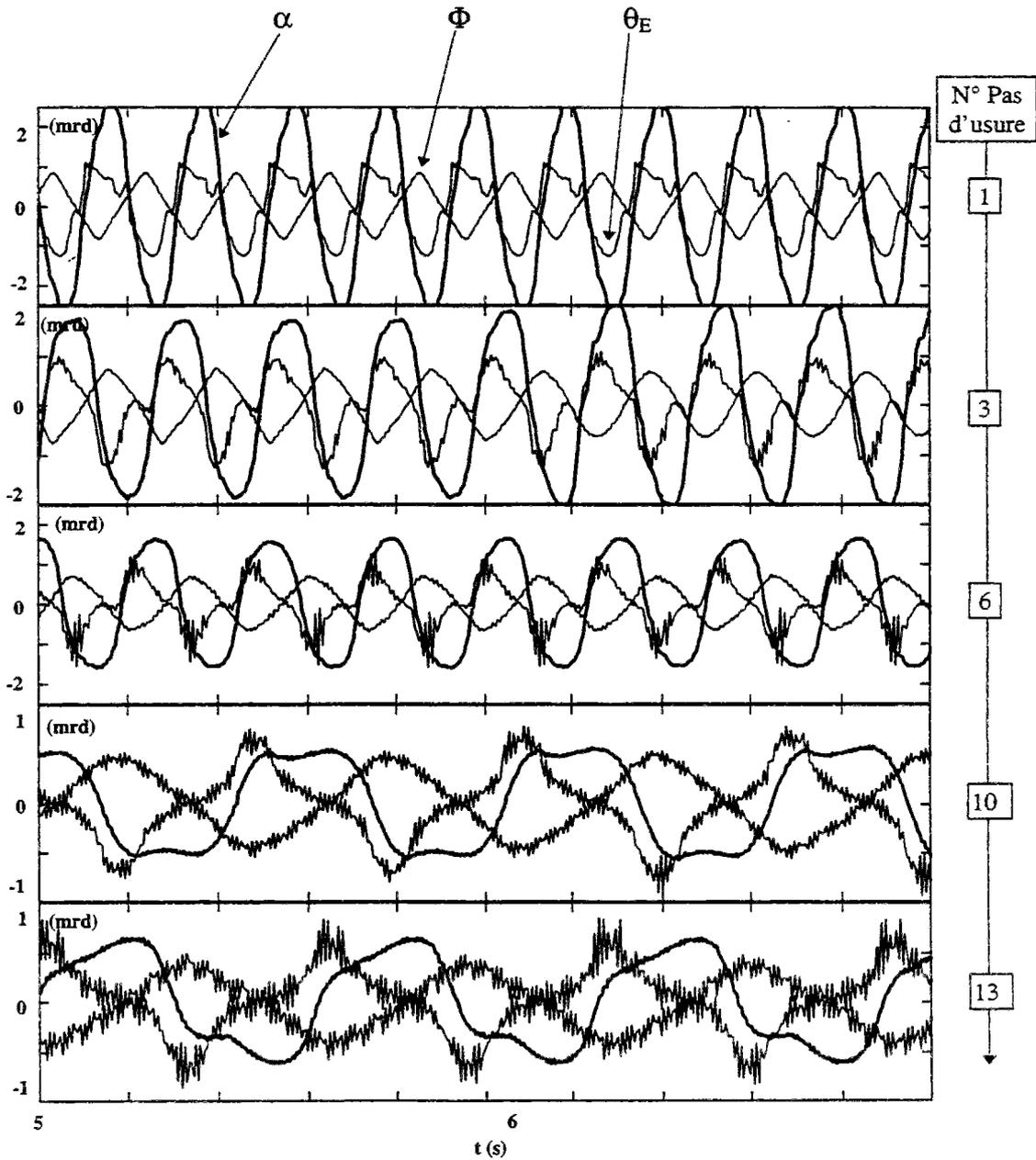
Série de simulation N° 1

Réponses dynamiques de l'essieu 4 : 2 secondes de simulation.

$\alpha$  : angle de lacet.

$\Phi$  : angle de roulis.

$\theta_E$  : angle de torsion de l'axe.

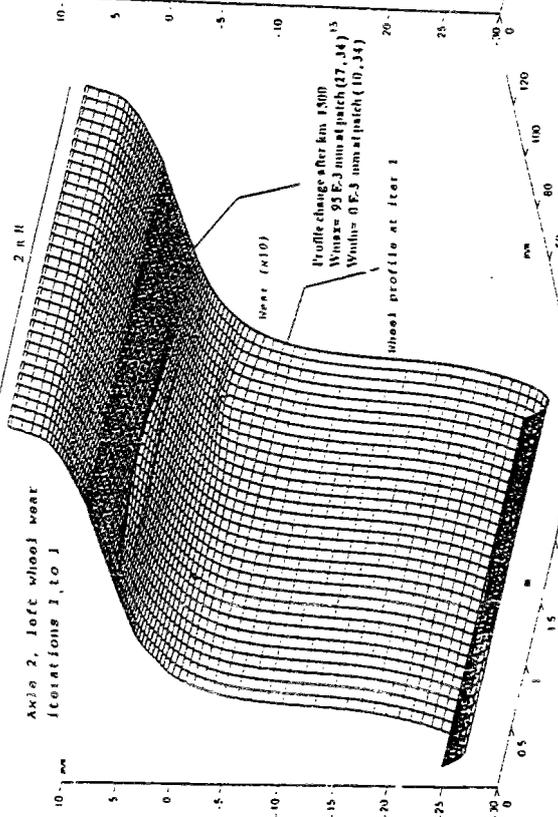
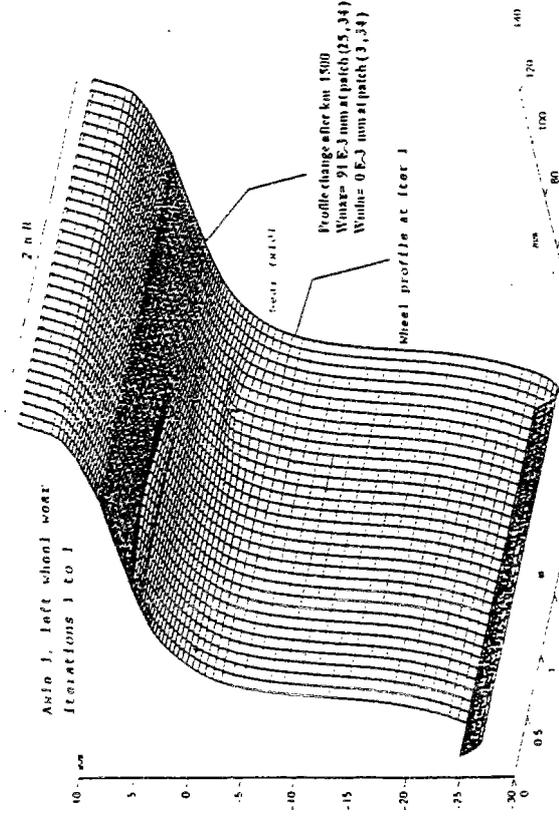
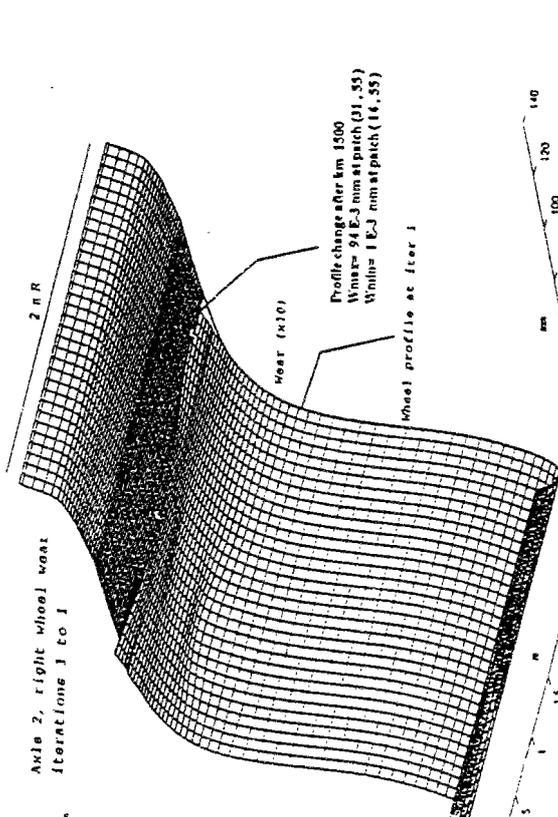
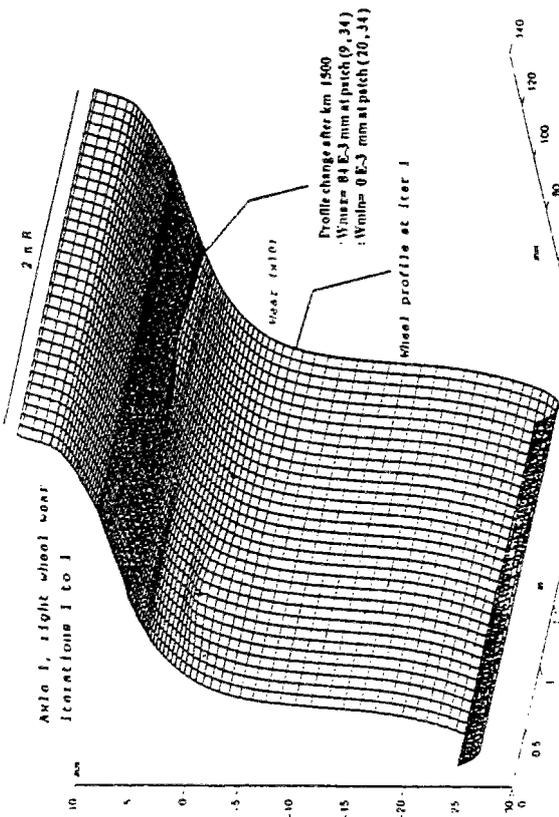


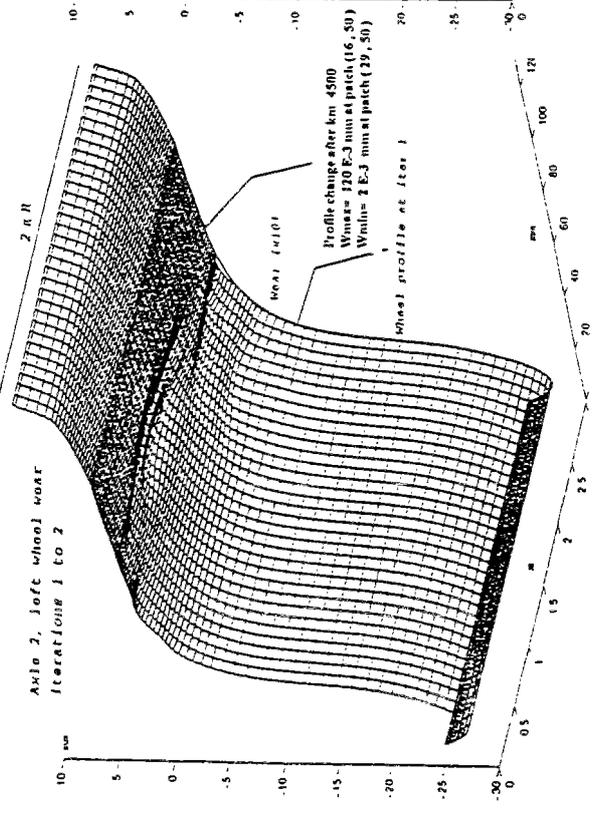
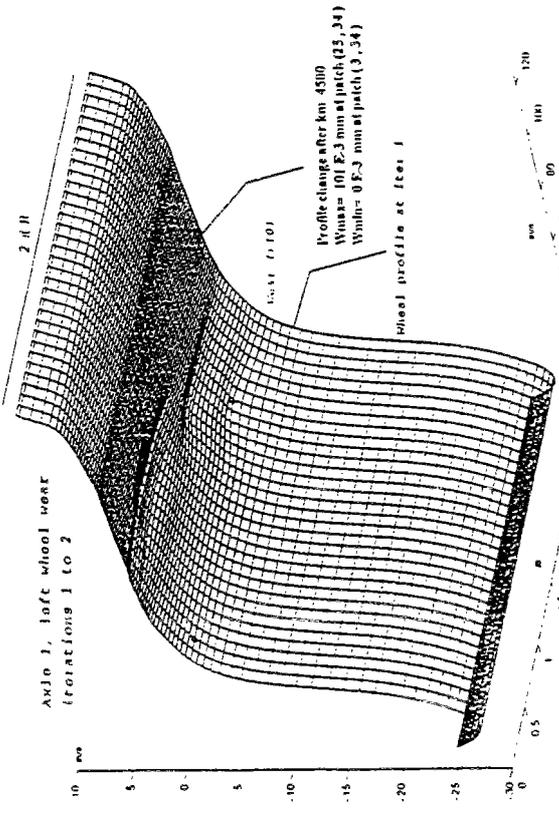
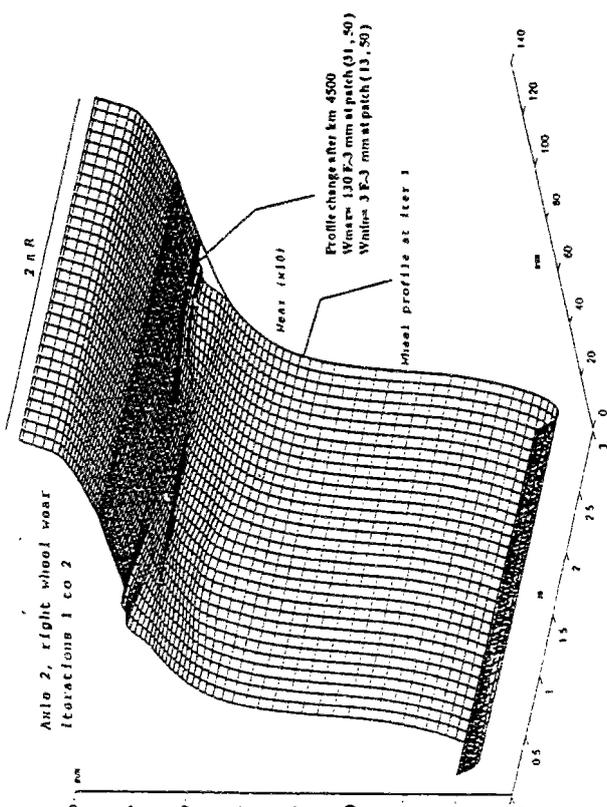
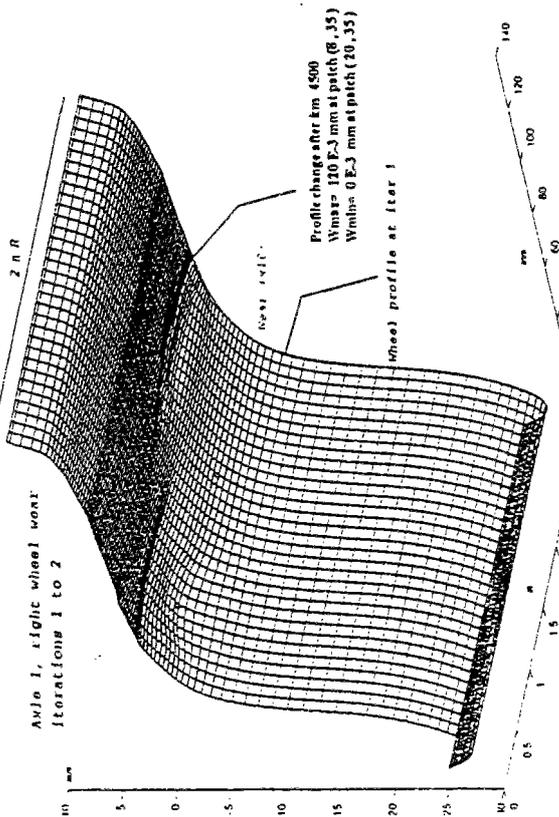
### ANNEXE A 3-3

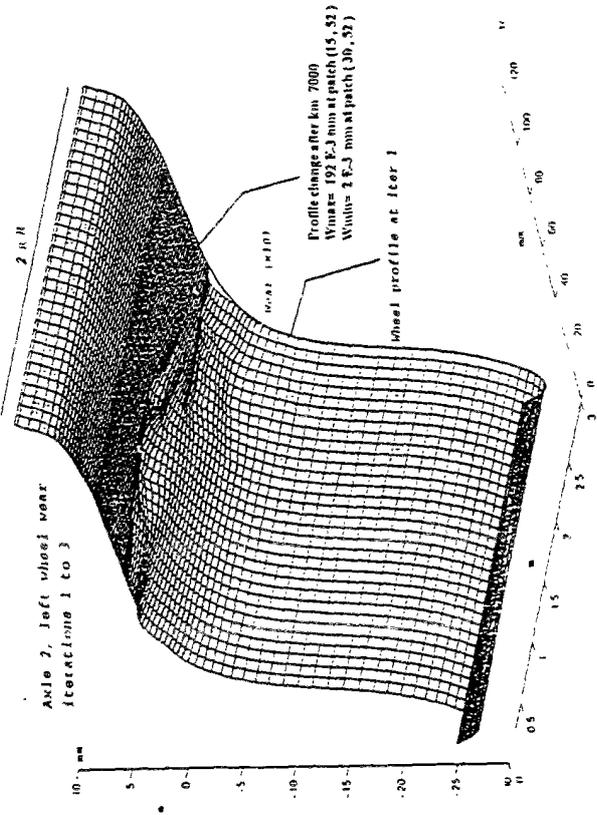
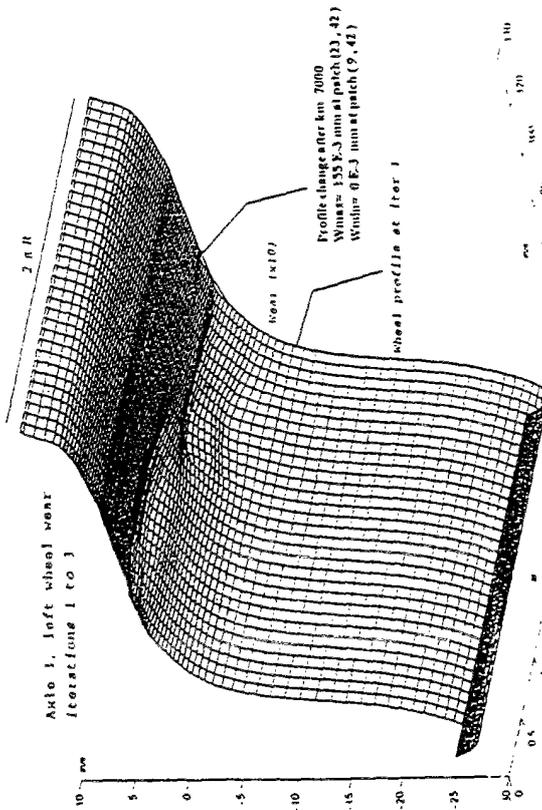
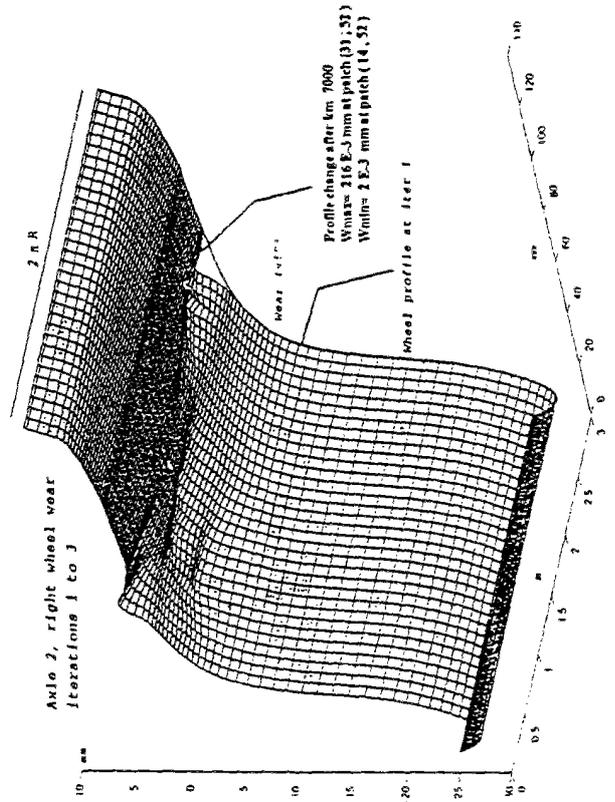
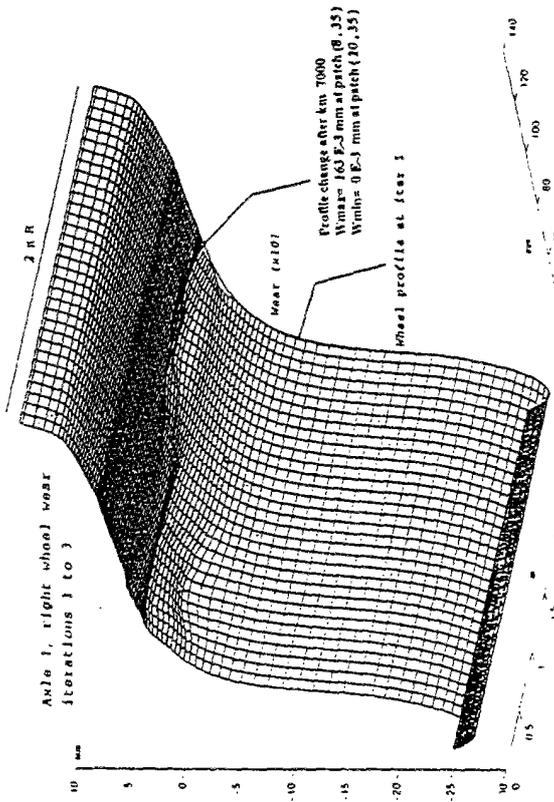
Modèle d'usure longitudinale tridimensionnelle :

Evolution des usures sur les essieux (1, 2).

Série de simulations N° 2





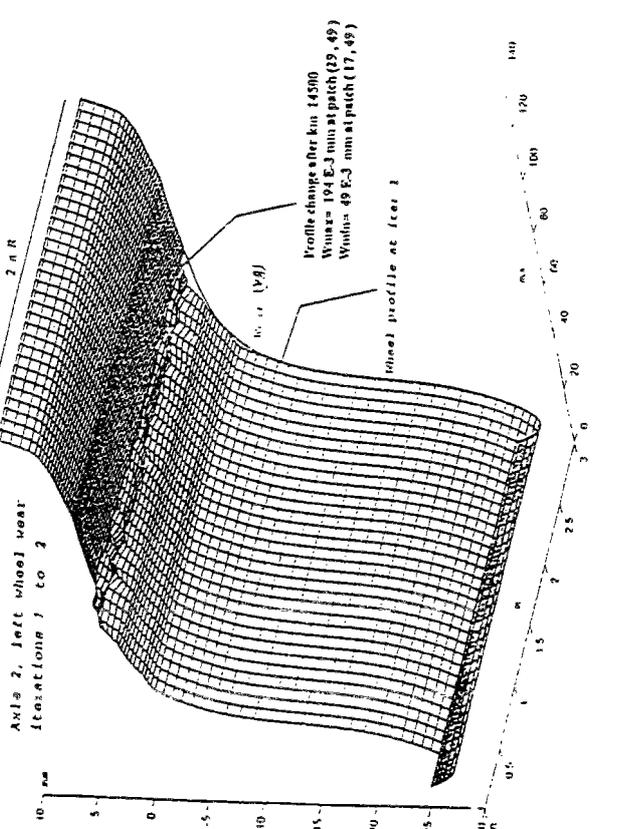
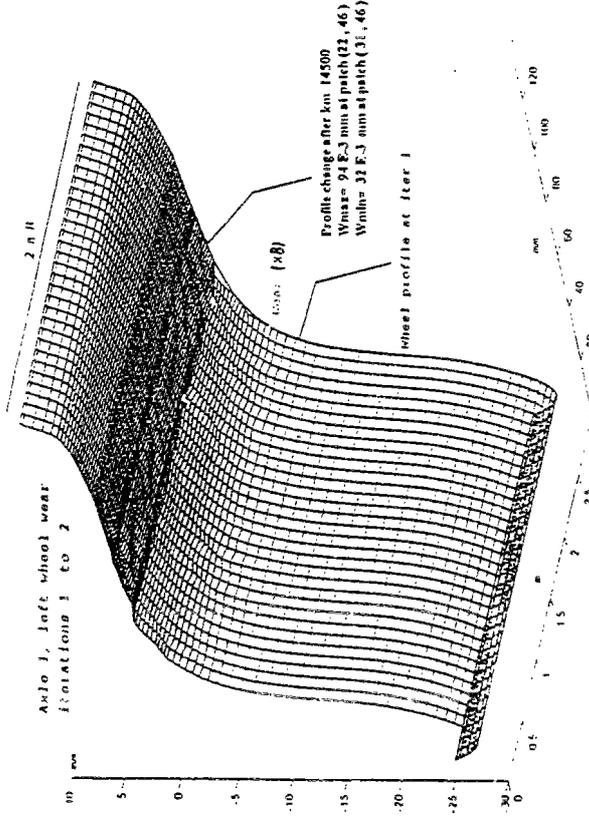
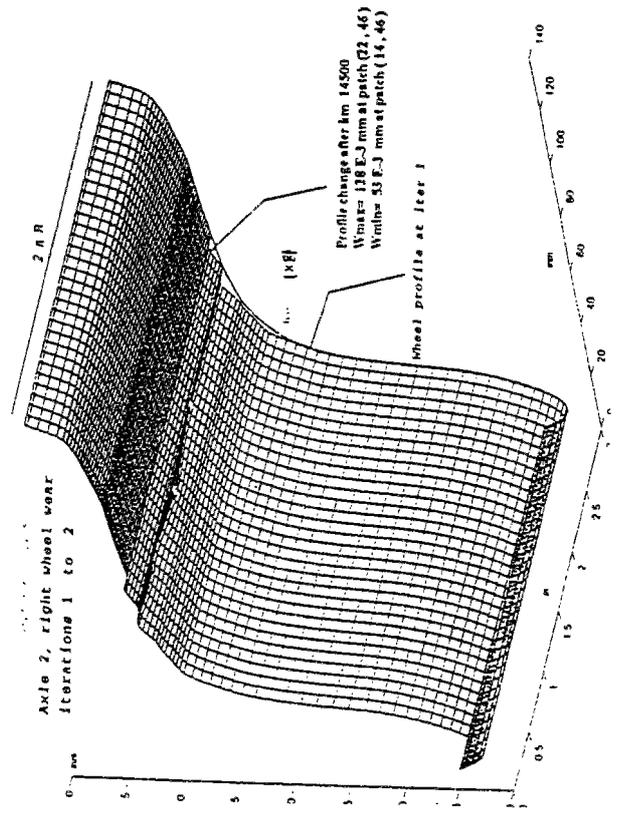
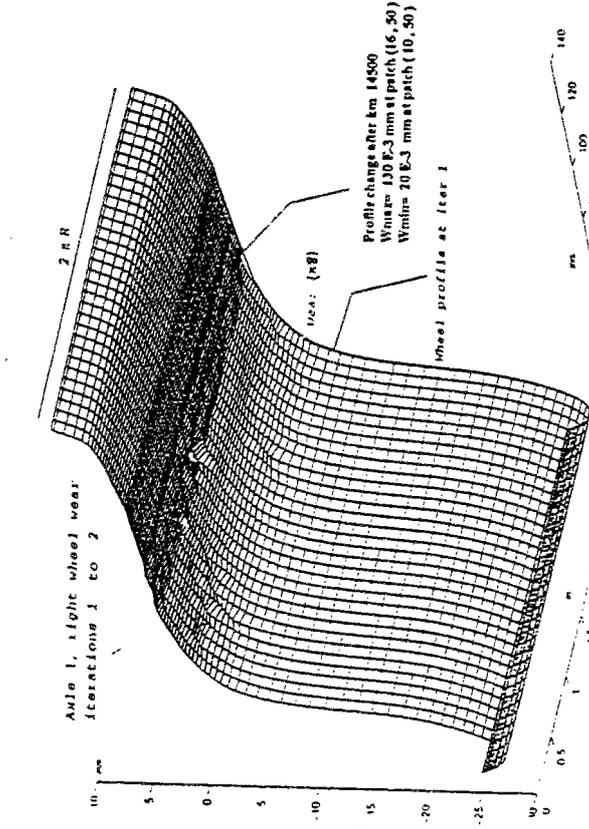


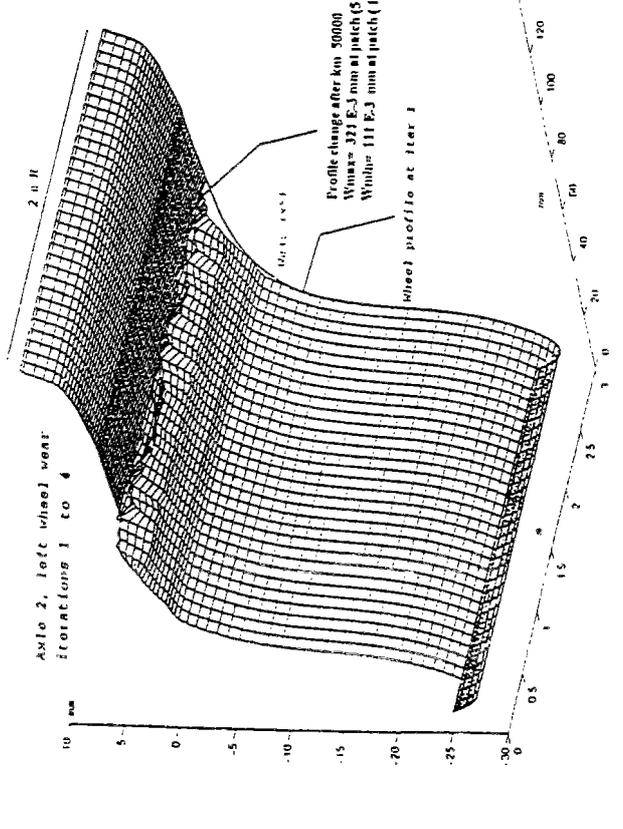
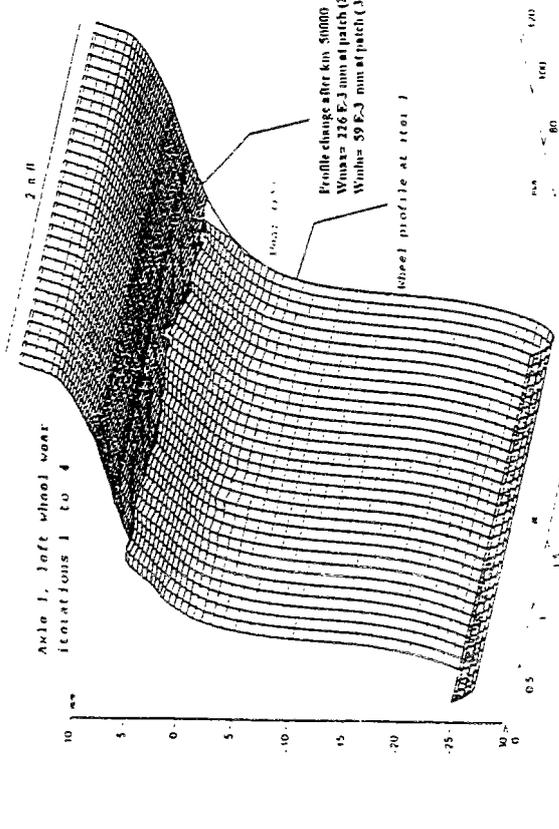
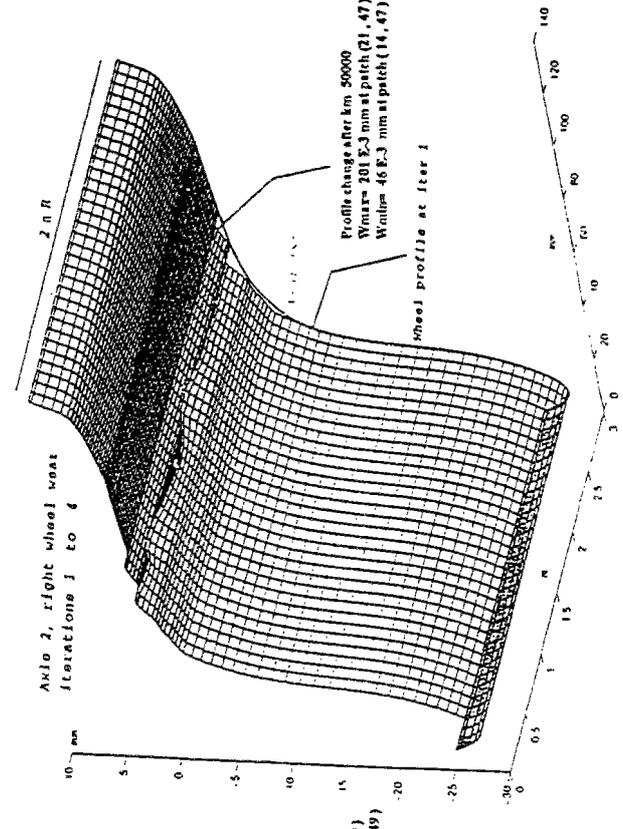
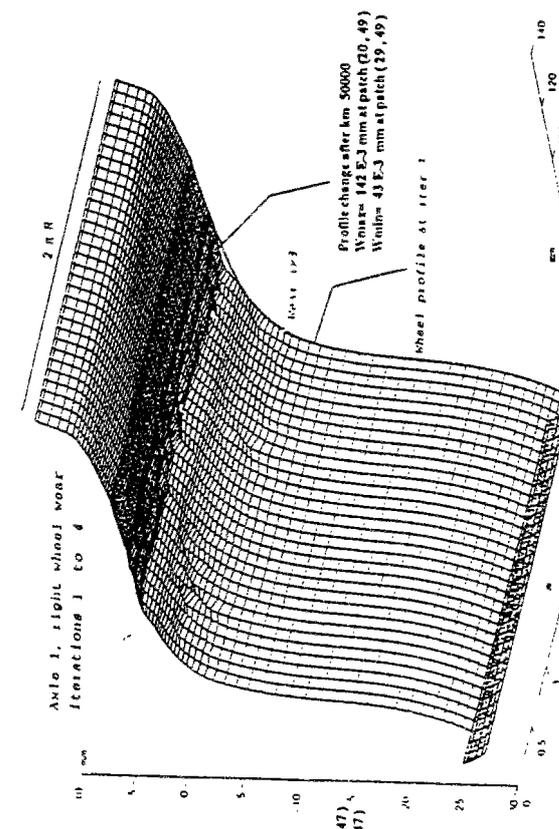
## ANNEXE A 3-4

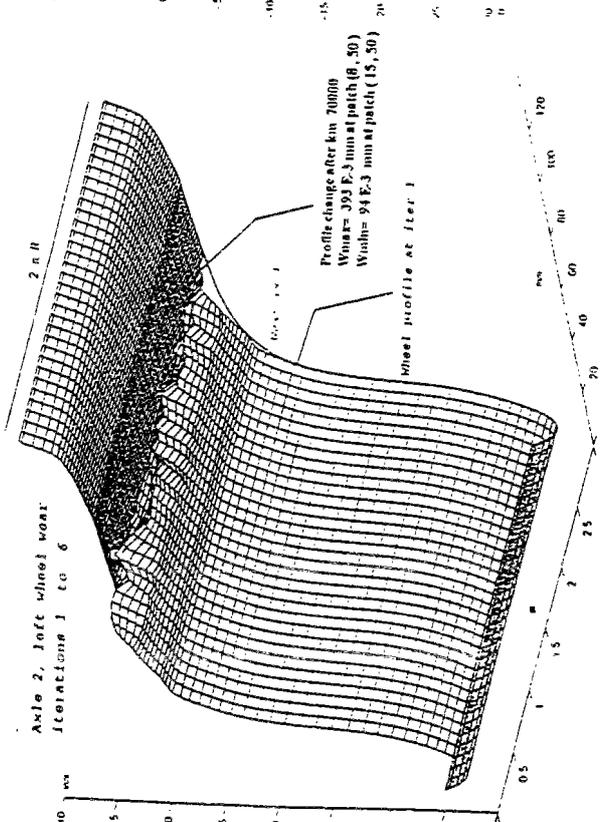
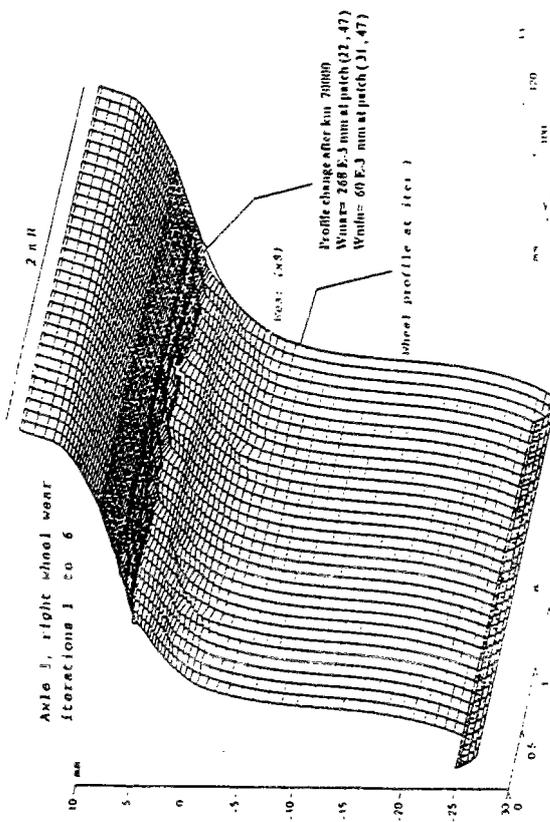
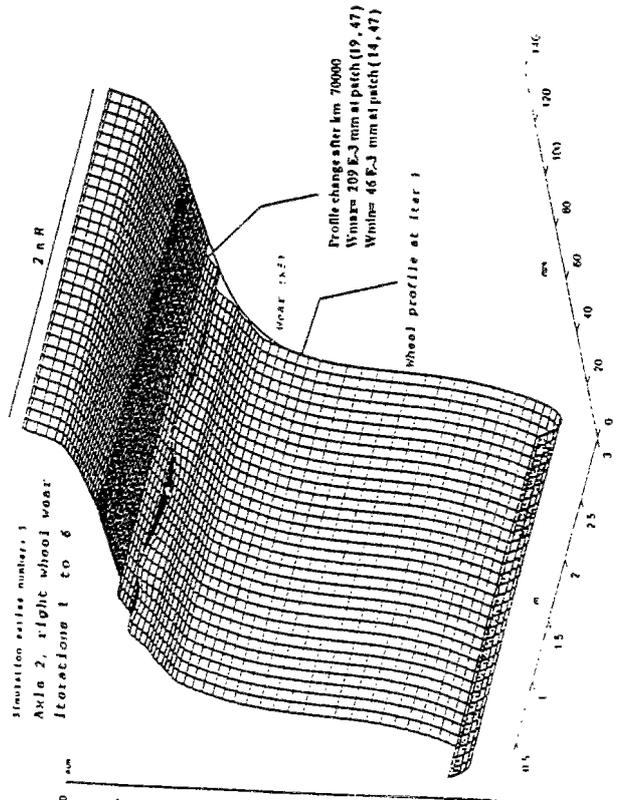
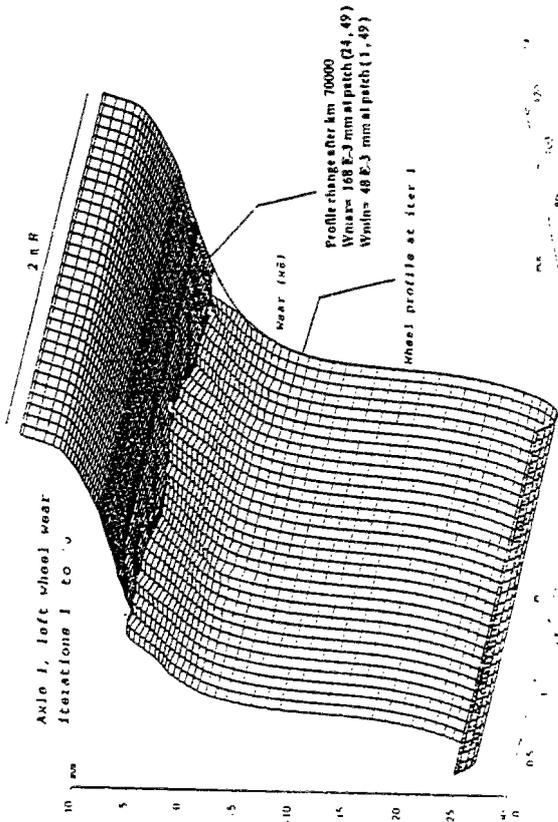
Modèle d'usure longitudinale tridimensionnelle :

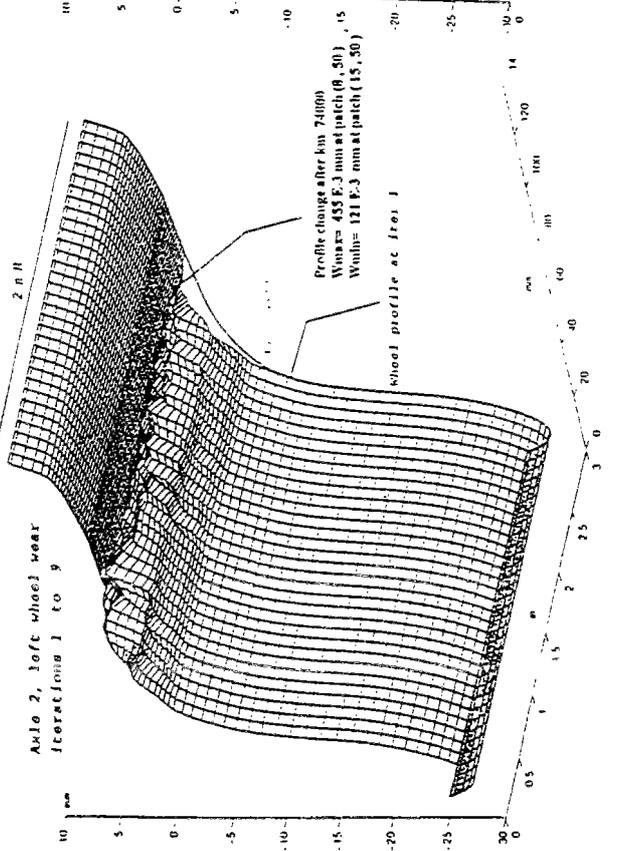
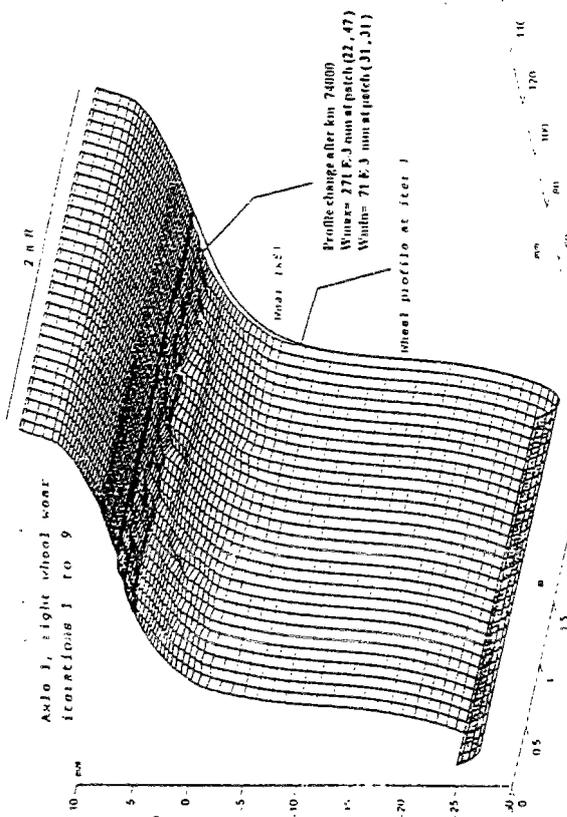
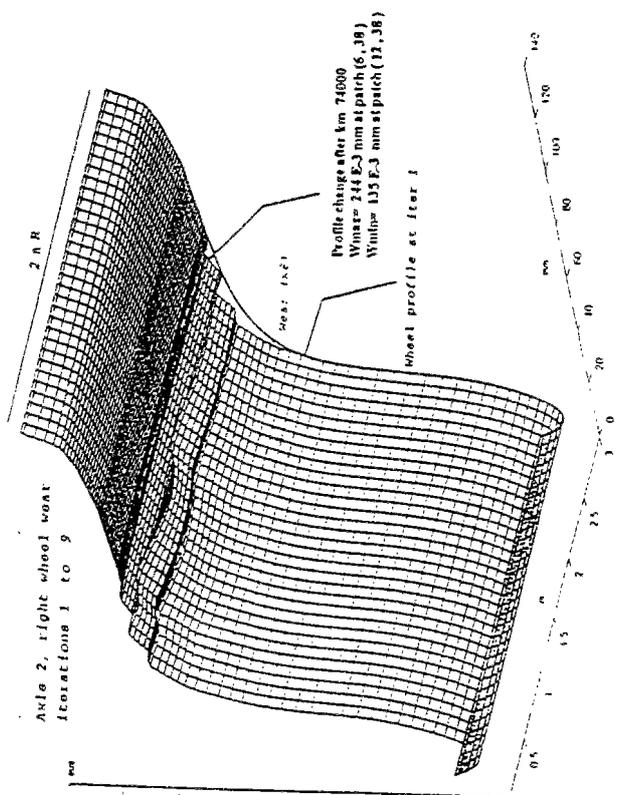
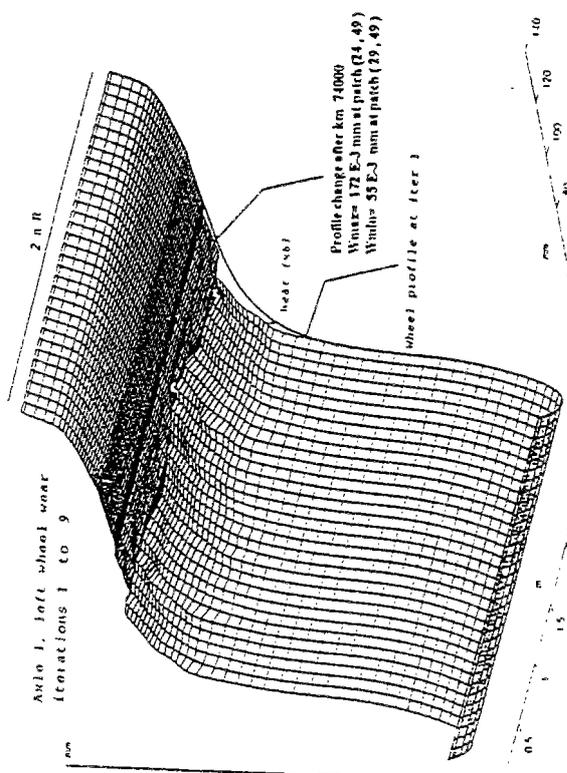
Evolution des usures sur les essieux (1, 2).

Série de simulations N° 3



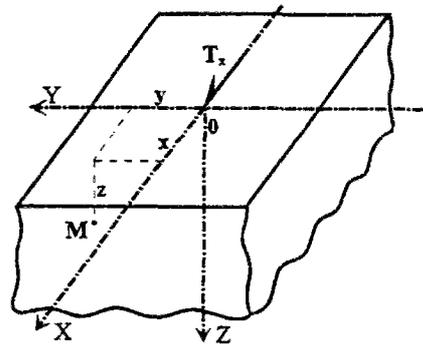
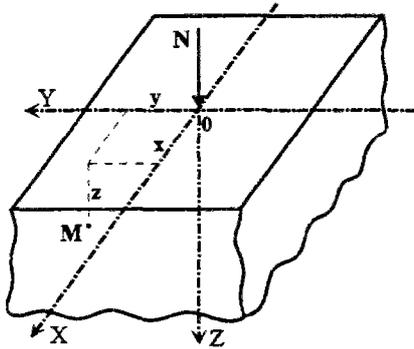






## ANNEXE A 4-1

Tenseur des contraintes élastiques pour un effort de contact concentré [FRANÇOIS 91].

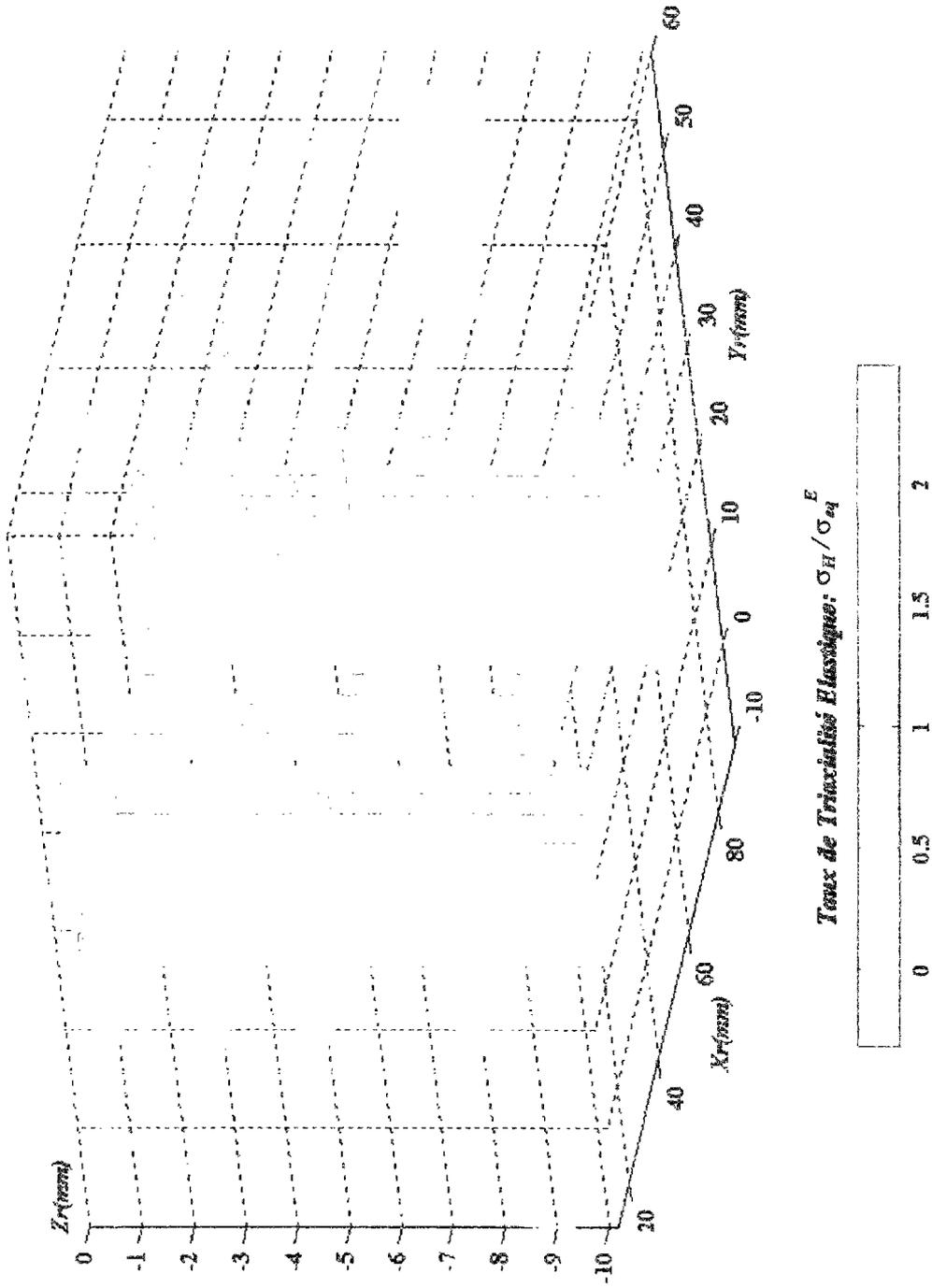


	Effort normal concentré : N	Effort tangential concentré : Tx
$\sigma_x$	$\frac{N}{2\pi} \left[ \frac{1-2\nu}{r^2} \cdot \left( \left(1-\frac{z}{\rho}\right) \cdot \frac{x^2-y^2}{r^2} + \frac{z \cdot y^2}{\rho^3} \right) - \frac{3 \cdot z \cdot x^2}{\rho^5} \right]$	$\frac{T_x}{2\pi} \left[ (1-2\nu) \cdot \left( \frac{x}{\rho^3} - \frac{3 \cdot x}{\rho \cdot (\rho+z)^2} + \frac{x^3}{\rho^3 \cdot (\rho+z)^2} + \frac{2 \cdot x^3}{\rho^2 \cdot (\rho+z)^3} \right) - \frac{3 \cdot x^3}{\rho^5} \right]$
$\sigma_y$	$\frac{N}{2\pi} \left[ \frac{1-2\nu}{r^2} \cdot \left( \left(1-\frac{z}{\rho}\right) \cdot \frac{y^2-x^2}{r^2} + \frac{z \cdot x^2}{\rho^3} \right) - \frac{3 \cdot z \cdot y^2}{\rho^5} \right]$	$\frac{T_x}{2\pi} \left[ (1-2\nu) \cdot \left( \frac{x}{\rho^3} - \frac{x}{\rho \cdot (\rho+z)^2} + \frac{x \cdot y^2}{\rho^3 \cdot (\rho+z)^2} + \frac{2 \cdot x \cdot y^2}{\rho^2 \cdot (\rho+z)^3} \right) - \frac{3 \cdot x \cdot y^2}{\rho^5} \right]$
$\sigma_z$	$-\frac{N}{2\pi} \cdot \frac{3 \cdot z^3}{\rho^5}$	$-\frac{T_x}{2\pi} \cdot \frac{3 \cdot x \cdot z^2}{\rho^5}$
$\tau_{xy}$	$\frac{N}{2\pi} \left[ \frac{1-2\nu}{r^2} \cdot \left( \left(1-\frac{z}{\rho}\right) \cdot \frac{x \cdot y}{r^2} - \frac{x \cdot y \cdot z}{\rho^3} \right) - \frac{3 \cdot x \cdot y \cdot z}{\rho^5} \right]$	$\frac{T_x}{2\pi} \left[ (1-2\nu) \cdot \left( -\frac{y}{\rho \cdot (\rho+z)^2} + \frac{x^2 \cdot y}{\rho^3 \cdot (\rho+z)^2} + \frac{2 \cdot x^2 \cdot y}{\rho^2 \cdot (\rho+z)^3} \right) - \frac{3 \cdot x^2 \cdot y}{\rho^5} \right]$
$\tau_{xz}$	$-\frac{N}{2\pi} \cdot \frac{3 \cdot x \cdot z^2}{\rho^5}$	$-\frac{T_x}{2\pi} \cdot \frac{3 \cdot x^2 \cdot z}{\rho^5}$
$\tau_{yz}$	$-\frac{N}{2\pi} \cdot \frac{3 \cdot y \cdot z^2}{\rho^5}$	$-\frac{T_x}{2\pi} \cdot \frac{3 \cdot x \cdot y \cdot z}{\rho^5}$
$r = \sqrt{x^2 + y^2}$ ; $\rho = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ ; $\nu$ : coefficient de poisson.		

Les contraintes sont exprimées à un point M du massif élastique de coordonnées (x,y,z), les efforts étant appliqués à l'origine du repère (X,Y,Z). La permutation de x et de y, dans les équations relatives à Tx, conduit aux équations à utilisées pour un effort tangential Ty.

### ANNEXE A 4-2

Taux de triaxialité élastique pour le chargement critique.



### ANNEXE A 4-3

Répartitions de l'endommagement à divers nombres de cycles avant rupture.

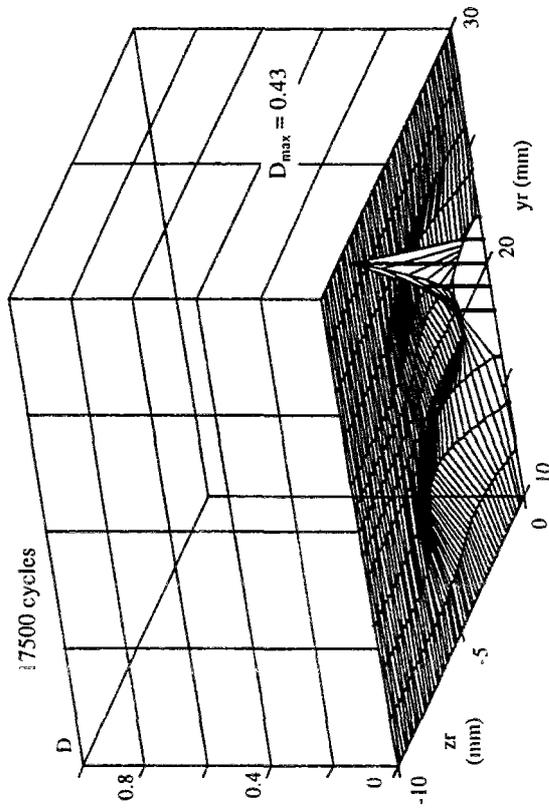
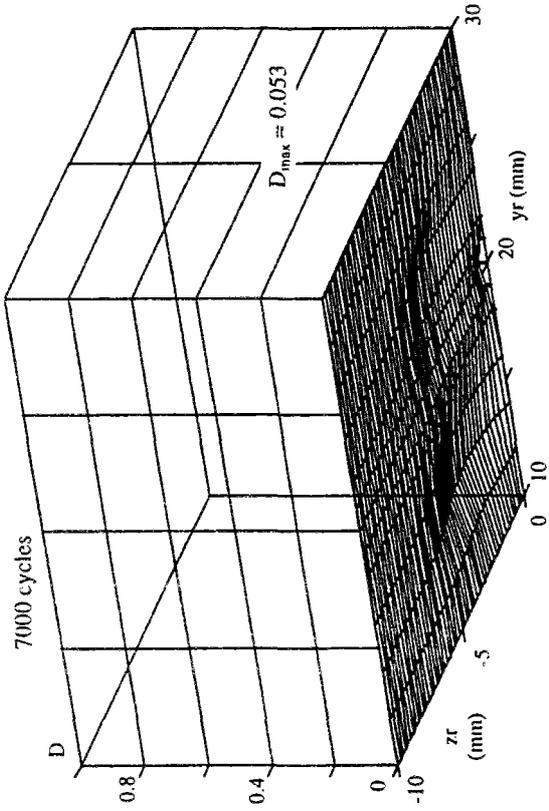
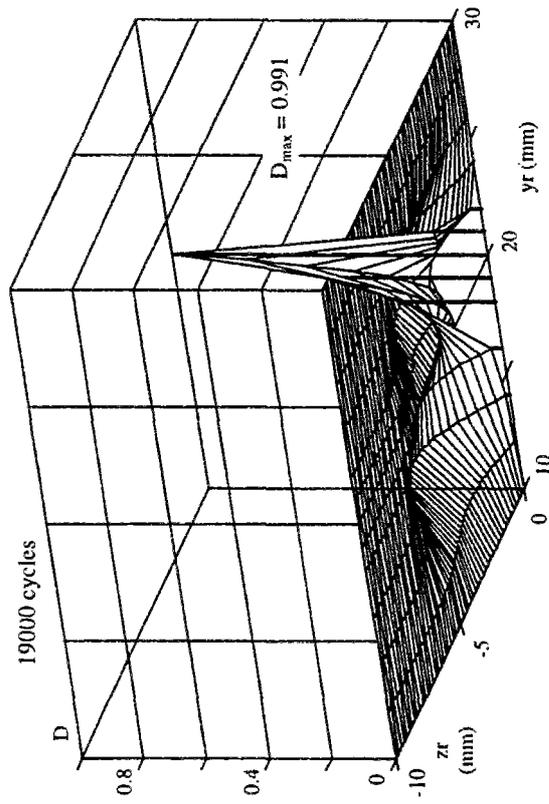
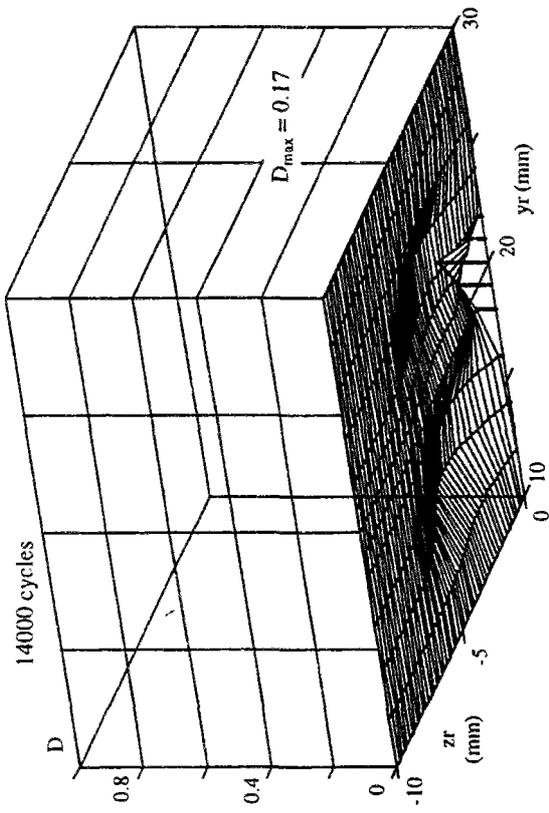
Taux d'usure = 0.

Acier nuance 700 :

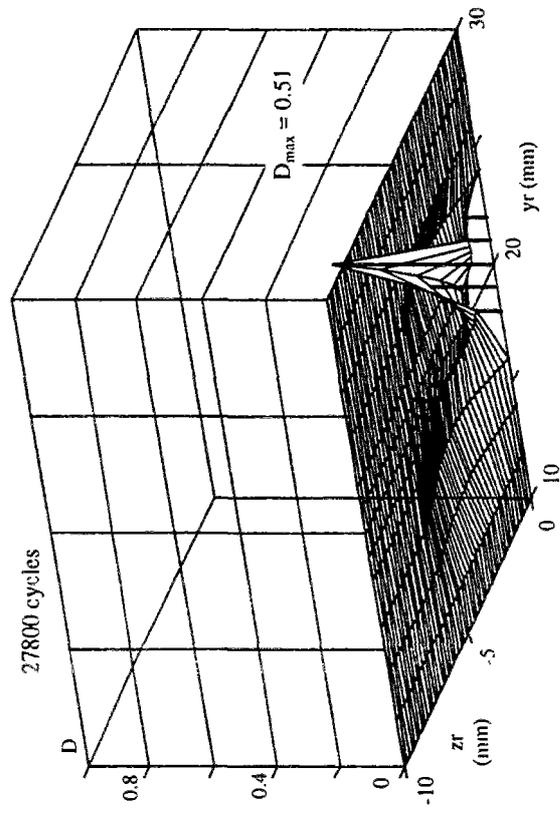
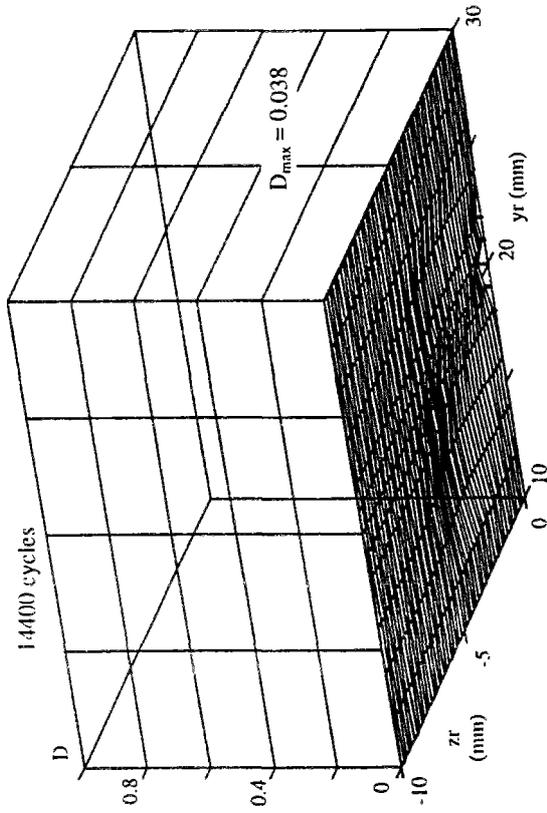
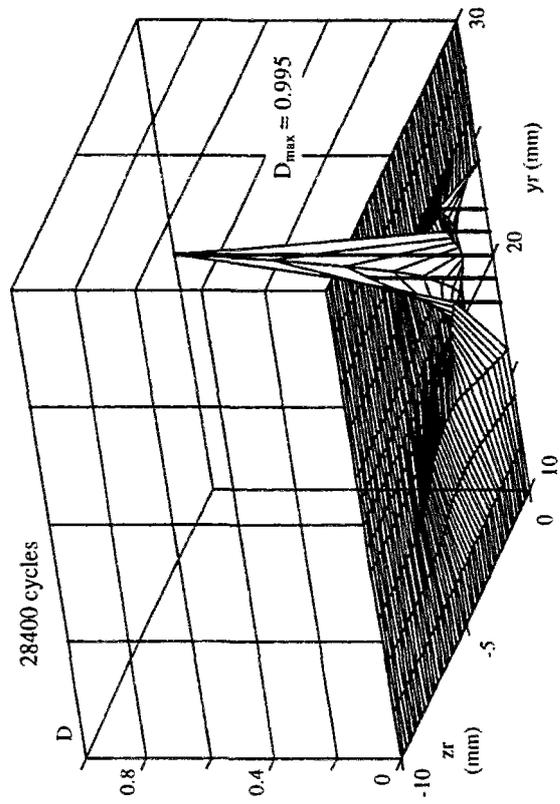
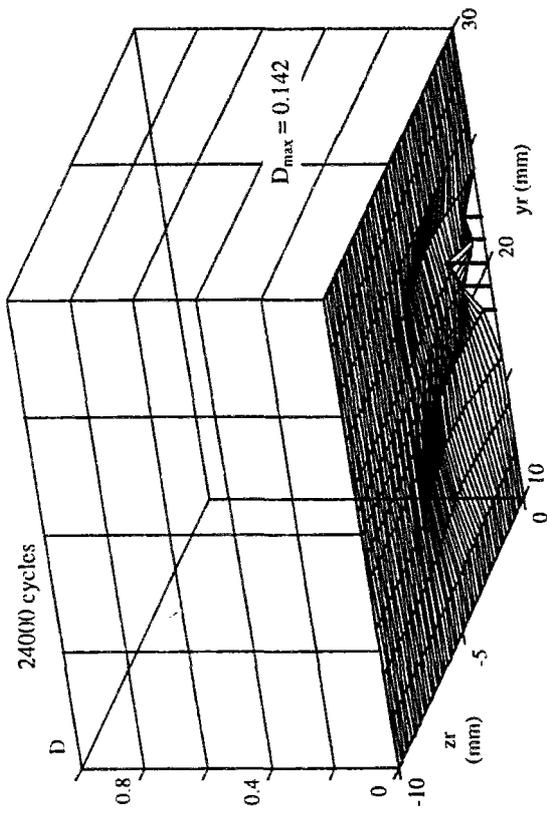
Répartitions à 7000, 14000, 17500, 19000 cycles.

Acier nuance 900A :

Répartitions à 14400, 24000, 27800, 28400 cycles.



Evolution de l'endommagement (D) jusqu'à la rupture,  $N_{rupt} = 19000$ , acier nuance 700, taux d'usure = 0.



Evolution de l'endommagement (D) jusqu'à la rupture,  $N_{rupt} = 28400$ , acier nuance 900A, taux d'usure = 0.

## ANNEXE A 4-4

Répartitions de l'endommagement à divers nombres de cycles avant rupture.

Taux d'usure = 0.05 mm / 2400 cycles.

Acier nuance 700 :

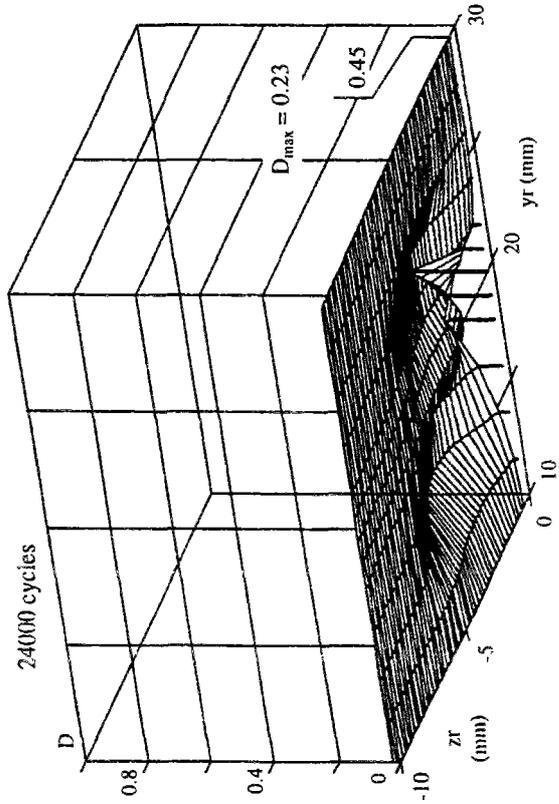
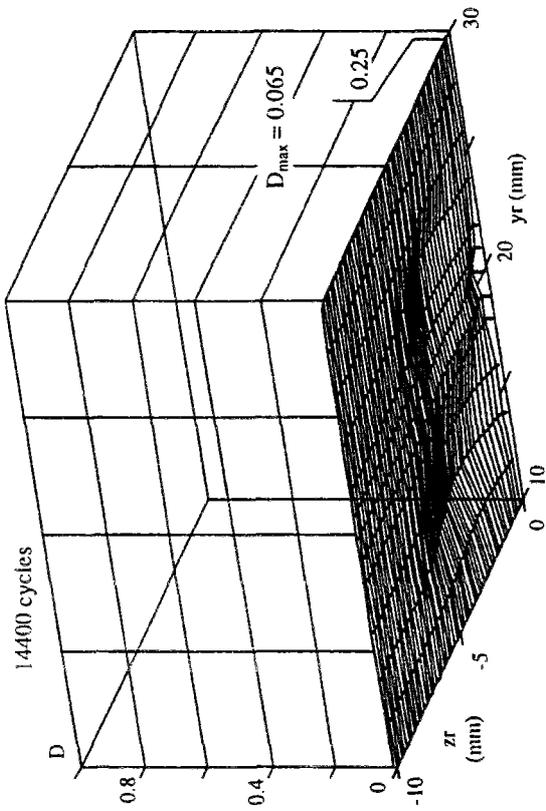
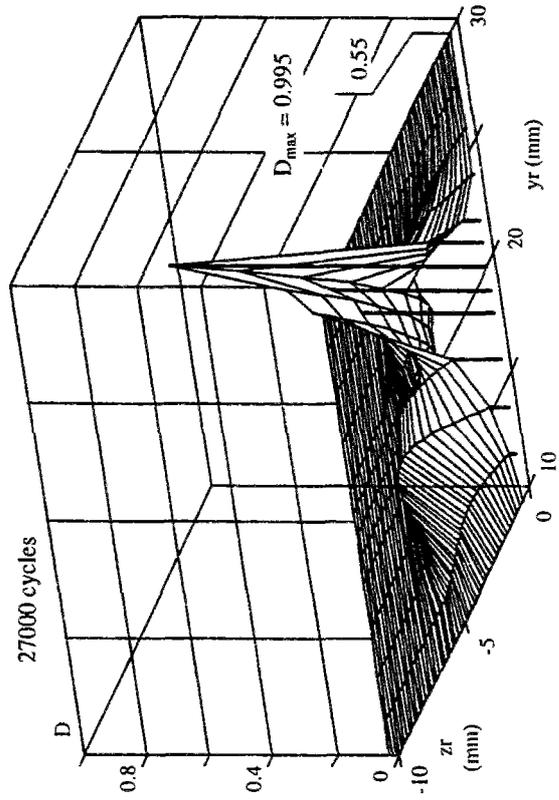
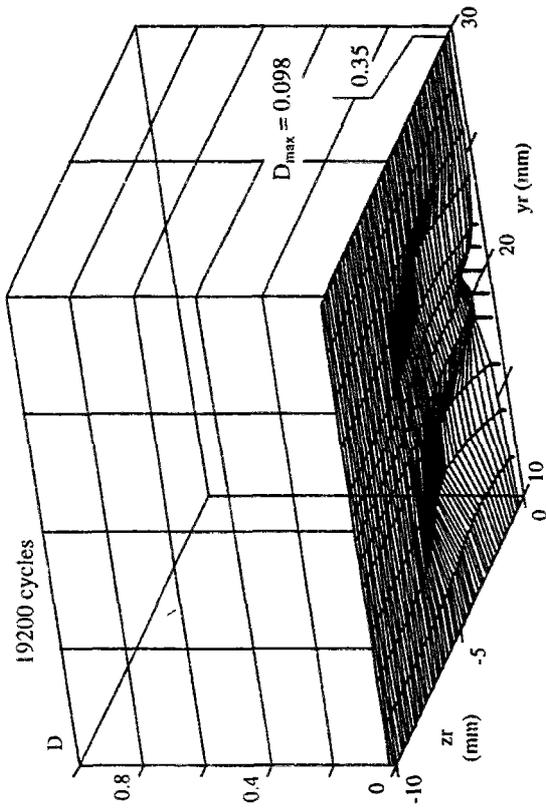
Répartitions à 14400, 19200, 24000, 27000 cycles.

A la rupture :  $\Delta z_r = 0.55$  mm.

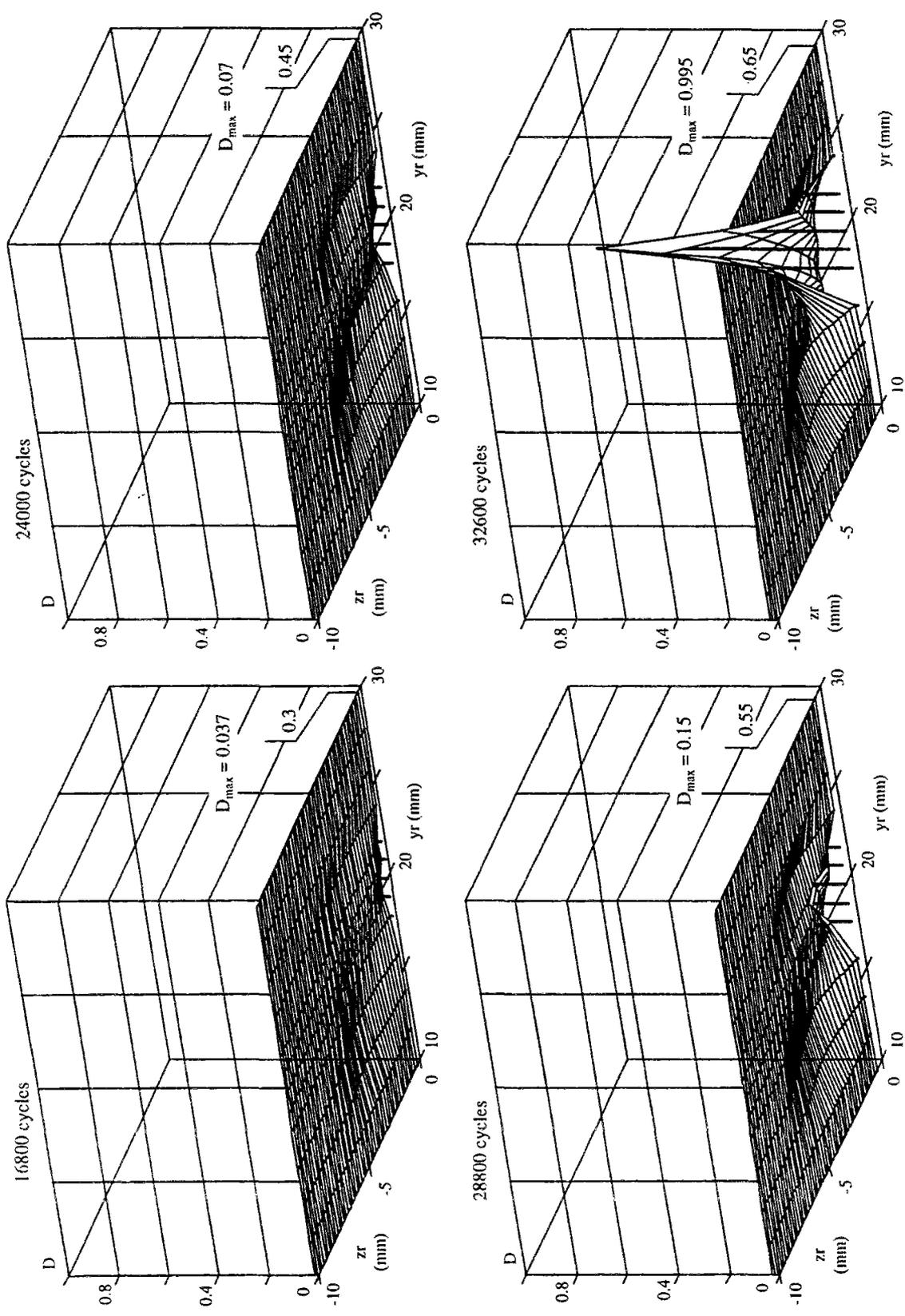
Acier nuance 900A :

Répartitions à 16800, 24000, 28800, 32600 cycles.

A la rupture :  $\Delta z_r = 0.65$  mm.



Evolution de l'endommagement (D) jusqu'à la rupture,  $N_{rupt} = 27000$ , acier nuance 700, taux d'usure = 0.05 mm / 2400 cycles.



Evolution de l'endommagement ( $D$ ) jusqu'à la rupture,  $N_{rupt} = 32600$ , acier nuance 900A, taux d'usure = 0.05 mm / 2400 cycles.