HAL
open science

Déformations instantanées et différées des bétons à hautes performances

Robert Le Roy

To cite this version:

Robert Le Roy. Déformations instantanées et différées des bétons à hautes performances. Mécanique [physics.med-ph]. Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, 1995. Français. NNT : . tel-00529739

HAL Id: tel-00529739

https://pastel.hal.science/tel-00529739

Submitted on 26 Oct 2010

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

NS 19 797 (4)

DÉFORMATIONS INSTANTANÉES ET DIFFÉRÉES DES BÉTONS À HAUTES PERFORMANCES

Thèse présentée par

Robert LE ROY

pour l'obtention du titre de docteur de l'École Nationale des Ponts et Chaussées
Spécialité : Structures et Matériaux

soutenue le 19 septembre 1995 devant le jury composé de Messieurs :

Gérard Pons	Rapporteur
Folker Wittmann	Rapporteur
Paul Acker	Examinateur
Pierre Claude Aïtcin	Examinateur
Yves Malier	Examinateur
Alain Morisset	Examinateur
François de Larrard	Directeur de thèse

E.N.P.C.
INV03280
14
14

Remerciements

Le travail présenté ici est le fruit de nombreuses collaborations, collaborations qui ont toutes contribué à mon enrichissement personnel, tant sur les plans scientifique et technologique, que sur sur le plan des rapports humains.

Je tiens à remercier très chaleureusement mon directeur de thèse, François de Larrard, pour la grande qualité de son encadrement et pour son engagement personnel. Sa disponibilité (malgré un emploi du temps plutôt chargé...), sa compétence et son optimisme (dans les inévitables périodes de doute), ont permis le déroulement de la recherche et son achèvement dans les meilleures conditions.

Je souhaite aussi souligner la richesse des échanges scientifiques que j'ai eu au LCPC, avec Christian Stéfani et Olivier Coussy, sur les problèmes d'homogénéisation. Je les remercie pour leur précieux concours, qui m'a appris à associer réalisme des simplifications et rigueur scientifique. Je remercie également Laurent Granger et Franz Ulm, qui ont suivi de près certaines parties théoriques, et avec qui j'ai coopéré avec beaucoup d'enthousiasme.

Ce sont sans aucun doute les expériences qui ont mobilisé le plus d'énergie. Nous avons réalisé les bétons dans de très bonnes conditions, grâce à l'encadrement d'Albert Belloc, et avec l'aide de Daniel Simitambe, de Jean Evrard et de Martial Menguy. Je les remercie vivement pour leur indispensable contribution.

L'essai de fluage du béton est une opération délicate, qui a nécessité un apprentissage spécifique. A cette occasion, je suis très heureux d'avoir rencontré Alex Attolou, que je remercie chaleureusement pour la gentillesse avec laquelle il a transmis son savoir faire, et la contribution importante qu'il a apportée dans la préparation et le suivi des essais.

Ces expériences n'auraient pu être complètes sans le concours des Laboratoires Régionaux des Ponts et Chaussées. Je suis reconnaissant à Dominique Cochet et Didier Duval du laboratoire de Strasbourg, à Michel Darcel et Alain Godard du laboratoire de Trappes, qui ont participé à la réalisation d'une part importante des essais.

Les essais sur pâte pure ont conduit à une collaboration pluridisciplinaire très fructueuse au sein du LCPC. J'ai eu beaucoup de satisfactions à collaborer avec Jacques Campin, qui a conçu les appareillages, ainsi qu'avec Jacques Ehrlich, qui a adapté son programme d'acquisition à mes essais, ou encore avec Stéphane Renwez, Roméo Francis, Michel Raverdy, et Isabelle Guénot, qui ont contribué à la mise au point des essais. J'ai pu apprécier aussi l'efficacité de Jeanne-Sylvine Guédon et de François Martineau, qui ont validé le processus de fabrication en vérifiant, par une analyse au microscope, la bonne homogénéité du matériau. Je souligne également la participation de François Guerrier qui a modélisé aux éléments finis les échantillons soumis au retrait. Enfin je n'oublie pas Fabrice Le Maou et Claude Boulay, qui ont brillamment vérifié expérimentalement, la bonne

précision de la technique de mesure des déformations de fluage. Je les remercie tous très sincèrement de leur participation.

Les modèles ont été validés sur tout un ensemble de données, les miennes, mais aussi d'autres qui m'ont été communiquées. Ainsi, je remercie Guy Coquillat et Nelson Ménézes du CEBTP, Jean François Cubaynes de l'INSAT, qui m'ont transmis les résultats de leur étude du fluage, ainsi que Bernard Fouré, également du CEBTP, qui m'a livré sans hésiter sa banque de données très complète sur les modules de BHP.

Le sujet de recherche sur le fluage a été l'occasion d'entraides diverses, qu'il est difficile de rappeler de manière exhaustive. Je ne saurais cependant oublier l'aide efficace de Pierre Laplante qui a participé à toute une partie des essais, et avec lequel j'ai beaucoup collaboré. J'y associe la section de documentation, et en particulier Sophie Suraniti et Marie Louise Lemesle dont j'ai pu apprécier l'efficacité. Je remercie également Hugues Delahousse pour le temps qu'il a su donner pour la réalisation des photos. Je tiens aussi à souligner les aides et conseils, toujours offerts avec beaucoup de sympathie, que m'ont apporté Thierry Sedran, François Toutlemonde, et Pierre Rossi.

Le mémoire étant rédigé, il reste à l'évaluer, ce qui représente une tâche, peut-être intéressante, probablement fastidieuse.

Aussi, je suis très honoré que Folker Wittmann, de l'Ecole Polytechnique de Zürich, ait accepté d'être rapporteur de la thèse, et je l'en remercie très sincèrement.

Je suis également très honoré que Gérard Pons, de l'INSA de Toulouse, ait accepté d'être rapporteur. J'en profite pour le remercier vivement d'avoir activement participé, au sein du groupe AFREM, à l'évaluation du modèle simplifié de retrait-fluage.

Je remercie aussi tout particulièrement Pierre Claude Aïtcin, de l'Université de Sherbrooke au Québec, pour sa participation au jury, et pour l'intérêt qu'il porte au sujet, apportant ainsi une expertise d'outre-atlantique.

Ma reconnaissance va également à Alain Morisset, de la SETEC, qui, dans le jury, aborde la thèse sous l'angle du spécialiste des structures, et notamment celles en béton à hautes performances. Son opinion m'apparaît primordiale, car le modèle simplifié que nous avons proposé n'a de sens que s'il est adopté par les bureaux d'études.

Je remercie chaleureusement Paul Acker, du LCPC, pour sa participation au jury, et surtout, pour m'avoir accueilli dans les meilleures conditions dans sa division.

Je suis très honoré qu'Yves Malier ait accepté de présider le Jury. L'ayant rencontré pour la première fois à l'oral du concours d'entrée à l'ENS de Cachan, m'interrogeant sur un texte de Maupassant, c'est maintenant au charismatique promoteur des BHP que je m'adresse, et auquel je suis fier de présenter cette étude, d'un genre peu littéraire, il est vrai.

L'excellent esprit de communication qui règne dans la division Bétons et Ciments pour Ouvrages d'Art du LCPC a favorisé le déroulement de ma thèse. Je profite de cette occasion pour remercier l'ensemble de ses membres, et tout particulièrement Jean Charles Vinambres, pour sa générosité à toute épreuve, ainsi que Lucette Vercasson, pour sa disponibilité et sa gentillesse.

Je tiens à souligner également l'intérêt que j'ai porté à travailler au sein du groupe "connaissance et utilisation des BHP" du groupe AFREM. Je remercie tous les membres avec lesquels j'ai pu collaborer de manière à la fois efficace et agréable.

Je ne pourrais terminer ces remerciements sans y associer, Sabine, ma femme, à qui j'exprime plus que ma gratitude, pour m'avoir encouragé pendant cette longue période (trop longue ?), et mes enfants, Boris et Hugo, dont les sourires et la bonne humeur m'ont aussi rappelé les choses essentielles.

Sommaire général

Résumé 5

Introduction générale 7

Chapitre 1 : Synthèse bibliographique 11

Chapitre 2 : Etude expérimentale 75

Chapitre 3 : Un modèle d'homogénéisation à deux phases pour le calcul du module instantané du béton 123

Chapitre 4 : Calcul du fluage propre par homogénéisation 187

Chapitre 5 : Calcul du retrait endogène par homogénéisation 245

Chapitre 6 : Un modèle simplifié pour le calcul des déformations 277

Conclusion générale 319

Annexe 1 : Propriétés des matériaux utilisés 323

Annexe 2 : Courbes de retrait endogène des bétons B0 à B10 327

Annexe 3 : Courbes de fluage propre des bétons B0 à B10 335

Annexe 4 : Comparaison du modèle simplifié avec des données expérimentales 343

Résumé

On présente ici deux types de modélisations, ainsi que de nombreuses données expérimentales, portant sur les déformations des bétons et en particulier celles des bétons à hautes performances.

La première a pour but de prévoir les amplitudes des déformations instantanées, de retrait endogène et de fluage propre, en fonction de la formulation. On utilise pour cela une approche par homogénéisation, en adaptant le modèle bisphère de Hashin au calcul du module du béton. La démarche de modélisation, fondée sur la prise en compte de la compacité réelle du squelette granulaire, aboutit à une géométrie trisphère. On fait le choix, après l'avoir justifié, de fixer les coefficients de Poisson à un cinquième. Puis, on applique le modèle trisphère au calcul des amplitudes de fluage propre et de retrait endogène. Les paramètres principaux de formulation (rapports eau sur ciment, fumée de silice sur ciment, proportion granulaire, classe du ciment) sont pris en compte. L'approche appliquée au fluage est confortée par un calcul viscoélastique linéaire.

Dans la deuxième approche, on propose un modèle simplifié, de type réglementaire, pour le calcul des déformations des bétons à hautes performances en fonction du temps, et d'un nombre limité de paramètres. Les apports principaux de la modélisation concernent la prise en compte de l'autodessiccation, de la maturité et de la résistance du matériau au moment du chargement. Le modèle a été validé d'après de nombreuses données, et pour des bétons de maturités très variables au chargement, variant de seize heures à plus de deux ans. Elaboré dans le cadre de l'Association Française pour le Recherche et l'Etude des Matériaux et des Structures (AFREM), le modèle est proposé comme annexe au règlement français de béton précontraint (BPEL), pour les bétons couvrant la gamme B40-B80.

Mots clés : béton hydraulique, béton à hautes performances, fumée de silice, composition du béton, compacité, essai de fluage, déformations instantanées, déformations différées, fluage propre, retrait endogène, dessiccation, homogénéisation, viscoélasticité, modèle réglementaire.

Abstract

This thesis proposes two types of modelling, together with a long series of experimental data, for the instantaneous and time-dependent strains of high performance concrete.

The first model deals with instantaneous, autogenous shrinkage and basic creep deformations of high performance concrete with respect to mix-design parameters. To this end, a homogenization approach based on Hashin's spheres model for the modulus, is adopted and modified to take into account the effective maximum packing density of the aggregates. This leads to a three-sphere model. After justification, the Poisson's ratio of each phase is set at a constant value of 0,2. This model is consequently applied to calculate the long-term amplitude of autogenous shrinkage and basic creep. The creep results obtained are compared with visco-elastic calculation, which allows the adopted approach to be confirm. The main mix-design parameters are taken into account (water/cement ratio, silica fume/cement ratio, aggregate concentration, maximum packing density of the agregate, cement strength).

The second research part deals with a simplified model for design code purposes. It allows the calculation of high performance concrete strains as a function of time, and a limited number of parameters. In particular It accounts for the self-dessication, the maturity and the strength of the concrete at the loading time. This model was validated against extensive experimental data, covering the marurity range from sixteen hours to two years. The model was established within the framework of the French Structures and Materials Research Association (AFREM), and is proposed in addition to the French Prestressed Concrete French Code (BPEL), for concrete covering the strength range from 40 to 80 Mega-Pascals.

Key words : concrete, silica fume, composition, packing density, creep test, instantaneous strains, time-dependant strains, basic creep, autogenous shrinkage, desiccation, homogeneization, viscoelasticity, code type model.

Introduction générale

Le béton à hautes performances (BHP) connaît un réel développement dans beaucoup de régions du monde. En France, le projet national "Voies Nouvelles pour le Béton" (VNB), a été un moteur de ce développement, grâce aux recherches concertées qu'il a encadrées, mais aussi grâce à la réalisation du pont expérimental de Joigny. La preuve était alors faite qu'on pouvait réaliser et mettre en oeuvre du BHP sur chantier, avec des matériels courants.

L'amélioration des principales caractéristiques du matériau durci (résistance, module, fluage, perméabilité) est atteinte pour les BHP grâce à l'augmentation de la compacité de la matrice. Alors que la porosité totale de la pâte de ciment ordinaire est de l'ordre de 40 %, celle d'une pâte à haute résistance ne dépasse guère 20 %.

Chacune de ces qualités sont diversement exploitées dans les projets. En premier lieu, les hautes résistances mécaniques et la faible déformabilité autorisent des contraintes de service en compression très élevées, pouvant dépasser 50 MPa, ce qui permet de réduire les pièces soumises à de telles sollicitations (pièces précontraintes, poteaux). Le meilleur exemple est sans doute les pylônes du pont de l'Elorn, dont la section à l'intersection du tablier est proche d'un rectangle de 5 m par 3 m, pour une hauteur au dessus du tablier de près de 83 m (!).

Dans le cas où la fissuration est contrôlée, on obtient une très bonne durabilité, laquelle a déjà été mise à profit dans des structures en milieu agressif (plateforme à la mer, buse d'assainissement, etc.).

Cependant, la propriété la plus utilisée aujourd'hui est peut-être la possibilité de contrôler le développement de la résistance. Il est en effet possible d'obtenir près de 30 MPa, moins de 24 heures après le coulage, et sans traitement thermique. Cela permet alors de décoffrer et d'installer la précontrainte très tôt. La productivité sur chantier est augmentée, et les prix de revient réduits.

Pourtant, malgré le développement depuis une dizaine d'années de cette gamme de matériau, il faut bien reconnaître, que les réalisations actuelles en BHP, sont presque toujours des structures exceptionnelles. Si l'enjeu technique rend obligatoires des essais de laboratoire, pour formuler, et ensuite bien maîtriser les caractéristiques du matériau, leur coût élevé, à la mesure du coût global, est en général accepté.

Parmi eux, les essais de retrait et fluage sont les plus longs, et sans doute les plus coûteux. Ils sont pratiqués presque systématiquement pour les ouvrages précontraints en BHP, car il n'existait jusqu'à présent aucun modèle leur étant adapté. Ce manque de modèle est un réel frein au développement du matériau, car dans la réalisation d'ouvrages courants, on ne peut plus se permettre de pratiquer ces essais. Or il est clair que l'innovation structurelle peut aussi se manifester dans des ponts de moyenne portée, et dans bien d'autres domaines.

Le retrait et le fluage sont à considérer dans bien des domaines de la construction, et si on examine quelques exemples où sont impliqués ces phénomènes, on s'aperçoit qu'on a

besoin non pas d'un seul, mais de plusieurs modèles, chacun répondant à un problème précis. Prenons quelques exemples :

- l'évaluation du retrait est en général nécessaire, dès l'instant où on cherche à contrôler la fissuration. Ces fissures peuvent apparaître très tôt, ou au contraire à long terme, selon la nature du retrait (thermique, endogène, de séchage) ;

- la connaissance du fluage permet aussi d'évaluer le développement de la fissuration. Dans les structures obtenues par levées successives, par exemple, des contraintes de traction, apparaissant par retrait empêché, vont décroître par relaxation, ce qui diminue en même temps le développement des fissures. Un modèle de calcul des sollicitations, et d'évaluation de la fissuration, doit alors prendre en compte le fluage au jeune âge (à partir duquel on calcule la relaxation des contraintes) ;

- la prévision de la durabilité (dont font partie les exemples précédents) passe aussi par le calcul des déformations à long terme ou des pertes de capacité portante. Pour les ponts précontraints, les flèches augmentent et les sollicitations ultimes diminuent par perte de précontrainte, à cause des déformations différées. On cherche alors une bonne précision sur la prévision à long terme des déformations, mais pas forcément sur la cinétique du phénomène ;

- le bon contrôle géométrique de certains ouvrages dépend aussi de la précision du modèle d'évaluation des déformations, instantanées ou différées. Pour un pont réalisé par encorbellements, les phases constructives (pose ou réalisation d'un voussoir, mise en précontrainte) conduisent à des sollicitations du béton, variables dans le temps. La rectitude du tablier, notamment au voussoir de clé, ne peut être atteinte qu'avec un modèle de calcul des déformations de retrait et fluage, prenant en compte l'historique complexe des contraintes appliquées au béton ;

- etc.

Au vu des exemples précédents, on met en évidence des besoins en modélisation. Tout d'abord, quelle que soit l'application industrielle des BHP, la connaissance des retraits (et dans certains cas de la relaxation) est indispensable, pour un dimensionnement correct. De plus, le dimensionnement d'éléments précontraints nécessite la connaissance du fluage.

Ainsi, un large travail de modélisation pour le calcul des déformations est nécessaire pour les BHP. On distingue dans les recherches à mener deux axes principaux : celui qui porte sur l'optimisation du matériau, et celui qui concerne le calcul des structures.

Sur l'aspect matériau, les besoins sont à la hauteur de l'évolution de l'ingénierie. En effet, on a actuellement accès à toute une gamme de bétons dont on parvient de plus en plus à maîtriser presque séparément les caractéristiques. On peut penser que demain, on pourra pratiquement choisir le matériau qui satisfait au mieux à la structure, et non dimensionner la structure en fonction du matériau disponible. Le développement d'outils permettant la prévision des caractéristiques du béton en fonction de la formulation répond à cette perspective, dont font partie la prévision des déformations (def. instantanées, retrait, fluage). En dehors de cet objectif à moyen terme, le calcul des déformations en fonction de la formulation a déjà des applications. Dans la phase préparatoire précédant la construction d'un ouvrage, la sélection des composants du BHP, et leurs dosages, est une opération complexe, qui serait fastidieuse sans modèles

de calcul des caractéristiques (consistance, résistance, compacité, etc.). La possibilité d'évaluer les déformations en fonction des composants et des dosages réduit en même temps de manière très importante le nombre des essais préliminaires. Ce serait déjà un moyen de rendre accessible ce matériau à certains ouvrages courants (pont de moyenne portée par exemple).

Concernant l'application des modèles de déformations aux structures, les exemples précédents ont ce point commun qu'ils nécessitent la connaissance du noyau de fluage des BHP, c'est à dire de la fonction de fluage obtenue pour une contrainte constante. L'établissement, pour les BHP, de ces fonctions et de celles de retrait, représente donc la première étape, d'un travail de modélisation, plus général, du fluage des BHP.

Le présent travail répond en partie à ces besoins. On s'intéresse d'abord à l'étude de la variation des déformations en fonction de la formulation du BHP. On a étudié plus précisément l'évolution du module, du retrait endogène, et du fluage propre. On s'est limité aux déformations obtenues sans échange avec le milieu extérieur, car ce sont celles qui sont intrinsèques au matériau, et c'est donc par ces phénomènes qu'il est logique de commencer. Une campagne d'essais a été menée pour la modélisation, sur 11 bétons, de résistance comprise entre 45 et 100 MPa, ainsi que sur pâte pure (chap. 2). Après la synthèse bibliographique (chap.1), qui fait le point sur les connaissances des déformations différées des BHP, et en particulier sur la modélisation des déformations, on utilise une approche par homogénéisation pour le calcul du module (chap. 3), de l'amplitude à moyen terme du fluage propre (chap. 4), et de l'amplitude finale du retrait endogène (chap. 5). Enfin, on développe un modèle simplifié, s'appliquant au BHP, prenant en compte un nombre limité de paramètres (chap. 6). Ce modèle décrit les évolutions du retrait endogène et de dessiccation, du fluage propre et de dessiccation. Ce dernier travail a été effectué dans le cadre du groupe "Connaissance et utilisation des BHP" de l'AFREM (Association Française pour l'Etude et la Recherche sur les Matériaux et les Structures).

Chapitre 1

Synthèse bibliographique

Table des matières

Plan du chapitre 14
1 Les déformations des bétons 15
1.1 Définitions 15
Les variations dimensionnelles spontanées 15
les déformations provoquées par un chargement 15
1.2 Les déformations spontanées 18
Le retrait thermique 18
Le retrait endogène (RE) 18
Le retrait de dessiccation (RD) 21
1.3 Le fluage 27
Le fluage propre (FP) 27
Le fluage de dessiccation (FD) 31
Comportement rhéologique du béton sous charge 34
2 Les bétons à hautes performances (BHP) 38
2.1 Obtention des hautes résistances 38
2.2 Les constituants spécifiques aux BHP : leurs rôles et les dosages 40
Les granulats : nature et caractéristiques mécaniques 40
Les ciments 40
Les superplastifiants 41
Les ultrafines 43
2.3 Spécificité de la microstructure des BHP 46
Microstructure des pâtes de ciments à hautes performances 46
Auréole de transition 50
Rôle de la fumée de silice dans le processus de durcissement 50
2.4 Développement industriel des BHP 50
3 Déformations des BHP : les tendances 52
3.1 Déformations instantanées 52
Courbe contrainte - déformation en compression 52
Prévision du module en fonction de la formulation 52
3.2 Les retraits des BHP 54
Le retrait plastique 54
Le retrait thermique 54
Le retrait endogène (RE) 55
Le retrait de dessiccation (RD) des BHP 57
Influence de la composition sur le retrait endogène et de dessiccation 57
Faut il séparer les déformations dans un modèle simplifié de retrait ? 59
3.3 Le fluage des BHP 63
Le fluage propre des BHP (FP) 63
Le fluage de dessiccation (FD) des BHP 64
Modèles de fluage prenant en compte la composition du matériau 64
4 Conclusions 67
5 Références bibliographiques 68

Plan du chapitre

Dans cette synthèse bibliographique, on définit dans un premier temps les différentes déformations classiques que peuvt subir un béton en tant que matériau de structures. Cela va nous permettre de faire le point sur les connaissances générales dans ce domaine. Dans la deuxième partie, consacrée aux bétons à hautes performances (BHP), on présente successivement les constituants, les principales caractéristiques de ce matériau, ses particularités microstructurales, et les propriétés marquantes qui en découlent. La troisième et dernière partie est consacrée aux déformations instantanées et différées des BHP. On abordera qualitativement l'évolution, en fonction de la composition, des déformations des BHP, et on fera le point sur les modèles existants, s'y rapportant.

On a exposé ici les résultats expérimentaux qui nous semblent importants vis à vis de la compréhension des phénomènes ; l'ensemble des données de la littérature, qui ont été utilisées dans ce mémoire, est analysé dans le chapitre 6.

1 Les déformations des bétons

1.1 Définitions

Les variations dimensionnelles spontanées

- Le durcissement de la pâte de ciment s'accompagne de variations dimensionnelles qui apparaissent dès les premières réactions chimiques, et qui peuvent être au cours des premières heures un gonflement, mais qui se traduisent presque toujours par un volume apparent final décroissant. Nous appellerons ce type de déformation le **retrait endogène (ou d'auto-dessiccation, ou d'hydratation)**.
- La réaction chimique de l'eau avec les composants du ciment est exothermique. Selon les conditions aux limites et la taille des pièce, cette chaleur peut diffuser "rapidement" sans provoquer d'élévation notable de température du matériau, ou bien occasionner un réchauffement temporaire de celui-ci. Lorsque la température ambiante est inférieure à la température maximale atteinte dans le béton, le retour à l'équilibre occasionne un **retrait thermique,** fonction de l'écart de température et du coefficient de dilatation thermique du matériau[1].
- Outre les phénomènes endogènes, les variations hygrométriques du milieu extérieur provoquent des déformations spontanées du béton, qu'on nomme le **retrait de dessiccation**, ou **retrait de séchage**. Lorsque le degré hygrométrique extérieur est supérieur à celui régnant dans la porosité du matériau, ce qui est le cas la plupart du temps, il s'agit effectivement d'un retrait, mais dans la situation contraire, c'est un gonflement.

les déformations provoquées par un chargement

On distingue les déformations spontanées des déformations provoquées par l'application de contraintes. L'application de contraintes extérieures à un élément de béton lui font subir des déformations instantanées et différées.

Les déformations instantanées, pour un béton sollicité à moins de 60 % de sa résistance, sont réversibles (comportement élastique). La courbe représentative de l'évolution de la contrainte longitudinale en fonction de la déformation longitudinale, dans un essai de compression simple, n'est cependant pas linéaire. Il existe ainsi plusieurs définitions du module instantané, selon que l'on mesure la pente à l'origine de la courbe expérimentale (module tangent), ou la pente de la droite interceptant cette dernière, à une ordonnée fixée, qui est en général 30% de la résistance (module sécant). D'autres méthode existent. Ainsi, un mode opératoire interne au réseau des LPC consiste, pour l'essai de module, à réaliser 4 cycles de chargement (le premier de 0 à 30 % de la résistance, et les autres entre 5 et 30 % de la résistance). Le module est alors la droite ajustée par rapport aux courbes des 3 derniers cycles.

---

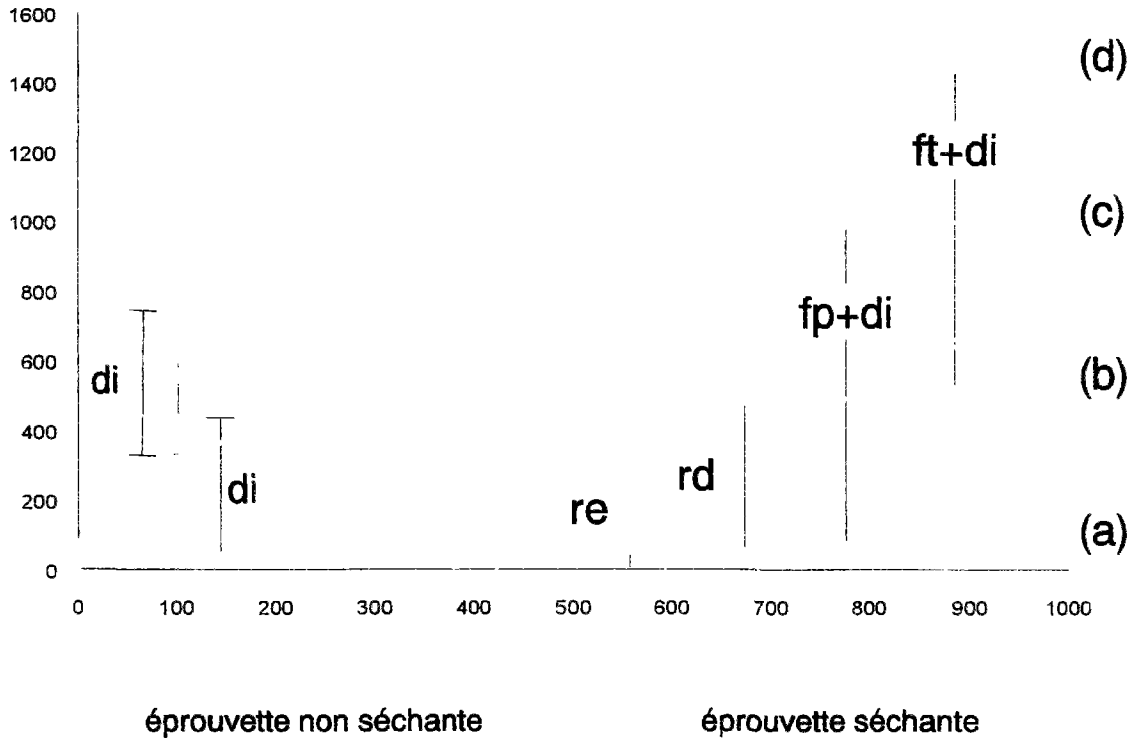
[1]On rappelle que le coefficient de dilatation thermique du béton varie environ de 8.10^{-6}, pour des granulats calcaires, à 13.10^{-6}, pour des granulats siliceux.

Il est généralement admis de diviser les déformations différées en 2 parties :
- la première, appelée **fluage propre**, représente les déformations dues au chargement du matériau, lorsque celui-ci est protégé vis à vis de l'absorption ou de la désorption d'eau ;
- la deuxième partie, appelée **fluage de dessiccation**, est le complément par rapport au fluage propre de la part de déformation due au chargement, lorsque le matériau est exposé aux variations hydriques du milieu extérieur.

Ces définitions sont maintenant couramment utilisées. Cela veut dire que l'on peut isoler chacune de ces déformations par des essais spécifiques comme le montre la figure 1-1. La déformation totale à chaque instant, qui se dérive à partir d'un champ de déplacement mesurable, est par définition la somme de la déformation élastique, et des différentes déformations différées, conformément à la formule 1-1.

$$\varepsilon_{tot} = \varepsilon_e + \varepsilon_{th} + \varepsilon_{re} + \varepsilon_{rd} + \varepsilon_{fp} + \varepsilon_{fd} \qquad (1\text{-}1)$$

avec :
- ε_e déformation élastique
- ε_{th} retrait thermique
- ε_{re} retrait endogène
- ε_{rd} retrait de dessiccation
- ε_{fp} fluage propre
- ε_{fd} fluage de dessiccation



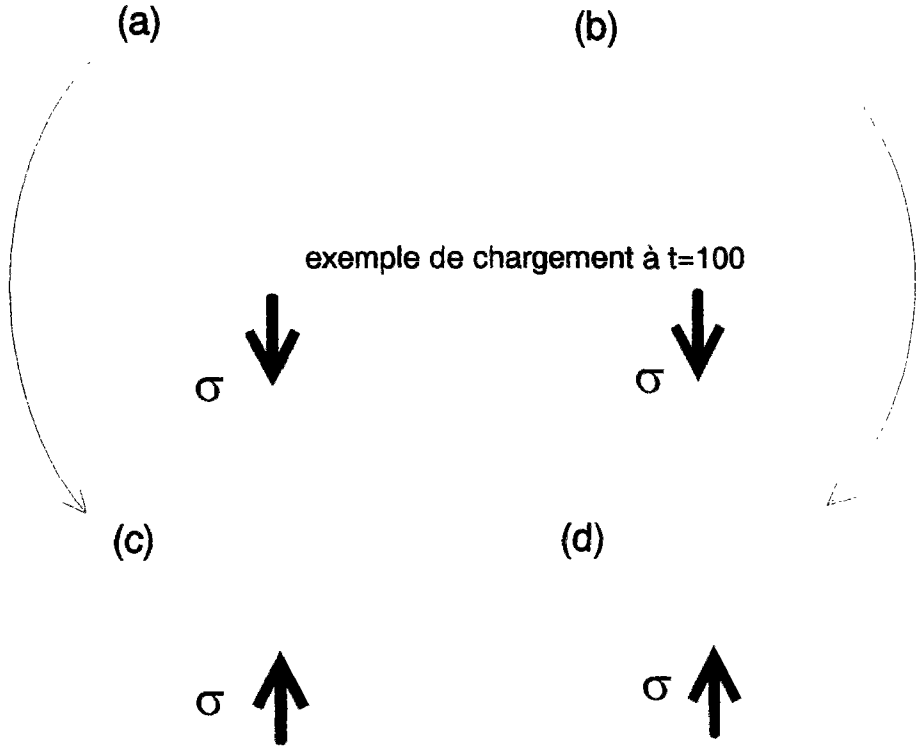


Figure 1-1 : déformations de retrait et de fluage en fonction du temps. Le fluage de dessiccation (fd) n'est pas directement accessible sur le graphique. fd=d-b-(c+a).
re : retrait endogène ; rd : retrait de dessiccation ; fp : fluage propre ; ft : fluage total ; fd : fluage de dessiccation.
fd = (ft+di)-(fp+di)-re-rd = d-b-(c+a).

1.2 Les déformations spontanées

Le retrait thermique

Le dégagement de chaleur occasionné par la réaction d'hydratation est comprise environ entre 150 et 350 J/g de ciment. L'exothermie engendre une élévation de la température par rapport à la température initiale ; cette élévation peut atteindre 50 °C et plus en conditions adiabatiques. Elle est dépendante de la composition du ciment [84]. La chaleur dégagée augmente avec la quantité des phases les plus exothermiques du béton (C_3A et C_3S). L'hydratation de C_3A conduit à un dégagement d'environ 750 J/g, tandis que l'hydratation de C_3S à 500 J/g environ. L'accroissement de la finesse conduit également à l'augmentation du dégagement de chaleur. Les paramètres de composition agissant sur le retrait thermique sont examinés dans le paragraphe traitant des BHP.
Pour les pièces libres de se déformer, le retrait thermique provoque des fissurations de peau par retrait empêché, dès que les épaisseurs dépassent quelques dizaines de décimètres [5]. Ces fissures sont la conséquence de gradients de contrainte, issus de gradients thermiques, entre la peau qui se refroidit rapidement par diffusion de la chaleur, et le coeur, qui reste pendant plus longtemps à des températures élevées. Pour les zones de reprise de bétonnage, des fissures peuvent être également provoquées par le refroidissement. Elles sont alors traversantes puisque le blocage de ces déformations affecte la totalité de l'épaisseur de l'élément. C'est le cas par exemple pour la reprise de bétonnage de voiles de forte épaisseur [6,2]. Dans la phase de refroidissement de l'élément de structure, le vieillissement est parfois un facteur aggravant de la fissuration. Prenant l'exemple d'une poutre encastrée aux extrémités, constituée d'un matériau élastique non vieillissant, qui subit une élévation de température puis une baisse jusqu'à la température initiale. Des contraintes de compression s'y développent dans la phase montante puis s'annulent lors du retour à la température initiale, car le module n'a pas évolué. Au contraire, pour un béton en cours de durcissement, donc d'un caractère vieillissant, la même expérience va conduire à la création de contraintes de traction lors du retour à la température initiale, celles-ci étant provoquées par une augmentation du module.

Le retrait endogène (RE)

On a écrit ici les explications qui sont maintenant admises sur les origines du retrait endogène et qui ont été notamment abordées dans [34, 74, 2, 113].

<u>Origine et mécanismes du retrait endogène</u>

La cause du retrait endogène est la variation négative du volume absolu du matériau, qui apparaît lors de l'hydratation. Le Chatelier observa (à la fin du siècle dernier) des diminutions du volume absolu de l'ordre de 8 % par rapport aux réactifs [82], et ce phénomène porte son nom. Il observa également, que la diminution du volume absolu de l'ensemble liquide plus solide n'empêche pas une augmentation du volume apparent. Cela est du à la poussée des cristaux, de portlandite ($Ca(OH)_2$). ou d'ettringite (combinaison des sulfates avec le l'aluminate tricalcique) [17]. la valeur de la contraction se situe, pour les ciments Portland actuels, entre 8 et 12 %. Ces variations du volume apparent, entraînées par "la contraction Le Chatelier", sont limitées lorsque le durcissement de la pâte commence. Les contacts entre les hydrates freinent par la

rigidité ainsi créée la poursuite de cette contraction. Cependant la réaction chimique se poursuit pendant très longtemps, et comme elle s'effectue par consommation de l'eau présente dans le réseau poreux, le retrait gêné, décrit précédemment, génère des tractions dans l'eau interstitielle (dépression capillaire), qui provoquent une compression du squelette solide [74]. La dépression provoque ensuite une vaporisation locale, qui participe elle-même à la contraction du squelette solide, grâce aux forces dues à la tension capillaire des membranes, aux interfaces liquide/vapeur. L'intensité de ces forces varie localement en fonction de la taille transversale des pores. Ce processus s'effectue au sein d'un matériau évolutif, car l'hydratation modifie en permanence la porométrie du système.
Finalement le développement de l'autodessiccation évolue vers un séchage progressif des pores de plus en plus petits [74], avec dans les pores non saturés une humidité interne qui baisse progressivement. Cette dernière remarque, s'illustre en énonçant les lois de Kelvin et de Laplace :

- loi de Laplace pour les capillaires cylindriques

$$p_c = p_l - p_m = 2\gamma_{l/g} \cos\theta / r \qquad (1\text{-}2)$$

p_c : dépression capillaire
p_l : pression de l'eau liquide
p_m : pression du mélange gazeux air + vapeur
γ : tension superficielle de l'interface eau/air ($\gamma.\cos\theta$ = 0,0729 N/m)
θ : angle de mouillage
r : rayon du capillaire en supposant qu'il soit cylindrique

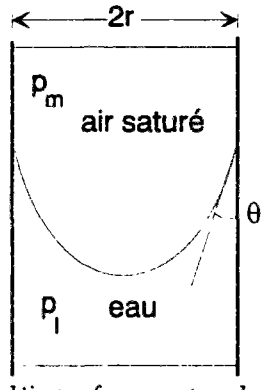


Figure 1-2 : schéma représentant l'interface entre la phase liquide et gazeuse dans un capillaire, définition de l'angle θ.

- loi de Kelvin :
la forme de la loi de Kelvin présentée ici est obtenue dans le cas où l'équilibre des pressions partielles et totale de l'air est atteint, et dans des conditions isothermes. Elle n'est pas valable pour décrire le chemin entre les états initiaux et finaux. Elle s'écrit :

$$p_c = p_l - p_m = \frac{\rho_l RT}{M_v} \ln(h) \qquad (1\text{-}3)$$

expression dans laquelle les constantes sont définies comme suit
R : constante des gaz parfaits (R = 8,3144 J/mol/K)
T : température absolue du milieu (K)
M_v : masse molaire de l'eau (M_v = 18 10^{-3} kg/mol)

ρ_l : volume massique de l'eau (ρ_l = 1000 kg/m^3)
h : humidité relative ($h = (p_v/p_{vs})_{atm}$)

En combinant les 2 lois on trouve une relation entre l'humidité relative et la taille de pores concernés :

$$\frac{2\gamma}{r}\cos\theta = -\frac{\rho_l RT}{M_v}\ln(h) \qquad (1\text{-}4)$$

Pour l'eau, on néglige souvent le terme cosθ, en observant que l'angle θ est petit. Lorsque l'humidité relative interne diminue, la taille des pores partiellement remplis d'eau diminue également en même temps que la dépression capillaire augmente. L'application de la formule (1-4) permet de calculer la taille des pores atteinte pour une hygrométrie donnée, en vérifiant que l'eau est encore "capillaire" et non pas entièrement adsorbée sur les surfaces des pores (cf. § 3.2). L'application numérique de la formule 1-4 donne pour l'eau

$$r(h) = \frac{-10,6637}{\ln(h)} \quad \text{r est calculé en Å et h est sans unité} \qquad (1\text{-}5)$$

• Autres mécanismes envisageables.

Bien que le mécanisme par dépression capillaire permette de prévoir quantitativement le retrait endogène, et que l'on admette couramment maintenant qu'il s'agit du mécanisme principal, il peut être intéressant de présenter brièvement les autres phénomènes physiques envisageables. Ces mécanismes sont décrits dans [34, 74, 113].

• Variation de tension superficielle des solides.

Du fait de la dissymétrie des forces d'attraction que subissent les molécules de la surface d'un corps solide (ou liquide), des variations de distances interatomiques provoquent des tensions à la surface de ce solide. Cette tension superficielle varie en fonction du nombre de couches d'eau adsorbées ; en fait, elle diminue lorsque le nombre de couches adsorbées augmente. Par conséquent dans l'hypothèse où les pores de la pâte de ciment subissent dans le processus d'autodessiccation une diminution du nombre de ces couches adsorbées, l'augmentation de tension superficielle de la phase solide engendrerait alors un retrait. Cette hypothèse n'a pas reçue à ce jour de développement rigoureux, bien qu'il ait été proposé de traiter ce problème empiriquement, au travers d'une relation linéaire entre la part de retrait provoquée par ce phénomène et la variation de tension superficielle de la phase solide [114].

• Variation de la pression disjonctive.

Ce mécanisme est décrit et analysé dans [30]. Il est fondé sur le fait que le nombre de couches d'eau adsorbées dépend de l'humidité relative. Si on augmente l'humidité relative, l'augmentation du nombre de couches a tendance à écarter les surfaces solides qui sont proches (pression de disjonction). Inversement, lors d'un processus de désorption, les parties solides qui subissaient des pressions de disjonction vont se rapprocher et provoquer ainsi un retrait. Ce mécanisme n'a pas pour l'instant été invoqué pour prévoir quantitativement le retrait endogène de la pâte de ciment.

Développement du retrait endogène

Le phénomène est fonction de la maturité puisqu'il se développe grâce à la contraction Le Chatelier, qui est elle même la conséquence directe de l'hydratation. Une définition de la maturité de la pâte de ciment est le rapport, à un temps donné, de la quantité d'eau effectivement consommée, à celle consommée pour l'hydratation totale du ciment. Des travaux théoriques récents [111], fondés sur une approche thermodynamique, ont démontré qu'il existe une relation, entre le retrait endogène de la pâte de ciment et le degré d'hydratation, du type :

$$\varepsilon_{re} = \beta(x)x \qquad (1\text{-}6)$$

où x est le degré d'hydratation et $\beta(x)$ un coefficient qui dépend de x, et que l'on peut en première approche prendre constant : $\beta(x)=\beta$.

Conséquences du RE sur le comportement des structures

Le retrait endogène agit de manière homogène au sein du matériau ; s'il est empêché dans une direction (poutre ancré à deux extrémités par exemple), il produira des contraintes de traction uniformes dans la section perpendiculaire au déplacement empêché. Le béton fissure à des déformations voisines de 150 10^{-6}. Une fissuration pourra se produire si la déformation de retrait endogène dépasse cette valeur, et affectera toute la section (fissuration de bloc [6]). Il est bien entendu que la présence d'acier diminue de manière significative le retrait macroscopique des pièces [67], et que la relaxation des contraintes dans le béton limite aussi la fissuration.

Le retrait de dessiccation (RD)

Mécanismes

L'Hermite et Mamillan [77] ont effectué, grâce à des sondes capacitives insérées dans le béton, des mesures de teneur en eau (fig. 1-3) en fonction de la profondeur, pour un échantillon dont l'une des faces pouvait sécher. Ils ont ainsi mis en évidence les gradients de teneur en eau qui accompagnent le retrait de dessiccation. Celui-ci résulte en effet d'un déséquilibre hygrométrique entre le béton et le milieu extérieur. Dans le cas où l'humidité relative extérieure est inférieure à celle interne, un processus de séchage se déclenche, et génère une diminution de volume. Dans le cas contraire on obtient un gonflement. Les mécanismes induits par le départ de l'eau des pores ont été discutés notamment dans [117] et [113] et regroupent les mécanismes décrits dans le paragraphe précédent. En effet, dans le cas du retrait endogène, la diminution de la quantité d'eau vient de sa consommation par le ciment, alors qu'il s'agit de son départ vers l'extérieur pour le retrait de dessiccation. Les deux mécanismes ont alors les mêmes effets à l'échelle microscopique (dépression capillaire). Ce dernier a été bien expliqué dans [45] et nous trouvons intéressant d'en reproduire ici un extrait traduit en français : "*Soit un échantillon saturé par de l'eau liquide et par un mélange formé de sa vapeur et d'air (sec), ce mélange étant à la pression atmosphérique. L'échantillon est soudain mis en contact avec l'extérieur, contenant le même mélange à la pression atmosphérique, mais d'une humidité relative plus basse que celle régnant initialement dans l'échantillon. Ceci engendre un déséquilibre thermodynamique, l'échantillon échange alors de la vapeur d'eau avec l'extérieur de telle manière que la pression de vapeur dans l'échantillon décroisse, pour se rapprocher de celle de l'extérieur. Pour que l'eau liquide et sa vapeur restent en équilibre, la pression du liquide doit aussi décroître.*

Ceci entraîne une évaporation de l'eau. Puisque la pression du liquide décroît et que la pression du mélange reste constante (atmosphère), la pression capillaire augmente. Le squelette est soumis à des compressions internes de plus en plus fortes qui ont pour effet de contracter l'échantillon : c'est le retrait de dessiccation."

De plus, pour un échantillon donné, on constate une proportionnalité entre le retrait de dessiccation et la perte de masse [34]. Sur la figure 1-4, extraite de [112], la corrélation est traduite pour des pâtes de ciment de rapport e/c = 0,5. La proportionnalité n'est ici valable que dans un domaine de perte inférieure à 15 %, car ensuite la pente s'accentue et le retrait devient plus grand pour une perte donnée. En faisant remarquer qu'une perte de 15 % de la masse totale correspond, pour ce dosage, à une perte de 45 % de l'eau totale, on peut imaginer que le comportement bilinéaire est ici dû à un changement de mécanisme, après que tous les capillaires ont été "vidés". Des essais du même type sur béton ont montré également la proportionnalité entre la déformation macroscopique et la perte en poids, du moins dans un certain domaine [66] (fig. 1-5). La droite de régression ne passe pas ici par l'origine, ce qui est interprété par l'auteur comme une fissuration de peau au début du séchage, qui retarde le début des déformations. Ce phénomène a été également décrit dans [36].

Développement du retrait de dessiccation

Le retrait de dessiccation ayant pour origine une diffusion de la vapeur d'eau, on peut montrer par une analyse dimensionnelle que la variable gérant le processus a la dimension de T/L^2. Il s'avère ainsi que beaucoup de modèles empiriques qui calculent le retrait prennent en compte le rayon moyen, r, de l'élément de structure, par une fonction dont la variable est du type t/r^2. Appliquons par exemple le règlement CEB, dans lequel le modèle donne le retrait total, la cinétique étant décrite par une fonction du type :

$$\left(\frac{t-t_s}{0,035h_0^2+t-t_s}\right)^{0,5}$$

expression dans laquelle :
- $t-t_s$ est la durée du séchage ;
- h_0 est le rayon moyen tel qu'il est défini dans le CEB c'est à dire $h_0 = 2.A_c/u$, où A_c est l'aire de la section soumise au séchage naturel et u le périmètre de cette section.

Appelons x la valeur de cette fonction à un temps de mesure donné, tel que :

$$t-t_s = \frac{0,035h_0^2x^2}{1-x^2}$$

On calcule le temps correspondant à différentes valeurs de x pour une éprouvette 16×32, c'est à dire d'un rayon moyen de 80 mm, ainsi que pour un mur de 20 cm d'épaisseur séchant par ses 2 faces (rayon moyen de 200 mm). Les résultats figurent dans le tableau 1-1 suivant. Ainsi, une structure courante en béton ordinaire aura atteint 98 % de son retrait potentiel, après 93 ans, ce qui correspond à 15 ans de mesure sur une éprouvette de 16 cm de diamètre.

valeur de x	0,90	0,95	0,96	0,97	0,98
$t-t_s$ pour h_0 = 80 mm en années	2,6	5,7	7,2	10	15
$t-t_s$ pour h_0 = 200 mm en années	16,4	35,5	49	61	93

Tableau 1-1 : Application du modèle du CEB (applicable aux BO) au calcul du temps nécessaire, en années, pour atteindre une fraction x de l'amplitude finale du retrait, pour 2 rayons moyens différents.

Conséquences du retrait de dessiccation sur le comportement des structures

Une des conséquences majeures de cette description est l'existence d'un effet d'échelle du retrait de dessiccation, puisque celui ci est directement lié à la perte d'eau. Si l'amplitude finale n'est théoriquement pas affectée par la taille des pièces, en supposant que celles ci puissent "sécher" totalement, la cinétique est d'autant plus lente que la pièce de béton est de forte épaisseur [2] (fig. 1-6). Comme le séchage est non uniforme dans le volume de l'échantillon, cette variation dans l'espace du degré hygrométrique interne est responsable de gradients de contraintes, mis en évidence dans [4], qui génèrent des tractions en peau et des compressions à coeur. Ces gradients conduisent la plupart du temps à des fissurations de peau [6, 21] (fig. 1-7).

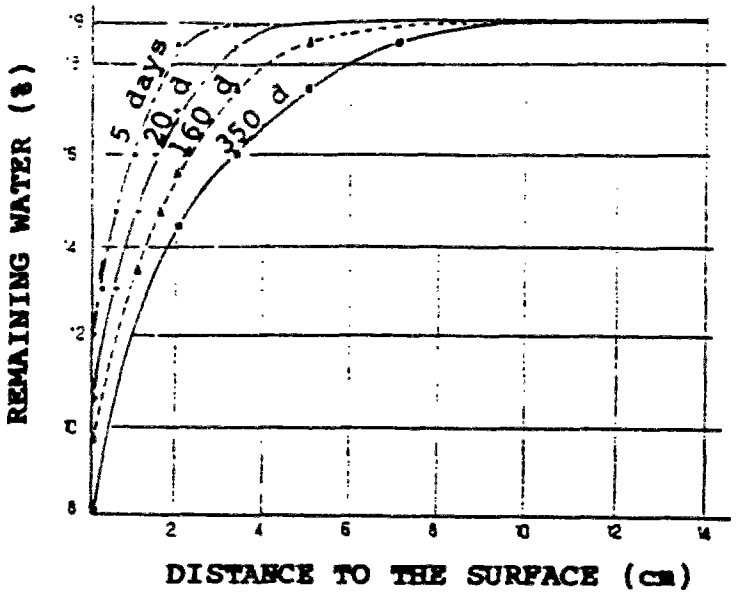


Figure 1-3 : distribution de la teneur en eau dans un échantillon de béton [77]

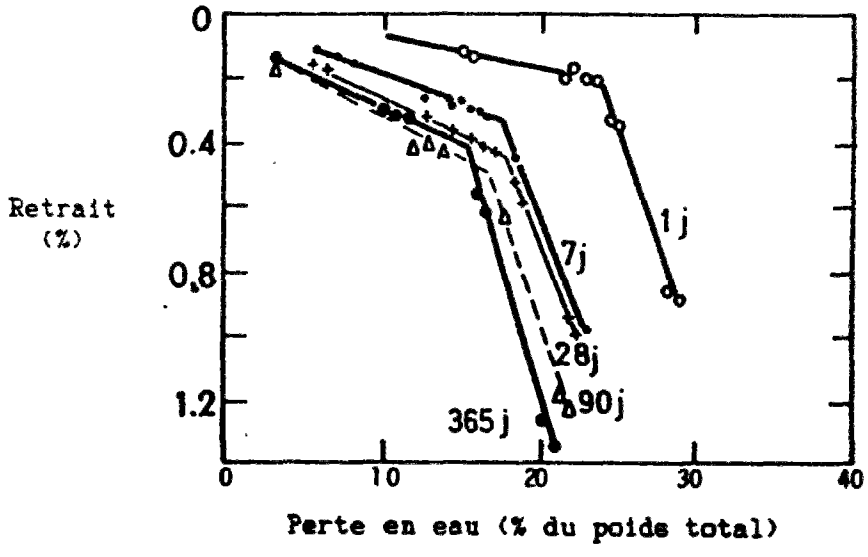


Figure 1-4 : relation entre le retrait et la perte en poids pour des éprouvettes de pâte de ciment de rapport e/c = 0,5. Graphique de [112] reproduite dans [2].

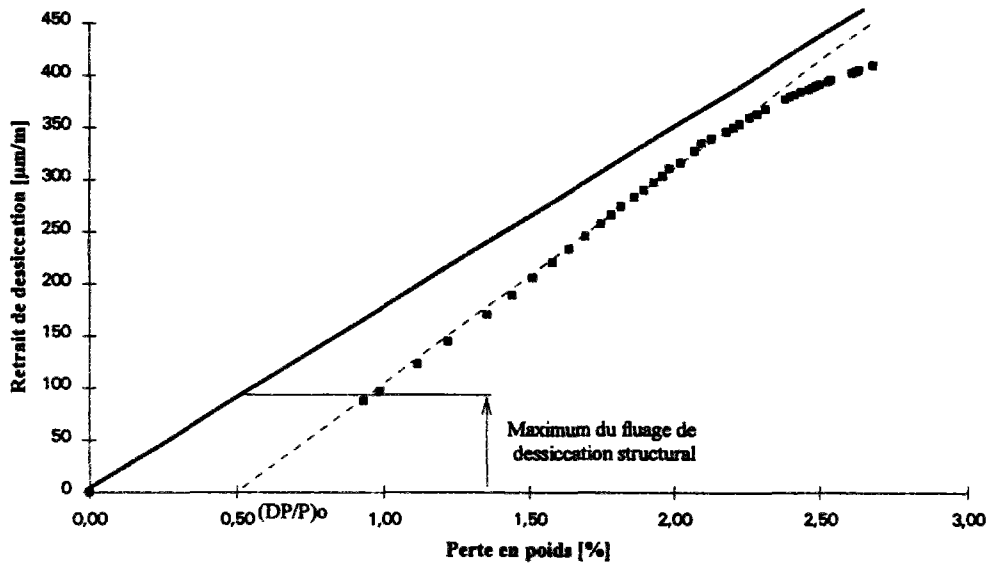


Figure 1-5 : évolution du retrait de dessiccation d'un béton ordinaire en fonction de la perte d'eau de l'éprouvette [66].

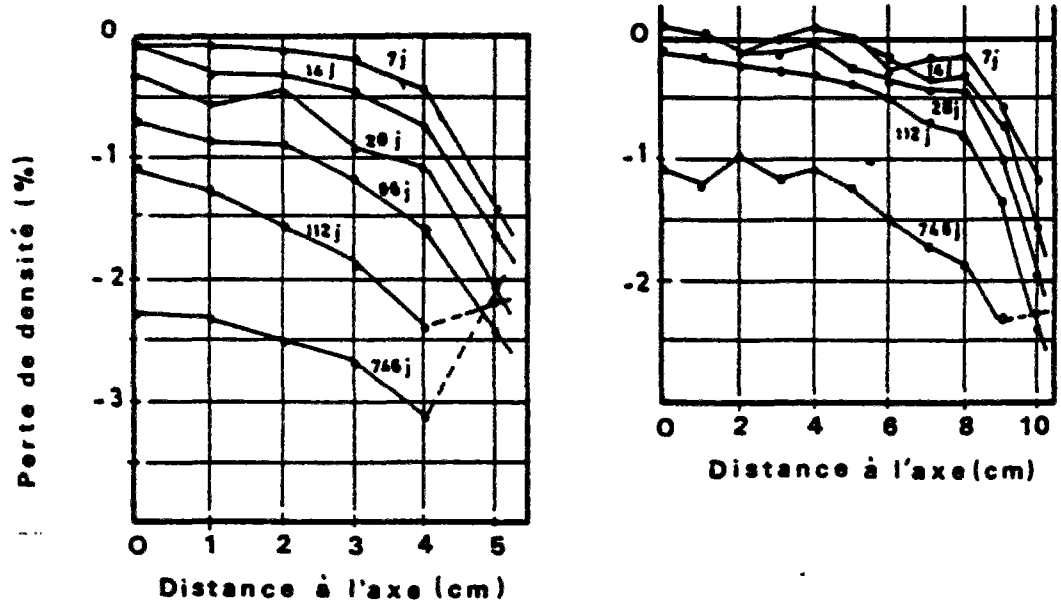


Figure 1-6 : variation de la cinétique de séchage en fonction de la taille des pièces, pour deux éprouvettes cylindriques [2].

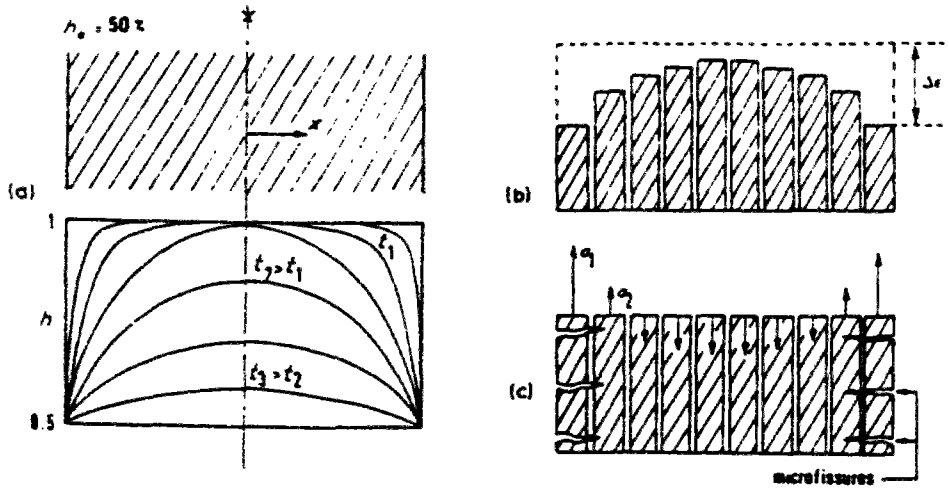


Figure 1-7 : profil type de teneur en eau et fissuration de peau induites, d'après [21].

1.3 Le fluage

Le fluage propre (FP)

Faits expérimentaux concernant le fluage propre.

Quelques résultats d'expériences méritent d'être cités ici, car ils peuvent guider la modélisation.

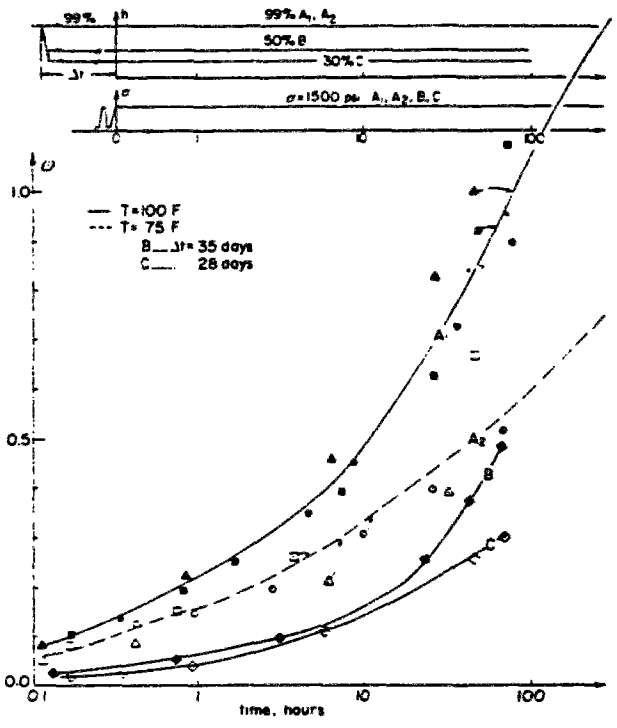
• Fluage propre et humidité interne.

Un béton "sec" ne flue pas. Des expériences de fluage propre sur des bétons matures (maturation pendant 42 jours à 35 °C) ont été réalisés à différentes hygrométries internes du matériau ; ces hygrométries ont été fixées par l'application d'une paroi étanche (résine plus feuille d'aluminium) sur chaque éprouvette après l'opération de séchage [1]. Les éprouvettes avaient une section transversale en forme de "Y", de manière à accélérer le séchage et à le rendre le plus uniforme possible (épaisseur de chaque branche égale à 40 mm). Les éprouvettes ont été réalisées à partir de moules de dimensions 16*100 cm dans lesquelles des masques ont permis l'obtention de la section à 3 branches. Ces essais ont montré que le fluage propre est d'autant plus faible que le degré hygrométrique interne du matériau est faible. Dans le cas limite, un des bétons ayant été amené à un état d'hygrométrie interne de 50% n'a produit aucun fluage.

Par ailleurs des essais à différentes hygrométries ont été réalisés sur pâte pure (de rapport eau sur ciment en masse de 0,45) [22]. Les résultats montrent que le fluage se développe d'autant plus vite et l'amplitude est d'autant plus grande que le matériau est maintenu à une hygrométrie élevée (fig. 1-8). Là aussi, la forme des éprouvettes (cylindres creux de 0,7 mm d'épaisseur, de diamètre extérieur de 15 mm, et de 92 mm de hauteur) a été étudiée pour accélérer le processus de séchage tout en limitant les contraintes d'origine hydrique, la faible épaisseur diminuant fortement le risque de fissuration par gradients de teneur en eau.

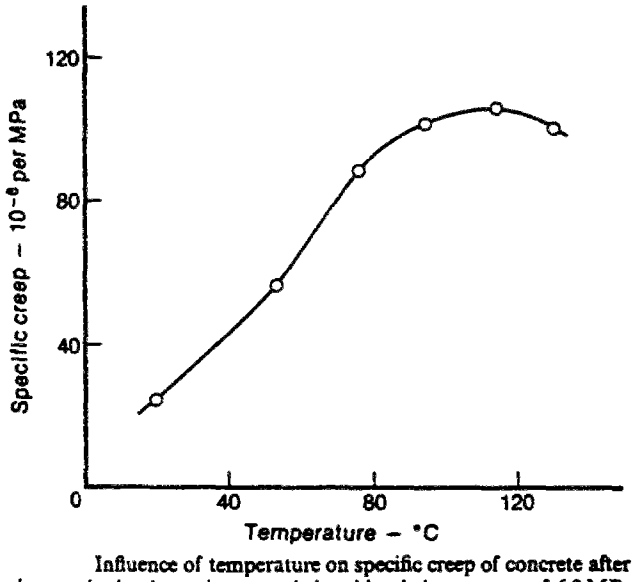
• Effets de la température

La vitesse de développement du fluage propre et son intensité sont augmentées lorsque la température augmente. Sur la figure 1-9 extraite de [92], on remarque une forte augmentation de l'amplitude du fluage en fonction de la température du matériau. Tous les résultats expérimentaux vont dans le même sens et sont bien détaillés dans [92]. Les cycles de température ont également des effets d'augmentation de l'amplitude [75], par rapport à la température moyenne du cycle. Pour les structures courantes il est admis que les cycles climatiques n'ont pas d'influence notable sur le fluage [75], du fait sans doute de la plus grande épaisseur des pièces par rapport aux échantillons de laboratoire, et des cycles thermiques plus lents et moins intenses.



— Axial creep at various humidities after predrying ($10^6\ \varepsilon_{0z}$ for A_1...675. A_2...645. B...623. C...703: curves A_1 and A_2 are averages from 3 specimens each).

Figure 1-8 : Développement du fluage de pâte de ciment testées à différentes hygrométries d'après [22].



Influence of temperature on specific creep of concrete after 80 days under load; specimens sealed and loaded to a stress of 6.9 MPa at the age of 10 days.[16]

Figure 1-9 : évolution de l'amplitude de fluage propre en fonction de la température du matériau [92].

• Vieillissement

Le fluage propre du béton a un caractère vieillissant. Le durcissement du béton agit sur le comportement en fluage, comme il agit sur la variation du module, c'est à dire que le fluage est réduit quand l'âge de chargement augmente [75, 80, 92] comme le montre schématiquement la figure 1-10.

La plupart des modèles de fluage prennent en compte l'effet du vieillissement sur le fluage, par l'intermédiaire d'une fonction décroissante du temps, qui intervient en produit dans le terme d'amplitude. Certaines approches plus physiques proposent un modèle dans lequel la maturité intervient dans l'amplitude du fluage propre. Dans [38], la maturité est quantifiée par la résistance relative, et le coefficient de fluage, exprimé par le rapport de la déformation spécifique de fluage à l'infini à la déformation instantanée, s'écrit :

$$\varphi_{t_1} = \frac{\varepsilon_{flu\infty}}{\dfrac{\sigma}{E_i(t_1)}} = \frac{1+a}{\dfrac{f_c(t_1)}{f_{c28}} + a} \quad \text{avec } a = 0{,}17$$

où $\varepsilon_{flu\infty}$ est la déformation de fluage propre extrapolée à l'infini, σ la contrainte appliquée, $E_i(t_1)$ le module instantané au moment du chargement t_1, $f_c(t_1)$ et f_{c28} respectivement la résistance en compression au moment du chargement et à 28 jours.

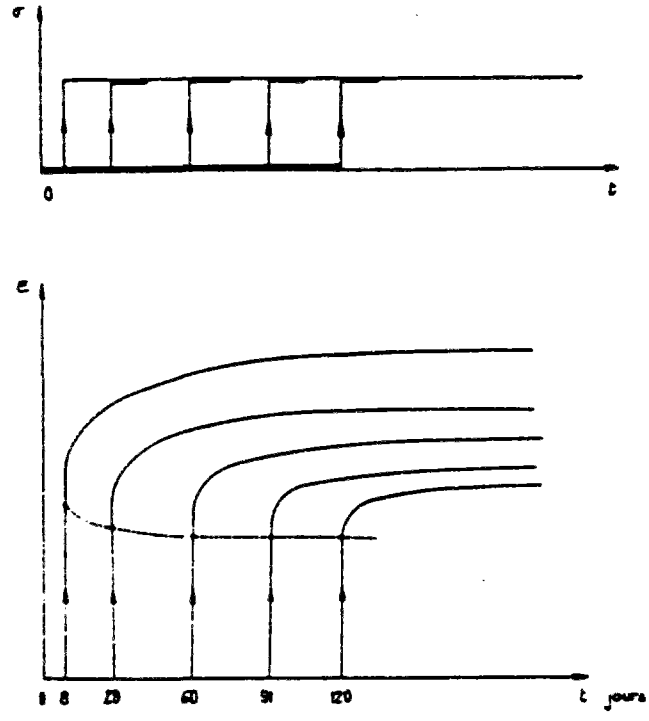


Figure 1-10 : fluage du béton pour différents âges de chargement. L'amplitude du fluage diminue lorsque l'âge de chargement augmente.

Résumé des mécanismes qui seraient à l'origine du fluage propre

Les origines physiques du fluage ne sont pas bien établies. Malgré de nombreuses hypothèses émises, aucune d'entre elles ne s'est imposée, et cela est dû sans aucun doute à la difficulté de modéliser le comportement macroscopique à partir des phénomènes à l'échelle microscopique. Les différents mécanismes possibles sont présentés dans [92, 117]. On distingue deux familles de phénomènes, d'une part, ceux liés à des microcisaillements de la matrice de ciment, d'autre part, ceux liés à des transferts de matière :

- dans la première catégorie, il s'agit de cisaillement entre les lamelles du gel de silicate de calcium hydraté (C-S-H). C'est un mécanisme qui s'apparente aux dislocations dans les métaux, si, par analogie, les feuillets de C-S-H du ciment jouent le même rôle que les cristaux métalliques. Il a été aussi proposé que les lamelles de C-S-H subissent elles-mêmes des dislocations sous l'action des contraintes ;
- dans la deuxième catégorie (transferts de matière), on peut noter principalement les phénomènes liés, d'une part, aux pressions de disjonction entre deux surfaces de solide voisines [30] (fig. 1-11), et d'autre part à des pressions de dissolution [29]. En ce qui concerne le premier mécanisme, les molécules d'eau adsorbées qui repoussent les surfaces solides diffuseraient sous l'action de contraintes, qui provoquent un déséquilibre de l'énergie libre. Dans le second il y aurait une dissolution, causée par les contraintes, des hydrates dans le milieu interstitiel, qui iraient se déposer dans des zones moins chargées.

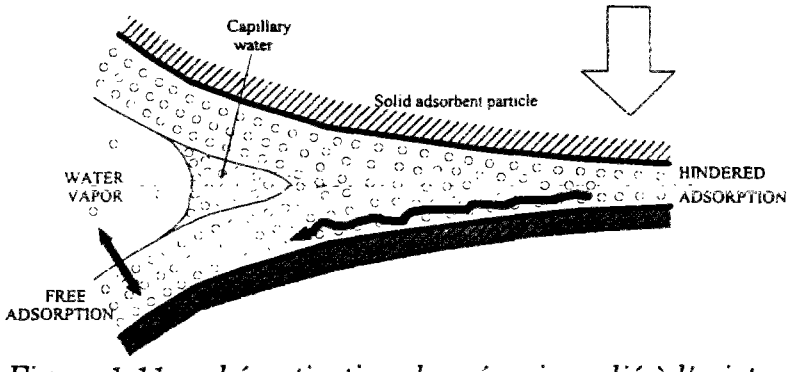


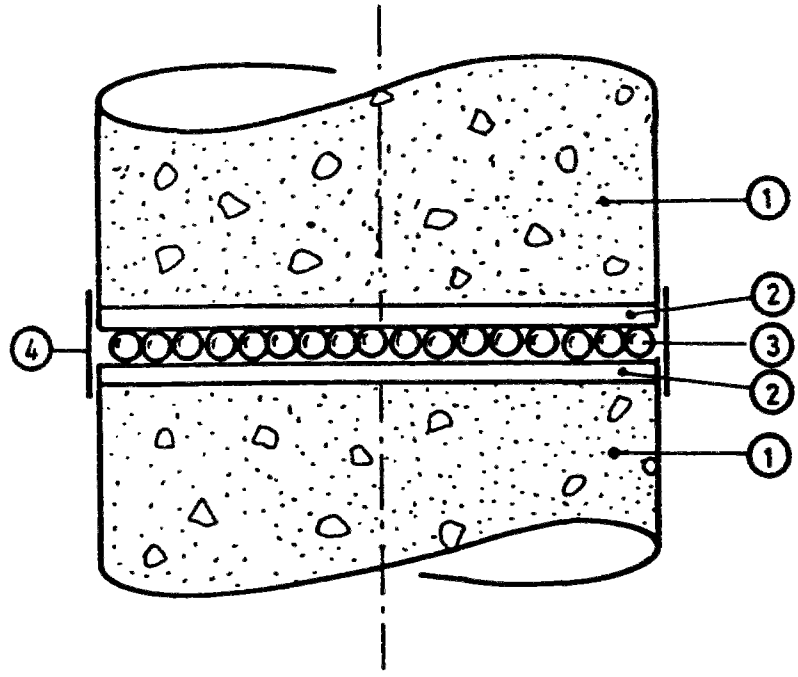
Figure 1-11 : schématisation du mécanisme lié à l'existence d'une pression de disjonction. Les molécules adsorbées diffusent vers des zones non contraintes [30].

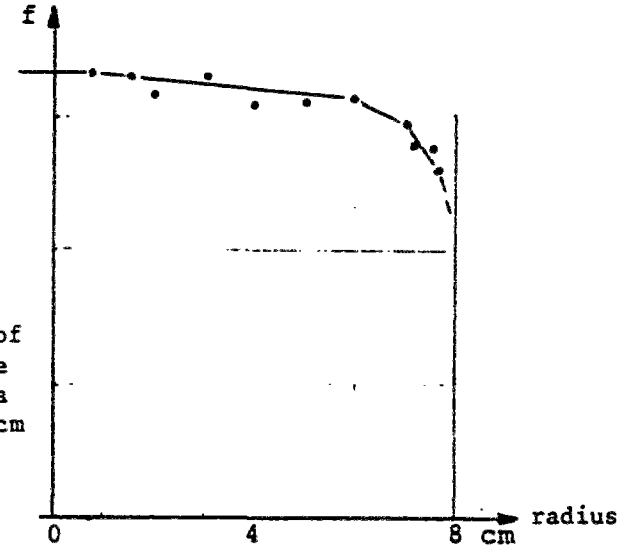
Le fluage de dessiccation (FD)

Faits expérimentaux concernant le fluage de dessiccation.

• Mise en évidence des gradients de contraintes

Les gradients d'humidité au sein des sections de béton en cours de séchage ont été mis en évidence expérimentalement dans [77] (fig. 1-3). Les gradients de contrainte engendrés ont été observés dans [4] grâce à une expérience tout à fait originale. Le schéma de principe de l'expérience est représenté sur la figure 1-12. L'éprouvette cylindrique de béton est scindée en 2 parties, entre lesquelles un système de 2 plaques d'acier, encadrant un lit de billes d'acier de haute dureté, a été disposé. Après 12 jours d'essai, la mesure de la largeur d'empreintes qu'a laissé chaque bille sur les plaques d'acier, largeur qui est proportionnelle à la sollicitation, a permis de mettre en évidence la répartition des contraintes de compression en valeurs relatives (fig. 1-12). On remarque ainsi que ces contraintes diminuent à l'approche des bords, malgré l'action extérieure uniforme sur les faces planes du cylindre.



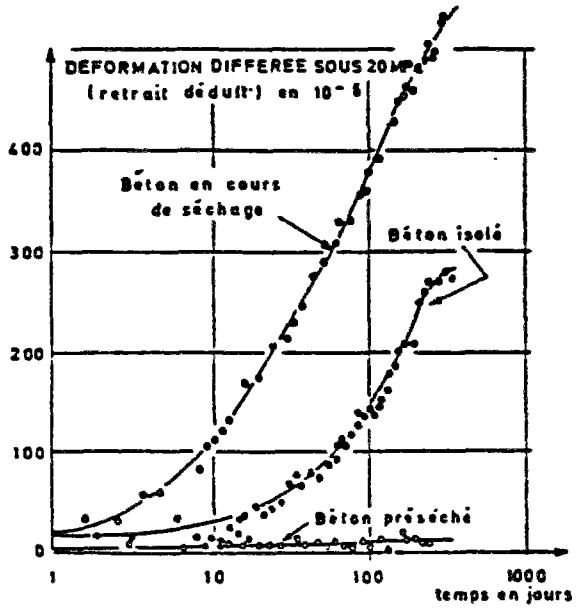


Distribution of stresses measured by the ball imprint method in a concrete cylinder of 8-cm radius after 12 days of loading

Figure 1-12 : dispositif pour mesurer les gradients de contraintes dans un essai de fluage de dessiccation [4], et répartition relative des contraintes de compression mesurée dans la section de l'éprouvette.

• Un fait remarquable

Dans [1] ont été effectués des essais de fluage sur trois éprouvettes d'un même béton, de même maturité, par ailleurs très élevée. Le premier est isolé hydriquement (fluage propre), le suivant mis en équilibre à 50% HR avant essai (béton sec), et le dernier en cours de séchage pendant l'essai (fluage total = fluage propre + fluage de dessiccation). Les résultats sont sur la figure 1-13 et montrent un fait très important. Alors que le béton sec ne flue pas, comme on l'a dit précédemment, l'éprouvette en cours de séchage flue bien plus que l'éprouvette protégée, qui reste quant à elle à une hygrométrie élevée (malgré l'autodessiccation qui fait chuter quelque peu le degré hygrométrique interne). Ainsi, dans un essai de fluage avec séchage l'éprouvette passe successivement par des états d'hygrométrie interne, qui auraient tous donné un fluage plus faible s'ils avaient été maintenus constants.



Déformation différée (déformation instantanée et retrait —mesuré sur une éprouvette-témoin— déduits) de trois éprouvettes de béton de même fabrication, chargées à 42 jours sous 20-MPa, qui sont respectivement :
- non traitée (séchage naturel à 20°C et 50% H.R.)
- rendue étanche dès le démoulage par enduction de résine
- séchée pendant 35 jours à 40°C et rendue étanche avant essai [Abiar 86].

Figure 1-13 : fluage à degrés hygrométriques constant et variable [1].

Mécanismes.
Le fluage de dessiccation est la part supplémentaire de déformation par rapport au fluage propre, lorsque l'éprouvette testée subit une dessiccation. Un mécanisme a été proposé dans [115, 116] et consiste à considérer le fluage de dessiccation comme un supplément de retrait. En effet, la fissuration de peau du béton constatée par ailleurs dans un essai de retrait de dessiccation, et qui limitait l'amplitude des déformations, n'apparaît plus, quand on comprime le matériau par un effort extérieur[2]. Selon cette théorie, ce retrait supplémentaire se développe donc avec une vitesse qui dépend de la taille des pièces, et il est clair qu'il aura d'autant plus d'importance que celles-ci sont petites. On observe donc un effet de structure.

[2]qui génère des contraintes de compression supérieures aux contraintes de traction de la peau du béton.

Pourtant le mécanisme du "retrait supplémentaire" n'explique pas la totalité de l'amplitude des déformations [2, 36], et cela a conduit certains auteurs à ajouter au mécanisme précédent un fluage de dessiccation intrinsèque [66, 20], qui est indépendant de la taille des pièces. Remarquons toutefois que cette démarche n'est pas guidée par un mécanisme physique connu.

Comportement rhéologique du béton sous charge

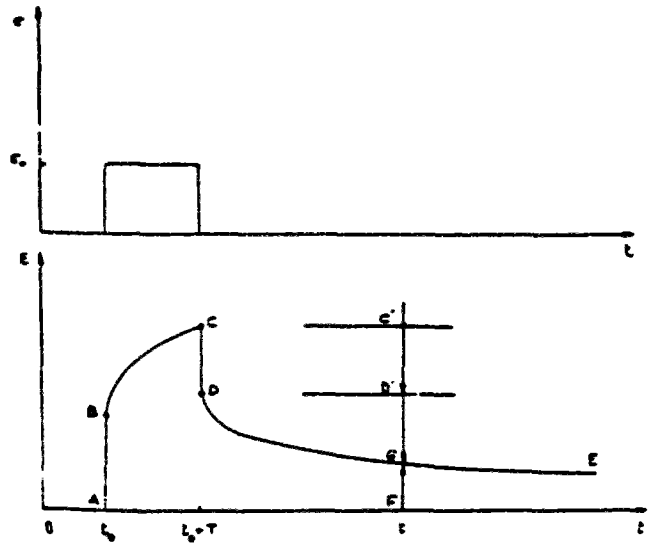
Comportement viscoélastique.

Lorsque les variations de température d'un béton mature sont faibles[3] et que les variations de contraintes sont positives (augmentation) ou faiblement décroissantes, **la viscoélasticité linéaire** (VEL) est bien adaptée à la prise en compte du fluage dans les structures [75]. La VEL est présentée brièvement dans le chapitre 4, mais on peut se reporter à la référence [104] pour une présentation plus détaillée. Un certain nombre de modèles appliqués à l'analyse du fluage des structures, et fondées sur la VEL sont présentés dans [19]. L'application de la VEL revient dans la pratique à appliquer le principe de superposition tel qu'il est présenté dans le code BPEL (béton précontraint aux états limites) [101] et dont on peut voir un résumé dans la figure 1-15. Pour des baisses de contrainte importantes l'application de la VEL surestime de manière importante la recouvrance. La recouvrance est définie sur la figure 1-14 et correspond à une certaine reprise des déformations réalisées par fluage, lors d'une diminution des contraintes de compression. Plusieurs explications sont proposées pour cette surestimation. Dans [62] une libération progressive (par fluage de la pâte en traction) de l'énergie élastique emmagasinée dans les granulats est proposée, mais non vérifiée. Le comportement vieillissant du matériau peut aussi expliquer des fortes réductions de la recouvrance [75]. Pour les calculs de structure, il est cependant toujours proposé, à part pour le modèle incrémental présenté plus loin, d'utiliser des méthodes approchées, pour la prise en compte d'un déchargement important (BPEL 91 [101]).

Il existe également une méthode de calcul qui peut se substituer au modèle VEL, pour le calcul de la réponse en déformation d'éléments de structure ayant subi des contraintes variables dans le temps. Il s'agit de la **méthode incrémentale** [7] (dont la première version est présenté dans le BPEL 91 [101]), qui est fondée sur une relation donnant la vitesse de déformation de fluage en fonction :
- de la valeur de la déformation déjà effectuée ;
- de la contrainte appliquée (qui peut varier dans le temps) ;
- et d'autres paramètres décrivant l'état du béton à l'instant considéré, tels que l'hygrométrie, ou la résistance en compression.

L'utilisation pratique de la méthode consiste à transformer, pour chaque intervalle de temps à l'intérieur duquel la contrainte est constante, l'histoire des sollicitations précédentes, en une sollicitation unique, appliquée depuis un temps que l'on appelle temps équivalent de chargement. L'un des intérêts de cette modélisation est de pouvoir prendre en compte des variables locales telles que la température ou le degré hygrométrique, ce qui facilite les calculs aux éléments finis [3].

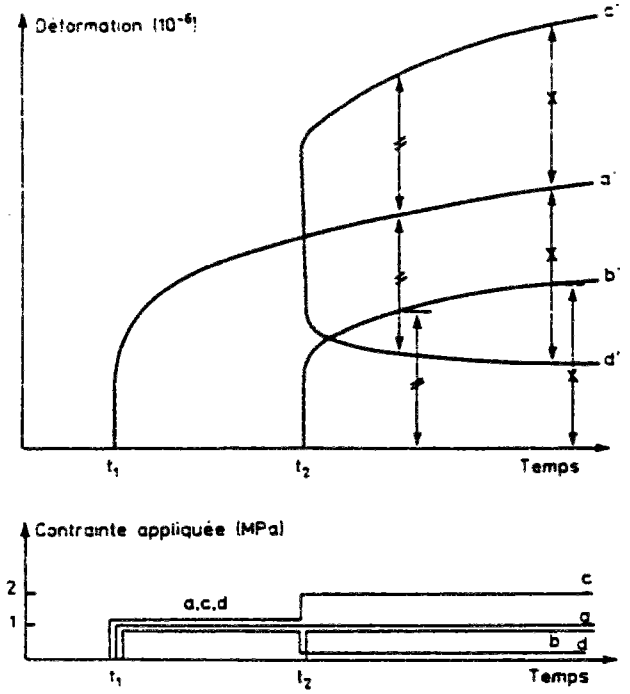
[3]les variations saisonnières ou journalières entrent dans ce cadre.



Comportement après décharge.

La contrainte σ_0 appliquée à l'instant t_0 est maintenue constante jusqu'à $t_0 + T$ et ramenée alors à zéro par décharge de l'éprouvette.
La déformation obtenue en réponse à cette histoire du chargement comporte :
— une partie instantanée AB
— une branche de fluage BC
— une recouvrance instantanée CD
— une branche de recouvrance différée DE
A un instant $t > t_0 + T$, la déformation FG obtenue est nommée déformation résiduelle. Si elle tend vers zéro quand t tend vers l'infini, on dit que la recouvrance est totale. Sinon, il y a déformation permanente (ce qui est le cas pour le béton, notamment du fait du vieillissement).

Figure 1-14 : définition de la recouvrance (extrait de [75]).



— **Principe de superposition.**

Dans le cas d'une compression simple appliquée en deux paliers (fonction *c*), résultant de la superposition de deux chargements élémentaires (*a* et *b*), le principe de superposition consiste à dire que la réponse en déformation (*c'*) est celle qui s'obtient par l'addition (algébrique) des deux fonctions du temps (*a'* et *b'*) qui représentent les réponses, en déformation, à chacun de ces chargements élémentaires (lesquels sont donnés par le « noyau de flûage »). Pour être utilisable dans les calculs d'effets structuraux (voir fig. 2), ce principe doit s'appliquer indépendamment du signe de la variation de contrainte : en cas de déchargement total (*d*), on doit obtenir la déformation $d' = a' - b'$.

Figure 1-15 : schématisation du principe de superposition (extrait de [7]).

Proportionnalité par rapport aux contraintes appliquées.

Il existe une limite des sollicitation au dessus de laquelle on ne peut plus utiliser la VEL. On constate ainsi expérimentalement [92] que le maintien de contraintes de compression avoisinant 85% de la résistance du béton conduit à la rupture au bout de quelque temps. Il y a alors accélération du fluage à contrainte constante. En dessous de ce cas extrême, la limite de proportionnalité varie selon les auteurs et les expériences [92] entre 30% (!) et 75% de la résistance. Cette limite de linéarité est dépendante d'un grand nombre de facteurs, comme la maturité du béton au moment du chargement, la durée du chargement, le degré hygrométrique ambiant (fissures de retrait), l'homogénéité du matériau etc.

Quoi qu'il en soit, l'hypothèse de linéarité par rapport à la contrainte est adoptée dans le BPEL pour des contraintes inférieures à 70% de la résistance caractéristique.

Remarques sur la décomposition des déformations de fluage

Le fluage propre est obtenu, comme il a été dit, lors d'un essai sans échange d'humidité, mais comme il diminue en fonction de la teneur en eau de l'échantillon [1], il va continûment varier au cours d'un essai de fluage avec dessiccation. La soustraction au fluage total, du fluage propre obtenu pour une éprouvette dont le degré hygrométrique est maintenu constant (après autodessiccation), n'a donc pas de sens physique [2]. . En procédant comme dans la formule 1-1, on atteint donc ainsi une valeur par défaut du fluage de dessiccation. Cela reste néanmoins pour l'instant la seule solution, qu'on accepte pour l'instant comme une convention, puisque l'on n'a aucun moyen de quantifier l'évolution du fluage propre en cours d'essai.

2 Les bétons à hautes performances (BHP)

Les bétons à hautes performances sont des bétons hydrauliques dont la résistance caractéristique en compression à 28 jours est supérieure à 50 MPa. Au delà de 80 MPa, on parle plutôt de bétons à très hautes performances (BTHP). Cette définition est toutefois arbitraire, et elle change selon les pays ou même les auteurs.

2.1 Obtention des hautes résistances

L'obtention des hautes résistances, s'obtient en recherchant une compacité optimale du matériau [91] (fig. 1-16 extraite de [103]). La recherche d'un minimum de vides dans un béton, ne subissant aucun traitement particulier (ni en température, ni en pression), conduit dans la pratique à minimiser le rapport pondéral eau sur liant [46], comme l'avait déjà proposé Féret à la fin du siècle dernier. Cette idée n'est donc pas nouvelle mais on aboutissait rapidement à des limites de mise en oeuvre, et même avec des moyens très puissants, l'augmentation du volume d'air occlus, dans les bétons et mortiers trop raides, limitait rapidement les performances mécaniques, par accroissement de la porosité.

Cependant, les adjuvants sont apparus, permettant de réduire le dosage en eau tout en assurant la mise en oeuvre avec les moyens traditionnels de chantier. L'efficacité de ces produits a progressivement évolué, et actuellement les plus efficaces sont les superplastifiants, dont on présente qualitativement les effets dans le paragraphe suivant. Les fluidifiants constituent le premier pas vers l'obtention des hautes résistances.

L'augmentation de la compacité du squelette solide, pris dans son ensemble, permet également de minimiser le rapport eau sur liant pour une maniabilité donnée du béton [46, 39, 58]. On peut l'accroître en insérant, en plus des constituants traditionnels communs à tous les bétons, des ultrafines [49] dont la plus utilisée est actuellement la fumée de silice. Ainsi fait, on atteint "facilement" des résistances en compression voisines de 110 MPa, correspondant à des rapports de la masse d'eau à celle de ciment de l'ordre de 0,25 et de la masse de silice à celle de ciment de l'ordre de 0,20. L'incorporation d'ultrafines requiert toutefois l'utilisation d'un superplastifiant, pour que leur efficacité soit maximale.

L'augmentation de la résistance en compression s'accompagne de l'accroissement de bien d'autres caractéristiques mécaniques dont on ne va pas faire le détail dans ce mémoire. Le lecteur intéressé par des informations autres que les déformations des BHP pourra se référer à [46, 54]. La résistance en traction est par exemple augmentée mais relativement moins qu'en compression ($f_t/f_c \approx 1/10$ pour un BO, alors que $f_t/f_c \approx 1/20$ pour un BHP). Le comportement en compression fait apparaître sur la courbe contrainte-déformation une partie linéaire plus longue avec une rupture brutale, attestant d'un comportement d'autant plus fragile que la résistance est élevée.

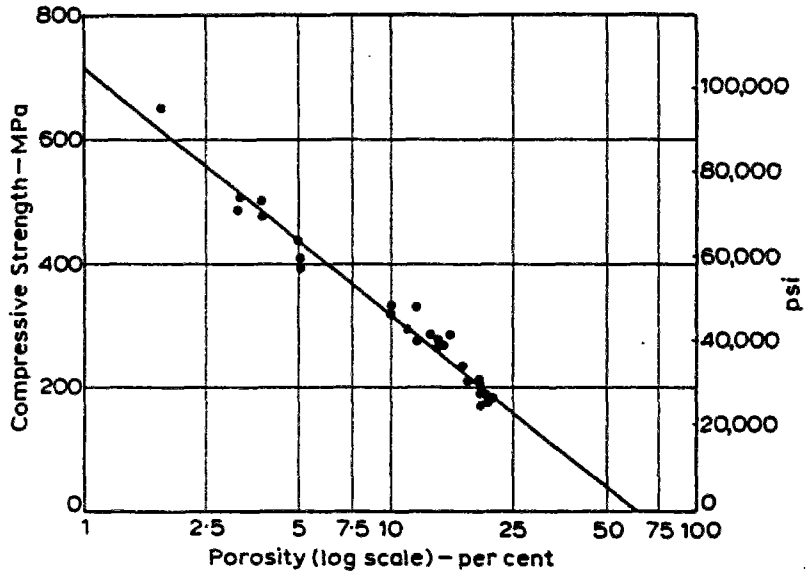


Figure 1-16 : relation entre la porosité et la résistance de pâtes comprimés en cours de prise, et chauffées à différentes températures, [103].

2.2 Les constituants spécifiques aux BHP : leurs rôles et les dosages

Les granulats : nature et caractéristiques mécaniques

Les granulats utilisés pour les bétons à hautes performances ne sont pas a priori différents des granulats pour béton ordinaire, du moins dans les applications Génie Civil. Lorsque l'on cherche des résistances élevées, c'est à dire au dessus de 80 MPa environ, il est préférable de vérifier par des essais que les granulats permettent d'atteindre les performances souhaitées. Cependant le BHP ne se limite plus à des applications en Génie Civil, et ses caractéristiques lui permette d'être utilisé dans des domaines divers. Un exemple est donné dans [11] où on propose une application pour des bâtis de machines-outils. Dans ce cas des granulats très particuliers comme des billes métalliques ont été proposées, dans le but d'améliorer la rigidité du matériau.

En ce qui concerne l'influence du module des granulats sur la résistance des BHP, l'étude [14] conclue au fait de préférer, pour accroître la résistance, des granulats ayant des modules proches de celui de la pâte. Cette condition a pour effet de minimiser les gradients de contrainte dans le matériau et ainsi d'améliorer la résistance du béton. Le granulat idéal aurait en fait une résistance élevée (>100 MPa), un faible module (compris entre 20 et 40 GPa), et offrirait une très bonne adhérence à la matrice.

La taille maximale des granulats peut également avoir une influence sur la résistance des BHP, particulièrement pour des granulats roulés pour lesquels la diminution du diamètre équivalent du granulat vers 10 mm environ, toute choses étant égal par ailleurs, conduit à une augmentation de la résistance [90]. L'argument avancé dans [57] est l'influence sur la résistance, d'un paramètre liée à la distance entre gros grains, et appelé épaisseur maximale de pâte (EMP). Cette distance augmente avec la taille maximale du granulat et on observe pour les granulats roulés, une diminution de la résistance avec l'augmentation de l'EMP. Avec des granulats concassés cette influence reste faible et il est alors préconisé d'utiliser des granulats de taille maximale compatible avec les conditions de mise en oeuvre (20/25 mm), conformément à ce qui est couramment admis [58].

L'influence de l'adhérence à l'interface pâte-granulat sur la résistance en compression n'est pas facile à quantifier, du fait qu'il est difficile de faire varier ce paramètre en gardant les autres constants (forme, granularité etc.) [42]. On peut toutefois avancer qu'une bonne adhérence améliore la résistance, et notamment celle en traction.

Les ciments

Les ciments utilisés pour les BHP sont en général des ciments dits à hautes performances (CPA-CEM I 52,5) dont la résistance à 28 jours sur éprouvettes de mortier normal (4×4×16 cm) est en général supérieure à 60 MPa. Cependant certains ciments CPA 55 (CPA-CEM I 42,5) permettent d'atteindre des hautes résistances. Notons qu'on trouve actuellement sur le marché des CPJ, contenant des fumées de silice, dont l'application principale concerne les BHP. Les hautes résistances sont la plupart du temps obtenues grâce à une finesse de mouture élevée. Les valeurs de finesse Blaine (fournies par un fabricant) valent approximativement 3000-3200 cm^2/g pour un CPA 55

(CPA-CEM I 42,5), 3600 cm^2/g pour un CPA HP (CPA-CEM I 52,5), ou encore 4000-4100 cm^2/g pour un CPA HPR (CPA-CEM I 52,5 R).

Les superplastifiants

Ce sont des résines de synthèse[4], qui sont incorporées à faibles doses (en général moins de 2 % de la masse de ciment[5]) dans le mélange en cours de malaxage, et dont l'effet est de défloculer les fines et ultrafines du béton frais. On constate en effet que les particules de ciment, comme les ultrafines, ont tendance à se réunir en "grappes", lorsqu'elles sont en solution dans l'eau. Ce phénomène est dû principalement aux charges électrostatiques présentes sur la surface de chaque grain. L'adsorption des molécules de fluidifiant sur les fines annihilent en grande partie les forces attractives et défloculent le mélange [8, 35]. Aussi une pâte pure défloculée a une viscosité plus faible que le même mélange sans fluidifiant. Un exemple est donné sur la figure 1-17 [49]. On observe que le temps de passage de 250 cm3 de pâte pure dans un cône, d'ajutage 10 mm, passe de 50 s sans fluidifiant à 5 s avec le dosage optimal en fluidifiant.

Les dosages utilisés sont variables et résultent principalement d'un compromis entre l'efficacité et le coût, et le dosage optimal n'est pas forcément le plus économique. En faisant abstraction de ce dernier aspect[6], il convient selon [46] de doser le fluidifiant à saturation, c'est à dire à une quantité dont l'augmentation n'apporterait pas de baisse notable de temps d'écoulement. Le terme de saturation est à mettre en relation avec le fait que toutes les particules fines sont recouvertes par le fluidifiant ; un dosage supplémentaire n'apporterait pas de changement. Sur la figure 1-17, par exemple, la dose de saturation obtenue par des mesures de temps d'écoulement au cône de Marsh, varie de 1, à 2,5 % du poids de ciment selon le mélange testé. Le cône de Marsh, qui est présenté en détail dans [55], est un cône disposant d'ajutages de diamètres différents, à travers lequel on fait écouler une certaine quantité de pâte de ciment. L'essai consiste à mesurer le temps de remplissage d'une éprouvette graduée.

Les fluidifiants possèdent néanmoins quelques effets parfois difficilement contrôlables comme celui de retardateur de prise. Ils ont de plus une durée d'action limitée, qui peut se traduire dans les cas extrêmes par un raidissement anormalement rapide du matériau frais [8]. Ce raidissement, constaté à l'occasion de plusieurs chantiers, et en laboratoire, pourrait s'expliquer par une perte d'efficacité du gypse (sulfate de calcium) qui doit contrôler l'hydratation du C_3A, lequel peut alors s'hydrater et figer en quelque sorte le matériau. Aussi l'augmentation de la durée pratique d'utilisation des BHP est un des axes de recherche importants, qui devrait permettre de faciliter en toute circonstance la mise en oeuvre sur chantier.

---

[4]on peut citer les catégories suivantes : condensat de mélamine sulfonée et de formaldéhyde, naphtalène sulfonée et de formaldéhyde, ligno-sulfonates de calcium ou de sodium modifié.

[5]on parle ici en extrait sec, même si la plupart du temps les fluidifiants sont fournis et utilisés en solution aqueuse.

[6]l'aspect économique n'est pas aussi simple qu'on peut a priori le croire ; pensons par exemple au coût entraîné par l'arrêt d'un chantier, pour cause de raidissement du béton, sous l'effet d'un sousdosage en fluidifiant.

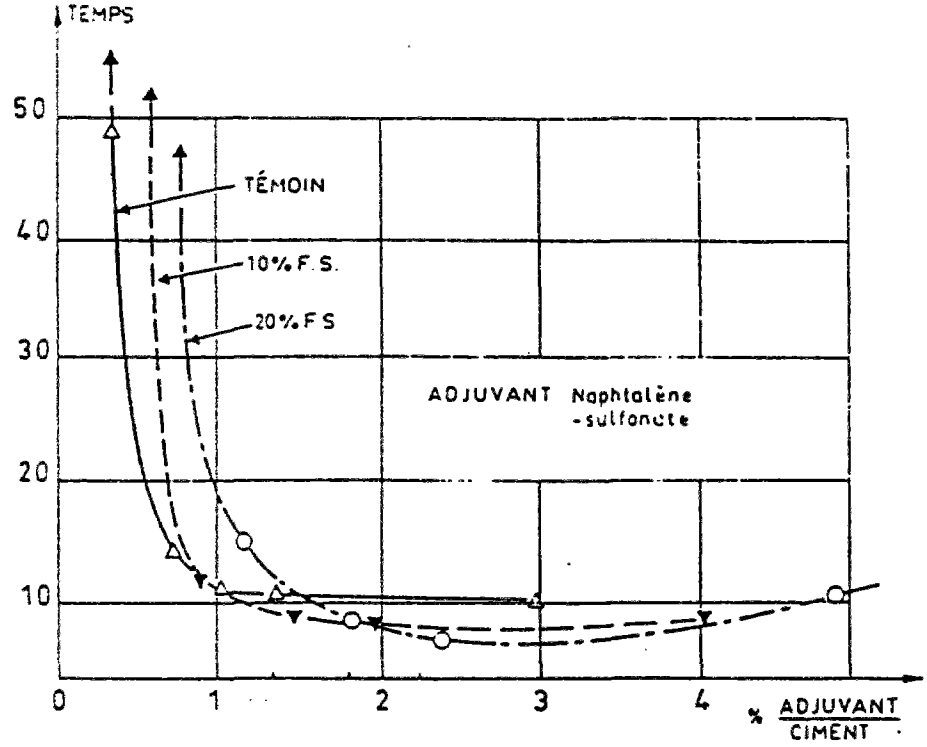


Figure 1-17 :temps d'écoulement au cône de Marsh de différentes pâtes de ciment en fonction du pourcentage de fluidifiant [49].

Les ultrafines

Principes d'action

Ce sont des additions en général siliceuses de taille moyenne inférieure à celle du ciment, qui ont d'abord un rôle de remplissage, qu'on appelle l'effet granulaire, et qui peuvent aussi avoir un effet pouzzolanique.

L'effet granulaire est mis en évidence par le fait que l'ajout d'ultrafines dans un mélange fluidifié d'eau et de ciment permet d'abaisser le dosage en eau tout en conservant les mêmes facilités d'écoulement[7]. Par exemple dans [35], un exemple d'ajout de 20 % de fumées de silice par rapport au poids de ciment permet de réduire pratiquement de moitié le temps d'écoulement au cône de Marsh (figure 1-18).

L'effet pouzzolanique est quantifié quant à lui par un coefficient d'activité, qui détermine la contribution à la résistance. Cet effet est dû à la combinaison de la silice avec la chaux libérée lors de l'hydratation du ciment, dans une réaction du type

$Ca(OH)_2 + SiO_2 + H_2O \rightarrow$ silicates de calcium hydratés, (C-S-H)

Le coefficient d'activité représente en fait la quantité de ciment que remplace l'ultrafine en terme de résistance, pour un dosage en eau donné. Les formules existantes reliant la résistance en compression aux paramètres de formulation, ont ce point commun qu'elles prennent au moins en compte le rapport du poids d'eau à celui de ciment (e/c) [46, 47, 61, 58]. Plus le rapport e/c est faible plus la résistance en compression est importante, comme on l'a dit au paragraphe 21. Le coefficient d'activité s'obtient en réalisant des essais de compression sur des bétons contenant une certaine quantité de l'addition que l'on essaye. On ajuste un coefficient k dans le rapport :

$$\frac{e}{c + k.u}$$

expression dans laquelle e, c, et u désignent respectivement la masse d'eau, de ciment, et d'ultrafines.

Ce rapport remplace le rapport e/c habituel dans les formules donnant la résistance. Le terme k est le coefficient d'activité. Il varie entre 0 et 3 selon l'addition utilisée, c'est à dire que certaines ultrafines n'ont aucune contribution chimique sur la résistance, alors que d'autres ont une excellente efficacité puisqu'il faudrait apporter $c = 3 \times u$ de ciment pour obtenir la même résistance. La réactivité d'une addition est cependant subordonnée à la quantité de chaux libérée par le ciment. De plus il ne faut pas confondre cette activité pouzzolanique avec l'effet de remplissage, qui lui, est directement pris en compte dans la quantité d'eau nécessaire à l'obtention d'une maniabilité souhaitée (terme "e" dans le rapport "e/(c+ku)").

[7] on ne parle pas ici de viscosité car il est probable que l'essai d'écoulement dans un cône met en évidence à la fois une viscosité et un seuil de cisaillement

Les fumées de silice

Actuellement les ultrafines les plus utilisées sont les fumées de silice condensées. On dit aussi tout simplement fumée de silice ou même microsilice. Ce sont des particules siliceuses amorphes de forme sphérique, d'un diamètre médian de l'ordre de 0,1 micromètre, et de surface spécifique comprise entre 6 et 24 m^2/g [102]. La figure 1-19 montre une vue grossie près de 175000 fois de ces particules, qui sont parfois soudées les unes aux autres [59]. La micro silice est un sous-produit de l'industrie électrométallurgique, qui fabrique le silicium ou les alliages contenant du silicium (ferro-alliages et silico-alliages) [59]. Des fours à arcs électriques sont utilisés pour faire fondre à des températures comprises entre 1500 et 3000 °C le minerai de base, qui est de la silice, par exemple sous forme de quartz, auquel on ajoute parfois des oxydes divers (fer, calcium, baryum, etc.). Les fumées (à hautes températures) se dégageant de ces fours sont très chargées en silicium. Elles se combinent avec l'oxygène de l'air pour donner SiO_2 en quantité prédominante (plus de 90% pour la fabrication du silicium et un peu plus de 80% pour les alliages de silicium) et sont récupérés dans des filtres spéciaux. Un autre élément important de ces fumées est le carbone (aux alentours de 2 %) qui donne une coloration foncée aux fumées de silice. De plus il augmente la viscosité des mortiers [49]. La couleur de la fumée de silice confère au béton une teinte plus foncée qu'habituellement. Il en existe néanmoins de couleur blanche, notamment celles issues de la fabrication du zirconium, qui le sont naturellement, ou celles dont on a éliminé le carbone par calcination. De telles additions, ajoutées à un ciment blanc, permettent alors d'allier qualité esthétique et haute résistance mécanique, mais elles restent très onéreuses.

La fumée de silice est un produit dont l'effet granulaire et l'activité pouzzolanique sont en général très importants. Un exemple de l'effet granulaire est donné sur la figure 1-18. Cette réduction du temps d'écoulement de la pâte au cône de Marsh, par ajout de fumée de silice peut sembler contradictoire avec l'argument théorique disant que l'ultrafine ne peut qu'augmenter la viscosité de l'eau. Ainsi en substituant un volume de micro silice au même volume d'eau, le coulis passe effectivement d'un mélange eau-ciment à un mélange liquide visqueux-ciment, de viscosité plus grande [35]. Et pourtant le résultat observé est une réduction des temps d'écoulement. On explique le phénomène par un effet "roulement à billes" ou bien un rôle homogénéisant de l'ultrafine, qui limiterait la sédimentation [49], et favoriserait ainsi l'écoulement de la pâte. Quant à l'action pouzzolanique, la fumée de silice a un coefficient d'activité proche de 3 dans le meilleur des cas, et en général voisin de 2 [49, 47].

Les dosages dépendent de la caractéristique principale que l'on cherche à améliorer. Ainsi un faible dosage, de l'ordre de 5 %, peut accroître de manière significative la stabilité d'un coulis vis à vis de la ségrégation ou la pompabilité d'un béton. Le dosage optimal vis à vis de la résistance est atteint lorsque toute la portlandite est consommée. Ce dosage se situe aux alentours de 20-25 % de la masse de ciment [49]. Les dosages les plus utilisés se situent aux alentours de 10 %, pour des bétons de résistance caractéristique de l'ordre de 70-80 MPa.

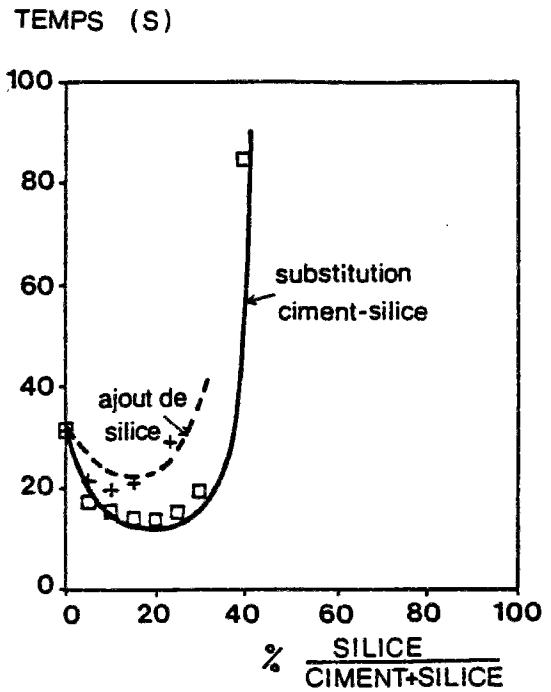


Figure 1-18 : diminution du temps d'écoulement au cône de Marsh par ajout de fumées de silice à un mélange ciment + eau + superplastifiant [35].

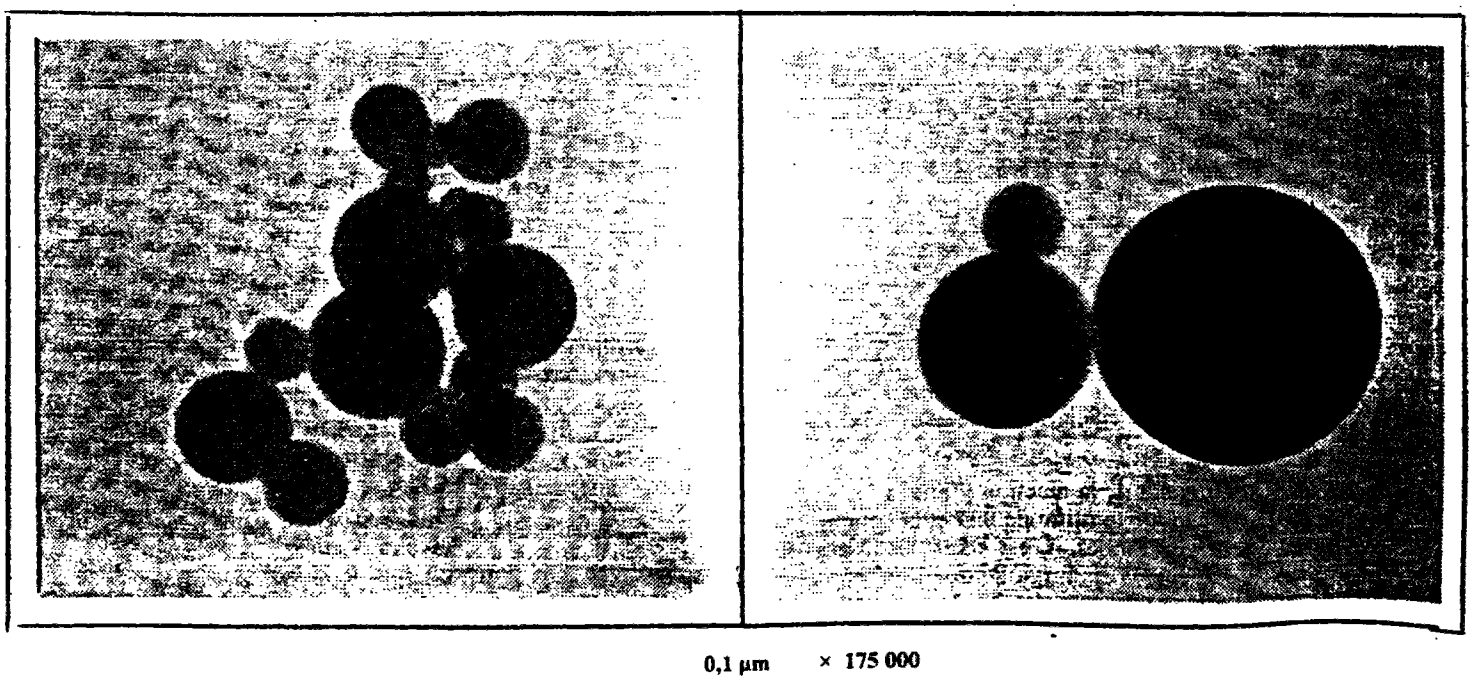


Figure 1-19 : vue de particules de fumées de silice au microscope électronique par transmission [59].

2.3 Spécificité de la microstructure des BHP

Microstructure des pâtes de ciment à hautes performances

Une des caractéristiques principales des pâtes de ciment de hautes résistances est la distribution des pores, qui diffèrent beaucoup de celles des pâtes de ciment ordinaires. Nous rapportons ici quelques résultats d'un important travail effectué dans [17]. L'examen des pores plus grands que 40 Å peut être effectué par porosimétrie au mercure ; elle permet par exemple de mettre en évidence que la fumée de silice modifie et densifie la microstructure. Sur la figure 1-20, la porosité très resserrée placée entre 100 et 200 Å pour la pâte ordinaire, n'existe plus pour les pâtes aux fumées de silice à faible rapport e/c. La distribution des pores de tailles inférieures à 100 Å est également différente pour ce type de pâte. On peut l'atteindre grâce à l'exploitation des isothermes de sorption-désorption de vapeur d'eau. Le résultat est représenté sur la figure 1-21. La surface sous chaque courbe, qui représente la porosité totale entre 10 et 100 Å, fait apparaître la réduction sensible de cette porosité pour la pâte à faible e/c avec fumée de silice. Le calcul consistant à cumuler les porosités obtenues par sorption-désorption et par porosimétrie au mercure, a été également réalisé dans [17]. Les résultats, qui figurent dans le tableau 1-2, montrent la réduction importante des vides, notamment pour les tailles de pores compris entre 40 Å et 60 µm, tailles qui correspondent à ce que l'on appelle couramment la porosité capillaire. On remarque que la porosité totale d'une pâte HP avec fumée de silice est divisée par 2 par rapport à une pâte ordinaire.
Une conséquence de cette structure très dense des pâtes et bétons à hautes résistances contenant de la fumée de silice est la modification de la cinétique de séchage lorsque l'on soumet un échantillon à un déséquilibre hygrométrique. Une méthode pour déterminer la distribution de teneur en eau dans un échantillon est de réaliser des expériences de gammadensimétrie [2]. Ces expériences sur 2 pâtes pures ordinaires et à hautes résistances ont été effectuées dans [17] et sont reportées sur la figure 1-22. Ici la densification de la structure des hydrates a pour effet de réduire considérablement le départ de l'eau de l'éprouvette. Cette caractéristique aura, comme nous le verrons, des conséquences sur le retrait et le fluage de dessiccation.

Un dernier aspect de la microstructure des matrices à hautes performances, que nous souhaitons souligner, est la variation de la quantité d'eau liée en fonction du rapport e/c. Sur la figure 1-23 issue de [95], il apparaît que l'hydratation est très incomplète pour les rapports e/c inférieurs à 0,4. Par exemple, pour e/c = 0,25, moins de la moitié de la quantité de ciment initiale est hydratée, alors que cette valeur de e/c correspond à peu près au rapport stoechiométrique. Des essais similaires ont été pratiqués dans [106] sur des pâtes avec et sans fumées de silice. Les résultats montrent également une diminution importante du degré d'hydratation lorsque e/c diminue, avec en plus un effet encore réducteur de la fumée de silice.

Série	Formulation	n(dés. H_2O) (en %) $r_p \leq 40$ Å	n(poro Hg) (en %) 40 Å < r_p < 60 µm	n (en %)
1	C	27,36	13,1	40,5
2	CO	25,05	5,2	30,3
2	CH	18,78	1,6	20,4
1	B	7,39	7,3	14,7
2	BO	6,38	5,8	12,2
2	BH	5,72	2,5	8,2

Tableau 1-2 : Porosité volumique totale correspondant à toute la gamme des pores pour 3 pâtes de ciment et 3 bétons. D'après [17]. Compositions (C = pâte pure, B = béton) :
C et B : e/c = 0,45 ;
CO : e/c = 0,348 ;
CH : e/c = 0,196 et s/c = 0,10 ;
BO : e/c = 0,487 ;
BH : e/c = 0,267 et s/c = 0,10.
Ciment CPA HP de la Frette pour C et B, et CPA HTS du Teil pour les autres compositions.

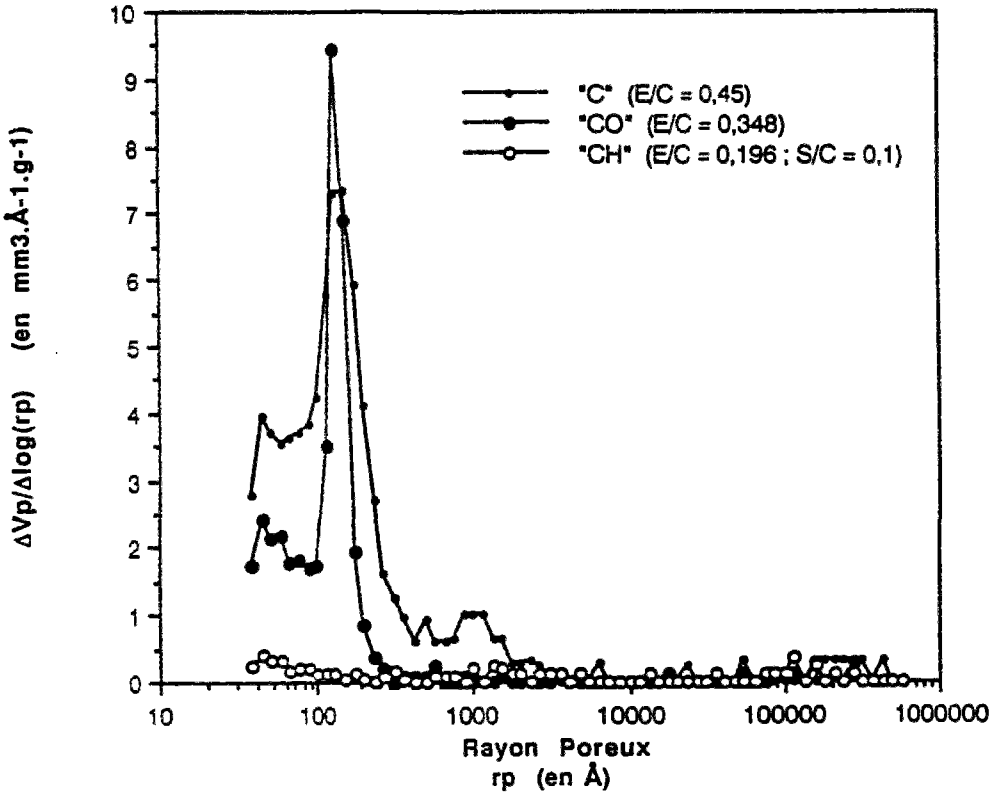


Figure 1-20 : distributions poreuses obtenues par porosimétrie au mercure pour 3 pâtes de ciment (à 1 an et demi) [17]. Compositions dans tableau 1-2.

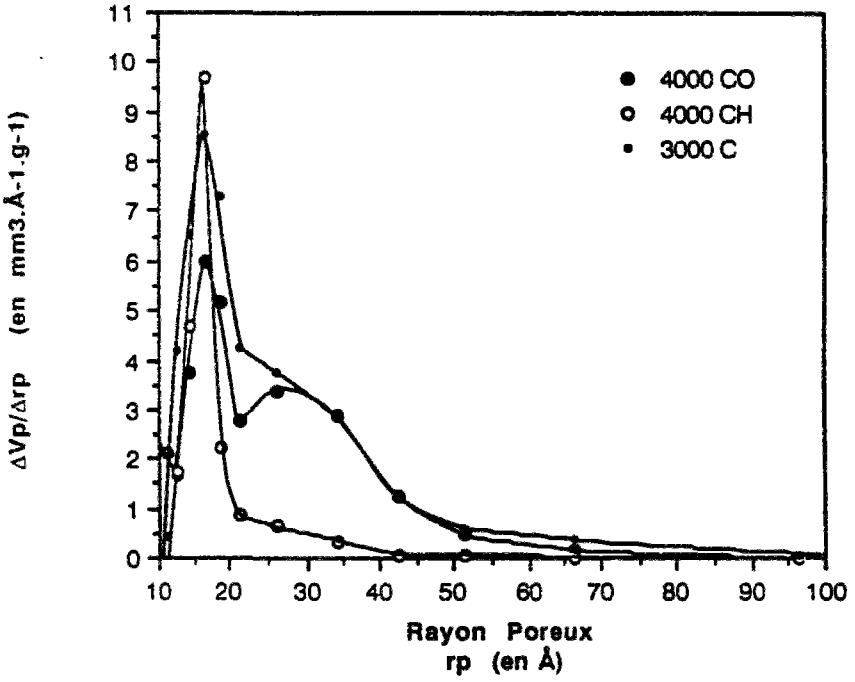


Figure 1-21 : distributions des pores à partir des isothermes de sorption de vapeur d'eau [17]. Composition dans tableau 1-2.

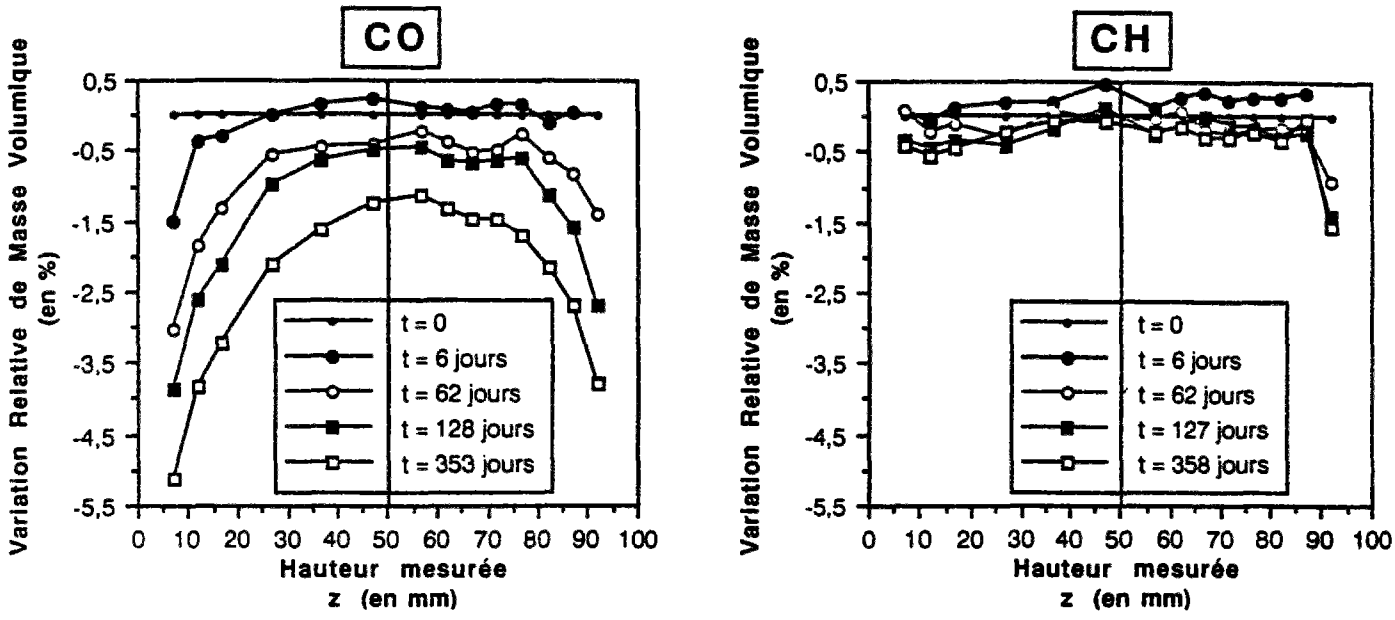


Figure 1-22 : Evolution de la répartition de teneur en eau mesurée par gamma densimétrie, en fonction de la durée d'exposition à HR = 50 % T = 20 °C [17]. Compositions dans le tableau 1-2.

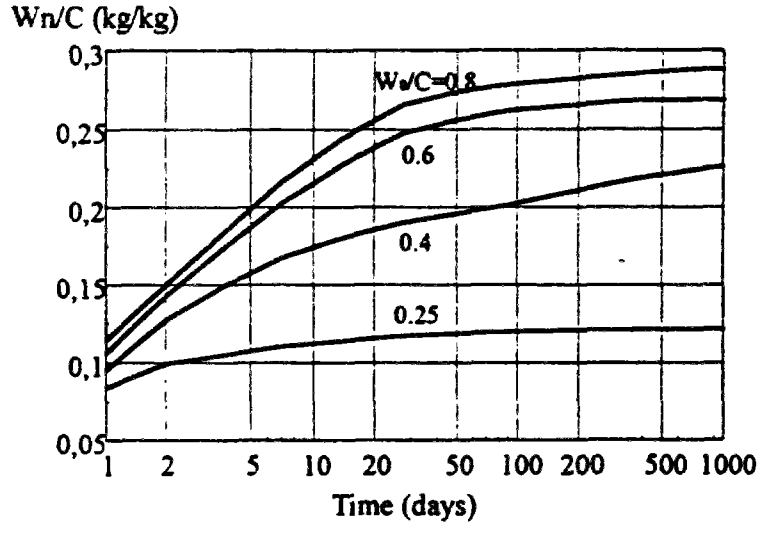


Figure 1-23 : évolution de la quantité relative d'eau liée en fonction du temps et pour différentes valeurs de e/c [95].

Auréole de transition

La zone de transition est une partie de la pâte de ciment au voisinage des granulats (quelques microns) qui comporte une porosité plus importante que dans la masse [98]. Cet hétérogénéité est en fait une faiblesse locale qui contribue, notamment, à réduire la résistance du matériau, et à augmenter la perméabilité. Dans les BHP et notamment ceux aux fumées de silice, l'auréole de transition est extrêmement réduite [102, 64], voire inexistante. Les propriétés de la pâte pure HP se retrouvent donc pratiquement inchangées dans le béton. Par exemple dans [17] des mesures de désorption effectuées sur pâte et sur béton ont abouti au même temps de mise en équilibre, confirmant ainsi l'identité de la porométrie entre une pâte pure seule et la même pâte dans un béton.

Rôle de la fumée de silice dans le processus de durcissement

Dans la référence [102] sont données les principales modifications apportées par la fumée de silice sur le durcissement des bétons, et que l'on résume ici. Avant durcissement les particules de fumée de silice constitue des points de nucléation de la portlandite ($Ca(OH)_2$), qui est largement distribuée dans la pâte. Dans le même temps les grains de fumées des silice gênent les mouvements d'eau et en particulier empêchent qu'une forte concentration d'eau se forme autour des granulats. La dispersion de petits cristaux de portlandite et les fumées de silice accélèrent ensuite la réaction des silicates de calcium (C_3S) grâce à la création de nombreux centres de nucléation. Les silicates de calcium hydratés (C-S-H) sont plus polymérisés et peuvent combler des espaces plus petits, ce qui améliore en particulier la liaison avec les grains anhydres. Le durcissement s'accompagne d'une consommation progressive de la portlandite en créant des C-S-H, qui renforcent, densifient la microstructure, et améliorent dans le même temps la qualité de liaison de l'interface pâte-granulats.

2.4 Développement industriel des BHP

Les bétons à hautes performances ont reçu un effort particulier de développement depuis le projet national "Voies Nouvelles pour le Matériau Béton" à la fin des années 80. Un état de l'art et les résultats des travaux de ce projet sont réunis dans [85]. Depuis 1986, et la construction du pont de l'île de Ré, pour lequel un béton de résistance moyenne de 68 MPa a été utilisé, pour 35 MPa requis, la pleine utilisation des potentialités des BHP s'est accrue progressivement. Le pont sur l'Elorn en est le dernier exemple, puisqu'un béton de résistance caractéristique de 80 MPa (valeur utilisée pour le calcul) a été mis en oeuvre sur une partie des pylônes supportant les haubans [50].

La mise en oeuvre des BHP exige cependant une rigueur supplémentaire sur le plan de la qualité [85], et elle pose encore un certain nombre de problèmes. Par exemple, il a été parfois observé un raidissement prématuré du matériau après fabrication.

Il est pourtant clair que les ouvrages futurs de grande importance seront probablement en BHP [89]. Pour les ouvrages plus courants (ponts de faible portée et bâtiment par exemple) des efforts sont également fournis pour développer l'utilisation du BHP. Ainsi les progrès récents en matière de réglementation seront certainement un pas supplémentaire vers une utilisation plus étendue, car architectes et bureaux d'études pourront s'appuyer sur des textes officiels. Dans le domaine du bâtiment, les immeubles de grande hauteur sont propices à l'applications des BHP, notamment pour les éléments

comprimés (poteaux-voiles), où le gain de résistance permet une réduction importante des dimensions des pièces [89, 87]. Cette application a d'abord été développée à l'étranger et notamment en Amérique du nord [9] ; mais en France, depuis la construction de l'Arche de la Défense, les applications au bâtiment se sont également développées [88] (quartier de la Défense à Paris, Grande Bibliothèque de France, etc.). Pour les bâtiments courants, la Suède développe des bétons à forte autodessiccation [95], (donc en fait des BHP), surtout pour des questions de minimisation de la masse d'eau évaporable. Une quantité plus faible d'eau évaporée permet d'accélérer la pose des revêtements autres que le carrelage, et donc de gagner du temps sur la mise en service de la construction, avec un meilleur niveau de confort[8]. Dans un autre domaine, Electricité de France (EDF) utilise le BHP pour certaines applications nucléaires, mais ce sont des bétons très spéciaux pour lesquels le slogan "hautes performances plutôt que hautes résistances" prend tout son sens, puisque ce sont des matériaux élaborés pour avoir des faibles retraits endogènes et thermiques [43].

[8]des essais suédois ont montré que des constituants nocifs des revêtements "plastique" pouvait être entraînés dans l'évaporation de l'eau libre du béton [56], d'où le développement des bétons à forte autodessiccation (fumées de silice et faible e/c)

3 Déformations des BHP : les tendances

3.1 Déformations instantanées

Courbe contrainte - déformation en compression

La figure 1-24 décrit un essai de compression sur un BHP, avec mesure des contraintes et des déformations longitudinales. On observe une partie linéaire qui se prolonge pratiquement jusqu'à rupture, laquelle est du type fragile. Ainsi le module sécant et le module tangent sont quasiment confondus. Il est en général plus élevé que celui des bétons ordinaires et peut atteindre 50 GPa à 28 jours.

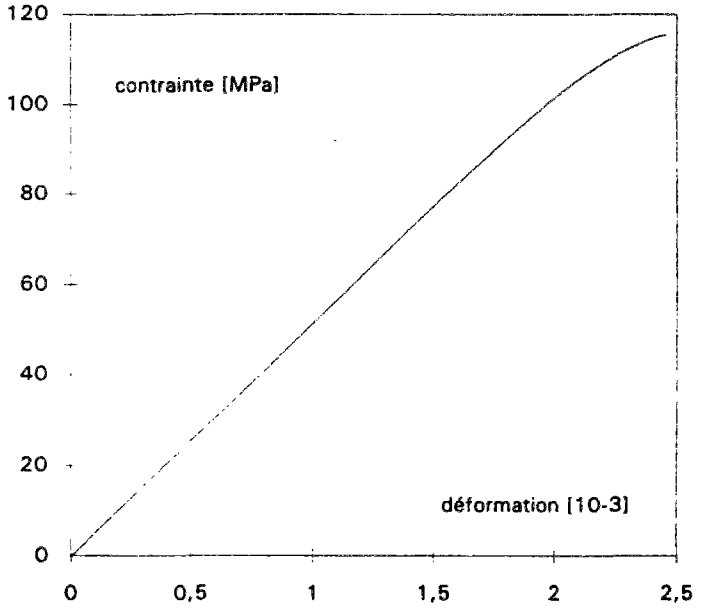


Figure 1-24 : évolution de la courbe contrainte-déformation d'un BTHP de résistance moyenne de 117,5 MPa, et de module de 57,7 GPa (C. Boulay LCPC, béton de la référence [46] âgé de 4 ans).

Prévision du module en fonction de la formulation

Le calcul du module permet de prévoir par la loi de Hooke les déformations instantanées du matériau dans la structure. La prise en compte pour son calcul, de certaines caractéristiques de la formulation du béton, n'est pas nouveau [44, 65, 69, 72, 73, 79]. Ces modèles sont la plupart du temps fondés sur des méthodes d'homogénéisation à deux phases. Ils partent de la connaissance des modules de la matrice et des granulats, et de la proportion granulaire. Ils sont issus soit d'une combinaison linéaire des bornes

de Hill [71], soit du modèle à inclusion sphérique de Hashin [70] (ces modèles sont présentés dans le chapitre 3). Certains d'entre eux ont été appliqués au BHP, notamment dans [11, 15], ce qui constitue un premier pas vers la prise en compte de la formulation dans le calcul du module de tels matériaux. Néanmoins, ces modèles ne sont pas entièrement prédictifs puisqu'il faut préalablement mesurer le module de la matrice. De plus, les conclusions de ces études sont contradictoires. Dans [11], le modèle proposé donne satisfaction, alors que dans [15], la précision des modèles d'homogénéisation essayés est voisine, mais pas meilleure que celle des formules réglementaires courantes (CEB-FIP 90, ACI 363). Il est vrai que dans ce dernier cas, l'homogénéisation a eu lieu entre les phases "gros granulats" et mortier, et non entre les phases pâte de ciment durcie et granulats, ce qui a pu altérer la précision pour des questions de tailles incompatibles des hétérogénéités.

Plus spécifiquement, des études ont été menées pour étudier l'influence de la nature des granulats sur le module élastique des BHP, [14, 16, 94]. A cette occasion, les formules empiriques existantes, prenant en compte la densité du granulat, ont été essayées, comme celles de différents codes, décrites dans le tableau 1-3. Dans [94], les auteurs montrent les limites de cette approche, en particulier dans le domaine des granulats légers, ou lourds, pour lesquels des écarts supérieurs à 40% sont constatés (le règlement norvégien restant cependant le plus précis sur les données expérimentales).

Code	formule	type d'éprouvette
Norvège	$E_c = 9{,}5\, f_{cck}^{0{,}3} \left(\frac{\rho}{2400}\right)^{1{,}5}$	cylindre 100×200
USA	$E_c = 43 \sqrt{f_c\, \rho^3}\, 10^{-6}$	cylindre 150×300
Grande Bretagne	$E_c = 1{,}7\, \rho^2\, f_{ck}^{0{,}3}\, 10^{-6}$	cube de 100 mm

Tableau 1-3 : formules de prévision du module, en [GPa], selon 3 codes étrangers.

En conclusion, les modèles empiriques, du type de ceux utilisés dans les codes, prenant en compte des paramètres indirects, agissant sur le module des BHP, tels que la densité des granulats ou la résistance du béton, ont un domaine de validité limité. Cet inconvénient ne permet pas de les utiliser dans le cadre d'un modèle prédictif en fonction de la formulation. Par ailleurs, les modèles d'homogénéisation ont une performance qui apparaît contrastée selon les auteurs. Ce sont cependant les rares modèles non empiriques, qui peuvent prendre en compte des paramètres de la composition de première importance, comme le module et la proportion volumique des phases. On estime ainsi que la pertinence de cette approche mérite d'être réexaminée, en s'appuyant notamment sur des données expérimentales bien ciblées, et en particulier sur pâtes pures. Le chapitre 3 est ainsi consacré à une revue des modèles d'homogénéisation applicables au béton. Une étude critique de ces modèles, non pas en terme de performance pure, mais dans l'optique de leur application au béton, est effectué.

3.2 Les retraits des BHP

Nous résumons dans cette partie les différents retraits des BHP en commençant, non pas par ordre d'importance, mais par ordre chronologique d'apparition.

Le retrait plastique

Le retrait plastique est causé par un départ prématuré, c'est à dire durant les premières heures après la fabrication, de l'eau de gâchage, en général à partir de la surface du béton. Ce séchage superficiel est accéléré par la vitesse de l'air. Du fait des faibles quantités d'eau initiales et de l'absence de ressuage, les BHP sont sensibles à ce phénomène et le séchage avant prise peut provoquer des fissures de plusieurs centimètres de profondeur si aucune précaution n'est prise. Il est donc indispensable de procéder à une cure soignée immédiatement après la mise en oeuvre du béton [50] (produits spécifiques mais dont l'efficacité aura été préalablement testé, aspersion d'eau, toiles de jute humides, etc.)

Le retrait thermique

Le retrait thermique est directement lié à l'élévation de température du matériau et à la valeur du coefficient de dilatation thermique. En ce qui concerne l'influence des paramètres de composition sur l'élévation de température, outre la composition du ciment et sa finesse, dont on a fait état dans le paragraphe 2 de ce chapitre, on a retenu le **dosage en ciment**, **le rapport de la masse d'eau à la masse de liant** (ciment et fumées de silice e/(c+s)), et **le dosage en fumée de silice**. D'un côté l'augmentation de la quantité de ciment augmente la quantité de chaleur dégagée, mais de l'autre la réduction du rapport e/c, ou e/(c+s), diminue la quantité totale de chaleur dégagée, du fait, comme il est montré sur la figure 1-23, de la réduction du degré d'hydratation final. Pour un BHP, nous avons les 2 effets combinés et cet aspect a été étudié dans [108]. Les conclusions montrent que l'effet, sur la quantité totale de chaleur dégagée, de l'augmentation du dosage en ciment est plus important que l'effet contraire dû au faible rapport de l'eau au liant. Concernant l'effet de la fumée de silice, toujours selon [108], il est, en terme d'exothermie, identique à celui du ciment pour e/c supérieur à 0,40, c'est à dire que le remplacement du ciment par la même quantité de fumées de silice conduit, dans les mêmes conditions, aux mêmes élévations de température. Pour des rapports e/c inférieurs à 0,40, cette même substitution conduit à une légère baisse de la quantité de chaleur dégagée. Par ailleurs l'ajout de fumées de silice dans un béton fait augmenter le dégagement de chaleur par unité de masse de ciment.

Même si les BHP ne semblent pas dégager beaucoup plus de chaleur que les BO, leur plus rapide cinétique de durcissement provoque des élévations de température plus importantes, par le fait que la diffusion de la chaleur vers l'extérieur est moins rapide que la production de celle-ci [6, 51]. En conséquence les effets deviennent non négligeables à partir d'épaisseurs de l'ordre de 40 cm. Citons l'exemple du pont sur l'Elorn [110], dans lequel des températures maximales voisines de 70°C ont été mesurées dans certaines zones des pylônes, une quarantaine d'heures après le coulage. Il est vrai que les épaisseurs de béton y atteignent 1,10m, ce qui ralentit considérablement la diffusion de la chaleur, et provoque ainsi un fort gradient thermique. Une telle élévation conduit à des fissurations thermiques.

Le retrait endogène (RE)

Le retrait endogène est un phénomène qui est finalement étudié depuis peu d'années. Il est vrai que l'amplitude du retrait endogène des bétons ordinaires est souvent inférieure à 60 10^{-6} [66], si bien qu'on l'a longtemps négligé. En ce qui concerne les BHP il en est autrement. On constate des valeurs à long terme souvent supérieures à 150 10^{-6} et pouvant atteindre 250 10^{-6} [80, 48]. Certains auteurs donnent des valeurs approchant 400.10^{-6} ; ces valeurs semblent toutefois surestimées du fait peut-être de la non déduction d'un retrait thermique ou à cause d'un manque d'étanchéité des parois protectrices, qui doivent normalement empêcher la dessiccation.

Retrait endogène et microstructure

Les résultats récents concernant la grande finesse de la microstructure des pâtes THP [17] expliquent les valeurs élevées de retrait endogène des BHP et des BTHP. Les dépressions capillaires développées dans la structure poreuse peuvent en effet conduire à des contraintes de compression importantes du squelette, et donc à un retrait macroscopique élevé. Dans [17] les mesures de retrait endogène d'un béton THP avec fumées de silice ont été accompagnées, à partir de 28 jours, de mesures d'humidité relatives internes. L'auteur fait remarquer que le retrait est proportionnel à l'humidité interne mais sur 2 tronçons de pentes différentes se joignant à RH=76 % (fig. 1-25), humidité relative qui, en désorption, affecte les pores de 50 Å. Cette variation de pente est interprétée comme un passage de la consommation de l'eau des capillaires à la consommation de l'eau adsorbée du gel des C-S-H. Pour les BHP aux fumées de silice, le retrait endogène pourrait donc mettre en exergue 2 phénomènes différents, qui sont la dépression capillaire et la pression de disjonction, dès lors que l'autodessiccation fait chuter le degré hygrométrique interne vers 70 %. Notons que la loi de Kelvin (formule 1-3) montre une augmentation de la dépression capillaire lorsque l'humidité relative baisse. La dépression capillaire atteint ainsi théoriquement 39 MPa pour une humidité relative à l'équilibre de 0,75.

Développement du retrait endogène des BHP

Comme il a été dit dans ce chapitre, le retrait évolue proportionnellement à la maturité, et pour les BHP, dès le durcissement commencé, il se développe rapidement, et se stabilise théoriquement assez vite, c'est à dire au bout de 3 mois à un an, même si certains essais démentent ces valeurs [80]. Le développement rapide du RE au jeune âge pose le problème de la mesure dès le début du durcissement (ou la fin de la prise), âge à partir duquel il n'est en fait pas possible de manipuler l'échantillon pour installer les systèmes de mesure. Cette difficulté a néanmoins été résolue, et dans [32], la technique de mesure avec une jauge noyée a été pratiquée dans ce but. Toutefois les résultats ne sont fiables que si la mesure des déformations thermiques est effectuée en parallèle, de manière à extraire, des mesures, le retrait d'autodessiccation.

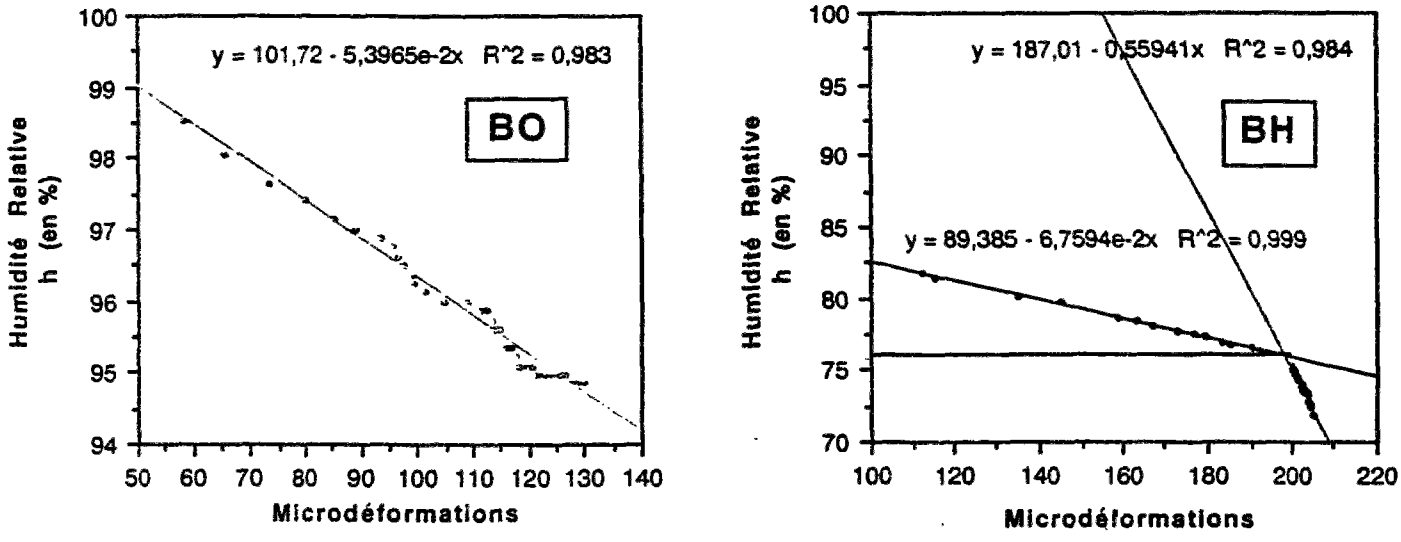


Figure 1-25 : Evolution de l'humidité relative interne du béton en fonction du retrait endogène, d'après [17].

Le retrait de dessiccation (RD) des BHP

RD et autodessiccation

L'humidité relative des BHP, qui peut descendre par autodessiccation jusqu'à 70 % d'après [17] ou 75 % d'après [36] engendre naturellement un retrait de dessiccation potentiellement faible, puisque celui-ci est, comme il l'a été précisé dans le paragraphe 2.2, dû à un déséquilibre hygrométrique entre le milieu extérieur et le matériau. L'humidité relative moyenne est fixée dans le BPEL 91 [101], selon les régions. Elle est fixée à 70% pour la plupart des régions de France, excepté pour le quart sud-est (55 %). Certains bétons THP doivent donc présenter des déformations très faibles, voire négligeables, grâce à la forte autodessiccation.

Développement du RD pour les BHP

Une autre spécificité du RD des BHP est due à la finesse de la microstructure. D'après la figure 1-27 issue de [97], le coefficient de perméabilité aux gaz est corrélé à la porosité capillaire, qui est réduite pour les BHP, pariculièrement pour ceux avec fumée de silice. La cinétique de dessiccation est donc très ralentie par rapport à celle des BO. Alors qu'une éprouvette de BO de diamètre 16 cm soumise à une ambiance de 20 °C et à 50 % d'hygrométrie, est en équilibre hygrométrique au bout de 4 ans, la mesure par gamma densimétrie de la distribution de teneur en eau d'un BTHP (même composition que dans la référence [46]) montre que seule la périphérie sur une épaisseur de 3 cm a subi un séchage (figure1-28). Certaines structures en BHP ne vont donc sécher durant leur durée de vie, que sur une épaisseur faible.

Influence de la composition sur le retrait endogène et de dessiccation

Retrait endogène

Le retrait endogène des BHP est fonction du rapport de la masse d'eau au poids de ciment et au dosage en fumée de silice, car ce sont ces deux paramètres qui peuvent modifier l'autodessiccation. Le RE augmente avec la diminution de e/c et avec l'augmentation de s/c. La conséquence est que les bétons les plus résistants vont produire les retraits endogènes les plus élevés. Cette remarque est illustrée sur la figure 1-26 qui concerne 5 bétons de [13]. Les conclusions précédentes sont aussi vérifiées dans [48] sur la plupart des bétons essayés. En ce qui concerne le dosage en liant qui représente indirectement le volume de la matrice, les mesures disponibles montrent clairement une forte dépendance de ces paramètres sur le retrait endogène. Dans [86, 107] l'amplitude atteint, pour certains bétons, des valeurs de 400.10^{-6}, pour des dosages en ciment atteignant 530 kg/m^3, correspondant à des volumes de pâte liante de 400 l/m^3 ; cependant, ces dosages sont très rarement rencontrés sur chantier.

L'examen de la littérature étrangère montre que le retrait endogène des BHP est très peu étudié. Quelques travaux tentent de relier le retrait à la composition du matériau, mais il s'agit toujours de retrait total c'est à dire la somme du retrait endogène et du retrait de dessiccation [40, 93], ce qui ne présente pas à notre avis un grand intérêt. Des chercheurs suédois ont cependant porté leur attention sur l'autodessiccation dans les BHP [12, 106], et sur le retrait endogène [99], mais sans chercher pour l'instant à le modéliser en fonction des paramètres de formulation.

Le retrait endogène des pâtes pures et des mortiers a intéressé quelques chercheurs. Dans l'étude [109] par exemple, Tazawa propose une relation empirique, reliant le RE des pâtes pures à la composition du ciment utilisé. Ce résultat peut être intéressant pour la mise au point d'un modèle fondé sur l'homogénéisation.

A notre connaissance, aucune étude n'a été faite à ce jour sur la mise au point de modèle permettant de calculer le retrait endogène des BHP en fonction des paramètres de formulation.

retrait de dessiccation

En observant les essais de retrait de dessiccation de la littérature, il est difficile d'établir des règles simples reliant le RD aux paramètres de composition. Les essais de la référence [13] sont néanmoins intéressants du fait qu'il s'agit de 5 BHP, réalisés avec les mêmes composants de base, avec et sans fumées de silice. Les fonctions ajustées décrivant les retraits de dessiccation sont représentés sur la figure 1-29. Les compositions sont représentées dans la légende de la figure 1-26. On constate d'après ces essais que les faibles rapports e/c réduisent l'amplitude observée à 6 mois. En effet :

$$\left[\frac{e}{c}\right]_{G_0} < \left[\frac{e}{c}\right]_{G_1} < \left[\frac{e}{c}\right]_{G_2} \text{ et } \left[\frac{e}{c}\right]_{H_1} < \left[\frac{e}{c}\right]_{H_2}$$

$$[RD]_{G_0} < [RD]_{G_1} < [RD]_{G_2} \text{ et } [RD]_{H_1} < [RD]_{H_2}$$

Par contre, les fumées de silice ne semblent agir que sur la cinétique puisque la même figure 1-29 montre un développement plus rapide dans les premiers mois du retrait de dessiccation des bétons G_0, G_1, G_2, qui contiennent 8% de fumées de silice par rapport à la masse de ciment. Ces remarques n'ont pas de caractère de généralité car le séchage se prolonge pendant de nombreuses années avant d'atteindre le coeur de l'échantillon.

A l'instar des modèles de retrait endogènes, à notre connaissance, il n'y a pas dans la littérature de modèle général de prévision du retrait de dessiccation adapté aux BHP, en fonction de la formulation.

En résumé de l'étude des retraits en fonction de la formulation, on a représenté sur la figure 1-30 leur amplitude pour différents bétons, en fonction du rapport e/c, à une échéance de 400 jours environ. Les remarques précédentes concernant l'évolution des déformations en fonction de e/c sont globalement confirmées. On constate cependant que le retrait total des BHP peut approcher celui des bétons ordinaires, pour des rapports e/c supérieurs à 0,35. Pour des rapports inférieurs, les amplitudes des 2 retraits se rapprochent. Notons enfin que d'après le point placé à l'extrême droite sur la figure 1-30 (BHP de l'étude [66]), l'adjonction de fumée de silice (ici 15 %) dans un béton à rapport eau sur ciment élevé (0,63 pour l'exemple) contribue finalement à diminuer l'amplitude du retrait total.

Méthodes d'homogénéisation

Les méthodes d'homogénéisation ont été par le passé appliquées au calcul du retrait total des bétons. Un des premiers chercheurs à appliquer cette technique a été Pickett [100]. Depuis lors, différents auteurs se sont intéressés à ce sujet [44, 69, 65, 73]. Cependant, les essais sur pâtes pures qui accompagnent ces différents travaux, ont été effectués avec dessiccation, ce qui diminue grandement la précision d'un modèle d'homogénéisation, si ce n'est pour prévoir l'amplitude à long terme (distribution non uniforme de teneur en eau, donc de contrainte, dans l'échantillon).

Dans le cas du retrait endogène, qui nous intéresse plus particulièrement, l'isotropie et l'homogénéité de la déformation, rend plus rigoureuse l'application des modèles d'homogénéisation. On propose d'évaluer la pertinence de cette approche dans le chapitre 5.

Faut il séparer les déformations dans un modèle simplifié de retrait ?

Un des objectifs de cette étude est de proposer un modèle simplifié qui prévoit l'amplitude et la cinétique des retraits endogène et de dessiccation.

Les modèles actuels des codes de calcul négligent complètement l'existence de l'autodessiccation, ce qui peut conduire à des erreurs plus ou moins importantes sur les déformations, tant en amplitude qu'en cinétique. Prenons l'exemple d'une structure en béton à très haute performance (BTHP) dans une ambiance extérieure d'humidité relative (RH) égale à 75 %. Dans [17], les mesures montrent que l'humidité interne chute progressivement pendant quelques mois, jusqu'à des valeurs qui peuvent atteindre 75 %. La structure réalisée avec ce béton ne subira alors pratiquement que le retrait endogène, qui se stabilisera en quelques mois à une valeur comprise entre 150 et 300 10^{-6}. Le règlement BPEL prévoit pour ce BTHP une déformation (pour r_m = 20 cm) de 60 10^{-6} à 90 jours, contre 30 10^{-6} environ prévu par le règlement CEB [41] pour les mêmes dates. La sous-estimation peut alors atteindre, à 3 mois, 240.10^{-6} (!) pour le BPEL, et 270.10^{-6} (!) pour le CEB. Les règlements actuels ne décrivent donc pas correctement, dans un certain nombre de cas, l'évolution du retrait total, et peuvent en mésestimer l'amplitude. Il est donc primordial de prendre en compte l'autodessiccation, si l'on veut éviter, à l'échelle de la structure, d'importants défauts de conception, dus à la non prise en compte des déformations au très jeune âge.

Même dans le cadre d'un modèle simplifié, le retrait des BHP doit être décomposé en une part due à l'hydratation (retrait endogène) et une autre au séchage (retrait de dessiccation). Aucun modèle simplifié ne prend en compte l'autodessiccation, et le séchage de manière séparée. Pour modéliser les retraits des BHP, on ne peut donc pas se contenter d'améliorer des formules existantes. Il est nécessaire de considérer de nouvelles approches, qui intègrent les particularités du matériau BHP. Le chapitre 6 est consacré à cet objet.

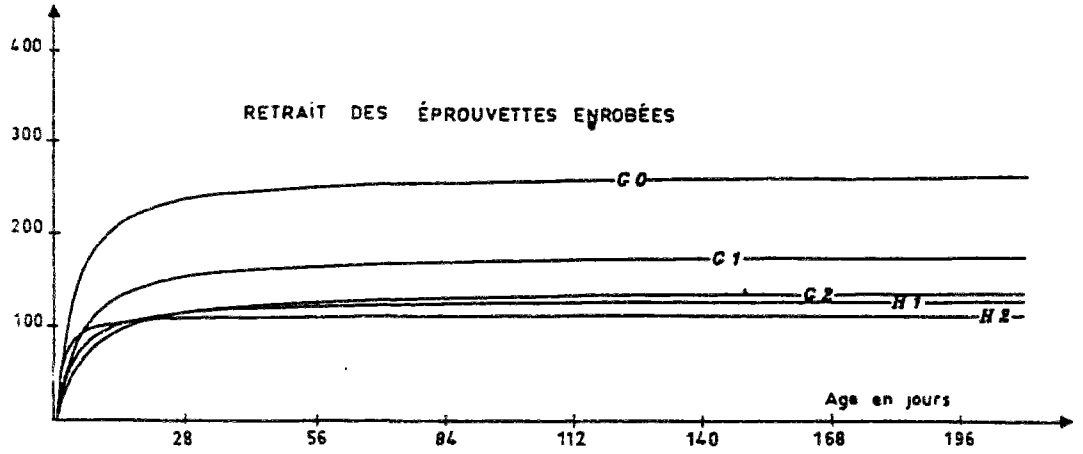


Figure 1-26 : Evolution du retrait endogène de 5 bétons réalisés avec les mêmes composants [13]. G0 : f_{28} = 94,5 MPa ; e/c = 0,33 ; s/c = 0,08. G1 : f_{28} = 83,3 MPa ; e/c = 0,38 ; s/c = 0,08. G2 : f_{28} = 73,8 MPa ; e/c = 0,41 ; s/c = 0,08. H1 : f_{28} = 72,5 MPa ; e/c = 0,38 ; s/c = 0. H2 : f_{28} = 64 MPa ; e/c = 0,41 ; s/c = 0.

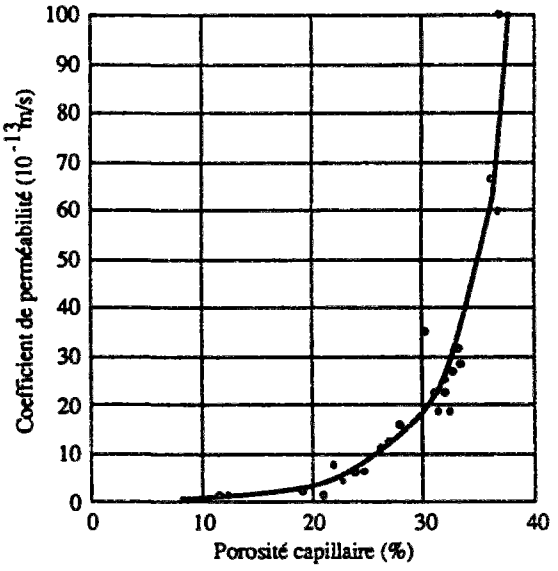


Figure 1-27 : relation entre coefficient de perméabilité et porosité capillaire de pâtes de ciment hydraté [97].

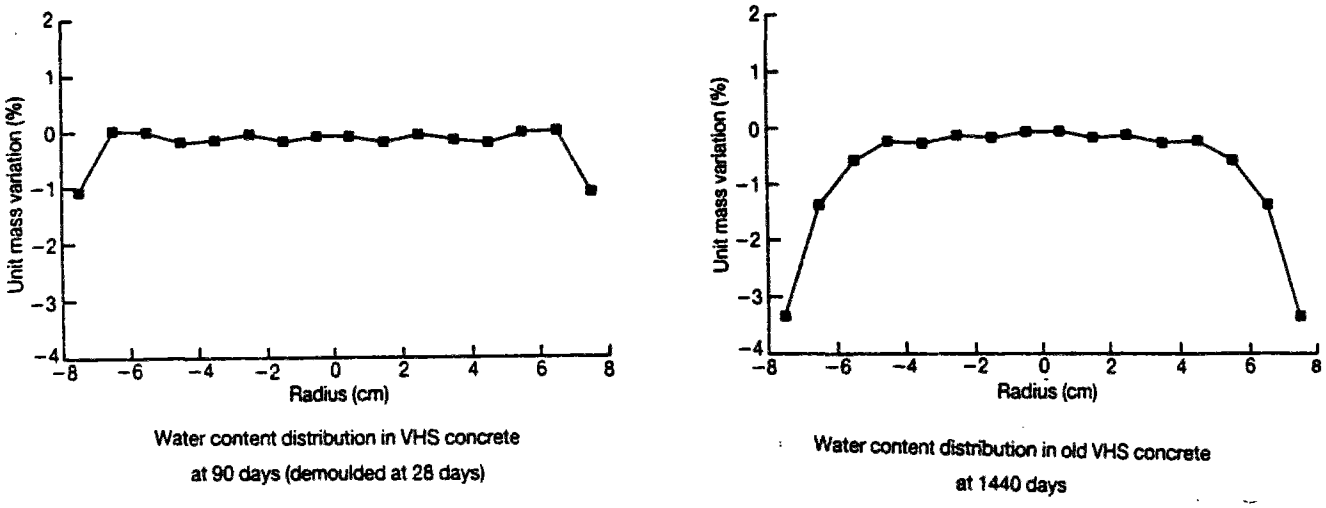


Figure 1-28 : répartition de la teneur en eau suivant un diamètre, d'un BTHP aux fumées de silice âgé de 4 ans [31, 51].

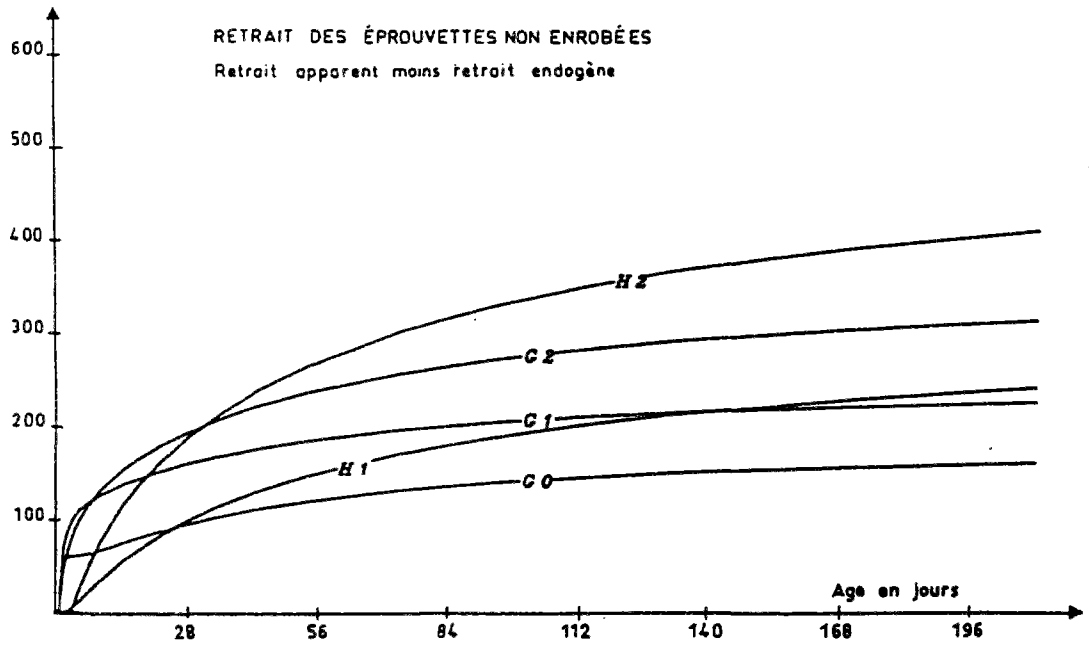


Figure 1-29 : Evolution du retrait de dessiccation de 5 BHP en fonction du temps [13] Caractéristiques des bétons sur la figure 1-26.

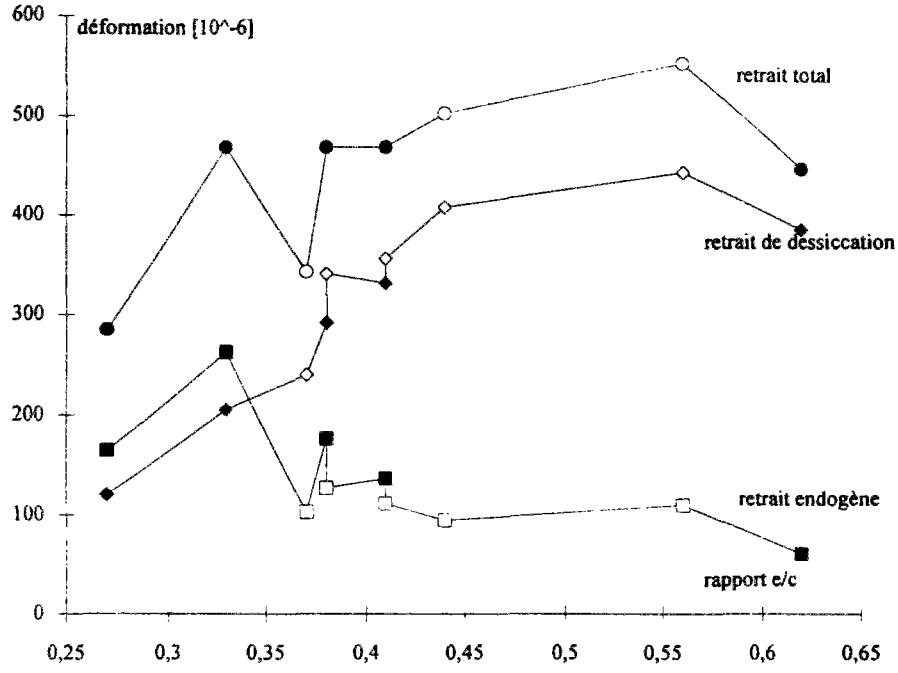


Figure 1-30 : valeurs des différents retraits expérimentaux, à 400 jours, pour des bétons de [13, 46, 66, 105] en fonction du rapport e/c. Les points noirs représentent des bétons avec fumée de silice.

3.3 Le fluage des BHP

Conformément à la définition donnée en 2.1, on choisit de décomposer le fluage en une partie obtenue sans échange hydrique, qu'on appelle fluage propre, et une autre partie due au séchage, qu'on appelle fluage de dessiccation. Rappelons que ce sont des définitions conventionnelles et que les phénomènes physiques sont plus complexes que cette simple décomposition.

Le fluage propre des BHP (FP)

Le fluage des BHP qui sont optimisés, est plus faible en amplitude que celui des bétons ordinaires. La réduction peut atteindre un rapport 2 à 3. Comme on l'a explicité dans le § 1.3 le fluage prend naissance dans les hydrates. En remarquant que les faibles rapports e/c conduisent à une réduction du degré d'hydratation, donc des hydrates produits, on peut expliquer la réduction du fluage propre des BHP par le plus faible nombre d'hydrates formés [51, 52], et en particulier lorsqu'on incorpore de la fumée de silice. Dans la référence [106], des mesures de degré d'hydratation ont été faites sur différentes pâtes pures avec et sans fumée de silice. Un des résultats montre qu'en incorporant 16 % de fumées de silice à une pâte pure de rapport e/c égal à 0,3, le degré d'hydratation à 150 jours descend à 0,53, alors qu'il atteint 0,61 pour la même pâte sans fumée de silice.

Toutefois en examinant la littérature, il est difficile de dégager des tendances, car certains auteurs trouvent des valeurs extrapolées de fluage propre voisines de celles des BO [86, 107, 37, 105], tandis que d'autres constatent au contraire des valeurs très inférieures à celles des BO [13, 52]. Cette discordance n'est pas entièrement expliquée par les différences de volumes de pâtes. Cependant, si nous ne retenons que les bétons HP que l'on développe actuellement sur les chantiers, c'est à dire ceux optimisés du point de vue proportions granulaires, et quantité de fluidifiant (dosage à saturation notamment [55]), on constate que les BHP sans fumée de silice ont un coefficient de fluage peu différent bien qu'inférieur à celui des BO. Par contre, ce coefficient est très réduit pour les BHP avec fumée de silice. Rappelons que le coefficient de fluage est le rapport de la déformation de fluage extrapolée à l'infini, pour une certaine contrainte constante, à la déformation élastique conventionnelle à 28 jours sous cette même contrainte. A partir de cette définition, on peut par abus de langage, définir un coefficient K_{fl} pour chaque type de fluage selon la formule suivante

$$K_{fl} = \frac{\varepsilon_{flu\infty}}{\frac{\sigma}{E_{i28}}} \qquad (1\text{-}7)$$

$\varepsilon_{flu\infty}$ peut être indifféremment le fluage propre, de dessiccation, ou le fluage total. Le tableau 1-4 résume les coefficients K_{fl} calculés à partir des essais de fluage propre pour 2 bétons HP aux fumées de silice, un béton HP sans fumées de silice, et un béton ordinaire. Tous ces bétons ont été chargés à 28 jours. Il faut remarquer qu'un coefficient de fluage équivalent à celui d'un BO ne conduit pas aux mêmes déformations totales. Le module des BHP est en général plus important que celui des BO ; donc, à même K_{fl}, le fluage spécifique est réduit pour les BHP.

Le vieillissement a été étudié au cours de différentes études [13, 105, 107], et notamment la variation du coefficient de fluage, K_{fl}, en fonction de l'âge de chargement. On a déjà mentionné qu'en retardant le chargement, on réduit le fluage (vieillissement). D'après le BPEL, la diminution du coefficient de fluage entre un essai commencé à 3 jours et un autre à 28 jours est de 20 %. On remarque un effet contrasté du vieillissement pour les BHP. Dans l'étude [13](paramètres de composition du béton dans le tableau 1-4), la différence de fluage "final" entre une éprouvette chargée à 28 jours et une autre identique chargée à 3 jours, est étonnamment élevée, soit 60 %. Dans l'étude [107], elle est de 33 % et dans l'étude [105] de 12 % seulement.

Le fluage de dessiccation (FD) des BHP

Au vu des observations précédentes concernant la densité de la microstructure, et de la faible quantité d'eau, en général présente dans le matériau, il est permis de supposer que le fluage de dessiccation des BHP est faible. Certains auteurs ont mis en évidence la proportionnalité entre fluage de dessiccation et retrait de dessiccation [36, 63, 77]. La conséquence directe est qu'un matériau à faible RD présente également un faible FD, avec une diminution plus importante pour les matériaux composés avec de la fumée de silice, et à très faible e/c.

Des essais de fluage complets permettant d'isoler le FD sont en fait pratiqués depuis assez peu d'années. A l'instar des conclusions sur le fluage propre, il est difficile de conclure sur le FD, lorsqu'on prend en compte tous les résultats de la littérature. Cela provient de la grande disparité des compositions (des additions, des dosages en fluidifiant, etc.). En ne retenant que les bétons qui sont optimisés du point de vue proportion granulaire, et dosage en fluidifiant, on observe que les BHP avec fumée de silice ne développent aucun fluage de dessiccation [46, 13] (cylindres de diamètres 16 cm), ou peu [86, 96] (cylindres de diamètre 103 ou 110 mm). Les BHP sans fumée de silice présentent quant à eux un FD non négligeable, bien que moins élevé que celui des bétons ordinaires.

Le tableau 1-4 illustre cette remarque. On constate ainsi que les bétons G1 et BTHP n'ont aucun fluage de dessiccation (K_{fl}(Fluage Propre) = K_{fl}(Fluage Total), alors que les bétons BT et L1 produisent un fluage de ce type. Les simulations du BPEL et du CEB Code Model 90, fournissent quant à elles des déformations totales plus élevées.

Modèles de fluage prenant en compte la composition du matériau

Modèles empiriques

Quant on aborde la question des modèles empiriques, on pense aux modèles des différents codes de calcul. Chaque pays possède son règlement, mais depuis plusieurs années le Comité Européen du Béton (CEB) tend à uniformiser les approches, et il propose un modèle pour le calcul des déformations du béton. Toutefois, on note dans le tableau 1-4, que la précision de ces modèles pour le fluage des BHP reste faible.

Bazant propose dans [23, 24, 27, 25, 26, 28] un modèle général de calcul des déformations différées du béton, en fonction d'un nombre important de paramètres liés à la composition du matériau. Les déformations sont scindées en retrait, retrait thermique, fluage propre, et de dessiccation. On peut néanmoins regretter la non prise en compte de l'autodessiccation, qui rend l'application du modèle inadéquat pour les BHP.

Méthodes d'homogénéisation.

A l'instar des modèles proposés pour le calcul du retrait ou du module, les modèles d'homogénéisation permettent a priori de prévoir les déformations en fonction de certains paramètres de formulation, qui sont essentiellement la concentration granulaire et le module du granulat. Seules les déformations à contrainte uniforme, donc sans séchage, sont accessibles par ces méthodes. Les travaux de [44, 60, 65, 69, 73] ont été effectués sur ce thème, mais pas dans le domaine du fluage propre, dans le sens précis du terme. Toutefois, dans l'étude [44], (et [60, 73] qui reprennent les essais de [44]), les essais sont effectués à une humidité relative de 93%, ce qui limite de manière importante les gradients de teneur en eau dans les éprouvettes. Ces résultats expérimentaux, ainsi que l'évolution selon le modèle de [73], sont résumés sur la figure 1-31, pour plusieurs bétons réalisés avec la même matrice (mortier ou pâte pure). Ainsi, le fluage diminue lorsque la concentration granulaire augmente. De plus, la nature des granulats modifie l'amplitude du fluage, puisqu'à nature de matrice égale et pour la concentration granulaire de 0,55, le fluage double pratiquement entre le granulat de fer et celui de verre. Il s'agit sans doute d'un effet du module du granulat, des conditions d'adhérence à l'interface, etc.

Une synthèse de ces différents travaux est présentée dans [92].

Plus récemment, dans [68] toutefois, les auteurs proposent un modèle complet de calcul du fluage propre en fonction de la concentration granulaire, avec prise en compte du vieillissement du matériau. Le modèle géométrique est une combinaison linéaire des modèles représentés par les bornes de Hill [71] (modèle parallèle-série, cf chap. 3) ; Le calcul est réalisé dans le cadre d'une méthode approchée, appelée "solidification theory", qui permet de contourner les problèmes théoriques de la viscoélasticité linéaire vieillissante (VELV). L'approche considère que les hydrates eux mêmes ont un comportement VEL non vieillissant ; seulement, le développement de l'hydratation, qui conduit à une augmentation du volume des hydrates, entraîne un vieillissement à l'échelle macroscopique. Les hydrates, à l'échelle microscopique, ont une fonction de fluage fixée une fois pour toute, mais qui a été ajustée sur des résultats expérimentaux. La simplicité du modèle géométrique n'empêche pas des calculs assez lourds, qui donnent cependant de bons résultats, grâce à l'ajustement d'un paramètre.

On s'aperçoit ainsi que l'étude du fluage en fonction de la composition préoccupe depuis longtemps, et continue de préoccuper, les chercheurs. Les modèles existants partent tous de la connaissance du fluage de la matrice, ce qui les rend non entièrement prédictifs. De tels modèles n'ont cependant pas encore été développés pour les BHP, car on ne trouve pas encore, dans la littérature, des résultats de fluage sur des pâtes pures à hautes performances.

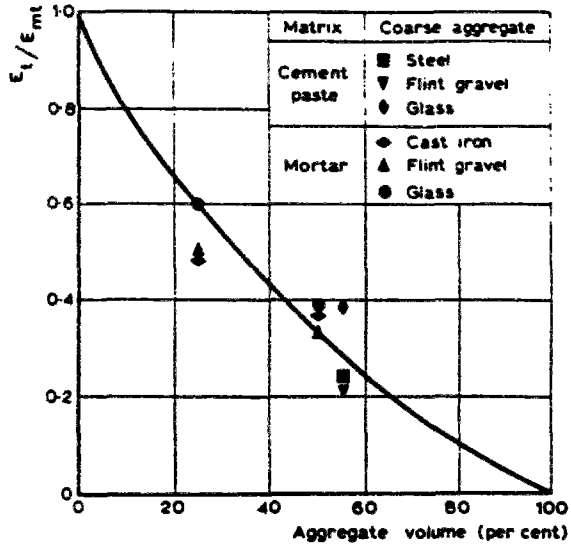


Figure 1-31 : fluage de différents bétons pour différentes concentrations granulaires et natures des granulats, réalisés avec le même mortier ou la même pâte de ciment [44].

Référence béton		BT [46, 52]	L1 [105]	G1 [13]	BTHP [46, 52]
e/c		0,44	0,38	0,38	0,27
s/c		0	0	0,08	0,10
vp (dm^3)		311	315	338	271
$<f_{c28}>$ (MPa)		55	78	94,5	101
E_{i28} (GPa)		36,8	43	45,4	53,4
Kfl	exp.	0,86	1,05	0,73	0,55
fluage propre	BPEL	0,92	0,92	0,92	0,92
	CEB	1,10	0,92	0,84	0,81
Kfl	exp.	1,7	2,33	0,73	0,55
fluage total	BPEL [101]	3,30	3,30	3,30	3,30
RH=50%	CEB [41]	3,44	2,89	2,63	2,54
Kfl (fluage de dessiccation) RH=50%	exp.	0,84	1,28	0	0

Tableau 1-4 : valeurs des coefficients de fluage Kfl (formule (1-7)) pour différents BHP chargés à 28 jours [46, 101, 13, 52, 105].

4 Conclusions

Comparativement aux BO, les déformations différées des BHP diffèrent de la manière suivante :
- le retrait endogène se développe de manière plus rapide à cause d'un durcissement également plus rapide. L'amplitude finale est 2 à 4 fois plus élevée ;
- le retrait de dessiccation est plus faible, et ce d'autant plus que le rapport e/c est faible et que le rapport s/c se rapproche des dosages optimum vis à vis de la résistance. Cette différence est attribuée à la forte autodessiccation de ces matériaux. La cinétique assez rapide sur les courbes de lissage peut masquer en fait une dessiccation très lente non perceptible sur l'échelle des temps d'observation ;
- le coefficient de fluage propre des BHP sans fumées de silice est voisin, mais inférieur à celui des BO, celui des BHP avec fumée de silice est réduit jusqu'à 50 % ;
- le coefficient de fluage de dessiccation est faible pour les BHP sans fumée de silice, celui des BHP avec fumée de silice est faible à nul, selon les auteurs.

On remarque cependant qu'un important travail est nécessaire si l'on veut pouvoir prédire les déformations des BHP en fonction de leur composition. Pour notre part, nous nous limiterons aux déformations développées en l'absence d'échange hydrique avec le milieu extérieur. Il s'agit donc du retrait endogène et du fluage propre.

Comme on a constaté que la pâte d'un BHP n'est que peu ou pas modifiée par les granulats [17, 102, 64], une approche par homogénéisation nous apparaît dès lors intéressante. Un modèle de ce type va sans doute être plus précis que dans le cas de son application aux bétons ordinaires, grâce à l'amélioration de l'interface entre la matrice et le granulat. Ainsi, on devrait identifier plus clairement l'influence des paramètres qui nous semblent importants, c'est-à-dire le volume de la matrice, le module des granulats, les rapports e/c et s/c, et la nature du ciment.

On constate enfin que les modèles simplifiés actuels, de calcul du retrait et fluage, ne sont pas adaptés aux BHP, du fait de la différence de microstructure par rapport aux BO et de la non prise en compte de l'autodessiccation. Un travail de modélisation reste donc à produire pour établir un modèle simplifié de retrait et fluage, adapté aux BHP. On propose dans le chapitre 6 un modèle de calcul des déformations différées des BHP, modèle élaboré initialement au sein du groupe AFREM/BHP sous groupe "règlement".

5 Références bibliographiques

[1] ABIAR G. (1986), Cinétique de dessiccation et déformations différées du béton, analyse et modélisation, *Thèse de Doctorat de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées*, Paris.

[2] ACKER P. (1988), Comportement mécanique du béton : apports de l'approche physico-chimique, *Rapport de recherche des LPC n°152*, LCPC, Paris.

[3] ACKER P., EYMARD R. (1992), Fluage du béton, un modèle plus performant et plus simple à introduire dans les calculs numériques, *Ann. de l'ITBTP*, n°507, Série 295, octobre.

[4] ACKER, P. (1982), Drying of concrete, consequences for the evaluation of creep tests, *Fundamental Research on Creep and Shrinkage of Concrete*, Wittmann Editor, Martinus Nijhoff Publishers, pp. 149-169.

[5] ACKER, P. (1986), Effets thermiques dans les bétons en cours de fabrication et applications aux ouvrages d'art, *Annales de l'ITBTP*, n°442, série 235.

[6] ACKER, P. (1992), Retraits et fissurations du béton, *Documents scientifiques et techniques de l'Association Française pour la Construction*, Bagneux, septembre.

[7] ACKER, P. LAU M.Y., COLLET F. (1989), Comportement différé du béton : validation expérimentale de la méthode du temps équivalent, *Bulletin de liaison des LPC*, Paris, pp. 31-39, septembre-octobre.

[8] AITCIN P.C. (1992), L'emploi des fluidifiants dans les bétons à hautes performances, *Les Bétons à Hautes Performances*, Chap. 2, Presses de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, Paris, deuxième édition, pp. 45-64.

[9] AÏTCIN P.C. (1992), Les développements des BHP en Amérique du Nord, *Les Bétons à Hautes Performances*, Presses de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, Paris, pp. 521-535.

[10] AITCIN P.C., JOLICOEUR C., MACGREGOR J.G. (1994), Superplasticizers : How They Work and Why They Don'nt, *Concrete International*, **16**, n° 5, pp. 45-52, Mai.

[11] ALFES C. (1989), High-strength silica fume concretes of low deformability, *Betonwerk*, pp.62-71, novembre.

[12] ATLASSI E. (1992), Desorption isotherm of silica fume mortar, *International Conference on the Chemistry of Cements*, Vol. IV, pp. 634-639, New-Delhi, novembre.

[13] AUPERIN M., DE LARRARD F., RICHARD P., ACKER P. (1989), Retrait et fluage de bétons à hautes performances aux fumées de silice - Influence de l'âge au chargement, *Annales de l'ITBTP*, N°474, mai-juin.

[14] BAALBAKI W. (1990), Bétons à haute performance à matrice constante : influence de la nature des granulats sur le comportement mécanique, *Mémoire de Maîtrise es Sciences appliquées*, Spécialité Génie Civil, Université de Sherbrooke, Québec.

[15] BAALBAKI W., AÏTCIN P.C., BALLIVY G., (1992), On predicting modulus of elasticity in high-strength concrete, *ACI Materials Journal*, Technical Paper, Title n° 89-M56, pp. 517-520.

[16] BAALBAKI W., BENMOKRANE, B., CHAALAL, O., AÏTCIN, P.CP. (1991), Influence or coarse aggregate on elastic properties of high-performance concrete, ACI Materials Journal, Technical paper, pp. 499-503.

[17] BAROGHEL-BOUNY V. (1994), Caractérisation microstructurale et hydrique des pâtes de ciment et des bétons ordinaires et à très hautes performances, *Thèse de Doctorat de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées*, Spécialité Structures et Matériaux, Paris.

[18] BAZANT Z P. (1984), Practical prediction of creep and shrinkage of high strength concrete, *Materials and Structures*, **17**, n °101, pp. 375-378.
[19] BAZANT Z. P. et al. (1986), Material models for structural creep analysis, *Fourth Rilem International Symposium on Creep and Shrinkage in Concrete Structures : mathematical modeling*, chap. 2, Northwestern University, Evanston, Edité par Bazant et Wittmann, pp.80-232.
[20] BAZANT Z. P., CHERN J.C. (1985), Concrete creep at variable humidity : constitutive law and mechanisms, *Materials and Structures*, **18**, pp. 1-20.
[21] BAZANT Z.P. (1982), Mathematical models for creep and shrinkage in concrete, *Creep and Shrinkage in Concrete Structures*, édité par Z.P. Bazant et F.H. Wittmann, Wiley & Sons.
[22] BAZANT Z.P., ASGHARI A.A., SCHMIDT J. (1976), Experimental study of creep of hardened portland cement paste at variable water content, *Materials and Structures*, **9**, n°52, pp. 279-290.
[23] BAZANT Z.P., KIM J.K. (1991), Improved prediction model for time-dependent deformations of concrete : Part 1-Shrinkage, *Materials and Structures*, **24**, n°143, pp.327-345.
[24] BAZANT Z.P., KIM J.K. (1991), Improved prediction model for time-dependent deformations of concrete : Part 2-Basic creep, *Materials and Structures*, **24**, n°144, pp.409-421.
[25] BAZANT Z.P., KIM J.K. (1992), Improved Prediction Model for Time-Dependent Deformation of Concrete: Part 4-Temperature effects, *Materials and Structures*, **25**, n°146, pp. 84-94.
[26] BAZANT Z.P., KIM J.K. (1992), Improved Prediction Model for Time-Dependent Deformation of Concrete: Part 5-Cyclic load and cyclic humidity, *Materials and Structures*, **25**, n°147, pp. 163-169.
[27] BAZANT Z.P., KIM J.K. (1992), Improved prediction model for time-dependent deformations of concrete : Part 3-Creep at drying, *Materials and Structures*, **25**, n°145, pp.21-28.
[28] BAZANT Z.P., PANULA L., KIM J.K., XI Y. (1992), Improved Prediction Model for Time-Dependent Deformation of Concrete: Part 6-Simplified Code-Type Formulation. *Materials and Structures*, **25**, n°148, pp. 219-223.
[29] BAZANT Z.P., PRASANNAN S. (1989), Solidification theory for concrete creep, *J. Eng. Mech.*, **115**, pp. 1691-1725.
[30] BAZANT ZP (1972), Thermodynamics of hindered adsorption and its implications for hardened cement paste and concrete, *Cement and Concrete Research*, **2**, n°1, pp. 1-16.
[31] BOSTVIRONNOIS J.L., DE LARRARD F. (1991), Les bétons à hautes performances aux fumées de silice perdent ils de la résistance à long terme ?, Annales de l'ITBTP, Série béton 277, n°491, pp.25-44, février.
[32] BOULAY C., PATIES C. (1993), Mesure des déformations du béton au jeune âge, *Matériaux et Constructions*, **26**, pp. 307-311.
[33] BROWN,C. B. (1965), Models for concrete stiffness with full and zero contiguity, *Proceedings of the International Conference on The Structure of Concrete and its Behaviour under Load*, London, pp. 3-15.
[34] BUIL M. (1979), Contribution à l'étude du retrait de la pâte de ciment durcissante, *Rapport de recherche des LPC n° 92*, LCPC, Paris.
[35] BUIL M. (1988), Comportement physico-chimique du système ciment-fumée de silice, *Annales de l'ITBTP*, n° 483, Série Béton 271, pp. 19-29.
[36] BUIL M. (1990), Etude numérique simplifiée de l'influence de l'effet de fissuration superficielle du béton dans les essais de fluage de dessiccation récents, *Matériaux et Constructions*, **23**, pp. 341-351.

[37] BUIL M., ACKER P. (1985), Creep of silica-fume concrete, *Cement and Concrete Research*, **15**, pp. 463-466.
[38] BYFORS J. (1980), Plain concrete at early ages, *CBI Reasearch Report, n° 3:80*, Swedish Cement and Concrete Research Institute, Stockholm.
[39] CAQUOT A. (1935), Rôle des matériaux inertes dans le béton, *Mém. Soc. Ingén. Civils France*, juillet-août.
[40] COLLINS T. M. (1989), Proportioning High-Strength Concrete to control Creep and Shrinkage, *ACI Materials Journal*, pp.576-580, novembre-décembre.
[41] Comité Euro-International du Béton, CEB-FIP MODEL CODE 1990, (1993) Materials properties, § 2.1.6, *Bulletin d'information n° 213/214*, Lausanne.
[42] CONJEAUD M, LELONG B, CARIOU B. (1980), Liaison pâte de ciment Portland-granulats naturels, *7 ème Congrès International de la Chimie des Ciments*, Paris.
[43] COSTAZ J.L., (1992) Construire en BHP dans les centrales nucléaires, *Les Bétons à Hautes Performances*, Presses de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, Paris, pp. 537-551.
[44] COUNTO U. J. (1964), The effect of the elastic modulus of the aggregate on the elastic modulus, creep and creep recovery of concrete, *Magazine of Concrete Research*, **16**, n°48, pp. 129-138.
[45] COUSSY O. (1995), *Mechanics of porous continua*, J. Wiley and Sons.
[46] DE LARRARD F. (1988), Formulation et propriétés constructives des bétons à très hautes performances, *Rapport de recherche des LPC n° 149*, LCPC, Paris, mars.
[47] DE LARRARD F. (1988), Prévisions des résistances en compression des bétons à hautes performances aux fumées de silice, ou une nouvelle jeunesse pour la loi de Féret, *Annales de l'ITBTP*, n° 483, Série Béton 271, pp.92-98.
[48] DE LARRARD F. (1990), Creep and shrinkage of high-strength field concretes, *2nd International Conference on Utilization of High-Strength Concrete, ACI SP 121-28*, Berkeley, mai.
[49] DE LARRARD F. (1992), Particules ultrafines pour l'élaboration des bétons à très hautes performances, *Les Bétons à Hautes Performances*, Chap. 3, Presses de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, Paris, deuxième édition, pp. 65-77.
[50] DE LARRARD F. (1993), Application des bétons à hautes performances aux ouvrages d'art, conditions pour une mise en oeuvre de qualité, *Bulletin de Liaison des LPC*, n° 187, pp. 37-44, septembre-octobre.
[51] DE LARRARD F., ACKER P., LE ROY R. (1994), Shrinkage, creep and thermal properties, *High Performance Concrete and Applications*, édité par S.P. Shah et S.H. Ahmad, Edward Arnold, chap. 3, pp. 65-114.
[52] DE LARRARD F., ACKER P., MALIER Y., ATTOLOU A. (1988) Creep in very high strength concrete, *13 ème congrès IABSE*, Helsinki, juin.
[53] DE LARRARD F., BELLOC A., RENWEZ S., BOULAY C. (1995), Is the cube test suitable for High-Performance concrete ?, *Materials and Structures*, **27**, n° 174, pp. 580-583.
[54] DE LARRARD F., MALIER Y.(1989), Propriétés constructives des bétons à très hautes performances: de la micro- à la macro-structure, *Annales de l'ITBTP*, n°479, décembre.
[55] DE LARRARD F., PUCH C. (1989) Formulation des bétons à hautes performances: la méthode des coulis, *Bulletin de Liaison des LPC*, n°161, mai-juin.
[56] DE LARRARD F., SEDRAN T., ANGOT D. (1994), Prévision de la compacité des mélanges granulaires par le modèle de suspension solide. I: Fondements théoriques et calibration du modèle, *Bulletin de Liaison des LPC*, n°194, novembre-décembre.
[57] DE LARRARD F., TONDAT P. (1993), Sur la contribution de la topologie du squelette granulaire à la résistance en compression du béton, *Materials and Structures*, **26**, pp. 505-516.

[58] DREUX G. (1970), *Guide pratique du béton*, Collection de l'Institut Technique du Bâtiment et des Travaux Publics, Société de diffusion des techniques du bâtiment et des travaux publics, Paris.
[59] DUBROUS F. (1988), Formation et propriétés de la fumée de silice, *Annales de l'ITBTP*, N° 483, Série Béton 271, pp.3-11.
[60] ENGLAND G. L. (1965), Method of estimating creep and shrinkage strains in concrete from properties of constituent materials, *Journal of the A.C.I., title n°62-78*, pp.1411-1420.
[61] FERET R. (1896), Essais de divers sables et mortiers hydrauliques, *Ann. Ponts. et Chauss. Mémoires et Documents*, Série 7, Tome VII, deuxième semestre, pp. 174-197.
[62] FRANCIS R. (1993), Etude du fluage et du retour de fluage propre du béton à partir de résultats sur pâte pure, *Rapport de DEA de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées*, Option V : Mécanique des Solides et Structures, Paris.
[63] GAMBLE B.R., PARROTT L.J. (1978), Creep of concrete in compression during drying and wetting, *Magazine of Concrete Research*, **30**, n° 104, pp.129-138.
[64] GOLDMAN A., BENTUR A. (1994), Properties of cementitious systems containing silica fume or nonreactive microfillers, *Advanced Cement Based Materials*, **1**, pp. 209-215.
[65] GOPALAKRISHNAN, K.S., NEVILLE, A.M., GHALI, A. (1970), Elastic and time-dependent effects of aggregate-matrix interaction, *Materials and Structures*, **3**, n°16, pp. 225-236.
[66] GRANGER L. (1995), Comportement différé du béton dans les enceintes de centrales nucléaires : analyse et modélisation, *thèse de Doctorat de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées*, Spécialité Structures et Matériaux, Paris.
[67] GRANGER L. LE ROY R. (1995), Le problème des déformations différées du béton précontraint et du béton armé : fluage combiné du couple acier-béton, *Bulletin de Liaison des LPC*, à paraître, Paris.
[68] GRANGER L. P., BAZANT Z. P. (1995), Effect of composition on basic creep of concrete and cement paste, *Struct. Eng. Report, ASCE J. of eng. mech.*, in press.
[69] HANSEN, T. C. (1965), Theories of multi-phase materials applied to concrete, cement mortar and cement paste, *Proceedings of the International Conference on The Structure of Concrete and its Behaviour under Load*, London, pp. 16-23.
[70] HASHIN Z. (1962), The elastic moduli of heterogeneous materials, *J. of Appl. mech.*, **29**, pp.143-150.
[71] HILL R. (1963), Elastic properties of reinforced solids : some theorical priciples, *J. Mech. Phys. solids*, **11**, pp 357-372.
[72] HIRSH, T.J. (1962), Modulus of elasticity of concrete affected by elastic moduli of cement paste matrix and aggregate, *Proceedings of the American Concrete Institute*, **59**, pp. 427-451.
[73] HOBBS, D. W. (1971), The dependence of the bulk modulus, Young's modulus, creep, shrinkage and thermal expansion of concrete upon aggregate volume concentration, *Materials and Structures*, 4, n°20, pp.107-114.
[74] HUA C. (1992), Analyses et modélisations du retrait d'autodessiccation de la pâte de ciment durcissante, *Thèse de Doctorat de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées*, Spécialité structures et matériaux, Paris.
[75] HUET C., ACKER P., BARON J. (1982), Fluage et autres effets rhéologiques du béton, *Le Béton Hydraulique*, Presses de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, Chap. 19, pp. 335-364.
[76] ITHURRALDE G., DE LARRARD F., NECTOUX J. (1992), Bétons à hautes performances pour l'étanchéité des structures en béton. Expérimentation, *Annales de l'ITBTP*, N° 502, Série Béton 287, pp.77- 116, mars-avril.

[77] L'HERMITE R. (1955), Idées actuelles sur la technologie des bétons, *Documentation Technique du Bâtiment et des Travaux Publics.*
[78] L'HERMITE R.G. MAMILLAN M. (1973), Répartition de la teneur en eau dans le béton durci, *Annales de l'ITBTP*, N°310, pp. 30-34.
[79] LA RUE, H.A. (1946), Modulus of elasticity of aggregates and its effect on concrete, *Proceedings of the American Society for Testing Materials*, **46**, pp. 1298-1309.
[80] LAPLANTE P. (1993), Propriétés mécaniques des bétons durcissants : analyse comparée des bétons classiques et à très hautes performances. *Thèse de Doctorat de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées*, Spécialité Structures et matériaux, Paris.
[81] LE BRIS J. et al. (1993), High performance concretes in the "Elorn" bridge, *Convention d'automne de l'ACI, Session HPC in severe environment, SP 140-4*, Minneapolis, pp. 73-93.
[82] LE CHATELIER H. (1900), Sur les changements volumiques qui accompagnent le durcissement des ciments, *Bulletin de la société de l'encouragement pour l'industrie nationale*, 5ème série, Tome 5, pp. 54-57.
[83] LE ROY, R., DE LARRARD, F. (1993), Creep and shrinkage of high-performance concrete : the LCPC experience, *Fifth International RILEM Symposium on Creep and Shrinkage of Concrete*, Barcelone, pp. 499-504.
[84] LECHA W., BOGUE RH (1934), Heat of hydration of Portland cements pastes, *Journal of Research National Bureau Standards*, **12**, n° 5, pp. 645-664, mai.
[85] *Les bétons à hautes performances* (1992), sous la direction d'Yves Malier, Presses de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, Paris.
[86] LUMBROSO V. (1990), Réponses différées des bétons de hautes performances sous chargements stationnaires. Influence des conditions d'ambiance et de la composition, *Thèse de Doctorat de l'INSA*, Toulouse.
[87] MALIER Y. (1991), Matériaux nouveaux et architecture, *Colloque sur les enjeux de la construction*, CNIT Paris La Défense, mai.
[88] MALIER Y. (1991), The french approach to using HPC, *Concrete International*, **13**, n°7, pp. 28-32, juillet.
[89] MALIER Y., MORANVILLE-REGOURD M. (1992), Construire en béton à hautes performances, *Annales de l'ITBTP, Série : béton 288*, n°502, pp. 137-168.
[90] MEHTA, P. K., AÏTCIN P.C. (1990), Principles underlying the production of high performance concrete, *Cem. Conc. Aggreg.*,**12** (2).
[91] NEVILLE A.M.(1982), *Properties of concrete*, Chapitre 5, Pitman, troisième édition.
[92] NEVILLE A.M., DILGER W.H., BROOKS J.J. (1983), *Creep of plain and structural concrete*, Construction Press.
[93] NGAB A. S., NILSON A.H., SLATE F.O. (1981), Shrinkage and Creep of High Strength Concrete, *ACI Material Journal*, pp. 255-261, juillet-août.
[94] NILSEN U., AITCIN P. C. (1992), Properties of high-strength concrete containing light-, normal, and heavyweight aggregate, *Cement Concrete and Aggregates, CCAGDP*, **14**,n°1, pp. 8-12.
[95] NORLING MJÖRNEL K., (1994), *Self-desiccation in concrete*, Department of Building Materials, Chalmers University of Technology, Göteborg, Sweden, 84 p.
[96] PENTTALA V., RAUTANEN T. (1990), Microporosity, creep and shrinkage of high strength concretes, *Second International Symposium on Utilization of High Strength Concrete*, Berkeley, ACI SP 121-21, pp.409-432.
[97] PERRATON D., CARLES GIBERGUES A., AÏTCIN P.C. (1992), La perméabilité vue par le chercheur, *Les Bétons à Hautes Performances*, Presses de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, Paris, pp. 289-310.
[98] PERRIN, B. et al. (1972), Existence d'une auréole de transition entre les granulats d'un mortier ou d'un béton et la masse de la pâte de ciment hydraté. Conséquences

sur le comportement mécanique, *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, t. 275, Paris, pp. 1497-1468.

[99] PERSSON B. S. M. (1993), Basic creep of high-strength concrete at early ages, *Fifth International Rilem Symposium on creep and shrinkage of concrete*, E & FN Spon, pp. 523-528.

[100] PICKETT G. (1956), Effect of aggregate on shrinkage of concrete and a hypothesis concerning shrinkage, *Journal of the the American Concrete Institute, Title n° 52-36*, pp. 581-590.

[101] Règles techniques de conception et de calcul des ouvrages et constructions en béton précontraint suivant la méthode des états limites, *Règles BPEL 91*, Cahiers techniques du CSTB.

[102] ROBERTS L. R. et al. (1989), Microsilica in concrete, *Materials Science of Concrete, Tome I*, édité par Jan Skalny, Westerville, U.S.A., pp. 197-222.

[103] ROY D.M., GOUDA G.R. (1973), Porosity-strength relation-ship in cementitious materials with very high strengths, *J. Amer. Soc.*, **53**, n° 10, pp. 549-550.

[104] SALENÇON, J. (1981), *Viscoélasticité*, Presses de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, Paris.

[105] SCHALLER I. et al. (1992), L'expérimentation du pont de Joigny, *Les Bétons à Hautes Performances*, Presses de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, chap. 29, pp.483-520.

[106] SELLEVOLD E., JUSTNES H. (1992), High-strength concrete binders : nonevaporable water, self-desiccation and porosity of cement pastes with and without condensed silica fume, *Fourth International ACI-CANMET Conference on Fly Ash, Silica-Fume, Slag and Natural Pozzolans in Concrete*, SP 132-48, Istanbul, pp.891-902.

[107] SICARD V. (1993), Origines et propriétés des déformations de retrait et de fluage de bétons à hautes performances à partir de 28 heures de durcissement, *Thèse de Doctorat de l'INSA*, Toulouse.

[108] SMEPLASS S., MAAGE M (1990), Heat of hydration of high-strength concretes, *2nd International Conference on Utilization of High-Strength Concrete*, Berkeley, pp. 433-456.

[109] TAZAWA E., MIYAZAWA S. (1993), Autogenous shrinkage of concrete and its importance in concrete technology, *Fifth RILEM International Symposium on Creep and Shrinkage of Concrete*, Barcelone, pp. 159-168, septembre.

[110] TORRENTI J.M., DE LARRARD F., LE ROY R. (1993), Evaluation comparative de la fissuration dans les pylônes du pont de l'Elorn, *Rapport pour la Direction Départementale de l'Equipement*, LCPC, Paris, janvier.

[111] ULM F.J., COUSSY O (1994), Modelling of thermo-mechanical couplings of concrete at early ages, *ASCE Engineering mechanics*, **121**, n°7, pp. 785-794, july.

[112] VERBECK G. J., HELMUTH R.H. (1968), Structures and physical properties of cement paste, *Fifth International Symposium on the Chemistry of Cement*, Session III.1, Tokyo.

[113] WITTMANN F. H. (1982), Creep and shrinkage mechanisms, *Creep and Shrinkage in Concrete Structures, Chap. 6*, édité par Z.P. Bazant, Northwestern University, Evanston, pp.129-161.

[114] WITTMANN F. H. (1968), Surface tension, shrinkage and strength of hardened cement paste, *Materials and Structures*, **6**, pp. 547-552.

[115] WITTMANN F. H. (1986), Mechanism of creep and shrinkage - Further viewpoints, *Fourth RILEM International Symposium on Creep and shrinkage in concrete structures : mathematical modelling*, Northwestern University, Evanston, Part 2, pp. 469-476.

[116] WITTMANN F. H., ROELFSTRA P.E. (1980), Total deformations of loaded drying concrete, *Cement and Concrete Research*, **10**, pp. 601-610.

[117] YOUNG J. F. et al. (1986), Physical mechanisms and their mathematical description, *Fourth RILEM International Symposium on Creep and Shrinkage in Concrete Structures : Mathematical Modelling*, Northwestern University, Evanston, chap. 1, pp. 41-78.

***

Chapitre 2

Etude expérimentale

Table des matières

Résumé 78
1 Matériaux 78
2 Essais sur béton 79
2.1 Programme expérimental 79
Paramètres de formulation retenus 79
Description du programme expérimental 80
2.2 Matériel d'essai 81
2.3 Déroulement des essais 83
Fabrication et mise en place 83
Préparation des échantillons et conditions de conservation 83
Mesure de la résistance et du module 83
Essais de retrait et fluage 84
2.4 Résultats 85
Résistance en compression et module 85
Fluage propre 91
2.5 Analyse des résultats 95
Retrait endogène 95
Fluage propre 96
Qu'en est-il de la ségrégation ? 99
3 Essais sur pâte pure 103
3.1 Justification des essais sur pâte pure 103
3.2 Programme expérimental 104
3.3 Mise au point des essais de retrait et fluage sur pâte pure 104
Conditions à respecter pour la bonne réalisation des essais de retrait endogène et de fluage propre 104
Description des dispositifs 105
3.4 Déroulement des essais 109
Fabrication des échantillons. 109
Démarrage des mesures de retrait et de fluage 113
Evaluation de la précision de la mesure 113
3.5 Résultats obtenus 116
Retrait endogène 116
Fluage propre 117
4 Conclusions 119
5 Références bibliographiques 120

Résumé

L'étude expérimentale porte principalement sur la mesure du retrait endogène et du fluage propre de différents bétons et pâtes pures, réalisés avec les mêmes matériaux. L'effet de l'âge de chargement sur le fluage a été analysé. La résistance et le module des bétons ont été mesurés en parallèle, aux échéances correspondant aux âges de chargement. On présente ici le programme expérimental, les techniques d'essais lorsque celles-ci ne sont pas classiques, et les résultats bruts obtenus. Une partie est plus spécialement consacrée à la description des essais de retrait et fluage sur pâte pure.

1 Matériaux

Dans le but de minimiser les dispersions apportées par les caractéristiques des matériaux, l'étude expérimentale sur béton et sur pâte pure a été menée avec le même lot de matériaux, excepté pour le fluidifiant des pâtes pures, qui provenait d'un lot différent (étant donnée la date limite d'utilisation des fluidifiants). Dans la même optique, il y a eu une seule fabrication par type de formulation.

Les caractéristiques des matériaux sont données en annexe 1. Le ciment est du type HP PM (CPA CEM I 52,5) de l'usine de Saint-Vigor, de classe vraie 63 MPa. La fumée de silice est sous forme densifiée. Le fluidifiant est une résine mélamine (Chryso GT à 30,9% d'extrait sec). Les granulats sont des silico-calcaires semi-concassés, et proviennent de la Seine.

En plus du programme principal, on a étudié l'effet de la nature du ciment et du superplastifiant au travers d'essais spécifiques. Les matériaux utilisés pour cette campagne, sont d'une part le ciment HPR de St-Pierre La Cour, et d'autre part deux fluidifiants. Le premier est un polyvinyle sulfonate (Sikament 10 à 20% d'extrait sec) et le second un naphtalène sulfonate (Rhéobuild 1000 à 40% d'extrait sec).

2 Essais sur béton

Les essais de retrait et fluage ont été effectués dans différents laboratoires, en utilisant le matériel existant et disponible. Après avoir arrêté les paramètres à étudier, établi le plan expérimental, et décrit le matériel, on présente les résultats obtenus.

2.1 Programme expérimental

Paramètres de formulation retenus

- Le volume de pâte.

Les résultats de la littérature montrent clairement que l'effet du volume de pâte sur les déformations instantanées et différées est important. Le rapport des déformations du béton à celles de la pâte varie de 10 à 20 % environ [9], pour les concentrations granulaires courantes (0,6 à 0,7). On a donc abordé l'incidence de ce paramètre sur les déformations.

- Le rapport e/c.

C'est un paramètre classique, qui intervient dans le calcul de la résistance du béton, et dont la réduction permet d'obtenir des résistances élevées. En l'absence de fumée de silice, c'est le paramètre principal qui caractérise la qualité de la matrice. Il est alors naturel d'en analyser expérimentalement les effets sur les déformations mesurées ici.

- Le rapport s/c.

On sait que la résistance du béton est influencée par la présence de fumée de silice. Le rapport s/c a été introduit à cet effet dans un modèle de calcul de la résistance du béton [6][7]. L'analyse réalisée dans le chapitre 1 montre que la modification qu'il apporte sur la microstructure nécessite de le retenir comme paramètre d'étude des déformations.

- autres paramètres.

L'étude de l'influence de la nature du ciment et du surperplastifiant ont fait suite au programme principal. Elle n'a pas la même portée que ce dernier, et consiste plus à des investigations exploratoires dans d'autres directions. Ainsi, l'effet de la nature du ciment a été abordé au travers d'un essai sur un béton de même formulation que le béton B1, avec un ciment de classe voisine mais de composition différente (notamment sur la teneur en aluminates). L'effet de la nature de l'adjuvant réducteur d'eau a été abordé en essayant deux autres fluidifiants à partir de la composition du béton B1. Les résultats de ces essais sont exposés dans le paragraphe 2.4.

Description du programme expérimental

On disposait de 30 bâtis de fluage, répartis dans différents laboratoires du réseau des Ponts et Chaussées, de la manière suivante :
- 10 bâtis au Laboratoire de Trappes ;
- 10 bâtis au Laboratoire de Strasbourg ;
- 10 bâtis au LCPC.

L'étude du vieillissement a été réalisée par des chargements sur des bétons âgés de 1, 3, 7, et 28 jours. On a effectué l'analyse des 3 paramètres de composition, par une variation indépendante de chacun d'eux autour d'une composition de référence (béton B1). Le plan d'expérience est présenté sur la figure 2-1.

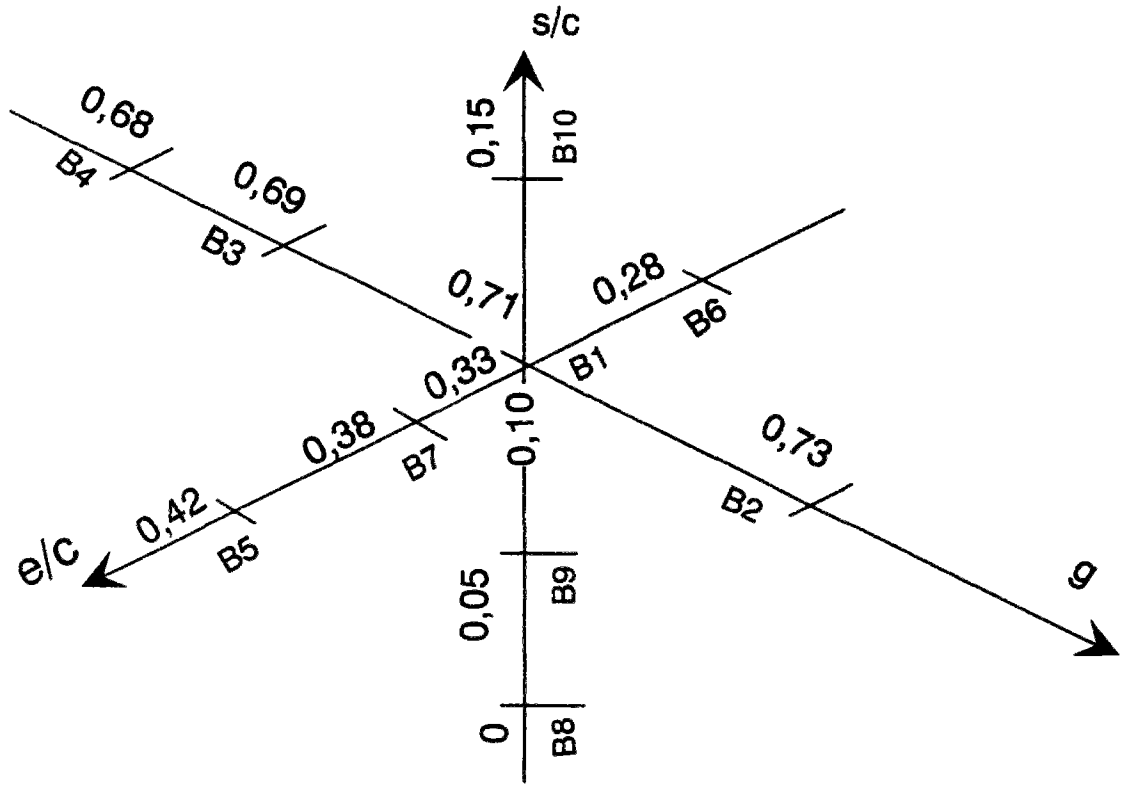


Figure 2-1 : description du plan d'expérience de l'étude. g : proportion volumique de granulats, e/c : rapport du poids d'eau à celui de ciment seul, s/c : rapport du poids de fumée de silice à celui de ciment seul.

On a indiqué dans le tableau 2-1 la répartition des différentes éprouvettes. Les compositions des bétons B1 à B10, ainsi que leurs principales caractéristiques mécaniques sont présentées dans le tableau 2-4. Mener un programme d'essai sur 40 bétons, avec 30 bâtis de fluage, imposait l'utilisation des mêmes bâtis pour les essais à 1 et 28 jours (les éprouvettes, correspondant au chargement à 1 jour, ont été déchargées peu avant 28 jours). En effet, la cinétique des essais à 1 jour étant a priori plus rapide, c'est le type d'essai pour lequel on perdait le moins d'information, en l'arrêtant à 28 jours.

type d'essai	résistance en compression	module	retrait endogène	fluage propre
type d'éprouvette	cyl. 11×22 [cm]	cyl. 11×22 [cm]	cyl. 16×100 [cm]	cyl. 16×100 [cm]
nombre	4	1[1]	1	4

Tableau 2-1 : répartition des différentes éprouvettes d'essai.

Trois autres essais de retrait-fluage (chargement à 28 jours) ont été pratiqués à partir de la composition du béton B1, mais en changeant un des constituants. Ces essais ont été menés après achèvement de certains essais de l'étude principale. Il s'agit des compositions suivantes :

- B1LC : on a substitué au ciment de St Vigor le CPA HPR de St Pierre La Cour ;
- B1 N : on a substitué à la résine mélamine un naphtalène sulfonate ;
- B1P : on a substitué à la résine mélamine un polyvinyle sulfonate.

2.2 Matériel d'essai

Le matériel d'essai est celui mis au point au LCPC [2]. Le schéma d'un bâti de fluage est représenté sur la figure 2-2. Le principe consiste à mettre en compression une éprouvette ($\phi \times l$ = 16×100 [cm]), entre 2 plateaux métalliques ① et ② , reliés par des tirants ③. La force en compression est appliquée par un vérin plat hydraulique ④, dont on limite les variations de pression par un accumulateur oléopneumatique ⑤. Le contrôle de la force en compression est effectué par un dynamomètre hydraulique ⑥. La mesure de déformation en cours de fluage est réalisée sur une base de mesure de 50 cm (centrée par rapport à la mi-hauleur pour éliminer les effets de bord). Trois tiges ⑦ par base de mesure, réparties à 120°, s'appuient sur des plots fixés au béton. Deux plateaux ⑧ s'appuyant sur ces tiges en partie supérieure, matérialisent deux plans, dont on mesure la variation de distance par un comparateur ⑨ (précision égale au micromètre). La mise en charge s'effectue par manoeuvre du robinet ⑩, qui transmet la pression de l'accumulateur vers le vérin plat.

Les essais de retrait s'effectuent sur des éprouvettes de même taille que les précédentes, avec un système de mesure identique au précédent (fig. 2-2).

La conception de ces bâtis permet d'ajuster la contrainte d'essai dans une fourchette d'environ 2 MPa, du fait de la technologie des vérins plats métalliques. Le capteur hydraulique d'effort permet en revanche de mesurer la contrainte effective moyenne avec une précision de l'ordre de 3 %, dans l'hypothèse où l'on suit correctement la procédure d'étalonnage préconisée [1]. L'accumulateur oléopneumatique a pour fonction de limiter la chute de pression d'huile, qui a tendance à s'effectuer sous l'effet du raccourcissement de l'éprouvette. Ce raccourcissement engendre en effet une variation de volume dans l'accumulateur, qui ne provoque qu'une légère chute de pression dans l'azote. Cette chute est d'autant plus faible que la variation relative de volume est faible,

[1] il s'agit d'une des éprouvettes qui a servi, par la suite, à l'essai de résistance en compression.

donc que le volume de l'accumulateur est grand. Celui ci vaut environ 5 litres pour nos essais, ce qui conduit à une baisse de contrainte dans l'éprouvette, en fin d'essai, ne dépassant pas le pour-cent.

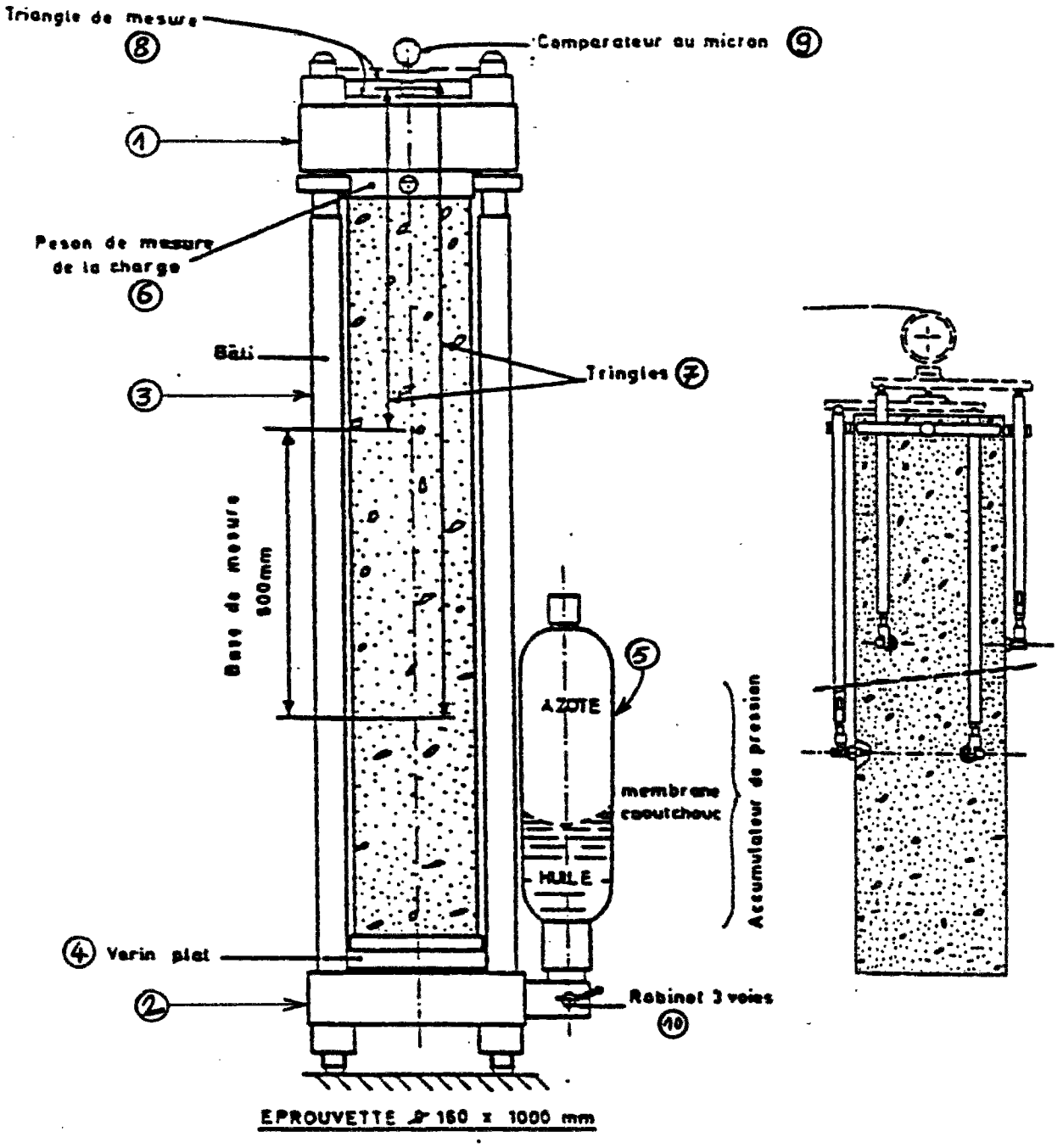


Figure 2-2 : schémas des bâtis de retrait et fluage pour béton.

2.3 Déroulement des essais

Fabrication et mise en place

Les différentes gâchées de l'étude ont été réalisées dans le mois de juin 1990. Les bétons ont été fabriqués au laboratoire des Ponts et Chaussées de Trappes dans un malaxeur de 250 litres. Une seule gâchée a donc suffi par type de composition. On a réalisé 2 formulations différentes par jour. Le malaxage s'est déroulé suivant la chronologie suivante :
- introduction du sable, gravillon, ciment, et fumée de silice. Malaxage 1 min ;
- introduction de l'eau plus un tiers du fluidifiant. Malaxage 2 min ;
- introduction du reste de fluidifiant. Malaxage 1 min.

La durée totale de malaxage est donc de 4 min, ce qui représente un temps généralement plus long que celui constaté en centrale industrielle.

La mise en place a été réalisée, pour les éprouvettes 11×22 par vibration sur table vibrante, et pour les éprouvettes 16×100, en 3 couches, vibrées à l'aiguille de 20 mm. Le temps de vibration a été adapté à la maniabilité du béton, et était d'autant moins long que l'affaissement au cône était important.

Préparation des échantillons et conditions de conservation

Le lendemain de la fabrication, les éprouvettes de retrait et de fluage ont été transportées au LCPC pour être préparées. L'opération a consisté, après démoulage, à protéger les échantillons par 2 couches d'aluminium autocollant, de manière à éviter la dessiccation. Les éprouvettes de fluage ont ensuite été rodées sur leurs 2 faces, afin d'assurer un bon contact ultérieur avec les casques métalliques des bâtis de fluage. Les échantillons en attente du chargement ont été protégés sur leurs faces extrêmes. Ceux de retrait, et de fluage à 1 jour et 28 jours, ont été transportés dans la salle d'essai du LCPC. Celle-ci est maintenue à une température de 20 °C ±1 °C, et à une teneur en humidité de 50 % ± 5%. Les éprouvettes, correspondant à un chargement aux âges de 3 ou 7 jours, ont été transportées dans les 2 laboratoires régionaux participant à l'opération, dont les salles d'essais respectent les mêmes conditions thermiques et hygrométriques qu'au LCPC.

Mesure de la résistance et du module

Ces essais ont été réalisés au laboratoire régional de Trappes. Pour les essais à 24 heures, les éprouvettes ont été surfacées au mortier de soufre classique. Pour les autres échéances (3, 7, et 28 jours), les éprouvettes ont été transportées au LCPC pour être rodées. Les résistances à 24 heures ne dépassant pas 35 MPa, la simple préparation au soufre suffisait, tandis que pour les autres échéances, une préparation par rodage était indispensable, du fait des résistances élevées. On sait en effet qu'un mode de préparation inadapté des éprouvettes de compression peut faire chuter dans une large mesure la résistance apparente de l'éprouvette (jusqu'à 30 %). La mesure de la résistance a été effectuée selon la norme NFP 18-406, celle de module par mesure de la pente de la droite $\sigma(\varepsilon)$, entre 5 et 30 % de la résistance à la rupture.

Essais de retrait et fluage

En ce qui concerne les essais de retrait endogène, les mesures commencent 24 heures après le coulage. Le réglage consiste simplement à fixer les couronnes, et à positionner les tiges de mesures de manière à régler le comparateur à la position "zéro".

Dans les essais de fluage, le taux de charge des éprouvettes, par rapport à la résistance au moment du chargement, est de 30 %. La résistance est mesurée juste avant le début de l'essai de fluage. La pression d'azote de l'accumulateur oléopneumatique de chaque bâti a été préalablement ajustée à une pression voisine (légèrement inférieure) à la pression de service, ce qui suppose donc de prévoir le mieux possible les contraintes appliquées à chaque éprouvette de fluage, donc les résistances correspondantes. On augmente ensuite de 20 % la pression d'azote par une pression d'huile. Après mise en place et centrage de l'éprouvette dans le bâti, on vient reposer le casque supérieur sur la face supérieure de l'éprouvette. On place ensuite les tiges métalliques, dont la hauteur est ajustée de manière à régler le comparateur à la position "zéro". Lorsque la résistance du béton est connue, on ajuste la pression de l'accumulateur, de manière à approcher le mieux possible le taux de charge de 30 %. Le chargement s'effectue par rotation du robinet de charge. La contrainte s'établit en un temps de 0,2 s environ. La lecture du comparateur permet de dissocier facilement les déformations élastiques des déformations différées. Toutefois, pour des essais futurs, des mesures par capteur inductifs LVDT sont en cours de validation, ce qui devrait encore améliorer la précision de l'essai. Un exemple de courbe, obtenue par cette méthode, est présenté sur la figure 2-3, pour le béton B1 LC, chargé à 28 jours. On note que dans un tel cas, on peut aisément distinguer les déformations instantanées des déformations différées.

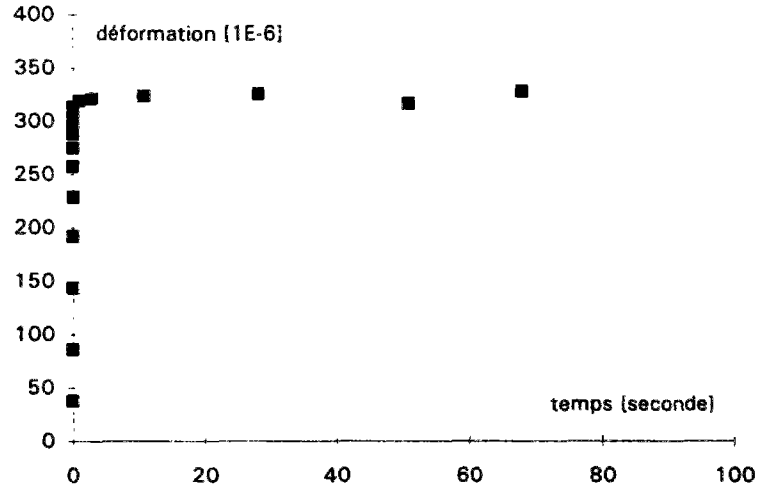


Figure 2-3 : exemple de courbe obtenue dans la première minute du chargement, par une acquisition automatique des déformations ; celles-ci sont mesurées par un capteur LVDT, remplaçant le capteur manuel.

2.4 Résultats

Résistance en compression et module

La composition des différents bétons, ainsi que les résultats d'essais mécaniques, sont dans le tableau 2-4. Les résultats des essais de compression sont regroupés sur la figure 2-4, à partir de laquelle on peut faire les observations suivantes :

- les bétons réalisés avec des dosages e/c et s/c identiques présentent des évolutions semblables de résistance. Ainsi, la variation du volume granulaire ne modifie pas cette évolution ;
- La résistance à 1 jour est d'autant plus élevée que le rapport e/c est faible, à même rapport s/c. Ce phénomène est cohérent avec l'idée qu'un plus grand rapprochement des grains de ciment accélère le durcissement au jeune âge. Après 1 jour, cette différence est gardée, et les évolutions sont parallèles en échelle semi-logarithmique ;
- La résistance à 1 jour ne dépend pas de la quantité de fumée de silice, à rapport e/c constant. Les évolutions, après cette date, sont ensuite d'autant plus marquées que le dosage en fumée de silice est élevé. En fait, la réaction pouzzolanique ne commence qu'après quelques jours. L'effet n'est pas perceptible à 24 heures, mais ensuite la production d'hydrates supplémentaires renforce la microstructure, et augmente la résistance. Pour schématiser, on obtient un faisceau de droites convergentes à la date de 1 jour, mais de pente croissante lorsque le rapport s/c augmente.

La résistance à 28 jours, la plus élevée, est obtenue pour le béton B4 (99,4 MPa), et non pas pour B6 (97,3MPa), ce dernier ayant le rapport eau sur ciment équivalent (chap. 1, § 2) le plus faible (0,22), donc théoriquement la résistance la plus élevée [7]. Toutefois, la moyenne de l'écart type sur les essais à 28 jours est de 3,7 MPa (coefficient de variation de 4,4 %), ce qui peut expliquer ce résultat.

En ce qui concerne les modules, les résultats sont plus dispersés du fait qu'ils proviennent d'une seule mesure. De l'analyse globale, on fait cependant les remarques suivantes :

- le module est d'autant plus élevé à une date donnée que la concentration granulaire est élevée ;
- pour un même volume granulaire, le module est d'autant plus élevé que le rapport e/c est faible et le rapport s/c élevé (corrélation entre la résistance et le module à même volume granulaire).

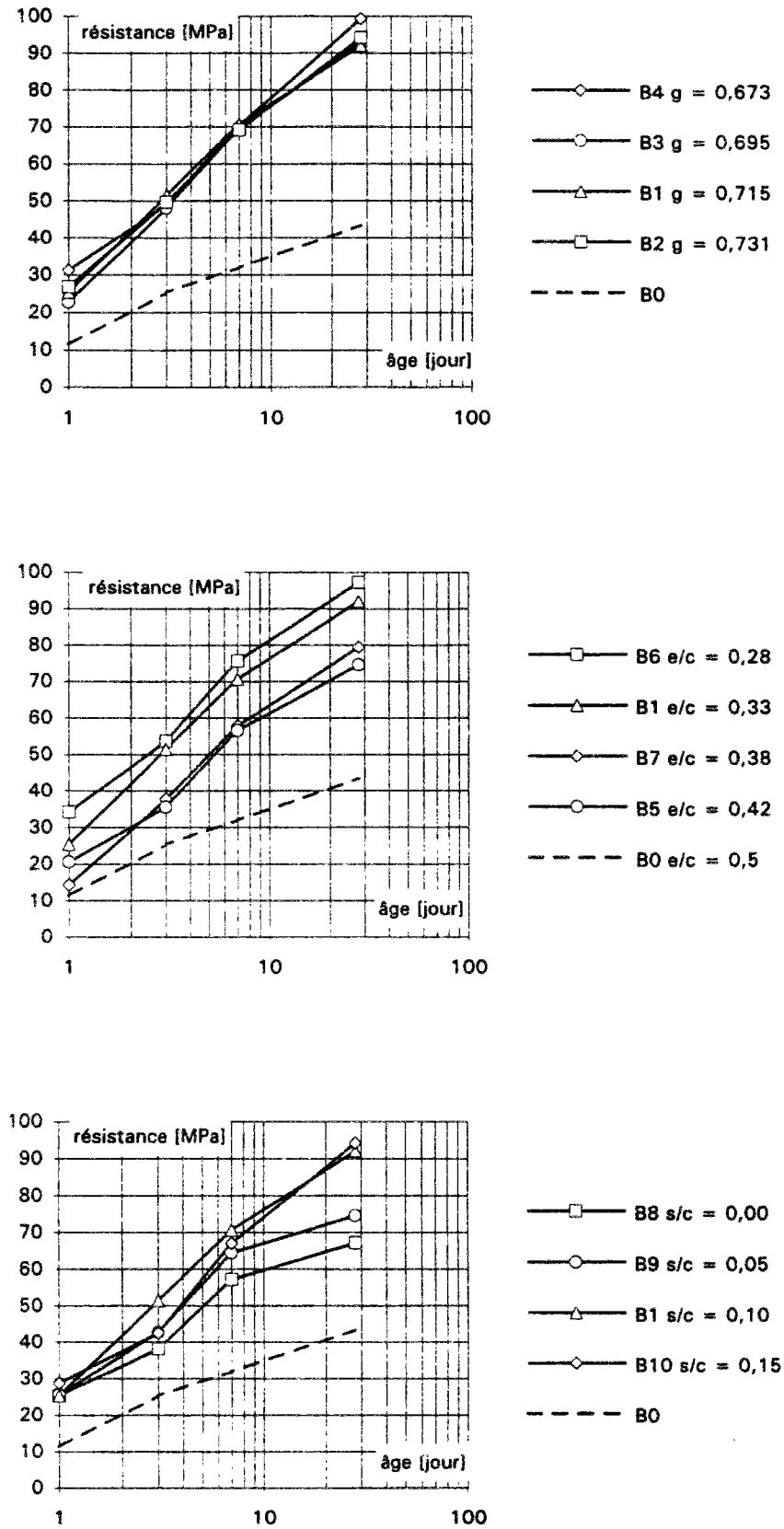


Figure 2-4 :évolution de la résistance moyenne en compression en fonction de l'âge, pour les différents bétons de l'étude.

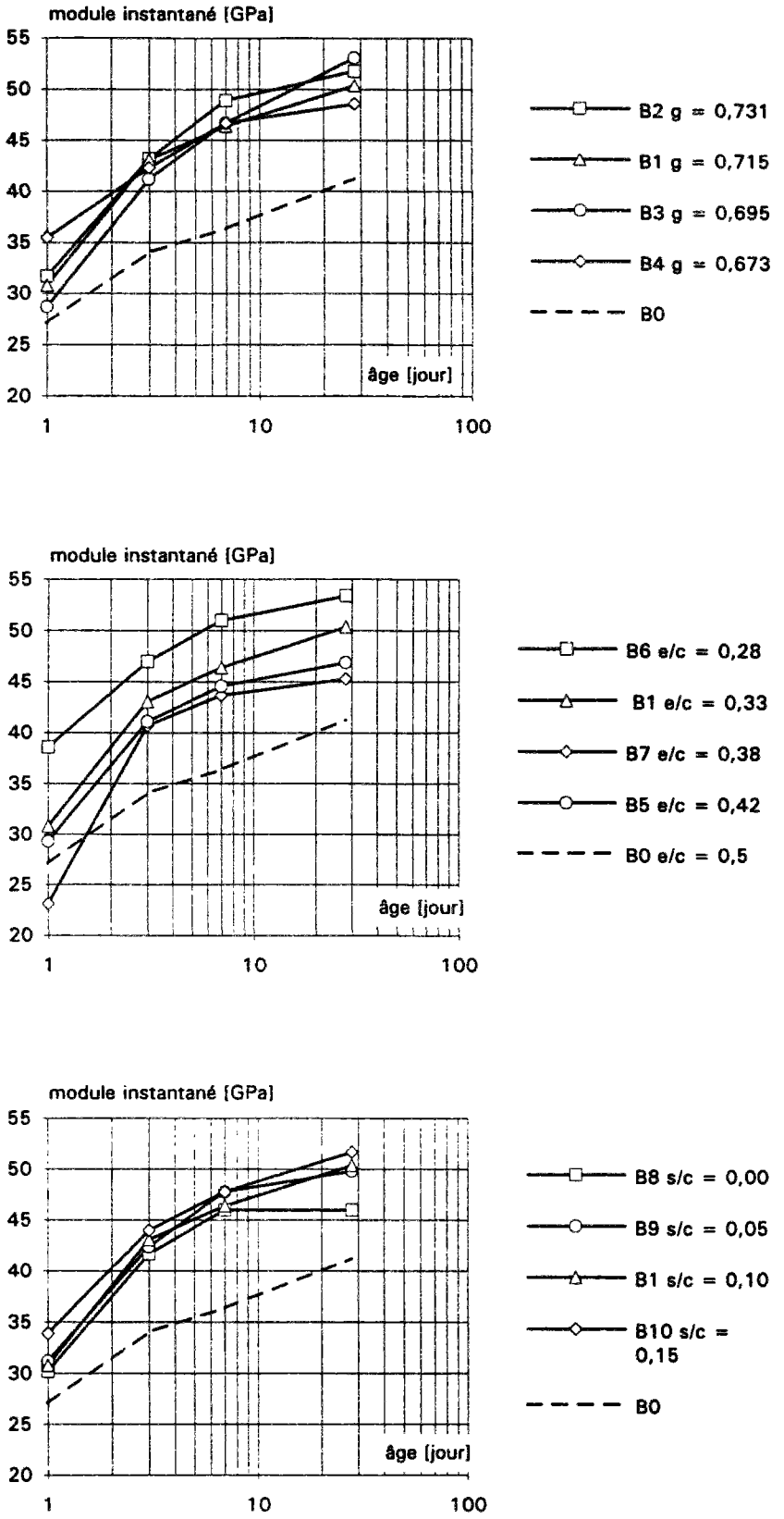


Figure 2-5 : évolution du module instantané en fonction de l'âge, pour les différents bétons de l'étude.

Retrait endogène

Les mesures de retrait endogène commencent à l'âge de 24 heures. Des mesures au jeune âge ont montré que le retrait thermique, à cette date devient pratiquement négligeable, avec le ciment utilisé ici [11]. On observe en effet sur la figure 2-6 que la température dans l'éprouvette repérée THP, mais qui est en fait le béton B1 de la présente étude, ne dépasse pas 22 °C à l'âge de 24 heures. Sur la figure 2-7, les mesures au jeune âge effectuées grâce à un capteur noyé dans le béton, montrent que le retrait endogène démarre, pour ce béton, à l'âge équivalent de 24 heures, le retrait thermique ayant été déduit, ce qui correspond à un âge réel légèrement inférieur. On peut donc considérer que les mesures brutes sont affectées d'une surestimation ne dépassant pas 20 10^{-6}. Pour une approche simplifiée, on peut se contenter des mesures brutes. Mais dans le cas d'une validation d'un modèle, il sera préférable de ne considérer que les déformations produites après retrait thermique, et à partir d'un temps adapté à chaque béton, correspondant à une maturité donnée.

Les mesures ont été ajustées par une fonction du type :

$$\varepsilon_{re}(t-t_0) = \varepsilon_{re\infty} \frac{(t-t_0)^{\alpha_{re}}}{b_{re} + (t-t_0)^{\alpha_{re}}} \qquad (2\text{-}1)$$

Expression dans laquelle :
- $\varepsilon_{re}(t-t_0)$ est la déformation de retrait endogène entre le temps courant, t, et le temps t_0 (t_0 = 1 jour pour nos essais ;
- $\varepsilon_{re\infty}$ est la déformation finale [10^{-6}];
- α_{re} et b_{re} sont des constantes qui sont adaptés à la cinétique du phénomène.

On a reporté dans le tableau 2-2 les valeurs des paramètres des fonctions de lissage. Les courbes sont quant à elles présentées à l'annexe 1. Le retrait endogène des bétons B1N et B1P n'ont pas été mesurés au jeune âge et ne figurent donc pas dans le tableau.

Béton	B0	B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8	B9	B10	B1 (LC[2])
$\varepsilon_{re\infty}$ [10^{-6}]	80	141	106	190	166	149	144	185	148	110	177	180
α_{re}	0,67	0,63	0,67	0,53	0,67	0,42	0,57	0,45	0,27	0,72	0,50	0,72
b_{re} [jour$^{\alpha}$]	5,60	4,62	11,86	5,72	9,12	2,24	7,87	2,62	1,90	3,81	3,70	14

Tableau 2-2 : valeurs des paramètres de la fonction 2-1 pour les bétons de l'étude.

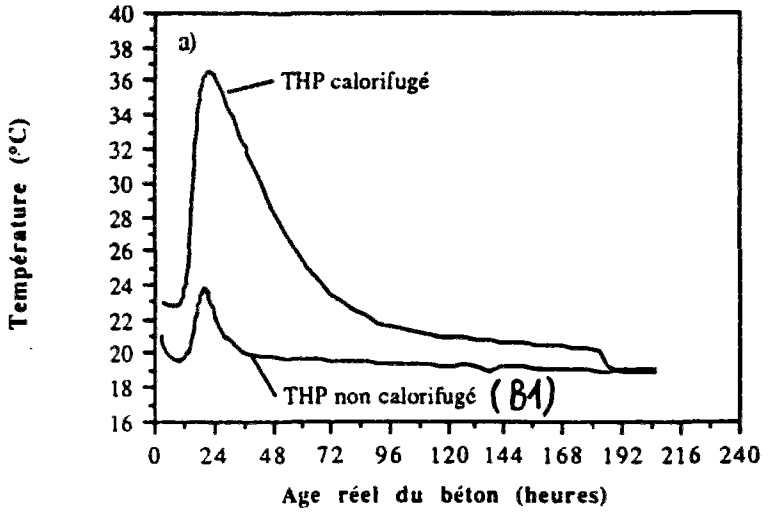


Figure 2-6 : évolution de la température, mesuré à partir de la fabrication, dans une éprouvette de diamètre 20 cm [11]. Béton B1 de la présente étude.

[2]Composition du béton B1 mais avec un ciment HPR (St Pierre La Cour)

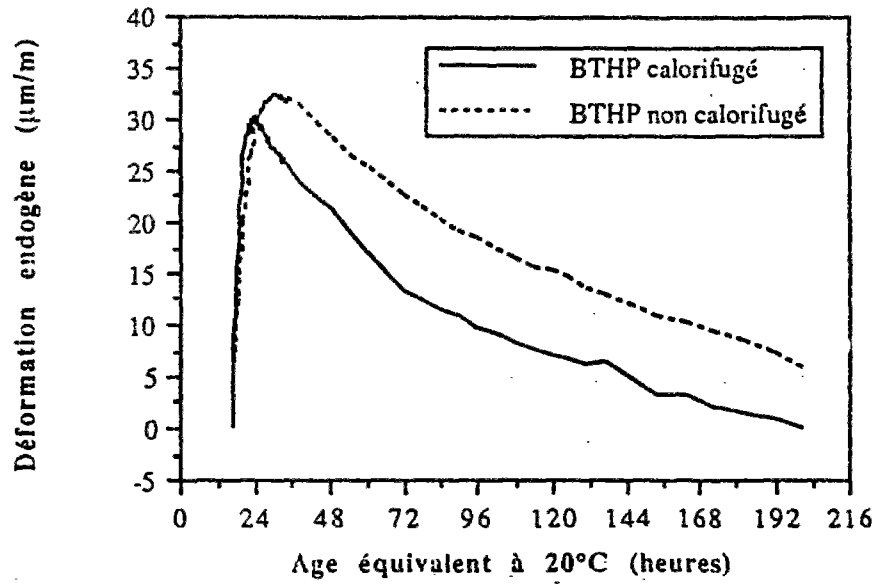


Figure 2-7 : évolution du retrait endogène (déf. thermiques déduites) [11]. Béton B1. On constate que la différence de comportement se produit essentiellement entre 22 et 35 h.

Fluage propre

Les valeurs expérimentales de chaque béton ont été ajustées par une fonction du type :

$$\varepsilon_{fl}(t,t_1) = \varepsilon_{fl\infty}.\sigma \frac{(t-t_1)^{\alpha_{fl}}}{b_{fl}+(t-t_1)^{\alpha_{fl}}} \qquad (2\text{-}2)$$

- $\varepsilon_{fl}(t,t_1)$ est la déformation de fluage atteinte au temps courant, t, compté à partir du coulage du béton, pour un chargement à l'âge t_1 ;
- $\varepsilon_{fl\infty}$.est la déformation de fluage spécifique à l'infini ;
- α_{fl} et b_{fl} sont des coefficients qui commandent la cinétique du phénomène ;
- σ est la contrainte appliquée.

Cette décomposition suppose la validité de la linéarité du fluage par rapport à la contrainte appliquée, ce qui est justifié pour les taux de charge appliquée ici (30 % de la résistance du béton au moment du chargement).

Pour obtenir les points expérimentaux de fluage, on extrait des valeurs expérimentales brutes, la valeur de la déformation élastique, et celle de retrait endogène. Les points expérimentaux n'étant pas tous pris à la même période (dispersion des essais dans plusieurs laboratoires), on retranche en fait les valeurs données par la fonction de lissage du retrait endogène. La formule de calcul des déformations de fluage est donc la suivante :

$$\varepsilon_{fl}(t,t_1) = \varepsilon_{tot}(t,t_1) - \varepsilon_{insl}(t_1) - \varepsilon_{re\infty}\left[\frac{(t-t_0)^{\alpha_{re}}}{(t-t_0)^{\alpha_{re}}+b_{re}} - \frac{(t_1-t_0)^{\alpha_{re}}}{(t_1-t_0)^{\alpha_{re}}+b_{re}}\right] \qquad (2\text{-}3)$$

Expression dans laquelle les termes non encore définis sont les suivants :

- $\varepsilon_{tot}(t,t_1)$ est la déformation que l'on mesure ;
- $\varepsilon_{inst}(t_1)$ est la déformation instantanée, que l'on prend égale à la déformation après 1 minute de chargement. Des mesures montrent qu'en procédant ainsi, on obtient des déformations instantanées lors de la mise en charge, qui se trouvent à ±10 % des déformations calculées par le module expérimental (mesuré quant à lui sur des éprouvettes 11×22 (fig. 2-8).

A partir de la déformation, ε_{fl}, calculée, et des contraintes appliquées pour chaque essai, on ajuste les fonctions mathématiques du type de la formule (2-2). L'ensemble des résultats de ces fonctions, ainsi que les déformations instantanées, et les contraintes appliquées sont indiquées dans le tableau 2-3.

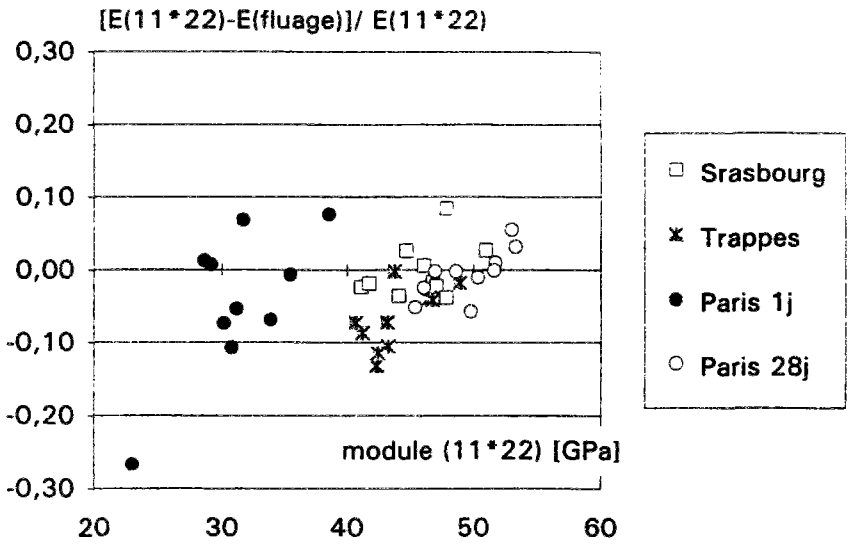


Figure 2-8 : variation relative du module calculé par la déformation à la mise en charge, lors des essais de fluage, en fonction du module mesuré sur éprouvettes cylindriques 11× 22.

Béton	contrainte appliquée [MPa]	déformation instantanée [10^{-6}]	déf. de fluage à l'infini, $\varepsilon_{fl\infty}$. [10^{-6}/MPa]	α_{fl}	b_{fl} [jour$^{\alpha_{fl}}$]
B0 1j	3,94	?	39	0,444	1,46
B0 3j	8,74	268	45	0,363	3,78
B0 7j	10,90	290	53	0,32	6,29
B0 28j	13,90	354	123	0,29	25,08
B1 1j	7,50	220	26	0,46	1,15
B1 3j	15,76	341	13	0,55	2,03
B1 7j	21,20	440	17	0,45	3,01
B1 28j	28,40	558	16	0,38	5,97
B2 1j	4,96	168	17	0,40	0,47
B2 3j	15,37	322	16	0,59	1,65
B2 7j	21,15	425	13	0,51	2,65
B2 28j	28,29	552	17	0,34	7,71
B3 1j	6,80	240	25	0,54	0,71
B3 3j	14,60	326	29	0,49	2,03
B3 7j	21,30	438	15	0,60	2,97
B3 28j	29,00	578	15	0,36	6,59
B4 1j	9,50	266	24	0,53	0,81
B4 3j	15,75	329	12	0,56	1,39
B4 7j	20,46	435	17	0,54	2,99
B4 28j	29,94	608	23	0,30	4,75
B5 1j	5,10	176	35	0,43	1,41
B5 3j	9,55	228	14	0,50	1,42
B5 7j	15,60	366	19	0,48	2,71
B5 28j	23,30	496	50	0,28	14,56
B6 1j	9,20	258	25	0,54	0,98
B6 3j	14,50	306	15	0,73	2,53
B6 7j	22,80	461	13	0,54	2,67
B6 28j	30,40	588	17	0,35	13,35
B7 1j	4,30	147	26	0,57	0,96
B7 3j	11,35	260	19	0,59	1,91
B7 7j	16,51	377	14	0,53	1,85
B7 28j	24,10	506	33	0,33	16,83
B8 1j	7,10	219	30	0,43	1,60
B8 3j	10,10	238	18	0,35	3,31
B8 7j	16,14	356	18	0,41	4,10
B8 28j	20,50	435	51	0,28	14,92
B9 1j	7,10	216	23	0,53	0,58
B9 3j	13,90	294	30	0,41	1,77
B9 7j	18,65	386	14	0,50	2,94
B9 28j	24,00	456	46	0,26	18,30
B10 1j	8,84	244	22	0,51	0,82
B10 3j	12,63	280	17	0,63	3,28
B10 7j	17,25	397	17	0,49	3,17
B10 28j	30,00	580	28	0,35	15,94
B1LC 28j	17,50	317	14	0,29	4,35
B1N 28j	29,90	584	9	0,48	6,73
B1P 28j	28,39	570	13	0,46	4,72

Tableau 2-3 : valeurs des différents paramètres des fonctions de fluage, des déformations instantanées correspondant à chaque essai et des contraintes appliquées.

Béton	B0[3]	B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8	B9	B10	B1LC*	B1N*	B1P*
gravier	1200	1216	1239	1172	1136	1204	1200	1202	1200	1200	1200	1216	1216	1216
Sable	670	669	679	643	623	660	658	659	658	658	658	669	669	669
ciment	342	398	366	422	457	355	429	373	426	412	386	398	398	398
fumée de silice	0	39,8	36,6	42,2	45,7	35,5	42,9	37,3	0	20,6	57,9	39,8	39,8	39,8
fluidifiant[4]	0	19,3	17,8	20,5	22,2	17,2	20,1	18,1	20,7	20	18,8	19,3	11,0	12,0
eau ajoutée	171	118	108	125	136	137	106	129	126	122	114	118	125	122
densité	2,36	2,43	2,45	2,42	2,42	2,41	2,43	2,41	2,43	2,43	2,43			
air occlus [%]	1,9	0,6	1,2	0,7	0,4	0,7	0,9	0,5	1,2	0,8	0,6			
Affaissement au cône [cm]	6	20	18	22	25	22	16	22	20	20	20		17	18
concentration en granulats	0,705	0,715	0,731	0,695	0,673	0,711	0,71	0,713	0,708	0,711	0,712	0,71≈	0,71≈	0,71≈
e/c[5]	0,5	0,330	0,329	0,330	0,331	0,419	0,279	0,379	0,329	0,330	0,329	0,330	0,330	0,330
s/c	0	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0	0,05	0,15	0,1	0,1	0,1
Résistance en compression [MPa]														
f_{c1}	11,4	25,4	26,8	22,8	31,3	20,6	34,2	14,3	25,4	25,5	28,8			
f_{c3}	25,4	51,5	49,7	48,1	49,1	35,6	53,7	37,8	38,2	42,8	42,6			
f_{c7}	32,0	70,7	69,1	69,5	70,3	56,6	75,6	57,8	57,2	64,5	67,0			
f_{c28}	43,5	92,1	94,3	93,3	99,4	74,6	97,3	79,5	67,2	74,6	94,3	101,8	84	78
Module instantané [GPa]														
E_{i1}	27,1	30,8	31,7	28,7	35,5	29,2	38,6	23,1	30,2	31,2	33,9			
E_{i3}	34,1	43,1	43,2	41,2	42,3	41,1	47,0	40,7	41,7	42,4	44,0			
E_{i7}	36,4	46,4	48,9	46,7	46,7	44,6	51,0	43,7	46,0	47,8	47,8			
E_{i28}	41,3	50,4	51,8	53,1	48,6	46,9	53,4	45,3	46,0	49,8	51,7	54,7	53,01	52,37

Tableau 2-4 : composition et résultats d'essais sur les 11 compositions principales de béton, plus ceux des essais annexes.

[3] Béton de l'étude [11] réalisé avec les mêmes matériaux. Résistance et module de B0 sur cylindre 16*32 (conservation sous aluminium adhésif)
* les essais de résistance et de module de ces bétons ont été réalisés sur des éprouvettes 16*32 (conservation sous aluminium adhésif)
[4]Résine mélamine à 30,9 % d'extrait sec, sauf pour B1N et B1P
[5]e/c = eau totale sur ciment seul

2.5 Analyse des résultats

Retrait endogène

On a regroupé, sur les figures 2-9, 2-10, et 2-11, l'ensemble des résultats de retrait à l'âge de 1000 jours. L'évolution en fonction du rapport e/c n'est pas nette, puisqu'on pourrait même croire à une tendance à l'augmentation lorsque e/c augmente. En fait, on montre dans le chapitre 6 que l'on peut exprimer l'évolution du retrait en fonction de la maturité du béton. Par conséquent, en mesurant le retrait à partir de 1 jour, on perd pour certains bétons la mesure d'une partie des déformations. Ainsi, en mesurant les déformations des différents bétons sur une même période de temps, on ne mesure pas les mêmes pourcentages par rapport à la totalité du retrait endogène. C'est le cas du béton B6 (e/c = 0,28), dont la maturité à 24 heures vaut 0,35, alors que les autres bétons ont une maturité de 0,28 pour B1 et B5, et de 0,18 pour B7. On explique ainsi pourquoi le béton B7 a apparemment un retrait important entre 1 et 1000 jours. Pour la variation du retrait endogène en fonction des autres paramètres de formulation, les valeurs entre 1 et 1000 jours deviennent comparables puisque les maturités à 24 heures sont sensiblement les mêmes. On remarque alors les tendances connues, selon lesquelles le retrait augmente lorsque le volume de pâte augmente, ou lorsque le rapport s/c augmente.

Le retrait endogène du béton B1LC, vaut 160 10^{-6} entre 1 et 1000 jours, contre 135 10^{-6} pour le béton B1. La différence est à la limite de la précision expérimentale. Compte tenu qu'il s'agit d'un ciment à durcissement rapide, on peut quand même supposer que la valeur de retrait endogène entre 0 et 24 heures devrait encore augmenter cette différence. Cela confirmerait le fait qu'un ciment fortement dosé en aluminate tricalcique produit un retrait endogène plus important qu'un autre [13].

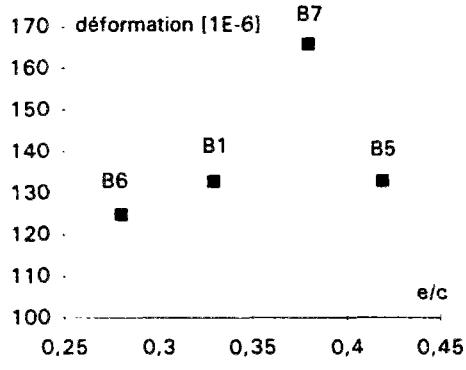


Figure 2-9 : variation du retrait endogène entre 1 et 1000 jours en fonction du rapport eau sur ciment.

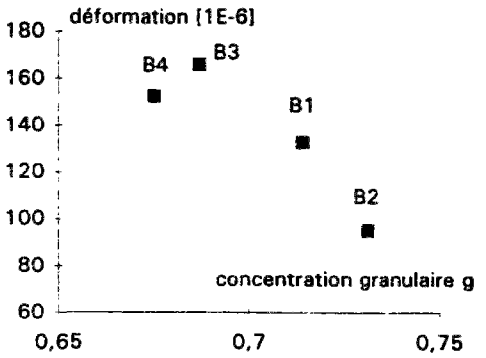


Figure 2-10 : variation du retrait endogène entre 1 et 1000 jours en fonction de la concentration granulaire g.

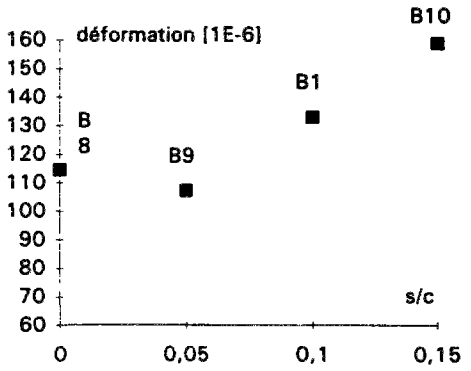


Figure 2-11 : variation du retrait endogène entre 1 et 1000 jours en fonction du rapport silice sur ciment.

Fluage propre

On a représenté sur les figures 2-12, 2-13, et 2-14, l'amplitude du fluage des bétons étudiés, pour une durée de chargement de 1000 jours. Ces figures appellent quelques remarques :

- on observe d'une manière générale que les déformations de fluage, à une durée de chargement donnée, sont d'autant plus faibles que la maturité du béton est grande au moment du chargement ;
- l'amplitude de fluage augmente lorsque le rapport e/c augmente. Cette tendance est observée pour tous les âges de chargement excepté pour l'âge de 3 jours. Le résultat du béton B6 (e/c = 0,42), à cette date, peut néanmoins être mis en doute, car la déformation est plus faible que celles des essais à 7 et 28 jours, ce qui est contraire à la remarque précédente ;
- concernant les essais à différents dosages de fumée de silice, les essais à 1 et 28 jours montrent une chute du fluage lorsque le rapport s/c augmente. L'effet est cependant plus marqué pour les faibles dosages (entre 5 et 10 % de la masse de ciment). Les essais à 3 et 7 jours sont cependant contradictoires sur ce point, mais difficilement exploitables pour dégager des tendances ;
- Le fluage des bétons à différents volumes granulaires augmente lorsque le volume de pâte augmente. Cette tendance est observée pour la plupart des essais, excepté pour un

des essais à 3 jours, (béton B4 : g = 0,673), pour lequel le fluage est anormalement faible ;
- l'ensemble de ces résultats met en évidence la dispersion des essais. On constate en effet que les essais effectués au LCPC sont plutôt cohérents entre eux, ce qui n'est pas toujours le cas pour les autres laboratoires ;
- concernant les essais annexes visant à comparer, pour la composition du béton B1, les conséquences du choix d'un ciment à durcissement rapide, ou d'un autre adjuvant, les résultats sont indiqués dans le tableau 2-5. Le changement du ciment ne semble pas modifier l'amplitude de fluage. Par contre, il faudrait confirmer le résultat du béton B1N, dont le fluage propre est plus faible que celui des autres. L'effet des adjuvants a été étudié dans [5] au travers d'une étude bibliographique dans laquelle les dispersions observées ne permettent pas de conclure de façon définitive.

béton	composant de substitution	fluage spécifique à 1000 jours
B1	aucun	11
B1LC	ciment HPR	9
B1N	fluidifiant naphtalène sulfonate	7
B1P	fluidifiant polyvinyle sulfonate	11

Tableau 2-5 : comparaison des déformations de fluage propre pour différents bétons de mêmes compositions, dans lesquels la nature d'un des constituants a été changé.

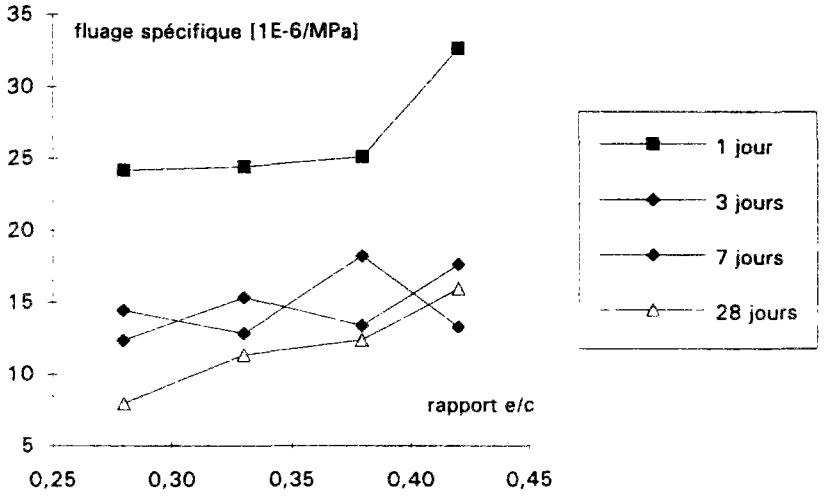


figure 2-12 : variation du fluage propre spécifique à 1000 jours.

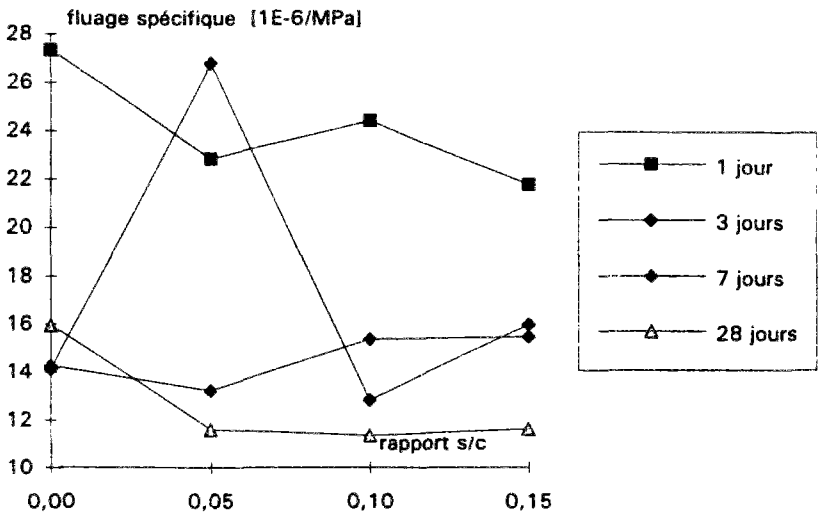


Figure 2-13 : variation du fluage propre spécifique à 1000 jours en fonction du rapport s/c.

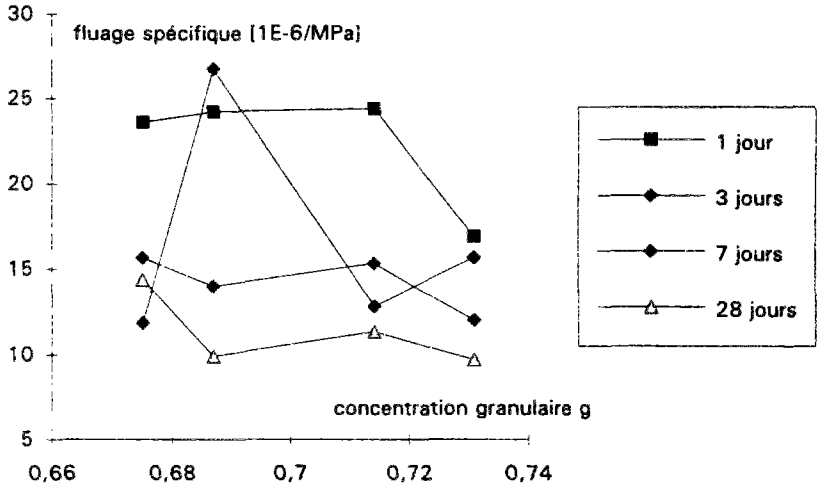


Figure 2-14 : variation du fluage propre spécifique à 1000 jours en fonction de la concentration granulaire.

Qu'en est-il de la ségrégation ?

A la vue des dispersions expérimentales relatées précédemment, on s'est posé la question de l'éventuelle ségrégation du béton dans les éprouvettes de fluage (ou de retrait), et de son effet sur les déformations de fluage. Pour répondre à cette question, on a fait 2 types de mesures :
- pour toutes les compositions, des mesures diamétrales de vitesse du son, sur toute la hauteur de l'éprouvette de fluage, et suivant deux plans perpendiculaires (sur les éprouvettes correspondant au chargement à 1 jour, qui ont été déchargées à 28 jours) ;
- pour les éprouvettes, dont les mesures de vitesse du son ont montré une ségrégation, des mesures de module, réparties sur toute la hauteur, avec un pas de 10 cm.

La variation du module instantané ou dynamique est un moyen de quantifier la concentration granulaire de la zone de mesure. Une variation d'une de ces quantités signifie que cette concentration a évoluée (le module apparent augmente lorsque le volume de pâte diminue. Ce point est développé en détail dans le chapitre 3).

En ce qui concerne les mesures du premier type, on les exploite en faisant observer que le module dynamique est proportionnel à la vitesse du son, par l'expression suivante :

$$E_d = v^2 \rho \frac{(1+\nu)(1-2\nu)}{1-\nu}$$

- E_d : module d'Young dynamique du matériau ;
- v : la vitesse de propagation des ondes ultrasonores [m/s] ;
- ν : est le coefficient de Poisson du béton ;
- ρ : est la masse volumique du matériau [kg/m^3].

Ainsi, pour les bétons de granulats non légers, la vitesse du son diminue lorsque le volume de pâte augmente.

La deuxième technique consiste à mesurer directement le module pour différentes sections de l'éprouvette, grâce à un dispositif extensométrique adapté (type J2P) [4].

Les mesures de vitesse du son sont représentées sur la figure 2-15 pour deux bétons (B1 et B5). Elle résume l'ensemble des résultats observés sur toute la gamme des bétons (B1 à B10). On observe ainsi que la vitesse du son décroît en fonction de la hauteur pour le béton B5, ce qui signifie que le volume de pâte est plus important dans la partie supérieure, donc qu'il y a eu ségrégation du matériau. Par contre, la tendance est moins marquée pour le béton B1. Nous n'avons pas reproduit les autres figures car elles ne montrent aucune tendance, à l'instar du béton B1. Pour évaluer quantitativement l'effet de la ségrégation sur le fluage, on a mesuré, pour le béton B5, les valeurs du module instantané (module statique) sur toute la hauteur de l'éprouvette, avec un pas de 10 cm. Les résultats ainsi que la courbe de lissage déduite sont représentés sur la figure 2-16.

On a exploité ces mesures en utilisant le modèle trisphère développé dans le chapitre 3 et 4, et on propose au lecteur de s'y reporter pour plus de détails[6]. La démarche suivie est la suivante :

---

[6]Il s'agit d'un modèle d'homogénéisation, qui permet le calcul du module du béton (instantané ou différé) en fonction de celui des phases, de la concentration granulaire, et de la concentration granulaire maximale du mélange (g^*, voir présentation de g^* dans le chapitre 3).

- on calcule la répartition granulométrique en fonction de la hauteur, par la formule issue du modèle trisphère. Pour que la précision du calcul soit la meilleure possible, la valeur du module de pâte est ajustée afin que la moyenne des valeurs de concentration granulaire soit égale à la valeur théorique de la composition, soit 0,711. On obtient la figure 2-17 ;

- ayant la répartition de la concentration granulaire en fonction de la hauteur, on calcule le module différé de la pâte de ciment de façon que la moyenne des déformations totales, entre 25 et 75 cm, soit égale à l'inverse du module différé expérimental (soit 37 10^{-6}/MPa). Ainsi, le calcul donne E_{pd} = 4,8 GPa. La formule utilisée est la suivante :

$$\frac{1}{E_{bd}^{exp}} = H \sum \frac{1}{h_i \, E_{bd}^{théo}}$$

Où H est la base de mesure (50 cm), h_i, le pas de calcul du module différé théorique (1 cm), E_{bd}^{exp}, le module différé expérimental de l'éprouvette du même béton, en charge (27 GPa), $E_{bd}^{théo}$, le module différé théorique, calculé par le modèle trisphère, en fonction de la concentration granulaire, à la hauteur h_i ;

- à partir de la valeur de module différé de la pâte de ciment, on calcule la valeur du module différé du béton correspondant à g = 0,711, correspondant à la valeur qu'il aurait en l'abscence de ségrégation. Le fluage spécifique est calculé en déduisant la déformation instantanée (E_b = 47 GPa).

Résultats :

- la déformation expérimentale de fluage à 3 ans (béton B5 chargé à 28 jours supposé avoir le même profil de ségrégation) est de 16 10^{-6}/MPa ;
- la déformation théorique sans ségrégation (g = 0,711) est de 15,8 10^{-6}/MPa.

Ainsi, malgré la variation de concentration granulaire (fig. 2-17), et l'effet sur le fluage (fig. 2-18), la technique de mesure entre deux sections distantes de 50 cm permet de "gommer" les variations de déformation. On mesure alors des déformations qui sont quasiment égales à celles que l'on aurait sans ségrégation (de l'ordre de 1 % d'écart). Remarquons qu'une ségrégation, donnant une variation linéaire de la concentration granulaire, n'apporterait aucune modification au résultat des mesures, puisque la moyenne des déformations serait à la section de hauteur 50 cm, soit à mi-distance de la base de mesure. On conclut donc que la ségrégation, même importante pour une des éprouvettes (B5), ne modifie pas de manière significative les résultats de la mesure des déformations.

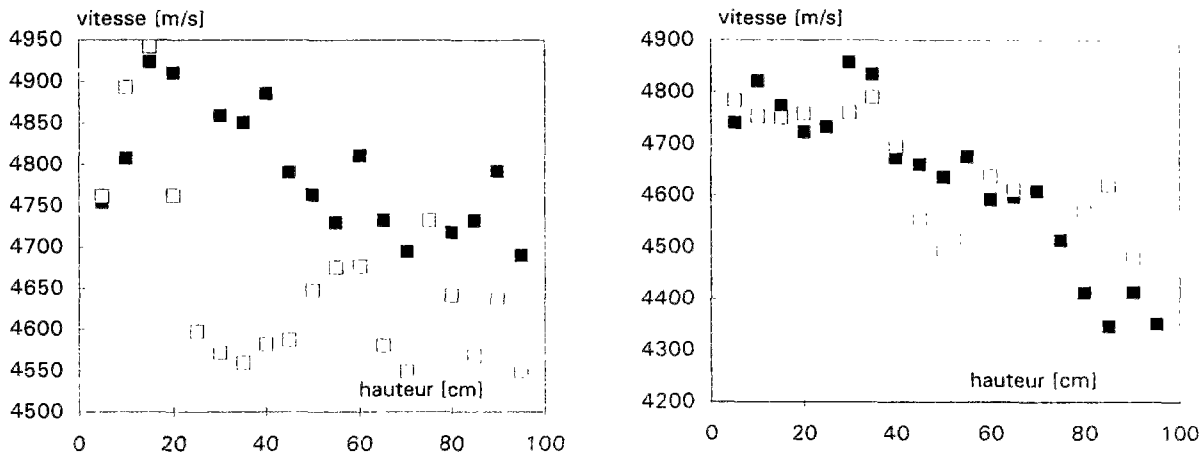


Figure 2-15 : évolution de la vitesse du son en fonction de la hauteur considérée de l'éprouvette. A gauche éprouvette B1, et à droite éprouvette B5. Les points blancs et noirs correspondent aux mesures suivant les 2 plans perpendiculaires.

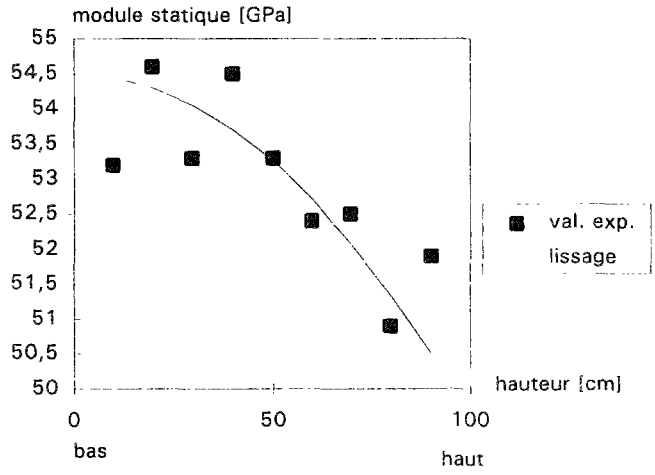


Figure 2-16 : variation du module statique en fonction de la hauteur, pour le béton B5, et courbe de lissage parabolique correspondante.

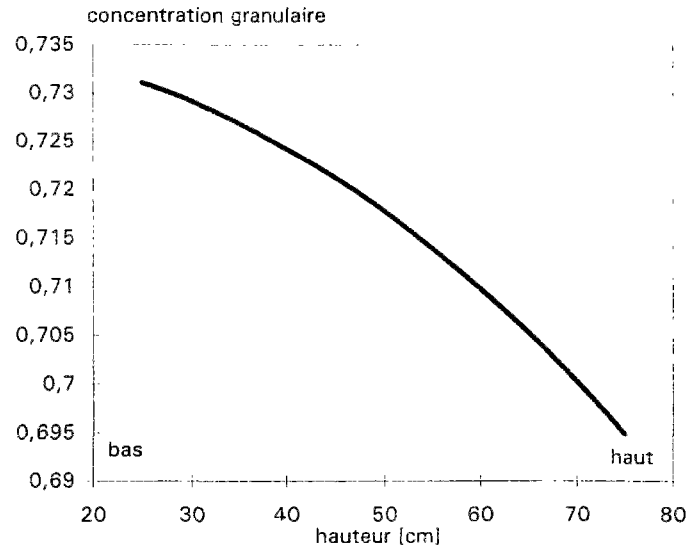


Figure 2-17 : variation de la concentration granulaire déduite par le modèle trisphère d'après les mesures de module.

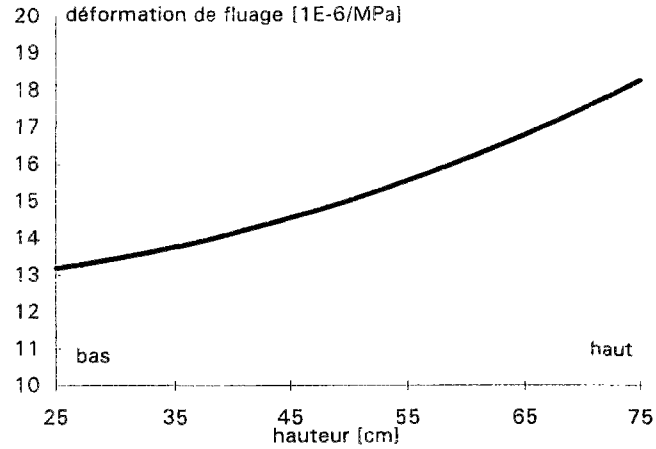


Figure 2-18 : variation du fluage spécifique en fonction de la section considérée.

3 Essais sur pâte pure

Ces essais ont été réalisés dans le but de quantifier la pertinence de l'approche par homogénéisation, lorsqu'on l'applique au retrait endogène et au fluage propre.

3.1 Justification des essais sur pâte pure

Sous l'aspect expérimental, la comparaison des dispositifs d'essais sur béton et sur pâte de ciment durcie, montre bien la complémentarité des deux approches :

- alors que la mesure du module du béton est une opération courante, celle de fluage est fastidieuse, car elle nécessite une préparation assez longue et un appareillage conséquent, notamment pour le maintien de la charge. De tels inconvénients sont moins marqués pour les essais sur pâte, du fait de la légèreté des équipements. Le maintien de la charge est, par conception, automatiquement réalisé, puisque celle-ci est appliquée par des masses pesantes. La simplicité des appareillages et la légèreté des échantillons permettent de pratiquer des essais en grand nombre. Par contre, les essais sur béton sont indispensables comme moyen de validation ;

- étant donné la grande homogénéité de la pâte de ciment, on peut réduire de manière importante la taille des éprouvettes. Cette possibilité peut être mise à profit pour éliminer certains phénomènes parasites, tel qu'un gradient de contrainte dans l'éprouvette, pouvant se produire lors d'un séchage volontaire de celle-ci[7], d'un échauffement sous l'effet de l'hydratation, etc. ;

- il est facile de faire varier indépendamment pour chaque échantillon certaines conditions aux limites, comme le degré hygrométrique, ou la température en cours d'essai. Il "suffit" de disposer pour cela d'enceintes climatiques spécifiques, qui seront de taille modeste, par rapport à celles envisageables pour le béton.

Sous l'aspect de la modélisation, la recherche sur le retrait et le fluage du béton, ne peut a priori se passer de l'étude spécifique de la pâte pure, soit pour la mise en évidence des paramètres influents de la composition, soit pour la recherche des mécanismes physiques sous-jacents. La pâte de ciment durcie étant la phase du béton qui est principalement responsable du comportement héréditaire de celui-ci, il est logique de passer par son étude. De plus, les bétons étudiés ici ont été réalisés avec les mêmes granulats, ce qui permet de comparer les effets de la variation d'un paramètre de formulation, pour les deux types d'essais.

[7]Dans [3] par exemple, l'auteur, souhaitant minimiser les gradients de teneur en eau dans les éprouvettes, leur a donné la forme d'un cylindre creux de faible épaisseur (de l'ordre du mm).

3.2 Programme expérimental

Le programme expérimental sur pâte pure vient compléter celui établi sur béton, en utilisant les mêmes composants (ciment CPA HP PM ou CPA CEM I 52,5 PM, de St-Vigor, et fumée de silice de Laudun). Le matériel spécifique réalisé pour les essais a permis d'envisager 2 séries de 3 essais de fluage, couplée avec des essais de retrait endogène. L'effet du vieillissement n'a pas été abordé, et les chargements ont été effectués à l'âge de 28 jours. Les paramètres de la formulation retenus sont les rapports e/c et s/c. Un essai seulement a été reproduit en utilisant un autre ciment (CPA HPR ou CPA CEM I 52,5 R, de St-Pierre-La-Cour). Dans le tableau 2-6, on a indiqué les compositions des différentes pâtes pures étudiées. Les formulations sont repérées par la lettre "P", comme pâte pure, suivi de deux nombres dont le premier représente cent fois le rapport e/c, et le second cent fois le rapport s/c. Les deux lettres qui suivent indiquent l'origine du ciment ("SV" pour St-Vigor et "LC" pour St-Pierre-La-Cour.

pâte	P28-0SV	P38-0SV	P28-10SV	P38-10SV	P50-0SV	P38-0LC
e/c	0,28	0,38	0,28	0,38	0,5	0,38
s/c	0	0	0,1	0,1	0	0

Tableau 2-7 : composition des différentes pâtes de ciment étudiées en retrait et fluage.

3.3 Mise au point des essais de retrait et fluage sur pâte pure

Des essais de ce type ont déjà été pratiqués au LCPC [10]. Néanmoins l'auteur remarque un défaut de précision des résultats, provenant de la méthode de mesure, et d'une dessiccation importante. Les moules utilisés alors étaient en Plexiglas (photo 2), matière qui d'après nos mesures absorbe au moins 2% d'eau (en masse). On a donc poursuivi la mise au point des essais, en portant attention à chaque phase de leur réalisation. Ainsi, on a établi un cahier des charges que l'on a essayé de respecter au mieux. Le plan du dispositif retenu pour ces essais est dessiné sur la figure 2-19.

Conditions à respecter pour la bonne réalisation des essais de retrait endogène et de fluage propre.

On a dressé la liste ci-dessous, qui résume les différents aspects de l'essai qui ont été abordés :
- assurer l'homogénéité du matériau pendant la fabrication et pendant la durée de la prise ;
- empêcher le séchage de l'échantillon avant et pendant les mesures ;
- ne pas perturber, ou de manière négligeable, les déformations par leurs mesures ;
- assurer un bon centrage de l'effort et la constance de celui-ci pendant la durée de l'essai ;
- connaître avec précision la valeur de la contrainte appliquée ;
- suivre en permanence l'évolution des déformations ;
- garder la température de la salle d'essai la plus constante possible.

On décrit maintenant chacun des systèmes qui entrent dans la réalisation des essais.

Description des dispositifs

Les casques (photo 1[8]).

Les casques sont des éléments en acier inoxydable et permettent la mesure des déformations par 2 capteurs LVDT, ainsi que l'application de la charge. La partie cylindrique qui sert de guidage du moule est équipée de 2 joints toriques assurant l'étanchéité. Une vis de diamètre 2 mm à l'extrémité de chaque embout solidarise celui-ci avec l'éprouvette, permettant ainsi d'effectuer des mesures de retrait puisque les casques vont ainsi suivre les déformations. Des tiges de guidage remplacent les capteurs pendant la phase de prise de la pâte et autorisent uniquement une translation d'un casque par rapport à l'autre, et dans un seul sens grâce aux ressorts de rappel. On est donc en principe assuré du contact entre les casques et l'échantillon, quel que soit l'amplitude du retrait accompagnant la prise. Les contraintes dimensionnelles du dispositif sont néanmoins assez sévères, pour éviter la fissuration au très jeune âge (début de prise). L'ajustement entre les casques et le moule doit ainsi être suffisamment précis pour permettre un bon guidage, tout en limitant les frottements. C'est d'ailleurs un des problèmes importants qu'on a eu à résoudre dans la mise au point de l'essai.

Les moules : description et utilisation. (photos 2 et 3).

Le moule doit être le plus étanche possible à la vapeur d'eau et être le plus souple possible pour ne pas perturber les mesures. Les matériaux offrant cette double caractéristique sont assez rares. Notre choix s'est porté sur le téflon (PTFE), matériau dont le module élastique évalué par un essai de flexion vaut 600 MPa environ, tandis qu'il est très peu absorbant (0,005 %). Ces moules sont fendus sur une génératrice, de manière à procéder à leur décollage avant le commencement des mesures. On a constaté qu'il y a en effet collage entre le téflon et la pâte de ciment, pendant la période de prise, phénomène qui peut être dû à la déformation du moule par la pâte de ciment, pendant le retrait. Dans le cas où les tubes ne sont pas fendus, les échantillons de pâte fissurent fréquemment au cours des 24 premières heures. Il est donc important de désolidariser les 2 éléments avant le début des mesures, mais on laisse le tube téflon en place pour empêcher la dessiccation. Cette opération de décollement permet en outre de vérifier l'homogénéité globale de l'échantillon. L'étanchéité avant coulage s'effectue en apposant une gaine thermorétractable de diamètre adapté autour du tube téflon. Afin de préserver la circularité du tube pendant la phase de pose de la gaine, qui précontraint latéralement le moule, on insert préalablement un barreau métallique dans le tube (le diamètre du barreau est égal à celui intérieur du moule). Cette gaine sera ensuite ôtée pour procéder au décollement du moule. L'étanchéité est ensuite assurée au niveau de la partie fendue du moule par une feuille d'aluminium adhésive. La partie extérieure des tubes en téflon a donc été dénaturée (suppression des molécules de chlore en surface) de manière à permettre le collage de l'aluminium. Les échantillons sont alors pesés et le seront après essai, de manière à mesurer la perte d'eau (faible mais inéluctable, sauf à travailler à 98 % d'humidité relative).

[8]photos : H. Delahousse (LCPC)

Les bâtis de fluage (photo 4).

Les bâtis de fluage sont issus de bâtis oedométriques (M§O) qui ont été adaptés aux dimensions des échantillons de pâte de ciment. La charge, assurée par des masses en fonte, est amplifiée par un bras de levier de rapport 5. Elle est transmise par deux billes métalliques qui s'appuient chacune dans une cavité conique de chaque casque, assurant ainsi un état de compression simple dans l'éprouvette. Le dispositif est simple, et assure une valeur précise et constante des sollicitations dans l'éprouvette. Il présente néanmoins l'inconvénient d'être limité en contrainte, car on ne peut guère dépasser 20 MPa avec ce type de bâti et ces dimensions d'échantillons.

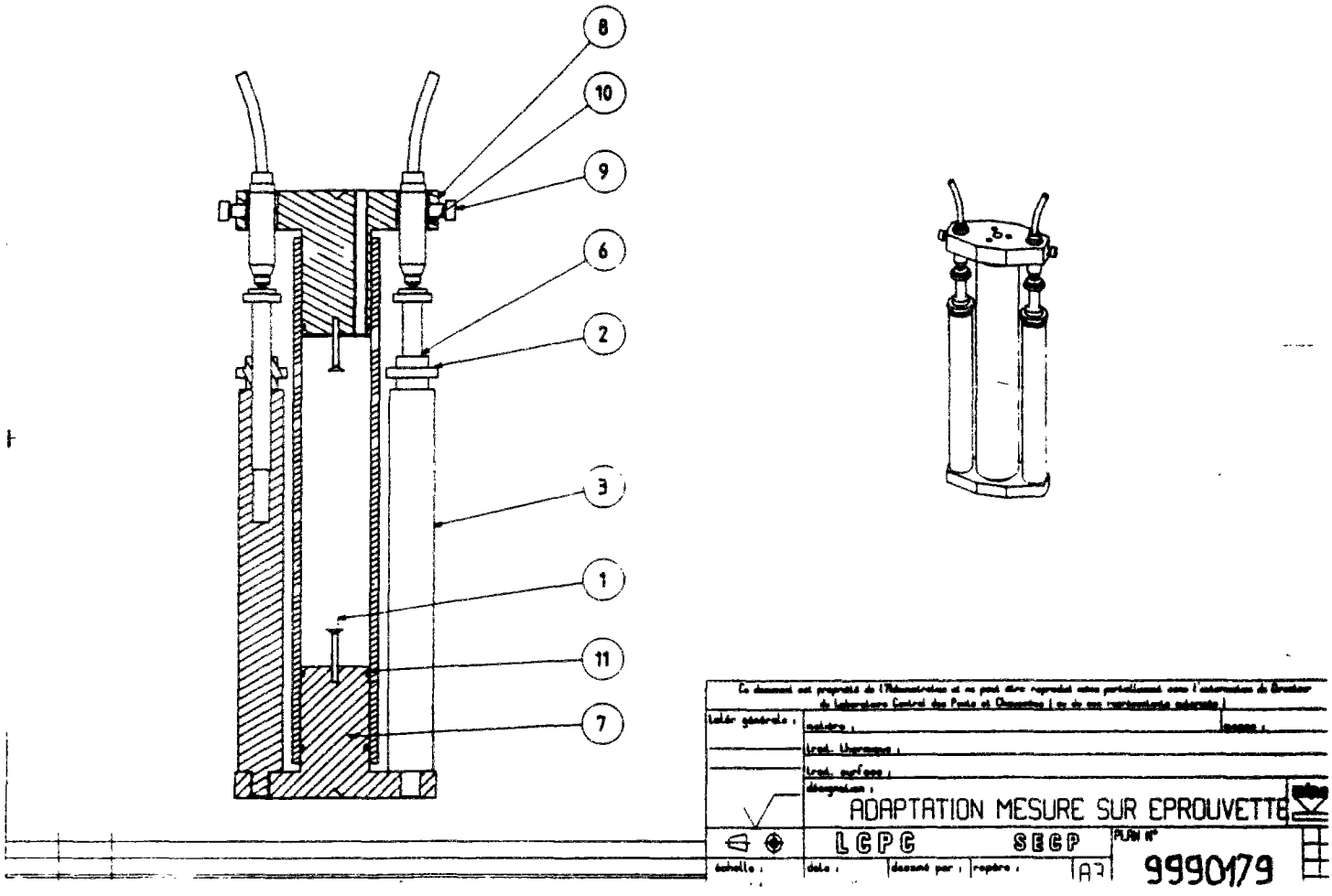


Figure 2-19 : plan[9] du dispositif pour la mesure du retrait endogène et du fluage propre. Les casques 7 et 8 sont équipés d'un évidement conique qui permet l'application d'une charge centrée par l'intermédiaire d'une bille métallique.

[9]plan : J. Campin (LCPC)

Photo 1 : Casques. Le casque supérieur est équipé d'un perçage de ∅ 1 mm, pour permettre, lors de sa mise en place, au trop plein de pâte de s'échapper. On observe une gaine en matière souple dans ce perçage, qui favorise l'extraction de la pâte durcie en fin d'essai.

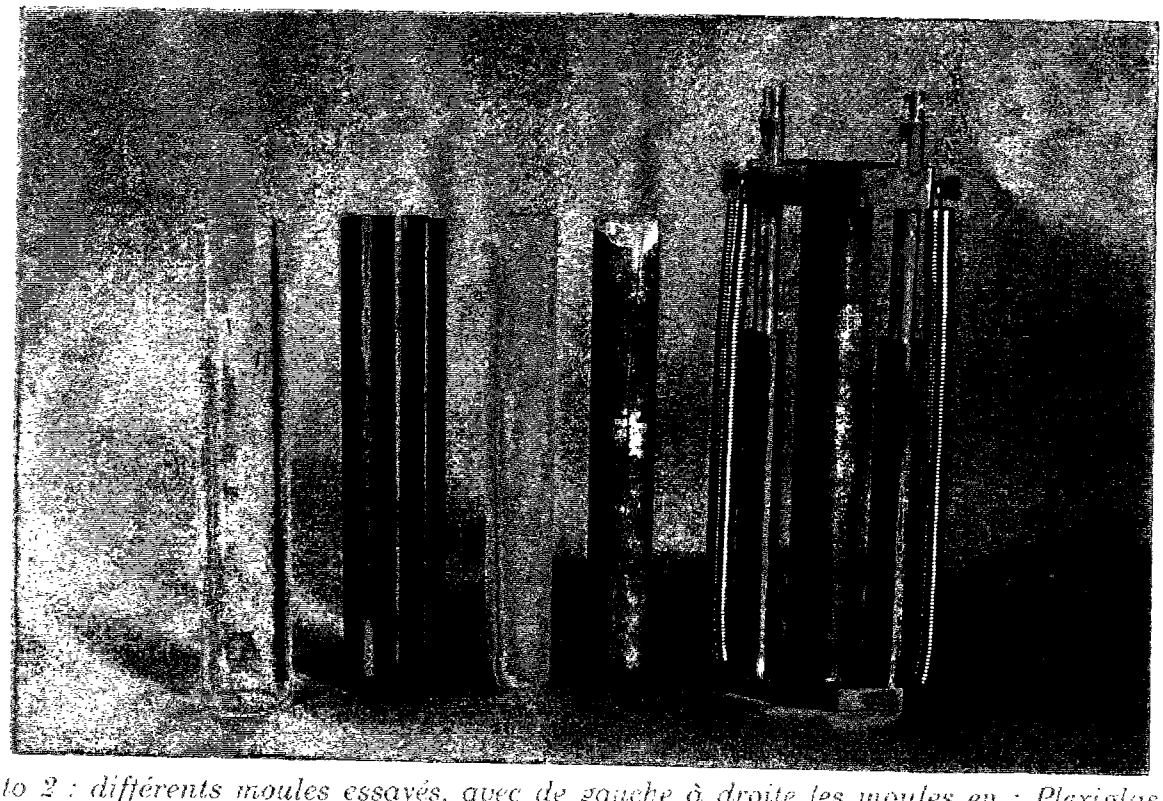


Photo 2 : différents moules essayés, avec de gauche à droite les moules en : Plexiglas, peek, téflon, et téflon dénaturé en surface extérieure (pour collage). A droite le dispositif monté, avec les ressorts de rappel.

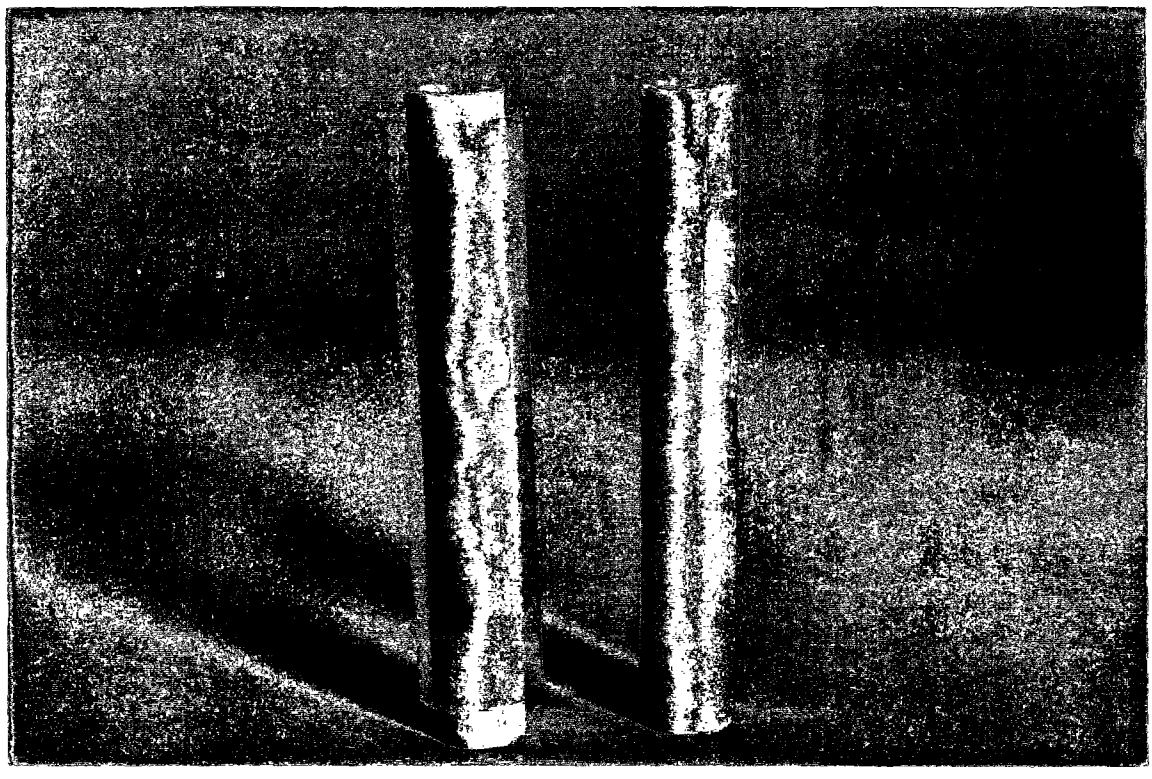


Photo 3 : vue du moule en téflon retenu pour les essais.. Une gaine thermorétractable est placée autour du moule pour rendre la partie fendue étanche (à gauche avant chauffage, et à droite après chauffage).

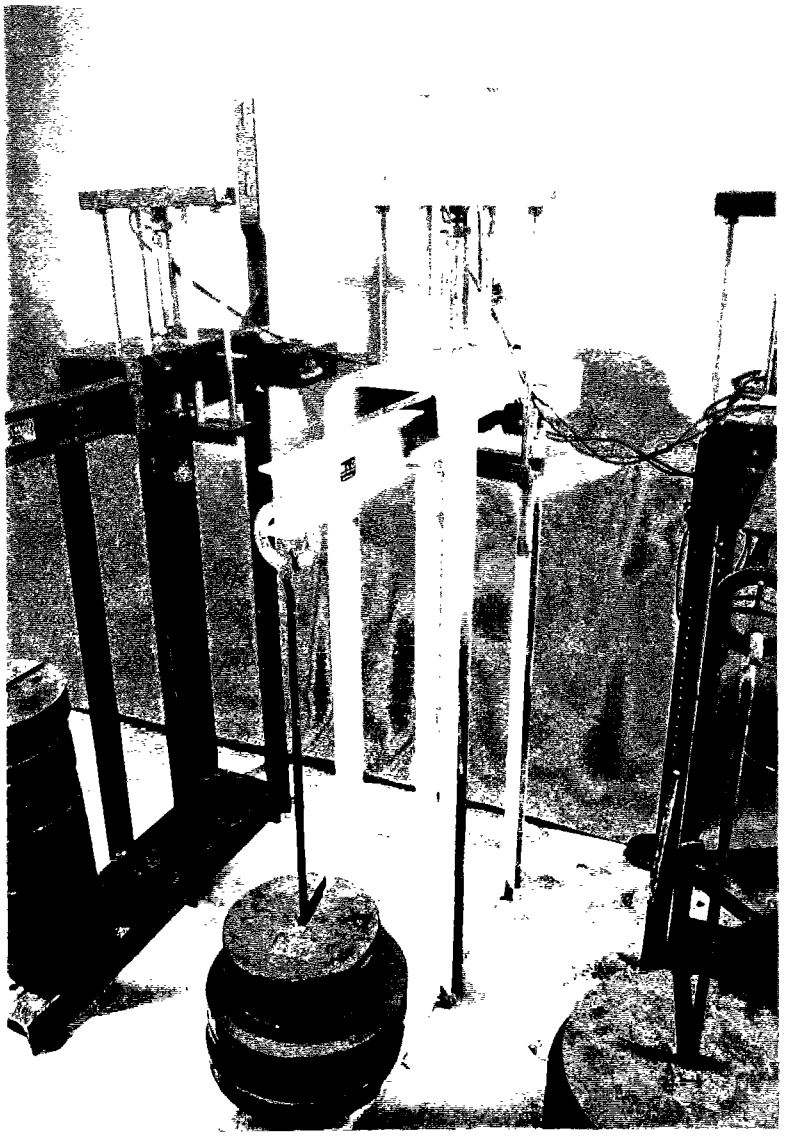


Photo 4 : bâti de fluage, réalisé à partir d'un bâti oedométrique.

3.4 Déroulement des essais

Fabrication des échantillons.

Matériel (photo 8)
On dispose pour le malaxeur à mortier d'un jeu de 2 cuves dont l'une possède un clapet de remplissage qui permet de remplir les moules tout en maintenant la rotation des pales.

Gâchage
Le gâchage dure 5 minutes au total et s'effectue dans la cuve sans clapet. Après introduction des matières solides, et de l'eau, mélangé à deux tiers du fluidifiant, on malaxe pendant deux minutes. On arrête ensuite momentanément la rotation pour nettoyer les bords de la cuve et on continue le malaxage pendant une minute. On ajoute ensuite le tiers restant du fluidifiant tout en poursuivant le malaxage pendant encore deux minutes. Cette technique permet de défloculer le mélange dans un premier temps et de le fluidifier dans un deuxième temps.

Remplissage des moules (photo 8)
Les moules sont ensuite remplis (complètement) en venant appuyer ceux-ci sous le clapet prévu à cet effet. Le risque de ségrégation dans la cuve est fortement diminué, car on maintient la rotation des pales pendant cette opération. Une dizaine de petit chocs contre une surface horizontale rigide permet ensuite d'évacuer l'air emprisonné[10]. Puis on vient mettre en place le casque supérieur qui peut prendre progressivement la place de la pâte excédentaire grâce à l'évent qui évacue cet excédent. Tout en s'assurant du bon guidage et de la mobilité en translation du casque supérieur, on met en place les tiges de guidage et les ressorts de rappel. L'évent est ensuite obturé par un bâtonnet en matière plastique (ou équivalent). Toute cette procédure permet d'assurer ultérieurement, lorsque la pâte aura durcie, un bon contact entre l'échantillon et les casques, car le matériau liquide aura épousé les imperfections de surface des casques.

Vibration
Une courte vibration de 5 à 10 secondes des échantillons, posés horizontalement sur la table vibrante, homogénéise le mélange qui a pu subir une ségrégation pendant l'opération précédente.

Mise en rotation (photo 9)
Elle consiste à mettre en rotation lente les échantillons, au moins jusqu'à la phase de la prise, en réalité pendant une bonne quinzaine d'heures. Le temps de prise a atteint 10 heures pour un échantillon de mortier au sable normal, contenant le fluidifiant (e/c = 0,33 ; s/c = 0,10 ; sp/c = 0,015 ; c = 528 g), contre 5 heures pour le mortier normal. Ces valeurs ont été mesurées sur des échantillons immobiles, et sont susceptibles d'augmenter pour un matériau mis en rotation. Le dispositif contre la ségrégation a été réalisé au LCPC à partir d'un moteur-réducteur (provenant du banc de gamma-densimétrie). La vitesse de rotation est de l'ordre de 4 tours par minute. Les échantillons sont fixés perpendiculairement à l'axe de rotation du système, car s'ils étaient parallèles, la pâte de ciment (qui, rappelons le, est ici très liquide), pourrait

[10]la pâte de ciment est ici d'apparence très liquide, puisque fluidifiée, ce qui conduit à une faible quantité d'air occlus.

rester immobile, malgré le mouvement. Des essais préliminaires, consistant à préparer une pâte fluidifiée contenant 15% en volume de fillers de quartz (e/c = 0,27 ; s/c = 0,10 ; sp/c = 0,015), ont montré par observation de lames minces[11], au microscope optique, une bonne homogénéité du matériau, en particulier au niveau des faces extrêmes (photos 6 et 7). Les fillers de quartz sont observables en couleur (cristaux) alors que la pâte apparaît sombre (structure globalement amorphe à cette échelle d'observation).

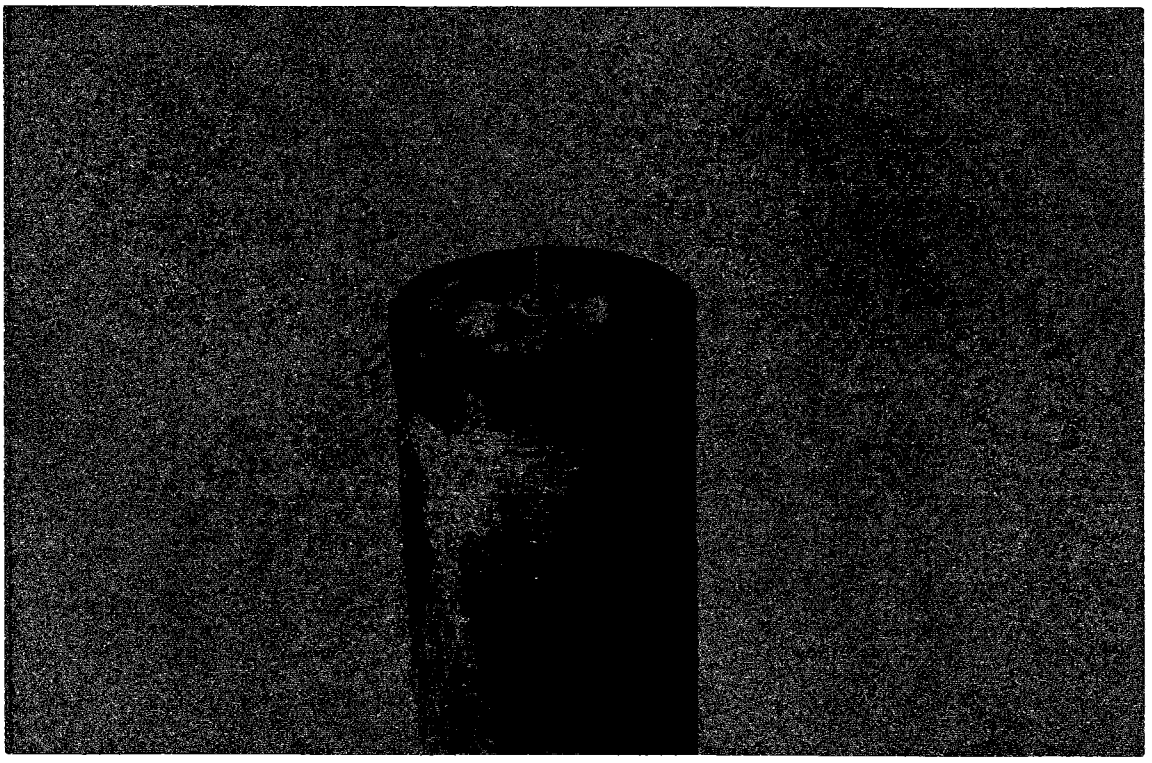
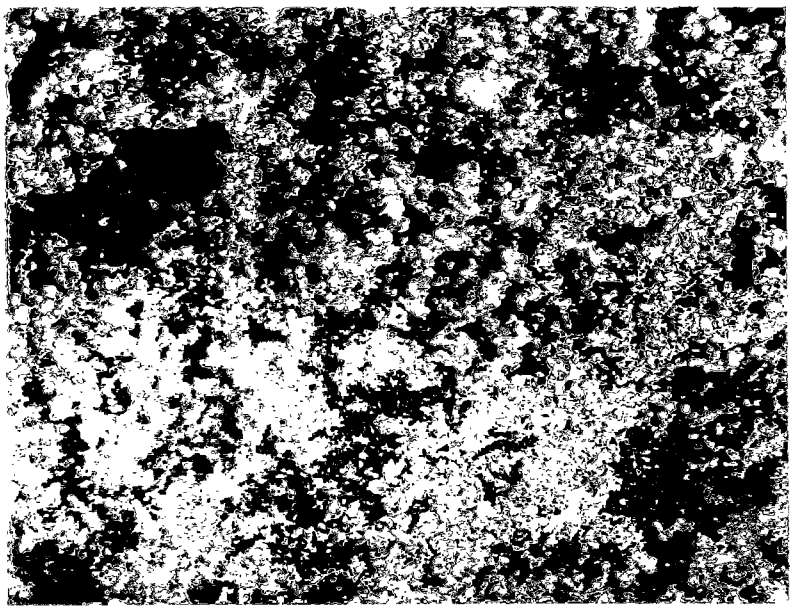
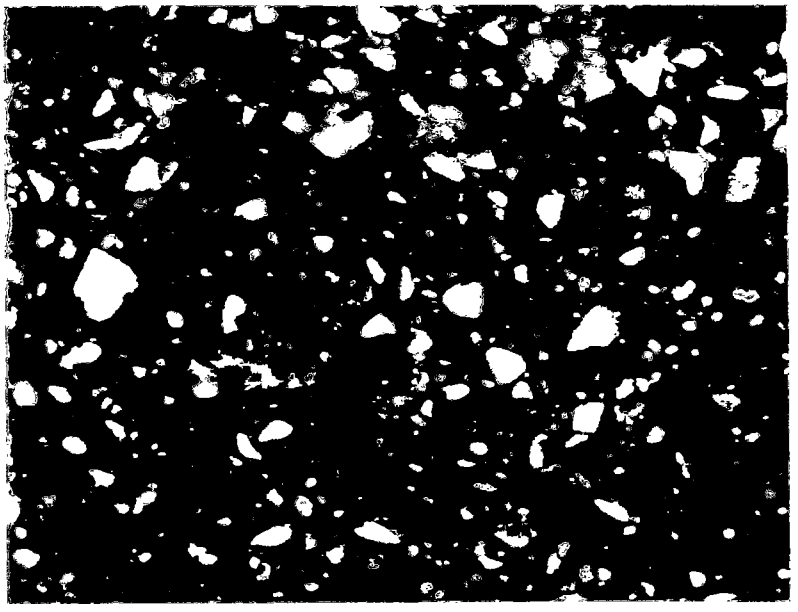


Photo 5 : vue de la face inférieure d'un échantillon équipé de l'insert de 2 mm de diamètre.

[11]essais : S. Guédon et F. Martineau (LCPC)

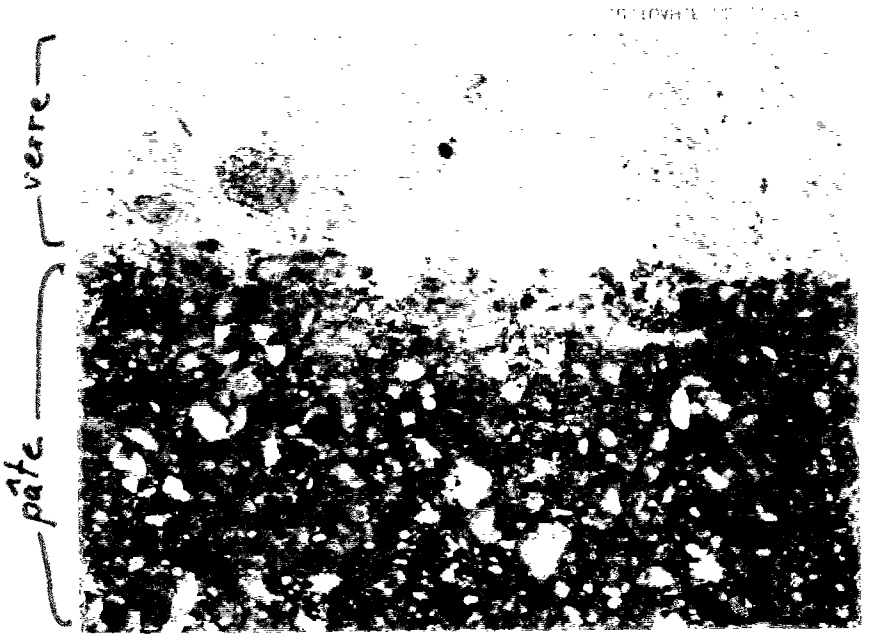


(X50) ECH T HAUT 6



(X50) ECH T BAS 2

Photo 6 : vue au microscope optique de lames minces de l'échantillon témoin, immobile en cours de prise (grossissement 50). La photo supérieure, prise sur la partie supérieure du moule, montre l'absence de grains de quartz. La photo du bas montre la répartition à mi-hauteur.



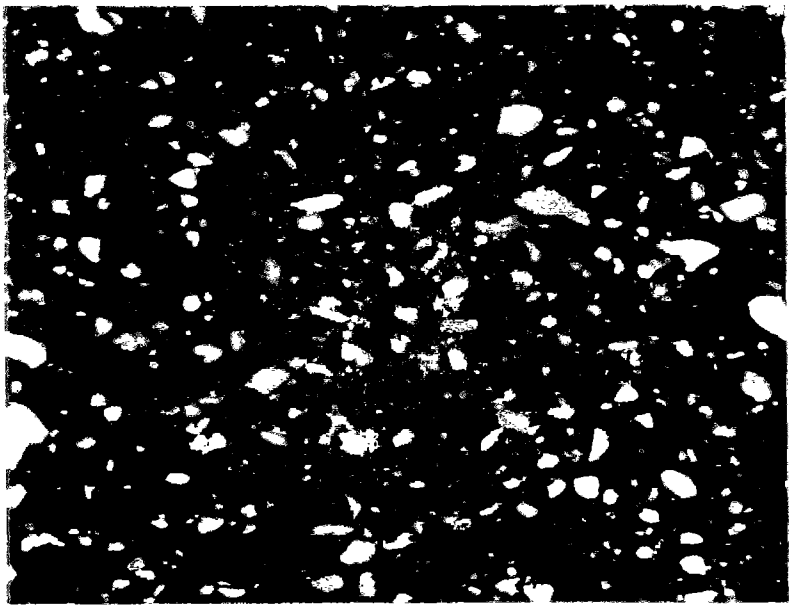


Photo 7 : vue au microscope optique de lames minces de l'échantillon mis en rotation (grossissement 50). La photo supérieure prise sur la partie supérieure du moule, montre l'homogénéité de la distribution des grains de quartz, comme la photo du bas (qui concerne la mi-hauteur de l'échantillon).

Démarrage des mesures de retrait et de fluage

Positionnement des capteurs

Avant de commencer les mesures, on procède à la mise en place des capteurs inductifs. Les échantillons auront été préalablement préparés (gaine thermorétractable enlevée, décollement du moule, adhésif en aluminium posé). On immobilise l'ensemble du dispositif dans un étau pour mettre en place les capteurs. Ceux-ci sont connectés à une carte électronique (D100) qui alimente les capteurs et transforme leurs tensions de sortie en points (de -8000 à +8000 points pour une course de -0,5 mm à +0,5 mm). Le programme d'acquisition transforme cette information en 10^{-6}, et l'enregistre en temps réel.

Configuration de l'acquisition

Le programme[12] est adapté à toute dimension d'échantillon. On doit donc y introduire la longueur de ceux-ci en spécifiant le seuil, en micron, qui est une valeur du déplacement minimum qui déclenche l'enregistrement de la valeur. Le seuil est fixé à 1 micron, ce qui correspond à une déformation de 10.10^{-6}.

Démarrage des essais

Le démarrage de l'acquisition engendre l'acquisition rapide pendant la première minute, avec une fréquence de 18 scrutations par seconde. Cela permet d'avoir une grande précision sur les premières valeurs de déformation, et notamment de distinguer la partie élastique de la partie différée. Dans le cas de l'essai de fluage, on charge l'échantillon par paliers successifs provoqués par les masses pesantes posées sur les étriers (voir description des bâtis de fluage). Il est intéressant d'achever le chargement dans la première minute afin d'obtenir toute la courbe correspondant à la partie élastique de la déformation.

Evaluation de la précision de la mesure

Afin de juger de la précision de la mesure du fluage, on a réalisé un essai spécifique sur un échantillon de pâte pure à haute performance[13]. On a doublé les mesures de déformation, par celles d'un extensomètre, conçu initialement pour la mesure du module[14] [4]. Cette dernière mesure est jugée fiable, car elle s'effectue entre deux sections de l'éprouvette, ce qui permet de ne pas prendre en compte les déformations de l'interface entre les casques et l'éprouvette. La comparaison est présentée sur la figure 2-20. On observe ainsi que les déformations différées s'écartent l'une de l'autre de moins de 5 %, ce qui reste un écart assez faible. De plus, on pouvait craindre que les mesures entre casques soient plus importantes que celles extensométriques, du fait d'une éventuelle déformation supplémentaire de l'interface entre les têtes et l'échantillon. L'interface n'apporte ici visiblement aucune déformation supplémentaire, grâce vraisemblablement au procédé de préparation des échantillons, et notamment à la mise en rotation de ceux-ci pendant la période précédant la prise. Le système de mesure est donc considéré comme fiable.

---

[12]le programme d'acquisition "SUPERFLU" (SUrveillence PERmanente du FLUage), a été réalisé par J. Ehrlich (LCPC).

[13]essai réalisé par C. Boulay et F. Le Maou (LCPC).

[14]Il s'agit d'un extensomètre comportant 3 capteurs à 120°, mesurant le déplacement relatif entre deux sections de l'échantillon.

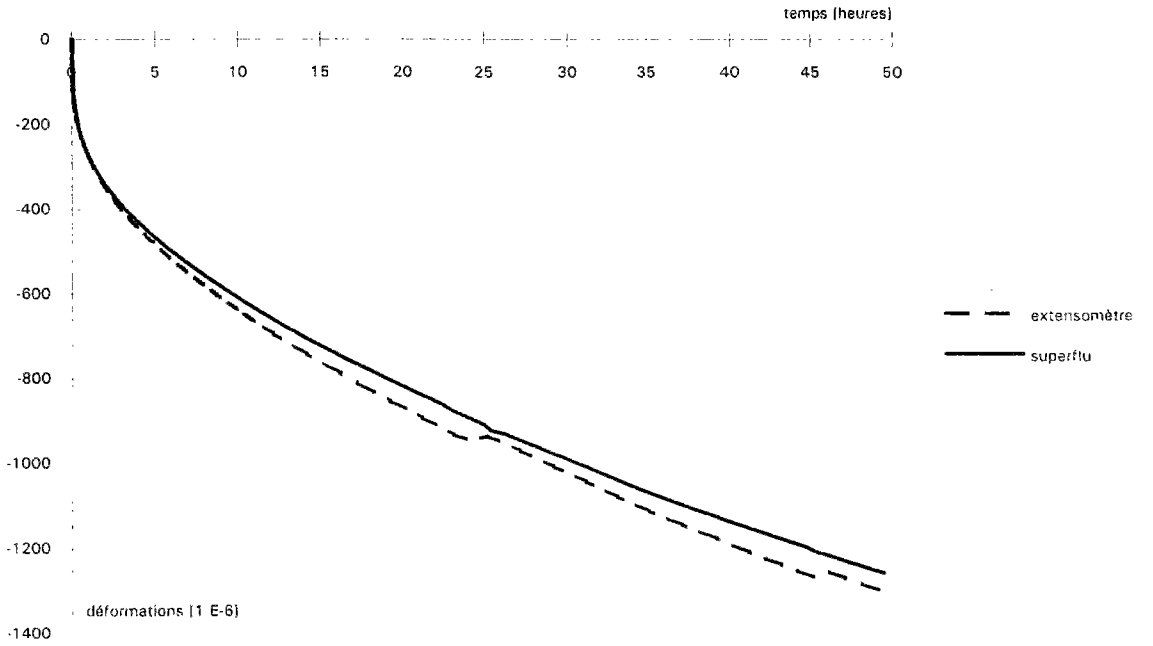


Figure 2-20 : comparaison de l'évolution des déformations données par la mesure extensomètrique et par "Superflu".

Photo 8 : vue de la cuve équipée du clapet, et remplissage d'un moule.

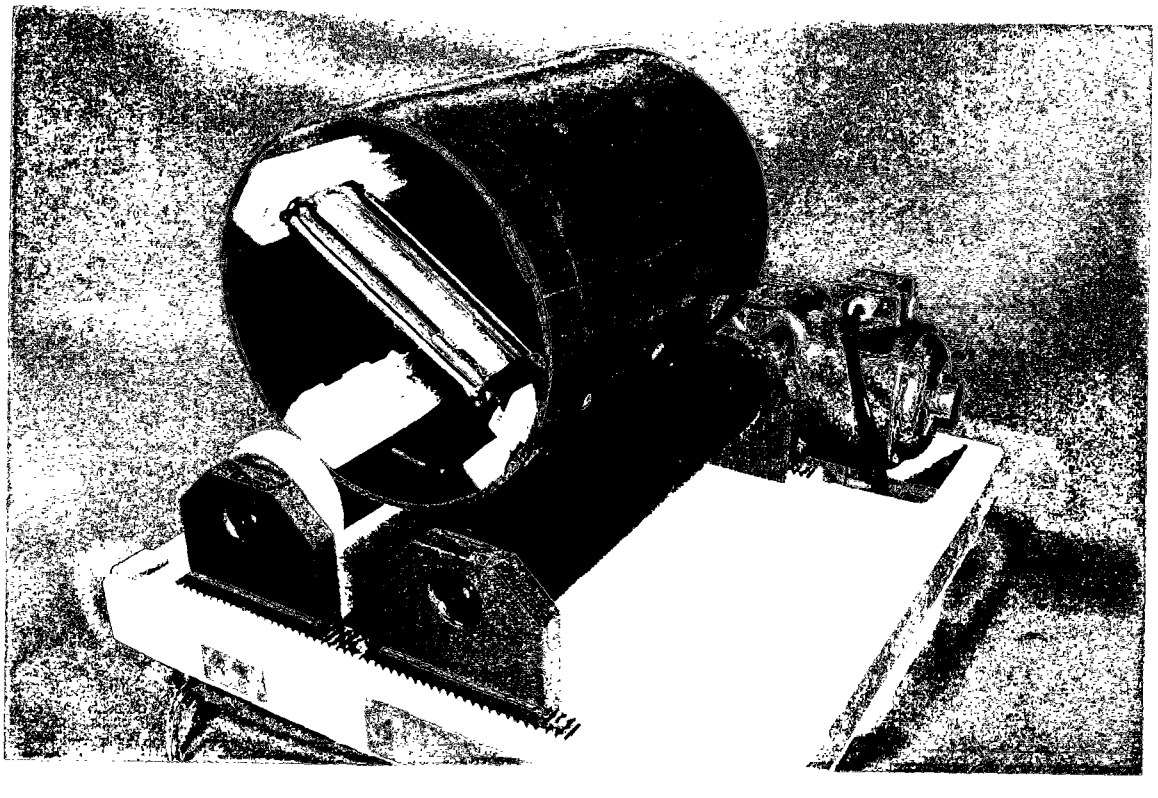


Photo 9 . dispositif de maintien en rotation lente (4 tr/mn) des échantillons pour empêcher la ségrégation.

3.5 Résultats obtenus

Retrait endogène

Les résultats de retrait endogène sont présentés dans la figure 2-21. Les traits continus représentent les courbes acquises sur toute la durée des essais, tandis que les points concernent les valeurs, jusqu'à 28 jours, de l'échantillon soumis à l'essai de fluage. Les mesures sur l'échantillon P38-0 sont aberrantes, car la l'évolution de la déformation est pratiquement proportionnelle au temps, sans stabilisation apparente. Un examen de l'échantillon après essai a révélé une rupture transversale à proximité du casque inférieur, provoqué, soit par un choc lors de la préparation de l'essai (matériau peu résistant au moment des manipulations à l'âge de 18 heures environ), soit par retrait empêché. L'essai n'est donc pas valide, et ne permet pas de conclure sur la variation du retrait en fonction de la nature du ciment.

A part l'essai sur l'échantillon P38-0SV, les résultats de retrait sont globalement cohérents entre eux, et on observe bien que, dans ce domaine de variation du rapport e/c, le retrait endogène augmente lorsque e/c diminue. L'effet de la fumée de silice est par contre moins net, mais le nombre d'essais est insuffisant pour dégager des tendances. Finalement, on s'aperçoit que les essais sont difficilement exploitables pour une modélisation. Ils sont néanmoins indispensables, pour déduire les valeurs de fluage propre à partir des mesures sous charge.

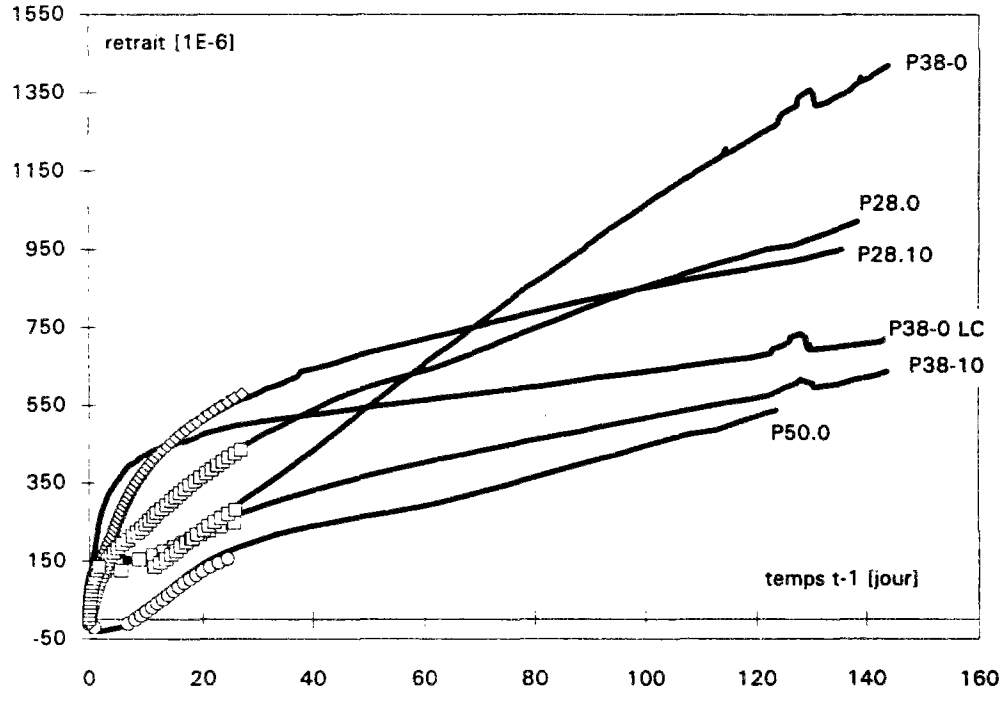


Figure 2-21 : évolution en fonction du temps du retrait endogène des pâtes pures. Ciment HP PM St-Vigor, excepté pour P38 LC (ciment HPR St Pierre La Cour).

Fluage propre

Les résultats sont sur la figure 2-22. On a représenté les points expérimentaux obtenus par l'acquisition "Superflu" et les courbes de lissages correspondantes (valeurs de retrait endogène déduites), qui sont du type de la fonction 2-2. Les valeurs des paramètres de cette fonction, pour chaque composition, sont dans le tableau 2-9. On remarque tout d'abord la qualité du suivi des mesures par le programme d'acquisition. Le fait de déduire en temps réel, le retrait au fluage, permet de s'affranchir de tous les types de retrait (endogène, thermique, ou de dessiccation). Les valeurs de fluage ainsi acquises, sont donc insensibles aux variations thermiques de la salle d'essai. Néanmoins, pour ce qui concerne le départ d'eau, le fluage supplémentaire apporté par la dessiccation affecte les résultats. La perte en masse a pu être évaluée pour une partie des échantillons essayés (dans la deuxième campagne de mesures). Les résultats sont indiqués dans le tableau 2-8. Pour une hydratation consommant en eau, environ 25 % de la masse de ciment, on peut considérer (38-25)/38 = 34 % de l'eau initiale est de l'eau non chimiquement liée, donc potentiellement évaporable. Par conséquent, la quantité d'eau évaporée pendant l'essai de fluage représente environ 12 % de l'eau évaporable, soit grossièrement la même proportion de l'amplitude finale du fluage de dessiccation (chap. 6). Dans le chapitre 6 on met en évidence que le fluage de dessiccation des BHP représente environ 50 % du fluage propre. Faisant la même hypothèse pour les pâtes de ciment, on évalue donc l'augmentation, par le séchage, du fluage des éprouvettes de pâtes de ciment à 0,1×50 = 5%. Ce calcul simplifié montre que les essais de fluage sur pâtes pures restent exploitables pour l'approche proposée.

pâte type d'essai	P38-0SV retrait	P38-0SV fluage	P38-10SV retrait	P38-10SV fluage	P38-0LC retrait	P38-0LC fluage
perte à 28 jours		1,1		0,5		
perte à 244 jours	4,6	4,1	2,8	1,9	2,4	3,4

Tableau 2-8 : perte en masse exprimée en % de la quantité d'eau initiale, pour les échantillon de la deuxième série d'essais.

La précision des valeurs expérimentales de fluage est également liée à celle des valeurs de retrait endogène. La pâte pure P38-0SV a manifestement un retrait surestimé, ce qui sous-évalue la déformation de fluage mesurée. L'exploitation des mesures dans le chapitre 4 montre que si l'erreur sur le retrait endogène de P38-0SV est de l'ordre de 300.10^{-6}, entre 28 jours et la fin des mesures de fluage (soit à l'âge de 120 jours), l'erreur sur la déformation spécifique de fluage propre est de 300/15,6 = 19.10^{-6}/MPa. Or la différence entre le modèle établi, dans le chapitre 3 (§2.1), et la valeur à 1000 jours, extrapolée par la fonction de lissage, est de 16.10^{-6}/MPa. On voit alors que le modèle a lissé les écarts entre les différents essais, et que les défauts enregistrés sur les déformations de retrait (essentiellement sur P38-10SV d'ailleurs) ne sont ici pas rédhibitoires pour l'exploitation des mesures.

Les résultats montrent un effet important de la fumée de silice, dont la présence réduit le fluage de manière significative. La réduction est d'au moins 40% en fin d'essai, lorsque l'on ajoute 10 % de fumée de silice (40 % pour P28-10 et 100 % pour P38-10).

Désignation	contrainte appliquée [MPa]	$J_{p0} = 1 / E_{p0}$ [10^{-6}]	$\varepsilon_{p\infty}$ [10^{-6}/MPa]	a	b [j^a]
P28-0SV	15,6	45,45	660	0,42	55,5
P38-0SV	15,6	62,50	510	0,42	29,1
P50-0SV	9,4	74,07	803	0,41	30,4
P28-10SV	15,6	33,90	195	0,39	15,2
P38-10SV	15,6	52,63	136	0,39	8,4
P38-0LC	15,6	62,50	346	0,41	15,22

Tableau 2-9 : Paramètres de lissage de la complaisance des pâtes pures testées, d'après la formule (2-2). E_{p0} *a été mesuré d'après des essais de module [12].*

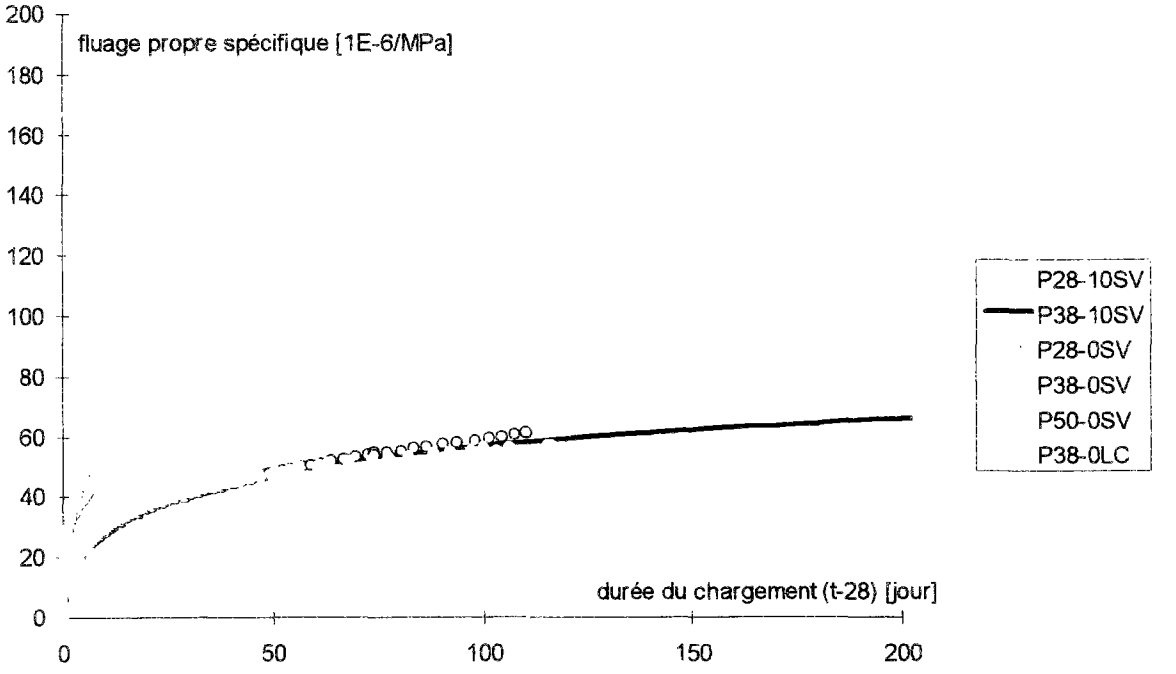


Figure 2-22 : points expérimentaux des valeurs de fluage de pâte pure et courbes de lissage correspondantes.

4 Conclusions

L'analyse des résultats sur béton montre que, malgré l'incohérence de quelques résultats, les données sont exploitables pour la modélisation du fluage, que ce soit pour établir des modèles simplifiés (chap. 6), ou pour valider l'approche par homogénéisation (chap. 4). De plus, on a montré par le calcul que le système de mesure fournit des résultats pratiquement insensibles à la ségrégation du béton dans l'éprouvette. A cet avantage vient s'ajouter celui de la grande dimension des échantillons, qui réduit de manière importante l'effet de paroi (variation de concentration granulaire au voisinage de la peau). Cet effet devient important pour les échantillons de petites dimensions. Cela n'exclut pas de faire dans l'avenir une campagne d'essais visant à en déterminer la répétabilité intrinsèque.

La conception des essais sur pâte pure n'est pas encore tout à fait aboutie. Les principales améliorations à apporter sont les suivantes :
- <u>améliorer l'isolation hydrique de l'échantillon</u>. Pour ce faire, on propose d'enlever le moule en téflon juste avant le commencement des mesures, pour le remplacer le plus rapidement possible par une double couche d'aluminium autocollant, qui recouvrirait la partie cylindrique des casques en inox. Cela doit pouvoir s'effectuer en moins d'une minute, ce qui rendrait la dessiccation pendant l'opération négligeable.
- <u>améliorer les conditions d'ancrage</u> entre le casque et la pâte de ciment, notamment pour la mesure du retrait endogène. On attribue une partie de la dispersion des résultats à la désolidarisation entre casque et pâte de ciment. On propose de remplacer la vis qui joue le rôle d'insert par plusieurs petites tiges réparties sur un cercle (3 par exemple) ;
- <u>compenser le frottement entre le moule et l'échantillon</u>, pour les mesures de retrait, soit par des ressorts de rappel des deux casques, soit par une masse reposant sur le casque supérieur, calculée pour ne pas apporter un fluage significatif (500 g conduit à une contrainte de 0,016 MPa).

On peut remarquer par ailleurs que les mesures, effectuées dans le domaine de linéarité du fluage par rapport aux contraintes appliquées, permettent de déterminer le retrait endogène à partir de deux essais de fluage à des niveaux de contrainte différents.

En effet, si on appelle :
- $\varepsilon_{mes1}(t-t_0)$ la mesure expérimentale de l'essai effectué sous la contrainte σ_1 ;
- $\varepsilon_{mes2}(t-t_0)$ celle correspondant à un autre essai sous la contrainte σ_2 ;
- $\varepsilon_{re}(t-t_0)$ le retrait endogène.

le retrait endogène déduit des deux essais de fluage s'écrit alors:

$$\varepsilon_{re}(t-t_0)=\frac{\sigma_2\,\varepsilon_{mes}(t-t_0)-\sigma_1\,\varepsilon_{mes}(t-t_0)}{\sigma_2-\sigma_1}$$

Toutefois, les essais effectués ici fournissent des résultats qui vont permettre une première modélisation par homogénéisation.

5 Références bibliographiques

[1] (1992), Méthode de vérification périodique - Bâtis de fluage, *Procédure d'application n° V-24.91, Document LCPC*, mars.

[2] (1976), Appareil de mesure du fluage en compression des bétons de ciment, service du matériel du LCPC, *Bulletin de Liaison des LPC*, n°84, pp. 181-183, janvier.

[3] BAZANT Z.P., ASGHARI A.A., SCHMIDT J. (1976), Experimental study of creep of hardened portland cement paste at variable water content, *Mat. Struct.*, **9**, n°52, pp. 279-290.

[4] BOULAY C., COLSON A. (1981), Un extensomètre à béton éliminant l'influence des déformations transversales sur la mesure des déformations longitudinales, *Matériaux et Construction*, **14**, n°79, pp. 35-38.

[5] BROOKS J.J., NEVILLE A. (1992), Creep and shrinkage of concrete as affected by admixtures and cement replacements materials, *Creep and shrinkage of concrete : effect of materials and environnment, SP 135-2*, pp.19-36.

[6] DE LARRARD F. (1988), Formulation et propriétés des bétons à très hautes performances, *Rapport de recherche LPC n° 149*, LCPC, Paris, mars.

[7] DE LARRARD F. (1988), Prévisions des résistances en compression des bétons à hautes performances aux fumées de silice, ou une nouvelle jeunesse pour la loi de Féret, *Annales de l'ITBTP*, n° 483, Série Béton 271, pp.92-98.

[8] GRANGER L. (1995), Comportement différé du béton dans les enceintes de centrales nucléaires : analyse et modélisation, *These de Doctorat de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, Spécialité Structures et Matériaux*, Paris.

[9] HOBBS D. W. (1971), The dependence of the bulk modulus, Young's modulus, creep, shrinkage and thermal expansion of concrete upon aggregate volume concentration, *Mat. Struct.*, **4**, n°20, pp.107-114.

[10] HUA C (1992), Analyses et modélisations du retrait d'autodessiccation de la pâte de ciment durcissante, *Thèse de Doctorat de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées*, Spécialité Structures et Matériaux.

[11] LAPLANTE P. (1993), Propriétés mécaniques des bétons durcissants : analyse comparée des bétons classiques et à très hautes performances, *Thèse de Doctorat de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées*, également en *Rapport de Recherche*, Série Ouvrage d'art OA13.

[12] MARCHAND J. (1992) résistance et module des pâtes de ciment à hautes performances, *Rapport interne du LCPC.*

[13] TAZAWA E., MIYAZAWA S. (1993), Autogenous shrinkage of concrete and its importance in concrete technology, *Fifth RILEM International Symposium on Creep and Shrinkage of Concrete, Barcelone*, pp. 159-168, septembre.

***

Chapitre 3

Un modèle d'homogénéisation à deux phases pour le calcul du module instantané du béton

Table des matières

1 Les principaux modèles d'homogénéisation existants 127
1.1 Intérêt des modèles d'homogénéisation pour le calcul des caractéristiques élastiques du béton 127
1.2 Calculs de bornes 128
Les bornes de Hill 128
Les bornes de Hashin-Shtrikman (BHS) 129
1.3 Les modèles analytiques les plus connus 131
Modèle fondé sur la méthode différentielle 131
Modèle fondé sur la méthode autocohérente généralisée 132
La méthode de Mori-Tanaka 134
Le modèle des sphères composites de Hashin ou modèle bisphère 135
Résumé et conclusions 139
1.4 Simplification pour ν=0,2 143
2 Présentation du modèle trisphère 145
2.1 Prise en compte de la granularité réelle des bétons : g* 145
2.2 Ecriture du modèle 146
2.3 Résumé et conclusions 148
3 Validation du modèle trisphère et comparaison avec d'autres modèles 153
3.1 Validation du modèle trisphère : calcul du module du béton pour Ep et Eg connus 153
3.2 Prévision du module de la pâte de ciment 159
Position du problème 159
Deux résultats expérimentaux 159
3.3 Confrontation du modèle avec les résultats de B1 à B10 164
3.4 Module d'un même béton à différents âges 169
3.5 Prise en compte de certaines particularités des granulats et limites du modèle 171
Les problèmes dus à la différence de nature des sables et gravillons. 171
Influence de la taille maximale des granulats 172
3.6 Le problème du nombre de phases du béton 172
3.7 Conclusions sur la validation du modèle trisphère 173
4 Utilisations du modèle trisphère 174
4.1 Evolution du module en fonction de paramètres liés au béton 174
Paramètres liés au granulat 174
Paramètres liés à la pâte de ciment 175
4.2 Autres applications du modèle trisphère 176
5 Références bibliographiques 184

Nous rappelons ici les relations entre les caractéristiques intrinsèques d'un matériau élastique, ainsi que la loi de Hooke.

La loi de Hooke :

$$\underline{\underline{\sigma}} = \lambda(tr\underline{\underline{\varepsilon}})\underline{\underline{1}} + 2\mu\underline{\underline{\varepsilon}} \tag{3-1}$$

$$\underline{\underline{\varepsilon}} = \frac{1+\nu}{E}\underline{\underline{\sigma}} - \frac{\nu}{E}(tr\underline{\underline{\sigma}})\underline{\underline{1}} \tag{3-2}$$

avec :

$$\lambda = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \tag{3-3}$$

$$\mu = G = \frac{E}{2(1+\nu)} \tag{3-4}$$

$$K = \frac{E}{3(1-2\nu)} \tag{3-5}$$

$$E = \frac{9KG}{3K+G} \tag{3-6}$$

λ et μ sont les coefficients de Lamé, G est appelé module de cisaillement, K est le module de compressibilité, E le module d'Young, et ν le coefficient de Poisson.

1 Les principaux modèles d'homogénéisation existants

1.1 Intérêt des modèles d'homogénéisation pour le calcul des caractéristiques élastiques du béton

L'un des objectifs principaux, que nous avons fixé au début de cette recherche, est d'intégrer des modèles dans un logiciel d'optimisation des bétons, modèles qui permettront de prévoir, à partir d'une composition, les propriétés élastiques et différées d'un béton ordinaire ou à hautes performances. Le choix du type de modèle peut être facilité si l'on répond préalablement à un certain nombre de questions que l'on peut résumer de la manière suivante :

- qui seront (en espérant qu'il y en ait (!)) les utilisateurs du modèle ?
- quelle est la précision recherchée ?
- quelles sont les variables à fixer ?
- quels moyens de calcul nécessite son utilisation ?
- quelles sont les limites d'application du modèle ?
- le modèle pourra-t-il être validé facilement ?

Les utilisateurs potentiels sont surtout des spécialistes, chargés de mettre au point les matériaux, et qui désirent dans un premier temps accéder rapidement, et sans faire d'essais, aux propriétés principales du béton à partir de sa formulation. L'approche numérique [44, 45] par éléments finis est donc peu envisageable pour de telles applications, car elle demande un temps, parfois long, de mise en oeuvre des calculs, qui ne sont de plus possibles que sur de gros systèmes informatiques. Les méthodes analytiques se divisent quant à elles entre les modèles empiriques et ceux plutôt fondés sur une approche mécanicienne. L'approche empirique a été choisie par certains chercheurs pour décrire le module du BHP [2 ,42]. Toutefois de telles formules sont limitées à un domaine de validité parfois restreint, car il est souvent difficile de leur faire tenir compte de la diversité des propriétés des constituants du béton. Pour répondre à nos objectifs, il est très important que le modèle retenu ait un large domaine de validité ou du moins qu'il garde une souplesse d'adaptation, en fonction de la nature des constituants.

On peut donc conclure qu'il est préférable de garder une approche fondée sur la mécanique, avec laquelle on privilégie un domaine de validité étendu plutôt qu'une excellente précision d'un domaine de validité forcément restreint. Dans la mise au point finale on ne peut néanmoins pas écarter totalement un recours à un certain empirisme. L'échelle de modélisation reste maintenant à fixer. On peut décrire le béton comme un matériau homogène, ou à plusieurs phases, mais on connaît les difficultés de traduire en termes de comportement, à l'échelle macroscopique, les caractéristiques des constituants observés à l'échelle microscopique. En considérant le béton comme un matériau à deux phases (granulats et pâte) on verra plus loin qu'on atteint un bon compromis entre la

précision recherchée et la facilité d'utilisation des modèles. D'un point de vue expérimental, il est d'autre part relativement aisé de tester la pâte de ciment indépendamment des granulats, ce qui facilite le travail de validation.

Au vu de ce qui précède, l'homogénéisation à deux phases est *a priori* l'approche qui semble la mieux adaptée à nos besoins. Elle est fondée sur des bases mécaniques solides, qui lui donnent un large domaine de validité. D'ailleurs, l'homogénéisation a déjà été appliquée pour le calcul du module du béton, comme par exemple dans [5, 10, 23, 35].

De plus, les calculs peuvent s'effectuer analytiquement, et la validation et le calage de tels modèles sont grandement facilités par la possibilité de mesurer, dans la plupart des cas[1], les propriétés de chaque constituant.

Faisons maintenant une revue des modèles existants, et discutons leur pertinence pour la prévision des caractéristiques élastiques du béton.

1.2 Calculs de bornes

L'homogénéisation permet d'approcher les caractéristiques rhéologiques (dans notre cas les propriétés élastiques) d'un matériau homogène fictif "équivalent",dans un sens à définir, au matériau hétérogène réel. Le calcul des bornes permet d'encadrer les propriétés du matériau réel. Son principe d'établissement est fondé sur le calcul, par 2 voies différentes, de l'énergie totale d'un élément de volume (représentatif) du corps hétérogène étudié. Les bornes que l'on décrit ci-après s'adressent aux matériaux isotropes.

Les bornes de Hill

Les bornes de Hill [29], qui concernent les matériaux à 2 phases, sont célèbres pour leur simplicité. Elles sont à l'origine des modèles classés dans la catégorie des modèles parallèle-série, et de nombreuses applications existent pour le béton. Ces bornes sont d'une part le modèle parallèle et d'autre part le modèle série, représentés sur la figure 3-1 :

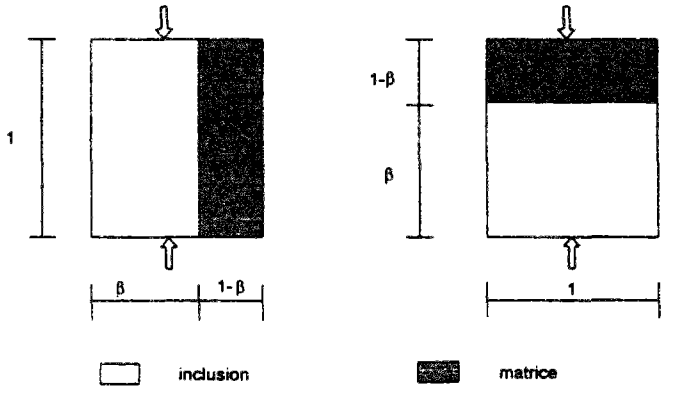


Figure 3-1 : représentation schématique des bornes de Hill.

[1]On ne peut pas mesurer le module d'un granulat de rivière, car il n'existe pas de blocs de dimensions suffisantes pour essayer mécaniquement le matériau.

Elles sont calculées en explicitant de 2 manières différentes une borne supérieure de l'énergie de déformation :

- on fait l'hypothèse que la déformation, homogène en tous points du solide, est égale à la déformation moyenne. L'énergie de déformation du solide, calculée à partir de cette hypothèse, est alors une borne supérieure de l'énergie de déformation réelle, puisque la solution réelle, qui conduit à l'équilibre, est un minimum de cette énergie ;
- on fait le même calcul, mais en supposant que les contraintes sont homogènes dans toutes les phases, ce qui implique que la contrainte est égale en tous points à la contrainte moyenne. On obtient alors une autre borne supérieure de l'énergie réelle de déformation, pour la même raison que précédemment.

Ces 2 calculs conduisent à un encadrement des caractéristiques élastiques du matériau homogénéisé. En effet, pour la détermination du module de compressibilité par exemple, le premier calcul conduit à une majoration du module de compressibilité, et le deuxième calcul, à une majoration de l'inverse du module de compressibilité.

Ici, on s'intéresse au calcul du module longitudinal. Les bornes s'écrivent, en appelant E_i et E_m les modules instantanés de la phase inclusion et de la phase matrice :

$$E_{1hill} = \beta E_i + (1-\beta)E_m \tag{3-7}$$

$$\frac{1}{E_{2hill}} = \frac{\beta}{E_i} + \frac{1-\beta}{E_m} \tag{3-8}$$

La simplicité de ces formules a incité de nombreux auteurs à appliquer une combinaison linéaire des deux bornes, pour calculer le module du béton, mais aussi pour prévoir les déformations différées telles que le fluage propre [21, 25, 26, 33].

Les bornes de Hashin-Shtrikman (BHS)

Présentées dans [28], ces bornes ont été établies pour un mélange de n constituants élastiques isotropes, sans hypothèse particulière sur leur forme, ou sur une limite de leur concentration volumique. Ces bornes ont donc un caractère tout à fait général. De plus, Hashin et Shtrikman montrent qu'elles sont les plus restrictives qui soient, puisqu'elles sont atteintes pour le modèle à inclusions sphériques de Hashin [27]. En d'autres termes, il existe une géométrie particulière (ici un matériau réalisé avec des sphères composites à 2 phases), dont les caractéristiques élastiques sont égales à l'une ou à l'autre des BHS. Des bornes plus restrictives amèneraient alors ce modèle des sphères à l'extérieur des bornes, ce qui ne peut se faire.

Ces bornes ont été calculées en explicitant, comme précédemment, mais à partir d'autres hypothèses, des valeurs par excès de l'énergie de déformation réelle du matériau.

Elles s'écrivent, en appelant K_1, K_2, G_1, G_2, c_1, c_2, les modules de compressibilité, les modules de cisaillement, et les concentrations volumiques de chacune des phases, K_{h1} et K_{h2} les bornes inférieures et supérieures du module de compressibilité, G_{h1} et G_{h2} les bornes du module de cisaillement du composite :

$$K_{h1} = K_1 + \frac{c_2}{\frac{1}{K_2 - K_1} + \frac{3c_1}{3K_1 + 4G_1}} \tag{3-9}$$

$$K_{h2} = K_2 + \frac{c_1}{\frac{1}{K_1 - K_2} + \frac{3c_2}{3K_2 + 4G_2}} \tag{3-10}$$

$$G_{h1} = G_1 + \frac{c_2}{\frac{1}{G_2 - G_1} + \frac{6(K_1 + 2G_1)c_1}{5G_1(3K_1 + 4G_1)}} \tag{3-11}$$

$$G_{h2} = G_2 + \frac{c_1}{\frac{1}{G_1 - G_2} + \frac{6(K_2 + 2G_2)c_2}{5G_2(3K_2 + 4G_2)}} \tag{3-12}$$

Ces résultats ont des applications pratiques, notamment pour la prévision des caractéristiques de certains alliages. Dans le domaine du béton, on cherche avant tout le module instantané du composite. On peut alors utiliser la formule (3-6) pour calculer les bornes du module. Pour s'en convaincre écrivons cette formule de la manière suivante :

$$\frac{1}{E} = \frac{1}{9K} + \frac{1}{3G}$$

Il est alors clair que la borne inférieure du module s'obtient en prenant la borne de K et de G, et inversement pour la borne supérieure.

Un exemple est donné sur la figure 3-2 pour un alliage de tungstène et cobalt dans laquelle E_1^* et E_2^* représentent les BHS en psi (on rappelle que 10000 psi ≈ 69 MPa). Cet exemple montre que, dans certains cas de figures, le calcul des bornes fournit une précision suffisante, car le fuseau ainsi calculé reste "étroit". Son application au béton reste cependant limitée car les volumes granulaires couramment utilisés, et la différence parfois importante entre les modules des constituants donne la plupart du temps des bornes larges. Toutefois, le calcul des BHS est, dans certains cas de figure, un moyen de vérifier que les résultats expérimentaux ne sont pas aberrants. Les modules expérimentaux peuvent être plus faibles que la borne inférieure, pour des questions de glissements aux interfaces, ou de fissures (dont l'effet est de diminuer les caractéristiques du matériau). Cependant, si le résultat expérimental dépasse la borne supérieure, sans excéder la plus haute valeur du module des phases, la seule explication possible (hormis une mesure erronée) est une forte anisotropie du matériau. Cette anisotropie est toutefois possible pour le béton, notamment lorsque le matériau a subi une forte ségrégation.

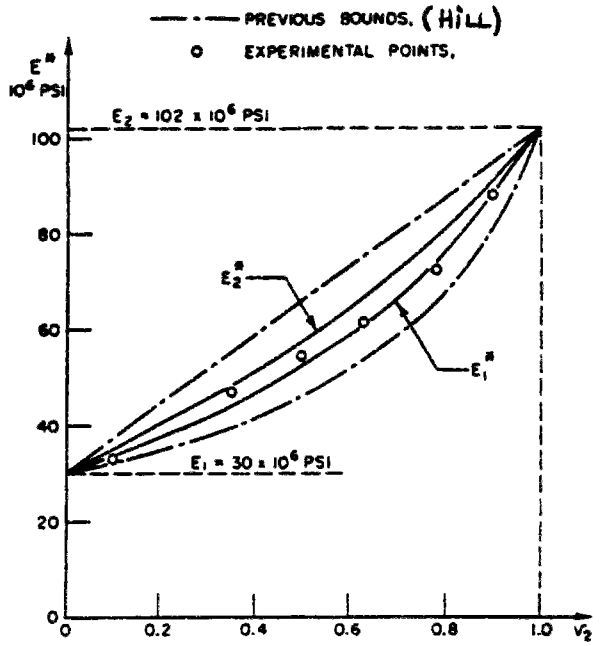


Fig 3-2 : bornes de Hashin-Shtrikman pour un alliage tungstène-cobalt [28].

1.3 Les modèles analytiques les plus connus

Modèle fondé sur la méthode différentielle

Adaptée aux suspensions diluées, puis appliquée aux solides, la méthode donne, *pour des faibles volumes d'inclusions,* une valeur unique (et non des bornes) du module de cisaillement μ et du module de compressibilité k du composite. Les formules s'écrivent [8] :

$$\frac{\mu}{\mu_m} = 1 + \frac{15(1-\nu_m)\left(\frac{\mu_i}{\mu_m} - 1\right)}{7 - 5\nu_m + 2(4 - 5\nu_m)\frac{\mu_i}{\mu_m}} c \qquad (3\text{-}13)$$

$$\frac{k}{k_m} = 1 + \frac{\frac{k_i}{k_m} - 1}{1 + \frac{k_i - k_m}{k_m + \frac{4}{3}\mu_m}} c \qquad (3\text{-}14)$$

Pour des concentrations non diluées, on réalise un calcul par étapes. Dans un premier temps on imagine qu'on insère les premières inclusions et on calcule les propriétés par les formules ci-dessus. On considère alors le matériau comme homogène, dans lequel on incorpore une petite quantité d'inclusions. On calcule de nouveau les caractéristiques par les mêmes formules, mais en donnant à la matrice les caractéristiques calculées dans l'étape précédente. Et ainsi de suite. On aboutit alors à une formulation

différentielle, qui peut s'écrire, pour le cas particulier où la concentration est proche de 1 :

$$\frac{d\mu}{dc} + \frac{15(1-\nu)(\mu-\mu_i)}{(1-c)\left(7-5\nu+2(4-5\nu)\frac{\mu_i}{\mu}\right)} = 0 \qquad (3\text{-}15)$$

$$\frac{dk}{dc} + \frac{k-k_i}{(1-c)\left(1+\frac{k_i-k}{k+\frac{4}{3}\mu}\right)} = 0 \qquad (3\text{-}16)$$

Ces équations expriment un couplage entre les modules de cisaillement et de compressibilité. On peut toutefois supprimer ce couplage dans le cas où l'une des phases a une compressibilité très faible par rapport à l'autre. Par exemple, dans le cas d'inclusions parfaitement rigides, incorporées dans une matrice très peu compressible ($k_m >> \mu_m \Rightarrow \nu_m \rightarrow 0{,}5$), on a la solution suivante :

$$\frac{\mu}{\mu_m} = \frac{1}{(1-c)^{\frac{5}{2}}} \quad \text{et} \quad \frac{k}{k_m} = \frac{1}{1-c} \qquad (3\text{-}17)$$

Cette méthode n'est pas très adaptée au calcul des caractéristiques du béton, qui n'est pas une suspension diluée ; de plus, les valeurs des caractéristiques mécaniques de la pâte et des granulats ne sont pas assez éloignées les unes des autres pour pouvoir faire l'hypothèse de rigidité parfaite, et encore moins d'incompressibilité de la matrice.

Modèle fondé sur la méthode autocohérente généralisée

Le nom de méthode autocohérente généralisée proposé par Christensen et Lo [9] (suivi d'un erratum en 1986) est issue d'une transformation de la méthode autocohérente de Budiansky [6] et Hill [30]. Dans la méthode généralisée, on considère que le milieu équivalent entoure une cellule composite faite d'une inclusion entourée d'une épaisseur de matrice[2] (fig. 3-3). Le milieu est soumis, à une grande distance de l'inclusion, à une déformation homogène. La solution pour les deux modèles est trouvée en considérant que pour un tel schéma comme pour celui d'un milieu équivalent dont on cherche les caractéristiques, la même énergie de déformation est stockée. Le calcul fournit une valeur unique, et non des bornes, pour le module de compressibilité et pour le module de cisaillement. L'expression du module de compressibilité est la même que celle donnée par le modèle des sphères composites introduit initialement dans [27]. L'utilisation des formules nécessite la connaissance du module de compressibilité et du module de cisaillement de chacune des phases.

[2]la méthode autocohérente considère uniquement une inclusion noyée dans une matrice.

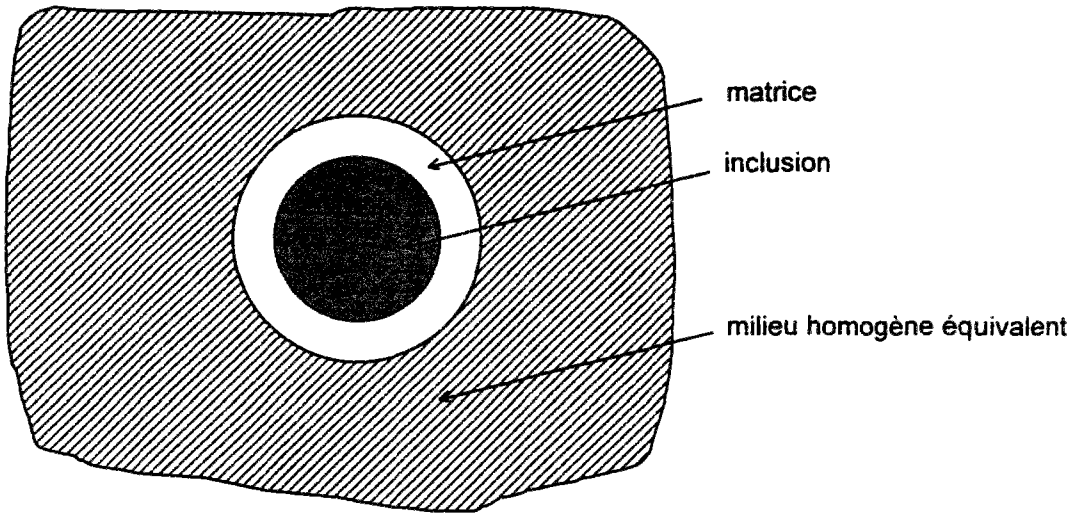


Figure 3-3 : cellule composite élémentaire noyée dans un milieu homogène équivalent.

Le module de cisaillement du composite est la solution positive de l'équation du second degré ci-dessous :

$$A\left(\frac{\mu}{\mu_m}\right)^2 + 2B\left(\frac{\mu}{\mu_m}\right) + C = 0 \tag{3-18}$$

avec :

$$A = 8\left(\frac{\mu_i}{\mu_m} - 1\right)(4 - 5\nu_m)\eta_1 c^{\frac{10}{3}} - 2\left[63\left(\frac{\mu_i}{\mu_m} - 1\right)\eta_2 + 2\eta_1\eta_3\right]c^{\frac{7}{3}} + 252\left(\frac{\mu_i}{\mu_m} - 1\right)\eta_2 c^{\frac{5}{3}}$$
$$-50\left(\frac{\mu_i}{\mu_m} - 1\right)\left(7 - 12\nu_m + 8\nu_m^2\right)\eta_2 c + 4(7 - 10\nu_m)\eta_2\eta_3$$

$$B = -2\left(\frac{\mu_i}{\mu_m} - 1\right)(1 - 5\nu_m)\eta_1 c^{\frac{10}{3}} + 2\left[63\left(\frac{\mu_i}{\mu_m} - 1\right)\eta_2 + 2\eta_1\eta_3\right]c^{\frac{7}{3}} - 252\left(\frac{\mu_i}{\mu_m} - 1\right)\eta_2 c^{\frac{5}{3}}$$
$$+75\left(\frac{\mu_i}{\mu_m} - 1\right)(3 - \nu_m)\eta_2\nu_m c + \frac{3}{2}(15\nu_m - 7)\eta_2\eta_3$$

$$C = 4\left(\frac{\mu_i}{\mu_m} - 1\right)(5\nu_m - 7)\eta_1 c^{\frac{10}{3}} - 2\left[63\left(\frac{\mu_i}{\mu_m} - 1\right)\eta_2 + 2\eta_1\eta_3\right]c^{\frac{7}{3}} + 252\left(\frac{\mu_i}{\mu_m} - 1\right)\eta_2 c^{\frac{5}{3}}$$
$$+25\left(\frac{\mu_i}{\mu_m} - 1\right)\left(\nu_m^2 - 7\right)\eta_2 c - (7 + 5\nu_m)\eta_2\eta_3 \tag{3-19}$$

et :

$$\eta_1 = \left(\frac{\mu_i}{\mu_m} - 1\right)(7 - 10\nu_m)(7 + 5\nu_i) + 105(\nu_i - \nu_m)$$

$$\eta_2 = \left(\frac{\mu_i}{\mu_m} - 1\right)(7 + 5\nu_i) + 35(1 - \nu_i)$$

$$\eta_3 = \left(\frac{\mu_i}{\mu_m} - 1\right)(8 - 10\nu_m) + 15(1 - \nu_m) \qquad (3\text{-}20)$$

Le module de compressibilité du composite est donné par la formule :

$$k = k_m + \frac{c(k_i - k_m)}{1 + (1 - c)\dfrac{k_i - k_m}{k_m + \frac{4}{3}\mu_m}} \qquad (3\text{-}21)$$

La méthode auto-cohérente généralisée est également utilisable pour des inclusions cylindriques [9]. Les hypothèses qu'elle comporte (forme et volume des inclusions) n'interdisent pas *a priori* son application au calcul des propriétés du béton, d'autant plus que l'on retrouve la même formule pour le module de compressibilité du composite dans d'autres méthodes d'homogénéisation.

La méthode de Mori-Tanaka

Proposée originalement par Mori et Tanaka [40], la méthode a fait l'objet de nombreuses publications, mais l'application qu'elle peut avoir pour le béton apparaît dans [3] et [8]. Les propriétés du matériau homogénéisé peuvent être calculées pour des inclusions, noyées dans une matrice connexe. Il ne s'agit pas ici d'un modèle mécanique, lié à une quelconque géométrie, mais plutôt d'une approche mathématique. La méthode peut être résumée de la manière suivante :

- on calcule la déformation moyenne globale du matériau, comme la moyenne des déformations de chaque phase, pondérées par la concentration volumique de chacune d'elles ;
- on réalise un calcul similaire, mais pour la contrainte moyenne globale du matériau ;
- on calcule à nouveau la contrainte moyenne, mais à partir des déformations moyennes de chaque phase, et de leurs concentrations volumiques respectives.
- ces 2 calculs différents de la contrainte moyenne doivent donner le même résultat. On aboutit, après une hypothèse simplificatrice, au tenseur d'élasticité du matériau homogène équivalent, à partir du tenseur d'élasticité de chaque phase et des concentrations granulaires.

L'hypothèse simplificatrice consiste à admettre qu'il y a un rapport constant (indépendant des concentrations volumiques) entre les déformations moyennes de chaque phase. Ce rapport constant est calculé pour un cas limite simple, qui est celui des dilutions (faible concentration de l'une des phases). La précision de la méthode est donc assujettie à la pertinence de cette hypothèse.

La solution générale pour des inclusions en forme d'ellipsoïdes quelconques est complexe et difficilement exploitable, mais elle prend une forme plus simple pour des disques ou des sphères. Pour ce dernier cas, qui nous intéresse plus, il existe une solution pour le module de compressibilité, qui est en fait la formule (3-21) donnée précédemment, et

également une solution pour le module de cisaillement (expression (3-22)). Cette dernière coïncide avec la borne inférieure de Hashin-Shtrikman.

$$\mu = \mu_m + \frac{c(\mu_i - \mu_m)}{1 + (1-c)\left[\dfrac{\mu_i - \mu_m}{\mu_m + \dfrac{\mu_m(9k_m + 8\mu_m)}{6(k_m + 2\mu_m)}}\right]} \qquad (3\text{-}22)$$

Le modèle des sphères composites de Hashin ou modèle bisphère.

Le modèle des sphères composites de Hashin [27] est un cas particulier d'un modèle général à 2 phases, pour lequel on impose, en plus de l'hypothèse d'isotropie, une géométrie sphérique aux inclusions, elles-mêmes noyées dans une matrice connexe. Le résultat du calcul donne une expression du module de compressibilité, K, et des bornes pour le module de cisaillement. L'expression de K est confondue avec l'une des bornes de Hashin-Shtrikman. La géométrie du modèle est décrite sur la figure (3-4). La distribution granulométrique des inclusions est telle que l'on peut attribuer à chacune d'elle un volume, de forme sphérique, de matrice d'épaisseur relative constante par rapport au rayon de l'inclusion (a/b = cte sur la figure (3-4)). La matière est entièrement composée de ces sphères composites et ne comporte aucun vide, ce qui signifie que le "squelette" des inclusions a également une compacité égale à 1 et constitue un mélange apollonien[3]. Si on procède en effet à une réduction homométrique de rapport a/b, on retrouve un volume parfaitement compact réduit dans le même rapport, et qui correspond en fait à l'empilement du squelette granulaire. La granularité des inclusions est donc telle que les plus petits grains ont une taille infinitésimale. Pour remplir de cette manière un volume donné, il existe une infinité de distributions granulométriques possibles, mais toutes sont discontinues. Calculer le module de compressibilité d'un tel matériau composite consiste à calculer les déformations d'un élément de volume[4] soumis à une pression hydrostatique, en fonction des caractéristiques de chaque constituant. On montre que la solution de ce problème est également celle d'une sphère composite élémentaire soumis à la même pression hydrostatique, p, figure (3-5). En effet une distribution appolonienne des sphères composites impose que, si l'élément de volume est soumis à une pression, p, chaque sphère élémentaire est sollicitée par cette même pression. La solution locale est donc compatible en contrainte avec la solution générale. Inversement, la contraction d'une sphère élémentaire est proportionnelle à son rayon extérieur, et, puisque le module de compressibilité équivalent est indépendant du rayon de la sphère (voir la formule (3-38)), la déformation en tout point de la périphérie de chaque sphère est donc constante. Autrement dit, la solution locale est compatible en

[3]du nom d'Apollonnius de Perga, mathématicien grec qui imagina la possibilité de remplir totalement l'espace par un assemblage de sphères
[4]ce volume est grand devant la taille des hétérogénéités

déplacement avec la solution générale. La compatibilité en contrainte et en déplacement montre donc que le module de compressibilité ainsi calculé est bien celui du composite.

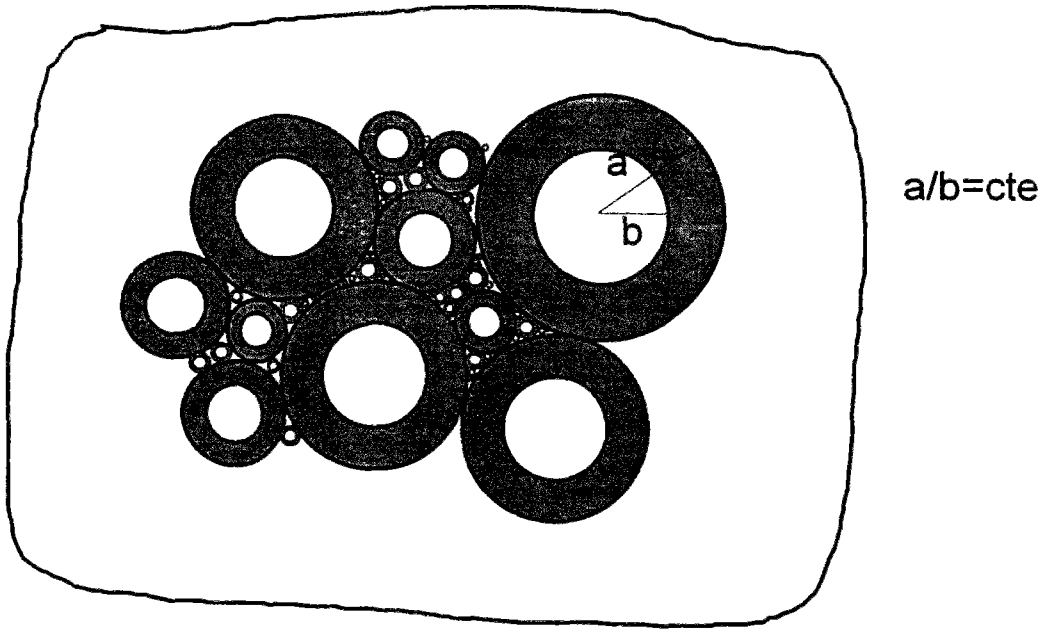


Figure 3-4 : description du matériau apollonien par des sphères composites de tailles variables.

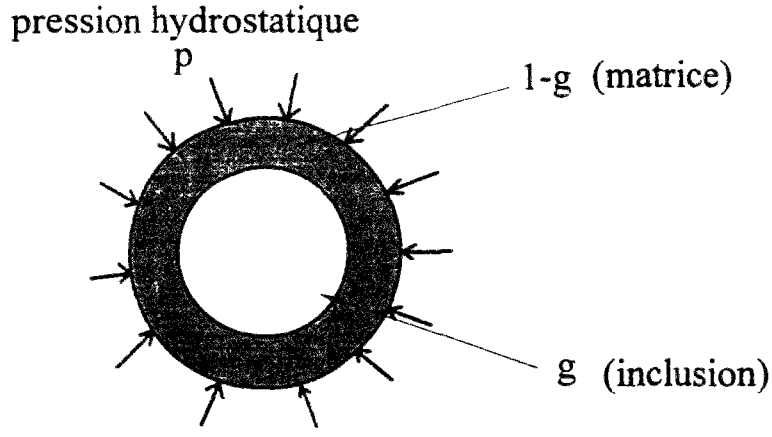


Figure 3-5 : sphère composite élémentaire

En raisonnant sur la cellule composite élémentaire de la figure (3-5), le calcul du module de compressibilité équivalent s'effectue de la manière suivante. Il existe une seule équation d'équilibre exprimée en coordonnées sphériques :

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{2}{r}(\sigma_r - \sigma_\theta) = 0 \qquad (\sigma_\theta = \sigma_\varphi \text{ et } \sigma_\theta, \sigma_\varphi, \sigma_r \text{ fonction de r}) \qquad (3\text{-}23)$$

On note u_r le déplacement radial dont les relations avec les déformations sont :

$$\varepsilon_r = \frac{du}{dr} \text{ et } \varepsilon_\theta = \frac{u}{r} \qquad (\varepsilon_\theta = \varepsilon_\varphi) \tag{3-24}$$

En termes de déplacements radiaux, l'équation 3-23 s'écrit :

$$\frac{\partial^2 u_r}{\partial r^2} + \frac{2}{r}\frac{\partial u_r}{\partial r} - \frac{2}{r^2} u_r = 0 \tag{3-25}$$

La solution de l'équation 3-25 est :

$$u_r = Ar + \frac{B}{r^2} \tag{3-26}$$

On écrit donc pour la matrice :

$$u_{rm} = A_m r + \frac{B_m}{r^2} \tag{3-27}$$

Pour l'inclusion, en tenant compte de la nullité du déplacement en r=0 :

$$u_{ri} = A_i r \tag{3-28}$$

La loi de Hooke s'écrit ici :

$$\sigma_r = (\lambda + 2\mu)\varepsilon_r + 2\lambda\varepsilon_\theta \tag{3-29}$$

$$\sigma_\theta = \lambda\varepsilon_r + 2(\lambda + \mu)\varepsilon_\theta \tag{3-30}$$

En remplaçant ε_r et ε_θ par leurs expressions dans la formule de la contrainte radiale, on trouve pour l'inclusion et pour la matrice :

$$\begin{aligned} \sigma_{ri} &= (3\lambda_i + 2\mu_i)A_i \\ \sigma_{rm} &= (3\lambda_m + 2\mu_m)A_m - 4\mu_m \frac{B_m}{r^3} \end{aligned} \tag{3-31}$$

On calcule les coefficients A_i, A_m, et B_m en exploitant les conditions aux limites : continuité des contraintes et des déplacements radiaux à l'interface pâte-granulat, et contrainte radiale à la périphérie égale à la pression extérieure :

$$\begin{aligned} &\text{pour} \quad r = b,\ \sigma_r = -p\ ; \\ &\text{pour} \quad r = a,\ \sigma_{ri} = \sigma_{rm} \text{ et } u_{ri} = u_{rm} \end{aligned} \tag{3-32}$$

ce qui donne le système suivant :

$$3k_iA_i = 3k_mA_m - 4\mu_m \frac{B_m}{a^3}$$

$$3k_mA_m - 4\mu_m \frac{B_m}{b^3} = -p \qquad (3\text{-}33)$$

$$A_i = A_m + \frac{B_m}{a^3}$$

On trouve ainsi, en posant $c = \frac{a^3}{b^3}$:

$$A_m = \frac{-p}{4\mu_m}\left[\frac{3k_i + 4\mu_m}{3(k_i - k_m)c + 3k_m + \frac{9}{4}\frac{k_ik_m}{\mu_m}}\right] = \frac{-p}{4\mu_m}L \qquad \text{ce qui définit L,} \qquad (3\text{-}34)$$

et

$$B_m = \frac{-pb^3}{4\mu_m}\left(\frac{3k_mL}{4\mu_m} - 1\right) \qquad (3\text{-}35)$$

Connaissant les valeurs des coefficients, on calcule le déplacement radial à la périphérie de la sphère composite (i.e. pour r=b) :

$$u_{rm}(r = b) = A_m b + \frac{B_m}{b^2} = \frac{-pb}{4\mu_m}\left(L - 1 + \frac{3k_m}{4\mu_m}L\right) \qquad (3\text{-}36)$$

Pour une sphère d'un matériau homogène ayant les mêmes caractéristiques élastiques et le même rayon extérieur que la sphère composite, on écrit également le déplacement en r = b, en appelant k_e le module de compressibilité de la sphère homogène équivalente :

$$u_r(r = b) = \frac{-pb}{3k_e} \qquad (3\text{-}37)$$

En écrivant l'égalité de ces 2 déplacements, on obtient le module de compressibilité du composite :

$$k_e = k_m + \frac{c(k_i - k_m)}{1 + (1 - c)\left(\frac{k_i - k_m}{k_m + \frac{4}{3}\mu_m}\right)} \qquad (3\text{-}38)$$

Cette formule donne la valeur du module de compressibilité d'un matériau composite à deux phases élastiques linéaires isotropes, qui respecte les hypothèses suivantes :

- les inclusions sont sphériques ;

- le mélange est appolonien (il remplit totalement l'espace) ;
- le rapport, du rayon de l'inclusion sur le rayon extérieur de la sphère composite, est constant.

Dans la méthode différentielle, la formule 3-14 est une version simplifiée de la formule 3-38, pour des suspensions diluées ($c \rightarrow 0$). De même, la formule 3-21 (pour la méthode autocohérente généralisée et pour la méthode de Mori-Tanaka) est la même que la formule 3-38.

On retrouve à partir de la formule (3-9) le modèle à inclusions sphériques de Hashin. Dans le cas le plus courant où la matrice est plus souple que l'inclusion, la matrice étant la phase 1 et l'inclusion la phase 2, le modèle bisphère coïncide avec la borne inférieure de Hashin-Shtrikman. En inversant le rôle des constituants, i.e. si la matrice est la phase 2 et l'inclusion la phase 1, le modèle bisphère coïncide avec la borne supérieure (figure 3-6).

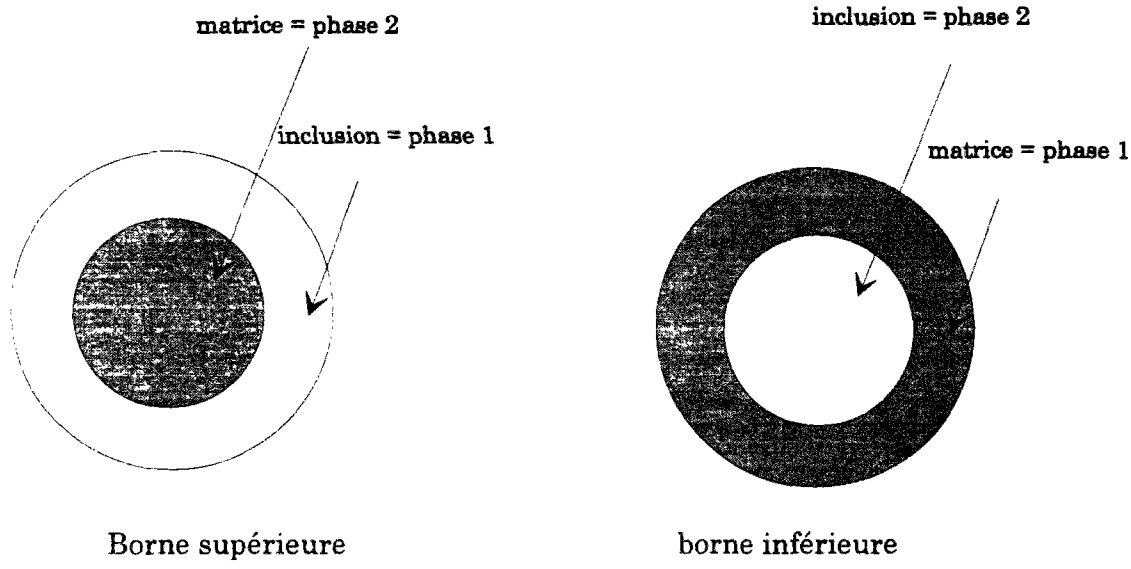


Figure 3-6 : correspondance entre le modèle bisphère de Hashin et les bornes de Hashin-Shtrikman.

Résumé et conclusions

La méthode différentielle propose une solution analytique mais seulement sous les conditions d'inclusions rigides et de matrice incompressible. Dans le cas général, on ne peut se passer de calcul numérique pour connaître les propriétés élastiques du composite. La méthode auto-cohérente généralisée et la méthode de Mori-Tanaka, appliquées aux composites à inclusions sphériques de taille variable, permettent de calculer analytiquement le module de cisaillement et le module de compressibilité du composite.

Une analyse comparée des résultats de ces trois méthodes pour un cas particulier d'inclusions parfaitement rigides ($k_i \rightarrow \infty$) a été faite dans [8]. Elle montre que les

différences peuvent être très grandes entre les 3 méthodes, notamment lorsqu'on approche des volumes granulaires importants (fig. 3-7 et 3-8).

A cette divergence des résultats entre les différents modèles, s'ajoute le fait que, dans la pratique, on mesure généralement le module instantané du béton mais rarement le coefficient de Poisson, sauf pour des besoins spécifiques. Ne le connaissant pas, on peut envisager de fixer la valeur de ce coefficient, mais pas sans en étudier au préalable son incidence sur la variation du module du béton. On se propose pour cela d'utiliser les méthodes de Mori-Tanaka et autocohérente généralisée, toutes deux appliquées aux inclusions sphériques. En calculant d'abord le module de compressibilité et le module de cisaillement du composite par ces deux méthodes, on calcule ensuite le module du béton en fonction du coefficient de Poisson de la pâte, pour différentes valeurs de celui des granulats, et ce en fixant les modules de la pâte, des granulats, et la concentration granulaire[5]. Le résultat est donné sur les figures 3-9 et 3-10 ci-après. On observe que la variation du module instantané du composite est inférieure à 1 GPa, pour des coefficients de Poisson couvrant le domaine [0,1-0,25]. Les courbes d'évolution du module ont un minimum qui se situe autour de la valeur 0,2 pour le coefficient de Poisson de la pâte, quel que soit la valeur de celui des granulats. La simplification qui consiste à choisir les coefficients de Poisson des deux phases égaux à 0,2 n'induit donc pas une erreur importante sur la valeur théorique du module du béton, et fournit une valeur proche du minimum théorique.

[5]Ce sont en effet les paramètres les plus facilement accessibles à l'expérimentateur.

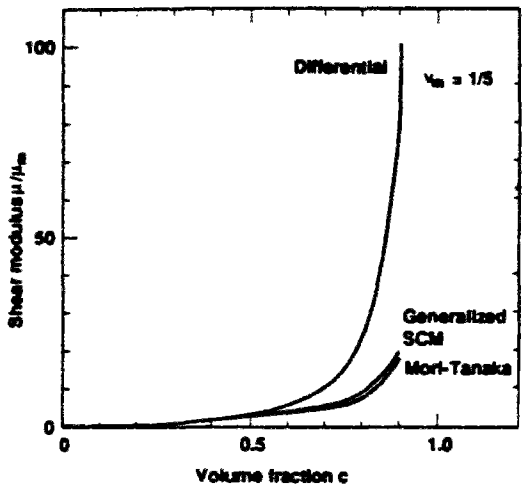


Figure 3-7 : évolution du module de cisaillement pour trois modèles d'homogénéisation dans l'hypothèse de rigidité parfaite des inclusions (d'après [8]).

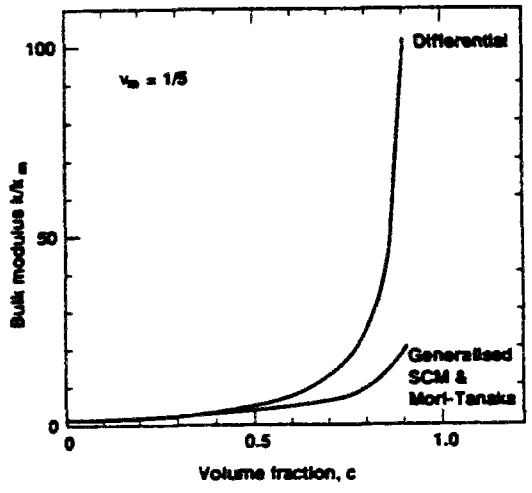


Figure 3-8 : évolution du module de compressibilité pour trois modèles d'homogénéisation dans l'hypothèse de rigidité parfaite des inclusions (d'après [8]).

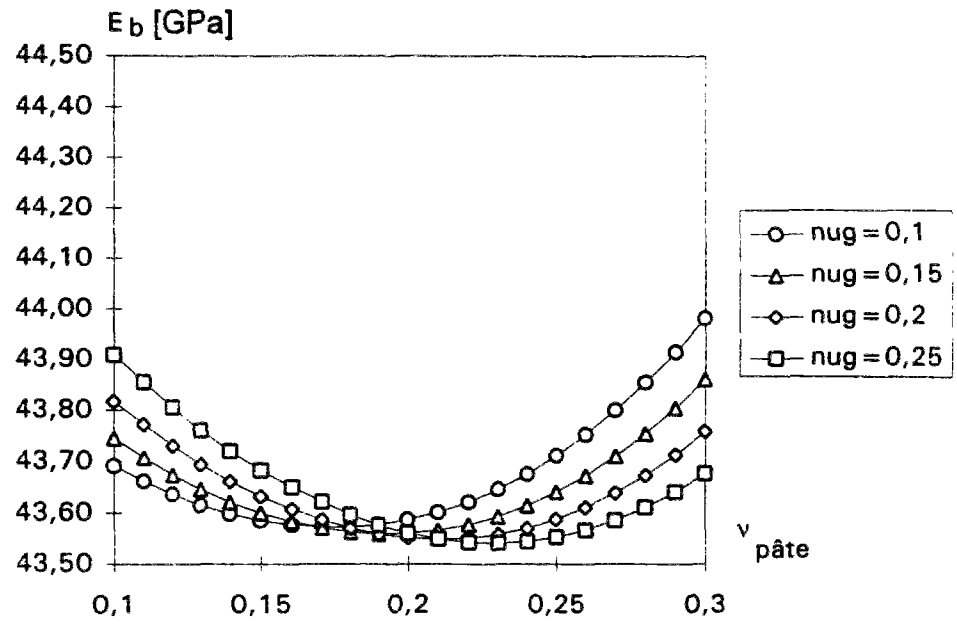


Figure 3-9 : évolution du module du béton par la méthode de Mori-Tanaka, en fonction du coefficient de Poisson de la pâte, pour différentes valeurs du coefficient de Poisson des granulats. Calcul réalisé pour E_m=20 GPa, E_i=65 GPa, c=0,7, dans les formules 3-21 et 3-22.

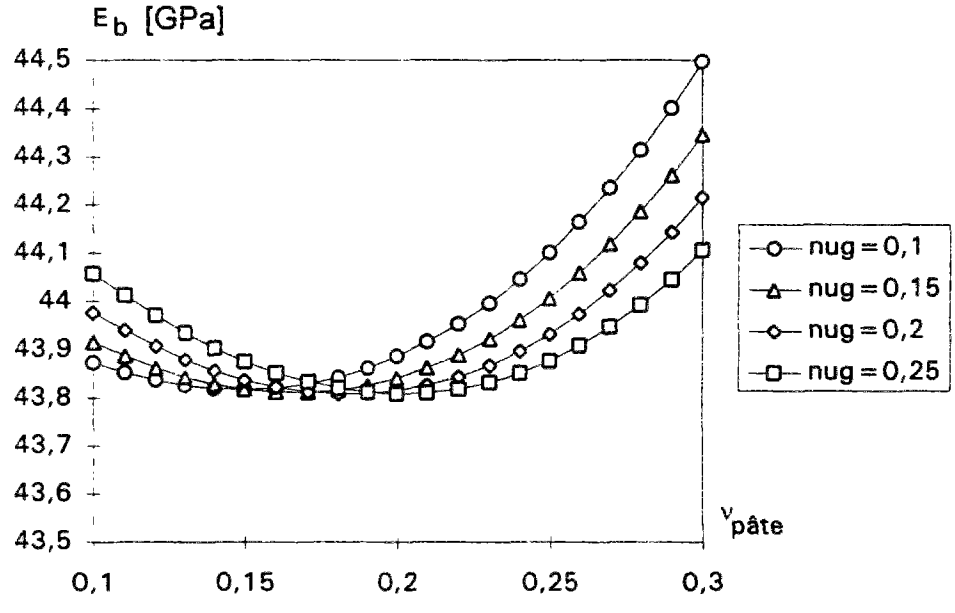


Figure 3-10 : évolution du module du béton par la méthode autocohérente généralisée, en fonction du coefficient de Poisson de la pâte pour différentes valeurs du coefficient de Poisson des granulats. Calcul réalisé pour E_m=20 GPa, E_i=65 GPa, c=0,7, dans les formules 3-18 à 3-21.

1.4 Simplification pour ν=0,2

Nous venons de montrer qu'il n'est pas vraiment indispensable de mesurer le coefficient de Poisson des constituants pour utiliser les formules précédentes, et qu'en les fixant à 0,2, les modèles sous-estiment (théoriquement) au maximum de 1 GPa le module du béton par rapport à un calcul complet prenant en compte les valeurs de ces coefficients. Par ailleurs, on pourrait s'attendre à ce que l'égalité du coefficient de Poisson de chacune des phases entraîne une valeur quasi identique pour celui du béton. L'application de la méthode autocohérente ou de Mori-Tanaka permettent d'estimer, comme pour le calcul de la variation du module, le domaine de variation du coefficient de Poisson du béton en fonction des variations possibles de celui de la matrice et celui des granulats. Les variations théoriques sont présentées sur les figures 3-11 et 3-12. On constate que le coefficient de Poisson du béton n'est en général pas égal à la moyenne arithmétique des coefficients des 2 phases. Toutefois, lorsque $\nu_{pâte} = \nu_{granulat} = 0{,}2$ on a $\nu_{béton} \approx 0{,}2$. Dans la pratique cette valeur simplifie de manière significative les calculs, tout en engendrant un écart par rapport à la solution théorique complète, inférieure à la précision des mesures. En utilisant un extensomètre étudié spécialement pour les bétons [4], on peut en effet estimer que le coefficient de variation du module est de l'ordre de 2 % pour les BHP. On admettra dans la suite :

$$\nu_{pâte} = \nu_{granulat} = \nu_{béton} = 0{,}2$$

Cette simplification réduit dans le même temps le choix d'un des modèles, car on s'aperçoit alors que les formules donnant le module de compressibilité (expressions 3-21 et 3-38) sont identiques à la formule du module de cisaillement (expression 3-22) et s'écrivent :

$$E = \frac{(1+c)E_i + (1-c)E_m}{(1-c)E_i + (1+c)E_m} E_m \qquad (3\text{-}39)$$

E est le module d'Young du composite, E_i celui des inclusions, E_m celui de la matrice, c la concentration volumique en inclusions. C'est ce type de formule que nous avons retenu dans un premier temps. Cependant, la confrontation avec les résultats expérimentaux n'est pas toujours très bonne comme il est constaté dans le paragraphe suivant relatif à la validation expérimentale du modèle. Cette observation a été le point de départ de la modification du modèle de Hashin.

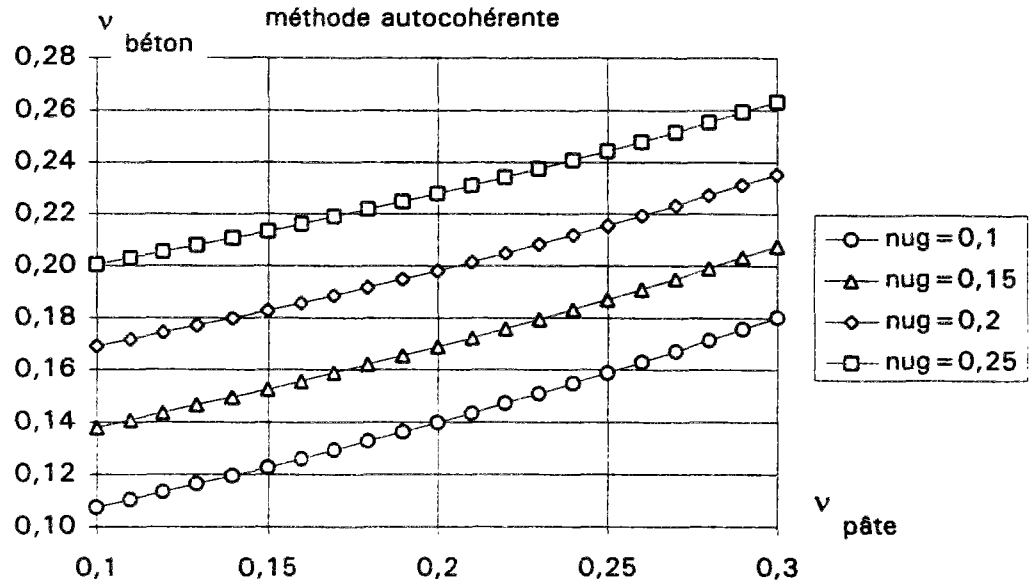


Figure 3-11 : variation théorique du coefficient de Poisson du béton en fonction de ceux de la pâte et des granulats par la méthode autocohérente. Calcul réalisé pour E_m=20 GPa, E_i=65 GPa, c=0,7, dans les formules 3-18 à 3-21.

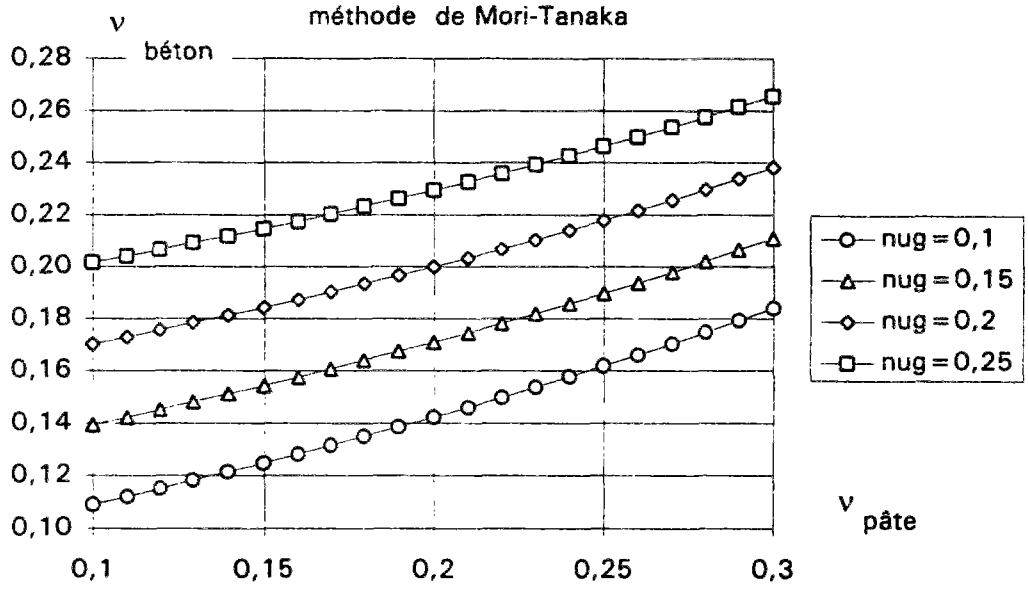


Figure 3-12 : variation théorique du coefficient de Poisson du béton en fonction de ceux de la pâte et des granulats par la méthode de Mori-Tanaka. Calcul réalisé pour E_m=20 GPa, E_i=65 GPa, c=0,7, dans les formules 3-21 et 3-22.

2 Présentation du modèle trisphère

Ce modèle a été présenté originalement dans [17], et est plus longuement développé dans [15] [16].

2.1 Prise en compte de la granularité réelle des bétons : g*.

Bien que la formule (3-39) soit commune à plusieurs méthodes d'homogénéisation lorsque le coefficient de Poisson est égal à 0,2, elle a été établie originellement avec le modèle bisphère de Hashin, pour le module de compressibilité des composites à inclusions sphériques. Contrairement aux hypothèses de ce dernier modèle, on constate que le squelette granulaire des bétons ne constitue pas un mélange très compact, puisque la compacité mesurée des mélanges secs varie environ de 0,75 à 0,85 et n'approche jamais l'unité. Pour mémoire, la compacité d'un mélange de sphères de taille unique, pour un arrangement le plus compact possible, est voisine de 0,74. Pour un arrangement quelconque la compacité dépend du mode de mise en place comme il est indiqué ci-dessous d'après [18].

mode de mise en place	versement	piquage	vibration + compaction	empilement hexagonal compact
compacité	0,570	0,59	0,64	0,74

Tableau 3-1 : compacité typique d'empilement de sphères homométriques en fonction du mode de mise en place, d'après [18].

Plusieurs méthodes sont disponibles pour calculer la compacité d'un mélange sec, mais l'une des plus célèbres et certainement la plus simple est la formule empirique de Caquot (3-40) [7], qui traite des mélanges de sable et de gravillon, dosés de telle façon que la compacité soit maximale.:

$$g^* = 1 - 0{,}47\left(\frac{d}{D}\right)^{\frac{1}{5}} \qquad (3\text{-}40)$$

Dans cettte formule, g* désigne la compacité du mélange, d le diamètre équivalent du plus petit granulat et D celui du plus grand. Elle a été établie empiriquement dans le but de formuler des bétons à compacité maximale, réalisés avec une granularité continue ou s'en approchant. Néanmoins, aucune précision n'a été apportée sur l'énergie de compactage, et on sent bien que cette énergie peut modifier le résultat numérique. Cette formule empirique reste néanmoins d'actualité pour un calcul approché, et il existe même une variante tenant compte de la provenance des grains, à savoir s'ils sont issus de concassage, donc de formes anguleuses, ou s'ils proviennent de lits de rivière, donc de formes arrondies [20].

Pour les granulats roulés :

$$g^* = 1 - 0{,}39\left(\frac{d}{D}\right)^{0{,}22} \qquad (3\text{-}41)$$

Pour les granulats concassés :

$$g^* = 1 - 0{,}45\left(\frac{d}{D}\right)^{0{,}19} \qquad (3\text{-}42)$$

L'utilisation des formules 3-40, 3-41, et 3-42 est limitée à des mélanges courants pour béton. En particulier, la compacité d'un mélange de granulats de taille unique ne rentre pas dans le domaine de validité de ces formules (pour des sphères la formule 3-41 donne 0,69). Depuis cette époque, il existe d'autres possibilités de calcul de la compacité des mélanges secs, citons le modèle de suspension solide [18, 19, 46], qui permet d'appréhender également la viscosité d'un mélange.

La distribution granulométrique du béton n'est donc pas en accord avec les hypothèses du modèle de Hashin puisque $g^*<1$. On peut néanmoins, pour contourner cette difficulté, considérer que la pâte, qui occupe les interstices laissés libres entre les granulats en état de compacité maximale, devient un complément granulaire (fig 3-13). On a alors le libre choix de la distribution granulométrique de ce complément granulaire et on peut ainsi admettre le respect des hypothèses du modèle à inclusions sphériques.

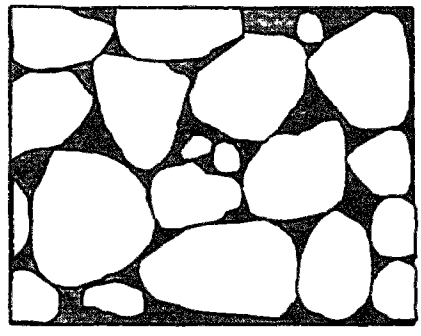
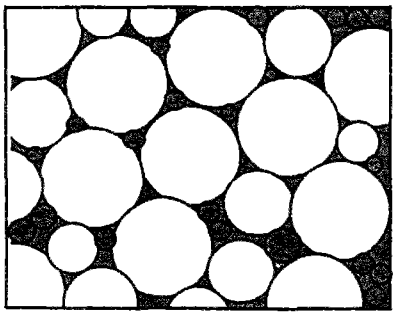


Figure 3-13 : Béton en état de compacité maximale, de concentration $g = g^*$. La pâte de ciment, entre les granulats, constitue un complément granulaire.

2.2 Ecriture du modèle

Dans un premier temps, comme le module et le volume du granulat ont été modifiés par l'adjonction de pâte, il convient de calculer le module du granulat équivalent. Celui-ci est constitué d'un volume g^* de granulat et $(1-g^*)$ de pâte. On considère que les granulats, qui sont en contact les uns avec les autres, constituent une phase connexe au sein de laquelle se trouve la pâte de ciment, qui devient alors la phase d'inclusions. Le calcul du module de ce mélange s'effectue de manière simple en utilisant la formule 3-39 dans laquelle, d'une part le terme E_i est remplacé par E_p, et E_m par E_g , et d'autre part, la concentration c devient $1-g^*$. La cellule élémentaire décrivant cette situation est représentée sur la figure 3-14. Il vient la formule 3-43 suivante :

$$E_{max} = \frac{(2-g^*)E_p + g^* E_g}{g^* E_p + (2-g^*)E_g} E_g \qquad (3\text{-}43)$$



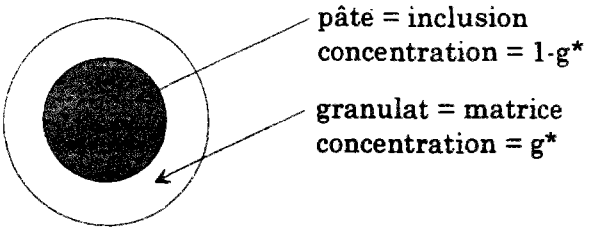


Figure 3-14 : représentation du béton à concentration granulaire maximum, g = g. A gauche, béton idéalisé par des granulats sphériques. A droite, modélisation du milieu par l'étude d'une cellule élémentaire (borne supérieure de Hashin-Shtrikman).*

Dans un deuxième temps, le béton est maniable et contient donc un volume de pâte supérieur à celui strictement nécessaire au remplissage des interstices des granulats. Dans ce cas, on peut reprendre la formule 3-39 dans laquelle le module de l'inclusion est remplacé par E_{max}, celui de la matrice par E_p et la concentration en inclusions, c, par une concentration équivalente g/g* qui varie également de 0 à 1. Ainsi, on respecte les hypothèses du modèle concernant le remplissage :

- la concentration en granulat peut varier de 0 à g* ;
- la concentration équivalente en granulat varie alors de 0 à 1.

On obtient donc la formule 3-44 suivante :

$$E_b = \frac{\left(1+\frac{g}{g^*}\right)E_{max} + \left(1-\frac{g}{g^*}\right)E_p}{\left(1-\frac{g}{g^*}\right)E_{max} + \left(1+\frac{g}{g^*}\right)E_p} E_p \qquad (3\text{-}44)$$

En remplaçant E_{max} par l'expression 3-43, on aboutit à l'expression 3-45 suivante :

$$\boxed{E_b = \left(1 + 2g\frac{E_g^2 - E_p^2}{(g^*-g)E_g^2 + 2(2-g^*)E_gE_p + (g^*+g)E_p^2}\right)E_p} \qquad (3\text{-}45)$$

On voit que la variation de la concentration en granulat ne modifie pas le module du granulat équivalent. En effet lorsque la concentration granulaire est inférieure à g*, le complément apporté par la pâte de ciment passe de la valeur (1-g*) à une concentration de $\frac{g}{g^*}(1-g^*)$. Ainsi les proportions mutuelles des deux sphères intérieures sont conservées et E_{max} reste constant quelle que soit la valeur de g :

$$\frac{g}{\frac{g}{g^*}(1-g^*)} = \frac{g^*}{1-g^*}$$

La cellule élémentaire est définie sur la figure 3-15.

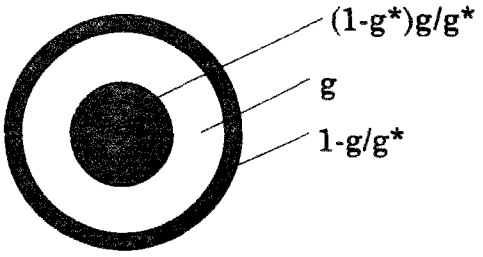


Figure 3-15 : cellule élémentaire du modèle trisphère pour une concentration granulaire quelconque, g<g.*

Le modèle trisphère décrit donc un volume du matériau comme un assemblage de ces sphères composites élémentaires de taille variable, de manière à ce que le volume en question soit totalement rempli.

Le calcul direct en élasticité du modèle trisphère est également possible une fois les proportions volumiques de chaque sphère fixées. La démarche à suivre est identique à celle présentée pour le modèle bisphère, mais avec des conditions aux limites supplémentaires à l'interface entre le noyau central et la sphère granulat. L'écriture du modèle en termes de module de compressibilité s'effectue en calculant d'abord un module de compressibilité k_{max} par utilisation de la formule 3-38 pour c = g* et en faisant jouer le rôle de l'inclusion au noyau de pâte et de matrice connexe aux granulats. Ensuite, le terme k_i est remplacé par k_{max} et c par g/g*. Les différentes étapes du modèle trisphère sont présentées à la page 150.

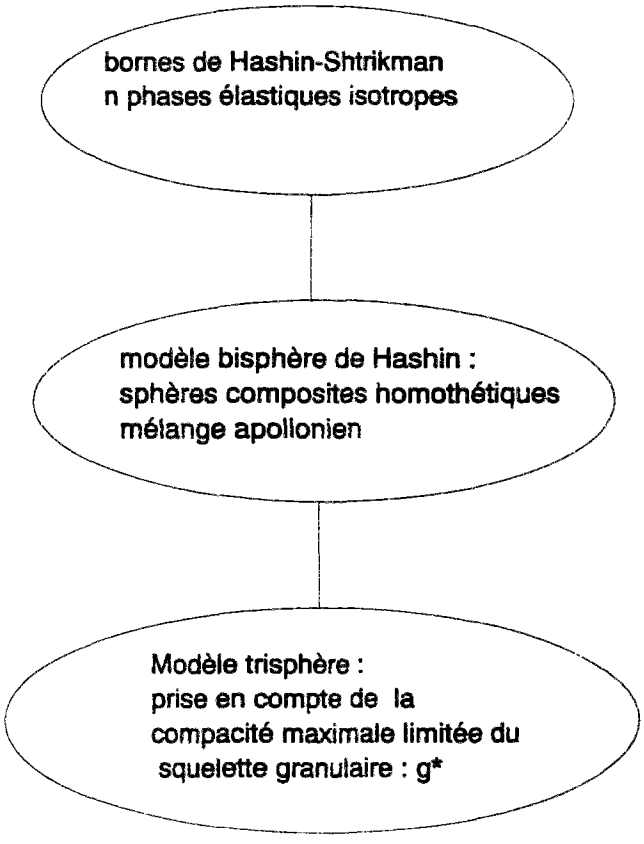
2.3 Résumé et conclusions

Cette modélisation s'intègre dans le domaine des matériaux composites élastiques linéaires et isotropes tel qu'il est défini par les bornes de Hashin-Shtrikman (BHS). Dans un tel cadre, l'attribution d'une forme sphérique aux inclusions, et d'un caractère apollonien à la distribution granulométrique, a conduit au modèle de sphères de Hashin. A partir de ce modèle bisphère, nous avons développé le modèle trisphère, dont la construction est justifiée par le moyen de prendre en compte une information supplémentaire sur le matériau étudié, a savoir la concentration maximale, g*. Le

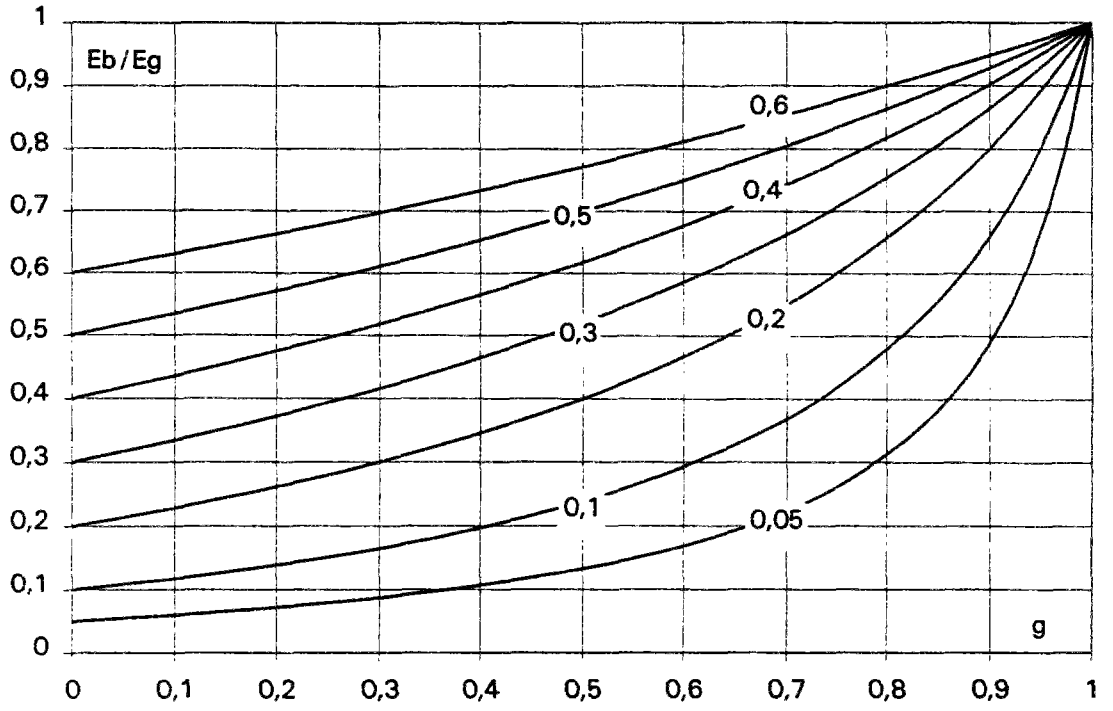
modèle se situe donc par construction à l'intérieur des BHS. Cependant, on peut tout de suite remarquer que lorsque le matériau a un volume maximal g* d'inclusions, le calcul que nous proposons n'est rien d'autre que l'expression de la borne supérieure des BHS, ce qui signifie que les prévisions du modèle trisphère vont progressivement s'approcher de la borne supérieure lorsque la concentration granulaire va augmenter.

On a traduit les résultats de plusieurs simulations, sur les figures 3-17 et 3-16 respectivement d'après le modèle trisphère et celui des sphères de Hashin. Elles donnent le rapport du module du béton à celui du granulat en fonction de la proportion granulaire, pour différentes valeurs du rapport du module de la pâte à celui des granulats. On observe que la différence entre les deux modèles est d'autant plus importante que le rapport E_p/E_g est faible et que le volume granulaire est proche de la compacité du mélange sec g*. Il est donc clair que l'écart entre les deux modèles sera important pour des bétons ordinaires préparés avec des granulats de fort module ou bien des bétons à hautes performances au jeune âge ($E_p \approx 15$ GPa et $E_g \approx 100$ GPa par exemple). Laplante [36] a mesuré des modules de béton au très jeune âge (à partir de l'âge de 15 heures) et on peut se reporter au paragraphe suivant pour la confrontation des modèles avec les résultats expérimentaux en question. En ce qui concerne les bétons pour lesquels le module de la pâte liante est plus élevé que celui des granulats (béton de granulats légers), les deux modèles fournissent des résultats très semblables. En fait, l'écart entre les deux modèles est assez faible pour un rapport du module de la pâte au module du granlulat compris entre 0,5 et 2. Dans ce domaine de variation du rapport des modules, le rôle que peut jouer la pâte, dont une partie peut être un complément granulaire ou rester entièrement une matrice liante, n'a que peu d'influence sur les résultats numériques.

Les étapes du modèle trisphère



modèle	concentration en granulats	modification dans le modèle de Hashin	formule
1-c matrice c inclusion	o<c<1	sans objet	$E = \frac{(1+c)E_i + (1-c)E_m}{(1-c)E_i + (1+c)E_m} E_m$
1-g* pâte g* granulat	g*	$E_i \rightarrow E_p$ $E_m \rightarrow E_g$ $c \rightarrow 1-g^*$	$E_{max} = \frac{(2-g^*)E_p + g^* E_g}{g^* E_p + (2-g^*)E_g} E_g$
g/g*(1-g*) g 1-g/g*	$0 \leq g \leq g^*$	$E_i \rightarrow E_{max}$ $E_m \rightarrow E_p$ $c \rightarrow \frac{g}{g^*}$	$E_b = \left(1 + 2g \frac{E_g^2 - E_p^2}{(g^*-g)E_g^2 + 2(2-g^*)E_g E_p + (g^*+g)E_p^2} \right) E_p$



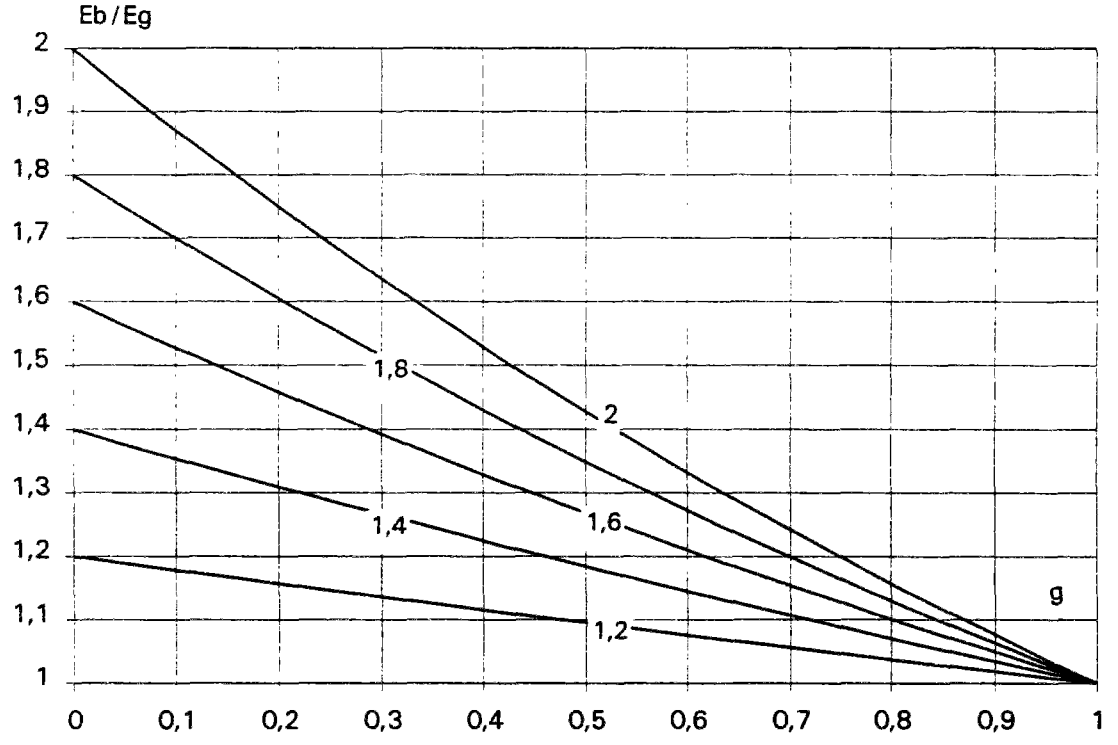
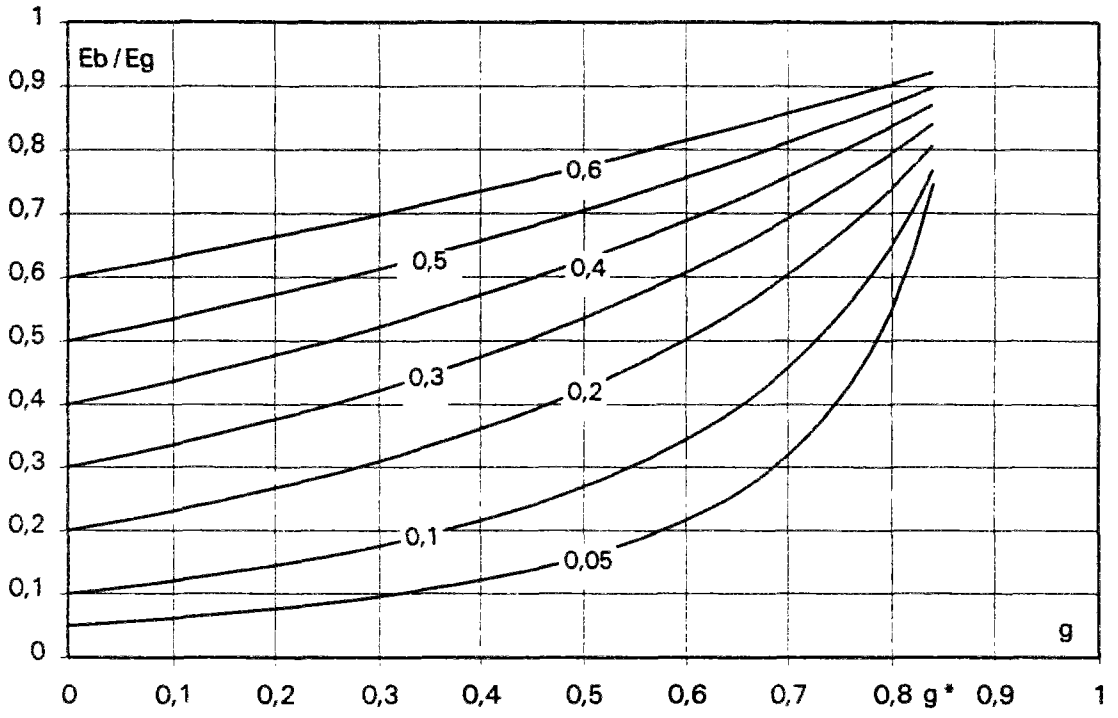


Figure 3-16 : modèle bisphère. Variation relative du module du béton E_b/E_g en fonction de la proportion granulaire pour différentes valeurs du rapport E_p/E_g.



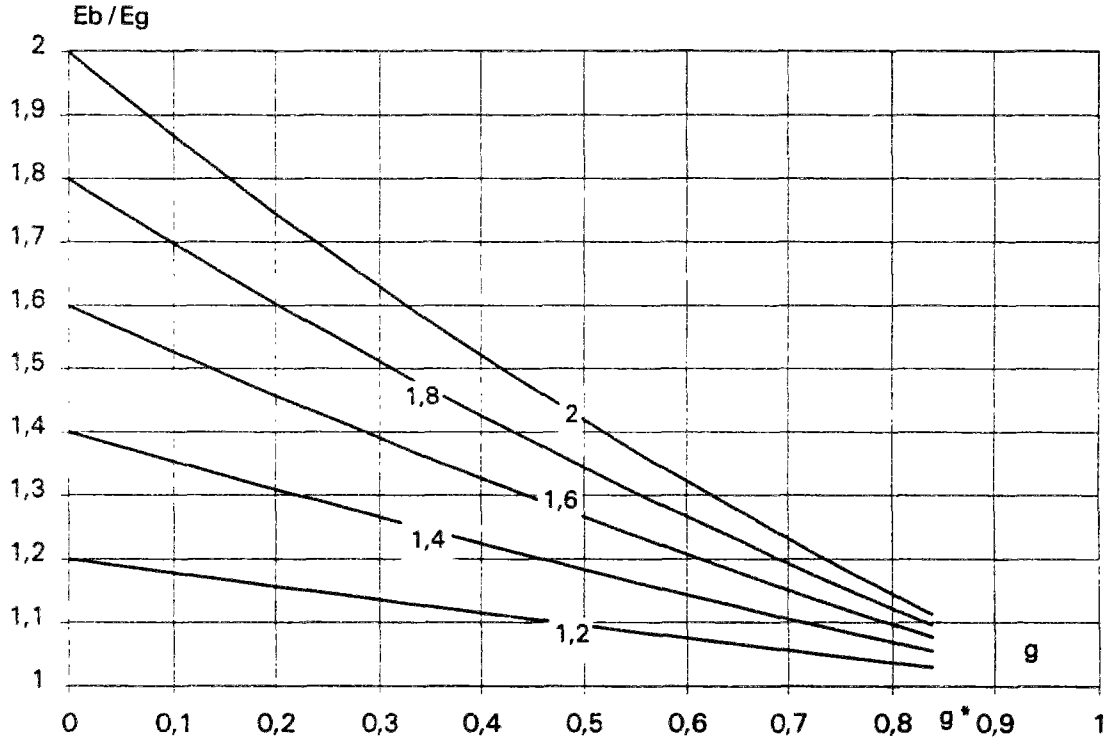


Figure 3-17 : modèle trisphère. Variation relative du module du béton E_b/E_g en fonction de la proportion granulaire pour différentes valeurs du rapport E_p/E_g, et pour $g^*=0,84$.

3 Validation du modèle trisphère et comparaison avec d'autres modèles

3.1 Validation du modèle trisphère : calcul du module du béton pour E_p et E_g connus

La validation du modèle consiste à le confronter à des résultats expérimentaux, pour lesquels les modules de chaque constituant ont été mesurés. Nous avons retenu de la littérature les travaux de Hirsh [31], qui sont très complets puisque l'auteur a mesuré les modules de nombreux bétons, de granulats, lorsque ceux-ci ne sont pas connus, et de la matrice cimentaire. Les bétons sont tous réalisés avec un seul type de granulats à la fois, et la matrice est commune à toutes les compositions. Six granulats différents ont été utilisés ; ils sont soit siliceux, calcaires, ou métalliques, tels que des rondelles d'acier issues de poinçonnage de tôle ou bien encore des "gouttes de plomb". Hirsh a mesuré les modules des bétons pour différents âges (7, 14, 28, et 60 jours). Au total, on dispose de 89 résultats expérimentaux sur des matériaux dont les modules des granulats couvrent un large domaine, allant de 15 GPa pour le plomb à 210 GPa pour l'acier. Cette banque de données est donc très intéressante pour un travail de validation.

Dans l'application du modèle trisphère, le terme g* a été calculé par les formules (3-41) ou (3-42), lorsque celles-ci étaient utilisables. Dans certains cas, il a été difficile d'apprécier sa valeur, comme on l'explique plus loin. Les comparaisons entre les données et les prévisions des modèles bisphère et trisphère sont reportées dans le tableau 3-7 et sur la figure 3-19. Les critères statistiques sont calculés dans le tableau 3-2.

L'analyse de la droite de régression calculée à partir de la totalité des résultats montre que globalement le modèle trisphère tend à surestimer les données expérimentales, tandis que le modèle bisphère les sous-estime, ce qui est pour cette dernière tendance tout à fait logique car il s'agit de la borne inférieure de Hashin-Shtrikman. Ces observations sont traduites par les résultats de la régression linéaire sur les points de coordonnées (module expérimental, module théorique) et sont indiquées dans le tableau 3-2. Dans ce même tableau sont reportés les écarts moyens en valeur absolue, entre les modèles et les données.

L'analyse globale de ces résultats montre que la géométrie du modèle trisphère est mieux adaptée à la description du béton.

Les prévisions de module des bétons de rondelles d'acier sont néanmoins surprenantes. On constate d'abord que les valeurs, calculées avec le modèle trisphère, du module de ces bétons sont surestimées, et cela d'autant plus que le volume granulaire est important. L'écart maximum est de 14,6 GPa, pour g = 0,5 et pour un âge de 14 jours. Le modèle de Hashin sous-estime quant à lui les modules de ces bétons, et l'écart maximum est de 12 GPa pour la valeur à 60 jours et g = 0,5 également.

Toutefois, on observe sur la figure 3-20 que la valeur de g* a une incidence sur le résultat du calcul. Cette incidence est importante à cause du rapport élevé du module du granulat au module de la matrice, et de plus elle croît avec la valeur de g. On pourrait ajuster g* pour augmenter la précision du calcul (g*=0,80 apporterait par exemple un excellent ajustement). Mais si on cherche plutôt à apprécier cette compacité maximale, dans le cas de ces inclusions métalliques de forme circulaire, le problème devient difficile. Il a été cependant abordé dans [11], dont nous avons utilisé les résultats. Moyennant la prise en compte d'un coefficient de sphéricité, la compacité de l'empilement aléatoire de disques serait en réalité plus proche de 0,65 que de 0,80, valeur qui reste approximative, mais que nous avons retenue pour le calcul. D'une manière générale, la difficulté est de choisir la valeur de compacité de l'empilement qui soit le plus en accord avec le mode de mise en oeuvre. En particulier on peut commettre des erreurs importantes en donnant à g* les valeurs maximales théoriques. Par exemple un calcul de g* pour des disques dans la situation de compacité maximale, donne la valeur $\frac{\pi}{2\sqrt{3}} = 0{,}907$, (arrangement de la figure 3-18). Cette configuration est un empilement des disques en lits séparés. Elle n'est évidemment pas réaliste pour le béton. D'ailleurs, si tel était le cas, il faudrait alors choisir g* =1 pour un empilement de cubes, ce qui n'est pas non plus réaliste. En plus du problème de la connaissance de g*, apparaît ici l'anisotropie due à l'orientation préférentiellement horizontale des disques métalliques soumis à la vibration du béton. Si ce phénomène existe, il va rendre le matériau fortement anisotrope, ce qui fait perdre de la précision aux modèles. Pour ces raisons, nous avons également calculé les critères statistiques en écartant les valeurs des granulats d'acier (tableau 3-2).

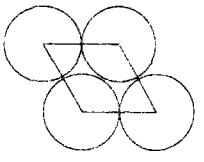


Figure 3-18 : vue de dessus de l'empilement le plus compact de disques

modèle	toutes les valeurs				les bétons de granulats d'acier non pris en compte			
	écart moyen	régression linéaire a	b	r	écart moyen	régression linéaire a	b	r
trisphère	1,75	1,04	0	0,970	1,18	1,01	0	0,978
bisphère	2,47	0,92	0	0,939	1,77	0,95	0	0,953

tableau 3-2 : écart quadratique moyen en valeur absolue [GPa] et paramètres de régression linéaire pour l'application des modèles trisphère et bisphère aux données expérimentales de Hirsh [31]. Les paramètres a, b, représentent respectivement la pente et l'ordonnée à l'origine de la droite de régression (la valeur b = 0 a été imposée) et r le coefficient de corrélation relatifs au graphique 3-19.

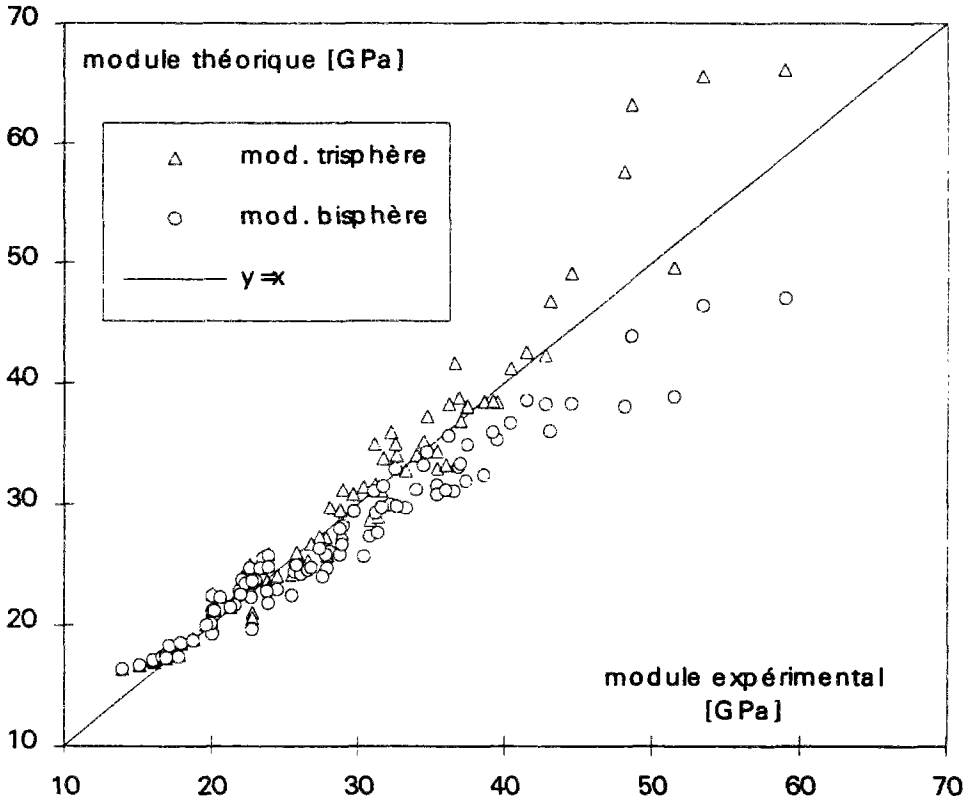


figure 3-19 : comparaison des modules entre les données expérimentales et les prévisions des modèles [31].

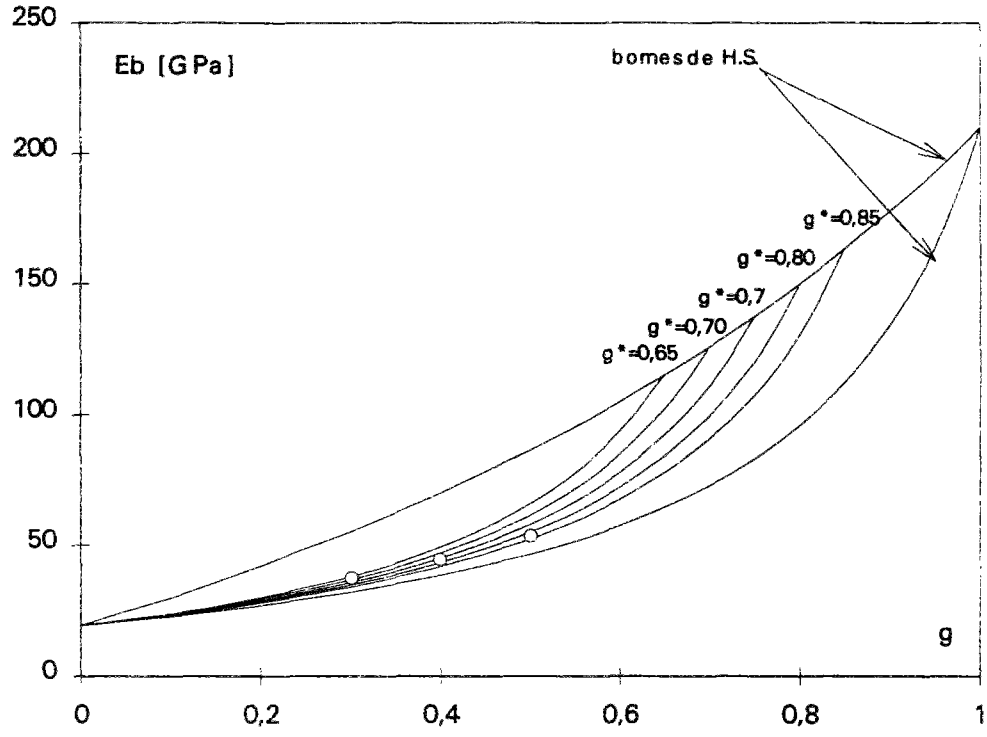


Figure 3-20 : évolution du module selon le modèle trisphère en fonction de la fraction granulaire et pour différentes valeurs de g. Résultats expérimentaux des bétons de rondelles d'acier à 28 jours [31].*

D'autres résultats de la littérature sont intéressants. Dans [1], Alfes a réalisé 25 bétons et mortiers à haute résistance avec fumées de silice, qui couvrent la gamme 100-180 MPa (valeurs mesurées sur cubes) et dont les modules varient de 28 à 78 GPa. Les granulats sont des basaltes (0/8 mm), des granulats ferreux (0/4 mm), ou des granulats de laitiers (0/4 ou 0/8 mm). La plupart des matériaux sont réalisés avec des rapports e/c de 0,25 ou 0,3 et des rapports s/c de 0,2. Deux types de ciment ont été utilisés (PZ 35 F et PZ 55), mais l'article présente uniquement le module du ciment le plus résistant (PZ 55). Les différents résultats sont reportés dans le tableau 3-7. La prévision des modèles bisphère et trisphère pour les bétons aux granulats de basalte est excellente (écart moyen recpectivement de 0,46 et 0,66 GPa). Ici les 2 modèles prévoient sensiblement les mêmes résultats car le rapport du module de l'inclusion à celui de la matrice est compris dans l'intervalle [0,5-2], domaine à l'intérieur duquel la différence entre les 2 modèles est peu significative, comme nous l'avons montré précédemment. En ce qui concerne les bétons de granulats d'acier, la figure 3-21 montre que les résultats expérimentaux sont en dehors des bornes de Hashin-Shtrikman. Outre des problèmes expérimentaux, il n'y a guère que l'anisotropie, ou la chute du module de la matrice par fissuration, qui peut expliquer ces résultats. Dans le chapitre 5, on montrera que des contraintes de traction sont développées dans la pâte de ciment à cause de la limitation du retrait endogène par la présence des granulats. Ces contraintes sont d'autant plus élevées que le module des granulats est grand et que l'amplitude du retrait de la matrice est élevée, ce qui est le cas pour les présents essais. On estime pour les bétons "ferreux", qu'une contrainte de traction de l'ordre de 5 MPa se développe à l'interface des 2 phases, contrainte qui peut donc conduire à des fissurations. Ce phénomène entraîne lui-même une réduction du module apparent de la pâte de ciment.

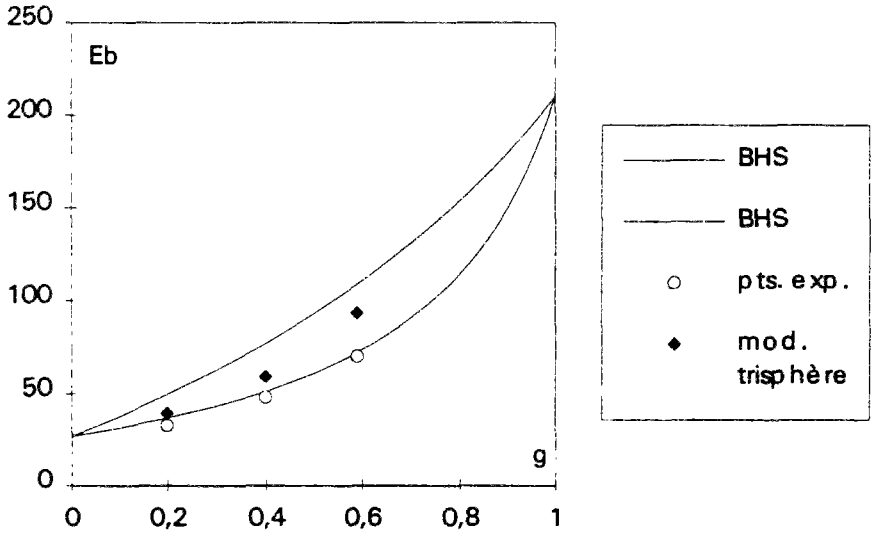


Figure 3-21 : bétons de granulats de fer [1]. Points expérimentaux en dehors des bornes de Hashin-Shtrikman.

Plus récemment, de Larrard et al. [13] ont effectué des essais de module à 28 jours sur deux bétons HP réalisés avec des granulats aux modules très différents, puisque le premier est une quartzite de module égal à 55 GPa, et l'autre un basalte de module égal à 100 GPa. Les bétons correspondants ont une résistance respective de 79,6 et 103,6 MPa. Le module des deux matrices est connu puisqu'il a été mesuré sur les mêmes matériaux [38] (même ciment et mêmes dosages). Cependant, les conservations des pâtes et des bétons n'étaient pas identiques (pâtes scellées sous aluminium, bétons

conservés sous l'eau), ce qui a pu introduire de légères différences dans les modules de pâte. Les modules ainsi que le résultat des simulations sont indiqués dans le tableau 3-7. Il ressort de la comparaison que la prévision du module du béton de quartzite est assez bonne (sous-estimation par le modèle trisphère de 2 GPa et de 3 GPa pour le modèle bisphère). Celle du béton de basalte est moins bonne (*surestimation* de 5,8 GPa pour le modèle trisphère et de 0,5 GPa pour le modèle bisphère). Le résultat est à l'extérieur des BHS, ou plutôt à la limite si l'on tient compte des dispersions expérimentales. C'est d'autant plus surprenant que le modèle proposé est normalement meilleur dans les domaines de contraste important de module des phases. Nous n'avons pas d'explication claire et définitive pour ces observations. On peut cependant penser à une une hétérogénéité de la roche, ou, ce qui serait plus gênant pour les modèles, à une modification, par certains types de granulats, du module de la matrice (?).

3.2 Prévision du module de la pâte de ciment

Position du problème

L'utilisation du modèle trisphère serait rare s'il fallait à chaque application mesurer les modules des différentes phases, même si cela reste la meilleure solution pour de la précision du résultat. En ce qui concerne le module des granulats, on peut toujours se référer à une base de données que l'on constitue au fur et à mesure des différentes études. On peut, au LCPC, être aidé par les laboratoires régionaux des Ponts et Chaussées, qui ont une bonne connaissance des granulats locaux.

Le problème qui nous concerne ici est la recherche d'un moyen indirect de mesure, ou d'un moyen de calcul du module de la pâte pure. Celui-ci varie en fonction de l'âge et de la formulation.

La microstructure des pâtes à hautes performances est densifiée lorsque le dosage en eau diminue, ou lorsqu'on incorpore de la fumée de silice (chap.1). Il semble donc naturel de considérer les paramètres e/c et s/c comme paramètres de la formulation agissant sur le module. De plus la classe vraie du ciment est également un paramètre pouvant modifier le module de la matrice.

Deux résultats expérimentaux

Une série d'essais sur pâte pure a été effectuée dans [38] à partir de mêmes constituants différemment dosés. Ces essais ont été réalisés au LCPC avec les mêmes matériaux que ceux du présent mémoire (même lot de ciment et même fumée de silice). Le rapport e/c couvre la gamme 0,27 à 0,63 et le rapport s/c varie de 0 à 15%. la pesée des échantillons après un durcissement de 24 heures a permis de quantifier le ressuage et donc d'obtenir le rapport e/c effectif de chaque échantillon. Ceux-ci ont été scellés sous aluminium autocollant à partir de l'âge de 24 heures. Des mesures de résistance à différents âges (jusqu'à un an pour l'instant, mais des mesures à 4 ans sont prévues) ont été effectuées ainsi que des mesures de module à l'âge de 28 jours (module tangent). Chaque résultat représente la moyenne de 4 essais effectués sur des éprouvettes cylindriques de diamètre 38 mm et d'élancement 2. Les résultats, portés sur la figure 3-22, montrent qu'il y a proportionnalité entre le module instantané et la résistance de la pâte.

Le deuxième résultat expérimental vient de [32]. L'auteur a réalisé des essais de module et de résistance, à des âges différents, sur 2 pâtes pures de rapport e/c = 0,27 et e/c = 0,42, pâtes confectionnées avec un ciment CPA 55. On constate également la linéarité de comportement du module à la résistance, représentée sur la figure 3-23. Par contre, ces droites sont différentes.

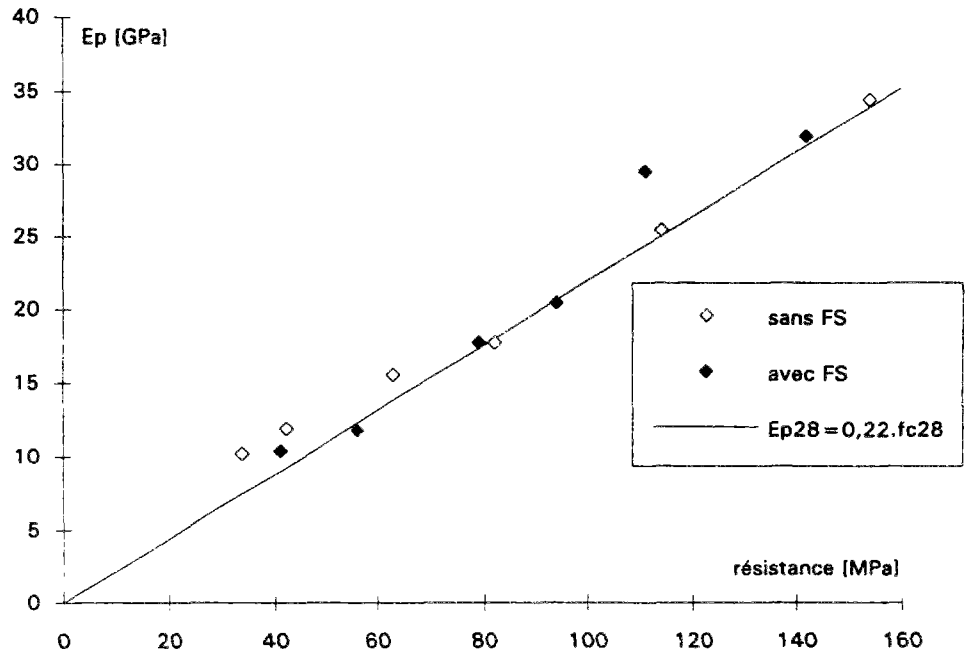


Figure 3-22 : proportionnalité à 28 jours entre le module de la pâte pure et la résistance de celle-ci [38]. f_{c28} est exprimé en [MPa] et E_p en [GPa].

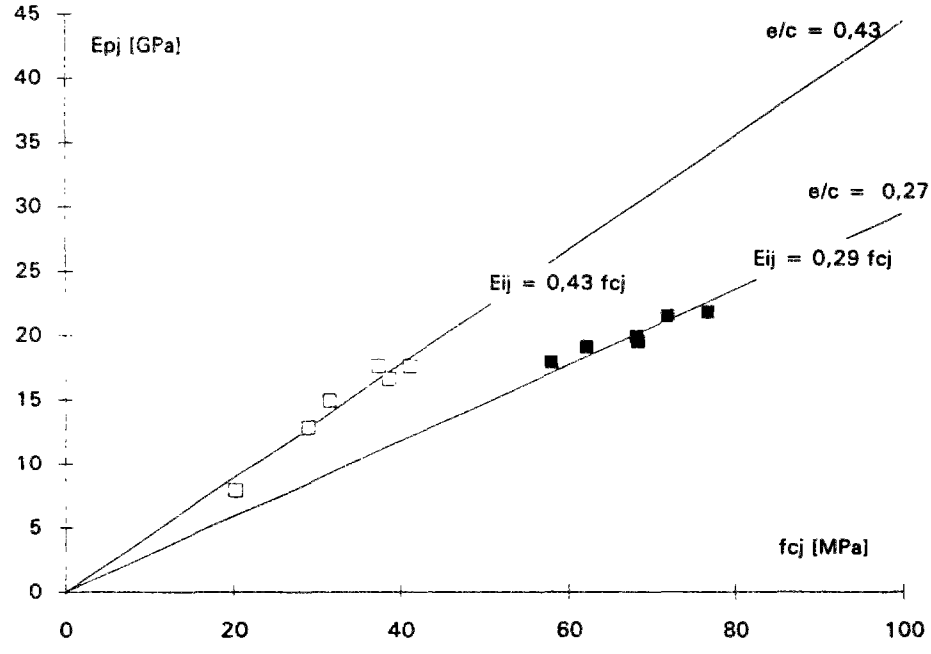


Figure 3-23 : proportionnalité entre le module et la résistance de 2 pâtes pures différentes confectionnées avec un ciment CPA 55 [32]. f_{c28} est exprimé en [MPa] et E_p en [GPa].

Ces observations sont assez remarquables car il est exceptionnel que la résistance d'un matériau dicte son module. Dans les matériaux métalliques par exemple, la résistance peut être très augmentée par substitution dans la maille élémentaire du réseau cristallin, d'autres types d'atomes (cobalt, nickel, chrome, tungstène,...) aux atomes de

fer et carbone, en quantité très faible, et sans pour autant modifier de manière significative le module du matériau. Dans la pâte de ciment, on augmente la résistance à un âge donné en réduisant la porosité ; les vides sont alors remplacés par des hydrates. Une première approche consiste à imaginer une structure à barres dans laquelle, si on veut augmenter la résistance, on augmente le nombre de barres. On voit alors que dans le même temps on a augmenté la raideur de cette structure donc le module du matériau. Cette image simple permet de penser que le durcissement de la pâte de ciment agit exactement de la même manière et que l'on pourra relier à chaque instant le module à la résistance. Qu'il y ait une relation directe entre module et résistance n'est donc pas très étonnant *a posteriori* ; ce qui l'est plus est la proportionnalité entre les deux caractéristiques. Toutefois, dans [38], on met en évidence la linéarité pour des formulations différentes, et à un âge de 28 jours, alors que dans [32] on obtient la linéarité pour un même matériau à des âges différents. Ce qui n'exclut pas non plus une relation affine entre ces 2 caractéristiques à un âge donné, pour cette dernière étude, mais visiblement avec une pente différente. Les résultats ne sont donc pas très cohérents.

En fait, dans l'étude [32], les mesures du module des pâtes à e/c de 0,42 ont été réalisées sans mesure du ressuage. Les mesures effectuées dans [38] montrent un ressuage non négligeable pour ce dosage, puisque la pâte de rapport eau sur ciment initial e/c = 0,43 descend finalement à 0,39 après correction de la perte en poids. La rupture dans l'essai de compression s'effectue dans la zone la plus faible mécaniquement i.e. pour le cas présent dans la partie supérieure de l'éprouvette, où le ressuage a augmenté la porosité. La mesure de module s'effectue quant à elle sur une base de mesure de 100 mm répartie symétriquement par rapport à la mi-hauteur de l'éprouvette, donc dans une partie où le rapport e/c effectif est plus faible qu'en partie supérieure. La conséquence de ces mesures fait augmenter artificiellement le module pour une résistance apparente donnée. Il faudrait donc procéder à une translation verticale vers le bas de tous les points de mesure de la pâte à e/c=0,42 de l'étude [32]. Cette opération réduirait la différence de pente entre les deux séries de mesures. Un second élément qui peut expliquer les disparités de résultats entre auteurs concerne la méthode de mesure des modules. La courbe contrainte-déformation en compression d'une pâte de ciment même HP n'est linéaire que sur une faible partie ; il se pose alors la question de la méthode de mesure du module (module tangent, module sécant, ou autre méthode).

Ces observations permettent finalement de considérer que les pâtes de ciment réalisées avec les mêmes constituants, ont un module qui évolue linéairement par rapport à la variation de résistance (due au dosage), ou à l'évolution de la résistance (en fonction du temps). Cette hypothèse acceptée, on peut l'exploiter de 3 manières pour calculer, sans le mesurer, le module de la pâte pure :

- si on connaît la pente de la droite $E_p = k_{pe} \cdot f_{pc}$, pour des constituants donnés, par mesure de la résistance de la pâte, on déduit son module pour toute formulation réalisée avec les mêmes constituants ;

- si on ne connaît que k_{pe} et f_{pc} correspondants à une composition donnée, on calcule dans un premier temps la résistance de toute pâte de ciment, réalisée à partir des mêmes constituants, grâce à une formule prédictive du type de celle que l'on utilise pour les bétons. On propose la formule 3-47, qui est issue de l'exploitation des essais de [38], dont on a une évaluation de la précision sur la figure 3-24. A partir de cette résistance, on calcule le module de la pâte comme précédemment ;

- si on ne connait ni la résistance, ni la composition exacte de la pâte utilisée dans le béton considéré, on utilise alors la proportionnalité, valable dans un certain domaine, entre la résistance de la pâte et celle du béton. Ce domaine de validité est généralement limité aux cas où les granulats ont une résistance supérieure à celle de la pâte pure. Cette corrélation est mise en évidence dans la figure 3-25 pour les bétons de la présente étude et les pâtes correspondantes. On cale le coefficient k_{be} de la formule 3-46 d'après un essai de module de béton. On a donc :

$$E_{pj} = k_{pe} f_{pj} = k_{be} f_{bj} \qquad (3\text{-}46)$$

Où f_{bj} et f_{pj} sont respectivement les résistances moyennes en compression du béton et de la pâte pure à l'âge j. On propose, pour k_{be} et k_{pe}, d'après les résultats expérimentaux, les valeurs suivantes :

$k_{be} = 240$

$k_{pe} = 220$

Dans le cas où on ne dispose d'aucune mesure des caractéristiques du béton ou de la pâte de ciment on propose la formule (3-47) issue des valeurs expérimentales de [38] :

$$E_{pj} = k_{pe} f^{\circ}\left(\frac{e}{c}, \frac{s}{c}, R_{cj}\right) = k_{pe} \frac{K\, R_{cj}}{\left(1 + 3{,}15 \dfrac{e/c}{1 + 0{,}15\left[1 - \exp\left(-11\dfrac{s}{c}\right)\right]}\right)^{2{,}4}} \qquad (3\text{-}47)$$

Où E_{pj} est le module de la pâte de ciment durcie, en [MPa], R_{cj} la classe vraie du ciment à l'âge j en [MPa], K un coefficient de proportionnalité à ajuster (K vaut 8 pour les essais de [38]).

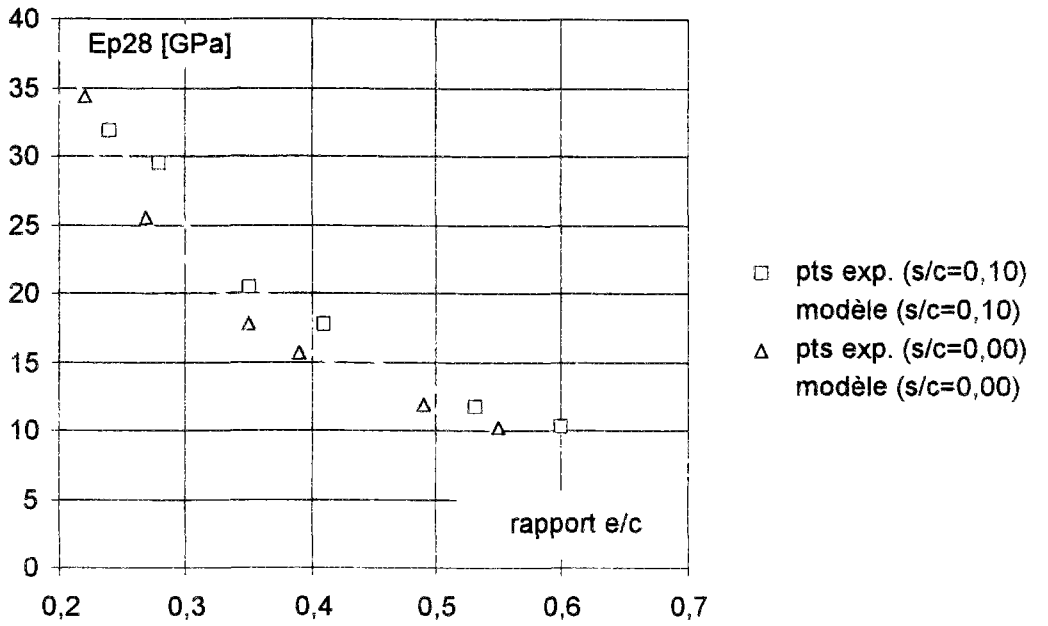
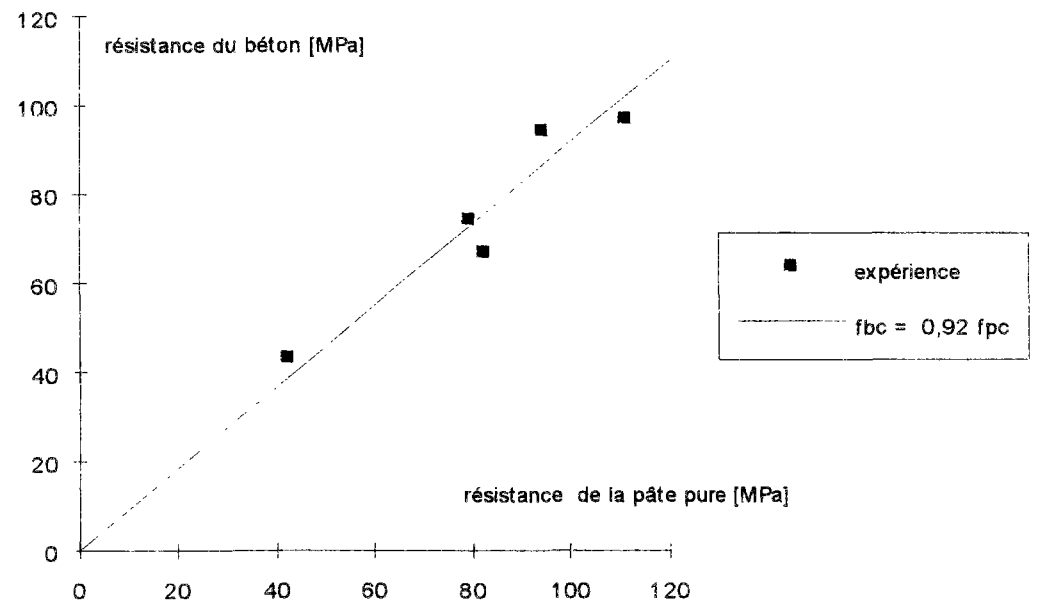


Figure 3-24 : variation du module de la pâte de ciment durcie en fonction du rapport e/c, et pour différents rapports s/c. Résultats expérimentaux de [38]. Comparaison avec les prévisions de l'expression 3-47.



Figue 3-25 : proportionnalité entre la résistance de la pâte et celle du béton correspondant. (Bétons du présent mémoire et pâte pure de l'étude [38], réalisés avec les mêmes constituants).

3.3 Confrontation du modèle avec les résultats de B1 à B10

Nous avons vu précédemment que les modèles bisphère et trisphère fournissent des résultats proches lorsque les modules des phases ne sont pas très éloignés, i.e. dans un rapport compris entre 0,5 et 2. La différence entre les 2 modèles s'accentue en dehors de ce domaine, et c'est ce qui se passe lorsque le béton est très jeune. Nous avons appliqué ces 2 modèles, aux bétons B0 à B10, ainsi que celui d'origine empirique du BAEL .

Dans l'application du modèle trisphère, il faut d'abord donner une valeur au terme g*. L'étude du chapitre 4, qui porte sur la prévision du fluage par homogénéisation, montrera que le terme g* a une forte influence sur les déformations différées théoriques du béton. Un ajustement de ce terme pour le fluage a donné g* = 0,87. Pour rester cohérent, on prend donc cette valeur pour le calcul du module instantané. Cette valeur est encadrée par les formules (3-41) et (3-42), qui prévoient respectivement 0,88 et 0,84 (pour d = 0,1 mm et D = 25 mm).

Les granulats des bétons B0 à B10 sont du type silico-calcaire de Seine ; ils sont donc composés de calcaire et de silex. Le module de ces éléments est très probablement élevé. Selon les géologues, les traitements mécaniques très rudes qu'ont subis ces roches avant qu'elles ne deviennent des granulats, pendant la période glaciaire, ont éliminé les éléments les plus tendres, donc ceux qui avaient un module faible. On peut se reporter au tableau 3-3 dans lequel sont donnés 3 exemples de caractéristiques mécaniques de roches pouvant s'approcher de celles utilisées. Ces valeurs sont en accord avec le module qui a été ajusté par un programme de minimisation d'après les 44 mesures sur les 11 bétons puisque le module des granulats a été ajusté à 75 GPa. Celui des pâtes a été mesuré pour un âge de 28 jours. Pour les autres âges, on a utilisé la formule 3-46 avec k_{be} = 240, de manière que le module à 28 jours calculé par cette formule soit le plus proche possible du module mesuré. Les résultats des simulations, ainsi que les valeurs expérimentales, sont indiqués dans le tableau 3-5. Les essais ont été effectués sur des éprouvettes cylindriques 11×22 [cm], excepté pour les modules des bétons B0 et B1 (16× 32) [cm]. Le résultat de résistance est la moyenne de 4 éprouvettes, celle de module provient d'une seule mesure sauf pour B0 et B1 à 28 jours (moyenne de 2 mesures). Les indicateurs statistiques sont dans le tableau 3-4.

type de granulat	résistance en compression [MPa]	module instantané [GPa]	coefficient de Poisson
phtanites-silex de Boran sur Oise (60)	285	77	<0,1
calcaire beige de Marquise (62)	220	78	0,31
calcaire noir de Givet et Chooz (08)	272	81	0,24

Tableau 3-3 : trois exemples de caractéristiques de roches de très bonnes qualités mécaniques.

méthode de détermination de Ep	trisphère	Hashin	BAEL
$E_{pthéo} = 240\ f_{bc}$ B0 à B10, soit 44 valeurs	2,95	6,53	4,12
E_{pexp} B0 à B8 à 28 j.	2,14	2,50	3,76
$E_{pthéo} = 240\ f_{bc}$ B0 à B8 à 28 j.	2,25	3,16	3,76
$E_{pthéo} = 240\ f_{bc}$ B0 à B10, à 1 j.	4,02	9,17	2,77
régression $E_{bexp}=f°(E_{bthéo})$ (les 44 valeurs)	a=1,10 b=-6	a=1,27 b=-16,74	a=0,81 b=4,34
coefficient de corrélation r (les 44 valeurs)	0,964	0,966	0,961

Tableau 3-4 : Ecart quadratique moyen pour les 3 modèles testés, en fonction du mode de détermination du module de pâte, et paramètres de la régression linéaire.

La précision du modèle de Hashin n'est pas mauvaise lorsque l'on prend en compte le module expérimental de la matrice à 28 jours, et pour ces essais l'écart quadratique moyen est de 2,5 GPa (6 % par rapport à la moyenne). La différence s'accentue pour les modules au jeune âge, comme on le voit sur la cinquième ligne du tableau 3-4. Cette constatation est illustrée sur la figure 3-27. On peut toujours argumenter qu'un ajustement judicieux de E_g permettrait de redresser la pente de la droite de régression qui concerne le modèle bisphère. En raisonnant d'après la figure 3-28, sur les bétons de notre étude qui ont un volume de pâte constant[6], on constate que même si on ajustait la valeur du module de granulat, cela aurait pour seul effet de décaler le nuage de points du modèle bisphère d'une constante en ordonnée, sans pour autant modifier la pente de la droite de régression. Or c'est bien la pente qu'il faudrait modifier pour améliorer la précision du modèle. Ainsi, le modèle trisphère permet, grâce au terme de compacité, de couvrir une large gamme de modules de bétons, réalisés à partir des mêmes matériaux. Cela valide également la méthode de calcul du module de pâte à partir de la résistance du béton.

On a fait également figurer dans le tableau 3-4 les résultats statistiques du modèle proposé dans le BPEL [43]. Bien que ce modèle soit purement empirique, et ne vise pas les mêmes applications, il reste intéressant de s'interroger sur sa possibilité d'extension aux BHP, dans un cadre réglementaire. La précision du modèle en racine cubique de la résistance est bonne, compte tenu du fait qu'il n'y a pas eu de calage. Cependant la pente de la droite de régression du tableau 3-4 est inférieure à 1 et l'ordonnée à l'origine

[6]Ainsi la modification de Eg engendre un décalage constant de toutes les valeurs. Si g est variable, le décalage n'est plus constant et on peut modifier la pente de la droite de régression (figure 3-28)

supérieure à 1, ce qui montre que le modèle sous-estime les modules à 28 jours des BHP, (le calcul donne une sous-estimation moyenne de 3,5 GPa) et surestime au contraire les modules pour le jeune âge. Par contre il garde une précision correcte dans la gamme moyenne de valeur, i.e. autour de 30 GPa. Ces observations sont traduites également sur la figure 3-27. La bonne précision globale du règlement français concernant les bétons B0 à B10 montre qu'il a été certainement calibré d'après des bétons composés avec des granulats très raides. Cette précision sera diminuée lors de l'utilisation de granulats de module moins élevé. Des résultats de [24] résumés sur la figure 3-26, et provenant de différents bétons d'ouvrage, confirment cette assertion. On constate en effet que la courbe proposée par le règlement français s'approche des bétons qui ont le plus fort module.

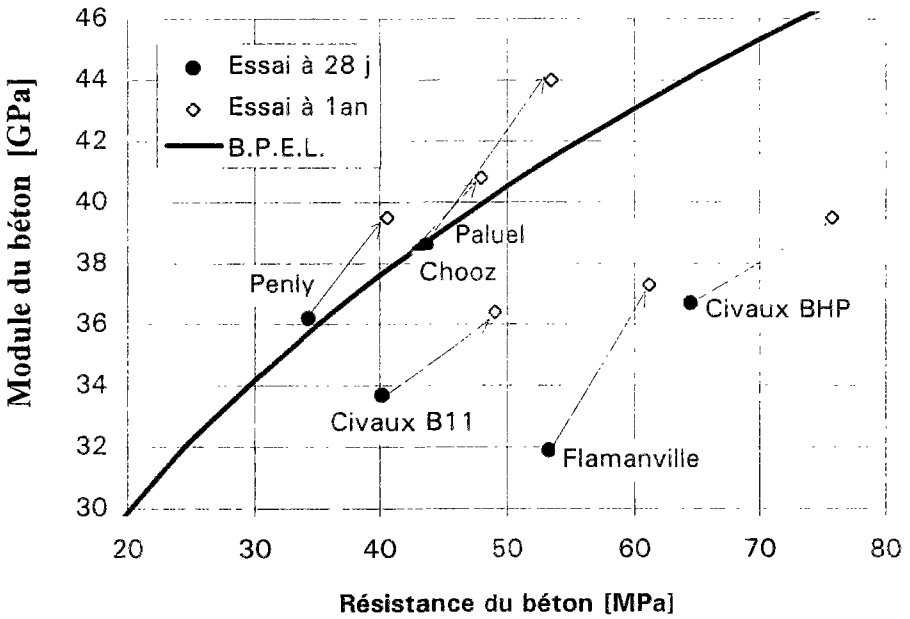


Figure 3-26 : comparaison entre les prévisions du BPEL et les résultats expérimentaux [24].

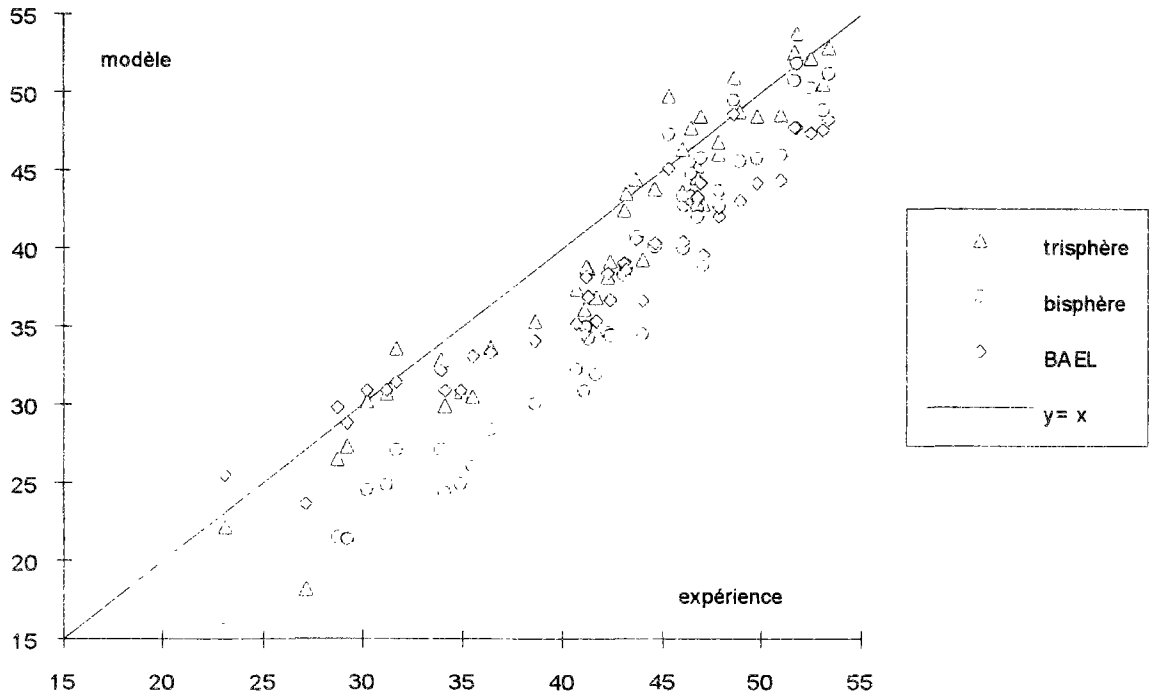


Figure 3-27 : comparaison entre les modèles, trisphère et bisphère, BPEL, et tous les résultats expérimentaux.

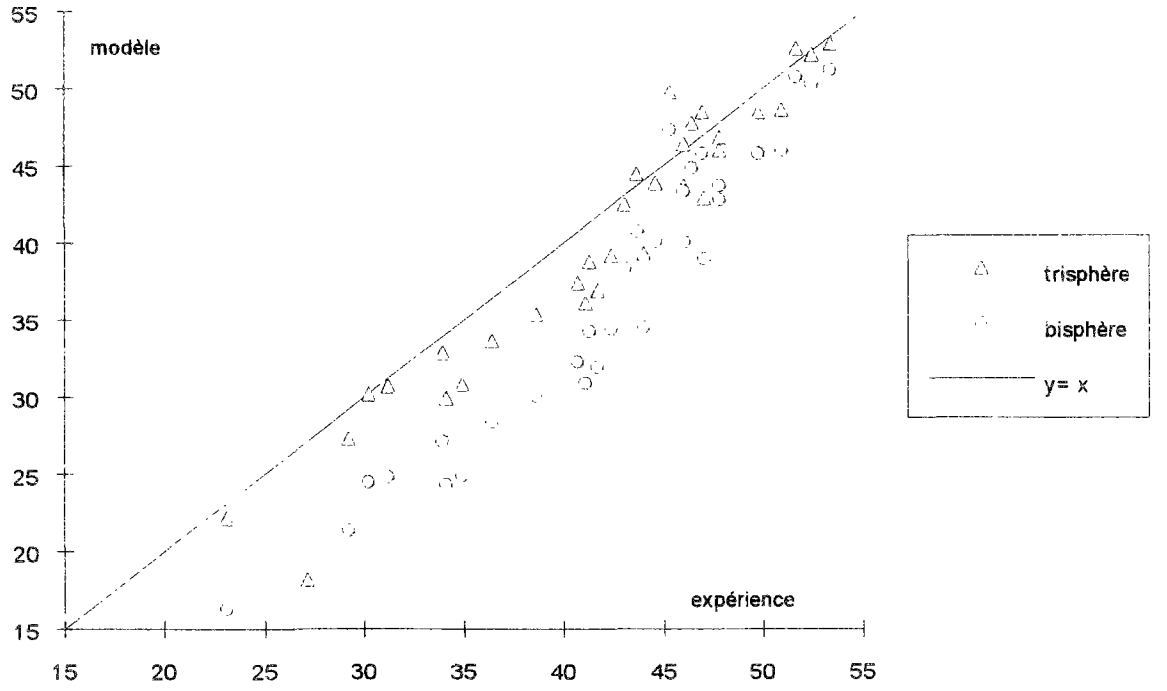


Figure 3-28 : comparaison entre les deux modèles, trisphère et bisphère, et les résultats expérimentaux pour les bétons à volume de pâte constant (g≈0,712).

type de granulats béton	âge [jour]	g	Epexp	fbc	Epthéo 0,24*fb	Ebexp	Eb trisph. (Ep théo)	Eb trisph. (Ep exp)	Eb bisph. (Ep théo)	Eb bisph. (Ep exp)	Eb BAEL
B0	1	0,705		11,4	2,7	27	18		13		24
	3	0,705		25,4	6,1	34	30		24		31
	7	0,705		32,0	7,7	36	34		28		33
	28	0,705	11,6	43,5	10,4	41	39	41	34	36	37
B1	1	0,714		25,4	6,1	35	31		25		31
	3	0,714		51,5	12,4	43	42		38		39
	7	0,714		70,7	17,0	46	48		45		43
	28	0,714	22,2	92,1	22,1	53	52	52	50	50	47
B2	1	0,731		26,8	6,4	32	34		27		31
	3	0,731		49,7	11,9	43	44		39		39
	7	0,731		69,1	16,6	49	49		46		43
	28	0,731	22,2	94,3	22,6	52	54	54	52	52	48
B3	1	0,687		22,8	5,5	29	26		21		30
	3	0,687		48,1	11,5	41	39		35		38
	7	0,687		69,5	16,7	47	45		43		43
	28	0,687	22,2	93,3	22,4	53	51	50	49	49	48
B4	1	0,675		31,3	7,5	36	31		26		33
	3	0,675		49,1	11,8	42	38		35		38
	7	0,675		70,3	16,9	47	45		42		43
	28	0,675	22,2	99,4	23,9	49	51	50	50	48	49
B5	1	0,712		20,6	4,9	29	27		21		29
	3	0,712		35,6	8,5	41	36		31		35
	7	0,712		56,6	13,6	45	44		40		40
	28	0,712	17,2	74,6	17,9	47	48	48	46	45	44
B6	1	0,711		34,2	8,2	39	35		30		34
	3	0,711		53,7	12,9	47	43		39		40
	7	0,711		75,6	18,1	51	49		46		44
	28	0,711	26,5	97,3	23,4	53	53	55	51	54	48
B7	1	0,715		14,3	3,4	23	22		16		25
	3	0,715		37,8	9,1	41	37		32		35
	7	0,715		57,8	13,9	44	44		41		41
	28	0,715	18,8	79,5	19,1	45	50	50	47	47	45
B8	1	0,708		25,4	6,1	30	30		25		31
	3	0,708		38,2	9,2	42	37		32		35
	7	0,708		57,2	13,7	46	44		40		40
	28	0,708	18,5	67,2	16,1	46	46	49	43	46	43
B9	1	0,712		25,5	6,1	31	31		25		31
	3	0,712		42,8	10,3	42	39		34		37
	7	0,712		64,5	15,5	48	46		43		42
	28	0,712		74,6	17,9	50	48	50	46		44
B10	1	0,714		28,8	6,9	34	33		27		32
	3	0,714		42,6	10,2	44	39		35		37
	7	0,714		67,0	16,1	48	47		44		43
	28	0,714		94,3	22,6	52	53	52	51		48

Taleau 3-5 : prévision du module par différents modèles et comparaison avec les expériences. Eg =75,1 GPa, g=0,87 (g* a été déterminé dans le chap. 5).*

3.4 Module d'un même béton à différents âges

On sait que le béton est un matériau vieillissant, mais dans le bon sens du terme puisque les caractéristiques mécaniques intrinsèques sont améliorées par le temps, et notamment le module, comme on peut le constater dans le tableau 3-5, où on trouve des mesures à des âges de 1 ,3, 7, et 28 jours pour chaque béton. Un travail remarquable a été effectué par Laplante [36], qui a mesuré les modules de 2 bétons (HP et ordinaire) au très jeune âge, c'est à dire à partir de 10 heures après le coulage, jusqu'à 28 jours. La figure 3-29 montre l'évolution du module du béton en fonction de celui de la pâte, ce dernier module étant calculé par la formule 3-46. La simulation réalisée avec le modèle trisphère fournit des résultats satisfaisants qui sont traduits par les écarts moyens et quadratiques du tableau 3-6.

	$\frac{1}{n}\sum\lvert O_i - C_i\rvert$		$\sqrt{\frac{\sum(O_i - C_i)^2}{n}}$	
matériau	modèle bisphère	modèle trisphère	modèle bisphère	modèle trisphère
B0	8,6	4,8	9,5	5,47
B1	6,09	3,15	7,72	4,18

Tableau 3-6 : écarts moyen et quadratique entre les valeurs expérimentales et les prévisions des modèles bisphère et trisphère (O_i sont les valeurs observées et C_i les valeurs calculées).

Les valeurs de E_g et de k_{be} sont celles que l'on a déterminées précédemment pour les 44 valeurs des bétons B0 à B10. Ce qui est important à remarquer, c'est qu'avec un calage du modèle pour une échéance donnée, le modèle trisphère prévoit de manière correcte les modules du même béton pour d'autres échéances, et notamment pour les très jeunes âges.

Pour exprimer d'une autre manière cette observation, on peut placer les points expérimentaux au très jeune âge (t<20h par exemple) par rapport aux bornes de Hashin-Shtrikman[7] et à l'évolution du modèle trisphère. C'est ce que nous avons réalisé pour le béton B1 mesuré à l'âge de 17 heures (fig. 3-30). A l'instar des bétons de granulats d'acier, le contraste de module entre la pâte et les granulats est très important, ce qui engendre un fuseau très large des bornes de H.S., et notamment lorsque la concentration granulaire s'approche de g*. L'écart entre la prévision du modèle trisphère et le point expérimental est bien inférieure à celui entre les bornes, qui est ici de 36 GPa !

Les modules expérimentaux d'un BTHP aux fumées de silice, pour différents âges allant de 1 jour à 4 ans [12], sont reportés dans le tableau 3-9. Les granulats de ce béton sont

[7]Les bornes ont été calculées ici avec $\nu = 0,2$, mais cette approximation est justifiée car ce qui nous importe est plutôt la largeur du fuseau des bornes plutôt que la précision de celles-ci, d'autant plus qu'elles ne changent que très peu en fonction du coefficient de Poisson.

des calcaires du Boulonnais de module 78 GPa (valeur mesurée), et d'une matrice avec fumée de silice. Les modules ont été calculés en ajustant le coefficient k_{be} (k_{be}=0,21). L'écart moyen est de 1 GPa pour le modèle trisphère.

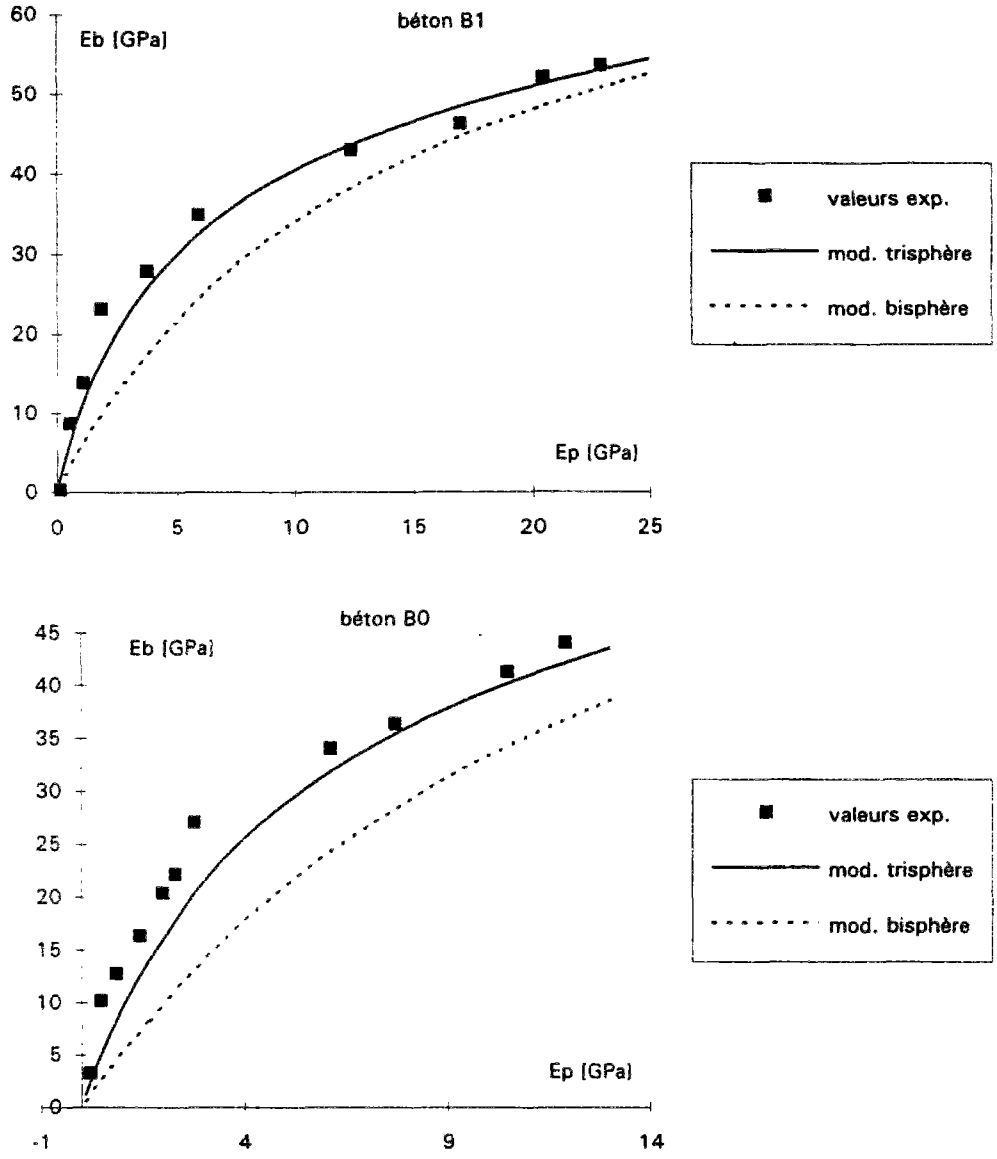


Figure 3-29 : Evolution du module du béton en fonction du module de la matrice pour les bétons B0 et B1. Les mesures proviennent de l'étude [36]. Le module de la matrice a été calculé par la relation 3-46 pour k_{be}=240, celui des granulats a été ajusté à 75 GPa d'après l'étude des bétons B0 à B10.

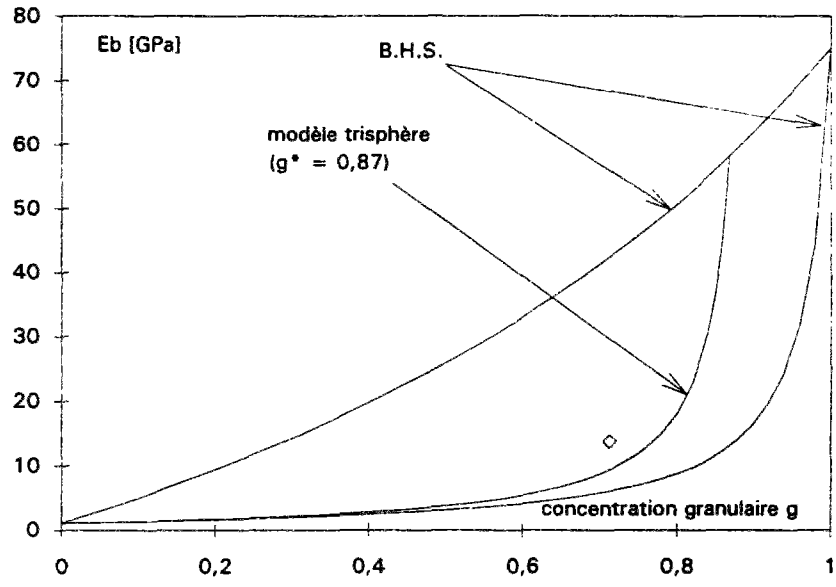


Figure 3-30 : position du point expérimental B1 à l'âge de 17 heures par rapport aux bornes de Hashin-Shtrikman et au modèle trisphère.

3.5 Prise en compte de certaines particularités des granulats et limites du modèle

Les problèmes dus à la différence de nature des sables et gravillons.

Le béton n'est pas toujours composé de granulats de même nature et en particulier il arrive souvent que le sable vienne de rivière et le granulat de carrière. Dans ce cas, seule une des classes granulaires est accessible à la mesure. Un problème, intéressant dans la pratique, consiste à faire le choix du gravier qui entrera dans la composition d'un béton, en gardant la composition du mortier inchangé. Utiliser le modèle trisphère de manière optimale consisterait à mesurer les modules, du mortier et des gravillons, pour en déduire ensuite le module de tout béton réalisé avec ces gravillons (un type à la fois). Le modèle a ainsi été utilisé pour un certain nombre de données de la littérature. Dans l'étude [34], l'auteur a mesuré les modules des graviers, du mortier et des bétons correspondants et nous avons utilisé le modèle trisphère en homogénéisant le mortier avec les gravillons. Les résultats de la simulation, reportés dans le tableau 3-8 donne un écart moyen de 3,9 GPa, ce qui représente une précision moindre que pour l'homogénéisation matrice cimentaire/granulats. Dans l'étude [24], on dispose de mesures de module de bétons, de pâtes de ciment fillérisées, et des granulats correspondants. L'écart moyen entre le modèle trisphère et les résultats expérimentaux est de 3,03 GPa (tableau 3-8).

La pertinence du modèle est amoindrie lorsque l'on connaît uniquement le module du béton et celui des gros granulats, comme c'est le cas dans l'étude [2]. Nous avons essayé le modèle bisphère et trisphère sur ce jeu de données, en homogénéisant le béton avec une phase mortier et une phase gros granulats. Le coefficient k_{be} de la formule 3-46 a

été ajusté, mais cette fois pour calculer le module du mortier grâce à la résistance du béton. Les résultats ne sont pas très bons puisque l'écart moyen est de 5,3 GPa pour les 2 modèles (tableau 3-8).

Explications possibles justifiant la baisse de précision du modèle trisphère.

L'homogénéisation est d'autant meilleure que le modèle prend bien en compte les variables principales liées au matériau et que celui-ci respecte le mieux possible les hypothèses du modèle. Une de ces hypothèses est l'homogénéité de la matrice par rapport à la taille des inclusions. Cette hypothèse n'est effectivement pas vérifiée pour un calcul avec une phase mortier et une phase gravier, car le plus gros grain de sable a pratiquement la taille du plus petit gravier.

En ce qui concerne l'étude [2], nous avons admis implicitement la proportionnalité entre le module du mortier et la résistance du béton, mais ceci n'est plus vrai. Pour s'en convaincre, imaginons que l'on calcule le module du mortier par homogénéisation de la matrice cimentaire avec le sable. Le module de la pâte de ciment étant proportionnel à la résistance du béton, le module du mortier n'est alors plus proportionnel à la résistance du béton puisqu'on a une fonction rationnelle du module de la pâte pure.

En conclusion, l'homogénéisation du mortier et des gros granulats n'est pas envisageable si l'on cherche une bonne précision (de l'ordre de 2,5 GPa par exemple).

Influence de la taille maximale des granulats.

L'apport du modèle trisphère est de prendre en compte la compacité du squelette au travers du paramètre g^*. Un seul paramètre pour quantifier les caractéristiques d'une courbe granulométrique peut sembler insuffisant, aux yeux des spécialistes. Selon le modèle, lorsqu'on augmente la taille d'un gravillon dans un mélange de sable et de gravillon, tout en gardant la concentration granulaire constante, la valeur de g^* augmente également. Le terme g/g^* diminue, donc la concentration granulaire équivalente également. Le module théorique va alors diminuer. Malheureusemt, on n'a pas, pour vérifier cette remarque, de mesure de module, sur des bétons dont la taille du gros granulat varie à volume de pâte constant. Comme on l'a déjà fait remarquer, le terme g^* aura plus d'influence pour les bétons dont les phases ont des modules contrastés, ainsi que pour les volumes granulaires importants, comme on le constate sur les figures 3-20 et 3-30.

3.6 Le problème du nombre de phases du béton

Certains auteurs considèrent le béton comme un matériau à 3 phases [41], après avoir observé que certains résultats expérimentaux sont en dehors des BHS. Bien qu'à une certaine échelle d'observation, on ne peut ignorer l'existence d'une zone de transition à l'interface pâte granulats [22], il semble que l'observation précédente s'explique aussi par des fissurations, une anisotropie, ou une hétérogénéité du matériau. Tenir compte de l'auréole de transition conduirait alors à ne plus négliger les autres hétérogénéités du matériau, ce qui compliquerait la modélisation. Il convient donc de choisir judicieusement les variables principales, et si besoin est d'étoffer le modèle. La logique que l'on a choisie est de faire évoluer graduellement la modélisation. Ici, la précision dans un certain domaine a été améliorée par la considération de la compacité du

squelette (terme g*). Nous estimons que ce paramètre est celui qui apparaît par ordre d'importance après celui qui caractérise le volume granulaire (terme g). L'influence d'une troisième phase reste à notre avis d'une importance moindre pour les calculs pratiques [37] puisque l'imperfection du modèle trisphère donne des écarts qui sont généralement du même ordre que la précision des mesures (l'écart type des mesures de module est d'environ 1 GPa). Enfin, notons que la zone de transition est pratiquement inexistante pour les BHP, et notamment pour ceux aux fumées de silice [39].

3.7 Conclusions sur la validation du modèle trisphère

Nous avons montré que le modèle trisphère, grâce à l'information supplémentaire sur la compacité du squelette granulaire du béton, dont il tient compte, prévoit le module du béton avec une précision qui est de l'ordre de la précision de la mesure. L'écart moyen entre les prévisions du modèle trisphère et les données de [31], du tableau 3-7, est de 1,75 GPa (contre 2,47 GPa pour le modèle bisphère). Ce modèle est bien entendu compatible par construction avec les bornes de Hashin-Shtrikman (BHS) et se confond avec la borne supérieure pour les bétons à volume granulaire maximal (g=g*). Les seuls cas où le modèle perd de sa précision sont : celui où il y a un risque d'anisotropie (béton de rondelles d'acier par exemple [31]), et celui où les mesures sortent des BHS [1]. Si on écarte ces valeurs "litigieuses", l'écart moyen défini précédemment descend à 1,17 GPa (contre 1,74 GPa pour le modèle bisphère).

La confrontation des modèles à des données au jeune âge [36], correspondant à deux bétons (dont un BHP), montre que la prise en compte de la compacité maximale, g*, des granulats, améliore sensiblement la précision du calcul du module. Ce résultat met en évidence l'intérêt du modèle trisphère, pour les bétons dont les modules des phases sont très différents (i.e. dont les bornes de Hashin-Shtrikman définissent un domaine large), ce qui est particulièrement le cas au jeune âge.

Pour des applications pratiques, on propose de calculer le module de la matrice cimentaire grâce à une relation linéaire entre la résistance du béton (ou de la matrice), et le module de la matrice (formule 3-46). Les coefficients de proportionnalité k_{be} (ou k_{pe}) peuvent être ajustés d'après quelques mesures. Cette relation a été utilisée pour prévoir le module des bétons B1 à B10 et a donné satisfaction. En particulier nous avons montré, avec ce jeu de données, que le modèle trisphère est bien adapté à la description de modules couvrant un large domaine. D'autres confrontations avec des données de la littérature, utilisant cette relation, sont également visibles dans le tableau 3-9.

L'homogénéisation du mortier et des gros granulats fait diminuer la précision du modèle trisphère, ce qui est dû à notre avis à la taille des hétérogénéités de la matrice.

4 Utilisations du modèle trisphère

4.1 Evolution du module en fonction de paramètres liés au béton

Paramètres liés au granulat

Lorsque la nature des constituants est fixée, on obtient la variation du module du béton en fonction du volume granulaire, conformément à la figure 3-17.

Lorsqu'on garde constants les termes g, g*, e/c, s/c, ainsi que la résistance du ciment, la variation du module en fonction de E_g a l'allure de la figure 3-31. Elle suit une fonction rationnelle où le numérateur et le dénominateur sont des polynômes de degré 2.

Le module du béton varie également en fonction de g* (fig. 3-32). Ainsi, l'influence de la variation de g* est d'autant plus grande que le rapport du module de la pâte à celui des granulats est faible. Par exemple, pour la courbe correspondant à E_p/E_g = 0,05, une variation de 5 % de g*, conduit à une variation de 20 % du module du béton.

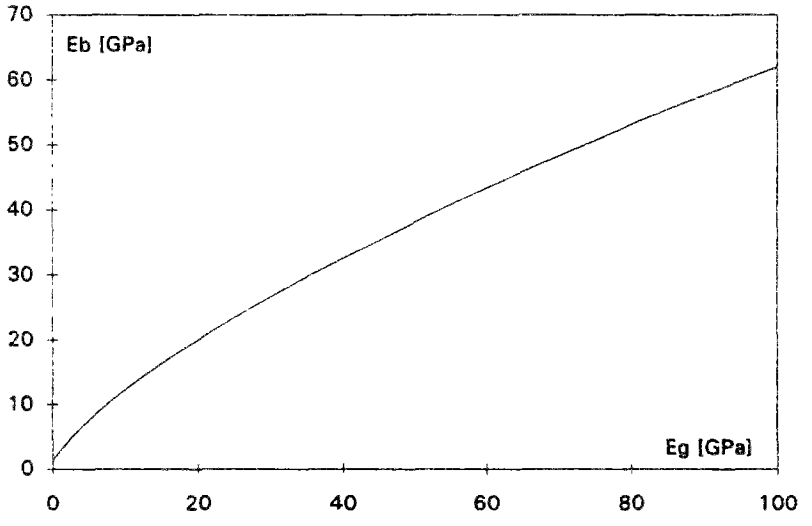


Figure 3-31 : variation du module du béton [GPa] en fonction de celui du granulat [GPa] pour g=0,7, g=0,8 et Ep=20 GPa.*

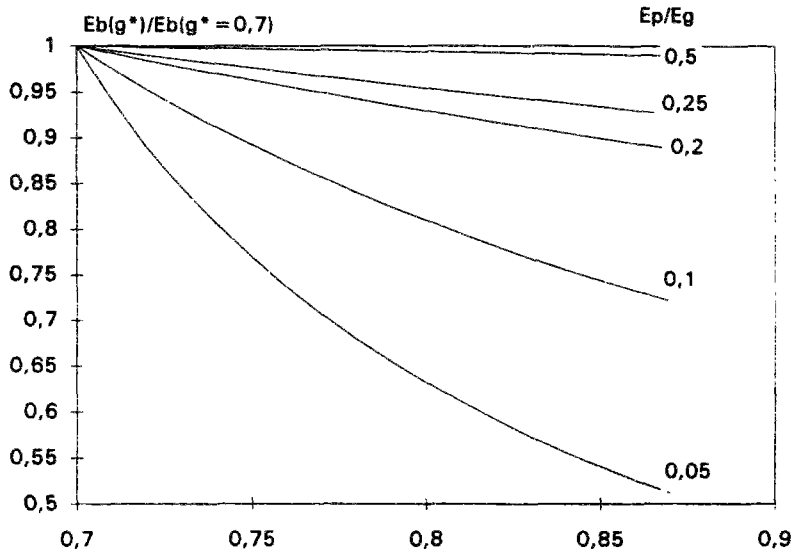


Figure 3-32 : variation relative de module du béton en fonction de g pour différentes valeurs de Ep/Eg et pour g=0,7.*

Paramètres liés à la pâte de ciment

Une autre information intéressante, notamment pour le formulateur, est de connaître l'évolution du module du béton, en fonction des paramètres de composition de la pâte de ciment. En utilisant les formules 3-46 ou 3-47, on obtient la variation de module du matériau en fonction de la composition de la pâte. Un exemple est donné sur la figure 3-33.

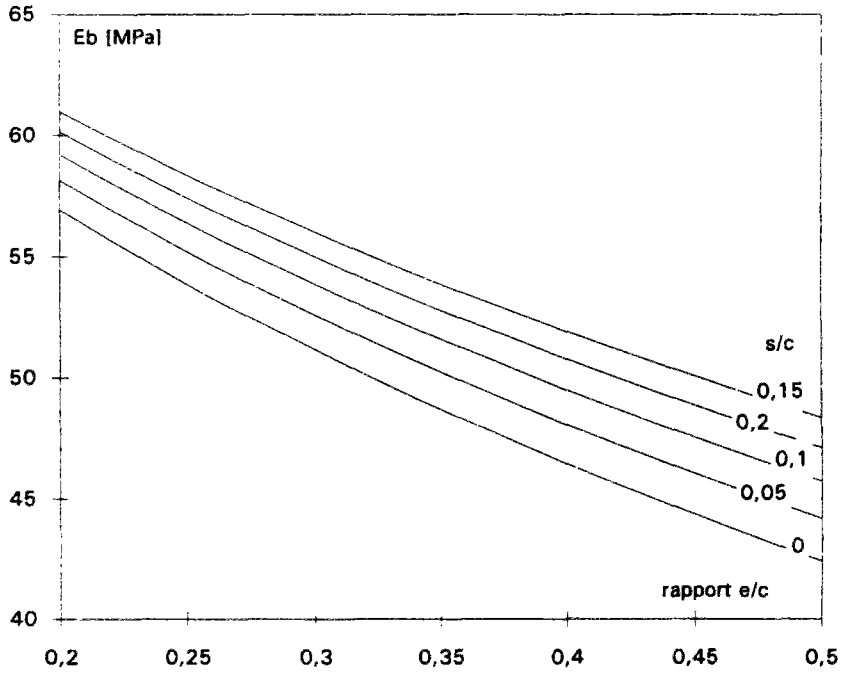


Figure 3-33 : variation du module du béton en fonction de e/c pour différentes valeurs de s/c. g = 0,71, g = 0,84, Eg = 75 GPa, k_{be} = 240 (formule 3-46).*

4.2 Autres applications du modèle trisphère

Le calcul par homogénéisation permet entre autres, de comprendre les effets, sur le comportement macroscopique des matériaux, de leurs hétérogénéités à une échelle inférieure. Dans cette optique, le modèle trisphère a des applications variées aux matériau béton :

- étude de la dilatation thermique du béton en fonction des coefficients de dilatation de chaque phase ;

- étude du comportement différé du béton en fonction de celui de la pâte de ciment (retrait et fluage) (chap. 4 et 5);

- calcul du module d'une matrice cimentaire à air entraîné, en fonction de la porosité de celle-ci ;

- etc.

Dans le chapitre 2, on a quantifié la ségrégation d'une éprouvette de fluage de 1 m de hauteur, et pour ce faire, on a mesuré le module dans plusieurs sections. Grâce au modèle trisphère et à ces résultats, on a pu calculer la variation du volume de pâte en fonction de la hauteur.

auteur	granulats	âge de mesure	g	g*	Eg granulat	Epexp	Ebexp	Eb trisphère (Ep exp)	écart	Eb Hashin (Ep exp)	écart
Hirsh [31]	rondelles d'acier	7j	0,50	0,65	207,00	15,10	48,10	57,64	9,54	38,07	10,03
		14j	0,50	0,65	207,00	17,90	48,60	63,21	14,61	43,87	4,73
		28j	0,50	0,65	207,00	19,20	53,50	65,59	12,09	46,45	7,05
		60j	0,50	0,65	207,00	19,50	59,00	66,12	7,12	47,04	11,96
		7j	0,40	0,65	207,00	15,10	36,50	41,65	5,15	31,05	5,45
		14j	0,40	0,65	207,00	17,90	43,10	46,83	3,73	36,04	7,06
		28j	0,40	0,65	207,00	19,20	44,50	49,09	4,59	38,29	6,21
		60j	0,40	0,65	207,00	19,50	51,50	49,60	1,90	38,81	12,69
		7j	0,30	0,65	207,00	15,10	30,40	31,43	1,03	25,67	4,73
		14j	0,30	0,65	207,00	17,90	32,20	35,95	3,75	29,98	2,22
		28j	0,30	0,65	207,00	19,20	37,30	37,97	0,67	31,94	5,36
		60j	0,30	0,65	207,00	19,50	38,60	38,42	0,18	32,39	6,21
	sable	7j	0,40	0,59	75,90	15,10	28,10	29,78	1,68	26,11	1,99
		14j	0,40	0,59	75,90	17,90	33,20	32,76	0,44	29,66	3,54
		28j	0,40	0,59	75,90	19,20	33,90	34,07	0,17	31,23	2,67
		60j	0,40	0,59	75,90	19,50	35,30	34,37	0,93	31,58	3,72
		7j	0,20	0,59	75,90	15,10	22,80	21,01	1,79	19,76	3,04
		14j	0,20	0,59	75,90	17,90	24,50	24,05	0,45	22,95	1,55
		28j	0,20	0,59	75,90	19,20	25,70	25,43	0,27	24,40	1,30
		60j	0,20	0,59	75,90	19,50	27,90	25,74	2,16	24,73	3,17
	verre	7j	0,57	0,65	72,50	15,10	36,80	38,78	1,98	33,10	3,70
		14j	0,57	0,65	72,50	17,90	40,40	41,24	0,84	36,70	3,70
		28j	0,57	0,65	72,50	19,20	42,80	42,31	0,49	38,23	4,57
		60j	0,57	0,65	72,50	19,50	41,50	42,55	1,05	38,57	2,93
		7j	0,50	0,65	72,50	15,10	32,60	34,05	1,45	29,82	2,78
		14j	0,50	0,65	72,50	17,90	36,90	36,86	0,04	33,39	3,51

auteur	granulats	âge de mesure	g	g*	Eg granulat	Epexp	Ebexp	Eb trisphère (Ep exp)	écart	Eb Hashin (Ep exp)	écart
Hirsh	verre (suite)	28j	0,50	0,65	72,50	19,20	37,40	38,08	0,68	34,93	2,47
		60j	0,50	0,65	72,50	19,50	39,50	38,35	1,15	35,28	4,22
		7j	0,40	0,65	72,50	15,10	28,80	28,57	0,23	25,83	2,97
		14j	0,40	0,65	72,50	17,90	31,20	31,61	0,41	29,30	1,90
		28j	0,40	0,65	72,50	19,20	35,30	32,95	2,35	30,83	4,47
		60j	0,40	0,65	72,50	19,50	35,90	33,25	2,65	31,18	4,72
		7j	0,30	0,65	72,50	15,10	25,50	24,19	1,31	22,49	3,01
		14j	0,30	0,65	72,50	17,90	27,80	27,29	0,51	25,82	1,98
		28j	0,30	0,65	72,50	19,20	30,80	28,67	2,13	27,31	3,49
		60j	0,30	0,65	72,50	19,50	31,30	28,98	2,32	27,65	3,65
		7j	0,20	0,65	72,50	15,10	22,80	20,61	2,19	19,65	3,15
		14j	0,20	0,65	72,50	17,90	23,80	23,65	0,15	22,82	0,98
		28j	0,20	0,65	72,50	19,20	26,10	25,03	1,07	24,25	1,85
		60j	0,20	0,65	72,50	19,50	26,60	25,35	1,25	24,58	2,02
	gran. d'origine glaciaire	7j	0,57	0,65	61,70	15,10	31,10	34,98	3,88	31,07	0,03
		14j	0,57	0,65	61,70	17,90	34,60	37,25	2,65	34,26	0,34
		28j	0,57	0,65	61,70	19,20	36,10	38,24	2,14	35,61	0,49
		60j	0,57	0,65	61,70	19,50	39,20	38,46	0,74	35,92	3,28
		7j	0,50	0,65	61,70	15,10	29,00	31,24	2,24	28,25	0,75
		14j	0,50	0,65	61,70	17,90	31,70	33,81	2,11	31,49	0,21
		28j	0,50	0,65	61,70	19,20	32,50	34,94	2,44	32,88	0,38
		60j	0,50	0,65	61,70	19,50	34,40	35,20	0,80	33,19	1,21
		7j	0,40	0,65	61,70	15,10	26,80	26,76	0,04	24,78	2,02
		14j	0,40	0,65	61,70	17,90	28,80	29,59	0,79	28,00	0,80
		28j	0,40	0,65	61,70	19,20	29,70	30,84	1,14	29,42	0,28
		60j	0,40	0,65	61,70	19,50	31,60	31,12	0,48	29,74	1,86
		7j	0,30	0,65	61,70	15,10	23,90	23,08	0,82	21,82	2,08
		14j	0,30	0,65	61,70	17,90	25,80	26,01	0,21	24,98	0,82

auteur	granulats	âge de mesure	g	g*	Eg granulat	Epexp	Ebexp	Eb trisphère (Ep exp)	écart	Eb Hashin (Ep exp)	écart
Hirsh	gran. d'origine glaciaire (suite)	28j	0,30	0,65	61,70	19,20	27,40	27,31	0,09	26,38	1,02
		60j	0,30	0,65	61,70	19,50	28,90	27,61	1,29	26,70	2,20
		7j	0,20	0,65	61,70	15,10	20,10	19,99	0,11	19,27	0,83
		14j	0,20	0,65	61,70	17,90	22,70	22,93	0,23	22,33	0,37
		28j	0,20	0,65	61,70	19,20	23,00	24,25	1,25	23,71	0,71
		60j	0,20	0,65	61,70	19,50	27,60	24,56	3,04	24,02	3,58
	calcaire	7j	0,57	0,65	31,90	15,10	21,90	23,29	1,39	22,83	0,93
		14j	0,57	0,65	31,90	17,90	22,60	24,96	2,36	24,73	2,13
		28j	0,57	0,65	31,90	19,20	23,50	25,70	2,20	25,54	2,04
		60j	0,57	0,65	31,90	19,50	23,90	25,87	1,97	25,72	1,82
		7j	0,50	0,65	31,90	15,10	21,60	22,05	0,45	21,67	0,07
		14j	0,50	0,65	31,90	17,90	22,10	23,95	1,85	23,76	1,66
		28j	0,50	0,65	31,90	19,20	23,30	24,79	1,49	24,65	1,35
		60j	0,50	0,65	31,90	19,50	23,90	24,98	1,08	24,85	0,95
		7j	0,40	0,65	31,90	15,10	20,00	20,42	0,42	20,14	0,14
		14j	0,40	0,65	31,90	17,90	20,10	22,58	2,48	22,44	2,34
		28j	0,40	0,65	31,90	19,20	22,30	23,54	1,24	23,44	1,14
		60j	0,40	0,65	31,90	19,50	22,80	23,76	0,96	23,67	0,87
		7j	0,30	0,65	31,90	15,10	18,80	18,92	0,12	18,73	0,07
		14j	0,30	0,65	31,90	17,90	20,10	21,30	1,20	21,20	1,10
		28j	0,30	0,65	31,90	19,20	20,60	22,37	1,77	22,29	1,69
		60j	0,30	0,65	31,90	19,50	22,00	22,61	0,61	22,54	0,54
		7j	0,20	0,65	31,90	15,10	17,80	17,54	0,26	17,43	0,37
		14j	0,20	0,65	31,90	17,90	19,70	20,10	0,40	20,03	0,33
		28j	0,20	0,65	31,90	19,20	20,20	21,26	1,06	21,21	1,01
		60j	0,20	0,65	31,90	19,50	21,30	21,52	0,22	21,48	0,18
		14j	0,50	0,59	15,04	17,90	14,00	16,41	2,41	16,41	2,41

auteur	granulats	âge de mesure	g	g*	Eg granulat	Epexp	Ebexp	Eb trisphère (Ep exp)	écart	Eb Hashin (Ep exp)	écart
		28j	0,50	0,59	15,04	19,20	16,20	16,99	0,79	17,00	0,80
		60j	0,50	0,59	15,04	19,50	16,10	17,12	1,02	17,13	1,03
		14j	0,40	0,59	15,04	17,90	15,20	16,69	1,49	16,70	1,50
		28j	0,40	0,59	15,04	19,20	16,70	17,41	0,71	17,42	0,72
		60j	0,40	0,59	15,04	19,50	17,00	17,57	0,57	17,58	0,58
		14j	0,20	0,59	15,04	17,90	17,00	17,29	0,29	17,29	0,29
		28j	0,20	0,59	15,04	19,20	17,20	18,28	1,08	18,29	1,09
		60j	0,20	0,59	15,04	19,50	18,00	18,51	0,51	18,52	0,52
Alfes [1]	basalte	28 j	0,60	0,80	61,00	25,00	43,00	42,58	0,42	41,77	1,23
		28 j	0,56	0,80	61,00	27,00	42,00	42,49	0,49	41,91	0,09
	fer	28 j	0,61	0,64	210,00	25,00	69,00	95,61	26,61	71,19	2,19
		28 j	0,20	0,64	210,00	27,00	33,00	39,40	6,40	36,86	3,86
		28 j	0,40	0,64	210,00	27,00	48,00	59,18	11,18	51,13	3,13
		28 j	0,59	0,64	210,00	27,00	70,00	93,22	23,22	72,19	2,19
de Larrard [14]	basalte	28 j	0,71	0,84	100,00	21,50	57,60	63	5,81	58,13	0,53
	quartzite	28 j	0,62	0,81	55,00	18,80	38,20	36,17	2,03	35,04	3,16

Tableau 3-7 : comparaison des prévisions des modèles bisphère et trisphère avec des résultats de la littérature. Ancun ajustement n'a été effectué pour ces valeurs.

auteur	granulats	âge de mesure	g	g*	Eg granulat	Ep mortier	Ebexp	Eb trisphère (Ep exp)	écart	Eb Hashin (Ep exp)	écart
Granger [24]	calcaire noir	28 j	0,680	0,835	73,2	15,4	38,6	43,5	4,9	39,96	1,4
	calcaire jaune	28 j	0,638	0,840	60,0	18,0	33,7	39,28	5,6	36,84	3,1
	calcaire jaune	28 j	0,647	0,840	60,0	14,2	36,7	35,22	1,5	33,08	3,6
	granite	28 j	0,528	0,840	54,0	16,7	31,9	30,44	1,5	29,60	2,3
Kawakami [34]	granite		0,450	0,570	57,6	27,7	35,3	38,8	3,5	38,1	2,8
	porphyrite		0,450	0,570	67,0	27,7	38,0	41,7	3,7	40,4	2,4
	rhyolite		0,450	0,570	20,8	27,7	28,0	24,3	3,7	24,4	3,6
	andesite		0,450	0,570	58,6	27,7	41,4	39,1	2,3	38,3	3,1
	sanstone		0,450	0,570	89,1	27,7	41,5	48,0	6,5	44,9	3,4
Baalbaki[8] [2]	quartzite	28 j	0,402	0,590	42,0	32,4	42,0	36,0	6,0	35,9	6,1
	quartzite	91 j	0,402	0,590	42,0	35,2	45,0	37,8	7,2	37,8	7,2
	llimestone	28 j	0,402	0,590	49,0	34,9	40,0	40,0	0,0	39,9	0,1
	limestone	91 j	0,402	0,590	49,0	37,7	44,0	41,9	2,1	41,9	2,1
	sandstone	91 j	0,402	0,590	40,0	36,3	31,0	37,7	6,7	37,7	6,7
	sandstone	29 j	0,402	0,590	40,0	41,3	31,0	40,8	9,8	40,8	9,8

Tableau 3-8 : comparaison des prévisions des modèles bisphère et trisphère avec des résultats de la littérature. Aucun ajustement n'a été effectué pour ces valeurs, mais les phases sont le mortier et les gros granulats.

[8]Le module du mortier, non mesuré dans cette étude, a été ajusté

auteur	granulats ou béton	âge de chargement	g	g*	Eg granulat	fbc	Epthéo	Ebexp	Eb trisphère (Ep théo)	écart	Eb Hashin (Ep théo)	écart
Laplante [36]	B0	9,7 h	0,705	0,837	75,1	0,9	0,2	3,3	2,4	0,9	1,2	2,1
	B0	11,6 h	0,705	0,837	75,1	2,0	0,5	10,2	5,1	5,1	2,7	7,5
	B0	13,8 h	0,705	0,837	75,1	3,5	0,8	12,8	8,3	4,5	4,6	8,2
	B0	16,4 h	0,705	0,837	75,1	5,8	1,4	16,4	12,6	3,8	7,3	9,1
	B0	18,8 h	0,705	0,837	75,1	8,1	1,9	20,4	16,1	4,3	9,8	10,6
	B0	21,2 h	0,705	0,837	75,1	9,4	2,3	22,2	17,9	4,3	11,2	11,0
	B0	24,2 h	0,705	0,837	75,1	11	3	27	20	7	13	14
	B0	3j	0,705	0,837	75,1	25,4	6,1	34,1	31,9	2,2	24,3	9,8
	B0	7 j	0,705	0,837	75,1	32,0	7,7	36,4	35,4	1,0	28,4	8,0
	B0	28 j	0,705	0,837	75,1	43,5	10,4	41,3	40,2	1,1	34,3	7,0
	B0	91 j	0,705	0,837	75,1	49,4	11,9	44,1	42,2	1,9	36,8	7,3
	B1	14,3 h	0,714	0,837	75,1	0,6	0,1	0,4	1,8	1,4	0,9	0,5
	B1	15,9 h	0,714	0,837	75,1	2,3	0,6	8,7	6,2	2,5	3,2	5,5
	B1	16,9 h	0,714	0,837	75,1	4,6	1,1	13,8	11,1	2,7	6,1	7,7
	B1	18,4 h	0,714	0,837	75,1	7,8	1,9	23,1	16,6	6,5	9,8	13,3
	B1	21,2 h	0,714	0,837	75,1	15,5	3,7	27,9	25,6	2,3	17,3	10,6
	B1	24,3 h	0,714	0,837	75,1	24,6	5,9	34,9	32,5	2,4	24,4	10,5
	B1	3 j	0,714	0,837	75,1	51,5	12,4	43,1	43,7	0,6	38,3	4,8
	B1	7 j	0,714	0,837	75,1	70,7	17,0	46,4	48,6	2,2	44,8	1,6
	B1	28 j	0,714	0,837	75,1	85,1	20,4	52,3	51,5	0,8	48,7	3,6
	B1	91 j	0,714	0,837	75,1	95,3	22,9	53,8	53,3	0,5	51,0	2,8
Alfes [1]	basalte	28 j	0,630	0,804	61,0	152,0	25,8	43,0	44,3	1,3	43,5	0,5
		28 j	0,600	0,804	61,0	162,0	27,5	44,0	44,3	0,3	43,7	0,3
		28 j	0,480	0,804	61,0	160,0	27,2	40,0	39,9	0,1	39,5	0,5
		28 j	0,650	0,804	61,0	158,0	26,9	44,0	45,8	1,8	45,0	1,0
		28 j	0,630	0,804	61,0	131,0	22,3	41,0	41,9	0,9	40,7	0,3

auteur	granulats ou béton	âge de chargement	g	g*	Eg granulat	fbc	Epthéo	Ebexp	Eb trisphère (Ep théo)	écart	Eb Hashin (Ep théo)	écart
Alfes	basalte	28 j	0,580	0,804	61,0	117,0	19,9	41,0	37,8	3,2	36,5	4,5
	(suite)	28 j	0,620	0,804	61,0	160,0	27,2	46,0	44,8	1,2	44,2	1,8
		28 j	0,560	0,804	61,0	163,0	27,7	44,0	43,0	1,0	42,5	1,5
de Larrard	calcaire du	28 j	0,656	0,812	78,0	121,0	25,1	50,1	52,6	2,5	50,5	0,4
[14]	Boulonnais	28 j	0,678	0,836	78,0	122,0	25,3	52,4	53,9	1,5	52,0	0,4
		28 j	0,671	0,812	78,0	51,0	10,6	38,3	39,0	0,7	32,6	5,7
		28 j	0,694	0,836	78,0	49,0	10,2	40,4	39,6	0,8	33,4	7,0
		28 j	0,693	0,812	78,0	112,0	23,2	49,6	53,8	4,2	51,1	1,5
		28 j	0,707	0,836	78,0	121,0	25,1	53,4	55,7	2,3	53,6	0,2
		28 j	0,679	0,812	78,0	49,1	10,2	37,4	39,2	1,8	32,4	5,0
		28 j	0,691	0,836	78,0	49,4	10,2	40,2	39,4	0,8	33,4	6,8
de Larrard	calcaire du	1 j	0,716	0,836	78,0	27,2	5,6	34,9	32,7	2,2	24,0	10,9
[12]	Boulonnais	3 j	0,716	0,836	78,0	72,2	15,0	48,7	48,0	0,7	43,2	5,5
		7 j	0,716	0,836	78,0	85,6	17,7	51,2	50,7	0,5	46,8	4,4
		14 j	0,716	0,836	78,0	92,6	19,2	52,4	52,0	0,4	48,5	3,9
		28 j	0,716	0,836	78,0	101,0	20,9	53,4	53,4	0,0	50,4	3,0
		90 j	0,716	0,836	78,0	109,6	22,7	53,6	54,7	1,1	52,1	1,5
		1 an	0,716	0,836	78,0	114,1	23,6	56,8	55,4	1,4	53,0	3,8
		4 an	0,716	0,836	78,0	117,5	24,3	57,7	55,9	1,8	53,6	4,1
Stock	0/19 mm		0,20	0,822	50,1		13,4	15,8	17,16	1	16,90	1
[47]			0,40	0,822	50,1		13,4	23,2	22,13	1	21,16	2
			0,60	0,822	501,		13,4	30,7	29,05	2	27,63	3
			0,80	0,822	50,1		13,4	39,1	39,31	0	36,45	3

Tableau 3-9 : comparaison des prévisions des modèles bisphère et trisphère avec des résultats de la littérature. Les modules de la pâte ont été ajustés par calage du coefficient de la formule 3-46. (Eg a été ajusté et Ep mesuré pour les résultats de la référence [47]).

5 Références bibliographiques

[1] ALFES C. (1989), High-strength silica fume concretes of low deformability, *Betonwerk*, pp.62-71, novembre.

[2] BAALBAKI W., BENMOKRANE, B., CHAALAL, O., AÏTCIN, P.CP. (1991), Influence or coarse aggregate on elastic properties of high-performance concrete, *ACI Materials Journal*, **88**, n°5, pp. 499-503.

[3] BENVENISTE Y. (1987), A new approach to the application of Moori-Tanaka's theory in composite materials, *Mechanics of Materials*, **6**, pp. 147-157.

[4] BOULAY C , COLSON A (1979), Un extensomètre à béton éliminant l'influence des déformations transversales sur la mesure des déformations longitudinales, *Matériaux et Constructions*, **14**, n°79, pp.35-38.

[5] BROWN C. B. (1965), Models for concrete stiffness with full and zero contiguity, *Proceedings of the International Conference on The Structure of Concrete and its Behaviour under Load*, London, pp. 3-15.

[6] BUDIANSKY B. (1965), On the elastic moduli of some heterogeneous materials, *J. Mech. and Phys. of Solids*, **13**, pp. 223-228.

[7] CAQUOT, A. (1935), Rôle des matériaux inertes dans le béton, *Mém. Soc. Ingén. Civils de France*.

[8] CHRISTENSEN R. M. (1990), A critical evaluation for a class of micro-mechanics models, *J. Mech. Phys. Solids*, **38**, n°3, pp.379-404.

[9] CHRISTENSEN R. M., LO K. H. (1979), Solutions for effective shear properties in three-phase sphere and cylinder models, *J. Mech. Phys. Solids*, **27**, n°4. Erratum (1986) **34**.

[10] COUNTO U. J. (1964), The effect of the elastic modulus of the aggregate on the elastic modulus, creep and creep recovery of concrete, *Magazine of Concrete Research*, **16**, n°48, pp. 129-138.

[11] CUMBERLAND D.J., CRAWFORD R.J (1987), The packing of particles, *Handbook of powder technology*, **6**, Elsevier, pp 99-105.

[12] DE LARRARD F (1988), Formulation et propriétés des bétons à hautes performances, *Rapport de recherche des LPC* n°149, LCPC, Paris.

[13] DE LARRARD F., BELLOC A., RENWEZ S., BOULAY C. (1995), Is the cube test suitable ror High-Performance concrete ?, *Materials and Structures*, **27**, n° 174, pp. 580-583.

[14] DE LARRARD F., BELLOC A. (1992), Are small aggregates really better for making high-strength concrete, *Cement, Concrete, and aggregates, CCAGDP*, **14**, n°1, pp.62-63.

[15] DE LARRARD F., LE ROY R. (1992), Relation entre formulation et quelques propriétés mécaniques des bétons à hautes performances, *Materials and Structures*, **25**, pp. 463-475.

[16] DE LARRARD F., LE ROY R. (1992), The influence of mix-design on mechanical properties of high-performance silica fume concrete, *Proceedings of the Fourth International Conference on Fly Ash, Silica Fume, Slag and Natural Pouzzolans in Concrete*, ACI SP 132-52, pp.965-986.

[17] DE LARRARD F., LE ROY R. (1992), Un modèle géométrique d'homogénéisation pour les composites bi-phasiques à inclusion granulaire de large étendue, *C.R. Acad. Sci. Paris*, t.314, Série II, pp. 1253-1257.

[18] DE LARRARD F., SEDRAN T., ANGOT D. (1994), Prévision de la compacité des mélanges granulaires par le modèle de suspension solide. I: Fondements théoriques et calibration du modèle, *Bulletin de Liaison des LPC*, n°194, novembre-décembre.
[19] DE LARRARD F., SEDRAN T., ANGOT D. (1994), Prévision de la compacité des mélanges granulaires par le modèle de suspension solide. II: Validations et cas des mélanges confinés, Bulletin de Liaison des LPC, n°194, novembre-décembre.
[20] DE LARRARD F., TONDAT P. (1993), Sur la contribution de la topologie du squelette granulaire à la résistance en compression du béton, *Matériaux et Constructions* , **26**, pp. 505-516.
[21] ENGLAND G. L. (1965), Method of estimating creep and shrinkage strains in concrete from properties of constituent materials, *Journal of the A.C.I.*, title n°62-78, pp.1411-1420.
[22] FARRAN J., JAVELAS R., MASO J.C., PERRIN B. (1972), Existence d'une auréole de transition entre les granulats d'un mortier ou d'un béton et la masse de la pâte de ciment hydraté. Conséquences sur les propriétés mécaniques. *C.R. Acad.Sci. Paris* T275, Série D, 1467-1467.
[23] GOPALAKRISHNAN K.S., NEVILLE A.M., GHALI A. (1970), Elastic and time-dependent effects of aggregate-matrix interaction, *Materials and Structures*, **3**, n°16, pp. 225-236.
[24] GRANGER L. P. (1995), Comportement différé du béton dans les enceintes de centrales nucléaires : analyse et modélisation, *Thèse de Doctorat de l'Ecole nationale des ponts et chaussées, Spécialité Structures et Matériaux*, Paris.
[25] GRANGER L. P., BAZANT Z. P. (1993), Effect of composition on basic creep of concrete and cement paste, *Structural Eng. Report, ASCE J. of eng. mech.*, in press.
[26] HANSEN T. C. (1965), Theories of multi-phase materials applied to concrete, cement mortar and cement paste, *Proceedings of the International Conference on The Structure of Concrete and Its Behaviour Under Load*, London, pp. 16-23.
[27] HASHIN Z.(1962), The elastic moduli of heterogeneous materials, *J. of Appl. mech.*, **29**, pp.143-150.
[28] HASHIN Z., SHTRIKMAN S. (1963), A variational approach to the theory of the elastic behaviour of multiphase materials, *J. of Mech. Phys. Solids*, **11**, pp. 127-140.
[29] HILL R. (1963), Elastic properties of reinforced solids : some theorical priciples, *J. Mech. Phys. solids*, **11**, pp 357-372.
[30] HILL R. (1965), A self consistent method of composite materials, *J. of Mech. and Phys. of Solids*, **13**, n°4, pp. 213-222.
[31] HIRSH T.J. (1962), Modulus of elasticity of concrete affected by elastic moduli of cement paste matrix and aggregate, *Journal of the ACI*, **59**, pp. 427-451.
[32] HUA C. (1992), Analyses et modélisations du retrait d'autodessiccation de la pâte de ciment durcissante, *Thèse de Doctorat de l'ENPC, Specialité Structures et Matériaux*, Paris.
[33] ILLSTON J. M. (1965), The delayed elastic deformation of concrete as a composite material, *Proceedings of the International Conference on The Structure of Concrete and Its Behaviour Under Load*, London, pp. 23-36.
[34] KAWAKAMI H.(1992), Effect of aggregate type on the mechanical behaviour of concrete, *Proceedings of the RILEM Symposium on the Interfaces in Cementitious Composites*, Edité par J.C. Maso, publié par E&FN Spon, Toulouse, pp.179-187.
[35] LA RUE H.A. (1946), Modulus of elasticity of aggregates and its effect on concrete, *Proceedings of the American Society for Testing Materials*, **46**, pp. 1298-1309.
[36] LAPLANTE P. (1993), Propriétés mécaniques des bétons durcissants : analyse comparée des bétons classiques et à très hautes performances, *Thèse de doctorat de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, spécialité structures et matériaux*, Etudes et recherche des LPC, série Ouvrage d'art OA13.

[37] LE ROY R., DE LARRARD F. (1994), A discussion on the paper "concrete : a three phase material, *Cement and Concrete Research*, **24**, pp. 189-193.
[38] MARCHAND J., DE LARRARD F., LE ROY R., SEDRAN T. (1994), Propriétés mécaniques des pâtes de ciment avec et sans fumée de silice, *Rapport interne LCPC*, Paris.
[39] MORANVILLE-REGOURD M. (1992), Microstructure des bétons à hautes performances, *Les Bétons à Hautes Performances*, Presses de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, Paris, 2ème édition, également dans High-Performance Concrete, Chapman et Hall.
[40] MORI T., TANAKA K. (1973), Average stress in matrix and average elastic energy of materials with misfitting inclusions, *Acta Metal.*, **21**, n°571.
[41] NILSEN A.U., MONTEIRO P.J.M. (1993), Concrete : a three-phase material, *Cement and Concrete Research*, **23**, pp.147-151.
[42] NILSEN U., AITCIN P. C.(1992), Properties of high-strength concrete containing light-, normal, and heavyweight aggregate, *Cement, Concrete And Aggregates*, CCAGDP, **14**,n°1, pp. 8-12.
[43] *Règles techniques de conception et de calcul des ouvrages et constructions en béton précontraint suivant la méthode des états limites, Règles BPEL 91*, Cahiers du CSTB.
[44] ROELFSTRA P.E., SADOUKI H., WITTMANN F.H. (1985), Le béton numérique, *Matériaux et Constructions*, 18, n°107, pp. 327-335.
[45] SADOUKI H. (1987), Simulation et analyse numérique de comportement mécanique de structures composites, *Thèse n°676*, Swiss Federal Institute of Technology, Lausanne.
[46] SEDRAN T., DE LARRARD F. (1994), RENE-LCPC - Un logiciel pour optimiser la granularité des matériaux de génie civil, Note technique, *Bulletin de Liaison des LPC*, n°194, novembre-décembre.
[47] STOCK A.F., HANNANT D.J., WILLIAMS R.I.T. (1979), The effect of aggregate concentration upon the strength and modulus of elasticity of concrete, *Magazine of Concrete Research*, **31**, n°109, pp. 225-234.

***

Chapitre 4

Calcul du fluage propre par homogénéisation

Table des matières

1 Application des modèles d'homogénéisation au calcul du fluage 193
1.1 Calcul par le module différé 193
1.2 Calcul dans le cadre de la viscoélasticité linéaire non vieillissante 195
Quelques rappels concernant la viscoélasticité linéaire 195
Les transformées de Carson : l'outil mathématique pour le cas linéaire non vieillissant 196
Applications possibles pour les modèles d'homogénéisation 197
1.3 Quelle approche choisir ? 199
2 Calcul de l'amplitude de fluage à une échéance donnée par le module différé 200
2.1 Une exploitation simple des essais sur pâte de ciment 200
Fonction empirique pour l'amplitude du fluage propre des pâtes pures 200
Justification de la forme de la fonction proposée 201
Comparaison du modèle avec les résultats expérimentaux sur pâte pure 203
Complaisance de la pâte de ciment en fonction de la formulation 205
2.2 Calibration du modèle sur les bétons B0 à B10 206
Ajustement du terme de compacité maximale : g* 206
Le modèle de suspension solide : un outil pour le calcul de g* 206
Calcul du fluage des bétons B0 à B10, et comparaison avec d'autres modèles 207
2.3 Validation sur d'autres essais de la littérature 210
Déformations différées 210
Déformations totales 212
2.4 Influence de la composition sur les déformations de fluage 213
Influence du volume de pâte 213
Influence du rapport e/c 215
Influence du rapport s/c 215
Influence du terme g* 216
Influence du module du granulat 218
2.5 Conclusions sur l'utilisation du modèle en module différé 219
3 Le calcul du fluage en viscoélasticité linéaire par le modèle trisphère 223
3.1 Déroulement du calcul 223
3.2 Application du modèle aux résultats obtenus sur pâtes de ciment 227
Détermination des séries de Kelvin 227
Prévision de l'évolution de la complaisance sur les bétons B0 à B10. Dispersion liée aux variables du modèle. 230
Comparaison entre les calculs viscoélastique et simplifié 234
3.3 Quelques comparaisons d'évolution de fluage 238
4 Prévision du fluage propre de mortiers à ultra-hautes-performances 240
5 Conclusions 243
6 Références bibliographiques 244

Introduction

En étudiant expérimentalement le comportement de la pâte de ciment, on dégage plus clairement les mécanismes physiques, car ceux-ci ne sont plus alors masqués par la présence des granulats. L'homogénéisation du béton permet ensuite de prendre en compte les effets des hétérogénéités, à l'échelle du granulat. Le calcul sera fondé sur des phénomènes clairement établis, donc d'un caractère plus général. Toutefois, en développant un modèle à 2 phases, on fait abstraction de l'hétérogénéité de la pâte de ciment à l'interface pâte-granulat [25]. On peut en effet penser que la zone de transition prend plus d'importance pour les déformations différées que pour les déformations instantanées. La non-prise en compte d'une troisième phase est toutefois bien justifiée pour les bétons à hautes performances, et notamment ceux composés avec des ultra-fines (cf. chap. 1). De plus, on suppose dans cette démarche que les granulats produisent un fluage négligeable par rapport à celui de la pâte de ciment, ce qui est le cas pour la plupart d'entre eux [14].

Il ne faut pas non plus perdre de vue que la pertinence de cette approche (qui reste simple) est limitée aux déformations déduites d'un champ de contraintes homogène dans l'échantillon. Il est clair que les contraintes ne sont pas uniformes à l'échelle des inclusions. Cependant pour un volume représentatif (une éprouvette de diamètre 16 cm par exemple), on peut raisonner en termes de contrainte moyenne uniforme dans une section comprimée. A l'inverse, dans le cas des phénomènes provoqués par le séchage, des autocontraintes ne permettent plus de raisonner, comme on va le faire, d'après une cellule élémentaire.

Les notations sont les suivantes :

t	temps courant [jour]
t_1	âge de chargement [jour]
$\sigma(t)$	contrainte fonction du temps
$J_p(t-t_1)$, $J_b(t-t_1)$	complaisance[1] d'un matériau viscoélastique linéaire non vieillissant en fonction de la durée de chargement (indice "p" pour la pâte de ciment, "b" pour le béton)
$J_p^*(p)$, $J_b^*(p)$	transformées de Carson des complaisances de la pâte de ciment et du béton
J_g	complaisance des granulats
E_p	module instantané de la pâte de ciment
E_b	module instantané du béton
$E_{pd}(t-t_1)$	module différé de la pâte de ciment
$E_{bd}(t-t_1)$	module différé du béton
E_g	module des granulats ($E_g = 1/J_g$)
g	concentration volumique des granulats
g^*	concentration volumique maximale des granulats

[1]la complaisance pour une expérience de fluage est la déformation totale du matériau rapportée à la contrainte appliquée. Elle comprend la déformation élastique, et la déformation différée.

1 Application des modèles d'homogénéisation au calcul du fluage

1.1 Calcul par le module différé

Le calcul des déformations différées par l'approche des matériaux à deux phases a déjà fait l'objet de nombreux travaux, qui ont débuté dans les années 60. On peut citer ceux réalisés dans [5, 12, 13, 18, 19, 26], et plus récemment dans [15], qui se réfèrent à des combinaisons du modèle "parallèle-série", ou celui décrit dans [17], fondé quant à lui sur la description du matériau par des inclusions sphériques noyées dans une matrice (géométrie inspirée du modèle bisphère, présenté dans le chap. 3). Même si dans [15], c'est une théorie approchée, appelée "solidification theory" [2], qui est appliquée, la plupart de autres modèles utilisent une approche qui s'appuie sur le calcul d'un module différé. Le calcul s'effectue en remplaçant, dans un modèle à deux phases, le module instantané de la pâte par son module différé.

Soit :

$$E_b = f\left(E_g, E_p, g, \ldots\right) \tag{4-1}$$

Le module différé, $E_{pd}(t,t_1)$, de la pâte de ciment s'écrit :

$$E_{pd}(t,t_1) = \frac{1}{J_p(t,t_1)} \tag{4-2}$$

Le module différé du béton s'écrit alors :

$$E_{bd}(t,t_1) = f\left(E_g, E_{pd}(t,t_1), g, \ldots\right) \tag{4-3}$$

Le calcul du fluage par l'intermédiaire du module différé reste cependant délicat. La figure 4-1 montre par exemple les différences d'évolution des déformations entre le calcul rigoureux et celui réalisé par le biais d'un module différé, pour un modèle viscoélastique simple (cf détail du calcul plus loin). On voit ainsi que les calculs ne décrivent pas de la même manière l'évolution des déformations, mais fournissent cependant les mêmes valeurs à long terme et instantanées, c'est-à-dire à des instants où les amortisseurs ne jouent plus, ou pas encore. Un modèle élastique peut donc s'appliquer au calcul des déformations à long terme, mais reste en théorie peu précis pour décrire l'évolution de celles-ci.

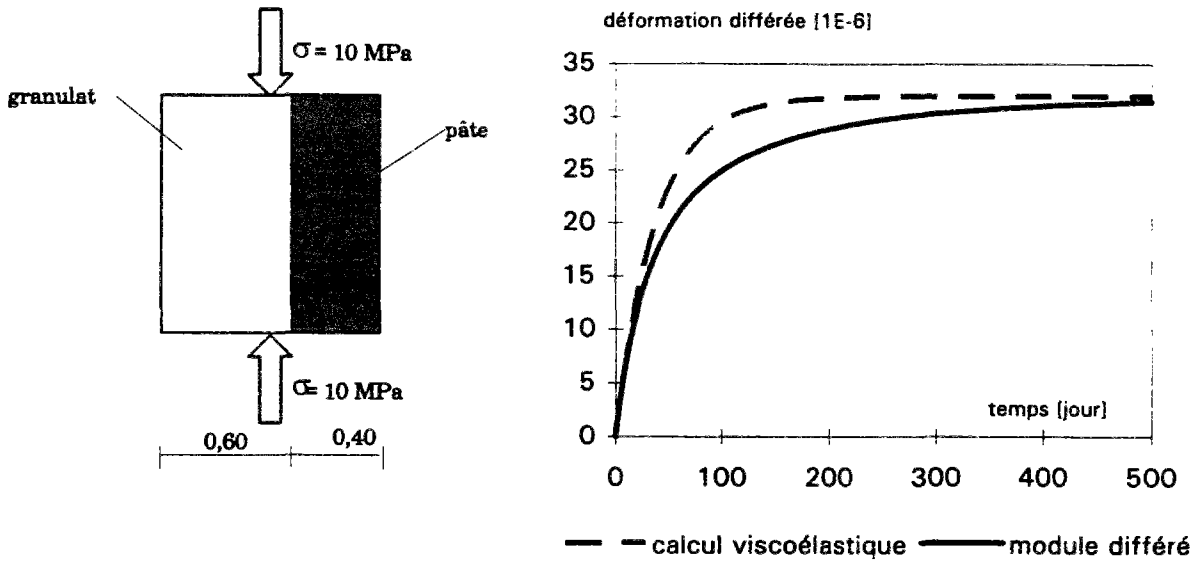


Figure 4-1 : Comparaison de l'évolution du fluage entre le calcul viscoélastique rigoureux (expression (4-6)) et celui du module différé (expression (4-8), pour le modèle ci-dessus. Le calcul est effectué pour E_g = 50 GPa, et $J_p(t) = \left\{ J_0 + J_1 \left[1 - \exp(\frac{-t}{\tau}) \right] \right\}$*, t exprimé en [jour], $J_p(t)$ en [MPa^{-1}], $J_0 = 10^{-4}$ [MPa^{-1}], $J_1 = 5.10^{-4}$ [MPa^{-1}], τ = 200 [jour].*

<u>Détail du calcul concernant la figure 4-1.</u>

• <u>Calcul par le module différé</u>

La complaisance initiale pour t = 0 vérifie :

$$\frac{1}{J_b(0)} = \frac{g}{J_g} + \frac{1-g}{J_0} \tag{4-4}$$

La complaisance, à l'instant t quelconque, vérifie :

$$\frac{1}{J_b(t)} = \frac{g}{J_g} + \frac{1-g}{J_0 + J_1\left(1 - \exp\left(\frac{-t}{\tau}\right)\right)} \tag{4-5}$$

Le fluage, défini par le module différé, est la différence entre la déformation totale et la déformation instantanée :

$$\varepsilon_{flu}^{dif} = \frac{J_g\left[J_0 + J_1\left(1 - \exp[-t/\tau]\right)\right]}{g\left[J_0 + J_1\left(1 - \exp[-t/\tau]\right)\right] + (1-g)J_g} - \frac{J_g J_0}{g J_0 + (1-g)J_g} \tag{4-6}$$

• <u>Calcul rigoureux</u>

Le calcul viscoélastique passe par l'utilisation des transformées de Carson (la méthode est détaillée dans le § 3.1). La transformée de Carson de $J_b(t)$ se note $J_b^*(p)$. La complaisance du béton en transformée de Carson s'écrit :

$$J_b(p) = \frac{J_0 J_g(1+p\tau) + J_1 J_g}{\left(gJ_0 + [1-g]J_g\right)(1+p\tau) + gJ_1} \tag{4-7}$$

On calcule l'originale de cette expression, puis on retranche la déformation élastique. Le résultat final s'écrit alors :

$$\varepsilon_{flu}^{vel} = \left(\frac{J_g(J_0+J_1)}{g(J_0+J_1)+(1-g)J_g} - \frac{J_0 J_g}{gJ_0+(1-g)J_g}\right)\left[1-\exp\left(-\frac{g(J_0+J_1)+(1-g)J_g}{gJ_0+(1-g)J_g}\,\frac{t}{\tau}\right)\right] \tag{4-8}$$

1.2 Calcul dans le cadre de la viscoélasticité linéaire non vieillissante

Il nous semble également important, dans cette approche par l'homogénéisation, d'étudier le fluage propre du béton, au travers d'un modèle de comportement héréditaire. La première démarche consiste à choisir un type de comportement le plus simple possible, et ensuite d'en étudier la pertinence. On suppose alors que la pâte de ciment suit un comportement viscoélastique linéaire non vieillissant, ce qui limite l'exploitation des résultats sur bétons et pâtes pures chargés au moins à 28 jours. A partir de cet âge de chargement, bien que le vieillissement ne soit pas achevé, les propriétés du matériau (résistance, module, etc.) évoluent lentement, ce qui nous permet de négliger les effets de leurs variations.

Quelques rappels concernant la viscoélasticité linéaire

Pour une loi de comportement viscoélastique linéaire, la correspondance fonctionnelle, qui relie l'histoire des contraintes à l'histoire des déformations, est linéaire. Cela implique l'existence d'une complaisance, $J(t_0,t)$, indépendante de la contrainte appliquée. Autrement dit, la réponse à une sollicitation est proportionnelle à celle-ci :

Sollicitation[2] : $\sigma(t) = \sigma_0 H(t-t_0)$ où $H(t-t_0) = 0$ pour $t < t_0$ et $H(t-t_0) = 1$ pour $t \geq t_0$

réponse : $\varepsilon(t) = \sigma_0 J(t_0,t)$ (4-9)

De même, dans une expérience dans laquelle on maintient la déformation constante (expérience de relaxation), on met en évidence une fonction de relaxation, $R(t_0,t)$, indépendante de la déformation, ε_0, imposée. L'évolution de la contrainte au cours du temps est décrite de la manière suivante :

Sollicitation : $\varepsilon(t) = \varepsilon_0 H(t-t_0)$

Réponse : $\sigma(t) = \varepsilon_0 R(t_0,t)$ (4-10)

[2]H est la fonction de Heaviside

Dans le cas général, le comportement viscoélastique linéaire conduit aux formules de Boltzmann. Elles définissent l'évolution de la déformation, pour une histoire de contrainte quelconque, et s'écrivent au sens de l'intégrale de Stieltjes[3] [22, 27] :

$$\varepsilon(t) = \int_{-\infty}^{t} J(t,\tau)\dot{\sigma}(\tau)d\tau \tag{4-11}$$

Dans la pratique, l'utilisation, dans des calculs analytiques, des formules sous forme intégrale se révèle souvent difficile, mais se simplifie lorsque le matériau est non vieillissant. Dans ce dernier cas, sa complaisance ne fait apparaître que la durée du chargement, t-τ, et s'écrit :

$$\varepsilon(t) = \int_{-\infty}^{t} J(t-\tau)\dot{\sigma}(\tau)d\tau \tag{4-12}$$

Ou, pour une histoire qui débute à l'instant t_0 :

$$\varepsilon(t) = \sigma(t_0)J(t-t_0) + \int_{t_0}^{t} J(t-\tau)\dot{\sigma}(\tau)d\tau \tag{4-13}$$

La complaisance des modèles rhéologiques est calculée en résolvant l'équation différentielle liant la déformation, et éventuellement sa dérivée, à la contrainte appliquée. Les équations différentielles ainsi que leurs solutions sont rappelées dans le tableau 4-1, pour 3 modèles élémentaires , pour $t_0 = 0$ et avec $\sigma(0^+) = \sigma$.

modèle	équation différentielle	complaisance
amortisseur	$\dot{\varepsilon}(t) = \frac{\sigma}{\eta_0}$	$\varepsilon(t) = \frac{t}{\eta_0}$
ressort	$\varepsilon = J_0\sigma = \frac{\sigma}{E_0}$	$J = J_0 = \frac{1}{E_0}$
modèle de Kelvin (ressort et amortisseur en parallèle)	$\sigma J_0 = \varepsilon(t) + \eta J_0 \dot{\varepsilon}(t)$	$J(t) = J_0(1-e^{-t/\tau})$ avec $\tau = J_0\eta$

Tableau 4-1 : complaisance des modèles élémentaires rhéologiques pour la viscoélasticité linéaire.0

Les transformées de Carson : l'outil mathématique pour le cas linéaire non vieillissant

[3]L'intégrale de Stieltjes permet de prendre en compte les évolutions quelconques de contraintes, y compris les sauts.

Dans le cas où le matériau est non vieillissant, la résolution de l'intégrale (4-12) peut alors s'effectuer grâce au calcul opérationnel, et en particulier par l'application des transformées de Carson [22, 27]. La transformée de Carson d'une fonction f(t), notée $\overset{*}{f}(p)$, se définit par :

$$\overset{*}{f}(p) = p\int_0^{\infty} e^{-pt} f(t)dt \qquad (4\text{-}14)$$

On montre ainsi que la formule (4-12), qui fait apparaître un produit de convolution, se transforme de la manière suivante, pour un chargement à partir de l'instant 0 :

$$\overset{*}{\varepsilon} = \overset{*}{J}\overset{*}{\sigma} \qquad (4\text{-}15)$$

De même, la contrainte, $\overset{*}{\sigma}$, est fonction de la déformation imposée, dans une expérience de relaxation, par la relation :

$$\overset{*}{\sigma} = \overset{*}{R}\overset{*}{\varepsilon} \qquad (4\text{-}16)$$

Des formules (4-15) et (4-16), on tire la relation fondamentale (4-17), utile pour extraire une fonction de relaxation à partir d'essais de fluage, par exemple :

$$\overset{*}{J}\overset{*}{R} = 1 \qquad (4\text{-}17)$$

La relation (4-15) a la même forme que la loi de Hooke en élasticité, dans laquelle $1/\overset{*}{J}$ est appelé le module opérationnel. En écrivant un problème faisant intervenir un, ou plusieurs matériaux viscoélastiques non vieillissants, on se ramène, par les transformées de Carson, à un calcul algébrique ordinaire. Cela revient à écrire les équations d'équilibre comme si l'on avait affaire à un matériau purement élastique. On peut donc utiliser les résultats déjà établis en élasticité en remplaçant chaque fonction a(t) par sa transformée $\overset{*}{a}(p)$. La solution s'obtient en revenant ensuite aux originales, ce qui reste tout de même difficile dans beaucoup de cas. Cette méthode a été brièvement décrite dans [16]. Nous allons la développer dans le cas du fluage du béton, en décomposant la fonction fluage de la pâte en une série d'éléments de Kelvin.

Applications possibles pour les modèles d'homogénéisation

A notre niveau de modélisation le béton est décomposé en deux phases. Les granulats sont supposés élastiques linéaires tandis que la pâte de ciment répond au caractère viscoélastique linéaire non vieillissant. En utilisant les modèles rhéologiques simples, la pâte de ciment est symbolisée par des ressorts et des amortisseurs dont l'association en parallèle et en série est choisie pour décrire au mieux la réponse en fluage du matériau. Nous proposons ainsi de décrire le comportement de la pâte de ciment par des éléments de Kelvin en série, d'une part parce que le calcul opérationnel va alors être possible jusqu'au bout, d'autre part parce qu'un tel groupement permet de décrire le fluage de n'importe quel matériau viscoélastique linéaire [22]. La complaisance d'un tel modèle le plus général, sollicité en compression, s'écrit :

$$J(t) = J_0 + \frac{t}{\eta_0} + \sum_{i=1}^{n} J_i.(1 - e^{-t/\tau_i}) \tag{4-18}$$

On remarque que le deuxième terme du membre de droite indique que la déformation n'a pas d'asymptote. Pour les matériaux dont on sait que la déformation à long terme est finie, ce terme n'existe pas. La transformée de Carson de J(t) est :

$$\overset{*}{J}(p) = J_0 + \frac{1}{p\eta_0} + \sum_{i=1}^{n} \frac{J_i}{1 + p\tau_i} \tag{4-19}$$

En remplaçant dans la relation (4-1) les modules par l'inverse des complaisances, on obtient une relation de la forme :

$$J_b(t - t_0) = \frac{1}{f\left(\frac{1}{J_g}, \frac{1}{J_p(t - t_0)}, g, \ldots\right)} \tag{4-20}$$

En utilisant les propriétés usuelles des transformées de Carson, la relation (4-20) se transforme en remplaçant les termes dépendant du temps par leur transformée, ce qui donne :

$$\overset{*}{J}_b(p) = \frac{1}{f\left(\frac{1}{J_g}, \frac{1}{\overset{*}{J}_p(p)}, g, \ldots\right)} \tag{4-21}$$

La technique de calcul consiste alors à décomposer la relation (4-21) en éléments simples, en "p", ce qui permet de calculer les originales analytiquement. Elle s'applique à tous les modèles qui fournissent une relation explicite entre le module de compressibilité (ou longitudinal) du composite et ceux de chacune des phases [21]. L'hypothèse de l'identité des coefficients de Poisson que l'on a proposée dans le chapitre 3 reste ici toujours posée. En fait, on ne peut plus parler de coefficient de Poisson, mais plutôt de rapport de Poisson, puisqu'en viscoélasticité les 2 quantités du rapport des déformations (transversale et longitudinale) varient en fonction du temps. Ainsi le rapport de Poisson est le quotient, en valeur absolue, de la déformation transversale sur la déformation longitudinale unitaire maintenue constante (Cette déformation transversale va évoluer dans le temps). Dans le cadre de la présente étude, on supposera la constance des coefficients de Poisson puisque c'est le choix qui a déjà été fait en élasticité. Par ailleurs, des études référencées dans [14] ont montré que le rapport de Poisson évolue peu au cours du temps.

1.3 Quelle approche choisir ?

Le choix se présente donc de calculer le fluage, soit de manière simplifiée par le module différé, soit de manière plus complète, en décrivant aussi l'évolution des déformations, c'est-à-dire ici par l'approche de la viscoélasticité non vieillissante.

Un des principaux objectifs de notre étude, est de permettre la mise en place d'un module de calcul du fluage dans un logiciel d'aide à la formulation des bétons. Pour les utilisateurs d'un tel logiciel, il est d'abord important d'obtenir des comparaisons d'amplitude finale entre les différentes compositions, aussi l'approche par le module différé reste suffisante pour cette application. Cela nécessite qu'on établisse au préalable une relation entre le fluage propre et la formulation du matériau. Cette approche est l'objet du paragraphe 2 suivant.

Le calcul viscoélastique est cependant intéressant pour deux raisons :
- cette approche est un moyen d'appréciation de l'erreur (théorique) commise par le calcul en module différé ;
- si la méthode donne satisfaction, elle pourra être le point de départ de l'étude du fluage avec vieillissement. Le vieillissement est un des points importants pouvant influer sur le fluage des bétons. Son étude a des applications pratiques. En effet, la tendance actuelle, sur les chantiers de béton précontraint notamment, est à l'accélération des cycles de mise en oeuvre, grâce à la maîtrise des résistances au jeune âge, apportée par les progrès du BHP et les contrôles de maturité. Un fluage accompagné d'un vieillissement rapide du matériau s'effectue alors dans ces cas précis.

On se propose donc d'utiliser les deux approches.

2 Calcul de l'amplitude de fluage à une échéance donnée par le module différé

Dans cette partie, on exploite dans un premier temps les essais sur les pâtes de ciment, afin de déterminer un modèle empirique d'amplitude de fluage en fonction de la composition. En appliquant le modèle trisphère, on calcule ensuite l'amplitude du fluage (à 1000 jours) pour les compositions des bétons B0 à B10. On compare enfin les prévisions aux résultats expérimentaux sur ces bétons, ainsi qu'à un certain nombre de résultats de la littérature.

2.1 Une exploitation simple des essais sur pâte de ciment

Fonction empirique pour l'amplitude du fluage propre des pâtes pures

On a pratiqué des essais sur cinq échantillons correspondant à des dosages différents, et un dernier reprenant l'un des dosages, mais réalisé avec un ciment d'une autre provenance. On rappelle que les échantillons sont repérés par une lettre "P", comme pâte, suivi d'un nombre indiquant la quantité 100.e/c, suivi d'un autre nombre indiquant 100s/c. Les 2 dernières lettres donnent une indication sur le ciment. L'appellation "SV" signifie que le ciment provient de l'usine de Saint Vigor (ciment HP PM ou CPA CEM I 52,5 PM) et LC de l'usine de Saint Pierre La Cour (ciment HPR ou CPA CEM I 52,5 R). Les résultats de fluage propre (retrait endogène déduit) sont présentés sur la figure 4-3 par l'évolution des fonctions de lissage jusqu'à 1000 jours, alors que les essais s'arrêtent à 100 jours environ. Les formules de lissage, ainsi que la valeur du module élastique pour chaque dosage, sont données dans le tableau 4-2. La complaisance est exprimée avec une formule du type :

$$J_p(t,t_1) = J_{p0} + \varepsilon_{p\infty}\frac{(t-t_1)^a}{\left(b+(t-t_1)^a\right)} \quad \text{en } [\text{MPa}^{-1}] \qquad (4\text{-}22)$$

avec :
- t le temps courant compté à partir de la fabrication du matériau,
- t1 l'âge de celui-ci au moment du chargement,
- $J_{p0} = \frac{1}{E_{p0}}$ où E_{p0} est le module élastique, en [MPa], que l'on peut calculer, si on ne le mesure pas, par la formule 3-46 ou 3-47 du chapitre 3 ;
- $\varepsilon_{p\infty}$ la déformation de fluage par unité de contrainte, extrapolée à l'infini, en [MPa^{-1}]. Ce terme est ajusté ;
- a et b des coefficients qui régissent la cinétique du phénomène. Ces termes sont également ajustés.

Dans le cadre d'un calcul simplifié, c'est l'amplitude de la déformation qui nous intéresse. Il serait pourtant risqué de considérer les déformations "finales" données par les formules de lissage, à cause de l'incertitude importante sur cette valeur. Nous avons plutôt fixé un temps intermédiaire, qui est ici 1000 jours. Ce choix correspond en fait à un compromis, entre la précision de l'extrapolation, que l'on souhaite la meilleure possible, et un temps suffisamment grand, qui justifie le calcul en module différé. Aussi, les phénomènes, sans être complètement stabilisés à 1000 jours, se développent beaucoup plus lentement qu'à 100 jours. Par exemple, pour la courbe centrale correspondant à la pâte P28-0, il se produit environ la même déformation entre 100 et 1000 jours qu'entre 10 et 100 jours (comportement quasi linéaire en échelle semi-logarithmique). Ce choix est justifié *a posteriori* dans le paragraphe relatif au calcul en viscoélasticité. Le modèle empirique, qui prend en compte les rapports e/c et s/c, a été ajusté sur les résultats des 5 pâtes réalisées avec le même ciment, grâce à un programme de minimisation. Ainsi, la déformation de fluage à 1000 jours, se calcule de la manière suivante :

$$\varepsilon_{fp}(1000,28) = J_p(1000,28) - J_{p0} = K_{fp}\frac{558\frac{e}{c}}{1+1,74\left[1-\exp\left(-11\frac{s}{c}\right)\right]} \qquad (4\text{-}23)$$

avec $K_{fp} = \frac{60}{R_c}$

Les variables e, c, et s, désignent respectivement, pour un m^3 de matériau, les masses d'eau, de ciment, et de fumée de silice. Ces quantités sont exprimées en [kg]. Le résultat est exprimé en [10^{-6}/MPa].

Justification de la forme de la fonction proposée

Le coefficient $K_{fp} = \frac{60}{R_c}$ avec Rc en [MPa] définit la dépendance de la classe du ciment sur l'amplitude du fluage propre de la pâte pure. A défaut d'essais en plus grand nombre, une approche simple consiste à considérer que le fluage de la pâte est inversement proportionnel à la résistance de celle-ci.

Pour quantifier l'influence des paramètres e/c et s/c, on a affiché sur la figure 4-2 les résultats expérimentaux des pâtes pures essayées, en fonction du paramètre e/c, pour les rapports s/c de 0 et de 10 %.

On observe, notamment pour les pâtes sans fumée de silice, que les points sont correctement alignés, ce qui justifie la forme linéaire en e/c.

Pour ce qui concerne l'influence de la fumée de silice, on s'appuie sur le fait qu'elle contribue à la résistance, jusqu'à consommation totale de la chaux, libérée par le ciment (réaction pouzzolanique) [8, 7]. On peut s'inspirer de la même approche en quantifiant la contribution au fluage, par une fonction de s/c, qui intervient dans la quantité équivalente de ciment. On a donc une fonction du type :

$$\varepsilon_{fp} = k\frac{e}{c_{eq}} = k\frac{e}{c[1+\phi(s/c)]} \qquad \text{avec } \phi(0) = 0$$

La fonction $\phi(s/c)$ est de la forme :

$$\phi(s/c) = k_s\left[1 - \exp\left(-11\frac{s}{c}\right)\right]$$

Le terme $1 - \exp\left(-11\frac{s}{c}\right)$ détermine la contribution pouzzolanique de la fumée de silice et la limitation de son effet lorsque toute la chaux est consommée (aux alentours de 20-25 %). Quant au coefficient k_s, il a été ajusté :

$k_s = 1,74$

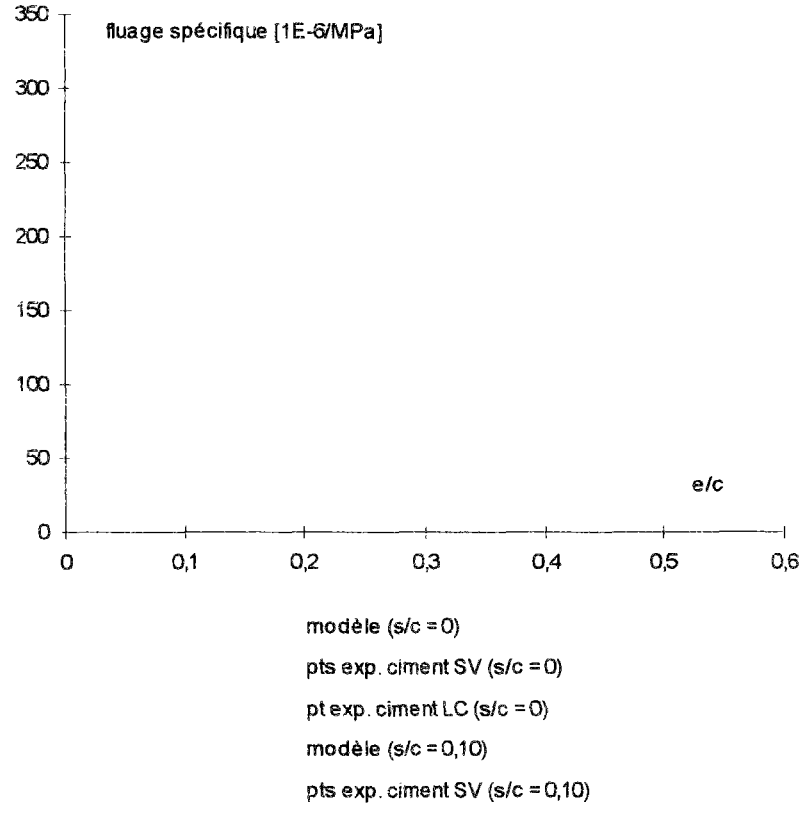


Figure 4-2 : déformations de fluage spécifique, extrapolées à 1000 jours de chargement, des pâtes pures essayées, et droites représentant l'évolution du modèle (expression 4-23).

Comparaison du modèle avec les résultats expérimentaux sur pâte pure

La figure 4-4 présente la confrontation du modèle avec les résultats expérimentaux. L'écart moyen vaut 10,5 %. Cet écart est satisfaisant, compte tenu de la dispersion assez importante, constatée sur les déformations de retrait endogène, qui représentent près d'un tiers des déformations totales. Le modèle décrit bien un fait expérimental, qui est l'effet important de la fumée de silice sur la réduction de l'amplitude de fluage propre (cimparer sur la figure 4-4 les résultats de P28-0 avec ceux de P28-10, ainsi que ceux de P38-0 avec ceux de P38-10).

Les résultats numériques à 1000 jours pour les pâtes essayées sont indiqués dans le tableau 4-3. L'influence de la nature du ciment n'est pas ici très nette puisque les résultats obtenus sur la pâte P38-10LC sont proches des prévisions des modèles (écart de 14 % avec la valeur théorique). Dans un premier temps, nous proposons donc de paramétrer les formules uniquement en fonction de la classe vraie du ciment, dont l'augmentation doit logiquement entraîner une diminution du fluage propre.

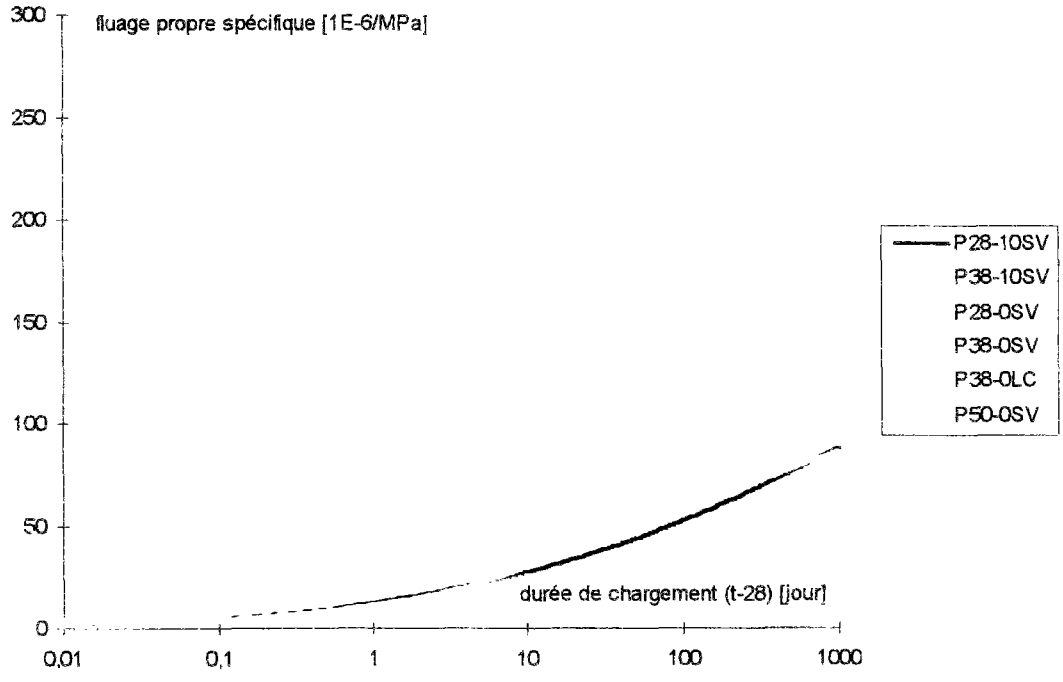


Figure 4-3 : développement du fluage propre des pâtes pures d'après les fonctions de lissage, élaborées à partir des mesures jusqu'à 100 jours.

Désignation	$J_{p0}=1/E_{p0}$ [10^{-6}]	$\varepsilon_{p\infty}$ [10^{-6}/MPa]	a	b [j^a]
P28-0SV	45,45	660	0,42	55,5
P38-0SV	62,50	510	0,42	29,1
P50-0SV	74,07	803	0,41	30,4
P28-10SV	33,90	195	0,39	15,2
P38-10SV	52,63	136	0,39	8,4
P38-0LC	62,50	346	0,41	15,22

Tableau 4-2 : Paramètres de lissage de la complaisance des pâtes pures testées, d'après la formule (4-22). E_{p0} *a été mesuré dans [23].*

Désignation	classe du ciment [MPa]	e/c	s/c	$\varepsilon_{fp}(1000,28)$ valeurs exp.	$\varepsilon_{fp}(1000,28)$ formule (4-23)
P28-0SV	58	0,28	0	163	156
P38-0SV	58	0,38	0	196	212
P50-0SV	58	0,5	0	288	279
P28-10SV	58	0,28	0,1	89	72
P38-10SV	58	0,38	0,1	87	98
P38-0LC		0,38	0	182	212

Tableau 4-3 : comparaison des valeurs de fluage propre spécifique, $\varepsilon_{fp}(1000,28)$, *des pâtes pures, en [$10^{-6}$/MPa].*

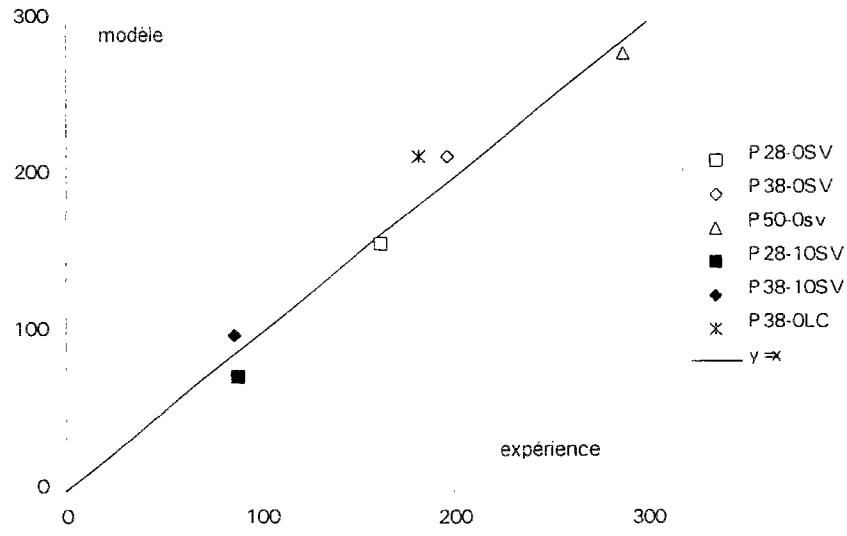


Figure 4-4 : graphique représentant les valeurs théoriques de fluage propre spécifique, $\varepsilon_{fp}(1000,28)$ *en [10^{-6}/MPa], prévues par la formule (4-23) en fonction des valeurs expérimentales.*

Complaisance de la pâte de ciment en fonction de la formulation

On a maintenant à notre disposition une relation plus générale permettant de calculer la complaisance de la pâte de ciment en fonction de sa composition. En additionnant l'inverse de l'expression (3-47), qui donne la déformation élastique unitaire, à la formule (4-23). On obtient l'expression suivante, exprimée en [10^{-6}/MPa] :

$$J_p(1000,28) = \frac{60}{R_{c28}} \left\{ 9,5 \left(1 + 3,15 \frac{e/c}{1 + 0,15\left[1 - \exp\left(-11\frac{s}{c}\right)\right]} \right)^{2,4} + \frac{558\frac{e}{c}}{1 + 1,74\left[1 - \exp\left(-11\frac{s}{c}\right)\right]} \right\}$$

(4-24)

Le terme Rc28 est la classe vraie du ciment en [MPa].

Le terme exprimant la complaisance instantanée peut être remplacé par toute autre expression permettant de calculer le module de la pâte de ciment. Rappelons que, dans le chapitre 3, on a montré la proportionnalité entre le module de la pâte de ciment et la résistance du béton, ou de la pâte elle-même, dans le domaine : e/c > 0,3.

2.2 Calibration du modèle sur les bétons B0 à B10

Ajustement du terme de compacité maximale : g*

On s'aperçoit en fait que l'amplitude du fluage, calculée par le modèle trisphère, est sensible au terme g*. Nous avons vu au chapitre 3, que cette sensibilité devient importante dès lors que les phases ont des modules contrastés ($E_p<0,1\ E_g$), et pour une concentration granulaire supérieure à 0,7 environ (ce qui est le cas des bétons courants). En ce qui concerne le fluage, les déformations différées de la pâte ont pour effet de diminuer son module différé, donc d'augmenter, à long terme, le contraste des modules des phases. La sensibilité du modèle à g* est alors logiquement plus grande pour les déformations différées.

On a vu que la valeur de la compacité d'un mélange granulaire est dépendante de l'énergie de compactage, de l'éventuelle présence d'un fluide lubrificateur, et de la méthode de mise en place, comme on l'a précisé dans le § 3.2 du chapitre 3. Le problème est donc de fixer une méthode de calcul de g*, applicable de la même manière pour tous les bétons étudiés.

La démarche qu'on propose de suivre, est la suivante :
- on ajuste dans un premier temps la valeur de g* pour les bétons B0 à B10. Cette valeur est ajustée afin que la pente de la droite de régression, appliquée à l'ensemble des points qui représentent les valeurs théoriques en fonction des valeurs expérimentales, soit égale à 1 ;
- considérant ensuite le modèle de suspension solide [9, 29], on cale le paramètre qui régit le mode de mise en place, afin de retrouver la valeur fixée pour les bétons B0 à B10 ;
- on fixe ce paramètre une fois pour toutes pour tous les autres bétons étudiés.

Ainsi, l'ajustement donne : **g* = 0,87** pour les bétons B0 à B10.

Le modèle de suspension solide : un outil pour le calcul de g*

Nous avons présenté au chapitre 3 des formules empiriques [11] qui fournissent différentes valeurs de g*. Il est toujours possible d'ajuster une de ces formules afin d'obtenir la valeur optimale de g* définie ci-dessus. On préfère cependant se servir du modèle de suspension solide [10], qui par construction a un domaine de validité plus étendu.

Le modèle de suspension solide est une combinaison du modèle linéaire de compacité [30], et du modèle de viscosité des suspensions de Mooney. Le premier permet le calcul de la compacité d'empilements de mélanges granulaires, composés de n classes[4], à partir de la connaissance de la proportion et de la compacité propre de chaque classe. Cette compacité propre est mesurée expérimentalement. Le modèle prend notamment en compte les interactions entre les classes, comme celle de déserrement d'une classe par la présence de la classe immédiatement inférieure [7]. Le second modèle permet de

[4]une classe peut être définie par le diamètre équivalent des grains, compris entre deux tamis AFNOR de tailles successives.

calculer la viscosité relative, par rapport à celle du liquide utilisé (ici l'eau), des suspensions composées de n classes granulaires, en fonction de la proportion, de la compacité de chaque classe, et de la proportion totale du solide. Le modèle de suspension solide (association des 2 modèles précédents) permet de calculer la viscosité pour une suspension de porosité donnée, ou inversement. Dans le cas limite, correspondant à un empilement, le modèle donne la compacité théorique en fonction du mode de mise en place, au travers d'une "viscosité relative". C'est ce dernier terme qu'on a ajusté, pour retrouver la valeur de g* proposée précédemment pour les bétons B0 à B10. On l'appellera viscosité de référence.

La viscosité relative de référence, correspondant pour les bétons B0 à B10 à **g* = 0,87**, vaut $9{,}54.10^9 \approx 10^{10}$. Elle correspond à un empilement très dense, qu'on ne peut atteindre de façon aléatoire, mais seulement en disposant les grains un à un. Ceci se comprend si on se souvient que, dans le modèle trisphère, le cas g = g* correspond à un empilement de grains connexes, dans lequel c'est la pâte qui constitue les inclusions.

Calcul du fluage des bétons B0 à B10, et comparaison avec d'autres modèles

A partir de la formule (4-23), on calcule maintenant le fluage des bétons correspondants, à la durée de chargement de 1000 jours, grâce au modèle trisphère (formule 3-45 du chapitre 3). Les résultats de la simulation sont indiqués dans le tableau 4-6, et résumés sur la figure 4-5. Les indicateurs de la précision des modèles sont les suivants :

- l'écart relatif moyen : $\xi = \frac{1}{n}\sum\frac{|C_i - O_i|}{O_i}$

où C_i sont les valeurs calculées, O_i les valeurs observées, et n le nombre de valeurs ;

- le coefficient de variation : $\omega = \frac{\sqrt{\sum (C_i - O_i)^2 / n}}{\sum O_i / n}$

Nous avons comparé dans le tableau 4-4 les valeurs de ξ et de ω, ainsi que la valeur de la pente de la droite de régression, lorsqu'on oblige celle-ci à passer par l'origine. Aux résultats du modèle trisphère s'ajoutent d'une part ceux du modèle bisphère (chap. 3), et d'autre part ceux du modèle de fluage de l'AFREM (chap.6). Ce dernier est un modèle simplifié, totalement étranger à un calcul par homogénéisation, et plutôt conçu à l'usage des concepteurs de structures qu'à celui des formulateurs.

En ce qui concerne les deux modèles d'homogénéisation, on constate une amélioration de la précision, par la prise en compte du terme g*. Le modèle bisphère surestime en effet le fluage des bétons que nous avons essayés, comme le montre la figure 4-6.

Le modèle AFREM donne, quant à lui, des valeurs statistiques assez satisfaisantes, puisque les écarts moyens et quadratiques sont comparables aux résultats du modèle trisphère. Un meilleur examen montre toutefois que la pente de la droite de régression est inférieure à l'unité pour le modèle AFREM. En fait, ce dernier modèle a été calibré, pour le fluage propre, en grande partie sur les résultats de B0 à B10, ce qui explique la bonne précision.

Ces comparaisons sont néanmoins un peu faussées par le fait que les modèles n'ont pas tous été utilisés de la même manière, étant donné que les bétons B0 à B10 ont servi au calage d'un paramètre pour le modèle trisphère, mais pas pour les autres modèles.

modèle	ξ [%]	ω [%]	pente de la droite de régression
trisphère	16	17	1
bisphère	46	64	1,6
AFREM	16	27	0,9

Tableau 4-4 : valeurs de l'écart moyen, de l'écart quadratique, et de la pente de la droite de régression de la figure 4-5, pour les bétons B0 à B10.

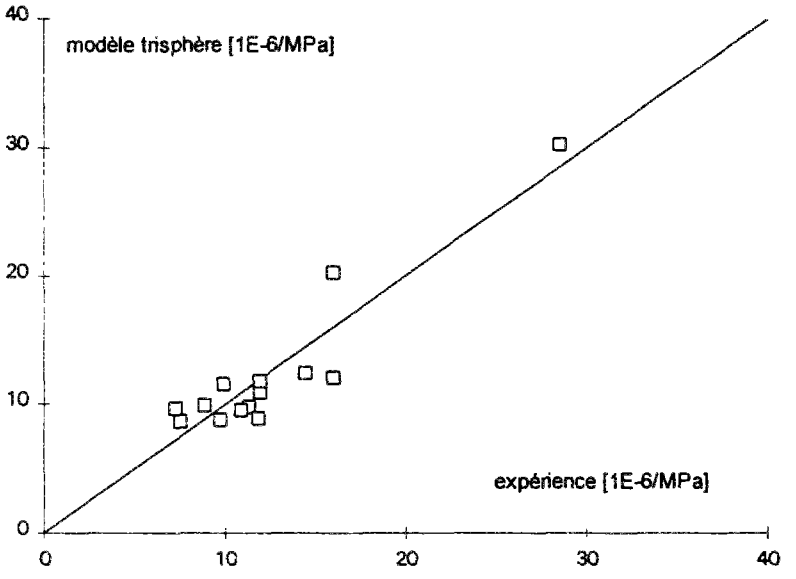
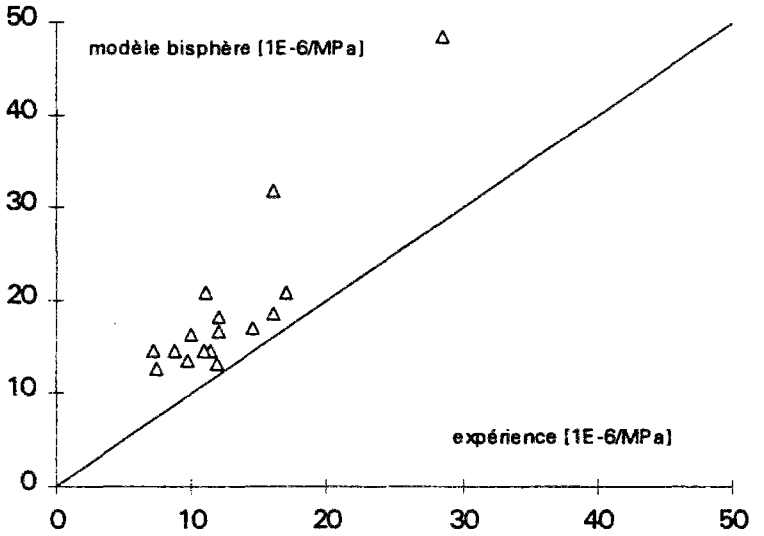


Figure 4-5 : comparaison entre les prévisions du modèle trisphère (en termes de module différé), et les points expérimentaux de fluage propre spécifique des bétons B0 à B10, après 1000 jours de chargement. Le modèle trisphère est combiné avec la formule (4-23). Valeurs à 1000 jours. $g^* = 0,87$.



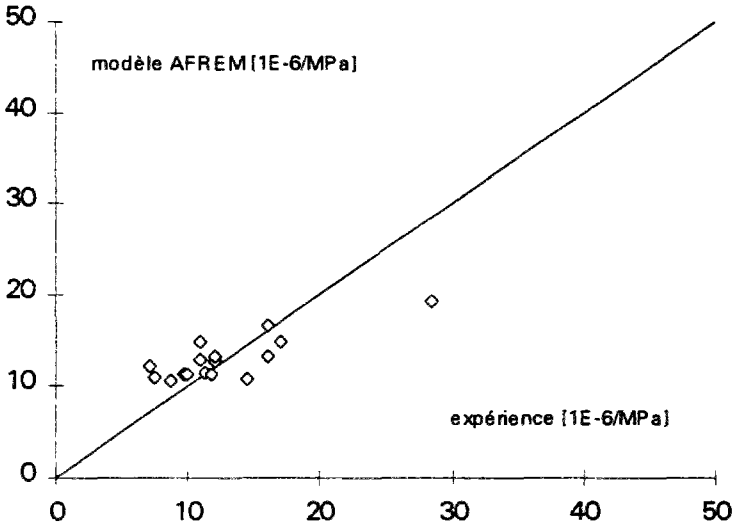


Figure 4-6 : comparaison des valeurs expérimentales et théoriques de fluage propre spécifique, après 1000 jours de chargement, selon le modèle bisphère (chap. 3) et le modèle AFREM (chap. 6).

2.3 Validation sur d'autres essais de la littérature

Déformations différées

On vient de calibrer le modèle en ajustant le terme g* sur les valeurs de fluage propre à 1000 jours, des bétons B0 à B10. Cette valeur de g*, qui correspond à une viscosité relative de 10^{10}, sert maintenant de référence pour le calcul de g* d'autres bétons issus de la littérature. On va confronter le modèle aux résultats des bétons extraits de [7-4]. Ceux-ci sont représentés sur la figure 4-7, et dans le tableau 4-7. Cette confrontation est plus justifiée que la précédente car tous les modèles sont utilisés dans les mêmes conditions, c'est-à-dire sans aucun ajustement. Notons toutefois que le terme g* des bétons en question a été dans certains cas calculé avec une incertitude, qui vient de la méconnaissance des compacités propres des granulats utilisés. Cependant, connaissant la composition granulaire de tous ces bétons, nous avons pu estimer g*, en remplaçant dans le calcul les granulats réels par des granulats de compacité connue, les plus proches, tant du point de vue de l'origine que de la granularité. Les valeurs qui ont été retenues sont des valeurs moyennes, calculées en simulant des mélanges. Ces simulations ont montré que g* d'un même granulat varie en fait dans une fourchette de ±0,01. Les résultats des simulations sont inscrits dans le tableau 4-7. On remarque que les bétons de la référence [14] ont des valeurs de g* assez élevées. Ceci provient de la quantité non négligeable (> 10 %), de fines de dimension inférieure à 80 micromètres, fines qui augmentent naturellement la compacité de l'empilement.

Sur la figure 4-7, le résultat des simulations du modèle trisphère est reporté en fonction des points expérimentaux. Cette comparaison est faite également pour les modèles bisphère et AFREM sur la figure 4-8 suivante. Les observations faites dans le paragraphe précédent, concernant la précision relative des 3 modèles est vérifiée ici, comme le montre quantitativement le tableau 4-5.

La précision du modèle trisphère est ici plus grande que celle des deux autres modèles. On constate un meilleur "centrage" des prévisions (pente de la droite de régression proche de 1), et un écart (quadratique ou moyen) plus faible d'environ 30 %. Si l'amélioration de la précision est déjà un point positif, c'est plutôt le progrès concernant le domaine de validité qui est à retenir. On peut en effet simuler le fluage d'une large diversité de bétons, sans perdre excessivement de précision aux extrémités de la gamme. Il s'agit finalement ici d'une première validation de l'approche que nous avons présentée.

Le modèle bisphère surestime presque systématiquement les déformations, bien que la précision augmente pour les bétons à hautes performances. Le faible fluage des BHP conduit en effet à un rapport entre les modules des phases plus grand que 1/10, limite au-delà de laquelle le modèle bisphère reste précis (chapitre 3).

A l'instar du précédent, le modèle AFREM (chap. 6) voit son domaine de précision réduit pour les bétons ordinaires, avec une sous-estimation qui semble systématique, bien que le nombre de résultats soit un peu faible pour conclure sur cette tendance.

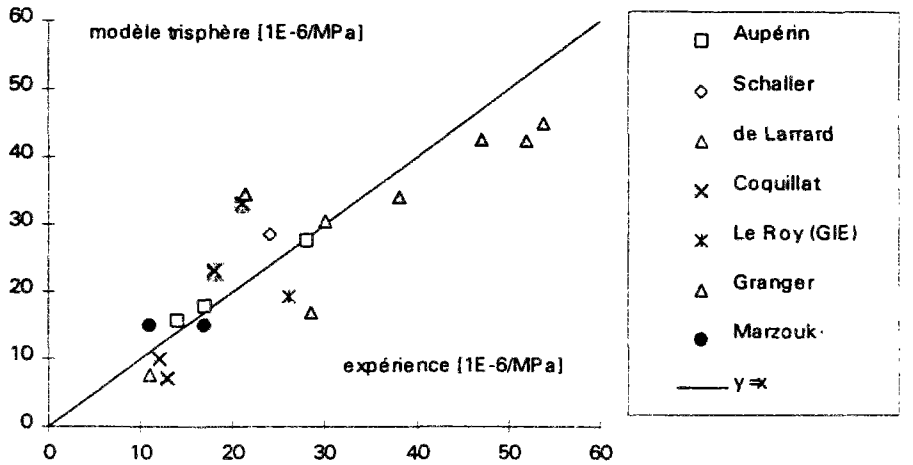


Figure 4-7 : Comparaison entre les prévisions du modèle trisphère (en terme de module différé), et les points expérimentaux de fluage propre spécifique de différents bétons de la littérature [1, 4, 7, 14, 20, 28, 24], après 1000 jours de chargement. Les termes de compacité maximale, g, ont été calculés individuellement par le modèle de suspension solide.*

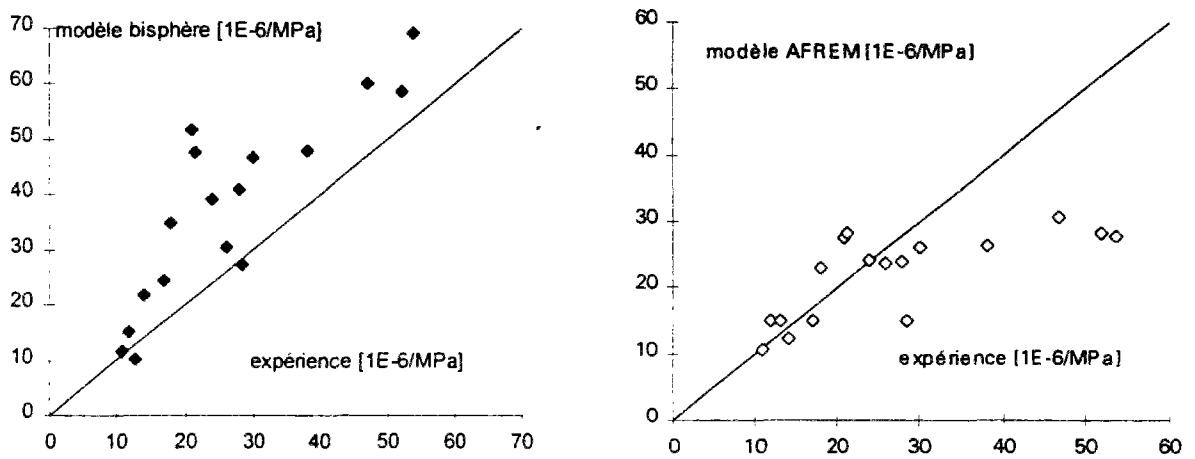


Figure 4-8 : comparaison des valeurs expérimentales et théoriques de fluage propre spécifique, après 1000 jours de chargement, selon le modèle AFREM (chap. 6) et le modèle bisphère (chap. 3). Bétons de la figure 4-7.

modèle	ξ [%]	ω [%]	pente de la droite de régression
trisphère	23	26	0,92
bisphère	48	53	1,35
AFREM	30	43	0,74

Tableau 4-5 : valeurs de l'écart moyen et de l'écart quadratique par rapport aux valeurs expérimentales des bétons de la figure 4-7, pour les modèles considérés.

Déformations totales

Les figures 4-9 et 4-10 présentent les déformations totales calculées par les deux modèles d'homogénéisation en fonction des déformations totales d'origine expérimentale, identiques à celles de la figure 4-7. Ces dernières sont la somme de la déformation élastique, calculée par le module élastique, et de la déformation de fluage propre. L'écart relatif moyen (ξ) par rapport aux valeurs expérimentales vaut 13 % pour le modèle trisphère, contre 27 % pour le modèle bisphère. Là encore, on montre le large domaine de validité du modèle trisphère.

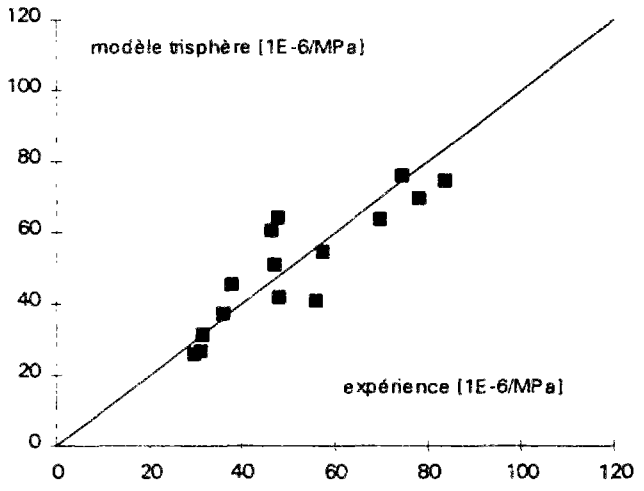


Figure 4-9 : comparaison entre les déformations totales (fluage propre + déformation élastique), à 1000 jours, et les prédictions du modèle trisphère (cf. fig. 4-7 pour les références).

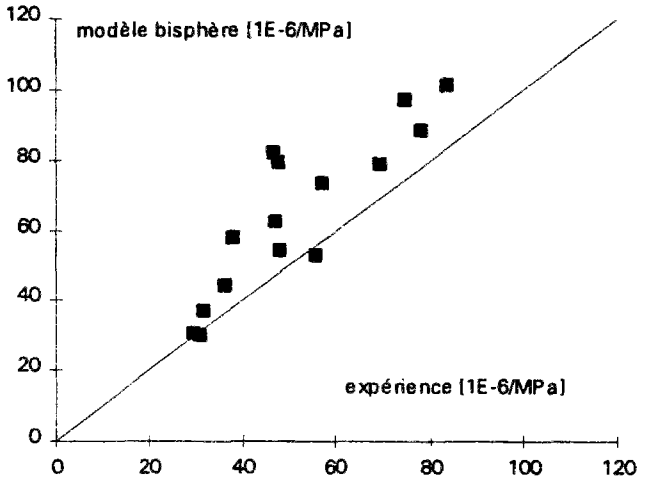


Figure 4-10 : comparaison entre les déformations totales (fluage propre + déformation élastique), à 1000 jours, et les prédictions le modèle bisphère (cf. fig. 4-7 pour les références).

2.4 Influence de la composition sur les déformations de fluage

Le modèle trisphère étant maintenant validé pour le calcul des déformations acquises après quelques années de chargement, il paraît intéressant d'effectuer quelques simulations, afin de mettre en évidence l'influence des différents paramètres et des différentes variables, que nous avons retenus sur le fluage du béton.

Influence du volume de pâte

En faisant varier le volume de pâte du béton et en gardant les autres paramètres constants (e/c = 0,33, s/c = 0,10, classe du ciment 60 MPa), on calcule l'évolution du fluage propre. Celle-ci est traduite sur la figure 4-11. Les points expérimentaux des bétons concernés de la présente étude, sont également indiqués sur la figure. Dans le domaine des bétons courants de volume granulaire compris entre 0,65 et 0,73, on peut assimiler, selon le modèle, l'évolution de l'amplitude du fluage, en fonction de la proportion granulaire, à une droite. On remarque alors que les points expérimentaux sont répartis autour de la courbe du modèle. Ceci donne une idée de la dispersion expérimentale. Si l'on accepte la forme pratiquement linéaire de l'évolution du fluage en fonction du volume granulaire, du moins dans ce domaine de variation, on peut calculer la dispersion de ces essais, comme étant la distance moyenne des 4 points expérimentaux par rapport à la droite des moindres carrés. L'écart type ainsi calculé est de $2\ 10^{-6}$, correspondant à un coefficient de variation de 18 %. On constate que la valeur de 2.10^{-6} correspond aussi à l'écart maximum entre le modèle et les points expérimentaux, ce qui signifie que la dispersion expérimentale suffit ici à expliquer les différences. La figure 4-12 donne l'évolution de l'amplitude lorsque le volume granulaire varie sur toute l'échelle, c'est à dire de 0 à g*. La variation suit une courbe plate qui donne un fluage négligeable, non pas pour g =1, mais pour g = g*.

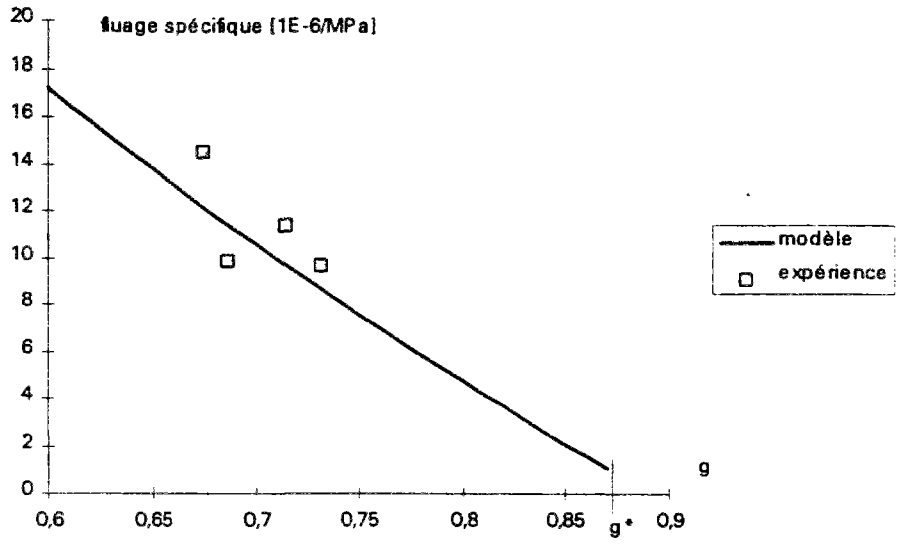


Figure 4-11 : variation du fluage spécifique à 1000 jours selon le modèle, en fonction de la proportion granulaire. Les paramètres sont e/c = 0,33 et s/c = 0,10 ; classe du ciment égal à 60 MPa. Comparaison avec les valeurs obtenues sur les bétons B1 à B4 de l'étude.

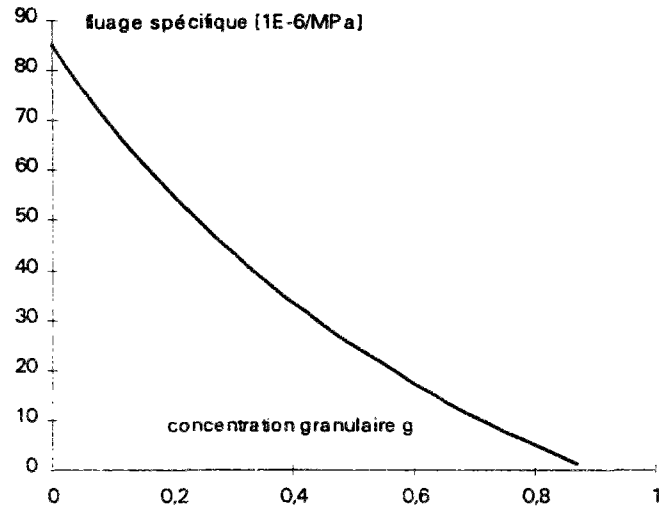


Figure 4-12 : évolution selon le modèle de l'amplitude du fluage spécifique à 1000 jours en fonction de la concentration granulaire. Exemple donné pour un béton du type B1 (e/c = 0,33 ; s/c = 0,10 ; g = 0,87 ; classe du ciment = 60 MPa).*

Influence du rapport e/c

Faisons varier le rapport e/c du béton, à rapport s/c et à volume de pâte constants. Le résultat obtenu, pour un ciment de classe 60 MPa, est reproduit sur la figure 4-13. Les points expérimentaux des bétons concernés de la présente étude ont été également indiqués. On remarque que la pente des 2 droites, joignant les points expérimentaux à même dosage de fumée de silice, i.e. 0 et 10%, est plus importante que celles données par le modèle. Comme chaque point expérimental représente un seul essai, dont on ne connaît pas la dispersion, il est difficile de donner des indications quantitatives sur les raisons de cette disparité de comportement. On remarque cependant que le modèle traduit bien l'augmentation de l'influence, sur l'amplitude du fluage, du rapport e/c, lorsque le rapport s/c diminue. L'augmentation moyenne de l'amplitude du fluage est par exemple de l'ordre de 60 %, lorsque le rapport e/c passe de 0,25 à 0,5, quel que soit le dosage en fumée de silice.

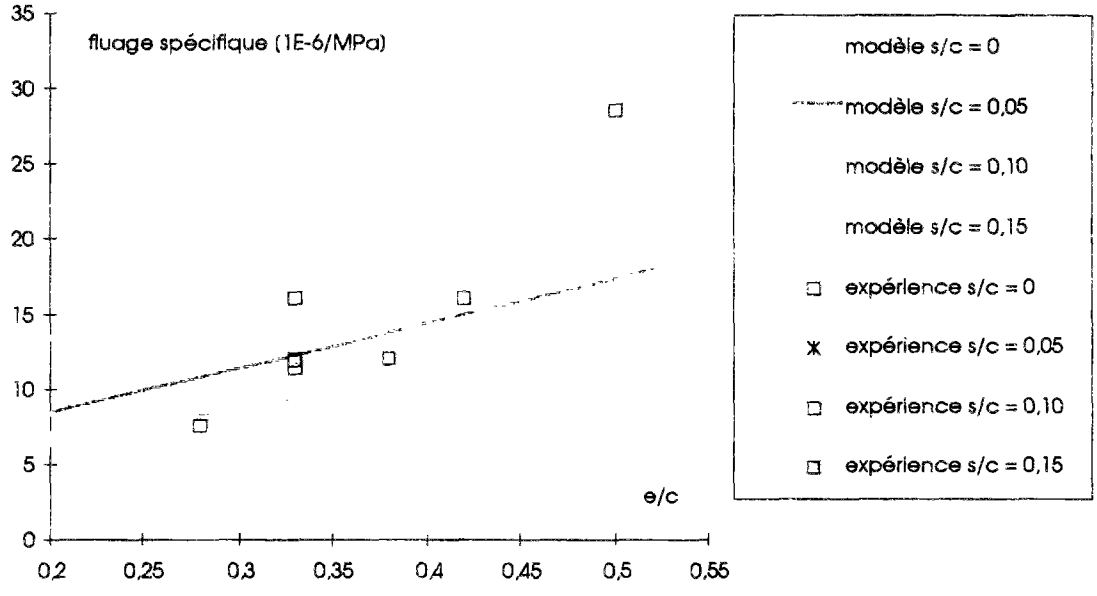


Figure 4-13 : variation du fluage spécifique à 1000 jours selon le modèle, en fonction du rapport e/c ; g = 0,711, g = 0,87. Comparaison avec les valeurs obtenues sur les bétons de l'étude.*

Influence du rapport s/c

Prenons maintenant l'exemple du béton dont on fait varier le rapport s/c à rapport e/c et à volume de pâte constants. Le résultat obtenu, pour un ciment de classe 60 MPa, est reproduit sur la figure 4-14. Les points expérimentaux des bétons concernés de la présente étude ont été également indiqués. Lorsque s/c varie, tous les autres paramètres étant fixés par ailleurs, le modèle indique une variation du fluage propre, qui est plus grande que celle constatée par nos expériences. L'influence de la fumée de silice est cependant plus importante pour les faibles dosages, aussi bien pour les points expérimentaux que pour le modèle. Il faut toutefois remarquer que les prévisions du modèle pour les dosages compris entre 0 et 5 % restent théoriques. Un très faible dosage pose un problème de répartition homogène dans le béton, et il serait risqué de conclure

sur son efficacité à réduire le fluage. Nous proposons donc, en l'absence d'essais à des dosages inférieurs en fumée de silice, que le modèle donne des informations significatives à partir de 5 % de cette ultrafine.

Les remarques précédentes concernant les dispersions de l'essai restant valables, il est difficile de discerner, si les différences entre le modèle et les points expérimentaux sont essentiellement dues à un défaut du modèle, ou bien si les incertitudes expérimentales y apportent au contraire une grande part. On retrouve sur la figure les points des bétons de différents e/c, pour un rapport s/c de 0,10. L'écart maximum entre le modèle et les points expérimentaux est de 25 %.

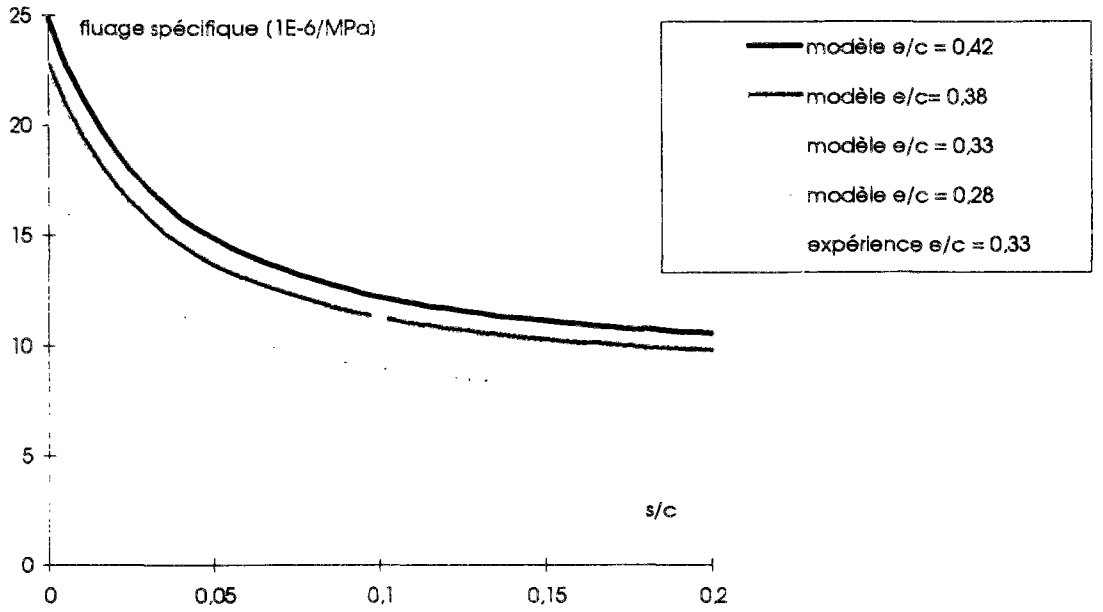


Figure 4-14 : variation du fluage spécifique à 1000 jours selon le modèle, en fonction du rapport s/c ; g = 0,71, g = 0,87. Comparaison avec les valeurs obtenues sur des bétons de l'étude.*

Influence du terme g*

L'influence sur le fluage, de la granularité du béton est un point supplémentaire à étudier, du fait de la sensibilité du phénomène à ce paramètre. En fait, si l'on raisonne à volume de pâte constant, l'augmentation du terme g* va faire augmenter le fluage, puisque g/g* diminue. Ce résultat à première vue contradictoire s'explique bien. L'augmentation de g* signifie que le squelette granulaire est encore plus compact, et, pour la cellule élémentaire du modèle trisphère, que le volume de pâte à placer au centre est alors plus faible[5]. Par conséquent, le volume de pâte placé en périphérie du granulat est plus important, et le fluage également. On peut dire d'une autre manière que l'augmentation du terme g*, à g constant, conduit à se rapprocher du modèle bisphère, donc à concentrer progressivement toute la pâte autour du granulat (et rien au centre).

[5]Ce volume, qui est donné dans le chapitre 3, vaut (1-g*).g/g*

Cependant, il serait erroné de conclure qu'il faille diminuer la valeur de g* pour abaisser le fluage. Dans la pratique, on raisonne à consistance du béton donnée, et en concevant des bétons à ouvrabilité constante, on voit bien que l'augmentation du terme g* conduit à diminuer le volume nécessaire de pâte. Le fluage est alors le résultat des effets opposés de l'augmentation simultanée de g* et de g. Pour avoir une idée simple de ce qui va se passer, faisons l'hypothèse que le volume des vides entre les grains de l'empilement sec est, en termes de maniabilité, un espace perdu pour la pâte de ciment. On voit alors, en raisonnant à maniabilité fixée, que l'augmentation du terme g* conduit à une augmentation égale en valeur absolue de la proportion granulaire g. On part donc de g et g* donnés, et on augmente simultanément de la même valeur les 2 termes. Le rapport g/g* va alors augmenter. En effet :

$$g < g^*$$

$$a > 0 \Rightarrow ga < g^* a$$

$$ga + gg^* < g^* a + gg^*$$

$$g(g^* + a) < g^*(g + a)$$

$$\frac{g}{g^*} < \frac{g + a}{g^* + a}$$

L'augmentation simultanée de g et de g*, de la même valeur, conduit donc à une diminution de l'amplitude du fluage. Pour un béton confectionné avec une pâte du type P50-0SV et un granulat de module 75 GPa, les variations sont par exemple :

- g = 0,6 et g* = 0,8 (g/g* = 0,75) → $\varepsilon_{flu}(1000,28) = 42.10^{-6}$ / MPa
- g = 0,7 et g* = 0,9 (g/g* = 0,78) (+4 %) → $\varepsilon_{flu}(1000,28) = 36.10^{-6}$ / MPa (-15 %)

Concernant la variation du terme g* en gardant constante la proportion granulaire, on peut voir les effets sur la figure 4-15. L'augmentation du fluage entre les 2 valeurs extrêmes de g* est d'environ 60 % pour les 2 compositions simulées.

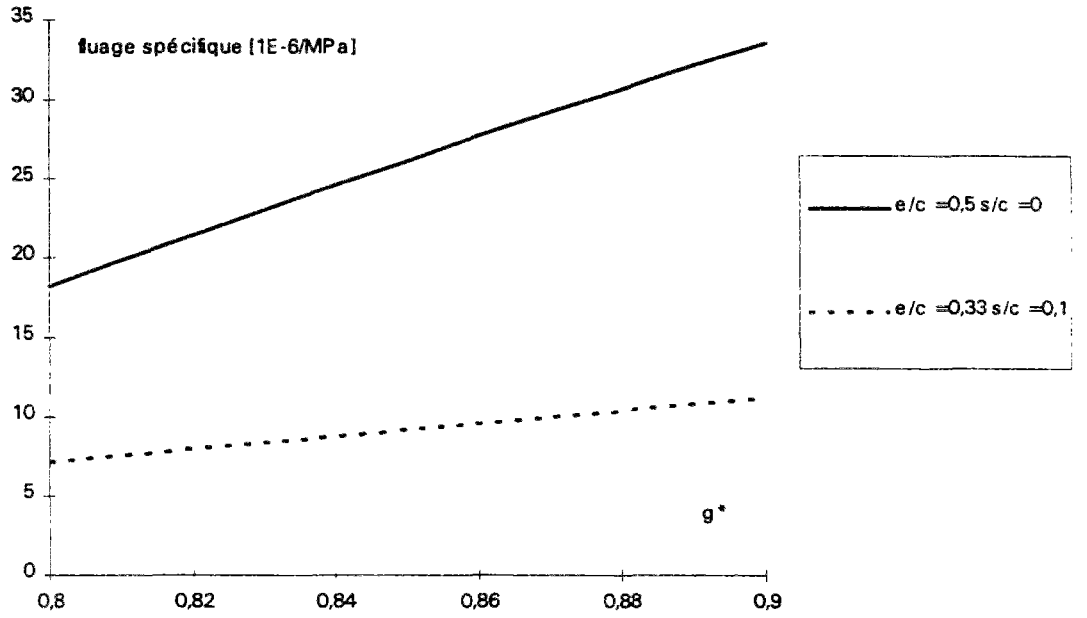


Figure 4-15 : variation du fluage spécifique à 1000 jours, selon le modèle trisphère, en fonction de g, pour g = 0,71, Eg = 75 GPa, et un ciment de classe 60 MPa.*

Influence du module du granulat

On sait que le module du béton est sensible à la valeur du module du granulat. On étudie ici son influence sur les déformations différées, au travers d'une simulation du comportement de 2 bétons, l'un ordinaire, l'autre HP. En faisant varier le module du granulat de 30 à 100 GPa, on obtient les courbes de la figure 4-16. Le module du granulat a en fait peu d'effet sur le fluage, et ce d'autant plus que ce module est élevé. On remarque toutefois que les évolutions des 2 bétons sont sensiblement parallèles si bien que la diminution du fluage, lorsque le module du granulat augmente, est en valeur relative plus importante pour les bétons HP que pour les bétons ordinaires.

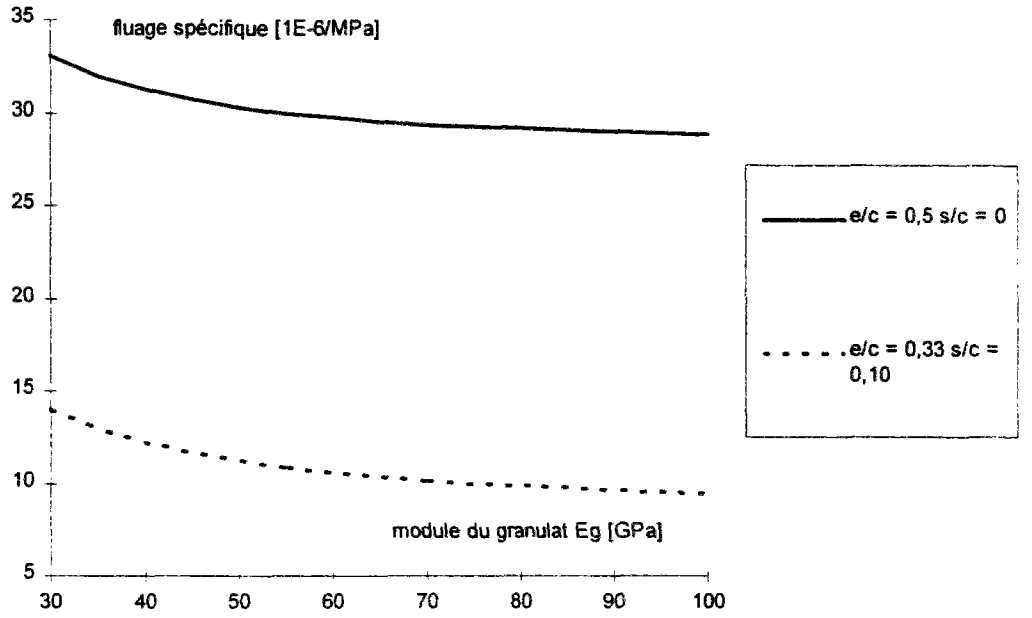


Figure 4-16 : variation du fluage propre spécifique en fonction du module du granulat. g = 0,87 ; g = 0,71 ; ciment de classe 60 MPa.*

2.5 Conclusions sur l'utilisation du modèle en module différé

Le modèle trisphère, auquel on a adjoint un modèle empirique d'amplitude du fluage de la pâte, permet de considérer les paramètres suivants de la composition :
- le rapport e/c ;
- le rapport s/c ;
- la proportion granulaire ;
- la granularité au travers du terme de compacité maximale des granulats, g* ;
- le module des granulats ;
- la classe du ciment.

Le modèle de fluage sur pâte donne des évolutions théoriques sur béton en fonction de la composition, qui semblent parfois un peu différentes de celles constatées expérimentalement. On ne peut pas pour l'instant en dire plus, du fait du faible nombre d'essais et du manque de connaissances sur les incertitudes expérimentales, notamment sur béton.

L'influence du volume granulaire est bien traduite.

En examinant la pertinence du modèle sur des résultats autres que ceux de cette étude, on montre, dans une utilisation entièrement prédictive du modèle, que son domaine de validité est plus étendu que celui des autres modèles essayés, notamment dans le domaine des bétons ordinaires.

A l'issue de cette partie, on conclut donc que la prévision à moyen terme des déformations de fluage propre des bétons peut se faire grâce à une approche par

homogénéisation. Le modèle devra être cependant validé sur un plus grand nombre d'essais, à plus long terme ; il faudra de plus pratiquer des essais avec des teneurs différentes de fumée de silice par rapport à la masse de ciment (5, 15, 20 %).

matériau	grandeur	référence des bétons													
		B0	B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8	B9	B10	B1 LC	B1 N	B1 P
							données								
béton	e/c	0,5	0,33	0,33	0,33	0,33	0,42	0,28	0,38	0,33	0,33	0,33	0,33	0,33	0,33
	s/c	0	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0	0,05	0,15	0,1	0,1	0,1
	g	0,705	0,714	0,731	0,687	0,675	0,712	0,711	0,715	0,708	0,712	0,714	0,714	0,714	0,714
	f_{bc} (28 j)	43,5	92,1	94,3	93,3	99,4	74,6	97,3	79,5	67,2	74,6	94,3	102	84	78
	fluage spécifique (1000 j)	28,5	11,4	9,7	9,9	14,5	16,0	7,5	12,0	16,0	12,0	12,0	8,8	7,2	10,9
							résultats								
pâte de ciment	E_{p0} (form. 3-46, k_{be} = 240)	10440	22104	22632	22392	23856	17904	23352	19080	16128	17904	22632	24480	20160	18720
	fluage spécifique (form. 4-23)	279	85	85	85	85	108	72	98	184	106	77	85	85	85
	module différé (form. 4-3)	2668	7665	7728	7700	7866	6086	8686	6643	4063	6176	8283	7932	7427	7213
béton	module instantané (form. 3-45)	39155	52295	53899	50653	51023	48654	53007	49938	46600	48654	52689	53878	50582	49335
	module différé (form. 3-45)	18449	35055	37081	32424	31679	31159	36756	32874	24540	31392	36302	35069	33970	33514
	fluage spécifique mod. trisphère	30,2	9,8	8,8	11,5	12,4	12,1	8,7	10,9	20,2	11,8	8,9	10,0	9,7	9,6
	fluage spécifique mod. biphère	48,5	14,6	13,6	16,2	17,0	18,6	12,6	16,6	31,8	18,2	13,2	14,7	14,6	14,5
	fluage spécifique mod. AFREM	19,2	11,4	11,2	11,3	10,8	13,2	11,0	12,7	16,6	13,2	11,2	10,6	12,2	12,8

Tableau 4-6 : valeurs des données nécessaires au calcul du fluage du béton à partir de celui de la pâte, pour un chargement à 28 jours, et comparaison des valeurs calculées avec les résultats expérimentaux, à la durée de chargement de 1000 jours. Le calcul est effectué grâce au modèle trisphère (formule 3-45) en termes de module différé, associé à la formule (4-23), pour le calcul du fluage spécifique de la pâte de ciment. Le module instantané de la pâte de ciment est calculé par la relation $E_p = 240\, f_{bc}$, *validée dans le chapitre 3.* $g^* = 0{,}87$.
Unités : [MPa] et [10^{-6}/MPa].

béton	référence	e/c	s/c	g	g*	E_g [MPa]	classe du ciment [MPa]	f_{bc} (28 j) [MPa]	fluage spécifique à 1000 j [10^{-6}/MPa]			
									val. expériment.	modèle trisphère	modèle bisphère	modèle AFREM
G1	[1]	0,38	0,08	0,662	0,87	75000	60	83,3	14	16	22	12
G2[6]	[1]	0,41	0,08	0,65	0,87	75000	60	73,8	17	18	24	15
H1[7]	[1]	0,38	0	0,68	0,87	75000	60	72,5	28	28	41	24
JOIGNY	[28]	0,37	0	0,684	0,87	75000	60	70	24	29	39	24
BTHP	[7]	0,27	0,1	0,73	0,87	75000	58	101	11	8	12	11
BT	[7]	0,44	0	0,69	0,87	75000	58	55	30	31	47	26
BO	[4]	0,52	0	0,699	0,87	65000	60	46,5	21	33	52	28
BJ1	[4]	0,35	0	0,702	0,87	65000	60	82,2	18	23	35	23
BJ2	[4]	0,36	0,1	0,727	0,87	65000	60	85,2	12	10	15	23
BTHP	[4]	0,25	0,1	0,737	0,87	65000	60	108,2	13	7	10	21
GIE LYON	[20]	0,33	0	0,72	0,87	65000	60	73	26	19	30	24
Civaux BHP	[14]	0,62	0,15	0,73	0,87	60000	50	67	29	17	27	14
Civaux BO	[14]	0,56	0	0,69	0,87	60000	50	46	54	45	69	28
CHOOZ	[14]	0,543	0	0,699	0,9	73200	55	43,5	52	42	59	28
PENLY	[14]	0,577	0	0,686	0,89	65000	60	34,3	47	43	60	31
FLAMANVILLE	[14]	0,48	0	0,699	0,89	54000	60	53,4	38	34	48	26
PALUEL	[14]	0,48	0	0,699	0,9	65000	60	43	21	35	48	28
HSC (17 MPa)	[24]	0,29	0,09	0,67	0,87	65000	45	70	17	15	21	15
HSC (35 MPa)	[24]	0,29	0,09	0,67	0,87	65000	45	70	11	15	21	15

Tableau 4-7 : comparaison entre le modèle trisphère et différents résultats expérimentaux extraits de la littérature [1, 4, 7, 14, 20, 28].

[6]ce béton a été chargé à 14 jours
[7]ce béton a également été chargé à 14 jours

3 Le calcul du fluage en viscoélasticité linéaire par le modèle trisphère

On propose dans cette partie de développer le calcul du fluage dans le cadre des matériaux à comportement viscoélastique linéaire non vieillissant, en utilisant la méthode décrite dans le paragraphe 1.2 de ce chapitre et dans [21]. Le comportement de la pâte de ciment est décrit par un modèle de Kelvin à 4 éléments simples le premier étant à temps caractéristique nul (ressort).

3.1 Déroulement du calcul

On rappelle l'expression du module du béton, donnée par le modèle trisphère, et établie dans le chapitre 3 :

$$E_b = \left[1 + 2g \frac{E_g^2 - E_p^2}{(g^* - g)E_g^2 + 2(2 - g^*)E_p E_g + (g^* + g)E_p^2} \right] E_p \qquad (4\text{-}25)$$

Les déformations de la pâte de ciment sont ajustées par le modèle de la figure 4-18 (formule 4-28). Pour calculer la réponse en fluage, on traduit la formule (4-25) en complaisance (inversion), après l'avoir décomposée en éléments simples, puis on remplace les termes qui dépendent du temps par leurs transformées de Carson :

$$\overset{*}{J}_b(p) = \frac{g^* - g}{g^* + g} \overset{*}{J}_p(p) + \frac{2gJ_g \overset{*}{J}_p(p)}{\sqrt{g^2 + 4 - 4g^*}(g^* - g)(g^* + g)} \times$$

$$\left\{ \frac{\left[g^* \sqrt{g^2 + 4 - 4g^*} - (2 - g^*)g \right]}{J_g + \frac{2 - g^* - \sqrt{g^2 + 4 - 4g^*}}{g^* - g} \overset{*}{J}_p(p)} + \frac{\left[g^* \sqrt{g^2 + 4 - 4g^*} + (2 - g^*)g \right]}{J_g + \frac{2 - g^* + \sqrt{g^2 + 4 - 4g^*}}{g^* - g} \overset{*}{J}_p(p)} \right\} \qquad (4\text{-}26)$$

On pose :

$$K_a = \frac{g^* - g}{g^* + g}$$

$$K_b = \frac{2g}{(g^* - g)(g^* + g)\sqrt{g^2 + 4 - 4g^*}}$$

$$A_1 = g^* \sqrt{g^2 + 4 - 4g^*} - g(2 - g^*)$$

$$A_2 = g^* \sqrt{g^2 + 4 - 4g^*} + g(2 - g^*)$$

$$\hat{J}_{g1} = \frac{g^* - g}{2 - g^* - \sqrt{g^2 + 4 - 4g^*}} J_g$$

$$\hat{J}_{g2} = \frac{g^* - g}{2 - g^* + \sqrt{g^2 + 4 - 4g^*}} J_g$$

Si bien que l'on peut encore écrire (4-26) de la manière suivante :

$$\overset{*}{J}_b(p) = K_a \overset{*}{J}_p(p) + K_b \left\{ \frac{A_1 \hat{J}_{g1} \overset{*}{J}_p(p)}{\hat{J}_{g1} + \overset{*}{J}_p(p)} + \frac{A_2 \hat{J}_{g2} \overset{*}{J}_p(p)}{\hat{J}_{g2} + \overset{*}{J}_p(p)} \right\} \qquad (4\text{-}27)$$

Cette expression peut être illustrée par le modèle de la figure 4-17 suivante :

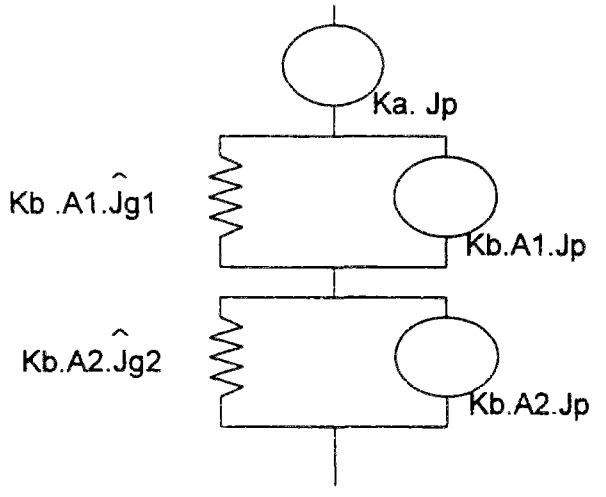


Figure 4-17 : disposition des différents éléments élastiques et viscoélastiques conformément à la formule 4-27.

Dans la pratique, on fixe un petit nombre d'éléments de Kelvin, de manière à ne pas compliquer excessivement le calcul. Trois éléments en série fournissent généralement un ajustement satisfaisant. On pourrait cependant si nécessaire augmenter le nombre

d'éléments, mais il faudrait alors faire appel au calcul numérique, car la solution analytique serait trop lourde à expliciter. L'exploitation des essais de fluage sur pâte de ciment consiste à rechercher, grâce à un programme de minimisation, les valeurs des constantes du modèle choisi qui offrent le meilleur ajustement. On peut pour simplifier imposer une progression géométrique entre les τ_i :

$\tau_2 = k\tau_1$ et $\tau_3 = k^2\tau_1$ où k est un paramètre à déterminer.

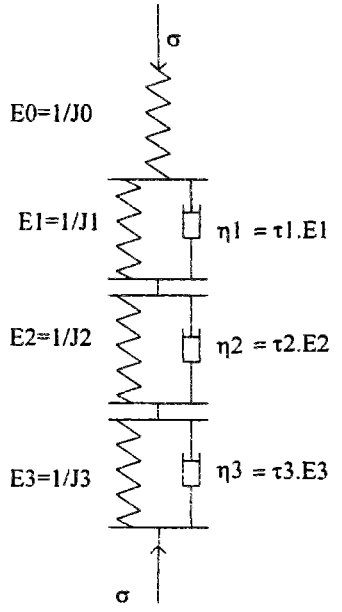


Figure 4-18 : modèle rhéologique pour décrire le comportement de la pâte de ciment. 3 éléments de Kelvin en série avec un ressort.

La complaisance du modèle de la figure 4-18 s'écrit :

$$J(t) = J_0 + \sum_{i=1}^{3} J_i(1 - e^{-t/\tau_i}) \qquad (4\text{-}28)$$

Par les transformées de Carson, la formule (4-28) devient :

$$\overset{*}{J}_p(p) = J_0 + \sum_{i=1}^{3} \frac{J_i}{1 + p\tau_i} \qquad (4\text{-}29)$$

On décompose les termes de l'expression (4-27) de la manière suivante :

$$\frac{J_p^*}{\hat{J}_{gk} + J_p^*} =$$

$$\frac{J_0 \prod_{i=1}^{3}(1+p\tau_i) + J_1(1+p\tau_2)(1+p\tau_3) + J_2(1+p\tau_3)(1+p\tau_1) + J_3(1+p\tau_1)(1+p\tau_2)}{(J_0 + \hat{J}_{gk}) \prod_{i=1}^{3}(1+p\tau_i) + J_1(1+p\tau_2)(1+p\tau_3) + J_2(1+p\tau_3)(1+p\tau_1) + J_3(1+p\tau_1)(1+p\tau_2)}$$

(4-30)

avec $k \in [1,2]$.

Cette expression est une fraction rationnelle composée, au numérateur et au dénominateur, d'un polynôme du troisième degré. Par une décomposition en éléments simples, on aboutit au résultat suivant :

$$J_b^*(p) = \frac{1}{E_{b0}} + K_a \sum_{i=1}^{3} \frac{J_i}{1+p\tau_i} + K_b \left[A_1 \hat{J}_{g1} \sum_{i=1}^{3} \frac{B_{1i}}{1+p\lambda_{1i}} + A_2 \hat{J}_{g2} \sum_{i=1}^{3} \frac{B_{2i}}{1+p\lambda_{2i}} \right] \quad (4\text{-}31)$$

Les termes B_{1i}, B_{2i}, λ_{1i}, et λ_{2i} sont calculés lors de la décomposition de la fraction rationnelle en éléments simples, ce qui nécessite la recherche des zéros des polynômes du troisième degré des dénominateurs, dans la formule (4-30). On peut d'ailleurs montrer que ces zéros sont toujours des nombres réels strictement négatifs. Une telle mise en forme permet ainsi de calculer les originales. On obtient alors la complaisance du béton :

$$J_b(t-t_0) = \frac{1}{E_{b0}} + K_a \sum_{i=1}^{3} J_i \left(1 - e^{\frac{-(t-t_0)}{\tau_i}} \right) + K_b \left[A_1 \hat{J}_{g1} \sum_{i=1}^{3} B_{1i} \left(1 - e^{\frac{-(t-t_0)}{\lambda_{1i}}} \right) + A_2 \hat{J}_{g2} \sum_{i=1}^{3} B_{2i} \left(1 - e^{\frac{-(t-t_0)}{\lambda_{2i}}} \right) \right]$$

(4-32)

Ce résultat fait apparaître la somme de quatre groupes de termes que l'on peut expliciter de la manière suivante :
- le premier est l'élasticité instantanée du béton ;
- le second un groupement de termes proportionnels au fluage de la pâte de ciment ;
- les deux derniers des termes "viscoélastiques" de temps caractéristiques différents, mais voisins, de ceux de la pâte de ciment.

En fait la réponse en déformation du composite est décrite par une chaîne de 9 éléments de Kelvin. Ces 9 éléments peuvent être retrouvés à partir de la figure 4-17 en utilisant la propriété de passage d'un modèle de Kelvin à un modèle de Maxwell (le modèle de Maxwell est représenté par un élément ressort en série avec un amortisseur). Une chaîne de n éléments de Kelvin en série peut se transformer en n éléments de Maxwell en parallèle, et inversement [22]. Sur la figure 4-17 la chaîne de 3 éléments de Kelvin en parallèle avec un ressort peut donc se recomposer en un modèle de Maxwell généralisé, qui peut lui-même se transformer en une chaîne de 3 éléments de Kelvin.

L'expression 4-32 est une relation explicite, qui permet de calculer la réponse instantanée et différée du béton, à partir de la connaissance de la complaisance de la pâte, dans le cas où cette dernière est exprimée par une chaîne de 3 éléments de Kelvin en série avec un ressort (formule 4-28). Dans le cas où l'on souhaite augmenter la précision de l'ajustement, il est toujours possible d'augmenter le nombre d'éléments de la chaîne de Kelvin, mais il est alors préférable d'avoir recours au calcul numérique. Les calculs que nous venons de présenter sont toutefois facilités par l'utilisation d'un programme spécifique simple, notamment pour la recherche des zéros des polynômes du troisième degré, mentionnés précédemment.

3.2 Application du modèle aux résultats obtenus sur pâtes de ciment

Dans cette partie, on va ajuster les résultats obtenus sur les pâtes P28-10, P38-10 et P50-0, par une chaîne de Kelvin, pour retrouver par la relation (4-32) le fluage propre du béton.

Un des problèmes que pose la mesure du fluage est la précision que l'on peut espérer de l'extrapolation à long terme, à partir d'essais qui sont forcément limités dans le temps. Cette question se pose également pour les essais sur pâte pure. Dans le cas présent, nous disposons de mesures à 4 ans sur béton, et il est donc intéressant d'observer la précision de l'extrapolation de notre calcul, par exemple à 1000 jours, à partir d'essais sur pâte pure, limités quant à eux à 100 jours. Pour ce faire, on extrapole les déformations différées sur pâte pure, de 100 à 1000 jours, avec une fonction hyperbolique, fonction qui donne satisfaction pour la qualité de lissage qu'elle offre (chap. 2). Cette fonction est elle-même ajustée d'après les points expérimentaux jusqu'à 100 jours. On ajuste ensuite à partir de cette fonction la série de Kelvin, jusqu'à 1000 jours, y compris la déformation élastique. Cette déformation élastique n'est pas accessible par l'essai de fluage, mais elle a été mesurée sur des éprouvettes spécifiques, au travers de la mesure du module instantané [23].

Détermination des séries de Kelvin

La complaisance de chaque pâte de ciment déterminée, intégrant une fonction de fluage hyperbolique, est représentée par la formule (4-22). Etant donné la grande qualité du lissage, on peut assimiler, entre 0 et 100 jours, les points expérimentaux à la fonction de fluage hyperbolique. Les paramètres de ce premier lissage sont représentés dans le tableau 4-2.

La complaisance de la série de Kelvin est du type de la fonction (4-28), en adoptant la simplification selon laquelle, on a proportionnalité entre les différents temps caractéristiques comme indiqué ci-dessous :

$\tau_3 = k\tau_2 = k^2\tau_1$

Les valeurs des paramètres des termes de la série de Kelvin sont indiquées dans le tableau 4-8.

Pâte pure	J_0 [10^{-6}/MPa]	J_1 [10^{-6}/MPa]	τ_1 [jour]	J_2 [10^{-6}/MPa]	τ_2 [jour]	J_3 [10^{-6}/MPa]	τ_3 [jour]
P50-0 SV	81,33	29,77	1,55	63,69	25,89	202,71	432,30
P28-10 SV	38,80	11,41	0,81	23,66	16,10	58,15	320,80
P38-10 SV	58,10	15,77	1,80	24,70	24,10	42,02	322,73

Tableau 4-8 : valeurs des différents paramètres des modèles de Kelvin (formule 4-28) ajustées à partir du lissage hyperbolique

Sur les figures 4-19, 4-20, et 4-21 sont représentées les courbes d'évolution de la déformation totale des pâtes pures. On observe en particulier, la bonne qualité de l'ajustement, d'une part entre les deux modèles, et d'autre part entre les deux modèles et les points expérimentaux.

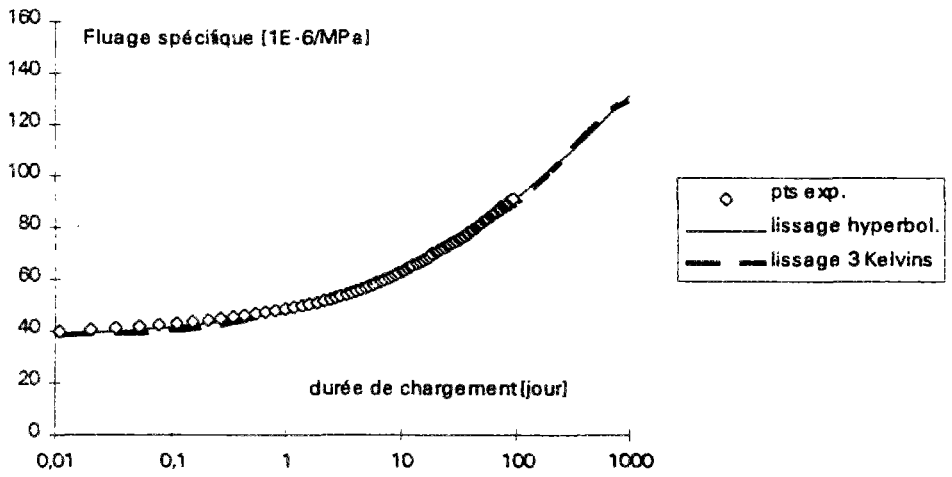


Figure 4-19 : déformation totale (fluage propre + déformation instantanée) pour la pâte P28-10, en fonction du temps.

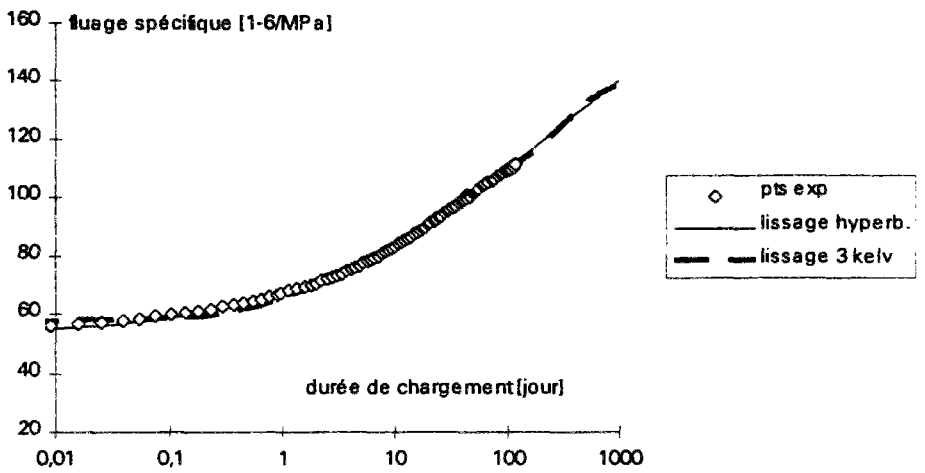


Figure 4-20 : déformation totale (fluage propre + déformation instantanée) pour la pâte P38-10, en fonction du temps.

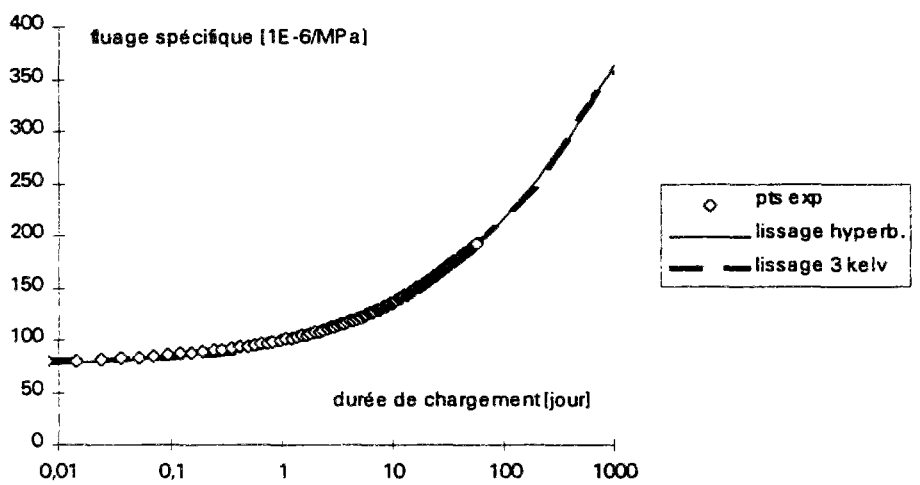


Figure 4-21 : déformation totale (fluage propre + déformation instantanée) pour la pâte P50-0, en fonction du temps.

Prévision de l'évolution de la complaisance sur les bétons B0 à B10. Dispersion liée aux variables du modèle.

A partir des essais précédents on détermine la complaisance des bétons correspondants. Il s'agit des bétons B0 (e/c = 0,5 ; s/c = 0), B6 (e/c = 0,28 ; s/c = 0,10), et B7 (e/c = 0,38 ; s/c = 0,10). Les calculs conduisent aux figures 4-23, 4-24, et 4-25 suivantes, sur lesquelles on a également indiqué les déformations expérimentales, ainsi que celles calculées par le modèle bisphère. On constate que la cinétique est globalement bien décrite par le modèle trisphère pour les 3 bétons, mais en fait uniquement pour la période de temps sur laquelle les séries de Kelvin ont été ajustées. Pour obtenir une bonne précision sur le plus long terme, il est nécessaire d'ajuster les séries de Kelvin sur la totalité de la période. La précision sur l'amplitude des déformations est assez bonne puisqu'on constate un écart maximum de l'ordre de 12 % par rapport aux valeurs expérimentales. En faisant $g^* = 1$ dans le calcul viscoélastique, on obtient les prévisions du modèle bisphère. On constate alors que la complaisance des bétons étudiés est surestimée jusqu'à 50 %.

Le but de cette étude en viscoélasticité est de valider d'une autre manière l'approche par homogénéisation que nous proposons. Nous estimons que de ce point de vue l'objectif est atteint. Cependant une étude des incertitudes peut être intéressante pour juger quantitativement de la précision du modèle. Pour ce faire, on se propose de considérer la dispersion des variables du modèle, afin d'évaluer ensuite l'intervalle de variation de celui-ci. L'objectif est de montrer que les valeurs expérimentales sont situées à l'intérieur de cet intervalle. Une méthode plus rigoureuse aurait consisté à prendre en compte les dispersions des essais de fluage sur béton (moyenne et écart type, qu'on ne connaît pas dans le cas présent), et à comparer par un test statistique, cet échantillon avec celui donné par le modèle (dont on aurait évalué également la moyenne et l'écart type).

Dans le cas présent, on se contentera d'évaluer la dispersion des essais de pâte de ciment sur 3 essais effectués à l'occasion de la mise au point de l'essai. Le résultat de ces 3 essais de fluage effectués en parallèle sur le même matériau est représenté sur la figure 4-22. Le nombre d'essais n'est pas suffisant pour une exploitation statistique rigoureuse. Toutefois, on calcule un écart quadratique moyen, qui vaut ici à 50 jours 50 10^{-6}, soit 7 % de la déformation de fluage. L'écart type sur la mesure des déformations instantanées est par ailleurs de 6 % selon les résultats de [23]. En considérant l'essai, pour lequel l'écart entre les valeurs expérimentales et les prévisions sont les plus élevées, c'est à dire l'essai représenté sur la figure 4-24 (béton B6), on constate que les déformations différées représentent à 100 jours environ 1/3 des déformations totales. Par conséquent la dispersion relative sur la complaisance de la pâte pure est évalué par :

$$\frac{\Delta J_p}{J_p} = \frac{\varepsilon_{flu}}{J_p}\frac{\Delta\varepsilon_{flu}}{\varepsilon_{flu}} + \frac{\varepsilon_{inst}}{J_p}\frac{\Delta\varepsilon_{inst}}{\varepsilon_{inst}} = \frac{1}{3}0,07 + \frac{2}{3}0,06 = 0,063$$

Afin de ne pas compliquer outre mesure le calcul de ces dispersions, nous faisons l'hypothèse que les termes g et g* ne subissent aucune dispersion. En effet, le terme g* a été ajusté précédemment, donc sa valeur peut être considérée comme optimale. Quant à la valeur de g, on en néglige les variations, du fait de la grande précision des pesées lors de la fabrication, et de la faible influence de la ségrégation sur le module (donc sur le fluage) dans les éprouvettes de 1 mètre de hauteur (cf. chap. 2).

Par contre, la complaisance du granulat peut subir des variations, du fait, soit de son hétérogénéité, soit tout simplement d'une mauvaise appréciation. Pour fixer les idées, on fait l'hypothèse que la complaisance peut varier, dans le cas présent, dans une fourchette de ± 2 %.

Ainsi posée, la dispersion du modèle est calculée en faisant un calcul d'incertitude sur la formule de J_b, calcul inspiré des formules 4-26 et 4-27 (sans les signes "*" des transformées de Carson). On obtient la variation absolue de la complaisance du béton selon l'expression :

$$\Delta J_b = \frac{\Delta J_p}{J_p}\left[K_a J_p + K_b \sum_{k=1}^{2} A_k \frac{\hat{J}_{gk} J_p}{\left(\hat{J}_{gk} + J_p\right)^2}\right] + \Delta J_g \sum_{k=1}^{2} \frac{A_k J_p^2}{\left(J_p + \hat{J}_{gk}\right)^2} \qquad (4\text{-}33)$$

La formule (4-33) permet d'évaluer la dispersion du modèle sur la complaisance du béton en fonction de celles des complaisances de la pâte pure et des granulats. Le calcul est réalisé avec les valeurs numériques suivantes, qui correspondent aux paramètres du béton B6 :

$g = 0,71$

$g^* = 0,87$

$J_g = 1,33.10^{-5}$

$\frac{\Delta J_p}{J_p} = 6,3\%$ (pour une déformation mesurée après 100 jours de chargement)

$\frac{\Delta J_{g1}}{\hat{J}_{g1}} = \frac{\Delta J_{g2}}{\hat{J}_{g2}} = \frac{\Delta J_g}{J_g} = 2\%$

La dispersion calculée, après 100 jours de chargement, est alors de ±4 [10^{-6}/MPa].

On constate que la complaisance expérimentale est comprise à l'intérieur de l'intervalle pour le béton B6 :

- prévision du modèle $J_b(100, 28) = 25 \pm 4$ [10^{-6}/MPa] ;
- expérience $J_b(100, 28) = 23$ [10^{-6}/MPa].

Ce résultat, qui part d'une démarche simple d'analyse des dispersions, montre que la prise en compte de celles des complaisances des 2 phases, suffit à expliquer les écarts observés. Une démarche complète confirmerait ces premières conclusions, car il faudrait alors ajouter, dans le calcul des dispersions, celles qui n'ont pas été prises en compte ici. Ceci aurait pour effet d'agrandir l'intervalle du modèle. Nous constatons ainsi que la précision sur les variables du modèle est telle qu'il est inutile pour l'instant de compliquer l'approche par la prise en compte de lois de comportement plus complexes (viscoélasticité vieillissante, viscoplasticité). Cette remarque est valable pour les expériences présentes. Il est bien entendu que des expériences de fluage qui débutent au très jeune âge de la pâte de ciment pourraient mettre en défaut l'approche proposée ici.

On peut faire la même remarque pour les cas de retour de fluage, ou de fluage en traction.

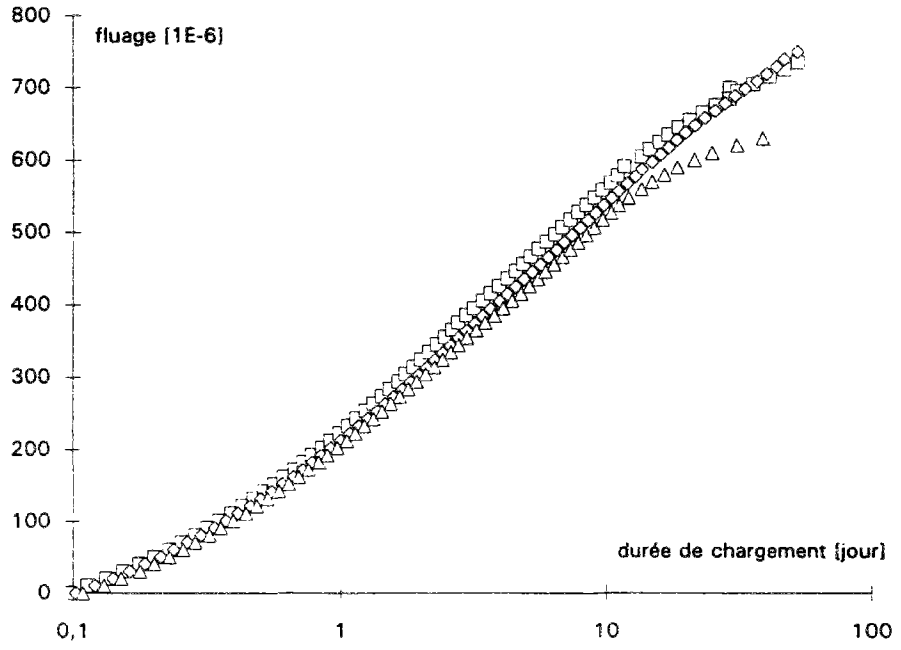


Figure 4-22 : fluage, entre 0,1 et 50 jours, de 3 éprouvettes de pâte pure, a priori identiques (e/c = 0,27, s/c = 0,1) chargées à 24 heures sous 7,17 MPa.

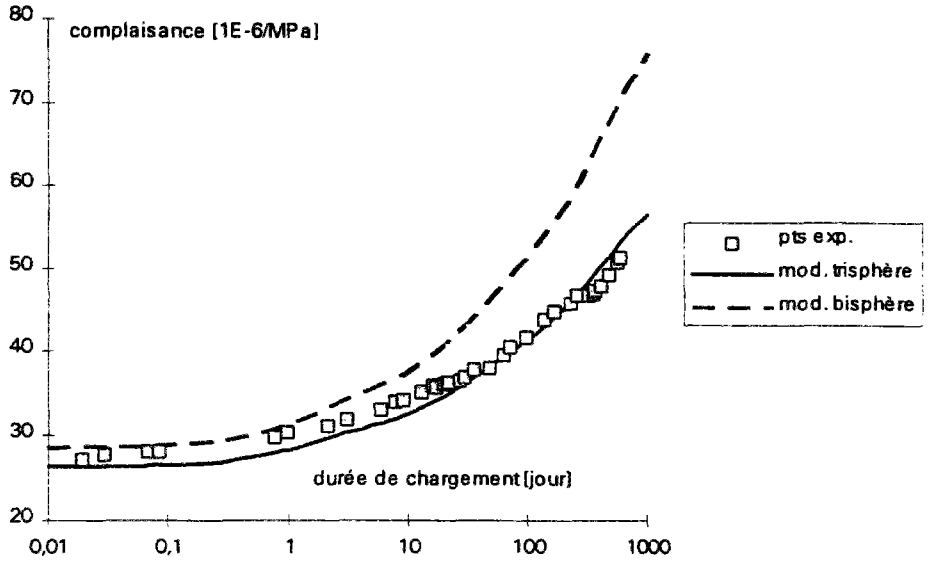


figure 4-23 : déformation totale du béton B0. Chargement à 28 jours (calcul réalisé avec la pâte pure P50-0).

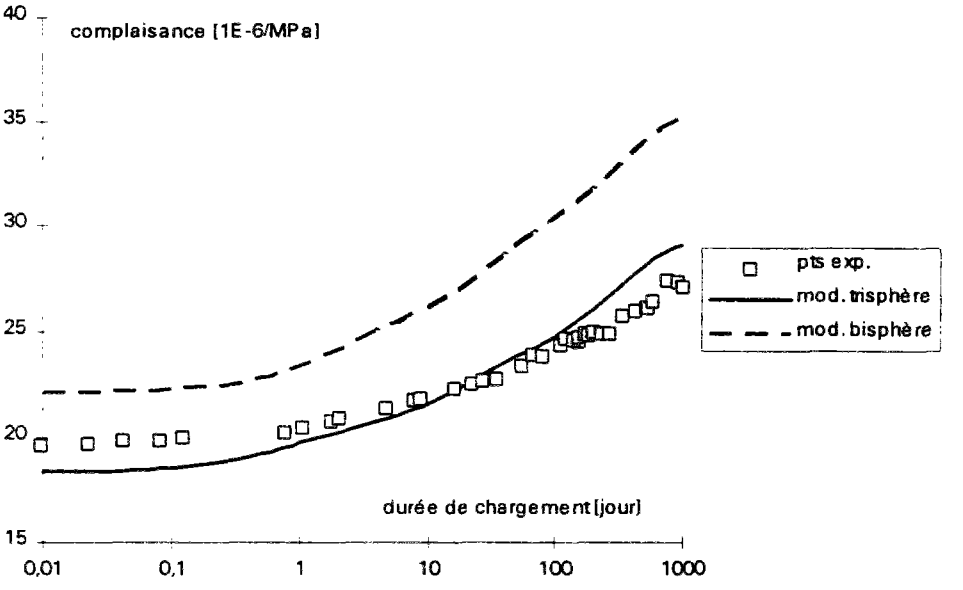


figure 4-24 : déformation totale du béton B6. Chargement à 28 jours (calcul réalisé avec la pâte pure P28-10).

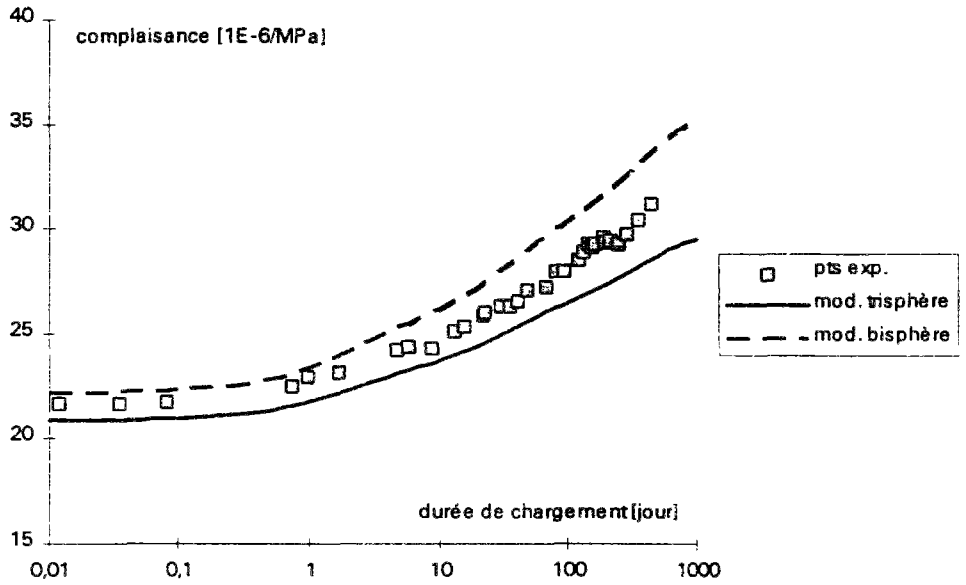


figure 4-25 : déformation totale du béton B7. Chargement à 28 jours (calcul réalisé avec la pâte pure P38-10).

Comparaison entre les calculs viscoélastique et simplifié

Les déformations différées sont représentées sur les figures 4-27, 4-28, et 4-29. En plus des déformations expérimentales et de celles calculées en viscoélasticité, nous y avons ajouté celles données par le module différé. Ces dernières sont calculées par la formule (4-34) suivante :

$$\varepsilon_{fp}^{bét}(t-t_1) = \frac{1}{E_{bd}(t-t_1)} - \frac{1}{E_{bd}(t_1)} \qquad (4\text{-}34)$$

On se rend compte que l'évolution de ces dernières déformations sont proches de celles du modèle viscoélastique, avec cependant une différence de cinétique notable pour le béton B0. La question se pose de connaître les raisons de ces faibles différences. Celles-ci seront en fait d'autant plus importantes que l'évolution, en fonction du temps, des contraintes au sein du matériau, seront elles-mêmes importantes. Par exemple, pour un modèle rhéologique composé uniquement d'éléments en série, la contrainte au sein de chaque élément reste constante au cours du temps. Dans ce cas, le calcul en module différé ou en viscoélasticité linéaire donne le même résultat. Pour le schéma de la figure 4-1, un processus de transfert de contraintes s'opère progressivement de la pâte de ciment vers les granulats. La variation de ces contraintes provoque alors l'écart de cinétique entre les 2 types de calcul. Les faibles écarts entre le calcul en module différé, et celui en viscoélasticité linéaire, peut donc s'expliquer, pour le modèle trisphère, par des faibles variations de contraintes au sein de la pâte de ciment. En calculant cette variation de contrainte, entre le début et la stabilisation du phénomène, on aura un élément de réponse. Pour cela, on part de la formule 3-31 (chap. 3), qui donne la contrainte radiale dans la pâte de ciment, pour la cellule élémentaire du modèle bisphère, lorsque celle-ci subit une contrainte hydrostatique, p, en périphérie. Cette contrainte s'écrit :

$$\sigma_{rm} = \frac{p}{E_i(1+c)+E_m(1-c)}\left[E_m\left(\frac{b^3}{r^3}c-1\right)-E_i\left(\frac{b^3}{r^3}c+1\right)\right] \qquad (4\text{-}35)$$

expression dans laquelle :

- p est la contrainte extérieure uniforme,
- E_i le module élastique des inclusions,
- E_m le module élastique de la matrice,
- c la concentration granulaire,
- b le rayon extérieur de la cellule bisphère,
- r le rayon qui varie de $b\sqrt[3]{c}$ à b.

On utilise cette formule pour calculer les variations de contraintes dans la cellule élémentaire du modèle trisphère. Pour cela, on néglige la variation du module du granulat équivalent, et on remplace le terme c par la concentration équivalente g/g*, E_m par E_p et E_i par E_g. En dérivant la formule 4-35, soit par rapport à la concentration g/g*, soit par rapport au module du granulat, on observe les variations suivantes :
- la contrainte radiale dans la pâte diminue quand la concentration granulaire augmente ;
- cette même contrainte augmente lorsque le module du granulat augmente.

Ce qui nous intéresse plus ici est la variation de cette contrainte, au cours du temps, ou du moins les valeurs limites. Pour cela on réalise deux calculs. L'un correspond au moment du chargement. On obtient alors la valeur à court terme. L'autre s'effectue pour un temps éloigné du chargement, ce qui permet de raisonner en module différé. Les variations sont données sur la figure 4-26 suivante. On constate que la variation maximale en fonction du temps, de la contrainte radiale, ne dépasse pas 1 %. Cette faible variation explique les faibles différences entre l'approche viscoélastique et le calcul par le module différé.

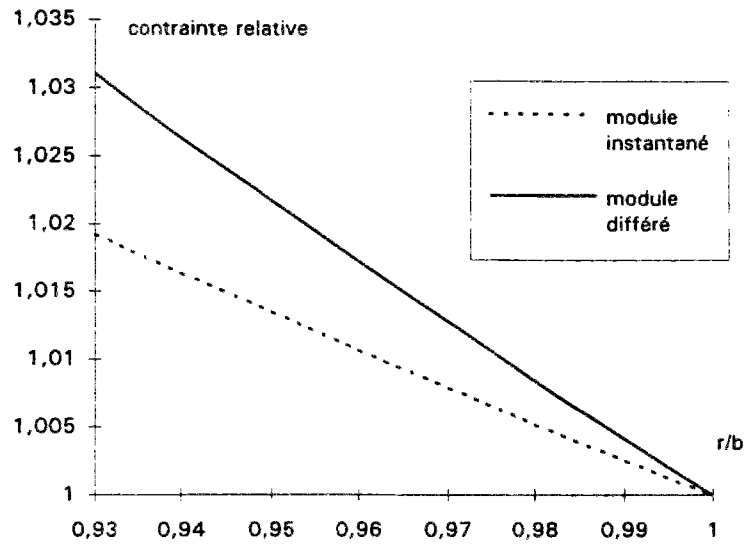


Figure 4-26 : variations théoriques des contraintes radiales à court et à long terme, en fonction du rapport de la distance au centre au rayon extérieur. Le coefficient de fluage[8] *de la pâte de ciment est pris égal à 5.* $E_g = 75$ *GPa,* $E_{p0} = 30$ *GPa,* $E_{pd} = 5$ *GPa,* $g = 0,7$, $g^* = 0,87$.

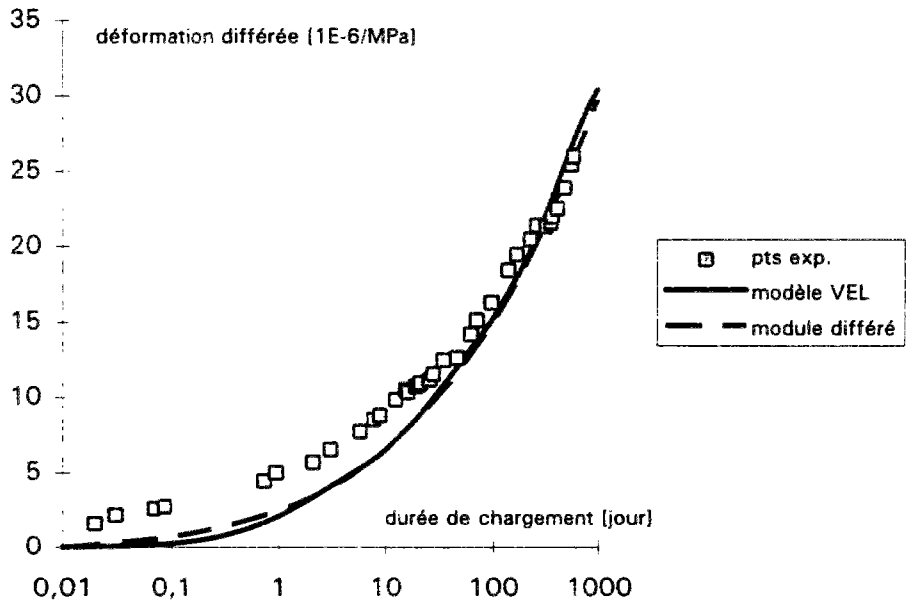


Figure 4-27 :déformation de fluage propre du béton B0.

[8]le coefficient de fluage est ici le rapport entre la déformation différée à long terme et la déformation instantantée se produisant au chargement.

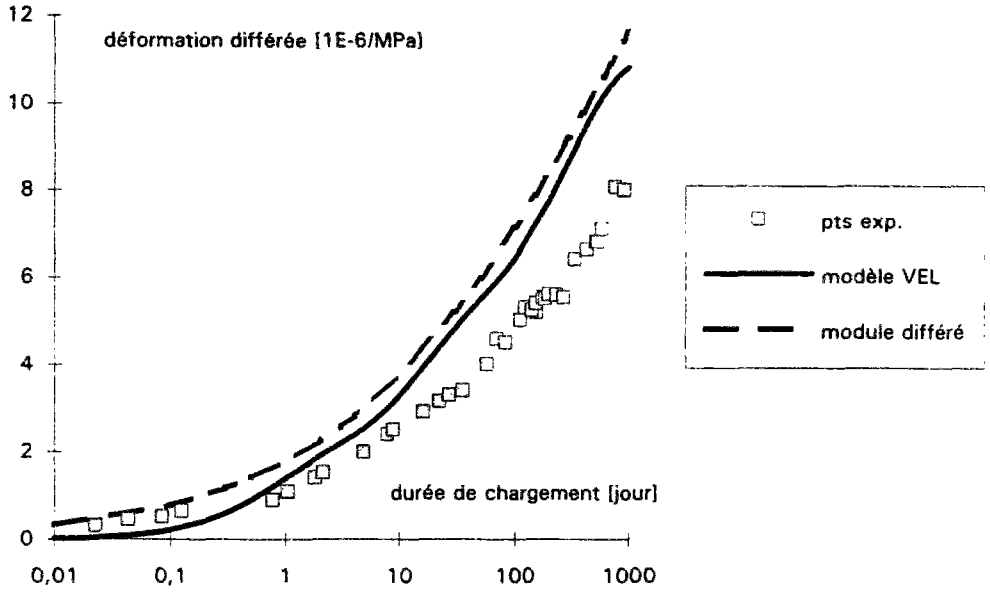


Figure 4-28 : déformation de fluage du béton B6.

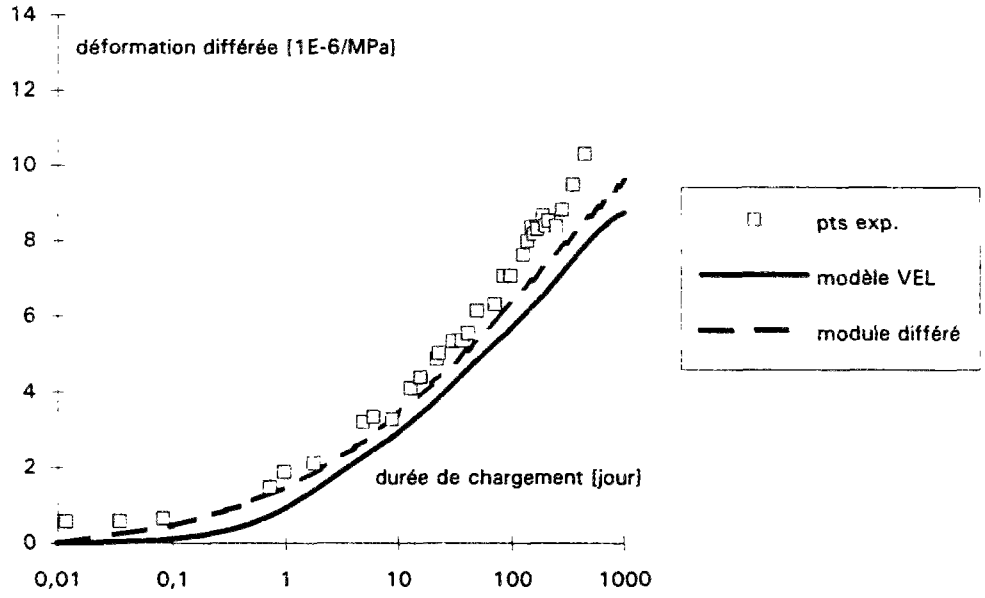


figure 4-29 : déformation de fluage propre du béton B7.

3.3 Quelques comparaisons d'évolution de fluage

On compare ici les prévisions du modèle trisphère avec des données de [31]. Dans cette étude, les auteurs ont mesuré le fluage de bétons et des pâtes pures correspondantes. Ce sont des bétons ordinaires réalisés avec des rapports e/c élevés, de 0,6 ou 0,8. Les essais ont été pratiqués dans une ambiance de 96 % d'humidité relative, permettant de considérer qu'il s'agit de fluage propre (les échanges hydriques sont alors très limités). A partir des résultats expérimentaux sur les 2 pâtes pures essayées, on a ajusté une fonction mathématique, du type :

$$\varepsilon_{flu}^{pâte}(t-t_0) = \varepsilon_\infty \frac{(t-t_0)^a}{b+(t-t_0)^a}$$

Avec :
- ε_∞ la déformation à l'infini ;
- a et b des coefficients régissant la cinétique du phénomène.

Ceci a permis de calculer l'évolution du module différé de la matrice, et, par la relation (4-34), de calculer l'évolution du fluage du béton. Les résultats expérimentaux et théoriques sont comparés sur la figure 4-30. La proportion granulaire maximale, g*, a été calculée par le modèle de suspension solide, pour une viscosité de référence de 10^{10}, ce qui donne : g* = 0,87.

On constate que le modèle trisphère représente en quelque sorte une limite inférieure des déformations. Dans les trois cas, les déformations expérimentales sont plus importantes que les prévisions du modèle, dans un intervalle compris entre 10 et 30 %. Pour 2 des 3 essais, la cinétique du fluage est bien reproduite par les deux modèles.

Le modèle bisphère donne, quant à lui, une bonne prévision des déformations du béton C3, et une surévaluation de celles-ci pour les bétons C1 et C4.

Ces résultats montrent, à notre avis, les limites de l'approche, pour des matériaux fortement dosés en eau. Deux explications sont possibles concernant les écarts observés avec le modèle trisphère :

- l'interface entre les granulats et la matrice est, pour un rapport e/c de 0,8, certainement très poreuse, ce qui peut accroître les déformations différées.
- dans [31], les auteurs ne font pas mention de précautions particulières concernant la ségrégation et le ressuage, dans les échantillons de pâte pure. Ce phénomène fait en effet chuter le rapport e/c, comme on l'a vu dans [23]. La pâte pure du béton a donc un e/c plus élevé que la pâte pure seule. Le modèle d'homogénéisation, qui prend en compte les résultats sur pâte pure, prévoit alors un fluage plus faible que l'expérience sur béton.

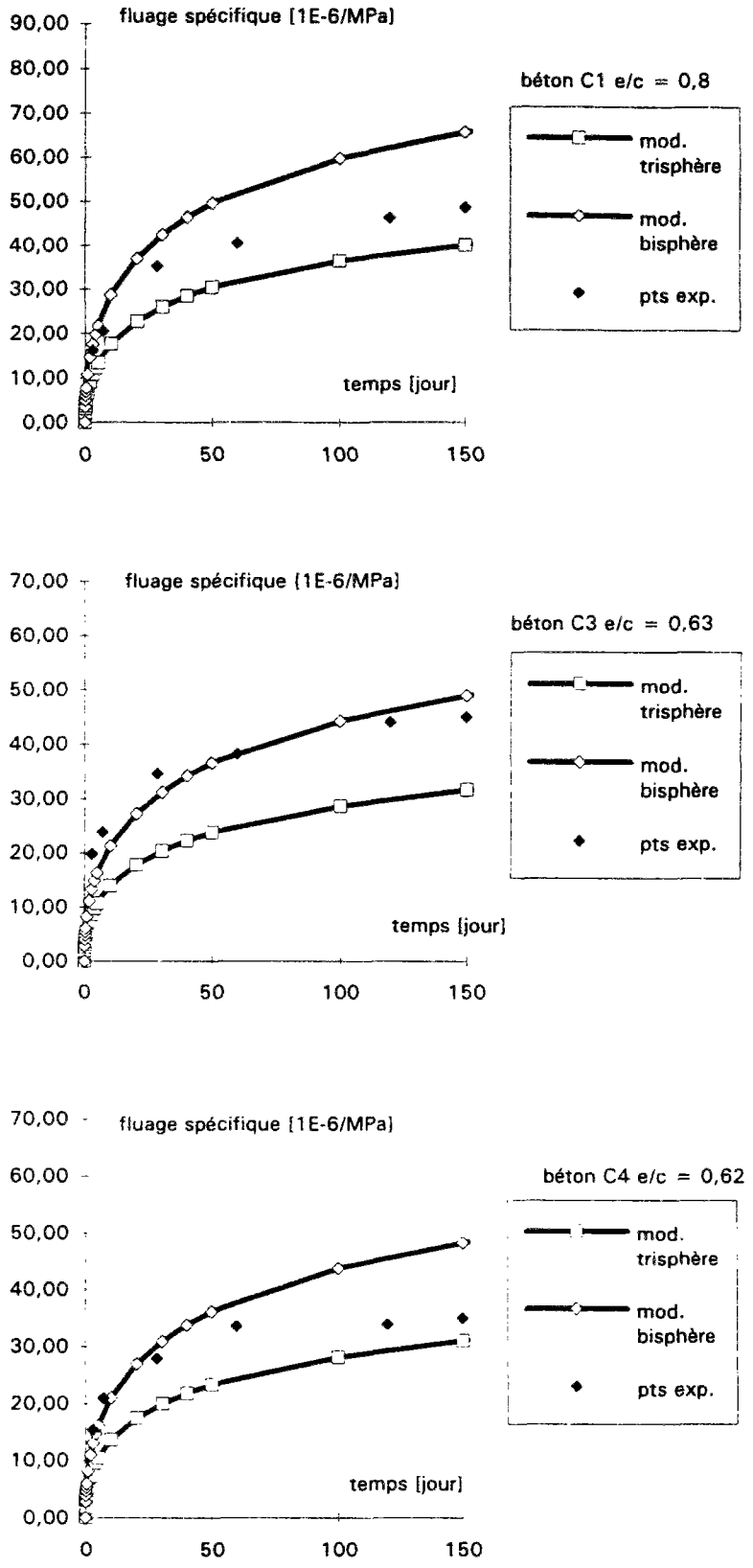


Figure 4-30 : comparaison entre l'évolution des déformations de fluage propre de [31], et celles des modèles bisphère et trisphère (calcul en module différé, g = 0,87).*

4 Prévision du fluage propre de mortiers à ultra-hautes-performances

En faisant durcir, à des températures de 90 °C et plus, des mortiers de ciment aux fumées de silice, faiblement dosés en eau, les résistances en compression atteignent 200 MPa et plus. Sans traitement particulier, la résistance des mêmes matériaux dépasse 160 MPa en compression [6]. De tels matériaux peuvent avoir des applications diverses, y compris pour les structures précontraintes. La connaissance du fluage est alors une donnée importante, à prendre en compte dans le dimensionnement. On se propose de calculer le fluage d'un tel mortier, en utilisant le modèle trisphère. Etant donné le volume de pâte important de ces matériaux, il est en effet probable que des modèles simplifiés, tels que ceux de l'AFREM, manquent de précision, et c'est ici que le modèle d'homogénéisation peut être judicieusement appliqué.

Le premier exemple est issu de [3]. Dans cette étude, un des essais a porté sur un mortier à ultra haute performance (MUHP), de résistance moyenne 158 MPa en compression. A partir d'un ajustement d'une fonction de lissage d'après la courbe expérimentale, on a pu calculer le fluage propre après 1000 jours de chargement, afin de faire la comparaison avec le modèle trisphère. Celui-ci a été utilisé dans sa version entièrement prédictive, le fluage de la pâte de ciment ayant été calculé par l'expression (4-24). La composition du mortier est la suivante :

- g = 0,483 ;
- e/c = =0,22 ;
- s/c = 0,234 ;
- E_g = 70 GPa (valeur estimée, mais Eg a une faible influence sur le fluage) ;
- classe du ciment : 65 MPa (valeur estimée).

Les résultats figurent dans le tableau 4-9, pour différentes valeurs de g*.

valeur expérimentale [10-6/MPa]	modèle trisphère [10-6/MPa]		
	g* = 0,7	g* = 0,8	g* = 1
11	12,8	14,0	16,3

Tableau 4-9 : comparaison des prévisions avec le résultat expérimental, pour différentes valeurs de g.*

En l'absence de données précises sur la distribution granulométrique, on a donné plusieurs valeurs à la concentration maximale en granulats, en encadrant, d'après la banque de données disponible sur les sables, la valeur de g* ($0,7 < g^* < 0,8$). On a fait figurer la prévision du modèle bisphère, qui est donnée pour g* = 1.

L'écart, entre les prévisions du modèle et le résultat expérimental, est compris entre 10 et 20 % dans le domaine des valeurs probables de g*, tandis que le modèle bisphère surestime quant à lui de près de 40 % le fluage propre de ce MUHP.

On remarque ainsi que le modèle appliqué à ces matériaux, exceptionnels pour leur résistance élevée, reste dans le même domaine de précision que celui observé pour les BHP plus courants.

On note au passage la valeur finalement assez élevée du fluage de ces matériaux, qu'un modèle, qui serait fondé sur la prise en compte de la seule résistance en compression, ne peut pas prévoir.

Pour s'en convaincre, on a calculé le fluage propre à 1000 jours d'un MUHP réalisé au LCPC [6]. On a pu exploiter le modèle trisphère d'une manière très précise, car toutes les données nécessaires au calcul sont connues avec une grande précision (tableau 4-10). Les résultats théoriques sont dans le tableau 4-11. Ce matériau de très haute résistance produit ainsi théoriquement un fluage propre important, qui est en fait du même ordre de grandeur que celui d'un BHP de 50 MPa de résistance moyenne.

Enfin, on a simulé l'évolution du fluage propre, en fonction de la résistance en compression du matériau. Le modèle AFREM (chap. 6) est utilisé jusqu'à 100 MPa, et le modèle trisphère au-delà (tableau 4-12). On donne, pour les prévisions des déformations du MUHP, un domaine de déformations possibles et non une seule valeur, afin de tenir compte des possibilités de formulation de ce matériau. On pourra retenir de ce calcul qu'un matériau de la gamme des MUHP produit un fluage propre spécifique qui reste dans la gamme de celui des BHP plus classiques.

L'intérêt du modèle trisphère est donc qu'il permet de prendre en compte 2 effets antagonistes :

- l'effet de réduction du fluage pour des rapports e/c faibles (degré d'hydratation final faible, donc faible fluage) ;
- l'effet d'augmentation du fluage pour des volumes élevés de matrice (phase viscoélastique en volume important).

L'approche par homogénéisation est ici une excellente aide à la formulation, pour peu que l'amplitude des déformations entre dans les critères de choix du matériau.

e/c	s/c	classe ciment	g	g*	E_g[9] [GPa]	f_{c28} [MPa]
0,18	0,31	55	0,307	0,66	80	165

Tableau 4-10 : données pour le calcul des modules instantané et différé du mortier de [6].

E_{p0} [GPa]	E_{b0} mod. trisp. [GPa]	E_{b0} exp. [GPa]	E_{pd} (1000 j) [GPa]	Ebd (1000 j) mod.trisp. [GPa]	fluage propre (1000 j) [10^{-6}/MPa]
37	49,2	50,6	14,7	24,71	20,1

Tableau 4-11 : résultats du calcul du fluage du MUHP de [6] avec le modèle trisphère (module différé).

résistance [MPa]	50	60	70	80	100	150
fluage propre [10^{-6}/MPa]	18	16	14	13	11	entre 11 et 20

Tableau 4-12 : prévision du fluage propre à 1000 jours en fonction de la résistance en compression. (jusqu'à 100 MPa par le modèle AFREM, pour 150 MPa par le modèle trisphère)

[9]valeur estimée

5 Conclusions

Nous avons pu élaborer un modèle empirique d'amplitude de fluage de la pâte de ciment, modèle qui tient compte des rapports e/c et s/c, ainsi que de la classe du ciment. L'addition des déformations différée et instantanée a permis de calculer le module différé de la pâte de ciment, pour une date, fixée ici à 1000 jours. Bien que ces résultats soient satisfaisants, des essais supplémentaires sont pourtant nécessaires, au regard du faible nombre de résultats expérimentaux ayant permis cette modélisation. Ces essais seront pratiqués notamment dans le domaine des teneurs élevées en fumée de silice (> 15 % du poids de ciment), et pour d'autres types de ciment.

Cette première modélisation a permis le calcul du module différé et du fluage propre du béton en fonction de la formulation, pour une durée moyenne de chargement (1000 jours). Cette approche a été validée par un autre calcul, réalisé en viscoélasticité linéaire non vieillissante. La comparaison avec des résultats de la littérature donne un coefficient de variation de 23 %, contre 48 % pour le modèle bisphère et 30 % pour le modèle AFREM. Le point fort du modèle trisphère réside en fait dans le large domaine de validité qu'il offre, ce qui est très intéressant pour le formulateur. Celui-ci pourra en effet explorer des domaines non courants de compositions et obtenir un bon ordre de grandeur des déformations instantanées et différées.

La modélisation possède pourtant au moins une imperfection, relative à l'intégration du modèle dans un logiciel d'aide à la formulation. Elle réside dans le fait qu'on calcule une déformation à une date donnée, et non à tous les âges. Pour réaliser un classement des différents bétons, selon les déformations, il faut donc faire l'hypothèse que l'ordre établi à 1000 jours est respecté pour tous les âges. Seuls des essais de longue durée, ou des progrès dans la compréhension des mécanismes physiques du fluage, pourront confirmer cette hypothèse. Un examen des fonctions de lissage n'apporte pas en l'occurrence de réponse, en raison de leur manque de fondement physique.

On a effectué également un calcul en viscoélasticité linéaire, grâce à l'ajustement par des séries de Kelvin, de la complaisance de la pâte pure. Cette décomposition permet de calculer la complaisance du béton, grâce au calcul opérationnel, pour la géométrie du modèle trisphère. Outre qu'elle permet de valider l'approche par le module différé, cette modélisation montre qu'il est possible de reproduire le comportement différé du béton, sous contrainte constante et en l'absence d'échange hydrique, par un mécanisme viscoélastique de la pâte de ciment. Il est clair qu'une modélisation plus complète est nécessaire si l'on veut reproduire le comportement sous contraintes variables dans le temps (viscoélasticité vieillissante, viscoplasticité).

Les résultats obtenus sont satisfaisants, mais restent incomplets pour l'aide à la formulation. On calcule en effet le fluage propre et non le fluage total. Si pour les BHP avec fumée de silice, le fluage de dessiccation est faible voire inexistant, celui des bétons sans fumée de silice ne l'est pas, et il est donc nécessaire de pouvoir le prédire. Des essais de fluage avec séchage, sur pâte pure, sont donc à prévoir, afin d'étudier la pertinence du modèle trisphère pour la prévision de l'amplitude à long terme du fluage total. On entend par "long terme" des temps au bout desquels les gradients de contraintes d'origine hydrique, dans les éléments de structures, ont disparu.

6 Références bibliographiques

[1] AUPERIN M., DE LARRARD F., RICHARD P., ACKER P. (1989), Retrait et fluage de bétons à hautes performances aux fumées de silice - Influence de l'âge du chargement, *An. de l'ITBTP*, n°474, mai-juin.

[2] BAZANT Z.P., PRASANNAN S. (1989), Solidification theory for concrete creep, *J. Eng. Mech.*, **115**, pp. 1691-1725.

[3] BROOKS J.J., HYNES J.P. (1993), Creep and shrinkage of ultra high strength silica fume concrete, *Proceedings of the Fifth International RILEM symposium on Creep and Shrinkage of Concrete*, Chapman & Hall, Barcelone, pp. 493-498.

[4] COQUILLAT G. (1992), Fluage des bétons HP chargés au jeune âge, Voies Nouvelles du Materiau Beton, *Rapport de Recherche N° 41 101*, CEBTP, St Rémy lès Chevreuse.

[5] COUNTO U. J. (1964), The effect of the elastic modulus of the aggregate on the elastic modulus, creep and creep recovery of concrete, *Mag. of Conc. Res.*, **16**, n°48, pp. 129-138.

[6] DE LARRARD F, SEDRAN T. (1994), Optimization of ultra-high-performance concrete by the use of a packing model, *Cem. and Conc. Res.*, **24**, N° 6, pp. 997-1009.

[7] DE LARRARD F. (1988), Formulation et propriétés constructives des bétons à très hautes performances, *Rapport de recherche LPC N° 149*, Lab. Cent. P. et Chauss., Paris, mars.

[8] DE LARRARD F. (1988), Prévisions des résistances en compression des bétons à hautes performances aux fumées de silice, ou une nouvelle jeunesse pour la loi de Féret, *Annales de l'ITBTP*, n° 483, Série Béton 271, pp.92-98.

[9] DE LARRARD F., SEDRAN T., ANGOT D. (1994), Prévision de la compacité des mélanges granulaires par le modèle de suspension solide. I: Fondements théoriques et calibration du modèle, *Bull. de Liais. des LPC*, n°194, Novembre-Décembre.

[10] DE LARRARD F., SEDRAN T., ANGOT D. (1994), Prévision de la compacité des mélanges granulaires par le modèle de suspension solide. II: Validations et cas des mélanges confinés, *Bull. de Liais. des LPC*, n°194, Novembre-Décembre.

[11] DE LARRARD F., TONDAT P. (1993), Sur la contribution de la topologie du squelette granulaire à la résistance en compression du béton, *Mat. Struct.*, **26**, pp. 504-516.

[12] ENGLAND G. L. (1965), Method of estimating creep and shrinkage strains in concrete from properties of constituent materials, *J. of the A.C.I.*, title n°62-78, pp.1411-1420.

[13] GOPALAKRISHNAN K.S., NEVILLE A.M., GHALI A. (1970), Elastic and time-dependent effects of aggregate-matrix interaction, *Mat. Struct.*, **3**, n°16, pp. 224-236.

[14] GRANGER L. (1995), Comportement différé du béton dans les enceintes de centrales nucléaires : analyse et modélisation, *thèse de Doctorat de l'Ecole Nat. des P. et Chauss.*, Spécialité structures et matériaux, Paris.

[15] GRANGER L. P., BAZANT Z. P. (1995), Effect of composition on basic creep of concrete and cement paste, Struct. Eng. Report, *ASCE J. of eng. mech.*, in press.

[16] HASHIN Z. (1983), Analysis of composite materials. A survey, *J. of Applied Mechanics*, **50**, pp.481-505.

[17] HOBBS D. W. (1971), The dependence of the bulk modulus, Young's modulus, creep, shrinkage and thermal expansion of concrete upon aggregate volume concentration, *Mat. Struct.*, **4**, n°20, pp.107-114.
[18] ILLSTON J. M. (1965), The delayed elastic deformation of concrete as a composite material, *Proceedings of the International Conference on The Structure of Concrete and its Behaviour under Load*, Cement and Concrete Association, Londres, pp. 24-36.
[19] ILLSTON J. M., (1965), The components of strain in concrete under sustained compressive stress, *Mag. of Conc. Res.*, **17**, n°50, pp. 21-28.
[20] LE ROY R., DE LARRARD F., DUVAL D. (1995), Retrait et fluage du béton du viaduc sur le Rhône, *Rapport de l'étude n° 324 147*, LCPC, Paris, février.
[21] LE ROY R., GRANGER L. (1995), Calcul du fluage propre du béton à partir de celui de la pâte de ciment, *Bull. de Liais. des LPC*, n°196.
[22] MANDEL J. (1978), *Propriétés mécaniques des matériaux*, Eyrolles, Paris.
[23] MARCHAND J. (1995) Résistance et module des pâtes de ciment à hautes performances, *Rapport interne du LCPC.*
[24] MARZOUK H. (1991), Creep of high-strength concrete and normal-strength concrete, *Mag. Conc. Res.*, **43**, n°155, pp. 121-126.
[25] PERRIN B. et al. (1972), Existence d'une auréole de transition entre les granulats d'un mortier ou d'un béton et la masse de la pâte de ciment hydraté. Conséquences sur le comportement mécanique, *Comptes rendus de l'Ac. des Sc.*, t. 275, Paris, pp. 1497-1468.
[26] POPOVICS S. (1987), Quantitative deformation model for two-phase composites including concrete, *Mat. and Struct.*, **20**, pp. 171-179.
[27] SALENCON J. (1981), *Viscoélasticité*, Presses de l'ENPC, Paris.
[28] SCHALLER I. et al. (1992), L'expérimentation du pont de Joigny, *Les Bétons à Hautes Performances*, Presses de l'Ecole Nat. des P. et Chauss., chap. 29, pp.483-520.
[29] SEDRAN T., DE LARRARD F. (1994), RENE-LCPC - Un logiciel pour optimiser la granularité des matériaux de génie civil, Note technique, *Bull. de Liais. des LPC*, n°194, novembre-décembre.
[30] STOVALL T., DE LARRARD F., BUIL M. (1986), Linear packing density model of grain mixtures, *Powder Technology*, **48**, n°1, septembre.
[31] WARD M.A., NEVILLE A.M., SINGH S.P. (1969), Creep of air-entrained concrete, *Mag. Conc. res.*, **21**, n°69 pp. 205-210, décembre.

***

Chapitre 5

Calcul du retrait endogène par homogénéisation

Table des matières

1 Le modèle trisphère appliqué au calcul du retrait endogène du béton 251
1.1 Equations de base 251
1.2 Calcul pour g = g* 253
1.3 Calcul pour une concentration quelconque 255
Expression générale du retrait du béton 255
Expressions simplifiées du retrait du béton 256
1.4 Contraintes de traction provoquées par le granulat sous l'action du retrait 258
2 Modèle empirique pour le retrait endogène de la pâte pure 262
2.1 Contrainte "hydrique" 262
2.2 Expression du retrait endogène de la pâte de ciment 264
2.3 Validation sur des données de la littérature 266
3 Validation du modèle trisphère pour le calcul du retrait endogène 268
4 Variation de l'amplitude finale du retrait endogène du béton en fonction de la formulation 270
4.1 Evolution en fonction de la concentration granulaire 270
4.2 Evolution en fonction de la concentration granulaire maximale 272
4.3 Evolution en fonction de e/c et s/c 273
4.4 Effet de la nature du ciment 275
5 Conclusions 275
6. Références bibliographiques 277

Introduction

Dans le chapitre 3, on a construit le modèle trisphère, puis on l'a appliqué au calcul du module instantané du béton. Dans le chapitre 4, le modèle a été utilisé, soit pour le calcul du module différé à une échéance donnée, soit pour décrire l'évolution du fluage propre, par un calcul en viscoélasticité linéaire, non vieillissante. Dans ce chapitre, on s'intéresse au calcul de l'amplitude à long terme du retrait endogène [4, 5]. A l'instar du calcul du module ou du fluage, la démarche consiste à calculer la réponse d'une sphère composite (fig. 5-1) ; cependant, ici, celle-ci n'est pas soumise à une contrainte extérieure, mais à un retrait de la matrice. Le matériau est toujours constitué par un mélange de sphères élémentaires de taille variable de manière à remplir complètement le volume, conformément à la description faite dans le chapitre 3.

Les notations sont les suivantes :

E_g, E_p	respectivement le module instantané des granulats et celui de la pâte de ciment durcie (PCD) ;
ν_g, ν_p	respectivement le coefficient de Poisson des granulats et celui de la PCD ;
$\phi(t)$	coefficient de fluage au temps t, i.e. rapport de la déformation de fluage à la déformation instantanée, cette dernière étant évaluée au moment du chargement.
E_d	module différé de la PCD ;
g	concentration granulaire ;
g^*	concentration granulaire maximale ;
ε_p	amplitude finale du retrait endogène de la PCD ;
u(r)	déplacement radial d'un point situé à un rayon r quelconque d'une cellule composite ;
σ_r, σ_θ	respectivement la contrainte radiale et orthoradiale dans la sphère composite ;
ε_{min}	retrait endogène pour un béton de concentration maximale, g^* ;
R_{c28}	classe vraie du ciment utilisé ;
indices "p", "g"	respectivement les quantités se rapportant à la PCD ou au granulat.

1 Le modèle trisphère appliqué au calcul du retrait endogène du béton

1.1 Equations de base

Le calcul de la réponse en déformation de la cellule élémentaire du modèle trisphère s'effectue en élasticité. En effet, comme on cherche le retrait à long terme, sans se préoccuper dans un premier temps de son évolution, le calcul par les équations de l'élasticité reste rigoureux, sous réserve de considérer le module à long terme des constituants, i.e. à une période où les contraintes sont stabilisées dans le matériau. Les résultats expérimentaux de la présente étude (cf. annexe 2) montrent que le retrait endogène est déjà stabilisé à 1000 jours. Nous fixerons cet âge pour le calcul de la déformation, ce qui reste de plus cohérent avec l'étude sur le fluage (chap. 4). Les granulats ont un comportement que l'on peut considérer comme élastique (module constant) ; la pâte subit quant à elle du fluage en traction, causé par la présence des inclusions granulaires qui limitent les déformations. On prend donc pour cette phase le module différé à long terme. Bien que les équations de l'élasticité qu'on utilise soient classiques, on les rappelle brièvement ci-après.

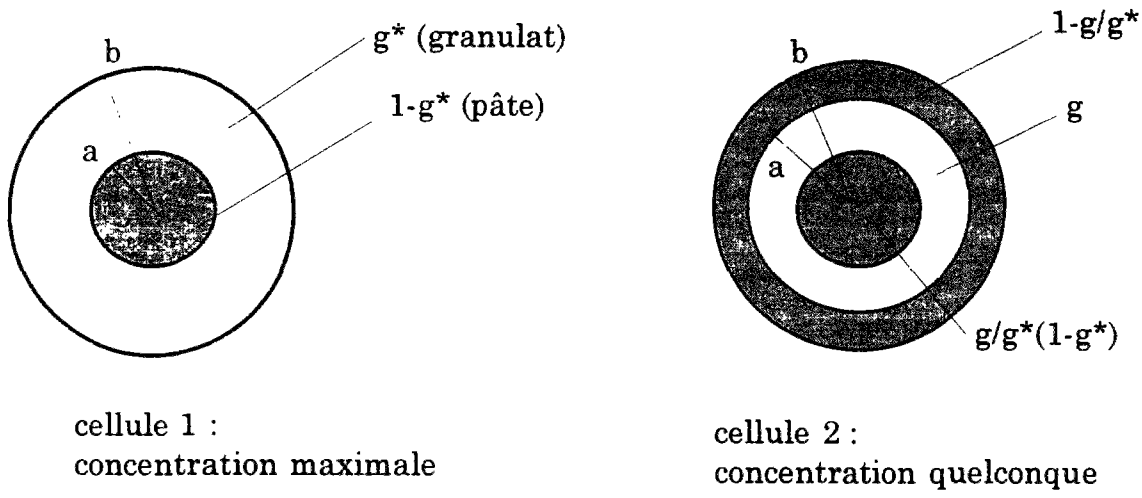


Figure 5-1 : schéma de la cellule élémentaire du modèle trisphère.

La loi de comportement en élasticité est :

$$\underline{\underline{\varepsilon}} - \varepsilon_p \underline{\underline{1}} = \frac{1+\nu}{E}\underline{\underline{\sigma}} - \frac{\nu}{E}\mathrm{tr}\sigma\underline{\underline{1}} \qquad (5\text{-}1)$$

On fait maintenant intervenir la déformation différée, ε^{dif}, de la pâte de ciment, en faisant l'hypothèse du comportement viscoélastique linéaire, ce qui satisfait, en particulier, la symétrie du phénomène par rapport à des contraintes de traction ou de compression.

En prenant la déformation différée asymptotique du type :

$$\varepsilon_{\infty}^{dif} = \frac{\phi}{E_p} \tag{5-2}$$

Le module différé vaut alors :

$$E_d = \frac{E_p}{1+\phi} \tag{5-3}$$

A long terme, lorsque les phénomènes sont stabilisés, on remplace dans l'équation (5-1), le module instantané par le module différé. Il vient alors :

$$\underline{\underline{\varepsilon}} - \varepsilon_p \underline{\underline{1}} = \frac{1+\nu}{E_d}\underline{\underline{\sigma}} - \frac{\nu}{E_d}\operatorname{tr}\sigma\,\underline{\underline{1}} \tag{5-4}$$

L'équation d'équilibre, pour le cas d'une sphère soumise à une pression hydrostatique externe, se résume à une seule équation, qui s'écrit en coordonnées polaires :

$$\frac{d\sigma}{dr} + \frac{2}{r}(\sigma_r - \sigma_\theta) = 0 \tag{5-5}$$

Les déformations radiales et orthoradiales sont fonction du déplacement radial par les relations :

$$\varepsilon_r = \frac{du}{dr} \text{ et } \varepsilon_\theta = \frac{u}{r} \tag{5-6}$$

En inversant la loi de comportement (5-4), on obtient dans les directions radiales et orthoradiales :

$$\begin{aligned} \sigma_r &= \frac{E_d}{(1+\nu)(1-2\nu)}\left[(1-\nu)\varepsilon_r + 2\nu\varepsilon_\theta - (1+\nu)\varepsilon_p\right] \\ \sigma_\theta &= \frac{E_d}{(1+\nu)(1-2\nu)}\left[\nu\varepsilon_r + \varepsilon_\theta - (1+\nu)\varepsilon_p\right] \end{aligned} \tag{5-7}$$

En combinant (5-5) (5-6) et (5-7) on établit l'équation différentielle (5-8), en déplacement :

$$\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{2}{r}\frac{\partial u}{\partial r} - \frac{2u}{r^2} = 0 \tag{5-8}$$

La solution de cette équation est alors :

$$u = A\,r + \frac{B}{r^2} \tag{5-9}$$

Les coefficients A et B sont calculés en fonction des conditions aux limites.

1.2 Calcul pour g = g*

Dans un premier temps, on calcule le retrait de la cellule correspondant à la concentration maximale, g* (sphère 1 de la fig 5-1). L'état de concentration maximale correspond à la borne supérieure de Hashin-Shtrikman, pour laquelle la phase, de module le plus faible, joue le rôle d'inclusion. Dans ce cas, la concentration en pâte vaut :

$$1-g^* = \frac{a^3}{b^3}$$

Les déplacements u(r) s'écrivent de la manière suivante :

- pour r = 0, le déplacement $u_p = 0$ (par symétrie). Par conséquent : $u_p(r) = A_p r$;
- pour la sphère extérieure : $u_g(r) = A_g r + \frac{B_g}{r^2}$

On pose les conditions aux limites pour résoudre l'équation (5-8) :

$r = a$: $\sigma_{rp} = \sigma_{rg}$ et $u_g = u_p$

$r = b$: $\sigma_{rg} = 0$

La condition sur l'égalité des déplacements à l'interface des deux matériaux conduit à la relation :

$$A_p = A_g + \frac{B_g}{a^3} \tag{5-10}$$

Les conditions sur les contraintes fournissent 2 équations supplémentaires qui s'écrivent sous forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{1-2\nu_g} & \frac{-2}{(1+\nu_g)b^3} \\ \frac{E_g}{1-2\nu_g} - \frac{E_d}{1-2\nu_p} & \frac{-1}{a^3}\left(\frac{E_d}{1-2\nu_p} + \frac{2E_g}{1+\nu_g}\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_g \\ B_g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{-E_d \varepsilon_p}{1-2\nu_p} \end{bmatrix} \tag{5-11}$$

Les termes A_g et B_g sont alors :

$$A_g = \frac{-2E_d(1-g^*)}{2E_g \frac{1-2\nu_p}{1-2\nu_g} g^* + E_d\left[\frac{1+\nu_g}{1-2\nu_g} + 2(1-g^*)\right]} \varepsilon_p$$

$$\frac{B_g}{b^3} = \frac{E_d(1-g^*)}{2E_g \frac{1-2\nu_p}{1+\nu_g} g^* + E_d\left[1 + 2(1-g^*)\frac{1-2\nu_g}{1+\nu_g}\right]} \varepsilon_p$$

Le retrait d'une sphère constituée d'un matériau homogène, et produisant le même retrait que la sphère composite, s'écrit :

$$\varepsilon_{hl} = \frac{u(b)}{b} = A_g + \frac{B_g}{b^3} = \frac{E_d(1-g^*)\left(2+\frac{1+\nu_g}{1-2\nu_g}\right)}{2E_g\frac{1-2\nu_p}{1-2\nu_g}g^* + E_d\left(\frac{1+\nu_g}{1-2\nu_g}+2(1-g^*)\right)}\varepsilon_p \qquad (5\text{-}12)$$

On montre facilement que le retrait macroscopique du matériau correspond à celui de la sphère composite : il suffit d'écrire que la solution générale, sur le matériau pris dans son ensemble, est compatible en contrainte, de même qu'en déplacement, avec la solution locale.

Les éléments de la démonstration sont les suivants :

on remarque d'abord que la contrainte macroscopique extérieure est nulle. A l'échelle de la sphère composite, aucun effort extérieur ne s'applique, bien qu'il existe des contraintes internes. On est en présence d'un système dans lequel des contraintes internes se développent. Ces contraintes sont auto-équilibrées à l'échelle de chaque sphère, et il n'existe aucun effort de contact entre deux sphères adjacentes. La solution est donc statiquement admissible.

En ce qui concerne la compatibilité en déplacement, on constate que la déformation des sphères est homogène. En effet, la variation relative de volume est indépendante de la taille de la cellule composite, puisque :

$$\frac{\Delta v}{v} = tr(\underline{\underline{\varepsilon}}) = 3A_g$$

Le retrait macroscopique conduit donc à voir le matériau comme un empilement de sphères qui subissent toutes la même variation relative de volume, si bien que la déformation macroscopique est égale à celle de la sphère étudiée. Le champ de déformation est alors cinématiquement admissible.

Le retrait du matériau, de concentration maximale en granulat, est donc égal au retrait calculé par la formule (5-12) :

$$\varepsilon_{min} = \varepsilon_{hl}$$

Si de plus on admet que les coefficients de Poisson sont égaux à 0,2, la formule (5-12) devient :

$$\varepsilon_{min} = \frac{2\frac{E_d}{E_g}(1-g^*)}{g^* + \frac{E_d}{E_g}(2-g^*)}\varepsilon_p \tag{5-13}$$

On a choisi de noter le retrait ainsi calculé ε_{min} pour montrer qu'il s'agit de la valeur minimale de retrait, correspondant au béton dans lequel les inclusions sont en contact comme dans un empilement.

1.3 Calcul pour une concentration quelconque

Expression générale du retrait du béton

Pour passer à une concentration réelle, qui est inférieure à g*, on réalise un calcul similaire du précédent, en considérant un granulat équivalent, produisant le retrait ε_{min} calculé précédemment, autour duquel une pellicule de pâte de ciment produit elle aussi un retrait, d'amplitude ε_p, connue (fig. 5-2). Les équations sont les mêmes que dans le § 1.1 et les conditions aux limites les mêmes qu'au § 1.2. Le système (5-11) s'écrit ici de la façon suivante :

$$\begin{bmatrix} \frac{E_d}{1-2\nu_p} - \frac{E_g}{1-2\nu_g} & \frac{-1}{a^3}\left(\frac{2E_d}{1+\nu_p} + \frac{E_g}{1-2\nu_g}\right) \\ 1+\nu_p & \frac{-2}{b^3}(1-2\nu_p) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_p \\ B_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{E_d\,\varepsilon_p}{1-2\nu_p} - \frac{E_g\,\varepsilon_{min}}{1-2\nu_g} \\ (1+\nu_p)\varepsilon_p \end{bmatrix} \tag{5-14}$$

D'où l'on extrait les 2 coefficients A_p et B_p, ce qui permet de calculer ensuite le retrait de la sphère homogène équivalente :

$$\varepsilon_{h2} = \frac{u(b)}{b} = A_p + \frac{B_p}{b^3} = \frac{\left(1-\frac{g}{g^*}\right)\left[1+\nu_p+2(1-2\nu_g)\frac{E_d}{E_g}\right]\varepsilon_p + 3(1-\nu_p)\frac{g}{g^*}\varepsilon_{min}}{1+\nu_p+2(1-2\nu_g)\left(1-\frac{g}{g^*}\right)\frac{E_d}{E_g} + 2\frac{g}{g^*}(1-2\nu_p)} \tag{5-15}$$

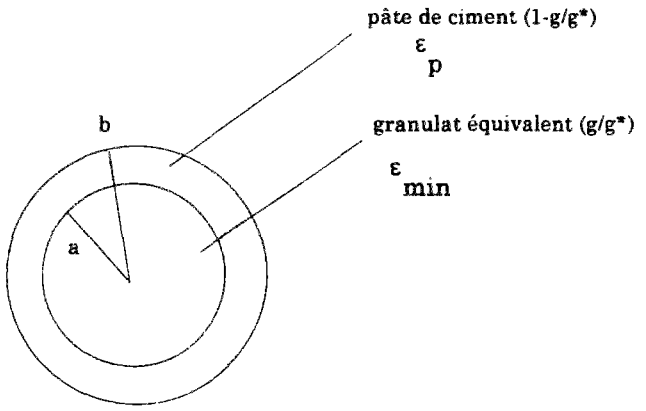


Figure 5-2 : cellule considérée pour le calcul du retrait de la cellule trisphère. La pâte de ciment, à l'extérieur, produit un retrait, ε_p, *et le granulat équivalent, au centre,* un retrait, ε_{min}.

Pour les mêmes raisons que dans le § 1.2, la solution calculée ici correspond à la solution à l'échelle macroscopique (compatibilité en contrainte et en déformation) :

$\varepsilon_b = \varepsilon_{h2}$

En prenant les coefficients de Poisson des 2 phases égaux à 0,2, on obtient l'expression suivante :

$$\varepsilon_b = \frac{\left(1+\frac{E_d}{E_g}\right)\left(1-\frac{g}{g^*}\right)+\frac{4\frac{E_d}{E_g}(1-g^*)\frac{g}{g^*}}{g^*+\frac{E_d}{E_g}(2-g^*)}}{1+\frac{g}{g^*}+\frac{E_d}{E_g}\left(1-\frac{g}{g^*}\right)}\,\varepsilon_p \qquad (5\text{-}16)$$

L'expression (5-16) permet de calculer le retrait endogène du béton, en fonction de celui de la PCD, du module différé de la PCD, du module instantané des granulats, de la concentration granulaire, et de la concentration granulaire maximale. Rappelons que le module différé de la PCD peut être évalué en fonction des paramètres de formulation (e/c, s/c, classe du ciment), conformément au § 2.1 du chapitre 4.

Expressions simplifiées du retrait du béton

Dans l'expression (5-16), on note que si g = g*, on retrouve l'expression (5-13) donnant ε_{min}. Par ailleurs, on se ramène au cas plus classique du modèle bisphère de Hashin (Chap. 3) en donnant la valeur 1, à g*. On obtient alors l'expression suivante :

$$\varepsilon_b = \frac{(E_g + E_d)(1-g)}{(1+g)E_g + E_d(1-g)} \quad \varepsilon_p \tag{5-17}$$

Si par ailleurs, on considère que l'inclusion a un module très élevé par rapport au module différé de la pâte de ciment, ou si l'inclusion est parfaitement rigide, le terme $\frac{E_d}{E_g}$ est petit devant 1. L'expression 5-16 devient alors :

$$\varepsilon_b = \frac{1 - \frac{g}{g^*}}{1 + \frac{g}{g^*}} \varepsilon_p \tag{5-18}$$

Enfin, un autre calcul consiste à évaluer la déformation de retrait d'une cellule trisphère, dont la PCD de la sphère extérieure est fissurée radialement. Dans un tel cas la déformation globale vaut (avec les notations de la figure 5-1 et en négligeant l'effet du retrait du noyau central ε_{min}) :

$$\varepsilon_b = \frac{u(b)}{b} = \frac{b-a}{b} \varepsilon_p = \left(1 - \sqrt[3]{\frac{g}{g^*}}\right) \varepsilon_p \tag{5-19}$$

La formule (5-19) s'obtient en écrivant que la diminution de diamètre de la cellule est uniquement due au retrait de la pâte. Celle-ci étant fissurée radialement par retrait empêché, les contraintes radiales et orthoradiales sont amoindries par la fissuration, mais le retrait radial de la sphère extérieure reste complet et vaut ε_p. Comme le granulat ne subit aucune contrainte à cause de cette fissuration, la déformation de la cellule est égale au retrait de la pâte, pondérée par le rapport de l'épaisseur de matrice au rayon extérieur de la cellule. Ce rapport est ensuite exprimé en fonction de la concentration granulaire réelle et à l'empilement.

L'expression (5-19) constitue en quelque sorte une borne inférieure du retrait du matériau (au sens de la limitation par un processus de fissuration, et non au sens de bornes calculées par la mécanique). Pour le béton B1 de la présente étude, g = 0,71 et g* = 0,87, le retrait du béton vaudrait alors 7 % de celui de la pâte de ciment.

La figure 5-3 donne, pour les différentes versions données précédemment, le retrait du béton en fonction de la concentration granulaire. Concernant le modèle bisphère, on s'aperçoit que la différence avec le modèle trisphère s'accentue lorsque le volume granulaire augmente. Ce dernier prévoit un retrait plus faible ; la différence vaut environ 25 % pour les valeurs courantes de concentration granulaire (g = 0,7). On constate aussi que l'hypothèse de rapport de rigidité négligeable devant 1, entre la pâte et le granulat, conduit à une réduction du retrait d'environ 25 %, par rapport au calcul général.

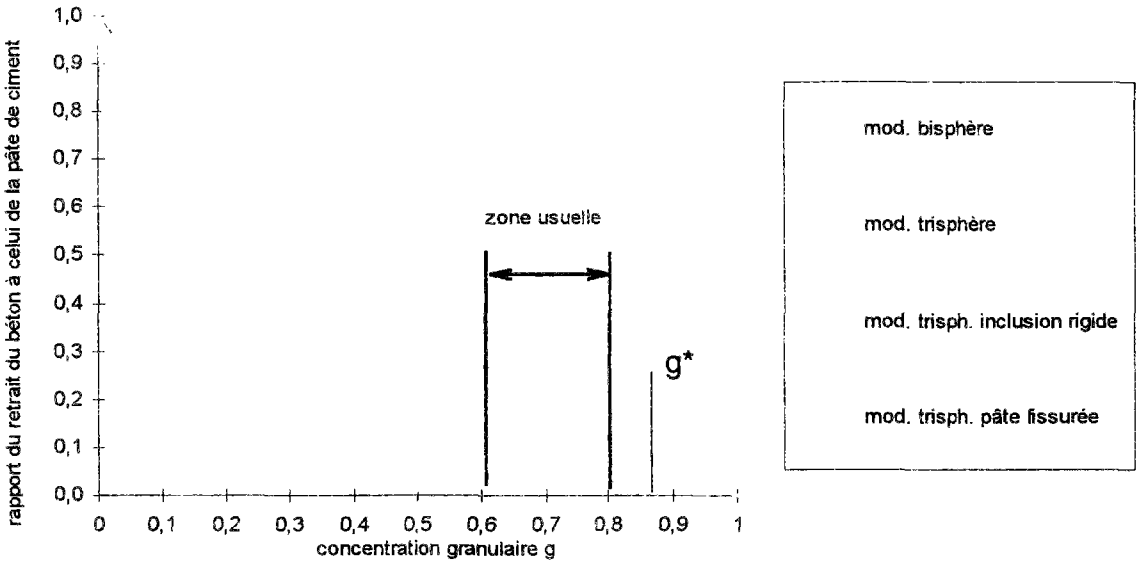


Figure 5-3 : rapport du retrait du béton à celui de la pâte, en fonction de la concentration granulaire. Comparaison entre les modèles bisphère et trisphère, et d'autres expressions simplifiées. (e/c = 0,27 ; s/c = 0,10 ; g = 0,87 ; E_d = 9100 MPa ; E_g = 75000 MPa ; ciment de classe vraie de 60 MPa).*

1.4 Contraintes de traction provoquées par le granulat sous l'action du retrait

On sait que la phase solide de la pâte de ciment subit, sous l'effet des dépressions capillaires [9], des contraintes internes de compression. La présence des granulats a un effet inverse, comme on va le montrer. La contrainte de traction dans la pâte de ciment peut être évaluée, car on a résolu le problème élastique. En considérant un secteur d'une sphère composite (fig. 5-4), on propose de calculer la contrainte de traction agissant dans la sphère extérieure de PCD. Sans que ce calcul fournisse une valeur précise des sollicitations, (un calcul en viscoélasticité serait nécessaire), il permettra de comparer les résultats en valeurs relatives, pour différents types de bétons (BO et BHP).

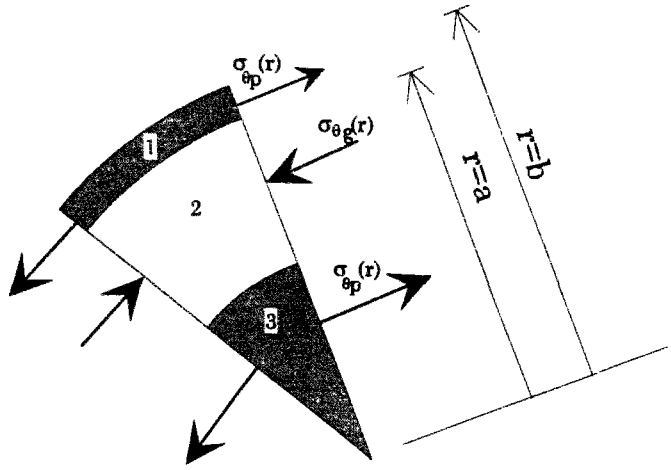


Figure 5-4 : isolement d'un secteur angulaire d'une cellule trisphère et contraintes associées.

La contrainte $\sigma_{\theta p}$ s'écrit alors :

$$\sigma_{\theta p} = \frac{E_d}{(1+\nu_p)(1-2\nu_p)}\left[\nu\varepsilon_r + \varepsilon_\theta - (1+\nu)\varepsilon_p\right] \tag{5-20}$$

avec : $\varepsilon_r = A_p - \frac{2B_p}{r^3}$, $\varepsilon_\theta = A_p + \frac{B_p}{r^3}$, ε_p le retrait endogène de la pâte de ciment.

En fixant les coefficients de Poisson des phases à 0,2, les coefficients A_p et B_p valent alors :

$$A_p = \frac{E_d\,\varepsilon_p\left(1-\frac{g}{g^*}\right) + E_g\left(\varepsilon_p + \frac{g}{g^*}\varepsilon_{min}\right)}{E_d\left(1-\frac{g}{g^*}\right) + E_g\left(1+\frac{g}{g^*}\right)}$$

$$B_p = \frac{E_g\left(\varepsilon_{min} - \varepsilon_p\right)a^3}{\left[E_d\left(1-\frac{g}{g^*}\right) + E_g\left(1+\frac{g}{g^*}\right)\right]}$$

L'équation 5-20 devient alors :

$$\sigma_{\theta p1} = \frac{E_d\left(\varepsilon_{min} - \varepsilon_p\right)}{0,6}\left[\frac{E_g\left(\frac{g}{g^*} + \frac{a^3}{2r^3}\right)}{E_d\left(1-\frac{g}{g^*}\right) + E_g\left(1+\frac{g}{g^*}\right)}\right] \tag{5-21}$$

Les déformations étant ici négatives, avec $|\varepsilon_p| > |\varepsilon_{min}|$, on vérifie que la contrainte dans la sphère extérieure est de traction. Par ailleurs, elle évolue en fonction du rayon considéré ; elle est maximale pour r = a (interface avec le granulat) et minimale pour r = b (notons que $\frac{a^3}{b^3} = \frac{g}{g^*}$).

La contrainte $\sigma_{\theta pl}$ est en fait élevée, du moins avec les valeurs de E_d considérées, mais comme elle est directement proportionnelle au module différé de la pâte, une augmentation du fluage la ferait diminuer. Le fluage en traction de la pâte a été sous-évalué, notamment par le fait qu'on a considéré un noyau de fluage correspondant au chargement à 28 jours, alors que le processus de retrait met en jeu des contraintes dès le plus jeune âge du matériau. Il n'en demeure pas moins que $\sigma_{\theta pl}$ augmente en valeur relative dans une large proportion pour les BHP. La valeur pour un béton ordinaire est au moins 3 fois plus faible que pour un BHP (tableau 5-1).

Le calcul, même s'il reste approximatif, montre qu'il y a un risque de fissuration de la pâte de ciment sous l'effet du retrait endogène ; ce risque augmente pour les matrices à haute résistance.

De plus, on constate (en dérivant l'expression 5-21 par rapport à g) que la contrainte de traction diminue lorsque la concentration granulaire diminue. Le risque de fissuration interne augmente donc pour les fortes concentrations granulaires.

Béton	B1	B0
E_d [MPa]	11733	3584
E_g [MPa]	75000	75000
g	0,71	0,71
g*	0,87	0,87
ε_p	$-1{,}00.10^{-3}$	$-1{,}00.10^{-3}$
ε_{min}	$-3{,}89.10^{-5}$	$-1{,}34.10^{-5}$
$\sigma_{\theta pl}(r=a)$ [MPa]	13,4	4,3
$\sigma_{\theta pl}(r=b)$ [MPa]	11,1	3,5

Tableau 5-1 : calcul des contraintes orthoradiales dans la sphère extérieure de PCD, en fonction des caractéristiques du matériau. Le module différé a été calculé par la formule 4-20.

Un dernier point concernant les contraintes dans la matrice reste cependant à souligner. L'étude [9] est développée en adoptant un mécanisme de tension capillaire, qui sollicite le squelette en compression. C'est ainsi que la pâte de ciment, qui entoure un granulat, subit la somme algébrique de la compression par autodessiccation et de la traction par retrait empêché. En allant plus loin, on pourrait dire que si la déformation de retrait endogène est uniquement provoquée par des contraintes de compression, l'empêchement de ce retrait doit avoir pour effet d'annuler la contrainte de compression. Il n'y aurait donc pas de fissuration par retrait endogène empêché (!).

On peut répondre à cette apparente contradiction en faisant remarquer, que si le squelette est globalement comprimé par la dépression capillaire, la distribution des contraintes est hétérogène, du fait de la complexité de la matière à cette échelle. Cette hétérogénéité est encore accentuée par la présence des grains anhydres, qui jouent un rôle d'inclusions, au même titre que les grains les plus fins du sable. Un schéma

mécanique simplifié (fig. 5-5) permet d'illustrer nos propos, dans le cas d'un matériau poro-élastique. Ici, la contraction engendrée par les tensions capillaires n'affecte qu'une partie du squelette, alors que la contrainte de traction, provoquée par le retrait empêché, sollicite quant à elle l'ensemble de la phase solide de la matrice. On voit d'après ce modèle qu'il y a des zones de la matrice qui subissent directement de la traction par retrait empêché.

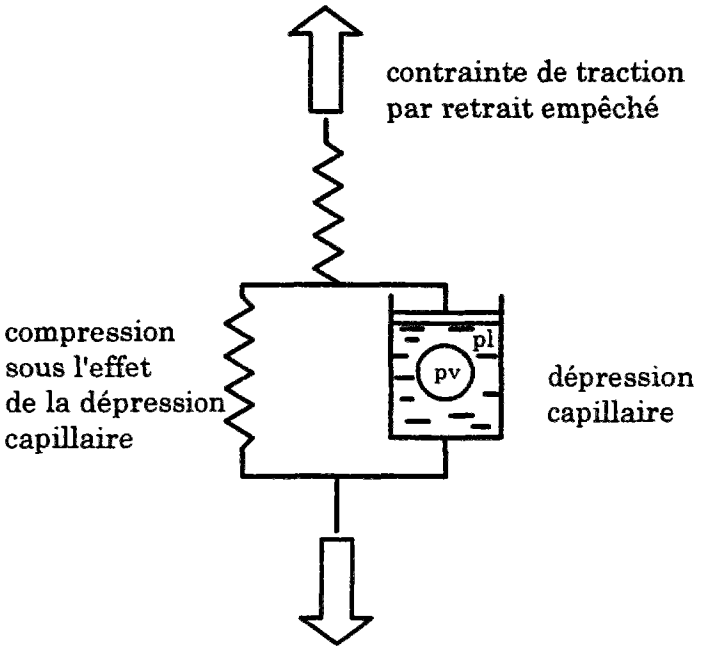


Figure 5-5 : schématisation analogique d'un milieu poreux dont une partie de la phase solide est sollicitée par les tensions capillaires ($p_v < p_l$).

2 Modèle empirique pour le retrait endogène de la pâte pure

On cherche ici à prévoir le retrait endogène de la pâte pure en fonction de sa composition. On a vu, dans le chapitre 2, que les résultats de retrait endogène sur pâte pure sont inexploitables pour une modélisation, à cause, entre autres, de la dessiccation, qui empêche de déduire une amplitude finale. En revanche, les essais des bétons B1 à B10, pour lesquels on a l'évolution complète des déformations jusqu'à stabilisation, sont exploitables, sous réserve d'utiliser le modèle trisphère pour déduire, du béton, le retrait de la pâte de ciment durcie.

2.1 Contrainte "hydrique"

L'approche proposée, part du constat que le squelette solide de la PCD subit des contraintes de compression, sous l'effet des dépressions capillaires, selon une relation du type [9]:

$$\Sigma_s(t) = p_c(t)\,\Phi(t)$$

Où $p_c(t)$ est la dépression capillaire, $\Phi(t)$ la porosité du matériau, et $\Sigma_s(t)$ la contrainte de compression du squelette solide.

La dépression capillaire, lorsqu'elle est stabilisée, peut être reliée à l'humidité relative par la loi de Laplace-Kelvin (formule 1-3). Des expériences ont montré que, sous l'effet de l'autodessiccation, l'humidité relative à l'équilibre est corrélée aux rapports e/c et s/c du matériau [11, 2, 3]. Les faibles quantités initiales d'eau et la présence de fumée de silice font diminuer cette hygrométrie à l'équilibre, ce qui tend à augmenter la pression capillaire, et donc la contrainte macroscopique exercée sur le squelette.

Par ailleurs, la porosité, $\Phi(t)$, peut être reliée aux rapports e/c et s/c [11, 2]. Les faibles quantités d'eau initiales et la présence de fumée de silice diminuent la porosité capillaire, donc font diminuer la contrainte macroscopique.

On a donc intérêt à faire intervenir la contrainte "hydrique", $\Sigma_s(t)$, pour le calcul du retrait endogène des pâtes HP car, ainsi, on prend en compte les 2 effets opposés signalés précédemment. De plus, chacun des termes entrant dans l'expression de la contrainte macroscopique peut être relié aux paramètres de formulation. On pose alors la relation (valable à long terme) :

$$\Sigma_s = K_c \cdot \varphi\left(\frac{e}{c}\right) \cdot \psi\left(\frac{s}{c}\right) \qquad (5\text{-}22)$$

Où $\varphi\left(\frac{e}{c}\right)$ et $\psi\left(\frac{s}{c}\right)$ sont des fonctions à définir, et K_c un coefficient qui caractérise, *a priori*, le ciment.

La contrainte macroscopique agissant sur un matériau viscoélastique vieillissant, celui-ci répond par des déformations instantanées et différées. On ne s'intéresse ici qu'à la PCD seule, soumise au retrait endogène libre. La déformation à long terme peut alors s'écrire comme le quotient de la contrainte macroscopique par le module différé, E_d. Dans l'hypothèse de viscoélasticité linéaire, ce module en compression est le même que celui utilisé en traction dans le paragraphe précédent. Il vient alors :

$$E_d\,\varepsilon_p = K_c \cdot \varphi\left(\frac{e}{c}\right) \cdot \psi\left(\frac{s}{c}\right) \tag{5-23}$$

Pour déterminer les fonctions $\varphi\left(\frac{e}{c}\right)$ et $\psi\left(\frac{s}{c}\right)$, on s'appuie sur les observations expérimentales, selon lesquelles le retrait du béton (donc de la pâte de ciment) augmente lorsque e/c diminue ou lorsque s/c augmente, avec une limitation de l'effet de la fumée de silice, lorsque la totalité de la chaux libérée par le ciment a été consommée.

On a alors fixer une fonction affine pour le paramètre e/c, et exponentielle, bornée, pour s/c. Le retrait à long terme de la PCD s'obtient alors par la relation :

$$\varepsilon_p = \frac{K_c\left(1-\alpha\frac{e}{c}\right)\left[1-\beta\exp\left(-11\frac{s}{c}\right)\right]}{E_d} \tag{5-24}$$

Les coefficients α et β sont à déterminer par ajustement sur des résultats expérimentaux (pour un même ciment, de manière à ce que le coefficient K_c reste constant). Le module différé E_d peut être calculé par la relation (4-25). Cela constitue cependant une approche un peu grossière, puisque la formule (4-25) a été obtenue d'après des essais débutant à 28 jours, et non depuis le plus jeune âge, comme cela devrait être le cas.

N'ayant pas de résultats fiables sur pâte pure, on s'est appuyé sur les expériences sur béton. Pour ce faire, on a minimisé l'écart moyen entre le retrait endogène à long terme des bétons et ceux obtenus par la relation (5-16), dans laquelle on a remplacé le retrait de la pâte par l'expression (5-24).

En plus des résultats sur bétons de la présente étude, on a utilisé une partie des résultats de [8], réalisés avec le même ciment de St Vigor.

2.2 Expression du retrait endogène de la pâte de ciment

Il convient d'abord de comparer les valeurs expérimentales pour un intervalle de maturité donné, et non pour un même intervalle de temps. Souhaitant obtenir un modèle qui permet le calcul du retrait endogène obtenu depuis le coulage, il faut additionner aux valeurs expérimentales, qui débutent ici à 24 heures, une estimation du retrait, effectué entre 0 et 24 heures. En se conformant au modèle simplifié d'évolution du retrait endogène, proposé dans le chapitre 6, on calcule, pour les bétons qui servent à la modélisation, le retrait entre 0 et 24 heures, par la relation :

$$\varepsilon_b(24\,h) = (2 f_{c28} - 40)\left(1{,}1\frac{f_c(24\,h)}{f_{c28}} - 0{,}1\right)$$

Pour les bétons B0 à B10, les résistances à 1 et 28 jours sont connues, mais pour les 3 bétons de l'étude [8], on a calculé la résistance à 1 jour par la relation donnée en commentaire de l'article A.2.1,1 du BAEL [10]. Dans le tableau 5-2 sont indiquées les valeurs de retrait à 1000 jours, après correction de la valeur estimée à 24 heures, ainsi que les paramètres de formulation nécessaires au calcul du retrait de la pâte de ciment, et de celui du béton.

L'ajustement mathématique donne, pour les coefficients de l'expression (5-24) :

- $\alpha = 1{,}47$;
- $\beta = 0{,}68$;
- $K_c = 24$.

Ces coefficients étant déterminés, on calcule finalement le retrait endogène de la pâte de ciment par l'expression suivante :

$$\varepsilon_p = 24\frac{60}{R_{c28}}\left(1 - 1{,}47\frac{e}{c}\right)\left(1 - 0{,}68\exp\left[-11\frac{s}{c}\right]\right)\times \left\{9{,}5\left[1 + 3{,}15\frac{\frac{e}{c}}{1 + 0{,}15\left(1 - \exp\left[-11\frac{s}{c}\right]\right)}\right]^{2{,}4} + \frac{558\frac{e}{c}}{1 + 1{,}74\left(1 - \exp\left[-11\frac{s}{c}\right]\right)}\right\} \qquad (5\text{-}25)$$

Le terme entre accolades, qui représente l'inverse du module différé de la pâte, est la somme de la déformation instantanée (chap. 3) et de la déformation de fluage propre (chap. 4). Son expression est définie au § 2.1 du chapitre 4. On dispose donc d'une

formule empirique pour la prévision de l'amplitude totale du retrait endogène, en fonction des paramètres de formulation.

La confrontation entre le modèle et les résultats expérimentaux est présentée sur la figure 5-6. L'écart moyen, par rapport à la moyenne des valeurs expérimentales, vaut 11 %, et le coefficient de variation, 18 %. Bien que ces résultats soient satisfaisants, des essais supplémentaires sur d'autres bétons, notammemnt sur des bétons ordinaires, sont encore nécessaires pour valider le modèle dans ce domaine.

béton	e/c	s/c	g	g*	E_g [GPa]	retrait à 1 jour	retrait exp. corrigé à 1000 j.	retrait théorique à 1000 j.
B0	0,5	0,0	0,705	0,87	75	9	85	88
B1	0,33	0,1	0,715	0,87	75	29	162	164
B2	0,33	0,1	0,731	0,87	75	32	127	150
B3	0,33	0,1	0,695	0,87	75	25	190	183
B4	0,33	0,1	0,673	0,87		39	191	204
B5	0,42	0,1	0,711	0,87	75	22	155	153
B6	0,28	0,1	0,710	0,87	75	44	169	169
B7	0,38	0,1	0,713	0,87	75	12	177	160
B8	0,33	0,0	0,708	0,87	75	30	144	114
B9	0,33	0,05	0,711	0,87	75	30	137	150
B10	0,33	0,15	0,712	0,87	75	35	193	177
Flamanville	0,48	0	0,700	0,89	54	7	81	108
Paluel	0,48	0	0,700	0,90	65	5	109	71
Penly	0,58	0	0,686	0,89	65	3	90	111

Tableau 5-2 : valeurs à 1000 jours, en [10^{-6}], du retrait endogène des différents bétons réalisés avec le ciment de St Vigor, et paramètres de formulation correspondants (les 3 derniers bétons ont été étudiés dans [8]).

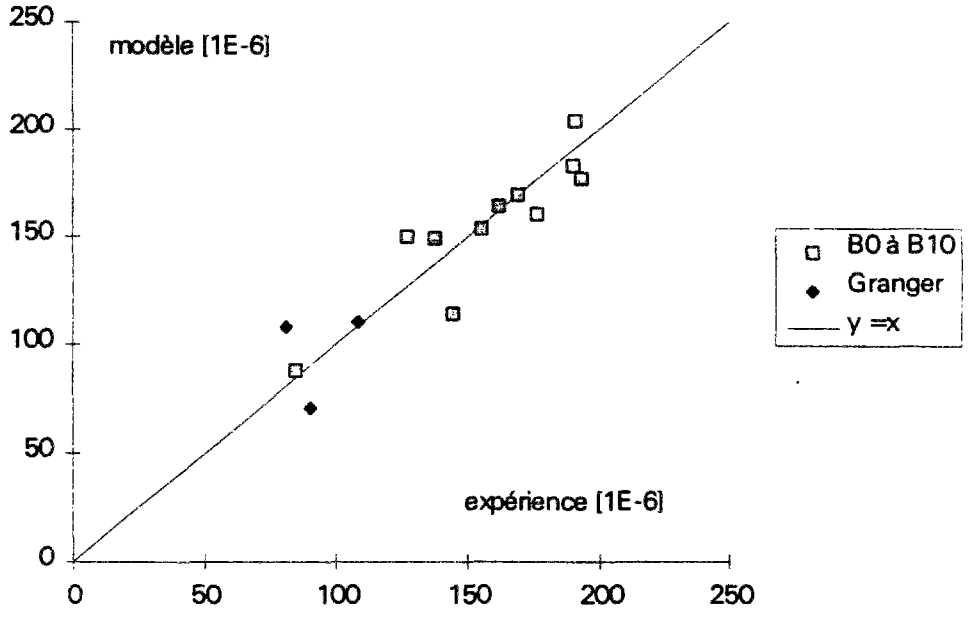


Figure 5-6 : comparaison, en [10^{-6}], entre les résultats du modèle et les points expérimentaux. Bétons B0 à B10, plus ceux de [8], réalisés avec le même ciment (St Vigor).

2.3 Validation sur des données de la littérature

On a vu que l'expression du retrait endogène de la pâte de ciment a été déterminée indirectement par le traitement de données sur béton. Cette technique n'est pas optimale, puisqu'on calcule le retrait de la pâte à partir de celui du béton, en utilisant le modèle trisphère, ce qui induit inévitablement une certaine imprécision.

Le modèle de retrait de la pâte de ciment peut être cependant validé en le confrontant à des données disponibles de la littérature. Dans [12], on dispose de mesures de retrait endogène de différentes pâtes pures réalisées avec les mêmes matériaux. On a comparé les résultats obtenus à 30 jours (âge le plus important, pour lequel on dispose de toutes les mesures), concernant les échantillons identiquement dosés en superplastifiant. Les mesures ont commencé à 24 heures. Le manque d'information concernant le retrait entre 0 et 24 heures n'est pas gênant, car on peut supposer, d'après les dosages, que ces valeurs sont très voisines les unes des autres. La comparaison des données expérimentales avec le modèle est illustrée sur la figure 5-7 ; les résultats numériques sont indiqués dans le tableau 5-3.

Le coefficient de variation vaut 12,5 % et l'écart moyen par rapport à la moyenne des valeurs expérimentales, 9 %, pour K_C = 28,5 (valeur ajustée). Ces chiffres sont assez satisfaisants ; une analyse plus détaillée des résultats amène les commentaires suivants :

- 4 valeurs sur 7, correspondant aux pâtes pures avec fumée de silice, sont très bien prédites par le modèle ;
- les valeurs correspondant aux rapports e/c les plus faibles (0,2 et 0,23), sans fumée de silice, sont surestimées. Cependant, à l'instar des résultats expérimentaux, le modèle prévoit une diminution du retrait lorsque e/c passe de 0,3 aux valeurs inférieures (Cette observation est commentée de manière plus détaillée dans le § 4 suivant).

Ces premiers résultats sont prometteurs, et constituent une première validation du modèle de prévision du retrait endogène de la pâte de ciment. En l'introduisant dans le modèle trisphère, on dispose d'un modèle complet de calcul de l'amplitude du retrait endogène des bétons, à partir de la connaissance des paramètres de formulation (e/c, s/c, g, g*, E_g) et du paramètre K_c, qui varie en fonction de la composition du ciment.

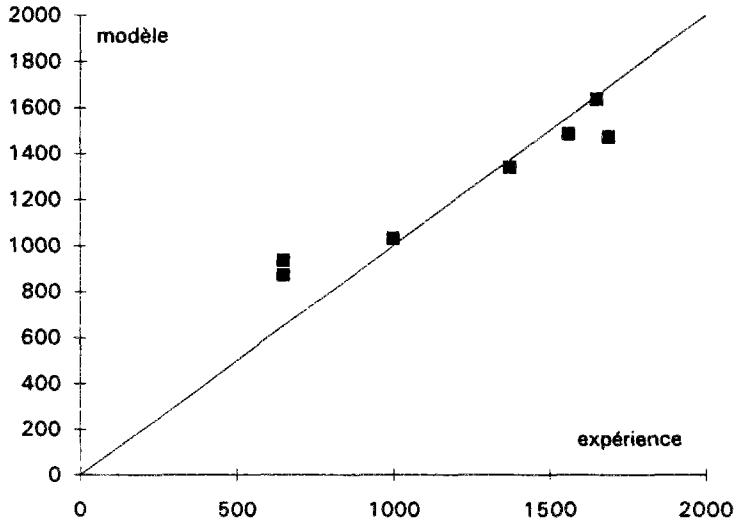


Figure 5-7 : comparaison, en [10^{-6}], entre les résultats du modèle (expression (5-25)) et les résultats de l'étude [12].

e/c	s/c	expérience	modèle
0,23	0	650	937
0,23	0,11	1375	1342
0,23	0,25	1690	1472
0,3	0	1000	1033
0,3	0,11	1560	1487
0,3	0,25	1650	1636
0,2	0	650	872

Tableau 5-3 : valeurs de retrait endogène (à 30 jours), en [10^{-6}], des pâtes pures de l'étude [12], ayant le même dosage en superplastifiant (0,6 % du poids de ciment). K_c = 28,5, R_{c28} = 60 MPa (estimation) dans l'expression (5-25).

3 Validation du modèle trisphère pour le calcul du retrait endogène

On confronte ici le modèle complet de calcul du retrait endogène à des données de la littérature. Dans [1], 5 BHP, réalisés avec les mêmes composants, ont été étudiés. Dans [8], en plus des 3 bétons ayant servi précédemment à l'élaboration du modèle de retrait de la pâte pure, 3 bétons réalisés avec 2 ciments différents ont été également étudiés. Les 2 bétons provenant de Civaux ont été formulés avec les mêmes matériaux. Toutefois le béton "Civaux BHP" a une formulation particulière, puisqu'il contient à la fois beaucoup d'eau et de fumée de silice, dont les effets sur le retrait endogène sont contraires. Comme les mesures commencent toutes à 1 jour, elles ont été corrigées de la valeur de retrait à 24 heures, calculée par la technique expliquée dans le § précédent. On a ajusté un même coefficient K_c pour les bétons réalisés avec le même ciment. Le module des granulats, lorsqu'il n'a pas été mesuré, a été évalué. En particulier, pour les bétons de l'étude [1], les gravillons sont des silicocalcaires de Seine, et on leur a attribué la même valeur de module qu'aux granulats de la présente étude (B0 à B10). Ces caractéristiques ainsi que les résultats expérimentaux et théoriques sont indiqués dans le tableau 5-4.

En comparant les résultats expérimentaux et ceux donnés par le calcul, on observe une bonne prédiction pour 6 bétons sur 8, et une très mauvaise pour les 2 autres (G0 et "Chooz"). Il est néanmoins difficile de savoir s'il s'agit d'une imprécision du modèle ou de l'expérience.

Les effets combinés, et contraires, du rapport e/c élevé, et de la forte concentration en fumée de silice, sont assez bien prédits pour le béton "Civaux BHP". Le modèle prévoit, par rapport au béton ordinaire associé, une baisse du retrait endogène, toutefois moins grande qu'en réalité. Mais il faut remarquer qu'aucun autre modèle, à notre connaissance, ne prévoirait un abaissement du retrait endogène, et surtout pas un modèle fondé sur la résistance en compression. Le B0 est moins résistant que le BHP (respectivement 40 et 65 MPa), si bien qu'un modèle prenant en compte la résistance prévoirait un retrait plus important pour le BHP.

béton	réf.	e/c	s/c	g	g*	classe ciment	K_c	E_g [GPa]	retrait exp. 1000 j. [10^{-6}]	retrait calculé [10^{-6}]
Chooz	[8]	0,54	0	0,70	0,92	55	24	73,2	38	98
Civaux B0	[8]	0,56	0	0,69	0,87	55	20	60	68	66
Civaux BHP	[8]	0,62	0,15	0,73	0,86	55	20	60	33	42
G0	[1]	0,33	0,08	0,655	0,86	60	24	75	303	209
G1	[1]	0,38	0,08	0,647	0,86	60	24	75	193	210
G2	[1]	0,41	0,08	0,647	0,86	60	24	75	176	203
H1	[1]	0,38	0,00	0,647	0,86	60	24	75	153	148
H2	[1]	0,41	0,00	0,650	0,86	60	24	75	138	142

tableau 5-4 : Comparaison entre valeurs théoriques et expérimentales de retrait endogène pour des bétons de la littérature. Le coefficient K_c de la formule (5-25) a été ajusté, et g a été calculé par le modèle de suspension solide (chap. 4).*

4 Variation de l'amplitude finale du retrait endogène du béton en fonction de la formulation

On présente ici des simulations dans lesquelles on a fait varier indépendamment chacun des paramètres de formulation pris en compte par le modèle. Ces calculs doivent être considérés comme une simple illustration pour quelques cas particuliers car, dans la réalité, plusieurs paramètres peuvent varier en même temps.

4.1 Evolution en fonction de la concentration granulaire

L'évolution du retrait endogène en fonction de la concentration granulaire a été représentée sur la figure 5-3. On a fait varier le rapport du module du granulat au module différé de la pâte de ciment. Sur la figure 5-8, on a représenté l'évolution du rapport du retrait du béton à celui de la pâte de ciment, pour différentes valeurs du rapport du module du granulat à celui de la pâte de ciment. On remarque une inversion de concavité de la courbe lorsque le rapport des modules passe par un ; pour cette valeur l'évolution en fonction de g est affine, puisque le dénominateur de la formule (5-16) est alors une constante. La courbe, correspondant à un rapport de module égal à 0,1, est un cas particulier qui pourrait correspondre à un mortier ultra léger réalisé avec des granulats très souples.

On constate de plus que, pour les granulats courants, le module du granulat a peu d'influence sur le retrait endogène du béton.

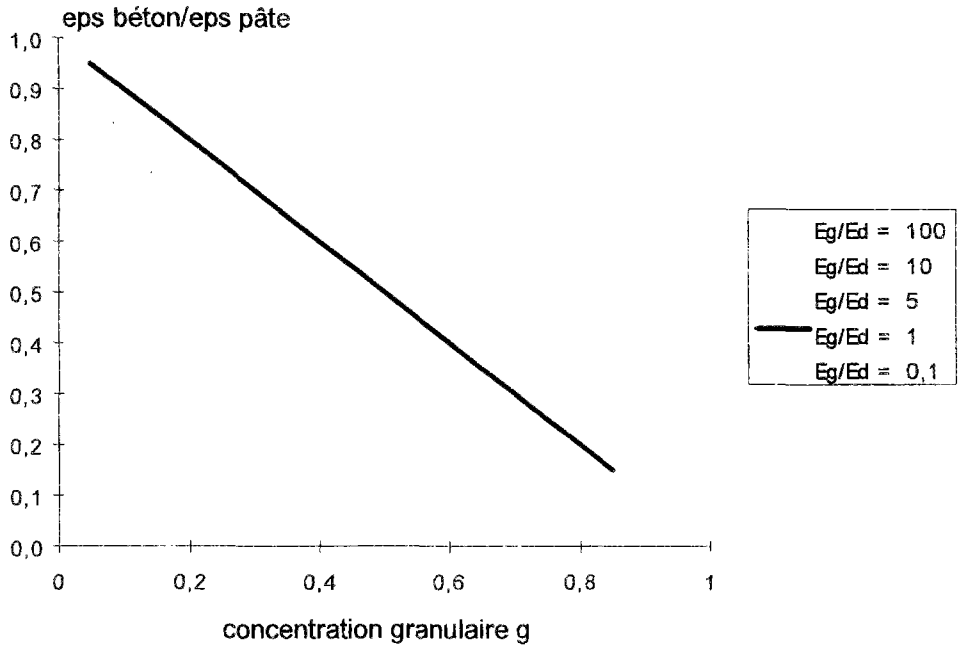


Figure 5-8 : évolution du rapport du retrait endogène du béton à celui de la pâte, $\varepsilon_{béton} / \varepsilon_{pâte}$, *en fonction de la concentration granulaire, et pour différentes valeurs du rapport* E_g / E_d *(g* = 0,87, et* E_d *= 5000 MPa).*

On a représenté sur la figure 5-9 le retrait endogène théorique et celui des bétons B1, B2, B3, B4 de la présente étude, pour lesquels seule la concentration granulaire varie. La décroissance est globalement bien traduite, puisque l'écart maximum ne dépasse pas 20 10^{-6}.

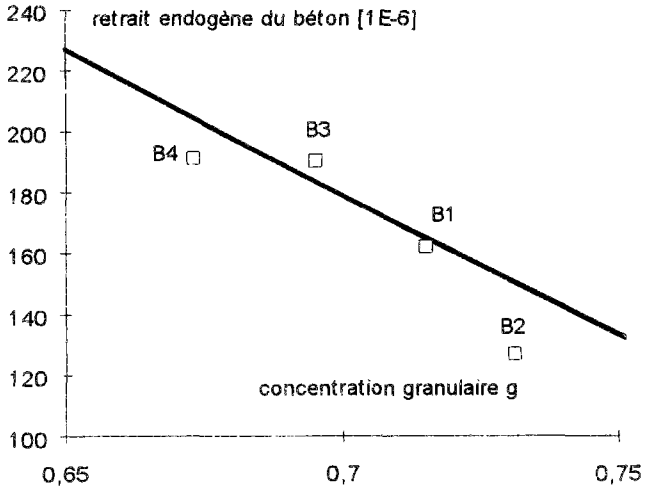


Figure 5-9 : comparaison entre le modèle et les valeurs expérimentales pour les bétons à volume de pâte variable de l'étude.

4.2 Evolution en fonction de la concentration granulaire maximale

On a vu dans le chapitre 4 que le fluage est sensible à la compacité du squelette, g*. Pour le retrait, on observe le même phénomène (fig. 5-10). Par exemple, un accroisssement de 0,1 de g*, pour une même valeur de g, conduit à une augmentation du retrait endogène de près de 40 %.

Il faut donc calculer la valeur de g* avec la meilleure précision possible, et si possible avec le modèle de suspension solide [6, 7] (chap. 4).

Cette sensibilité du retrait endogène à la distribution granulométrique peut expliquer des différences entre les résultats de différentes éprouvettes d'un même béton.

Pour fixer les idées, on a réalisé une simulation avec le modèle de suspension solide, en faisant varier le dosage de filler (10-80 µm) dans un mélange classique pour béton (D_{max} = 20 mm). On présente les résultats dans le tableau 5-5. Cette situation est tout à fait envisageable. Dans une production industrielle, par exemple, des problèmes rhéologiques (pompabilité, etc.) peuvent conduire à changer la nature du sable. Ce faisant, on modifie en même temps les déformations différées et, en particulier, le retrait endogène. La simulation montre qu'une augmentation du retrait, de l'ordre de 20-25 %, doit être envisagée.

% filler	g*	$\varepsilon_{béton} / \varepsilon_{pâte}$
0	0,870	0,134
5	0,910	0,150
10	0,945	0,163

Tableau 5-5 : simulation donnant l'évolution du retrait endogène du béton par rapport à celui de la pâte de ciment, en fonction du % de filler (10-80 µm), pour un mélange de sable (0-5 mm) de Bernière (proportions variables) et de gravillon (5-20 mm) du Boulonnais (proportion volumique fixe de 60 %).

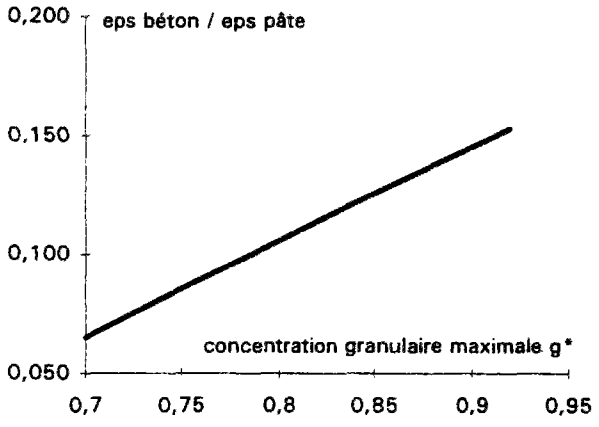


Figure 5-10 : évolution du rapport $\varepsilon_{béton} / \varepsilon_{pâte}$ *en fonction de la concentration granulaire maximale, g* (g = 0,71,* E_g / E_p *= 10).*

4.3 Evolution en fonction de e/c et s/c

Les variations du retrait endogène de la pâte pure sont présentées sur la figure 5-11. Pour un dosage en fumée de silice donné, on observe l'existence d'un maximum aux environs de e/c = 0,35.

La modélisation du phénomène a été réalisée en calculant une quantité que l'on a appelée "contrainte hydrique". Le retrait de la pâte pure qui en découle est le quotient de la contrainte hydrique, qui augmente lorsque e/c diminue, et du module différé, qui augmente également lorsque e/c diminue. On obtient alors le résultat de l'évolution concomitante de ces quantités, qui donne un maximum vers e/c = 0,35.

Le résultat, intuitivement, s'explique assez bien. La sollicitation interne ("contrainte hydrique") est le résultat des tensions capillaires. Celles-ci augmentent lorsque les pores deviennent plus petits, i.e. lorsque e/c diminue, mais sont en même temps limitées par la diminution du volume total de ces pores. Dans le bilan des effets contraires, la raideur du matériau (module différé) augmente plus vite que la sollicitation (tensions capillaires).

Ce résultat a été confirmé par Tazawa [12], dont on a exposé quelques résultats numériques dans le § 2.3 de ce chapitre. L'auteur conclut en effet que le rapport e/c correspondant au retrait maximum de la pâte pure se situe vers 0,3.

On observe sur la figure 5-11 que l'adjonction de fumée de silice augmente le retrait endogène de la pâte pure. L'effet est toutefois plus marqué entre 0 et 10 % qu'entre 10 et 20 % (formes en exponentielle décroissante de s/c dans la formule 5-25).

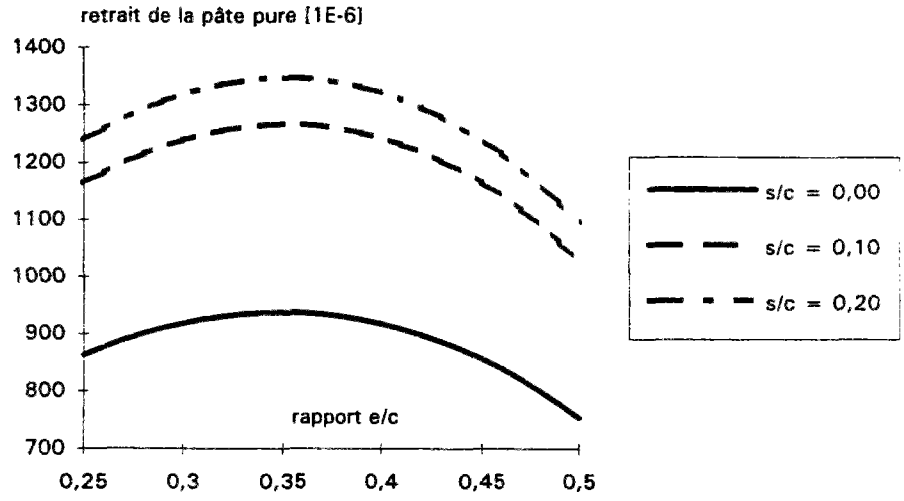


Figure 5-11 : évolution du retrait de la pâte pure en fonction du rapport e/c, pour différentes valeurs de s/c. Classe du ciment égale à 60 MPa, K_C = 24 (formule 5-25).

L'évolution du retrait endogène du béton est représentée sur la figure 5-12, pour un squelette granulaire et un ciment donnés. On observe la même tendance que pour la pâte pure. Mais le rapport e/c correspondant au maximum de retrait endogène est plutôt voisin de 0,3. En faisant varier les dosages de la pâte pure, à squelette granulaire et à ciment fixés, le retrait endogène couvre un domaine qui varie dans une proportion de 1 à 2.

La dépendance de s/c sur le retrait est également importante pour le béton, mais l'effet est plus marqué pour les e/c faibles. La présence de 10 % de fumée de silice provoque une augmentation du retrait de l'ordre de 60 %, mais l'adjonction de 20 % de fumée de silice n'entraîne "qu'une augmentation" de 75 %.

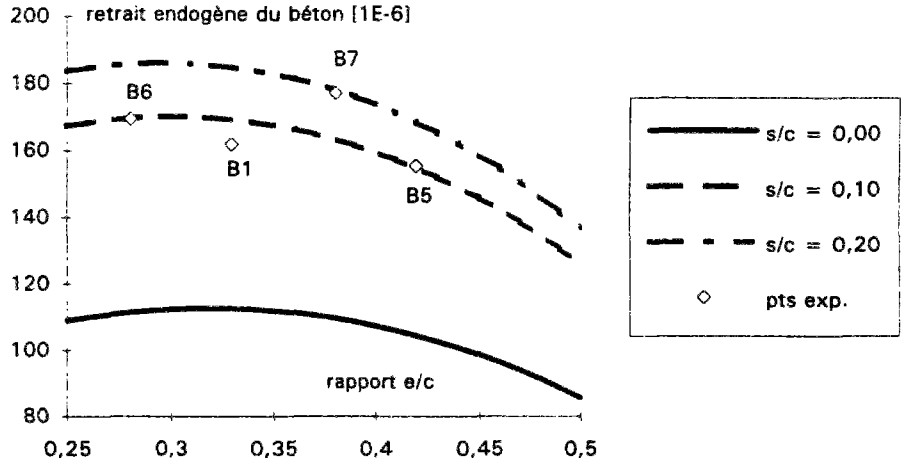


Figure 5-12 : variations du retrait endogène du béton en fonction de e/c, pour différentes valeurs de s/c. Simulation réalisée pour g = 0,71, g = 0,87, classe ciment = 60 MPa, et Eg = 75 GPa, K_C = 24 (formule 5-25).*

4.4 Effet de la nature du ciment

L'effet de la classe[1] du ciment n'a pas été étudié. Aussi, le résultat du modèle, pour ce paramètre, n'est pas validé. En faisant varier la classe du ciment, on fait varier aussi le terme K_c de la formule 5-25, mais dans une proportion que l'on ne connaît pas.

Concernant la composition chimique du ciment, on peut s'inspirer de l'étude réalisée dans [13]. L'auteur définit l'amplitude du retrait endogène de la pâte pure en fonction du temps selon l'expression suivante :

$$\varepsilon_{re} = -0{,}012\,\alpha_{C_3S}(t)\,[C_3S] - 0{,}070\,\alpha_{C_2S}(t)\,[C_2S] + 2{,}256\,\alpha_{C_3A}\,[C_3A] + 0{,}859\,\alpha_{C_4AF}\,[C_4AF] \tag{5-26}$$

Les termes entre crochets sont les % pondéraux de chaque constituant principal du ciment anhydre, et les termes $\alpha(t)$, le degré d'hydratation de chaque constituant, en fonction du temps.

On note que les composants C_2S et C_3S ne produisent, selon l'auteur, aucun retrait et même un léger gonflement. Le composant C_3A étant, quant à lui, responsable d'une grande partie du retrait endogène.

Cette approche est intéressante, mais elle nécessite de connaître, pour le problème qui nous intéresse, le degré d'hydratation final du ciment, en fonction de la formulation de la pâte pure. On sait que la formulation influe sur le degré d'hydratation final dans une large mesure ; celui-ci reste très inférieur à 1 pour les pâtes pures à haute résistance. Ce problème est d'ailleurs passé sous silence dans [13]. Néanmoins, des travaux en cours au LCPC devraient bientôt apporter une réponse.

Des études spécifiques, essentiellement expérimentales, sont donc nécessaires en ce qui concerne l'effet de la nature du ciment sur le retrait endogène.

5 Conclusions

A l'issue de l'étude de la prévision du retrait endogène par homogénéisation, on peut dégager les conclusions suivantes.

Le modèle trisphère a été appliqué à l'étude du retrait endogène du béton en fonction de celui de la pâte pure. L'évolution des déformations en fonction de la concentration granulaire est correctement décrite, compte tenu de la dispersion expérimentale. L'écart moyen entre les résultats expérimentaux des 4 bétons à volume de pâte variable (B1 à B4) et le modèle vaut en effet 11 %. Par ailleurs on montre, à travers le modèle, que le module du granulat a peu d'influence sur la déformation, pour les granulats courants ($50 < E_g < 100$ GPa).

[1]la classe du ciment est mesurée sur éprouvettes de mortier normal, de dimensions 4×4×16 (cm), selon la norme EN 196.1.

Un modèle empirique de prévision du retrait endogène de la pâte pure a été développé, à partir des résultats obtenus sur les bétons de l'étude, puis validé d'après des données de la littérature sur pâte pure. Le modèle présente un maximum de retrait pour un rapport e/c de 0,35. Ce maximum est néanmoins assez "plat". Pour des rapports e/c plus faibles que celui correspondant au maximum, on explique la diminution du retrait par une augmentation plus rapide de la rigidité de la matrice que celle de la sollicitation "hydrique". La présence de fumée de silice est prise en compte par le modèle, qui prévoit bien une augmentation du retrait endogène lorsque le rapport fumée de silice sur ciment augmente. Cette augmentation est cependant plus importante pour les premiers 10 % que pour des dosages plus importants. La diminution progressive de l'action de la fumée de silice est en accord avec la limitation de son effet pouzzolanique.

On montre, au travers de simulations, une grande sensibilité du modèle en termes de compacité maximale, g*. Néanmoins, pour un béton de structure de granularité optimisée, la valeur de g* varie dans un domaine d'étendue 0,05 ; ce qui représente tout de même une variation associée de retrait d'environ 20 à 30 %.

Enfin, un calcul simplifié des contraintes de traction au sein de la matrice, sous l'effet du retrait empêché par les granulats, révèle que les BHP sont plus sujets à la fissuration interne que les BO. On montre que le risque de fissuration est d'autant plus important que la concentration granulaire est élevée.

6. Références bibliographiques

[1] AUPERIN M., DE LARRARD F., RICHARD P., ACKER P. (1989), Retrait et fluage de bétons à hautes performances aux fumées de silice - Influence de l'âge du chargement, *Ann. de l'ITBTP*, Série béton 254, n°474, mai-juin.

[2] BAROGHEL-BOUNY V. (1994), Caractérisation microstructurale et hydrique des pâtes de ciment et des bétons ordinaires et à très hautes performances, *Thèse de Doctorat de l'ENPC*, Spécialité Structures et matériaux.

[3] BUIL M. (1988), Comportement physicochimique du système ciment-fumées de silice, *Annales de lITBTP*, n° 483, Série Béton 271, pp. 19-29.

[4] DE LARRARD F., LE ROY R. (1992), Relation entre formulation et quelques propriétés mécaniques des bétons à hautes performances, *Mat. Const.*, **25**, pp. 464-475.

[5] DE LARRARD F., LE ROY R. (1992), The influence of mix-design on mechanical properties of high-performance silica fume concrete, *Proceedings of the Fourth CANMET/ACI International Conference on Fly Ash, Silica Fume, slag and natural pouzzolans in concrete, SP 132-52*, pp.965-986.

[6] DE LARRARD F., SEDRAN T., ANGOT D. (1994), Prévision de la compacité des mélanges granulaires par le modèle de suspension solide. I: Fondements théoriques et calibration du modèle, *Bull. de Liais. LPC*, n°194, novembre-décembre.

[7] DE LARRARD F., SEDRAN T., ANGOT D. (1994), Prévision de la compacité des mélanges granulaires par le modèle de suspension solide. II: Validations et cas des mélanges confinés, *Bull. de Liais. LPC*, n°194, novembre-décembre.

[8] GRANGER L. (1995), Comportement différé du béton dans les enceintes de centrales nucléaires : analyse et modélisation, *thèse de Doctorat de l'Ecole nationale des ponts et chaussées, Spécialité Structures et Matériaux*, Paris.

[9] HUA C (1992), Analyses et modélisations du retrait d'autodessiccation de la pâte de ciment durcissante, *Thèse de Doctorat de l'ENPC*, spécialité structures et matériaux.

[10] Règles techniques de conception et de calcul des ouvrages et constructions en béton armé suivant la méthode des états limites, *Règles BAEL 91*, Cahiers du CSTB.

[11] SELLEVOLD E., JUSTNES H. (1992), High strength concrete binders : nonevaporable water, self-desiccation and porosity of cement pastes with and without condensed silica fume, *SP 132-48, Fourth International ACI-CANMET conference on Fly Ash, Silica-Fume, Slag and Natural Pozzolans in Concrete*, Istanbul, pp.891-902.

[12] TAZAWA E., MIYAZAWA S. (1992), Autogenous shrinkage of cement pastes with condensed silica fume, *Proceedings of the Fourth CANMET/ACI International Conference on Fly Ash, Silica Fume, slag and natural pouzzolans in concrete*, Supplementary papers, pp.875-894, Istanbul, mai.

[13] TAZAWA E., MIYAZAWA S. (1993), Autogenous shrinkage of concrete and its importance in concrete technology, *Proceedings of the Fifth RILEM International Symposium on Creep and Shrinkage of Concrete, Barcelone*, pp. 159-168, septembre.

Chapitre 6

Un modèle simplifié pour le calcul des déformations

Table des matières

Notations et unités 282
1 Introduction 283
2 Les autres essais français de retrait et fluage des BHP 284
3 Déformations instantanées 286
4 Déformations de retrait 289
4.1 Retrait endogène 289
Amplitude du retrait endogène 291
Cinétique de retrait endogène 294
Modèle proposé pour le retrait endogène 296
4.2 Retrait de dessiccation 298
Amplitude 298
Evolution du retrait de dessiccation en fonction du temps 300
Formules proposées pour le retrait de dessiccation 301
5 Déformations de fluage 302
5.1 Fluage propre 302
Cinétique de fluage propre 302
Amplitude du fluage propre 305
modèle de fluage propre proposé 307
5.2 Fluage de dessiccation 307
6 Coefficients Kfl et ϕ 310
7 Validation des formules proposées sur d'autres données 313
7.1 Cas d'un chargement tardif 313
7.2 Confrontation des formules proposées aux données expérimentales de la littérature 314
8 Références bibliographiques 317

Notations et unités

t, t_0, t_1	respectivement le temps courant, l'âge du béton [jour] au début de séchage, et l'âge du béton au moment du chargement.
$f_{c28}, f_c(t_1)$	résistance en compression à 28 jours [MPa] (respectivement à t_1) sur cylindre 16×32. Dans l'examen des résultats expérimentaux, il s'agit de la résistance moyenne.
ρ_h	humidité relative extérieure [%].
$h_r(t)$	humidité relative interne en fonction du temps [%].
r_m	rayon moyen de la section de l'élément de structure. Rapport de l'aire de béton, à son périmètre en contact avec le milieu extérieur [cm].
σ	contrainte appliquée lors d'un essai de fluage [MPa].
$\varepsilon_{re}(t, f_c(t), f_{c28})$	déformation de retrait endogène apparue depuis la prise.
$\varepsilon_{rd}(t, t_0, f_{c28}, r_m, \rho_h)$	déformation de retrait de dessiccation apparue depuis le début du séchage.
$\varepsilon_{fp}(t, t_0, t_1, f_{c28}, f_c(t_1), E_{i28}, \sigma)$	déformation de fluage propre apparue depuis le début du chargement.
$\varepsilon_{fd}(t, t_0, t_1, f_{c28}, \sigma, r_m, \rho_h, E_{i28}, \sigma)$	déformation de fluage de dessiccation apparue depuis le début du chargement.
K_{fp}	rapport de la déformation de fluage propre à l'infini à celle instantanée à 28 jours, sous la même contrainte.
K_{fl}	coefficient de fluage. Rapport de la déformation de fluage total (propre et de dessiccation) à la déformation instantanée à 28 jours, sous la même contrainte.
Φ	rapport de la déformation de fluage total à la déformation instantanée, à l'âge de chargement t_1, sous la même contrainte.

1 Introduction

Ce chapitre présente un modèle de retrait et fluage applicable aux bétons à hautes performances (BHP). Celui-ci a été conçu dans le cadre du groupe "connaissance et utilisations des BHP, sous-groupe "Règlement", de l'AFREM. L'ensemble de l'étude expérimentale du chapitre 2 a été le point de départ de la modélisation du retrait endogène et du fluage propre. D'autres essais, antérieurs, disponibles au LCPC, plus ceux du CEBTP[1], et de l'INSA[2] de Toulouse, ont permis de modéliser le retrait et le fluage de dessiccation. On a validé le modèle sur le plus grand nombre de données possible.

Le modèle a été conçu pour les concepteurs de structures, pour qui la prise en compte des déformations instantanées et différées est nécessaire, tant pour le dimensionnement que pour la vérification des éléments d'ouvrages. Au stade de l'étude, la composition du matériau n'est généralement pas déterminée, et bien souvent seules la résistance finale, et l'évolution de cette résistance, sont connues. Le choix des variables à prendre en compte dans le modèle résulte alors d'un compromis entre la précision recherchée et le nombre de variables à prendre en compte. L'approche doit de plus rester suffisamment simple, de manière à permettre l'intégration du modèle dans un programme informatique de calcul de structures.

La spécificité de la microstructure des BHP [11] a été développée dans le chapitre 1. On rappelle brièvement les principales conclusions.

La diminution du volume des pores capillaires, voire leur quasi inexistence, la quantité et la nature des hydrates formés, confèrent à ce matériau un comportement différé qui est en général différent de celui des bétons ordinaires (BO) :
- l'humidité relative décroît rapidement au cours de l'hydratation, à cause de la faible quantité d'eau initiale et de la grande finesse des pores. Le retrait endogène associé, d'amplitude élevée (> 100 10^{-6}), se développe également rapidement ;
- la finesse des pores ralentit la diffusion de la vapeur d'eau. Certaines structures ne vont donc jamais être entièrement en équilibre hydrique avec l'extérieur, pendant leur durée de vie. Le retrait de dessiccation est plus faible que celui des BO ;
- la forte compacité du matériau, la faible quantité d'hydrates formés, et la faible quantité d'eau libre qui subsiste dans le matériau, diminuent les déformations de fluage.

Evidemment, ces propriétés sont plus ou moins marquées selon la résistance du matériau, et, à même résistance, selon la formulation de celui-ci. L'analyse des résultats des essais mettent ainsi en évidence l'effet de la présence de la fumée de silice, sur les différentes déformations différées. On propose donc des formules spécifiques pour les bétons, contenant cette addition. Le taux minimum de fumée de silice par rapport à la masse de ciment est fixé à 5 %.

Les variables du modèle, permettant de décrire l'évolution des déformations, sont alors :
- le temps courant ;
- l'évolution de la résistance en compression.

---

[1]données fournis par Ménézes et Coquillat.
[2]données disponibles dans la thèse de Sicard

Les autres paramètres du modèle sont les suivants :
- la résistance en compression à 28 jours ;
- le module à 28 jours. A défaut de mesures on le calcule par la formule (6-1) ;
- la contrainte appliquée ;
- l'âge de début de séchage (t_0) et celui du chargement (t_1) ;
- le rayon moyen de la pièce étudiée ;
- l'humidité relative du milieu extérieur.

On décrit ici la démarche de la modélisation. On montre que le calcul des déformations instantanées peut s'effectuer selon les règles actuelles du BAEL/BPEL. On compare sur différents exemples les prévisions du modèle avec les courbes de lissage résultant de différents essais.

2 Les autres essais français de retrait et fluage des BHP

Il nous semble intéressant de retracer l'historique de l'évolution de la recherche sur le retrait et le fluage des BHP, en France, au travers d'une revue des différents programmes expérimentaux. La plupart de ces résultats ont servi à la validation du modèle AFREM.

Les essais français les plus anciens ont été publiés en 1985 [18], sur deux bétons, un témoin et un BHP avec 30% de fumée de silice (par rapport à la masse de ciment). Ces essais ont mis en évidence la forte réduction des déformations différées de dessiccation, apportée par la présence de fumée de silice. En 1987 un travail de recherche [25] sur les caractéristiques des BHP de résistance moyenne de 100 MPa, et notamment sur le fluage et le retrait, a permis de cerner les potentialités de ce matériau en matière de performances rhéologiques.

Puis ce fut la construction de différents ouvrages qui donna l'opportunité de réaliser des essais de comportement différé. A l'occasion de la construction de la grande Arche de la Défense, et afin d'obtenir des données pour le calcul du pont du Pertuiset, une campagne d'essais de fluage a été menée au LCPC sur 5 BHP différents, pour différents âges de chargement, avec et sans séchage [10]. Les résistances couvraient la gamme 70-95 MPa. En 1988, le projet national "Voies Nouvelles pour le Matériau Béton" (VNB) lançait la construction du pont de JOIGNY. Cet ouvrage réalisé en B60, sans fumée de silice, a donné lieu à une importante campagne d'essais de retrait et de fluage [67], à différents âges de chargement. Plus récemment, la construction du pont sur l'Elorn a également exigé la connaissance du comportement différé du BHP des pylônes (B60 et B80). Les essais réalisés au LCPC ont permis de proposer des formules de retrait et fluage, pour cet ouvrage. A la même époque, la direction scientifique de Bouygues faisait faire ce type d'essai, pour les bétons du pont de Normandie.

La nécessité de trouver des comportements plus généraux, et d'établir des modèles fondés physiquement, a conduit à différents travaux de recherche. L'effet de la taille des pièces sur le retrait et le fluage a été étudié au CEBTP [55], ainsi que l'étude du fluage des BHP chargés au jeune âge [23]. L'INSA de Toulouse a également réalisé des recherches sur ce sujet, en étudiant notamment l'influence sur le retrait et le fluage, des conditions d'ambiance et de la composition [50, 68]. Dans [46], l'étude des déformations différées a porté sur le comportement au très jeune âge, avec prise en compte de la thermoactivation du durcissement. Par ailleurs, le retrait et le fluage d'un BHP spécial, à faible exothermie, de résistance 67 MPa, ont été étudiés dans [36], en plus de différents bétons ordinaires.

3 Déformations instantanées

Les déformations instantanées sont étudiées par l'analyse des résultats de mesure du module d'Young. Ainsi plus de 350 mesures ont été exploitées, afin de déterminer la formule empirique qui convient le mieux à la description du phénomène. On constate, pour les BHP en général, que le module sécant et le module tangent ont des valeurs très voisines, si bien que l'on n'en fera pas la distinction ici. La figure 6-1 montre que les modules des bétons fabriqués en France sont en moyenne plus élevés que les autres. Plusieurs raisons expliquent cette différence. Tout d'abord, les granulats utilisés en France pour les BHP ont un module plutôt élevé. Le souci d'obtention de bonnes performances du matériau a sans doute conduit à les choisir de bonne résistance mécanique, donc en moyenne de module élevé. Une simulation permet de chiffrer cette remarque. On a défini grâce à un logiciel d'aide à la formulation [27], la composition de différents bétons (e/c variant de 0,28 à 0,42, s/c de 0 à 0,2, et c de 330 à 470 kg/m^3), de manière à obtenir des bétons ouvrables, couvrant la gamme 50-100 MPa. Connaissant la formulation, on a calculé le module de la pâte de ciment [28], et enfin le module du béton grâce au modèle trisphère (chap.3), pour différents modules du granulat. Le résultat est représenté sur la figure 6-2. La courbe définie par la formule du BAEL (6-1) se situe au niveau des points correspondant à des modules de granulat élevés (70 GPa en moyenne).

$$E_{ij} = 11000\sqrt[3]{f_{cj}} \qquad (6\text{-}1)$$

Une autre raison peut aussi expliquer la différence entre les valeurs françaises et étrangères : il s'agit des méthodes de formulation. En France, depuis longtemps, une formulation optimale comporte souvent un squelette à compacité maximale, compte tenu de la granularité des granulats. Ceux-ci ont une taille maximale proche de 20-25 mm, alors qu'outre atlantique, ce paramètre est souvent limité à 10-15 mm. Cette démarche conduit en fait, à ouvrabilité de béton frais égale, à réduire le volume de pâte, donc à obtenir, pour une résistance donnée, un béton de module élevé. On montre en effet dans le chapitre 3 que le module du béton varie d'environ 15 % lorsque le volume granulaire passe de 0,65 à 0,75. La différence entre les méthodes de formulation peut donc accentuer les écarts entre les valeurs, françaises et étrangères, de module.

Dans l'optique d'un complément au règlement BAEL/BPEL, il a été décidé de ne retenir que les bétons réalisés en France. Dès lors, la courbe correspondant au règlement BAEL reste très proche de la courbe obtenue par lissage mathématique (fig. 6-1). On propose donc d'étendre la formule du règlement actuel pour le module des BHP.

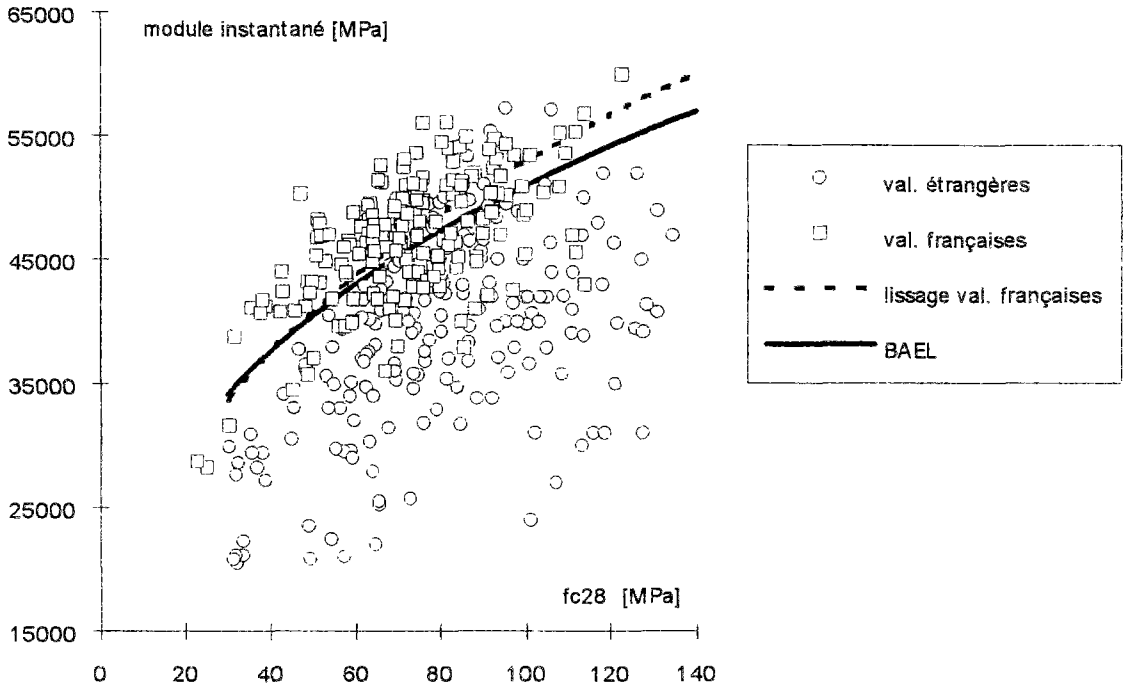


Figure 6-1 : module instantané en fonction de la résistance moyenne en compression (sur cylindres). Références : [4] [5] [6] [7] [19] [22] [25] [28] [30] [31] [32] [33] [34] [37] [38] [39] [40] [42] [43] [52] [53] [54] [55] [58] [59] [60] [63] [65] [68] [70] [71] [72] [73] [75] [76].

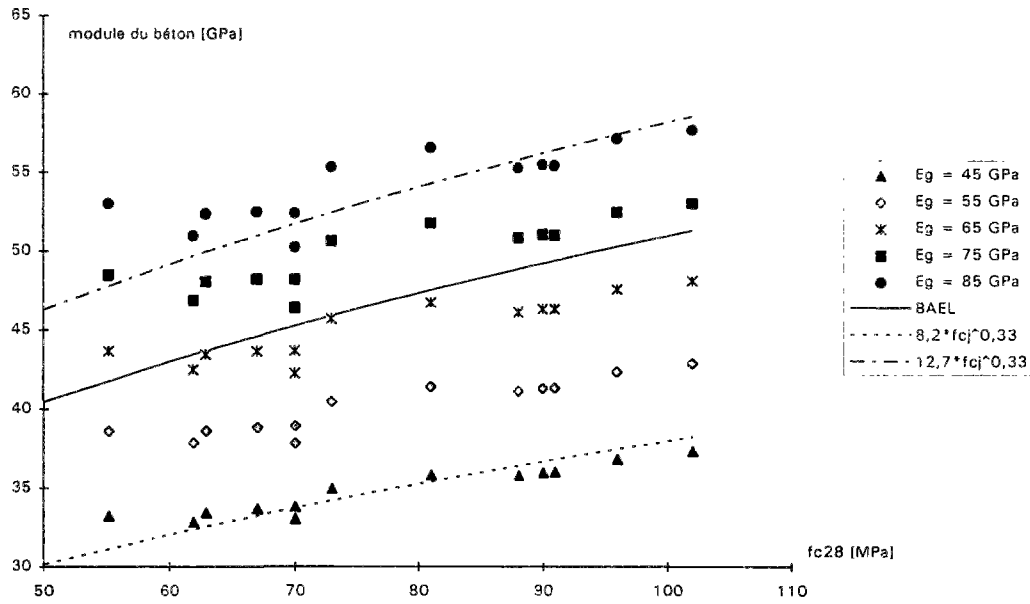


Figure 6-2 : modules calculés par le modèle trisphère (points), en fonction de la résistance en compression, pour différents BHP résultant d'une simulation "Bétonlab", et courbes empiriques du type BAEL.
(0,28 < e/c < 0,43 ; 0 < s/c <0,2 ; 330 < c < 470 kg/m3 ;45 < Eg < 85 GPa).

4 Déformations de retrait

Le retrait est la somme du retrait endogène (ou d'autodessiccation) et du retrait de dessiccation. On a montré dans le chapitre 1 la nécessité de séparer les deux phénomènes, même à l'échelle d'un modèle simplifié.

4.1 Retrait endogène

Le retrait endogène des BHP est plus élevé que celui des BO. En observant les figures 6-3 et 6-4, on distingue, malgré le domaine assez étendu d'amplitude, les différences significatives de comportement entre ces 2 types de béton. Pour des résistances inférieures à 50-55 MPa, le retrait endogène reste plus petit que 100 10^{-6}. Pour des résistances supérieures, il peut être jusqu'à 3 fois plus important. On atteint par cette seule cause une déformation de 300.10^{-6}, qui correspond environ à la moitié des déformations élastiques subies, dans une structure, par le béton comprimé.

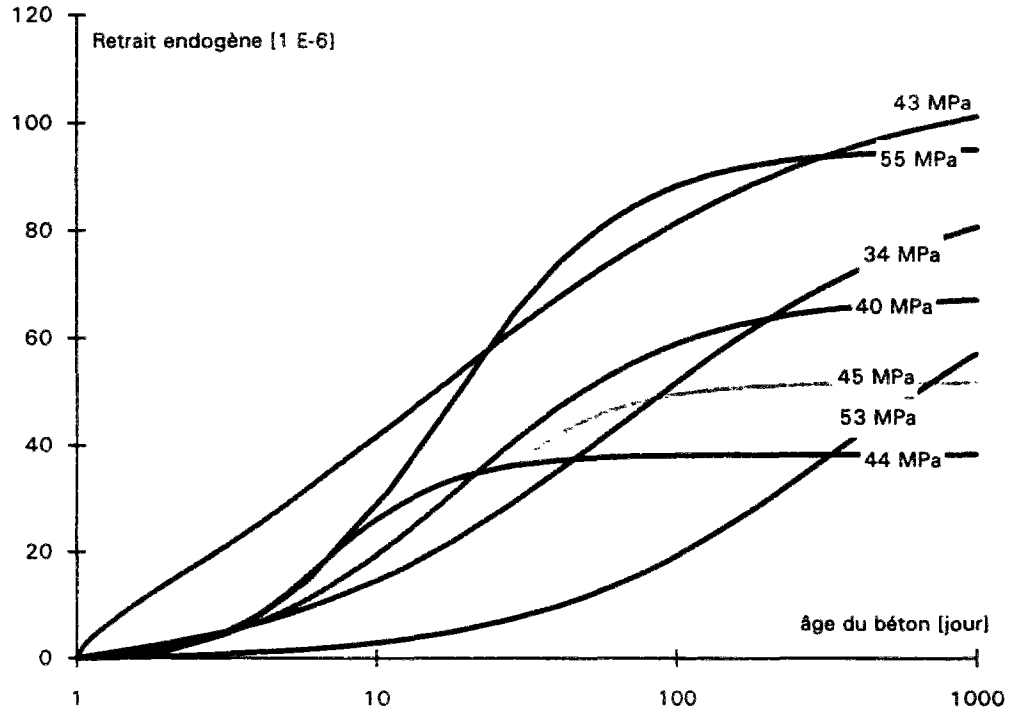


Figure 6-3 : retraits endogènes de différents bétons ordinaires [22, 24, 25, 50, 36, 46].

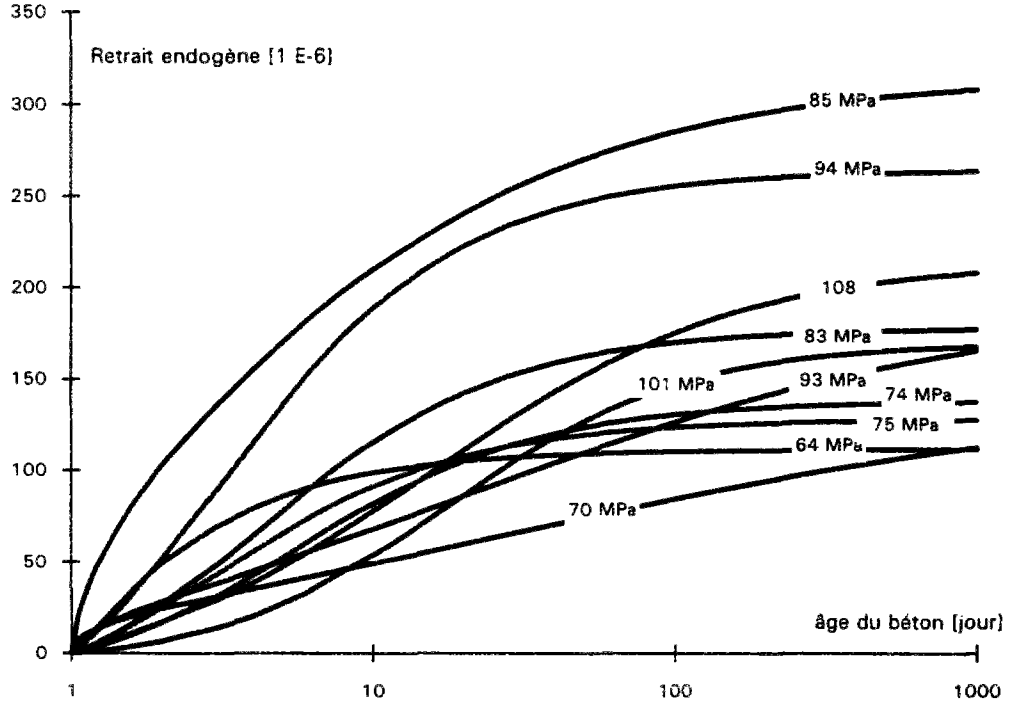


Figure 6-4 : retraits endogènes de différents BHP (quelques-uns de la présente étude plus ceux de [10, 22, 24, 25, 50, 36, 46]).

Amplitude du retrait endogène

On montre sur la figure 6-5, (bétons essayés au LCPC), que l'amplitude finale de la déformation est corrélée à la résistance moyenne en compression à 28 jours (coefficient de corrélation de 0,7). Cette dépendance traduit la liaison entre la microstructure et la porométrie du matériau durci, qui dépendent indirectement des rapport e/c et s/c. Cette relation est forcément limitée aux bétons classiques de structure pour lesquels la proportion granulaire reste courante (minimum de l'ordre de 0,67).

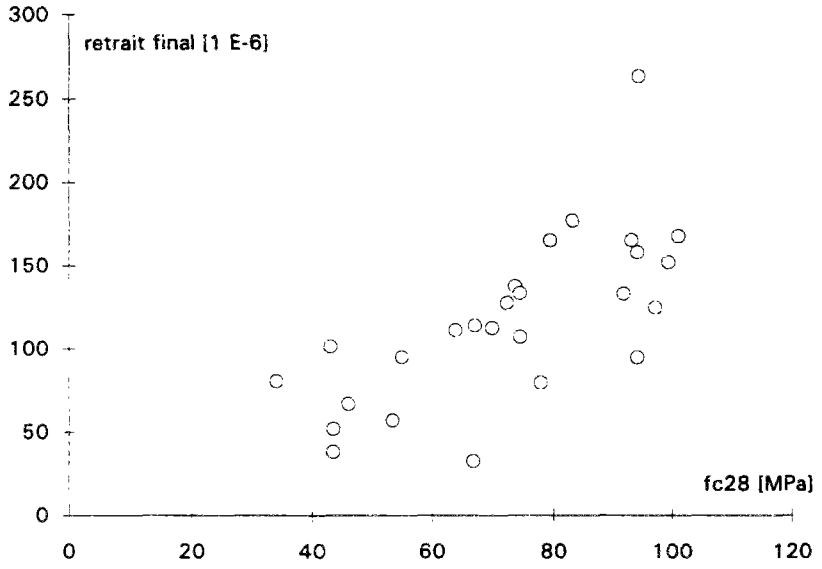


Figure 6- 5 : retrait endogène final en fonction de la résistance en compression à 28 jours. Bétons essayés au LCPC (ceux de la présente étude et de [10] [25] [36] [67]).

On constate malheureusement que la corrélation est moins bonne lorsqu'on considère l'ensemble des données françaises disponibles. Le respect de la limitation du nombre de variables nous conduit cependant à garder la forme de la relation entre l'amplitude du retrait et la résistance. Pour cela, on cherche d'abord la relation entre le retrait à 28 jours et la résistance moyenne à 28 jours (fig. 6), en tenant compte de la totalité des données disponibles. Compte tenu de la dispersion, une fonction affine est considérée comme suffisante, pour traduire la dépendance entre la déformation et la résistance. Elle s'écrit :

$$\varepsilon_{re}(28) = (2\ f_{c28} - 40)\ 10^{-6} \qquad \text{(et 0 si } f_{c28} \leq 20\,\text{MPa)} \qquad (6\text{-}2)$$

- f_{c28} est exprimée en [MPa],
- $\varepsilon_{re}(28)$ est le retrait endogène à 28 jours.

En affichant maintenant le retrait final en fonction de f_{c28} (fig 6-7), la droite de régression a pour expression (mêmes unités que la formule précédente) :

$$\varepsilon_{re\infty} = 1{,}4(2 f_{c28} - 40)10^{-6} \qquad (6\text{-}3)$$

On remarque sur les figures 6-6 et 6-7 une différence de résultat entre les différents laboratoires. Le retrait endogène des bétons essayés au LCPC est, à résistance égale, moins important qu'ailleurs. Une explication possible réside dans les différentes méthodes expérimentales. Au CEBTP les éprouvettes sont des prismes 7×7×28 [cm], tandis qu'à l'INSA de Toulouse ce sont des éprouvettes cylindriques de 10×20 [cm] environ. Les mesures s'effectuent par dilatomètre à billes pour les premiers, et par jauge noyée pour les seconds. On rappelle qu'au LCPC, les éprouvettes sont des cylindres 16× 100 [cm], et que les mesures sont faites sur une longueur de base de 50 cm (chap. 2).

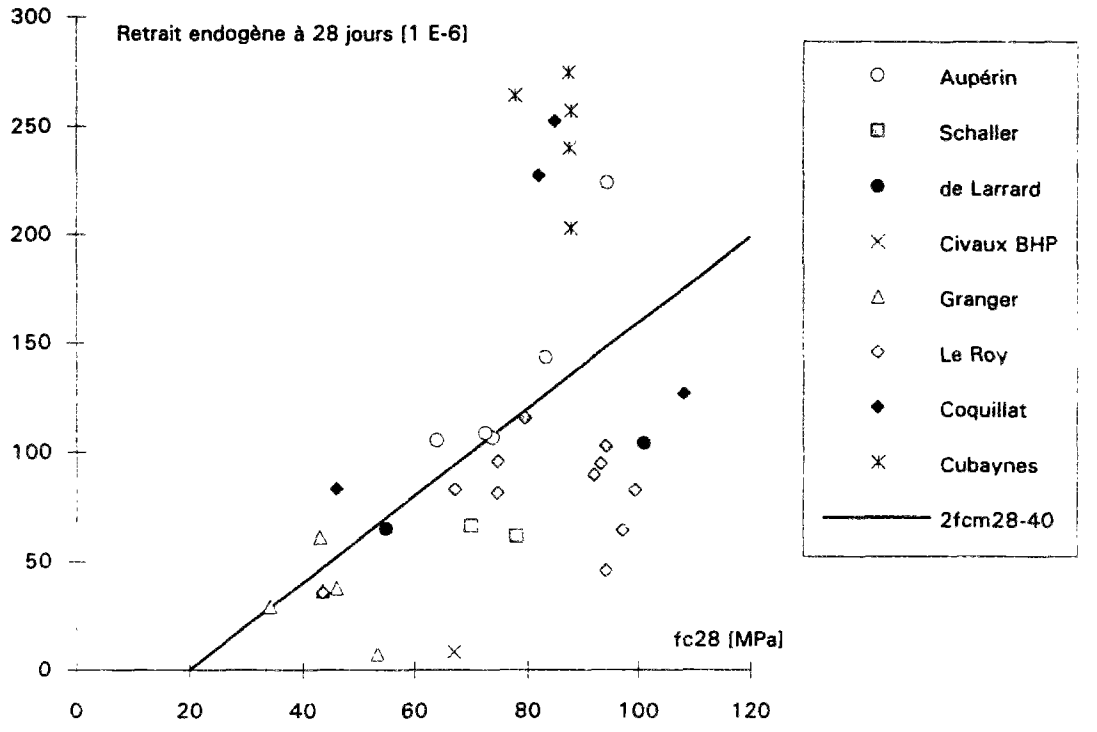


Figure 6-6 : retrait endogène à 28 jours en fonction de la résistance en compression à 28 jours. Bétons de [10] [22] [24] [25] [36] [67].

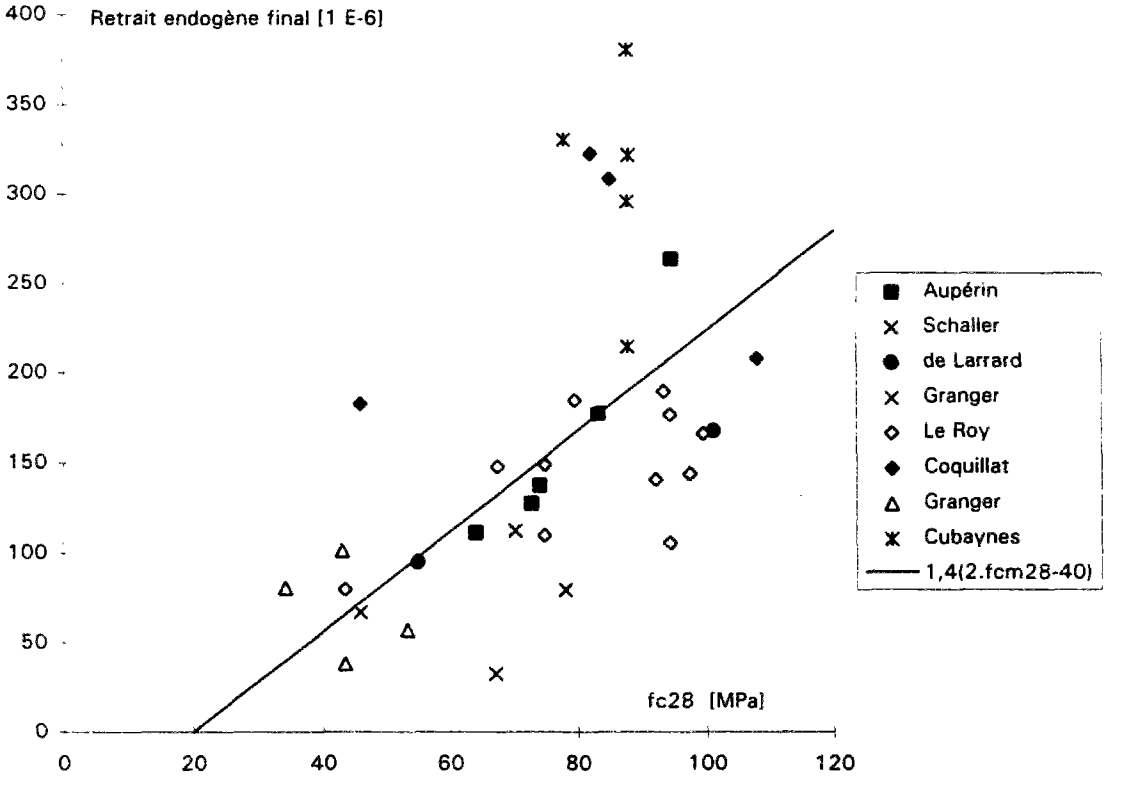


Figure 6-7 : retrait endogène final en fonction de la résistance en compression à 28 jours. (Mêmes références que figure précédente).

Cinétique de retrait endogène

On s'intéresse maintenant à la description de la cinétique du retrait endogène. On part de la constatation que le phénomène est la conséquence de l'hydratation du matériau. La cinétique des réactions chimiques est fonction de la formulation du béton, de la nature du ciment, et des conditions aux limites, ce qui donne des évolutions très variables. On observe ainsi sur la figure 6-8, des différences importantes de gain de résistance, pour deux BHP de même résistance à 28 jours. Le retrait endogène se développe du même coup de manière différente. En particulier, pour le premier béton, le retrait n'a pas encore démarré à 24 heures, alors qu'il atteindrait au même âge, sans aucun doute, des valeurs importantes pour le deuxième. La modélisation du retrait endogène doit donc, à notre avis, prendre en compte la cinétique de l'hydratation, afin de quantifier le mieux possible les déformations au jeune âge. Cet aspect est particulièrement important pour les BHP, qui sont souvent sollicités très tôt dans les phases constructives.

Il existe plusieurs méthodes expérimentales pour suivre l'évolution de l'hydratation [62], [44], y compris d'ailleurs par la mesure du retrait endogène. Il faut cependant remarquer que la notion de degré d'hydratation (ou maturité), est normalement liée à un seul réactif, ce qui n'est pas le cas du ciment, puisqu'on y trouve (principalement) des silicates bi- et tricalcique, des aluminates de calcium et des ferroaluminates de calcium. Ces différents constituants ont des cinétiques de réaction qui leur sont propres [66]. A même degré d'hydratation, deux ciments, de compositions différentes, n'auront donc pas produit le même retrait endogène.

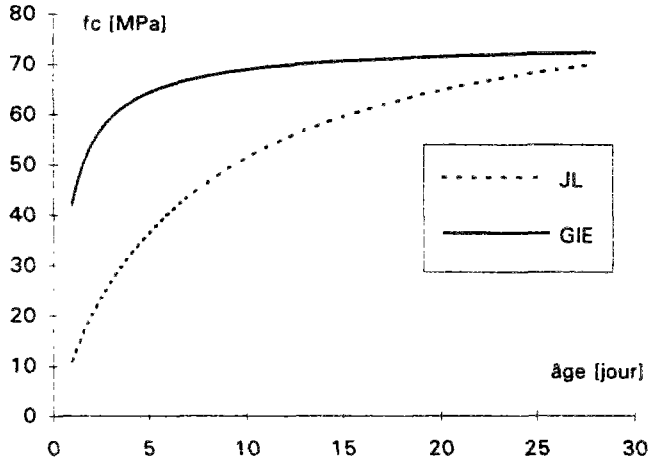


Figure 6-8 : évolution de la résistance en compression, en fonction du temps, de deux BHP d'ouvrage, de même résistance finale [50, 67]. Courbes ajustées à partir des résultats expérimentaux à différents âges.

Cependant, un moyen pratique, pour quantifier l'évolution de l'hydratation, consiste à mesurer l'évolution de la résistance. Dans le cas de traitement thermique, son évolution relative rend bien compte de la maturité du matériau [74]. Sur la figure 6-9, on a représenté pour les bétons B0 à B10, l'évolution de retrait endogène relatif, mesuré à partir de 24 heures, par rapport à celui à 28 jours, en fonction de l'évolution de la résistance relative. On a montré dans le chapitre 2 que les mesures, débutant à 24 heures (avec ce type de ciment), ne sont pratiquement pas affectées par un retrait

thermique [46]. Pour évaluer la résistance, on a ajusté d'après les résultats expérimentaux à 1, 3, 7 et 28 jours, de chaque béton, une fonction hyperbolique du type :

$$f_{cj} = \frac{j}{a + bj} f_{c28} \qquad (6\text{-}4)$$

j étant l'âge du béton [jour].

La résistance n'ayant pas été mesurée au delà de 28 jours, elle a été extrapolée suivant les différentes formules de lissage. On constate que le retrait endogène est corrélé à l'évolution de la résistance relative, et par simplicité, on définit une relation affine jusqu'à 28 jours. Après cet âge, les déformations évoluent plus rapidement que la résistance (théorique).

Le problème est aussi de savoir à partir de quelle maturité le retrait endogène commence à évoluer. Dans [10] et [46], les déformations endogènes de certains BHP ont été mesurées à partir de la prise du béton, par des capteurs de déformation noyés préalablement dans le matériau. Après déduction du retrait thermique, on constate alors que les déformations de retrait d'hydratation débutent lorsque la résistance relative, par rapport à celle à 28 jours, atteint environ 10 %. Nous proposons donc de garder cette valeur, dans le modèle, comme valeur seuil.

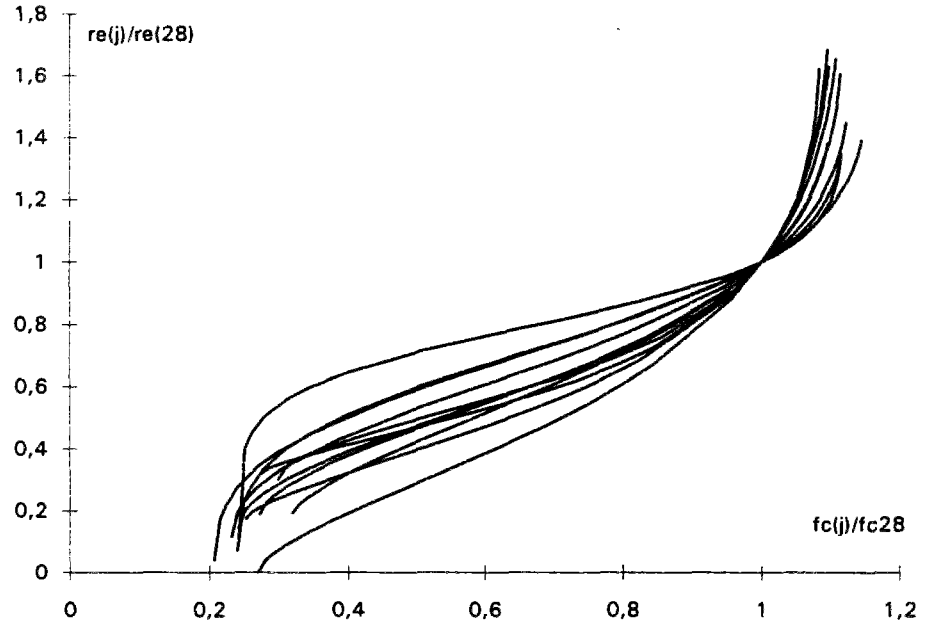


Figure 6-9 : évolutions relatives de retrait endogène en fonction de l'augmentation relative de résistance, pour les bétons B0 à B10. Début des mesures à 24 heures.

La solution retenue part du principe que la cinétique de durcissement est essentiellement variable d'un béton à l'autre, avant 28 jours. Après cette date, l'évolution de la résistance ne varie plus beaucoup pour des compositions et des constituants différents, donc le retrait endogène non plus. Par ailleurs, au-delà de 28 jours, la résistance n'est que rarement mesurée, et sa signification est en outre discutable (éprouvettes conservées en piscine par rapport au béton de l'ouvrage). On

propose alors 2 fonctions différentes pour l'évolution des déformations. La première prend en compte la maturité (évolution relative de résistance) comme variable jusqu'à 28 jours, la seconde le temps réel, à partir de 28 jours. Les formules sont donc les suivantes :

- pour t < 28 jours,

$$g\left(\frac{f_c(t)}{f_{c28}}\right) = 1{,}1\frac{fc(t)}{fc_{28}} - 0{,}1 \tag{6-5}$$

- pour t ≥ 28 jours,

$$g(t) = 1{,}4 - 0{,}53\exp(-t/96) \tag{6-6}$$

Les différentes valeurs numériques de la fonction (6-6) ont été ajustées pour respecter les conditions suivantes, qui ont été observées pour l'ensemble des données expérimentales :

$g(t) = 1$ pour $t = 28$,

$g(t) \to 1{,}4$ lorsque $t \to \infty$,

$$\frac{g(90)}{g(t \to \infty)} = 0{,}85.$$

Modèle proposé pour le retrait endogène

Dans le cadre d'une modélisation pour un règlement, la résistance, f_{c28}, est la résistance caractéristique. Les formules deviennent :

- pour t < 28 jours,

• $f_c(t)/f_{c28} < 0{,}1$

$$\varepsilon_{re}(t, f_{c28}) = 0$$

• $f_c(t)/f_{c28} \geq 0{,}1$

$$\varepsilon_{re}(t, f_{c28}) = (f_{c28} - 20)\left(2{,}2\frac{f_c(t)}{f_{c28}} - 0{,}2\right)10^{-6} \tag{6-7}$$

où ε_{re} est le retrait endogène, en [10^{-6}], effectué entre la prise du béton et l'instant t, et $f_c(t)$ la résistance caractéristique au même instant. Cela suppose que l'on connaisse l'évolution de la résistance au cours du temps, ce qui est effectivement le cas, dès le début du chantier, pour des ouvrages d'importance moyenne ou grande. Cependant, lorsque cette résistance n'est pas connue, on peut l'évaluer en utilisant la loi de durcissement fournie au paragraphe 2.1. du BPEL.

- pour $t \geq 28$ jours,

$$\varepsilon_{re}(t, f_{c28}) = (f_{c28} - 20)[2,8 - 1,1\exp(-t/96)]10^{-6} \quad (6\text{-}8)$$

On a représenté sur la figure 10 quelques simulations d'évolution de retrait endogène en fonction de la résistance en compression. On constate que les courbes sont continues, avec un point "anguleux" de raccordement à 28 jours. Ce défaut apparent relève cependant plus d'un problème d'esthétique que d'un problème réel, étant donné la précision attendue, qui se situe vers une fourchette de ± 25 % environ. Il n'a aucune réalité physique. Il résulte simplement du choix que l'on a fait, pour des raisons pratiques, de paramétrer le retrait, avant et après 28 jours, avec 2 grandeurs physiques distinctes.

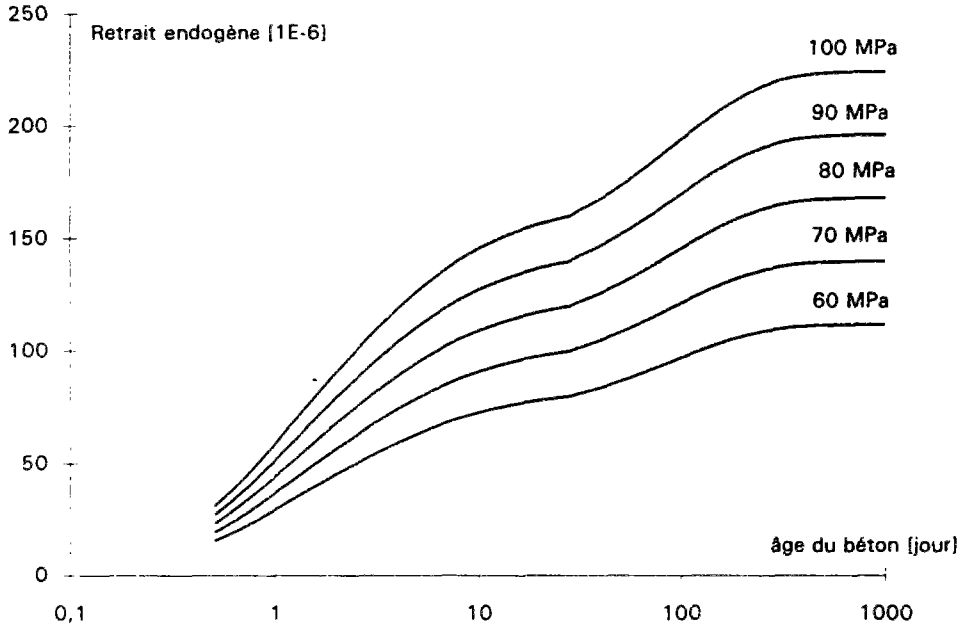


Figure 6-10 : retrait endogène en fonction de l'âge pour des bétons de différentes résistances, et, pour la période qui va jusqu'à 28 jours, selon la loi d'évolution de la résistance donnée dans le BPEL.

On remarque que le fait d'avoir considéré dans les formules la résistance du béton avant 28 jours (terme $f_c(t)$), permet de prendre facilement en compte les phénomènes de thermoactivation. C'est par exemple le cas des pièces massives, pour lesquelles près de la moitié du retrait endogène peut se développer, du fait de l'activation thermique, avant 24 heures.

4.2 Retrait de dessiccation

On modélise le retrait de dessiccation en respectant les principes suivants :
- il a été montré expérimentalement qu'il existe généralement une relation affine entre le retrait de dessiccation et la variation de teneur en eau massique du matériau (perte d'eau) [36], ou entre le retrait de dessiccation et la variation de l'humidité relative interne [11]. Dans [47], on démontre également que l'on peut calculer le retrait de dessiccation, à l'échelle locale, par une relation affine du type :

$$\varepsilon_{rd}(t) = k\, h_r(t)$$

où $h_r(t)$ est l'humidité relative interne du matériau, qui varie en cours de séchage ;

-. la variation de l'humidité relative résulte d'un phénomène diffusif, si bien que la variable qui régit le phénomène est homogène à T/L^2 ;
- il résulte de ce qui précède que l'amplitude du retrait de dessiccation est liée à la quantité d'eau potentiellement évaporable ;
- pour les pièces courantes de rayon moyen d'une dizaine de centimètres, le retrait endogène peut être considéré comme stabilisé lorsque le retrait de dessiccation devient significatif. La différence entre l'humidité relative atteinte par autodessiccation, et celle de l'environnement extérieur moyenn, est prise en compte dans l'amplitude du retrait de dessiccation ;
- la réponse aux contraintes hydriques, qui sollicitent le squelette du béton, est fonction de la rigidité du matériau, dont on peut tenir compte, soit par la résistance, soit plus directement par le module ;
- dans ce qui vient d'être dit, on a négligé les conséquences, sur le retrait de dessiccation, d'une fissuration superficielle du béton.

Amplitude

L'amplitude est le produit de 2 termes. Le premier est le calcul de la différence entre les humidités relatives interne et externe. Le second est un terme qui prend en compte la rigidité du matériau.

On calcule l'humidité relative interne (h_r), atteinte par l'autodessiccation, en cherchant la relation empirique qui lie ce terme à la résistance. On a représenté sur la figure 6-11 la variation de l'humidité relative interne, atteinte au bout de 3 mois, en fonction de la résistance, f_{c28}, pour différents bétons, mortiers, et pâtes pures, de la littérature [8, 9, 11, 16, 61]. On a ajusté une fonction de forme exponentielle pour décrire la relation entre les 2 quantités; elle est représentée sur la figure 6-11, et a la forme suivante :

$$h_r(\infty) = h_r = 72\, \exp(-0{,}046\, f_{c28}) + 75 \qquad (6\text{-}9)$$

Ainsi, le premier terme entrant dans l'amplitude du retrait de dessiccation est donné comme la différence entre h_r et l'humidité relative extérieure (ρ_h). Dans le cas où ρ_h n'est pas constante, on prendra la valeur moyenne sur une période de temps représentative (une année pour un ouvrage à l'extérieur, par exemple).

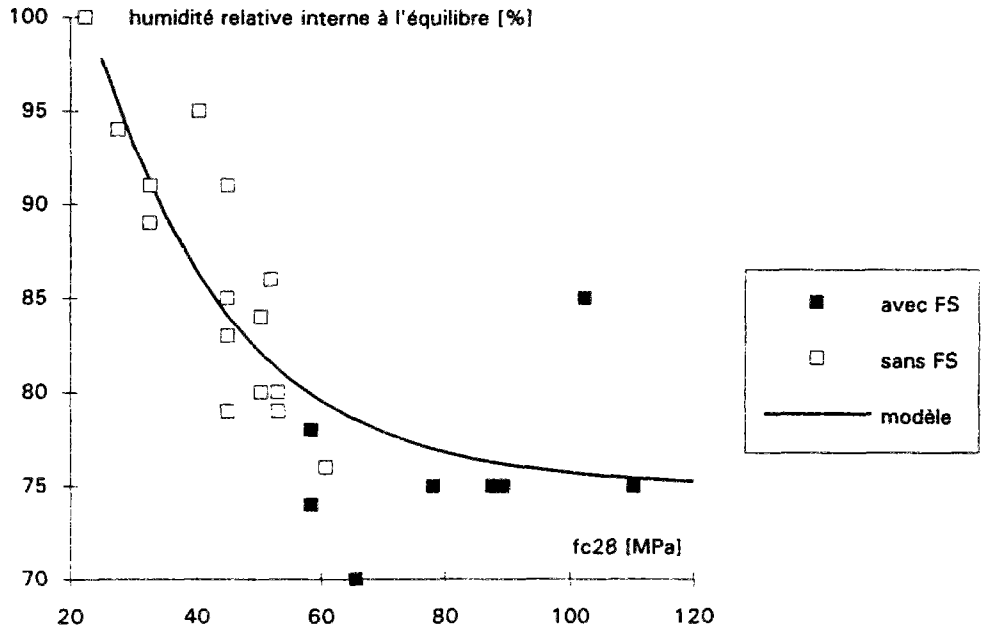


Figure 6-11 : variation de l'humidité relative interne en fonction de la résistance, f_{c28}, pour différents bétons, mortiers et pâtes de ciment [8, 9, 11, 16, 61].

Le terme de rigidité a été lui aussi calculé en fonction de la résistance du béton, grâce aux différents résultats d'amplitudes finales (extrapolées) disponibles (fig. 12). Ce terme a l'expression suivante :

- $f_{c28} > 57$ MPa $\Rightarrow$ $K_{rd} = 30 - 0{,}21\, f_{c28}$

- $f_{c28} \leq 57$ MPa $\Rightarrow$ $K_{rd} = 18$ (6-10)

Pour les BHP de résistance supérieure à 55-60 MPa, on constate une nette dépendance entre le terme K_{rd} et la résistance en compression, alors que pour les plus faibles résistances, cette relation est beaucoup moins évidente. Cependant, il convient de remarquer que le temps de début de séchage a une influence sur le retrait de dessiccation final. On peut penser en effet que le séchage, qui s'effectue sur un matériau très jeune, est plus important que celui qui débutera sur un béton qui aura préalablement durci pendant plusieurs semaines. L'effet mécanique de la dessiccation est en effet plus important sur un matériau à faible module. Les bétons ordinaires de [36], le BHP et le béton témoin de [25] ont justement vu le séchage commencer à 28 jours, alors qu'il a débuté à 1 jour pour tous les autres. On considère que c'est la raison qui explique la faible valeur de K_{rd} pour les bétons ordinaires, dont nous reportons ici les résultats. Ainsi, le terme K_{rd} est plafonné à la valeur 18, pour les valeurs de résistance inférieure à 57 MPa, comme l'indique l'expression (6-10).

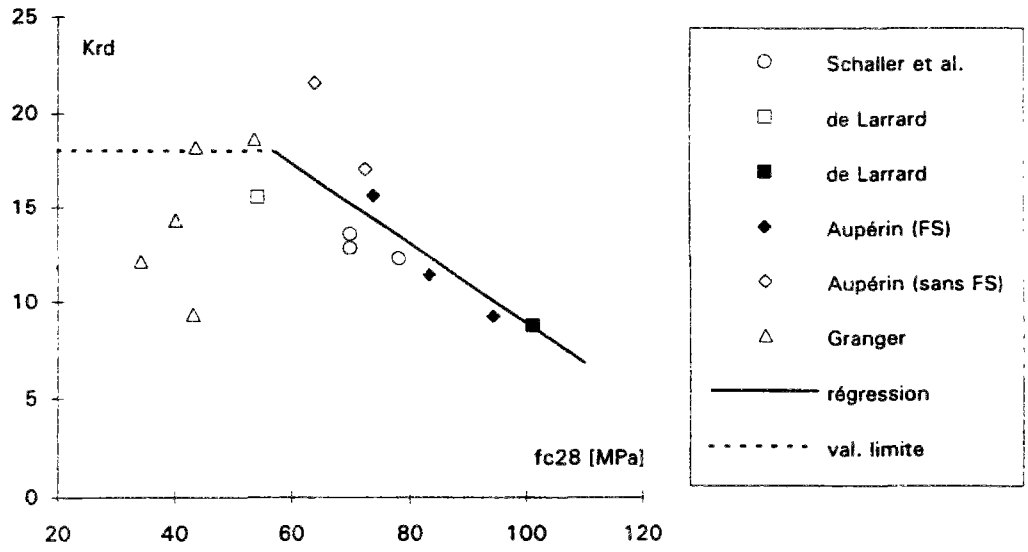


Figure 6-12 : variation du terme K_{rd} en fonction de la résistance f_{c28}. Bétons de [10, 25, 36, 67].

Evolution du retrait de dessiccation en fonction du temps

Empiriquement, on propose pour décrire le retrait de dessiccation une fonction du type :

$$f(t) = \frac{t - t_0}{t - t_0 + b\, r_m^2} \qquad (6\text{-}11)$$

Où b est un coefficient qui permet de décrire les différences de cinétique constatées suivant la catégorie de béton.

Il reste donc à définir le terme b. En affichant les résultats de lissages, réalisés suivant la fonction de la formule (6-11), et représentés sur la figure 6-13, on définit 2 valeurs différentes de b suivant que le béton contient ou pas de la fumée de silice :

- b = 2,8 pour les bétons avec fumée de silice,
- b = 8,4 pour les bétons sans fumée de silice.

Ces 2 valeurs correspondent tout simplement aux valeurs moyennes des points expérimentaux. En l'occurrence, il n'y a pas de corrélation apparente entre le terme de cinétique et la résistance à 28 jours.

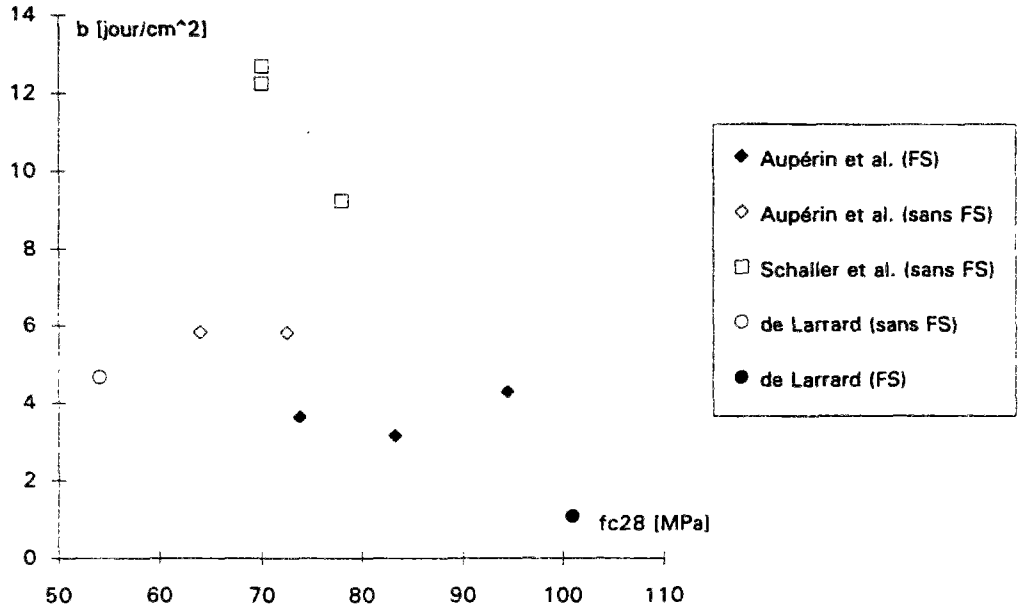


Figure 6-13 : valeurs du coefficient de cinétique de la formule (6-11) en fonction de la résistance f_{c28}.

Formules proposées pour le retrait de dessiccation

On propose donc les formules (6-12) et (6-13) ci dessous pour le calcul du retrait de dessiccation, en faisant la distinction entre les bétons, avec et sans fumée de silice :

- béton sans fumée de silice :

$$\varepsilon_{rd}(t, t_0, f_{c28}, r_m, \rho_h) = K_{rd}(f_{c28})\left[72\exp(-0{,}046\, f_{c28}) + 75 - \rho_h\right]10^{-6}\,\frac{t - t_0}{t - t_0 + 8{,}4\, r_m^{\,2}} \qquad (6\text{-}12)$$

- béton avec fumée de silice :

$$\varepsilon_{rd}(t, t_0, f_{c28}, r_m, \rho_h) = K_{rd}(f_{c28})\left[72\exp(-0{,}046\, f_{c28}) + 75 - \rho_h\right]10^{-6}\,\frac{t - t_0}{t - t_0 + 2{,}8\, r_m^{\,2}} \qquad (6\text{-}13)$$

avec :

$K_{rd}(f_{c28}) = 30 - 0{,}21 f_{c28}$ si $f_{c28} \geq 57\,\text{MPa}$

$K_{rd}(f_{c28}) = 18$ si $40\,\text{MPa} \leq f_{c28} \leq 57\,\text{MPa}$

5 Déformations de fluage

On rappelle que le fluage est scindé en 2 déformations. La première est le fluage propre, apparaissant lorsque l'échantillon est protégé du séchage, la seconde est le fluage de dessiccation, qui est la différence de déformation différée due au chargement, entre une éprouvette séchante et une autre protégée de la dessiccation. C'est une manière commode d'exploiter les résultats expérimentaux, et, à défaut de modèle plus général couvrant tous les types de conditions aux limites, on décompose le phénomène en ces deux parties.

5.1 Fluage propre

Le traitement des résultats des bétons de [10, 25, 46, 67], a permis d'établir les formules, qui sont ensuite validées sur d'autres données disponibles. On traite successivement le problème de la cinétique et de l'amplitude du phénomène, en abordant de manière spécifique les bétons qui contiennent de la fumée de silice.

Plusieurs possibilités se présentent pour le choix de la fonction qui décrit le fluage propre. En fait, en s'inspirant des modèles déjà établis, on peut s'arrêter, soit sur une formule du type logarithmique [12, 13], soit sur une fonction hyperbolique [3]. La forme hyperbolique apparaît plus simple, et de plus les fonctions de lissage de ce type ont permis d'excellents ajustements. Les déformations expérimentales sont donc modélisées par une fonction de la forme :

$$\varepsilon_{fp}(t-t_1) = K_{fp} \frac{\sigma}{E_{i28}} \frac{\sqrt{t-t_1}}{b+\sqrt{t-t_1}} \qquad (6\text{-}14)$$

Le fluage spécifique à long terme est donc le rapport de K_{fp} au module instantané, E_{i28}. Dans un premier temps, on détermine l'influence de la maturité du matériau, au moment du chargement, sur la cinétique du fluage propre. On ajuste ensuite une expression de K_{fp} en fonction de la résistance du béton à l'âge de chargement.

Cinétique de fluage propre

A partir des fonctions de lissage calculées, on affiche sur 2 graphiques les valeurs du terme b de la formule (6-14). Les figures (6-14) et (6-15) présentent respectivement les résultats des bétons sans et avec fumée de silice. Les fonctions ajustées sont les suivantes :

- bétons sans fumée de silice :

$$b = 0{,}40 \exp\left(3{,}1 \frac{f_c(t_1)}{f_{c28}}\right) \qquad (6\text{-}15)$$

- bétons avec fumée de silice :

$$b = 0{,}37 \exp\left(2{,}8 \frac{f_c(t_1)}{f_{c28}}\right) \qquad (6\text{-}16)$$

Le terme "b" traduit la rapidité avec laquelle le phénomène se développe. Ainsi la moitié de la déformation finale extrapolée est atteinte au bout d'un de chargement qui vaut b^2. Ce temps varie, d'après les valeurs de "b" données sur les figures 6-14 et 6-15, de 10 jours pour un chargement à 24 heures, à près de 150 jours pour les chargements ayant eu lieu pour un âge du béton de 28 jours. Le domaine de variation des points expérimentaux de "b" est cependant d'autant plus important que l'âge de chargement est grand. Ainsi les valeurs à 28 jours (maturité égale à 1) varient de 2 à 13 pour les bétons avec fumée de silice, et de 6 à 13 pour ceux sans fumée de silice.

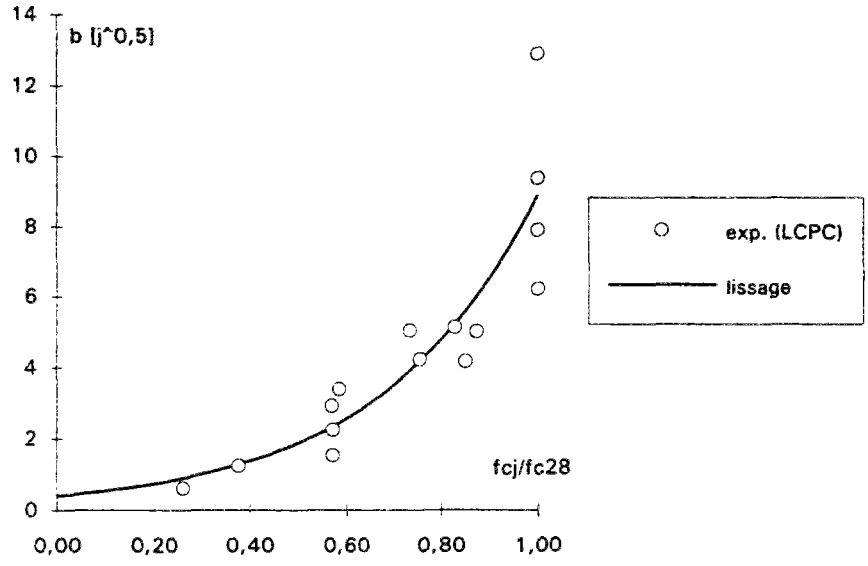


Figure 6-14 : terme de cinétique en fonction de la maturité du béton. Bétons sans fumée de silice. Bétons de [10, 25, 46, 67].

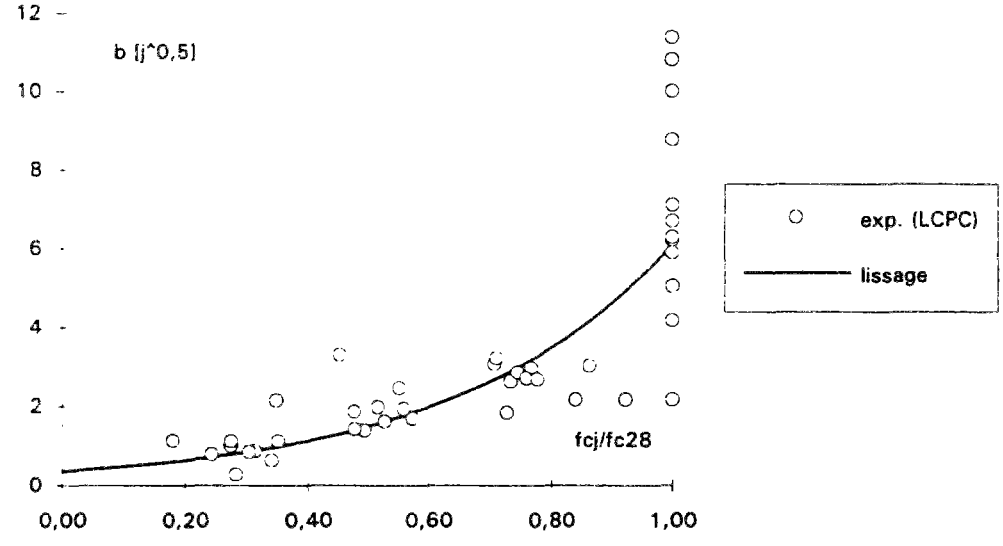


Figure 6-15 : terme de cinétique en fonction de la maturité du béton. Bétons avec fumée de silice. Bétons de [10, 25, 67].

Amplitude du fluage propre

On s'intéresse dans un premier temps aux bétons avec fumée de silice. La variable la plus simple à prendre en compte dans le calcul du coefficient K_{fp}, est la résistance du matériau au moment du chargement $f_c(t_1)$. On a représenté sur la figure 6-16 l'évolution du coefficient K_{fp} en fonction de $f_c(t_1)$ pour les bétons de [10, 25, 46, 67]. Les bétons en question ont tous des résistances à 28 jours supérieures à 50 MPa. Les points dont l'abscisse est inférieure à cette valeur représentent donc des bétons qui ont été chargés à des périodes antérieures à 28 jours. Un béton de [46] a même été chargé à partir de l'âge de 19 heures. Les valeurs ont été calculées, en identifiant la formule (6-14) pour un temps de chargement de 1000 jours, avec les valeurs expérimentales à la même période. Le module introduit est celui du BAEL/BPEL, validé précédemment. Ainsi :

$$K_{fp} = \frac{\dfrac{\varepsilon_{exp}(1000)}{\sqrt{1000}}}{0{,}37 \exp\left(2{,}8 \dfrac{f_c(t_1)}{f_{c28}}\right) + \sqrt{1000}} \, 11000 \sqrt[3]{f_{c28}} \qquad (6\text{-}17)$$

Un ajustement mathématique par une fonction puissance a permis de déterminer l'expression de K_{fp} suivante :

$$\boxed{K_{fp} = \frac{3{,}6}{f_c(t_1)^{0{,}37}}} \qquad (6\text{-}18)$$

En ce qui concerne dans un deuxième temps les bétons sans fumée de silice, les résultats indiqués sur la figure 6-17 ne montrent aucune corrélation particulière entre le coefficient de fluage propre et la résistance au moment du chargement. Nous avons fixé pour ces bétons :

$$\boxed{K_{pf} = 1{,}4} \qquad (6\text{-}19)$$

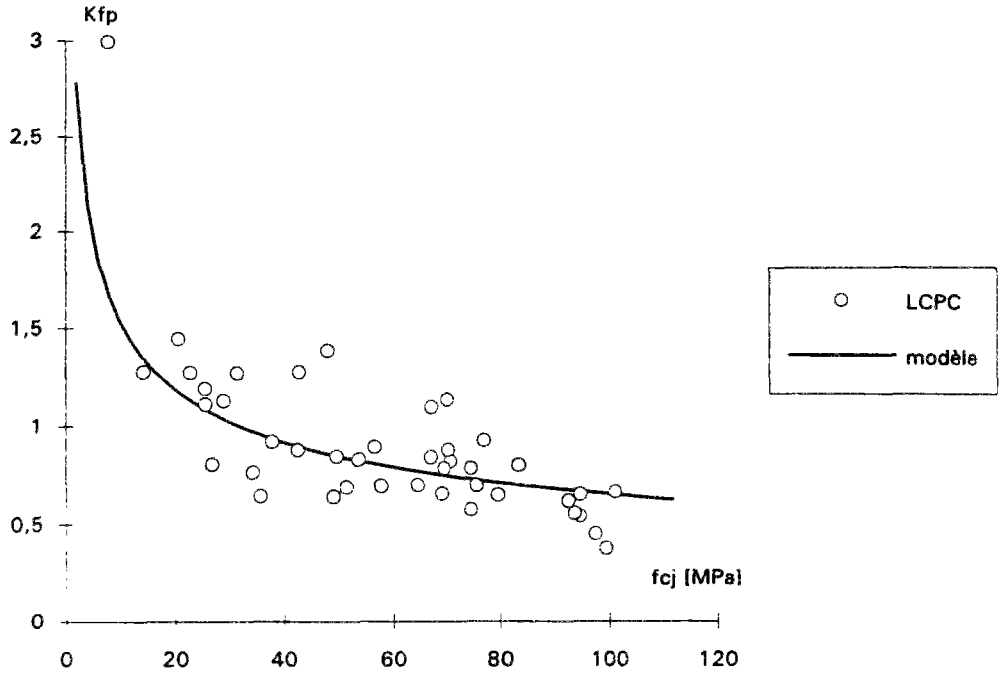


Figure 6-16 : valeurs de K_{fp} pour différents bétons avec fumée de silice, essayés au LCPC.

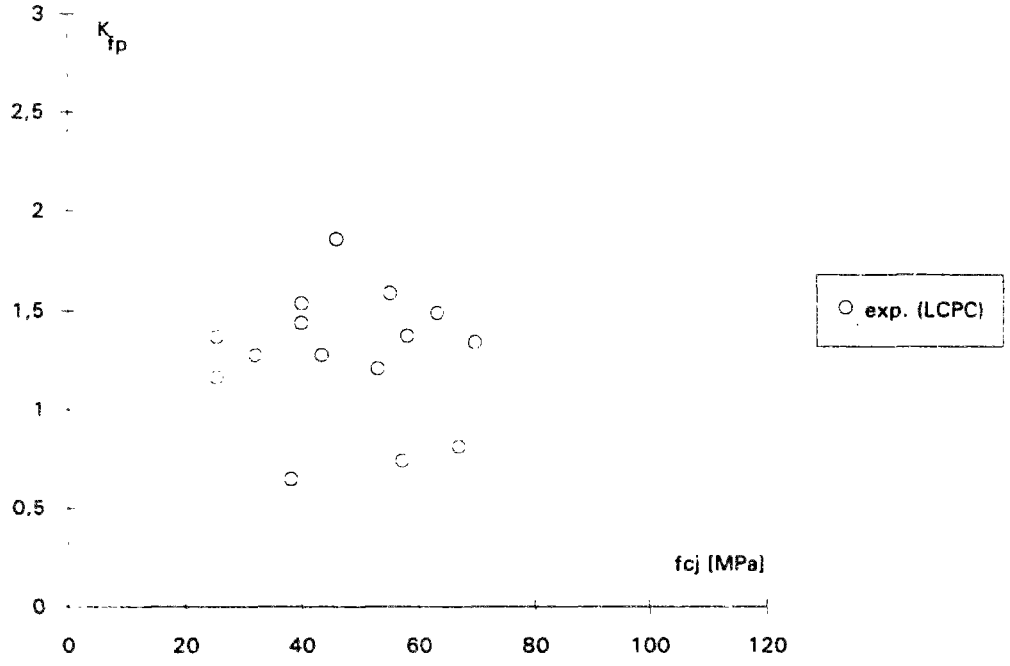


Figure 6-17 : valeurs de K_{fp} pour différents bétons sans fumée de silice.

modèle de fluage propre proposé

Les formules complètes pour le calcul du fluage propre des BHP sont donc les suivantes.

- bétons sans fumée de silice

$$\varepsilon_{fp}(t,t_1,f_c(t_1),f_{c28},E_{i28},\sigma)=1,4\,\frac{\sigma}{E_{i28}}\,\frac{\sqrt{t-t_1}}{\sqrt{t-t_1}+0,40\,\exp\left(3,1\frac{f_c(t_1)}{f_{c28}}\right)} \tag{6-20}$$

- bétons avec fumée de silice

$$\varepsilon_{fp}(t,t_1,f_c(t_1),f_{c28},E_{i28},\sigma)=\frac{3,6}{f_c(t_1)^{0,37}}\,\frac{\sigma}{E_{i28}}\,\frac{\sqrt{t-t_1}}{\sqrt{t-t_1}+0,37\,\exp\left(2,8\frac{f_c(t_1)}{f_{c28}}\right)} \tag{6-21}$$

5.2 Fluage de dessiccation

La recherche d'un compromis entre la complexité et la justesse d'un modèle, prend tout son sens pour le fluage de dessiccation. Ce phénomène nécessite une approche assez complexe, dès l'instant où l'on prend en compte les effets de structure, causés par les gradients de teneur en eau au sein des sections de béton. Notre approche, plus modeste, part de l'observation selon laquelle le fluage de dessiccation est grossièrement corrélé au retrait de dessiccation [17, 35, 45].

On présente sur les figures 6-18 et 6-19 l'évolution du produit du fluage de dessiccation spécifique par le module expérimental à 28 jours, en fonction du retrait de dessiccation. On a fait intervenir le module instantané dans les formules, uniquement dans le but de faire apparaître dans le modèle la déformation élastique conventionnelle à 28 jours. Le caractère erratique de ces courbes montre la complexité du phénomène, qui a pour origine à la fois un effet local et un effet de structure [36]. Cependant, une telle séparation de ces deux effets paraît pour le moment hors de portée dans un modèle réglementaire. Heureusement, pour les humidités relatives usuelles, le fluage de dessiccation des BHP ne constitue qu'une part faible des déformations totales du matériau. On distingue ici aussi les 2 familles de bétons, avec et sans fumée de silice. Les essais effectués au LCPC, sur des BHP avec fumée de silice de résistance supérieure à 80 MPa, montrent notamment un fluage de dessiccation négligeable ou nul, alors que celui des BHP sans fumée de silice approche celui des bétons ordinaires.

On propose ainsi les formules suivantes :

- béton sans fumée de silice :

$$\varepsilon_{fd}(t,t_0,t_1,f_{c28},\rho_h,r_m,E_{i28},\sigma) = 3,2.10^3 \frac{\sigma}{E_{i28}} \left[\varepsilon_{rd}(t) - \varepsilon_{rd}(t_1)\right] \quad (6\text{-}22)$$

-béton avec fumée de silice :

$$\varepsilon_{fd}(t,t_0,t_1,f_{c28},\rho_h,r_m,E_{i28},\sigma) = 10^3 \frac{\sigma}{E_{i28}} \left[\varepsilon_{rd}(t) - \varepsilon_{rd}(t_1)\right] \quad (6\text{-}23)$$

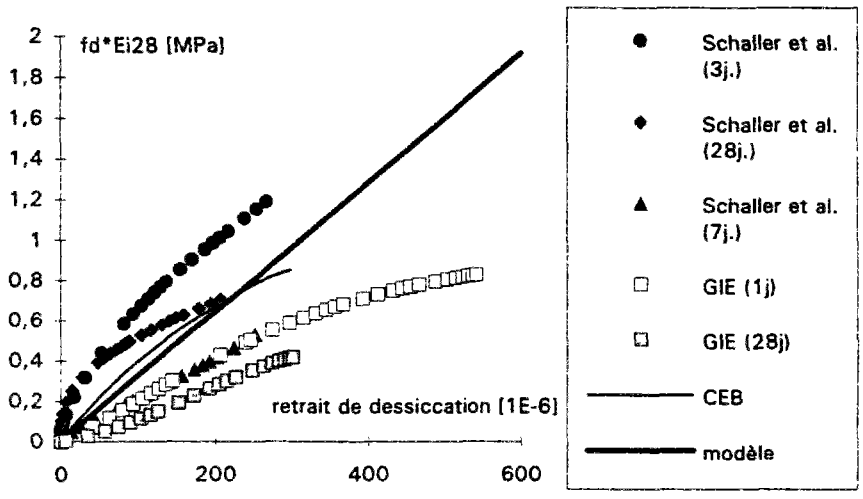


Figure 6-18 : évolution du produit du fluage de dessiccation par le module à 28 jours, en fonction du retrait de dessiccation. (BHP sans fumée de silice de [50, 67]). Simulation du code CEB-FIP Model Code 1990 (f_{cm} = 30 MPa, h = 80 mm, RH = 50%), après avoir soustrait aux valeurs de retrait et de fluage, respectivement, le retrait endogène et le fluage propre calculés par le modèle AFREM.

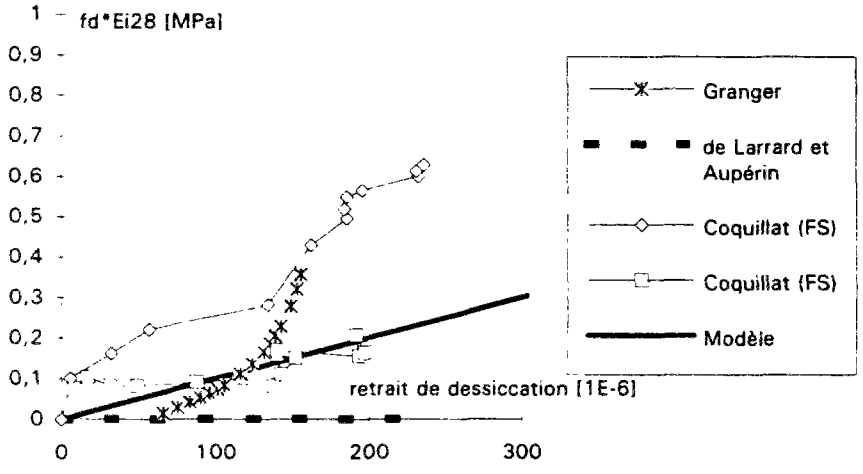


Figure 6-19 : évolution du produit du fluage de dessiccation par le module à 28 jours, en fonction du retrait de dessiccation. (BHP avec fumée de silice de [10, 22, 25, 36])

6 Coefficients K_{fl} et ϕ

Le coefficient K_{fl} est défini, pour les bétons avec et sans fumée de silice, par les formules (6-24) et (6-25). Il est obtenu en multipliant par E_{i28} la somme des valeurs finales du fluage propre et du fluage de dessiccation. Les coefficients ϕ associés s'obtiennent par l'expression (6-26).

Béton sans fumée de silice :

$$K_{fl}(t_0, t_1, f_{c28}, r_m, \rho_h) = 1{,}4 + 3{,}2.10^{-3}\ K_{rd}(f_{c28})\left[72\exp(-0{,}046 f_{c28}) + 75 - \rho_h\right]\left(1 - \frac{t_1 - t_0}{t_1 - t_0 + 8{,}4\, r_m^{\ 2}}\right)$$

(6-24)

Béton avec fumée de silice :

$$K_{fl}(t_0, t_1, f_{c28}, r_m, \rho_h) = \frac{3{,}6}{f_c(t_1)^{0{,}37}} + 10^{-3}\ K_{rd}(f_{c28})\left[72\exp(-0{,}046 f_{c28}) + 75 - \rho_h\right]\left(1 - \frac{t_1 - t_0}{t_1 - t_0 + 2{,}8\, r_m^{\ 2}}\right)$$

(6-25)

Expression du coefficient ϕ :

$$\Phi = K_{fl}\frac{E_i(t_1)}{E_{i28}} \qquad (6\text{-}26)$$

Le coefficient de fluage, K_{fl}, diminue lorsque la résistance du béton à 28 jours augmente. D'après le modèle, pour une même résistance, le fluage total d'un béton avec fumée de silice est près de 2 fois plus faible que celui d'un béton sans fumée de silice (fig 6-20). Lorsqu'on fait varier l'âge de chargement, à classe de résistance égale (fig. 6-21), le coefficient K_{fl} reste constant pour les bétons sans fumée de silice et vaut environ 1,8 ; celui des bétons avec fumée de silice diminue et vaut en moyenne 0,9 pour un chargement à 28 jours.

Le coefficient ϕ augmente avec l'âge de chargement (fig. 6-22), du fait que le coefficient K_{fl} diminue plus lentement en fonction du temps que le rapport des modules, $E_i(t_1)/E_{i28}$.

Enfin, on justifie ici (fig. 6-22) les valeurs numériques du coefficient ϕ, données dans l'annexe BHP du règlement BPEL. Ce coefficient, qui est pris égal à 2 pour les bétons ordinaires, correspond alors à 1,5 pour les BHP sans fumée de silice et à 0,8 pour ceux avec fumée de silice. On remarque cependant que ces valeurs restent approximatives, étant donné le large domaine de variation de ϕ, et que leur utilisation ne peut être envisagée que dans des calculs simplifiés.

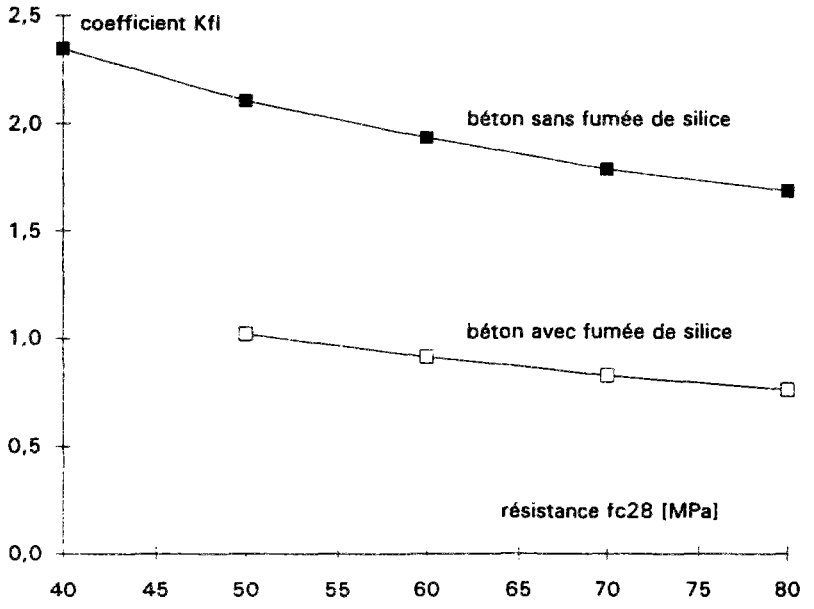


Figure 6-20 : évolution du coefficient de fluage Kfl, en fonction de la résistance du béton, pour des bétons avec et sans fumée de silice, chargés à 28 jours. L'humidité relative extérieure est fixée à 70 %, et on suppose que la dessiccation commence au moment du chargement ($t_1 = t_0$).

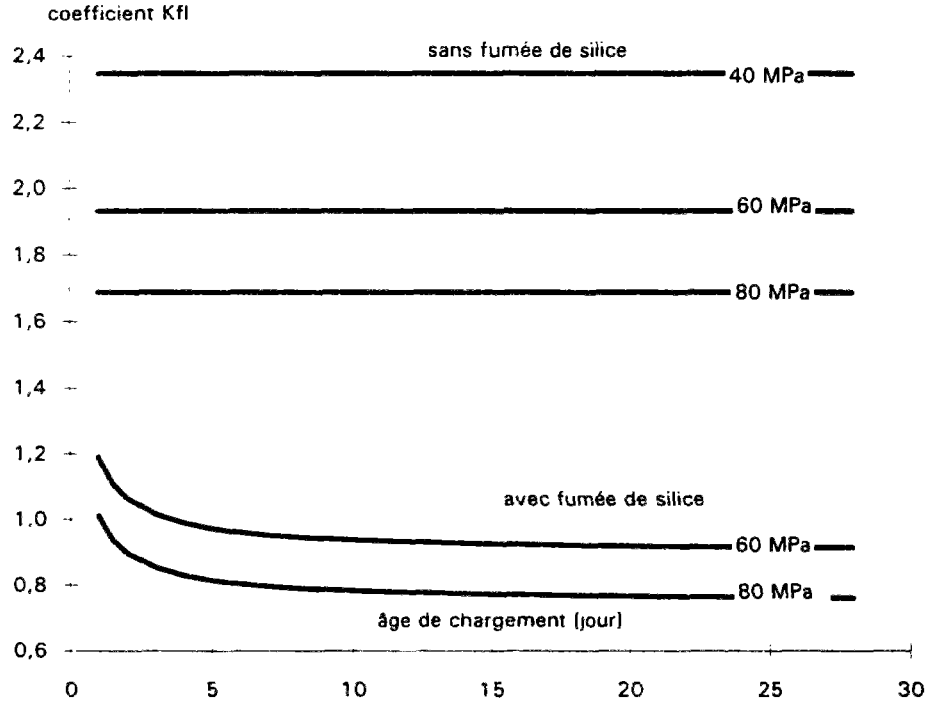


Figure 6-21 : évolution du coefficient K_{fl}, en fonction de l'âge de chargement, pour des bétons avec et sans fumée de silice, de résistance 40, 60, et 80 MPa. L'humidité relative extérieure est fixée à 70 %, et on suppose que la dessiccation commence au moment du chargement ($t_1 = t_0$).

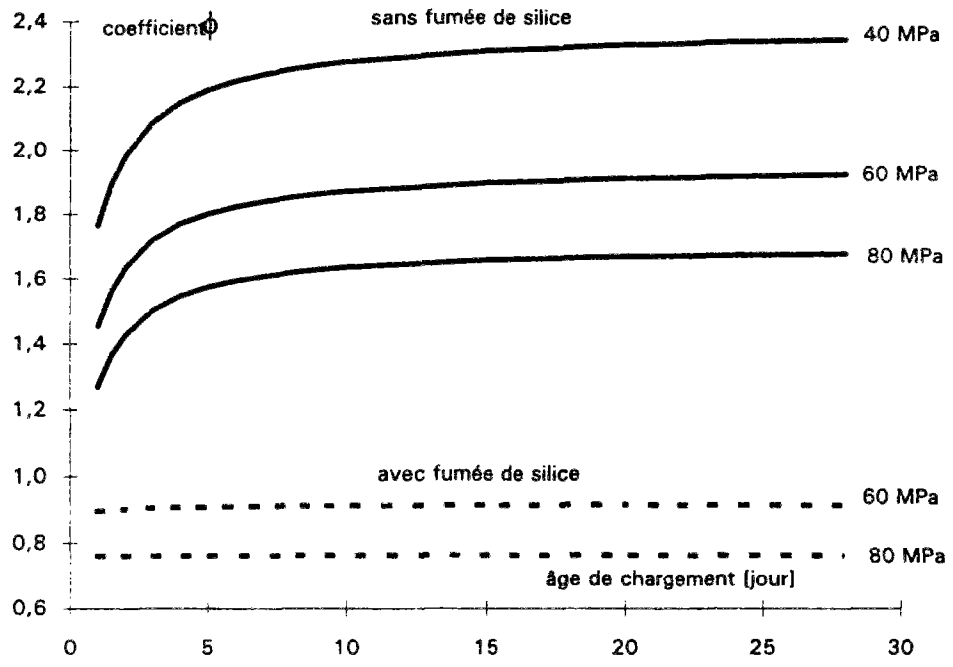


Figure 6-22 : évolution, selon le modèle, du coefficient ϕ, en fonction de l'âge de chargement, pour des bétons avec et sans fumée de silice, de résistance 40, 60, et 80 MPa. L'humidité relative extérieure est fixée à 70 %, et on suppose que la dessiccation commence au moment du chargement. Les modules ont été calculés par l'expression donnée en 2.1,42 du BPEL 91.

7 Validation des formules proposées sur d'autres données

7.1 Cas d'un chargement tardif

Un essai de fluage propre est actuellement en cours au LCPC, sur un BHP, chargé à l'âge de 2 ans et 9 mois. Il s'agit de l'éprouvette qui a servi à la mesure du retrait endogène du béton de référence G1 de l'étude [10]. L'essai ayant débuté en 1990, on dispose actuellement de plus de 4 ans de mesures. La question est de savoir avec quelle précision le modèle prévoit la déformation expérimentale d'un tel essai. On calcule d'abord la résistance du béton, au moment du chargement, en supposant que l'évolution entre 7 jours et 33 mois est linéaire en échelle semi-logarithmique. Le tableau 6-1 donne les résistances expérimentales à 7 et 28 jours, et celle calculée pour l'âge de chargement de 33 mois.

âge [jour]	14	28	1004
résistance [MPa]	77,0	83,3	100

Tableau 6-1 : résistances expérimentales (14 et 28 jours) et théorique (1004 jours) du béton de la référence [10], qui a permi de faire un essai de fluage à 33 mois.

L'éprouvette, toujours en cours d'essai, est sollicitée sous une contrainte de 27,3 MPa. Au lieu de la déformation brute, on a affiché, sur la figure 6-23, la déformation spécifique, i.e. pour une contrainte unitaire. Les "points expérimentaux" sont en fait le rapport de la déformation mesurée à la contrainte appliquée. Le modèle est ici utilisé pour deux résistances différentes au chargement (95 et 105 MPa), qui encadrent la valeur théorique. La distribution des derniers "points expérimentaux" montre que le phénomène s'accélère (en échelle semi-logarithmique), témoignant sans doute de l'imperfection de la protection contre la dessiccation (feuille d'aluminium autocollante), conduisant à un retrait de dessiccation. La précision du modèle est toutefois satisfaisante (pour un modèle réglementaire), tant sur la cinétique (si on excepte les derniers points), que sur l'amplitude.

Cette comparaison est un élément important de validation du modèle de fluage propre, pour les BHP avec fumée de silice. En particulier, l'approche qu'il propose, en prenant en compte la maturité du béton et sa résistance au moment du chargement, reste plus proche de la physique des phénomènes, que celle consistant à considérer l'effet du vieillissement par une fonction empirique du temps (cf. BPEL 91 ou CEB-FIP MODEL CODE 1990).

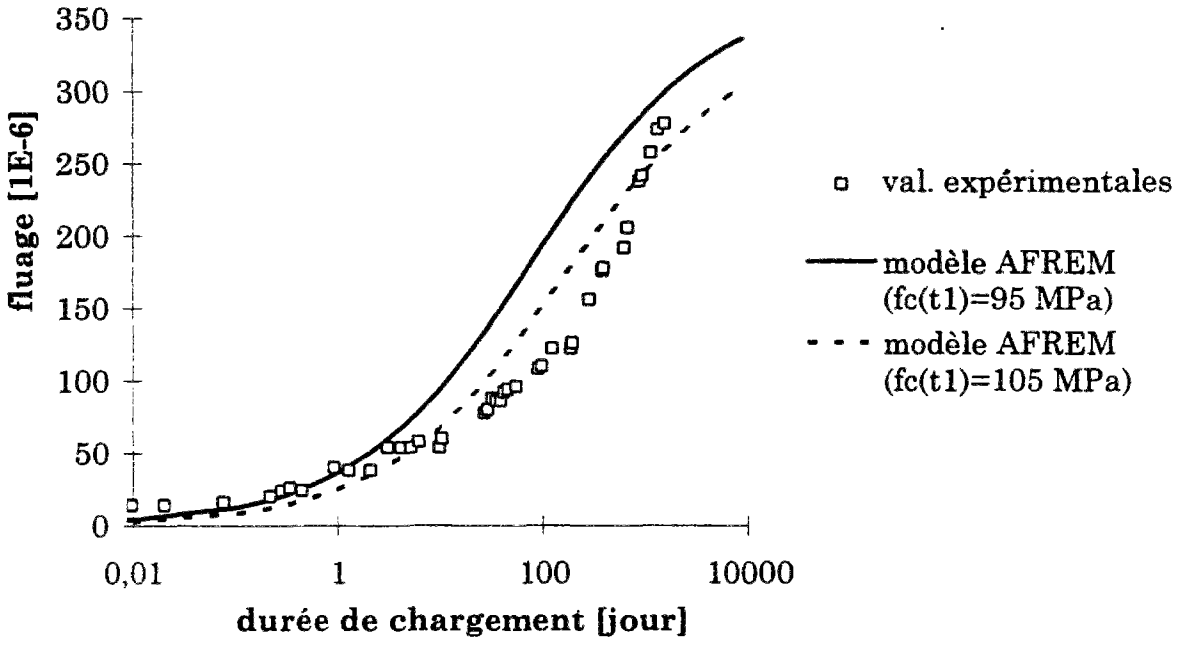


Figure 6-23 : évolution du fluage propre spécifique du béton G1 de l'étude [10] chargé à l'âge de 33 mois.

7.2 Confrontation des formules proposées aux données expérimentales de la littérature

On compare ici les prévisions du modèle aux différents résultats de la littérature, pour une échéance donnée. On présente en annexe 4 l'évolution des déformations pour l'ensemble des données considérées.

En ce qui concerne la somme du retrait endogène et du retrait de dessiccation, la comparaison des figures 6-24 et 6-25 témoigne de l'amélioration apportée par le modèle proposé. Une série d'essais n'est cependant pas bien prédite par le modèle de fluage [24], celui-ci sous-estimant de manière importante les déformations. On remarque aussi que le fluage des bétons HP sans fumée de silice est situé dans un large domaine de variation. Le béton BHP1 de [56] produit par exemple un fluage particulièrement faible, puisqu'il est voisin de celui de son "homologue avec fumée de silice" (BHP2). Quant aux BHP de [24], leur fluage équivaut pratiquement à celui des BO, ce qui reste contraire à la tendance générale.

On a tracé sur les figures, en plus de la première bissectrice, deux droites représentant un écart relatif de ± 30 % par rapport aux valeurs expérimentales. Ces droites témoignent de l'ordre de grandeur de la précision que l'on peut attendre du modèle.

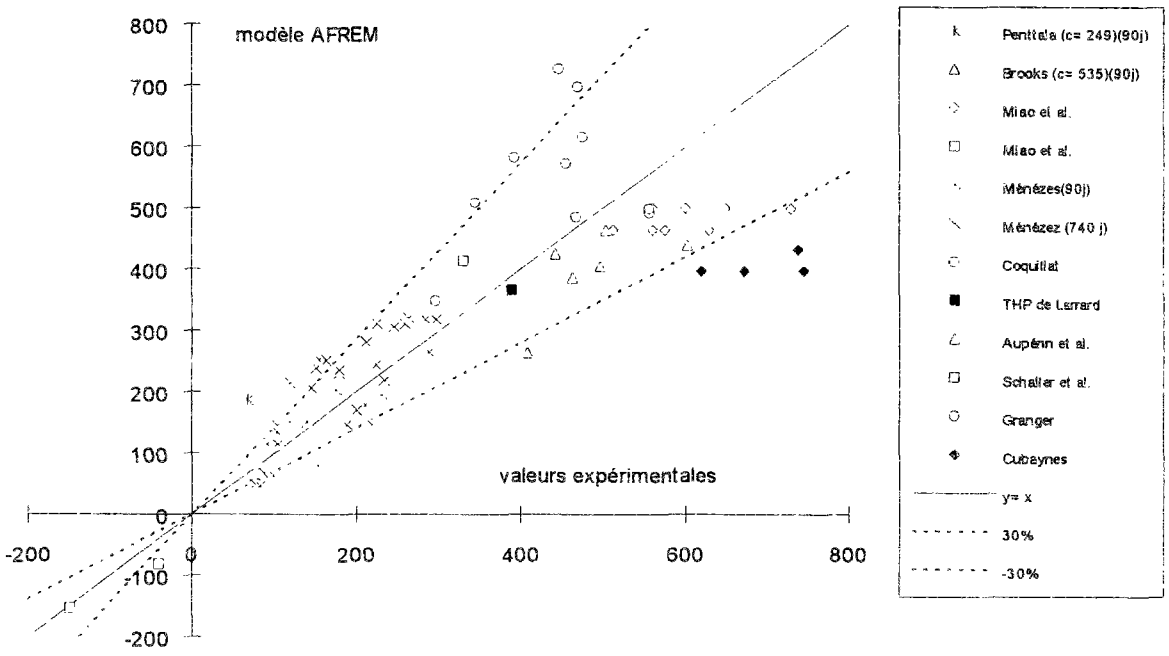


Figure 6-26 : comparaison entre le modèle AFREM et les valeurs expérimentales de retrait total (dessiccation plus endogène) mesurées à 1 an (ou autre si indication).

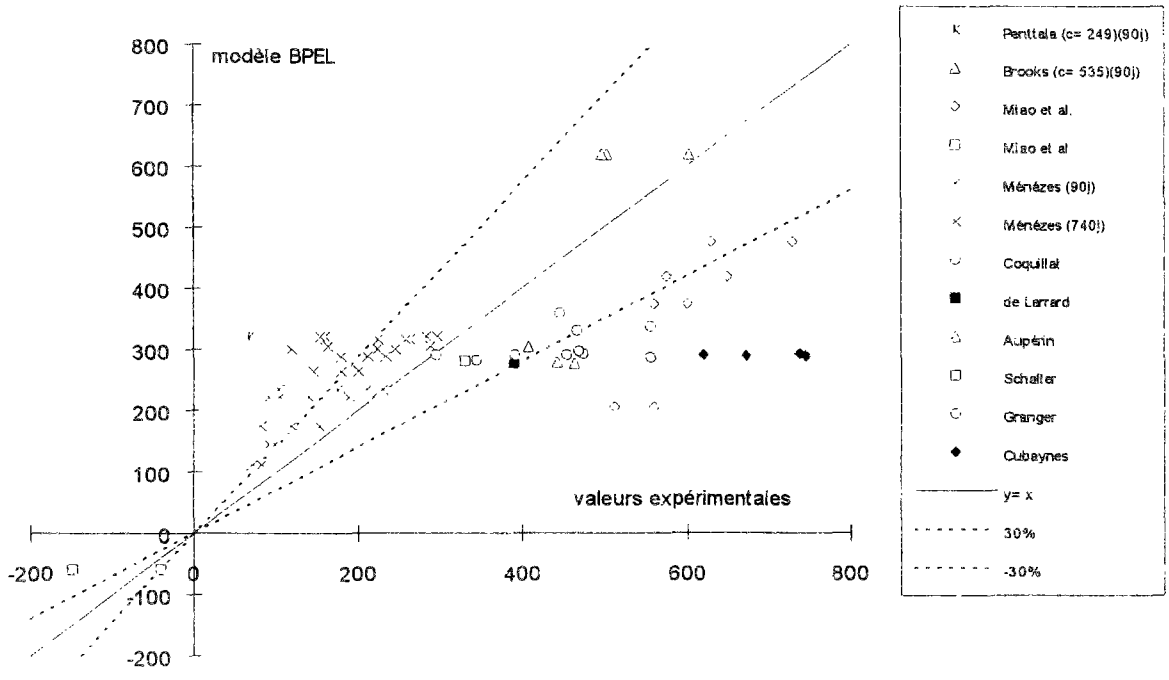


Figure 6-27 : comparaison entre le modèle BPEL 91 et les valeurs expérimentales de retrait total (dessiccation plus endogène) mesurées à 1 an (ou autre si indication).

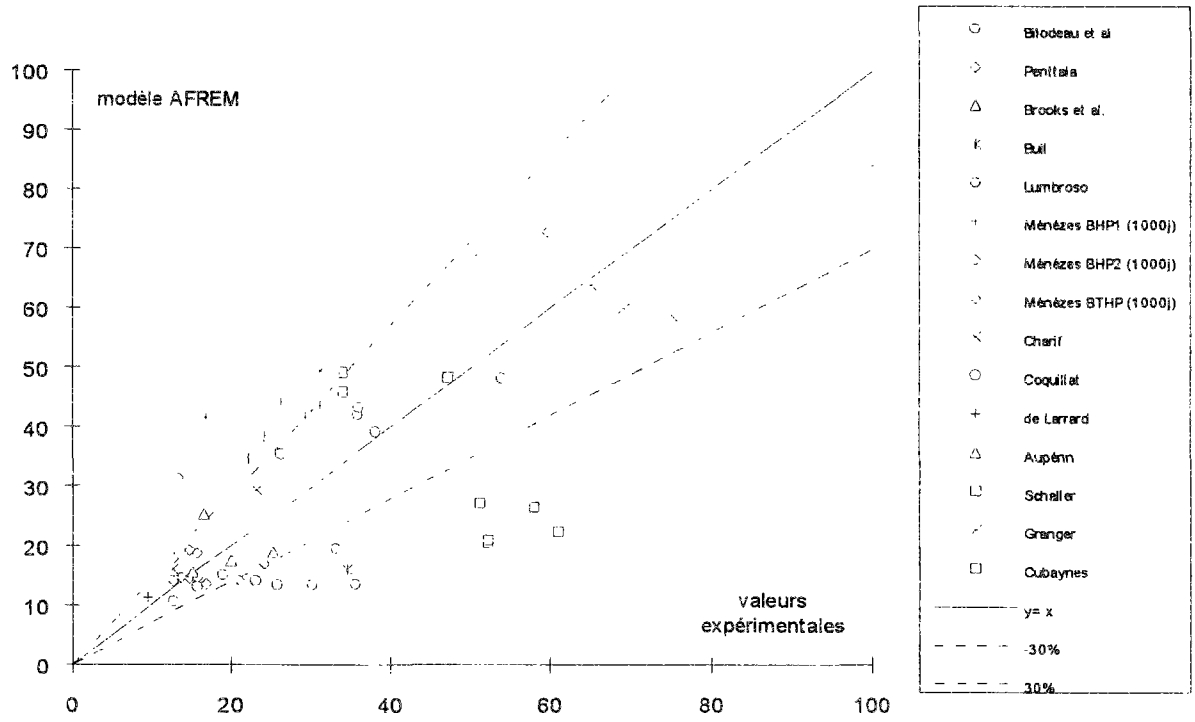


Figure 6-28 : comparaison entre le fluage total spécifique prévu par le modèle AFREM et les valeurs expérimentales mesurées à 1 an (ou autre si indication).

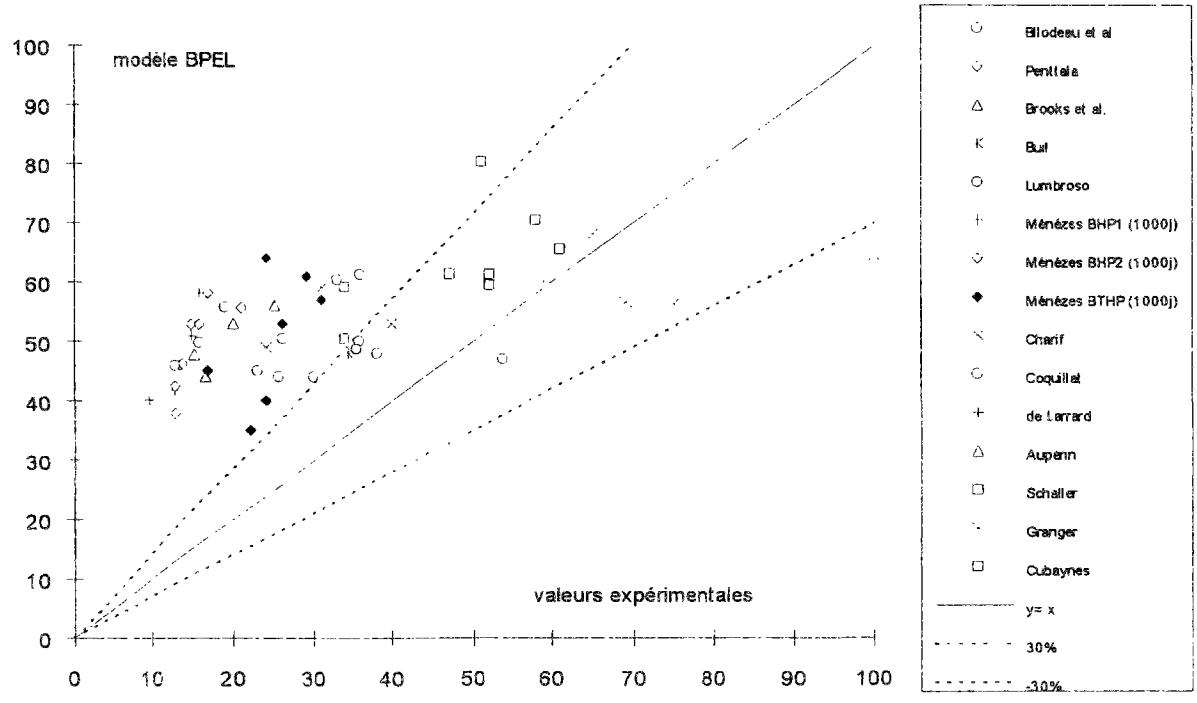


Figure 6-29 : comparaison entre le fluage total spécifique prévu par le modèle BPEL 91 et les valeurs expérimentales mesurées à 1 an (ou autre si indication).

8 Références bibliographiques

[1] ACKER P. (1988), Comportement mécanique du béton : apports de l'approche physicochimique, *Rapport de recherche des LPC, N°152*, LCPC, Paris.

[2] ACKER P. (1992), Retraits et fissurations du béton, *Documents scientifiques et techniques de l'Association Française pour la Construction*, Bagneux, septembre.

[3] ACKER P., BARRAL A., Déformations différées du béton durci-Etude critique des modèles analytique de comportement, *AER 131.269*, LCPC, Paris.

[4] AITCIN P.C. LAPLANTE P., BEDARD C. (1985), Development and experimental use of a 90 MPa field concrete, *ACI SP-87*.

[5] AITCIN P.C., MEHTA P.K. (1991), Effect of coarse aggregate characteristics on mechanical properties of high strength concrete, *ACI Materials Journal*, mai-juin.

[6] ARNAULD de SARTRE B. (1992), Modélisation du comportement post-rupture du béton à hautes ou à très hautes performances armé en compression, *Travail de fin d'études de l'ENTPE*, LCPC, juin.

[7] ARNOULD M., VIRLOGEUX M. (1986), *Granulats légers. Bilan de dix ans de recherches*, Presses de l'ENPC.

[8] ATLASSI E. (1992), Desorption isotherm of silica fume mortar, *International Conference on the Chemistry of Cements*, Vol.IV, pp. 634-639, New-Delhi, Nov.

[9] ATLASSI E. (1992), Some moisture properties of silica-fume mortar, 4th CANMET/ACI Conference on Fly Ash, Silica Fume, Slag and Natural Pozzolans in Concrete, *ACI SP 132-49*, Istanbul, mai.

[10] AUPERIN M., DE LARRARD F., RICHARD P., ACKER P. (1989), Retrait et fluage de bétons à hautes performances aux fumées de silice - Influence de l'âge au chargement, *Ann. de l'ITBTP.*, Série béton 254, n°474, Mai-Juin.

[11] BAROGHEL-BOUNY V. (1994), Caractérisation microstructurale et hydrique des pâtes de ciment et des bétons ordinaires et à très hautes performances, *Thèse de Doctorat de l'Ecole nationale des ponts et chaussées*, Spécialité Structures et matériaux.

[12] BAZANT Z.P., CHERN J.C. (1985), Log-double-power-law for concrete creep, *ACI J.*, **82**, pp.675-685.

[13] BAZANT Z.P., KIM J.K. (1991), Improved prediction model for time-dependent deformations of concrete : Part 2-Basic creep, *Materials and Structures*, **24**, n°143, pp.409-421.

[14] BILODEAU A., CARETTE G.G., MALHOTRA V.M. (1991), Mechanical properties of non-air-entrained, high-strength concrete incorporating supplementary cementing materials, CANMET/ACI *International Workshop on Silica Fume in Concrete*, Washington, avril.

[15] BROOKS J.J., WAINWRIGHT P.J. (1983), Properties of ultra-high-strength concrete containing a superplasticizer, *Magazine of Concrete Research*, **35**, n° 125, décembre.

[16] BUIL M. (1988), Comportement physico-chimique du système ciment-fumées de silice, *Annales de l'ITBTP*, N° 483, Série Béton 271, pp. 19-29.

[17] BUIL M. (1990), Etude numérique simplifiée de l'influence de l'effet de fissuration superficielle du béton dans les essais de fluage de dessiccation récents, *Matériaux et Constructions*, **23**, pp. 341-351.

[18] BUIL M., ACKER P. (1985), Creep of silica-fume concrete, *Cement and Concrete Research*, **15**, pp. 463-466.

[19] CARRASQUILLO R.L., NILSON A.H., SLATE F.O. (1981), Properties of high strength concrete subject to short-term loads, *ACI Journal*, mai-juin.
[20] CHARIF H. (1990), Réduction des déformations des structures en béton grâce à l'utilisation de bétons à hautes performances- Etude numérique et expérimentale, *Thèse n°844*, Ecole Polytechnique, Lausanne.
[21] CLEMENT J.L. (1991), Analyse du comportement du BHP sous contraintes multiaxiales, *Compte rendu du comité technique du projet VNB*, contrat VNB-LMT -FREYSSINET, octobre.
[22] Comité Euro-International du Béton, CEB-FIP MODEL CODE 1990, (1993) Materials properties, § 2.1.6, *Bulletin d'information n° 213/214*, Lausanne.
[23] COQUILLAT G. (1992), Fluage des bétons HP chargés au jeune âge, Voies Nouvelles du Materiau Béton, *Rapport de Recherche N° 41 101*, CEBTP, Saint Remy lès Chevreuse, juillet.
[24] CUBAYNES J.F., PONS G. (1996), Influence of coarse agregate on shrinkage and creep of HSC, à paraître dans les *Comptes rendus du quatrième symposium international sur l'utilisation des bétons à hautes performances*, Paris.
[25] DE LARRARD F. (1988), Formulation et propriétés des bétons à très hautes performances, *Rapport de recherche LPC N° 149*, LCPC, Paris, mars.
[26] DE LARRARD F. (1990), Creep and Shrinkage of High-Strength Field Concretes, 2nd International Conference on Utilization of High-Strength Concrete, *ACI SP 121-28*, Berkeley, Mai.
[27] DE LARRARD F. (1992), Bétonlab: un logiciel pour comprendre les bétons d'aujourd'hui, Note Technique, *B.L. des LPC*, n°182, pp. 89-93, nov.-déc.
[28] DE LARRARD F., LE ROY R. (1992), Relation entre formulation et quelques propriétés mécaniques des bétons à hautes performances, *Matériaux et Structures*, **25**, pp. 464-475.
[29] DETWILER R.J., MEHTA P.K. (1989), Chemical and physical effects of silica fume on the mechanical behaviour of concrete, *ACI Materials Journal*, novembre-décembre.
[30] DO M.T. (1994), Fatigue des bétons à hautes performances, *Thèse de Doctorat ès Sciences Appliquées*, Spécialité Génie Civil, Université de Sherbrooke, Québec, janv.
[31] DRAKE K.D. (1985), High strength concrete in Seattle, *ACI SP-87*.
[32] FOURE B. (1984), Courbes contrainte-déformation et résistance sous compression soutenue, *Rapport CEBTP*, convention DAEI-SGE-CEBTP, Service d'étude des matériaux, juil.
[33] FOURE B. (1985), Béton à haute résistance ; rapport sur les essais de poteaux et de poutres, *Rapport CEBTP*, Service d'étude des matériaux, nov.
[34] FOURE B. (1992), Fragilité des éléments comprimés en béton HP et pourcentages minimaux d'armatures, *Rapport final*, convention SETRA-ITB, Service d'études des structures, CEBTP, nov.
[35] GAMBLE B.R., PARROTT L.J. (1978), Creep of concrete in compression during drying and wetting, *Magazine of Concrete Research*, **30**, n° 104, pp.129-138.
[36] GRANGER L. (1995), Comportement différé du béton dans les enceintes de centrales nucléaires : analyse et modélisation, *thèse de Doctorat de l'ENPC*, Spécialité Structures et Matériaux, Paris.
[37] HELD M. (1990), Research results concerning the properties of high-strength concrete, *Darmstadt concrete*, **5**, pp.71-80.
[38] HOANG L.H. (1985), Béton à hautes performances, essai de fissuration sur des poutres en béton partiellement précontraintes, *Rapport CEBTP*, convention DAEI-CEBTP et recherche FNTP, Service d'étude des matériaux, juil.

[39] HOANG L.H., PASQUIGNON M. (1992), Résistance à l'effort tranchant des poutres en béton à hautes performances, *Rapport de présentation des résultats d'essais sur deux poutres OH7 et OH8*, Projet VNB, Service d'étude des structures, CEBTP, nov.
[40] HOANG L.H., PASQUIGNON M. (1992), Résistance à l'effort tranchant des poutres monolithes à précontrainte extérieure au béton, *Rapport de présentation des résultats d'essais sur deux poutres OH9 et OH10*, Service d'étude des structures, CEBTP, nov.
[41] HUA C (1992), Analyses et modélisations du retrait d'autodessiccation de la pâte de ciment durcissante, *Thèse de Doctorat de l'ENPC*, spécialité structures et matériaux, décembre.
[42] ITHURRALDE G., DE LARRARD F., NECTOUX J. (1992), Bétons à hautes performances pour l'étanchéité des structures en béton. Expérimentation, *Annales de l'ITBTP*, n°502, Série Béton 287, mars-avril.
[43] JAUGEY P. (1984), Recherche sur les bétons de hautes performances ; étude expérimentale du matériau ; essais complémentaires, *Rapport SGE-TPI, chantier de la centrale nucléaire de Gravelines*, convention DAEI-SGE-CEBTP.
[44] JUSTNES H. et al. (1990), Nuclear magnetic resonance- a powerful tool en cement and concrete research, *Cement and Concrete Research*, 3, N°11, pp.105-110.
[45] L'HERMITTE R. (1955), Idées actuelles sur la technologie des bétons, *Documentation technique du bâtiment et des travaux publics*, Paris.
[46] LAPLANTE P. (1993), Propriétés mécaniques des bétons durcissants : analyse comparée des bétons classiques et à très hautes performances, *Thèse de doctorat de l'ENPC*, également en rapport de recherche des LPC, série Ouvrage d'art OA13.
[47] LASSABATERE T. (1994), Couplages hygromécaniques en milieux poreux non saturé avec changement de phase : application au retrait de dessiccation, *Thèse de doctorat de l'ENPC*, Paris, novembre.
[49] LE ROY R. DE LARRARD F., (1994), Bétons à hautes performances, propositions de formules pour le calcul du retrait et du fluage, *Ouvrages d'Art*, n° 18, pp.34-37.
[50] LE ROY R., DE LARRARD F., DUVAL D. (1995), Retrait et fluage du béton du viaduc sur le Rhône, *Rapport de l'étude n° 324 147*, LCPC, Paris, février.
[51] LUMBROSO V. (1990), Réponses différées des bétons de hautes performances sous chargement stationnaires. Influence des conditions d'ambiance et de la composition, *Thèse de Doctorat de l'INSA*, Toulouse.
[52] MAMILLAN M., MINARD J. (1986), Béton à hautes performances ; caractéristiques physiques et mécaniques, durabilité ; essais complémentaires, *Rapport CEBTP*, convention DAEI-CEBTP, Service d'étude des matériaux, février.
[53] MAMILLAN M., MINARD J. (1986), Etude des bétons à hautes performances avec utilisation de granulats courants et ajout de sable fin et filler, *Rapport CEBTP*, convention DAEI-CEBTP, Service d'étude des matériaux, février.
[54] MAMILLAN M., MINARD J., PAULME M. (1987), Bétons à hautes performances avec emploi de fumée de silice, *Rapport CEBTP*, Recherche FNTP n°41.101, Service d'études des matériaux, CEBTP, mars.
[55] MAUREL C. (1987), Etude de la ductilité du béton à très hautes performances armé en compression, *TFE de l'ENPC*, LCPC, juin.
[56] MENEZES N.C., PASQUIGNON M. (1993), Bétons à hautes performances- Effet d'échelle sur le retrait et fluage des bétons HP, *Rapport n°22018 du CEBTP*, CEBTP, département Structures, Saint Remy lès Chevreuse, juillet.
[57] MIAO B., CHAALAL O., HINDY E.E., AITCIN P.C. (1994), Shrinkage of ready-mixed high performance concrete, *ACI Structural Journal, Title n° 91-M29*, pp. 300-305, mai-juin.

[58] MINARD J. (1985), Etude expérimentale du matériau béton, convention DAEI-SGE-CEBTP, *Rapport CEBTP*, Service d'étude des matériaux, novembre.
[59] MUGURUMA H., NISHIYAMA M., WATANABE F., Stress-strain curve model for concrete with a wide range of compressive strength, *3rd Symposium on the Uilization of High Strength Concrete*, Lillehammer, pp. 314-321, juin.
[60] NISHIYAMA M., MUGURAMA H., WATANABE F. (1987), On the low cycle fatigue behaviour jof concrete and concrete members under submerged condition, *1st International Symposium on the Utilization of High-Strength Concrete*, Stavanger, pp. 319-330, juin.
[61] NÖRLING MJORNELL K. (1992), Self-Desiccation in Concrete. *International Conference on the Chemistry of Cements*, Vol.VI, pp. 261-267, New-Delhi, nov.
[62] PARROTT L.J.,GEIKER M., GUTTERRIDGE W.A., KILLOH D. (1990), Monitoring Portland cement hydration : comparaison of methods, *Cement and Concrete Research*, **20**, pp 919-926.
[63] PASTOR J.A., NILSON A.H., SLATE F.O. (1984), Behaviour of high strength concrete beams, *Report 84-3*, Department of Structural Engineering, Cornell University, février.
[64] PENTTALA V. (1987), Mechanical properties of high strength concretes based on differents binders combinations, *1st International Symposium on the Utilization of High-Strength Concrete*, Stavanger, pp.123-134.
[65] RADAIN T.A., SAMMAN T.A., WAFA F.F. (1993), Mechanical properties of high strength concrete, *3rd Symposium on the Utilization of High-Strength Concrete*, Lillehammer, pp.1209-1216, juin.
[66] REGOURD M. (1982), L'hydratation du ciment Portland, *Le béton hydraulique*, chap.11, Presses de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, pp.193-221.
[67] SCHALLER I. et al. (1992), L'expérimentation du pont de Joigny, *Les Bétons à Hautes Performances*, Presses de l'ENPC, chap. 29, pp.483-520.
[68] SEKI S., MORIMOTO M., YAMANE N. (1985), Recherches expérimentales sur l'amélioration du béton par incorporation de sous-produits industriels, *Annales de l'ITBTP*, Juillet-août.
[69] SICARD V. (1993), Origines et propriétés des déformations de retrait et de fluage de bétons à hautes performances à partir de 28 heures de durcissement, *Thèse de Doctorat de l'INSA*, Toulouse.
[70] SMEPLASS S., MARKENOES J.A., HANSEN E.A. (1993), Effect of aggregate type on strength and fracture of high strength concrete, *3rd Symposium on the Utilization of High-Strength Concrete*, Lillehammer, pp.1225-1238.
[71] TAERWE L. (1992), Influence of steel fibers on strain softening of high-strength concrete, *ACI Materials Journal*, janvier-février.
[72] THORENFELD E. (1986), Design properties of high strength concrete, *Nordisk Beton*, 30, n°1-2.
[73] TOMASZEWICZ A. (1989), Stress-strain diagramme of concrete, SINTEF rapport (en norvégien), cité par I. HOLLAND, State of the art of design aspects and research needs in the future, *CEB Bulletin*, n°193, décembre.
[74] TORRENTI J.M. (1989), La résistance du béton au jeune âge, *Séminaire de l'ENPC : Connnaissance générale du béton*, Paris.
[75] WEBER L. (1988), Etude de la ductilité du béton à très hautes performances armé en compression, *TFE de l'ENPC*, LCPC, juin.
[76] YODAI A., ARAI K. (1968), An experiment on high-strength concrete, *Concrete Association of Japan, 22nd general Meeting*, mai.

***

Conclusion générale

L'étude des déformations des bétons à hautes performances (BHP) est guidée par deux objectifs principaux, qui sont d'une part la modélisation des déformations instantanées, de fluage propre, et de retrait endogène, en fonction de la formulation, et d'autre part la proposition de modèles simplifiés à l'usage des calculateurs de structures.

Le travail théorique a été étayé par la réalisation d'essais de module, de retrait endogène, et de fluage propre sur 10 BHP différents, ainsi que sur 5 pâtes pures associées. Ces matériaux ont tous été préparés avec les mêmes constituants.

Etude paramétrique et modèles pour le formulateur

On a adopté une approche par homogénéisation à deux phases, tout en restant volontairement dans le cadre du calcul analytique. L'originalité de la modélisation vient de la prise en compte de la granularité réelle des granulats, au travers de la compacité du squelette granulaire, notée g*. La théorie, qui s'appuie sur le modèle bisphère de Hashin, aboutit à un modèle mécanique à géométrie trisphère. On justifie théoriquement la simplification qui consiste à considérer que les coefficients de Poisson des 2 phases et celui du béton sont égaux à 0,20.

Bien que l'étude concerne les BHP, les résultats que l'on énonce ci-après sont aussi valables pour les bétons ordinaires. Pour chacun des trois phénomènes étudiés, on propose un modèle empirique, qui prévoit explicitement la variation des déformations de la matrice en fonction des paramètres de formulation.

<u>Déformations instantanées</u>

On montre que le modèle trisphère se situe, par construction, à l'intérieur des bornes de Hashin-Shtrikman. Pour les faibles concentrations en inclusions, les valeurs prédites sont peu différentes de celles du modèle bisphère (i.e. de la borne inférieure) mais, pour des concentrations plus fortes, elles s'approchent progressivement de la borne supérieure, pour l'atteindre lorsque la concentration réelle est égale à g*. On montre que le module du composite est d'autant plus sensible au paramètre g* que le contraste entre le module des 2 phases est important, ce qui est essentiellement le cas au très jeune âge pour les déformations instantanées.

La prévision du module de la matrice est rendu possible, dans la pratique, en exploitant la linéarité entre la résistance de la matrice, ou du béton, et le module de la matrice. La connaissance de la résistance et du module d'un béton donné suffit alors à caler le coefficient de proportionnalité, et à calculer le module de la pâte de ciment. On a alors accès au module de tout béton réalisé avec les mêmes composants, dosés à volume quelconque. Dans le cas où l'on cherche à calculer le module du béton à 28 jours, on a établi pour cette échéance une relation empirique entre le module de la matrice et les paramètres de formulation.

Fluage propre

La prévision du fluage propre en fonction des paramètres de composition a consisté en l'étude du module différé, fourni par le modèle trisphère, pour une période d'essai avoisinant 1000 jours, et pour l'âge de chargement de 28 jours. Le modèle a été validé sur des données couvrant une très large gamme de résistances (de 35 à 160 MPa).

Comme pour les déformations instantanées, le calcul d'homogénéisation a été effectué dans le cadre de la viscoélasticité linéaire non vieillissante. On montre qu'il est alors possible de reproduire l'évolution de la complaisance (déformation instantanée plus déformation de fluage) d'un béton, sous contrainte constante, à partir d'essais sur la pâte pure correspondante, avec une précision inférieure à 10 %.

Le modèle prévoit des variations qui sont couramment admises, comme la diminution de l'amplitude lorsque le rapport eau sur ciment diminue, ou lorsque le volume granulaire augmente.

L'effet important de la fumée de silice est à souligner. Notamment, on montre qu'à résistance égale de bétons, on a intérêt, pour réduire le fluage propre, à substituer une partie du ciment par de la fumée de silice, au moins jusqu'à une proportion de 15 % (par rapport à la masse de ciment).

La variation du module des granulats n'influe que faiblement sur les déformations différées.

L'élément important fourni par le modèle, qu'il convient de souligner pour sa nouveauté, est la sensibilité du fluage propre à la compacité granulaire de l'empilement, g^*. Le modèle indique qu'en diminuant g^*, tout en gardant constants les autres paramètres, on peut augmenter théoriquement le fluage jusqu'à 50 %. Ce résultat doit cependant être confirmé par des essais spécifiques. Par ailleurs, cette diminution de g^* se traduit certainement par une grande différence de consistance à l'état frais, en l'occurence une diminution de fluidité.

Retrait endogène

L'étude du retrait endogène s'est appuyée sur la même géométrie trisphère, mais en supposant que la pâte de ciment produit un retrait isotrope. Dans le processus de retrait du béton, la prise en compte du fluage de la matrice semble être un élément nouveau, pour un tel calcul par homogénéisation. Le modèle évalue l'amplitude totale du retrait endogène, à partir de la prise jusqu'à stabilisation.

Un résultat très important fourni par la théorie, et confirmé par des expériences, est l'existence d'un maximum, vers e/c = 0,35, dans la courbe d'évolution du retrait endogène de la pâte pure en fonction du rapport eau sur ciment.

Selon le modèle, la sensibilité du phénomène aux autres paramètres de formulation est comparable, qualitativement, avec celle calculée pour le fluage propre :
- forte influence de la fumée de silice ;
- forte influence de la compacité maximale à l'empilement, g^* ;
- faible influence du module des granulats.

Dans le cadre de l'élaboration d'un logiciel d'aide à la formulation (projet SIMBAD au LCPC), le modèle paramétrique proposé ici constitue une étape importante, car il est dès à présent opérationnel. La précision moyenne du modèle, que l'on peut attendre pour les BHP, est en moyenne de 5 à 10 % pour le module, de 10 à 15 % pour le retrait endogène et de 20 à 25 % pour le fluage propre.

Modèle pour le concepteur de structures (modèle AFREM)

L'autre partie de la recherche a porté sur la prévision de l'évolution, en fonction du temps, des déformations des BHP, par un modèle simplifié comportant un nombre limité de paramètres. Cette partie d'étude a été menée dans le cadre du groupe AFREM/BHP, sous groupe "Règlement", qui a proposé un ensemble de transformations permettant l'extension des règlements français actuels BAEL/BPEL (Béton Armé aux Etats Limites et Béton Précontraint aux Etats Limites) jusqu'aux bétons atteignant une résistance caractéristique de 80 MPa. Le modèle proposé ici a été entériné par la commission réglementaire, ce qui permettra de remplacer l'annexe 1 existante du BPEL.

D'une manière générale, on a essayé de traduire le mieux possible, les différences de porosité microstructurale des BHP. C'est ainsi qu'on a distingué les bétons avec fumée de silice des autres BHP.

De plus l'analyse est fondée sur la séparation des phénomènes en cinq termes :
- déformations instantanées ;
- retrait endogène ;
- retrait de dessiccation ;
- fluage propre ;
- fluage de dessiccation.

Un des points novateurs, pour un modèle simplifié, est la prise en compte de l'autodessiccation, dans le calcul des phénomènes produits par le séchage (retrait et fluage de dessiccation). L'autodessiccation, qui est calculée par une fonction de la résistance en compression, réduit en effet la teneur interne en humidité, ce qui diminue d'autant l'amplitude finale du retrait et celle du fluage de dessiccation.

Le modèle traduit également la très faible amplitude du fluage de dessiccation des BHP.

Pour traduire le vieillissement du béton, l'amplitude de la fonction de fluage propre est fonction de la résistance au moment du chargement, et la cinétique dépend de la maturité au moment du chargement. Dans le cas extrême d'un béton essayé en fluage propre à partir de l'âge de 33 mois, le modèle traduit correctement son évolution, tant en amplitude qu'en cinétique.

Enfin, l'étude des déformations instantanées montr que la formule actuelle du règlement BAEL peut rester inchangée pour les BHP.

Questions soulevées et poursuite de la recherche

Si les modèles simplifiés à application réglementaire constituent une étape importante, dont la validité pourra durer plusieurs années, pour l'étude paramétrique, cependant, il subsiste encore quelques questions :

- l'influence de la fumée de silice sur le fluage propre du béton n'est pas encore précisément traduite. L'exploitation des résultats sur pâte pure donne un effet très important de l'ultrafine, qu'on ne retrouve pas complètement sur le béton ; les essais sont de plus en nombre trop limité pour pouvoir dire s'il s'agit d'un phénomène réel, ou d'une conséquence des dispersions expérimentales ;

- les essais de retrait endogène sur pâte de ciment n'ont pu être exploités, à cause de dispersions importantes, dues en grande partie à un séchage mal contrôlé. Le modèle empirique de retrait de pâte de ciment a donc été obtenu grâce aux essais sur béton, mais après le passage par le "filtre" du modèle d'homogénéisation, lequel a forcément induit des erreurs. De plus, les mesures ayant commencé à 24 heures, on a dû estimer le retrait entre 0 et 24 heures, ce qui a apporté une dispersion supplémentaire. On constate ainsi que le modèle ne couvre pas avec la même précision toute la gamme des bétons, en particulier cette précision semble moins bonne pour les BHP sans fumée de silice.

De nombreuses études sont envisageables sur le retrait et le fluage en fonction de la formulation. En restant cependant dans le cadre plus strict de l'intégration du modèle dans un logiciel d'aide à la formulation, on définit les besoins suivants en recherche :

- étude expérimentale plus complète, sur béton et pâte de ciment, de l'influence de la fumée de silice ;
- confirmation, par des essais spécifiques, de l'effet de g* sur les déformations différées ;
- modélisation des déformations en fonction de la nature du ciment ;
- étude expérimentale sur pâte de ciment et modélisation simplifiée pour la prévision de l'amplitude des déformations différées avec séchage (fluage et retrait de dessiccation) ;
- étude de l'influence de différentes additions minérales sur les déformations différées de la pâte de ciment (micro-cendres, etc.) ;
- étude expérimentale de l'effet, sur les déformations différées de la pâte de ciment, de la nature et du dosage en superplastifiant.

Cependant, le modèle proposé peut d'ores et déjà être utilisé dans les phases d'optimisation des BHP, en permettant une réduction importante du nombre d'essais, et donc du coût global des études.

Au delà de l'aspect pratique, le modèle trisphère est un puissant outil de compréhension du matériau béton, permettant d'aller de la pâte au composite. On pourrait penser à l'appliquer à d'autres propriétés du matériau, comme par exemple le coefficient de dilatation thermique.

***

Annexe 1

Propriétés des matériaux utilisés pour l'étude expérimentale

Composition chimique des liants utilisés et caractéristiques mécaniques

	CPA HP PM (CPA CEM I 52,5 PM)usine de Saint Vigor	CPA HPR (CPA CEM I 52,5 R) usine de Saint Pierre La Cour	fumée de silice de Laudun
Silicium			3,31
Alumine	3,60	4,98	0,27
Oxyde de titane	0,18		0,01
Oxyde ferrique	4,0	2,71	0,67
Oxyde de calcium	64,25	65,30	0,37
Oxyde de magnésium	0,77	0,75	1,56
Oxyde de sodium	0,40	0,18	0,70
Oxyde de potassium	0,49	0,66	2,35
Anhydride sulfurique	2,50	3,36	0,32
Chlore des chlorures	0,02		0,28
Soufre des sulfures	0,00		0,00
Perte au feu	1,48	1,30	3,09
Oxyde de manganèse	0,09		0,07
Teneur en chaux libre	0,73	1,24	-
insoluble	-	0,19	
Densité	3,168	-	2,2
Surface spécifique	3466 [cm^2/g]	-	17,6 m^2/g

Composition selon la formule de Bogue

	CPA CEM I R 52,5 St Pierre La Cour	CPA CEM I 52,5 PM St Vigor
Gypse	7,22	5,38
Carbonate de calcium	10,71	10,71
Silicate tricalcique	34,90	26,12
Silicate bicalcique	32,03	44,85
Aluminate tricalcique	8,62	2,73
Ferro-aluminate de calcium	8,24	12,25

Résistance sur mortier (NFP 15-451)

échéances	CPA CEM I R 52,5 St Pierre La Cour	CPA CEM I 52,5 PM St Vigor	CPA CEM I 52,5 PM St Vigor (âgé de 3,5 ans)
2 j.	-	29	27
7 j.	-	39	45
28 j.	67,6[1]	64	58

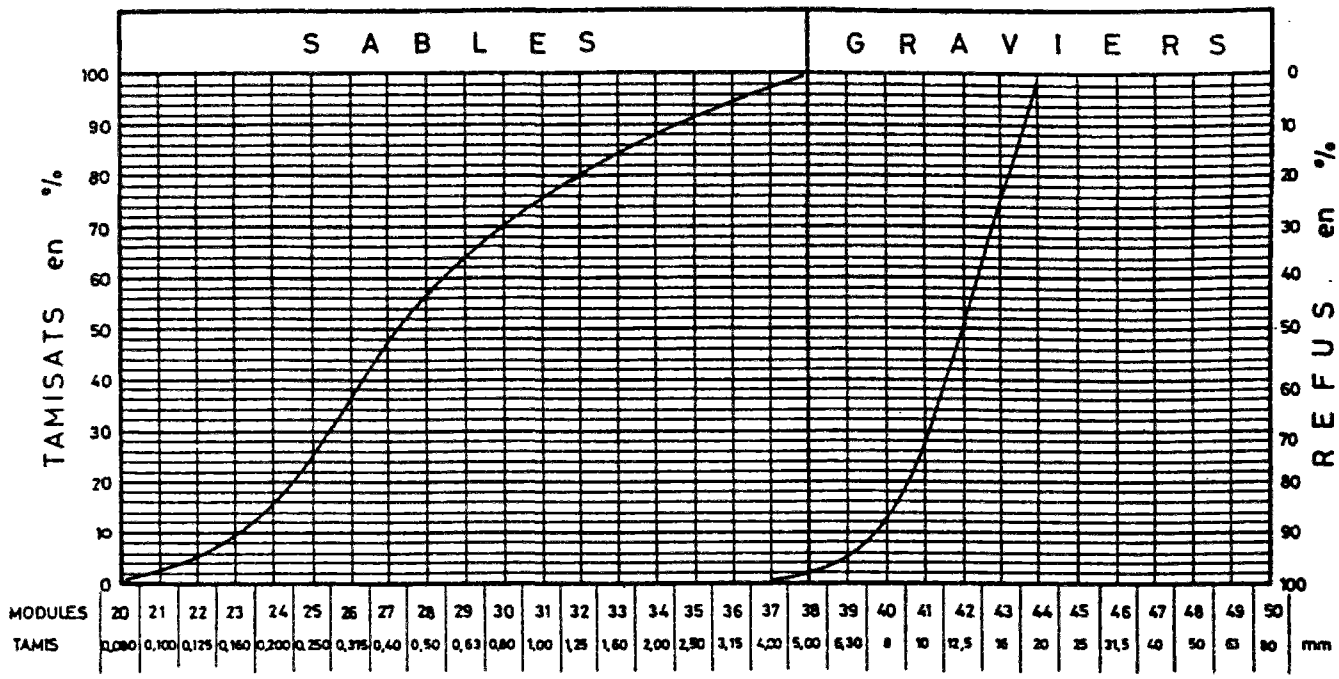
Temps de prise sur mortier normal (NFP 15-431)

Ciment CPA CEM I 52,5 PM (St Vigor)

	Ciment âgé de moins de 6 mois	Ciment âgé de 3,5 ans
norme	NFP 15-431	NF EN 196-3
Début	3 h 40 mn	5h 15 mn
Fin	6 h 20 mn	8h 45mn

[1]Il s'agit ici d'une information fournie par le producteur, qui représente la moyenne des valeurs de l'année 93.

Courbe granulométrique des granulats



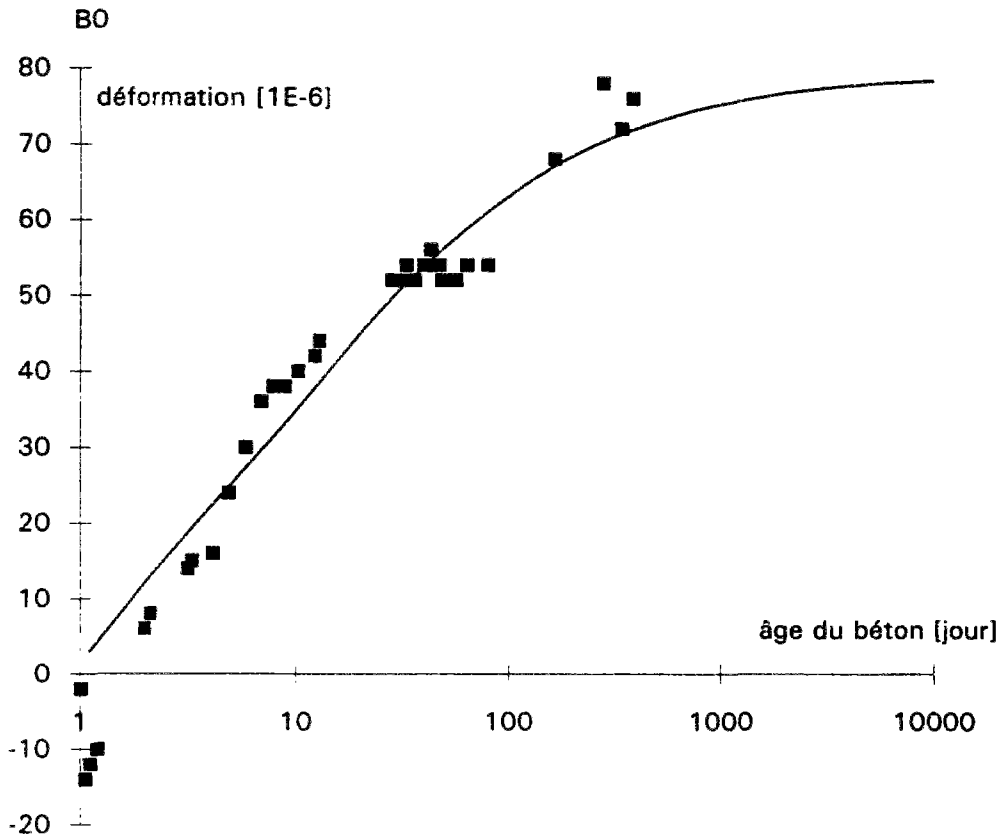
Distribution granulométrique des granulats. Matériaux silico-calcaires semi-concassés de Seine.

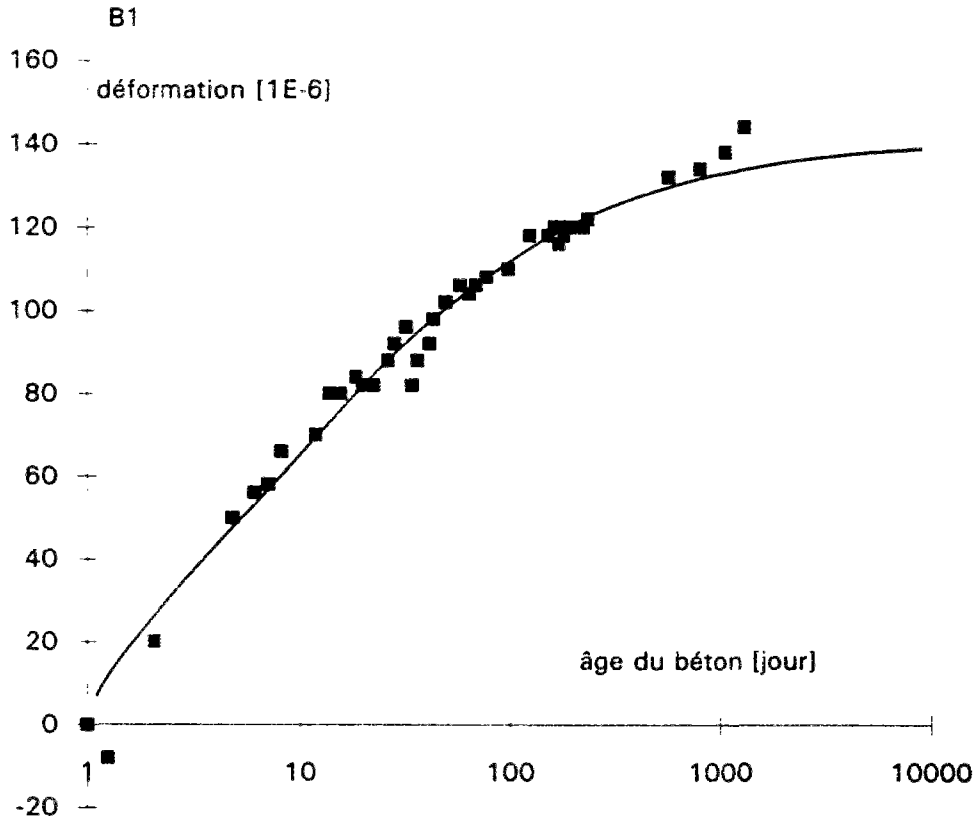
Annexe 2

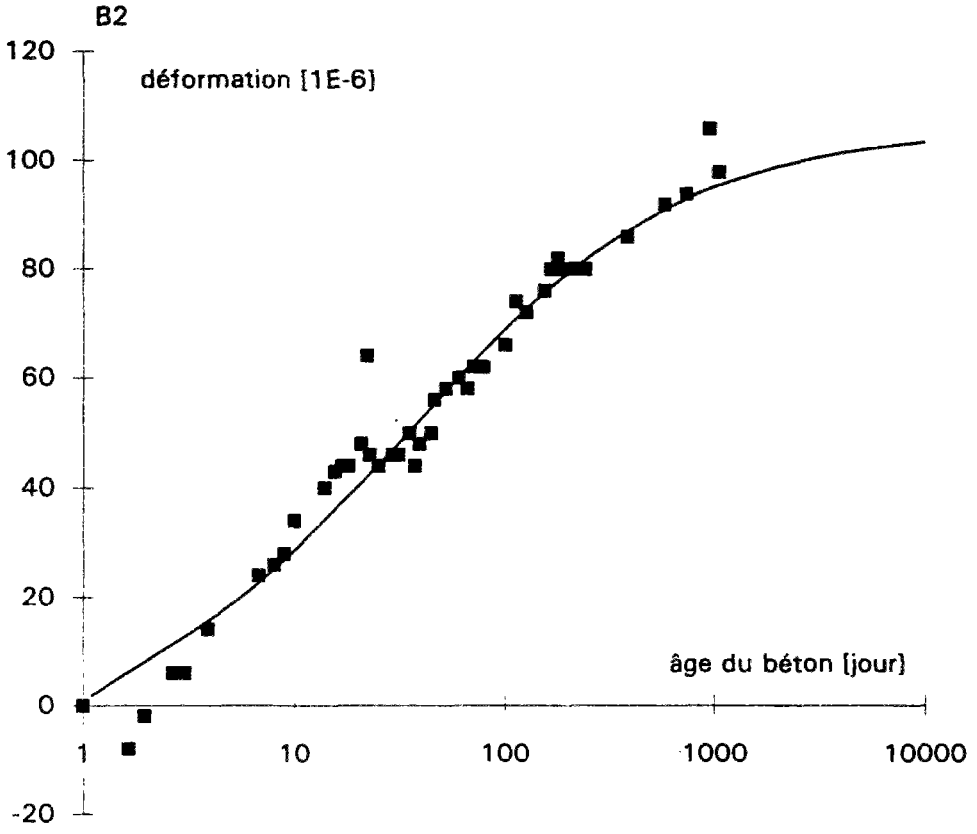
Courbes de retrait endogène des bétons B0 à B10

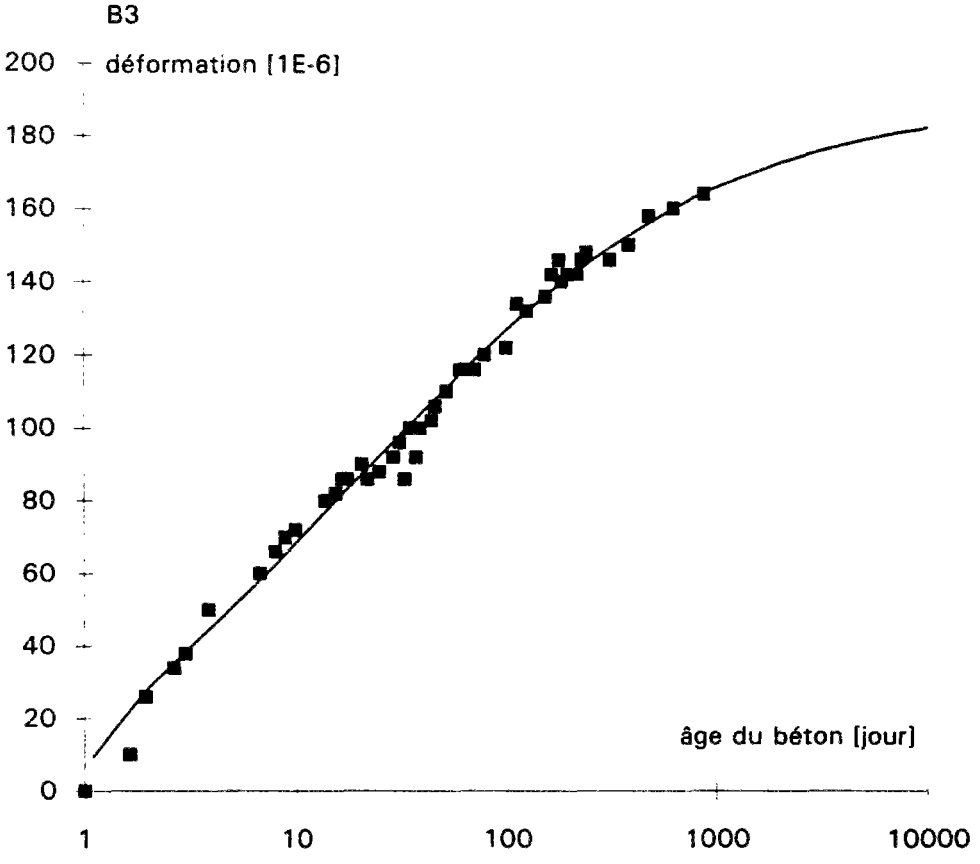
Remarque

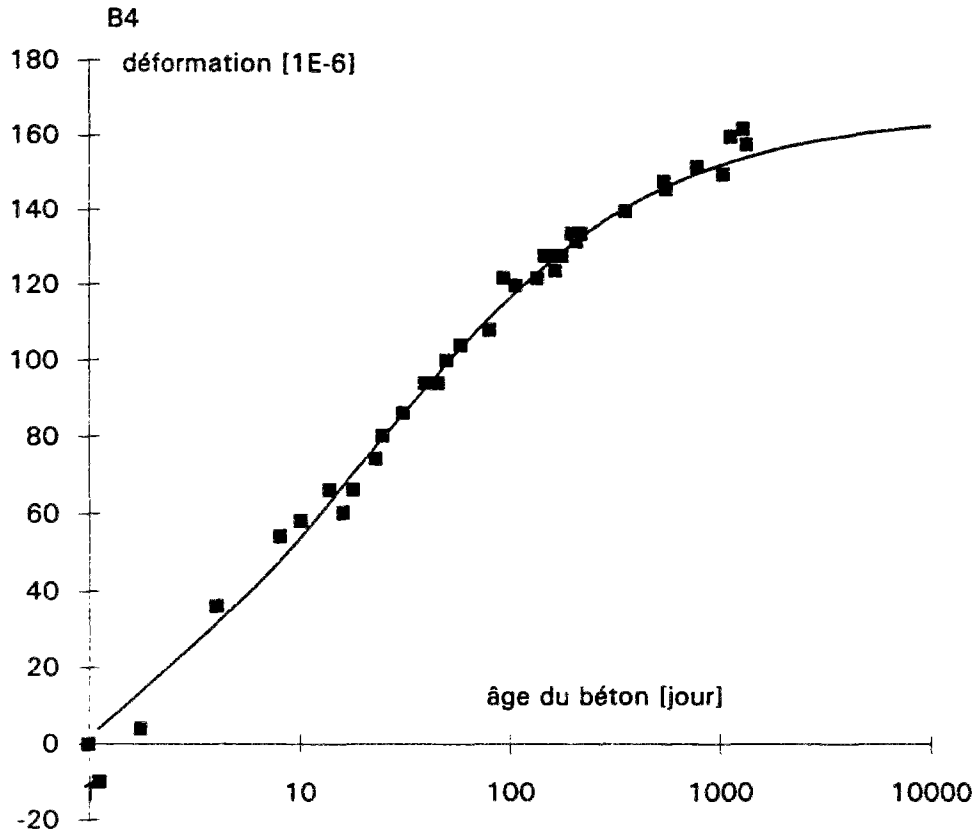
Dans les courbes qui suivent, les points sont les valeurs expérimentales, tandis que les courbes représentent les fonctions de lissage, dont les expressions sont dans le chapitre 2. On observe pour certains bétons un changement de pente pour les points expérimentaux, aux environs de 1000 jours de chargement. Cette accélération du fluage en échelle semi-logarithmique est attribuée à une perte d'eau, due à l'étanchéité non parfaite par feuille d'aluminium autocollante, et qui conduit à un retrait de dessiccation.

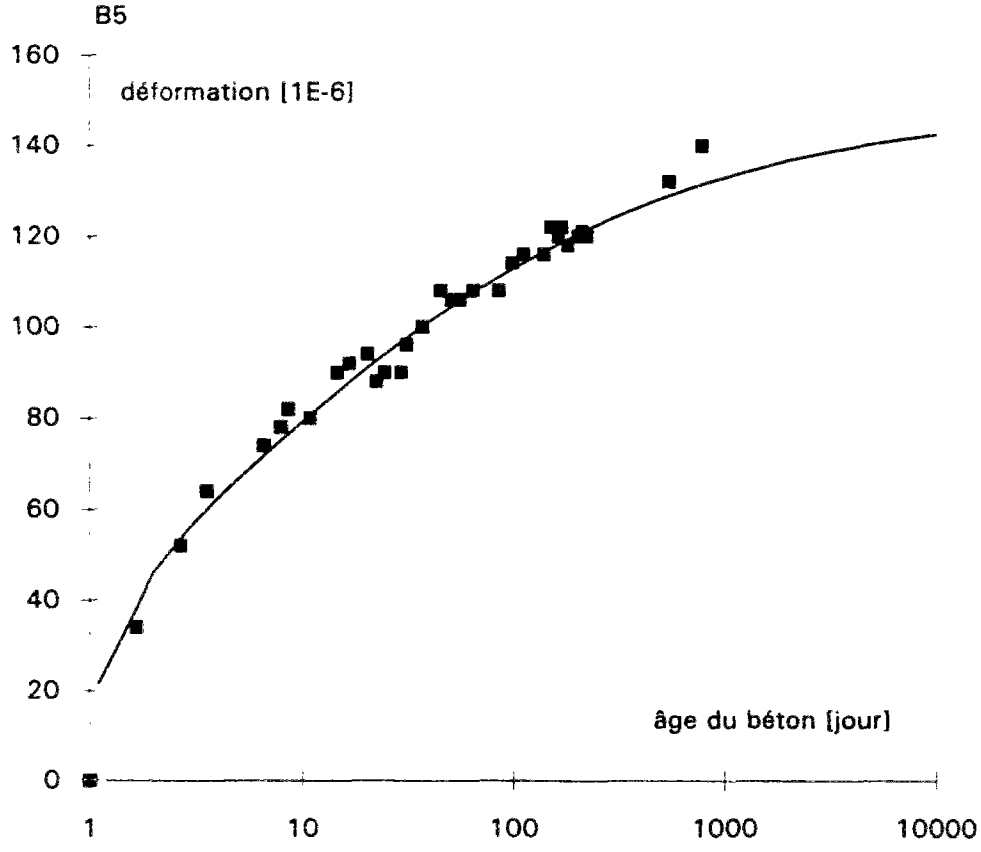

B0
déformation [1E-6]
80
70
60
50
40
30
20
10
0
-10
-20
1
10
100
1000
10000
âge du béton [jour]

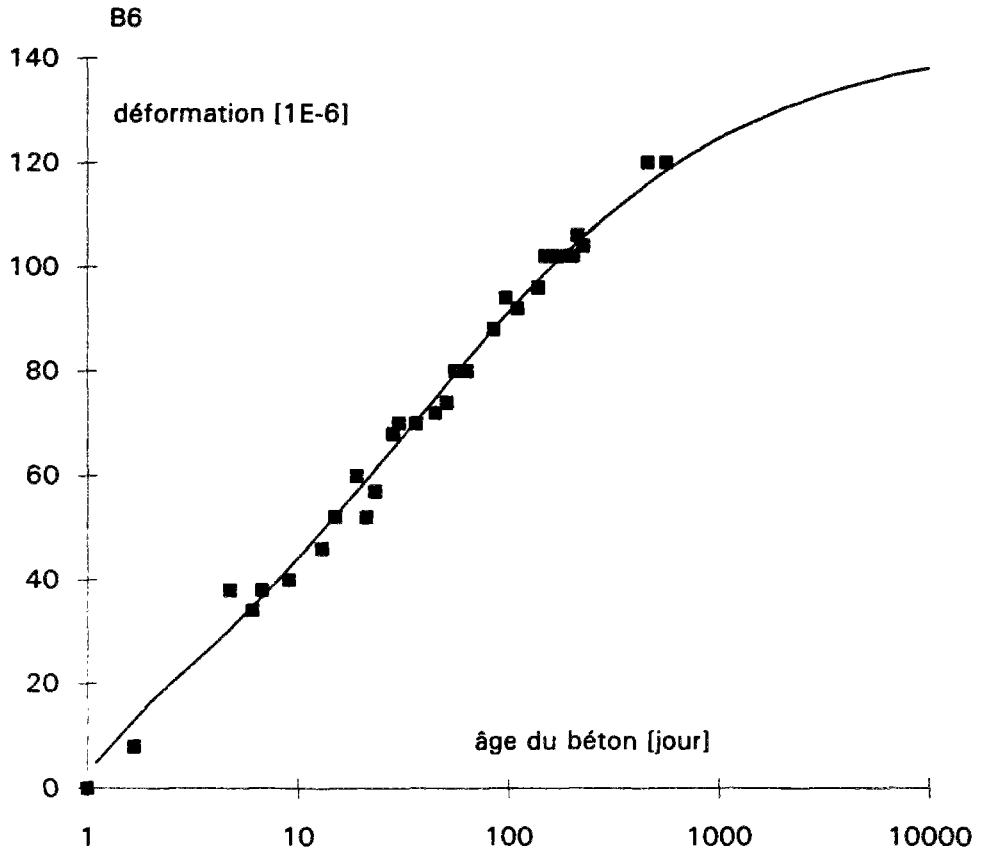

B1
déformation [1E-6]
160
140
120
100
80
60
40
20
0
-20
1
10
100
1000
10000
âge du béton [jour]

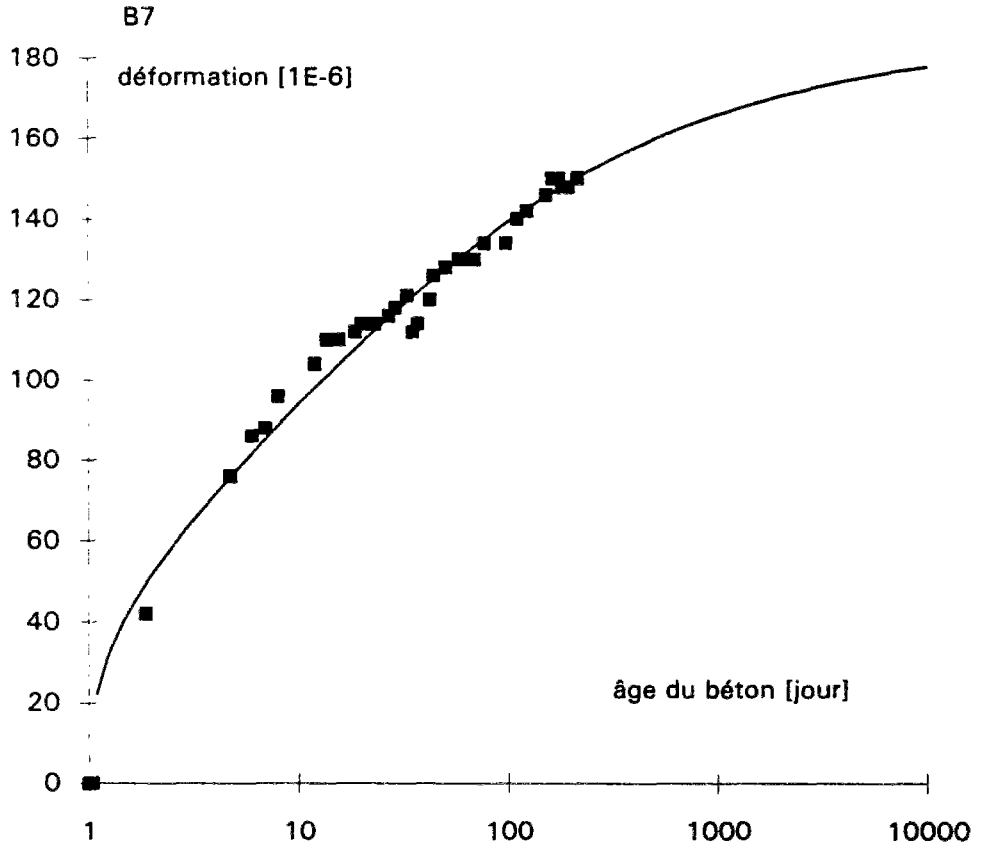

B2
déformation [1E-6]
120
100
80
60
40
20
0
-20
1
10
100
1000
10000
âge du béton [jour]

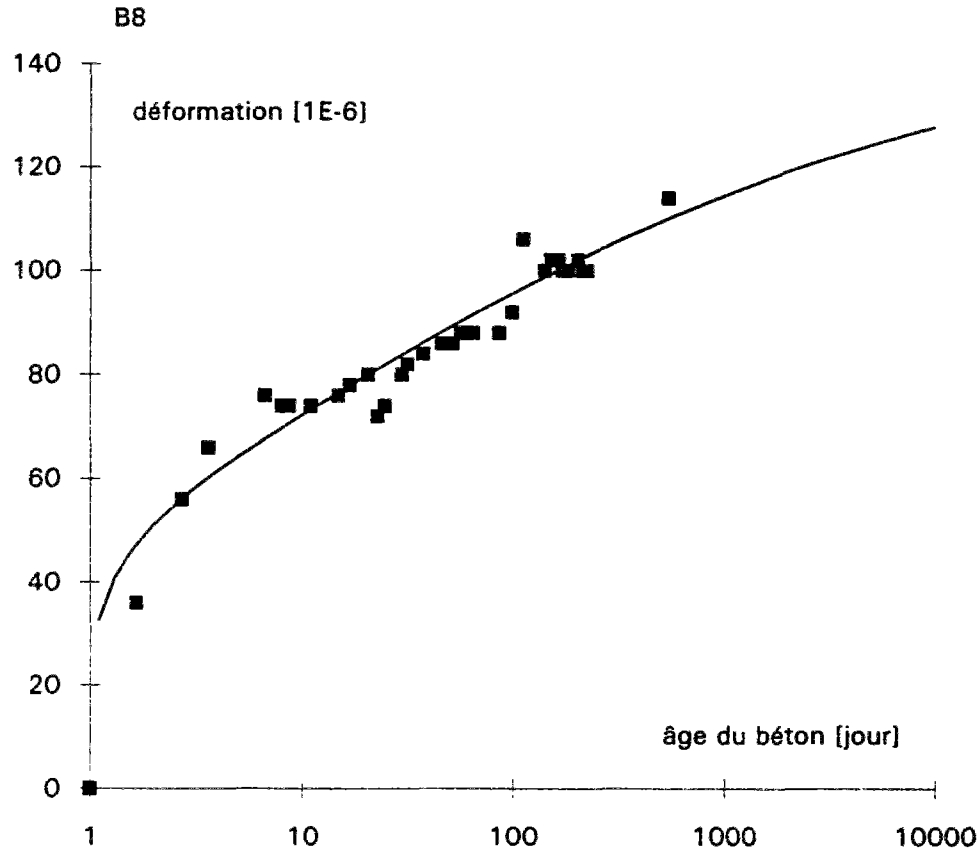

B3
déformation [1E-6]
200
180
160
140
120
100
80
60
40
20
0
1
10
100
1000
10000
âge du béton [jour]

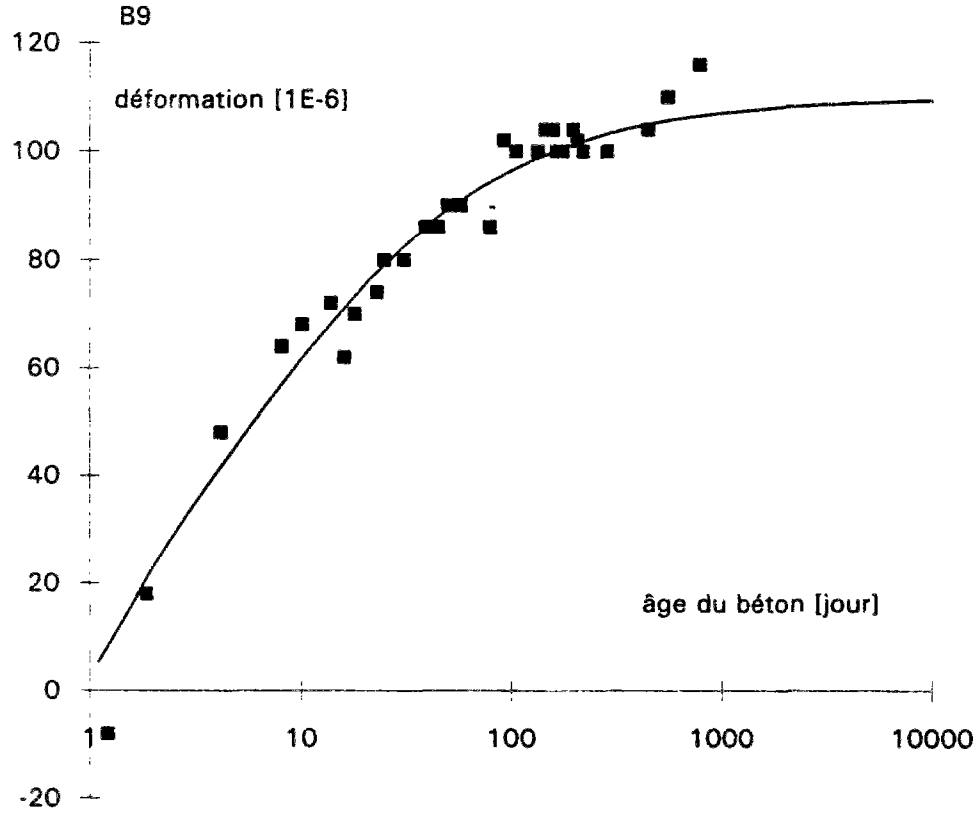

B4
déformation [1E-6]
180
160
140
120
100
80
60
40
20
0
-20
âge du béton [jour]
10
100
1000
10000

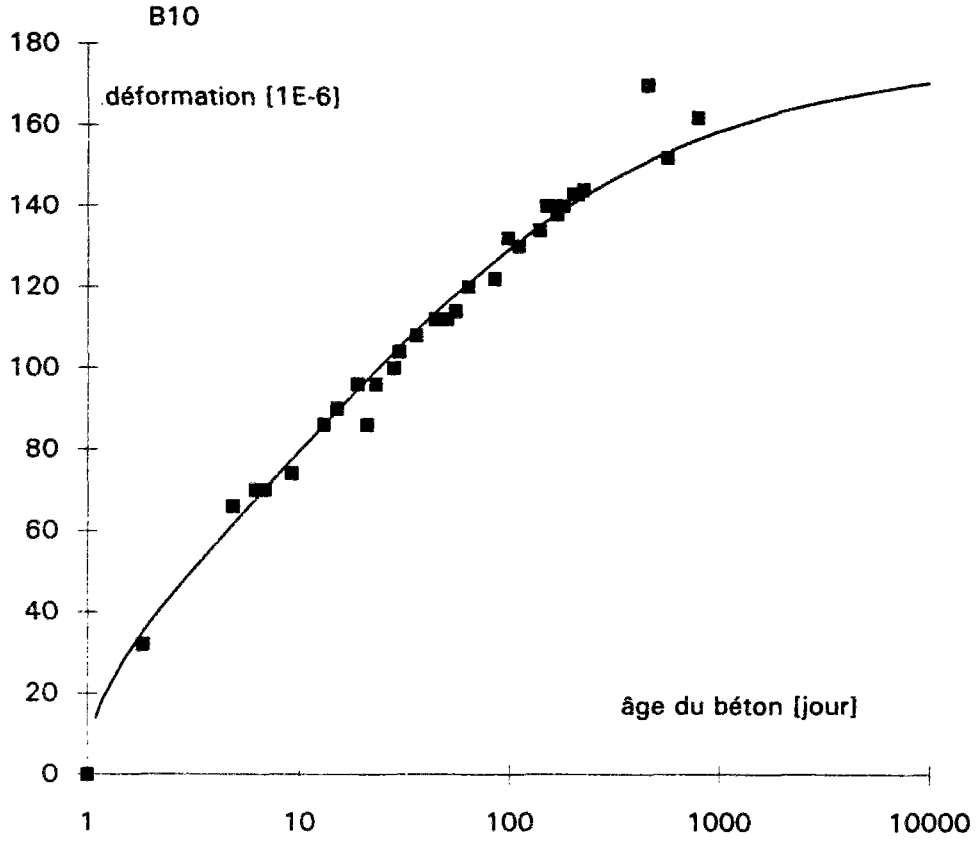

B5
déformation [1E-6]
160
140
120
100
80
60
40
20
0
âge du béton [jour]
1
10
100
1000
10000


B6
déformation [1E-6]
âge du béton [jour]
140
120
100
80
60
40
20
0
1
10
100
1000
10000


B7
déformation [1E-6]
âge du béton [jour]
180
160
140
120
100
80
60
40
20
0
1
10
100
1000
10000


B8
déformation [1E-6]
âge du béton [jour]
140
120
100
80
60
40
20
0
1
10
100
1000
10000


B9
déformation [1E-6]
âge du béton [jour]
120
100
80
60
40
20
0
-20
1
10
100
1000
10000

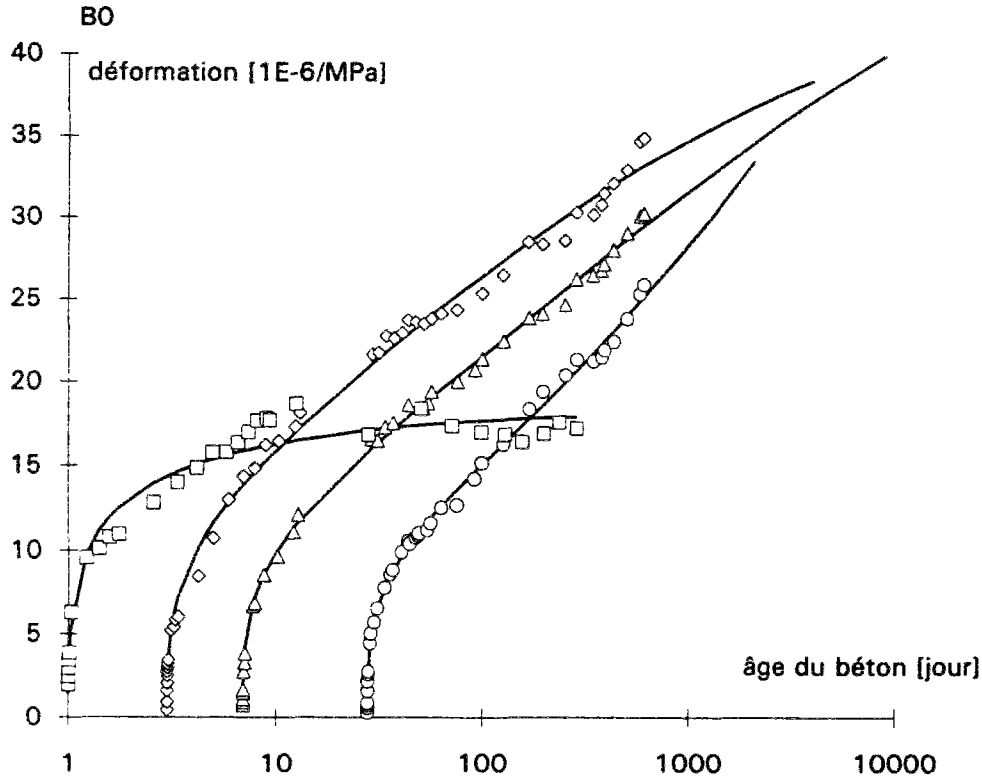

B10
déformation [1E-6]
180
160
140
120
100
80
60
40
20
0
âge du béton [jour]
1
10
100
1000
10000

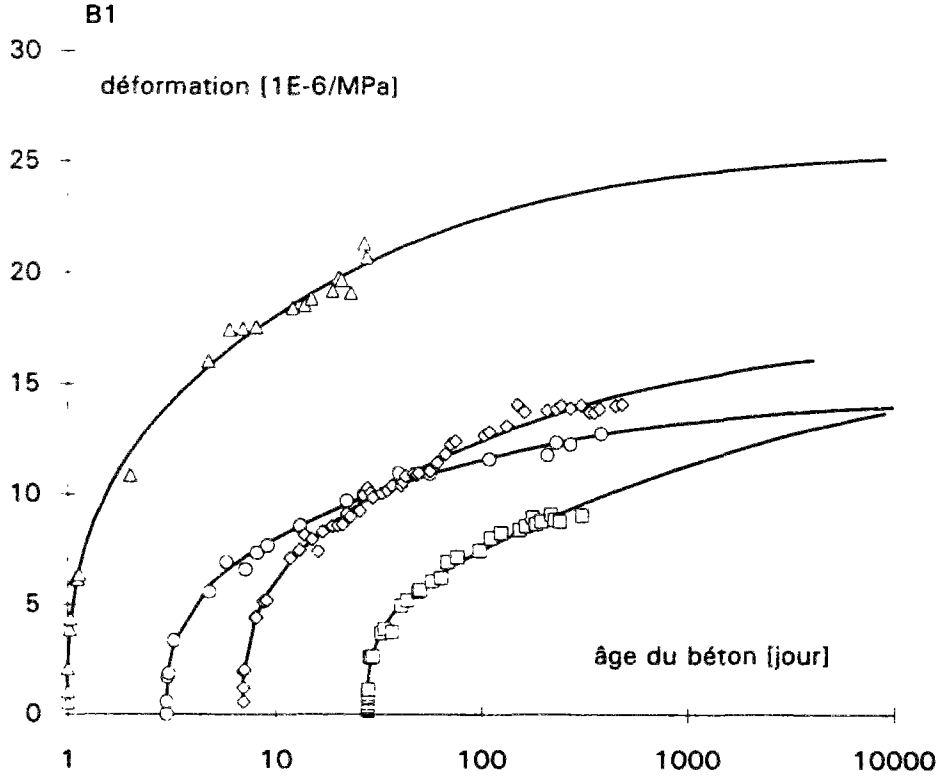
Annexe 3

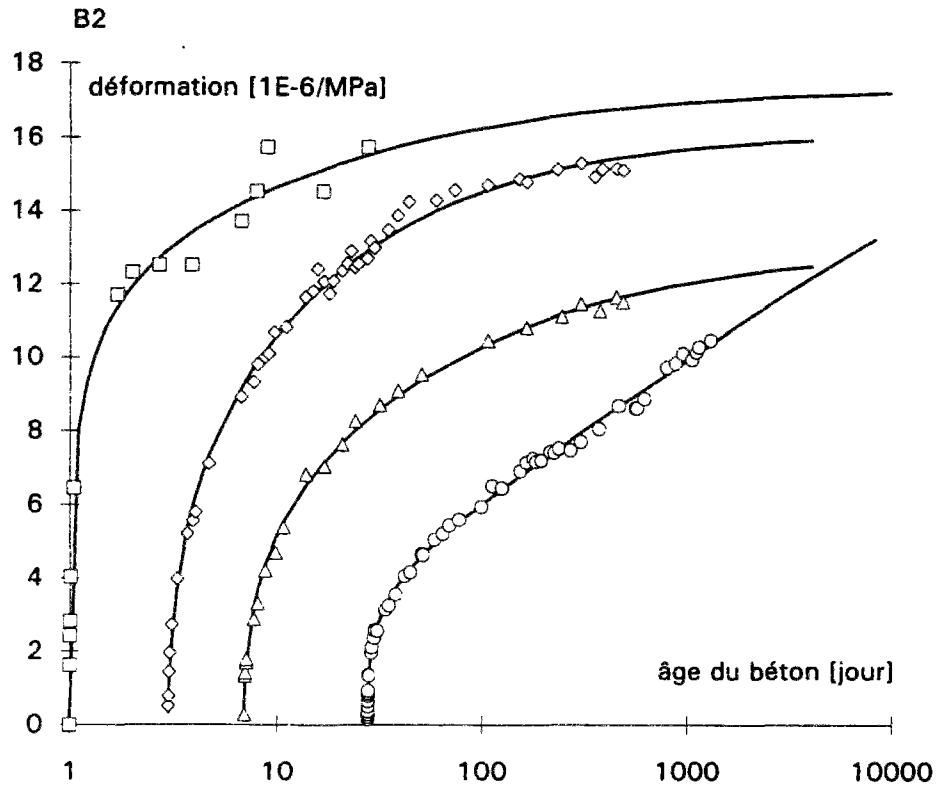
Courbes de fluage propre des bétons B1 à B10

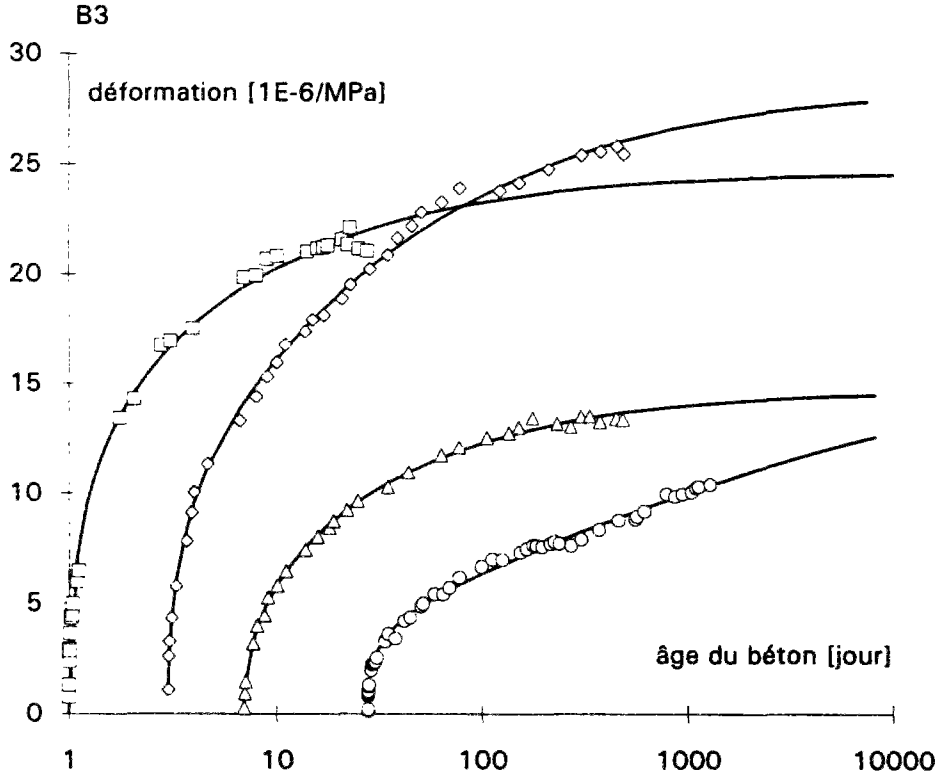
Remarque

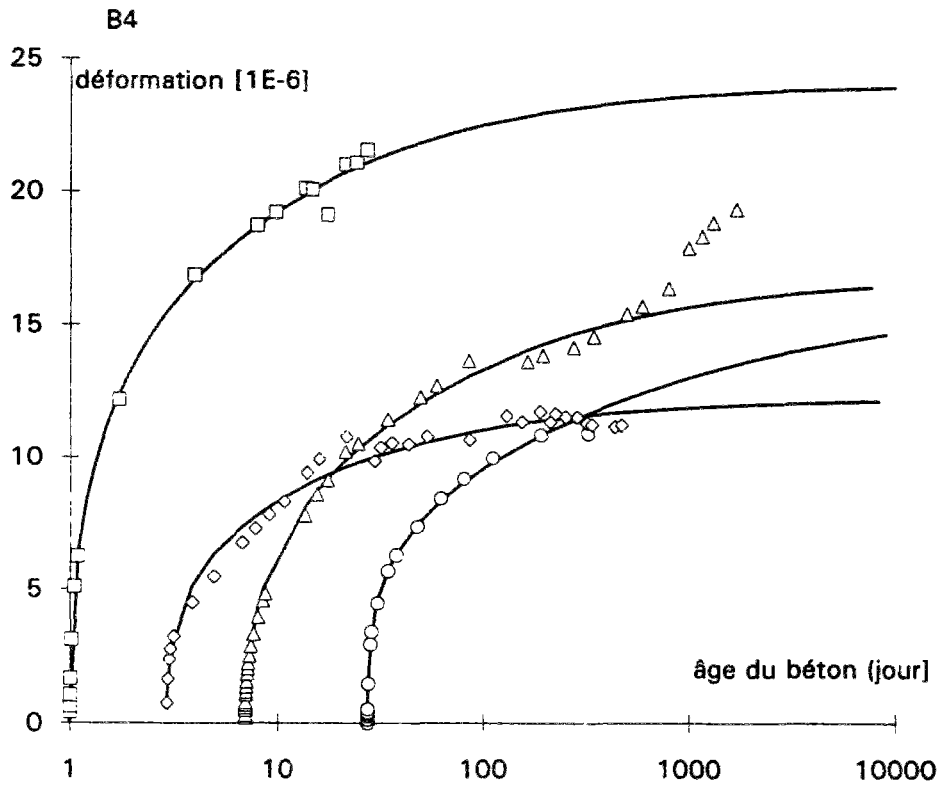
Dans les figures qui suivent, les points représentent le rapport des valeurs expérimentales à la contrainte appliquée, tandis que les courbes sont les fonctions de lissage, dont les expressions sont dans le chapitre 2. On observe pour certains bétons un changement de pente pour les points expérimentaux, aux environs de 1000 jours de chargement. Cette accélération du fluage en échelle semi-logarithmique est attribuée à une perte d'eau, due à l'étanchéité non parfaite de la feuille d'aluminium autocollante, qui conduit à un fluage de dessiccation.

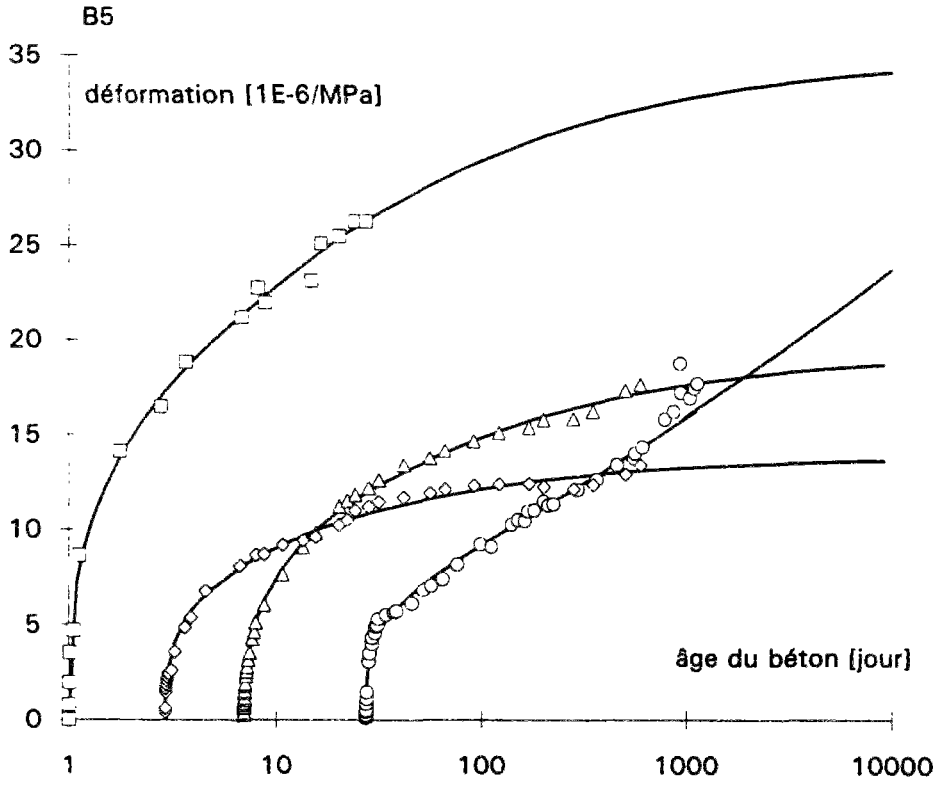

B0
déformation [1E-6/MPa]
40
35
30
25
20
15
10
5
0
1
10
100
1000
10000
âge du béton [jour]

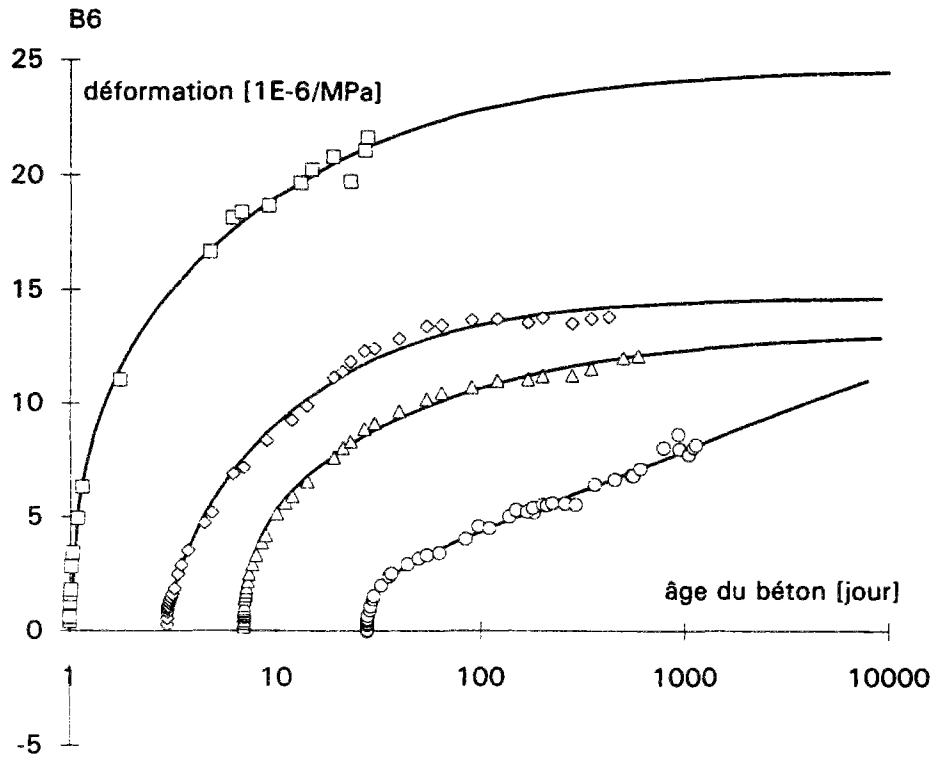

B1
déformation [1E-6/MPa]
30
25
20
15
10
5
0
1
10
100
1000
10000
âge du béton [jour]

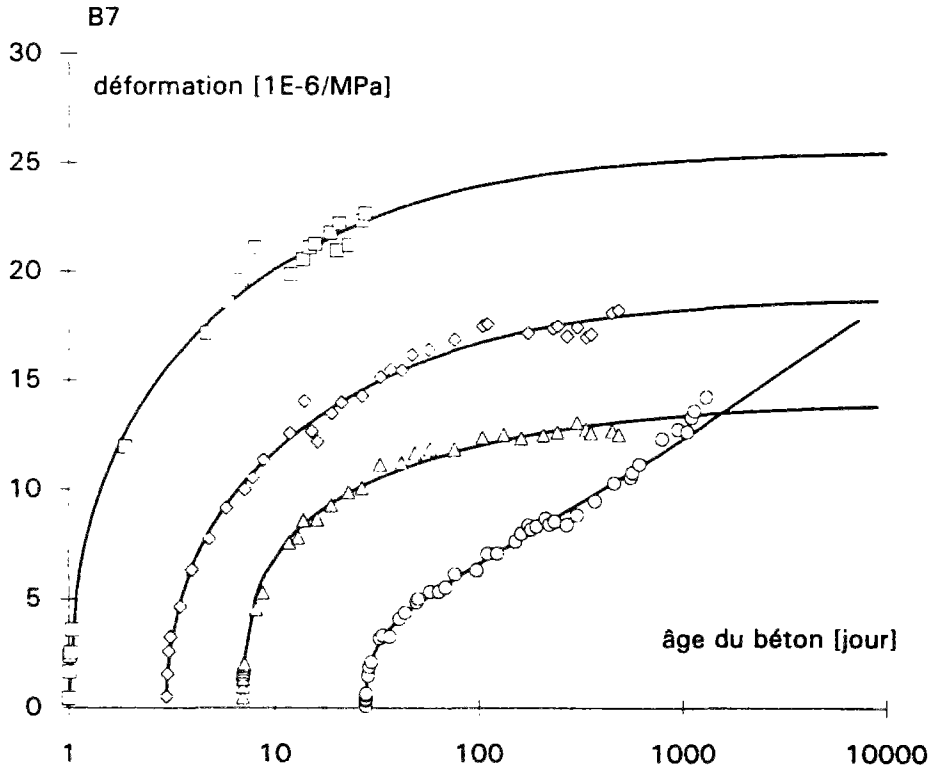

B2
déformation [1E-6/MPa]
18
16
14
12
10
8
6
4
2
0
1
10
100
1000
10000
âge du béton [jour]

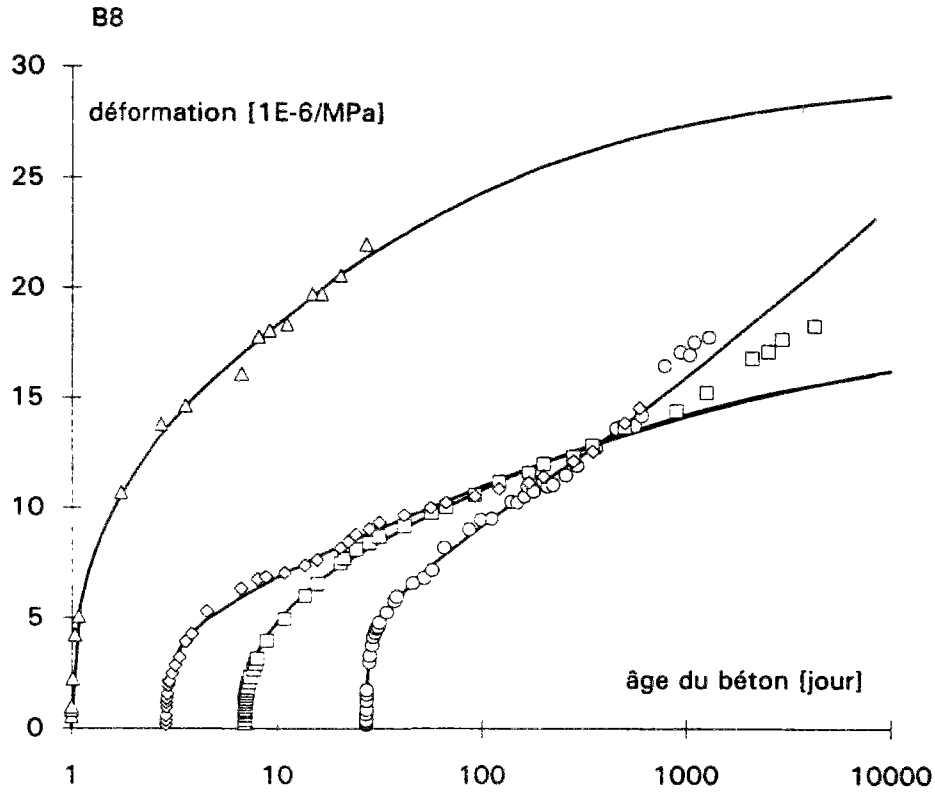

B3
déformation [1E-6/MPa]
30
25
20
15
10
5
0
1
10
100
1000
10000
âge du béton [jour]

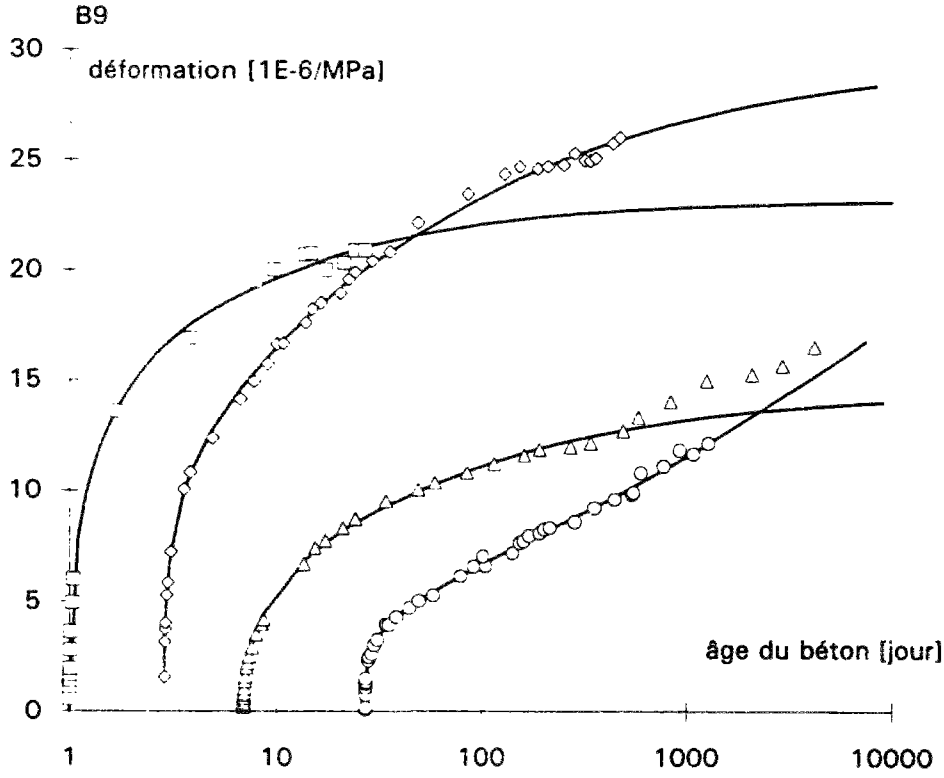

B4
déformation [1E-6]
25
20
15
10
5
0
âge du béton [jour]
1
10
100
1000
10000

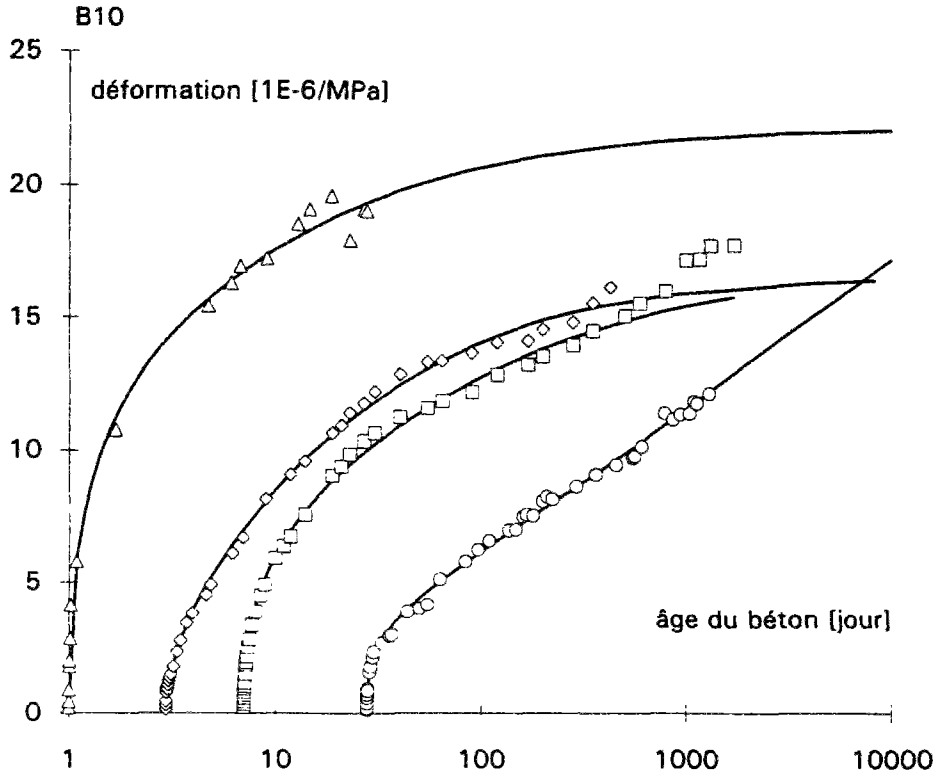

B5
déformation [1E-6/MPa]
35
30
25
20
15
10
5
0
âge du béton [jour]
1
10
100
1000
10000

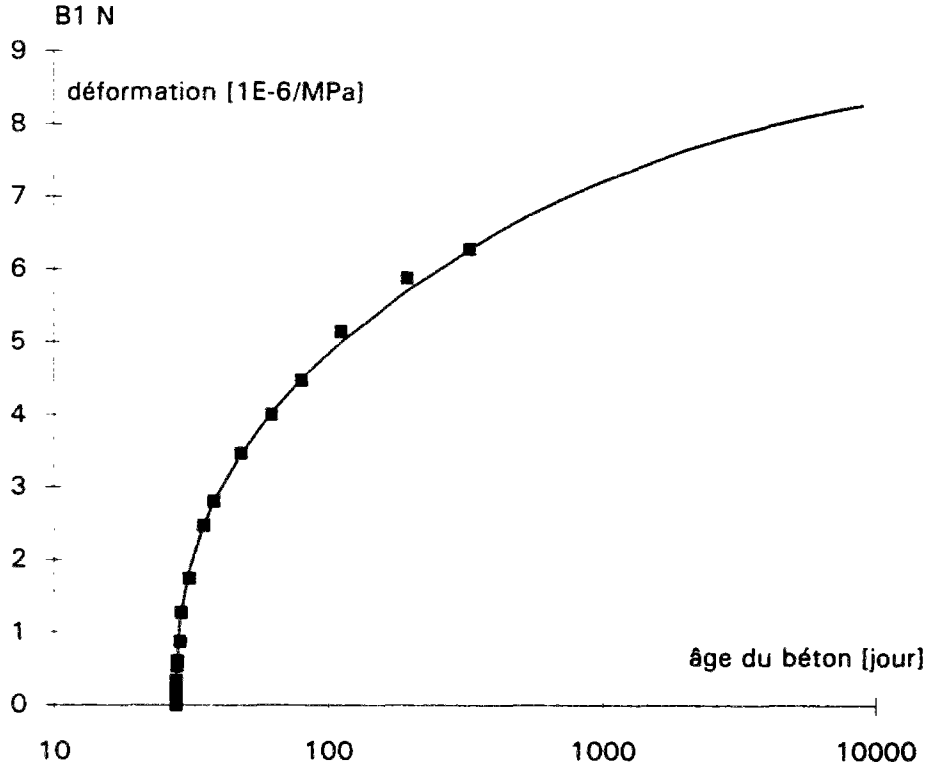

B6
déformation [1E-6/MPa]
25
20
15
10
5
0
-5
1
10
100
1000
10000
âge du béton [jour]

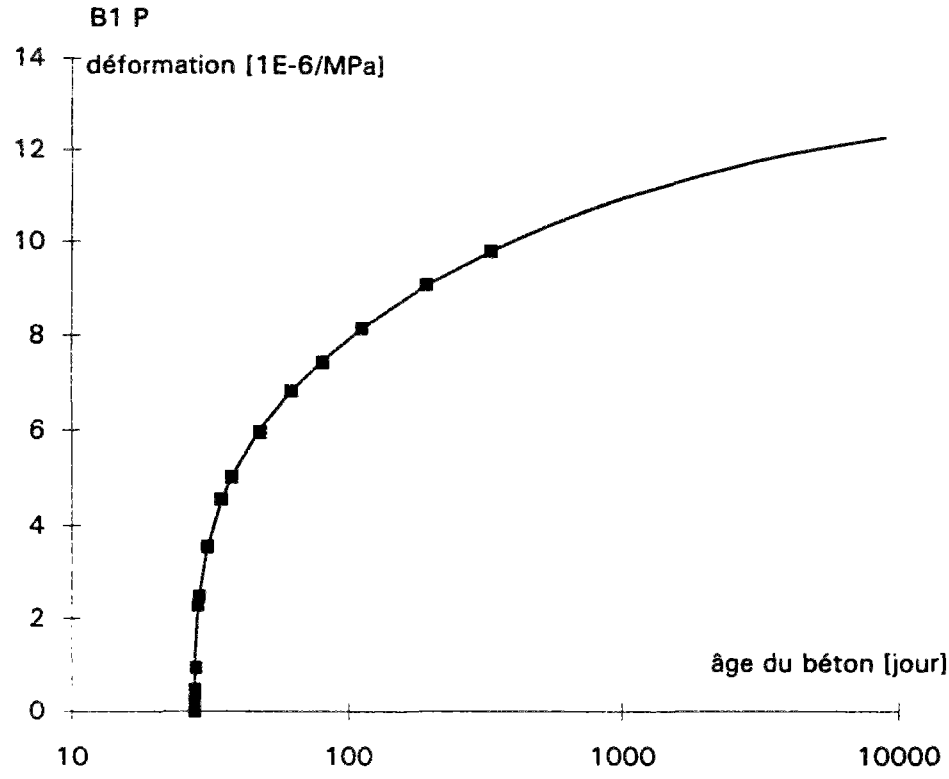

B7
déformation [1E-6/MPa]
30
25
20
15
10
5
0
1
10
100
1000
10000
âge du béton [jour]

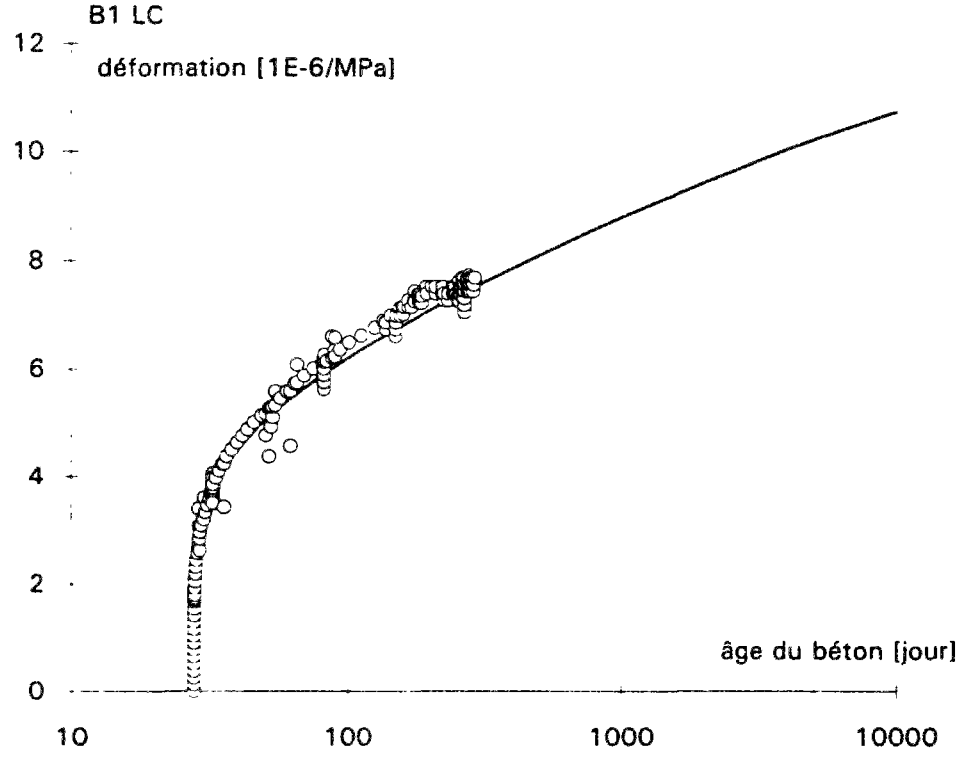

B8
déformation [1E-6/MPa]
30
25
20
15
10
5
0
âge du béton [jour]
1
10
100
1000
10000


B9
déformation [1E-6/MPa]
30
25
20
15
10
5
0
âge du béton [jour]
1
10
100
1000
10000


B10
déformation [1E-6/MPa]
25
20
15
10
5
0
1
10
100
1000
10000
âge du béton [jour]


B1 N
déformation [1E-6/MPa]
9
8
7
6
5
4
3
2
1
0
10
100
1000
10000
âge du béton [jour]


B1 P
déformation [1E-6/MPa]
14
12
10
8
6
4
2
0
âge du béton [jour]
10
100
1000
10000


B1 LC
déformation [1E-6/MPa]
12
10
8
6
4
2
0
âge du béton [jour]
10
100
1000
10000

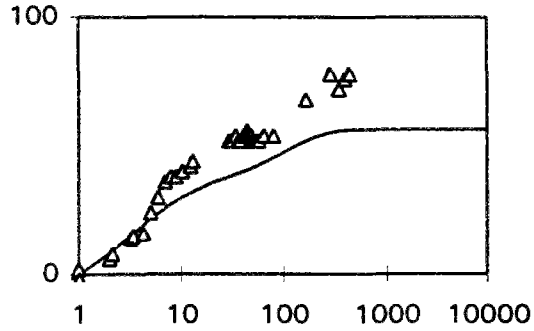
Annexe 4

Comparaison entre le modèle simplifié (AFREM) et des résultats expérimentaux de la littérature

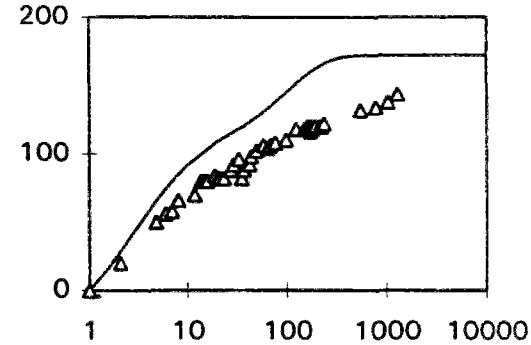
Remarques :

Sur les figures qui suivent, les lignes continues sont les prévisions du modèle, les points représentent les mesures, et les lignes en pointillés les courbes ajustées à partir des données expérimentales. Ces dernières, qui sont tracées jusqu'à 10000 jours, sont obtenues à partir de points expérimentaux qui n'excèdent 1000 jours, que dans des cas rares. Le rayon moyen, r_m, lorsqu'il n'est pas précisé, vaut 4 cm (définition du BPEL, et non celle du CEB). Les bétons de la présente étude sont repérés comme dans le corps du texte (i. e. de B0 à B10). Dans les autres cas, les références, relatives aux chapitre 6, sont indiquées entre crochets.

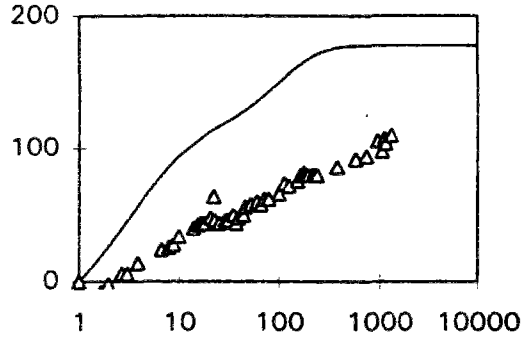
Retrait endogène



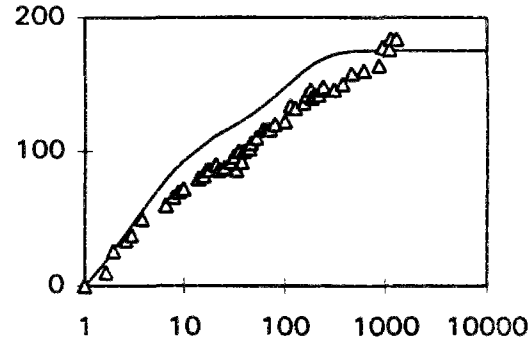
B0 [46]



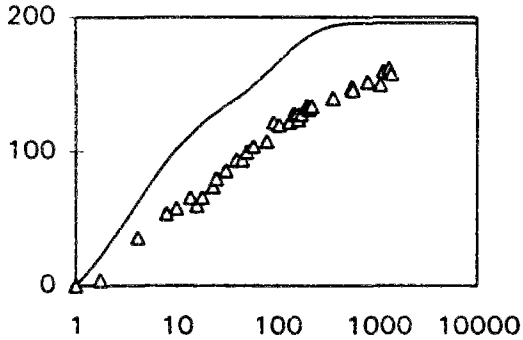
B1 [présente étude]



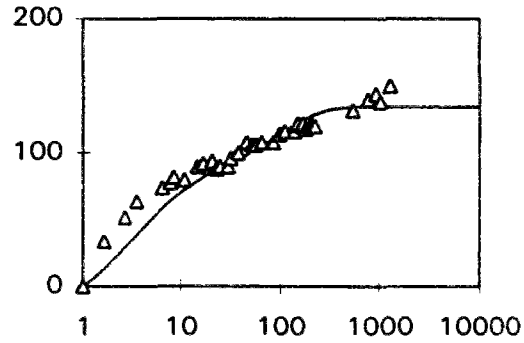
B2 [présente étude]



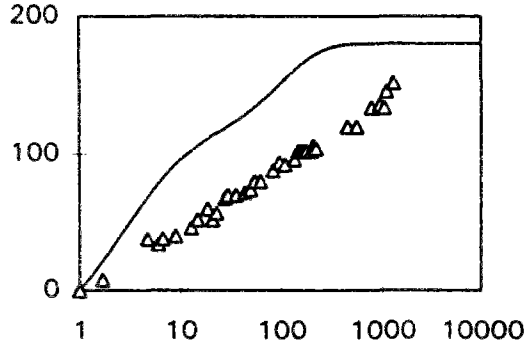
B3 [présente étude]



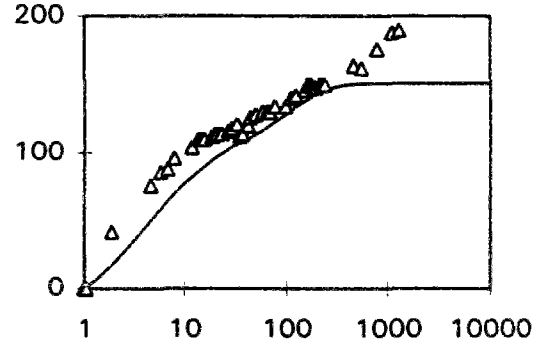
B4 [présente étude]



B5 [présente étude]



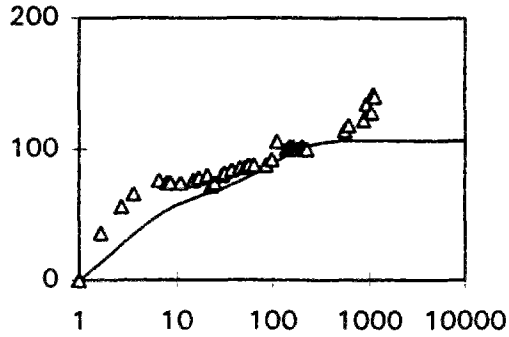
B6 [présente étude]



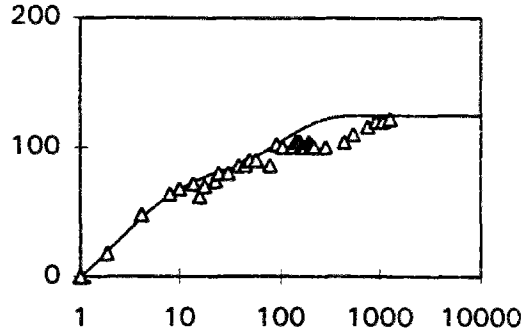
B7 [présente étude]

Unités : abscisses [jour] ; ordonnées [1E-6]

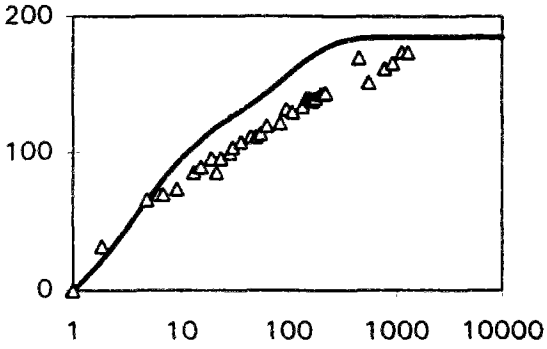
retrait endogène



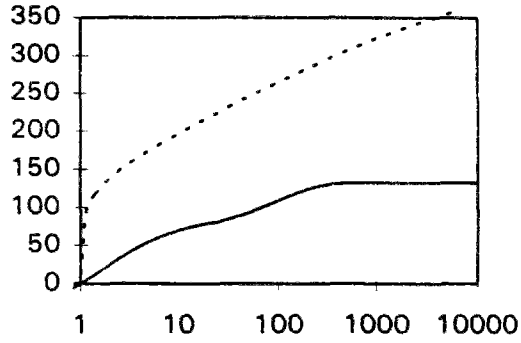
B8 [présente étude]



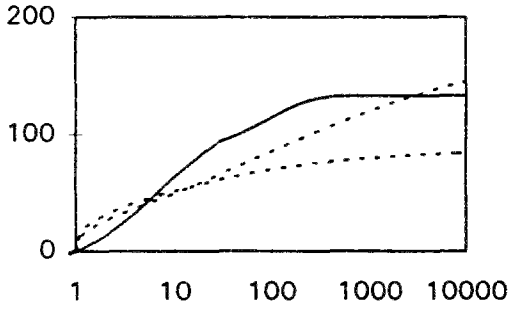
B9 [présente étude]



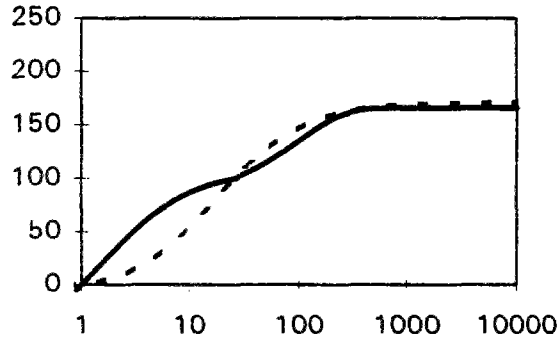
B10 [présente étude]



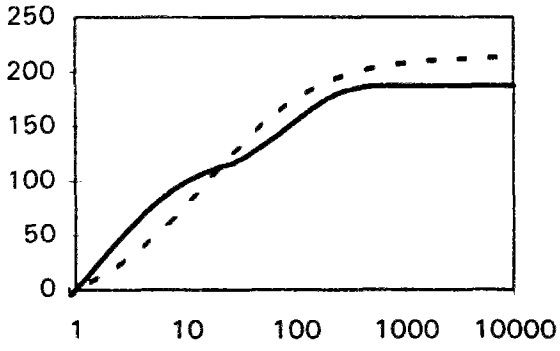
BJ1 [23]



Joigny [67]

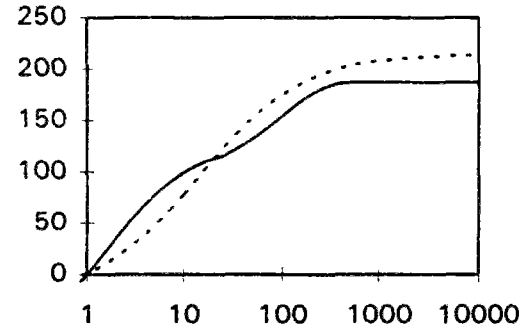


BTHP [25]



BHP [23]

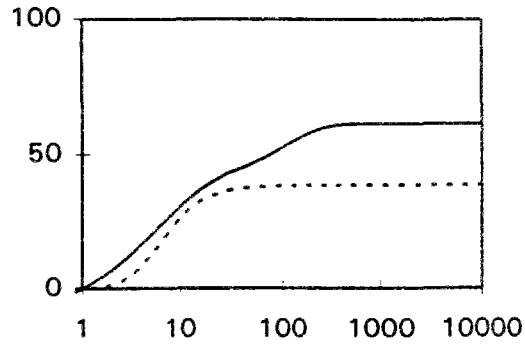
RE



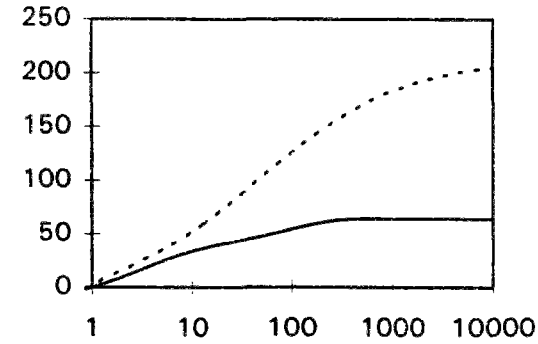
BJ2 [23]

Unités : abscisses [jour] ; ordonnées [1E-6]

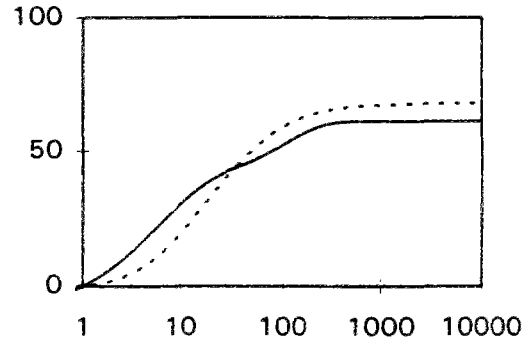
retrait endogène



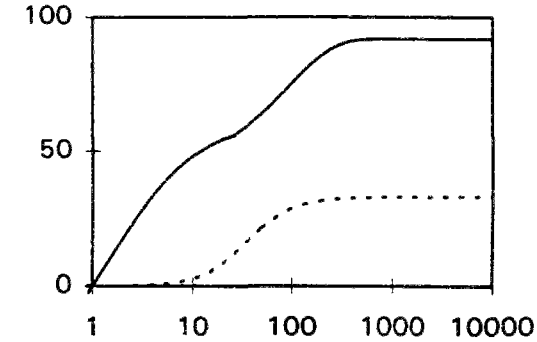
Chooz [36]



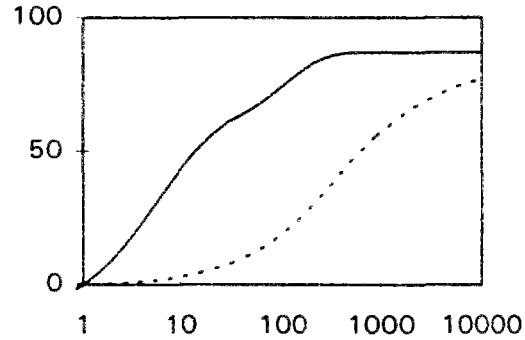
BO [23]



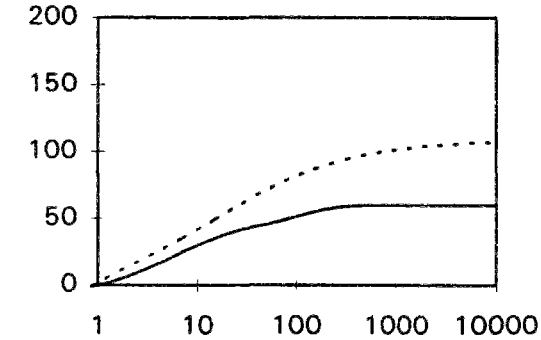
Civaux B11 [36]



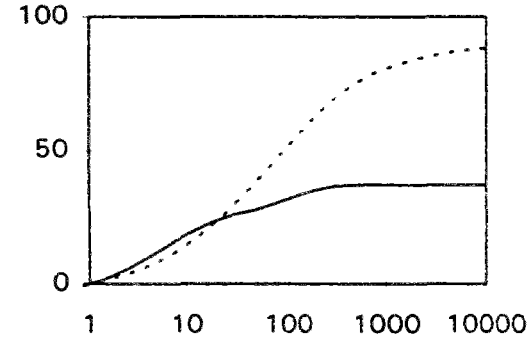
Civaux BHP [36]



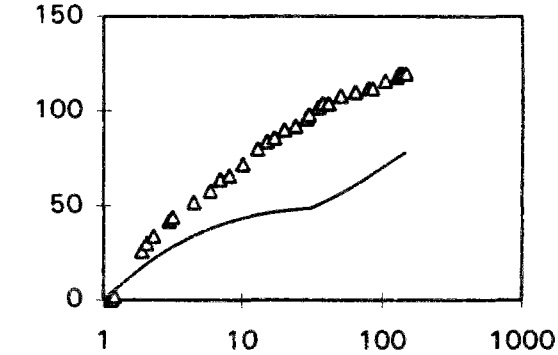
Flamanville [36]



Paluel [36]



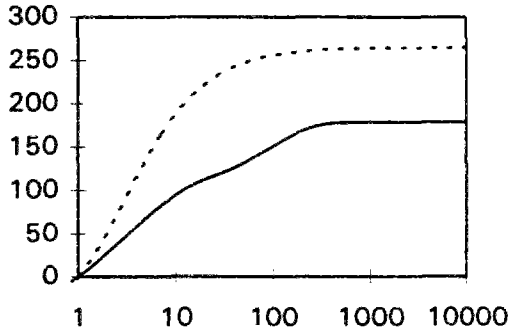
Penly [36]



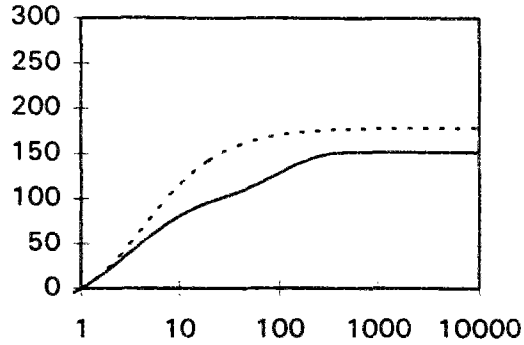
GIE [50]

Unités : abscisses [jour] ; ordonnées [1E-6]

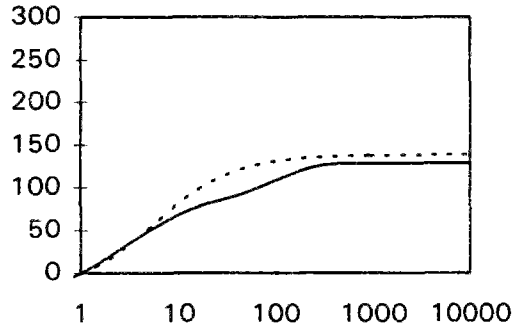
retrait endogène



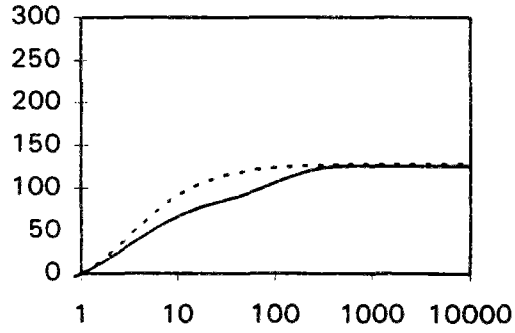
G0 [10]



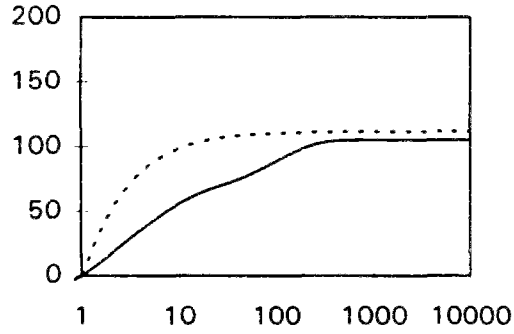
G1 [10]



G2 [10]



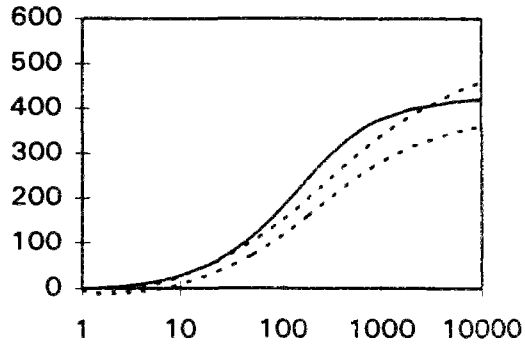
H1 [10]



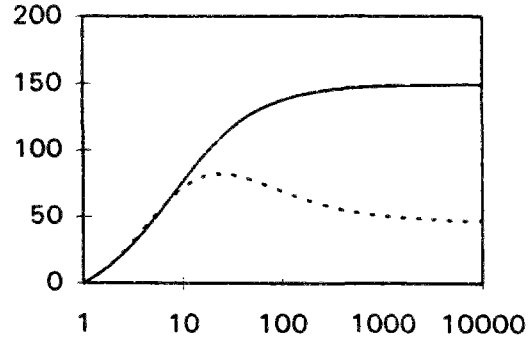
H2 [10]

Unités : abscisses [jour] ; ordonnées [1E-6]

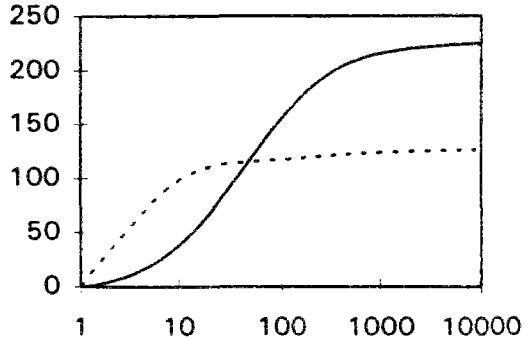
retrait de dessiccation



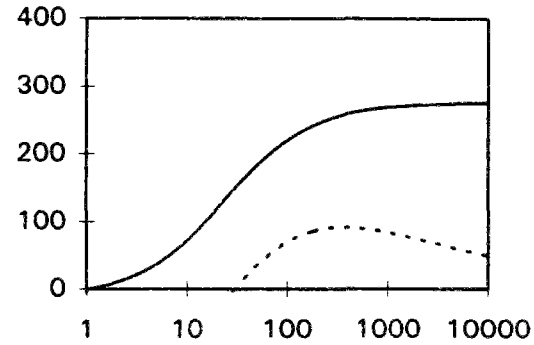
Joigny [67]



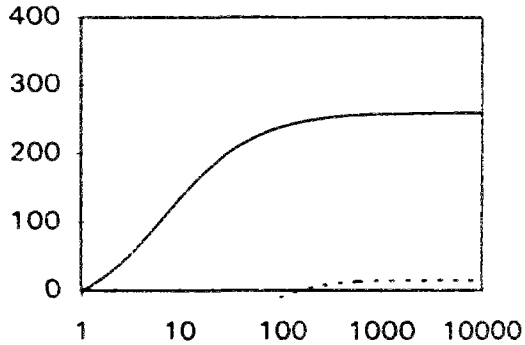
BHP [23]



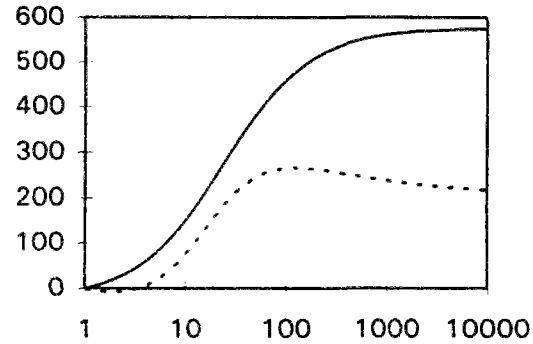
BHP [25]



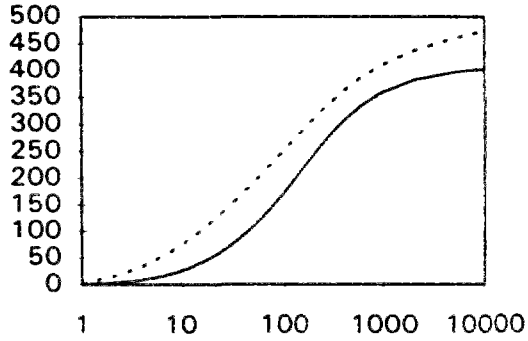
BJ1 [23]



BJ2 [23]



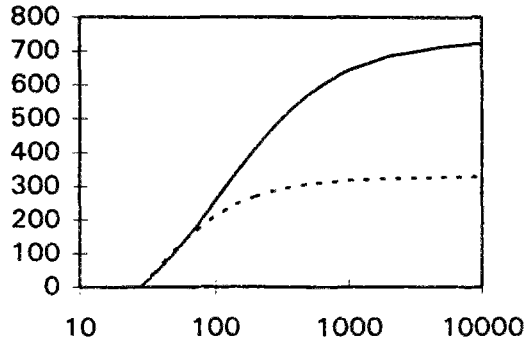
BO [23]



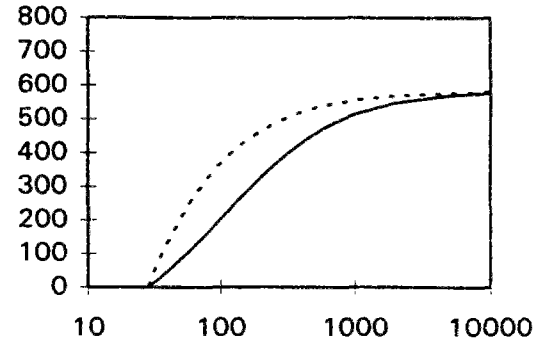
GIE [50]

Unités : abscisses [jour] ; ordonnées [1E-6]

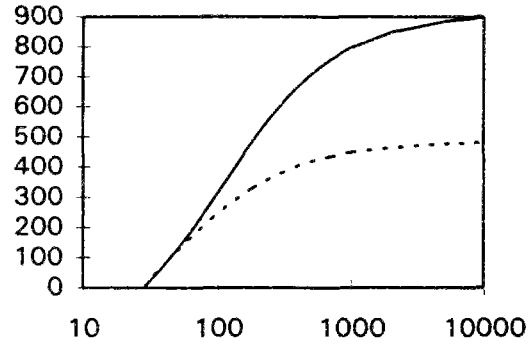
Retrait de dessiccation



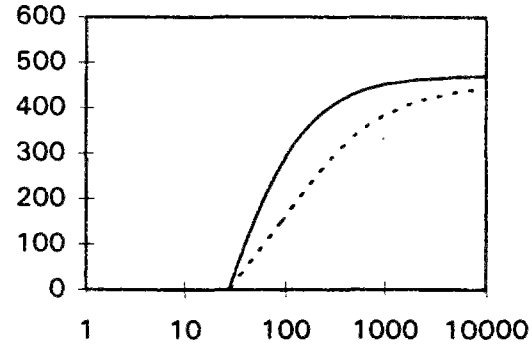
Paluel [36]



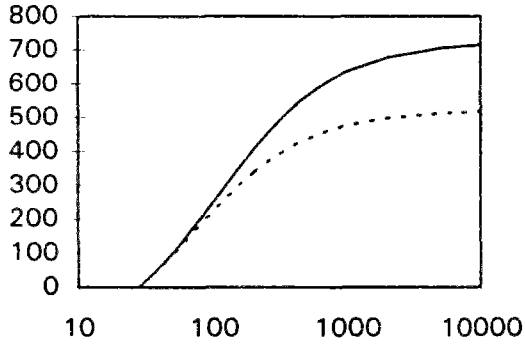
Flamanville [36]



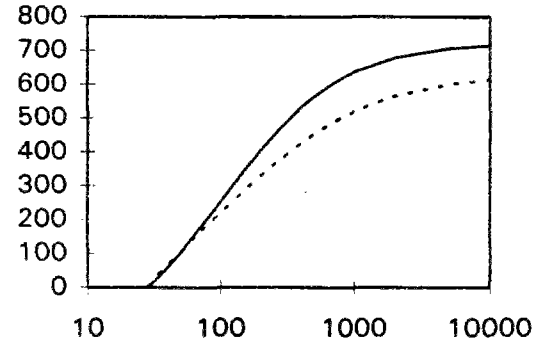
Penly [36]



Civaux BHP [36]



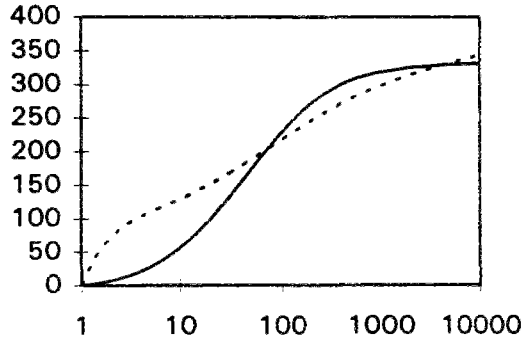
Civaux B11 [36]



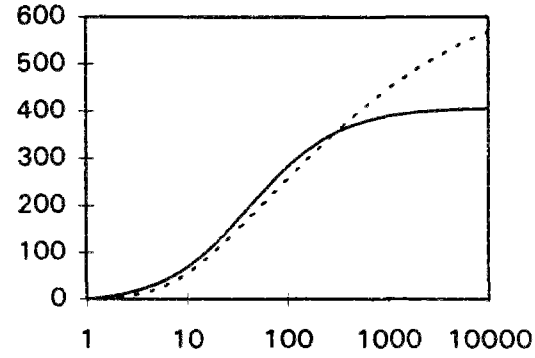
Chooz [36]

Unités : abscisses [jour] ; ordonnées [1E-6]

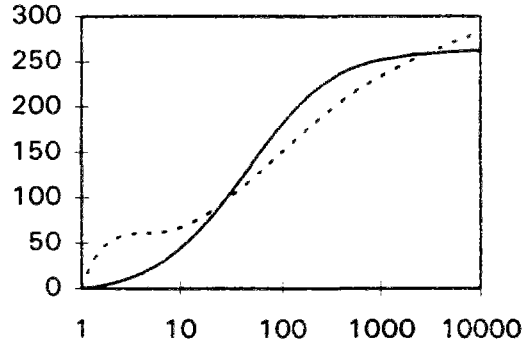
Retrait de dessiccation



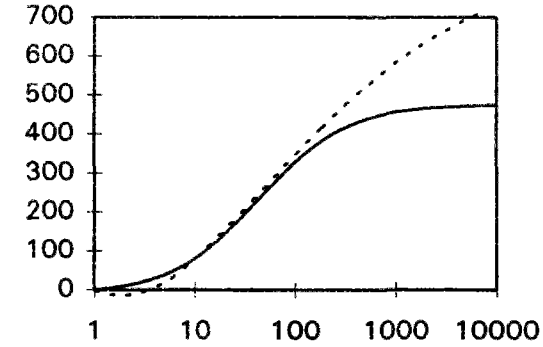
G1 [10]



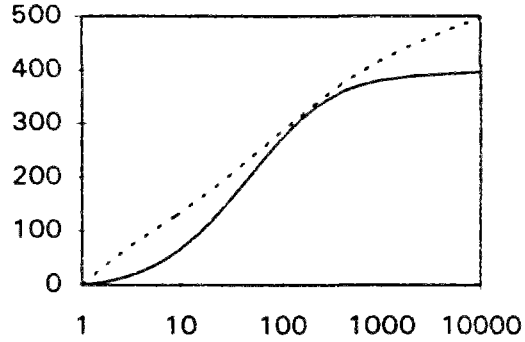
H1 [10]



G0 [10]



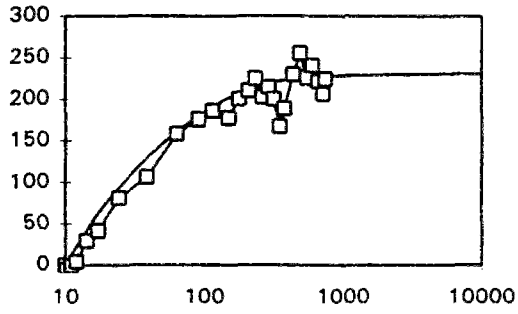
H2 [10]



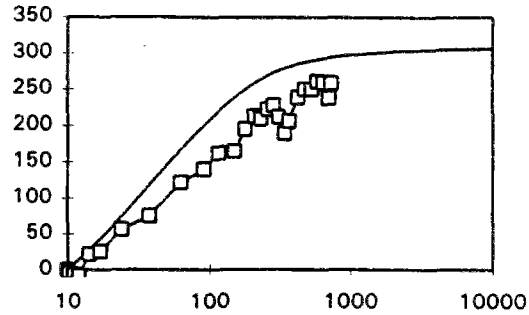
G2 [10]

Unités : abscisses [jour] ; ordonnées [1E-6]

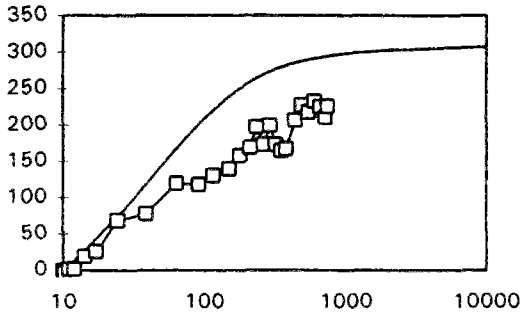
retrait total



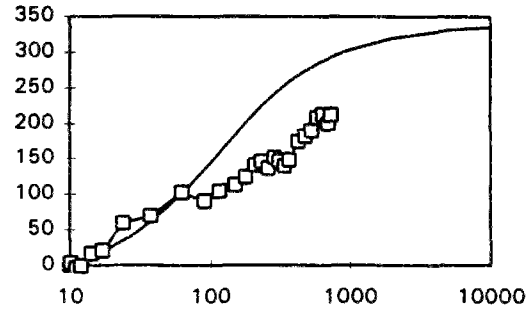
BJ2 [56] rm = 1,75



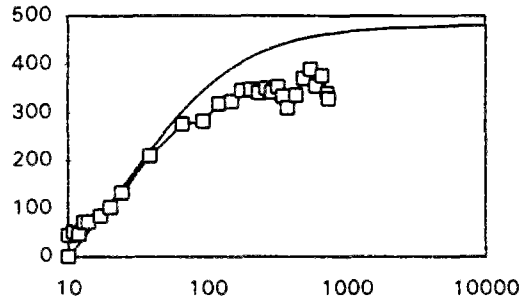
BJ2 [56] rm = 3,5



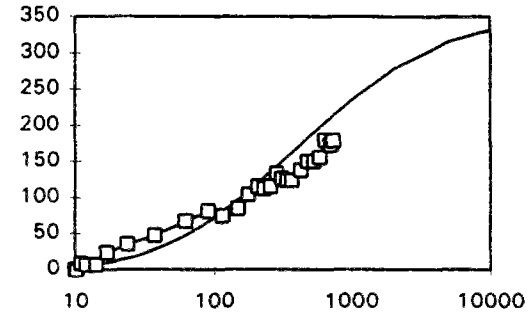
BJ2 [56] rm = 3,5



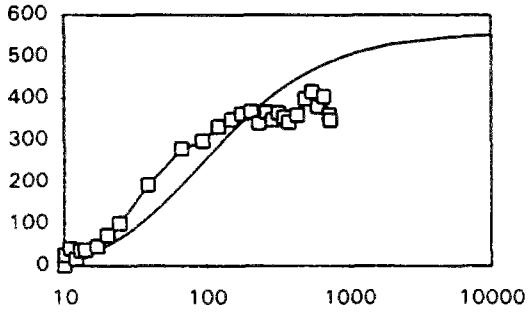
BJ2 [56] rm = 7



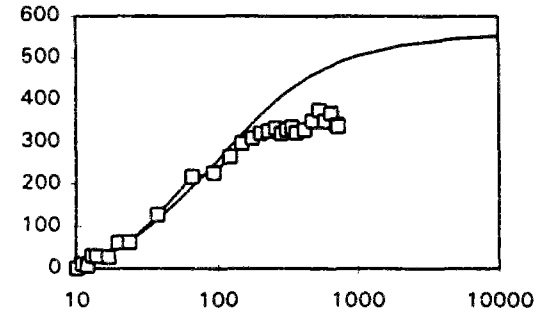
BO [56] rm = 1,75



BJ2 [56] rm =15



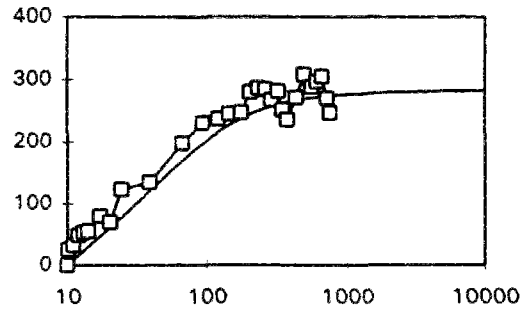
BO [56] rm = 3,5



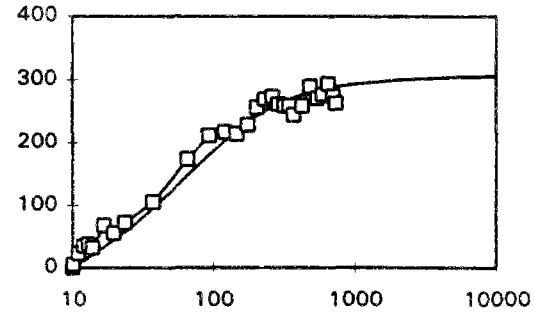
BO [56] rm = 3,5

Unités : abscisses [jour] ; ordonnées [1E-6]

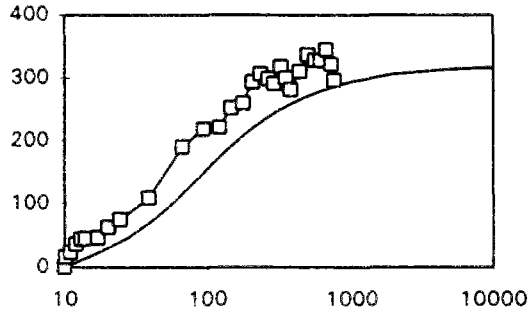
retrait total



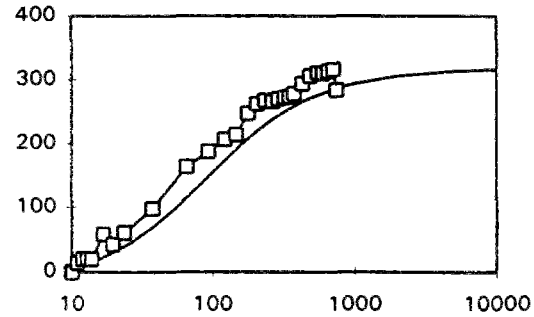
BJ1 [56] rm = 1,75



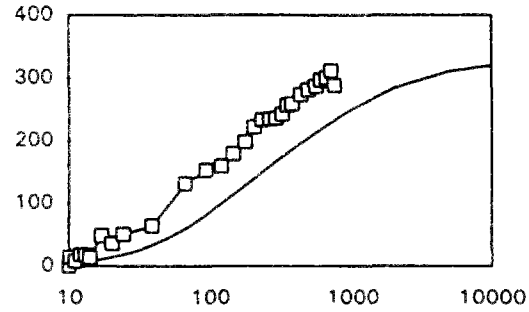
BJ1 [56] rm = 2,5



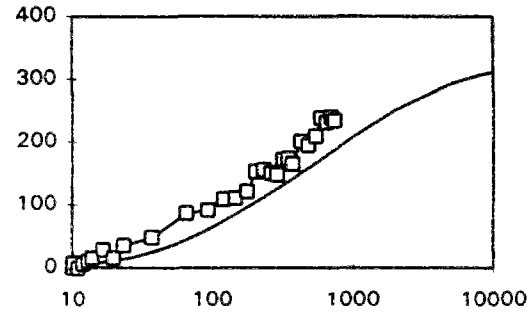
BJ1 [56] rm = 3,5



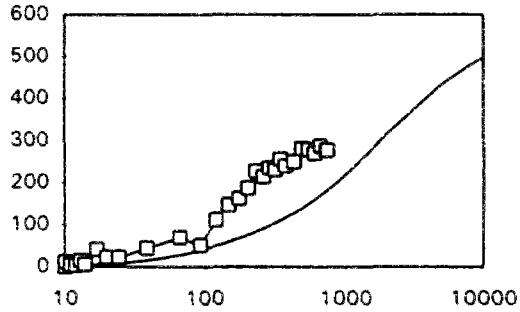
BJ1 [56] rm = 3,5



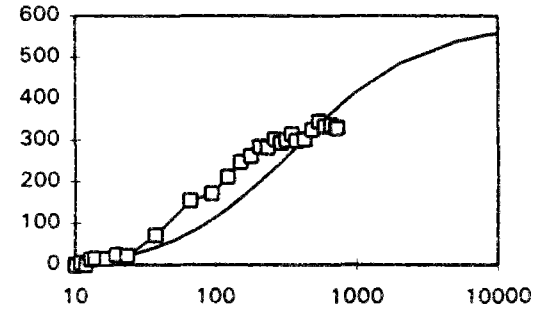
BJ1 [56] rm = 7



BJ1 [56] rm = 10



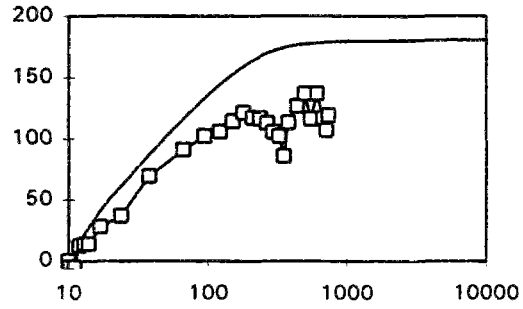
BO [56] rm = 15



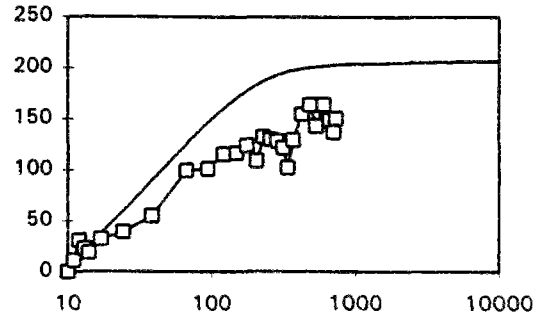
BO [56] rm = 7

Unités : abscisses [jour] ; ordonnées [1E-6]

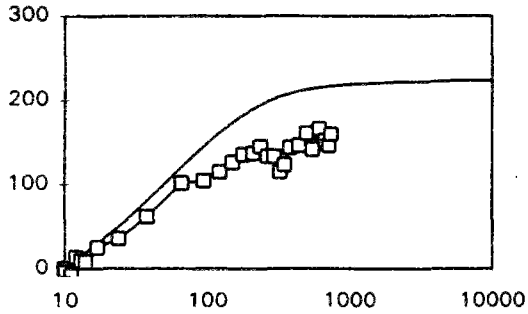
retrait total



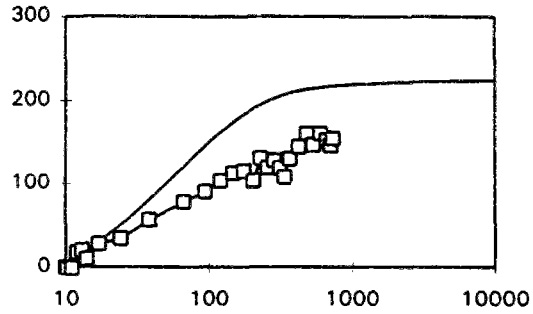
BHP [56] rm = 1,75



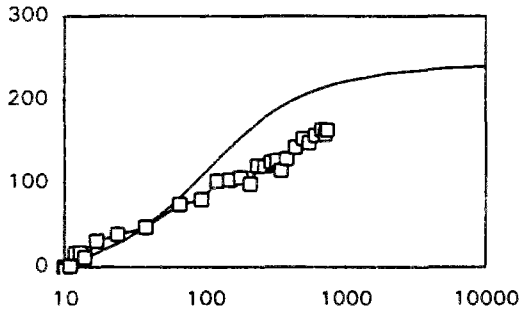
BHP [56] rm = 2,5



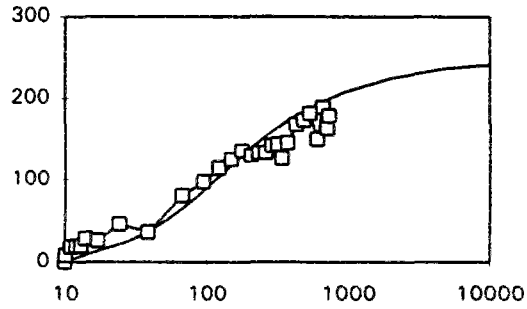
BHP [56] rm = 3,5



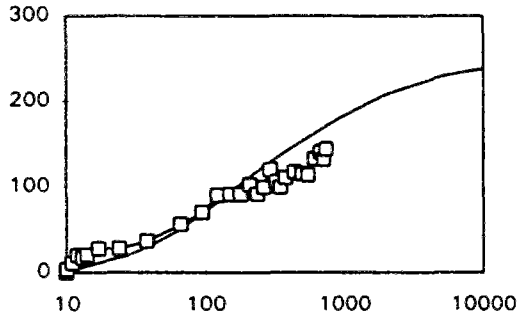
BHP [56] rm = 3,5



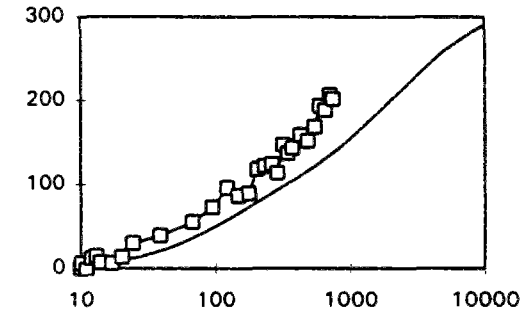
BHP [56] rm = 7



BHP [56] rm = 10



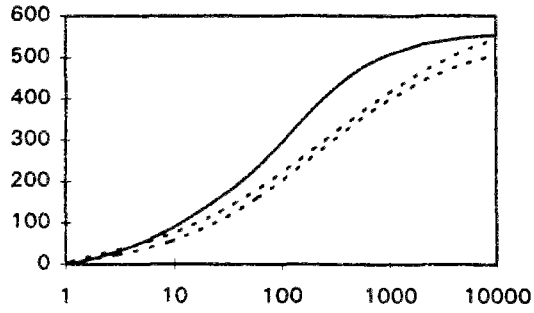
BHP [56] rm = 15



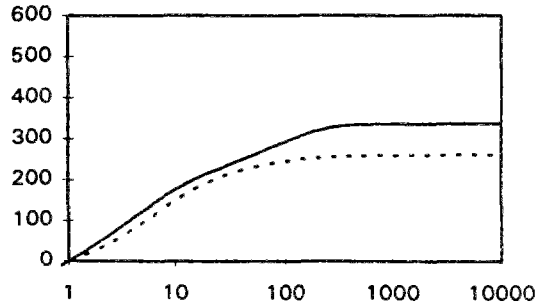
BJ1 [56] rm = 15

Unités : abscisses [jour] ; ordonnées [1E-6]

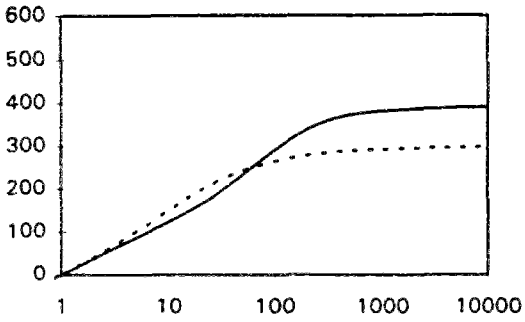
retrait total



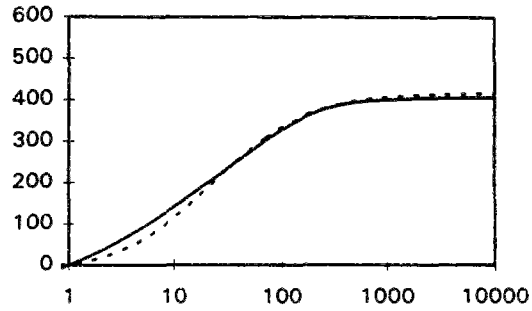
Joigny [67]



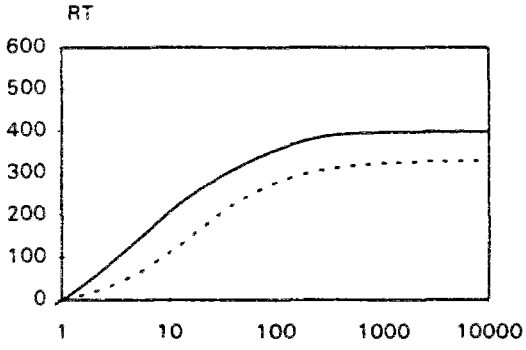
BHP [23]



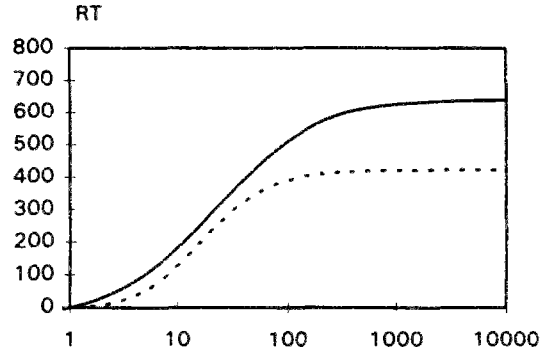
BHP [25]



BJ1 [25]



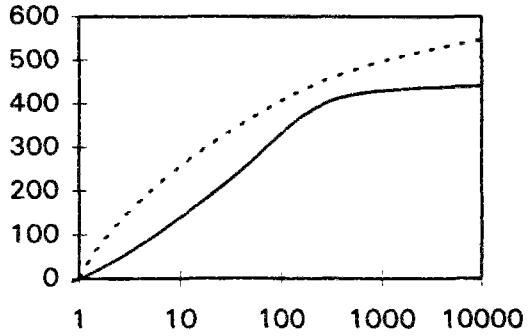
BJ2 [25]



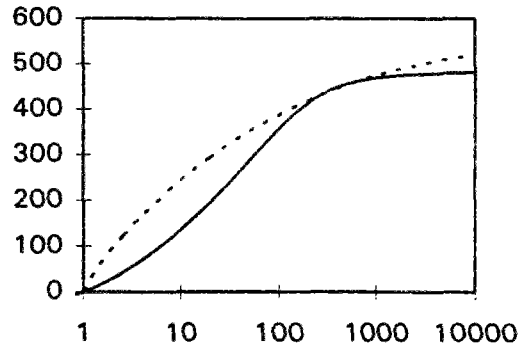
BO [25]

Unités : abscisses [jour] ; ordonnées [1E-6]

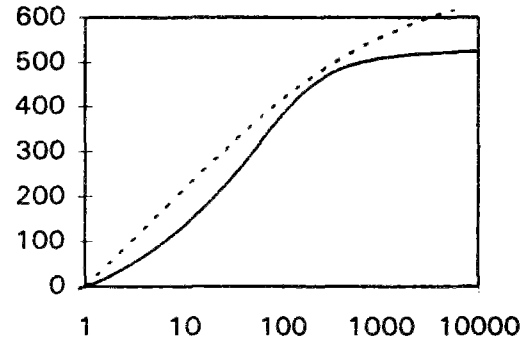
retrait total



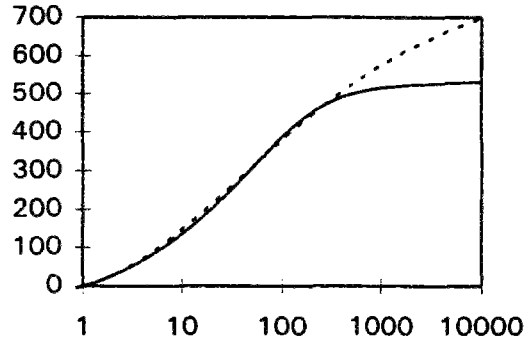
G0 [10]



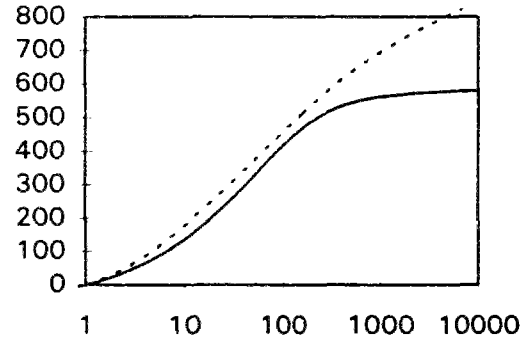
G1 [10]



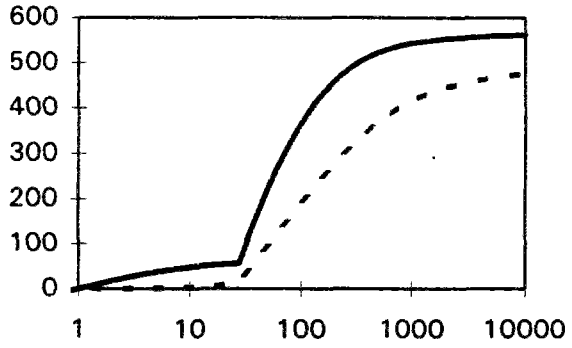
G2 [10]



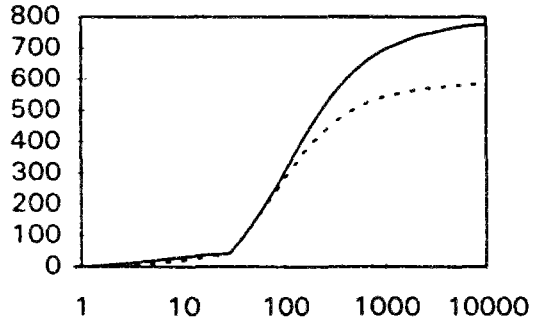
H1 [10]



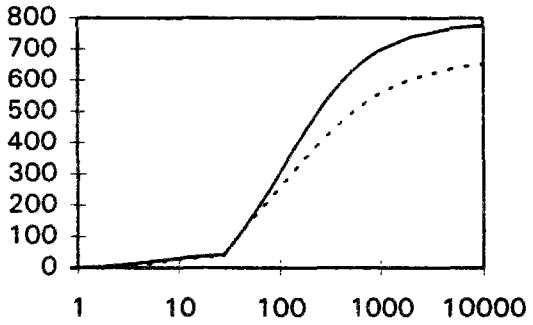
H2 [10]



Civaux BHP [36]



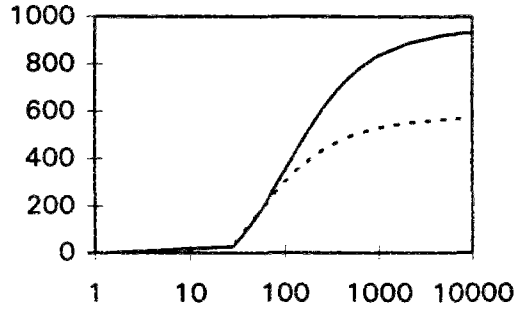
Civaux B11 [36]



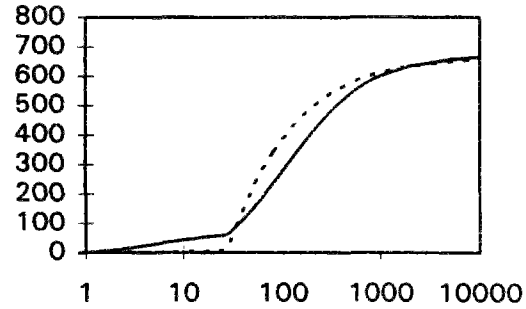
Chooz [36]

Unités : abscisses : [jour] ; ordonnées : [1E-6]

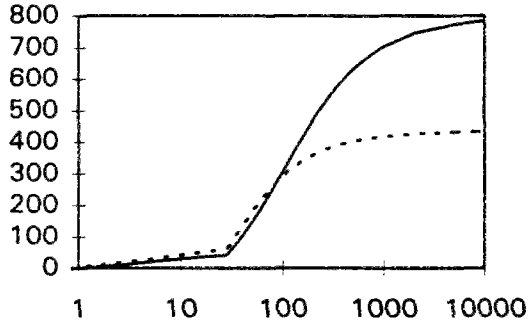
retrait total



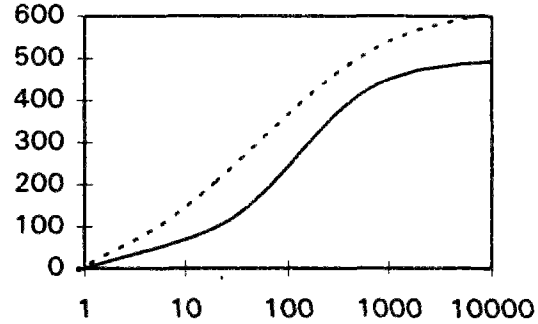
Penly [36]



Flamanville [36]



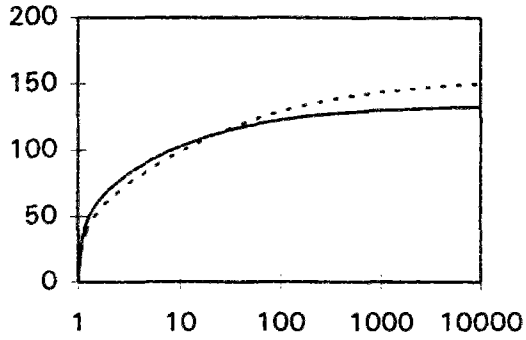
Paluel [36]



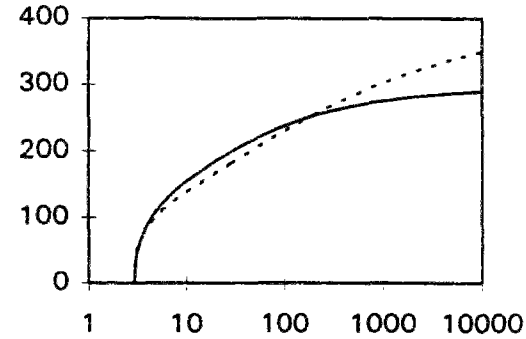
GIE [50]

Unités : abscisses : [jour] ; ordonnées : [1E-6]

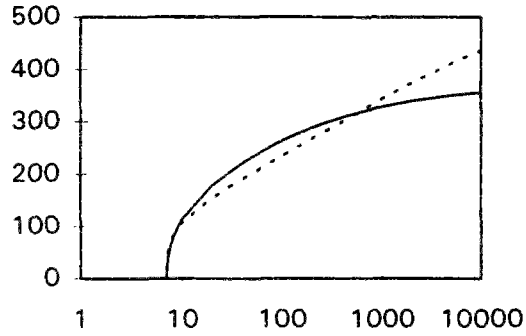
Fluage propre



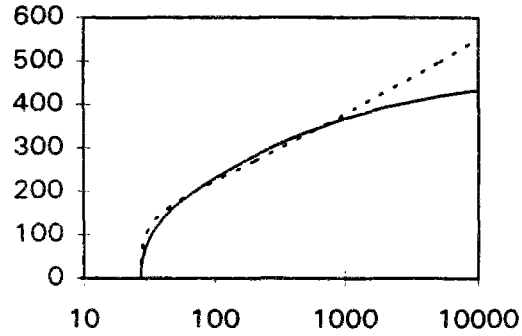
B0 [46] 3,94 MPa



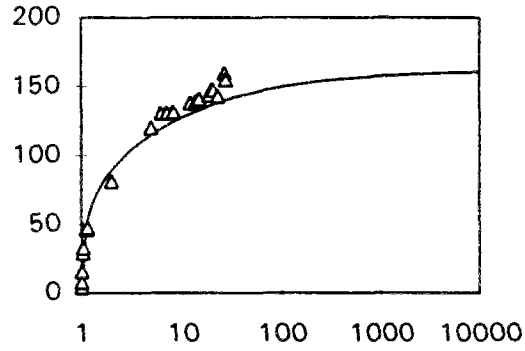
B0 [46] 8,74 MPa



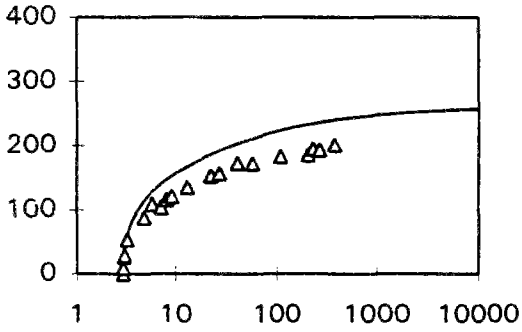
B0 [46] 10,9 MPa



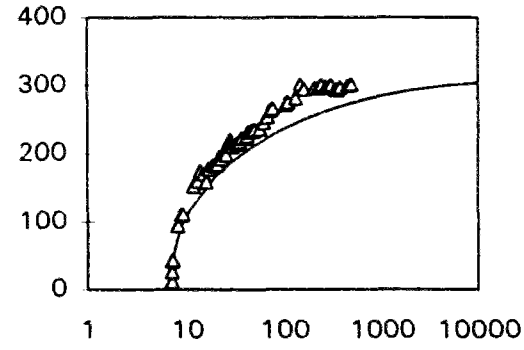
B0 [46] 13,9 MPa



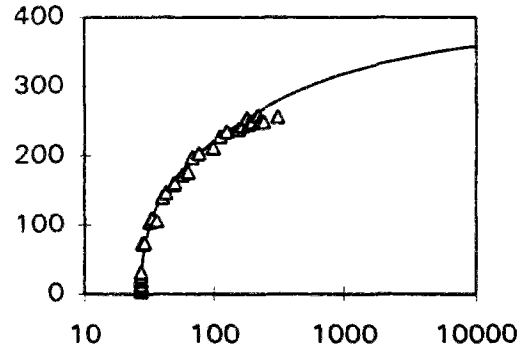
B1 7,5 MPa



B1 15,76 MPa



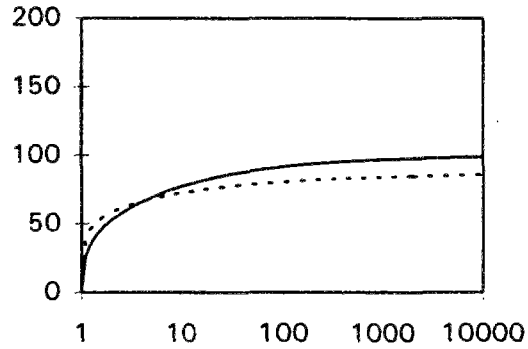
B1 21,20 MPa



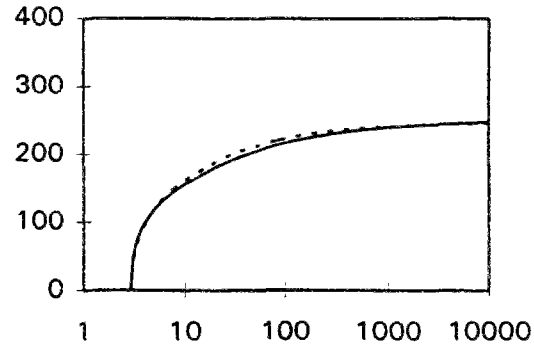
B1 28,4 MPa

Unités : abscisses [jour] ; ordonnées [1E-6]

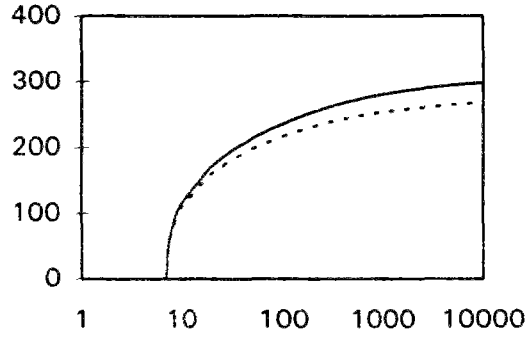
Fluage propre



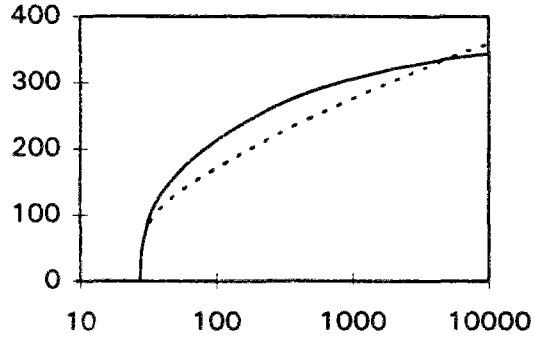
B2 4,96 MPa



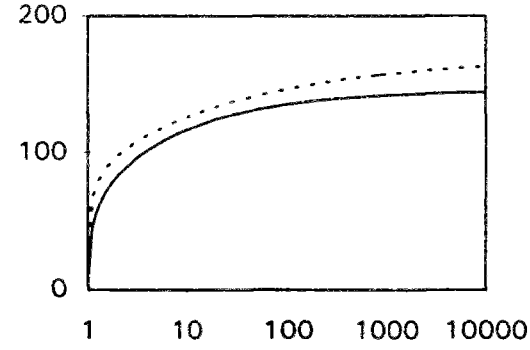
B2 15,37 MPa



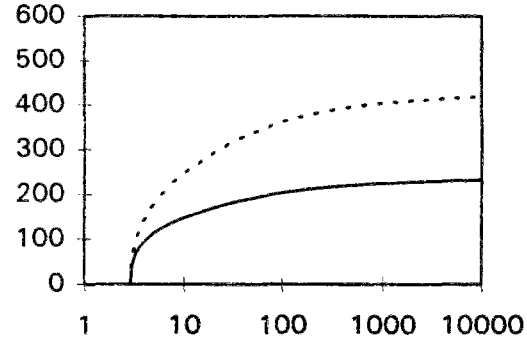
B2 21,15 MPa



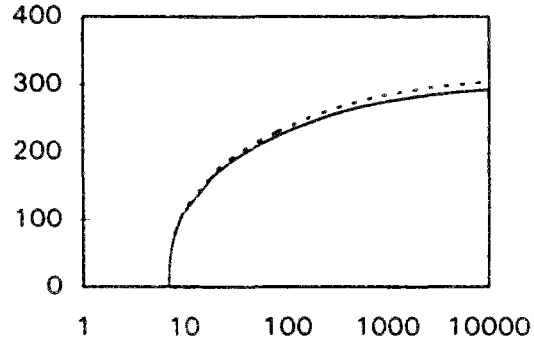
B2 28,29 MPa



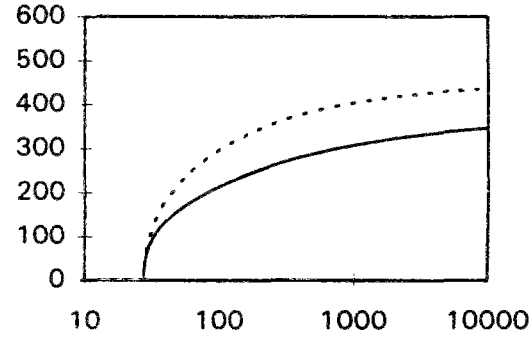
B3 6,8 MPa



B3 [46] 14,60 MPa



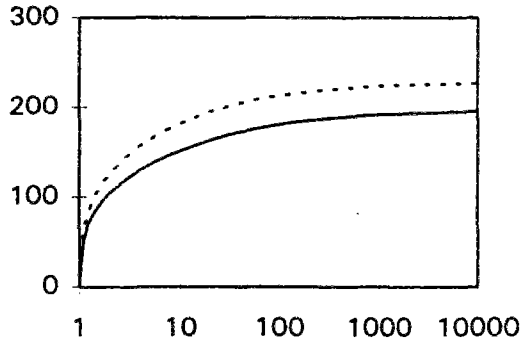
B3 21,3 MPa



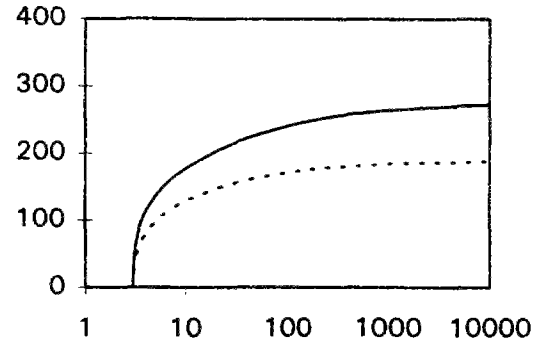
B3 29 MPa

Unités : abscisses [jour] ; ordonnées [1E-6]

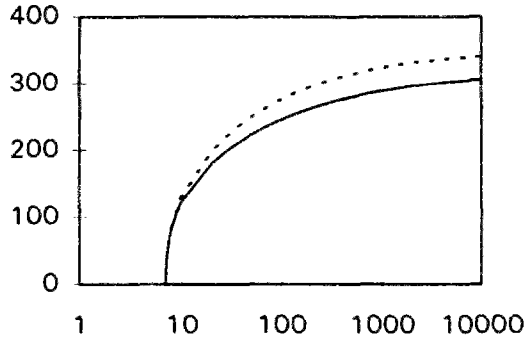
Fluage propre



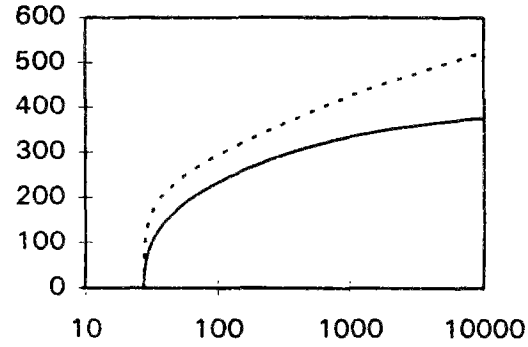
B4 9,5 MPa



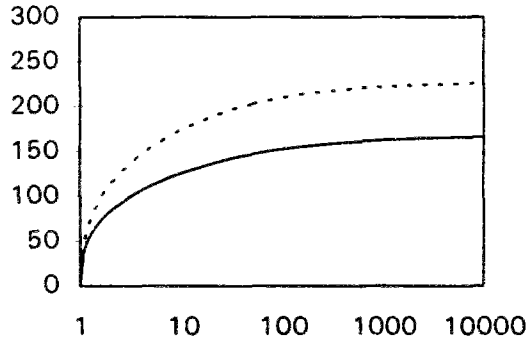
B4 15,75 MPa



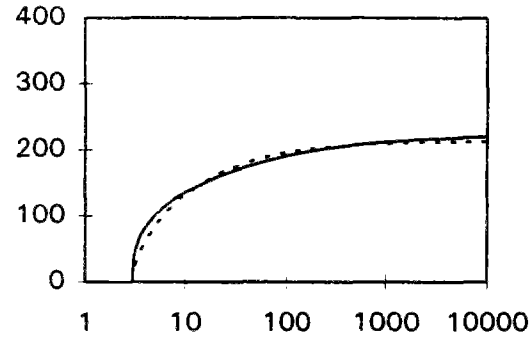
B4 20,46 MPa



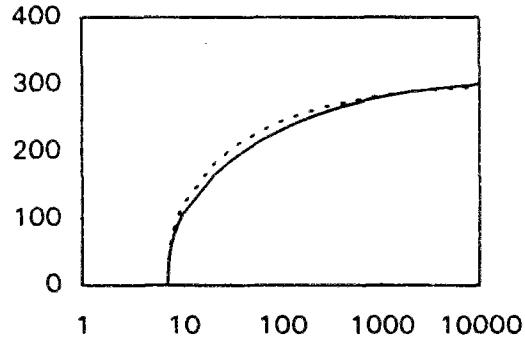
B4 29,6 MPa



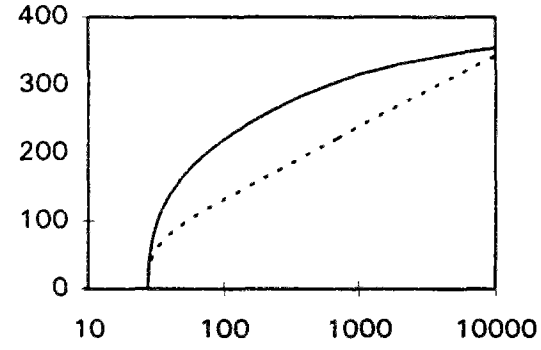
B6 9,2 MPa



B6 14,50 MPa



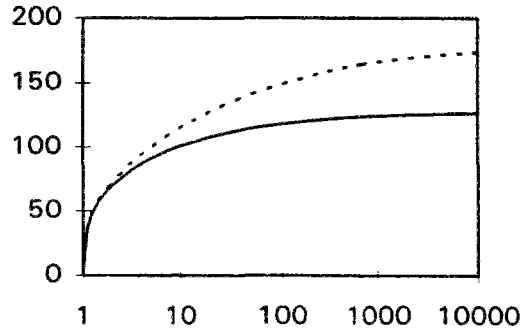
B6 22,80 MPa



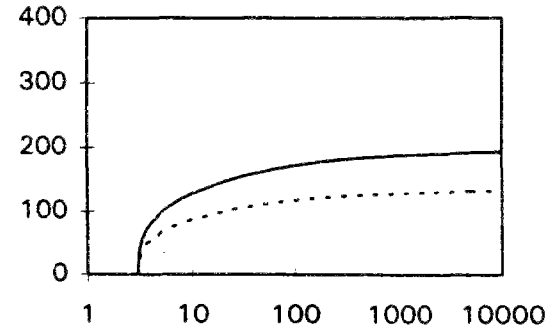
B6 30,40 MPa

Unités : abscisses [jour] ; ordonnées [1E-6]

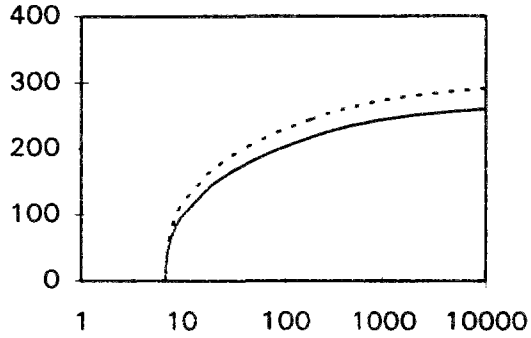
Fluage propre



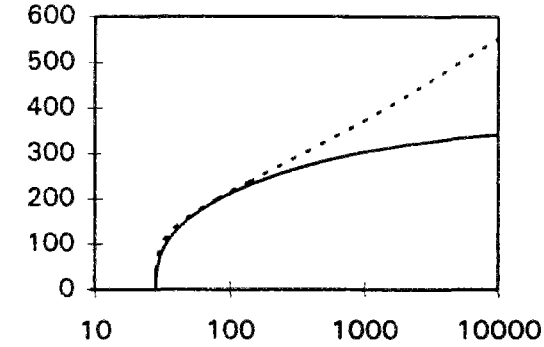
B5 5,10 MPa



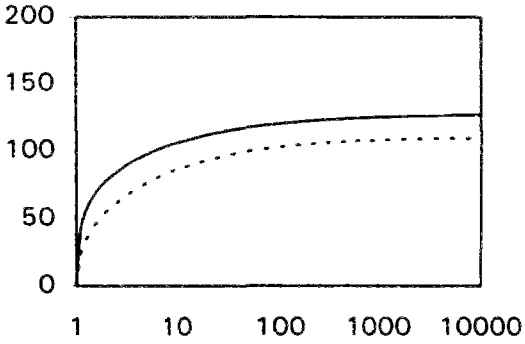
B5 9,55 MPa



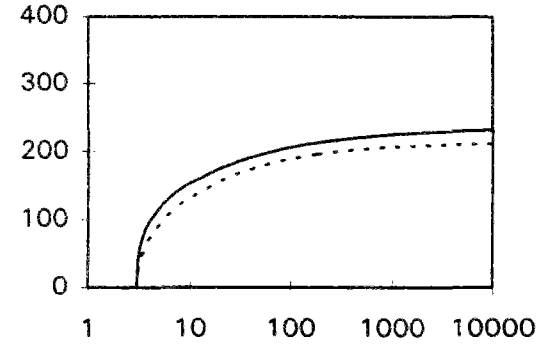
B5 15,60 MPa



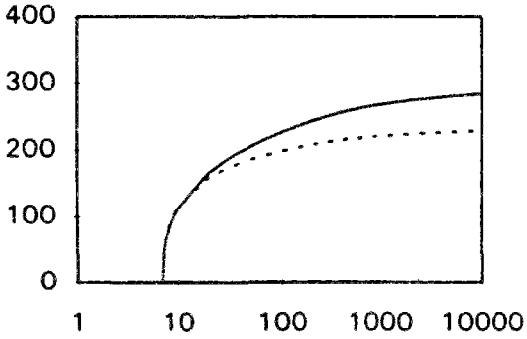
B5 23,30 MPa



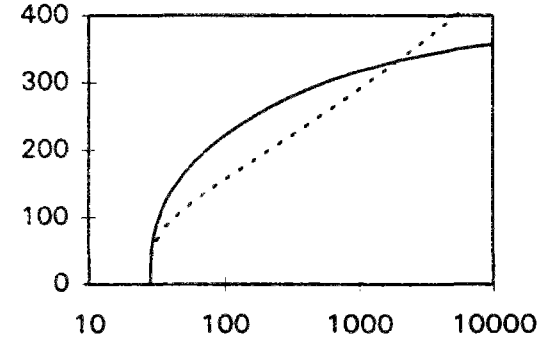
B7 4,3 MPa



B7 11,35 MPa



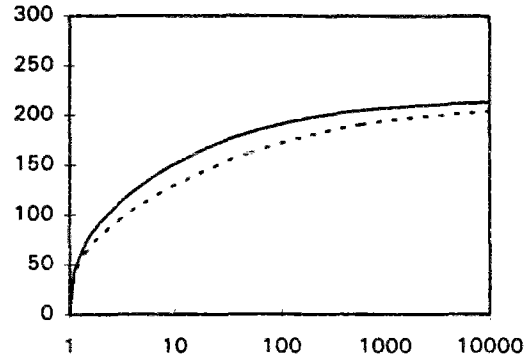
B7 16,51 MPa



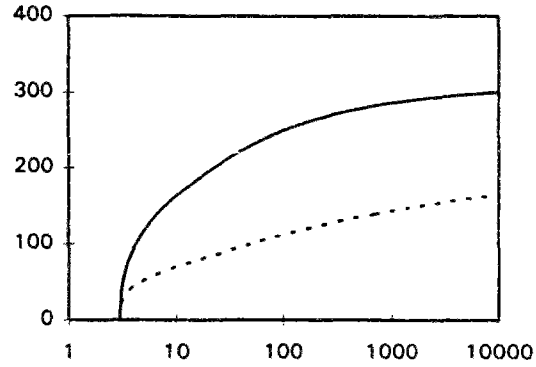
B7 24,10 MPa

Unités : abscisses [jour] ; ordonnées [1E-6]

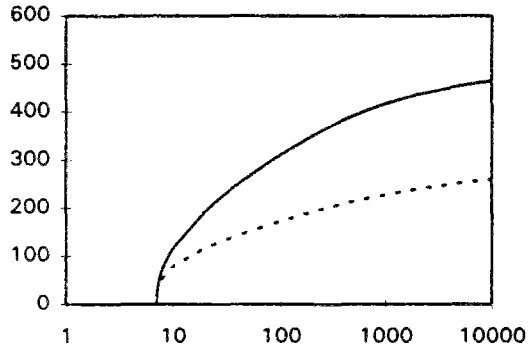
Fluage propre



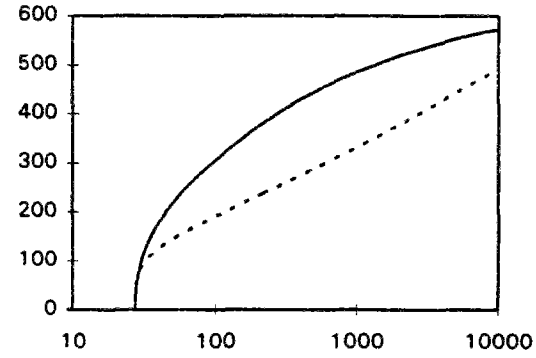
B8 7,1 MPa



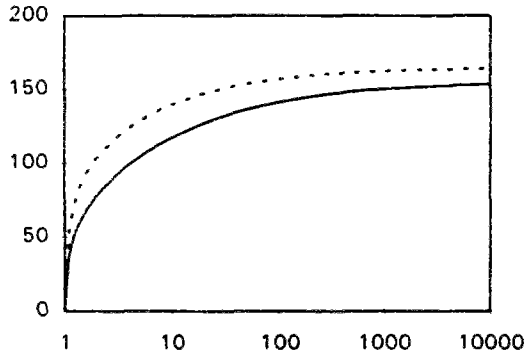
B8 10,10 MPa



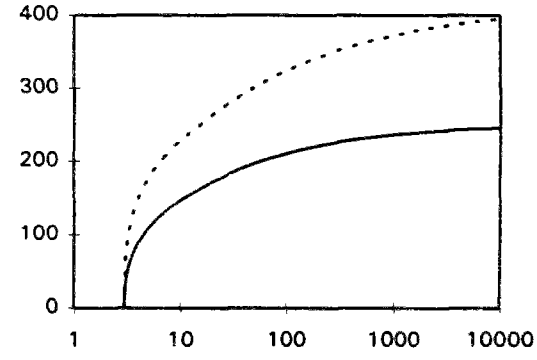
B8 16,14 MP



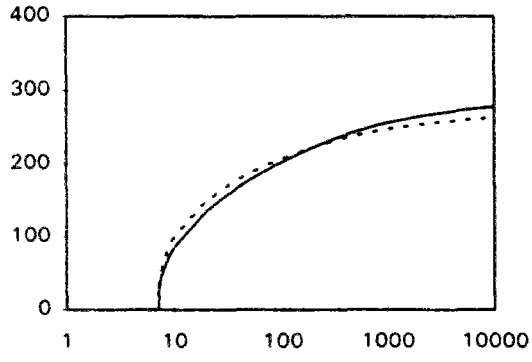
B8 20,50 MPa



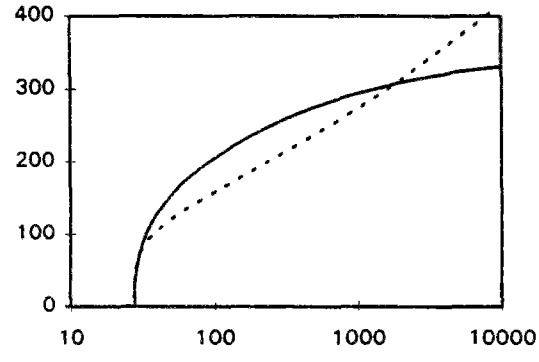
B9 7,10 MPa



B9 13,9 MPa



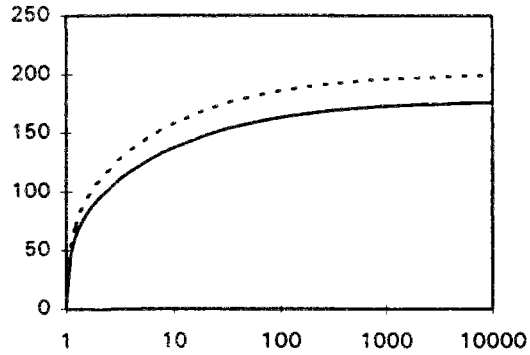
B9 18,65 MPa



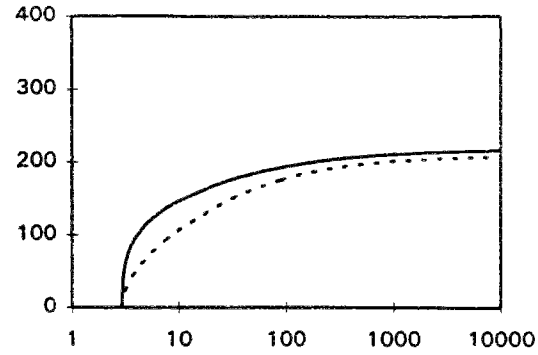
B9 24,00 MPa

Unités : abscisses [jour] ; ordonnées [1E-6]

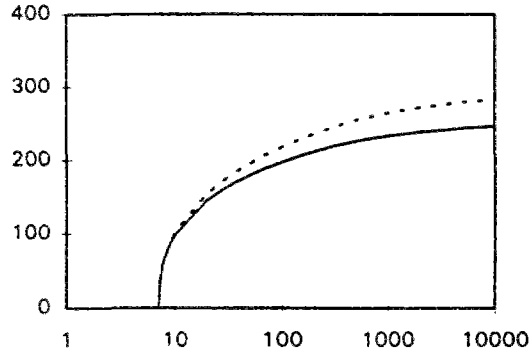
Fluage propre



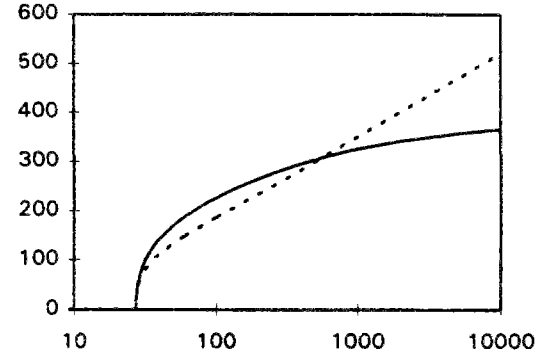
B10 8,84 MPa



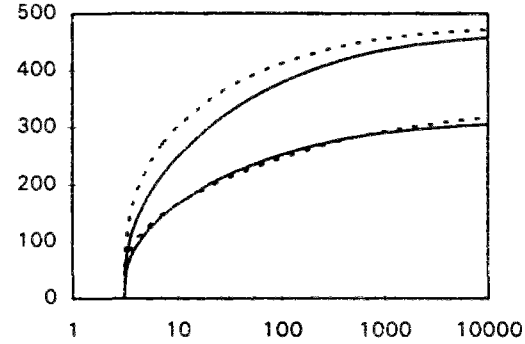
B10 12,63 MPa



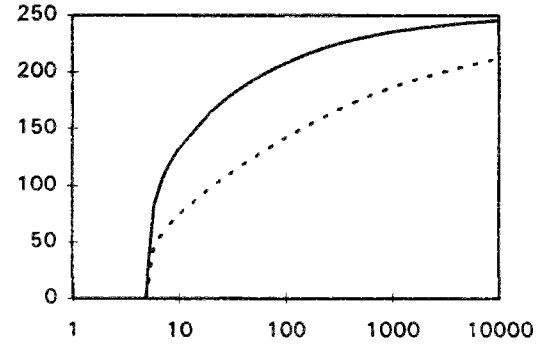
B10 17,25 MPa



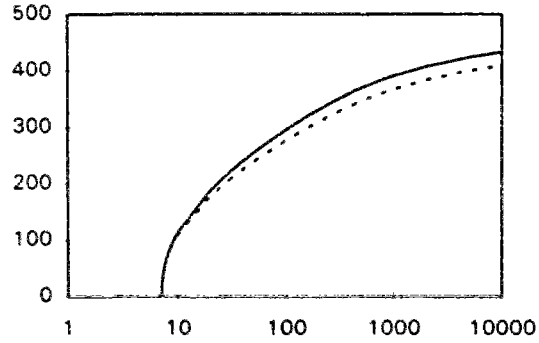
B10 30,00 MPa



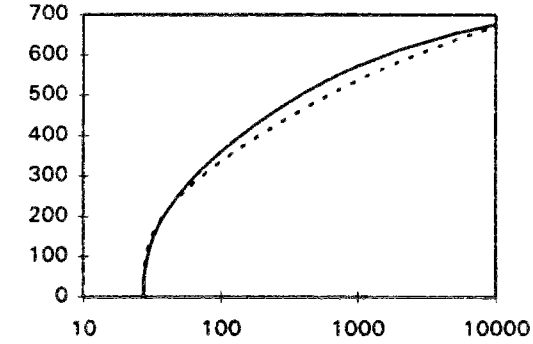
Joigny [67] 9,6 et 14,4 MPa



Joigny [67] 7,7 MPa



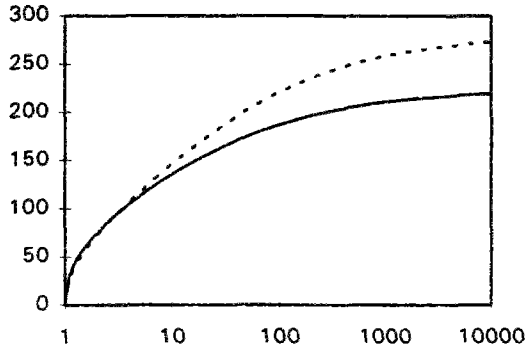
Joigny [67] 14 MPa



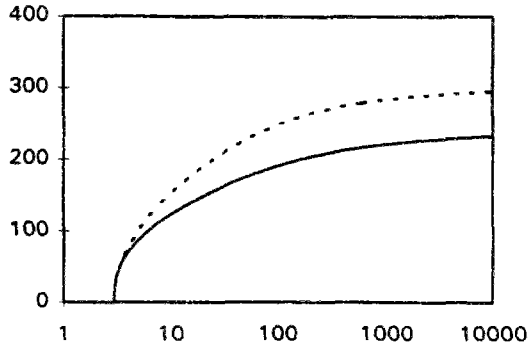
Joigny [67] 22,6 MPa

Unités : abscisses [jour] ; ordonnées [1E-6]

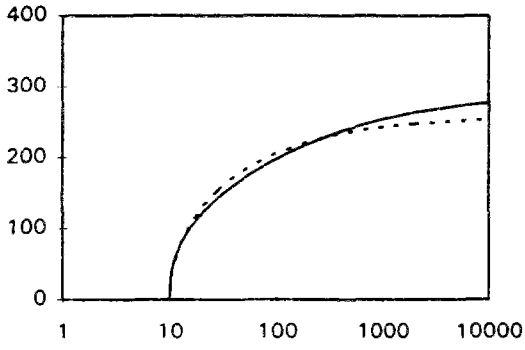
fluage propre



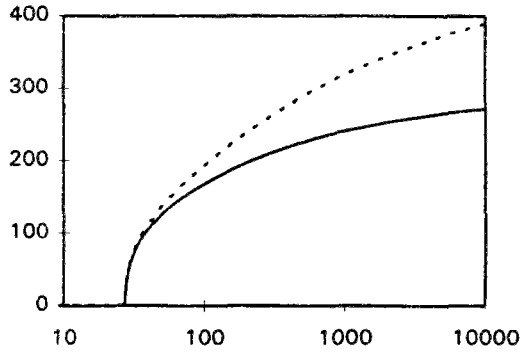
BTHP [23] 16 MPa



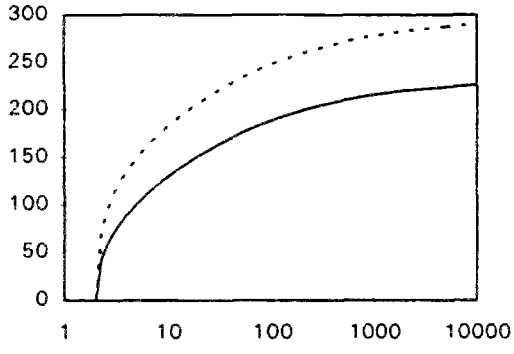
BTHP [23] 24 MPa



BTHP [23] 24 MPa



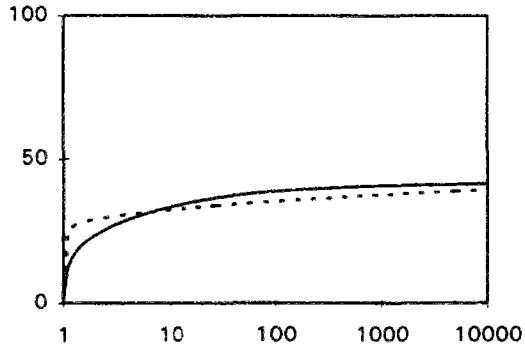
BTHP [23] 25 MPa



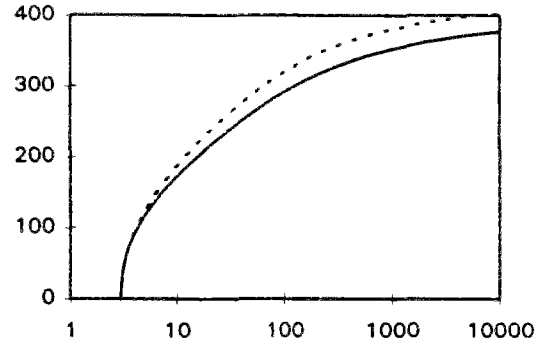
BTHP [23] 17 MPa

Unités : abscisses [jour] ; ordonnées [1E-6]

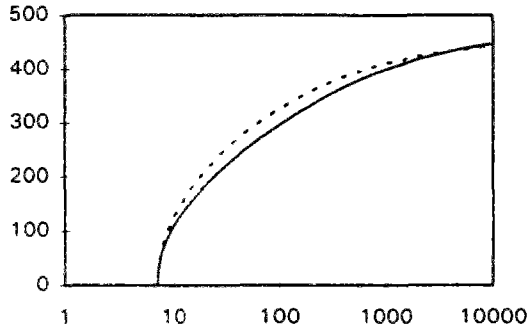
fluage propre



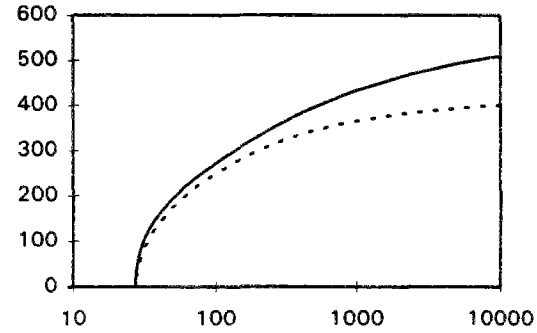
BJ1 [23] 1,5 MPa



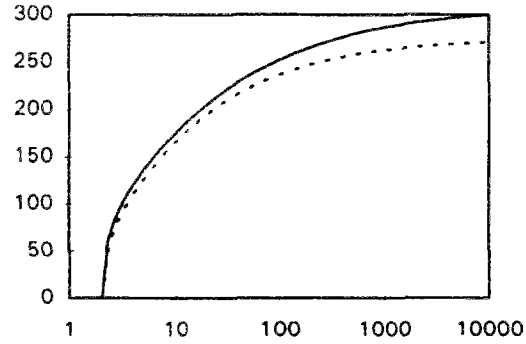
BJ1 [23] 14 MPa



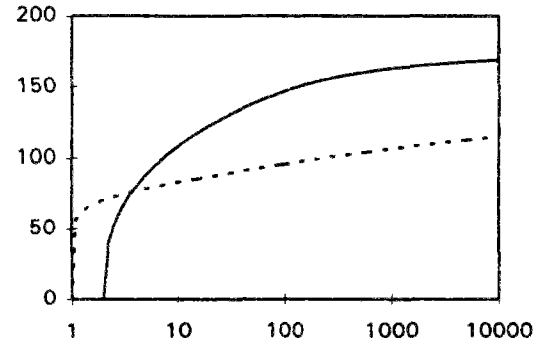
BJ1 [23] 17 MPa



BJ1 [23] 20 MPa



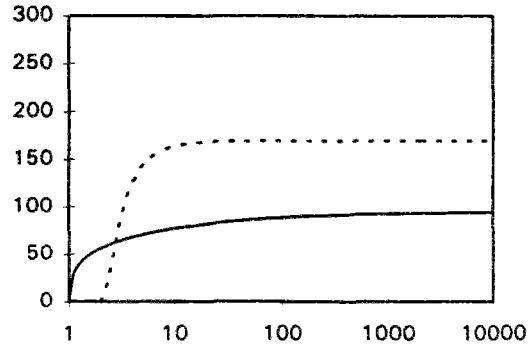
BJ1 [23] 11 MPa



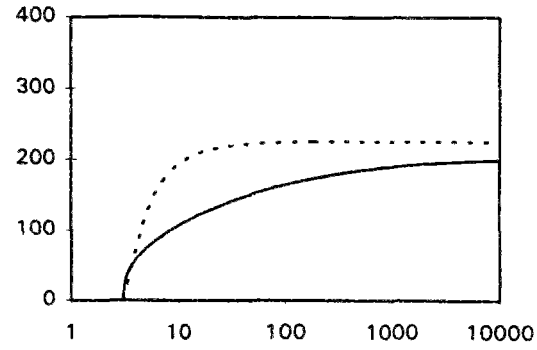
BJ2 [23] 4 MPa

Unités : abscisses [jour] ; ordonnées [1E-6]

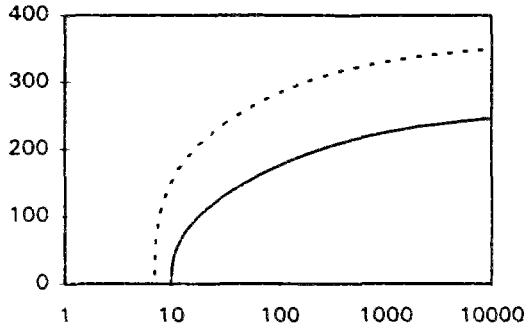
Fluage propre



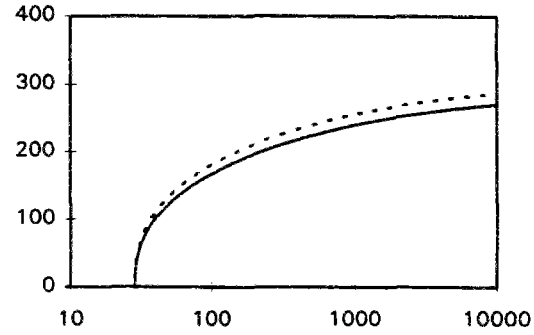
BJ2 [23] 10 MPa



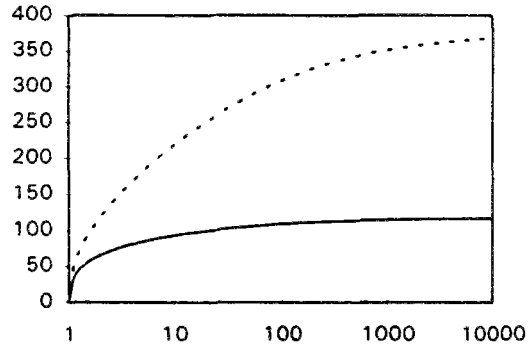
BJ2 [23] 13 MPa



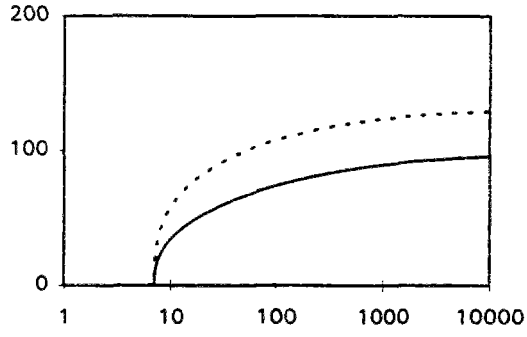
BJ2 [23] 18 MPa



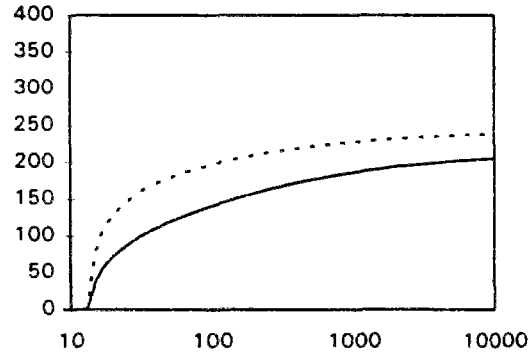
BJ2 [23] 21 MPa



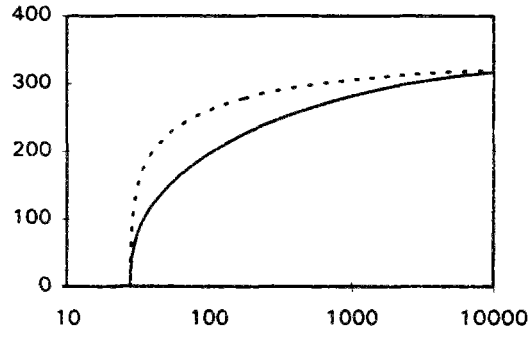
G1 [10] 4,8 MPa



G1 [10] 5,8 MPa



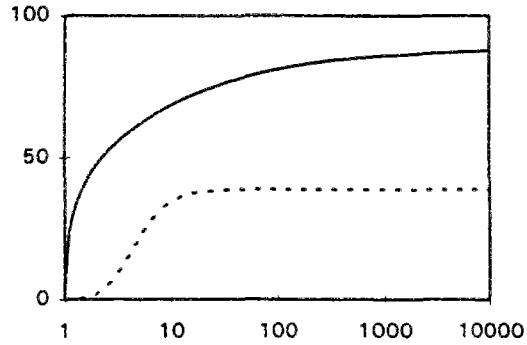
G1 [10] 13,6 MPa



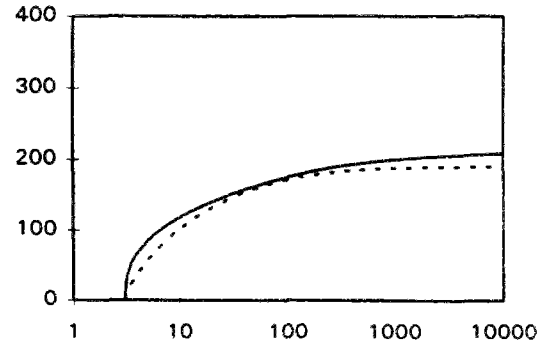
G1 [10] 21,8 MPa

Unités : abscisses [jour] ; ordonnées [1E-6]

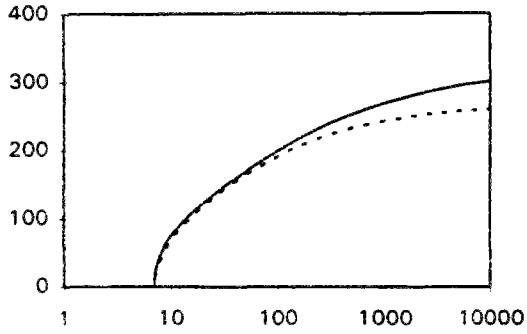
Fluage propre



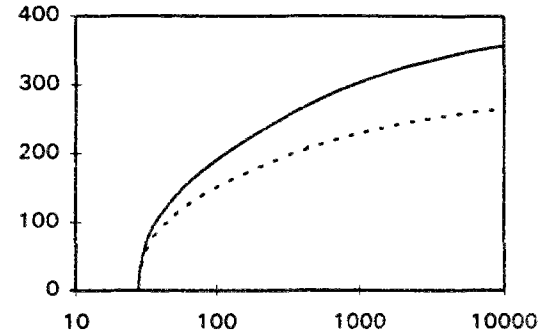
BO [23] 2,5 MPa



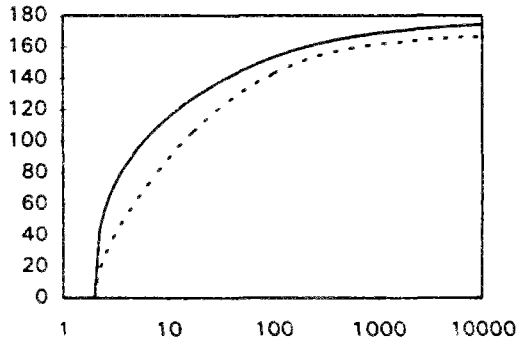
BO [23] 6 MPa



BO [23] 9 MPa



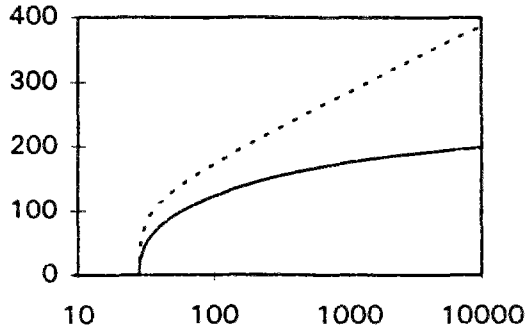
BO [23] 11 MPa



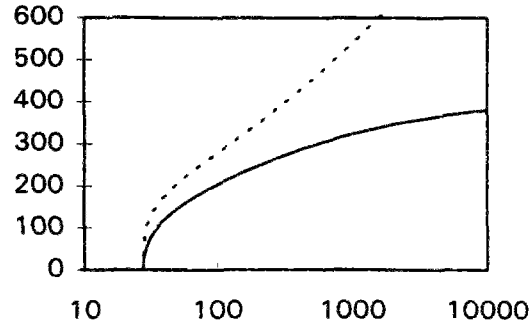
BO [23] 5 MPa

Unités : abscisses [jour] ; ordonnées [1E-6]

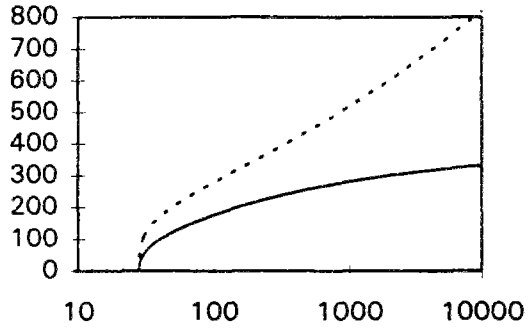
fluage propre



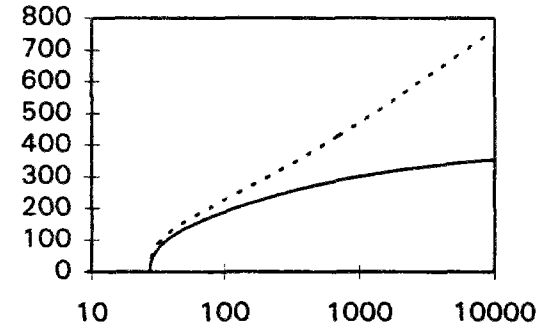
Civaux BHP [36] 10 MPa



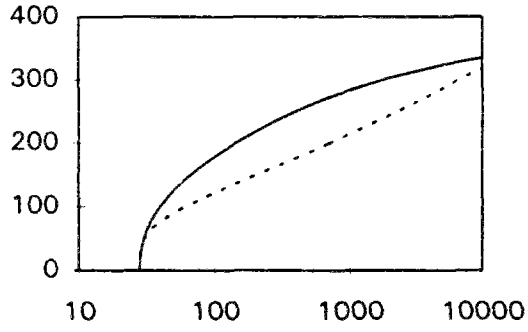
Civaux B11 [36] 10 MPa



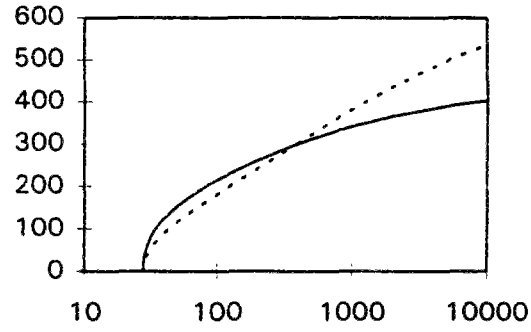
Chooz [36] 10 MPa



Penly [36] 10 MPa



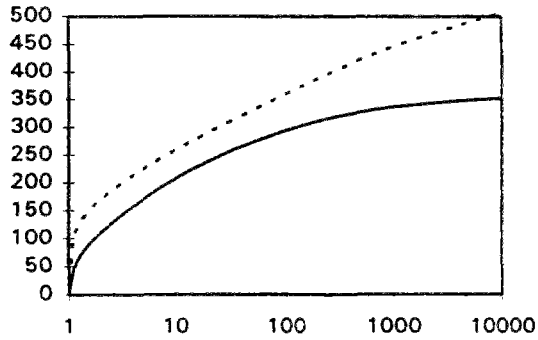
Paluel [36] 10 MPa



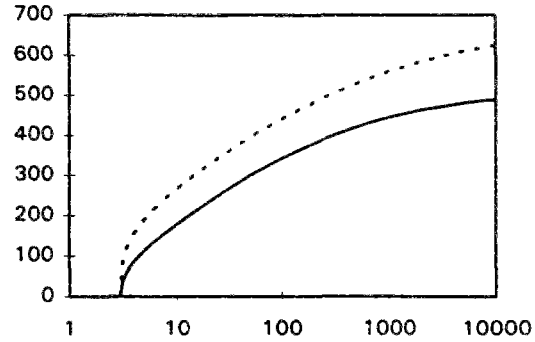
Flamanville [36] 10 MPa

Unités : abscisses [jour] ; ordonnées [1E-6]

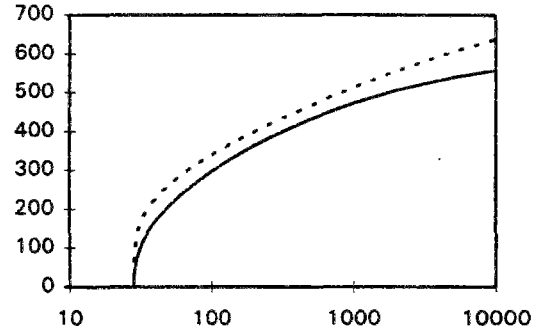
fluage propre



GIE [50] 11,84 MPa



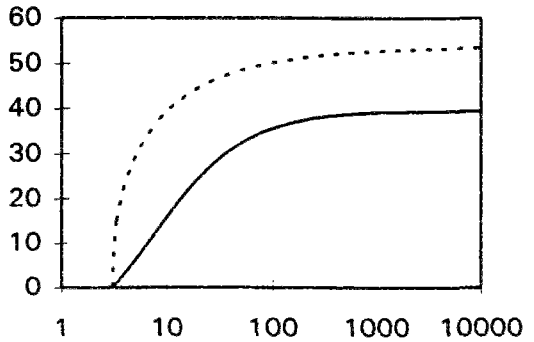
GIE [50] 16,95 MPa



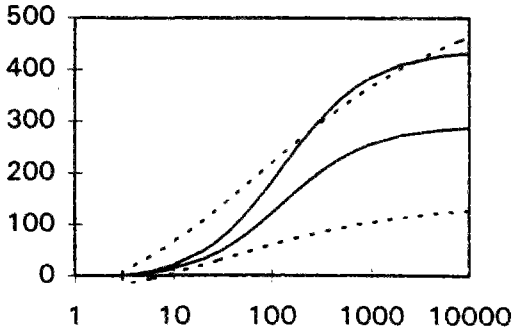
GIE [50] 20 MPa

Unités : abscisses [jour] ; ordonnées [1E-6]

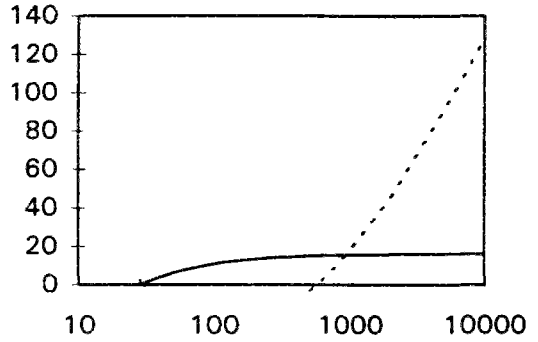
Fluage de dessiccation



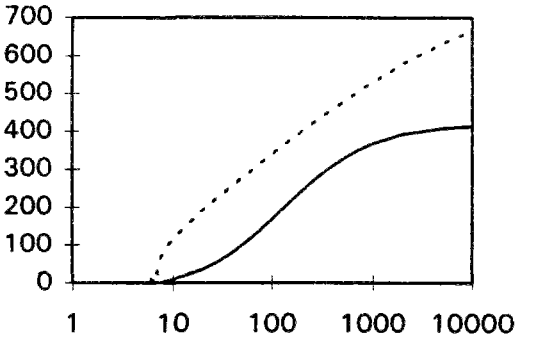
BTHP [23] 18 MPa



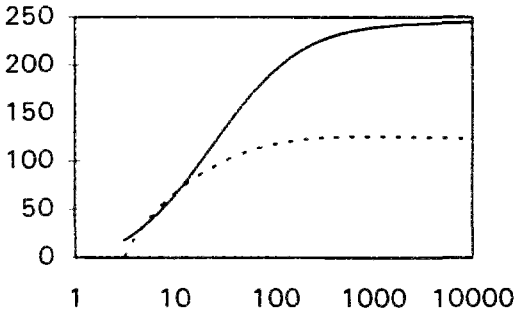
JL [67] 9 et 14 MPa



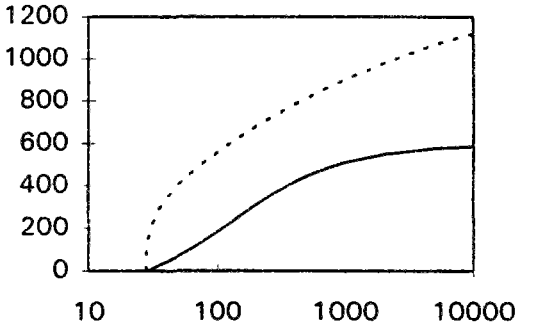
BTHP [23] 25 MPa



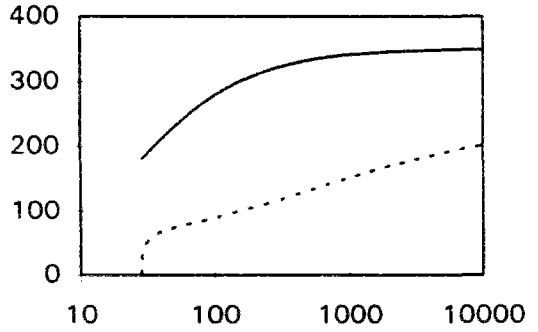
JL [67] 13 MPa



BJ1 [23] 14 MPa



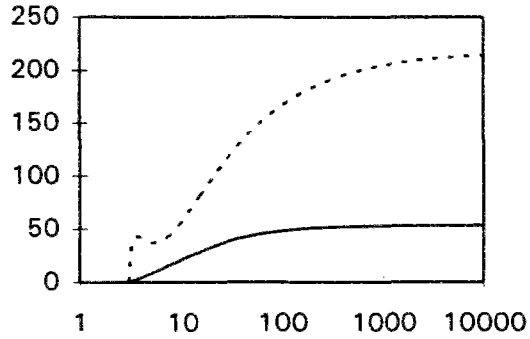
JL [67] 22 MPa



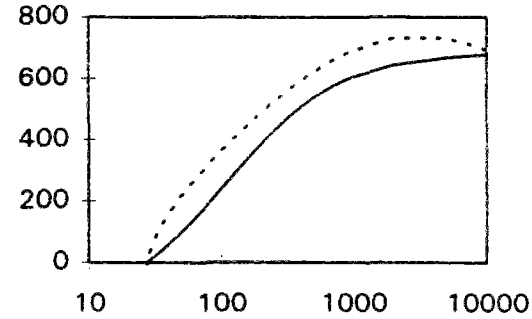
BJ1 [23] 20 MPa

Unités : abscisses [jour] ; ordonnées [1E-6]

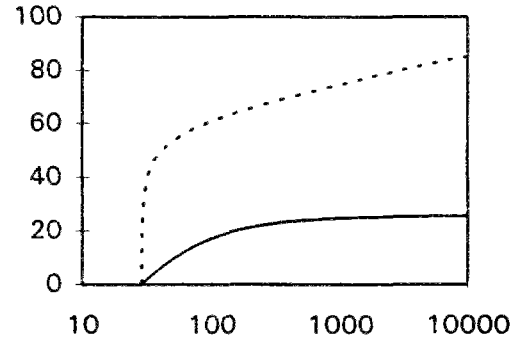
Fluage de dessiccation



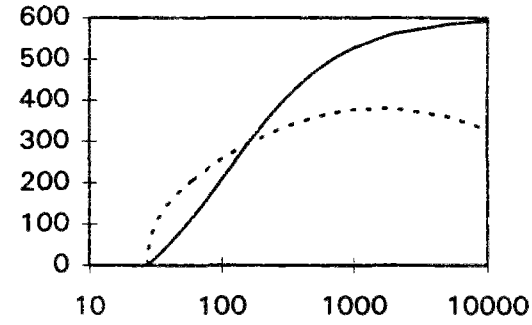
BJ2 [23] 13 MPa



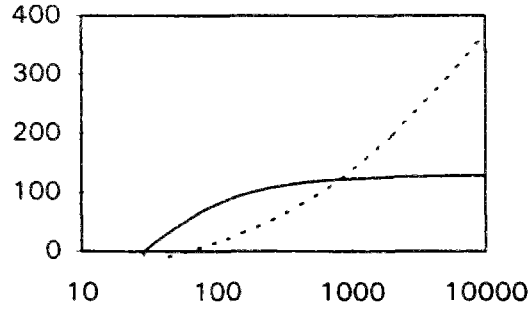
Civaux B11 [36] 10 MPa



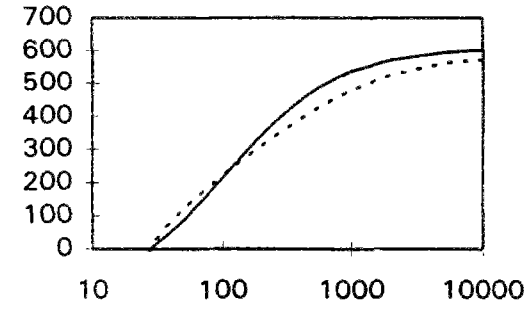
BJ2 [23] 21 MPa



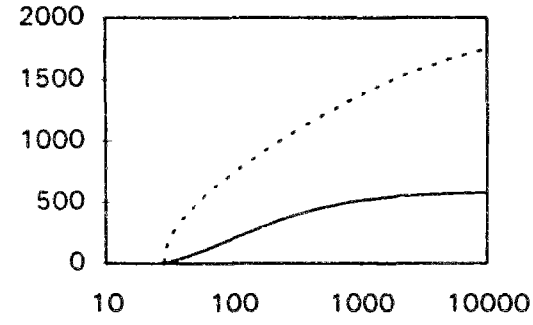
Chooz [36] 10 MPa



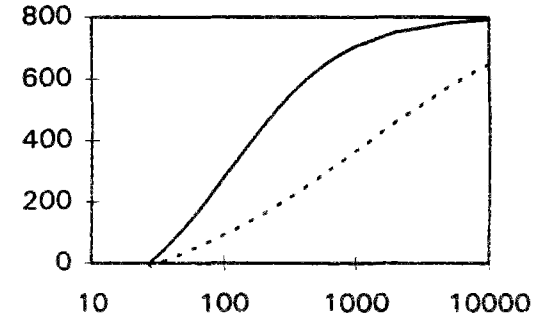
Civaux BHP [36] 10 MPa



Paluel [36] 10 MPa



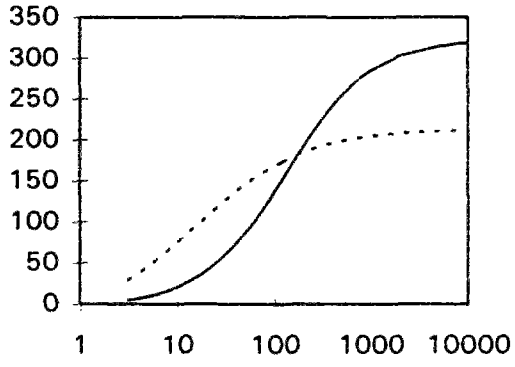
Flamanville [36] 10 MPa



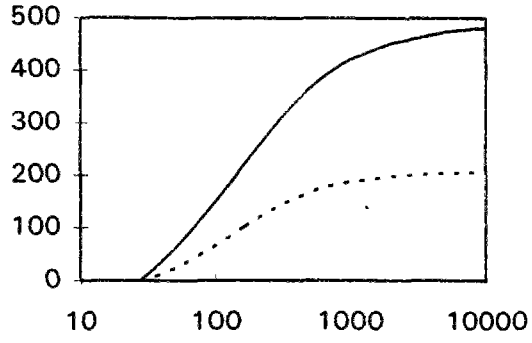
Penly [36] 10 MPa

Unités : abscisses [jour] ; ordonnées [1E-6]

Fluage de dessiccation



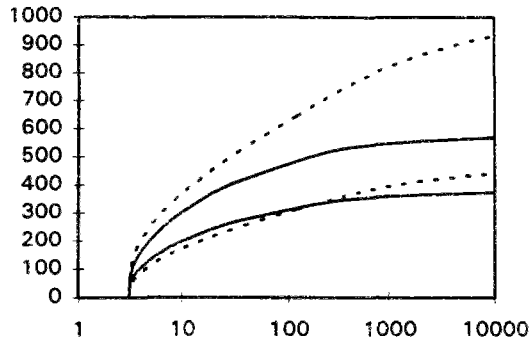
GIE [50] 16,95



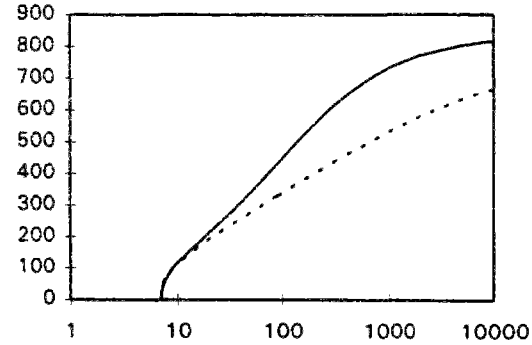
GIE [50] 20 MPa

Unités : abscisses [jour] ; ordonnées [1E-6]

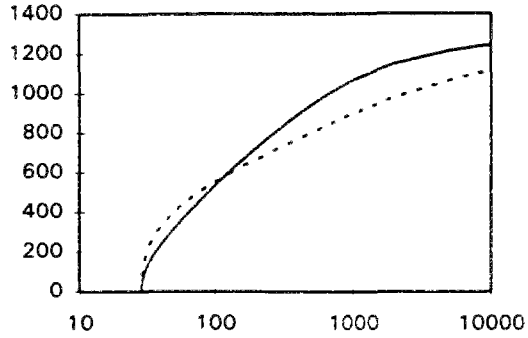
Fluage total



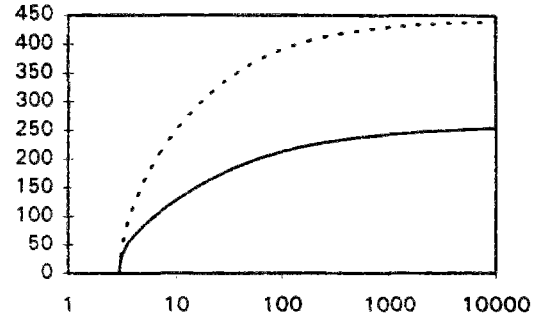
Joigny [67] 13,7/9 MPa



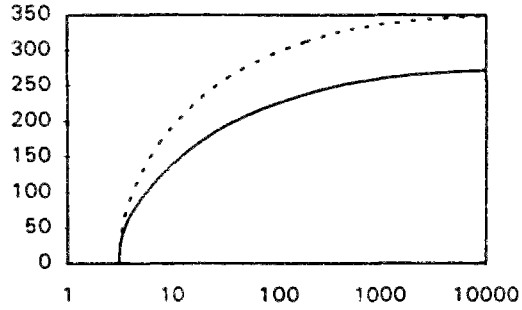
Joigny [67] 13,4 MPa



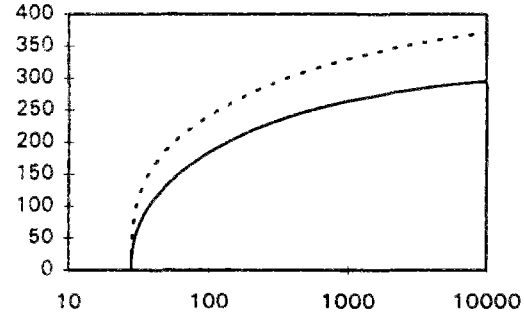
Joigny [67] 22,3 MPa



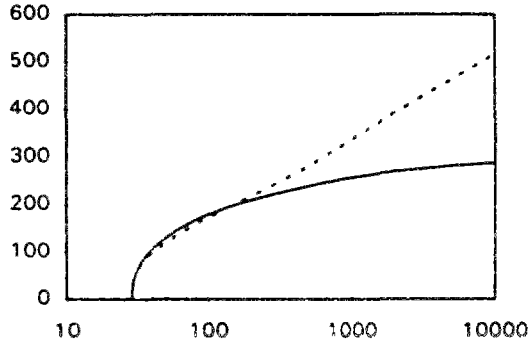
BJ2 [23] 13 MPa



BTHP [23] 18 MPa



BJ2 [23] 21 MPa

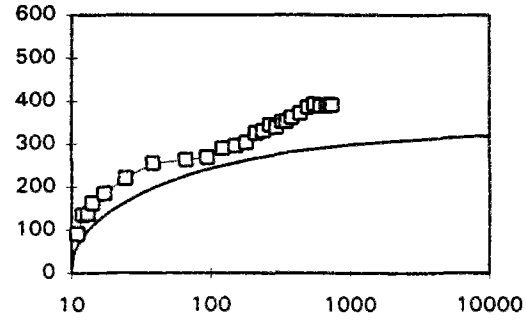


BTHP [23] 25 MPa

Unités : abscisses [jour] ; ordonnées [1E-6]

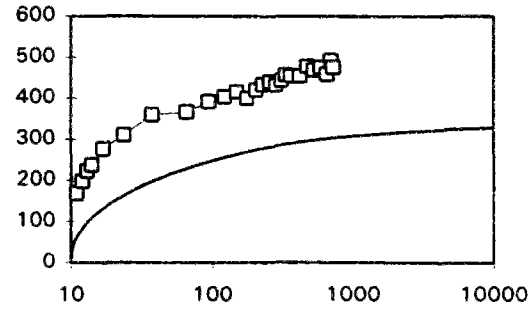
Fluage total

rm = 1,75



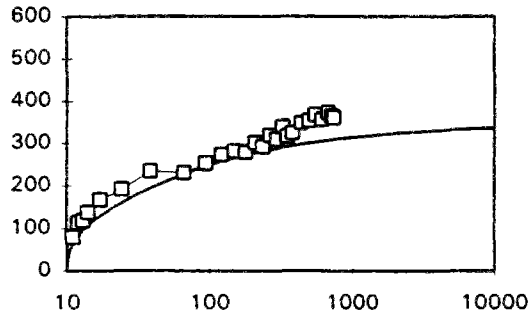
BHP [56] 21,35 MPa

rm = 2,5



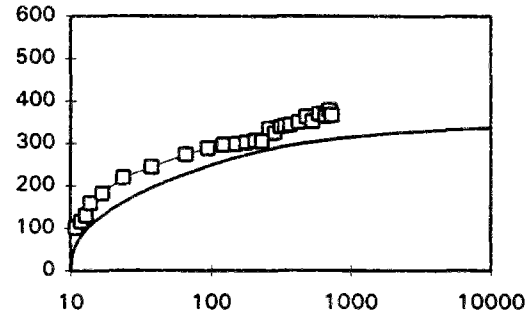
BHP [56] 21,35 MPa

rm = 3,5



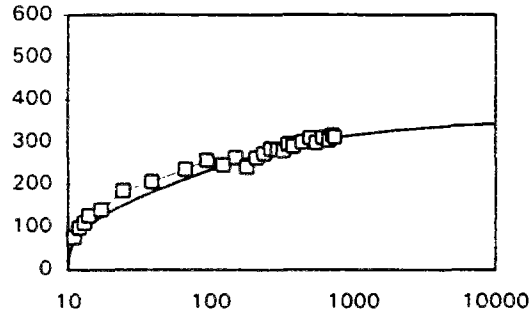
BHP [56] 21,35 MPa

rm = 3,5



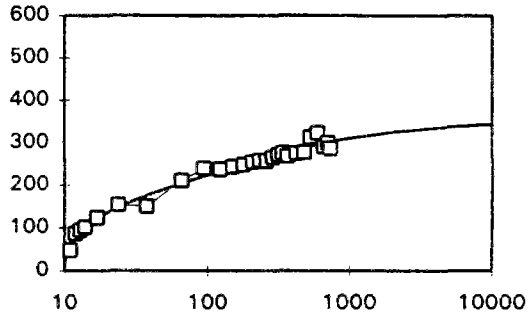
BHP [56] 21,35 MPa

rm = 7



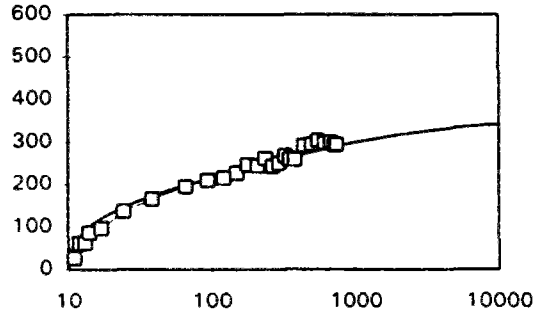
BHP [56] 21,35 MPa

rm = 10



BHP [56] 21,35 MPa

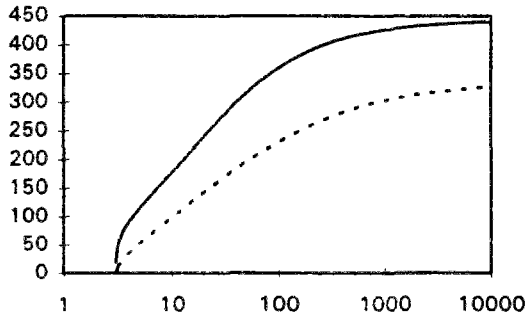
rm = 15



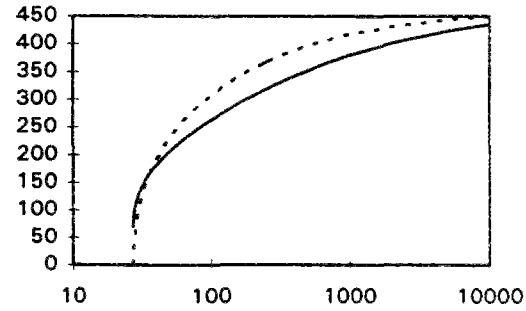
BHP [56] 21,35 MPa

Unités : abscisses [jour] ; ordonnées [1E-6]

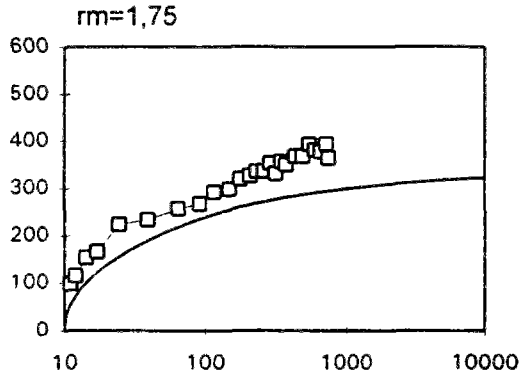
Fluage total



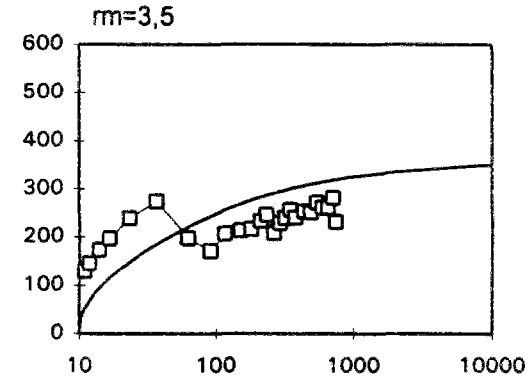
BO [23] 6 MPa



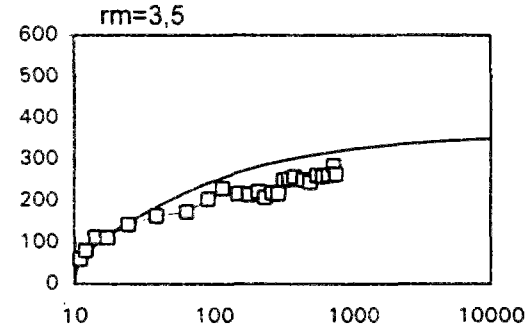
BO [23] 11 MPa



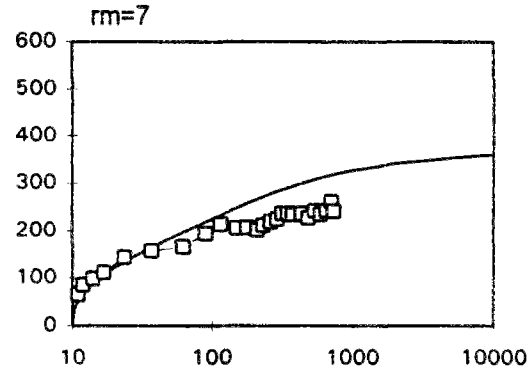
BJ2 [56] 17,4 MPa



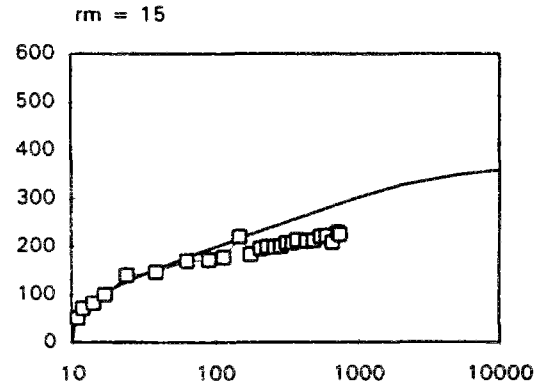
BJ2 [56] 17,4 MPa



BJ2 [56] 17,4 MPa



BJ2 [56] 17,4 MPa

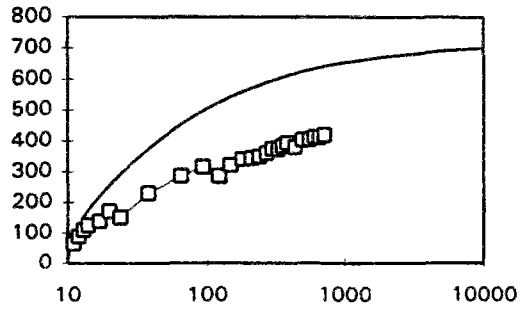


BJ2 [56] 17,4 MPa

Unités : abscisses [jour] ; ordonnées [1E-6]

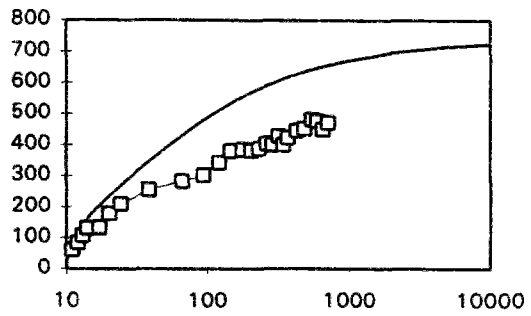
Fluage total

rm = 1,75



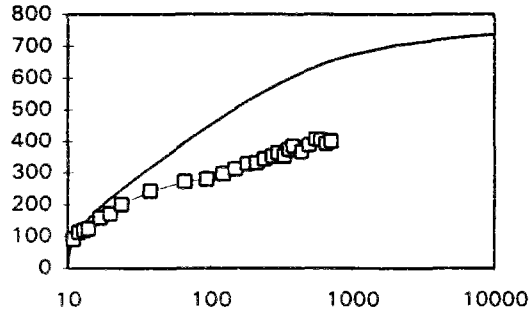
BJ1 [56] 16,1 MPa

rm = 2,5



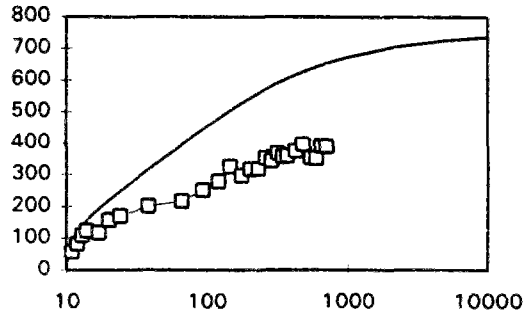
BJ1 [56] 16,1 MPa

rm = 3,5



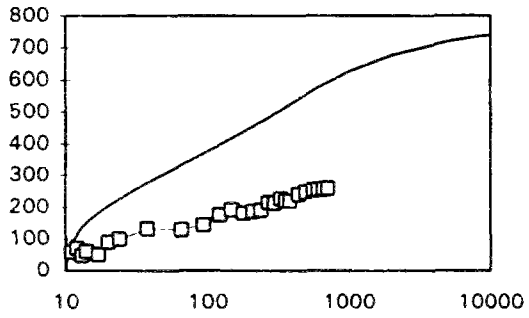
BJ1 [56] 16,1 MPa

rm = 3,5



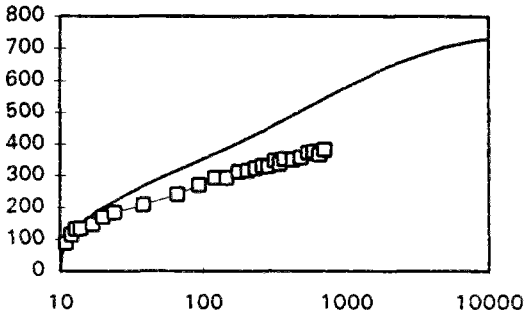
BJ1 [56] 16,1 MPa

rm = 7



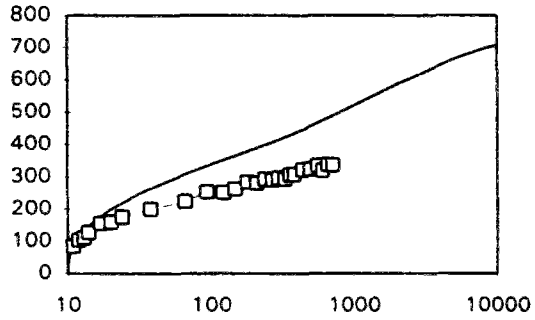
BJ1 [56] 16,1 MPa

rm = 10



BJ1 [56] 16,1 MPa

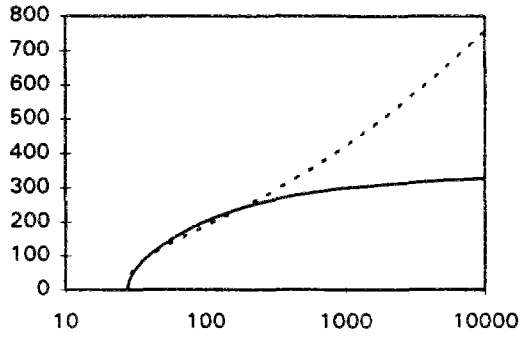
rm = 15



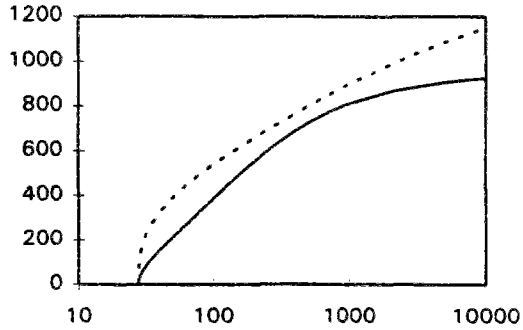
BJ1 [56] 16,1 MPa

Unités : abscisses [jour] ; ordonnées [1E-6]

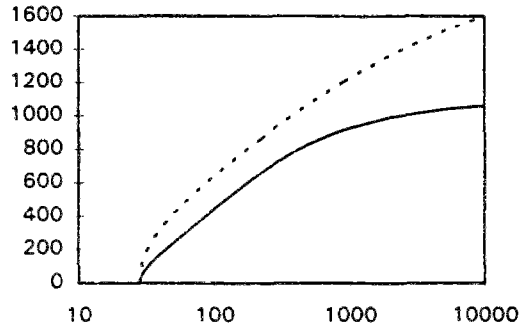
Fluage total



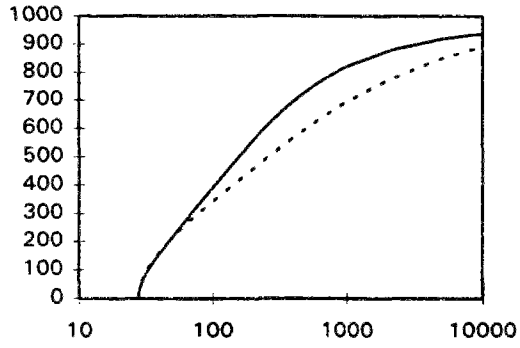
Civaux BHP [36] 10 MPa



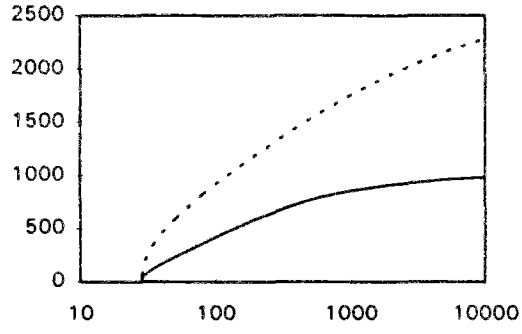
Chooz [36] 10 MPa



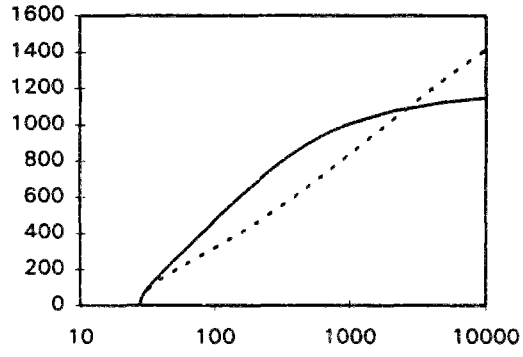
Civaux B11 [36] 10 MPa



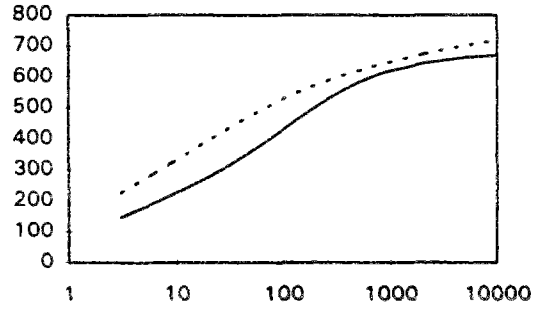
Paluel [36] 10 MPa



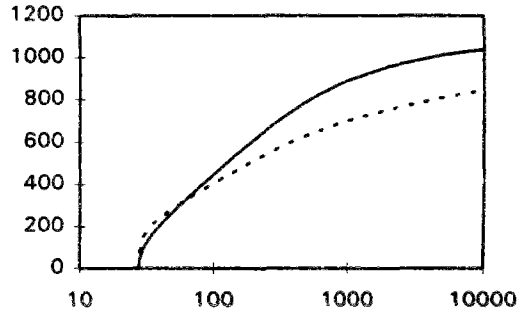
Flamanville [36] 10 MPa



Penly [36] 10 MPa



GIE [50] 16,95 MPa



GIE [50] 20 MPa

Unités : abscisses [jour] ; ordonnées [1E-6]