



**HAL**  
open science

# Mélange à quatre ondes atomique dans un réseau optique

Marie Bonneau

► **To cite this version:**

Marie Bonneau. Mélange à quatre ondes atomique dans un réseau optique. Autre [cond-mat.other]. Université Paris Sud - Paris XI, 2011. Français. NNT : 2011PA112320 . tel-00665955

**HAL Id: tel-00665955**

**<https://pastel.hal.science/tel-00665955>**

Submitted on 3 Feb 2012

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITÉ PARIS-SUD  
École Doctorale Ondes et Matière  
Laboratoire Charles Fabry de l'Institut d'Optique

THÈSE de DOCTORAT

Discipline : Physique quantique

soutenue le 16 Décembre 2011 par

Marie BONNEAU

*Sujet de la thèse :*

---

Mélange à quatre ondes atomique  
dans un réseau optique

---

Composition du jury :

*Directeur de thèse :* Christoph WESTBROOK  
*Rapporteurs :* Jean-Claude GARREAU  
Franck PEREIRA DOS SANTOS  
*Présidente du jury :* Michèle LEDUC  
*Examineur :* Fabien BRETENAKER  
*Membres invités :* Alain ASPECT  
Denis BOIRON



# Remerciements

Et voilà, ma thèse est déjà finie : 3 ans et quelques mois, une manip, des données à analyser, un manuscrit, une soutenance. Mais ce serait un peu triste si une thèse ne se résumait qu'à cela. Voici donc l'occasion pour moi de remercier tous ceux qui ont partagé cette aventure et l'ont rendue passionnante, et tous ceux qui, même s'ils n'ont jamais rien compris à ce que je faisais, ont contribué à élargir un peu le champ de ma vie au cours de ces quelques années.

Ayant été convaincue par l'enthousiasme de Chris Westbrook lorsqu'il m'a fait visiter la manip "hélium" qu'il y avait dans ces histoires de corrélations de la physique intéressante, j'ai souhaité faire ma thèse sur cette expérience, et je remercie Chris Westbrook et Alain Aspect de m'en avoir donné la possibilité. Je débarquai alors dans une équipe nombreuse, qui m'a initiée aux subtilités du fonctionnement de la manip, dont j'ai rapidement pu découvrir le caractère capricieux. Pour faire face aux multiples pannes, l'expérience et la détermination de Valentina Krachmalnicoff ont été très utiles. L'équipe comportait également un autre thésard, Jean-Christophe Jaskula, assez discret, sur le cas duquel je reviendrai, ainsi que deux post-doc, Vanessa Leung et Guthrie Partridge. Ce dernier, apportant une expérience différente et une ferme volonté de tirer quelque chose de cette manip, quitte à chambouler les habitudes transmises par des générations de thésards, est pour beaucoup dans les évolutions de la manip, en particulier la mise en place du piège dipolaire. Enfin, pour nous aider à voir au-delà des soucis techniques de l'instant présent, nous pouvions compter sur les deux permanents de l'équipe, Chris Westbrook et Denis Boiron.

Lors des descentes de Chris en salle de manip, ses multiples questions nous forçaient à prendre un peu de recul par rapport à ce que nous étions en train de faire. C'est en essayant d'y répondre et grâce à sa volonté d'expliquer la physique avec des images simples que j'ai souvent réalisé ce qui n'était pas encore clair, et finalement un peu mieux compris. L'enthousiasme de Chris pour nos quelques résultats était communicatif, et fort motivant. Mais les questions et propositions n'étaient pas circonscrites aux expériences en cours, ou envisageables de manière réaliste, et ces discussions stimulantes et passionnées nous conduisaient à replacer nos modestes travaux dans le cadre plus général de la physique, à imaginer des manips à plus long terme, bref, à rêver un peu (mais sans ce genre de rêve la recherche ne progresserait guère). J'ai donc beaucoup apprécié d'avoir Chris comme directeur de thèse, et le remercie en particulier de son investissement lors de la préparation de ma soutenance.

J'espère avoir appris, au cours de ma thèse, quelque chose de la manière de Chris de faire de la physique, mais également de celle de Denis, qui encadre avec lui l'équipe hélium, et suit quotidiennement la manip et les thésards, nous faisant bénéficier de ses connaissances expérimentales, de son regard critique sur nos problèmes et résultats, de son aide pour l'analyse des données et les calculs théoriques, et de sa bonne humeur permanente. Comme tous mes prédécesseurs, je ne peux que souligner sa patience, dont j'ai usé et abusé au cours de ma thèse. En particulier, je ne

saurais assez le remercier de sa disponibilité durant la rédaction de ce manuscrit, pour discuter et relire, alors même qu'il était bien occupé par ailleurs. Sa bienveillance en toutes circonstances m'aura en partie libérée de ma peur de dire des bêtises, et ça a été un vrai plaisir de travailler avec lui. Je garde en particulier un excellent souvenir des discussions, souvent très longues, et allant des détails expérimentaux à la compréhension de la physique mise en jeu, que nous avons avec Jean-Christophe.

C'est avec Jean-Christophe que j'ai partagé la majeure partie de ma thèse, le quotidien de l'expérience, la résolution des multiples problèmes que celle-ci nous a posés, les journées et soirées de prise de données quand - enfin! - ça marchait, les interrogations devant les résultats inattendus, l'excitation des moments où on pense avoir quelque chose d'intéressant... Autant dire que la saveur de ces années lui doit beaucoup, et que c'est aussi avec et grâce à lui que j'ai beaucoup appris pendant cette thèse. Je l'en remercie, lui souhaite beaucoup de réussite dans son post-doc outre-atlantique et pour la suite de sa carrière, et espère avoir régulièrement de ses nouvelles.

Avec la nouvelle équipe hélium (et pas "hélium I", "hélium 1", ou que sais-je...) , la manip est entre de bonnes mains, celles de Josselin Ruauvel, qui en bon supopticien est calé sur la technique et nous fait bénéficier de sa facilité à écrire des programmes informatiques, et celles de Raphael Lopes, que je remercie pour ses questions qui nous font bien réfléchir et aident à une meilleure compréhension, et dont la motivation devrait venir à bout de tous les caprices de la manip. J'ai apprécié de travailler avec eux et, bien que thésarde "senior" sur la manip, j'ai continué à progresser à leurs côtés. Je les remercie pour le chapeau à 3 pics, et espère que nous observerons prochainement ensemble de belles corrélations entre ces pics, et leur souhaite beaucoup de succès pour les expériences futures.

L'analyse de nos expériences nous a amenés à collaborer avec plusieurs théoriciens : merci à Karén Kheruntsyan, Piotr Deuar, Marek Trippenbach, Pawel Ziń, Jan Chwedeńczuk, Tomasz Wasak, et Klaus Mølmer pour l'intérêt qu'ils ont porté à nos expériences, les discussions que nous avons eues, et leurs contributions à l'interprétation de nos résultats.

Au-delà de l'équipe hélium, le groupe d'optique atomique est constitué de plusieurs expériences, et d'une équipe de théorie, ce qui fait beaucoup de thésards, post-docs et permanents avec qui échanger, se raconter les galères de nos manip respectives, parler physique... et bien autre chose encore ...

Merci donc à Jean-François, Jean-Philippe, Martin, Baptiste, Thomas P, Guillaume, Thomas B, Philippe (Krub), Simon, Thomas VDB, Andrea, Ralf, Arnaud (Biaro), Juliette, Alain, Patrick, Fred, Stephan, Kilian, Vincent (Pince), Guillaume, Rémi, Vincent (Ice), David, Antoine, Nicolas, Karen, Nathalie (Bio), Sébastien, Karim (Optopuce), Carlos, Julien, Thibaut, Bess, Isabelle (Puce), Pierre, Ben, Luca, Marie, Lam, Laurent (Théorie), Lynn et David ( ? ? ) pour les conseils, prêts et dons de matériel et de bonbons, coups de main et discussions, et merci à Alain d'avoir réuni tout ce beau monde, et de nous stimuler par sa passion de la physique et ses questions.

Le groupe a de plus la chance de pouvoir compter sur deux électroniciens, André Villing et Frédéric Moron, sans les compétences desquels nos manip ne tourneraient pas. Je remercie au passage Frédéric pour l'attention qu'il porte à chacun dans le groupe.

Parmi les thésards, merci à ceux qui m'ont accueillie dans le bureau R.03, pour la bonne ambiance qui y régnait, même si les blagues n'étaient pas toujours très subtiles. Merci aussi aux thésards de mon année, qui ont rédigé - presque - en même temps que moi : Rémi et

Antoine pour leurs conseils précieux et leur accueil dans le bureau du haut quand j'étais en panne d'inspiration, et Thomas pour ses réponses à toutes mes questions (techniques, théoriques, sur latex, sur inkscape ...), qui se sont souvent terminées en discussions tardives, et pour sa compagnie silencieuse les soirs où nous étions concentrés sur nos manuscrits/analyses de données respectifs. Beaucoup des thésards cités plus haut ont maintenant quitté le groupe, mais j'ai confiance en la nouvelle génération pour maintenir et renforcer la convivialité au sein du groupe, ce qu'ils ont déjà bien commencé à faire.

A propos de convivialité, je remercie les habitués de la pause café après le repas (y compris les buveurs de thé et ceux qui ne buvaient rien), ceux qui répondaient à l'appel de 11h35, et tous ceux qui apportaient des gâteaux lorsqu'il y avait quelque chose à célébrer pour ces moments de détente.

C'est déjà le groupe d'à côté, mais ce sont nos voisins, et puis ils font des atomes froids aussi, alors merci aux membres du groupe d'optique quantique avec lesquels j'ai pu échanger. Le Laboratoire Charles Fabry compte également d'autres groupes, plus éloignés de notre problématique, et cette diversité, dont j'ai pu avoir un aperçu lors des séminaires des doctorants, contribue, avec la qualité des services techniques et administratifs de l'Institut d'Optique, à en faire un excellent environnement de travail.

À côté des mes activités de recherche, j'ai eu la chance de faire un peu d'enseignement. Cette expérience a été très instructive, en partie grâce à l'interaction avec les autres enseignants : Raymond Mercier, Nathalie Westbrook et Gaétan Messin, et en me conduisant à me poser des questions "de base" pas si triviales que ça. Du côté des TP, je remercie Lionel Jacubowicz, Thierry Avignon et Cédric Lejeune de leur aide précieuse.

Malgré le plaisir des soirées passées au chevet de la manip, ou à parler physique, il n'est pas inutile d'avoir d'autres centres d'intérêt auxquels se raccrocher dans les moments de doutes et de pannes successives de l'expérience.

C'est pourquoi je remercie les sgdf de Palaiseau-Villebon de m'avoir régulièrement conduite à décrocher pleinement de la thèse au cours des 2 dernières années de celle-ci. Cet engagement m'a également amenée à découvrir Palaiseau, au-delà du supermarché et de la médiathèque. Je dois avouer que, aussi insupportables soient-ils parfois, les bleus me manquent un peu. Mais surtout, merci à JC, Fabien et Pierre-Yves pour les galères et bons moments traversés ensemble. Je leur dédie l'ensemble des : de ce manuscrit.

Parmi les occasions de ressourcement, il me faut aussi citer les jeudis soirs à Orsay, auxquels je n'ai pas toujours été très fidèle, bien qu'aucune fois je n'aie regretté d'y être allée.

Au cours de ces années, j'ai consacré trop peu de temps à mes amis - du LFA, du Chesnay et d'ailleurs - que je remercie de leur fidélité. C'est une vraie joie d'avoir pu rester en contact, et de se retrouver parfois, même peu souvent, pour redécouvrir qu'après toutes ces années pendant lesquelles nos chemins se sont diversifiés, nous avons toujours au moins autant à partager. Leurs points de vue extérieurs m'ont bien aidée à prendre du recul par rapport à ma condition de thésarde.

J'ai bénéficié pendant ma thèse du soutien de mes parents, ainsi que de leur patience et de petites boîtes à la fin de la rédaction. Merci à eux, à mon frère, et à l'ensemble de ma famille. Merci en particulier à Cédric pour sa disponibilité pour discuter de "questions existentielles" souvent futiles, et à Emmanuelle, sur qui je peux toujours compter pour soulever les vraies

questions. Le buffet à l'issue de ma soutenance était l'œuvre de ma mère et de Jacques, qu'ils soient remerciés de m'avoir déchargée de cette tâche.

Merci à ceux qui sont venus assister à ma soutenance, ou ont pensé à moi à ce moment critique. J'ai été touchée par la présence de Mme Debost : je ne me serais peut-être pas retrouvée là si je ne l'avais pas eue comme prof au lycée.

Enfin, je remercie Jean-Claude Garreau et Franck Pereira Dos Santos, qui ont accepté de rapporter ce manuscrit, pour leur lecture attentive, ainsi que Michèle Leduc et Fabien Bretenaker d'avoir bien voulu faire partie de mon jury et de s'être intéressé à mes travaux.

Et, pour finir, il ne me reste qu'à vous souhaiter une bonne lecture.

# Table des matières

<b>Introduction</b>	<b>1</b>
<b>1 Corrélations et paires de particules jumelles</b>	<b>5</b>
1.1 Cohérence et corrélations	6
1.1.1 Fonctions de corrélation	6
1.1.2 Corrélations du premier ordre : cohérence de phase	7
1.1.3 Corrélations du deuxième ordre : fluctuations de densité	9
1.1.4 L'effet Hanbury Brown et Twiss	9
1.1.5 Corrélations d'ordre supérieur	14
1.1.6 Fluctuations du nombre d'atomes	14
1.2 Photons jumeaux	15
1.2.1 Conversion paramétrique	15
1.2.2 Mise en évidence des corrélations	17
1.2.3 Tests fondamentaux de la mécanique quantique	19
1.2.4 Interférométrie sous la limite quantique standard	22
1.2.5 Conclusion	26
1.3 Atomes jumeaux générés par collision	26
1.3.1 Description théorique du mélange à 4 ondes atomique	26
1.3.2 Réalisation expérimentale	29
1.3.3 Corrélations	29
1.3.4 Réduction des fluctuations	33
1.3.5 Bilan, perspectives et limites de cette géométrie	33
1.4 Autres expériences de création de paires atomiques	35
1.4.1 Faisceaux jumeaux	35
1.4.2 Paires intriquées en spin	38
1.4.3 Spin squeezing	40
1.4.4 Choix d'une nouvelle méthode de création de paires	41
1.5 Conclusion	42

<b>2</b>	<b>Condensation dans un piège optique allongé</b>	<b>43</b>
2.1	Description du piège . . . . .	43
2.1.1	Potentiel dipolaire . . . . .	43
2.1.2	Géométrie de notre piège dipolaire . . . . .	45
2.1.3	Chargement du piège et évaporation . . . . .	47
2.1.4	Fluctuation du temps d'arrivée du condensat . . . . .	49
2.1.5	Recompression . . . . .	50
2.1.6	Dépendance en puissance de la fréquence de piégeage longitudinale . . . . .	53
2.2	Caractéristiques du condensat obtenu . . . . .	54
2.2.1	Mesure du nombre d'atomes dans le condensat . . . . .	54
2.2.2	Forme du condensat . . . . .	56
2.2.3	Fluctuations de phase . . . . .	62
2.3	Propriétés de cohérence de notre quasi-condensat . . . . .	66
2.3.1	Fonction de corrélation . . . . .	66
2.3.2	Rôle des fluctuations du temps d'arrivée . . . . .	68
2.3.3	Interprétation de la figure de corrélation . . . . .	69
2.3.4	Conclusion sur les corrélations . . . . .	72
2.4	Conclusion et perspectives . . . . .	73
<b>3</b>	<b>Réseau optique</b>	<b>75</b>
3.1	Éléments théoriques sur les réseaux . . . . .	76
3.1.1	L'approche de la physique du solide . . . . .	76
3.1.2	Branchement et extinction du réseau optique . . . . .	79
3.1.3	Analogie avec un réseau de diffraction en optique . . . . .	82
3.2	Mise en place et caractérisation du réseau optique . . . . .	85
3.2.1	Principe . . . . .	85
3.2.2	Configuration adoptée . . . . .	86
3.2.3	Montage optique et électronique . . . . .	87
3.2.4	Calibration de la profondeur . . . . .	90
3.2.5	Adiabaticité de l'allumage et de l'extinction du réseau . . . . .	92
3.2.6	Chauffage dans le réseau . . . . .	96
3.3	2nde version du réseau optique : 2 faisceaux indépendants . . . . .	100
3.3.1	Mise en Place . . . . .	101
3.3.2	Calibration . . . . .	101
3.4	Conclusion . . . . .	102

<b>4</b>	<b>Création de paires corrélées dans le réseau optique</b>	<b>103</b>
4.1	Description théorique . . . . .	104
4.1.1	Mélange à quatre ondes atomique dégénéré . . . . .	105
4.1.2	Conditions d'accord de phase dans un potentiel périodique . . . . .	105
4.1.3	Dynamique de la formation des paires . . . . .	107
4.2	Génération de paires à partir d'un condensat en mouvement . . . . .	109
4.2.1	Description de l'expérience . . . . .	109
4.2.2	Caractérisation du processus . . . . .	112
4.2.3	Conclusion . . . . .	113
4.3	Génération de paires dans un réseau en mouvement . . . . .	114
4.3.1	Réalisation expérimentale . . . . .	114
4.3.2	Dépendance en $k_0$ . . . . .	116
4.3.3	Modes peuplés, comparaison avec le cas sans confinement . . . . .	119
4.3.4	Efficacité de création des paires . . . . .	122
4.3.5	Conclusion . . . . .	127
4.4	Propriétés statistiques des paires d'atomes . . . . .	128
4.4.1	Corrélations . . . . .	128
4.4.2	Réduction des fluctuations de la différence de nombre d'atomes . . . . .	132
4.4.3	Bilan . . . . .	135
4.5	Conclusion et perspectives . . . . .	135
	<b>Conclusion</b>	<b>139</b>
<b>A</b>	<b>Détection, reconstruction et calcul des corrélations des atomes</b>	<b>141</b>
A.1	Principe de la détection . . . . .	141
A.1.1	Galettes à micro-canaux (MCP) . . . . .	142
A.1.2	Lignes à retard . . . . .	143
A.1.3	Traitement électronique des signaux . . . . .	143
A.2	Reconstruction des coordonnées des atomes . . . . .	144
A.2.1	Résolution de la détection . . . . .	144
A.3	Saturation de la détection . . . . .	145
A.4	Conversion en vitesse . . . . .	146
A.5	Calcul de la fonction de corrélation . . . . .	146

<b>B Influence de la détectivité et des fluctuations de phase</b>	<b>149</b>
B.1 sur les fonctions de corrélation . . . . .	149
B.1.1 Cas idéal . . . . .	149
B.1.2 Cas du quasi-condensat . . . . .	151
B.1.3 Rôle de l'efficacité de détection . . . . .	153
B.1.4 Conclusion . . . . .	153
B.2 sur les fluctuations de population relative . . . . .	153
<b>C Articles</b>	<b>155</b>
<b>Bibliographie</b>	<b>169</b>

# Introduction

Bien que les débuts de la mécanique quantique soient liés à la découverte de la quantification du rayonnement électromagnétique [Planck 00, Einstein 05], il a fallu attendre plusieurs décennies avant que les aspects quantiques de la lumière ne soient exploités dans des expériences d'optique. En effet, il n'existait pas alors de source d'états non-classiques. Pour fabriquer ces états, il est nécessaire d'introduire des corrélations entre les photons - les quanta du champ électromagnétique. De telles corrélations sont par exemple générées lors de processus non-linéaires à partir d'un état cohérent issu d'un laser. Ce dernier, combiné à des détecteurs permettant la mesure des corrélations et des fluctuations du nombre de photons, a donné naissance à l'optique quantique, et ouvert la porte à diverses applications. Certains états non-classiques présentent un intérêt pratique en interférométrie, puisqu'ils améliorent la sensibilité de la mesure de la phase [Caves 81]. Les corrélations entre photons sont par ailleurs l'élément de base des protocoles de calcul et de cryptographie quantique [Nielsen 00].

L'optique atomique doit quant à elle son développement aux techniques de refroidissement d'atomes [Metcalf 03]. Du fait de la dualité onde-corpuscule, les atomes peuvent en effet être décrits comme des ondes de matière, mais ce caractère ondulatoire ne se fait sentir qu'à faible température. Les premières expériences impliquant des ondes de matière étaient inspirées de l'optique ondulatoire, comme l'interférométrie ou la diffraction par un potentiel périodique [Martin 88]. Mais, comme l'optique photonique avant elle, l'optique atomique entre dans le régime quantique à proprement parler quand on s'intéresse à des états où les atomes sont fortement corrélés. Là encore, des processus non-linéaires permettent de générer ces corrélations à partir d'un état cohérent, à savoir un condensat de Bose-Einstein. Cela est d'autant plus facile à réaliser que, contrairement aux photons, les atomes interagissent entre eux, ce qui fournit les non-linéarités recherchées.

Par exemple, lors d'un mélange à quatre ondes atomique, deux atomes issus de deux ondes de matière de pompe sont convertis en une paire d'atomes diffusés dans deux autres modes. Les deux atomes générés en même temps sont dits jumeaux, et sont fortement corrélés. Cette source de paires atomique est intéressante à plusieurs titres. D'un point de vue fondamental, cet état atomique non-classique permettrait d'observer certains effets prédits par la mécanique quantique, et mis en évidence avec des photons jumeaux [Hong 87, Rarity 90]. Ce type d'expérience sera réalisé de préférence dans un régime où une unique paire d'atomes est émise à la fois. D'autre part, dans le régime où une paire de modes est peuplée macroscopiquement, la population relative de ces deux modes sera exactement nulle, sans aucune fluctuation. L'état obtenu pourrait ainsi être utilisé pour améliorer la sensibilité des interféromètres atomiques [Bouyer 97].

La création d'atomes jumeaux par mélange à quatre ondes spontanée a été mise en œuvre et étudiée dans le groupe d'optique atomique de l'Institut d'Optique, sur l'expérience hélium

métastable. Ce montage expérimental, sur lequel j'ai effectué ma thèse, permet de produire un condensat d'hélium [Robert 01], et dispose d'un détecteur de particules uniques résolu à trois dimensions, qui rend possible la mesure de corrélations entre atomes. Dans un premier temps, le mélange à quatre ondes était réalisé lors de la collision de deux condensats, qui faisaient office de pompe. Si il a lieu en l'absence de tout potentiel, le processus est isotrope et les atomes jumeaux sont diffusés sur un halo sphérique. Ce halo est formé d'un continuum de modes corrélés deux à deux, qui sur notre expérience sont très faiblement peuplés.

Lors de mon arrivée sur l'expérience, l'équipe avait déjà démontré que les atomes formant le halo de collision étaient corrélés [Perrin 07a]. Cependant, d'autres questions restaient ouvertes, comme la forme exacte de ce halo, que l'on supposait devoir traduire les propriétés initiales des condensats utilisés, et l'existence d'une réduction de la fluctuations de la différence de population pour des points diamétralement opposés du halo, conséquence du caractère non-classique de l'état produit. C'est pourquoi notre premier objectif a été d'approfondir l'étude du mélange à quatre ondes par collision. Nous avons ainsi mis en évidence une anisotropie du rayon du halo, due aux interactions entre atomes pendant et après le mélange à quatre ondes [Krachmalnicoff 10]. Le montage expérimental utilisé alors étant trop instable pour détecter une réduction des fluctuations de population relative, nous avons répété l'expérience à partir d'un condensat préparé dans un piège optique, que nous venions d'installer [Partridge 10]. Dans cette nouvelle configuration, nous avons réussi à mesurer une réduction de fluctuations [Jaskula 10a]. Nous avons montré par ces expériences que les atomes diffusés par mélange à quatre ondes présentent bien les propriétés attendues théoriquement : corrélations et compression des fluctuations d'intensité relative. Ces premières études sont décrites dans les manuscrits de thèse d'Aurélien Perrin, Valentina Krachmalnicoff et Jean-Christophe Jaskula.

Forts de cette démonstration de principe, nous avons voulu réaliser le mélange à quatre ondes dans une configuration qui pouvait être directement utile pour des expériences d'optique atomique quantique à partir de nos paires d'atomes. Nous avons pour cela choisi d'utiliser un réseau optique pour former les paires d'atomes. En effet, lorsqu'un condensat est dans un potentiel périodique, comme un réseau optique, et a une certaine vitesse par rapport à ce réseau, du mélange à quatre ondes se produit spontanément [Hilligsøe 05]. Il s'agit en fait d'un cas particulier d'instabilité dynamique. Ces instabilités, causées par les interactions entre atomes, ont été étudiées en raison de la dégradation de la cohérence et de la superfluidité du condensat, et des pertes d'atomes qu'elles entraînent [Cataliotti 03]. Ce qui a été considéré pour beaucoup d'expériences comme une nuisance est en fait une source intéressante de paires car, à la différence des collisions dans l'espace libre, le réseau permet de privilégier la formation d'atomes jumeaux dans une certaine paire de modes, sur laquelle on a un contrôle grâce aux paramètres du réseau. On peut de plus choisir la population de ces modes, en changeant la durée d'application du réseau. Cette flexibilité du mélange à quatre ondes dans un réseau optique facilitera l'utilisation dans des expériences d'optique atomique quantique des paires d'atomes jumeaux obtenues.

Pour réaliser cette expérience, un réseau optique a été monté sur notre dispositif expérimental à l'été 2010, puis caractérisé. Nous avons ensuite étudié le mélange à quatre ondes survenant dans le réseau en mouvement par rapport aux atomes, et constaté que les atomes sont bien diffusés préférentiellement vers deux modes, en accord avec le modèle théorique [Hilligsøe 05] et une première observation expérimentale [Campbell 06]. Nous nous sommes alors intéressés à l'accordabilité et à la dynamique de la population de ces modes, et avons ainsi vérifié que les atomes produits dans ces modes seront facilement utilisables en optique atomique quantique.

Enfin, nous avons démontré la réduction de la fluctuation de population relative des deux modes peuplés par mélange à quatre ondes, prouvant par là que le processus étudié crée bien des atomes jumeaux. La mise en place du réseau, l'étude du mélange à quatre ondes dans ce potentiel et la caractérisation des états générés constituent le cœur de ce manuscrit.

## Plan du manuscrit

Dans le premier chapitre, nous verrons comment la présence de corrélations entre particules témoigne du caractère non-classique de leur état. Nous nous intéresserons plus particulièrement aux paires de photons jumeaux, qui ont déjà connu de multiples succès en optique quantique. Nous introduirons alors le processus par lequel nous produisons les paires d'atomes, le mélange à quatre ondes, et rapporterons l'une des expériences où ce mélange à quatre ondes était produit par collision de deux condensats. Nous dresserons également un état de l'art des méthodes de création de paires d'atomes jumeaux, et présenterons notamment celle reposant sur l'utilisation d'un réseau optique.

Afin de mieux comprendre les résultats du mélange à quatre ondes, nous chercherons d'abord à bien connaître les paramètres de notre source de départ, un gaz dégénéré d'hélium métastable dans un potentiel optique. Nous en décrirons dans le chapitre 2 les propriétés géométriques, mais également les propriétés de cohérence : du fait de la très forte anisotropie du piège, les atomes sont dans un état de quasi-condensat, dont la phase fluctue longitudinalement, à la différence d'un condensat qui est cohérent sur toute sa longueur.

La mise en place et la caractérisation du réseau optique servant pour le mélange à quatre ondes seront décrites au chapitre 3. Nous justifierons les choix techniques effectués et étudierons l'effet du réseau sur les atomes.

Il ne nous restera donc plus qu'à relater l'expérience de mélange à quatre ondes en présence du réseau, ce qui sera l'objet du chapitre 4. Les conditions d'accord de phase de ce processus et son efficacité seront étudiées, ainsi que les caractéristiques spatiales des faisceaux d'atomes jumeaux, dont nous vérifierons qu'elles autorisent l'utilisation de nos paires sur des expériences d'optique atomique quantique. Enfin, nous aborderons les propriétés de corrélation de ces paires, dont la compression des fluctuations de population relative des deux faisceaux.



# Chapitre 1

## Corrélations et paires de particules jumelles

Au cours des dernières décennies, l'optique quantique a permis de mettre en évidence certains aspects fascinants de la mécanique quantique, tels que le groupement de photons (effet Hanbury Brown et Twiss [Hanbury Brown 56b]), le dégroupement de photons uniques en sortie d'une séparatrice (effet Hong-Ou-Mandel [Hong 87]) ou encore la non-localité de l'intrication (violation des inégalités de Bell avec des états de type EPR [Aspect 82]). Par ailleurs, des états non-classiques du champ électromagnétique trouvent maintenant des applications dans le domaine des mesures de précision par interférométrie et de l'information quantique. Pour ces mêmes applications, il serait profitable de réaliser des expériences similaires, non plus avec des ondes électromagnétiques, mais avec des ondes de matière. De plus, sur un plan plus fondamental, l'observation de l'équivalent matériel des effets d'optique quantique cités plus haut est également un enjeu digne d'intérêt. L'optique atomique, qui s'est rapidement développée depuis la réalisation en 1995 du premier condensat de Bose-Einstein, équivalent atomique du laser, permet de répondre à ces défis multiples. En particulier, la possibilité de détecter des atomes uniques, dont nous disposons sur notre montage expérimental, ouvre la voie de l'optique atomique quantique.

Les expériences d'optique atomique quantique, comme les expériences d'optique quantique avant elles, font intervenir des états cohérents, comme un laser ou un condensat, mais également pour certaines des états non-classiques. Nous allons dans ce chapitre introduire les outils permettant de caractériser la cohérence des états, ainsi que les corrélations entre particules, dont nous verrons qu'elles révèlent le caractère non-classique de certains états (§1.1). Nous décrirons alors quelques expériences pionnières de l'optique quantique, pour la plupart réalisées à partir de paires de photons jumeaux (§1.2). Nous présenterons ensuite une expérience réalisée sur notre montage expérimental, au cours de laquelle des paires d'atomes jumeaux sont produites et caractérisées (§1.3). Comme nous le verrons, cette méthode de création de paires présente certains points forts par rapport aux applications envisagées, mais également des inconvénients. Au §1.4, nous passerons en revue les autres sources de paires atomiques existantes, et nous nous en inspirerons pour justifier la nouvelle configuration adoptée sur notre montage expérimental, qui sera décrite dans les chapitres suivants.

## 1.1 Cohérence et corrélations

Nous allons dans cette section introduire les notions de cohérence et de corrélation, qui nous seront utiles dans la suite du chapitre et le reste du manuscrit pour caractériser les états dans lesquels se trouvent les atomes. La notion de cohérence a d'abord été développée dans le cadre de l'optique ondulatoire, et désignait ce qui sera ici appelé "cohérence du premier ordre" ou "cohérence de phase". La mise en évidence du groupement de photons dans l'effet Hanbury Brown et Twiss [Hanbury Brown 56b], dont il sera question plus loin (§1.1.4) et l'invention du laser ont rendu nécessaire une description plus complète de la cohérence, prenant en compte les corrélations d'ordre supérieur à un, et compatible avec une approche quantique de l'optique, ie incluant la notion de photon. C'est pour répondre à ce besoin que R.Glauber a défini les fonctions de corrélation [Glauber 63], présentées dans le paragraphe suivant. Ces fonctions ont été développées dans le cadre de l'optique quantique, mais s'appliquent également à l'optique atomique. C'est pourquoi nous traiterons ici le cas général d'un champ quantique, et nous nous appuyerons sur des exemples concernant soit des champs électromagnétiques, soit des ondes de matière.

### 1.1.1 Fonctions de corrélation

Soit un champ quantique  $\hat{\Psi}(\vec{r}) = \sum_i \phi_i(\vec{r}) \hat{a}_i$ , où  $\hat{a}_i$  est l'opérateur d'annihilation d'une particule de fonction d'onde  $\phi_i(\vec{r})$ ,  $\vec{r}$  désignant l'ensemble des coordonnées considérées (selon la situation, on calculera les corrélations en position, en temps, en impulsion ou encore en fréquence), et où  $\{\phi_i(\vec{r})\}$  est une base orthonormée. La fonction de corrélation d'ordre  $n$  de  $\hat{\Psi}(\vec{r})$  est définie comme

$$\begin{aligned} G^{(n)}(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_n, \vec{r}_{n+1}, \dots, \vec{r}_{2n}) &= \langle \hat{\Psi}^\dagger(\vec{r}_1) \dots \hat{\Psi}^\dagger(\vec{r}_n) \hat{\Psi}(\vec{r}_{n+1}) \dots \hat{\Psi}(\vec{r}_{2n}) \rangle \\ &= Tr[\hat{\rho} \hat{\Psi}^\dagger(\vec{r}_1) \dots \hat{\Psi}^\dagger(\vec{r}_n) \hat{\Psi}(\vec{r}_{n+1}) \dots \hat{\Psi}(\vec{r}_{2n})] \end{aligned} \quad (1.1)$$

Remarquons que, si l'on prend,  $\forall i, \vec{r}_{n+i} = \vec{r}_i$ , la fonction de corrélation, notée alors  $G^{(n)}(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_n)$ , ne dépend que de la population des différents modes. On peut l'exprimer en fonction du nombre de particules - ie de l'intensité -  $\hat{N}(\vec{r}) = |\hat{\Psi}(\vec{r})|^2$  du champ. (La notation " $: \dots :$ " désigne l'ordre normal, pour lequel les opérateurs de création sont placés à gauche de ceux d'annihilation.)

$$G^{(n)}(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_n) = \langle : \hat{N}(\vec{r}_1) \dots \hat{N}(\vec{r}_n) : \rangle \quad (1.2)$$

En particulier, la fonction de corrélation du premier ordre  $G^{(1)}(\vec{r})$  n'est autre que l'intensité moyenne du champ en  $\vec{r}$ ,  $\mathcal{N}(\vec{r}) = \langle \hat{N}(\vec{r}) \rangle$ . Elle est utilisée pour définir la fonction de corrélation normalisée  $g^{(n)}$ .

$$g^{(n)}(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_n, \vec{r}_{n+1}, \dots, \vec{r}_{2n}) = \frac{G^{(n)}(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_n, \vec{r}_{n+1}, \dots, \vec{r}_{2n})}{\sqrt{G^{(1)}(\vec{r}_1) \dots G^{(1)}(\vec{r}_n) G^{(1)}(\vec{r}_{n+1}) \dots G^{(1)}(\vec{r}_{2n})}} \quad (1.3)$$

Si au contraire on considère  $\vec{r}_{n+i} \neq \vec{r}_i$ , la fonction de corrélation fera intervenir la relation de phase entre différents points du champ  $\hat{\Psi}$ . Par exemple,  $g^{(1)}(\vec{r}_1, \vec{r}_2)$  exprime la cohérence de phase.

### 1.1.2 Corrélations du premier ordre : cohérence de phase

Pour illustrer cette notion, plaçons-nous dans le cadre de l'optique ondulatoire - cadre dans lequel elle a été développée en premier -, et considérons la figure d'interférence formée par deux champs électromagnétiques identiques se propageant selon  $x$  :  $E(x, t) = A(x)e^{i(kx - \omega t)}$  dont on fait varier les chemins optiques  $x_1$  et  $x_2$ , et donc le déphasage moyen  $k(x_1 - x_2)$ , comme c'est le cas dans l'expérience des fentes d'Young. L'intensité totale est

$$\begin{aligned} I(x_1, x_2) &= I(x_1) + I(x_2) + 2 \langle A(x_1) A(x_2) \rangle \cos[k(x_1 - x_2)] \\ &= I(x_1) + I(x_2) + 2 \sqrt{I(x_1) I(x_2)} |g^{(1)}(x_1, t, x_2, t)| \cos[k(x_1 - x_2)] \end{aligned} \quad (1.4)$$

où  $I(x_i)$  est l'intensité obtenue pour la seule onde de chemin optique  $x_i$ . Le contraste des interférences est proportionnel à la fonction de corrélation du premier ordre  $|g^{(1)}|$ , dont l'expression dans le cadre plus général de la mécanique quantique est la suivante :

$$g^{(1)}(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = \frac{\langle \hat{\Psi}^\dagger(\vec{r}_1) \hat{\Psi}(\vec{r}_2) \rangle}{\sqrt{\mathcal{N}(\vec{r}_1) \mathcal{N}(\vec{r}_2)}} \quad (1.5)$$

D'après (1.4), le contraste des interférences est maximal si  $|g^{(1)}(\vec{r}_1, \vec{r}_2)| = 1$ ,  $\forall r_1, r_2$ , c'est-à-dire si le champ  $E(x, t)$  ne présente aucune fluctuation de phase ni de fréquence.

#### États cohérents

Cette condition est vérifiée pour les états cohérents  $|\alpha\rangle$ , qui sont les états propres de  $\hat{a}_i$  et s'expriment en fonction des états de Fock  $|p\rangle$ , où  $p$  est le nombre d'atomes dans le mode  $\phi_i$  :

$$|\alpha\rangle = e^{-\frac{1}{2}|\alpha|^2} \sum_{p=0}^{\infty} \frac{\alpha^p}{p!} |p\rangle \quad (1.6)$$

En optique quantique, cet état décrit un mode laser idéal (ie de largeur spectrale infiniment fine) d'intensité  $I = |\alpha|^2$ . Dans le cadre de l'optique atomique, un système équivalent est un condensat de Bose-Einstein (dans l'approximation du champ moyen où tous les atomes sont supposés dans le même état) dont le nombre d'atomes moyen est  $\langle \hat{N} \rangle = |\alpha|^2$ . Des interférences ont effectivement été observées à partir de condensats [Hagley 99, Bloch 00], comme l'illustre la figure 1.1.a .

#### États incohérents : longueur de cohérence de la phase

Pour une source incohérente, les fluctuations de phase du champ  $\hat{\Psi}$  sont telles que le contraste des interférences (1.4) est supprimé :  $g^{(1)}(x_1, x_2) = 0$ . C'est ce que l'on constate sur la figure 1.1.c, obtenue à partir d'un nuage thermique. Cependant, d'après la définition (1.5), quelle que soit la nature de la source considérée,  $g^{(1)}(x, x) = 1$ . Lorsque l'état considéré n'est pas parfaitement cohérent,  $g^{(1)}(x, x + \Delta x)$  décroît de 1 à 0 sur une distance typique  $\Delta x = L_\phi$ , qui correspond à la distance sur laquelle la phase du champ est homogène, et est appelée longueur de cohérence.

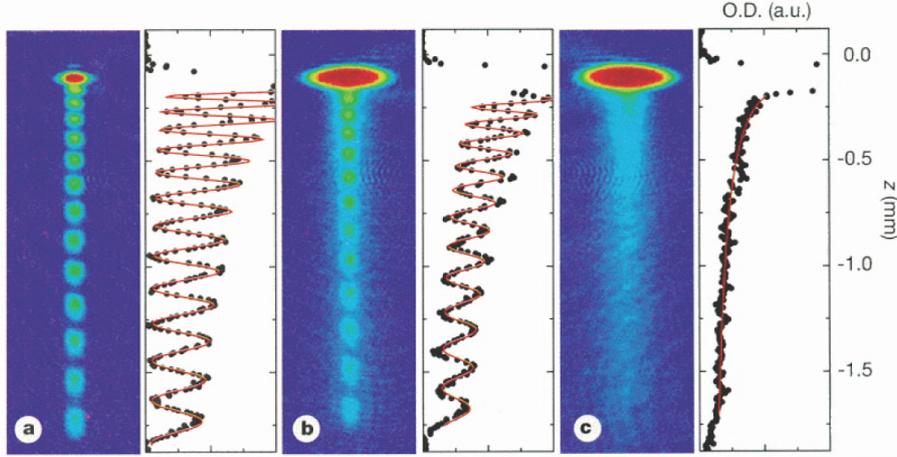


FIGURE 1.1 *Interférences entre 2 lasers à atomes extraits à des hauteurs différentes d'un piège magnétique. (a) Si l'expérience est réalisée avec un condensat pur, le contraste est parfait. (b) Pour une température supérieure, seule une partie des atomes est condensée, et le contraste est plus faible. (c) Les franges d'interférence ne sont plus visibles avec un nuage thermique. Image extraite de [Bloch 00]*

Pour un système homogène,  $g^{(1)}(\vec{r}_1, \vec{r}_2)$  ne dépend que de  $\vec{r} = (\vec{r}_2 - \vec{r}_1)/2$ . On utilise alors la fonction  $\tilde{G}^{(1)}(\vec{r})$ , intégrée sur le point moyen  $\vec{R} = (\vec{r}_1 + \vec{r}_2)/2$  :

$$\tilde{G}^{(1)}(\vec{r}) = \int_{\Omega} d\vec{R} G^{(1)}(\vec{R} - \frac{1}{2}\vec{r}, \vec{R} + \frac{1}{2}\vec{r}) \quad (1.7)$$

Dans ce cas, d'après le théorème de Zernike-Van Cittert [Born 59], la fonction de corrélation en position  $\tilde{G}^{(1)}(x)$  est la transformée de Fourier de la distribution en impulsion  $\mathcal{N}(p)$ . La longueur de cohérence sera donc donnée par l'inverse de la largeur de cette distribution, soit, pour un nuage thermique de température  $T$ , par la longueur d'onde de de Broglie  $\lambda_{dB} = \hbar/\sqrt{mk_B T}$ . Cette propriété offre une méthode alternative à l'interférométrie pour mesurer  $\tilde{G}^{(1)}(x)$ , à savoir la mesure de  $\mathcal{N}(p)$  par spectroscopie de Bragg [Stenger 99]. De façon similaire,  $\tilde{G}^{(1)}(p) = \mathcal{F}(\mathcal{N}(x))$  : la longueur de cohérence en impulsion sera donnée par l'inverse de la taille de la source. Le théorème de Wiener-Khintchine relie quant à lui la fonction de corrélation en temps à la densité spectrale :  $\tilde{G}^{(1)}(t) = \mathcal{F}(\mathcal{N}(\omega))$ , le temps de cohérence est d'autant plus long que la source est fine spectralement.

Ainsi, la cohérence de phase d'un champ traduit sa capacité à interférer avec lui-même ou avec un autre champ cohérent, ce qui implique que la phase du champ ne fluctue pas sur l'échelle considérée. Cette caractéristique du champ est mesurée par la fonction de corrélation du premier ordre  $G^{(1)}$ . Par contre, celle-ci ne reflète pas les effets à plusieurs particules, dûs à la statistique des particules utilisées, ou à leurs interactions. Pour y avoir accès, nous utiliserons des fonctions de corrélations d'ordre supérieur.

### 1.1.3 Corrélations du deuxième ordre : fluctuations de densité

Nous nous intéressons maintenant aux corrélations d'ordre 2, qui nous permettront de mettre en évidence des effets à 2 particules, comme par exemple l'effet Hanbury Brown et Twiss (HBT) [Hanbury Brown 56b], sur lequel nous reviendrons au §1.1.4.

Comme dans l'expression (1.2), nous nous concentrons ici sur les populations, ce qui comporte deux avantages : d'une part il est plus aisé expérimentalement de mesurer une densité qu'une phase, et d'autre part une distribution de densité est bien moins fragile qu'une relation de phase (ce qui a motivé HBT à réaliser leur expérience [Hanbury Brown 56a]).

Nous considérons donc la fonction de corrélation du second ordre en position,  $G^{(2)}(\vec{r}_1, \vec{r}_2)$ , qui correspond à la probabilité de détection conjointe d'une particule en  $\vec{r}_1$  et d'une autre en  $\vec{r}_2$ .

$$G^{(2)}(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = \langle : \hat{N}(\vec{r}_1) \hat{N}(\vec{r}_2) : \rangle \quad (1.8)$$

Cette probabilité dépend naturellement de la distribution en densité considérée :  $G^{(2)}(\vec{r}_1, \vec{r}_2)$  sera importante si les densités  $\mathcal{N}(\vec{r}_1)$  et  $\mathcal{N}(\vec{r}_2)$  le sont, sans qu'il y ait la moindre corrélation entre  $\vec{r}_1$  et  $\vec{r}_2$ . Pour s'affranchir de cela, et ne garder que la contribution des corrélations à  $G^{(2)}$ , on utilisera la fonction de corrélation normalisée

$$g^{(2)}(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = \frac{\langle : \hat{N}(\vec{r}_1) \hat{N}(\vec{r}_2) : \rangle}{\mathcal{N}(\vec{r}_1) \mathcal{N}(\vec{r}_2)} \quad (1.9)$$

Expérimentalement, cette fonction est généralement intégrée sur le point moyen  $\vec{R} = (\vec{r}_2 + \vec{r}_1)/2$ , pour améliorer le rapport signal à bruit :

$$\tilde{g}^{(2)}(\vec{r}) = \int_{\Omega} d\vec{R} g^{(2)}(\vec{R} - \frac{1}{2}\vec{r}, \vec{R} + \frac{1}{2}\vec{r}) \quad (1.10)$$

La fonction de corrélation du deuxième ordre, liée aux fluctuations de densité, étant introduite, nous disposons à présent des outils nécessaires à la description de l'effet Hanbury Brown et Twiss.

### 1.1.4 L'effet Hanbury Brown et Twiss

Pour observer cet effet, il faut en effet mesurer les corrélations d'ordre 2 du champ. Le résultat peut être décrit dans le cadre de l'optique ondulatoire, mais c'est son interprétation en tenant compte de la nature corpusculaire du champ électromagnétique qui a marqué une étape importante pour l'optique quantique.

#### L'expérience de HBT

Cette expérience a été mise au point pour effectuer une mesure de la taille de l'étoile Sirius. En raison des fluctuations d'indice de l'atmosphère, les méthodes faisant intervenir des corrélations du premier ordre - ie des corrélations de phase -, comme l'interféromètre de Michelson, n'étaient pas assez précises pour cette mesure. C'est ce qui a motivé R. Hanbury Brown et R. Twiss à

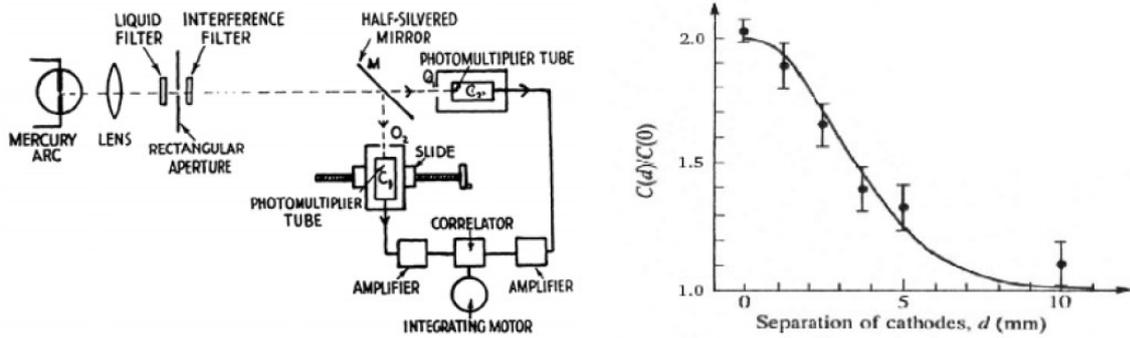


FIGURE 1.2 Expérience d'Hanbury Brown et Twiss : la corrélation d'ordre 2 de l'intensité lumineuse émise par une lampe à mercure,  $\tilde{g}^{(2)}(d)$ , est obtenue en mesurant les intensités  $I_L$  et  $I_{L+d}$  en 2 points dont la différence de chemin optique  $d$  est variable. Ils déduisent ensuite de la largeur de  $\tilde{g}^{(2)}(d)$  la taille de la source. Les filtres fréquentiels placés après la lampe à mercure servent à augmenter le temps de cohérence au-delà de la durée de la mesure. Figures extraites de [Hanbury Brown 56b].

utiliser la corrélation du deuxième ordre - corrélation en intensité - de la lumière émise par Sirius [Hanbury Brown 56a].

Le principe de cette expérience est le suivant : l'intensité émise par une source incohérente présente une figure de tavelures, dont la largeur typique  $l_c$  est inversement proportionnelle à l'ouverture numérique (ON) de la source :

$$l_c \sim \frac{\lambda}{ON} \sim \frac{\lambda L}{S} \quad (1.11)$$

où  $L$  est la distance entre la source et l'observateur, et  $S$  le diamètre de la source. Ces tavelures se traduisent par un maximum des fluctuations d'intensité en  $\vec{r} = 0$  : on a alors  $\langle I(\vec{r})^2 \rangle = 2 \langle I(\vec{r}) \rangle$ , soit  $\tilde{g}^{(2)}(0) = 2$ . D'autre part, les intensités de 2 points très éloignés ne sont pas corrélées, d'où  $\tilde{g}^{(2)}(\vec{r} \rightarrow \infty) = 1$ .  $\tilde{g}^{(2)}(\vec{r})$  est donc maximale en 0, et décroît avec une demi-largeur à mi-hauteur  $l_c$ . On peut ainsi, à partir des corrélations en intensité, remonter à la taille de la source.

R. Hanbury Brown et R. Twiss ont d'abord fait une démonstration de principe de cette méthode avec une lampe à mercure, de diamètre angulaire connu [Hanbury Brown 56b] (cette expérience est illustrée sur la figure 1.2), avant d'appliquer la méthode à la mesure du diamètre angulaire de Sirius [Hanbury Brown 56a].

### Interprétation en terme d'interférences quantiques

Du point de vue de l'optique ondulatoire, l'expérience de Hanbury Brown et Twiss est facilement compréhensible. Par contre, si l'on considère le caractère corpusculaire des photons, le résultat est autrement plus surprenant. Nous avons interprété  $g^{(2)}$  comme la propriété de détection conjointe de 2 particules. Un maximum de  $g^{(2)}$  à  $d = 0$  signifie donc que la probabilité de détecter un photon est plus élevée là où un premier photon a déjà été détecté. Dans la mesure

où les photons n'interagissent pas, cette tendance à arriver groupés va à l'encontre de l'intuition. L'explication de cet effet, dit effet Hanbury Brown et Twiss (HBT), a été donnée lors des débuts de l'optique quantique, en interprétant le groupement comme résultant d'une interférence entre chemins quantiques.

Considérons deux photons, notés 1 et 2, issus d'une source incohérente, et supposons que l'on place deux détecteurs en  $a$  et en  $b$ . Si les photons sont indiscernables, après une détection jointe ils sont dans une superposition des états  $|1a, 2b\rangle$  (" 1 détecté en  $a$  et 2 détecté en  $b$  ") et  $|1b, 2a\rangle$ . Comme il s'agit de bosons, leur état  $|\psi\rangle$  est symétrique par échange des particules, d'où  $|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|1a, 2b\rangle + |1b, 2a\rangle)$ . La probabilité de détection jointe est alors

$$P_{ab} = \frac{1}{2} \left[ | |1a, 2b\rangle|^2 + | |1b, 2a\rangle|^2 + 2\text{Re}(\langle 1a, 2b|1b, 2a\rangle) \right] = P_a P_b + \text{Re}(\langle 1a, 2b|1b, 2a\rangle) \quad (1.12)$$

En normalisant par la probabilité de détection jointe en l'absence de corrélation,  $P_a P_b$ , on a la fonction de corrélation normalisée

$$\tilde{g}^{(2)}(d) = 1 + \frac{\text{Re}(\langle 1a, 2b|1b, 2a\rangle)}{P_a P_b} \quad (1.13)$$

Si les deux points  $a$  et  $b$  coïncident (soit  $d = 0$ ),  $P_a = P_b = P$  et le terme d'interférence  $\langle 1a, 2b|1b, 2a\rangle / P^2$  vaut 1, soit  $\tilde{g}^{(2)}(0) = 2$ . Si au contraire les 2 chemins sont discernables (soit  $d > l_c$ ),  $\tilde{g}(d)$  oscille et, lorsque l'on moyenne sur l'ensemble des points de la source, le terme d'interférence s'annule et la corrélation d'ordre 2 vaut 1.

Notons que cette explication du regroupement des photons fait intervenir leur nature bosonique. Le regroupement ne serait donc qu'un effet de la statistique de Bose. Le même raisonnement est applicable à des fermions, en prenant un état antisymétrique. Le terme d'interférence change alors de signe, ce qui signifie que la probabilité de détecter 2 fermions dans le même état est nulle, résultat qui est bien en accord avec le principe d'exclusion de Pauli. S'il n'est pas possible de comparer les deux statistiques en optique conventionnelle, rien n'empêche de reproduire l'expérience de HBT avec des ondes de matière, bosoniques ou fermioniques.

### Observation de l'effet HBT avec des particules massives

La mise en évidence d'un effet de dégroupement pour des fermions - des électrons pour les expériences [Henny 99, Oliver 99] et des neutrons dans [Iannuzzi 06] - n'a eu lieu que plus de 40 ans après l'observation du groupement de photons par HBT, confirmant l'interprétation de l'effet HBT comme un effet d'interférences quantiques. Mais ces systèmes ne permettent pas de comparaison directe entre les effets HBT bosoniques et fermioniques. En utilisant des atomes froids, on dispose, selon l'espèce atomique, de bosons ou de fermions, ce qui rend possible l'observation de l'effet HBT pour les deux statistiques sur le même système.

La première observation de l'effet HBT bosonique avec des atomes froids a été réalisée en 1996 [Yasuda 96], à partir d'un nuage de néon métastable. L'intérêt des atomes métastables réside dans la technique employée pour les détecter : on ne mesure pas une densité - comme cela est généralement le cas lors d'une détection optique, utilisée pour les alcalins - mais l'instant (et

éventuellement la position, avec un détecteur comme le nôtre, décrit dans [Schellekens 07] et au §A.1) d'arrivée de chaque atome sur le détecteur, ce qui permet de construire la fonction de corrélation  $G^{(2)}(\Delta t)$ . Celle-ci augmente d'un facteur 2 pour un intervalle de temps  $\Delta t$  suffisamment court entre les détections des deux particules.

Une expérience similaire a été réalisée sur l'expérience hélium de l'Institut d'Optique à Orsay [Schellekens 05], cette fois avec un gaz d'atomes  $^4\text{He}^*$  ultrafroids, ce qui a permis d'observer le changement de comportement de la fonction de corrélation lors de la condensation. En effet, pour un état cohérent comme le condensat, tous les atomes sont dans le même état, et il n'y a donc pas d'interférence quantique, et par conséquent pas de groupement de particules.

De plus, il existe un isotope fermionique de l'hélium. Lors d'une coopération avec le groupe de V. Wassen à Amsterdam, qui dispose d'un montage expérimental avec les deux isotopes, l'effet HBT a été mesuré sur le même système pour l' $^4\text{He}^*$  et pour l' $^3\text{He}^*$  [Jeltes 07]. Comme l'illustre la figure 1.3, on obtient un effet de groupement pour le premier, et de dégroupement pour le second. On remarquera sur cette figure la faible amplitude du groupement et du dégroupement mesurés. Cela est dû à la résolution finie du détecteur dans le plan horizontal (cf §A.2.1), qui conduit à intégrer  $\tilde{g}(\vec{r})$  selon les axes  $x$  et  $y$  sur une zone non négligeable devant les longueurs de corrélation selon ces axes, dont nous donnons l'expression plus bas.

### Longueur de corrélation

Nous considérons dans ce paragraphe le cas d'un nuage atomique, dont on mesure la fonction de corrélation  $g^{(2)}(\vec{r})$  après expansion. Si l'expansion est suffisamment longue pour que la taille initiale du nuage soit négligeable devant sa taille finale (hypothèse vérifiée pour les expériences [Schellekens 05, Jeltes 07]), les corrélations en position mesurées au niveau du détecteur correspondent en fait aux corrélations en impulsion dans le piège. De plus, pour un gaz idéal de bosons à l'équilibre,

$$g^{(2)}(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = 1 + |g^{(1)}(\vec{r}_1, \vec{r}_2)|^2 \quad (1.14)$$

En appliquant cette expression - qui n'est pas exacte proche de la condensation - aux corrélations en impulsion, dont nous avons vu au §1.1.2 que la largeur sur l'axe  $i$  est l'inverse de la taille de la source (le nuage piégé) sur cet axe, on obtient la longueur de corrélation sur l'axe  $i$  [Gomes 06] :

$$l_{c,i} = \frac{\hbar t}{\sqrt{2}ms_i} \quad (1.15)$$

Remarquons que cette expression est analogue à l'expression (1.11) déterminée en optique ondulatoire pour l'effet HBT avec un champ électromagnétique, en prenant  $\lambda = \lambda_{dB} = \hbar/mv$  et  $L = vt$ .

### Résumé

Par leur expérience, Hanbury Brown et Twiss ont mis en évidence la tendance qu'ont les photons d'une source incohérente à arriver groupés. Cet effet s'interprète comme une interférence

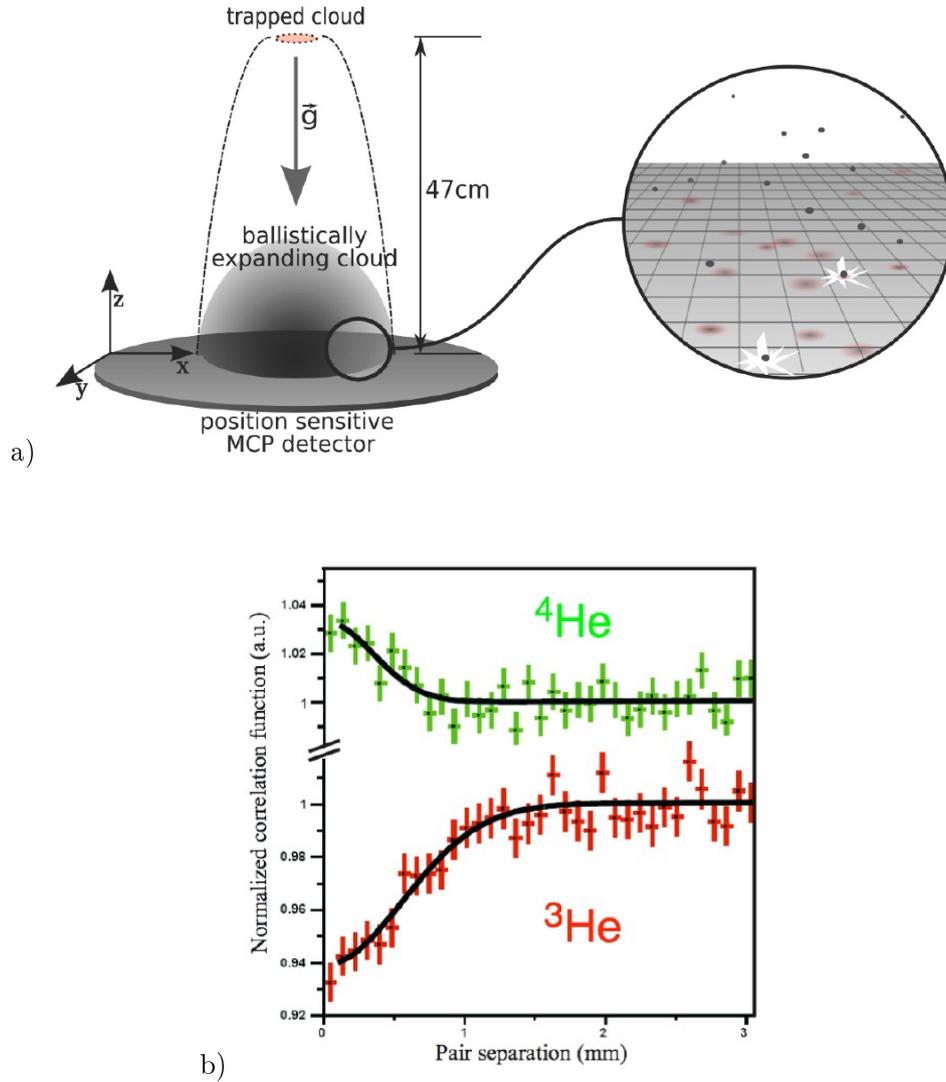


FIGURE 1.3 (a) Schéma de l'expérience HBT avec des atomes d'hélium métastable (dispositif d'Orsay). Un nuage thermique ultrafroid est préparé dans le piège magnétique, puis lâché. Les atomes sont détectés après une chute d'environ 308ms, pendant laquelle le nuage s'est étendu. (b) La fonction de corrélation  $\tilde{g}(z)$  est calculée à partir de la reconstruction du nuage au niveau du détecteur. Elle est représentée ici pour les isotopes bosonique et fermionique de l'hélium. Comme attendu, on observe bien un groupement des atomes dans le premier cas, et un dégroupement dans le second. Figures extraites de [Schellekens 05] et [Jeltes 07].

quantique, et existe aussi pour des particules massives, bosoniques, mais également fermioniques, auquel cas c'est un dégroupement de particules que l'on observe. La présence de cet effet et la largeur du groupement ou dégroupement nous renseignent sur les propriétés de cohérence de l'état utilisé.

### 1.1.5 Corrélations d'ordre supérieur

L'effet de groupement bosonique à 2 particules dans un gaz thermique que nous avons décrit au §1.1.4 existe aussi pour davantage de particules. La fonction de corrélation à  $n$  particules  $g^{(n)}(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_n)$  est maximale en  $\vec{r}_1 = \dots = \vec{r}_n$ , et son amplitude à ce point est  $n!$ . Cette fonction de corrélation a été mesurée pour des atomes sur l'expérience  $^4\text{He}^*$  de Canberra jusqu'à l'ordre 5 [Hodgman 11a, Hodgman 11b], et est représentée sur la figure 1.4.

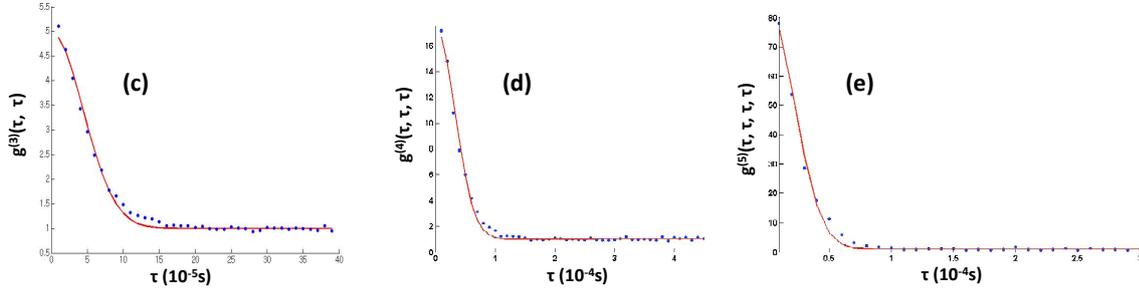


FIGURE 1.4 Fonctions de corrélation d'ordre 3,4 et 5, intégrées sur le point moyen. Figures présentées dans [Hodgman 11b]

Dans le cas d'un état cohérent, toutes les fonctions de corrélation valent uniformément 1. Cela a été vérifié pour un condensat de Bose Einstein (qui est un état cohérent si on néglige les interactions), à l'ordre 2 [Schellekens 05, Perrin 10] et à l'ordre 3 [Hodgman 11a].

### 1.1.6 Fluctuations du nombre d'atomes

Dans les paragraphes précédents, nous avons décrit la dépendance en  $\vec{r}$  de  $g^{(2)}(\vec{R} - \vec{r}, \vec{R} + \vec{r})$  pour des systèmes incohérents bosoniques et fermioniques, et pour des systèmes cohérents. Ces différents états se distinguent entre autres par l'amplitude du signal de corrélation, autrement dit par la valeur de  $\tilde{g}^{(2)}(\vec{r} = 0)$ . Or, cette quantité est directement liée à la variance du nombre d'atomes en  $\vec{R}$ .

En effet, d'après l'expression (1.9),

$$\begin{aligned}
 g^{(2)}(\vec{R}, \vec{R}) &= \frac{\langle : \hat{N}(\vec{R})^2 : \rangle}{\mathcal{N}(\vec{R})^2} \\
 &= \frac{\langle \hat{\Psi}^\dagger(\vec{R}) \hat{\Psi}^\dagger(\vec{R}) \hat{\Psi}(\vec{R}) \hat{\Psi}(\vec{R}) \rangle}{\mathcal{N}(\vec{R})^2} = \frac{\langle \hat{\Psi}^\dagger(\vec{R}) (\hat{\Psi}(\vec{R}) \hat{\Psi}^\dagger(\vec{R}) - 1) \hat{\Psi}(\vec{R}) \rangle}{\mathcal{N}(\vec{R})^2} \\
 &= \frac{\langle \hat{N}(\vec{R})^2 \rangle - \mathcal{N}(\vec{R})}{\mathcal{N}(\vec{R})^2}
 \end{aligned} \tag{1.16}$$

d'où l'expression de la variance

$$\mathcal{V}(\vec{R}) = \langle \hat{N}(\vec{R})^2 \rangle - \langle \hat{N}(\vec{R}) \rangle^2 = \mathcal{N}(\vec{R}) + (g^{(2)}(\vec{R}, \vec{R}) - 1) \mathcal{N}(\vec{R})^2 \quad (1.17)$$

Il apparaît dans (1.16) que la composante en  $\mathcal{N}(\vec{R})$  de la variance  $\mathcal{V}(\vec{R})$  provient du commutateur non nul  $[\hat{\Psi}, \hat{\Psi}^\dagger]$ , et donc de la quantification du champ  $\hat{\Psi}$ . Autrement dit, la présence de ce terme, appelé "bruit de grenaille" ("shot-noise" en anglais), reflète le caractère discret du nombre de particules.

Pour un état cohérent, comme un laser ou un condensat, le bruit de grenaille est la seule contribution aux fluctuations du nombre d'atomes.

Pour les systèmes qui présentent un groupement bosonique, celui-ci va se traduire par un excès de bruit : la statistique de Bose conduit à amplifier les fluctuations de densité. Par exemple, pour un état thermique, on a  $\mathcal{V}(\vec{R}) = \mathcal{N}(\vec{R}) + \mathcal{N}(\vec{R})^2$ . Les fluctuations de densité seront inférieures au bruit de grenaille pour des états non-classiques, comme par exemple des états comprimés en nombre d'atomes, qui font intervenir des corrélations particulières entre particules, ou des états de Fock, dont le nombre de particules est parfaitement défini. Ce sera aussi le cas si les interactions sont telles que le système adopte un comportement fermionique (répulsion entre particules), comme cela peut se produire dans un gaz quantique unidimensionnel [Girardeau 60, Jacqmin 11].

Les fluctuations locales de l'intensité du champ sont donc caractéristiques du régime du système, et pourront être utilisées pour sonder ce régime.

## 1.2 Photons jumeaux

Pour illustrer nos explications, nous avons jusqu'ici souvent fait appel aux cas particuliers que sont les états cohérents, comme un laser ou un condensat de Bose-Einstein, et les états thermiques. Mais les états les plus intéressants pour l'optique quantique ne sont pas ces états classiques, mais des états plus exotiques, comme par exemple les paires de photons jumeaux que nous allons décrire dans cette partie à l'aide des notions définies précédemment. Une manière de générer un état non-classique est de faire subir à un état classique - typiquement un faisceau laser - un processus non-linéaire. Après avoir décrit le processus de création des paires, nous présenterons quelques expériences les utilisant.

### 1.2.1 Conversion paramétrique

Il existe plusieurs phénomènes non-linéaires permettant de générer des paires de photons jumeaux. Nous décrivons ici celui utilisé le plus souvent en optique quantique, la conversion paramétrique. Ce processus non-linéaire d'ordre 2 est en effet bien plus efficace que ceux d'ordre 3, dont le mélange à quatre ondes est un exemple. C'est pourtant l'analogie atomique de ce dernier qui sera utilisé dans les expériences d'optique atomique que nous présenterons dans la suite du manuscrit, car, du fait de la conservation du nombre de particules, les processus non-linéaires pour des atomes ne peuvent être que d'ordre impair. Quand on travaille avec des atomes, il n'est pas gênant d'utiliser des processus d'ordre 3 car les non-linéarités proviennent dans ce cas des interactions entre atomes, et sont bien plus fortes qu'en optique photonique, où les

corrélations non-classiques entre photons sont induites par le milieu non-linéaire dans lequel ils se propagent. Nous verrons que, sous certaines approximations, l'ordre du processus n'intervient pas dans la description qui en est faite, ce qui permet l'analogie entre la génération de photons jumeaux par un processus d'optique non-linéaire d'ordre 2 et la génération d'atomes jumeaux par un phénomène d'optique atomique non-linéaire d'ordre 3.

## Description

Lors de la conversion paramétrique, un photon de pompe de fréquence  $\nu_p$  est injecté dans un cristal non-linéaire d'ordre 2, et converti en 2 photons "jumeaux", appelés "signal" et "complémentaire", de fréquences  $\nu_s$  et  $\nu_c$ . Ce processus est décrit par le hamiltonien suivant [Mandel 95] :

$$H_{SPDC} = \sum_{j=p,s,c} h\nu_j (\hat{N}_j + \frac{1}{2}) + \hbar\kappa (\hat{a}_s^\dagger \hat{a}_c^\dagger \hat{a}_p + \hat{a}_s \hat{a}_c \hat{a}_p^\dagger) \quad (1.18)$$

où  $\hat{a}_i$  ( $\hat{N}_i$ ) est l'opérateur annihilation (nombre) de photon dans le mode  $i$ , et  $\kappa$  est proportionnel à la susceptibilité du deuxième ordre  $\chi^{(2)}$ . Cet hamiltonien commute avec les opérateurs  $2\hat{N}_p + \hat{N}_s + \hat{N}_c$  et  $\hat{M} = \hat{N}_s - \hat{N}_c$ , ce qui montre bien qu'il faut détruire un unique photon de pompe pour créer un photon signal et un photon complémentaire, et que l'on crée exactement autant de photons dans le mode  $s$  que dans le mode  $c$ . Cette propriété de la conversion paramétrique lui confère tout son intérêt pour l'optique quantique, comme nous le verrons dans les exemples d'expériences présentés *infra*.

L'accord de phase est obtenu sous les conditions

$$\begin{cases} \nu_p = \nu_s + \nu_c \\ \vec{k}_p = \vec{k}_s + \vec{k}_c \end{cases} \quad (1.19)$$

qui ne sont vérifiées que pour des fréquences bien précises, déterminées par la dispersion du cristal. La conversion paramétrique peut être spontanée ou stimulée par une population préalable du mode signal, appelée "germe". Nous nous concentrons dans la suite sur le cas spontané.

## Approximation de la pompe classique non déplétée

Si on peut considérer le faisceau pompe comme classique - ce qui revient à négliger son bruit de grenaille - et négliger sa déplétion, on remplacera l'opérateur  $\hat{a}_p$  par sa valeur moyenne  $\sqrt{I_p} e^{-i\phi}$  [Scully 97]. La partie de l'hamiltonien décrivant la création des photons jumeaux est alors

$$H_{photons\ jumeaux} = \hbar\kappa\sqrt{I_p} (e^{-i\phi} \hat{a}_s^\dagger \hat{a}_c^\dagger + e^{i\phi} \hat{a}_s \hat{a}_c) \quad (1.20)$$

Nous ferons une approximation semblable pour le mélange à quatre ondes atomique dans le §1.3.1, et obtiendrons alors un hamiltonien de la même forme que (1.20). C'est dans la limite de ces approximations que les deux processus - conversion paramétrique de photons et mélange à quatre ondes atomique - sont analogues.



FIGURE 1.5 Conversion paramétrique de type I (les faisceaux signal et complémentaire ont alors la même polarisation) et de type II (les faisceaux signal et complémentaire ont des polarisations orthogonales, les flèches noires à l'intersection des 2 cônes désignent la paire de modes intriqués).

### Conversion paramétrique de type I et II

Il existe en fait deux types de conversion paramétrique, selon la manière dont est réalisé l'accord de phase [Sutherland 96]. Lors de la conversion paramétrique de type I, les photons signal et complémentaire ont la même polarisation, et sont émis sur deux cônes concentriques (*cf* figure 1.5.a). Ils sont alors distinguables, corrélés en temps et en vecteur d'onde.

Pour la conversion paramétrique de type II, les photons signal et complémentaire ont des polarisations orthogonales, et sont émis sur 2 cônes décentrés en raison de la biréfringence du cristal (*cf* figure 1.5.b). Les photons émis à l'intersection des deux cônes sont indistinguables, et donc intriqués en polarisation et vecteur d'onde. Ils sont également corrélés en temps.

### État obtenu

Nous venons de voir qu'il existe plusieurs paires de modes  $(s, c)_i$  qui remplissent les conditions d'accord de phase. Le hamiltonien complet décrivant la conversion paramétrique est donc

$$H_{tot} = \sum_i \left[ \sum_{j=p,s,c} \hbar \nu_{j,i} \left( \hat{N}_{j,i} + \frac{1}{2} \right) + \hbar \kappa (a_{s,i}^\dagger a_{c,i}^\dagger \hat{a}_p + a_{s,i} \hat{a}_{c,i} \hat{a}_p^\dagger) \right] \quad (1.21)$$

L'état généré  $|\Psi(t)\rangle = e^{-iH_{tot}t/\hbar} |N_p\rangle \otimes |0\rangle$  est une superposition d'états à 0, 1, 2, ... paires, dans différents modes. Pour simplifier l'analyse, nous considérerons dans la suite uniquement une ou deux paires de modes signal et complémentaire parmi le continuum de modes existants sur les cônes de conversion paramétrique. Expérimentalement, cela sera réalisé par un filtrage spatial et fréquentiel en sortie du cristal non-linéaire. De plus, on sélectionnera les événements où une seule paire de photons est créée dans ces modes. Nous nous restreindrons donc à un sous-espace dans lequel l'état  $|\Psi(t)\rangle$  pourra être intriqué, comme nous le verrons au §1.2.3.

### 1.2.2 Mise en évidence des corrélations

D'après la description ci-dessus, nous nous attendons à ce que les corrélations des paires de photons jumeaux soient non triviales. Grâce à des photomultiplicateurs placés en face des modes que l'on désire étudier, et dont on enregistre les coïncidences, on reconstruit la fonction

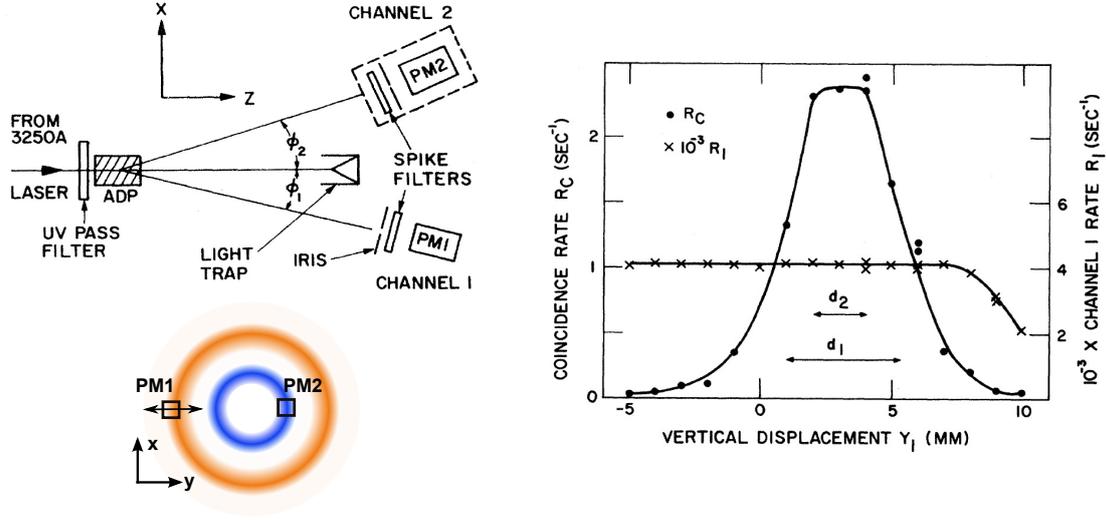


FIGURE 1.6 Mesure des corrélations en vecteur d'onde par Burnham et Weinberg. Le taux de coïncidence  $R_c$  entre les photomultiplicateurs  $PM1$  et  $PM2$  - équipés respectivement de filtres fréquentiels centrés en  $\nu_1$  (orange) et  $\nu_2$  (bleu) - est tracé en fonction de la position de  $PM1$  ( $PM2$  ne bougeant pas). La largeur de la corrélation mesurée vient des résolutions  $d_1$  et  $d_2$  des 2 détecteurs, et est faible devant la largeur de la distribution en intensité (taux de détection  $R_1$  de  $PM1$ , également représenté). Extrait de [Burnham 70].

de corrélation  $G^{(2)}$  en fonction du vecteur d'onde (position du détecteur), du temps (instant de détection), de la fréquence (filtrage fréquentiel avant le détecteur) et/ou de la polarisation (polariseur placé devant le détecteur).

D. Burnham et D. Weinberg ont ainsi mesuré, pour des photons jumeaux issus de conversion paramétrique spontanée de type I,  $G^{(2)}(\vec{k}_1, \vec{k}_2)$  en fonction de  $k_1$  (cf figure 1.6),  $\tilde{G}^{(2)}(\Delta t)$ , et  $g^{(2)}(\nu_1, \nu_2)$  en fonction de  $\nu_2$ , la normalisation étant assurée par le taux de détection dans le mode 1. Ces mesures sont rapportées dans [Burnham 70]. Pour chacune des variables étudiées, la fonction de corrélation du second ordre est maximale uniquement lorsque les conditions d'accord de phase (1.19) sont vérifiées, et sa largeur est donnée dans cette expérience par la résolution finie du système pour la variable considérée.

Il est important de souligner ici que, contrairement au cas des états classiques dont les fonctions de corrélation du deuxième ordre étaient maximales en  $\vec{r}_1 = \vec{r}_2$ , c'est-à-dire pour des corrélations locales, nous avons avec les photons jumeaux des corrélations non-locales entre modes d'impulsions ou de fréquences différentes. Ceci n'exclut cependant pas la présence de corrélations locales, selon l'état du champ utilisé.

La mise en évidence par Burnham et Weinberg de ces corrélations non-locales confirme que les photons issus de la conversion paramétrique sont appariés dans des modes respectant les conditions d'accord de phase (1.19). Nous allons maintenant présenter quelques unes des expériences réalisées grâce aux photons jumeaux ainsi générés.

### 1.2.3 Tests fondamentaux de la mécanique quantique

Les états non-classiques générés par conversion paramétrique spontanée sont intéressants à de nombreux titres, parmi lesquels la possibilité qu'ils offrent de tester quelques effets prédits par la mécanique quantique. Nous en présenterons ici deux : l'effet Hong-Ou-Mandel (HOM), qui résulte de l'interférence destructive entre deux photons uniques, et la violation des inégalités de Bell, que l'on ne peut expliquer que par l'intrication de la paire de photons utilisée.

#### Interféromètre d'Hong-Ou-Mandel

L'expérience de Burnham et Weinberg décrite plus haut a montré que les photons signal et complémentaire générés par conversion paramétrique spontanée sont corrélés en temps. De plus, pour une conversion paramétrique de type I, leurs polarisations sont identiques. Ces propriétés permettent d'observer une interférence destructive des deux photons d'une même paire lorsqu'ils sont combinés sur une lame séparatrice. En effet, les champs dans les ports de sortie 1 et 2 de la lame séparatrice (*cf* figure 1.7) sont alors

$$\begin{aligned} \hat{a}_1 &= \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{a}_s + \hat{a}_c) \\ \hat{a}_2 &= \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{a}_s - \hat{a}_c) \end{aligned} \quad (1.22)$$

Avec des photons jumeaux, l'état incident est de la forme  $|1_s, 1_c\rangle = \hat{a}_s^\dagger \hat{a}_c^\dagger |0_s, 0_c\rangle$ , on obtiendra donc en sortie de la lame séparatrice l'état

$$\frac{1}{2}(\hat{a}_1^\dagger + \hat{a}_2^\dagger)(\hat{a}_1^\dagger - \hat{a}_2^\dagger)|0_1, 0_2\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|2_1, 0_2\rangle - |0_1, 2_2\rangle) \quad (1.23)$$

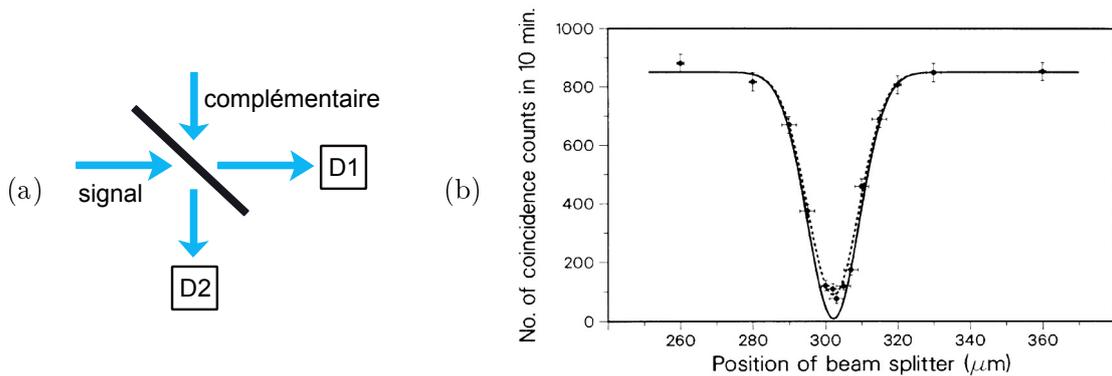


FIGURE 1.7 *Effet HOM* (a) Les modes signal et complémentaire sont recombinaés sur une séparatrice, dont la position varie. Les détecteurs  $D1$  et  $D2$  sont placés aux ports de sortie 1 et 2. (b) Le taux de coïncidences entre ces ports s'annule quand les chemins optiques des modes signal et complémentaire entre le cristal non-linéaire et la séparatrice sont égaux. Tiré de [Hong 87].

pour lequel la probabilité de détecter 1 atome dans chaque voie est nulle.

Cet effet a été mis en évidence pour la première fois par C.Hong, Z.Ou et L.Mandel [Hong 87], qui ont montré une anticorrélation entre les 2 ports de sortie lorsque les photons arrivent en même temps sur la séparatrice (figure 1.7.b). La largeur de cette anticorrélation est donnée par le temps de cohérence des photons, inversement proportionnel à leur largeur spectrale. Dans l'expérience [Hong 87], celle-ci était réduite par des filtres interférentiels, de telle sorte que le temps de cohérence était de 100 fs, en accord avec la largeur mesurée.

Bien que cet effet ait été mis en évidence grâce à l'utilisation de photons jumeaux, il pourrait être observé pour d'autres états, ne possédant pas toutes les propriétés de cohérence et de corrélation des états générés par conversion paramétrique. Il suffit en effet de disposer de 2 atomes uniques (soulignons toutefois que l'état à un et un seul photon est fortement non-classique, et que sa production n'est pas triviale) arrivant simultanément sur la lame séparatrice (ce qui implique tout de même une corrélation temporelle), et pouvant interférer (donc de même polarisation, mais l'on peut imaginer partir de photons de polarisations orthogonales, comme ceux obtenus par conversion paramétrique de type II, et effectuer une rotation de la polarisation de l'un d'eux).

### Violation des inégalités de Bell

Nous allons maintenant tirer plus ample profit des caractéristiques des paires de photons jumeaux, et en particulier de leur intrication. Nous avons en effet vu au §1.2.1 que l'état à deux photons généré par conversion paramétrique spontanée de type II est un état intriqué de la forme :

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|+1, -2\rangle + |-1, +2\rangle) \quad (1.24)$$

où + et - désignent les états de polarisation, et 1 et 2 les vecteurs d'onde des photons. Un tel état est dit de type "EPR", des noms de Einstein, Podolsky et Rosen, qui ont soulevé le paradoxe suivant [Einstein 35] : si, après séparation des deux particules, on mesure la polarisation de l'une d'entre elle, alors l'autre particule sera immédiatement projetée dans l'état de polarisation orthogonale, ce qui signifie que la mesure sur une particule influe sur l'état de la seconde. La solution envisagée par Einstein était que la mécanique quantique n'était pas une théorie complète. J.Bell a montré que, dans le cas où il existerait des variables "cachées" locales déterminant le résultat de la mesure, si on effectue après la séparation des particules une rotation de la polarisation de chacune d'entre elles, et que l'on mesure ensuite les deux polarisations finales, alors les corrélations entre ces polarisations devraient vérifier une certaine inégalité, dite inégalité de Bell [Bell 64]. Or, d'après la mécanique quantique, cette inégalité est violée pour certains angles de rotation des polarisations. La réalisation de l'expérience décrite ci-dessus permet donc de trancher la controverse ouverte par EPR.

Le test a d'abord été effectué sur des paires de photons générées par désexcitation à 2 photons d'un atome, et a mis en évidence une violation des inégalités de Bell, ce qui a confirmé la prédiction de la mécanique quantique, et invalidé la théorie à variables locales cachées [Freedman 72, Aspect 82]. L'expérience a ensuite été reproduite avec des photons jumeaux issus de conversion paramétrique spontanée de type II, et donc intriqués en polarisation [Ou 88, Shih 88].

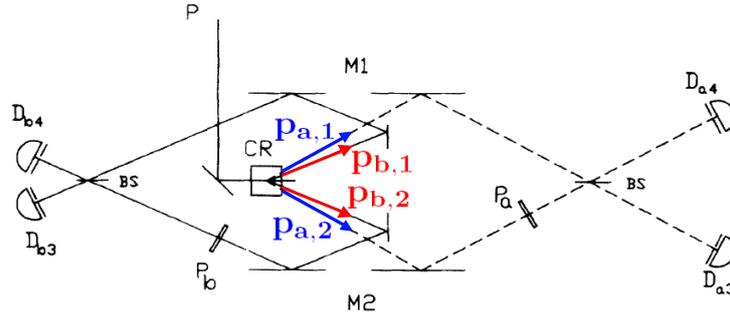


FIGURE 1.8 *Expérience de Rarity et Tapster : pour certaines valeurs des déphasages  $P_a$  et  $P_b$ , la combinaison des taux de coïncidence entre les modes signal ( $a$ , en bleu) et complémentaire ( $b$ , en rouge) issus des paires de modes 1 (en haut) et 2 (en bas) viole l'inégalité de Bell. Extrait de [Rarity 90].*

Pour les premières démonstrations expérimentales de violation des inégalités de Bell, les états utilisés étaient des paires individuelles de photons intriqués en polarisation. Mais rien n'empêche d'intriquer les photons selon d'autres variables. J. Rarity et P. Tapster ont ainsi mesuré une violation d'une inégalité de Bell à partir de paires de photons intriqués en impulsion [Rarity 90]. Pour cela, ils ont sélectionné spatialement sur les cônes de conversion paramétrique signal (noté  $a$ ) et complémentaire (noté  $b$ ) 2 paires de modes jumeaux (notées 1 et 2), et se sont placés dans le régime où la probabilité d'émettre plus d'une paire de photons dans l'ensemble des 2 paires de modes est négligeable. L'état de la paire de photons est alors

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|p_{a,1}, p_{b,1}\rangle + |p_{a,2}, p_{b,2}\rangle) \quad (1.25)$$

Ils ont ensuite fait interférer les deux modes  $a$  sur une séparatrice, et les deux modes  $b$  sur une seconde, et ont mesuré les coïncidences de détection entre chaque sortie de la séparatrice des modes  $a$  et chaque sortie de celle des modes  $b$ , en fonction du déphasage de l'un des modes (cf figure 1.8). Pour des déphasages bien choisis, le coefficient de corrélation obtenu en combinant les coïncidences de paires de détecteurs viole les inégalités de Bell. Les paires de photons jumeaux utilisées pour cette expérience étaient générées par conversion paramétrique de type I, mais cela marcherait aussi pour le type II - il suffit que les 2 modes signal (respectivement complémentaire) puissent interférer.

La violation des inégalités de Bell par des paires de photons intriqués en polarisation ou en vecteur d'onde est une preuve de l'intrication de ces états. Au-delà de leur intérêt intrinsèque, ces deux types d'états intriqués peuvent servir de support pour des opérations d'information quantique [Monroe 02], de téléportation d'état [Bennett 93] et de cryptographie quantique, l'information étant alors "partagée" par deux photons séparés spatialement, jusqu'à plusieurs centaines de km [Scheidl 09].

### Conditions nécessaires à l'observation de ces effets

Avant de conclure cette section, revenons sur les ingrédients du succès des tests présentés ci-dessus. Ils résident d'une part dans les états utilisés, et d'autre part dans le dispositif de détection. Nous avons jusqu'ici supposé la présence d'une unique paire de photons jumeaux dans les modes considérés, sans insister outre mesure sur ce point. Cela n'est pourtant pas anecdotique car, si dans un intervalle de temps donné la probabilité de générer une paire est  $\epsilon$ , alors la probabilité d'en créer deux est  $\epsilon^2$ . Pour limiter ces doubles paires indésirables, il faudra donc travailler avec des taux de création de paires relativement faibles, et donc intégrer pendant plus longtemps pour mettre en évidence les effets voulus. Cela nous amène à l'autre ingrédient, en l'objet du détecteur utilisé. Celui-ci est caractérisé par son efficacité  $\eta$  (probabilité de détecter un photon), par son bruit (taux de fausses détections) et par sa résolution. La probabilité de détecter les 2 photons d'une même paire est de  $\eta^2$ , ce qui, si  $\eta$  est sensiblement plus faible que 1, limite fortement le nombre de réalisations de l'expérience contribuant au signal mesuré. Cela se traduira par une augmentation de la durée d'acquisition des données, mais ne dégradera pas le signal, dans la mesure où les fonctions de corrélations sont normalisées : on a  $G_{détecté}^{(2)} = \eta^2 G_{idéal}^{(2)}$ , mais également  $G_{détecté}^{(1)} = \eta G_{idéal}^{(1)}$ , d'où, d'après la définition (1.9),  $g_{détecté}^{(2)} = g_{idéal}^{(2)}$ <sup>1</sup>. Par contre, le bruit du détecteur, qui induira des "fausses" coïncidences, pourra dégrader le signal. Enfin, si la résolution du détecteur n'est pas suffisante pour résoudre un unique mode, le signal de corrélation sera moyenné sur plusieurs modes, comme c'était le cas pour la mesure de l'effet Hanbury Brown et Twiss atomique décrite au §1.1.4 et dans [Schellekens 05, Jeltens 07]. Nous verrons dans la suite que ces caractéristiques du système de détection jouent également un rôle important pour les autres expériences faisant intervenir des photons jumeaux, même si la problématique sera pour certains points différente quand on ne cherchera pas à travailler avec des paires individuelles d'atomes, ou quand on mesurera autre chose que des corrélations, par exemple des fluctuations de population, comme décrit dans le paragraphe suivant.

#### 1.2.4 Interférométrie sous la limite quantique standard

Nous avons souligné au §1.2.1 le fait que le nombre de photons générés par conversion paramétrique dans le mode signal est exactement égal au nombre de photons générés dans le mode complémentaire, ce qui signifie que les fluctuations de la population relative  $\hat{M} = \hat{N}_s - \hat{N}_c$  des modes  $s$  et  $c$  sont théoriquement nulles. Or, d'après le §1.1.6, pour un champ classique de population moyenne  $\mathcal{N}$ , la variance  $\mathcal{V}$  de la population est dans le meilleur des cas égale au bruit de grenaille en  $\mathcal{N}$  - pour un état cohérent - et généralement supérieure - en  $\mathcal{N} + \mathcal{N}^2$  pour un état thermique. On en déduit aisément que les fluctuations de la population relative de deux champs classiques non corrélés sont au moins poissonniennes. Lors de la conversion paramétrique spontanée, les faisceaux signal et complémentaire considérés séparément sont dans des états thermiques, ce qui montre bien que le caractère non-classique de leur population relative provient des interactions entre ces deux modes.

---

1. Le terme de bruit de grenaille apparaissant pour  $\vec{r}_1 = \vec{r}_2$  sera alors de  $1/(\eta N_{total}) = 1/N_{détecté}$ .

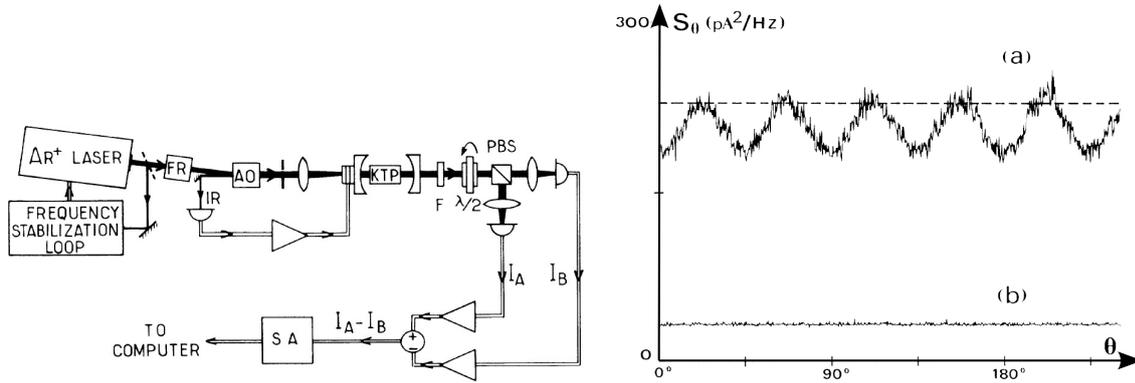


FIGURE 1.9 Dispositif expérimental et mesure des fluctuations d'intensité relative entre deux faisceaux jumeaux générés par conversion paramétrique de type II, en fonction de l'angle  $\theta$  de la lame d'onde ( $\lambda/2$ ). Cette fluctuation (a) est toujours inférieure au bruit de grenaille (indiqué en pointillés), sauf quand les faisceaux signal et complémentaire sont parfaitement mélangés dans les 2 voies de détections. Le bruit électronique est également représenté (b). Figures extraites de [Heidmann 87].

### Réduction des fluctuations d'intensité relative

Si l'on considère l'aspect particulière du rayonnement électromagnétique, l'égalité du nombre de photons dans les modes signal et complémentaire peut apparaître triviale. Ceci n'est plus le cas si on adopte une représentation ondulatoire de ce rayonnement, dans laquelle la compression de la population relative équivaut à une réduction des fluctuations de l'intensité relative entre les faisceaux signal et complémentaire. Suivant cette approche, Heidmann et al. ont mis en évidence une compression de l'intensité relative entre des faisceaux jumeaux générés par conversion paramétrique de type II [Heidmann 87] (notons qu'une démonstration de la réduction des fluctuations sur les quadratures du champ électromagnétique avait déjà été observée auparavant pour une paire de faisceaux générés par mélange à quatre ondes [Slusher 85]). Leur montage expérimental est représentée sur la figure 1.9. Le cristal non-linéaire (KTP) est ici placé dans une cavité optique pour amplifier le faisceau de pompe, et donc augmenter l'intensité des faisceaux jumeaux. En sortie de la cavité, ceux-ci sont superposés mais, comme cette expérience utilise un accord de phase de type II, leurs polarisations sont orthogonales. Un cube polariseur permet de les envoyer sur deux photodiodes différentes, dont on enregistre la différence des photocourants. La lame demi-onde placée avant le cube sert à mélanger les deux faisceaux : quand  $\theta = 0^\circ$  (modulo  $45^\circ$ ), chaque faisceau est envoyé sur une photodiode, alors que pour  $\theta = 45^\circ$ , chaque photodiode collecte la moitié de l'intensité de chaque faisceau. Dans ce dernier cas, on s'attend à mesurer des fluctuations d'intensité limitées par le bruit de grenaille, ce qui est bien le cas (voir figure 1.9). A contrario, pour  $\theta = 0^\circ$  le bruit sur la différence d'intensité est réduit de 30%.

### Influence des pertes

L'expérience de Heidmann *et al.* confirme donc la réduction de fluctuation de la population relative des modes signal et complémentaire. Cependant, on constate sur la figure 1.9 que le niveau minimal du bruit sur la différence des photocourants reste bien supérieur au bruit électronique.

La raison en est que, dans notre description des réductions de fluctuation, nous avons jusqu'à présent ignoré les pertes de photons (dans lesquelles on inclut les photons non détectés par les photodiodes, d'efficacité 90% dans l'expérience présentée ci-dessus). Nous pouvons modéliser l'effet de celles-ci sur chaque mode par le mélange de ce dernier avec un champ incohérent  $\hat{b}$  sur une séparatrice de transmission  $\eta$  égale à la proportion de photons détectés. Les modes à prendre en compte pour le calcul des fluctuations d'intensité relative sont ceux obtenus en sortie des séparatrices :

$$\hat{a}'_i = \sqrt{\eta} \hat{a}_i + i\sqrt{1-\eta} \hat{b} \quad (1.26)$$

Les valeurs moyennes des intensités  $\hat{N}'_i = \hat{a}'_i{}^\dagger \hat{a}'_i$  sont alors

$$\begin{aligned} \langle \hat{N}'_i \rangle &= \eta \langle \hat{N}_i \rangle \\ \langle \hat{N}'_i{}^2 \rangle &= \eta^2 \langle \hat{N}_i{}^2 \rangle + \eta(1-\eta) \langle \hat{N}_i \rangle \\ \langle \hat{N}'_s \hat{N}'_c \rangle &= \eta^2 \langle \hat{N}_s \hat{N}_c \rangle \end{aligned} \quad (1.27)$$

Si la variance de l'intensité relative initiale  $\hat{M} = \hat{N}_s - \hat{N}_c$  est nulle, celle de l'intensité relative détectée  $\hat{M}'$  est

$$\sigma_{M'}^2 = (1-\eta) ( \langle \hat{N}'_s \rangle + \langle \hat{N}'_c \rangle ) \quad (1.28)$$

Pour  $\eta = 1$ , la réduction des fluctuations est parfaite, comme dans le cas idéal que nous avons précédemment considéré. Au contraire, quand les pertes deviennent très importantes,  $\sigma_{M'}^2$  tend vers le bruit de grenaille en  $N_{tot} = N'_s + N'_c$ .

Ainsi, contrairement aux corrélations que nous avons évoquées en 1.2.3, la réduction des fluctuations d'intensité relative est dégradée par les pertes avant détection ou par la faible efficacité du détecteur.

### Intérêt pour l'interférométrie

La réduction de l'intensité relative des faisceaux jumeaux mise en évidence dans [Heidmann 87] représente une possibilité d'amélioration de la sensibilité des interféromètres. La figure 1.10 représente un interféromètre de Mach-Zehnder. Généralement, on envoie sur le port d'entrée  $A$  de la lame séparatrice  $B1$  un faisceau cohérent, tandis qu'il n'y a que le vide au port d'entrée  $B$ . Après recombinaison des 2 voies sur la lame séparatrice  $B2$ , on mesure l'intensité lumineuse à l'un des ports de sortie (détecteur  $P1$  ou  $P2$ ), qui résulte de l'interférence entre les 2 voies de l'interféromètre, et on en déduit la différence de phase accumulée entre les 2 voies, avec une sensibilité  $\Delta\phi = 1/\sqrt{N}$ , dite limite quantique standard, où  $N$  est le nombre de photons du faisceau en entrée. Cette incertitude sur la phase provient du bruit du vide à l'entrée  $B$  de l'interféromètre [Caves 81]. Il y a donc deux manières d'augmenter la sensibilité : utiliser un faisceau plus puissant, ou bien injecter en entrée de l'interféromètre un état dont le bruit est inférieur au bruit de grenaille, de sorte que la sensibilité ne soit plus limitée que par la relation d'incertitude d'Heisenberg :  $\Delta\phi = 1/N$ . Dans la mesure où l'on dispose de sources laser très puissantes, et où, comme

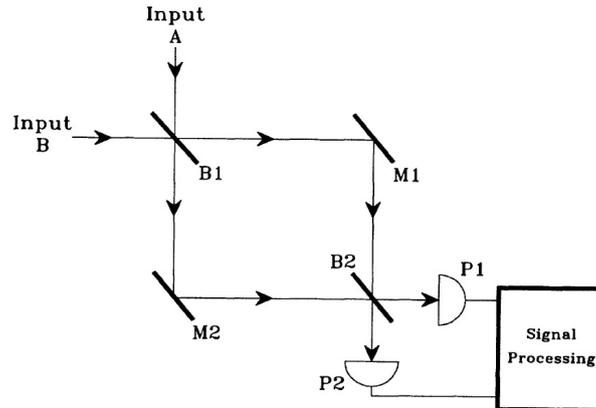


FIGURE 1.10 Dans le schéma proposé par M.Holland et K.Burnett, 2 faisceaux jumeaux générés par conversion paramétrique sont injectés dans les 2 ports d'entrée  $A$  et  $B$  d'un interféromètre de Mach-Zehnder, et la mesure de la différence des photocourants des détecteurs  $P1$  et  $P2$  permet de déterminer le déphasage entre les 2 voies avec une sensibilité inférieure à la limite quantique standard. Figure extraite de [Holland 93].

nous l'avions mentionné au début du §1.2.1, les processus non-linéaires utilisés pour générer des états non-classiques sont peu efficaces<sup>2</sup>, la première solution semble la plus adaptée. Cependant, si on augmente trop la puissance optique, la sensibilité de l'interféromètre sera limitée par la pression de radiation du faisceau sur les miroirs. Les seuls systèmes ayant à ce jour atteint cette limite, et pour lesquels l'utilisation des états non-classiques du champ électromagnétique est avantageuse, sont les interféromètres géants élaborés pour détecter des ondes gravitationnelles, ondes dont l'existence est prédite par la théorie de la relativité générale. Une amélioration d'un facteur 3,4 du taux de détection de l'interféromètre GEO600 de la collaboration LIGO ("Laser Interferometer Gravitational-Wave Observatory") a ainsi récemment été démontrée [LSC 11]. Cette amélioration a été obtenue en injectant un état de "vide comprimé"- ie dont les fluctuations sur une certaine quadrature du champ sont réduites - à la place du vide classique dans le second port d'entrée de l'interféromètre. Ce schéma avait été proposé en 1981 par C.Caves [Caves 81], et testé pour la première fois en 1987 par Xiao et al., qui avaient montré une augmentation de 3dB du signal à bruit en sortie de l'interféromètre [Xiao 87]. Un autre schéma, utilisant cette fois des faisceaux jumeaux comme ceux produits par conversion paramétrique, a été proposé en 1993 par M.Holland et K.Burnett [Holland 93]. Chacun des faisceaux jumeaux est injecté dans l'un des ports d'entrée de l'interféromètre de la figure 1.10, et les fluctuations de la différence des photocourants des détecteurs  $P1$  et  $P2$  sont mesurées en sortie. Ces fluctuations sont théoriquement nulles en l'absence de déphasage entre les 2 voies de l'interféromètre, mais augmentent très rapidement avec ce déphasage, d'où une sensibilité importante.

2. La situation sera un peu différente pour des ondes de matières, où le nombre d'atomes disponible est plus rapidement limité, et où les non-linéarités sont plus fortes.

### 1.2.5 Conclusion

Les photons jumeaux générées par conversion paramétrique sont corrélés selon plusieurs variables et, pour certaines réalisations des conditions d'accord de phase, sont dans un état intriqué de type EPR. Ces états ont permis de tester plusieurs prédictions de la mécanique quantique, comme l'effet Hong-Ou-Mandel ou la violation des inégalités de Bell. De plus, leurs fluctuations d'intensité relative sont réduites, ce qui peut être utile pour augmenter la sensibilité des interféromètres dans des cas particuliers. Les expériences impliquant des photons jumeaux décrites dans cette partie nous ont donné un aperçu de ce qui pourrait être réalisé en optique atomique quantique avec une source analogue, c'est-à-dire une source de paires d'atomes jumeaux. C'est justement l'enjeu de notre expérience que de mettre au point une source atomique non-classique dont les propriétés permettent la réalisation de l'analogie atomique de certaines des expériences citées plus haut.

## 1.3 Atomes jumeaux générés par mélange à quatre ondes lors d'une collision entre condensats

De même que les corrélations entre photons jumeaux, les corrélations non-classiques entre les 2 atomes d'une paire sont créées par un processus non-linéaire, la différence étant que les non-linéarités proviennent maintenant des interactions interatomiques. Bien que ce manuscrit porte sur la création de paires d'atomes jumeaux par mélange à quatre ondes d'ondes de matière dans un réseau optique, je fais ici un bref historique des résultats obtenus précédemment sur notre montage expérimental, avant et pendant ma thèse, en utilisant une autre méthode de génération de paires, à savoir du mélange à quatre ondes provoqués par la collision de deux condensats de Bose-Einstein. Ces résultats nous serviront de point de comparaison lors de l'analyse des résultats obtenus avec le réseau optique. Nous verrons aussi dans cette partie les limites de la méthode de création de paires par collision, qui nous ont motivés à tester la méthode faisant intervenir le réseau optique.

La création de paires par collision de condensats a été déclinée dans trois géométries différentes, bien que le principe soit toujours resté le même. La première version, réalisée avant mon arrivée sur l'expérience, a permis de démontrer que les atomes ayant subi la collision étaient corrélés en impulsion [Perrin 07a]. Sur la deuxième version, nous avons vu l'effet des interactions entre atomes sur les conditions d'accord de phase du mélange à quatre ondes atomique [Krachmalnicoff 10]. Enfin, sur la dernière version nous avons observé des fluctuations de population relative inférieures au bruit de grenaille [Jaskula 10a]. C'est de cette dernière version de la géométrie de collision dont je parlerai succinctement ici. Une description plus complète de la procédure expérimentale et de l'analyse des données pourra être trouvée dans la thèse de J.C.Jaskula [Jaskula 10b].

### 1.3.1 Description théorique du mélange à 4 ondes atomique

Nous allons maintenant décrire le mélange à ondes atomique. Ce processus permet de diffuser des atomes dans 2 modes signal et complémentaire - notés 1 et 2 dans la suite - à partir de 2 ondes atomiques "de pompe" (ie 2 condensats),  $a$  et  $b$ .

Le comportement du système est décrit par le hamiltonien :

$$\hat{H} = \int d\vec{r} \hat{\Psi}^\dagger \left( -\frac{\hbar^2 \nabla^2}{2m} + V(\vec{r}) + \frac{g}{2} |\hat{\Psi}|^2 \right) \hat{\Psi} \quad (1.29)$$

où  $V(\vec{r})$  est le potentiel de piégeage - que l'on prendra nul ici, l'expérience étant réalisée après coupure du confinement - et où les interactions interatomiques sont modélisées par le potentiel  $V_{int}(\vec{r} - \vec{r}') = g \delta(\vec{r} - \vec{r}') = \frac{4\pi\hbar^2 a}{m} \delta(\vec{r} - \vec{r}')$  avec  $a$  la longueur de diffusion.

Pour étudier le mélange à 4 ondes, on décompose l'opérateur champ sur les modes pompes, signal et complémentaire (notés a,b, 1 et 2) :  $\hat{\Psi}(\vec{r}) = \Psi_a(\vec{r})\hat{a}_a + \Psi_b(\vec{r})\hat{a}_b + \Psi_1(\vec{r})\hat{a}_1 + \Psi_2(\vec{r})\hat{a}_2$ , avec  $\hat{a}_i$  l'opérateur annihilation dans le mode  $i$ .

En remplaçant  $\hat{\Psi}$  dans (1.29) par son expression, on obtient notamment le terme suivant :

$$H_{M4O} = 2g \int d\vec{r} \Psi_a(\vec{r})\Psi_b(\vec{r})\Psi_1^*(\vec{r})\Psi_2^*(\vec{r})\hat{a}_1^\dagger\hat{a}_2^\dagger\hat{a}_a\hat{a}_b + h.c. \quad (1.30)$$

qui décrit la diffusion d'une paire d'atomes des modes pompes  $a$  et  $b$  vers les modes 1 et 2, et le processus inverse. Ainsi que des termes de la forme

$$H_{CMij} = 2g \int d\vec{r} |\Psi_i(\vec{r})|^2 \hat{a}_i^\dagger \hat{a}_i |\Psi_j(\vec{r})|^2 \hat{a}_j^\dagger \hat{a}_j \quad (1.31)$$

correspondant à l'énergie d'interaction des atomes du mode  $i$  avec les atomes du mode  $j$ , dite énergie de champ moyen car les interactions d'un atome avec tous les autres atomes du système sont modélisées par un potentiel global vu par cet atome.

### Approximation de la pompe classique non dépletée : analogie avec l'optique quantique

Le terme (1.30) décrivant la dynamique des paires est donc de la forme  $C(\hat{a}_1^\dagger\hat{a}_2^\dagger\hat{a}_a\hat{a}_b + \hat{a}_a^\dagger\hat{a}_b^\dagger\hat{a}_1\hat{a}_2)$  : annihilation de 2 atomes des modes  $a$  et  $b$  et création d'un atome en 1 et d'un autre en 2, et processus contraire, avec une amplitude  $C$  proportionnelle au recouvrement des fonctions d'ondes des modes pompe et des modes signal et complémentaire.

Si les populations  $N_a$  et  $N_b$  des condensats pompe sont macroscopiques, ce qui sera le cas pour nos expériences ( $N_a + N_b$  de l'ordre de  $10^5$  atomes), ceux-ci peuvent être traités classiquement en remplaçant les opérateurs  $\hat{a}_i$  et  $\hat{a}_i^\dagger$  par leur valeur moyenne  $\sqrt{N_i(t)}$ . Cette approximation revient à négliger les fluctuations du nombre d'atomes des condensats.

Par ailleurs, nous verrons que, pour cette expérience, le nombre d'atomes diffusés par paires est négligeable devant le nombre total d'atomes dans les modes  $a$  et  $b$ . Il est donc raisonnable de négliger la déplétion des condensats, et de réécrire (1.30) comme :

$$C'(\hat{a}_1^\dagger\hat{a}_2^\dagger + \hat{a}_1\hat{a}_2) \quad (1.32)$$

avec  $C' = C\sqrt{N_a(0)N_b(0)}$ . Cette expression est à rapprocher du hamiltonien de conversion paramétrique (1.20) de la forme  $\hbar\kappa\sqrt{I_p}(e^{-i\phi}\hat{a}_s^\dagger\hat{a}_c^\dagger + e^{i\phi}\hat{a}_s\hat{a}_c)$ , où le mode pompe était là aussi

traité classiquement et supposé non déplété. Si l'approximation de non-déplétion des condensats est valide, les paires d'atomes que nous créons par mélange à 4 ondes sont complètement analogues aux paires de photons jumeaux obtenues par conversion paramétrique.

### Conditions d'accord de phase

Comme la conversion paramétrique, le mélange à quatre ondes atomique est soumis à des conditions d'accord de phase, que nous déterminons ici pour un système homogène dans l'espace libre ( $V(\vec{r}) = 0$ ; nous verrons au chapitre 4 ce qui se passe en présence d'un potentiel périodique). Les différents modes sont alors décrits par des ondes planes de vecteur d'onde  $\vec{k}$  :  $\phi_{\vec{k}}(\vec{r}) = \frac{1}{\sqrt{V}} e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}}$ , où  $V$  est le volume de la boîte considérée pour la normalisation, qu'on prend de la taille du condensat. Le terme de création de paires du hamiltonien est alors proportionnel au recouvrement des fonctions d'ondes  $\int d\vec{r} \phi_a(\vec{r}) \phi_b(\vec{r}) \phi_1^*(\vec{r}) \phi_2^*(\vec{r}) = \frac{1}{V^2} \int d\vec{r} e^{i(\vec{k}_a + \vec{k}_b - \vec{k}_1 - \vec{k}_2)\cdot\vec{r}}$ , lequel est non nul uniquement si l'impulsion est conservée. De plus, le processus doit conserver l'énergie. En négligeant pour l'instant les termes de champ moyen du type (1.31), on obtient les conditions d'accord de phase suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{conservation de l'impulsion :} \\ \hbar\vec{k}_a + \hbar\vec{k}_b = \hbar\vec{k}_1 + \hbar\vec{k}_2 \\ \text{conservation de l'énergie :} \\ \frac{\hbar^2 |\vec{k}_a|^2}{2m} + \frac{\hbar^2 |\vec{k}_b|^2}{2m} = \frac{\hbar^2 |\vec{k}_1|^2}{2m} + \frac{\hbar^2 |\vec{k}_2|^2}{2m} \end{array} \right. \quad (1.33)$$

Pour que les ondes signal et complémentaire (1 et 2) soient différentes des ondes pompe ( $a$  et  $b$ ), il est indispensable que ces dernières soient différentes l'une de l'autre (nous verrons au §4.1.2 que cela n'est plus vrai en présence d'un potentiel périodique). Il faut donc disposer initialement de 2 condensats ayant une vitesse relative  $\Delta v$  non nulle. Le processus peut être vu classiquement comme la collision de 2 atomes issus des 2 condensats pompes, dont les vitesses après collision doivent vérifier la conservation de l'énergie et de l'impulsion. Pour qu'il y ait collision, la vitesse  $\Delta v$  doit être supérieure à la vitesse du son dans le condensat,  $c = \sqrt{\frac{\mu}{m}}$ . Les paires d'atomes seront alors nécessairement diffusées sur un halo sphérique dont le diamètre est donné par  $\Delta v$ .

Rappelons au passage que ceci n'est valable que si l'on néglige l'énergie d'interaction des atomes, qui conduit en fait à une anisotropie de la sphère de quelques %, mise en évidence sur l'expérience [Krachmalnicoff 10, Jaskula 10b]. Nous traiterons de l'influence de ces interactions sur les conditions d'accord de phase dans un réseau optique au §4.3.2.

### Résumé de cette section

Nous avons décrit le phénomène de mélange à quatre ondes atomique, et montré son analogie avec la conversion paramétrique spontanée décrite au §1.2.1. De même qu'alors, la création de paires est soumise à des conditions d'accord de phase. De plus, les paires d'atomes générées par mélange à quatre ondes ont les mêmes propriétés de corrélation que les paires de photons jumeaux. Ces états non-classiques atomiques offrent donc la possibilité de réaliser avec des atomes le pendant matériel des expériences d'optique quantique décrites aux §1.2.3 et 1.2.4.

Nous allons dans le paragraphe suivant expliquer comment le mélange à quatre ondes atomique a été mis en œuvre sur notre montage expérimental, avant de rapporter la démonstration de la corrélation en impulsion et des fluctuations subpoissonniennes de nos paires d'atomes.

### 1.3.2 Réalisation expérimentale

D'après le paragraphe précédent, il est nécessaire pour générer du mélange à quatre ondes de disposer de deux condensats dotés d'une vitesse relative  $\Delta v$ , superposés spatialement (pour qu'il y ait recouvrement des fonctions d'ondes), et non piégés. Nous décrivons ici comment nous réalisons ces conditions initiales, et le résultat de l'expérience.

Nous partons d'un condensat d'environ  $10^5$  atomes d'hélium métastable dans le sous-niveau Zeeman  $m = 1$ , produit dans le piège dipolaire décrit au chapitre 2. A l'issue d'un transfert radio-fréquence des atomes vers le sous-niveau  $m = 0$ , d'une durée de 2ms et d'une efficacité de 50% [Partridge 10], le piège dipolaire est coupé. La figure 1.11 décrit la séparation du condensat en 3 condensats-fils, qui a lieu en  $2,5\mu\text{s}$ ,  $1\mu\text{s}$  après la coupure du piège. La densité n'a donc pas encore eu le temps de chuter lors de la séparation des condensats. Comme leur vitesse relative de  $18\text{cm.s}^{-1}$  est supérieure à la vitesse du son  $c_{BEC} = \sqrt{\mu/m} \sim 2\text{cm.s}^{-1}$ , nous sommes dans un régime collisionnel. Les atomes ayant subi une collision sont diffusés dans des paires de modes qui respectent les conditions d'accord de phase (1.33). Ils forment après expansion 3 halos, visibles sur la figure 1.12 : 2 halos entre le condensat central et chacun des condensats périphériques, et un grand halo moins dense entre ces deux derniers, qui est partiellement coupé par les bords du détecteur. Seuls 10% des atomes sont diffusés dans ces trois halos, tandis que les atomes n'ayant pas subi de collision restent dans les 3 condensats. Quant aux 50% d'atomes qui n'avaient pas été transférés en  $m = 0$  par la rampe radio-fréquence, on les écarte du détecteur par un gradient magnétique, pour ne détecter que ceux dans  $m = 0$ .

Notre détecteur de particules uniques, qui est décrit en détail dans l'annexe A, nous permet de reconstruire avec une efficacité quantique d'environ 12% la distribution en position des atomes à 3 dimensions lors de leur détection, qui intervient 307 ms après la coupure du piège dipolaire. On infère de cette distribution en position après temps de vol la distribution en vitesse des atomes (représentée sur la figure 1.12), en supposant que l'expansion est balistique et que la taille initiale du nuage atomique est négligeable<sup>3</sup>.

A partir de la distribution en vitesse, on calcule la fonction de corrélation en impulsion  $\tilde{g}^{(2)}(\vec{v})$ , définie dans le §1.1.3.

### 1.3.3 Corrélations

La procédure utilisée pour calculer la fonction de corrélation à partir de nos données expérimentales est décrite en A.5. Nous nous intéressons plus particulièrement ici à la fonction de corrélation pour des impulsion opposées

$$g_{opp}^{(2)}(\vec{v}) = \int_{\Omega} d\vec{V} g^{(2)}(\vec{V} - \frac{1}{2}\vec{v}, -\vec{V} + \frac{1}{2}\vec{v}) \quad (1.34)$$

---

3. Nous verrons dans le chapitre suivant que cette hypothèse n'est pas forcément vérifiée quand on s'intéresse à des vitesses faibles selon l'axe vertical.

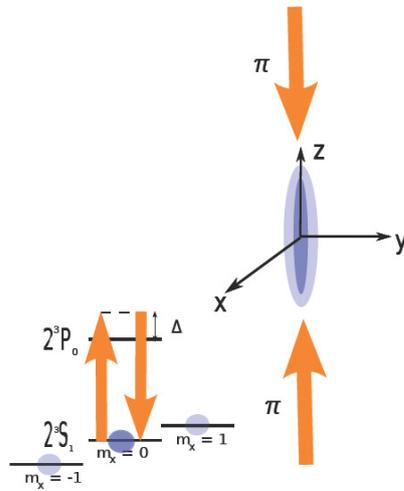


FIGURE 1.11 *Déclenchement de la collision* - On a préalablement appliqué un pulse radio-fréquence pour transférer la moitié des atomes de  $m = 1$  vers  $m = 0$ . Le reste des atomes est en  $m = \pm 1$  (en bleu ciel), formant des condensats superposés spatialement à celui en  $m = 0$  (en bleu foncé). Ce dernier est ensuite séparé en 3 : avec 2 faisceaux contrapropageants désaccordés de  $\Delta = 600\text{MHz}$  sur le bleu de la transition  $2^3s_1 - 2^3p$ , on réalise un quart d'oscillation de Rabi de la classe d'impulsion nulle vers celles d'impulsion  $\pm 2\hbar k_{rec}$  (absorption d'un photon d'un des faisceaux et réémission selon l'autre faisceau). Les faisceaux sont polarisés  $\pi$  et n'adressent donc que les atomes en  $m = 0$ . Les collisions interatomiques ont lieu au moment de la séparation des 3 condensats d'impulsions 0 et  $\pm 2\hbar k_{rec}$ .

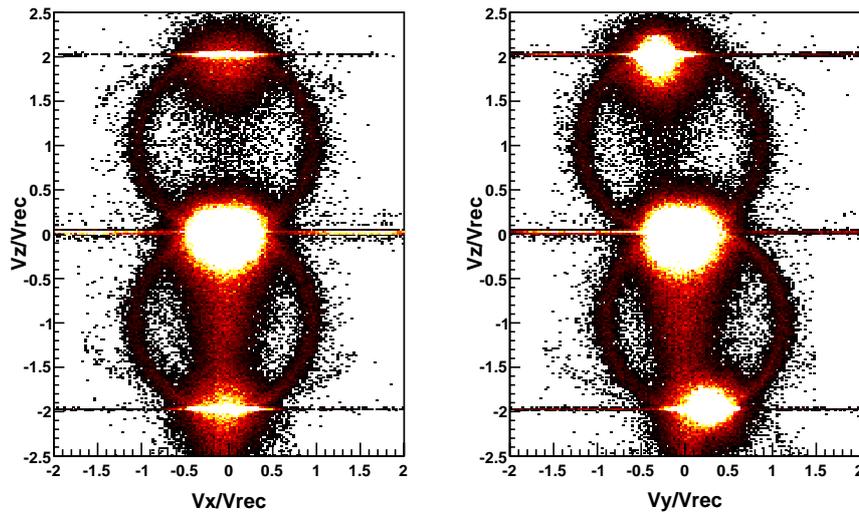


FIGURE 1.12 Coupe de la distribution en vitesse des atomes dans les plans  $(x, z)$  et  $(y, z)$ , moyennée sur 300 fichiers : entre les 3 condensats en  $0$  et  $\pm 2v_{rec}$ , on détecte des halos formés par les atomes diffusés lors de la collision des condensats. Pour chaque cycle, nous détectons en moyenne 200 atomes sur chaque halo, une fois exclues les zones entourant les condensats. Nous voyons de plus sur ces images quelques conséquences de notre configuration expérimentale et de notre système de détection. En effet, les faisceaux utilisés pour séparer les condensats forment un angle de  $7^\circ$  par rapport à la verticale dans le plan  $(y, z)$  (pour des raisons d'accès optique), ce qui se traduit par un décalage des 2 condensats périphériques selon  $y$ . On remarque également une trainée sous le condensat central, due à la fin de l'évaporation qui se poursuit jusqu'à la coupure du piège dipolaire. Enfin, les coups visibles dans tout le plan horizontal au niveau des condensats proviennent en fait de problèmes de reconstruction (cf §A.2), liés à la très forte densité atomique à ces instants, qui conduit à mélanger lors de la reconstruction des signaux correspondant à des atomes différents.

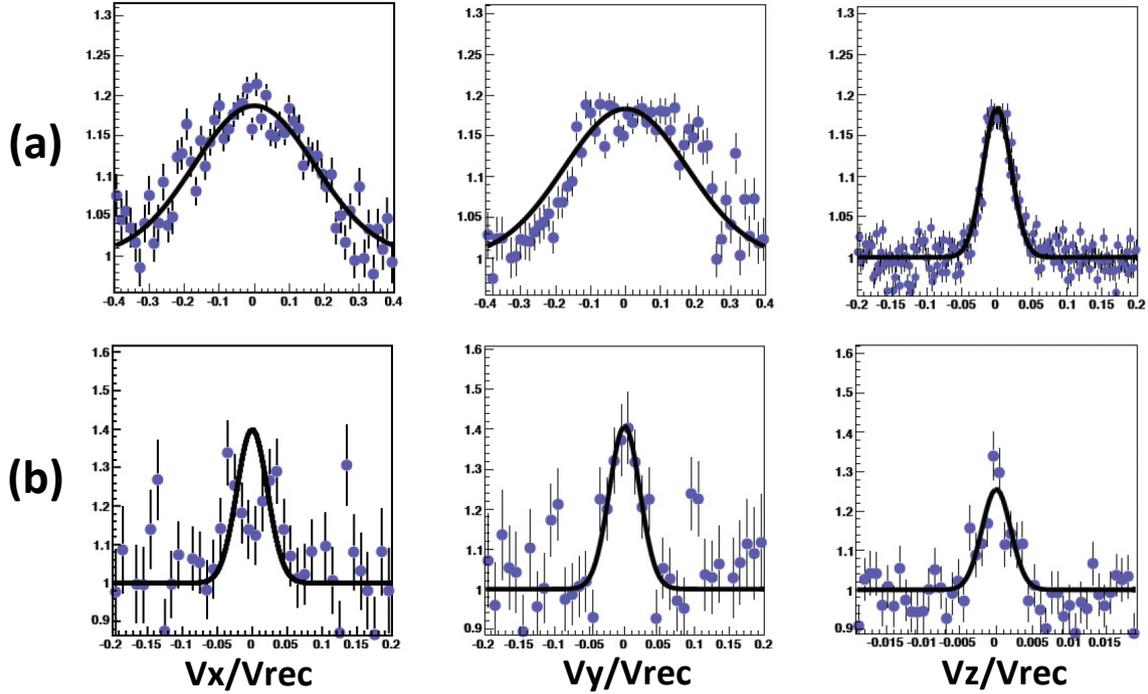


FIGURE 1.13 Coupes des fonctions de corrélation opposée  $g_{opp}^{(2)}(\vec{r})$  (a) et locale  $g_{loc}^{(2)}(\vec{r})$  (b) selon les 3 axes de l'expérience.

L'intégrale est réalisée sur une coquille  $\Omega$  qui contient l'un des halos<sup>4</sup>, mais dont on a coupé les pôles où se trouvent les condensats.

Des coupes de  $g_{opp}^{(2)}(\vec{v})$  selon les 3 axes de l'expérience sont présentées sur la figure 1.13.a. Comme attendu pour des paires, nous détectons un maximum en  $\vec{v} = 0$ , c'est à dire pour 2 points diamétralement opposés sur le halo.

Nous avons aussi accès aux corrélations locales sur le halo

$$g_{loc}^{(2)}(\vec{v}) = \tilde{g}^{(2)}(\vec{v}) = \int_{\Omega} d\vec{V} g^{(2)}(\vec{V} - \frac{1}{2}\vec{v}, \vec{V} + \frac{1}{2}\vec{v}) \quad (1.35)$$

représentées sur la figure 1.13.b, qui présentent elles aussi un maximum pour  $\vec{v} = 0$ , dû à l'effet HBT. La présence de ces corrélations locales nous indique que l'état que nous créons n'est pas cohérent. En effet, le mélange à quatre ondes est ici spontané, à partir des fluctuations du vide. Par ailleurs, la largeur de la fonction de corrélation locale nous indique la taille d'un mode. Nous en déduisons que nous diffusons moins de  $10^{-1}$  atomes par mode.

Il est remarquable que, sur une même expérience, nous ayons mis en évidence des corrélations locales et opposées, qui illustrent la dualité onde-corpuscule des atomes. En effet, la présence de corrélations opposées est triviale si l'on considère les atomes comme des sphères dures qui

4. Nous avons choisi de n'utiliser qu'un seul des 2 halos, celui pour lequel la proportion d'atomes issus non pas de la collision mais de l'émission spontanée est la plus faible. Cette différence entre les 2 halos est due à un déséquilibre de puissance entre les 2 faisceaux qui servent à séparer le condensat initial en 3 [Jaskula 10b].

subissent des collisions élastiques, mais plus subtile dans une vision ondulatoire de la matière, où les collisions sont décrites comme du mélange à quatre ondes. Parallèlement, nous avons une signature de l'effet Hanbury Brown et Twiss qui s'explique facilement par un phénomène d'interférences entre ondes, mais est clairement quantique d'un point de vue corpusculaire.

Ces deux types de corrélations, locales et opposées, avaient déjà été observées sur les 2 premières versions de cette expérience [Perrin 07a, Krachmalnicoff 10]. Une nouveauté de la version décrite ici, outre la direction de la collision, est le fait que le condensat n'est pas obtenu dans un piège magnétique, comme auparavant, mais dans un piège dipolaire, comme décrit au chapitre 2. Nous nous affranchissons ainsi des problèmes de stabilité du champ magnétique, qui rendaient la prise de données difficile [Jaskula 10b].

Nous avons donc vérifié la présence de corrélations en impulsion, analogues aux corrélations des faisceaux jumeaux mises en évidence par Burnham et Weinberg [Burnham 70] et décrites au §1.2.2. L'étape suivante a été de nous intéresser aux fluctuations de population relative de part et d'autre du halo.

### 1.3.4 Réduction des fluctuations

Cette mesure est similaire à celle effectuée par Heidmann et al. sur des faisceaux jumeaux générés par conversion paramétrique [Heidmann 87], que nous avons présentée au §1.2.4. De la même manière que les auteurs de cette expérience ont mesuré les fluctuations relatives en intensité des 2 faisceaux, nous avons mesuré les fluctuations relatives en nombre d'atomes pour des modes opposés. Cependant, quand sur l'expérience [Heidmann 87] deux modes conjugués étaient sélectionnés, nous moyennons notre signal sur l'ensemble des modes. En effet, notre expérience est cyclique, et produit à chaque cycle très peu d'atomes par mode, comme nous l'avons indiqué au paragraphe précédent, tandis que la conversion paramétrique a lieu en continu, ce qui garantit un flux de paires raisonnable dans les 2 seuls modes sélectionnés.

En pratique, nous divisons le halo en 4p zones de surface égale, et calculons pour chaque couple de zones  $(i, j)$  la variance normalisée  $\sigma_{M_{i,j}}^2$  du nombre d'atomes relatif  $M_{i,j} = N_i - N_j$

$$\sigma_{M_{i,j}}^2 = \frac{(M_{i,j} - \langle M_{i,j} \rangle)^2}{\langle N_i + N_j \rangle} \quad (1.36)$$

Comme représenté sur la figure 1.14, pour des zones qui ne sont pas opposées, on a  $\sigma_{M_{i,j}}^2 = 1$ , ce qui correspond au bruit de grenaille, tandis que pour des zones opposées,  $\sigma_{M_{i,j}}^2 = 0,9$ , soit sous ce bruit. Dans le cas idéal, on aurait  $\sigma_{M_{i,j}}^2 = 0$ , mais nous sommes limités par notre efficacité de détection  $\eta$  : comme nous l'avons expliqué au §1.2.4, la variance minimale que l'on peut alors espérer détecter est  $\sigma_{M_{i,j}}^2 = 1 - \eta$ . Nous sommes donc proches de cette limite imposée par notre système de détection.

### 1.3.5 Bilan, perspectives et limites de cette géométrie

Lors de la collision de deux condensats, une partie des atomes est diffusée par mélange à quatre ondes sur un halo sphérique, analogue aux cônes obtenus par conversion paramétrique spontanée (§1.2.1). Nous avons montré que les atomes sont diffusés par paires en mesurant la

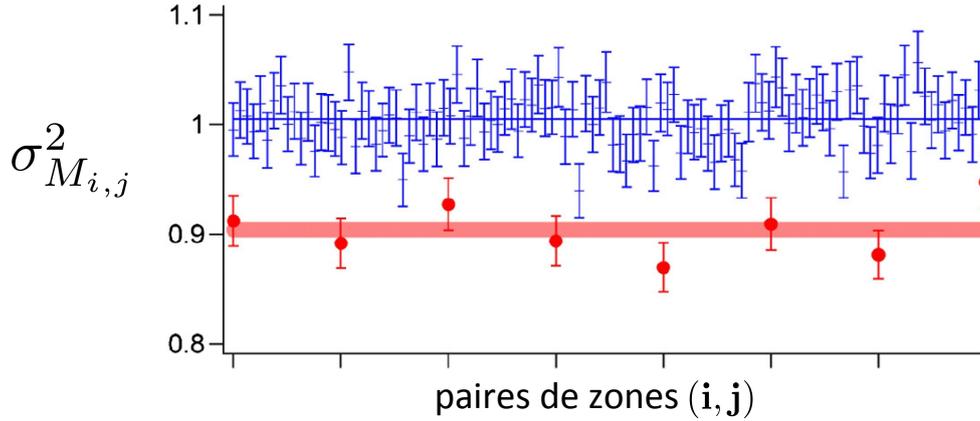


FIGURE 1.14 Variance de  $M_{i,j}$  pour des couples de zones  $(i, j)$  non opposées (en bleu) et opposées (en rouge). Dans le premier cas, la variance est donnée par le bruit de grenaille, alors qu'elle est réduite pour des zones opposées, ce qui traduit le caractère non-classique de l'état que nous considérons. Figure extraite de [Jaskula 10a].

fonction de corrélation sur le halo après expansion,  $g^{(2)}(\vec{r}_1, \vec{r}_2)$ , qui a un maximum lorsque  $\vec{r}_1$  et  $\vec{r}_2$  sont diamétralement opposés : comme les photons jumeaux (§1.2.2), les atomes d'une paire sont corrélés en impulsion. Nous détectons aussi une corrélation en  $\vec{r}_1 = \vec{r}_2$ , ce qui indique que les paires ont une distribution plutôt thermique. Par ailleurs, nous avons démontré une réduction sous le bruit de grenaille des fluctuations du nombre d'atomes relatif de part et d'autre du halo, liée au caractère non-classique de l'état que nous avons généré.

Nous produisons donc sur notre expérience un état atomique similaire à celui obtenu pour des photons par conversion paramétrique spontanée de type I - de même que les photons jumeaux avaient une polarisation identique, les atomes sont ici tous dans le même état de spin. Cet état se prête *a priori* bien à l'observation avec des atomes de l'effet Hong-Ou-Mandel et de la violation des inégalités de Bell par un schéma calqué sur celui de Rarity et Tapster.

En pratique, la réalisation de ces tests de la mécanique quantique est assez compliquée dans la configuration expérimentale considérée dans cette partie. En effet, parmi le continuum de modes du halo, il nous faudra en sélectionner une ou deux paires, les autres étant alors inutiles. Une semblable sélection était effectuée sur les cônes de conversion paramétrique, mais dans ce cas les paires de photons étaient générées en continu, tandis que sur notre expérience il faut attendre un cycle complet - 30s - entre chaque paire d'atomes obtenue dans le mode choisi. Si l'on ajoute à cela le fait que la probabilité de créer une paire dans ce mode précis n'est en fait que de 0,1 (ce qui par ailleurs a le mérite de rendre négligeable la probabilité d'avoir 2 paires dans ce mode), et notre efficacité de détection  $\eta = 0,12$ , soit une probabilité  $\eta^2 = 0,014$  de détecter les 2 atomes d'une paire, il faudrait 6 heures d'acquisition de données par paire "utile" ! Ce temps peut être réduit avec une sélection moins stricte, en gardant plusieurs paires de modes adjacentes. Mais le signal en sera dégradé, et le temps d'acquisition restera bien trop élevé. Enfin, le fait que le rayon du halo dans l'espace des impulsions soit fixé ne laisse pas beaucoup de choix sur la configuration spatiale des faisceaux servant de "lame séparatrice" (pulse  $\pi/2$  sur une transition Bragg avec transfert d'impulsion), déjà très contrainte par nos accès optiques limités.

Examinons maintenant la possibilité d'utiliser notre source dans un interféromètre atomique. Il existe plusieurs propositions [Bouyer 97, Dunningham 02] faisant intervenir des états comprimés en population relative pour atteindre une sensibilité inférieure à la limite quantique standard (en  $1/\sqrt{N}$ ), voire au niveau de la limite d'Heisenberg (en  $1/N$ , du fait de la relation d'incertitude). Bien plus que pour l'interférométrie photonique, l'utilisation d'états non-classiques en interférométrie atomique est prometteuse, d'une part car, en raison des fortes non-linéarités des interactions, les processus de création de ces états sont plus efficaces, et d'autre part car il est plus difficile d'augmenter le nombre d'atomes d'un nuage atomique que la puissance d'un faisceau laser. L'état dans lequel nous générons les paires d'atomes convient bien à cette application, mais le très faible nombre d'atomes par mode sera bien évidemment une limitation.

Ainsi, bien que les paires que nous obtenons par mélange à quatre ondes atomique spontanée soient dans le bon état pour les applications envisagées, leur implémentation sur notre expérience n'est guère possible. Pour y remédier, il faudrait modifier notre technique de création de paires, pour répondre aux contraintes suivantes :

- Le nombre d'atomes généré par mode doit être contrôlable : faible pour les démonstrations de l'effet HOM et de la violation des inégalités de Bell, et très important pour que la source soit utilisable pour l'interférométrie atomique.
- Pour limiter l'acquisition des données à une durée raisonnable quand on travaillera avec très peu d'atomes par mode, il faudrait réaliser lors de chaque séquence expérimentale (cycle de refroidissement des atomes et de production du condensat) plusieurs événements de mélange à quatre ondes, suffisamment espacés temporellement pour qu'il n'y ait pas d'ambiguïté lors de l'analyse des données.
- Si en plus l'impulsion des modes retenus est modulable, il sera plus facile de trouver une configuration géométrique adaptée pour les faisceaux faisant office de lames séparatrices.

Pour trouver une méthode de création de paires remplissant ces critères, nous pouvons nous inspirer des autres expériences de création de paires d'atomes jumeaux, que nous passons en revue dans la partie suivante.

## 1.4 Autres expériences de création de paires atomiques

Au cours de la dernière décennie, différents schémas de génération d'atomes jumeaux ont été proposés et implémentés. Nous en présentons ici quelques uns.

### 1.4.1 Faisceaux jumeaux

Nous avons soulevé au §1.3.5 le problème posé par la multiplicité des modes dans lesquels les paires d'atomes sont diffusées : parmi tous ces atomes, seuls ceux émis dans la ou les paires de modes sélectionnées seront utilisables. Dans les expériences abordées dans cette section, les paires sont émises préférentiellement vers certains modes, ce qui permet d'obtenir une population importante de ces modes, ou au contraire, si on travaille avec peu d'atomes, de renouveler plusieurs fois le processus de création de paires à partir d'un même condensat.

### Mélange à 4 ondes stimulé

En créant un germe dans l'un des modes de sortie du mélange à quatre ondes atomique, on favorise la création de paires dans ce mode et son complémentaire, comme cela a été montré lors de la première expérience de mélange à 4 ondes atomique [Deng 99]. La réalisation d'une telle expérience au MIT a permis de montrer un gain d'un facteur 20 de la population du mode sélectionné [Vogels 02]. De plus, cette équipe a montré la cohérence du mélange à 4 ondes stimulé, en faisant interférer l'onde complémentaire avec l'une des 2 ondes de pompe, et en montrant l'aspect réversible du processus [Vogels 03].

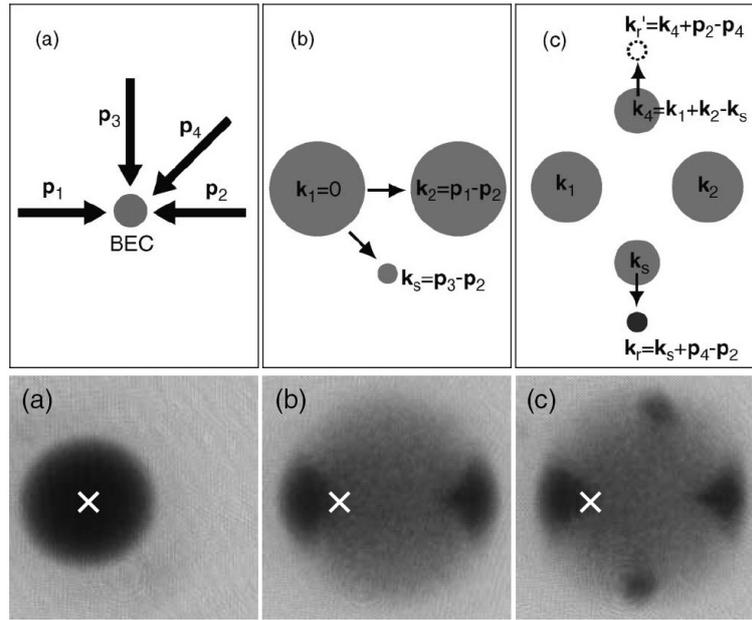


FIGURE 1.15 Mélange à quatre ondes atomique stimulé au MIT. Par transfert d'impulsion Bragg à partir du condensat à  $k_1$  (a), un germe d'impulsion  $k_s$  est créé, et un pulse  $\pi$  transfère la moitié des atomes de  $k_1$  vers  $k_2$  (b). Lors de la collision de ces deux condensats de pompe, les paires d'atomes issus de  $k_1$  et  $k_2$  sont préférentiellement diffusées vers  $k_s$  et  $k_4$  (c). Ce processus coexiste avec la diffusion spontanée des paires sur un halo situé entre  $k_1$  et  $k_2$ , telle que nous l'avons décrite en 1.3. Figure extraite de [Vogels 02].

La création de 2 faisceaux atomiques macroscopiques est très prometteuse pour l'interférométrie atomique, car ces faisceaux devraient présenter une réduction des fluctuations relatives. Cependant, le dispositif de détection utilisé sur cette expérience (reposant sur une imagerie optique par absorption, où l'on observe l'ombre des atomes) ne permet pas de mettre en évidence cette réduction. Par ailleurs, en raison du germe initialement présent dans l'un des modes de sortie, la réduction n'intervient qu'à fort gain. Enfin, notons qu'il n'est pas possible d'interrompre le processus, à la fin duquel les faisceaux jumeaux sont dégradés par des collisions secondaires. Comme cela sera expliqué au §4.3.4, l'existence de collisions secondaires sera également gênante pour l'expérience que nous décrivons au chapitre 4, mais notre capacité à contrôler la durée du mélange à quatre ondes permettra de limiter l'importance des collisions secondaires. De plus,

le fait qu'il ne soit pas possible de contrôler la durée du mélange à quatre ondes, et donc la population des modes, exclut l'utilisation de cette source pour des expériences nécessitant peu d'atomes par modes, comme les tests de la mécanique quantique présentés plus haut (§ 1.2.3).

### Mélange à quatre ondes dans un réseau optique

En l'absence d'un germe, le mélange à 4 ondes résulte en une création de paires atomiques dans une multitude de modes de sortie. Une solution pour sélectionner les modes dans lesquels les paires sont créées a été proposée par [Hilligsøe 05], qui consiste à placer les atomes dans un potentiel périodique, pour modifier les conditions d'accord de phase (1.33) du mélange à 4 ondes. Nous décrivons en détail ce mécanisme dans le chapitre 4, et verrons que cette configuration permet de favoriser deux modes longitudinaux d'émission des paires. L'expérience proposée dans [Hilligsøe 05] a été réalisée peu après dans le groupe de W. Ketterle, en chargeant un condensat dans un réseau optique unidimensionnel en mouvement [Campbell 06]. Cette équipe a observé que deux classes d'impulsion était alors macroscopiquement peuplées, dont les impulsions dépendaient comme attendu de la vitesse initiale du condensat. Faute de système de détection approprié, la corrélation en impulsion et la réduction de fluctuation du nombre d'atomes relatif n'avaient pas été démontrées dans cette configuration. De plus, le taux de création de paires observé alors dans l'un des modes était deux fois moindre que dans l'autre mode.

Ce schéma de création de paires permet de diffuser les atomes jumeaux dans des modes dont on contrôle l'impulsion grâce aux paramètres du réseau optique. Il est de plus possible d'interrompre le processus en éteignant le réseau optique, et donc de choisir la population des modes. On peut également envisager d'utiliser plusieurs fois le condensat initial, qui ne sera que

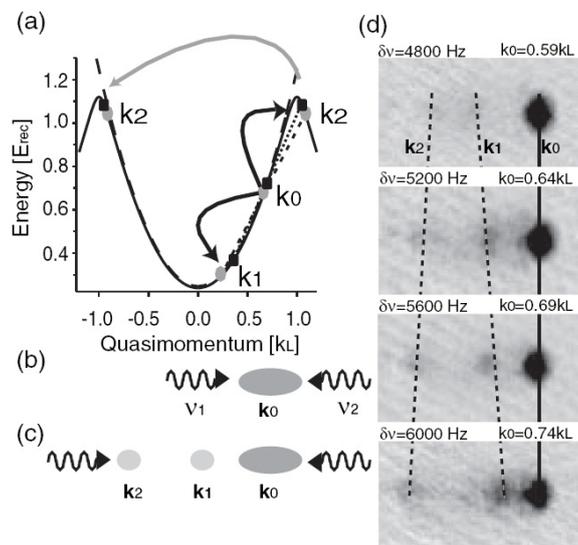


FIGURE 1.16 Les conditions d'accord de phase dans un potentiel périodique unidimensionnel autorisent la diffusion d'une paire d'atomes du condensat initial (de vecteur d'onde  $k_0$ ) vers les impulsions  $k_1$  et  $k_2$ , dont on voit en (d) la dépendance en  $k_0$ . Figure extraite de [Campbell 06].

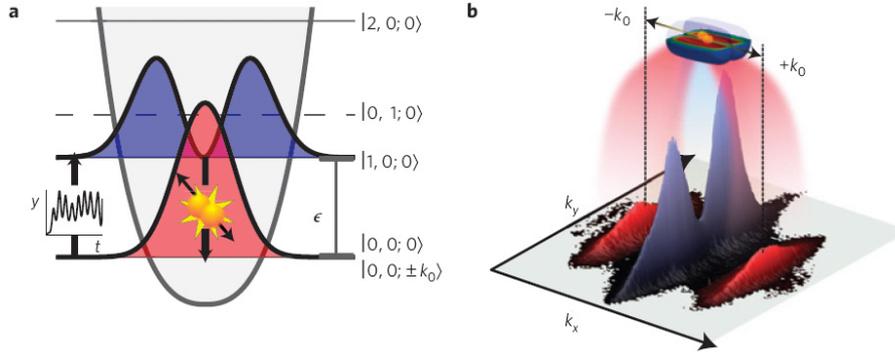


FIGURE 1.17 Les atomes préparés dans le premier état excité transverse (en bleu) ne peuvent se désexciter que par paires, dans les modes longitudinaux (en rouge). Figure extraite de [Bücker 11].

peu dépleté si on crée peu de paires à chaque fois, en appliquant à plusieurs reprises le réseau. Cela permettrait de palier à la durée d'acquisition, excessive sans cela.

### Désexcitation par paires

Une source de faisceaux d'atomes jumeaux a été récemment mise au point à Vienne, et repose sur un principe différent. Sur cette expérience de puce atomique, les atomes sont appariés lors d'un processus de désexcitation [Bücker 11]. Les courants de la puce magnétique sont modulés de sorte à transférer le gaz 1D dans le premier état excité transverse (en bleu sur la figure 1.17). Les atomes ne peuvent alors se désexciter que par paires, vers le fondamental transverse (en rouge sur la figure 1.17), mais avec des vitesses longitudinales opposées. Cette expérience permet donc d'obtenir deux faisceaux atomiques directionnels. De plus, le dispositif viennois est équipé comme le nôtre d'un système de détection d'atomes uniques, basé sur une nappe de lumière placée sous le piège [Bücker 09]. Cette nappe est allumée brièvement lors de la chute des atomes, et la fluorescence de ces derniers est collectée. En répétant cette opération à différents délais après la coupure du piège magnétique, et grâce à un algorithme de reconstruction de la trajectoire des atomes dans la nappe, la distribution 3D des atomes est accessible. L'avantage majeur de ce système de détection est sa très bonne efficacité quantique, ce qui a permis de démontrer une réduction des fluctuations de la différence de population brute des deux faisceaux atomique à  $\sigma^2 = 0,37 N_{tot}$ , soit, après correction du bruit de grenaille des photons et du bruit de détection,  $\sigma^2 = 0,11 N_{tot}$  [Bücker 11].

### 1.4.2 Paires intriquées en spin

J'aborde ici d'autres types de paires, dont les atomes ont des spins différents, et ressemblent donc aux paires de photons obtenus par conversion paramétrique de type II. Si l'on ne considère qu'une paire de modes, d'impulsions distinctes, peuplée d'une unique paire d'atomes, on obtient un état EPR. L'état obtenu peut être encore plus intéressant si la paire de mode est macroscopiquement peuplée. Les premières propositions dans ce sens suggéraient de générer les paires

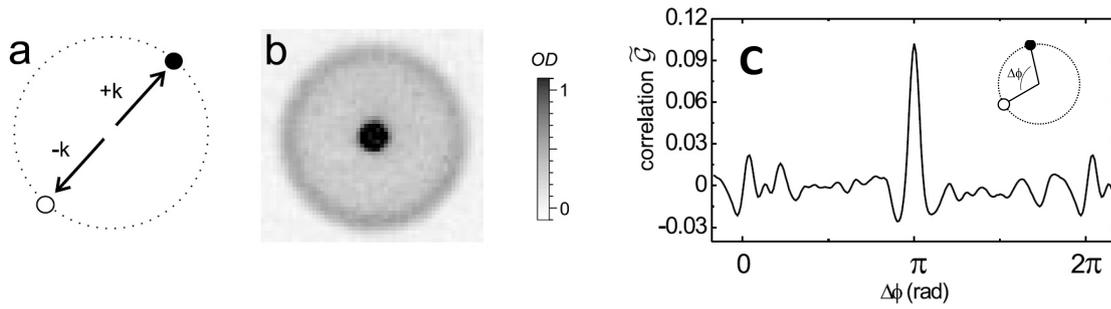


FIGURE 1.18 Les 2 atomes de spins différents issus de la dissociation d'une molécule ont des vitesses opposées (a), et se retrouvent après temps de vol sur un halo sphérique (b). La corrélation entre états de spin différents présente un pic pour des atomes diamétralement opposés (c). Figures extraites de [Greiner 05].

EPR par des collisions avec échange de spin [Duan 00, Pu 00]. Les expériences utilisant actuellement cette technique [Lucke 11, Bookjans 11] n'exploitent pour l'instant pas l'information sur l'impulsion des atomes, mais se concentrent sur les applications pour l'interférométrie du "spin squeezing", sur lequel nous reviendrons.

### Dissociation de molécules

Un moyen alternatif pour créer des paires d'atomes intriqués en spin est de partir de molécules. Cela a été réalisé au JILA [Greiner 05], où des molécules diatomiques de fermions sont créées à l'aide d'une résonance de Feshbach, puis dissociées par une transition radio-fréquence en une paire d'atomes de spins différents et de vitesses opposées, dont la norme est déterminée par le désaccord de la radio-fréquence. Après expansion, ces atomes se trouvent donc sur une coquille sphérique, imagée par absorption (figure 1.18.b). La fonction de corrélation du deuxième ordre en impulsion entre les deux états de spin est tracée sur la figure 1.18.c en fonction de l'angle  $\Delta\phi$  entre deux régions du halo. Elle est supérieure à 0 lorsque les atomes sont diamétralement opposés, comme on l'attend pour des paires d'atomes intriqués.

Cette méthode permet donc de générer des paires d'atomes intriqués en spin, mais, comme sur l'expérience que nous avons décrite au §1.3.2, les paires sont réparties entre de très nombreux modes, rendant peu appropriée l'utilisation de cette source pour des expériences d'optique quantique atomique.

### Mélange à quatre ondes à partir d'atomes au repos

Sur l'expérience He\* de Canberra, un mélange à quatre ondes spontané a été réalisé à partir d'atomes au repos [Dall 09]. Pour cela, une partie des atomes d'un condensat piégé magnétiquement est transférée par couplage radio-fréquence de l'état  $m = 1$  vers l'état  $m = 0$ , qui n'est pas piégé. En raison des différences des longueurs de diffusion  $a_{1,1}$ ,  $a_{1,0}$  et  $a_{0,0}$ , il est favorable énergétiquement de former un réseau de densité des atomes dans  $m = 0$ , et un réseau complémentaire des  $m = 1$ , ce qui se traduit dans l'espace des impulsions par la création de paires d'atomes ( $m = 0, m = 1$ ) d'impulsions opposées, et de vecteur d'onde égal à celui du réseau. L'énergie de ces excitations étant inférieure à l'énergie de piégeage transverse, les paires sont forcément

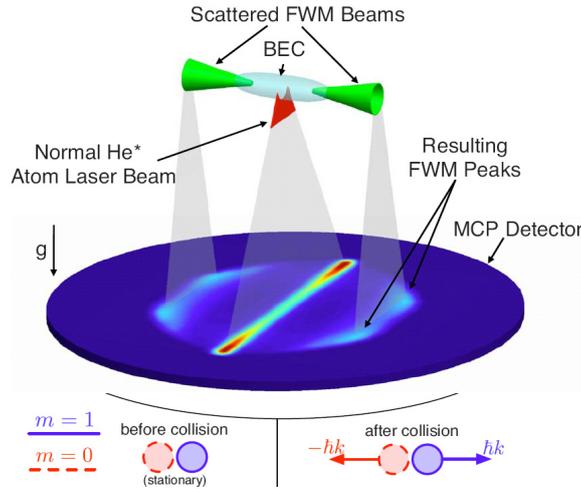


FIGURE 1.19 Paires de faisceaux jumeaux générés par mélange à quatre ondes spontané à Canberra. Figure extraite de [Dall 09].

diffusées selon l'axe long du condensat, et forment après expansion des cônes, visibles sur la figure 1.19. Cette expérience permet donc de générer des paires atomiques dans un nombre de modes limité, d'impulsion fixée, et dont la population dépend de la puissance de la radio-fréquence. La principale limite de ce schéma est que l'on ne détecte au final qu'un atome de chaque paire, l'atome dans  $m = 0$  restant piégé. Et quand bien même on couperait le piège magnétique, on n'aurait pas accès à la distribution en impulsion des atomes dans  $m = 1$ , sensibles aux gradient parasites du champ magnétique. Pour cette raison, les paires d'atomes jumeaux d'hélium dans des états de spin différents, qu'elles soient créées par la méthode décrite ici ou autrement, sont difficilement exploitables.

### 1.4.3 Spin squeezing

Certaines expériences mettent l'accent sur la compression (squeezing en anglais) des fluctuations de population relative entre 2 états, qui s'accompagne d'une amplification des fluctuations de la phase entre ces deux états. Ils ne s'agit plus alors de s'intéresser à des paires d'atomes, mais de disposer d'états macroscopiques à corrélations non-classiques, utiles pour l'interférométrie atomique [Wineland 92, Kitagawa 93].

### Echange de spin

La méthode de création de paires par échange de spin proposée dans [Duan 00, Pu 00] a été mise en œuvre récemment à Hanovre [Lucke 11] et à Atlanta [Bookjans 11]. Pour certaines valeurs de champ magnétique, deux atomes de spin  $m = 0$ , initialement au repos peuvent être transférés par collision dans un état  $|m = 1, \vec{p}; m = -1, -\vec{p}\rangle$ . Sur les expériences citées plus haut, on ne s'intéresse pas aux impulsions des atomes, mais à la différence de population entre les deux états de spin, qui peut être décrite comme un moment angulaire macroscopique  $J_z =$

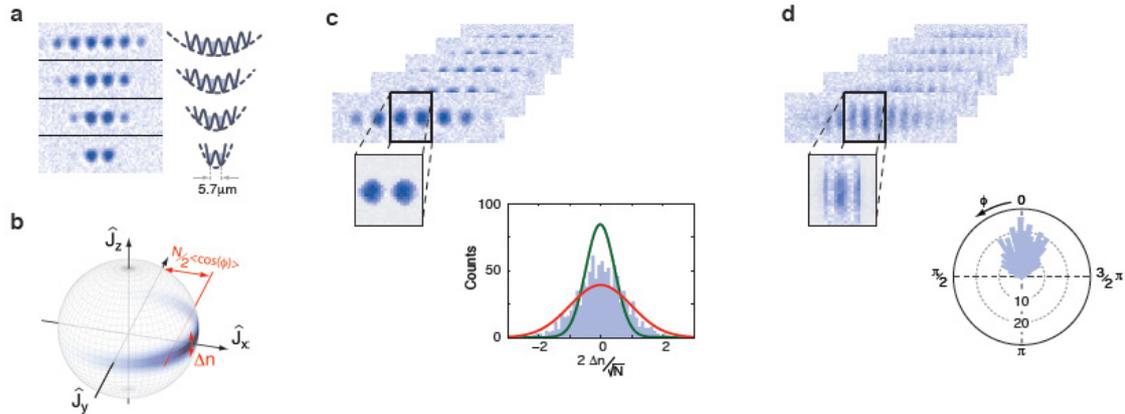


FIGURE 1.20 À partir de la différence de population entre deux sites adjacents d'un réseau optique 1D (a), un spin macroscopique  $\vec{J}$  est défini (b).  $J_z$  est mesuré dans le réseau par imagerie par absorption (c), et ses fluctuations sont inférieures au bruit de grenaille (courbe rouge). La cohérence de phase est déduite des interférences après temps de vol (d). Figure extraite de [Estève 08].

$(N_{+1} - N_{-1})/2$ . Une réduction des fluctuations de  $J_z$  ("spin-squeezing") de 7dB sous le bruit de grenaille a été observée sur l'expérience [Bookjans 11]. Par ailleurs, l'équipe de Hanovre a démontré expérimentalement que ce type d'état est utilisable en interférométrie atomique, en réalisant une lame séparatrice par couplage radio-fréquence entre les 2 états de spin [Lucke 11].

### Réduction cohérente de la population relative des sites d'un réseau optique

Pour définir un spin macroscopique  $\vec{J}$ , il suffit de disposer de deux états différents. A Heidelberg, ces deux états sont deux sites adjacents d'un réseau optique [Estève 08], comme représenté sur la figure 1.20.a. L'expérience décrite dans cet article a permis la mise en évidence de la réduction des fluctuations de  $J_z$  (figure 1.20.c), sans détériorer la cohérence de phase entre les deux états, mesurée par interférence après temps de vol (figure 1.20.d).

#### 1.4.4 Choix d'une nouvelle méthode de création de paires

Parmi les configurations présentées ci-dessus, il convient de choisir celle qui répond le mieux aux critères définis au §1.3.5, tout en étant adaptée à notre montage expérimental et à notre dispositif de détection. Comme nous détectons les atomes après un temps de vol important, il est préférable que les 2 atomes de la paire soient dans l'état  $m = 0$ , ce qui exclut les méthodes présentées dans le §1.4.2. Nous avons donc choisi de nous inspirer de l'expérience de [Campbell 06], qui utilise un réseau optique pour réaliser l'accord de phase du mélange à quatre ondes vers un nombre limité de modes, qui peuvent être peuplés macroscopiquement. En jouant sur la durée d'application du réseau, il sera aussi possible de ne créer que très peu de paires dans ces modes. De plus, les impulsions des atomes diffusés par paires sont contrôlables via les paramètres du réseau, ce qui devrait permettre de trouver une configuration géométrique adéquate des faisceaux servant de lame séparatrice. Remarquons cependant que, à l'exception de cette souplesse sur

les impulsions des modes favorisés, les caractéristiques des paires ainsi créées seront similaires à celles des paires obtenues sur l'expérience sur puce atomique de Vienne [Bücker 11], dont le système de détection est par ailleurs plus efficace que le nôtre, bien que la résolution ne soit que bidimensionnelle. Nous explorerons donc en parallèle, à Vienne et à Palaiseau, deux méthodes différentes pour générer le même type de faisceaux jumeaux.

## 1.5 Conclusion

Nous avons défini au début de ce chapitre les fonctions de corrélation, qui servent à caractériser les propriétés de cohérence et de corrélation d'un état. En générant de manière non-linéaire des corrélations entre particules, on fabrique des états non-classiques, comme les paires de photons jumeaux que nous avons décrites au §1.2, et dont nous avons donné un aperçu des applications en optique quantique. Pour des raisons fondamentales - démonstration avec des atomes de l'effet Hong-Ou-Mandel et de la violation des inégalités de Bell - et appliquées - interférométrie atomique -, il est intéressant de disposer de paires d'atomes dans un état analogue. L'expérience de mélange à quatre ondes atomique spontanée que nous avons décrite au §1.3 génère de telles paires. Cependant, les caractéristiques et la faible population des modes dans lesquels ces paires sont émises rendent difficile l'utilisation en l'état de notre source de paires pour les expériences envisagées. C'est pourquoi nous avons choisi de réaliser le mélange à quatre ondes dans un réseau optique, pour limiter et mieux contrôler les modes dans lesquels les paires d'atomes jumeaux seront émises, ainsi que la population de ces modes. Pour cela, nous avons mis en place sur notre montage expérimental un réseau optique unidimensionnel, décrit au chapitre 3, grâce auquel nous avons testé cette méthode de création de paires, dont la réalisation et la caractérisation sont rapportées au chapitre 4. Nous verrons alors l'influence, pour la génération de paires, des propriétés du condensat initial, que nous formons dans un piège optique très allongé, comme expliqué au chapitre 2.

## Chapitre 2

# Condensation dans un piège optique allongé

La création de paires de particules nécessite de disposer d'une source cohérente. Par exemple, lors de la production de photons jumeaux par conversion paramétrique, un faisceau laser sert de pompe. En optique atomique, on prendra comme source un condensat de Bose-Einstein. Ce chapitre décrit le piège dipolaire dans lequel nous produisons un gaz dégénéré d'hélium métastable, et les propriétés du nuage ainsi obtenu. La mise en place du piège et l'évaporation jusqu'à dégénérescence ont déjà été décrites dans la thèse de Jean-Christophe [Jaskula 10b]. Je me contenterai donc dans ce chapitre de rappeler les principales caractéristiques du piège et du gaz dégénéré obtenu après évaporation. Je m'étendrai davantage sur les spécificités liées à notre géométrie très allongée.

### 2.1 Description du piège

#### 2.1.1 Potentiel dipolaire

Pour piéger les atomes, nous utilisons la force dipolaire exercée sur eux par un faisceau laser, dont la fréquence  $\omega/2\pi$  est relativement proche d'une transition atomique de fréquence  $\omega_0/2\pi$ . Le champ électrique  $\vec{E}$  du faisceau laser entraîne l'apparition d'un moment dipolaire atomique induit,  $\vec{d} = \alpha\vec{E}$ . La polarisabilité  $\alpha$  est calculée dans [Grimm 00] en considérant l'atome comme un système quantique à 2 niveaux, de pulsation  $\omega_0$ , et en traitant classiquement le champ  $\vec{E}$  :

$$\alpha = 6\pi\epsilon_0 c^3 \frac{\Gamma/\omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega^2 - i(\omega^3/\omega_0^2)\Gamma} \quad (2.1)$$

avec  $\Gamma/2\pi$  la largeur en fréquence de la transition considérée, égale à 1,6MHz pour la transition  $2^3s_1 - 2^3p$  de l' $^4\text{He}$ . Cette expression de  $\alpha$  n'est valable que si la transition n'est pas saturée [Grimm 00]. Il n'y a pas de problème pour les potentiels optiques que nous utilisons sur l'expérience, pour lesquels le paramètre de saturation est  $s \sim 2 \cdot 10^{-8}$ .

Par effet Stark, le couplage entre le champ et le moment dipolaire entraîne un décalage des niveaux atomiques, dit déplacement lumineux :

$$V_{optique} = -\langle \vec{d} \cdot \vec{E} \rangle = -\text{Re}(\alpha) |\vec{E}|^2 \quad (2.2)$$

pour des désaccords importants, tels que  $|\omega_0^2 - \omega^2| \gg \Gamma^2$ , l'expression (2.2) donne :

$$V_{optique}(\vec{r}) = -\frac{3\pi c^2}{2\omega_0^3} \left( \frac{\Gamma}{\omega_0 - \omega} + \frac{\Gamma}{\omega_0 + \omega} \right) I(\vec{r}) \quad (2.3)$$

La forme de ce potentiel optique est donc déterminée par le profil d'intensité lumineuse, et son signe dépend du désaccord du laser par rapport à la transition atomique,  $\Delta = \omega - \omega_0$ . Pour un désaccord vers des fréquences inférieures à  $\omega_0$ , dit sur le rouge, le potentiel sera attractif, tandis qu'il sera répulsif dans la situation inverse ( $\Delta > 0$ , décalage sur le bleu). Pour des désaccords  $|\Delta| \ll \omega_0$ , le terme en  $1/(\omega_0 + \omega)$  est négligeable (approximation de l'onde tournante), et le potentiel dipolaire est inversement proportionnel au désaccord.

On cherchera néanmoins à se placer assez loin de résonance pour limiter le chauffage dû à l'absorption de photons par les atomes. Celui-ci est caractérisé par le taux d'émission spontanée  $\Gamma_{sp}$ , qui décroît comme le carré du désaccord :

$$\Gamma_{sp}(\vec{r}) = \frac{1}{\hbar \epsilon_0 c} \text{Im}(\alpha) I(\vec{r}) = \frac{3\pi c^2}{2\hbar \omega_0^3} \left( \frac{\omega}{\omega_0} \right)^3 \left( \frac{\Gamma}{\omega_0 - \omega} + \frac{\Gamma}{\omega_0 + \omega} \right)^2 I(\vec{r}) \quad (2.4)$$

Il faudra donc trouver un compromis entre profondeur du piège et chauffage.

En résumé, en présence d'un motif d'intensité lumineuse de longueur d'onde comparable à celle d'une transition atomique, dans le cas où cette transition n'est pas saturée, les atomes subiront un potentiel dipolaire proportionnel au motif, attractif ou répulsif selon le signe du désaccord, et d'autant plus important que ce désaccord est faible. Le chauffage entraîné diminue lorsque le désaccord augmente.

## Applications

Les potentiels optiques, qui sont facilement façonnables à partir des caractéristiques des faisceaux utilisés, ouvrent tout un panel de possibilités, dont beaucoup sont décrites dans la revue [Grimm 00].

On peut tout d'abord s'en servir pour piéger les atomes. Le piège le plus simple est réalisé avec un faisceau gaussien sur le rouge de la transition. La raideur de ce piège est déterminée selon 2 axes par le waist du faisceau, et selon l'axe de propagation par la longueur de Rayleigh, et par la gravité si la composante verticale est importante, comme sur notre expérience (cf 2.1.2). Des pièges plus confinants sont créés à l'intersection de 2 faisceaux.

Pour tous les pièges sur le rouge, les atomes sont piégés là où l'intensité est maximale, et par conséquent là où le chauffage par émission spontanée est le plus important. En utilisant des faisceaux désaccordés sur le bleu, tels que les atomes soient piégés là où l'intensité est nulle, cet inconvénient est supprimé. De tels pièges sont par exemple réalisés avec des modes de Laguerre-Gauss [Jaouadi 10], ou d'Hermite-Gauss [Meyrath 05], générés par des lames de phase ou des modulateurs spaciaux de lumière.

Si l'on ne s'intéresse pas au piégeage des atomes mais à leur transport, il suffit d'utiliser des potentiels lumineux dont le confinement longitudinal est négligeable. On obtient ainsi un guide d'onde de matière, analogue pour l'optique atomique des fibres optiques utilisées en optique photonique. En combinant un tel guide avec un condensat de Bose-Einstein, on obtient un laser à atome guidé [Guerin 06]. L'onde atomique guidée est multimode ou monomode selon le confinement transverse [Dall 10]. De plus, le faisceau lumineux servant au piégeage transverse peut se propager dans l'espace libre, mais également être guidé par une fibre optique, les atomes étant alors piégés à l'intérieur [Christensen 08] ou à l'extérieur de la fibre [Vetsch 10].

L'ajout d'un faisceau supplémentaire modifie un potentiel de piégeage, magnétique ou optique, par exemple en créant un puits de potentiel très fin qui ne piège que les atomes les plus froids, et en atteignant ainsi la condensation [Stamper-Kurn 98], ou au contraire en ajoutant une barrière de potentiel [Billy 10, Bernard 10], voire en générant des barrières de potentiel aléatoires avec une figure de tavelure [Clément 06].

Par ailleurs, en faisant interférer 2 faisceaux, on obtient un réseau optique, comme cela sera décrit plus longuement dans le chapitre suivant. Les atomes peuplent les différents sites du réseau, qui forment des galettes parallèles. Selon la profondeur du potentiel, les sites voisins seront isolés ou communiqueront par effet tunnel. Outre l'étude du comportement des atomes dans le réseau, ce dernier peut être utilisé, s'il est assez profond, pour confiner les atomes à 2 dimensions [Burger 02]. De même, avec un réseau bidimensionnel, les atomes sont confinés dans un ensemble de tubes parallèles 1D, tandis qu'avec un réseau 3D, on dispose d'une matrice de sites contenant chacun peu d'atomes, permettant l'observation de la transition de l'état superfluide vers l'isolant de Mott [Greiner 02].

Sur notre montage expérimental, nous avons choisi le piège dipolaire le plus simple possible, basé sur un unique faisceau désaccordé sur le rouge, et dont nous décrivons les caractéristiques dans la suite.

### 2.1.2 Géométrie de notre piège dipolaire

Notre piège dipolaire est formé par un faisceau gaussien TEM00 vertical (*cf* figure 2.1.a), à  $\lambda_{PD} = 1547\text{nm}$ , soit sur le rouge de la transition atomique  $2^3s_1 - 2^3p$  à  $\lambda_{He*} = 1083\text{nm}$ . Il est focalisé sur les atomes avec une puissance maximale de 1,7W et un waist estimé à  $w_0 = 43\mu\text{m}$  (nous justifierons cette estimation à la fin de ce paragraphe), d'où une longueur de Rayleigh  $z_0 = \frac{\pi w_0^2}{\lambda_{PD}} = 3,8\text{mm}$ . Le potentiel dipolaire formé par ce faisceau est le suivant :

$$V_{optique}(r, z) = -V \frac{1}{1 + \left(\frac{z}{z_0}\right)^2} e^{-\frac{2r^2}{w_0^2(1 + z^2/z_0^2)}} \quad (2.5)$$

avec une profondeur  $V = -\frac{3\pi c^2}{2\omega_0^3} \left( \frac{\Gamma}{\omega_0 - \omega} + \frac{\Gamma}{\omega_0 + \omega} \right) \frac{2P_0}{\pi w_0^2}$ , proportionnelle à la puissance  $P_0$  du faisceau sur les atomes.

Le potentiel  $V_{optique}$  est harmonique transversalement, et peut être considéré comme également harmonique verticalement sur une longueur faible devant la longueur de Rayleigh  $z_0$ .

Cependant, il faut ajouter à ce potentiel optique la gravité, qui influe fortement sur les caractéristiques du potentiel de piégeage  $V(r, z)$  vu par les atomes, représenté sur la figure 2.1.b

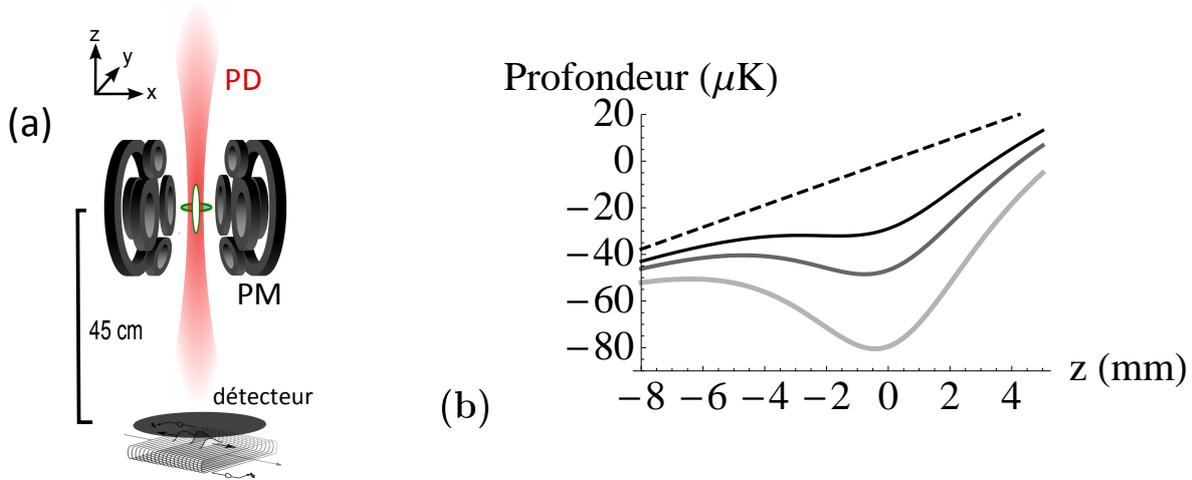


FIGURE 2.1 (a) Schéma de notre montage expérimental : Un nuage froid allongé selon  $x$  est préparé dans le piège magnétique (PM), puis transféré dans le piège dipolaire (PD) vertical, où une dernière étape d'évaporation permet d'atteindre la condensation. La détection des atomes a toujours lieu après un temps de vol de 307ms (pour un condensat au repos). (b) Profil vertical du piège dipolaire, à profondeur maximale (1,7W, gris clair), à profondeur intermédiaire (1W, gris foncé) et vers la fin de l'évaporation (620mW, noir). En raison de la gravité (en pointillés), le piège est anharmonique selon cet axe. Cet effet est d'autant plus important que le piège est peu profond.

pour différentes puissances optiques. Tout d'abord, la barrière de potentiel est fortement abaissée du côté des altitudes décroissantes, diminuant donc la profondeur du piège. En particulier, il existe une puissance optique minimale (585mW dans notre cas) au-delà de laquelle la gravité n'est plus compensée et le potentiel total  $V(r, z)$  n'est plus piégeant. Par ailleurs, le minimum du potentiel est décalé vers le bas, et sa position dépend de la puissance optique. Nous verrons dans le §2.1.5 comment profiter de ce décalage pour exciter des oscillations dipolaires. Enfin, à l'échelle de la taille du condensat, le potentiel ne peut plus être considéré comme harmonique selon la verticale, il ne suffit donc pas d'une fréquence de piégeage longitudinale pour le caractériser. Le tableau 2.1 récapitule les caractéristiques du potentiel de piégeage pour différentes puissances optiques. Remarquons que la déformation du potentiel optique par la gravité est encore plus importante pour les espèces atomiques de masse supérieure, pour lesquelles il serait plus difficile de réaliser un piège vertical avec un seul faisceau.

### Contrôle de la puissance optique

Au cours d'une séquence expérimentale, nous modifions la profondeur du piège dipolaire, que ce soit pour l'évaporation (§2.1.3), ou lors d'une recompression (§2.1.5). On change cette profondeur en jouant sur la puissance du laser formant le piège optique. Pour cela, un modulateur acousto-optique (MAO) est inclus dans le banc optique du piège dipolaire, décrit dans la thèse de mon prédécesseur [Jaskula 10b]. Le MAO sert aussi à couper rapidement - en  $50\mu\text{s}$  - le piège dipolaire.

Nous utilisons un générateur de fonction arbitraire pour définir la rampe de puissance sou-

P(W)	prof( $\mu$ K)	$z_{min}$ (mm)	$\nu_{\perp}$ (kHz)	$\nu_z$ (Hz)
1,7	30	-0,43	3,0	23
1	8,1	-0,77	2,3	16
0,62	0,24	-1,6	1,7	7,7

TABLE 2.1 Paramètres du piège dipolaire pour différentes puissances optiques, en supposant un waist de  $43\mu\text{m}$  : profondeur (selon la verticale), position verticale du fond, et fréquences de piégeage transverse et longitudinale, définies comme les dérivées secondes du potentiel à son minimum  $(0, 0, z_{min})$ .

haitée. Le signal ainsi généré détermine l’enveloppe de l’onde radio-fréquence (RF) appliquée au MAO. La réponse de ce dernier étant non-linéaire, la puissance optique ne suivra pas exactement la rampe de consigne. Nous verrons dans le chapitre 3 que, pour les MAO du réseau optique, nous mettons à profit cette non-linéarité pour lisser les rampes de puissance optique. Au contraire, dans le cas du piège dipolaire, l’on s’affranchit de la non-linéarité en asservissant la puissance optique du faisceau, dont on prélève une partie pour l’envoyer sur une photodiode. La rampe issue du générateur de fonction sert alors de consigne, et le signal de correction, proportionnel à la différence entre la consigne et le signal mesuré par la photodiode, pilote l’amplitude de la RF. La puissance optique est donc proportionnelle à la tension de consigne :  $0,17\text{W/V}$  entre 0 et 10V.

### Détermination du waist du faisceau

Lors de la construction du banc optique, un waist de  $35\mu\text{m}$  a été mesuré. Cependant, la suspension de ce banc au-dessus de l’enceinte à vide a provoqué une modification du waist [Jaskula 10b]. Il a donc été nécessaire de le mesurer indirectement, une fois le piège dipolaire en place. Pour cela, les fréquences de piégeage transverse et longitudinale sont déterminées à partir des résonances mesurées lors d’une modulation de la puissance optique : les pertes d’atomes sont maximales à  $\nu_{modulation} = 11.4 \pm 0,1$  Hz (excitation d’une oscillation dipolaire), d’où  $\nu_z = 12 \pm 0,1$  Hz (la raison de ce décalage entre la fréquence longitudinale calculée au fond du piège, et la fréquence de résonance de l’oscillation dipolaire est expliquée en §2.1.6) et à  $\nu_{modulation} = 2\nu_{\perp} = 3,85 \pm 0,02$  kHz (excitation paramétrique). De ce couple de fréquences, on déduit un waist  $w_0 = 43 \pm 1,5 \mu\text{m}$ , et une puissance moyenne lors de cette mesure de  $0,74 \pm 0,08$  W.

### 2.1.3 Chargement du piège et évaporation

#### Début du cycle expérimental

Je ne rappellerai pas ici les différentes étapes de refroidissement et de piégeage des atomes d’hélium métastable, qui sont décrites dans les manuscrits de thèse des doctorants des générations précédentes. Pour avoir une vision complète de la séquence expérimentale aboutissant à la condensation de Bose-Einstein dans le piège magnétique, on se référera par exemple à [Perrin 07b]. Les dernières améliorations apportées au dispositif expérimental permettant de mener à bien cette séquence sont relatées succinctement dans [Jaskula 10b]. Pour les expériences décrites dans ce

manuscrit, nous reprenons le début de cette séquence, et obtenons ainsi un gaz froid d'atomes d'hélium métastable dans le piège magnétique.

### Évaporation dans le piège magnétique et transfert vers le piège dipolaire

Nous avons vu au §2.1.2 que la profondeur maximale de notre piège dipolaire est de  $30\mu\text{K}$  longitudinalement (et de  $80\mu\text{K}$  transversalement). Pour transférer un nombre non négligeable d'atomes du piège magnétique vers le piège optique, il faut que la température des atomes lors du transfert ne soit pas trop importante par rapport à la profondeur du piège. C'est pourquoi nous effectuons une première étape de refroidissement évaporatif dans le piège magnétique, en transférant par radio-fréquence (RF) les atomes les plus chauds de l'état piégé  $m = 1$  à l'état non-piégé  $m = 0$ . La fréquence de ce couteau RF est balayée de 40 à 12MHz. A la fin de cette rampe d'évaporation dans le piège magnétique, la température des atomes est d'environ  $40\mu\text{K}$ . Nous pourrions refroidir davantage dans le piège magnétique, mais alors les pertes à 3 corps deviendraient très importantes, c'est pourquoi il est plus efficace de poursuivre l'évaporation dans le piège dipolaire. Nous allumons celui-ci progressivement, typiquement jusqu'à 1,5W (profondeur de  $23\mu\text{K}$ ) et coupons les courants du piège magnétique lorsque le piège dipolaire a atteint cette profondeur, soit 1s après le début du transfert. En raison de la faible profondeur du piège optique et de son mauvais recouvrement géométrique avec le piège magnétique, seulement 10% des atomes sont transférés. La température de ces atomes est d'environ  $18\mu\text{K}$ , ce qui signifie que le piège est presque rempli jusqu'au bord.

### Évaporation dans le piège dipolaire

Pour atteindre le régime dégénéré, il faut encore diminuer la température des atomes. Nous procédons donc à une seconde rampe d'évaporation, en baissant la profondeur du piège optique. Les atomes s'échappent au niveau du col du bas du piège (à gauche sur la figure 2.1.b), et sont guidés par le faisceau. Les signaux détectés lors de l'évaporation et après temps de vol pour différentes puissances optiques finales du piège sont montrés sur la figure 2.2. Le signal après temps de vol présente une double structure selon  $z$ , et donc une fraction condensée, à partir d'une température  $T \sim 300\text{nK}$ . Nous poursuivons l'évaporation jusqu'à environ 620mW. D'après le tableau 2.1, cela correspondrait à une profondeur de 240nK et à des fréquences de piégeage de  $\nu_{\perp} = 1,7\text{kHz}$  et  $\nu_z = 7,7\text{Hz}$ . Il faut cependant prendre ces chiffres avec des pincettes dans la mesure où la profondeur et la fréquence longitudinale sont extrêmement sensibles à la puissance optique et au waist<sup>1</sup>. On pourrait également craindre l'effet d'un éventuel angle du faisceau par rapport à la verticale, qui modifierait le potentiel. Mais nous avons vérifié que cet effet est négligeable tant que l'angle reste de l'ordre du degré, ce dont nous sommes certains car nous voyons sur le détecteur la zone où arrive le faisceau de piégeage, quand celui-ci reste allumé longtemps [Jaskula 10b]. Soulignons néanmoins l'anisotropie très importante du piège,  $\lambda = \nu_z/\nu_{\perp} \sim 1/200$ . Nous verrons au §2.2.3 que, pour une telle anisotropie, nous sommes dans un régime de quasi-condensat : pour des températures inférieures à  $T_c$ , la phase du gaz dégénéré n'est pas constante spatialement, mais fluctue selon l'axe long.

---

1. Remarquons aussi que la présence d'un gradient magnétique vertical parasite modifierait sensiblement les caractéristiques du piège optique.

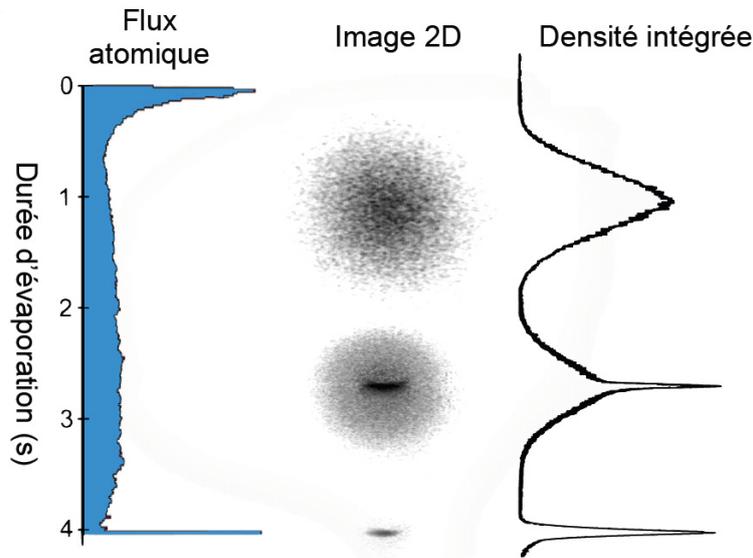


FIGURE 2.2 Flux d'atomes détectés lors de l'évaporation (à gauche), et profils intégrés 2D et 1D du nuage atomique à différentes étapes de cette évaporation. Figure extraite de [Partridge 10].

#### 2.1.4 Fluctuation du temps d'arrivée du condensat

Le temps d'arrivée du condensat sur le détecteur, situé 46cm sous le piège dipolaire, est mesuré par rapport à l'instant de coupure de ce dernier. La durée du temps de vol est en moyenne de 307 ms, mais présente des fluctuations lors de réalisations successives de l'expérience, d'un écart-type de typiquement 0,13ms (figure 2.3). Elles peuvent provenir soit de fluctuations de la position initiale du condensat lors de la coupure, dont l'écart-type de 0,4mm serait assez important, soit de fluctuations de la vitesse initiale du condensat, d'écart-type  $1,2\text{mm}\cdot\text{s}^{-1}$ . Nous verrons dans le §2.1.5 que de telles vitesses sont facilement accessibles lors d'oscillations dans le piège dipolaire, ce qui rend la seconde explication plus probable. Finalement, il sera montré au chapitre 4 qu'il s'agit en fait d'une combinaison des deux effets, dont nous constaterons l'influence sur les vitesses des différents nuages créés par mélange à quatre ondes dans le réseau.

Une origine plausible de ces fluctuations réside dans un mauvais alignement du piège dipolaire sur le piège magnétique, qui se traduirait par des oscillations des atomes lors de la coupure de ce dernier. Pour une durée donnée du piège dipolaire, un tel effet devrait donner au condensat une vitesse reproductible. Il faut donc supposer que c'est le fond du piège dipolaire qui bouge, à cause d'une fluctuation de la puissance optique, ou encore de l'alignement du faisceau (vibration de la structure).

Si c'est bien là la cause des fluctuations du temps d'arrivée, il faudrait pour supprimer celles-ci couper adiabaticquement le piège magnétique, pour ne pas exciter d'oscillation dans le piège dipolaire, quelle que soit la position du minimum de puissance. Un tel transfert sera testé prochainement sur l'expérience.

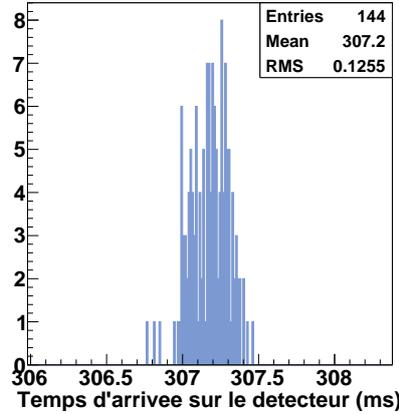


FIGURE 2.3 *Histogramme du temps d'arrivée du condensat sur le détecteur, obtenu en ajustant le profil temporel de densité par une parabole inversée et un fond gaussien.*

### 2.1.5 Recompression

À la fin de la séquence d'évaporation, quand le régime dégénéré est atteint, la puissance optique du piège dipolaire est d'environ 620mW, et ses fréquences d'oscillation sont 7,7 Hz et 1,7 kHz. D'après le tableau 2.1, la profondeur du piège est alors très faible (autour de 240 nK). En augmentant à nouveau la puissance optique, on peut recomprimer le piège (*cf* figure 2.4), et revenir à des profondeurs plus importantes. Pour ne pas exciter le condensat, la variation du potentiel doit être lente devant les fréquences de piégeage (recompression adiabatique). Si au contraire elle est rapide devant  $\nu_z$ , nous générons une oscillation dipolaire.

#### Recompression adiabatique

Pour recomprimer le piège optique, nous imposons que, après la fin de l'évaporation (*cf* figure 2.4), la puissance optique suive une rampe de la forme

$$P(t) = \frac{P_2 + P_1}{2} + \frac{P_2 - P_1}{2} \sin\left(\frac{\pi t}{\tau_{recomp}} - \frac{\pi}{2}\right) \quad (2.6)$$

$P_1$  et  $P_2$  sont les puissances optiques avant et après la rampe, et  $\tau_{recomp}$  est la durée totale de celle-ci. Pour que cette rampe soit adiabatique, il faudrait que  $\omega_z \tau_{recomp} \gg 1$ , soit  $\tau_{recomp} \gg 25$ ms. Nous avons observé expérimentalement l'effet de rampes de durées  $\tau_{recomp}$  comprises entre 1ms et 2s sur la largeur en vitesse des atomes. La température extraite de cette largeur est tracée en fonction de  $\tau_{recomp}$  sur la figure 2.5.a.

Pour  $\tau_{recomp} < 0,5$ s, plus la rampe est rapide, plus la température des atomes est élevée. Ce chauffage excessif traduit la non-adiabaticité des rampes utilisées. A partir de  $\tau_{recomp} = 0,5$ s, la température est indépendante de la durée de la rampe, qui est donc adiabatique. Il s'agit là d'une durée critique relativement importante, supérieure de plus d'un ordre de grandeur à l'estimation réalisée plus haut.

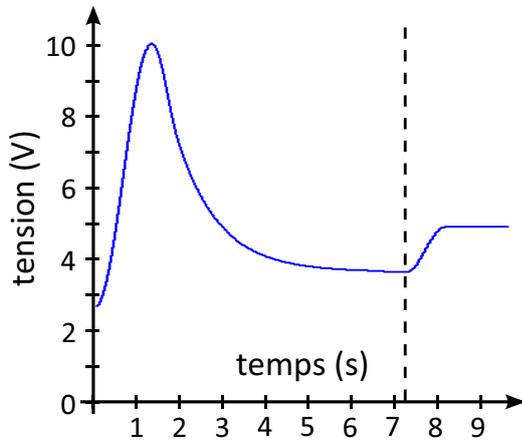


FIGURE 2.4 *Rampe émise par le générateur de fonction pour faire office de consigne de l'asservissement en puissance optique du piège dipolaire. Les premières 1,5 secondes correspondent au transfert des atomes du piège magnétique vers le piège dipolaire, puis l'évaporation dure 6,2s. A la fin de celle-ci, on peut si nécessaire recomprimer le piège dipolaire, jusqu'à un niveau  $P_2$  et en un temps  $\tau_{recomp}$  variable.*

La température après une rampe adiabatique,  $T_2 = 0,4\mu\text{K}$ , est 2 fois supérieure à la température  $T_1$  avant la rampe. Si le piège était parfaitement harmonique, on s'attendrait à mesurer une augmentation de la température d'un facteur  $T_2/T_1 = P_2/P_1 = 1,4$ . En effet, une rampe adiabatique conserve l'entropie, ce qui revient dans le cas harmonique à garder  $T/(\omega_{\perp}^2\omega_z)^{-1/3}$  constant. D'après le tableau 2.1, dans notre potentiel dipolaire les fréquences de piégeage n'augmentent pas linéairement avec la puissance optique. Mais même en tenant compte des vraies fréquences de piégeage, on devrait avoir  $T_2/T_1 \sim 1,6$ . L'écart à la valeur de  $T_2$  mesurée vient sans doute de la forte anharmonicité de notre piège à faible profondeur.

Concernant les rampes non-adiabatiques, la figure 2.5.b indique une anisotropie de la largeur en vitesse : celle-ci est plus élevée selon l'axe longitudinal que dans la direction transverse. Dans la mesure où la rampe reste très lente devant la période d'oscillation transverse, il n'est pas étonnant que le chauffage lors de la rampe soit essentiellement longitudinal. Après la rampe, les collisions entre atomes permettent de revenir à l'équilibre thermodynamique, où la distribution en vitesse est identique selon tous les axes, et permet de définir une température unique pour tout le système. Cet équilibre n'est apparemment pas encore atteint pour les données de la figure 2.5. Nous en déduisons que la durée nécessaire à la thermalisation est supérieure à 1,5s. Il n'y a pas trace d'une telle anisotropie pour les rampes adiabatiques, pour lesquelles le temps d'évolution des atomes dans le piège après la rampe est pourtant plus court : l'élargissement de la distribution en vitesse se fait alors de la même manière dans toutes les directions, suivant l'augmentation des fréquences d'oscillation.

En conclusion, une recompression trop rapide du piège dipolaire entraîne un chauffage longitudinal des atomes, alors que lors d'une recompression adiabatique l'augmentation isotrope de température est liée à l'évolution des fréquences de piégeage et de la forme du piège optique. Pour une augmentation d'un facteur 1,4 de la puissance optique, nous avons déterminé que la recompression est adiabatique pour une durée minimale de 0,5s de la rampe de puissance de forme sinusoïdale (2.6).

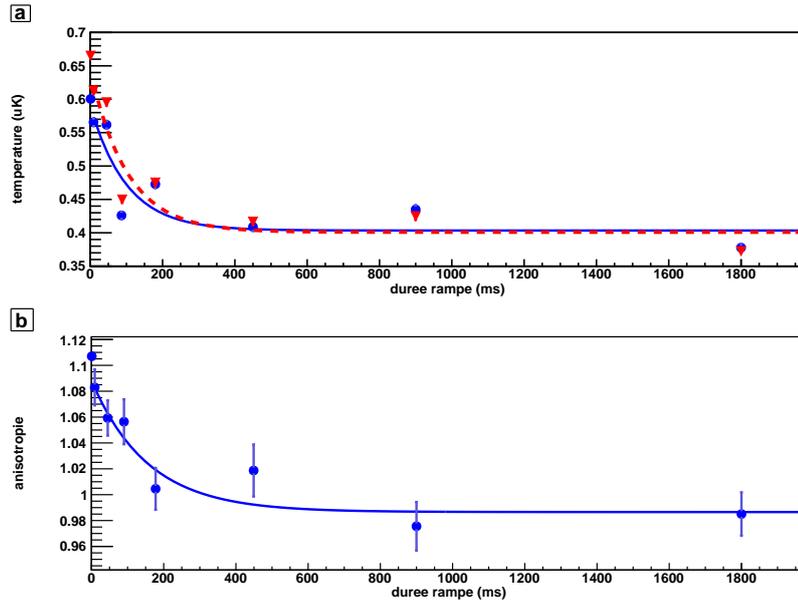


FIGURE 2.5 Après obtention d'un condensat dans un piège décomprimé ( $P_1 = 620\text{mW}$ ), on applique au piège dipolaire une rampe de sa puissance optique de la forme (2.6) jusqu'à  $P_2 \sim 1,4 P_1$ , de durée  $\tau_{recomp}$  variable. Le piège dipolaire est coupé  $1,5\text{s}$  après le début de la rampe de recompression (sauf pour le point à  $2\text{s}$ ) et la température est mesurée par un ajustement gaussien de la distribution en vitesse des atomes (moyennée sur 1 à réalisations expérimentales), en excluant la partie condensée du nuage. (a) Températures déduites des largeurs en vitesse selon les axes  $x$  (ronds bleus) et  $z$  (triangles rouges). L'ajustement par des exponentielles décroissantes (courbes continue bleue pour  $x$  et pointillée rouge pour  $z$ ) donne une constante de temps de  $100 \pm 6\text{ ms}$ . (b) Anisotropie des largeurs en vitesse mesurées selon les axes  $x$  et  $z$ , ajustée par une exponentielle de constante de temps  $156 \pm 80\text{ ms}$ .

### Recompression soudaine : oscillation dipolaire

Nous nous intéressons maintenant à la situation où la recompression est rapide devant la période d'oscillation longitudinale. Une telle recompression excite une oscillation longitudinale du système. La rampe de la puissance optique est là encore de la forme (2.6), et nous veillons à ce que la recompression reste lente devant la période d'oscillation transverse, pour ne pas créer d'excitation transversalement. Mais cette fois  $\omega_z \tau_{recomp} \ll 1$ , de telle sorte que les atomes n'aient pas le temps de suivre le déplacement du minimum du potentiel, dont on voit sur le tableau 2.1 qu'il varie de l'ordre du mm selon la verticale. À la fin de la rampe, les atomes se trouvent donc sur une pente de potentiel (figure 2.6.a), et sont accélérés vers le nouveau fond du piège. Il en résulte une oscillation de la position et de la vitesse des atomes à la fréquence  $\nu_z$ , dite oscillation dipolaire. Un exemple en est présenté sur la figure 2.6.b : après avoir excité l'oscillation dipolaire, nous laissons les atomes évoluer dans le piège dipolaire pendant une durée variable avant de couper ce dernier. Nous mesurons ensuite le temps d'arrivée sur le détecteur - qui sur cet intervalle de temps varie linéairement avec la vitesse des atomes à la coupure du

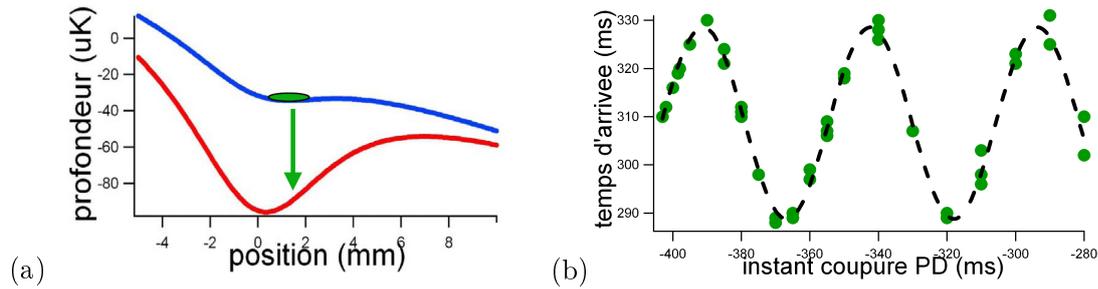


FIGURE 2.6 Lorsque la profondeur du piège optique est augmentée brusquement, le condensat est décalé par rapport au minimum du potentiel (a), ce qui excite une oscillation dipolaire (b).

piège - en fonction de l'instant de coupure du piège dipolaire. Les données présentent clairement un comportement sinusoïdal, de fréquence  $\nu_z = 20,5\text{Hz}$ .

Une fois calibrées l'amplitude et la fréquence de l'oscillation dipolaire générée par une rampe donnée, nous disposons d'une méthode reproductible pour donner aux atomes une vitesse précise, ajustable au moyen du délai entre l'excitation de l'oscillation et la coupure du piège optique. Nous en verrons des applications dans les § 3.2.4 et 4.2.1. La vitesse maximale, atteinte par les atomes lorsqu'ils sont au fond du piège, est déterminée par l'ampleur de la recompression. Pour une recompression à la puissance optique maximale, l'amplitude de l'oscillation est d'environ  $20\text{cm}\cdot\text{s}^{-1}$ .

### 2.1.6 Dépendance en puissance de la fréquence de piégeage longitudinale

Nous avons soulevé au §2.1.3 le problème de la sensibilité de la profondeur et de la fréquence de piégeage longitudinale du piège optique aux différents paramètres du faisceau, que nous ne sommes pas capables de mesurer assez précisément. C'est pourquoi nous utilisons les oscillations dipolaires, décrites au paragraphe précédent, pour déterminer directement la fréquence longitudinale. Nous recomprimons donc brusquement le piège dipolaire à partir de sa profondeur minimale ( $0,62\text{W}$ ), et mesurons la fréquence des oscillations dipolaires ainsi déclenchées, pour différentes amplitudes de recompression (figure 2.7.a). Du fait de l'anharmonicité du piège, les oscillations ne sont pas parfaitement sinusoïdales - bien que cela soit imperceptible sur nos mesures - et leur ajustement par une sinusoïde aboutit à une fréquence inférieure de quelques % à la fréquence donnée par la dérivée seconde au fond du piège (voir la figure 2.7.b pour un exemple). Cet effet est d'autant plus marqué que l'amplitude de l'oscillation est élevée, et donc la recompression importante.

D'après la figure 2.7.a, les fréquences d'oscillation dipolaire que nous mesurons sont en accord avec celles attendues pour un waist de  $43\mu\text{m}$ . Cela ne garantit cependant pas que cette valeur du waist soit exacte, car un tel accord est possible pour différents waist, en utilisant la puissance optique comme paramètre ajustable : nous ne sommes en effet pas certains de la calibration du puissance-mètre utilisé pour ces mesures, aussi les puissances mesurées ne sont-elles exactes qu'en relatif.

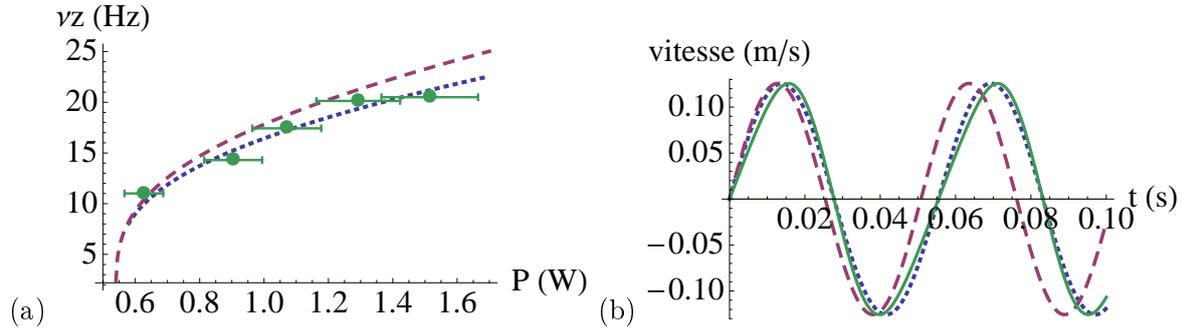


FIGURE 2.7 (a) Dépendance en puissance de la fréquence de piégeage longitudinale. Les ronds verts indiquent les fréquences mesurées pour des oscillations dipolaires déclenchées par recompression de  $0,62W$  à  $P$  (les barres d'erreur verticales ne sont pas visibles), en appliquant un facteur correctif de  $1,12$  à la puissance mesurée au puissance-mètre. La courbe tiretée rouge représente la fréquence longitudinale au fond du piège calculée pour un waist de  $43\mu\text{m}$  et un faisceau vertical à la puissance  $P$ . Cette fréquence est supérieure à la fréquence moyenne attendue pour l'oscillation réalisée expérimentalement (pointillés bleus). La figure (b) illustre cette différence dans le cas d'une recompression jusqu'à  $P = 1,2W$  : la ligne continue verte représente l'oscillation dipolaire calculée à partir du profil du piège optique, dont l'ajustement par une sinusoïde (pointillés bleus) donne une fréquence moyenne plus faible que la fréquence au fond du puits (une oscillation à cette fréquence est représentée en tirets rouges).

Dans cette première partie, nous avons décrit la géométrie de notre piège dipolaire et donné une estimation des fréquences de piégeage. Nous allons maintenant nous intéresser au condensat qui est formé dans ce piège.

## 2.2 Caractéristiques du condensat obtenu

Nous n'images pas le condensat dans le piège, mais seulement après temps de vol. Juste après la coupure du piège, on transfère par une rampe radio-fréquence près de la moitié des atomes dans le sous-niveau  $m = 0$  [Partridge 10]. On applique ensuite un fort gradient de champ magnétique pour éloigner les atomes dans  $m = \pm 1$ . Après un temps de vol de 307 ms, les atomes tombent sur le détecteur. Nous reconstruisons alors leurs positions et temps d'arrivée sur le détecteur. Dans le cas de nuages denses, comme le condensat, nous sommes limités par la saturation du détecteur, et par les contraintes imposées lors de la reconstruction (cf §A.3). Il nous est donc difficile d'estimer le nombre d'atomes dans le condensat à partir du signal détecté après temps de vol.

### 2.2.1 Mesure du nombre d'atomes dans le condensat

Lorsque nous détectons un condensat, le nombre d'atomes reconstruits à partir des signaux détectés est typiquement de l'ordre de 1500, à cause de la saturation. Pour s'affranchir de cette saturation, nous souhaitons diminuer la densité du nuage atomique, sans perte d'atomes. Nous utilisons différentes méthodes pour cela, illustrées sur la figure 2.8. La première méthode consiste

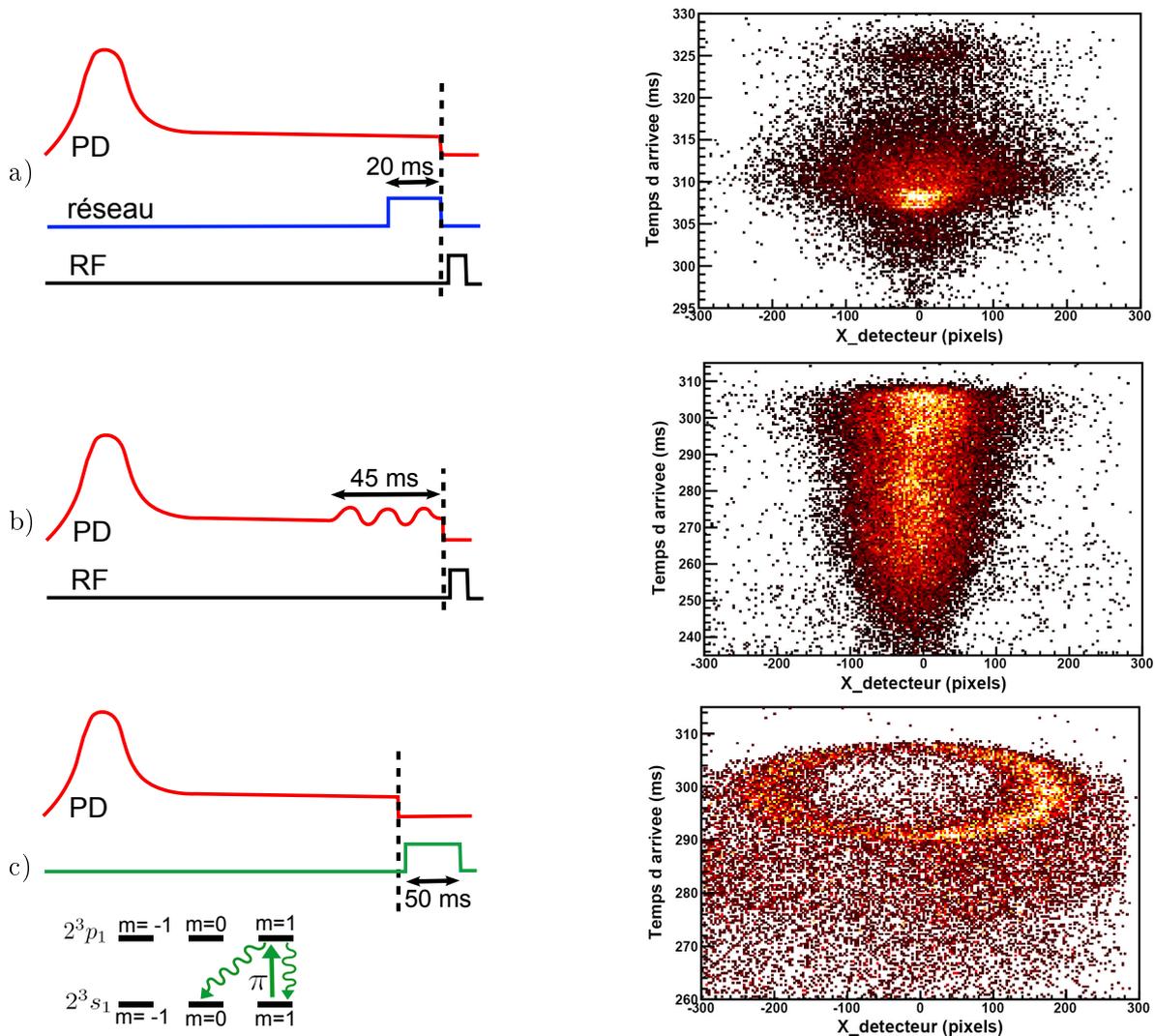


FIGURE 2.8 Pour mesurer le nombre d'atomes du condensat, nous éclatons celui-ci pour diminuer la densité atomique, de sorte qu'il n'y ait pas de saturation du signal détecté. Nous avons testé 3 méthodes différentes, pour lesquelles je représente la séquence temporelle (à gauche), et une coupe dans le plan  $(x,z)$  du signal détecté après temps de vol (à droite), intégrée sur 200 pixels (environ 3cm) selon  $y$  (Les axes sont pris dans le référentiel du détecteur). a) Le réseau optique est allumé à la fin du piège dipolaire (PD) pour chauffer les atomes. À la coupure du PD, une rampe radio-fréquence (RF) transfère une partie des atomes de  $m = 1$  vers  $m = 0$ , et l'on applique un fort gradient magnétique pour éjecter les atomes en  $m = \pm 1$  et ne détecter que les  $m = 0$ . On observe une distribution thermique autour du temps d'arrivée normal du BEC (307ms), et autour du pic de diffraction à 326ms, favorisé par la vitesse du réseau dans le référentiel du laboratoire (§3.3). b) Le piège dipolaire est modulé après la fin de l'évaporation, avec une amplitude suffisante pour faire continuellement tomber du piège une partie des atomes. Comme en (a), on ne détecte que les atomes transférés en  $m = 0$  par RF. c) Les atomes sont excités par un faisceau polarisé  $\pi$  proche de résonance, allumé après la coupure du PD. On détecte la sphère d'émission spontanée vers  $m=0$  (en haut de l'image), et les atomes qui sont transférés en  $m=0$  après plusieurs cycles d'absorption-émission spontanée (atomes sous la sphère). Comme la transition  $2^3s_1, m=0 - 2^3p_1, m'=0$  est interdite, les atomes ne subissent plus de transfert d'impulsion un fois dans  $m=0$ .

à chauffer le condensat, en lui appliquant le réseau décrit dans le chapitre 3 pendant 20 ms, à pleine puissance. Dans le nuage ainsi obtenu, on a de l'ordre de 10000 atomes reconstruits. Pour la deuxième méthode, on module la puissance du piège optique à 3 kHz (donc proche de la fréquence de l'excitation paramétrique, à  $2\nu_{\perp}$ ) avec une amplitude  $\geq 0,5\text{W}$  sur le générateur de fonction. On détecte le même nombre d'atomes qu'avec la première méthode. Dans les 2 cas, on applique après coupure du piège dipolaire le pulse RF, pour transférer les atomes de  $m = 1$  à  $m = 0$ , avec une efficacité  $\rho \leq 0,5$  [Partridge 10]. Nous estimons l'efficacité quantique de notre détecteur à  $\eta = 12\%$ , d'après nos mesures de fluctuation du nombre d'atomes relatif décrites en §1.3.4 et dans [Jaskula 10a]. Le nombre d'atomes dans le condensat serait donc  $\frac{1}{\rho\eta}N_{\text{détectés}} \geq 1,7 \cdot 10^5$ . Enfin, une dernière méthode consiste à transférer de l'impulsion aux atomes par transfert Raman spontané. On envoie sur les atomes un faisceau vertical peu désaccordé par rapport à la transition  $2^3s_1 - 2^3p_1$ , de polarisation  $\pi$ . Comme l'illustre la figure 2.8.c, la moitié des atomes ayant absorbé un photon de ce faisceau se désexcite spontanément vers  $m = 0$ , et l'autre moitié vers  $m = 1$ . La transition  $2^3s_1, m = 0 - 2^3p_1, m = 0$  étant interdite, les atomes sont pompés optiquement dans l'état  $2^3s_1, m = 0$ , ce qui permet de les détecter sans pulse RF. 50% des atomes devraient être pompés en  $m = 0$  après un seul cycle, soit un transfert d'impulsion de  $1 v_{\text{rec}}$  vers le bas, et de  $1 v_{\text{rec}}$  dans une direction aléatoire. On détecte  $N_{\text{sphère}} \sim 4000$  atomes sur la coquille sphérique ainsi formée, dont une coupe est visible sur la figure 2.8.c. On en déduit une population du condensat de  $2/\eta N_{\text{sphère}} \sim 6,7 \cdot 10^4$  atomes, plus faible que l'estimation obtenue par les autres méthodes. Une cause possible serait une polarisation imparfaite du faisceau  $\pi$ , ou un biais magnétique mal défini, de telle sorte que moins de la moitié des atomes soient transférés en  $m = 0$  après un seul cycle. Cela est d'autant plus probable qu'on détecte au total  $N_{\text{tot}} = 10000$  atomes, soit plus du double de  $N_{\text{sphère}}$ , bien que, parmi les atomes pompés en  $m = 0$  après plusieurs cycles, une partie seulement tombe dans la zone couverte par le détecteur. Notons également qu'il est possible que le condensat quitte la zone d'interaction avec le faisceau avant d'avoir été complètement dépleté, auquel cas on ne détecterait pas tous les atomes. Pour ces deux raisons, il est probable que le nombre d'atomes soit sous-estimé par la dernière méthode.

Parmi les 3 méthodes de mesure du nombre d'atomes dont nous disposons, les 2 premières (chauffage par réseau optique et modulation du piège dipolaire), qui sont plus simples à mettre en œuvre dans la configuration actuelle de l'expérience, conduisent à la même valeur de  $1,7 \cdot 10^5$  atomes. La principale cause d'incertitude sur ce résultat est l'efficacité  $\rho$  du transfert RF. La rampe RF que nous utilisons a été optimisée en appliquant une seconde rampe identique à la première après avoir éjecté les atomes en  $m = \pm 1$ , et en mesurant le nombre d'atomes se trouvant alors dans  $m = 0$ , qui doit être nul si  $\rho = 0,5$  [Partridge 10]. Cependant, l'efficacité  $\rho$  du transfert peut varier si le biais magnétique fluctue. La 3e méthode n'est pas sensible à cette efficacité, mais requiert un faisceau à résonance assez puissant et de polarisation assez pure, ce qui n'était pas le cas lors de notre comparaison entre les 3 méthodes. Nous utilisons donc de préférence l'une des 2 premières méthodes pour calibrer le nombre d'atomes du condensat, qui varie sensiblement d'un jour à l'autre et au cours d'une même journée. Nous supposons dans la suite qu'un condensat typique comprend entre  $10^5$  et  $3 \cdot 10^5$  atomes.

### 2.2.2 Forme du condensat

Connaissant les paramètres du piège optique et le nombre d'atomes du condensat, on peut calculer les tailles transverse et longitudinale attendues, et comparer avec les valeurs mesurées. Nous verrons dans ce paragraphe que pour comprendre ces dernières, il est nécessaire de tenir

compte du caractère quasi-1D de notre gaz bosonique, et de l'anharmonicité du piège. Mais commençons par traiter le cas du régime 3D dans un piège harmonique.

### Régime 3D dans l'approximation de Thomas-Fermi

L'état fondamental  $\Psi(\vec{r})$  d'un gaz de bosons dont les interactions sont caractérisées par  $V_{int} = \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) g |\Psi|^2$ , avec  $g = 4\pi\hbar^2 a/m$ , dans un potentiel externe  $V(\vec{r})$ , est solution de l'équation de Gross-Pitaevski stationnaire

$$\left( -\frac{\hbar^2}{2m}\Delta + V(\vec{r}) + g|\Psi(\vec{r})|^2 \right) \Psi(\vec{r}) = \mu\Psi(\vec{r}) \quad (2.7)$$

où le potentiel chimique  $\mu$  correspond à l'énergie par particule. Quand l'énergie d'interaction entre atomes est bien supérieure à l'énergie cinétique, la contribution de la seconde à l'énergie du système peut être négligée (approximation dite de Thomas-Fermi), et l'équation 2.7 se simplifie :

$$(V(\vec{r}) + g|\Psi(\vec{r})|^2) \Psi(\vec{r}) = \mu\Psi(\vec{r}) \quad (2.8)$$

Le profil de densité  $n(\vec{r}) = |\Psi(\vec{r})|^2$  sera alors directement donné par le potentiel de piégeage  $V(\vec{r})$ . Pour un potentiel harmonique à symétrie cylindrique, on aura donc :

$$n(\vec{r}) = n_0 \left( 1 - \frac{x^2 + y^2}{R_\perp^2} - \frac{z^2}{R_z^2} \right) \text{ pour } x, y < R_\perp, \text{ et } z < R_z \text{ et } 0 \text{ sinon} \quad (2.9)$$

où le rayon  $R_s$  sur chaque axe est donné par

$$R_s = \sqrt{\frac{2\mu}{m\omega_s^2}} \quad (2.10)$$

La normalisation de la densité au nombre d'atomes  $N$  impose que

$$\mu = \frac{\hbar\bar{\omega}}{2} \left( 15Na\sqrt{\frac{m\bar{\omega}}{\hbar}} \right)^{2/5} \quad \text{avec } \bar{\omega} = (\omega_z\omega_\perp^2)^{1/3} \quad (2.11)$$

Pour  $\nu_\perp = 1,7\text{kHz}$ ,  $\nu_z = 7,7\text{Hz}$ , et  $N$  compris entre  $10^5$  et  $3 \cdot 10^5$ , nous attendons donc  $\mu/h = 5 \pm 1\text{ kHz}$ , d'où des rayons du condensat dans le piège  $R_\perp = 3 \pm 0,3\ \mu\text{m}$  et  $R_z = 0,65 \pm 0,06\ \text{mm}$ .

Après coupure du piège, le condensat s'étend selon une loi d'échelle donnée par [Castin 96] :

$$\frac{1}{2}L_\perp = \sqrt{1 + (\omega_\perp t)^2} R_\perp \simeq \sqrt{\frac{2\mu}{m}} t \quad (2.12)$$

$$\frac{1}{2}L_z = 1 + \lambda^2 [\omega_\perp t \arctan(\omega_\perp t) - \ln(\sqrt{1 + (\omega_\perp t)^2})] \quad \text{pour } \lambda \ll 1 \quad (2.13)$$

soit, pour nos paramètres, des diamètres transverse et longitudinal  $L_\perp = 19 \pm 2\ \text{mm}$  et  $L_z = 1,4 \pm 0,2\ \text{mm}$ .

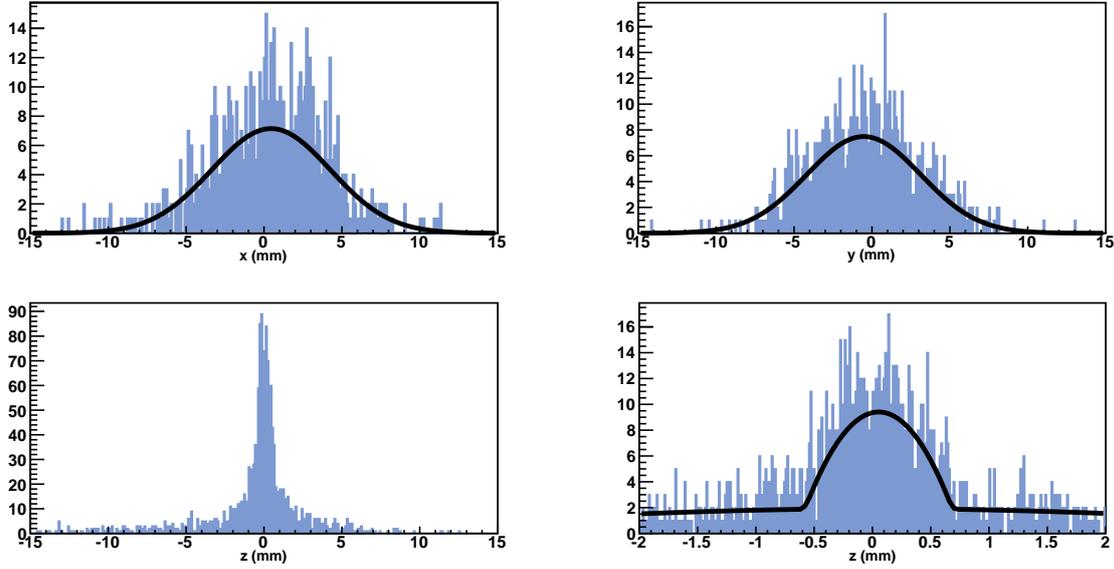


FIGURE 2.9 Exemple de profils de densité selon les 3 axes (et zoom selon  $z$ ), obtenus pour une unique séquence expérimentale.

### Mesure expérimentale

Comparons maintenant ces estimations avec nos mesures. Des coupes du condensat selon les 3 axes sont représentées sur la figure 2.9. On y constate que les profils transverses ne sont pas paraboliques, mais plutôt gaussiens. La demi-largeur à mi-hauteur de ces profils est typiquement  $\sigma_{\perp} = 4\text{mm}$ . Le profil longitudinal est quant à lui bien parabolique, avec un fond gaussien dont on déduit une température d'environ 200nK. Le diamètre vertical du condensat est typiquement  $L_z = 1,5\text{mm}$ , ce qui est en accord avec notre estimation du paragraphe précédent.

Si la taille longitudinale du condensat après expansion correspond bien à ce que l'on attend pour le nombre d'atomes que nous avons estimé au §2.2.1, dans le cas d'un gaz dégénéré tridimensionnel dans un piège harmonique, le profil transverse de densité est lui bien différent de ce que l'on attend pour ce régime. Cela n'est guère surprenant, puisque cette description ne s'applique pas rigoureusement à notre système. D'une part, en raison de notre anisotropie importante ( $\lambda = \nu_z/\nu_{\perp} \sim 1/200$  d'après §2.1.2), il n'est pas évident que nous soyons dans le régime 3D. D'autre part, nous avons vu en 2.1.2 que notre potentiel est fortement anharmonique. Les expressions utilisées pour calculer le potentiel chimique et la taille attendue pour le condensat pourraient donc ne plus être valables. C'est pourquoi nous allons maintenant préciser le régime dans lequel nous nous trouvons, et calculer la taille du condensat en en tenant compte.

### Distinction entre les régimes 3D et 1D

Pour des pièges dont le confinement transverse est très important, comme par exemple des pièges magnétiques sur puce [Esteve 06], des tubes obtenus par un réseau bidimensionnel [Moritz 03, Kinoshita 04], ou encore des pièges dipolaires très anisotropes, un gaz quantique

peut présenter un comportement unidimensionnel. Les excitations transverses sont alors gelées. Pour cela, il faut que l'énergie d'interaction et l'énergie cinétiques soient inférieures au premier état excité transverse, soit :

$$\mu \ll \hbar\omega_{\perp} \quad (2.14)$$

$$\text{et } k_B T \ll \hbar\omega_{\perp} \quad (2.15)$$

Dans ce régime 1D, le profil transverse de densité est celui de l'état fondamental de l'oscillateur harmonique transverse, une gaussienne de largeur  $a_{\perp}/\sqrt{2} = \sqrt{\hbar/(2\omega_{\perp}m)}$ , tandis que le profil longitudinal reste parabolique.

Dans notre situation,  $\mu, k_B T \gtrsim \hbar\omega_{\perp}$ . Nous serions donc entre les régimes 3D et 1D.

Un autre critère, donné dans [Menotti 02], permet de distinguer entre ces 2 régimes. A partir de la géométrie du piège, du nombre d'atomes et des interactions, une grandeur adimensionnée  $\chi$  est définie :

$$\chi = N\lambda a/a_{\perp} \quad (2.16)$$

Lorsque  $\chi \ll 1$ , le confinement transverse domine et le gaz se comporte de manière 1D. Pour  $\chi \gg 1$ , ce sont les interactions qui dominent et le profil de densité transverse est décrit par Thomas-Fermi. Les différents régimes sont représentés sur la figure 2.10. Pour nos paramètres,  $\chi \sim 2,5$ , ce qui confirme que nous sommes à la limite des 2 régimes.

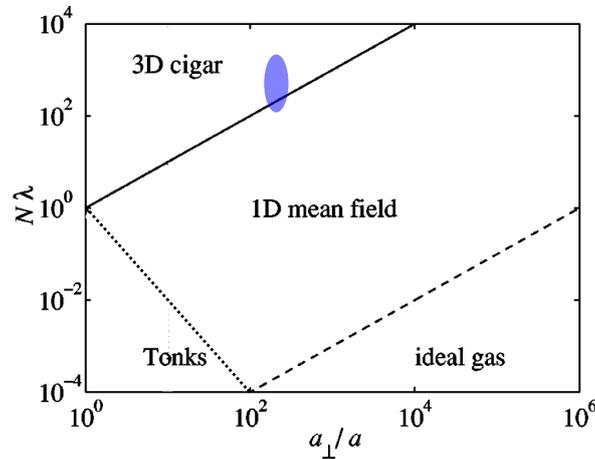


FIGURE 2.10 Différents régimes pour un gaz de bosons à température nulle, d'après [Menotti 02]. La ligne continue correspond à  $\chi = 1$ , et montre la limite entre le régime 3D et le régime 1D. Nous nous situons à cette limite (zone bleue).

### Régime intermédiaire

Dans le régime intermédiaire où nous nous trouvons, les expressions (2.10) et (2.11) du régime 3D ne sont *a priori* pas valables, pas plus que les expressions du régime 1D. Dans [Gerbier 04],

F. Gerbier généralise le traitement 1D à ce régime intermédiaire, en faisant une approximation de densité locale, qui est valable dans le régime de Thomas-Fermi longitudinal, dans lequel nous nous trouvons ( $\mu \gg \hbar\omega_z$ ). Le potentiel chimique local  $\mu_{l.e.}$  varie le long du piège de telle sorte que

$$\mu_{l.e.}(n_1(z)) + V(z) = \mu \quad (2.17)$$

où  $V(z)$  le potentiel de piégeage défini par rapport au fond du piège et  $\mu$  est le potentiel chimique maximum, égal à  $\mu_{l.e.}$  au fond du piège. Remarquons que, d'après la définition 2.19, le potentiel chimique local  $\mu_{l.e.}$  est égal au bord du condensat à l'énergie du fondamental transverse,  $\hbar\omega_\perp$ .

$n_1(z)$  est la densité 1D, obtenue par intégration sur le profil transverse de densité du nuage atomique, qu'on suppose gaussien, d'écart-type  $w_\perp/\sqrt{2}$ . Par minimisation de  $\mu_{l.e.}$ , il vient

$$w_\perp(z) = \frac{a_\perp}{\sqrt{2}} (1 + 4an_1(z))^{1/4} \quad (2.18)$$

$$\mu_{l.e.}(n_1(z)) = \hbar\omega_\perp \sqrt{1 + 4an_1(z)} \quad (2.19)$$

Le profil de densité transverse est donc plus large que celui de l'état fondamental de l'oscillateur harmonique, du fait des interactions qui ne sont pas négligeables dans ce régime intermédiaire. Ce comportement a été vérifié expérimentalement à Vienne [Krüger 10]. Voyons maintenant si ce modèle décrit bien nos données expérimentales. D'après le paragraphe précédent, l'écart-type transverse du profil de densité mesuré après expansion est  $\sigma_\perp = 4\text{mm}$ , soit, dans le piège,  $w_\perp = \sigma_\perp/\omega_\perp t = 1,4\mu\text{m} \sim 1,5a_\perp/\sqrt{2}$ , ce qui correspondrait à une densité au centre du condensat (moyennée sur  $0,6\text{mm}$ )  $n_1(0) = 1,5 \cdot 10^8 \text{m}^{-1}$ . D'après le tableau 2.2, cette valeur est en accord avec la densité attendue pour nos paramètres expérimentaux.

A partir de (2.17) et de (2.19), on peut dériver l'équation d'état du gaz  $n_1(z, \mu)$ . En intégrant cette densité longitudinalement, on relie le potentiel chimique  $\mu$  au nombre d'atomes  $N$  du condensat. Ainsi, connaissant  $V(z)$  et  $N$  (ou  $\mu$ ), on obtient le profil de densité du condensat, et donc sa taille longitudinale  $L_z$ .

Sur la figure 2.11, le potentiel chimique  $\mu$  (2.17) est comparé avec ceux que donneraient un traitement 1D ou 3D pour nos paramètres de piégeage, en supposant dans tous les cas que le potentiel est harmonique. Pour un nombre d'atomes faible ( $N < 10^4$ ),  $\mu \sim \mu_{1D}$ , tandis que  $\mu \sim \mu_{3D}$  quand le nombre d'atomes augmente ( $N > 10^6$ ). Pour  $N \in [10^5; 3 \cdot 10^5]$  comme nous l'estimons, nous nous trouvons bien entre les 2 régimes, avec un potentiel chimique sensiblement plus faible que ceux prédits par les modèles 3D et 1D, compris entre 2,6 et 4,5 kHz. Les tailles longitudinales dans le piège associées varient de 0,9 à 1,2mm, soit des tailles  $L_z$  après expansion de 1 à 1,4mm, en utilisant [Castin 96].

Le modèle développé par [Gerbier 04] pour décrire le régime intermédiaire 3D-1D est donc en accord avec le signal que nous détectons après temps de vol.

### Rôle du potentiel anharmonique

Nous avons jusqu'ici supposé que le potentiel de piégeage était harmonique, ce qui est faux dans notre situation (cf §2.1.2). Pour calculer la distribution d'atomes dans notre potentiel,

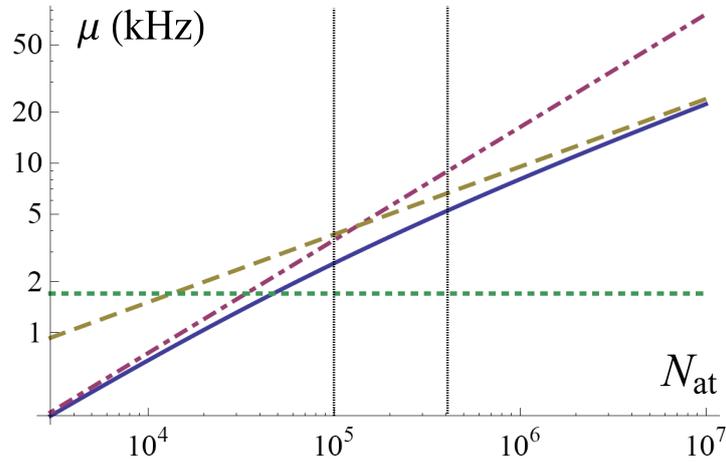


FIGURE 2.11 Potentiel chimique (défini par rapport à l'énergie du fondamental transverse) dans le régime intermédiaire entre 3D et 1D (ligne continue bleu). Les courbes tiretée jaune et point-tiretée rouge correspondent aux cas d'un gaz 3D et d'un gaz 1D, et la courbe en pointillés vert indique la fréquence de piégeage transverse. Nous nous situons dans la zone comprise entre les deux traits verticaux.

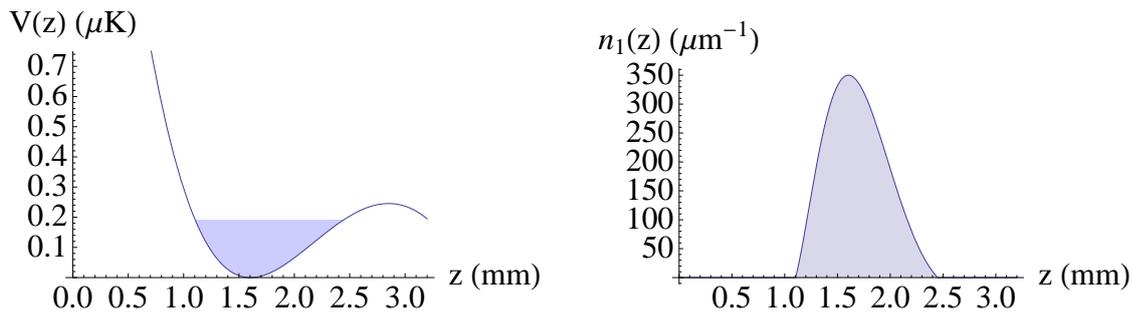


FIGURE 2.12 Potentiel de piégeage  $V(z)$  pour  $P = 0.62W$ , rempli jusqu'au niveau du potentiel chimique  $\mu = 4\text{kHz}$  correspondant à  $2,4 \cdot 10^5$  atomes, et profil de densité  $n_1(z)$  pour les mêmes paramètres.

	$N$	$\mu/h(\text{kHz})$	$n_1(0)(\text{m}^{-1})$	$L_z$ (mm)	$\sigma_\perp$ (mm)
données	1 à $3 \cdot 10^5$			1,5	4
3D	$10^5$	3,4		1,4	$L_\perp = 16$ mm
régime int. OH	$10^5$	2,3	$3, 2 \cdot 10^7$	1,1	4,0
pot. anharmonique	$10^5$	2,3	$1, 6 \cdot 10^8$	1,3	4,3

TABLE 2.2 *Caractéristiques du condensat après expansion, mesurées expérimentalement ("données"), et calculées pour une puissance optique de 605mW (fréquences de piégeage  $\nu_z = 6,6\text{Hz}$  et  $\nu_\perp = 1,6\text{kHz}$  et profondeur de 110nK) dans le régime de Thomas-Fermi 3D en faisant l'approximation d'un potentiel harmonique ("3D"), dans le régime intermédiaire 3D-1D avec approximation harmonique ("régime int. OH"), et pour notre potentiel anharmonique ("pot. anharmonique").*

nous appliquons la démarche de [Gerbier 04] décrite au paragraphe précédent à notre potentiel anharmonique. Le profil de densité ainsi obtenu est représenté sur la figure 2.12. Le tableau 2.2 permet de comparer les caractéristiques du condensats déterminées de cette manière avec celles que l'on obtenait pour un potentiel harmonique. Dans le cas anharmonique, les tailles transverse et longitudinale du condensat sont plus importantes, en meilleurs accord avec notre mesure expérimentale.

## Résumé

La forme des condensats que nous détectons est bien décrite par le modèle développé dans [Gerbier 04] pour le régime intermédiaire entre un gaz dégénéré 3D et 1D, régime dans lequel nous nous trouvons en raison de l'anisotropie importante du piège. Notre potentiel a de plus la particularité d'être fortement anharmonique, ce dont il faut tenir compte lors du calcul de la taille du condensat. D'après nos mesures expérimentales et les modèles présentés plus haut, on estime que celle-ci est longitudinalement de 1,3mm dans le piège, et de 1,5mm après expansion, et que la demi-largeur transverse à mi-hauteur est de  $1,3\mu\text{m}$  dans le piège, et 4mm après expansion.

### 2.2.3 Fluctuations de phase

Nous avons vu dans le §2.2.2 que l'anisotropie importante de notre potentiel de piégeage modifie le profil de densité du condensat. Elle a aussi pour conséquence de permettre l'existence de fluctuations de la phase du condensat en dessous de la température critique. De telles fluctuations ont d'abord été prédites [Petrov 00] dans le cas d'un gaz unidimensionnel piégé. Nous allons commencer par décrire cette situation, avant d'aborder le cas d'un gaz 3D très allongé, pour lequel ce phénomène existe aussi [Petrov 01].

### Régimes d'un gaz 1D

Nous traitons ici le cas d'un gaz, piégé dans un potentiel harmonique de pulsations  $\omega_z$  et  $\omega_\perp$ , unidimensionnel, c'est-à-dire pour lequel tous les atomes sont dans l'état fondamental transverse, ce qui suppose que les conditions (2.14) et (2.15) sont vérifiées.

Ketterle et Van Druten ont montré que, pour un gaz idéal 1D piégé, il existe une transition brutale vers une occupation macroscopique de l'état fondamental longitudinal, à une température  $T_{1D} \sim N\hbar\omega_z/\ln(2N)$  [Ketterle 96]. Cette condensation 1D induite par le confinement longitudinal est similaire à la condensation 3D : le profil de densité du condensat obtenu est lisse, et sa phase est constante sur toute sa taille. En l'absence d'interactions, on passe donc directement d'un gaz de Bose dont la densité et la phase fluctuent, à un condensat pour lequel ces 2 quantités sont fixées.

Les interactions inter-atomiques, si elles sont suffisamment fortes, peuvent modifier la donne. En effet, si l'énergie provenant de ces interactions est supérieure à l'écart entre 2 états excités longitudinaux ( $\mu \gg \hbar\omega_z$ , ce qui correspond au régime de Thomas-Fermi longitudinal), les états longitudinaux ne peuvent plus être considérés comme discrets, et il n'y a plus de transition soudaine vers le condensat 1D [Petrov 00]. De plus, en présence d'interactions répulsives très importantes, le gaz bosonique se comporte comme un gaz de fermions : c'est le régime de Tonks-Girardeau [Girardeau 60]. En raison de leur coût énergétique, les fluctuations de densité sont alors totalement supprimées (soit une fonction de corrélation  $g^{(2)}(0) = 0$ ). La force des interactions est caractérisée par le paramètre adimensionné  $\gamma = mg/(h^2n_1)$ , qui marque la limite entre le régime de Tonks-Girardeau ( $\gamma \gg 1$ ) et le régime d'interaction faible ( $\gamma \ll 1$ ).

Nous nous concentrons ici sur ce dernier régime, et distinguons plusieurs sous-régimes, selon la température du gaz. Le gaz est dégénéré pour des températures inférieures à la température de dégénérescence :

$$T_d = (\hbar n_1)^2 / (2mk_B) \quad (2.20)$$

Pour  $T \lesssim T_d$ , les fluctuations de densité du gaz sont proches du bruit de grenaille, soit  $g^{(2)}(0) = 2$  [Kheruntsyan 03]. Cependant, lorsque la température diminue, le coût en énergie des fluctuations de densité devient comparable à l'énergie cinétique. On passe alors continument vers un régime cohérent, pour lequel  $g^{(2)}(0) \gtrsim 1$ . Cette condensation provoquée par les interactions intervient autour de la température  $T_{co} \sim \sqrt{\gamma} T_d$  [Bouchoule 09].

Pour un gaz 1D, les excitations transverses sont interdites, car, leur longueur d'onde étant nécessairement inférieure au rayon  $R_\perp$  du condensat, elles auraient une énergie de l'ordre de  $\hbar\omega_\perp$ , supérieure à la température. Seules demeurent les excitations longitudinales, de basse énergie, qui se traduisent par des fluctuations de phase selon l'axe long du condensat. Un tel condensat, dont le profil de densité est lisse mais dont la phase fluctue longitudinalement, est appelé quasi-condensat.

Les fluctuations de phase décroissent avec la température, et deviennent négligeables à l'échelle du quasi-condensat vers la température de phase  $k_B T_\phi \sim N\hbar^2\omega_z^2/\mu$  [Petrov 00]. À une température  $T > T_\phi$ , la longueur caractéristique des fluctuations de phase,  $L_\phi = 2R_z T_\phi / T$ , correspond à la distance sur laquelle le gaz est cohérent, c'est-à-dire à la largeur de la fonction de corrélation du premier ordre  $g^{(1)}(\Delta z)$ . Il est alors pratique de décrire le quasi-condensat comme une chaîne de  $N_m = T/T_\phi$  modes indépendants. Pour  $T \ll T_\phi$ , la phase du gaz est fixée et l'on a affaire à un vrai condensat.

En conclusion, pour un gaz piégé 1D avec des interactions faibles, il existe un régime, dit quasi-condensat, pour lequel les fluctuations de densité sont supprimées, alors que subsistent des fluctuations de phase axiales. Lorsque la température diminue, la longueur de corrélation de la phase  $L_\phi$  augmente, jusqu'à atteindre la taille du quasi-condensat.

### Condensat 3D très anisotrope

Considérons maintenant le cas d'un gaz piégé 3D fortement anisotrope, c'est-à-dire pour lequel  $\lambda = \omega_z/\omega_\perp \ll 1$ . Pour un système tridimensionnel, la condensation coïncide normalement avec l'apparition d'un ordre à longue portée, et donc avec la suppression des fluctuations de phase et de densité. C'est bien le cas pour les excitations 3D, de longueur d'onde inférieure à la taille transverse du nuage. Mais ces excitations cohabitent avec des excitations de faible énergie ( $E \sim \hbar\omega_z \ll \hbar\omega_\perp$ ), qui ont un caractère unidimensionnel [Stringari 98]. Ces dernières sont toujours présentes en deçà de la température de condensation  $T_c$ , et provoquent des fluctuations de phase [Petrov 01]. Comme dans le cas du gaz 1D, il existe un régime de quasi-condensat pour  $T_\phi \ll T \ll T_c$ , où la température de phase est définie comme suit :

$$k_B T_\phi = 15(\hbar\omega_z)^2 \frac{N}{32\mu} \quad (2.21)$$

La longueur de cohérence de la phase est alors  $L_\phi = L \frac{T_\phi}{T}$ . Dans notre cas, on aurait  $L_\phi \sim L/10$ . On peut alors décrire le quasi-condensat comme  $N_m = L/L_\phi \sim 10$  condensats indépendants, de longueur  $L_\phi$ .

### Mise en évidence expérimentale

Quel que soit le système de détection utilisé, les mesures expérimentales directes portent toujours sur des densités atomiques. Or, pour distinguer un quasi-condensat d'un condensat "normal", il est nécessaire d'avoir accès à sa phase. Pour ce faire, deux approches sont possibles : l'étude de la cohérence de phase du quasi-condensat par interférométrie ou par spectroscopie, et l'étude des fluctuations de densité qui apparaissent lors de l'expansion du gaz.

Dans cette dernière méthode, il suffit de mesurer la densité du quasi-condensat après expansion. En effet, comme un gradient de phase correspond à une vitesse, les fluctuations de phase se transforment pendant le temps de vol en fluctuations de densité. C'est le principe de la première observation d'un quasi-condensat, à Hanovre [Dettmer 01, Hellweg 01], pour laquelle les fluctuations de phase extraites des profils de densité (cf figure 2.13.a) se sont révélées en accord avec la théorie à un facteur 2 près.

Remarquons que, dans ce cas, la mesure de la cohérence du deuxième ordre (cf §1.1.3) du quasi-condensat après expansion équivaut à une mesure indirecte de la cohérence du premier ordre (cf §1.1.2) dans le piège. Nous avons vu en 1.1.3 que la cohérence du deuxième ordre peut être caractérisée par les fluctuations de densité pour une position donnée du profil, mais également par les corrélations en position. La fonction  $g^{(2)}(\Delta x)$  a été mesurée pour différents temps de vol à Vienne [Manz 10], dans le cas d'un gaz 1D où le calcul analytique de l'évolution de  $g^{(2)}(\Delta x)$  est possible [Imambekov 09], et en accord avec l'expérience.

Pour accéder directement à la cohérence du premier ordre, la distribution en impulsion d'un quasi-condensat a été mesurée par spectroscopie de Bragg à Orsay [Richard 03], avant que les fluctuations de phase ne soient converties en fluctuations de densité. Cette distribution (cf figure 2.13.b) est la transformée de Fourier de la fonction de corrélation du premier ordre  $g^{(1)}$ , définie en 1.1.2, laquelle décroît exponentiellement sur une échelle donnée par  $L_\phi$  [Gerbier 03]. La largeur en impulsion d'un quasi-condensat devrait donc augmenter avec la température. Cela a été vérifié

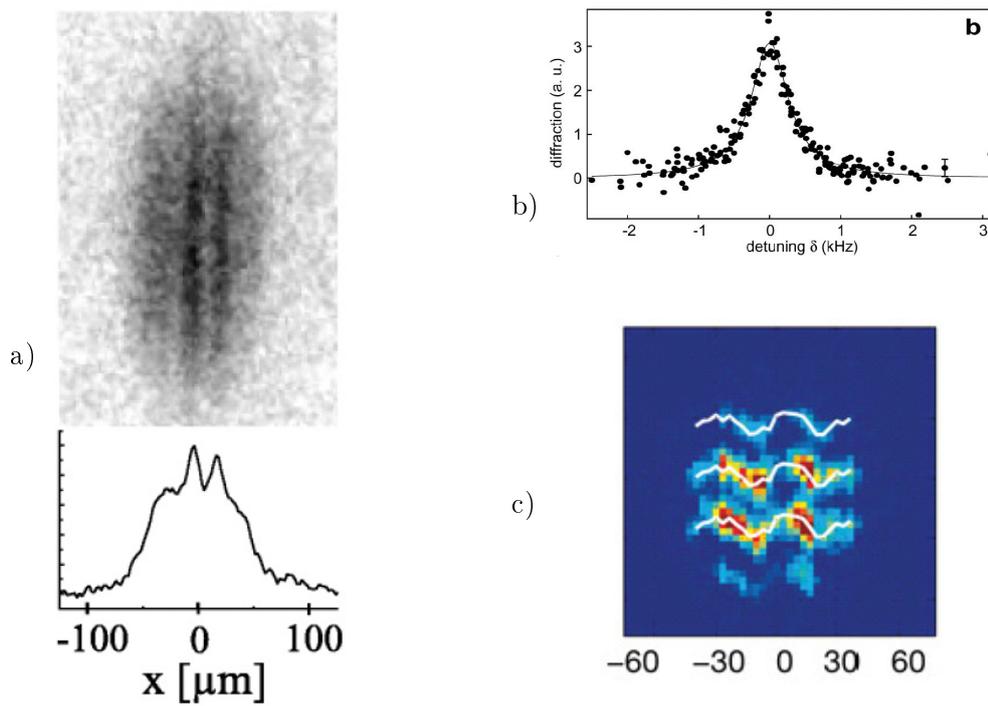


FIGURE 2.13 a) Fluctuations du profil de densité d'un quasi-condensat (d'axe longitudinal  $x$ ) observées à Hanovre [Dettmer 01]. b) Distribution en impulsion d'un quasi-condensat, de forme Lorentzienne, mesurée à Orsay par spectroscopie de Bragg [Richard 03]. c) Franges d'interférences de 2 quasi-condensats indépendants observées à Vienne [Hofferberth 07] : la phase relative fluctue longitudinalement (selon l'axe horizontal de la figure), d'où des fluctuations de la position verticale des franges.

lors de l'expérience décrite dans [Richard 03], où les largeurs en impulsion mesurées à différentes températures étaient en accord avec les largeurs attendues pour les densité, taille et température du quasi-condensat utilisé.

Enfin, la cohérence de phase est accessible lors de l'interférence de 2 quasi-condensats indépendants, ce qui a été réalisé à Vienne [Hofferberth 07] : un quasi-condensat 1D est divisé en 2 selon un axe transverse et, en l'absence de couplage entre ces 2 quasi-condensats, leur phase relative varie longitudinalement, d'où une fluctuation longitudinale de la position des franges d'interférences selon l'axe transverse (*cf* figure 2.13.c).

## Résumé

Le régime de quasi-condensat que nous venons de décrire concerne les gaz bosoniques piégés très anisotropes, voire unidimensionnels, pour des températures inférieures à la température de condensation, et supérieures à la température de phase  $T_\phi$ . Des excitations longitudinales de faible énergie sont présentes dans ce régime, et se traduisent par des fluctuations longitudinales de la phase, tandis que les fluctuations de densité sont supprimées. À la coupure du confinement, les fluctuations de phase sont converties progressivement en fluctuations de densité. Elles ont été observées sur plusieurs expériences, par mesure soit de la cohérence du premier ordre (fluctuations de phase avant propagation du gaz), soit de la cohérence du deuxième ordre (corrélations de densité après propagation). Dans la mesure où l'amplitude des fluctuations augmente avec la température, leur mesure fournit un outil de thermométrie.

## 2.3 Propriétés de cohérence de notre quasi-condensat

De même que dans le chapitre précédent, nous allons tirer profit de notre détecteur de particules uniques pour sonder les propriétés de cohérence de notre quasi-condensat. Le fait que celui-ci soit allongé verticalement devrait nous permettre de ne pas être limités en cela par la résolution du détecteur (*cf* §A.2.1) : en effet, sur chaque axe, les longueurs de corrélation devraient être supérieures à la résolution.

Nous avons vu dans le § 2.2 que le quasi-condensat présente des fluctuations de phase et n'est cohérent que sur une longueur typique  $L_\phi$  inférieure à sa taille verticale. Cette cohérence particulière devrait avoir une influence sur la fonction de corrélation.

### 2.3.1 Fonction de corrélation

Nous calculons la corrélation du second ordre de la même manière qu'en 1.1.3, à ceci près qu'en raison de la forte densité du quasi-condensat, il n'est pas nécessaire de moyennner sur le point moyen : nous avons donc directement accès à  $g^{(2)}(z, z')$ . C'est, à notre connaissance, la première fois qu'une fonction de corrélation est mesurée en fonction de ses deux variables sur une expérience d'atomes froids. Pour augmenter le signal à bruit, nous moyennons sur les axes transverses, pour lesquels la longueur de cohérence devrait être supérieure au rayon transverse du quasi-condensat.

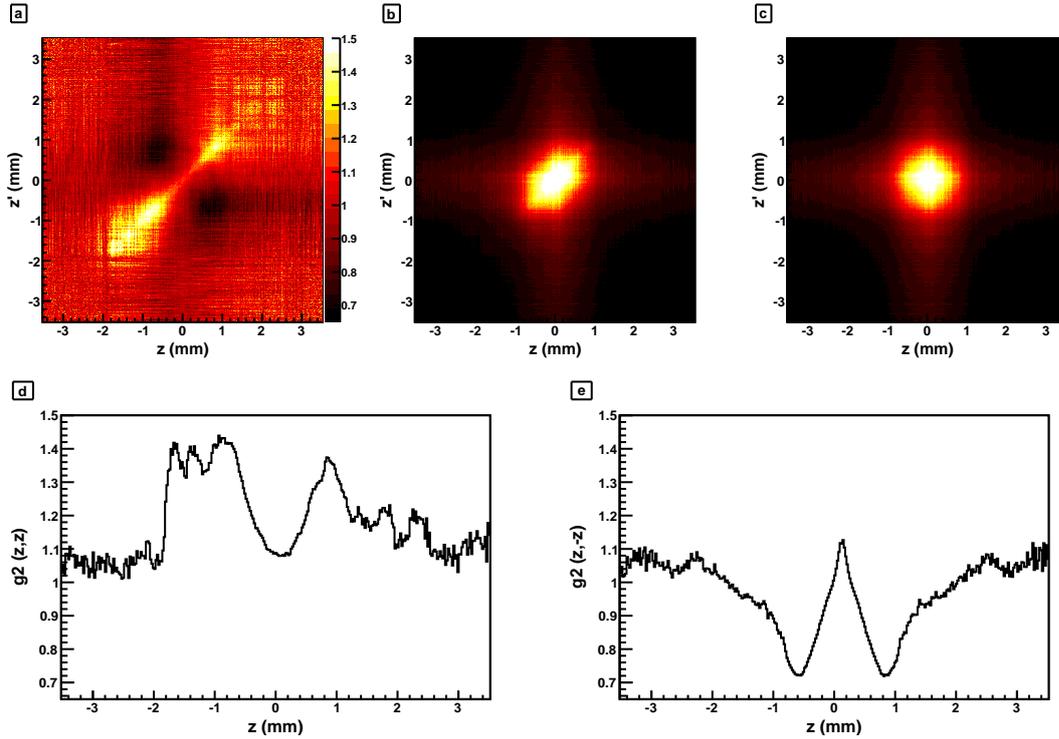


FIGURE 2.14 La fonction de corrélation du second ordre  $g^{(2)}(z, z')$  (a) pour un condensat après temps de vol de 307 ms est obtenue en normalisant la fonction de corrélation brute  $G^{(2)}(z, z')$  (b) par le produit des densités  $\langle n(z) \rangle \langle n(z') \rangle$  (c). Si l'on ne corrige pas les fluctuations du temps d'arrivée,  $g^{(2)}$  est maximal sur les flancs du condensat pour  $z' = z$  (coupe d), et minimal, sur les flancs également, pour  $z' = -z$  (coupe e).

### Description du motif obtenu

Le signal de corrélation obtenu est représenté sur la figure 2.14.a. On détecte un excès de bruit ( $g^{(2)}(z, z') > 1$ ) le long de la diagonale de ce graphique, soit pour  $z' = z$ . Cette "bosse" a une demi-largeur à mi-hauteur  $z' - z \sim 0,1\text{mm}$  en  $z = 0$  (cf coupe  $z' = -z$  sur la figure 2.14.e), et une amplitude de 0,15. Considérons maintenant les atomes des bords du quasi-condensat.

On constate sur la figure 2.14.e que, pour  $z' = -z \in [0, 3\text{mm} ; 1,5\text{mm}]$ , c'est-à-dire quand les 2 atomes sont détectés sur des flancs opposés du quasi-condensat, on observe un défaut de bruit. Au contraire, si les 2 atomes proviennent du même côté du quasi-condensat, un excès de bruit de demi-largeur à mi-hauteur  $z' - z \sim 0,3\text{mm}$  et d'amplitude 0,3 se superpose au signal de corrélation obtenu en  $z' = z = 0$  (cf coupe  $z' = z$  sur la figure 2.14.d).

Par ailleurs, on observe également un défaut de bruit sur une croix centrée sur le quasi-condensat, c'est-à-dire pour la corrélation d'un atome du quasi-condensat avec un atome du fond thermique.

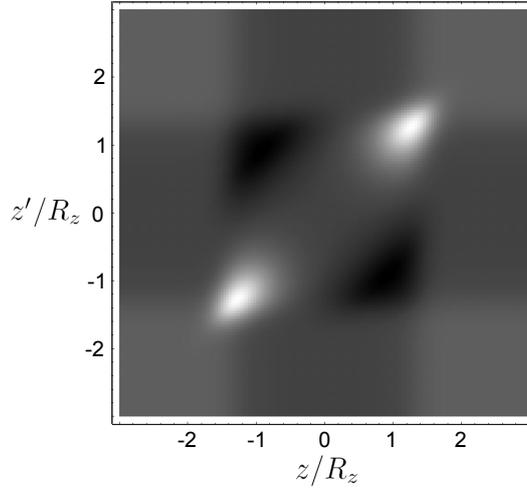


FIGURE 2.15 *Fonction de corrélation du 2e ordre obtenue en simulant une distribution de Thomas-Fermi dont le centre fluctue de  $0,1R_z$ , sans introduire de corrélation quantique.*

### 2.3.2 Rôle des fluctuations du temps d'arrivée

La partie la plus surprenante du motif de corrélation se trouve donc sur les bords du condensat. Or, c'est à cet endroit que le profil de densité est le plus sensible aux fluctuations de son centre, de l'ordre du tiers de son rayon. Je présente ici un modèle développé par Denis Boiron pour simuler l'effet de ces fluctuations.

Le profil de densité utilisé est un profil de Thomas-Fermi, auquel on ajoute du bruit sur le centre, ainsi que sur le fond (variables aléatoires  $a$  et  $b$ ) :

$$n(z) = \text{Max} \left[ 1 - \left( \frac{z-a}{R_z} \right)^2 \right] + b \quad (2.22)$$

La fonction de corrélation est calculée à partir de ce profil, selon l'expression 1.9. Le modèle étant complètement classique, on ne s'attend pas à observer de groupement bosonique. La forme obtenue est donnée sur la figure 2.15 : on retrouve les zones d'excès et de défaut de bruit sur les flancs du condensat, que l'on obtenait sur les données expérimentales, ainsi que la croix. Il est donc possible que cette partie de la carte des corrélations soit due uniquement aux fluctuations du temps d'arrivée du quasi-condensat.

Pour nous affranchir autant que possible de ces fluctuations, nous recentrons coup par coup le quasi-condensat à partir d'un ajustement par une parabole inversée et un fond gaussien, et en ne gardant que les fichiers pour lesquels l'ajustement est satisfaisant (amplitude suffisante de la parabole et rayon compris entre 0,18 et 1mm) et le décalage suffisamment faible (inférieur à 1,5mm). À partir de cette sélection de fichiers recentrés, nous calculons à nouveau la fonction de corrélation (figure 2.16.a). Nous retrouvons l'excès de bruit sur la diagonale, d'une demi-largeur à mi-hauteur de  $60\mu\text{m}$  au centre et d'une amplitude 0,07 au centre ( $75\mu\text{m}$  et 0,1 à 0,75mm du centre), tandis que les autres formes sont beaucoup plus faibles, voire inversées, à l'exception de la croix sur laquelle on a toujours  $g^{(2)} < 1$ . Par des simulations similaires à celle décrite

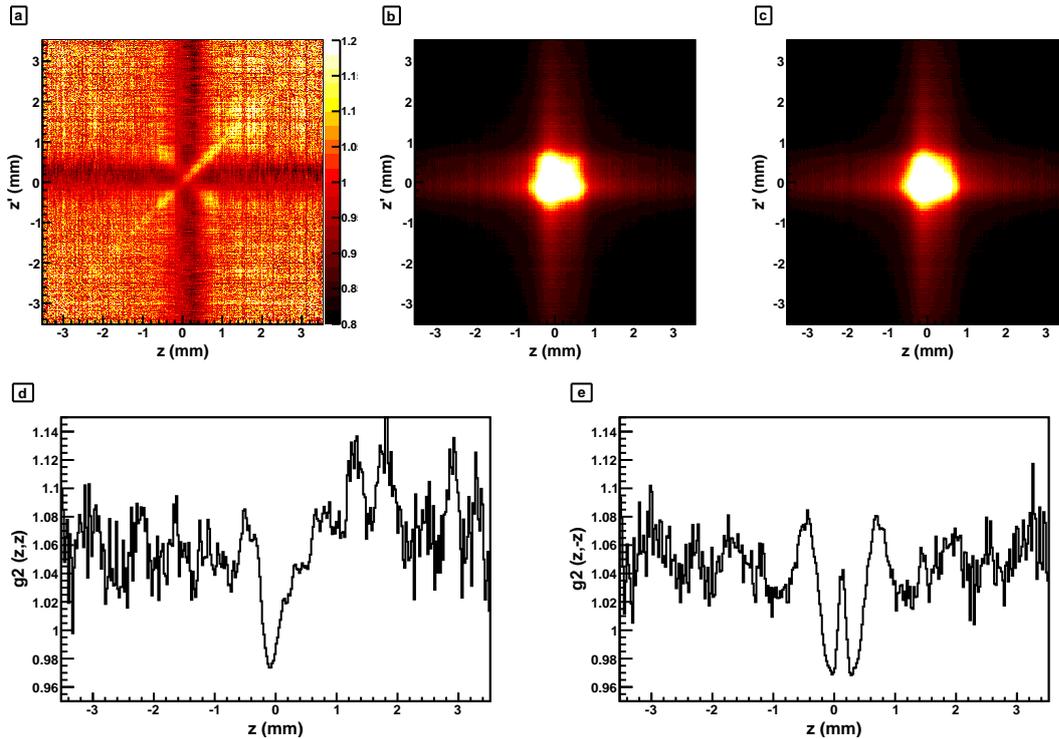


FIGURE 2.16 Fonction de corrélation du second ordre normalisée  $g^{(2)}(z, z')$  (a), fonction de corrélation brute  $G^{(2)}(z, z')$  (b), produit des densités (c), et coupes selon  $z' = z$  (d) et  $z' = -z$  (e), obtenus en recentrant coup à coup les atomes.

au paragraphe précédent, on peut montrer l'apparition d'une telle croix, même en l'absence de fluctuations du centre du nuage, à condition que la statistique soit différente dans le quasi-condensat et dans le nuage thermique. Il est néanmoins surprenant que la fonction de corrélation y soit inférieure à 1. En effet, cela n'est théoriquement possible que si le nuage thermique et le quasi-condensat sont anticorrélés.

### 2.3.3 Interprétation de la figure de corrélation

Concentrons-nous sur le signal de corrélation à l'intérieur du quasi-condensat, dont nous venons de voir qu'il s'agit d'une fine ride diagonale, qui s'étend sur toute la longueur du quasi-condensat, et dont la demi-largeur à mi-hauteur est  $\sigma = 60\mu\text{m}$ . Nous pouvons tout d'abord vérifier que le signal que nous voyons est lié au quasi-condensat et pas à la partie thermique. En effet, nous aurions dans ce dernier cas une demi-largeur  $\sigma_{th} = \hbar t \omega_z / \sqrt{m k_B T} \sim 7\mu\text{m}$  (cf §1.1.4) à une température de 200nK ( $10\mu\text{m}$  à 100nK), soit un ordre de grandeur plus faible que ce que nous mesurons. Il nous reste maintenant à comparer notre signal de corrélation avec celui attendu pour un quasi-condensat.

Pour calculer la fonction de corrélation en position du quasi-condensat après expansion, nous utilisons l'expression des fluctuations de densité donnée dans [Dettmer 01], qui est valable

pour  $T_\phi < T < T_c$ , dans le régime de Thomas-Fermi 3D<sup>2</sup> ( $\mu \gg \hbar\omega_\perp$ ), pour des temps de vol suffisants pour négliger la distribution initiale en position transverse, mais pour lesquels l'expansion longitudinale reste faible :

$$n(z) = n_0(z) + \delta n(z) \quad (2.23)$$

$$\frac{\delta n(z)}{n_0(z)} = 2 \sum_j \sin \left[ \frac{\epsilon_j^2 t}{\hbar \mu_{l.e.}(z)} \right] (\omega_\perp t)^{(\epsilon_j/\hbar\omega_\perp)^2} \phi_j(z) \quad (2.24)$$

où  $\mu_{l.e.}(z)$  est le potentiel chimique local défini au §2.2.2. La somme porte sur les différents modes  $j$  d'excitation longitudinale, d'énergie  $\epsilon_j = \hbar\omega_z \sqrt{j(j+3)}/4$ , auxquels sont associées dans le piège les phases

$$\Phi_j(z) = \sqrt{\frac{(j+2)(2j+3)g}{4\pi R_\perp^2 R_z \epsilon_j (j+1)}} P_j^{(1,1)}(z/R_z) \alpha_j \quad (2.25)$$

où  $P_j^{(1,1)}$  est un polynôme de Jacobi, et  $\alpha_j$  une variable aléatoire de moyenne nulle (de telle sorte que  $\langle \delta n(z) \rangle = 0$ ) et de variance égale à la population du mode  $j$ ,  $N_j(T) = 1/(e^{\epsilon_j/k_B T} - 1)$ .

La fonction de corrélation est alors :

$$\begin{aligned} g^{(2)}(z, z') &= \frac{\langle n(z) n(z') \rangle}{\langle n(z) \rangle \langle n(z') \rangle} \\ &= 1 + \left\langle \frac{\delta n(z)}{n_0(z)} \frac{\delta n(z')}{n_0(z')} \right\rangle \\ &= 1 + \frac{2\mu}{15N} \sum_j N_j(T) \frac{(j+2)(2j+3)}{\epsilon_j(j+1)} (\omega_\perp t)^{2(\epsilon_j/\hbar\omega_\perp)^2} \\ &\quad \sin \left[ \frac{\epsilon_j^2 t}{\hbar \mu_{l.e.}(z)} \right] \sin \left[ \frac{\epsilon_j^2 t}{\hbar \mu_{l.e.}(z')} \right] P_j^{(1,1)}(z/R_z) P_j^{(1,1)}(z'/R_z) \end{aligned} \quad (2.26)$$

Cette fonction est tracée sur la figure 2.17. Elle est maximale pour  $z = z'$ , et présente des oscillations amorties centrées en 1 selon l'axe  $z = -z'$ . L'amplitude du maximum croît quand le nombre d'atomes  $N$  diminue, ou quand la température augmente, assurant ainsi la transition entre le condensat à  $T < T_\phi$  pour lequel  $g^{(2)}(0) = 1$ , et le gaz thermique à  $T > T_{co}$  pour lequel  $g^{(2)}(0) = 2$ . Pour  $T_\phi < T < T_{co}$ , cette amplitude augmente au cours du temps de vol. On passe en effet d'une situation où le quasi-condensat piégé a un profil de densité, et donc également une fonction de corrélation d'ordre 2, identique à ceux d'un condensat, soit  $\tilde{g}^{(2)}(0, t = 0) = 1$  [Kheruntsyan 03], à une situation où, après un temps d'expansion très long, les différentes modes cohérents du quasi-condensat sont totalement superposés spatialement, d'où  $\tilde{g}^{(2)}(0, t \rightarrow \infty) = 2$ . On peut aussi constater numériquement que la position des minima et maxima ne dépend que du temps de vol, au cours duquel les oscillations s'étalent.

---

2. Dans la mesure où nous ne sommes pas dans le régime Thomas-Fermi 3D, les résultats de ce calcul ne seront qu'indicatifs.

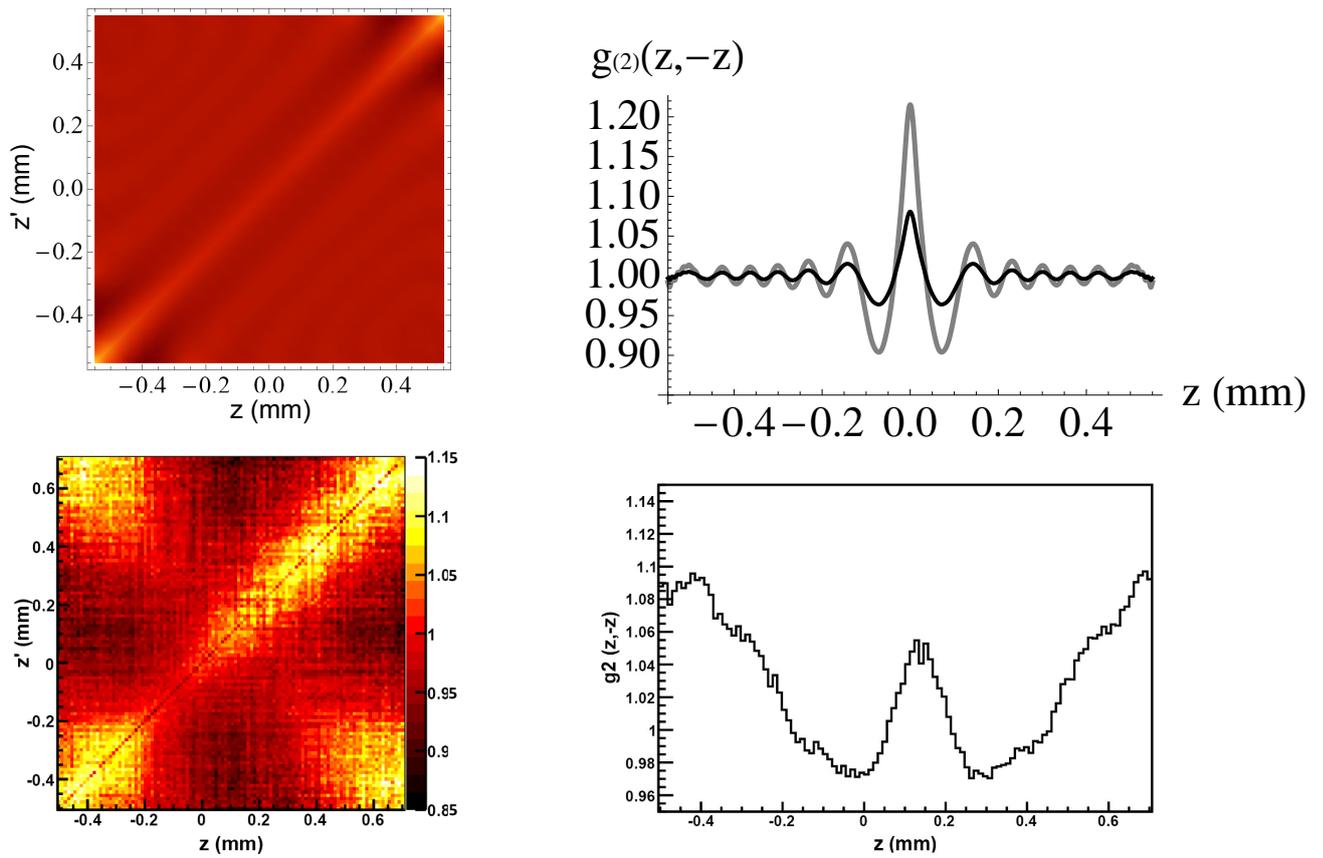


FIGURE 2.17 En haut : fonction de corrélation  $g^{(2)}(z, z')$  calculée à partir de l'expression (2.26) pour des températures de 200nK (image 2D et courbe grise sur la coupe  $z' = -z$ ) et de 75nK (courbe noire sur la coupe). En bas : fonction de corrélation et coupe  $z' = -z$  à partir des données expérimentales.

	demi-largeur à mi-hauteur ( $\mu\text{m}$ )	amplitude
données (T entre 150 et 250nK)	$60 \pm 4$	$0,09 \pm 0,03$
calcul à 200nK	23	0,3
calcul à 75nK	23	0,11
gaz thermique à 200nK	7	1

TABLE 2.3 Comparaison des demi-largeurs à mi-hauteur et amplitudes (mesurées du minimum au maximum) de la fonction de corrélation  $g^{(2)}(z, z')$  obtenue expérimentalement, calculée (dans le cas du régime Thomas-Fermi transverse) pour  $N = 3 \cdot 10^5$  atomes et des températures de 200 et 75nK, et attendue pour un gaz thermique à 200nK.

Le tableau 2.3 présente une comparaison de la largeur et de l'amplitude de la corrélation mesurée expérimentalement avec celles obtenues par le calcul ci-dessus pour notre temps de vol de 307ms. La largeur prédite par le modèle que nous venons de décrire est deux fois plus faible que celle mesurée expérimentalement, et on ne distingue pas sur les données les rigoles parallèles à la ride centrale qui apparaissent sur la figure 2.17. Cela n'est pas surprenant si l'on suppose que le rapport entre les amplitudes de la ride centrale et des rigoles est conservé, auquel cas les rigoles seraient trop faibles pour sortir du bruit sur nos données. De plus, l'amplitude théorique est plus élevée que celle mesurée expérimentalement, même en supposant une température très faible (75nK). Sur nos données, nous estimons la température entre 150 et 250nK selon les réalisations de l'expérience, d'après un ajustement de la partie thermique du nuage. Cependant, la saturation du détecteur pour les fortes densités (cf §A.3) pourrait faire chuter l'amplitude du signal de corrélation (particulièrement en  $z = z' = 0$ ), et expliquer la valeur mesurée. Par ailleurs, le quasi-condensat utilisé n'est pas complètement pur, ce qui contribuerait aussi à diminuer l'amplitude de la corrélation, qui est divisée par  $1/\alpha^2$  si  $\alpha$  est la fraction condensée. Nous estimons  $\alpha > 80\%$ , mais cela est difficile à évaluer en raison de la saturation du quasi-condensat.

### 2.3.4 Conclusion sur les corrélations

Nous avons constaté dans cette partie la forte influence des fluctuations de vitesse du quasi-condensat sur la carte de corrélations que nous mesurons : si nous ne corrigeons pas ces fluctuations, des structures apparaissent sur les flancs du quasi-condensat, d'amplitude bien supérieure à celle de la corrélation réelle<sup>3</sup>. Après correction de ces fluctuations, nous avons mesuré sa fonction de corrélation, qui présente une ride selon l'axe  $z' = z$ , de demi-largeur à mi-hauteur  $60\mu\text{m}$  et d'amplitude 0,09 selon  $z' = z$ . Cette ride est reproduite qualitativement par un calcul de la fonction de corrélation basé sur le modèle de [Dettmer 01], bien que la largeur et l'amplitude soient un peu différentes, ce qui, dans le cas de l'amplitude, pourrait être lié à la saturation du détecteur. Nous ne sommes par contre pas capables de résoudre expérimentalement les oscillations selon  $z' = -z$  obtenues lors du calcul<sup>4</sup>. Notre correction imparfaite des fluctuations du piège dipolaire peut aussi conduire à élargir la fonction de corrélation, et diminuer sa hauteur,

3. Il est probable qu'un effet semblable soit également présent pour les fonctions de corrélation que nous avons calculées sur le halo de collision de l'expérience de création de paires décrite au §1.3.3. Une nouvelle analyse de ces données est en cours pour déterminer ce qu'il en est.

4. Nous observons par contre de telles oscillations sur des quasi-condensats plus chauds (à 300 et 500nK). Nous ne travaillons généralement pas à ces températures, pour lesquelles la fraction non-condensée est importante.

et à effacer les oscillations latérales. Enfin, il ne faut pas oublier que le modèle utilisé repose sur l'hypothèse  $\mu \gg \hbar\omega_{\perp}$ , qui n'est pas vérifiée dans notre cas. Il n'est donc pas surprenant qu'il ne décrive pas quantitativement nos données.

## 2.4 Conclusion et perspectives

Nous avons décrit dans ce chapitre le piège dipolaire dans lequel nous produisons le condensat. Ce piège est anharmonique, et très anisotrope. À cause de cette dernière caractéristique, nous sommes proches du régime unidimensionnel. Également en conséquence de l'anisotropie, nous obtenons en fait un quasi-condensat, pour lequel la phase fluctue longitudinalement. Cela crée après expansion des fluctuations de la densité atomique. Il en résulte une longueur de corrélation du second ordre finie, que nous avons mesurée expérimentalement, et dont nous avons montré qu'elle est en accord qualitatif avec la longueur obtenue à partir d'une modélisation 3D du quasi-condensat. Pour mesurer la fonction de corrélation, il a été nécessaire de corriger *a posteriori* sur les données une fluctuation de la vitesse du quasi-condensat lors de la coupure du piège dipolaire, que nous supposons provenir d'une imperfection du transfert des atomes du piège magnétique vers le piège dipolaire. La correction est sans doute imparfaite, ce qui pourrait influencer sur la largeur de la fonction de corrélation mesurée. Nous espérons pouvoir supprimer cette fluctuation en coupant progressivement le piège magnétique lors du transfert vers le piège dipolaire, et non plus brusquement comme c'était le cas jusqu'à présent.

Par ailleurs, aussi intéressant que soit le quasi-condensat, pour certaines expériences les résultats seront plus aisément compréhensibles si nous partons d'un condensat sans fluctuation de phase. C'est pourquoi nous allons prochainement ajouter un faisceau horizontal au piège dipolaire (*cf* figure 2.18), pour diminuer l'anisotropie du piège et ne plus être dans le régime de quasi-condensat.

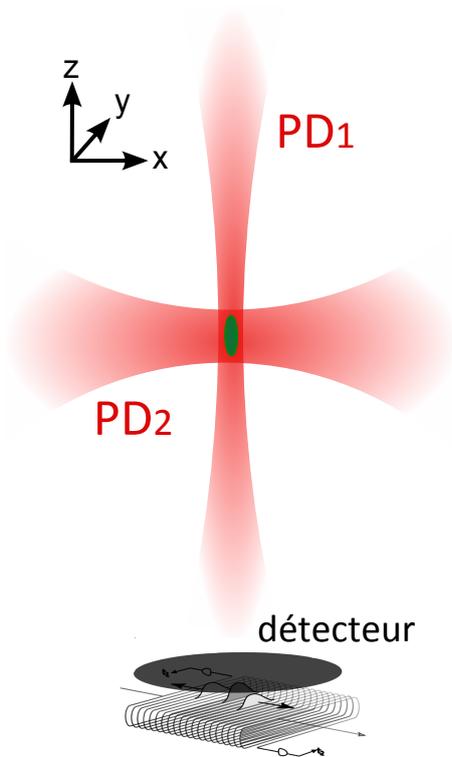


FIGURE 2.18 Piège dipolaire croisé : pour un bras horizontal PD2 de waist  $100\mu\text{m}$  et de puissance  $500\text{mW}$ , la fréquence longitudinale serait d'environ  $100\text{Hz}$ , d'où une anisotropie  $\lambda = 1/16$  bien plus faible que pour le faisceau vertical PD1 seul. Le nombre d'atomes condensés dans ce piège croisé sera sans doute limité par les pertes à 3 corps, en raison de la densité importante, mais nous espérons cependant avoir au moins  $10^4$  atomes dans le condensat. Nous serons alors bien en-dessous de la température de phase,  $T_\phi = 1,25\mu\text{K}$ , et ne devrions donc plus avoir de fluctuations de phase.

## Chapitre 3

# Réseau optique

Lorsqu'il s'agit de décrire le comportement d'atomes froids dans un réseau optique, deux approches coexistent, dépendant de la culture du physicien concerné et du but de l'expérience menée. Nous les suivrons toutes les deux successivement au début de ce chapitre, pour introduire quelques éléments théoriques utiles sur les réseaux. La première approche repose sur l'analogie entre l'effet sur une onde de matière d'un réseau optique, et celui sur une onde électromagnétique d'un réseau de matière. C'est cette approche qui prévaut en interférométrie atomique, où des réseaux optiques servent de miroir de Bragg et de lames séparatrices [Cronin 09]. La seconde approche est celle de la physique du solide, où depuis longtemps des modèles ont été développés pour caractériser l'état des électrons dans un cristal [Ashcroft 76]. Si ces modèles se sont révélés bien adaptés à l'étude des gaz quantiques ultrafroids dans des réseaux optiques, en retour les expériences réalisées sur les systèmes atomiques ne sont pas dénuées d'intérêt pour les physiciens du solide. La description et la compréhension de ces expériences sont en effet bien plus simples que celles d'expériences analogues réalisées en physique du solide. Contrairement à ceux d'un gaz d'électrons dans un cristal, les paramètres d'un gaz d'atomes ultrafroids dans un réseau optique sont facilement contrôlables et variables : le système est bien découplé de l'environnement, la masse et la statistique quantique dépendent du choix de l'atome, la force des interactions entre atomes peut être modifiée en utilisant des résonances de Feshbach, et la profondeur du potentiel est réglée avec l'intensité du laser créant le réseau optique. De plus, contrairement à un cristal d'ions, un réseau optique ne comporte pas de défaut non désiré. Par ailleurs, on sait imager la densité de probabilité des atomes, en position [Bakr 09, Sherson 10] ou en impulsion après temps de vol, comme c'est le cas sur notre expérience. Cette mesure est plus directe que la mesure de la conductivité électrique à laquelle on recourt généralement en physique du solide. Ainsi, un gaz atomique dans un réseau optique est un système presque idéal pour observer des effets également présents en physique du solide, tels que les oscillations de Bloch [Ben Dahan 96], ou la transition superfluide-isolant de Mott [Greiner 02].

Dans le cadre de notre expérience, nous ne cherchons pas à simuler des effets de la physique du solide, mais nous utilisons les notions développées dans ce domaine pour comprendre comment, grâce à la relation de dispersion particulière des atomes dans un potentiel périodique, du mélange à quatre ondes atomique peut être réalisé à partir d'un unique condensat, comme nous l'avions annoncé au §1.4.1. La mise en œuvre de cette expérience sera relatée au chapitre 4. Avant cela, nous traitons dans ce chapitre de l'ajout d'un réseau optique à notre dispositif expérimental, et de la caractérisation de sa profondeur, du chauffage des atomes qu'il provoque, et de l'adiabaticité

lors de son allumage et de son extinction. Nous décrirons enfin la modification du système optique formant notre réseau, de telle sorte que celui-ci puisse avoir une vitesse dans le référentiel du laboratoire, ce qui sera utile pour l'expérience décrite au chapitre 4.

### 3.1 Éléments théoriques sur les réseaux

Nous commencerons ici par adopter le point de vue de la physique du solide, en présentant brièvement la théorie des bandes, avant d'exploiter l'analogie entre le comportement d'atomes froids dans un réseau optique et celui d'une onde électromagnétique en présence d'un réseau de diffraction.

#### 3.1.1 L'approche de la physique du solide

Le problème d'une particule soumise à un potentiel périodique a d'abord été abordé en physique du solide, pour décrire le comportement des électrons dans un réseau cristallin d'ions. Si l'on néglige les défauts du cristal, le potentiel électromagnétique vu par les ions peut en effet être décrit par un potentiel périodique. Ce système est donc analogue à celui qui nous intéresse, où des atomes sont soumis au potentiel périodique formé par un réseau optique. C'est pourquoi nous utiliserons pour décrire les atomes des notions développées dans le cadre de la physique du solide.

#### Etats de Bloch

Dans cette section, on s'intéresse au comportement de particules dans un potentiel périodique unidimensionnel  $V_L(z) = V_0 \sin^2(Kz/2)$ . Nous verrons en 3.2.1 que, pour des atomes, un tel potentiel est obtenu par interférence de 2 faisceaux lumineux. Le pas du réseau réciproque est alors  $K = 2k_{rec}$ , où  $k_{rec} = 2\pi/\lambda_L$  est le vecteur d'onde, dit de recul, transféré à un atome lors de l'absorption ou de l'émission d'un photon à la longueur d'onde du réseau  $\lambda_L$ . Ce recul correspond pour un atome de masse  $m$  à une énergie  $E_{rec} = \frac{\hbar^2 k_{rec}^2}{2m}$ , en fonction de laquelle nous exprimerons souvent les différentes énergies caractérisant le comportement des atomes dans un réseau optique, et en particulier la profondeur du potentiel périodique :  $V_0 = sE_{rec}$ . Mais revenons au cas général.

Les solutions de l'équation de Schrödinger stationnaire dans le potentiel périodique, de période  $d = \frac{2\pi}{K}$ , sont les états de Bloch  $\Psi_{n,q}(z)$ , représentés sur la figure 3.1, qui vérifient le théorème de Bloch :

$$\begin{cases} \Psi_{n,q}(z) = e^{iqz} u_{n,q}(z) \\ u_{n,q}(z+d) = u_{n,q}(z) \end{cases} \quad (3.1)$$

Les énergies propres  $E_{n,q}$  associées à ces états forment plusieurs bandes (cf figure 3.2), qui sont indexées par l'indice  $n$ , et dont la dépendance en  $q$  a la périodicité du réseau réciproque :  $E_{n,q+K} = E_{n,q}$ . Le nombre quantique  $q$  utilisé ici, qui est compris entre  $-K/2$  et  $K/2$ , n'est pas un vecteur d'onde, bien qu'il y ressemble. En effet, comme le potentiel  $V_L(z)$  n'est pas invariant par translation, l'impulsion  $p$  n'est pas une constante du mouvement. On utilise alors la quantité  $\hbar q$ , appelée quasi-impulsion, dont le rôle est similaire à celui joué par l'impulsion dans l'espace libre.

FIGURE 3.1 Densité de probabilité de l'état de Bloch de la bande fondamentale  $|\Psi_{n=0,q=0}(z)|^2$  pour différentes profondeurs d'un réseau répulsif. L'effet d'un réseau faible se traduit par une modulation de la densité de probabilité à la période du réseau (représenté en pointillé). Quand on augmente la profondeur du réseau, les atomes sont de plus en plus confinés dans les puits.

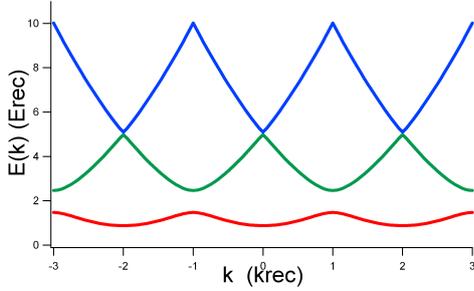
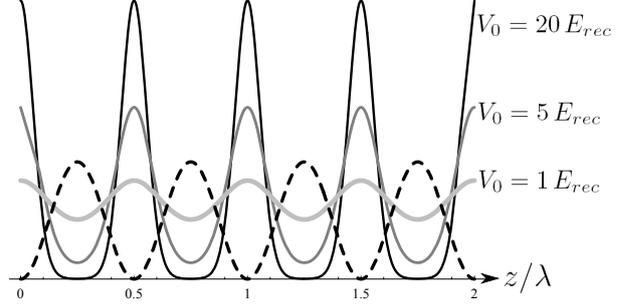


FIGURE 3.2 Relation de dispersion pour les 3 premières bandes dans un réseau de profondeur  $V_0 = 1 E_{rec}$  : Les énergies propres forment plusieurs bandes, qui ont la périodicité du réseau réciproque, soit  $2 k_{rec}$  dans le cas d'un réseau optique formé par 2 faisceaux contrapropageants. Quand on augmente la profondeur du réseau, les bandes s'aplatissent et les gaps d'énergie entre elles augmentent. Au contraire, si la profondeur est faible, la relation de dispersion est proche de la parabole obtenue dans l'espace libre, avec toujours plusieurs bandes, périodiques en  $q$ .

### Calcul numérique des états de Bloch et des bandes

En raison de leur périodicité spatiale, les états de Bloch  $|\Psi_{n,q}\rangle$  peuvent être décomposés sur la base discrète des ondes planes  $|\phi_p/\hbar\rangle$  d'impulsion  $p = \hbar(q + mK)$  [Denschlag 02] :

$$|\Psi_{n,q}\rangle = \sum_{m=-\infty}^{\infty} a_{n,q}(m) |\phi_{q+mK}\rangle \quad (3.2)$$

Comme par ailleurs le potentiel périodique  $V_L(z)$  s'exprime facilement sur cette base, on obtient à partir de l'équation de Shrödinger pour un système homogène sans interaction,

$$\left[ -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial z^2} + V_L(z) \right] \Psi(z) = E \Psi(z) \quad (3.3)$$

des équations couplées sur les coefficients  $a_{n,q}(m)$  :

$$\left[ \frac{\hbar^2(q + mK)^2}{2m} + \frac{V_0}{2} \right] a_{n,q}(m) - \frac{V_0}{4} (a_{n,q}(m+1) + a_{n,q}(m-1)) = E_{n,q} a_{n,q}(m) \quad (3.4)$$

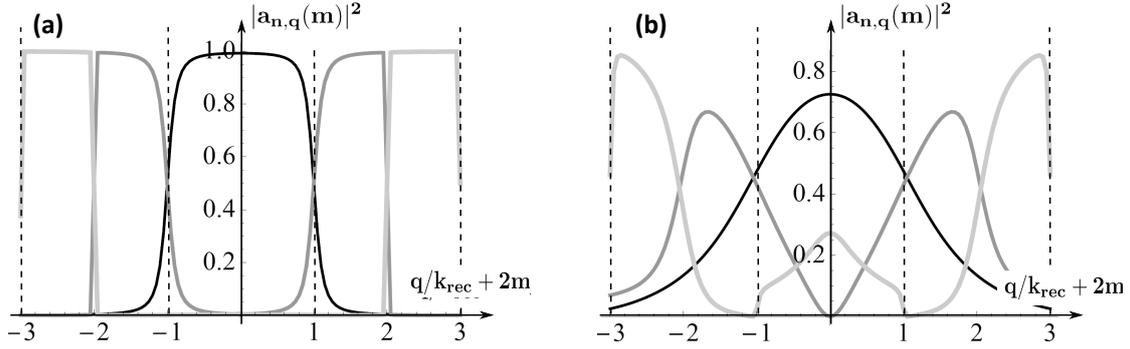


FIGURE 3.3 Coefficients  $|a_{n,q}(m)|^2$  de la décomposition des états de Bloch  $\Psi_{n,q}$  pour  $n = 0$  (en noir),  $n = 1$  (en gris foncé) et  $n = 2$  (en gris clair) sur les ondes planes de vecteur d'onde  $q + 2mk_{rec}$ , où  $m$  désigne la zone de Brillouin. Sur ces figures, seules les 3 zones de Brillouin centrales sont représentées, pour des profondeurs du réseau  $V_0 = 1 E_{rec}$  (a) et  $V_0 = 10 E_{rec}$  (b).

En ne considérant qu'un nombre fini de termes lors de la décomposition en ondes planes (typiquement  $m \in [-5; 5]$  si on ne s'intéresse qu'aux 3 premières bandes), ie un nombre fini de zones de Brillouin, on peut diagonaliser numériquement pour chaque quasi-impulsion  $\hbar q$  la matrice formée par les équations (3.4), et déterminer ainsi les coefficients  $a_{n,q}(m)$  et les énergies propres  $E_{n,q}$  des différentes bandes. Ces coefficients sont tracés pour des profondeurs du réseau de  $1E_{rec}$  et  $10E_{rec}$  sur la figure 3.3. On observe sur cette figure que, pour un réseau de faible profondeur, un état de Bloch  $\Psi_{n,q}$  de la bande  $n$  sera très proche -  $|a_{n,q}(m)|^2 \sim 1$  - de l'onde plane de vecteur d'onde  $q + n k_{rec} \text{sign}[q]$ .

### Fonctions de Wannier

Les états de Bloch décrits ci-dessus sont délocalisés sur tout le réseau. Il est parfois pratique d'utiliser une autre base, dont les états sont localisés dans les puits du réseau. Ces états, appelés fonctions de Wannier et notés dans la suite  $w_{n,i}(z)$ , où  $n$  désigne la bande et  $i$  le site considéré (d'abscisse  $z_i = i * d$ ), sont reliés aux états de Bloch par la transformée de Fourier :

$$\Psi_{n,q}(z) = \sum_i w_{n,i}(z - z_i) e^{iq z_i} \quad (3.5)$$

Au fond de chaque puits du réseau, le potentiel est proche d'un potentiel harmonique, de pulsation  $\omega_0 = \sqrt{\frac{V_0 K^2}{4m}}$ , soit pour des atomes dans un réseau optique  $\omega_0 = \sqrt{\frac{V_0 k_{rec}^2}{m}}$ . On peut approximer les fonctions de Wannier dans la première bande par l'état fondamental de cet oscillateur harmonique, et cette approximation sera d'autant meilleure que le réseau sera profond [Bloch 08].

### Modèle de Bose-Hubbard

On a jusqu'à présent négligé les interactions entre particules. Or, comme représenté sur la figure 3.1, plus le réseau est profond, plus la densité dans chaque puits est importante, et donc

également les interactions. Dans un même temps, le recouvrement des fonctions d'ondes entre puits différents devient plus faible, de telle sorte que seules les interactions entre particules du même puits devront être prises en compte. Par ailleurs, on fera l'hypothèse que seule la bande fondamentale du réseau est peuplée.

En introduisant les opérateurs  $\hat{a}_i$  et  $\hat{a}_i^\dagger$  d'annihilation et de création de particule dans l'état  $|w_{n=0,i}\rangle$ , projection de la bande fondamentale sur le site  $i$ , et l'opérateur nombre de particules dans le même état,  $\hat{n}_i = \hat{a}_i^\dagger \hat{a}_i$ , on peut alors exprimer le Hamiltonien d'un système de bosons dans un potentiel périodique, en présence d'un potentiel externe vérifiant  $V_{ext}(z_i) = \epsilon_i$  :

$$\hat{H} = - \sum_{i,j \text{ voisins}} J \hat{a}_i \hat{a}_j + \sum_{i=-\infty}^{\infty} \epsilon_i \hat{n}_i + \sum_{i=-\infty}^{\infty} U \hat{n}_i (\hat{n}_i - 1) \quad (3.6)$$

Le premier terme correspond à l'énergie cinétique lors du passage des particules par effet tunnel d'un site à un autre. Le deuxième terme à l'énergie potentielle, et la troisième à l'énergie d'interaction entre particules occupant le même site.

Ce hamiltonien, dit de Bose-Hubbard, est l'analogue pour les bosons du modèle de Hubbard qui décrit des électrons dans un cristal.

Pour des réseaux profonds (ie tels que  $V_0 \gg E_{rec}$ ), on peut utiliser pour  $J$  et  $U$  les expressions [Bloch 08] :

$$J = \frac{4}{\sqrt{\pi}} E_{rec} s^{3/4} e^{-2\sqrt{s}} \quad (3.7)$$

$$U = \sqrt{\frac{8}{\pi}} K a E_{rec} s^{3/4} \quad (3.8)$$

où  $a$  est la longueur de diffusion et  $s = V_0/E_{rec}$  est la profondeur du réseau.

## Conclusion

Nous disposons donc d'un modèle, inspiré de la physique du solide, qui décrit le comportement d'atomes dans un potentiel périodique. Les états propres de ce système, appelés états de Bloch, forment des bandes d'énergie et sont délocalisés sur l'ensemble des sites du réseau. Une description par site permet de définir l'énergie cinétique  $J$  et l'énergie d'interaction  $U$  des atomes dans le réseau. Nous verrons dans la suite comment décrire la transition entre l'état des atomes avant le branchement du réseau optique, et leur état dans le réseau.

### 3.1.2 Branchement et extinction du réseau optique

Nous avons décrit en 3.1.1 les états pris par des atomes dans un potentiel périodique infini. Pour savoir lesquels de ces états seront effectivement peuplés, il nous faut décrire le passage de l'état initial des atomes, qui forment dans notre cas un condensat de Bose-Einstein (BEC), à leur état en présence du réseau optique.

Le chapitre 2 traite de l'état des atomes piégés dans le piège dipolaire : une large partie d'entre eux forment un gaz dégénéré qui peut être vu comme une onde macroscopique de matière, le BEC. En raison de notre géométrie particulière, il s'agit en fait dans notre cas d'un quasi-condensat, présentant des fluctuations de phase, mais cela n'aura pas d'importance dans ce chapitre. En présence du potentiel de piégeage, la densité du BEC est inhomogène, et sa taille est finie. On notera  $L_z$  sa longueur le long de l'axe du réseau. Tout en gardant le piège optique allumé, nous pouvons donner au condensat une vitesse initiale  $v_0$  dans le référentiel du réseau, par l'une ou l'autre des méthodes expliquées en 2.1.5 et en 3.2.1. Pour simplifier le problème et en faire ressortir les éléments essentiels, nous négligerons dans cette partie l'inhomogénéité du BEC et le modéliserons comme un gaz homogène de vecteur d'onde  $k_0 = mv_0/\hbar$ , de taille  $L_z$ , par une onde plane :

$$\phi_{k_0}(z) = \frac{1}{\sqrt{L_z}} e^{ik_0 z} \quad (3.9)$$

D'autre part, d'après l'expression (3.2), les états de Bloch  $|\Psi_{n,q}\rangle$  peuvent être décomposés sur la base des  $\phi_{q+mK}(z)$ .

### Branchement du réseau optique

Ainsi, si l'on allume brusquement le réseau optique (à  $t=0$ ), on met les atomes dans une superposition d'états de Bloch de quasi-impulsion  $q_0 = k_0$  :

$$|\Psi_{soudain}(t=0)\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} a_{n,q_0}^*(0) |\Psi_{n,q_0}\rangle \quad (3.10)$$

Pour éviter cela, il faut brancher le réseau assez lentement pour transférer adiabatiquement le condensat dans la bande fondamentale :

$$|\Psi_{adiabatique}(t=0)\rangle = |\Psi_{n=0,q_0}\rangle \quad (3.11)$$

### Conditions d'adiabaticité

Les bandes excitées ne seront pas peuplées à condition que l'évolution du potentiel soit lente devant l'écart en énergie  $\Delta E(q_0)$  entre la bande fondamentale et la première bande excitée, à la quasi-impulsion  $\hbar q_0$  [Denschlag 02, Gericke 07] :

$$\left| \left\langle \Psi_{n=1,q_0} \left| \frac{\partial H}{\partial t} \right| \Psi_{n=0,q_0} \right\rangle \right| \ll \frac{\Delta E^2(q_0, t)}{\hbar} \quad (3.12)$$

Or, on a toujours  $|\langle \Psi_{n=1,q_0} | \frac{\partial H}{\partial t} | \Psi_{n=0,q_0} \rangle| < \dot{V}_0(t)$  [Denschlag 02], d'où la condition d'adiabaticité par rapport aux excitations interbandes :

$$A_{interbandes} \ll 1 \text{ avec } A_{interbandes} = \frac{\hbar \dot{V}_0(t)}{\Delta E^2} \quad (3.13)$$

On voit sur la figure 3.2 que cette condition sera plus facilement satisfaite pour des quasi-impulsions proches de 0 qu'en bord de bande, ie pour  $q_0$  proche de  $\pm K/2$ . Par ailleurs, le gap augmentant avec la profondeur du réseau, cette condition sera surtout contraignante au début de l'allumage du réseau, quand il est encore peu profond.

La condition 3.13 assure que seule la bande fondamentale du réseau sera peuplée. En revanche, elle n'est pas suffisante pour garantir que l'allumage du réseau ne causera pas de chauffage. Pour prévenir la création d'excitations dans la bande fondamentale, la rampe du réseau doit être lente devant le temps caractéristique associé aux interactions,

$$\tau_{interactions} = \frac{\hbar}{\mu} \quad (3.14)$$

et il faut de surcroît être adiabatique par rapport au couplage tunnel  $J$  entre les puits, pour que la fonction d'onde puisse s'adapter continument au potentiel. Soit [Gericke 07] :

$$A_{tunnel} \ll 1 \text{ avec } A_{tunnel} = \frac{\hbar|\dot{J}|}{J^2} \quad (3.15)$$

Cette condition sera plus difficilement remplie pour des réseaux profonds, pour lesquels  $J$  est très faible. En cas de non-adiabaticité par rapport à l'effet tunnel, du chauffage peut apparaître [Gericke 07].

### Coupure du réseau optique

On considère maintenant le cas où les atomes sont initialement dans le réseau, dans l'état de Bloch  $|\Psi_{n,q_0}\rangle$ . En coupant adiabatiquement le réseau, on peut alors les transférer dans l'état  $|\phi_{k_0=q_0}\rangle$ . Cette technique, qui permet de passer continument de la quasi-impulsion  $\hbar q_0$  à l'impulsion  $\hbar k_0$ , et donc d'avoir accès à la distribution en quasi-impulsion dans le réseau, est appelée band-mapping [Kastberg 95, Greiner 01].

Si au contraire la coupure est soudaine, les atomes seront projetés dans une superposition d'ondes planes  $|\phi_{q_0+mK}\rangle$ , la population de chacune d'elle étant donnée d'après (3.2) par  $|a_{n,q_0}(m)|^2$ .

### Pulses carrés du réseau

Prenons enfin le cas d'un condensat initialement dans l'espace libre, décrit par une onde plane  $\phi_q(z, t=0) = 1/\sqrt{L_z}e^{iqz}$ , auquel on superpose pendant une durée  $T_0$  un réseau optique allumé et coupé brusquement. D'après (3.10), on peuple à l'allumage différents états de Bloch, qui vont accumuler des déphasages différents pendant la durée du réseau :

$$|\Psi_q(T_0)\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} a_{n,q}^*(m=0) e^{-i\frac{E_{n,q}}{\hbar}T_0} |\Psi_{n,q}\rangle \quad (3.16)$$

Lors de la coupure, on va projeter sur la base des ondes planes  $\{|\phi_{q+mK}\rangle\}$  :

$$|\Phi_{q,final}(T_0)\rangle = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} a_{n,q}^*(m=0) a_{n,q}(m) e^{-i\frac{E_{n,q}}{\hbar}T_0} |\phi_{q+mK}\rangle \quad (3.17)$$

Selon la durée du réseau, on peuplera différemment chacun des états d'impulsion  $\hbar(q+mK)$ . Nous verrons en 3.2.4 que la mesure de ces populations fournit une calibration de la profondeur du réseau.

### 3.1.3 Analogie avec un réseau de diffraction en optique

Nous avons vu en 3.1.2 que l'application d'un réseau optique sur des atomes a pour effet d'en transférer une partie vers des états espacés périodiquement en impulsion. Cette diffraction des atomes par un réseau lumineux est similaire à la diffraction d'un faisceau lumineux par un réseau de matière. En nous appuyant sur cette analogie, nous distinguons ici deux régimes de diffraction.

#### Diffraction de Bragg

La diffraction de Bragg a été observée pour la première fois en 1912 [Bragg 12] dans le cas de rayons X diffractés par des plans cristallins : pour des valeurs bien précises de l'angle d'incidence, l'intensité du faisceau réfléchi par le cristal présente un maximum, tandis que la réflexion n'est pas efficace pour un angle d'incidence quelconque.

Considérons un réseau de Bragg constitué de plans parallèles espacés d'une distance  $d$  (cf figure 3.4.a). Les réflexions par ces différents plans d'un faisceau incident avec un angle  $\theta$  et de longueur d'onde  $\lambda$  n'interféreront constructivement que si

$$2d \sin\theta = n\lambda \quad (3.18)$$

Cette condition est appelée loi de Bragg, et l'entier  $n$  désigne l'ordre de la diffraction de Bragg. Comme l'angle  $\theta$  pour lequel on observe le pic de diffraction ne dépend que du paramètre  $d$  du cristal et de la longueur d'onde utilisée, la diffraction de Bragg est un excellent moyen de déterminer l'un de ces paramètres si le second est connu : caractérisation de la structure de certains cristaux à partir de la figure de diffraction produite, ou bien mesure d'une longueur d'onde dans un spectromètre à réseau.

Si la diffraction de Bragg a d'abord été étudiée dans le cas d'un réseau matériel et d'une onde électromagnétique, elle existe également pour des ondes de matière, par exemple des neutrons [Fermi 47], où encore en inversant le rôle de la lumière et de la matière, c'est-à-dire en utilisant un réseau lumineux pour diffracter des atomes [Martin 88]. Dans ce dernier cas, la loi de Bragg est équivalente à la conservation de l'impulsion et de l'énergie lors de l'absorption et de la réémission de  $n$  photons, comme schématisé sur la figure 3.4.b.

Considérons en effet le cas d'un réseau optique selon l'axe  $z$ , formé de 2 faisceaux contre-propageants, comme nous le verrons en 3.2.1, et dont la longueur d'onde  $\lambda_L$  est proche de celle d'une transition atomique. Soit  $k_{z,i}$  le vecteur d'onde initial des atomes selon  $z$  dans le référentiel du réseau. Lors de l'absorption d'un photon issu de l'un des bras du réseau, une impulsion

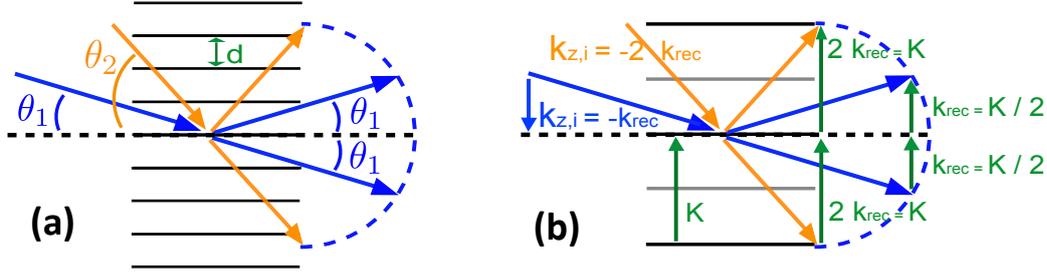


FIGURE 3.4 (a) La diffraction de Bragg d'un faisceau de vecteur d'onde  $k_{z,i}$  par un réseau de pas  $d$  et de vecteur réciproque  $K = 2\pi/d$  n'a lieu que pour des angles incidents  $\theta_n$  qui vérifient la loi de Bragg, qui peut se traduire par la conservation de l'impulsion (transfert de  $K$ ) et de l'énergie (conservation de la norme). (b) Pour un faisceau d'atomes, ce processus correspond à l'absorption puis à la réémission de  $n$  photons, soit un transfert d'impulsion  $\hbar k_{rec}$  pour chaque photon absorbé ou réémis.

$\hbar k_{rec} = 2\pi \hbar / \lambda_L$  est transférée à l'atome. Le photon est ensuite réémis de manière stimulée dans ce même bras ou dans le second, soit un transfert d'impulsion  $-\hbar k_{rec}$  ou  $+\hbar k_{rec}$ . Dans le second cas, le vecteur d'onde final de l'atome selon  $z$  sera  $k_{z,f} = k_{z,i} + 2k_{rec}$ . La conservation de l'énergie impose quant à elle, si les deux faisceaux du réseau ne sont pas désaccordés<sup>1</sup>,  $k_{z,f}^2 = k_{z,i}^2$ , d'où  $k_{z,f} = k_{rec}$  et  $k_{z,i} = -k_{rec}$ . Si au lieu d'un photon ce sont  $n$  photons qui sont absorbés puis réémis, la conservation de l'impulsion et de l'énergie impose  $k_{z,i} = \pm n k_{rec}$  et  $k_{z,f} = -k_{z,i}$ .

Remarquons que le processus est symétrique : des atomes diffractés par le réseau dans l'état de vecteur d'onde  $k_{z,f}$  peuvent être à nouveau diffractés vers l'état initial  $k_{z,i}$ . Les populations de ces 2 états oscilleront donc en opposition de phase. La pulsation de Rabi  $\Omega_B$  de cette oscillation s'exprime en fonction de la pulsation de Rabi à un photon en présence d'un seul faisceau  $\Omega_0$  et du désaccord à la transition atomique  $\Delta$  :

$$\Omega_B = \frac{\Omega_0^2}{2\Delta} \quad (3.19)$$

On déduit de la mesure de  $\Omega_B$  la profondeur du réseau  $V_0$  :

$$V_0 = \frac{\hbar\Omega_0^2}{\Delta} = 2\hbar\Omega_B \quad (3.20)$$

La diffraction de Bragg découle d'une conservation stricte de l'énergie, ce qui suppose que le processus est lent devant  $\hbar/4E_{rec}$ , où  $4E_{rec} = \hbar^2(2k_{rec})^2/2m$  correspond à l'énergie transférée par le réseau aux atomes. La durée à considérer est la demi-période de Rabi de l'oscillation  $1/2\Omega_B$ , ou bien la durée d'application du réseau  $T_L$  si celle-ci est inférieure. Les limites du régime de diffraction de Bragg sont représentées sur la figure 3.5. Dans le cas de réseaux profonds, tels que  $V_0 > 4E_{rec}$ , on ne sera donc jamais exactement dans les conditions de Bragg, ce qui signifie que d'autres états d'impulsion seront peuplés. Pour des réseaux moins profonds, le régime de Bragg sera atteint pour  $T_L > \hbar/4E_{rec}$ , soit  $T_L > 1\mu s$  dans notre cas. Cette durée minimale du réseau optique est équivalente à l'épaisseur de réseau  $\Delta L$  minimale requise pour que la diffraction

1. ou si l'on se place dans le référentiel du réseau

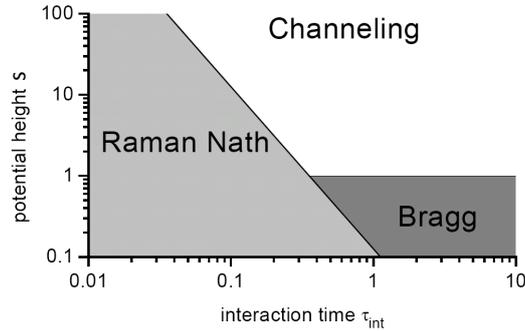


FIGURE 3.5 Régimes de diffraction en fonction de la durée  $\tau_{int} = T_L E_{rec}/\hbar$  et de la profondeur  $s = V_0/4E_{rec}$  du réseau, d'après [Keller 99]

d'une onde électromagnétique vérifie les conditions de Bragg. Pour des réseaux plus minces, les vecteurs d'onde sont mal définis, à  $\Delta k = \hbar/\Delta L$  près, ce qui autorise la diffraction dans d'autres directions, comme représenté sur la figure 3.6.a.

### Diffraction de Kapitza-Dirac

Pour un réseau de diffraction suffisamment mince (ou de courte durée dans le cas d'un réseau optique), l'impulsion transverse (l'énergie) de l'onde incidente n'est pas strictement conservée. Cette dernière est alors diffractée dans toutes les directions  $\theta_n$  pour lesquelles les différentes réflexions interfèrent constructivement, quel que soit son angle incident  $\theta_i$  :

$$d(\sin\theta_i + \sin\theta_n) = n\lambda \quad (3.21)$$

Cette situation est représentée sur la figure 3.6.a, la partie 3.6.b illustrant le cas d'une onde de matière de quasi-impulsion initiale  $\hbar q$  quelconque, qui est diffractée vers tous les états d'impulsion  $\hbar(q + mK)$ ,  $m \in \mathbb{N}$ , lesquels vérifient la conservation de l'impulsion (mais pas de l'énergie). On parle alors de diffraction de Kapitza-Dirac, prédite en 1933 pour des ondes de de Broglie électroniques [Kapitza 33] et observée en 1986 sur un faisceau atomique [Gould 86].

Si la durée du réseau est inférieure à la période d'oscillation dans le réseau  $\Omega_B$ , la propagation de l'onde transversalement au réseau durant le processus de diffraction est négligeable. Dans ce régime, dit de Raman-Nath, l'intensité des différents pics de diffraction ne dépend que de la durée  $T_L$  et de la profondeur  $V_0$  du réseau, et est donnée par les fonctions de Bessel  $J_m(V_0 T_L/2\hbar)$ . Les conditions de validité des régimes de Bragg et de Raman-Nath, telles que définies dans [Keller 99], sont représentées sur la figure 3.5.

En dehors du régime de Raman-Nath, les populations des pics de diffraction obéissent à des équations différentielles couplées et ne peuvent pas être exprimées simplement. On peut également les calculer avec l'expression 3.17 obtenue à partir des états de Bloch.

### Conclusion sur la diffraction d'atomes par un réseau optique

En résumé, en présence d'un réseau optique, des atomes de vecteur d'onde  $q$  sont diffractés avec des vecteurs d'onde  $q+mK$ , où  $K$  est le vecteur d'onde réciproque du réseau. Les populations des ordres de diffraction oscillent avec la durée du réseau, en général de manière non triviale. Deux cas limites sont cependant plus simples à traiter : dans le régime de Bragg, la diffraction n'est efficace que pour certains  $q$ , et vers un ordre de diffraction unique dont l'intensité est sinusoïdale en fonction de la durée du réseau. Dans le régime de Raman-Nath, les populations des pics s'expriment simplement en fonction de la durée et de l'intensité du réseau.

## 3.2 Mise en place et caractérisation du réseau optique

Cette section relate l'installation d'un réseau optique sur notre dispositif expérimental, ainsi que la mesure de la profondeur du potentiel périodique vu par les atomes, et du chauffage qui en résulte.

### 3.2.1 Principe

Nous avons vu au §2.1.1 que la présence d'un champ électromagnétique dont la fréquence est proche de celle d'une transition atomique à  $\omega_0$  influe sur l'énergie potentielle des atomes : si le désaccord  $\Delta$  par rapport à la transition vérifie  $|\Delta| \ll \omega_0$ , ces derniers sont soumis à un potentiel dipolaire [Grimm 00]

$$V(x) = \frac{\hbar\Gamma^2 I(x)}{2I_S\Delta} \quad (3.22)$$

où  $I(x)$  est l'intensité laser utilisé, et  $\Gamma$  et  $I_S$  sont la largeur et l'intensité de saturation de la transition atomique.

On obtiendra donc un potentiel périodique  $V(x)$  en modulant spatialement une intensité lumineuse raisonnablement éloignée de résonance.

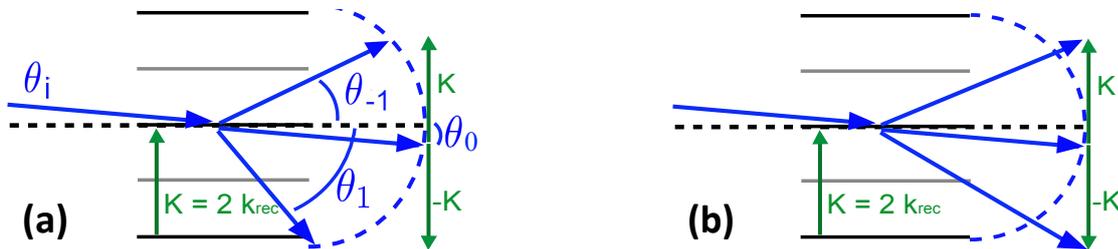


FIGURE 3.6 (a) Dans le régime de Raman-Nath, le vecteur d'onde du réseau est mal défini, en raison de la faible épaisseur du réseau. La diffraction a alors lieu dans plusieurs directions, déterminées par la loi des réseaux 3.21. (b) Dans le régime de Kapitza-Dirac, la diffraction est suffisamment rapide pour que l'énergie ne soit pas strictement conservée. Les atomes d'impulsion initiale  $\hbar q$  sont alors diffractés vers les états d'impulsion  $\hbar(q + mK)$ ,  $m \in \mathbb{N}$

Cela est réalisé par interférence de 2 faisceaux lumineux :

$$\vec{E}_1 = A_1 e^{i(\vec{k}_1 \vec{r} - \omega_1 t)} \vec{e}_1 \text{ et } \vec{E}_2 = A_2 e^{i(\vec{k}_2 \vec{r} - \omega_2 t)} \vec{e}_2 \quad (3.23)$$

Supposons les 2 faisceaux contrapropageants selon l'axe  $x$ , on a alors :  $\vec{k}_1 = -\vec{k}_2 = k_L \vec{u}_x$ , où  $k_L = \frac{2\pi}{\lambda}$ . Dans le cas où les 2 faisceaux ont des polarisations alignées, et où leur désaccord  $\delta\omega = \omega_1 - \omega_2$  est faible devant leur pulsation, en notant de plus  $A_1 = A + D$ ,  $A_2 = A - D$ , il vient :

$$I(x, t) = |D|^2 + 4(|A|^2 - |D|^2) \cos^2(k_L x + \frac{\delta\omega t}{2}) \quad (3.24)$$

Soit un potentiel lumineux

$$V(x) = V_B + V_0 \cos^2(k_L x + \frac{\delta\omega t}{2}) \quad (3.25)$$

de période  $\frac{\lambda}{2}$ , qui se déplace à une vitesse  $v = \frac{\delta\omega\lambda}{4\pi}$ , et dont l'amplitude  $V_0$  est maximale quand les intensités des 2 faisceaux sont égales. Si cette dernière condition n'est pas remplie, le potentiel présente un terme constant  $V_B$ .

### 3.2.2 Configuration adoptée

Notre réseau optique, représenté sur la figure 3.7, est proche de l'axe vertical, axe sur lequel notre résolution de détection est la meilleure (cf §A.2.1). Cet axe est aussi l'axe long du condensat, ce qui permet de peupler plusieurs centaines de sites du réseau, alors que pour un réseau orthogonal au condensat on ne peuplerait que quelques sites, la largeur transverse du condensat étant de quelques  $\mu\text{m}$  (cf §2.2.2). De plus, les deux faisceaux formant le réseau sont contrapropageants, pour minimiser sa période spatiale, et donc peupler un maximum de sites. En raison du nombre limité d'accès optiques, le réseau est en fait incliné de  $7^\circ$  par rapport à la verticale, comme indiqué sur la figure 3.7.

Nous avons choisi d'utiliser un laser Nd :YAG, désaccordé sur le bleu par rapport à la transition atomique, qui crée un potentiel périodique répulsif (cf §2.1.1). En réglant le déséquilibre de puissance entre les deux bras du réseau, on peut ainsi ajouter un potentiel répulsif constant  $V_B$  au piège dipolaire, qui compenserait la courbure longitudinale au fond de ce dernier. De cette manière, les atomes des différents sites du réseau verraient tous le même potentiel, mais le confinement sur les bords du piège dipolaire resterait suffisant pour compenser la gravité (cf figure 3.8). Par ailleurs, on s'attend à ce que le chauffage de la bande fondamentale soit moindre, à  $|\Delta|$  donné, pour un réseau répulsif que pour un réseau attractif [Gerbier 10, Pichler 10] (cf §3.2.6).

Pour obtenir les 2 faisceaux contrapropageants formant le réseau, on peut utiliser soit un seul faisceau rétro-réfléchi, soit 2 faisceaux indépendants. Dans la première version, la puissance optique disponible est supérieure et le réseau plus facile à aligner, tandis que la seconde permet de désaccorder les 2 faisceaux, et donc de donner une vitesse au réseau dans le référentiel du laboratoire. Nous avons d'abord testé la première version, qui est décrite dans les paragraphes suivants.

### 3.2.3 Montage optique et électronique

Le montage optique a été conçu pour répondre à plusieurs contraintes : stabilité de l'alignement du réseau sur les atomes, polarisations parallèles des 2 bras du réseau, contrôle de l'amplitude et coupure rapide du réseau, et passage facile à la 2e version à 2 faisceaux indépendants, pour laquelle la balance de puissance des 2 bras et leur désaccord relatif doivent être ajustables.

L'alignement du réseau sur les atomes est découplé de celui du banc optique par une fibre optique. Cela présente par ailleurs l'avantage de supprimer les faisceaux parasites, dus à des réflexions, ou à l'ordre 0 du MAO, et d'améliorer la qualité du mode du faisceau envoyé sur les atomes. Le banc optique est fixé sur la table optique, ce qui offre une bonne stabilité mécanique. Il est présenté, ainsi que l'électronique mis en place pour le réseau, sur la figure 3.9.

#### Contrôle de l'amplitude du réseau

Comme indiqué sur la figure 3.9, nous réglons la puissance du bras aller du réseau à l'aide d'un modulateur acousto-optique (MAO). Il est modulé à environ 200 MHz, par une onde radiofréquence (RF) fournie par un oscillateur contrôlé par tension (VCO). Nous dessinons avec un générateur de fonction arbitraire la rampe d'amplitude souhaitée pour le réseau, et envoyons ce signal sur la modulation externe d'amplitude (ampl) du VCO. Comme la réponse du MAO à ce signal n'est pas linéaire, on obtiendra à partir de rampes linéaires des courbes en S, plus adaptées aux critères d'adiabaticité que l'on souhaite vérifier (*cf* section 3.1.2). Il faut ajouter à cela la

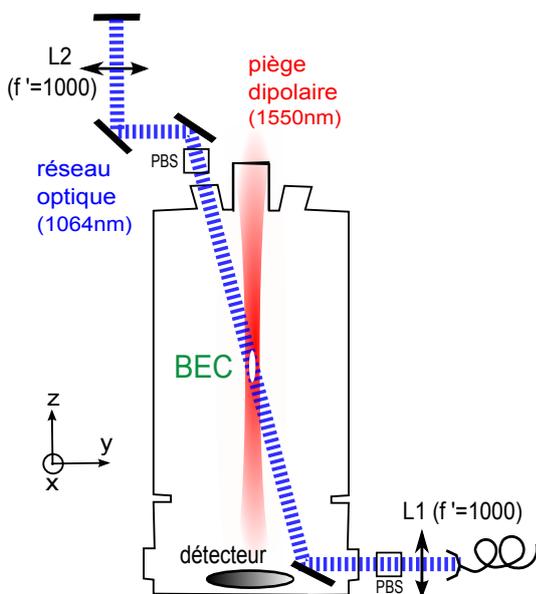


FIGURE 3.7 Les expériences sont réalisées sur un quasi-condensat obtenu dans un piège dipolaire vertical. On superpose à ce condensat un réseau optique qui forme un angle de  $7^\circ$  avec la verticale. Dans une première version de l'expérience, ce réseau est formé d'un faisceau rétro-réfléchi. Le faisceau est focalisé par la lentille L1 sur les atomes avec un waist de  $205\mu\text{m}$ . Il est ensuite collimaté par la lentille L2 en sortie d'enceinte, et rétro-réfléchi. L'alignement sur les atomes est réglé finement à l'aide de L1, qui est montée sur translation 3 axes. C'est aussi le cas de L2, utilisée pour aligner la rétro-réflexion de telle sorte qu'on réinjecte la fibre du faisceau aller. L'alignement des polarisations sur l'axe  $x$  est assuré par les cubes séparateurs de polarisation (PBS) placés de part et d'autre de l'enceinte. Pour éviter des fluctuations de puissance liées à la polarisation, nous utilisons des fibres à maintien de polarisation.

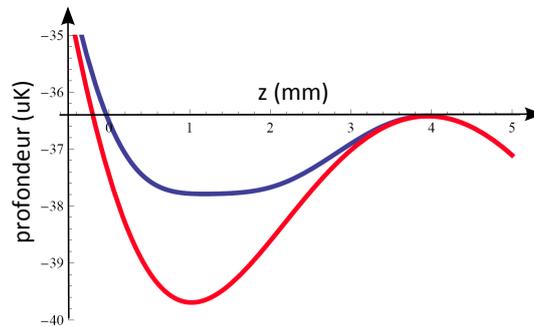


FIGURE 3.8 Profil longitudinal du piège dipolaire seul (en rouge), et du piège dipolaire combiné à un potentiel répulsif, obtenu en déséquilibrant les puissances des deux faisceaux formant le réseau optique (en bleu). Dans ce dernier cas, le potentiel est homogène au fond du piège.

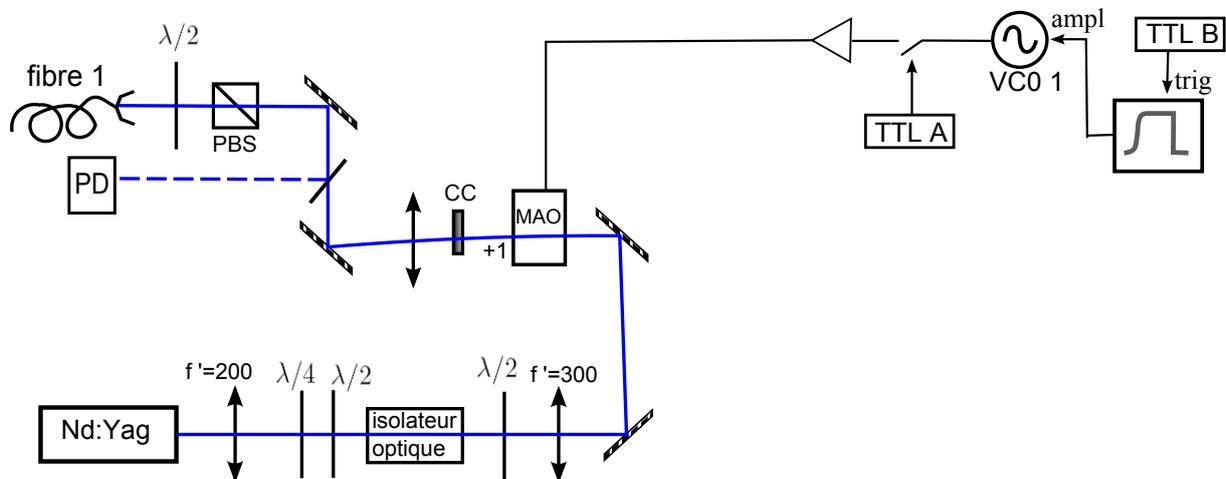


FIGURE 3.9 Banc optique et électronique pour le réseau, dans sa version rétrofléchée. En sortie du laser Nd :Yag, le faisceau de 2W est divergent et sa polarisation est elliptique. On corrige cela avant de le focaliser dans un modulateur acousto-optique (MAO), qui sert à régler la puissance du faisceau et à le couper rapidement. L'ordre 1 issu du MAO est injecté dans une fibre avant d'être focalisé sur les atomes (figure 3.7). Le montage électronique représenté en haut à droite permet de réaliser une rampe arbitraire de la puissance radio-fréquence envoyée dans le MAO, et de régler la fréquence de ce signal, et donc le désaccord du faisceau.

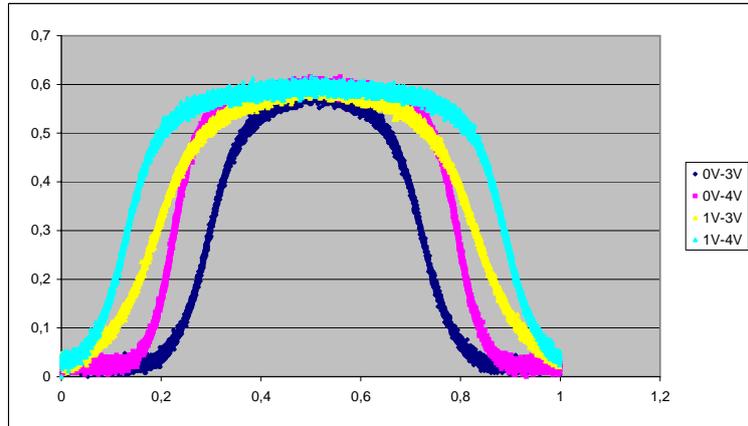


FIGURE 3.10 Amplitude du réseau mesurée à la photodiode (unité arbitraire) quand le générateur de fonction aléatoire envoie des rampes triangulaires de durée totale 1ms, commençant à 0V ou 1V et s'arrêtant à 3 ou 4V.

saturation du VCO, qui intervient pour une modulation externe d'amplitude d'environ 3V (en couplage  $50\Omega$ ). Cela explique que l'on obtienne à partir d'un signal triangulaire les rampes de la figure 3.10. Le générateur de fonction permet de créer n'importe quelle autre forme de rampe, mais il n'est pas toujours aisé d'en changer rapidement les paramètres lors de la prise de données. C'est pourquoi nous utilisons de préférence des rampes linéaires par morceau, et les adoucissons si nécessaire avec un filtre RC placé en sortie du générateur de fonction. En raison des non-linéarités citées ci-dessus, pour comparer différentes profondeurs du réseau avec des rampes identiques, nous modifierons le courant du laser plutôt que le maximum de la modulation d'amplitude.

Comme le temps de réponse de la modulation externe est de plusieurs  $\mu\text{s}$ , on a placé un interrupteur entre le VCO et l'amplificateur RF pour couper l'onde RF rapidement devant tous les temps caractéristiques de l'expérience, en environ 20 ns. Des impulsions TTL générées par notre séquenceur contrôlent l'interrupteur et le déclenchement (trig) de la fonction arbitraire. Pour éviter les fluctuations thermiques, le MAO est allumé pendant presque toute la durée du cycle, le faisceau étant alors coupé par un obturateur mécanique (ou clic-clac, noté CC). Quelques secondes avant l'allumage du réseau, on coupe la modulation du MAO puis on ouvre le clic-clac. La procédure inverse est appliquée une fois le réseau éteint.

### Alignement sur les atomes

Nous obtenons en sortie de fibre un faisceau monomode, dont le waist de 1,75mm est déterminé par le collimateur de sortie de la fibre. Le faisceau est alors focalisé sur les atomes avec un waist de  $205\ \mu\text{m}$  (la projection de ce waist sur l'axe long du quasi-condensat, vertical, est de 1,7mm), de telle sorte que l'intensité lumineuse soit presque homogène sur l'ensemble du quasi-condensat, de longueur 1,3mm. La rétro réflexion est placée en sortie d'enceinte (cf figure 3.7). Cette dernière partie est fixée sur la structure déjà utilisée pour le piège dipolaire, qui est suspendue à la grille technique. La superposition des faisceaux aller et retour est contrôlée en vérifiant à la photodiode (PD) la réinjection de la fibre 1.

### Puissance disponible

Le laser délivre une puissance optique maximale de 2W. Suite au passage dans le MAO (efficacité de 75%), à l'injection dans la fibre (efficacité de 70%), et au passage par tous les éléments d'optiques, la puissance maximale dont nous disposons au niveau de l'enceinte est de 550mW. De plus, du fait des réflexions sur les hublots et sur la lentille L2, nous perdons environ 15% de la puissance entre les faisceaux aller et retour. On s'attend donc à avoir un réseau profond de  $23 E_{rec}$  au maximum, et un potentiel répulsif de  $2,2 E_{rec}$ .

### 3.2.4 Calibration de la profondeur

Cependant, plusieurs paramètres sont susceptibles de contribuer à une diminution de cette profondeur : polarisations des 2 faisceaux non alignées, mauvais alignement des faisceaux sur les atomes et l'un par rapport à l'autre, mauvaise focalisation du faisceau aller et/ou retour, ou encore différence de puissance entre les 2 bras. Il est donc nécessaire de calibrer la profondeur du potentiel effectivement vu par les atomes. Pour cela, nous regardons l'efficacité de diffraction des atomes par le réseau. Cette calibration a été réalisée par 2 méthodes différentes : dans un cas, nous mesurons la diffraction de Kapitza-Dirac d'un quasi-condensat initialement au repos, et dans l'autre cas nous nous plaçons dans les conditions de Bragg. Nous avons décrit ces 2 régimes de diffraction en 3.1.3.

#### Diffraction de Kapitza-Dirac

La façon la plus simple d'observer de la diffraction consiste à allumer brusquement le réseau sur les atomes au repos, et à l'éteindre tout aussi brusquement après un temps donné. Comme expliqué en 3.1.3, la diffraction a lieu dans ce cas vers toutes les classes de vitesse  $2nv_{rec}$ ,  $n$  étant un entier relatif. Nous mesurons l'efficacité de diffraction vers les différents ordres en fonction de la durée  $T_L$  du réseau, et comparons avec ce qui est attendu à une profondeur donnée. La figure 3.11 illustre cette méthode. Elle est facile à mettre en œuvre car elle ne nécessite pas de donner une vitesse initiale aux atomes, mais l'analyse en est moins directe que dans le cas de la diffraction de Bragg, qui sera décrite au paragraphe suivant. Pour extraire des données la profondeur du réseau, il faut les ajuster avec la courbe calculée numériquement, à partir de la décomposition des états de Bloch sur les ondes planes (cf §3.1.1). Or, on constate sur la figure 3.11 que les données ne suivent que qualitativement cette courbe. Il est donc difficile de déterminer avec précision la profondeur du réseau par cette méthode.

#### Diffraction de Bragg

Nous avons vu en 3.1.3 que la diffraction d'atomes ayant une vitesse initiale  $v_{rec}$  vers la classe de vitesse  $-v_{rec}$  peut aussi être vue comme un transfert d'impulsion à 2 photons, qui permet de conserver l'impulsion et l'énergie. On considère ici uniquement le système à 2 niveaux formé des classes de vitesse  $v_{rec}$  et  $-v_{rec}$ . D'après l'équation 3.20, la fréquence de l'oscillation de Rabi entre ces 2 niveaux est directement liée à la profondeur du réseau. Une telle calibration n'est valable que pour des temps longs devant  $\hbar/4E_{rec} = 1\mu s$ , et pour des profondeurs de réseau  $V_0 \leq 4E_{rec}$ . Nous l'utilisons cependant parfois pour des profondeurs un peu supérieures (jusqu'à

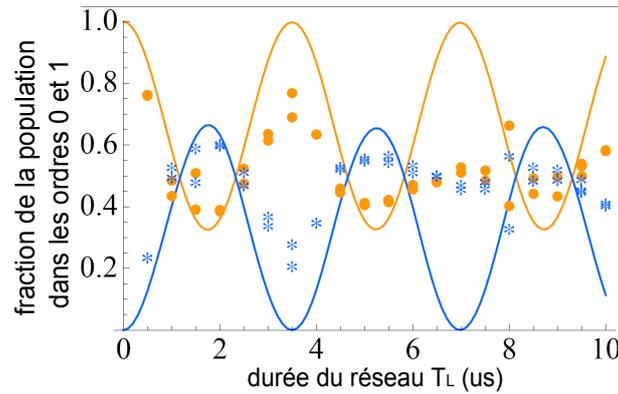


FIGURE 3.11 Fraction des atomes détectés à  $0v_{rec}$  (ronds oranges) et  $\pm 2v_{rec}$  (\* bleus) après application du réseau pendant une durée  $T_L$  à une puissance de 240mW, sur un quasi-condensat initialement au repos, et comparaison avec les fractions calculées dans le régime de Kapitza-Dirac (courbe orange pour  $0v_{rec}$  et bleue pour  $\pm 2v_{rec}$ ) pour une profondeur du réseau de  $7,7E_{rec}$ . La saturation du nombre d'atomes détectés pour les pics très peuplés tend à réduire l'amplitude de ces oscillations. Par ailleurs, celles-ci sont amorties dès la deuxième période. La précision de l'estimation de  $V_0$  par cette méthode est de  $\pm 0,5E_{rec}$ .

$10E_{rec}$ ). Dans ce cas, nous peuplons faiblement quelques uns des ordres supérieurs, ce qui modifie la dynamique des ordres  $\pm 1$ . Nous avons vérifié numériquement que l'erreur sur la mesure de la profondeur  $V_0$  par un ajustement sinusoïdal de la population des ordres  $\pm 1$  reste négligeable. Ce n'est plus vrai au-delà de  $V_0 = 10E_{rec}$ , et dans ces cas nous extrapolons la profondeur du réseau à partir de mesures à puissance moindre.

Une autre limite de cette méthode réside dans la nécessité de donner une vitesse initiale aux atomes. Pour donner au condensat une vitesse  $v_{rec}$ , nous excitons une oscillation dipolaire longitudinale dans le piège optique (cf section 2.1.5), d'amplitude telle que la vitesse maximale des atomes soit  $v_{rec}$ . Le réseau est allumé quand les atomes sont au fond du piège, donc à cette vitesse. La durée d'application du réseau étant très petite devant la période de l'oscillation (100ms), l'accélération des atomes pendant le pulse est négligeable. Cependant, si l'amplitude de l'oscillation est légèrement différente de  $1v_{rec}$ , si le réseau n'est pas appliqué au bon moment, ou encore si le quasi-condensat a une vitesse initiale dans le référentiel du laboratoire, la vitesse des atomes dans le réseau ne sera pas exactement  $v_{rec}$ , ce qui se traduira par un désaccord par rapport à la fréquence de Rabi, qui conduira à surestimer la profondeur du réseau. Cette méthode nécessite donc de calibrer soigneusement l'oscillation dipolaire avant de pouvoir calibrer le réseau. Cet inconvénient sera levé dans le cas d'un réseau à 2 faisceaux indépendants, comme présenté dans la section 3.3. Une telle configuration permet en effet de donner une vitesse au réseau dans le référentiel du laboratoire, plutôt qu'aux atomes.

La figure 3.12 présente les oscillations de Rabi obtenues dans les mêmes conditions que la mesure de la figure 3.11. L'ajustement réalisé par une fonction sinusoïdale marche très bien, et l'on n'observe pas ici d'amortissement contrairement à la figure 3.11. Il semble donc que, en n'agissant que sur deux classes de vitesses, nous obtenions un signal bien plus propre. La profondeur mesurée ici est cependant légèrement supérieure à celle mesurée par diffraction de

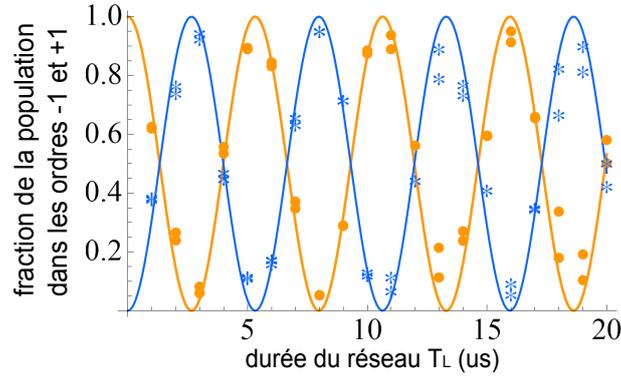


FIGURE 3.12 Fraction des atomes détectés dans les pics à  $+v_{rec}$  (\* bleu) et  $-v_{rec}$  (ronds orange), après diffraction de Bragg des atomes initialement à  $-v_{rec}$  par un réseau de puissance optique 240mW dans chaque bras, allumé pendant une durée  $T_L$ . Les courbes continues sont des ajustements sinusoïdaux de fréquence 188kHz, ce qui correspond à une profondeur du réseau de  $8,5E_{rec}$ .

Kapitza-Dirac, même en tenant compte de l'incertitude importante sur cette dernière, peut-être en raison d'un problème de vitesse initiale.

### Conclusion relative à la calibration du réseau optique

Nous avons présenté dans cette section deux méthodes de calibration de la profondeur de notre réseau optique, qui reposent toutes deux sur la diffraction des atomes par le réseau. Le signal obtenu étant beaucoup plus propre dans le régime de diffraction de Bragg que dans celui de Kapitza-Dirac, nous nous placerons de préférence dans le régime de Bragg pour mesurer la profondeur du réseau. Pour l'exemple de la figure 3.12, on mesure par cette méthode une profondeur de  $8,5E_{rec}$ , légèrement plus faible que les  $11,3E_{rec}$  attendus théoriquement pour nos paramètres, en tenant compte de la perte de 15% de la puissance lors de la rétro réflexion du laser formant le réseau (cf §3.2.3), ce qui s'explique probablement par des imperfections expérimentales. Cette méthode ne s'applique pas à un réseau à puissance maximale (550mW), mais nous pouvons estimer cette profondeur en extrapolant à partir des mesures à plus faible puissance. Nous obtenons ainsi une profondeur maximale de  $18E_{rec}$ , à comparer aux  $23E_{rec}$  attendus.

### 3.2.5 Adiabaticité de l'allumage et de l'extinction du réseau

Pour la calibration de la profondeur du réseau, nous avons utilisé des pulses carrés du réseau, pour lesquels les atomes sont pendant la durée du réseau dans une superposition de plusieurs bandes de Bloch. Or, de nombreuses expériences requièrent que seule la bande fondamentale soit peuplée. Nous avons vu en 3.1.2 que pour obtenir cette situation, le réseau doit être branché adiabatiquement devant l'énergie inter-bande. De manière symétrique, une coupure adiabatique du réseau est nécessaire pour faire du band-mapping. On voudra cependant que le temps de coupure du réseau reste faible devant la période d'oscillation longitudinale du piège dipolaire (de

l'ordre de 25ms), pour ne pas redistribuer les impulsions des atomes. Nous rapportons ici une détermination expérimentale de la durée minimale d'une rampe pour être dans ce régime, dans le cas d'un réseau de profondeur  $V_0 = 18E_{rec}$ , ce qui est le maximum que nous pouvons atteindre, et comparons avec la valeur attendue théoriquement.

Pour cette mesure, la puissance optique du réseau parcourt lors de l'allumage une rampe en forme de S, puis est réduite par une rampe symétrique. De la sorte, si la rampe montante est assez longue pour garantir un chargement adiabatique des atomes dans le réseau, la rampe descendante, de la même durée, est suffisante pour faire du band-mapping. L'application du réseau ne devrait donc pas modifier la distribution en impulsion des atomes. Au contraire, si lors de la montée du réseau une partie des atomes sont transférés dans la première bande excitée, nous devrions détecter après band-mapping des atomes en dehors de la première zone de Brillouin. La rampe d'extinction du réseau étant également non-adiabatique, il devrait également y avoir un peu de diffraction, ce qui va augmenter l'amplitude des pics en  $\pm 2v_{rec}$ . La forme des rampes que nous utilisons est représentée sur la figure 3.13a. Elles sont obtenues comme décrit en 3.2.3 à partir de 2 rampes linéaires du générateur de fonction (de 1V et 3V puis de 3V à 1V), dont la durée  $\tau$  varie de  $5\mu s$  à  $50\mu s$ <sup>2</sup>. Comme attendu, pour des rampes longues seule la première zone de Brillouin est peuplée : le temps de vol (figure 3.14) a une double structure, similaire à celle obtenue en l'absence de réseau. Des pics de diffraction émergent de part et d'autre de cette structure pour les rampes de durée inférieure à  $25\mu s$ . Outre ces pics, on détecte dans la deuxième zone de Brillouin des atomes thermiques proches des bords de la zone, bien que la population des quasi-impulsions correspondantes dans la première zone de Brillouin soit très faible, car le gap d'énergie entre les bandes est bien plus faible pour les quasi-impulsions proches de  $\pm k_{rec}$  que pour  $q = 0$  (cf section 3.1.2).

Cette durée minimale de  $25\mu s$  est en accord avec la condition (3.13),  $\max[A_{interbande}(t)] < 1$ , calculée pour la rampe que nous utilisons (cf figure 3.13.b).

### Effet de la durée de rampe sur le contraste de la diffraction

La durée critique de la rampe  $\tau_c = 25\mu s$  déterminée au paragraphe précédents permet d'assurer l'adiabaticité par rapport à l'énergie interbande, et donc d'éviter de transférer des atomes vers les états de Bloch des bandes excitées. Par contre, elle ne garantit pas l'absence de chauffage, qui proviendrait d'excitations créées par une rampe trop rapide devant l'énergie d'interaction, ou devant l'effet tunnel. Le temps caractéristique pour les interactions est donné par  $\hbar/\mu = 50\mu s$ , tandis que, comme expliqué sur la figure 3.13, celui associé à l'effet tunnel serait de 1,5ms, ce qui est énorme par rapport à la période d'oscillation transverse. Pour vérifier cela, nous nous intéressons à la figure de diffraction obtenue après une montée en S de durée  $\tau$ , un temps d'attente de 50ms et une coupure brusque du réseau. Nous avons mesuré le contraste des pics de diffraction en fonction de  $\tau$  (figure 3.15), en nous inspirant de la méthode rapportée dans [Gericke 07]. Ce contraste chute brusquement pour  $\tau \leq 20\mu s$ . En effet, pour des rampes courtes, les pics de diffraction sont noyés dans la partie thermique autour du pic central (cf profils de la figure 3.15). Il s'agit donc bien d'un chauffage des atomes. De manière surprenante, nous retrouvons la durée de rampe critique  $\tau_c$  associée à la structure de bande, alors que nous nous attendions à mesurer une durée bien plus importante par cette méthode. Contrairement à la situation décrite dans

2. Bien que plus courtes, ces rampes ont la même forme que celle présentée sur la figure 3.13.a. Pour les rampes étudiées ici, il faudra donc multiplier les valeurs de  $A_{interbande}$  et  $A_{tunnel}$  des figures 3.13.b et 3.13.c par  $1ms/\tau$ .

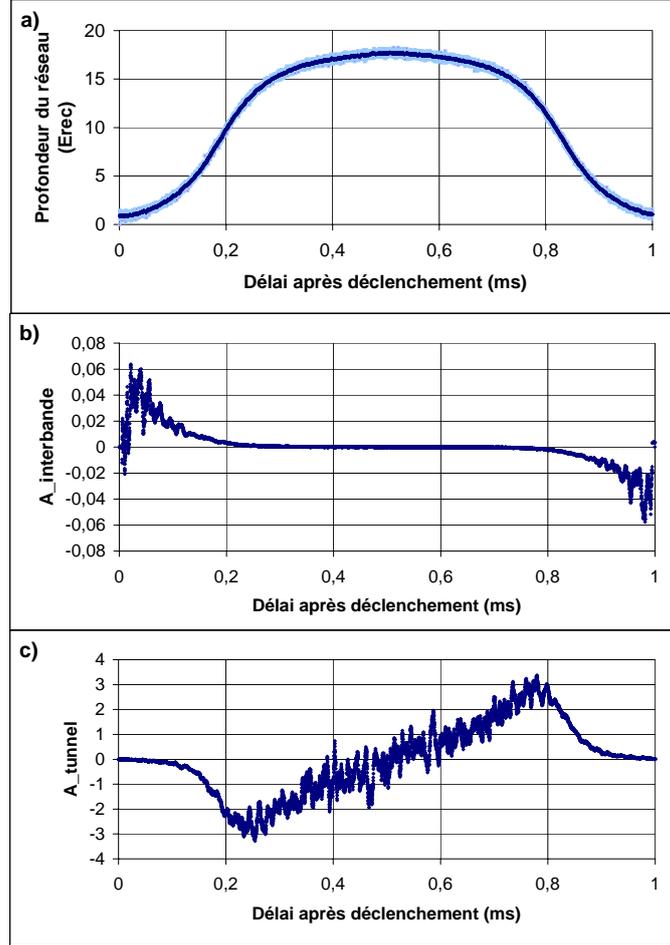


FIGURE 3.13 a) Rampe de la puissance optique du réseau mesurée à la photodiode, et lissée à l'aide d'une moyenne glissante, d'une durée totale  $2\tau = 1\text{ms}$ . Les rampes utilisées pour le test d'adiabaticité de la figure 3.14 ont la même forme mais sont plus rapides. b)  $A_{\text{interbande}}(t) = \hbar\dot{V}(t)/V(t)^2$  pour la même rampe. La rampe est adiabatique si  $A_{\text{interbande}}(t) < 1, \forall t < \tau$ . Comme  $\max[A_{\text{interbande}}(t)] = 0,05$  pour  $2\tau = 1\text{ms}$ , cette condition sera vérifiée pour des rampes de durée totale  $\tau > 25\mu\text{s}$ , en accord avec ce qui a été mesuré expérimentalement. c)  $A_{\text{tunnel}}(t) = \hbar\dot{J}(t)/J(t)^2$  permet d'évaluer l'adiabaticité par rapport au couplage tunnel entre les puits du réseau.  $J$  est ici calculé à partir de la profondeur du réseau tracée en (a), en utilisant l'expression (3.7), qui n'est exacte que pour  $V_0 \gg E_{\text{rec}}$ . Il faudrait une rampe 3 fois plus lente pour vérifier la condition  $\max[A_{\text{tunnel}}(t)] < 1$ . Les auteurs de [Gericke 07] ont observé du chauffage et une perte de contraste des pics de diffraction quand cette condition n'était pas remplie, tandis que nous ne mesurons rien de tel sur notre expérience.

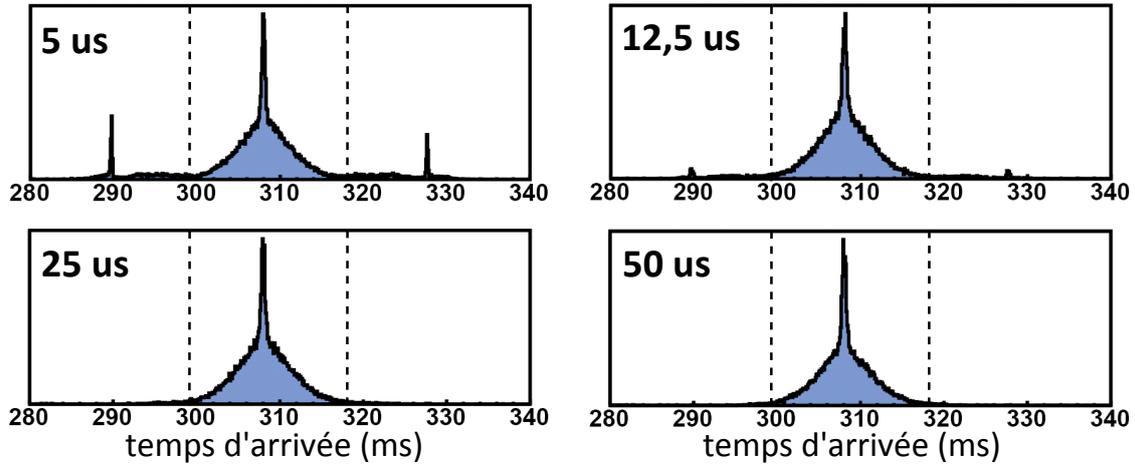


FIGURE 3.14 Pour déterminer quelle doit être la durée minimale d'une rampe du réseau pour que l'évolution du potentiel vue par les atomes soit adiabatique, nous avons appliqué aux atomes des rampes en forme de triangle dont nous faisons varier le temps de montée  $\tau$  (égal à celui de descente) de 5 à  $50\mu\text{s}$ . Si la rampe est adiabatique, le signal détecté après temps de vol ne devrait pas présenter de pic de diffraction. Les lignes verticales pointillées indiquent la limite de la première zone de Brillouin.

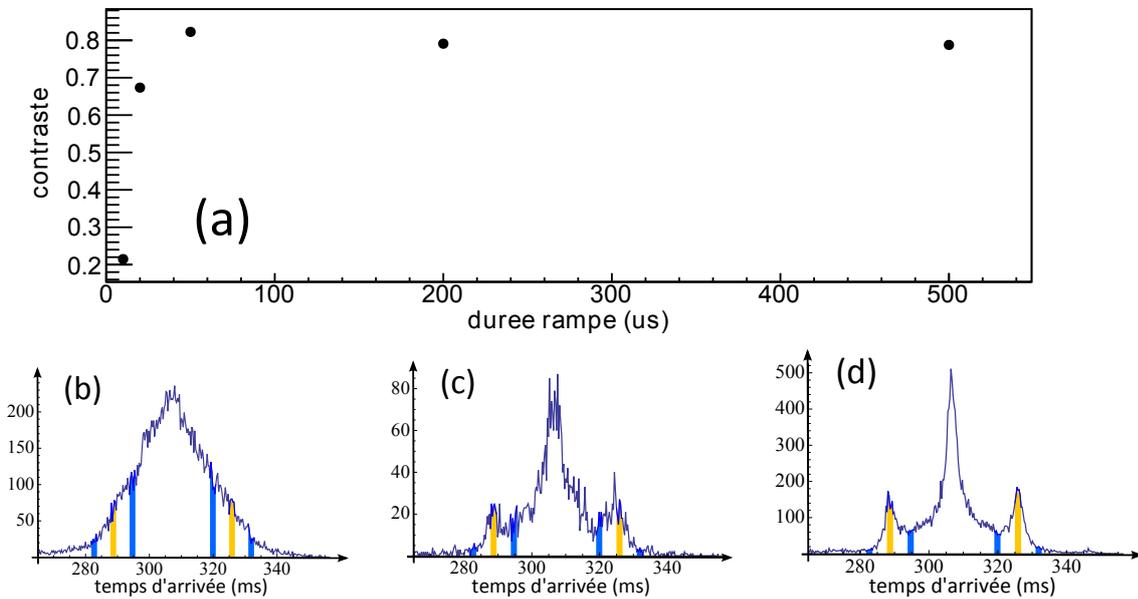


FIGURE 3.15 (a) Le contraste des pics de diffraction en fonction de la durée de la rampe de montée du réseau chute pour  $\tau < 50\mu\text{s}$ . Le contraste est défini comme  $C = (N_{pic} - N_{ref}) / (N_{pic} + N_{ref})$ , où  $N_{pic}$  est le nombre d'atomes dans les 2 pics latéraux (zone orange sur les temps de vol) et  $N_{ref}$  est la moyenne de la population des zones de part et d'autres de ces pics (en bleu) :  $N_{ref}$  correspond au fond thermique à la position des pics. Les exemples de profils de temps de vol ont été obtenus pour des rampes de durée  $\tau = 10\mu\text{s}$  (b),  $\tau = 20\mu\text{s}$  (c) et  $\tau = 50\mu\text{s}$  (d).

[Gericke 07], la perte de contraste serait liée ici à la non-adiabaticité par rapport à la structure de bande, et éventuellement par rapport aux interactions, et non par rapport à l'effet tunnel, lequel est très faible quand le réseau est à sa profondeur maximale.

### Réseaux de plus faible profondeur

Certaines expériences, dont celle décrite dans le chapitre suivant, seront réalisées avec un réseau optique de faible profondeur, typiquement  $V_0 = 1E_{rec}$ . En supposant que les rampes utilisées ont la même forme - ce qui est vrai si l'on se contente de diminuer la puissance du laser Nd :Yag - , nous pouvons tirer des mesures à profondeur maximale la durée critique  $\tau_c$  des rampes de montée et de descente du réseau. Dans la mesure où nous avons établi que seule l'adiabaticité par rapport à l'écart inter-bande était importante dans notre cas,  $\tau_c$  est inversement proportionnel à la profondeur du réseau. Pour  $V_0 = 1E_{rec}$ , nous seront donc adiabatique pour des rampes de durée  $\tau(q = 0) \geq 1,4\mu s$ , si les atomes sont chargés avec une quasi-impulsion nulle. Pour des atomes en bord de bande, l'écart à la bande supérieure n'est plus que de  $V_0/2$ , soit 8 fois plus faible que pour  $q = 0$ . Il faudra donc des rampes  $8^2$  fois plus longues, de durée  $\tau(q = k_{rec}) \geq 90\mu s$ .

### 3.2.6 Chauffage dans le réseau

Nous venons de voir qu'une montée trop brusque du réseau pouvait élargir la distribution en impulsion des atomes. Mais, même pour une rampe parfaitement adiabatique, nous mesurerons un chauffage en présence du réseau. Dans ce paragraphe, nous déterminons le taux de chauffage, qui va limiter la durée pendant laquelle il est envisageable de garder le réseau allumé.

Une source inévitable de chauffage est l'émission spontanée due au réseau lui-même. D'après l'expression (2.4) du §2.1.1, pour un désaccord  $|\Delta| \ll \omega_0$ , ce qui est le cas ici, le taux d'émission spontanée pour un faisceau de puissance  $P_0$  et de waist  $w$  est donné par :

$$\Gamma_{sp,1faisceau} = \frac{\Gamma_{He}^3 P_0}{4\pi I_s w^2 \Delta^2} = 0.7s^{-1} \quad \text{pour } \lambda_L = 1064nm, P_0 = 550mW \text{ et } w = 205\mu m \quad (3.26)$$

En tenant compte des deux faisceaux formant le réseau, l'augmentation globale d'énergie qui s'en suit est de  $\frac{dE}{dt} = 2\Gamma_{sp,1faisceau} E_{rec} = 2,7\mu K.s^{-1}$ . Mais cela ne se traduira pas nécessairement par une hausse équivalente de la température des atomes détectés après leur séjour dans le réseau. En effet, on pourrait attendre intuitivement que le chauffage soit plus important pour les maxima d'intensité, et négligeable aux minima, là où se trouvent les atomes pour un réseau désaccordé sur le bleu de la transition. En fait, d'après [Gerbier 10, Pichler 10], l'augmentation d'énergie est la même (à  $|\Delta|$  donné) quel que soit le signe du désaccord, et est bien donnée par l'expression de  $\frac{dE}{dt}$  ci-dessus. Mais elle ne prendra pas la même forme selon le signe du désaccord : pour un réseau désaccordé sur le rouge, les photons réémis spontanément retombent majoritairement dans la bande fondamentale, entraînant donc un chauffage des atomes présents dans cette bande. Au contraire, dans un réseau désaccordé sur le bleu, les photons spontanés seront réémis vers la première bande excitée, de telle sorte que le chauffage par émission spontanée dans la bande fondamentale est négligeable.

À l'émission spontanée s'ajoute un éventuel chauffage d'origine mécanique, si la position des puits du réseau est modulée à une fréquence proche d'une fréquence caractéristique des atomes dans le réseau. Pour un réseau rétro-réfléchi, la position des nœuds est fixée par la position du miroir de rétro-réflexion, et par le chemin optique entre ce miroir et l'endroit auquel on s'intéresse. Tous les éléments d'optiques placés au dessus de l'enceinte, décrits sur la figure 3.7, sont donc susceptibles, s'ils vibrent relativement au condensat, d'entraîner un chauffage. Remarquons qu'une vibration de la position du condensat, définie par l'alignement du piège dipolaire, dans le référentiel du laboratoire, aura le même effet. Dans les 2 cas, le problème viendrait d'une vibration de la structure sur laquelle sont fixées les optiques. Les fréquences dangereuses correspondent aux oscillations dipolaires du piège (6,5 Hz et 1,5 kHz), et à la fréquence d'oscillation dans un puits du réseau (66 kHz à  $1V_{rec}$ , 282 kHz à  $18V_{rec}$ ).

En résumé, plusieurs causes peuvent contribuer à un chauffage des atomes dans le réseau, et le taux de chauffage n'est pas estimable *a priori*. C'est pourquoi nous l'avons déterminé expérimentalement, en mesurant la largeur en vitesse de la partie thermique après une durée d'application variable du réseau. Celui-ci est toujours allumé adiabatiquement, pour ne peupler que la première bande, et seulement les états de Bloch de quasi-impulsion proche de 0, la largeur en quasi-impulsion dépendant de la température des atomes avant l'allumage du réseau. Le réseau est ensuite coupé, soit adiabatiquement, soit brusquement. Dans le premier cas, nous mesurons l'élargissement en vitesse de l'état initial, qui devrait rester inchangé en l'absence de chauffage. Dans le second, nous nous intéressons à la forme des pics de diffraction.

### Coupure adiabatique du réseau

Une première série de mesures a été réalisée dans un piège dipolaire recomprimé, pour une montée en  $500 \mu s$ , un temps d'application  $T_L$  variant entre 0 et 1s, et une descente en  $500 \mu s$  du réseau, à pleine profondeur, soit environ  $18 E_{rec}$ . Le piège dipolaire est coupé 1s après l'allumage du réseau, soit  $(1-T_L)s$  après l'extinction du réseau. La figure 3.16 montre les températures longitudinale et transverse mesurées en fonction de  $T_L$ . Aux incertitudes près, la température est la même sur tous les axes, et augmente avec  $T_L$  à un taux de  $0,6 \mu K.s^{-1}$ , ce qui est inférieur à l'augmentation globale d'énergie associée à l'émission spontanée.

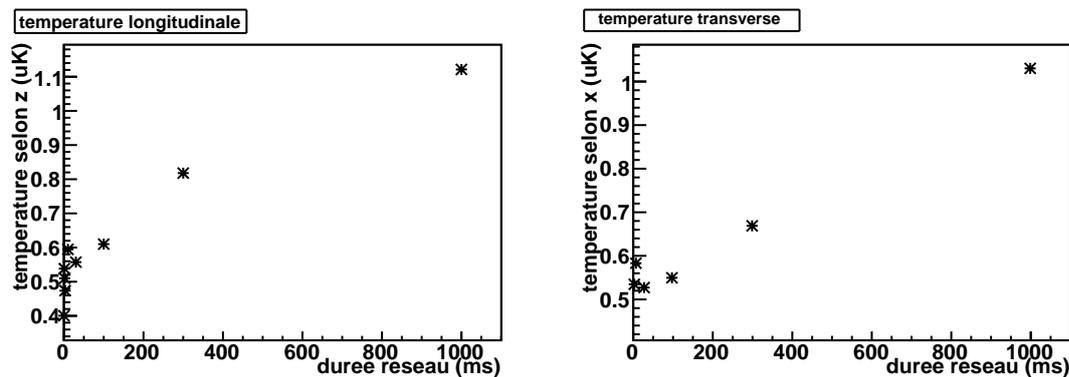


FIGURE 3.16 Pour différentes durée du réseau, monté et descendu en  $500 \mu s$ , on mesure sur le temps de vol la largeur en vitesse sur chaque axe, dont on déduit la température.

### Distribution de vitesse dans le réseau

Pour la mesure précédente, la température était déduite de la distribution de vitesse après coupure adiabatique du réseau. Une autre approche consiste à mesurer la distribution de vitesse telle qu'elle est dans le réseau, en coupant celui-ci brusquement. La température transverse est directement déduite de la largeur en vitesse  $\Delta v : T_{\perp} = m\Delta v^2/k_B$ , tandis que sur l'axe vertical nous faisons un ajustement avec la distribution de vitesse attendue à  $V_0 = 18E_{rec}$ , profondeur à laquelle on mesure le chauffage.

Cette distribution est calculée en supposant que la population des quasi-impulsions dans le réseau suit une distribution de Boltzmann, et en ajoutant à cette partie thermique une fraction condensée, que par simplicité on modélise par une gaussienne de largeur  $\sigma < 0,1v_{rec}$ .

$$P(q) = A e^{-\frac{(E(q)-E(0))}{k_B T}} + B e^{-\frac{q^2}{2\sigma^2}} \quad (3.27)$$

Pour des profondeurs  $V_0 \gg E_{rec}$ , ce qui est le cas ici, on peut utiliser pour  $E(q)$  l'expression analytique

$$E(q) = E(0) + 4J \sin^2\left(\frac{\pi q}{2k_{rec}}\right) \quad (3.28)$$

Enfin, à partir du calcul numérique des coefficients  $a_{n,q}(m)$  de la décomposition des états de Bloch sur les ondes planes (3.2), on détermine l'amplitude de la diffraction dans chaque zone de Brillouin. Pour des réseaux profonds, cela revient à convoluer la distribution 3.27 avec une enveloppe gaussienne, de largeur  $1,3v_{rec}$  pour  $V_0 = 18E_{rec}$ .

On peut ainsi déduire de la largeur en vitesse de la figure de diffraction la température dans le réseau, ce que nous utilisons pour la mesure de chauffage décrite ci-dessous.

### Coupure soudaine du réseau

La procédure et les conditions expérimentales sont les mêmes que celles décrites en 3.2.5 : à la fin de l'évaporation dans le piège dipolaire, le réseau est monté en  $100\mu s$  jusqu'à  $V_0 = 18E_{rec}$ , et laissé allumé pendant un temps  $T_L$  variant entre 5ms et 1s avant d'être coupé brusquement. On extrait des profils de temps de vol, dont la figure 3.17 fournit un exemple, les températures transverse et longitudinale des atomes, comme décrit dans le paragraphe précédent. Les résultats sont présentés sur la figure 3.18. Les températures pour des durées courtes du réseau, très anisotropes, reflètent la distribution en impulsion avant le chargement des atomes dans le réseau. La montée isoentropique du réseau conserve cette distribution isotrope, mais les températures qui y sont associées en absence et en présence du réseau sont différentes, car les relations de dispersion dans ces deux situations sont elles-mêmes différentes. Cependant, la similarité des taux de chauffage selon les deux axes ( $0,8\mu K.s^{-1}$  et  $1\mu K.s^{-1}$ ), et la diminution de l'anisotropie avec la durée du réseau, indiquent que notre méthode de calcul de la température est correcte. Nous calculons le contraste des pics de diffraction comme en 3.2.5, et mesurons une chute d'un facteur 2 en  $150\mu s$ .

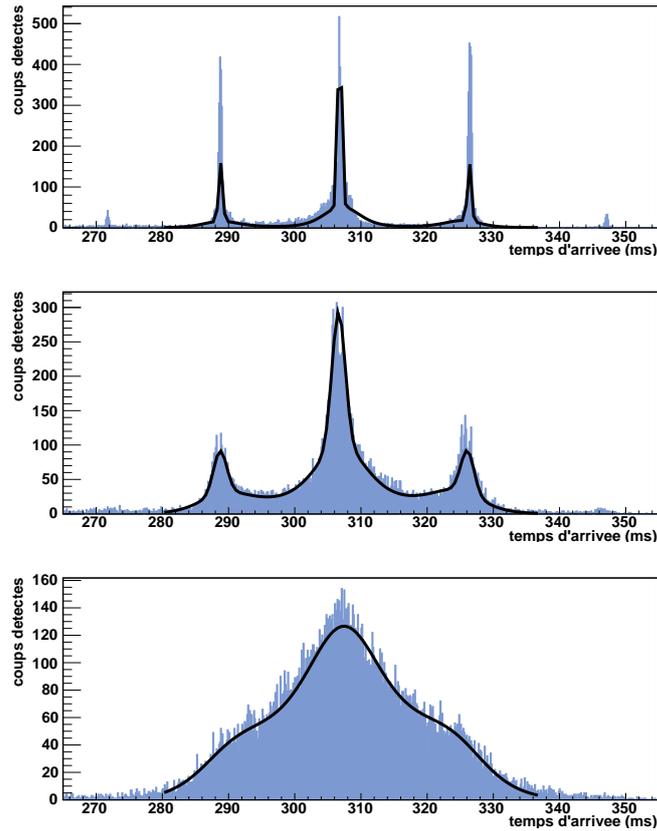


FIGURE 3.17 Profils de temps de vols obtenus pour une montée du réseau en  $100\mu s$  jusqu'à profondeur maximale, une attente de respectivement  $100\mu s$ ,  $20ms$  et  $200ms$ , et une coupure soudaine. La ligne continue noire est un ajustement calculé comme décrit dans le texte, qui donne des températures longitudinales dans le réseau de  $0,004\mu K$ ,  $0,03\mu K$  et  $0,1\mu K$ . On constate sur la figure supérieure que l'ajustement de la partie condensée est assez mauvais, mais cela ne fausse pas la mesure de température.

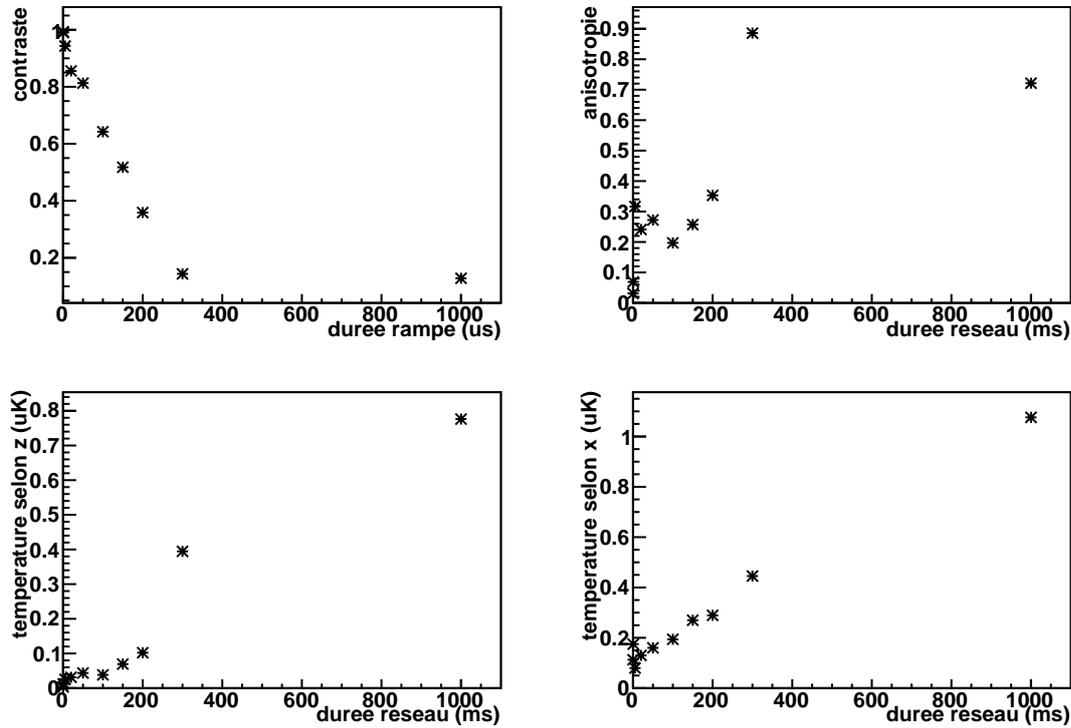


FIGURE 3.18 Nous extrayons des distributions d'impulsion des atomes après temps de vol le contraste des pics de diffraction et les températures longitudinale et transverse des atomes. Un ajustement linéaire de celles-ci donne  $0,005\mu K + 0,8\mu K.s^{-1}$  le long de l'axe du réseau et  $0,12\mu K + 1\mu K.s^{-1}$  dans la direction transverse.

### Conclusion quant au chauffage dans le réseau

Nous avons mesuré par deux méthodes le chauffage des atomes dans le réseau optique. Ces deux mesures conduisent à des taux de chauffage proches, et presque isotropes, légèrement plus faible que le taux attendu par émission spontanée. Par ailleurs, nous n'avons rien observé nous conduisant à penser que les atomes ayant subi une émission spontanée se retrouvent dans la première bande excitée, alors que l'on aurait imaginé dans ce cas détecter plus d'atomes dans la deuxième zone de Brillouin par band-mapping.

### 3.3 2<sup>nd</sup>e version du réseau optique : 2 faisceaux indépendants

Nous avons vu dans le §2.1.5 qu'il est possible de donner une vitesse au condensat en recomprimant brusquement le piège dipolaire. Or, cette recompression augmente la température du nuage atomique et en diminue la partie condensée. De plus, pour changer la vitesse du condensat, il faut changer la profondeur du piège optique après recompression, et mesurer à nouveau l'oscillation dipolaire. Pour donner à un BEC presque pur une vitesse relative par rapport au réseau optique, et pouvoir modifier facilement cette vitesse, il est donc préférable de donner une vitesse au réseau. Cela n'est pas possible pour un réseau rétro-réfléchi, où les 2 bras sont à

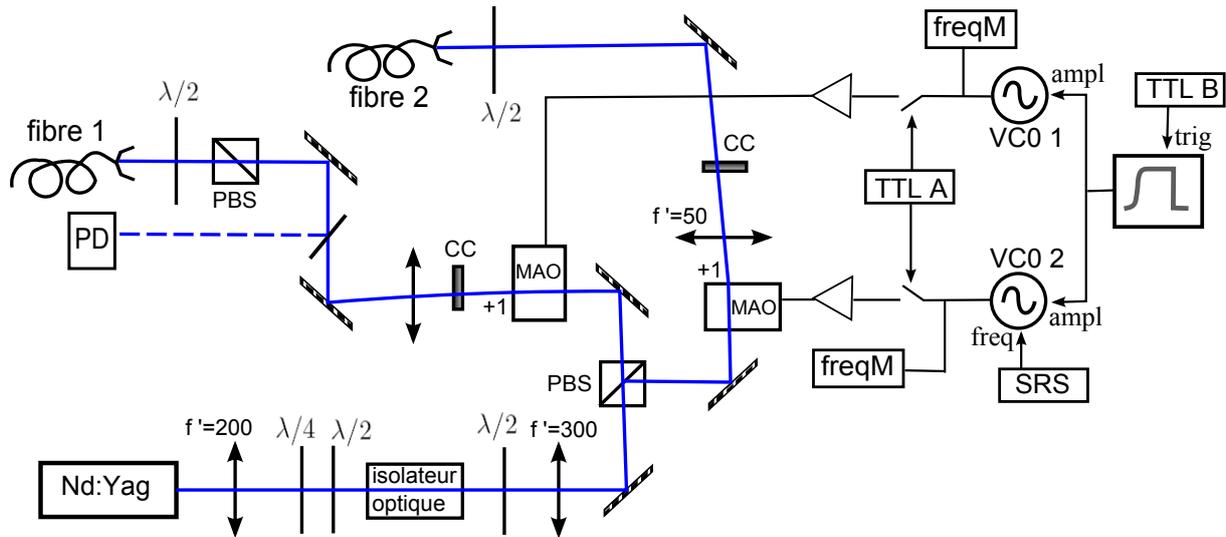


FIGURE 3.19 Banc optique et électronique pour le réseau. La première version du montage (cf fig 3.9) ne comprenait qu'un bras du réseau, qui était rétro-réfléchi. Il a ensuite été dédoublé pour avoir 2 faisceaux indépendants. On peut maintenant au choix mettre toute la puissance dans le bras 1, ou utiliser les 2 bras.

la même fréquence, mais devient trivial si le réseau est formé de 2 faisceaux indépendants. Un autre avantage d'un tel réseau est que l'on peut alors équilibrer les puissances des 2 faisceaux, et supprimer le potentiel répulsif constant qui venait de la différence de puissance entre l'aller et le retour.

### 3.3.1 Mise en Place

Pour créer le deuxième faisceau, on prélève de la puissance avant le modulateur acousto-optique, comme représenté sur la figure 3.19. Le schéma optique dans le 2<sup>e</sup> bras est le même que pour le premier bras, et le faisceau en sortie de la fibre 2 arrive juste avant la lentille L2 placée en haut de l'enceinte, là où se trouvait auparavant le miroir de rétro-réflexion (cf figure 3.7). Pour ajuster le désaccord relatif des 2 bras du réseau, on utilise la modulation externe de fréquence du VCO 2. On prélève une partie du signal radio-fréquence en sortie de chaque VCO, et on envoie chacun d'eux sur un fréquence-mètre. On a ainsi constaté une dérive des 2 fréquences de l'ordre de 10kHz par heure, tandis que la dérive de la fréquence relative est de l'ordre de 1kHz par heure, soit  $6 \cdot 10^{-3} v_{rec}$  par heure. Cela étant raisonnablement faible, nous n'avons pas jugé utile d'asservir en fréquence les 2 VCO.

### 3.3.2 Calibration

Pour calibrer la profondeur du réseau, nous utilisons la diffraction de Bragg décrite en 3.2.4, à cette différence près que nous ne recomprimons pas le piège dipolaire, mais introduisons un désaccord  $\Delta\omega$  entre les fréquences des deux bras du réseau optique. Si le condensat est initialement au repos, les conditions de Bragg seront vérifiées pour  $\Delta\omega/2\pi = 4E_{rec}/h = \pm 176\text{kHz}$ . En

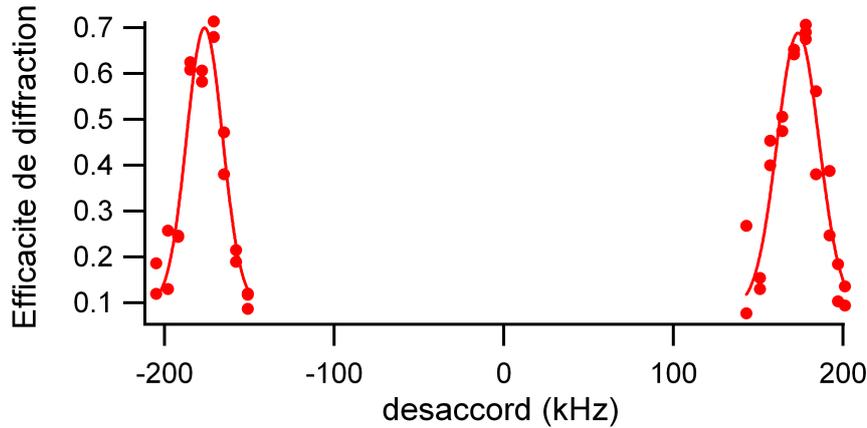


FIGURE 3.20 En mesurant l'efficacité de Bragg en fonction du désaccord des deux faisceaux du réseau, on observe deux résonances. On détermine leurs positions par des ajustements gaussiens :  $-176,5 \pm 0,7$  kHz et  $173,4 \pm 0,9$  kHz. La largeur de ces résonances est de  $16 \pm 2$  kHz.

faisant varier  $\Delta\omega$  autour de cette valeur, et en nous plaçant aux  $3/4$  de la période de l'oscillation, là où la sensibilité au désaccord de l'efficacité du transfert d'impulsion est la plus importante, nous pouvons mesurer la position de cette résonance, pour  $\Delta\omega > 0$  et  $\Delta\omega < 0$ . Nous détectons ainsi une éventuelle vitesse initiale, et devrions être sensibles à un décalage de la résonance dû à l'énergie de champ moyen. Par exemple, pour les données de la figure 3.20, la moyenne des deux résonances est à  $1,5 \pm 0,6$  kHz, ce qui correspond à une vitesse initiale moyenne du quasi-condensat de  $9.10^{-3} \pm 3.10^{-3} v_{rec}$ .

### 3.4 Conclusion

Grâce au réseau optique présenté dans ce chapitre, nous sommes en mesure d'appliquer aux atomes un potentiel unidimensionnel répulsif, dont la profondeur, que nous savons calibrer, est réglable jusqu'à  $18 E_{rec}$ . Nous avons caractérisé le chauffage causé par l'allumage et la présence du réseau, et avons vérifié qu'il n'était pas limitant pour l'usage que nous souhaitons faire du réseau. En effet, la durée minimale d'une rampe adiabatique étant très faible devant la période d'une oscillation dans le piège dipolaire, il existe une large gamme de durées de rampes pour lesquelles nous pourrions faire du band-mapping, en transformant continuellement les quasi-impulsions en impulsions sans que leur distribution soit modifiée par thermalisation. De plus, le taux de chauffage des atomes dans le réseau, d'environ  $1\mu\text{K}\cdot\text{s}^{-1}$ , ne devrait pas poser problème pour des expériences nécessitant une durée d'application du réseau de l'ordre de la ms, comme cela sera le cas pour la création de paires rapportée dans le chapitre suivant. Cette expérience sera par ailleurs facilitée dans la seconde configuration du réseau que nous avons décrite, dans laquelle le réseau peut avoir une vitesse dans le référentiel du laboratoire (cf §4.3). Dans cette configuration, la calibration de la profondeur du réseau et la détermination d'une éventuelle vitesse du condensat dans le piège optique sont également plus faciles, offrant un meilleur contrôle sur les conditions dans lesquelles l'expérience sera réalisée.

## Chapitre 4

# Création de paires corrélées dans le réseau optique

Dans le chapitre précédent, nous avons décrit la mise en place sur notre expérience d'un réseau optique. La combinaison de ce type de potentiel optique avec un condensat, testée rapidement après l'obtention des premiers condensats, a été très fructueuse. Par exemple, la distribution en quasi-impulsion d'un condensat étant beaucoup plus fine que celle d'un gaz ultrafroid non condensé, l'étude de la structure de bande est plus facile et peut être menée de façon plus systématique avec un condensat [Denschlag 02, Morsch 06]. De même, les oscillations de Bloch d'atomes accélérés dans le réseau sont bien plus clairement visibles avec un condensat [Anderson 98]. Cependant, un condensat se distingue également d'un gaz ultrafroid thermique par sa très forte densité. Les interactions ne sont de ce fait plus négligeables, ce qui rend la physique des condensats en présence de réseaux optiques beaucoup plus riche, permettant par exemple l'observation de la transition superfluide-isolant de Mott [Greiner 02]. Par ailleurs, les interactions sont sources de plusieurs types d'instabilités, qui se traduisent par des pertes d'atomes, de cohérence et de superfluidité [Cataliotti 03]. Parmi celles-ci, les instabilités dynamiques apparaissent lorsque la quasi-impulsion du condensat est proche du bord de la zone de Brillouin [Wu 03]. Les pertes entraînées par ces instabilités en fonction de la quasi-impulsion ont été étudiées en détail dans [Fallani 04]. Les auteurs ont montré une forte augmentation des pertes atomiques à partir d'une valeur seuil de  $q$ , comme on le constate sur la figure 4.1.

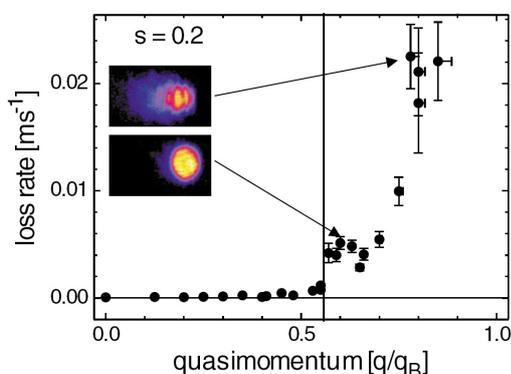


FIGURE 4.1 Taux de pertes d'un condensat dans un réseau optique en fonction de sa quasi-impulsion  $q$ . L'augmentation des pertes coïncide avec le seuil attendu de l'instabilité dynamique (ligne verticale). Quand celle-ci est très importante, la distribution de densité présente des structures complexes, traduisant la perte de cohérence. Figure extraite de [Fallani 04].

Dans la limite où l'énergie d'interaction reste faible devant la profondeur du réseau - régime dans lequel nous nous trouvons si  $V_0 \gg \mu \sim E_{rec}/10$  - ces instabilités dynamiques peuvent être interprétées comme la transition de deux particules ayant interagi vers des états de Bloch vérifiant la conservation de l'énergie et de l'impulsion [Wu 03]. Ce processus s'apparente alors à du mélange à quatre ondes atomique, pour lequel le condensat de quasi-impulsion  $q$  jouerait le rôle de pompe dégénérée. K.Hilligsøe et K. Mølmer ont en effet montré que, en présence d'un potentiel périodique, les conditions d'accord de phase du mélange à quatre ondes sont modifiées par la relation de dispersion non-quadratique dans le potentiel, ce qui autorise un mélange à quatre ondes selon l'axe du réseau à partir de paires d'atomes issus de même condensat, de quasi-impulsion  $q$  [Hilligsøe 05]. Ce schéma a peu après été testé expérimentalement au MIT [Campbell 06]. Lors de cette expérience, que nous avons déjà décrite au §1.4.1, deux nuages atomiques étaient générés à côté du condensat initial dans la direction du réseau optique, à des vitesses dépendant de la vitesse du réseau par rapport aux atomes. L'article [Campbell 06] décrit également la dynamique de population de ces deux nuages, montrant que le processus est très efficace. Bien que cela n'ait pas été démontré sur l'expérience du MIT, les deux nuages obtenus ainsi sont théoriquement formés d'atomes jumeaux. Nous avons vu au §1.3.1 que ces atomes jumeaux sont l'analogue atomique des paires de photons jumeaux utilisées en optique quantique. Des particules appariées de la sorte sont corrélées en temps et en impulsion, et les deux particules d'une paire unique sont intriquées. On pourrait donc tirer parti de cet état particulier pour réaliser avec des atomes des tests fondamentaux de la mécanique quantique, en s'inspirant de [Hong 87, Rarity 90], ou pour construire un interféromètre atomique de sensibilité inférieure à la limite quantique standard [Dunningham 02]. Les paires d'atomes, même si elles sont dans l'état désiré, ne seront utilisables que si la population des modes signal et complémentaire est bien contrôlée, et si les faisceaux atomiques jumeaux peuvent être recombinaés facilement sur des lames séparatrices. Or, le mélange à quatre ondes dans un réseau optique devrait pouvoir répondre à ces contraintes.

Nous rapportons dans ce chapitre la création de paires à partir d'un condensat en mouvement par rapport à un réseau optique. Pour valider l'adéquation des paires atomiques ainsi générées avec leur utilisation en optique atomique quantique, nous avons poussé l'analyse de ce processus plus loin que l'étude rapportée dans [Campbell 06], notamment dans la caractérisation des différents modes peuplés par les paires, et dans la détermination précise des conditions d'accord de phase qui les régissent. Mais surtout, nous nous sommes intéressés aux corrélations entre atomes induites lors du mélange à quatre ondes, qui sont décrites à la fin de ce chapitre.

## 4.1 Description théorique

Le mélange à quatre ondes atomique avait été introduit au §1.3.1, et nous avons alors montré l'analogie entre ce processus et la conversion paramétrique de photons. Nous traitons ici le cas où ce mélange est réalisé en présence d'un potentiel périodique. Les conditions d'accord de phase sont dans ce cas différentes de celles obtenues au §1.3.1 pour le mélange à quatre ondes dans l'espace libre. En particulier, le mélange à quatre ondes unidimensionnel qui était interdit dans l'espace libre devient accessible.

### 4.1.1 Mélange à quatre ondes atomique dégénéré

Lorsque nous avons abordé le mélange à quatre ondes atomique dans l'espace libre (§1.3), nous avons mentionné la nécessité de disposer de 2 modes de pompe distincts. Comme cela sera expliqué au §4.1.2, en présence d'un potentiel périodique, les conditions d'accord de phase autorisent le mélange à quatre ondes pour 2 modes de pompe dégénérés. Cela simplifie la réalisation expérimentale du mélange à quatre ondes, dans la mesure où l'étape de séparation du condensat en 2 condensats pompes peut être éliminée. Nous allons donc dans la suite nous placer dans cette situation de mélange à quatre ondes dégénéré, avec un seul mode de pompe, qui sera noté 0. On utilise alors l'opérateur champ suivant :  $\hat{\Psi}(\vec{r}) = \Psi_0(\vec{r})\hat{a}_0 + \Psi_1(\vec{r})\hat{a}_1 + \Psi_2(\vec{r})\hat{a}_2$ .

De même qu'au §1.3, nous pouvons réécrire l'hamiltonien (4.1) en distinguant les différents modes :

$$\hat{H} = \int d\vec{r} \hat{\Psi}^\dagger \left( -\frac{\hbar^2 \nabla^2}{2m} + V(\vec{r}) + \frac{g}{2} |\hat{\Psi}|^2 \right) \hat{\Psi} \quad (4.1)$$

$$= E_0 \hat{a}_0^\dagger \hat{a}_0 + E_1 \hat{a}_1^\dagger \hat{a}_1 + E_2 \hat{a}_2^\dagger \hat{a}_2 \quad (4.2)$$

$$+ \frac{g}{2} \int d\vec{r} |\Psi_0(\vec{r})|^4 \hat{a}_0^\dagger \hat{a}_0^\dagger \hat{a}_0 \hat{a}_0 \quad (4.3)$$

$$+ 2g \int d\vec{r} |\Psi_0(\vec{r})|^2 \hat{a}_0^\dagger \hat{a}_0 |\Psi_1(\vec{r})|^2 \hat{a}_1^\dagger \hat{a}_1 + 2g \int d\vec{r} |\Psi_0(\vec{r})|^2 \hat{a}_0^\dagger \hat{a}_0 |\Psi_2(\vec{r})|^2 \hat{a}_2^\dagger \hat{a}_2 \quad (4.4)$$

$$+ 2g \int d\vec{r} |\Psi_1(\vec{r})|^2 \hat{a}_1^\dagger \hat{a}_1 |\Psi_2(\vec{r})|^2 \hat{a}_2^\dagger \hat{a}_2 + \frac{g}{2} \int d\vec{r} |\Psi_1(\vec{r})|^4 \hat{a}_1^\dagger \hat{a}_1^\dagger \hat{a}_1 \hat{a}_1 + \frac{g}{2} \int d\vec{r} |\Psi_2(\vec{r})|^4 \hat{a}_2^\dagger \hat{a}_2^\dagger \hat{a}_2 \hat{a}_2 \quad (4.5)$$

$$+ g \int d\vec{r} \Psi_0(\vec{r})^2 \Psi_1^*(\vec{r}) \Psi_2^*(\vec{r}) \hat{a}_1^\dagger \hat{a}_2^\dagger \hat{a}_0 \hat{a}_0 \quad (4.6)$$

$$+ g \int d\vec{r} \Psi_0^*(\vec{r})^2 \Psi_1(\vec{r}) \Psi_2(\vec{r}) \hat{a}_0^\dagger \hat{a}_0^\dagger \hat{a}_1 \hat{a}_2 \quad (4.7)$$

$$+ \dots \quad (4.8)$$

$E_i$  désigne ici la somme des énergies cinétique et potentielle du mode  $i$ , donnée par la relation dispersion du réseau (cf §3.1.1). (4.3), (4.4) et (4.5) correspondent à l'énergie d'interaction entre particules, le terme (4.6) décrit la création des paires dans les modes 1 et 2, et le terme (4.7) le processus contraire, qui convertit une paire d'atomes dans les modes 1 et 2 en une paire dans le mode 0. Pour les paires de modes 1 et 2 qui vérifient les conditions d'accord de phase (déterminées au paragraphe suivant), les autres termes apparaissant lors du développement de (4.1) ne vérifient pas la conservation de l'impulsion (si l'on travaille avec des ondes planes ou des états de Bloch) et sont donc nuls.

### 4.1.2 Conditions d'accord de phase dans un potentiel périodique

Comme dans le §1.3, nous déterminons ici les conditions d'accord de phase qui régissent le mélange à quatre ondes atomique en imposant la conservation de l'énergie des atomes. Dans un premier temps, on négligera l'énergie d'interaction entre atomes et l'on considérera uniquement la conservation des énergies cinétique et potentielle.

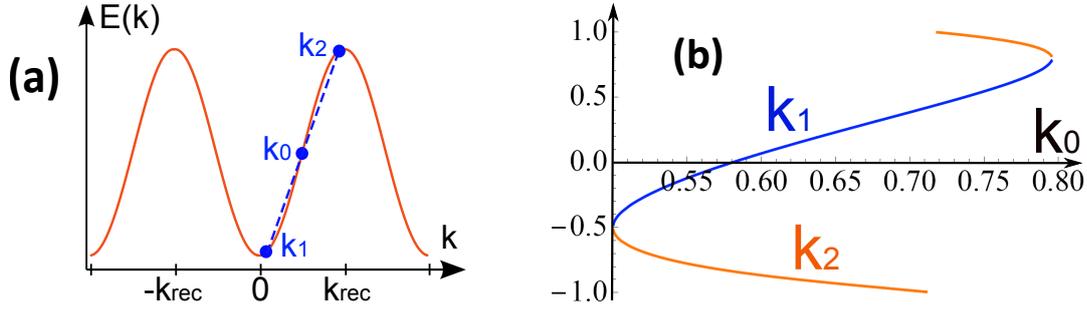


FIGURE 4.2 (a) La relation de dispersion des atomes dans un potentiel périodique unidimensionnel (représentée ici pour la bande fondamentale d'un réseau de profondeur  $1E_{rec}$ ) permet de conserver la quasi-impulsion et l'énergie lors du mélange à quatre ondes à 1 dimension, où 2 atomes initialement en  $k_0$  seront diffusés vers des modes  $k_1$  et  $k_2$  se propageant selon l'axe du potentiel périodique. (b) On ajuste  $k_1$  et  $k_2$  en faisant varier  $k_0$  entre  $0,5k_{rec}$  et  $k_{lim}$  ( $k_{lim} = 0,78k_{rec}$  pour une profondeur du potentiel de  $1E_{rec}$ ).

### Système unidimensionnel

On s'intéresse ici au cas d'un système homogène unidimensionnel en présence d'un potentiel périodique. Les fonctions d'onde des modes pompe, signal et complémentaire sont alors des états de Bloch  $\Psi_{n,q} = \frac{1}{\sqrt{L_z}} \sum_{m=-\infty}^{\infty} a_{n,q}(m) e^{i(q+2mk_{rec})z}$ , de quasi-impulsions  $\hbar q = \hbar k_0, \hbar k_1$  et  $\hbar k_2$ , dont les énergies vérifient une relation de dispersion non parabolique et périodique (cf §3.1.1). Grâce à cela, et contrairement au cas de l'espace libre, il est possible de réaliser l'accord de phase à une dimension. Outre l'énergie, il faudra conserver la quasi-impulsion, pour que le terme de création de paires (4.6), proportionnel à  $\int dz e^{i(2k_0 - k_1 - k_2)z}$ , ne soit pas nul. Les conditions d'accord de phase sont alors

$$\begin{cases} 2 \hbar k_0 = \hbar k_1 + \hbar k_2, & (\text{mod } 2k_{rec}) \\ 2 E(k_0) = E(k_1) + E(k_2) \end{cases} \quad (4.9)$$

Comme décrit dans [Hilligsøe 05] et illustré sur la figure 4.2, ce système a des solutions pour  $k_0 \in [0,5k_{rec}; k_{lim}]$ , où  $k_{lim}$  correspond au changement de concavité de la relation de dispersion.  $k_{lim}$  est proche de 1 pour des réseaux très peu profonds, et se rapproche de  $0,5k_{rec}$  quand la profondeur du potentiel augmente.

Pour réaliser du mélange à quatre ondes dégénéré unidimensionnel, il suffit donc de disposer d'un condensat se déplaçant à  $k_0$  dans le référentiel du réseau optique. Par ailleurs, cette configuration présente plusieurs autres avantages par rapport au mélange à quatre ondes par collision décrit au §1.3. Tout d'abord, la valeur de  $k_0$  étant facilement ajustable en changeant le désaccord des 2 bras du réseau (cf §3.3), on joue sur celle-ci pour choisir les modes dans lesquels on crée les paires (ces modes sont tracés en fonction de  $k_0$  sur la figure 4.2.b). De plus, comme la relation de dispersion dépend aussi de la profondeur du réseau, on dispose là d'un paramètre de réglage supplémentaire.

Enfin, il est important de remarquer que l'accord de phase n'est vérifié qu'en présence du potentiel : la suppression de celui-ci implique l'arrêt du mélange à quatre ondes. On a donc ainsi

un contrôle sur la durée du processus, ce que ne permettait pas la collision de condensats. La valeur maximale de cette durée n'est d'ailleurs ici pas déterminée par la perte de recouvrement spatial entre les condensats pompe, ou par la chute de densité après la coupure du potentiel de piégeage, mais par la déplétion du condensat pompe, lequel reste confiné dans le piège pendant la durée de l'expérience. On devrait donc générer beaucoup plus de paires que dans les expériences de mélange à quatre onde spontané précédentes [Perrin 07a, Krachmalnicoff 10, Jaskula 10a]. Comme on ne peuple ici que deux modes, le nombre d'atomes diffusés dans chaque mode pourra être très important. Si au contraire on souhaite travailler dans un régime où le nombre d'atomes par mode est très faible, il suffit de couper le réseau très rapidement.

### Accord de phase dans un potentiel périodique : système tridimensionnel

Cependant, l'expérience est réalisée avec un gaz atomique tridimensionnel. C'est pourquoi nous considérons ici un système 3D. Le long de l'axe du potentiel périodique, noté  $z$ , sa fonction d'onde sera décrite par les états de Bloch de quasi-impulsion  $\hbar k_{i,z}$ , et, dans le plan transverse, où nous supposons pour l'instant qu'il n'y a pas de confinement, par des ondes planes de vecteurs d'onde  $k_{i,\perp}$ . En supposant que la vitesse initiale du quasi-condensat est uniquement longitudinale, les conditions d'accord de phase sont les suivantes :

$$\begin{cases} 2k_0 = k_{1,z} + k_{2,z}, & (\text{mod } 2k_{rec}) \\ k_{1,\perp} = -k_{2,\perp} = k_{\perp} \\ 2E(k_0) = E(k_{1,z}) + E(k_{2,z}) + 2E_{\perp} \end{cases} \quad (4.10)$$

$E_{\perp}$  désigne l'énergie associée à la composante transverse de chaque atome, et vaut en l'absence de confinement transverse  $\hbar^2 k_{\perp}^2 / 2m$ . On voit sur la figure 4.3 que, pour  $k_0$  donné, les conditions (4.10) peuvent être vérifiées pour plusieurs paires de modes  $(\vec{k}_1, \vec{k}_2)$ , dont l'énergie transverse  $E_{\perp}$  dépend de  $k_{1,z}$ . Les paires seront alors émises dans un continuum de modes  $\{k_{1,z}; k_{2,z}; k_{\perp} = \frac{1}{\hbar} \sqrt{2m(E(k_{1,z}) + E(k_{2,z}) - 2E(k_0))}\}$ , dont la paire de modes  $\{k_{1,z}; k_{2,z}; k_{\perp} = 0\}$  correspondant au processus 1D.

L'ajout d'un confinement transverse permet de discrétiser les modes accessibles. Si ce confinement est assez important, c'est-à-dire si  $\hbar\omega_{\perp} > E(k_{1,z}) + E(k_{2,z}) - 2E(k_0)$ , on peut interdire complètement la création de paires dans des modes transverses et se ramener au cas 1D. Dans notre montage expérimental, la fréquence de piégeage transverse est de 1,6kHz, de telle sorte que quelques quanta d'excitation, soit plusieurs dizaines de modes différents, sont accessibles.

#### 4.1.3 Dynamique de la formation des paires

Nous allons maintenant déterminer la dynamique de la population des modes 1 et 2. Pour cela, nous nous plaçons dans l'approximation de la pompe classique non déplétée décrite au §1.3.1, dans laquelle les termes (4.6) et (4.7) se réécrivent sous la forme

$$H_{M4O} = C(\hat{a}_1^{\dagger} \hat{a}_2^{\dagger} + \hat{a}_1 \hat{a}_2) \quad (4.11)$$

où  $C$  est le produit de la population  $N_0$  de la pompe et du recouvrement des fonctions d'ondes du mode pompe et des modes 1 et 2, qui sera calculé dans le paragraphe 4.3.4 pour les différentes paires de modes accessibles.

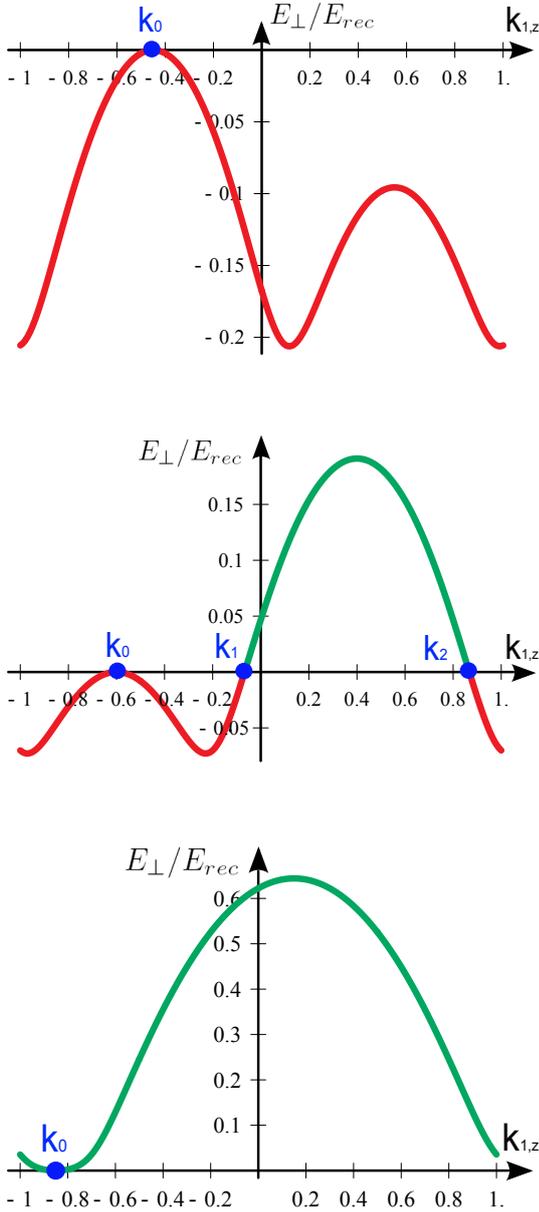


FIGURE 4.3 Modes pour lesquels les conditions d'accord de phase sont vérifiées. On représente ici, pour 3 valeurs différentes de  $k_0$ ,  $E_{\perp} = \frac{1}{2}(2E(k_0) - E(k_{1,z}) - E(k_{2,z}))$  en fonction de  $k_{1,z}$  (en unité de  $k_{rec}$ ), pour une profondeur du réseau de  $0.9 E_{rec}$ . Le mélange à quatre ondes n'est permis que pour  $E_{\perp} \geq 0$ .  $E_{\perp}(k_{1,z})$  est alors l'énergie transverse de l'atome de la paire dont le vecteur d'onde longitudinal est  $k_{1,z}$ . Le second atome de la paire a la même énergie transverse  $E_{\perp}$ , et un vecteur d'onde longitudinal  $k_{2,z} = 2k_0 - k_{1,z} \pmod{2k_{rec}}$ .

a) Pour  $k_0 = -0.45k_{rec}$ , on a toujours  $E_{\perp} \leq 0$ . Il n'y a donc pas de solution au système 4.10, hormis le cas trivial  $\vec{k}_1 = \vec{k}_2 = \vec{k}_0$  (point bleu). Ce sera toujours le cas pour  $|k_0| < 0.5k_{rec}$ .

b) Pour  $k_0 = -0.6k_{rec}$ , les modes de vecteurs d'onde longitudinaux  $k_{1,z}$  compris entre  $k_1 = -0.07$  et  $k_2 = 0.87$  sont accessibles (en vert). Suivant la présence ou non de confinement dans le plan transverse, on a alors accès à des modes discrets, ou à un continuum de modes. Pour  $k_1$  et  $k_2$  (points bleus), les atomes n'ont pas de vitesse transverse. Le mélange à quatre ondes est alors unidimensionnel. Les modes  $k_{1,z} < k_1$  et  $k_{1,z} > k_2$  (en rouge) sont interdits.

c) Pour  $k_0 = -0.85k_{rec}$ , tous les modes  $k_{1,z}$  sont accessibles, mais il n'y a pas de mélange à quatre ondes 1D. On se retrouve dans ce cas quand  $|k_0| > k_{lim}$ , où  $k_{lim}$  correspond au changement de concavité de la relation de dispersion et dépend de la profondeur du potentiel.

En appliquant l'équation d'Heisenberg au hamiltonien de la forme 4.11, on obtient les équations suivantes :

$$\begin{cases} \dot{\hat{a}}_1 = C\hat{a}_2^\dagger(t) \\ \dot{\hat{a}}_2 = C\hat{a}_1^\dagger(t) \end{cases} \quad (4.12)$$

d'où

$$\hat{a}_1(t) = \text{ch}(Ct)\hat{a}_1(0) + \text{sh}(Ct)\hat{a}_2^\dagger(0) \quad (4.13)$$

et

$$\langle \hat{N}_1(t) \rangle = \text{ch}^2(Ct) \langle \hat{N}_1(0) \rangle + \text{sh}^2(Ct) \left( \langle \hat{N}_2(0) \rangle + 1 \right) \quad (4.14)$$

Nous supposons que les modes 1 et 2 sont initialement vides, soit

$$\langle \hat{N}_1(t) \rangle = \text{sh}^2(Ct) \quad (4.15)$$

La population du mode 1 devrait donc augmenter quadratiquement pour  $Ct \ll 1$ , puis exponentiellement au-delà. Par symétrie, on aura toujours  $N_2 = N_1$ .

## 4.2 Génération de paires à partir d'un condensat en mouvement dans le réseau

Pour provoquer le mélange à quatre ondes dans le réseau, il est donc nécessaire que les atomes "pompe" aient une vitesse  $v_0 \in [0.5v_{rec}; v_{lim}]$  dans le référentiel du réseau (cf §4.1.2). Une première manière de réaliser l'expérience consiste à accélérer le condensat, tandis que le réseau est stationnaire dans le référentiel du laboratoire, en excitant une oscillation dipolaire (cf §2.1.5).

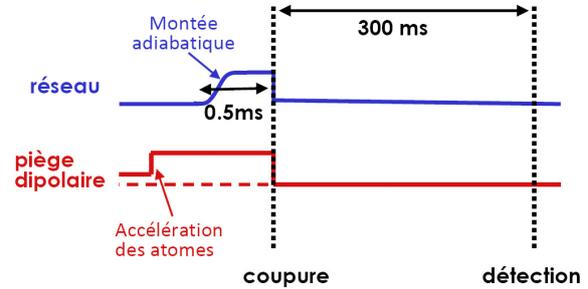
### 4.2.1 Description de l'expérience

Pour obtenir un potentiel périodique, on utilise le réseau présenté en 3.2, formé d'un faisceau Nd :YAG rétro-réfléchi. Sa puissance optique est de 46mW, ce qui correspond à une profondeur  $V_0 = 1,5E_{rec}$ . Le mode de pompe du mélange à quatre ondes est constitué du quasi-condensat obtenu dans le piège dipolaire (cf chapitre 2), qui contient entre  $10^5$  et  $3 \cdot 10^5$  atomes, et dont les tailles transverse et longitudinale dans le piège sont  $\sigma_\perp = 0,3\mu\text{m}$  et  $R_z = 0,65\text{mm}$ .

### Séquence expérimentale

Comme décrit au §2.1.5, une recompression soudaine du piège dipolaire entraîne une excitation dipolaire longitudinale du condensat, qui se met à osciller dans le piège optique. L'amplitude de cette oscillation est déterminée par la différence d'énergie entre les minima du potentiel avant et après recompression. La vitesse maximale des atomes accessible par cette méthode étant d'environ  $2 v_{rec}$ , on pourra sans problème faire varier  $v_0$  dans la gamme qui nous intéresse.

FIGURE 4.4 Séquence expérimentale pour la création de paires à partir d'un condensat en mouvement dans le réseau : La montée soudaine du piège dipolaire excite une oscillation dipolaire longitudinale, et dont l'amplitude est telle que les atomes aient une vitesse  $v_0$  quand ils sont au fond du piège. A cet instant, on allume le réseau de manière adiabatique et on le maintient plusieurs centaines de  $\mu\text{s}$ . Il est ensuite coupé brusquement, en même temps que le piège dipolaire.



Le début de la séquence expérimentale reprend les étapes nécessaires à la condensation dans le piège optique (cf §2.1.3). On obtient ainsi un quasi-condensat dans le piège dipolaire à très faible profondeur (de l'ordre de 200 nK). Après cette étape, au lieu de couper le piège dipolaire, on continue de contrôler sa profondeur à l'aide de la consigne issue du générateur de fonction aléatoire et appliquée à l'amplitude du signal radio-fréquence du MAO (cf §2.1.2). La forme de cette consigne à partir de la fin de l'évaporation est représentée sur la figure 4.4 : La profondeur du piège est augmentée en 100  $\mu\text{s}$  environ, ce qui est rapide devant la période d'oscillation longitudinale dans le piège - environ 10 ms après recompression - et lent devant la période d'oscillation transverse - de l'ordre de 20  $\mu\text{s}$ . On crée de cette manière une excitation longitudinale, tout en évitant les excitations transverses. L'amplitude de la recompression est choisie pour que la vitesse maximale des atomes, atteinte quand ils sont au fond du piège, soit égale à  $v_0$ . Pour chaque valeur différente de  $v_0$  souhaitée, on a préalablement mesuré l'oscillation dipolaire pour en vérifier l'amplitude et la période (cf §2.1.5). Un quart de période après la recompression, on monte le réseau adiabatement (en 150  $\mu\text{s}$  environ, cf §3.2.5), pour charger tous les atomes dans la bande fondamentale. On attend alors 350  $\mu\text{s}$  avant de couper simultanément le réseau et le piège dipolaire.

## Résultats

A partir des positions et temps d'arrivée sur le détecteur, on reconstruit la distribution en vitesse des atomes au niveau du détecteur, selon la procédure décrite au §A.4<sup>1</sup>. Sur l'exemple de la figure 4.5, le condensat initial a une vitesse  $v_0 = 0.56 v_{rec}$  et arrive en dernier sur le détecteur. Avant lui, on détecte un nuage à  $v_1 \sim 0,06 v_{rec}$  et un autre à  $v_2 \sim -0,87 v_{rec}$  (ces vitesses moyennes des nuages sont déterminés par un ajustement gaussien du sommet de chaque pic, d'incertitude  $10^{-2}v_{rec}$ ). Ces deux nuages contiennent les paires générées par mélange à quatre

1. Comme pour toutes les expériences utilisant le piège dipolaire, il convient d'être prudent sur l'interprétation de ces vitesses. Dans le plan horizontal, la distribution après temps de vol est bien déterminée par la distribution initiale de vitesse. En effet, la largeur transverse initiale du condensat est négligeable devant la taille de celui-ci après expansion. Ceci ne s'applique pas pour l'axe vertical, selon lequel la taille initiale du condensat ne peut être négligée. La distribution selon cet axe sera donc une composition des distributions initiales de vitesse et de position (cf §2.2.2).

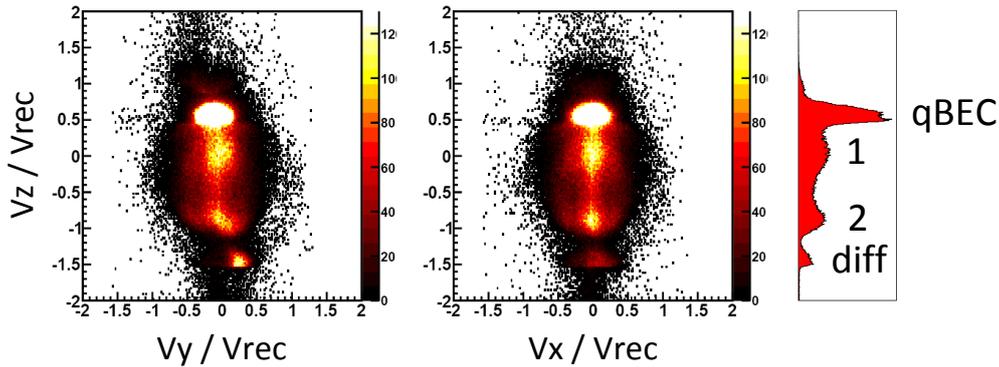


FIGURE 4.5 Coupes 2D et 1D des nuages détectés après temps de vol, les positions au niveau du détecteurs sont ici converties en vitesses. L'axe des vitesses verticales étant orienté vers le haut, les atomes ayant les plus grandes vitesses sont ceux qui arrivent en dernier sur le détecteur. L'origine de cet axe correspond à un condensat initialement au repos (dont le temps d'arrivée est de 307ms). Le pic principal correspond au quasi-condensat initial ("qBEC"), les deux pics suivants (1 et 2) sont formés par les paires, et le dernier ("diff") est un pic de diffraction du quasi-condensat.

ondes. Enfin, le premier nuage détecté, avec une vitesse longitudinale de  $-1,44 v_{rec}$ , est un pic de diffraction du quasi-condensat, dû à la coupure brusque du réseau (diffraction de Kapitza-Dirac, cf §3.1.3). Comme attendu, la diffraction a lieu selon l'axe du réseau, qui forme un angle avec le piège dipolaire vertical dans le plan  $(y, z)$ . Cela n'est pas le cas du mélange à quatre ondes, qui est lui vertical. En effet, bien que le réseau soit incliné, les minima du potentiel combiné formé du réseau et du piège optique sont alignés sur la verticale.

On remarque sur la figure 4.5 que les pics formés par les paires sont assez larges, d'écart-type  $\sigma_{v_1} = 0,35 v_{rec}$  et  $\sigma_{v_2} = 0,17 v_{rec}$ . Cette largeur importante est en partie due à la largeur initiale du quasi-condensat, qui est augmentée lors de la recompression du piège optique ( $\sigma_{v_0} = 0,12 v_{rec}$ ). Du fait de la forme de la relation de dispersion, il est normal que les pics en  $v_1$  et  $v_2$  soient plus larges que celui en  $v_0$ . On observe en effet sur la figure 4.2 que les pentes des courbes  $k_1(k_0)$  et  $k_2(k_0)$  sont respectivement supérieure à 1 et inférieure à -1. De plus, le temps de montée du réseau n'est pas négligeable devant sa durée totale. Il est donc probable qu'une partie des paires ait été créée à une profondeur plus faible du réseau, et donc à des vitesses légèrement différentes. Enfin, la vitesse  $v_0$  du quasi-condensat n'est pas absolument constante pendant l'application du réseau, qui dure 1/20 de période d'oscillation longitudinale.

Par ailleurs, les vitesses centrales mesurées pour le condensat et les nuages 1 et 2 ne vérifient pas la conservation de l'impulsion :  $v_1 + v_2 - 2v_0 + 2 = 0,07 v_{rec} \neq 0$ . Nous pouvons cependant attribuer cet écart à l'imprécision de la mesure des vitesses moyennes : comme nous l'avons déjà dit, les pics sont très larges, et de plus la présence d'un fond entre les deux pics et entre le pic 1 et le quasi-condensat pourrait décaler les sommets des 2 pics, et rendre difficile d'estimer précisément leur centre. Malgré cela, les vitesses mesurées sont relativement proches de celles attendues pour une profondeur de  $1,5 E_{rec}$  et une vitesse initiale  $v_0 = 0,56 v_{rec}$ , d'après les conditions d'accord de phase (4.10), à savoir  $v_1 = -0,05 v_{rec}$  et  $v_2 = -0,83 v_{rec}$ .

En résumé, nous formons lors de l'application du réseau optique deux nuages, dont les vitesses

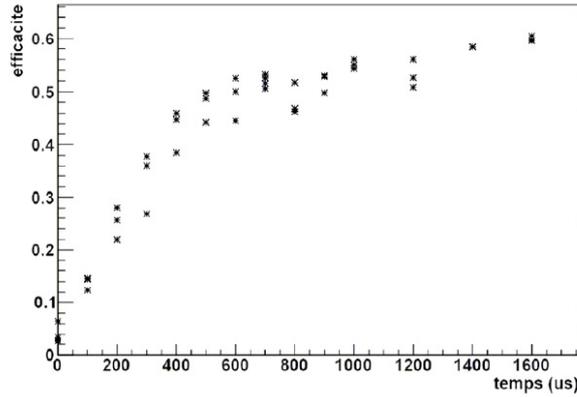


FIGURE 4.6 Proportion d'atomes dans les pics 1 et 2, en fonction de la durée du réseau.

sont proches de celles prédites par les conditions d'accord de phase. La largeur importante de ces nuages, et les nombreux atomes détectés entre eux, sont cependant préoccupants, dans la mesure où, pour une application future de notre source de paires, nous aurions besoin de deux faisceaux atomiques clairement définis. Pour évaluer l'intérêt de cette façon de créer des paires, nous avons voulu caractériser plus précisément le processus de formation des pics.

#### 4.2.2 Caractérisation du processus

Nous abordons ici plusieurs questions. Pour estimer l'efficacité du mélange à quatre ondes, nous avons mesuré la population des pics selon la durée du réseau. Nous avons ensuite fait varier la vitesse initiale  $v_0$  du quasi-condensat pour nous assurer que les vitesses des pics en sont bien modifiées comme prévu par les conditions d'accord de phase, et enfin, nous avons calculé la fonction de corrélation d'ordre 2 de notre distribution en densité (définie au §1.1.3), dans le but de montrer que nous générons bien à travers cette expérience des paires d'atomes jumeaux.

##### Efficacité

Étant donné que l'une des motivations pour l'utilisation du réseau était de pouvoir créer un grand nombre de paires, et d'avoir un contrôle sur ce nombre, il est important de considérer l'efficacité du processus et sa dynamique. Nous avons pour cela réalisé l'expérience pour différentes durées  $T_L$  du réseau, et mesuré à chaque fois la proportion d'atomes diffusés en  $k_1$  et  $k_2$ . On constate sur la figure 4.6 que cette proportion sature à 50% pour  $T_L \geq 500\mu\text{s}$ , et qu'elle croît auparavant linéairement avec une pente de  $1\text{ ms}^{-1}$ . D'après le §4.13, l'efficacité de création des paires dépend de la population du quasi-condensat initial, mais nous pouvons déjà affirmer que, pour un condensat de taille standard, le processus de création de paires dans le réseau est rapide et nettement plus efficace que la collision dans l'espace libre, au cours de laquelle seulement 10% des atomes étaient diffusés par paires (cf §1.3.2).

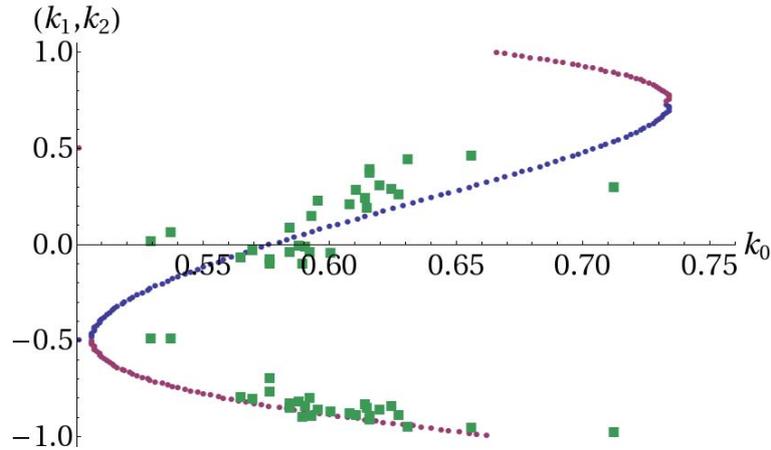


FIGURE 4.7 Nombres d'onde moyens  $k_1$  et  $k_2$  de chacun des 2 nuages en fonction de celui du quasi-condensat  $k_0$ . Les points expérimentaux (carrés verts) sont obtenus par des ajustements des pics apparaissant sur les coupes 1D longitudinales du temps de vol. Les valeurs attendues théoriquement (points bleus pour  $k_1$  et rouges pour  $k_2$ ) sont calculées à partir des conditions d'accord de phase à 1 dimension.

### Dépendance en $k_0$

Pour confirmer que les pics obtenus en présence du réseau sont bien ceux créés par mélange à quatre ondes, et pour vérifier l'accordabilité des vitesses  $v_1$  et  $v_2$ , nous avons répété l'expérience décrite en 4.2.1 pour différentes valeurs de  $v_0$ , et mesuré à chaque fois les valeurs moyennes de  $v_1$  et  $v_2$ . Ces données expérimentales sont comparées sur la figure 4.7 avec les valeurs attendues d'après les conditions d'accord de phase pour le mélange à quatre ondes unidimensionnel 4.9. On déduit de l'accord entre données et théorie que le processus observé a bien le comportement attendu, et qu'il est donc possible de choisir les valeurs de  $v_1$  et  $v_2$  en jouant sur  $v_0$ .

### Recherche de corrélations

Il est possible de montrer que les atomes constituant les pics détectés à  $v_1$  et  $v_2$  forment bien des paires, et donc que ces 2 pics ne sont pas indépendants, en regardant les corrélations entre ces derniers. On calcule pour cela, selon la procédure décrite au §A.5, la fonction de corrélation du deuxième ordre  $\tilde{g}^{(2)}(\Delta v_z)$ , que l'on suppose présenter un maximum pour  $\Delta v_z = v_2 - v_1$ .

Nous n'avons cependant pas réussi à observer ce maximum. Une explication plausible serait la largeur importante des pics, qui diminue fortement le rapport signal à bruit.

### 4.2.3 Conclusion

En réalisant du mélange à quatre ondes à partir d'un quasi-condensat en mouvement dans un réseau optique fixe, nous avons observé des nuages d'atomes avec les vitesses attendues. Nous avons vérifié l'accordabilité du processus, ainsi que son efficacité et la possibilité de l'interrompre en coupant le réseau. Cependant, la largeur des nuages jumeaux, due en partie à un chauffage

du quasi-condensat en oscillation, rend problématique l'utilisation de cette source de paires. Par ailleurs, nous n'avons pas pu montrer que les nuages créés par cette méthode sont corrélés, peut-être en raison de l'élargissement des pics. Nous avons donc choisi de tester une autre façon de générer du mélange à quatre ondes dans un réseau, décrite dans les paragraphes suivants.

### 4.3 Génération de paires dans un réseau en mouvement

Dans le but de réduire la largeur des pics formés par les atomes des paires, nous avons réalisé l'expérience pour une configuration différente du réseau optique : les expériences décrites dans cette section ont été effectuées dans un réseau optique formé de 2 faisceaux indépendants, comme décrit en 3.3. Dans ce cas, c'est le réseau qui a une vitesse  $v_0$  dans le référentiel du laboratoire, et non les atomes. Cette méthode procure par ailleurs un bien meilleur contrôle de  $v_0$  que la méthode utilisée précédemment.  $v_0$  est en effet directement déterminé par le désaccord  $\delta\nu$  entre les 2 faisceaux -  $v_0 = \lambda_{réseau}\delta\nu/2$  -, et est stable tout au long de la création des paires.

#### 4.3.1 Réalisation expérimentale

La séquence utilisée pour cette expérience est illustrée sur la figure 4.8. Comme pour la méthode précédente, toute la séquence de génération de paires a lieu dans le piège dipolaire. On compense ainsi la gravité et évite une accélération des atomes pendant le processus de mélange à quatre ondes. Ce choix présente également l'avantage de maintenir une densité importante du condensat, et donc une efficacité élevée du processus. De plus, nous verrons au §4.3.3 que le confinement transverse favorise la création de paires dans les modes longitudinaux. Après la fin de l'évaporation, le piège est cette fois laissé à sa profondeur minimale. Le réseau est allumé adiabatiquement, et maintenu entre 0,3 et 3 ms, puis coupé.

Nous détectons le nuage atomique après un temps de vol de 307 ms. La distribution de position des atomes au niveau du détecteur est reconstruite en 3 dimensions (cf §A.2), et représentée sur la figure 4.8 après conversion en distribution de vitesse (cf §A.4).

#### Description de la distribution en vitesse obtenue

Comme le montre la figure 4.8, le signal de temps de vol présente 4 pics. Le pic le plus intense est détecté en dernier, il correspond au condensat, au repos dans le référentiel du laboratoire. Les vitesses des deux pics suivants coïncident avec celles prédites par les conditions d'accord de phase (4.9) pour un mélange à quatre ondes unidimensionnel. On en déduit que ces pics sont formés par les modes signal et complémentaire du mélange à quatre ondes longitudinal. Le fond diffus présent entre ces deux pics peut être interprété comme une faible population des paires de modes transverses, dont nous avons établi l'existence au §4.1.2. Enfin, le pic le plus faible, de vitesse  $-2v_{rec}$ , est produit par la diffraction du condensat. Le signal de temps de vol obtenu pour un réseau en mouvement présente donc les mêmes caractéristiques que celui que nous avons pour un condensat en mouvement (cf §4.2.1).

Voyons maintenant si la réalisation de l'expérience avec un condensat au repos a apporté les améliorations escomptées. La largeur du quasi-condensat est maintenant  $\sigma_{v_0} = 0,04v_{rec}$ , et celles des 2 pics sont  $\sigma_{v_1} = 0,11v_{rec}$  et  $\sigma_{v_2} = 0,08v_{rec}$ . Ces largeurs sont environ 3 fois plus faibles

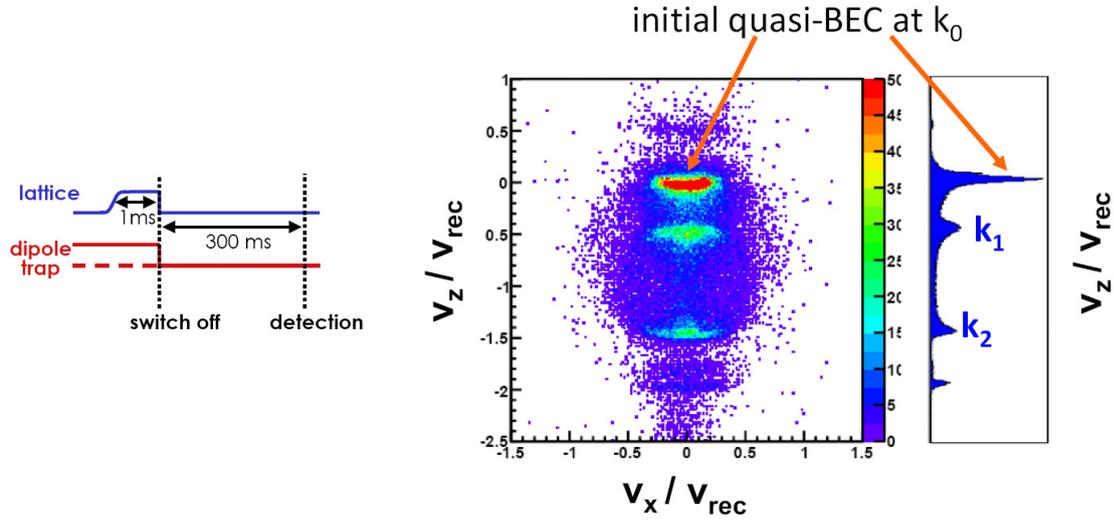


FIGURE 4.8 Séquence expérimentale pour la création de paires, et signal détecté après le temps de vol : coupe selon  $v_x$  et  $v_z$ , et selon  $v_z$ . Le pic le plus intense correspond au condensat initial, et 2 autres pics émergent. Ceux-ci sont relativement fins, mais on détecte des atomes entre eux, repartis sur un halo sphérique. Le petit pic à  $-2v_{rec}$  est dû à la diffraction.

que celles des pics obtenus par la méthode précédente (cf §4.2.1), ce qui indique que les largeurs alors mesurées n'étaient pas intrinsèques au mélange à quatre ondes dans le réseau, mais liées au chauffage du condensat lors de l'oscillation dipolaire. Comme pour cette méthode précédente, les pics 1 et 2 sont plus larges longitudinalement que le condensat, ce que l'on attribue aux pentes de la courbe d'accord de phase (cf figure 4.2). Dans le plan transverse, les largeurs des pics sont de 20% supérieures à celle du condensat. Cette différence relativement faible nous incite à penser que chacun des deux pics n'est constitué que d'un très faible nombre de modes<sup>2</sup>.

### Test d'une coupure adiabatique du réseau

Si la coupure du réseau est instantanée, on observe un peu de diffraction, comme l'illustre le pic à  $-2v_{rec}$  sur la figure 4.8. Or, comme l'efficacité de cette diffraction dépend de la quasi-impulsion du mode considéré, la proportion d'atomes diffractés ne sera pas la même pour les modes 0, 1 et 2. Il sera donc difficile d'estimer le nombre total d'atomes diffusés dans chacun des modes. Dans le cas d'un réseau faible ( $1 E_{rec}$  pour la plupart des expériences réalisées), ce problème est moins important, du fait de la faible efficacité de diffraction.

Nous avons également testé une coupure adiabatique du réseau. Chaque mode est alors transféré vers l'état d'impulsion égale à sa quasi-impulsion. Cependant, pendant la coupure, le mélange à quatre ondes a toujours lieu, vers des modes finaux évoluant avec la profondeur du réseau, ce

2. Cela serait vrai si nous partions d'un condensat sans fluctuation de phase. Le quasi-condensat pouvant être modélisé comme plusieurs modes condensés (cf §2.2.3), des paires seront créées à partir de chacun d'entre eux, vers autant de modes signal et complémentaire.

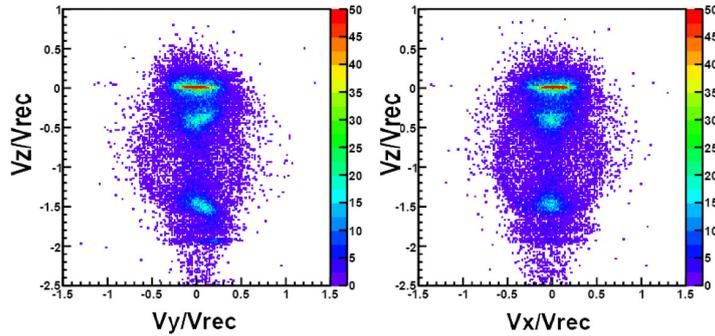


FIGURE 4.9 Coupes 2D du temps de vol obtenu pour un réseau monté en  $400 \mu\text{s}$ , tenu  $600 \mu\text{s}$  et descendu en  $100 \mu\text{s}$  : lors de la coupure du réseau, le mélange à quatre ondes continue de se faire, mais, comme la profondeur du réseau varie, les vitesses auxquelles les paires sont créées varient également, ce qui élargit les pics selon la direction verticale. De plus, en raison du mauvais recouvrement spatial des 2 faisceaux formant le réseau, un potentiel constant répulsif est superposé au piège optique (cf §3.2.2), et décale les minima de potentiel selon l'axe  $y$ . Ce décalage varie également lors de la coupure du réseau, ce qui donne une vitesse selon  $y$  aux atomes.

qui élargit les pics observés, comme on le constate sur la figure 4.9. Pour cette raison, nous avons finalement retenu la coupure soudaine du réseau.

## Bilan

L'application du réseau en mouvement sur le condensat au repos fait apparaître deux nuages d'atomes aux vitesses attendues des modes signal et complémentaire longitudinaux, dont la largeur en vitesse est assez faible, et permet de les distinguer nettement du fond formés par les atomes diffusés par mélange à quatre ondes transverse. Ce premier résultat est encourageant quant à de futures applications. Néanmoins, il nous reste à vérifier que les propriétés de nos pics jumeaux sont conformes à ce que l'on espère. Nous étudierons pour cela l'influence de la vitesse du réseau, de manière plus quantitative qu'auparavant grâce à la plus faible largeur des 2 pics. Mais nous nous intéresserons aussi aux atomes détectés entre ces pics, et déterminerons les différents modes autorisés par les conditions d'accord de phase (4.10) dans nos conditions expérimentales. Enfin, pour comprendre pourquoi les modes longitudinaux sont peuplés préférentiellement, formant les 2 pics visibles sur la figure 4.8, nous étudierons l'efficacité du mélange à quatre ondes vers les modes transverse et longitudinaux. La recherche de corrélations non-classiques des atomes formant les 2 pics interviendra dans la dernière partie de ce chapitre.

### 4.3.2 Dépendance en $k_0$

Nous avons étudié la dépendance en  $k_0$  des vitesses auxquelles les pics sont détectés. Cette mesure est plus précise que celle qui avait déjà été effectuée pour le réseau rétroréfléchi, car nous contrôlons ici très bien  $k_0$  et, les pics étant plus fins longitudinalement, la mesure de leur

position est plus précise. Notons cependant une limite de cette méthode : comme les vitesses que nous reconstruisons après détections sont les vitesses dans le référentiel du laboratoire, nous ne pouvons pas mesurer directement la vitesse relative  $v_0$  des atomes par rapport au réseau. Nous pouvons par contre la déduire du désaccord  $\delta\nu$  entre les deux bras du réseau, qui est connu très précisément.

Il n'est par ailleurs pas exclu que le quasi-condensat ait lui-même une faible vitesse dans le référentiel du laboratoire. Nous avons rapporté au §2.1.4 des fluctuations du temps d'arrivée, qui pouvaient être attribuées à des fluctuations de la vitesse initiale et/ou de la position initiale du quasi-condensat. Outre ces fluctuations, qu'on sera amené à corriger sur les données pour chaque réalisation de l'expérience indépendamment (cf §4.4.1), il peut exister une vitesse reproductible du condensat dans le piège au moment de l'application du réseau. Pour déceler une telle vitesse, nous tirons parti de notre très bonne connaissance de  $v_0$  : nous mesurons les désaccords positif et négatif ( $\delta\nu_+$  et  $\delta\nu_-$ ) pour lesquels nous avons une résonance de Bragg (cf §3.3.2), c'est-à-dire les vitesses  $v_{réseau\pm} = \lambda_{réseau}\delta\nu_{\pm}/2$  du réseau pour lesquelles la vitesse des atomes dans le réseau est égale à 1 et à  $-1v_{rec}$ . Si les atomes sont au repos,  $v_{réseau\pm} = \mp v_{rec}$ , et les 2 désaccords  $\delta\nu_+$  et  $\delta\nu_-$  sont symétriques par rapport à 0, alors qu'une vitesse des atomes dans le référentiel du laboratoire conduit à un décalage de même signe des 2 désaccords. Nous disposons donc d'une procédure pour nous assurer que les atomes sont au repos dans le piège dipolaire lorsque nous appliquons le réseau. Cela vérifié, nous avons mesuré par des ajustements gaussiens des pics  $k_1$  et  $k_2$  en fonction de  $k_0$ , et comparé avec les valeurs attendues d'après les conditions d'accord de phase (4.9). Comme cela apparaît sur la figure 4.10, les données présentent un décalage par rapport aux valeurs prédites par ces conditions (courbe pointillée).

### Effet des interactions

Pour comprendre ce décalage, il faut rappeler que jusqu'ici, nous négligions l'effet des interactions lorsque nous déterminions les états et énergies propres du système (cf §3.1.1), à partir desquels les conditions d'accord de phase (4.9) du mélange à quatre ondes unidimensionnel étaient établies. Nous allons maintenant prendre en compte ces interactions, en rajoutant artificiellement dans la condition de conservation d'énergie de (4.9) l'énergie de champ moyen. Nous ne considérons que les termes d'interaction du quasi-condensat avec lui-même (4.3) et avec les atomes diffusés (4.4), et continuons à négliger l'énergie d'interaction entre les atomes diffusés (4.5), car ce terme est proportionnel à la densité dans les modes diffusés, bien plus faible que celle du quasi-condensat. Le bilan d'énergie pour une paire d'atomes diffusée par mélange à quatre ondes 1D devient alors (en traitant classiquement le quasi-condensat) :

$$2 \left[ E(k_0) + g \int d\vec{r} |\Psi_0(\vec{r})|^4 N_0 \right] = E(k_1) + 2g \int d\vec{r} |\Psi_0(\vec{r})|^2 |\Psi_1(\vec{r})|^2 N_0 + E(k_2) + 2g \int d\vec{r} |\Psi_0(\vec{r})|^2 |\Psi_2(\vec{r})|^2 N_0 \quad (4.16)$$

Soit un décalage de l'ordre de  $2g n_0 = 0,1E_{rec}$  si l'on suppose que la densité du condensat est  $n_0 = 10^{13}$  atomes/cm<sup>-1</sup> et que les intégrales de recouvrement sont de l'ordre de 1 (ce qui sera confirmé au §4.3.4).

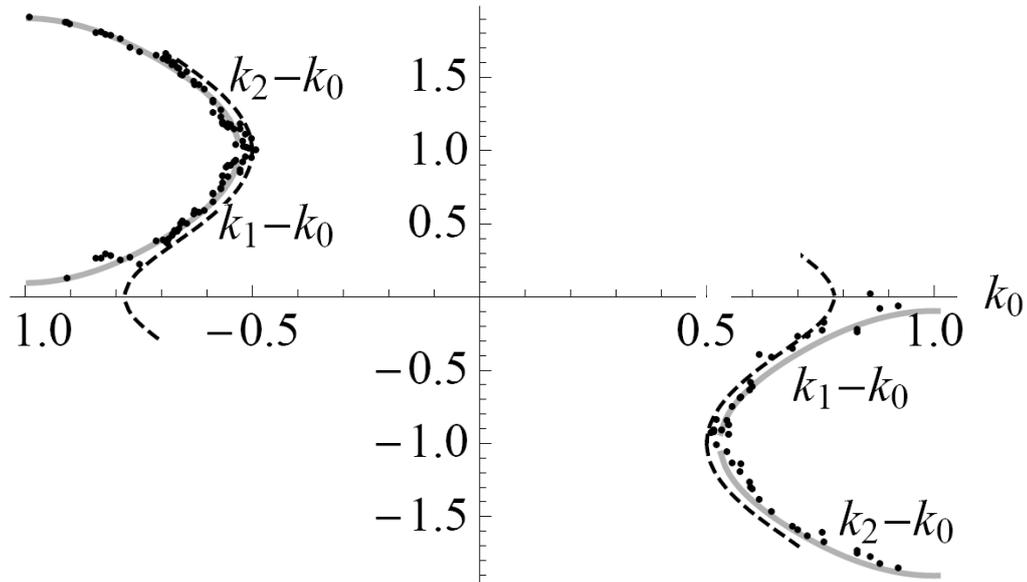


FIGURE 4.10 valeur moyenne de  $k_1$  (points noirs) et  $k_2$  (cercles) en fonction de  $k_0$  pour une profondeur de réseau de  $1,03E_{rec}$ . Les conditions d'accord de phase calculées en négligeant l'énergie d'interaction (courbe en pointillés) ne permettent pas de comprendre les résultats expérimentaux. Ces derniers sont par contre en accord avec les conditions d'accord de phase incluant le champ moyen (courbes continues).

Les valeurs de  $k_1$  et  $k_2$  attendues pour les modes longitudinaux en tenant compte de cette correction sont présentées sur la figure 4.10. Leur accord avec les données est désormais satisfaisant. Il convient cependant de remarquer que le calcul est réalisé à partir des énergies des états de Bloch calculées sans interactions, et que ces dernières sont rajoutées *a posteriori* dans l'expression de la conservation de l'énergie. Une approche plus exacte consisterait à prendre tous les termes du hamiltonien (1.29) en compte lors du calcul des états propres, et pas seulement l'énergie cinétique et l'énergie potentielle du réseau. Le calcul numérique des énergies propres du système [Wu 01] permet de déterminer pour quelle valeur de  $k_1$ , à  $k_0$  donné, des instabilités dynamiques apparaîtront, qui se traduiront par la création de paires. Dans cet article, les auteurs décrivent un décalage de la courbe  $k_1$  vs  $k_0$  qui augmente avec les interactions, similaire à ce que nous observons. Ils donnent également, dans l'approximation d'un réseau infiniment peu profond, une expression analytique de cette courbe, qui est tracée sur la figure 4.11, où l'on voit que l'accord avec les données est moins bon que pour la courbe calculée précédemment. En s'inspirant de cette démarche, Josselin Ruau del a réalisé un calcul numérique approché des états et énergies propres avec interactions : dans un premier temps, les états de Bloch sont calculés comme au §3.1.1 sans interaction, puis les termes de champ moyens (4.3) et (4.4) calculés à partir de ces états sont traités de manière perturbative, permettant de déterminer de nouveaux états propres, pour lesquels on calcule les nouvelles conditions d'accord de phase. La courbe correspondante est représentée sur la figure 4.11, et coïncide exactement avec la courbe obtenue à partir des conditions d'accord de phase (4.16).

Cette modification des conditions d'accord de phase par les interactions interatomiques n'est

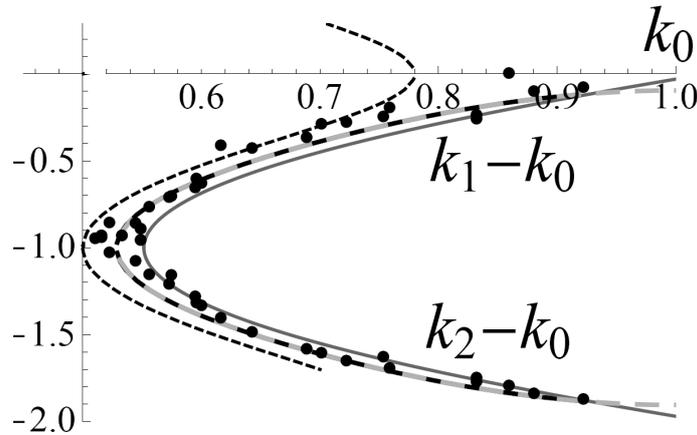


FIGURE 4.11 Courbes d'accord de phase calculées pour une densité de  $10^{19} \text{ m}^{-3}$  par différentes méthodes : en négligeant complètement le champ moyen (en pointillés noirs), en déterminant les vecteurs d'onde des excitations donnant lieu à des instabilités dynamiques pour un réseau infiniment peu profond [Wu 01] (courbe fine continue gris foncé), et en ajoutant le terme de champ moyen dans la conservation de l'énergie, comme dans l'équation (4.16) (courbe pointillée noire), cette dernière courbe se superposant parfaitement avec celle obtenue par le calcul de Josselin Ruaudel (courbe pointillée gris clair).

somme toute pas surprenante, et se rapproche de ce qui avait été observé dans le cas du mélange à quatre ondes dans l'espace libre [Krachmalnicoff 10]. Notons finalement que cet effet augmente les valeurs minimale et maximale  $k_{min}$  et  $k_{lim}$  de  $k_0$  pour lesquelles le mélange à quatre ondes 1D aura lieu. Cela avait déjà été observé expérimentalement par [Campbell 06], qui rapporte une valeur de  $k_{min}$  de  $0,55k_{rec}$ .

### 4.3.3 Modes peuplés, comparaison avec le cas sans confinement

Nous nous sommes jusqu'ici focalisés sur les modes longitudinaux, *ie* les 2 pics qui apparaissent lors du temps de vol (*cf* figure 4.8) avec des vecteurs d'onde  $\vec{k}_1$  et  $\vec{k}_2$  dont on a vu qu'ils vérifient les conditions d'accord de phase à une dimension (4.10). Or, on constate sur la figure 4.8 que le nombre d'atomes diffusés hors de ces 2 modes n'est pas négligeable. Ces atomes forment un halo entre les modes  $k_1$  et  $k_2$ , et pourraient être des paires diffusées dans des modes transverses, dont on a vu en 4.1.2 qu'ils pouvaient être peuplés par mélange à quatre ondes tridimensionnel. Nous déterminons ici les modes transverses accessibles dans nos conditions expérimentales, puis nous comparerons avec les résultats expérimentaux.

#### Modes accessibles

Dans la section 4.1.2, nous avons donné les conditions d'accord de phase à 3 dimensions en présence d'un potentiel périodique 1D (4.10), et avons montré que le mélange à quatre ondes unidimensionnel où toute l'énergie et toute l'impulsion sont redistribuées selon l'axe vertical n'est

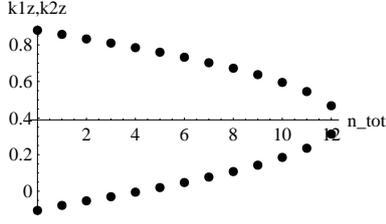


FIGURE 4.12 En présence d'un confinement transverse harmonique, les conditions d'accord de phase sont vérifiées pour un nombre fini de modes ( $|k_{1,z}, n_{x,1}, n_{y,1}\rangle$ ,  $|k_{2,z}, n_{x,2}, n_{y,2}\rangle$ ). On représente ici les vecteurs d'onde longitudinaux  $k_{1,z}$  (en bas) et  $k_{2,z}$  (en haut) correspondant à un nombre total d'excitations  $n_{tot} = n_{x,1} + n_{y,1} + n_{x,2} + n_{y,2}$  pour une profondeur du réseau  $V_0 = 0,9E_{rec}$  et  $k_0 = -0,61k_{rec}$ .

qu'un cas particulier parmi les multiples processus possibles, dans lesquels les atomes diffusés ont généralement une vitesse transverse. Pour déterminer plus précisément quels modes transverses vérifient les conditions (4.10), il faut inclure dans la description du système le fait que, pour cette expérience, le mélange à quatre ondes est réalisé dans le piège dipolaire.

Le condensat pompe et les modes 1 et 2 seront décrits longitudinalement comme des gaz homogènes de longueur  $2R_z$  modulés par le réseau, avec  $R_z$  le rayon de Thomas-Fermi du condensat :  $R_z = 0,6\text{mm}$  pour  $\mu = \hbar * 3,2\text{kHz}$  et  $\nu_z = 6,5\text{Hz}$ . Transversalement, on prendra les états du potentiel harmonique formé par le piège dipolaire, de fréquence d'oscillation  $\nu_\perp = 1,5\text{kHz}$ , avec le condensat - traité comme un gaz parfait - dans l'état fondamental. La fonction d'onde de chaque mode  $i$  sera donc de la forme  $\Psi_i(\vec{r}) = \phi_{n_{x,i}}(x)\phi_{n_{y,i}}(y)\psi_i(z)$ , où  $\phi_n(s)$  est le  $n$ -ième état excité de l'oscillateur harmonique selon l'axe  $s$ , et  $\psi_i(z)$  est l'état de Bloch de la bande fondamentale de quasi-impulsion  $k_{i,z}$ .

D'après les conditions d'accord de phase (4.10), les paires de modes ( $|k_{1,z}, n_{x,1}, n_{y,1}\rangle$ ,  $|k_{2,z}, n_{x,2}, n_{y,2}\rangle$ ) accessibles vérifient :

$$\begin{cases} 2k_0 = k_{1,z} + k_{2,z} \pmod{2k_{rec}} \\ n_{x,1} = n_{x,2} \pmod{2}, \quad n_{y,1} = n_{y,2} \pmod{2} \\ 2E(k_0) + 2\hbar\omega_\perp = E(k_{1,z}) + E(k_{2,z}) + \hbar\omega_\perp(2 + n_{x,1} + n_{y,1} + n_{x,2} + n_{y,2}) \end{cases} \quad (4.17)$$

On aura donc un couple  $(k_{1,z}, k_{2,z})$  différent pour chaque valeur de  $n_{tot} = n_{x,1} + n_{y,1} + n_{x,2} + n_{y,2}$  accessible (cf figure 4.12), à laquelle on peut généralement associer plusieurs paires de modes ( $|k_{1,z}, n_{x,1}, n_{y,1}\rangle$ ,  $|k_{2,z}, n_{x,2}, n_{y,2}\rangle$ ).

Il ne sera donc *a priori* pas facile d'identifier sur les données expérimentales ces différents modes transverses, pour un plan ( $k_z = \text{constante}$ ) donné, et de valider notre analyse. Nous pouvons cependant déjà mentionner une limite de celle-ci : d'après notre modèle, nous ne devrions détecter des atomes que pour des valeurs discrètes de  $k_{1,z}$  et  $k_{2,z}$ , ce qui n'est pas le cas expérimentalement où nous peuplons un continuum de vecteurs d'onde. Nous avons en effet considéré un condensat infiniment fin en impulsion, et négligé la distribution spatiale initiale, alors que la taille longitudinale du condensat après expansion (dominée par sa taille initiale) est typiquement

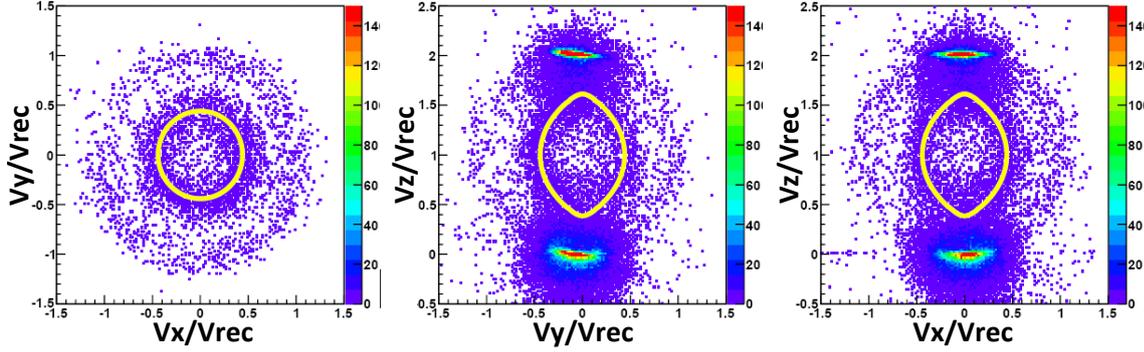


FIGURE 4.13 Mélange à quatre ondes lorsque le réseau est appliqué avec une profondeur de  $2 E_{rec}$  pendant  $100 \mu s$ , après la coupure du piège dipolaire : on observe alors sur chacune des coupes une coquille, en accord avec ce qui est attendu théoriquement (courbe jaune). Par ailleurs, une sphère de rayon  $1 v_{rec}$  est aussi visible. Elle est formée lors de la collision des atomes du condensat avec ceux du pic de diffraction à  $2 v_{rec}$  obtenu à la coupure du réseau.

$L_z = 1,5 \text{ mm}$  (cf §2.2.2), ce qui équivaut en vecteur d'onde à une largeur de  $5 \cdot 10^{-2} k_{rec}$ , qui est de l'ordre de l'écart entre 2 vecteurs d'ondes longitudinaux  $k_{i,z}$  associés à des  $n_{tot}$  consécutifs. Il est donc normal de ne pas pouvoir distinguer les différents  $n_{tot}$  sur les données.

### Comparaison avec l'expérience sans confinement transverse

Pour vérifier notre interprétation du mélange à quatre ondes 3D, nous avons réalisé la même expérience sans piégeage, ce qui permet de se ramener au cas décrit en 4.1.2, où les fonctions d'ondes transverses sont des ondes planes. Dans ce cas, le réseau était allumé immédiatement après la coupure du piège dipolaire, et maintenu moins de 1ms, de telle sorte que l'accélération des atomes par la gravité soit négligeable. Cependant, l'efficacité du processus chute rapidement, du fait de la diminution de la densité lors de l'expansion du condensat : en  $100 \mu s$ , cette densité a été divisée par 2. On a donc choisi pour cette expérience des durées du réseau plus courtes que celles utilisées en présence du piège optique. Une coupe 2D de la distribution des atomes après temps de vol est présentée sur la figure 4.13. On y voit le condensat initial à  $v_z = 0$  dans le référentiel du laboratoire et le pic de diffraction à  $v_z = 2$ . On ne détecte pas ici de nuages très denses au niveau des modes longitudinaux, en raison de la faible durée du processus et de la décroissance rapide de la densité. On observe par contre deux coquilles, l'une sphérique et peu dense, l'autre plus peuplée et allongée verticalement (à laquelle est superposée la courbe jaune). La première est formée lors de la collision du condensat au repos avec celui issu du pic de diffraction, comme sur l'expérience de mélange à quatre ondes dans l'espace libre décrite au §1.3.2. La seconde coquille passe par les positions attendues pour les modes longitudinaux du mélange à quatre ondes dans le réseau, sa forme est en accord avec les conditions d'accord de phase (4.10). Notre description des modes transverses en l'absence de confinement radial est donc correcte, ce qui nous conduit à penser que, dans le cas avec confinement, les atomes détectés entre les pics proviennent bien également de mélange à quatre ondes transverse, et qu'on peut utiliser en présence du piège une description similaire à celle que nous venons de valider pour l'espace libre.

En conclusion, quand l'expérience a lieu dans le piège optique, des paires d'atomes sont créées dans les nombreux modes accessibles par mélange à quatre ondes 3D, bien que les 2 modes longitudinaux semblent dominer fortement. Il est donc envisageable de n'utiliser que ces modes pour des applications futures.

#### 4.3.4 Efficacité de création des paires

Nous avons cherché à comprendre pourquoi le mélange à quatre ondes est plus efficace vers les modes longitudinaux. Nous avons pour cela étudié la dynamique de la population des différents modes. Les nombres d'atomes détectés dans chacun des 2 pics et dans le halo entre ces pics sont tracés sur la figure 4.14 en fonction de la durée d'application du réseau. Au début du mélange à quatre ondes, la population dans les différents modes croît linéairement, avec un taux d'atomes détectés en  $k_1$  ( $k_2$ ) de 400 (240)  $\text{ms}^{-1}$ . Après environ 1ms, la population des deux pics sature à 1000 (600) atomes détectés, ce qui est de l'ordre de 10% de la population initiale du quasi-condensat, tandis que la population du halo continue d'augmenter. Il est surprenant que la densité des modes transverses, qui évolue au début de la même manière que celle des modes longitudinaux, ne sature pas. Un autre élément remarquable est le déséquilibre de population entre les modes longitudinaux : le nombre d'atomes du mode 2 est 40% plus faible que celui dans le mode 1, alors que la diffusion par paires des atomes dans ces modes devrait garantir l'égalité de leurs populations. Cet déséquilibre existe pour différentes profondeurs du réseau et vitesses initiales, et avait par ailleurs déjà été observé sur l'expérience du MIT [Campbell 06] dont nous nous sommes inspirés (cf §1.4). Enfin, on vérifie à nouveau ici que le mélange à quatre ondes vers les 2 modes longitudinaux est bien plus efficace que vers les modes transverses : la somme des populations de l'ensemble de ces modes est du même ordre que la population d'un seul des modes longitudinaux.

Nous allons maintenant tenter d'expliquer la dynamique illustrée sur la figure 4.14, en estimant le taux de création de paires dans les différents modes, mais aussi en proposant des mécanismes responsables de la saturation des modes longitudinaux, et du déséquilibre de leurs populations. Pour commencer, nous nous plaçons dans l'approximation de non-déplétion de la pompe, traitée classiquement.

#### Population des modes longitudinaux pour une pompe classique non déplétée

Nous avons vu dans le modèle à 3 modes de la partie 4.11 que, pour un condensat traité classiquement et dont on néglige les fluctuations de population, le nombre d'atomes dans le mode 1 se comporte comme  $\hat{N}_1(t) = sh^2(Ct)$ , où le gain  $C$  décrit le recouvrement des modes 0, 1 et 2 :

$$C = \frac{g}{\hbar} N_0 \int d\vec{r} \Psi_0(\vec{r})^2 \Psi_1^*(\vec{r}) \Psi_2^*(\vec{r}) \quad (4.18)$$

Nous allons maintenant estimer ce gain  $C$  pour les différentes paires de modes (1, 2) dans lesquelles nous sommes susceptibles de créer des paires atomiques, que nous avons identifiées en 4.3.3. Dans la mesure où l'on néglige la déplétion du condensat, on pourra traiter indépendamment la dynamique de chaque paire de modes. (Si l'on ne faisait pas cette approximation, la

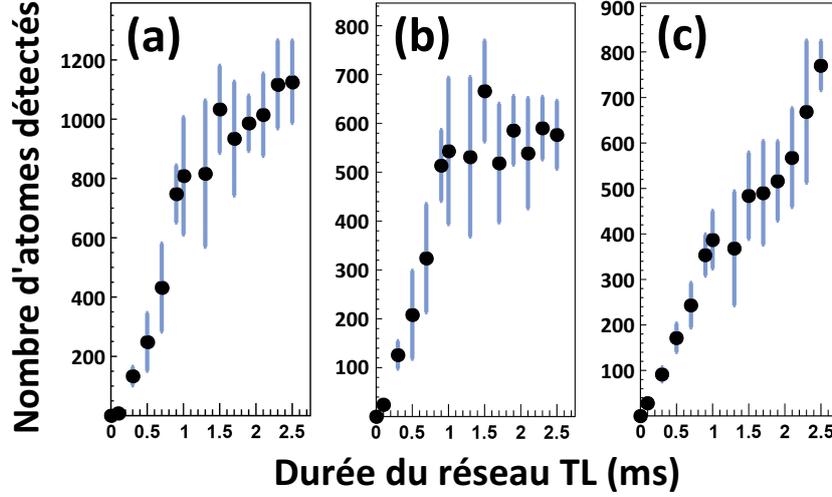


FIGURE 4.14 Nombre d'atomes détectés en  $k_1$  (a),  $k_2$  (b), et dans le halo entre les 2 pics (c), en fonction de la durée (en ms) du réseau, de profondeur  $0,9E_{rec}$ , pour un quasi-condensat à  $k_0 = -0,63k_{rec}$ . Au début du processus, la population dans les différents modes croît linéairement et sature après environ 1ms. La population moindre de  $k_2$  pourrait être une conséquence de phénomènes de mélange à quatre ondes secondaires impliquant des atomes issus de  $k_2$ , ce qui dépeuplerait ce mode. Quant à la population totale des modes transverses, elle se comporte de la même manière, et est du même ordre de grandeur que celle des modes 1 et 2.

déplétion du mode 0, qui est le même pour tous les couples (1,2), entraînerait une compétition entre modes, et donc un couplage entre leurs évolutions.)

On utilise toujours les fonctions d'ondes  $\Psi_i(\vec{r}) = \phi_{n_x,i}(x)\phi_{n_y,i}(y)\psi_i(z)$  définies en 4.3.3, et on exprime l'état de Bloch  $\psi_i(z)$  sur la base des ondes planes  $k_{i,z} + 2mk_{rec}$  :

$$\psi_i(z) = \sum_m \alpha_m(k_{i,z}) \frac{1}{\sqrt{L_z}} e^{i(k_{i,z} + 2mk_{rec})z} \quad (4.19)$$

On a alors :

$$C = \frac{g}{\hbar} N_0 R(n_{x,1}, n_{x,2}, n_{y,1}, n_{y,2}) \frac{1}{L_z} S(k_0, k_0, k_1, k_2) \quad (4.20)$$

$$\text{avec} \quad R(n_{x,1}, n_{x,2}, n_{y,1}, n_{y,2}) = \int dx \phi_0(x)^2 \phi_{n_{x,1}}(x) \phi_{n_{x,2}}(x) \int dy \phi_0(y)^2 \phi_{n_{y,1}}(y) \phi_{n_{y,2}}(y) \quad (4.21)$$

$$\text{et} \quad S(k_0, k_0, k_1, k_2) = \sum_{m,n,p,q} \alpha_m(k_0) \alpha_n(k_0) \alpha_p(k_1) \alpha_q(k_2) \quad (4.22)$$

avec  $S(k_0, k_0, k_1, k_2) = 0,95$  pour  $k_0 = 0,6k_{rec}$  et  $n_0 = 10^{13}$  atomes.cm<sup>-3</sup> la densité du condensat, ce qui conduit à  $C \sim 10^4$  s<sup>-1</sup> (Le calcul avec  $N_0 = 3.10^5$  et  $L_z = 1$ mm donne  $C = 2,5.10^4$  s<sup>-1</sup>). Nous serons donc très rapidement dans le régime exponentiel.

### Cas d'un quasi-condensat

Nous supposons dans l'analyse ci-dessus que tous les atomes sont initialement dans le même mode, ce qui serait le cas si nous travaillions avec un condensat. Or, nous avons vu au §2.2.3 que nous pouvons modéliser notre quasi-condensat comme une chaîne longitudinale de  $N_m$  différents modes incohérents entre eux, de longueur  $L_\phi = L_z/N_m$ . Pour chacun de ces modes, l'intégrale sur les fonctions d'ondes sera alors proportionnelle à  $L_\phi/L_z^2$  au lieu de  $1/L_z$ , soit plus faible d'un facteur  $N_m$ . De plus, le nombre d'atomes contribuant sera  $N_0/N_m$ . Le gain à prendre en compte dans ce cas sera donc  $C/N_m^2$ , pour chacun des  $N_m$  modes.

Lorsque l'on compare la dynamique de création de paires obtenue par ce modèle aux données expérimentales, comme sur la figure 4.15, il est clair que, à part au tout début, cela ne coïncide pas. Nous supposons jusqu'ici que rien ne limite l'amplification des modes 1 et 2. Or, deux mécanismes pourraient contribuer à ralentir la création des paires : la déplétion du condensat, et la perte de recouvrement spatial entre le mode pompe et les modes dans lesquels les paires sont créées.

### Mécanismes limitant l'amplification des paires

S'agissant de la déplétion, il faut prendre en compte le fait que, parallèlement aux 2 modes longitudinaux, des modes transverses sont aussi peuplés, et concourent à dépléter le quasi-condensat. En comptant toutes les paires diffusées, on peut estimer la déplétion totale après 1ms à environ 30000 atomes, soit de l'ordre de 10% à 30% du quasi-condensat, ce qui n'est pas négligeable. Cependant, si la saturation de la population des modes longitudinaux était due à la déplétion du condensat, on devrait observer le même phénomène pour les modes transverses, ce qui n'est pas le cas (cf figure 4.14.c). Pour les durées du réseau que nous utilisons, la déplétion du condensat n'a donc pas d'influence significative.

Quant à la perte de recouvrement, elle intervient quand les atomes diffusés au début de l'application du réseau ne sont plus superposés spatialement avec le quasi-condensat, et donc ne participent plus à la stimulation. Selon les axes transverses, le confinement par le piège dipolaire maintient un bon recouvrement tout au long du processus. Longitudinalement, la durée du recouvrement est *a priori* de l'ordre de  $\frac{L_z}{v_{rec}} \sim 10$ ms, et n'est donc pas limitante. Cependant, si l'on considère le cas d'un quasi-condensat formé de plusieurs (de l'ordre de 20) modes pompes indépendants, alors la durée de recouvrement qui intervient est  $\frac{L_\phi}{v_{rec}} \sim 0,5$ ms, ce qui est plus critique. Il est donc possible que, au bout de quelques centaines de  $\mu$ s, le taux de création de paires sature, et que la population ne croisse alors plus que linéairement. Un tel comportement serait en accord avec la première partie des courbes présentées en fig 4.15.

Il nous faut encore expliquer la saturation de la population des modes 1 et 2 intervenant ensuite. Pour cela, il faut tenir compte non seulement des paires créées, mais également des paires diffusées à partir de ces 2 modes. Pour déterminer quels processus de mélange à quatre ondes secondaires sont permis, nous calculons, pour chaque couple parmi les modes 0, 1 et 2,

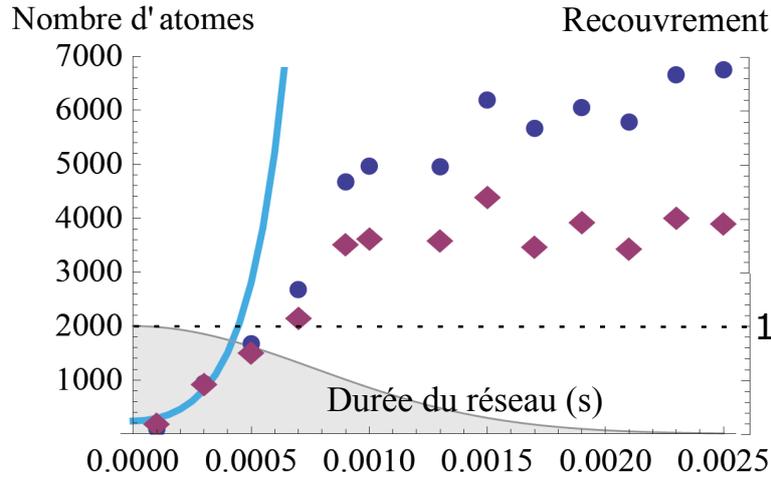


FIGURE 4.15 La population des modes 1 (ronds bleus) et 2 (losanges bordeaux), tracée ici (en tenant compte de l'efficacité de détection de 12%) en fonction de la durée du réseau, s'écarte très rapidement de la dynamique décrite par le modèle du quasi-condensat supposé classique et non dépleté, représentée ici (courbe bleue) pour un gain assez élevé de  $C = 5.10^5/N_m^2$ , avec  $N_m = 12$  modes dans le quasi-condensat, et en considérant qu'il y a un tout petit peu de stimulation dès le début, avec une population initiale de 20 atomes par mode. Ce décrochement pourrait être lié à la perte de recouvrement spatial entre les atomes déjà créés dans ces modes et le quasi-condensat initial. Le recouvrement est représenté en gris (surface coloriée), pour une longueur totale du quasi-condensat  $L_z = 1\text{mm}$ .

l'énergie cinétique disponible en fonction des vecteurs d'onde longitudinaux des modes signal et complémentaire secondaires, de manière analogue au traitement du mélange à quatre ondes primaire à 3D illustré sur la figure 4.3. Nous en déduisons les différentes combinaisons possibles :

- à partir d'un atome en 0 et d'un autre en 1, on peuple le premier mode transverse, avec des nombres d'onde longitudinaux compris entre  $k_0$  et  $k_1$ . Cela conduirait à réduire l'augmentation de population observée pour le mode 1, et à peupler la zone entre le quasi-condensat et le premier nuage, ce qui est bien le cas. Le mélange à quatre ondes 1D est par contre interdit.
- à partir d'un atome en 0 et d'un autre en 2, on peuple de multiples modes excités transverses, dont le nombre quantique  $n$  monte jusqu'à environ 15 (mais là encore jamais le mode transverse fondamental). Les nombres d'onde longitudinaux sont compris entre  $k_0$  et  $k_2$ . Du fait des nombreux modes concernés, l'on s'attend ici à ce que la déplétion du mode 2 soit plus importante que celle du mode 1, ce qui semble aussi en accord avec les observations.
- à partir de deux atomes dans le mode 2, on peut avoir du mélange à quatre ondes 3D vers toutes les vitesses longitudinales, en peuplant des états transverses de  $n = 1$  à  $n = 20$ . Ce dernier processus est moins efficace que les 2 précédents, car  $N_2$  est bien plus faible que  $N_0$ .
- comme  $|k_1| < 0.5k_{rec}$ , le mélange à quatre ondes est énergétiquement impossible pour deux atomes issus de 1.

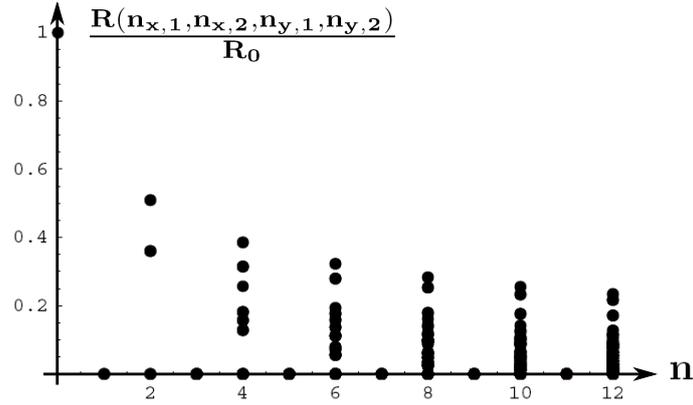


FIGURE 4.16 Recouvrement des fonctions d'ondes transverses  $R(n_{x,1}, n_{x,2}, n_{y,1}, n_{y,2}) = \int dx \phi_0(x)^2 \phi_{n_{x,1}}(x) \phi_{n_{x,2}}(x) \int dy \phi_0(y)^2 \phi_{n_{y,1}}(y) \phi_{n_{y,2}}(y)$  pour tous les modes  $(n_{1x}, n_{1y}, n_{2x}, n_{2y})$ , en fonction du nombre total d'excitation  $n = n_{1x} + n_{1y} + n_{2x} + n_{2y}$ . Le recouvrement est ici normalisé par  $R_0 = \int dx \phi_0(x)^4 \int dy \phi_0(y)^4$ , qui correspond au cas du mélange à quatre ondes unidimensionnel.

- Les modes transverses peuplés à partir d'un atome en 1 et d'un autre en 2 sont les mêmes que ceux obtenus lors du mélange à quatre ondes initial. Pour la même raison que le cas de deux atomes en 2, ce processus sera peu efficace.

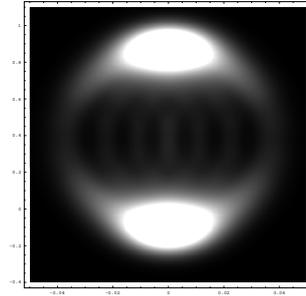
En résumé, la création de paires dans les modes longitudinaux est stimulée par les atomes déjà diffusés dans ces modes, mais cette stimulation sature quand le recouvrement spatial entre les premiers atomes diffusés et le condensat diminue. On a alors une croissance linéaire du nombre d'atomes dans les 2 modes. Quand la population de ceux-ci devient conséquente, des processus de mélange à quatre ondes secondaire les déplètent. Il est donc préférable d'éteindre le réseau à ce moment si l'on s'intéresse aux modes longitudinaux, pour ne pas diffuser plus d'atomes que nécessaire vers les modes transverses. En tenant compte de notre efficacité quantique, la population de 1 (2) est alors de 8000 (5000) atomes, ce qui est déjà très important.

### Efficacité de population des modes transverses

On constate sur la figure 4.14 que la population du halo croît linéairement et ne sature pas pour  $T_L < 2,5$ ms. On serait donc dans un régime spontané, ne présentant pas d'amplification et par conséquent non sensible aux pertes de recouvrement. Cela est possible si l'efficacité de création des paires dans les modes transverses est sensiblement plus faible que pour les modes longitudinaux. Nous allons vérifier cela par le calcul de l'intégrale de recouvrement pour les modes transverse, seul élément qui diffère par rapport au calcul des modes longitudinaux. On prendra une nouvelle fois les états de Bloch pour la fonction d'onde longitudinale, et pour la fonction d'onde transverse on considèrera les états propres de l'oscillateur harmonique, en négligeant les interactions.

Tout d'abord, le recouvrement longitudinal  $S(k_0, k_0, k_{1,z}, k_{2,z})$  varie faiblement avec  $k_{1,z}$  et  $k_{2,z}$ , de l'ordre de quelques %. Sa contribution aux différences d'efficacité de peuplement des

FIGURE 4.17 Coupe 2D de la distribution en impulsion des atomes, en supposant que la population de chaque mode est proportionnelle au carré du recouvrement, pour une profondeur du réseau de  $0.9 E_{rec}$  et  $k_0 = 0,6k_{rec}$ . On sous-estime alors la population des pics en  $k_1$  et  $k_2$ , et celles des premiers états excités, proches de ces pics.



modes ne sera donc pas dominante. Au contraire, le recouvrement transverse dépend fortement des modes considérés : certains modes seront interdits pour des raisons de symétrie, et pour les autres le recouvrement diminue avec l'énergie des modes, comme on peut le voir sur la figure 4.16. Pour la plupart des modes transverses, le gain est tel que  $Ct < 1$ . L'augmentation de la population de ces modes sera donc quadratique, avec un taux proportionnel au carré du recouvrement. Quelle que soit la durée du réseau, on peut donc déterminer les populations relatives des différents modes, et en déduire la répartition spatiale des atomes, présentée sur la figure 4.17. La forme ainsi obtenue est similaire au halo que l'on observe sur les données (cf figure 4.8). On détecte néanmoins plus d'atomes sur l'axe vertical que ce qui apparaît sur la figure 4.17. Ces atomes pourraient provenir de mélanges à quatre ondes secondaires.

### 4.3.5 Conclusion

Nous avons décrit dans cette partie la réalisation expérimentale du mélange à quatre ondes atomique dans un réseau optique en mouvement. Les paires d'atomes ainsi formées sont diffusées dans plusieurs paires de modes, comme l'autorisent les conditions d'accord de phase. Parmi ces paires de modes, celles se trouvant sur l'axe vertical sont peuplées préférentiellement. Nous avons mesuré la vitesse des nuages correspondant aux modes longitudinaux en fonction de la vitesse du réseau, et obtenons un résultat en accord avec le modèle, si nous prenons en compte l'énergie de champ moyen dans notre calcul des états propres dans le réseau. Les vitesses des modes signal et complémentaire sont donc accordables avec précision sur une large plage. Nous avons également étudié la dynamique de création des paires. Celle-ci s'interrompt à la coupure du réseau, offrant un contrôle sur la population des nuages d'atomes jumeaux.

Au vu de ces premiers résultats, le mélange à quatre ondes réalisé dans un réseau tient ses promesses, et rendra l'utilisation des paires bien plus pratique qu'elle ne l'aurait été dans nos expériences précédentes [Perrin 07a, Krachmalnicoff 10, Jaskula 10a], où le mélange à quatre ondes avait lieu dans l'espace libre. Il nous reste cependant à vérifier le plus important, à savoir si les atomes composant les deux pics jumeaux sont bien corrélés de façon non-classique, comme l'étaient les atomes de la sphère de collision générée par mélange à quatre ondes dans l'espace libre (§1.3.3 et 1.3.4), et comme le sont les photons jumeaux créés par conversion paramétrique (§1.2.2).

## 4.4 Propriétés statistiques des paires d'atomes

Le mélange à quatre ondes faisant intervenir des interactions non-linéaires entre les atomes, nous nous attendons à ce que l'état que nous avons ainsi généré présente des corrélations non-locales, comme c'était le cas pour l'expérience décrite au §1.3.2. Une autre manière de comprendre cela est de considérer que, les atomes étant créés par paires, la probabilité de double détection sera supérieure pour les 2 modes dans lesquels les atomes sont diffusés que pour deux autres zones du nuage atomique. De plus, comme autant d'atomes sont émis vers le mode 1 que vers le mode 2, nous devrions, malgré notre faible efficacité de détection, observer une réduction des fluctuations de la différence de nombre d'atomes entre ces 2 modes, ce que nous avons déjà observé pour le mélange à quatre ondes dans l'espace libre (§1.3.4).

### 4.4.1 Corrélations

Pour mettre en évidence les corrélations entre paires, nous utilisons la fonction de corrélation du second ordre  $g^{(2)}(\vec{v}, \vec{v}')$ , dont nous avons donné l'expression (1.9) au §1.1.3. Nous nous intéressons ici aux seuls modes longitudinaux, il nous suffira donc de considérer la dépendance longitudinale de cette fonction,  $g^{(2)}(v_z, v'_z)$ , et de moyennner transversalement sur une zone inférieure à la largeur de corrélation transverse, que l'on suppose être la largeur du quasi-condensat. En pratique, on a sélectionné un cylindre de rayon  $v_\perp < 0,15v_{rec}$ , ce qui présente l'avantage d'exclure en partie les atomes des modes transverses. La fonction de corrélation  $g^{(2)}$  est calculée selon la méthode décrite en A.5, à partir de la distribution en vitesse des atomes. Celle-ci est déduite de la distribution en position des atomes au moment de la détection, soit à  $t = 307\text{ms}$  après la coupure du piège dipolaire, en supposant une trajectoire balistique des atomes, et en négligeant la taille initiale du quasi-condensat (cf §A.4). Or, il est important à ce stade de rappeler que nous ne mesurons pas purement des vitesses au niveau du détecteur. En effet, l'expansion verticale du quasi-condensat durant le temps de vol est faible devant sa taille initiale (cf §2.2.2). Ainsi, au niveau de chacun des 3 pics, la distribution détectée est essentiellement une distribution de position, tandis que la distribution en dehors des pics est réellement une distribution de vitesse. Nous continuerons cependant à utiliser dans les deux cas la notation  $v_z$ .

Dans la mesure où les zones sur lesquelles nous mesurons les corrélations sont assez denses, et où nous intégrons sur une large zone transverse, il est ici possible de ne pas moyennner la fonction de corrélation  $g^{(2)}(z, z')$  sur le point moyen, mais de regarder directement la carte des corrélations, comme nous l'avons fait lors de l'étude des corrélations du quasi-condensat au §2.3.1.

### Effet des fluctuations du piège

Lors de la description du piège dipolaire, nous avons vu que le temps d'arrivée d'un quasi-condensat sur le détecteur fluctuait, avec une amplitude de l'ordre de  $0,15\text{ms}$  (cf §2.1.4). Cette fluctuation modifiait notablement la fonction de corrélation sur les flancs du quasi-condensat. Il en sera *a priori* de même pour la fonction de corrélation calculée ici, ce que nous allons maintenant vérifier.

Nous calculons tout d'abord la fonction de corrélation sans tenir compte des fluctuations du piège, et obtenons la carte de corrélation présenté sur la figure 4.18. La fonction de corrélation

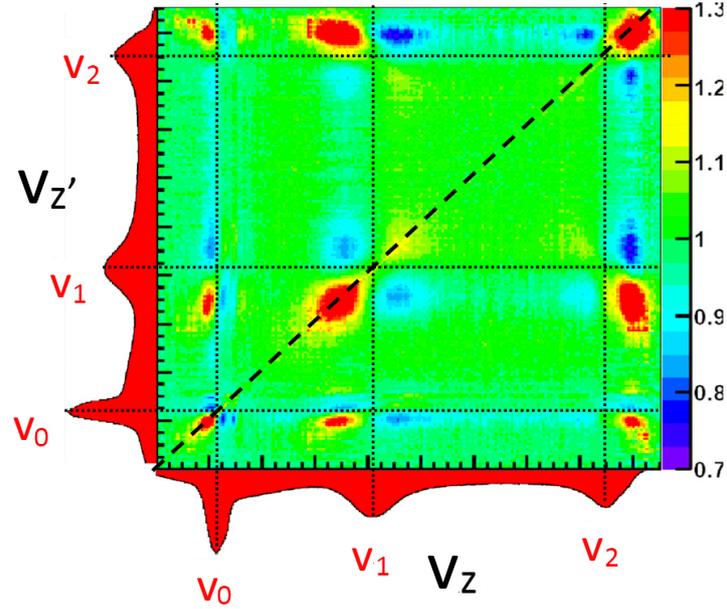


FIGURE 4.18 Carte des corrélations du second ordre en vitesse longitudinale  $g^{(2)}(v_z, v'_z)$ , calculées à partir de 700 réalisations de l'expérience, sans tenir compte des fluctuations du piège dipolaire. Je représente sur l'axe horizontal (vertical) la distribution en densité en fonction de  $v_z$  ( $v'_z$ ). Les trois pics apparaissant sur ces axes sont le quasi-condensat à  $v_0$ , et les deux modes dans lesquels on crée des paires, à  $v_1$  et  $v_2$ . C'est au niveau de ces pics que la fonction de corrélation est différente de 1, et plus particulièrement au niveau des flancs de ces pics que les motifs sont les plus marqués.

$g^{(2)}(v_z, v'_z)$  est différente de 1 sur la diagonale  $v'_z = v_z$  au niveau de chacun des trois pics de densité - le condensat en  $v_0$  et les deux nuages formés par les paires diffusées en  $v_1$  et  $v_2$  - mais également au niveau des corrélations croisées entre ces pics, comme par exemple  $g^{(2)}(v_1, v_2)$ . Les motifs situés sur la diagonale au niveau de chacun des trois pics correspondent aux corrélations locales, et sont assez similaires à celui obtenu pour le quasi-condensat seul sans correction des fluctuations, rappelé sur la figure 4.19. Concernant les motifs extradiagonaux, l'un d'entre eux -  $g^{(2)}(v_1, v_0)$  - est identique aux motifs diagonaux, tandis que les autres semblent tournés d'un quart de tour. Reprenant le modèle décrit au §2.3.1 pour simuler l'effet des fluctuations du piège, nous obtenons une figure de corrélation semblable en supposant que les fluctuations sont des fluctuations de la vitesse - et non de la position - initiale du quasi-condensat. En effet, d'après la courbe d'accord de phase du mélange à quatre ondes dans le réseau (figure 4.2.b), un décalage  $\delta v_0$  du quasi-condensat de pompe entraînera un décalage  $\delta v_1$  de même signe, et un décalage  $\delta v_2$  de signe opposé. C'est cette fluctuation en opposition de phase qui inverse la symétrie des motifs de corrélations croisées  $g^{(2)}(v_0, v_2)$  et  $g^{(2)}(v_1, v_2)$ .

Nous pouvons donc expliquer la forme générale des motifs de corrélation par des fluctuations de la vitesse initiale du quasi-condensat. Mais ce n'est pas là ce que nous cherchions à mettre en évidence en calculant la fonction de corrélation. Pour déterminer si, derrière ces corrélations traduisant les relations entre les vitesses des différents modes mis en jeu, se cachent des corréla-

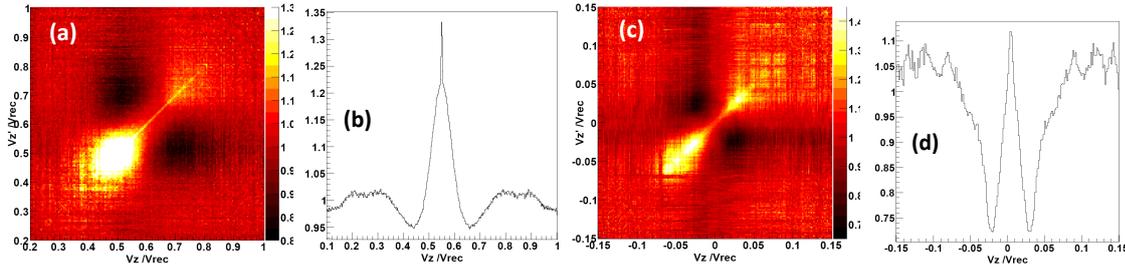


FIGURE 4.19 Agrandissement (a) et coupe selon l'antidiagonale (b) de la fonction de corrélation locale  $g^{(2)}(v_z, v'_z)$  du nuage en  $v_1$ . La forme est similaire à celle que l'on obtenait pour un quasi-condensat sans réseau (c) et (d), bien que les largeurs ne soient pas du tout les mêmes. En effet, cette structure caractéristique apparaît sur les flancs de la distribution de densité, qui est beaucoup plus large pour le pic en  $v_1$  que pour un quasi-condensat.

tions plus intéressantes, révélatrices de l'appariement des atomes, il va nous falloir corriger sur nos données l'effet des fluctuations de vitesse du quasi-condensat.

### Recentrage des données

À en croire la carte de corrélation 4.18, l'effet dominant de la fluctuation du piège dipolaire est une fluctuation de la vitesse initiale des atomes. Ceci n'exclut néanmoins pas une fluctuation de leur position initiale, qui empêche de recentrer la vitesse verticale de chaque pic en fonction du temps d'arrivée du seul quasi-condensat. Cela serait par ailleurs une mauvaise idée, car nous utilisons pour cette expérience des condensats assez peuplés, pour lesquels la saturation de la détection (§A.3) est très importante, et qu'il est donc difficile d'ajuster précisément par une parabole. La figure 4.20 montre l'ajustement des trois pics du signal de temps de vol, et la corrélation entre les décalages  $\delta v_1$  et  $\delta v_2$ . Ces décalages corrélés sont bien décrits par la courbe d'accord de phase, et correspondent à une fluctuation de  $v_0$  d'écart-type  $\sigma_{v_0} \sim 10^{-2}v_{rec}$ , qui se traduit par des fluctuations  $\sigma_{v_1} \sim 1,7 \cdot 10^{-2}v_{rec}$  et  $\sigma_{v_2} \sim 2,3 \cdot 10^{-2}v_{rec}$  des vitesses des paires d'atomes générées, plus importantes en raison des pentes élevées de la courbe d'accord de phase. A cette fluctuation de vitesse s'ajoute une fluctuation de la position verticale, d'écart-type  $\sigma_{z_0} \sim 0,5\text{mm}$ .

Nous avons choisi de recentrer séparément chacun des pics : tous les atomes se trouvant dans une certaine zone sont recentrés d'après le décalage de  $v_1$ , tandis que ceux situés autour du deuxième pic seront décalés de  $\delta v_2$ , et ceux autour du quasi-condensat de  $\delta v_0$ . De plus, nous écartons les fichiers pour lesquels l'un des décalages est supérieur à  $0,04v_{rec}$ , et ceux pour lesquels l'ajustement des pics n'est pas satisfaisant - amplitude trop faible, largeur trop faible ou trop importante. Nous ne conservons finalement que 400 fichiers sur les 700 de notre jeu de données. La distribution de vitesse ainsi obtenue est présentée sur la figure 4.21.b.

### Carte des corrélations après recentrage

La carte des corrélations obtenue après recentrage est présentée sur la figure 4.22. Bien que cette carte soit assez bruitée, on distingue nettement sur la diagonale les corrélations locales

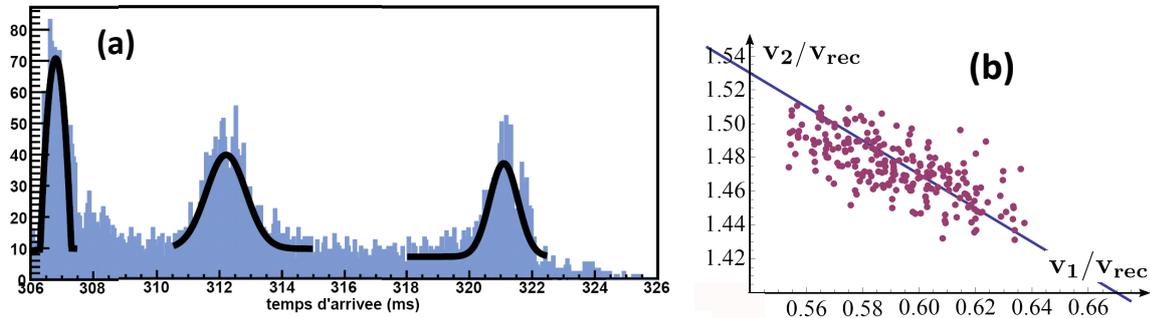


FIGURE 4.20 (a) Profil de temps de vol pour une réalisation expérimentale. L'ajustement du quasi-condensat par un profil parabolique marche mal, car la saturation lors de la détection rend le quasi-condensat asymétrique (cf §A.3). Les 2 autres pics sont ajustés par des gaussiennes. (b) On déduit de ces ajustements les vitesses centrales des 2 pics dans le référentiel du laboratoire, dont on voit ici qu'elles sont corrélées (points rouges), et superposées à la courbe d'accord de phase (en bleu). Les déplacements de  $v_1$  et  $v_2$  le long de cette courbe résultent des fluctuations de la vitesse initiale  $v_0$  du quasi-condensat, alors que la dispersion autour de cette courbe provient des fluctuations de sa position initiale  $z_0$ .

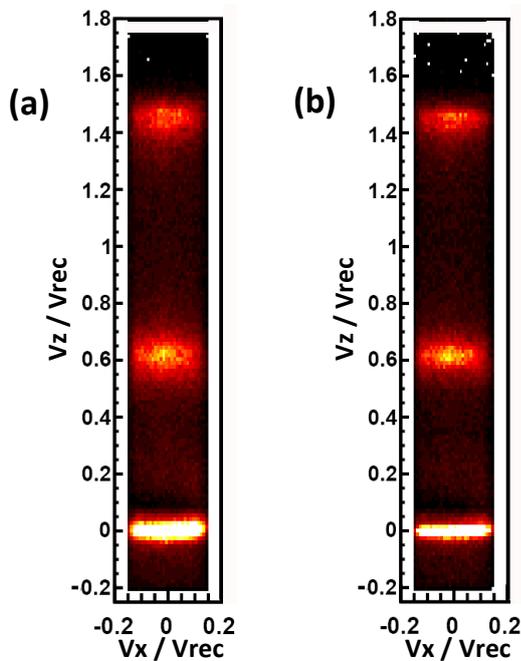


FIGURE 4.21 Coupes dans le plan  $(v_x, v_z)$  de la distribution en vitesse de densité, avant (a) et après (b) recentrage des données fichier à fichier.

au niveau de chacun des pics, signature de l'effet HBT. La demi-largeur à mi-hauteur de ces corrélations est  $\sigma = 1,5 \cdot 10^{-3} v_{rec}$ , légèrement plus faible que les  $2 \cdot 10^{-3} v_{rec}$  que nous observions sur un quasi-condensat sans réseau (§2.3.1). L'amplitude de la corrélation est de 0,1 - nous avons 0,07 pour la fonction de corrélation du quasi-condensat. La figure de corrélation locale observée sur chaque nuage reproduit donc qualitativement celle de la source utilisée, ce qui conduit à penser qu'à partir de chaque mode du quasi-condensat on peuple une paire de modes différente, et que les pics en  $v_1$  et  $v_2$  sont constitués de tous ces modes. Cependant, nous distinguons sur la figure 4.22.a un détail qui n'était pas visible sur la figure de corrélation du quasi-condensat, en l'objet de petits pics latéraux espacés de  $9 \cdot 10^{-3} v_{rec}$ , susceptibles d'être les oscillations attendues d'après le calcul présenté au §2.3.3.

Si nous nous intéressons maintenant aux corrélations croisées, le résultat est plus décevant. En effet, alors que l'on attendrait un signal de corrélation antidiagonal en  $v_z \sim v_1$  et  $v'_z \sim v_2$ , on ne distingue rien de tel sur la carte de corrélations de la figure 4.22. La coupe 4.22.c réalisée dans cette zone de la carte ne permet pas de voir un signal sortir du bruit, dont l'amplitude est de 0,01. Il existe plusieurs effets conduisant à ce que l'amplitude de la corrélation croisée soit inférieure à celle de la corrélation locale, et, dans notre cas, trop faible pour être détectée. Tout d'abord, cette corrélation est dégradée par la faible cohérence de phase du quasi-condensat dont sont issues les paires. L'amplitude du signal de corrélation est d'autant plus faible que le temps de vol est long, et atteint  $1/N_m$  - où  $N_m$  est le nombre de modes du quasi-condensat, cf §2.2.3 - quand l'expansion du quasi-condensat devient très importante devant sa taille initiale (cf §B.1). Par ailleurs, si notre correction des fluctuations en vitesse n'est qu'imparfaite, cela moyenne le signal de corrélation selon la direction ( $v'_z = v_z$ ), ce qui élargit et aplatit la corrélation croisée.

L'effet de ces fluctuations devrait être moindre si l'on utilise des zones plus larges verticalement que les pixels de notre carte de détection, comme c'est le cas lorsque l'on mesure la différence de nombre d'atomes entre les 2 pics, et le quasi-condensat ne devrait pas poser problème dans ce cas. Nous présentons dans le paragraphe suivant la mesure des fluctuations de ce nombre d'atomes relatif, sur le même principe que pour notre précédente expérience de création de paires atomiques ([Jaskula 10a] et §1.3.4).

#### 4.4.2 Réduction des fluctuations de la différence de nombre d'atomes

Nous cherchons ici à mettre en évidence une autre caractéristique des paires d'atomes que nous générons, à savoir le fait que les fluctuations du nombre d'atome relatif  $M = N_1 - N_2$  des modes 1 et 2 devrait être supprimées. Comme nous l'avions évoqué au §1.3.5, cette propriété est utile pour l'interférométrie atomique, car elle permet d'atteindre une sensibilité meilleure que la limite quantique standard en  $1/\sqrt{N_{atomes}}$ .

##### Calcul de la variance du nombre d'atomes relatif

Pour chaque fichier, nous comptons les nombres d'atomes  $N_1$  et  $N_2$  dans les 2 zones, définies comme des cylindres de rayon  $R_{\perp} = 0,07 v_{rec}$  et de hauteurs  $h_1 = 0,105 v_{rec}$  et  $h_2 = 0,075 v_{rec}$ , centrés en  $v_1$  et  $v_2$ . Nous avons pris des zones de hauteurs différentes pour reproduire la différence de largeur longitudinale entre les deux pics. Nous construisons ensuite l'histogramme de  $M = N_1 - N_2$ . Si les fluctuations sont effectivement réduites, on devrait obtenir après moyenne sur tous les fichiers :

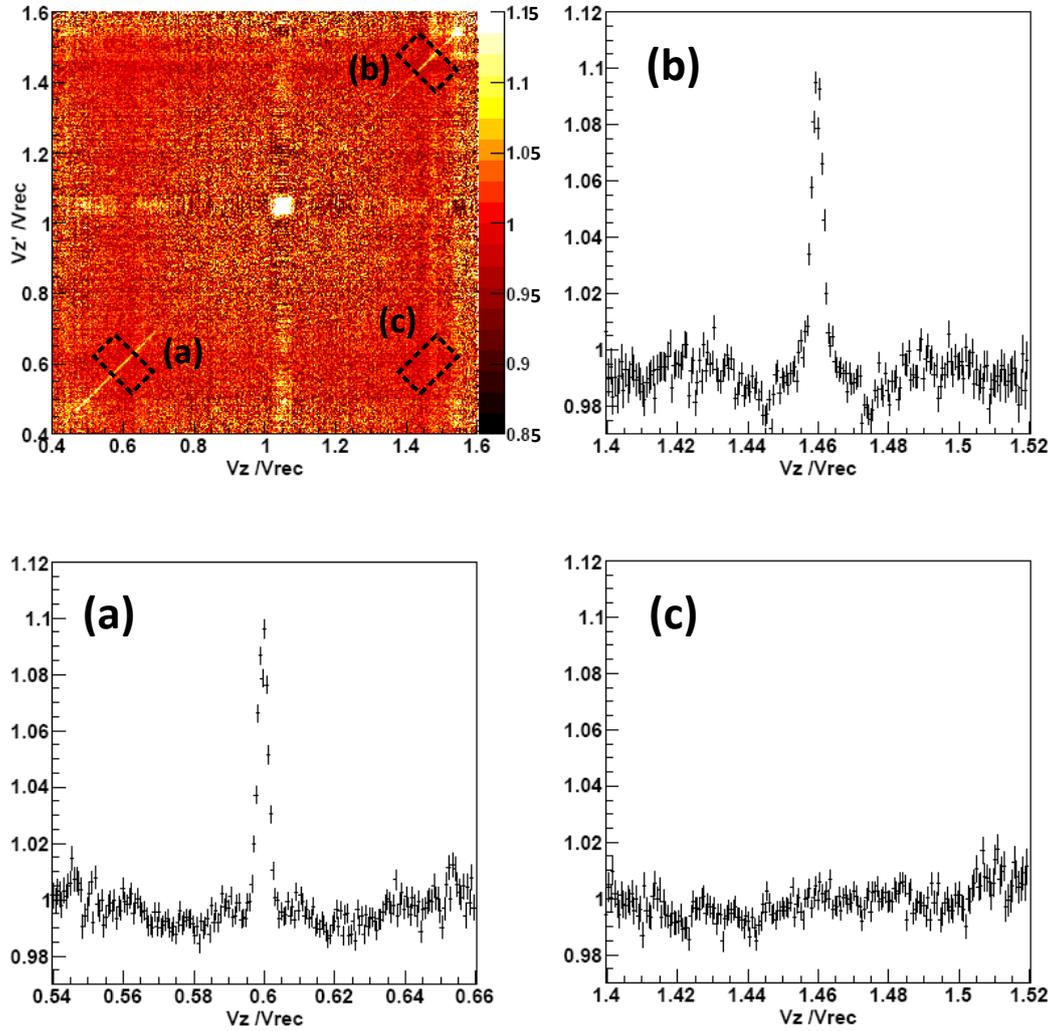


FIGURE 4.22 Carte de  $g^{(2)}(v_z, v'_z)$  après recentrage et sélection des données, restreinte aux deux pics formés par les paires en  $v_1 \sim 0,6v_{rec}$  et  $v_2 \sim 1,45v_{rec}$ . Les motifs présents sur la carte sans recentrage de la figure 4.18 ont presque totalement disparu. On distingue sur la diagonale un maximum de  $g^{(2)}$  au niveau de chacun des deux pics, mais aucune corrélation croisée entre ces pics ne sort du bruit sur la carte. La singularité à mi-distance des pics (à  $1,05v_{rec}$ ) est due à notre procédure de recentrage séparé des atomes autour des deux pics. Les rectangles en pointillés sur la carte indiquent les limites des zones d'intégrations des coupes (a), (b) et (c) (la coupe est toujours intégrée selon le petit côté du rectangle). (a) Coupe de la corrélation locale en  $v_1$ , en fonction de l'axe horizontal  $v_z$ . Autour du pic principal - ride sur la diagonale déjà visible sur la carte -, on distingue des pics latéraux. (b) Coupe de la corrélation locale en  $v_2$ , en fonction de l'axe horizontal  $v_z$ . (c) Coupe selon la direction ( $v'_z = v_z + \text{constante}$ ), on ne distingue pas le signal de corrélation croisé attendu au centre de la fenêtre.

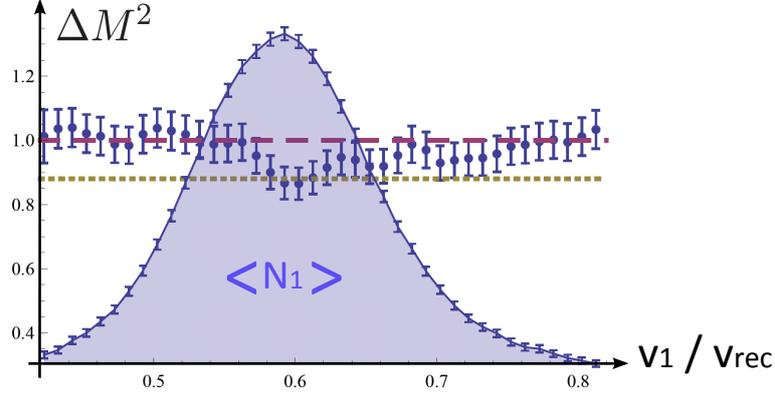


FIGURE 4.23 Variance du nombre d'atomes relatif (ronds bleus) en fonction de la position du centre de la première zone, la seconde étant fixe. Cette variance est inférieure à 1 au centre du nuage 1, dont la distribution de densité est représenté par la surface coloriée. La ligne en pointillés indique la variance minimale attendue ( $\sigma_0^2$ ), compte tenu de notre efficacité de détection.

$$\sigma_M^2 = \langle M^2 \rangle - \langle M \rangle^2 < \langle N_1 + N_2 \rangle \quad (4.23)$$

soit une variance normalisée  $\Delta M^2 = \frac{\sigma_M^2}{\langle N_1 + N_2 \rangle} < 1$ .

Dans le cas de 2 zones complètement indépendantes, on attend une variance  $\Delta M^2 = 1$ . Si au contraire les zones sont parfaitement corrélées, cette quantité devrait être nulle. Même dans ce cas idéal, il faut prendre en compte l'efficacité quantique  $\eta \sim 12\%$  de notre détecteur, d'où une variance mesurée minimale de  $\sigma_0^2 = 1 - \eta \sim 0.88$  (§1.2.4). Voyons ce qu'il est en sur nos données.

La figure 4.23 indique la variance normalisée  $\Delta M^2$  obtenue pour différentes positions de la zone 1, la zone 2 étant centrée en  $v_2$ . Cette variance est inférieure à 1 quand la zone 1 est centrée en  $v_1$ , et est environ 1 à l'extérieur. La variance minimale est  $\Delta M^2 = 0.865 \pm 0.050$ , en accord avec la valeur attendue.

La réduction de fluctuations que nous observons a lieu dans une situation spéciale : d'une part le nombre d'atomes n'est pas le même dans les deux pics, en raison du dépeuplement du mode 2 par mélange à quatre ondes secondaire. Cela peut être modélisé par une réduction de la détectivité  $\eta$ , différente dans les 2 zones. D'autre part, comme l'une des zones que nous considérons n'est pas forcément centrée sur le pic correspondant, mais au contraire explore une large plage, le nombre d'atomes dans les deux zones n'est pas le même, même sans tenir compte de l'efficacité de détection. Il convient donc de vérifier que ces détectivités et populations différentes ne font pas apparaître artificiellement une réduction des fluctuations. On trouvera au §B.2 le calcul de la valeur de  $\Delta M^2$  attendue dans ce cas, qui est une généralisation du calcul du §1.2.4, et qui montre que l'on ne peut obtenir  $\Delta M^2 < 1$  que si la différence de population est effectivement subpoissonnienne. Nous pouvons donc affirmer que, dans le cadre de nos hypothèses, la réduction des fluctuations que nous mesurons résulte bien du processus de création de paires, et non de l'asymétrie entre les zones.

**Lien avec  $g^{(2)}$** 

Bien que le fait de mesurer une réduction de fluctuations ne soit pas strictement équivalent au fait d'observer des corrélations, il existe un lien entre les deux. En effet, l'inégalité 4.23 équivaut à :

$$\frac{\langle N_1 \rangle^2 (g_{11} - 1) + \langle N_2 \rangle^2 (g_{22} - 1) - 2 \langle N_1 \rangle \langle N_2 \rangle (g_{12} - 1)}{\langle N_1 \rangle + \langle N_2 \rangle} < 1 \quad (4.24)$$

où  $g_{ij} = g^{(2)}(k_i, k_j)$ . Comme nous connaissons  $g^{(2)}(k, k')$ , nous pourrions chercher si cette inégalité est vérifiée dans certaines zones du plan  $(k, k')$ , et connaître plus précisément les zones sur lesquelles les fluctuations sont réduites. Malheureusement, le mauvais rapport signal à bruit de nos données ne nous permet pas d'effectuer cette analyse.

**4.4.3 Bilan**

Nous avons mesuré les fluctuations de la population relative des nuages atomiques générés par mélange à quatre ondes dans le réseau. Nos résultats sont compatibles avec les fluctuations subpoissonniennes attendues pour des atomes jumeaux, et la variance de ces fluctuations atteint même le minimum accessible compte tenu de notre détectivité. Le rapport signal à bruit de nos données est par contre insuffisant pour mettre en évidence la corrélation en vitesse des deux nuages, dont l'amplitude est très faible en raison de la faible cohérence spatiale du quasi-condensat qui sert de pompe et des fluctuations de sa vitesse dans le réseau. Il est donc nécessaire de prendre davantage de données pour détecter la corrélation croisée entre les deux nuages, et montrer que, comme les fluctuations de population relative, les corrélations des paires que nous créons sont conformes à ce que l'on attend pour des paires d'atomes jumeaux, comme cela avait été mesuré pour des paires formées par une méthode différente [Jaskula 10a]. De plus, les signaux devraient être améliorés en répétant l'expérience avec un vrai condensat, et en remédiant aux fluctuations du piège dipolaire.

**4.5 Conclusion et perspectives**

En appliquant un réseau optique se déplaçant à une vitesse  $v_0$  à un quasi-condensat piégé, nous avons diffusé par mélange à quatre ondes des paires d'atomes vers différents couples de modes signal et complémentaire. Deux de ces modes sont macroscopiquement peuplés - jusqu'à 10000 atomes dans chaque mode. Il s'agit des modes pour lesquels le mélange à quatre ondes a lieu selon l'axe long du condensat. La faible largeur de ces deux nuages atomiques permet de les distinguer facilement des autres modes, largement moins peuplés, et de mesurer précisément leur vitesse. Nous avons ainsi étudié en détail les conditions d'accord de phase qui régissent les vitesses des modes longitudinaux, montrant l'influence de l'énergie de champ moyen. Cette mesure nous a permis de vérifier que nous pouvons ajuster les vitesses des modes signal et complémentaire à partir des paramètres du réseau, et donc les adapter aux contraintes géométriques de notre dispositif expérimental selon l'expérience que nous souhaitons réaliser avec les paires. Nous nous sommes ensuite intéressés aux autres modes, de vitesse transverse non nulle, situés entre les deux nuages principaux, et avons vérifié que nous comprenons bien les conditions d'accord de phase

qui déterminent les états obtenus par mélange à quatre ondes tridimensionnel. Notre étude de la dynamique de création des paires ne nous a pas permis d'expliquer quantitativement les taux de création observés, mais nous avons cependant pu comprendre pourquoi le mélange à quatre ondes est plus favorable vers les modes longitudinaux que les modes transverses, ainsi que le rôle joué par les mélanges à quatre ondes secondaires dans le déséquilibre de populations des deux modes longitudinaux, et proposer plusieurs mécanismes pouvant entraîner une saturation de la population des modes longitudinaux, telle qu'observée. Par cette étude, nous avons également montré que nous contrôlons le nombre de paires émises vers les modes signal et complémentaire, ce qui est nécessaire si nous souhaitons travailler avec peu d'atomes par mode. Enfin, nous avons étudié les corrélations entre les deux nuages longitudinaux, et mesuré les fluctuations subpoissonniennes de leur différence de population. Les résultats préliminaires présentés ici sont très bruités, et ne permettent pas de conclure sur les corrélations. Ils sont néanmoins encourageants et laissent penser que, à partir de davantage de données prises dans des conditions plus adaptées, nous pourrions confirmer que les atomes diffusés par mélange à quatre ondes en présence d'un réseau optique sont bien créés dans un état utile pour l'optique atomique quantique et l'interférométrie atomique.

### Perspective : observation de l'effet Hong-Ou-Mandel atomique

L'étape suivante consiste à utiliser nos paires d'atomes jumeaux pour de telles applications. Bien que l'état créé s'y prête, notre montage expérimental n'est pas adapté à la réalisation d'un interféromètre. Nous pourrions par contre relativement facilement tester l'effet Hong-Ou-Mandel (HOM) avec des atomes. La principale difficulté ne réside pas dans ce cas dans les transferts d'impulsion, mais dans l'acquisition des données. En effet, pour détecter un dégroupement complet des atomes après la lame séparatrice, il faudrait n'avoir à chaque coup qu'une paire d'atome au maximum, soit, compte tenu de notre efficacité de détection de 12%, 70 réalisations de l'expérience pour acquérir le signal d'une paire ! La durée d'acquisition en résultant ne serait pas raisonnable, si nous nous limitons à une création de paire par cycle expérimental - dont la durée est de 30s. Mais il est envisageable de créer plusieurs paires par séquence, suffisamment espacées en temps pour correspondre à des réalisations distinctes de l'expérience d'HOM. Pour cela, nous mettrions à profit la forme de notre piège dipolaire, dont la profondeur de piégeage est très faible vers le bas, de l'ordre de 250nK (*cf* §2.1.2). Si les paires que nous créons sont émises vers le bas avec une énergie cinétique supérieure à cette profondeur, nous n'avons pas besoin de couper le piège dipolaire après la création d'une paire, et pouvons reproduire l'opération plusieurs fois. Il nous faudrait pour cela donner aux atomes des vitesses supérieures à  $0,33v_{rec}$ , ce qui, d'après la courbe d'accord de phase de la figure 4.10, est tout à fait possible et peu contraignant. En particulier, nous pouvons choisir une situation où les modes signal et complémentaire ont des vitesses assez proches, de telle sorte que ces deux modes restent superposés spatialement après leur émission pendant un temps suffisant pour que l'on puisse leur appliquer un pulse  $\pi/2$  - analogue d'une lame séparatrice - sans perturber les atomes du condensat. Ce pulse  $\pi/2$  serait réalisé par une transition Bragg entre les vitesses  $v_1$  et  $v_2$ , comme illustré sur la figure 4.24.b.

Il ne reste plus alors qu'à détecter les coïncidences à l'arrivée des atomes sur le détecteur (figure 4.24.c). Si nous n'émettons vraiment qu'une unique paire à la fois, la probabilité de détecter un atome à  $v_1$  et un autre à  $v_2$  devrait être nulle. Cette probabilité augmentant rapidement avec le nombre de paires, nous pourrions vérifier en mesurant cette dépendance que nous maîtrisons

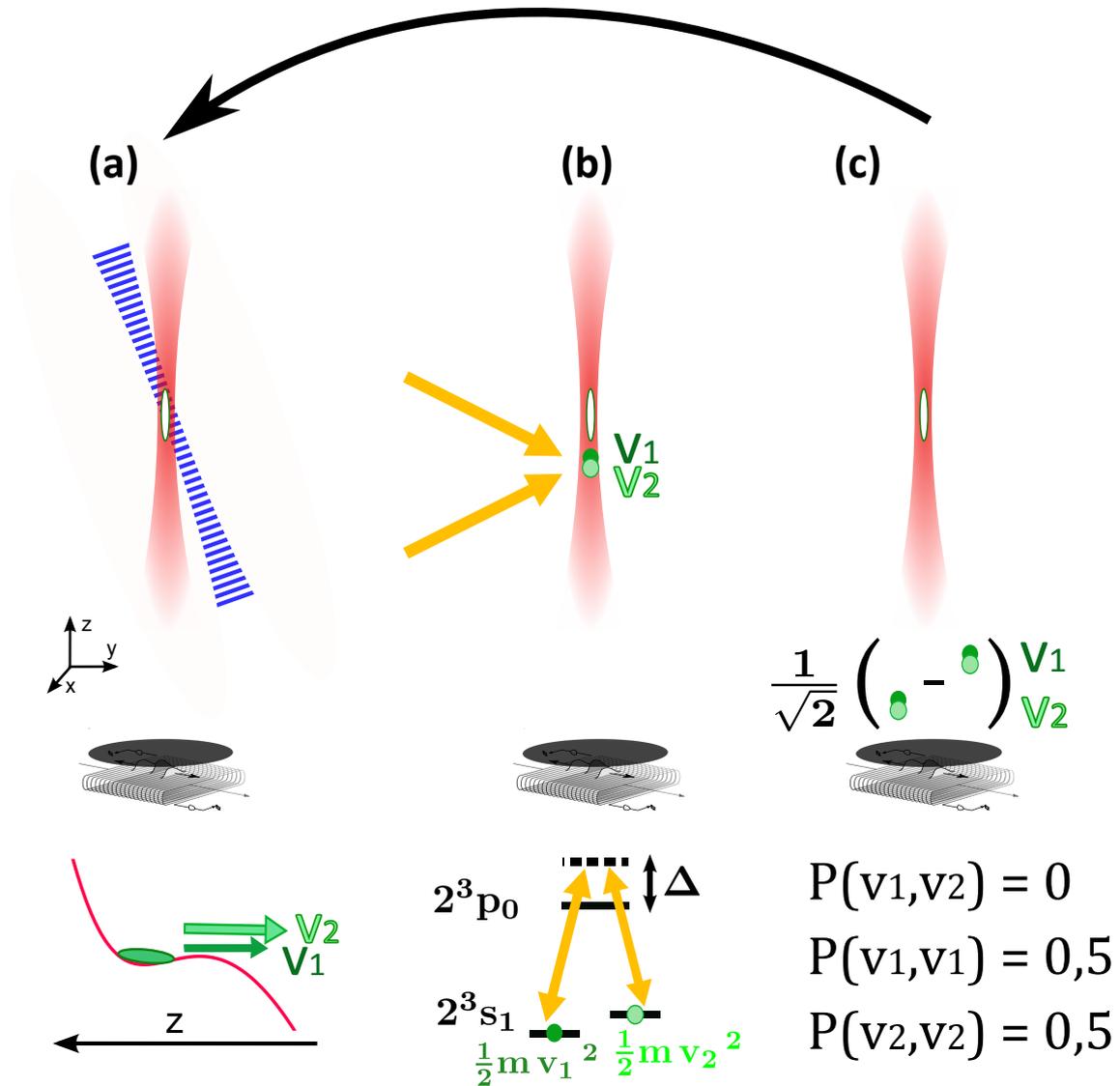


FIGURE 4.24 Schéma proposé pour mesurer l'effet Hong-Ou-Mandel atomique sur notre montage expérimental en un temps raisonnable. (a) Application du réseau optique pendant un temps très court, pour ne créer en moyenne que moins d'une paire d'atomes de vitesses  $v_1$  et  $v_2$ . (b) Pulse  $\pi/2$  entre les vitesses  $v_1$  et  $v_2$ , équivalent d'une lame séparatrice 50/50. (c) Détection des atomes. Cette séquence peut être reproduite plusieurs fois au cours d'un cycle expérimental.

bien le nombre de paires émises. Une étape préliminaire avant de réaliser cette expérience sera de tester notre capacité à émettre de une à quelques paires avec les vitesses désirées.

### Autres perspectives

Bien que le fait de travailler avec un quasi-condensat ne pose pas problème pour la mise en évidence de l'effet HOM, qui est un effet à une paire, il pourrait pour d'autres expériences être nécessaire de disposer d'un condensat sans fluctuation de phase. C'est pourquoi nous envisageons de réaliser à l'avenir le mélange à quatre ondes avec réseau dans un piège dipolaire croisé, comme celui décrit à la fin du chapitre 2. Nous devrions alors détecter des fonctions de corrélation locale et croisée égales à 2<sup>3</sup>.

---

3. en négligeant le terme en  $1/N_{at}$  de la corrélation locale, ce qui est légitime pour des nombres d'atomes  $N_{at}$  importants

# Conclusion

Nous avons rapporté dans ce manuscrit de thèse la réalisation d'une source de faisceaux d'atomes jumeaux, particulièrement bien adaptée à l'optique atomique quantique grâce au contrôle que nous avons sur les caractéristiques de ces faisceaux d'atomes.

Au cours de la première partie de ma thèse, nous avons étudié la création de paires d'atomes jumeaux par mélange à quatre ondes atomique dans l'espace libre. Le processus était provoqué par la collision de deux condensats, et les paires d'atomes obtenues étaient réparties sur un halo de collision tridimensionnel. Ces expériences ont permis la mise en évidence de l'influence de l'énergie d'interaction sur les conditions d'accord de phase du mélange à quatre ondes atomique [Krachmalnicoff 10], et surtout la démonstration du caractère non-classique des paires créées : les atomes d'une même paire sont en effet corrélés en impulsion, et les fluctuations de la différence de population entre modes appariés sont inférieures au bruit de grenaille en  $\sqrt{N_{\text{atomes}}}$  [Jaskula 10a]. En montrant que les atomes diffusés par mélange à quatre ondes atomique sont dans un état analogue à celui des photons jumeaux générés par conversion paramétrique, et utilisés avec succès en optique quantique pour observer des effets prédits par la mécanique quantique, comme le dégrouement de photons après une lame séparatrice [Hong 87], ou la violation des inégalités de Bell [Rarity 90], l'expérience [Jaskula 10a] a prouvé que les atomes jumeaux générés par ce processus sont potentiellement utilisables pour l'optique atomique quantique, et pour l'interférométrie atomique sous la limite quantique standard [Dunningham 02]. Mais, bien que l'état de corrélation des atomes soit conforme à ce qui est nécessaire pour de telles expériences, la géométrie de notre source de paires s'y prêtait beaucoup moins. C'est pourquoi nous avons décidé de modifier la configuration de notre mélange à quatre ondes, en réalisant l'expérience dans un réseau optique, nous inspirant d'une expérience proposée dans [Hilligsøe 05] et dont la réalisation est rapportée dans [Campbell 06]. La présence de ce potentiel périodique permet en effet de favoriser la population de certains modes, et de contrôler les vitesses des modes dans lesquels les paires sont diffusées, ainsi que la population de ces modes.

L'expérience dans le réseau, comme l'expérience qui l'a précédée [Jaskula 10a], a été réalisée à partir d'un gaz d'atomes dégénéré produit dans un piège optique très allongé. Nous avons dans ce manuscrit décrit les caractéristiques de ce piège, et celles du condensat obtenu. En particulier, nous avons vu que, du fait de la très importante anisotropie de notre piège optique, le condensat présente des fluctuations longitudinales de phase, et se trouve dans un régime de quasi-condensat. Cet état particulier transparaît sur la corrélation du second ordre en densité  $g^{(2)}(z, z')$ , qui est piquée en  $z' = z$  pour un quasi-condensat, quand la fonction de corrélation d'un condensat sans fluctuation de phase serait égale à 1 partout. Notons au passage que c'est, à notre connaissance, la première fois qu'une fonction de corrélation du second ordre est mesurée en fonction de ses deux variables, sans intégration sur l'une d'entre elles. Cela n'est possible que grâce à la densité

importante du quasi-condensat, qui nous garantit un rapport signal à bruit satisfaisant. Ce sera également le cas pour les faisceaux d'atomes formés par mélange à quatre ondes dans le réseau optique.

Nous avons mis ce réseau en place sur l'expérience au début de ma dernière année de thèse. Il est constitué de deux faisceaux lasers contrapropageants, alignés sur un axe proche de l'axe longitudinal du quasi-condensat. Les premiers tests ont permis de caractériser le chauffage des atomes provoqué par le réseau, et les conditions à respecter pour allumer et éteindre adiabatiquement ce réseau. La profondeur du réseau est calibrée en mesurant l'efficacité de la diffraction de Bragg. En appliquant ce réseau à un quasi-condensat en oscillation dans le piège optique, nous avons pu provoquer du mélange à quatre ondes atomique, mais la qualité des faisceaux atomiques obtenus n'était pas très satisfaisante, en raison du chauffage du quasi-condensat lors de son oscillation dans le piège. Ce premier résultat a néanmoins montré la très bonne efficacité du mélange à quatre ondes en présence du réseau et du piège dipolaire, telle que la moitié des atomes du quasi-condensat sont diffusés par mélange à quatre ondes, contre 10% seulement lors de nos précédentes expériences. Cela nous a encouragés à poursuivre, en testant une autre configuration, dans laquelle le quasi-condensat au repos est chargé dans un réseau en mouvement. La vitesse  $v_0$  du réseau est déterminée par le désaccord entre les deux faisceaux laser, que nous contrôlons avec précision. Nous générons ainsi des faisceaux atomiques beaucoup plus propres spatialement, dont, de plus, nous pouvons choisir les vecteurs d'ondes en ajustant la vitesse du réseau. L'analyse fine de la dépendance de ces vecteurs d'onde en fonction de  $v_0$  a mis en évidence le rôle joué par le champ moyen du quasi-condensat dans les conditions d'accord de phase en présence du réseau. Par ailleurs, ces conditions d'accord de phase autorisent le mélange à quatre ondes vers d'autres paires de modes, ayant des composantes transverses non nulles. Ces modes transverses ne sont néanmoins que très faiblement peuplés sur notre expérience. En modélisant la dynamique de population des différents modes, nous avons retrouvé cette prédominance du mélange à quatre ondes vers les modes purement longitudinaux. L'étude de cette dynamique nous a aussi montré que nous pouvions, en changeant la durée du réseau, choisir la population des modes longitudinaux. Enfin, les résultats préliminaires confirment le caractère non-classique, et donc intéressant en optique atomique quantique, des paires d'atomes produites par mélange à quatre ondes dans un réseau : les fluctuations de la différence de population entre les deux modes sont réduites jusqu'à la limite fixée par notre efficacité de détection.

Ainsi, notre source d'atomes jumeaux remplit les contraintes que nous nous étions fixées (production efficace de paires d'atomes dans un faible nombre de modes, dont on sait ajuster les vitesses et populations, et possibilité de recycler le quasi-condensat pour réaliser plusieurs événements de génération d'atomes jumeaux à partir du même quasi-condensat), et peut maintenant être utilisée dans des expériences d'optique atomique quantique, comme l'observation de l'effet Hong-Ou-Mandel atomique. Ce premier pas - pas encore franchi, mais qui pourrait l'être sous peu - de la mise au point d'une source atomique non-classique vers son utilisation concrète marque bien les progrès réalisés ces dernières années par l'optique atomique quantique, qui talonne de plus en plus l'optique quantique photonique. Enfin, malgré ses qualités, notre source est perfectible, et il y aurait en particulier beaucoup à gagner en utilisant un condensat sans fluctuation de phase plutôt qu'un quasi-condensat, ce qui devrait être possible prochainement grâce à l'implémentation d'un piège dipolaire croisé sur l'expérience.

## Annexe A

# Détection, reconstruction et calcul des corrélations des atomes

Nous avons mentionné à maintes reprises au long de ce manuscrit notre système de détection de particules uniques, résolu à 3 dimensions. Grâce à celui-ci, dont on trouvera une description détaillée dans les thèses de Olivier Sirjean et Martijn Schellekens [Sirjean 03, Schellekens 07], nous déterminons les coordonnées des atomes après temps de vol, à partir desquelles nous calculons les fonctions de corrélation.

### A.1 Principe de la détection

L'originalité des expériences utilisant des atomes métastables réside dans la possibilité de détecter ceux-ci électroniquement sans perturber leur trajectoire, tandis que pour les autres atomes on utilise une imagerie optique, qui conduit à intégrer la distribution atomique selon l'axe du dispositif de détection. Il n'est dans ce cas généralement pas possible, pour des systèmes tridimensionnels, de mesurer la position des atomes à 3 dimensions. De plus, on mesure alors généralement un nombre moyen d'atomes, et pas des atomes uniques<sup>1</sup>. *A contrario*, la détection électronique par galettes de microcanaux permet de détecter des atomes uniques, et l'utilisation de lignes à retard permet d'en déterminer les coordonnées à 3 dimensions, avec une très bonne résolution : la mesure de position est en effet ramenée par cette technique à des mesures de temps, qui peuvent être très précises. Cette détection électronique intervient au moment où les atomes atteignent le détecteur. Ce temps de vol est sur notre dispositif expérimental de 307ms pour des atomes initialement au repos, qui tombent sur le détecteur placé 46cm en dessous du piège.

---

1. Ces deux limites sont levées dans le système de détection par nappe de lumière de l'expérience de Vienne, présenté au §1.4.1.

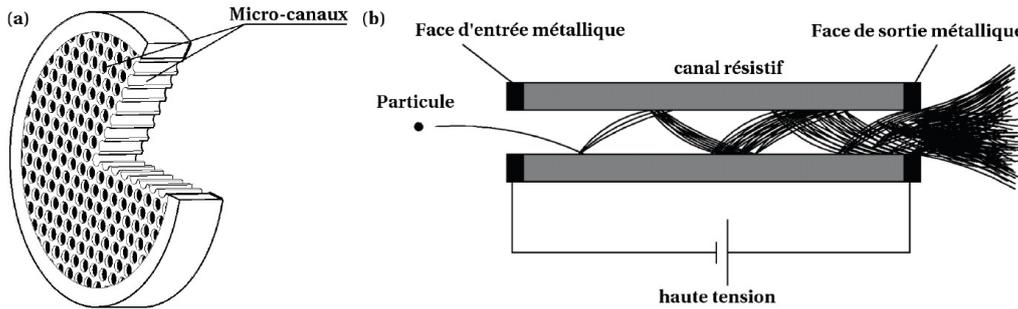


FIGURE A.1 (a) Une galette à micro-canaux est un assemblage de fibres creuses parallèles, longues d'environ 1mm et de diamètre  $10\mu\text{m}$ . (b) La surface intérieure de chaque fibre est traitée pour qu'une particule incidente (atome métastable, ion, électron, mais aussi photon UV) puisse en extraire facilement plusieurs électrons. Ces électrons sont accélérés vers la sortie du canal par une tension de l'ordre du kV appliquée entre les deux faces de la galette, qui sont métallisées.

### A.1.1 Galettes à micro-canaux (MCP)

Nos expériences font intervenir des atomes d' $^4\text{He}$  - isotope bosonique de l'hélium<sup>2</sup> - dans l'état métastable  $2^3s_1$ . Cet état, dont la durée de vie de 7900s est très grande devant la durée de nos expériences, a une énergie interne de 20,6eV par rapport à l'état fondamental. Lorsque les atomes heurtent une surface métallique, cette énergie interne est suffisante pour arracher un ou plusieurs électrons à la surface, lesquels peuvent ensuite être détectés. Nous utilisons pour cela deux galettes à micro-canaux - appelées "Micro Channel Plate" (MCP) en anglais. Le principe de fonctionnement d'un MCP est illustré sur la figure A.1.

Le principe d'un MCP est analogue à celui d'un photomultiplicateur : une fois un premier électron extrait de la surface, celui-ci déclenche un processus à avalanche. Dans le cas d'un MCP, on dispose de millions de canaux parallèles permettant une telle amplification, sur une surface de diamètre 8cm. Nous utilisons en fait deux MCP superposés, qui multiplient le signal électronique par un facteur  $10^7$ . Nous ne détectons cependant pas tous les atomes, d'une part car certains atomes arrivent sur la surface métallique de la face d'entrée du premier MCP, entre les canaux, et les électrons arrachés à cette surface sont perdus<sup>3</sup>, d'autre part car tous les atomes tombant dans les canaux ne parviennent pas à déclencher une avalanche. Ce sont là les principales limites à notre efficacité de détection, que nous estimons à 12% [Jaskula 10b] à l'issue des étapes de discrimination des signaux et de reconstruction des coordonnées, décrites dans la suite. Le fait que ce système soit sous vide permet d'éviter largement les fausses détections lors d'avalanches déclenchées par des atomes du gaz résiduel. Nos deux MCP constituent donc un détecteur de particules uniques - chaque avalanche détectée correspondant à un seul atome - à bas bruit, mais de faible détectivité.

2. Le dispositif décrit ici permet également de détecter l'isotope fermionique  $^3\text{He}$ , comme cela a été fait lors de l'observation de l'effet Hanbury Brown et Twiss fermionique en collaboration avec Amsterdam [Jelts 07].

3. Une tentative malheureuse visant à rediriger ces électrons vers les canaux à l'aide d'une grille chargée négativement placée au-dessus du détecteur, réalisée au début de ma thèse, est décrite dans [Jaskula 10b].

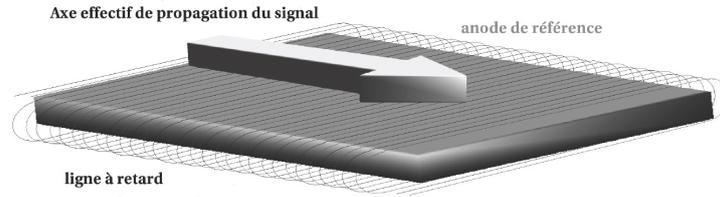


FIGURE A.2 Schéma d'une ligne à retard, enroulée sous les MCP.

### A.1.2 Lignes à retard

Pour chaque atome ayant déclenché un processus d'avalanche, on obtient en sortie du second MCP une douche d'électrons, issus des canaux adjacents à celui dans lequel l'atome détecté est initialement tombé, et de ce dernier canal. Pour déterminer les coordonnées horizontales de l'impact de l'atome sur le MCP supérieur, on utilise des lignes à retard. Lorsque qu'une douche d'électrons issue des MCP tombe sur une ligne à retard, des pulses de courant se propagent sur celle-ci dans les deux directions, à une vitesse  $v \sim c/3$ . On déduit des temps d'arrivée de ces pulses aux extrémités de la ligne l'abscisse curviligne et l'instant d'arrivée de la douche d'électrons. Pour améliorer la précision de la mesure, la ligne à retard est enroulée perpendiculairement à l'axe selon lequel la position est mesurée (cf figure A.2), ce qui augmente le temps de propagation effectif selon cet axe d'un facteur 100. Nous utilisons deux lignes orthogonales pour reconstruire la position des atomes à 3 dimensions.

La photo de la figure A.3 montre la structure sur laquelle sont montés les MCP et les lignes à retard. Cette structure repose sur une bride, qui est fixée au bas de l'enceinte à vide dans laquelle les expériences sont réalisées.

### A.1.3 Traitement électronique des signaux

Les impulsions détectées à chacune des quatre extrémités des lignes à retard sont ensuite traitées électroniquement, avant leur exploitation informatique. Ces impulsions analogiques sont

FIGURE A.3 Dispositif de détection : on distingue sur la photo la face supérieure du MCP (disque noir entouré d'un anneau de céramique blanche) et les lignes à retards enroulées sous les MCP, protégées par des caches métalliques.



d'abord amplifiées, puis un discriminateur à fraction constante déclenche une impulsion TTL quand l'amplitude des impulsions est supérieure à un certain seuil, permettant de discriminer les signaux qui nous intéressent du bruit électronique. Les signaux TTL sont ensuite numérisés, et enregistrés. A l'issue de ce premier traitement, qui a lieu en temps réel, nous disposons donc de quatre listes de temps d'arrivée, que nous traitons informatiquement pour reconstruire les coordonnées des atomes, à l'issue de chaque cycle expérimental et/ou ultérieurement.

## A.2 Reconstruction des coordonnées des atomes

Il s'agit maintenant d'associer les temps d'arrivée en bout de ligne à retard correspondant aux mêmes atomes. Cette opération ne pose pas de difficulté particulière quand le temps moyen entre deux détections est supérieur au temps de propagation du signal sur une ligne à retard, qui est de 80 ns, mais devient plus compliquée quand les plages de temps d'arrivée correspondant à des atomes différents se recouvrent. Nous risquons alors de mélanger les signaux associés à ces différents atomes, et de reconstruire des atomes à des positions erronées. Nous en avons rencontré un exemple à la figure 1.12, sur laquelle on observe que des atomes sont reconstruits dans l'ensemble du plan horizontal au niveau des condensats. Ce problème est devenu plus important depuis que nous utilisons le piège dipolaire. Celui-ci étant vertical, nous obtenons après inversion de l'anisotropie du condensat une galette très fine verticalement, d'où des temps d'arrivée des atomes très proches. Pour éviter les erreurs de reconstruction, on peut éliminer les impulsions espacées d'un délai inférieur aux 80ns nécessaires pour parcourir une ligne à retard [Jaskula 10b]. Cela nous garantit que les coordonnées des atomes reconstruits sont correctes, mais conduit à supprimer un nombre important d'atomes dans les zones denses, comme les condensats ou les pics formés par les paires atomiques décrits au chapitre 4. C'est cette méthode de reconstruction qui a été utilisée pour les calculs des corrélations d'un quasi-condensat (cf §2.3.1) et des paires d'atomes jumeaux (cf §1.3.3 et 4.4.1), ainsi que pour la mesure des fluctuations de population relative (cf §1.3.4 et 4.4.2).

Une fois sélectionnés les instants de détection des pulses associés au même atome, on en déduit le temps d'arrivée  $t_{at}$  de cet atome, et ses coordonnées  $(x, y)$  dans le plan du détecteur, situé 46cm sous le piège dipolaire. Nous calculons alors les coordonnées  $(x_0, y_0, z_0)$ , à ce même instant  $t_{at}$ , d'un atome initialement au repos, et en déduisons les coordonnées de l'atome détecté dans le référentiel centré en  $(x_0, y_0, z_0)$ .

### A.2.1 Résolution de la détection

Nous utilisons pour déterminer la résolution de notre dispositif de détection la méthode de somme des temps d'arrivée décrite dans [Schellekens 07]. La précision de nos mesures de position repose en effet directement sur la précision de la mesure des instants de détection des pulses à chaque extrémité de ligne à retard. Cette précision est estimée en mesurant la largeur de la distribution de la quantité  $S = t_{x1} + t_{x2} - t_{y1} - t_{y2}$ , où  $t_{si}$  désigne l'instant de détection à l'extrémité  $i$  de la ligne à retard de l'axe  $s$ . En effet, cette quantité ne dépend que de la longueur des lignes à retard et de la vitesse de propagation des pulses selon ces lignes, et devrait donc être infiniment fine pour un système de détection idéal. Nous avons mesuré une largeur de la distribution  $\sigma_S = 0,7\text{ns}$  [Jaskula 10b]. Cette résolution de la mesure des instants de détection

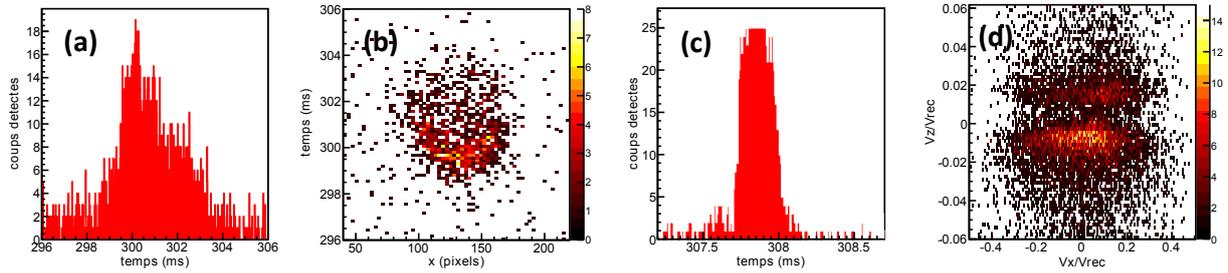


FIGURE A.4 *La saturation locale des canaux pour lesquels le flux d'atomes est trop important est visible pour des condensats produits dans le piège magnétique, qui forment après expansion des galettes verticales. On observe alors une asymétrie dans le profil en temps de vol non reconstruit (a) et un trou au milieu du condensat sur les données reconstruites (b). Avec des condensats produits dans le piège optique, qui forment eux des galettes horizontales, c'est le flux sur l'ensemble du détecteur qui est limitant : le traitement électronique des données entraîne un taux maximal de détection sur chacune des 4 voies, comme on l'observe sur le temps de vol non reconstruit (c). Enfin, pour une sélection sévère des événements utilisés pour la reconstruction, on obtient un trou - dans l'ensemble du plan horizontal - dans l'intervalle de temps où le condensat est le plus dense (d).*

des pulses en bout de ligne à retard se traduit par une résolution d'environ  $200\mu\text{m}$  dans le plan horizontal, et de  $1,5\text{nm}$  selon la verticale. C'est en raison de cette forte anisotropie de la résolution que nous avons choisi de mettre en place un piège dipolaire vertical (*cf* §2.1.2), pour que la direction selon laquelle le condensat est le plus fin après expansion coïncide avec l'axe pour lequel la résolution est la meilleure.

### A.3 Saturation de la détection

Pour des nuages atomiques très denses, comme par exemple des condensats, l'efficacité de détection sera limitée par différentes sources de saturation, liées au processus d'amplification des signaux par les MCP, au traitement électronique du signal, et à la procédure de reconstruction des coordonnées.

#### Saturation locale des MCP

Suite à la détection d'un atome dans un canal donné, énormément d'électrons ont été arrachés aux parois de ce canal et des canaux proches, ce qui empêche la détection immédiate d'un autre atome au même endroit. Il s'ensuit, à partir d'un flux local d'environ  $10^5 \text{atomes.cm}^{-2}.\text{s}^{-1}$ , une baisse de l'efficacité de détection, qui se traduit par exemple par une forme asymétrique du profil temporel des condensats, dont on peut voir un exemple sur la figure A.4.a. Notons que cette source de saturation est locale : dans le plan horizontal, seules les zones de fortes densité sont

impactées, d'où le trou visible sur la figure A.4.b. Ce ne sera pas le cas des autres sources de saturation, pour lesquelles seul le flux total de particules sur le détecteur importe.

### Saturation de l'électronique

Les différentes étapes du traitement électronique des signaux imposent un temps mort de minimal 20ns entre deux signaux consécutifs, ce qui correspond à un flux instantané maximal de  $5 \cdot 10^7$  atomes.s<sup>-1</sup>. Cependant, notre système électronique impose également une limite sur le flux moyen d'atomes détectés, qui ne peut être supérieur à  $5 \cdot 10^6$  atomes.s<sup>-1</sup>. On peut le constater sur les profils temporels de condensats très peuplés, qui présentent un plateau très marqué pour une amplitude correspondant à ce flux maximal (cf figure A.4.c).

### Saturation due à la reconstruction

Nous avons mentionné au §A.2 que, pour éviter de reconstruire des atomes à des position erronées, nous sommes parfois amenés à supprimer tous les signaux trop proches les uns des autres. Cette sélection sera particulièrement sévère pour des nuages très denses, à tel point que l'on pourra parfois observer des creux au centre des profils temporels des condensats, comme sur la figure A.4.d.

## A.4 Conversion en vitesse

La vitesse initiale  $(v_x, v_y, v_z)$  d'un atome est calculée à partir de ses coordonnées dans le référentiel centré en  $(x_0, y_0, z_0)$ , associé à un atome initialement au repos. Pour notre temps de vol moyen de 307ms, une distance de 1mm correspond à une vitesse initiale d'environ 3 mm.s<sup>-1</sup>, soit  $3 \cdot 10^{-2} v_{rec}$ .

On suppose lors de cette conversion en vitesse que l'expansion est balistique, et on néglige donc les accélérations dues au champ moyen des atomes intervenant après la coupure du piège. Cela est raisonnable, car la densité chute alors très rapidement (pour un quasi-condensat dans le piège dipolaire à la fin de l'évaporation, la densité est divisée par 10 en 300μs). De plus, on considère que tous les atomes sont issus d'un même point, en négligeant la distribution initiale en position devant l'expansion. Cette approximation de champ lointain sera toujours vérifiée dans le plan transverse, pour lequel la taille initiale du quasi-condensat est de seulement quelques μm (cf §2.2.2), négligeable devant sa taille après expansion (plusieurs mm), et devant des vitesses supérieures à  $10 \mu.s^{-1}$ , soit  $10^{-4} v_{rec}$ . Au contraire, selon l'axe vertical, l'expansion du quasi-condensat est faible devant sa taille initiale (1,3mm), et notre conversion en vitesse est alors abusive. Nous utilisons cependant celle-ci, en gardant en tête que, pour des écarts des vitesses de l'ordre ou inférieurs à  $10^{-1} v_{rec}$ , la distribution initiale en position intervient aussi.

## A.5 Calcul de la fonction de corrélation

À partir de la distribution en temps, en position ou en vitesse des atomes détectés, nous calculons la fonction de corrélation d'ordre 2,  $g^{(2)}(\vec{x}_1, \vec{x}_2)$ , où  $\vec{x}_i$  désigne les coordonnées de

chacun des deux atomes considérés. Nous commençons par calculer la fonction de corrélation non normalisée, telle que définie au §1.1.3 :

$$G^{(2)}(\vec{x}_1, \vec{x}_2) = \langle : \hat{N}(\vec{x}_1) \hat{N}(\vec{x}_2) : \rangle = \frac{1}{N_f} \sum_{i=1}^{N_f} \left( n_i(\vec{x}_1) n_i(\vec{x}_2) - \delta_{\vec{x}_1, \vec{x}_2} n_i(\vec{x}_1) \right) \quad (\text{A.1})$$

où  $N_f$  désigne le nombre de réalisations de l'expérience, et  $n_i(\vec{x})$  le nombre d'atomes détectés en  $\vec{x}$  lors de la réalisation  $i$ . Le terme soustrait correspond au bruit de grenaille.

Nous normalisons ensuite par le produit des densités,

$$F(\vec{x}_1, \vec{x}_2) = \langle \hat{N}(\vec{x}_1) \rangle \langle \hat{N}(\vec{x}_2) \rangle = \frac{1}{N_f^2} \sum_{i=1}^{N_f} \sum_{j=1}^{N_f} n_i(\vec{x}_1) n_j(\vec{x}_2) - \delta_{\vec{x}_1, \vec{x}_2} \frac{1}{N_f} \sum_{i=1}^{N_f} n_i(\vec{x}_1) \quad (\text{A.2})$$

Remarquons que, pour  $j = i$ , ce dénominateur contient des termes potentiellement corrélés. La contribution de ceux-ci est d'ordre  $\frac{1}{N_f}$ , et sera donc négligeable pour un nombre important de réalisations.



## Annexe B

# Influence de la détectivité et des fluctuations de phase

Il s'agit ici de déterminer dans quelle mesure les signaux de corrélations que nous détectons au niveau des faisceaux d'atomes jumeaux sont dégradés, d'une part par la cohérence spatiale réduite du quasi-condensat à partir duquel sont émises les paires (cf §2.2.3), d'autre part par l'efficacité quantique  $\eta \sim 12\%$  de notre détecteur et par les pertes d'atomes lors de mélanges à quatre ondes secondaires (cf §4.3.4).

### B.1 sur les fonctions de corrélation

Regardons ce qu'il en est de l'amplitude des fonctions de corrélation. Pour simplifier, nous reprenons le traitement de la section 4.1.1 où nous considérons que tous les atomes sont émis vers une unique paire de modes, notés 1 et 2. Les fonctions de corrélations d'ordre 2 calculées au niveau de ces modes ( $i$  et  $j = 1$  ou  $2$ ) sont

$$g_{ij} = \frac{\langle \hat{a}_i^\dagger \hat{a}_j^\dagger \hat{a}_j \hat{a}_i \rangle}{\langle \hat{a}_i^\dagger \hat{a}_i \rangle \langle \hat{a}_j^\dagger \hat{a}_j \rangle} \quad (\text{B.1})$$

#### B.1.1 Cas idéal

Nous supposons ici que les paires atomiques sont formées à partir d'un condensat, parfaitement cohérent en phase, et que nous détectons tous les atomes.

#### Fonction de corrélation locale $g_{ii}$

Au début de la formation des paires, l'approximation de la pompe classique (cf §1.3.1) est valide. La création de paires est alors décrite par l'expression (4.13) :  $\hat{a}_i(t) = \text{ch}(Ct) \hat{a}_i(0) + \text{sh}(Ct) \hat{a}_j^\dagger(0)$ , avec  $j \neq i$ . On en déduit

$$\begin{aligned}
\left\langle \left( \hat{a}_i^\dagger(t) \right)^2 \left( \hat{a}_i(t) \right)^2 \right\rangle &= \text{ch}^4(Ct) \left\langle \hat{N}_i(0) \left( \hat{N}_i(0) - 1 \right) \right\rangle + 2\text{ch}^2(Ct) \text{sh}^2(Ct) \left\langle \hat{N}_i(0) \left( \hat{N}_j(0) + 1 \right) \right\rangle \\
&\quad + \text{sh}^4(Ct) \left\langle \left( \hat{N}_j(0) + 1 \right) \left( \hat{N}_j(0) + 2 \right) \right\rangle \\
\left\langle \hat{N}_i(t) \right\rangle &= \text{ch}^2(Ct) \left\langle \hat{N}_i(0) \right\rangle + \text{sh}^2(Ct) \left( \left\langle \hat{N}_j(0) \right\rangle + 1 \right)
\end{aligned} \tag{B.2}$$

soit, dans le cas d'un mélange à quatre ondes spontané,  $\langle (\hat{a}_i^\dagger(t))^2 (\hat{a}_i(t))^2 \rangle = 2\text{sh}^4(Ct)$  et  $\langle \hat{N}_i(t) \rangle = \text{sh}^2(Ct)$ , d'où :

$$\boxed{g_{ii} = 2} \tag{B.3}$$

Ce résultat est en accord avec l'effet Hanbury Brown et Twiss attendu pour un processus incohérent.

Si, au contraire, le mélange à quatre ondes est stimulé, la fonction de corrélation locale se rapprochera de 1, comme cela a été observé sur l'expérience de mélange à quatre ondes de Canberra décrite au §1.4.2 [Wu RuGway 11]. Par exemple, si on a initialement le vide pour le mode 1 et une population classique pour le mode 2, alors  $\langle \hat{N}_1(t) \rangle = \text{sh}^2(Ct) \left( \langle \hat{N}_2(0) \rangle + 1 \right)$  et  $G_{11} = \text{sh}^4(Ct) \left\langle \left( \hat{N}_2(0) + 1 \right) \left( \hat{N}_2(0) + 2 \right) \right\rangle$ , d'où  $g_{11} = 1 + 1 / \left( 1 + \langle \hat{N}_2(0) \rangle \right)$ . A temps long, on aura également  $g_{22} \rightarrow 1 + 1 / (1 + \langle \hat{N}_2(0) \rangle)$ .

### Fonction de corrélation croisée $g_{ij}$

Nous montrons ici comment déduire l'amplitude de la corrélation croisée  $g_{ij}$  de celle de la corrélation locale  $g_{ii}$ . Il n'est pas nécessaire ici de faire l'approximation d'une pompe non déplétée. La relation entre les deux fonctions de corrélation restera donc valable au-delà du cas traité au paragraphe précédent. On suppose par contre toujours que les paires sont émises à partir d'un mode unique, noté 0, et que le processus est spontané. La formation et la destruction des paires sont décrites par le hamiltonien

$$\hat{H} = G \hat{a}_1^\dagger \hat{a}_2^\dagger \hat{a}_0 \hat{a}_0 + h.c. \tag{B.4}$$

On déduit alors des équations de Heisenberg que  $\dot{\hat{N}}_1 = \dot{\hat{N}}_2$ , soit

$$\hat{N}_1 = \hat{N}_2 + \hat{C} \tag{B.5}$$

Les modes 1 et 2 étant initialement vides, on a  $\hat{C}|0\rangle = 0$ . En appliquant  $\hat{a}_1^\dagger \hat{a}_1$  de chaque côté de l'équation (B.5), et en prenant la moyenne sur le vide initial, il vient :

$$\begin{aligned}
\langle \hat{a}_1^\dagger \hat{a}_1 \hat{a}_2^\dagger \hat{a}_2 \rangle &= \langle \hat{a}_1^\dagger \hat{a}_1 \hat{a}_1^\dagger \hat{a}_1 \rangle \\
\langle \hat{a}_1^\dagger \hat{a}_2^\dagger \hat{a}_2 \hat{a}_1 \rangle &= \langle \hat{a}_1^\dagger \hat{a}_1^\dagger \hat{a}_1 \hat{a}_1 \rangle + \langle \hat{a}_1^\dagger \hat{a}_1 \rangle \\
\langle N_1 \rangle \langle N_2 \rangle g_{12} &= \langle N_1 \rangle^2 g_{11} + \langle N_1 \rangle
\end{aligned} \tag{B.6}$$

soit

$$g_{12} = g_{11} + \frac{1}{\langle N_1 \rangle} \quad (\text{B.7})$$

Pour les modes longitudinaux peuplés par mélange à quatre ondes dans le réseau optique,  $\langle N_1 \rangle$  est de l'ordre de 1000. Si le condensat de départ était parfaitement cohérent, les corrélations locale et croisée devraient donc avoir la même amplitude. Cependant, ce n'est pas la situation dans laquelle a été réalisée notre expérience. Pour mieux comprendre les résultats de cette dernière, nous abordons dans le paragraphe suivant le cas de paires créées à partir d'un quasi-condensat.

### B.1.2 Cas du quasi-condensat

Nous avons vu au §2.2.3 que, dans le piège, le quasi-condensat est cohérent sur une longueur typique  $L_\phi$ . Au tout début du temps de vol, quand l'expansion des faisceaux jumeaux est encore faible devant cette taille  $L_\phi$ , on pourra traiter le quasi-condensat comme une chaîne de  $N_m = L_z/L_\phi$  condensats de taille  $L_\phi$ , dont on négligera le recouvrement. Si l'on suppose que les paires de modes signal et complémentaire associées à ces  $N_m$  modes de pompes sont spatialement distinctes, les fonctions de corrélations sont identiques à celles d'un condensat :  $g_{11} = 2$  et  $g_{12} = 2 + \frac{1}{\langle N_1 \rangle}$ . Ces fonctions vont évoluer pendant l'expansion du quasi-condensat, en raison de la superposition de paires de modes issus de zones du quasi-condensat non cohérentes entre elles.

Nous allons maintenant considérer l'autre cas limite, correspondant à un temps de vol infini. Nous supposons toujours que, dans le piège, le mélange à quatre ondes a lieu indépendamment de chacun des  $N_m$  modes du quasi-condensat, qu'on désignera par l'indice  $\alpha$ , vers  $N_m$  paires de modes  $(1, \alpha; 2, \alpha)$ . Quand la longueur initiale du quasi-condensat est négligeable devant la taille après expansion des faisceaux d'atomes 1 et 2, on peut décrire ceux-ci comme une superposition de ces  $N_m$  modes, dont la fonction d'onde est identique à une phase  $\theta_\alpha$  aléatoire près :

$$\hat{a}_i = \frac{1}{\sqrt{N_m}} \sum_{\alpha=1}^{N_m} a_{i,\alpha} e^{i\theta_\alpha} \quad (\text{B.8})$$

pour chaque paire de modes  $(i, \alpha; j, \alpha)$ , on a, dans l'approximation de la pompe classique non déplétée :  $a_{i,\alpha}(t) = \text{ch}(Ct) a_{i,\alpha}(0) + \text{sh}(Ct) a_{j,\alpha}^\dagger(0)$ . Nous allons utiliser cette expression pour calculer les fonctions de corrélation.

#### Fonction de corrélation locale

D'après (B.8), la fonction de corrélation locale s'écrit

$$g_{ii}^{qBec} = \frac{\sum_{\alpha,\beta,\gamma,\lambda} \langle a_{i,\alpha}^\dagger a_{i,\beta}^\dagger a_{i,\gamma} a_{i,\lambda} e^{i(\theta_\gamma + \theta_\lambda - \theta_\alpha - \theta_\beta)} \rangle}{\left( \sum_{\alpha,\beta} \langle a_{i,\alpha}^\dagger a_{i,\beta} e^{i(\theta_\beta - \theta_\alpha)} \rangle \right)^2} \quad (\text{B.9})$$

De même qu'au §B.1.1, on suppose que le processus est spontané. Les conditions initiales permettent alors de ne conserver que certains termes :

$$\begin{aligned}
g_{ii}^{qBec} &= \frac{\text{sh}^4(Ct) \sum_{\alpha,\beta,\gamma,\lambda} \langle a_{j,\alpha}(0) a_{j,\beta}(0) a_{j,\gamma}^\dagger(0) a_{j,\lambda}^\dagger(0) \rangle (\delta_{\alpha,\gamma} \delta_{\beta,\lambda} + \delta_{\alpha,\lambda} \delta_{\beta,\gamma})}{(\text{sh}^2(Ct) \sum_{\alpha} \langle a_{j,\alpha}(0) a_{j,\alpha}^\dagger(0) \rangle)^2} \\
&= \frac{2 \sum_{\alpha \neq \beta} \langle a_{j,\alpha}(0) a_{j,\alpha}^\dagger(0) a_{j,\beta}(0) a_{j,\beta}^\dagger(0) \rangle + \sum_{\alpha} \langle a_{j,\alpha}(0) a_{j,\alpha}(0) a_{j,\alpha}^\dagger(0) a_{j,\alpha}^\dagger(0) \rangle}{N_m^2} \quad (\text{B.10}) \\
&= \frac{2N_m(N_m - 1) * 1 + N_m * 2}{N_m^2}
\end{aligned}$$

soit

$$\boxed{g_{ii}^{qBec} = 2} \quad (\text{B.11})$$

On retrouve donc à nouveau l'effet Hanbury Brown et Twiss. Il en sera de même quelle que soit la durée d'expansion que l'on considère - en effet, seule l'absence de cohérence entre les atomes émis dans l'ensemble des modes signal (respectivement complémentaire) importe. Regardons maintenant ce qu'il en est de la corrélation croisée, qui est introduite entre les atomes lors du mélange à quatre ondes, lorsque celui-ci a lieu en parallèle vers plusieurs paires de modes.

### Corrélation croisée

Par un calcul similaire à celui effectué pour la corrélation locale, on a :

$$\begin{aligned}
g_{ij}^{qBec} &= \frac{\sum_{\alpha,\beta,\gamma,\lambda} \langle a_{i,\alpha}^\dagger a_{j,\beta}^\dagger a_{j,\gamma} a_{i,\lambda} e^{i(\theta_\gamma + \theta_\lambda - \theta_\alpha - \theta_\beta)} \rangle}{(\sum_{\alpha,\beta} \langle a_{i,\alpha}^\dagger a_{i,\beta} e^{i(\theta_\beta - \theta_\alpha)} \rangle) (\sum_{\alpha,\beta} \langle a_{j,\alpha}^\dagger a_{j,\beta} e^{i(\theta_\beta - \theta_\alpha)} \rangle)} \\
&= \frac{1}{N_m^2 \text{sh}^4(Ct)} \sum_{\alpha,\beta,\gamma,\lambda} \left[ \text{sh}^4(Ct) \langle a_{j,\alpha}(0) a_{i,\beta}(0) a_{i,\gamma}^\dagger(0) a_{j,\lambda}^\dagger(0) \rangle \right. \\
&\quad \left. + \text{sh}^2(Ct) \text{ch}^2(Ct) \langle a_{j,\alpha}(0) a_{j,\beta}^\dagger(0) a_{j,\gamma}(0) a_{j,\lambda}^\dagger(0) \rangle \right] (\delta_{\alpha,\gamma} \delta_{\beta,\lambda} + \delta_{\alpha,\lambda} \delta_{\beta,\gamma}) \quad (\text{B.12}) \\
&= \frac{1}{N_m^2 \text{sh}^4(Ct)} \left[ \text{sh}^4(Ct) \sum_{\alpha,\beta} \langle a_{j,\alpha}(0) a_{i,\beta}(0) a_{i,\beta}^\dagger(0) a_{j,\alpha}^\dagger(0) \rangle \right. \\
&\quad \left. + \text{sh}^2(Ct) \text{ch}^2(Ct) \sum_{\alpha,\gamma} \langle a_{j,\alpha}(0) a_{j,\alpha}^\dagger(0) a_{j,\gamma}(0) a_{j,\gamma}^\dagger(0) \rangle \delta_{\alpha,\gamma} \right] \\
&= 1 + \frac{\text{ch}^2(Ct)}{N_m \text{sh}^2(Ct)}
\end{aligned}$$

soit

$$\boxed{g_{ij}^{qBec} = 1 + \frac{1}{N_m} \left( 1 + \frac{1}{N_i} \right)} \quad (\text{B.13})$$

L'amplitude de la corrélation croisée est donc d'autant plus réduite que le nombre de modes  $N_m$  du quasi-condensat est important. Cela explique la difficulté que nous avons à mesurer la fonction de corrélation croisée, alors que la corrélation locale, qui n'est pas sensible au nombre de modes, est très nette.

### B.1.3 Rôle de l'efficacité de détection

Vérifions maintenant que l'efficacité quantique  $\eta$  du détecteur ne contribue pas à dégrader les corrélations. On modélise la détection imparfaite par des pertes : dans la zone  $i$ , on a après détection  $a_{i,d} = \sqrt{\eta_i} \hat{a}_i + \sqrt{1-\eta_i} \hat{b}_i$ , où  $\hat{b}_i$  est un bruit introduit par ces pertes, dans un mode qu'on suppose initialement vide. On a pris ici des détectivités différentes dans les deux zones, pour prendre en compte d'autres types de pertes qui dépendraient de la zone, comme par exemple les atomes diffusés par mélange à quatre ondes secondaire.

$$\begin{aligned} \langle a_{i,d}^\dagger a_{j,d}^\dagger a_{j,d} a_{i,d} \rangle &= \eta_i \eta_j \langle \hat{a}_i^\dagger \hat{a}_j^\dagger \hat{a}_j \hat{a}_i \rangle + \eta_i (1 - \eta_j) \langle \hat{a}_i^\dagger \hat{b}^\dagger \hat{b} \hat{a}_i \rangle \\ &\quad + (1 - \eta_i) \eta_j \langle \hat{b}^\dagger \hat{a}_j^\dagger \hat{a}_j \hat{b} \rangle + (1 - \eta_i) (1 - \eta_j) \langle \hat{b}^\dagger \hat{b}^\dagger \hat{b} \hat{b} \rangle \\ &\quad + 2\delta_{i,j} \eta_i (1 - \eta_i) \langle \hat{a}_i^\dagger \hat{a}_i \hat{b}^\dagger \hat{b} \rangle \\ \langle a_{i,d}^\dagger a_{i,d} \rangle &= \eta_i \langle \hat{a}_i^\dagger \hat{a}_i \rangle + (1 - \eta_i) \langle \hat{b}^\dagger \hat{b} \rangle \end{aligned} \quad (\text{B.14})$$

Comme par hypothèse l'action de  $\hat{b}$  sur l'état initial vaut 0, seul le premier terme de chaque équation subsiste, d'où

$$\boxed{g_{ij,d} = g_{ij}} \quad (\text{B.15})$$

La détection n'influence donc ni les corrélations locales, ni les corrélations croisées.

### B.1.4 Conclusion

Si l'amplitude de la fonction de corrélation locale n'est pas affectée par les fluctuations de phase du quasi-condensat, celles-ci ont pour effet de diminuer le niveau de la corrélation croisée. L'amplitude de ces corrélations n'est par contre pas impactée par l'efficacité de détection.

## B.2 sur les fluctuations de population relative

Nous nous intéressons maintenant à la réduction des fluctuations de la population relative  $M = N_1 - N_2$ . La variance  $\sigma_M^2$  de celle-ci est nulle dans le cas idéal d'une détection parfaite de tous les atomes émis dans une unique paire de modes signal et complémentaire issue d'un condensat pompe cohérent en phase.

Regardons maintenant l'influences sur cette variance des pertes d'atomes - essentiellement dues à la détectivité - et d'un déséquilibre entre les populations des zones 1 et 2, provenant par exemple d'un décalage d'une des zones, comme ce qui est réalisé pour la figure 4.23. Nous faisons pour cela les hypothèses suivantes :

- On a  $N_i$  atomes dans la zone  $i$ , que l'on détecte avec une efficacité  $\eta_i$
- Les pertes pour chaque zone  $i$  sont modélisées par  $a_{i,d} = \sqrt{\eta_i} \hat{a}_i + \sqrt{1-\eta_i} \hat{b}_i$
- La statistique de chaque zone vérifie :  $\sigma_{N_i}^2 = \langle N_i \rangle + \alpha \langle N_i \rangle^2$
- Dans la situation qui nous intéresse,  $\sigma_M^2 = 0$  avant détection
- On comparera au cas non-corrélé,  $\sigma_M^2 = \langle N_1 + N_2 \rangle$

On calcule ainsi les valeurs moyennes

$$\begin{aligned}\langle N_{i,d} \rangle &= \eta_i \langle N_i \rangle \\ \langle N_{i,d}^2 \rangle &= \eta_i^2 \langle N_i^2 \rangle + (1 - \eta_i) \langle N_i \rangle \\ \langle N_{1,d} N_{2,d} \rangle &= \eta_1 \eta_2 \langle N_1 N_2 \rangle\end{aligned}\tag{B.16}$$

et la variance de  $M$

$$\begin{aligned}\sigma_{M_d}^2 &= \eta_1^2 (\langle N_1^2 \rangle - \langle N_1 \rangle^2 - \langle N_1 \rangle) + \eta_1 \langle N_1 \rangle + \eta_2^2 (\langle N_2^2 \rangle - \langle N_2 \rangle^2 - \langle N_2 \rangle) + \eta_2 \langle N_2 \rangle \\ &\quad - 2\eta_1 \eta_2 (\langle N_1 N_2 \rangle - \langle N_1 \rangle \langle N_2 \rangle) \\ &= \alpha (\eta_1^2 \langle N_1^2 \rangle + \eta_2^2 \langle N_2^2 \rangle) + \eta_1 \langle N_1 \rangle + \eta_2 \langle N_2 \rangle - 2\eta_1 \eta_2 (\langle N_1 N_2 \rangle - \langle N_1 \rangle \langle N_2 \rangle)\end{aligned}\tag{B.17}$$

### Cas corrélé

On a alors  $2 (\langle N_1 N_2 \rangle - \langle N_1 \rangle \langle N_2 \rangle) = \langle N_1^2 \rangle - \langle N_1 \rangle^2 + \langle N_2^2 \rangle - \langle N_2 \rangle^2$ , d'où

$$\sigma_{M_d}^2 = \eta_1 \langle N_1 \rangle + \eta_2 \langle N_2 \rangle - \eta_1 \eta_2 (\langle N_1 \rangle + \langle N_2 \rangle) + \alpha ((\eta_1^2 - \eta_1 \eta_2) \langle N_1 \rangle^2 + (\eta_2^2 - \eta_1 \eta_2) \langle N_2 \rangle^2)\tag{B.18}$$

soit après normalisation par  $\langle N_{1,d} + N_{2,d} \rangle = \eta_1 \langle N_1 \rangle + \eta_2 \langle N_2 \rangle$

$$\mathcal{V} = 1 - \frac{\eta_1 \eta_2 (\langle N_1 \rangle + \langle N_2 \rangle)}{\eta_1 \langle N_1 \rangle + \eta_2 \langle N_2 \rangle} + \alpha (\eta_1 - \eta_2) \frac{\eta_1 \langle N_1 \rangle^2 - \eta_2 \langle N_2 \rangle^2}{\eta_1 \langle N_1 \rangle + \eta_2 \langle N_2 \rangle}\tag{B.19}$$

Quand les efficacités de détection des deux zones sont égales, ou si les modes 1 et 2 ont une statistique poissonnienne ( $\alpha = 0$ ), les fluctuations de la population relative sont toujours subpoissonniennes. Pour  $\eta_1 = \eta_2 = \eta$  et  $\langle N_1 \rangle = \langle N_2 \rangle$ , on retrouve le cas particulier traité au §1.2.4 :  $\mathcal{V} = 1 - \eta$ . Pour des déséquilibres importants de la détectivité ou de la population des deux zones, dans le cas où la statistique des modes 1 et 2 est superpoissonnienne<sup>1</sup>, il est cependant possible que la variance normalisée  $\mathcal{V}$  excède 1.

### Cas non-corrélé

Dans ce cas  $\langle N_1 N_2 \rangle = \langle N_1 \rangle \langle N_2 \rangle$ , soit

$$\begin{aligned}\sigma_{M_d}^2 &= \eta_1 \langle N_1 \rangle + \eta_2 \langle N_2 \rangle + \alpha (\eta_1^2 \langle N_1 \rangle^2 + \eta_2^2 \langle N_2 \rangle^2) \\ &= \langle N_{1,d} \rangle + \langle N_{2,d} \rangle + \alpha (\langle N_{1,d} \rangle^2 + \langle N_{2,d} \rangle^2)\end{aligned}\tag{B.20}$$

La statistique de  $M$  reproduit donc celle de  $N_1$  et  $N_2$ , et  $\sigma_{M_d}^2$  n'est jamais inférieure au bruit de grenaille  $\langle N_{1,d} + N_{2,d} \rangle$ .

Nous sommes donc sûrs qu'une fluctuation subpoissonnienne de  $M$  ne peut résulter que du processus de création de paires, et pas d'une asymétrie entre les zones.

1. On peut démontrer que, si on ne considère qu'une paire de modes, cette statistique est thermique ( $\alpha = 1$ ). Pour une superposition de  $N_m$  paires de modes,  $\alpha = 1/N_m$ .

## Annexe C

### Articles

**Spontaneous Four-Wave Mixing of de Broglie Waves :  
Beyond Optics** 157

référence [[Krachmalnicoff 10](#)]

**Bose-Einstein Condensation and Spin Mixtures of  
Optically Trapped Metastable Helium** 161

référence [[Partridge 10](#)]

**Sub-Poissonian Number Differences in Four-Wave  
Mixing of Matter Waves** 165

référence [[Jaskula 10a](#)]



## Spontaneous Four-Wave Mixing of de Broglie Waves: Beyond Optics

V. Krachmalnicoff,<sup>1</sup> J.-C. Jaskula,<sup>1</sup> M. Bonneau,<sup>1</sup> V. Leung,<sup>1</sup> G. B. Partridge,<sup>1</sup> D. Boiron,<sup>1</sup> C. I. Westbrook,<sup>1</sup> P. Deuar,<sup>2</sup> P. Ziń,<sup>3</sup> M. Trippenbach,<sup>4</sup> and K. V. Kheruntsyan<sup>5</sup>

<sup>1</sup>Laboratoire Charles Fabry de l'Institut d'Optique, Univ Paris Sud, CNRS, Campus Polytechnique RD128 91127 Palaiseau France

<sup>2</sup>Institute of Physics, Polish Academy of Sciences, Al. Lotników 32/46, 02-668 Warsaw, Poland

<sup>3</sup>The Andrzej Sołtan Institute for Nuclear Studies, Hoża 69, PL-00-681 Warsaw, Poland

<sup>4</sup>Institute of Theoretical Physics, Physics Department, University of Warsaw, Hoża 69, PL-00-681 Warsaw, Poland

<sup>5</sup>ARC Centre of Excellence for Quantum-Atom Optics, School of Mathematics and Physics, University of Queensland, Brisbane, Queensland 4072, Australia

(Received 21 November 2009; published 15 April 2010)

We investigate the atom-optical analog of degenerate four-wave mixing by colliding two Bose-Einstein condensates of metastable helium. The momentum distribution of the scattered atoms is measured in three dimensions. A simple analogy with photon phase matching conditions suggests a spherical final distribution. We find, however, that it is an ellipsoid with radii smaller than the initial collision momenta. Numerical and analytical calculations agree with this and reveal the interplay between many-body effects, mean-field interaction, and the anisotropy of the source condensate.

DOI: 10.1103/PhysRevLett.104.150402

PACS numbers: 03.75.Nt, 05.30.-d, 34.50.-s

The field of atom optics has developed to the point that one can now speak of the beginning of “quantum-atom optics” [1] in which atoms are manipulated in ways similar to photons and in which quantum fluctuations and entanglement play an important role. The demonstration of atom pair production [2,3], either from the dissociation of ultracold molecules, a process analogous to parametric down-conversion [4–6], or from collisions of Bose-Einstein condensates (BECs) [7–10], analogous to four-wave mixing (FWM) [11–21], holds considerable promise for generating atomic squeezed states and demonstrating nonlocal Einstein-Podolsky-Rosen (EPR) correlations [4,5,22,23]. In both these systems, atom-atom interactions play the role of the nonlinear medium that allows conversion processes. Atoms are not, however, exactly like photons, and in spite of their formal similarity, the processes of pair production of photons and of atoms exhibit some interesting and even surprising differences that must be understood in order for the quantum-atom optics field to advance. In this work, we discuss one such effect.

In optical FWM or parametric down-conversion [24], energy conservation requires that the sum of the energies of the outgoing photons be fixed by the energy of the input photon(s). Phase matching requirements impose constraints on the directions and values of the individual photon momenta. A simple case is degenerate, spontaneous FWM (i.e., two input photons of equal energy) in an isotropic medium, for which energy conservation and phase matching require that the momenta of the output photons lie on a spherical shell whose radius is that of the momenta of the input photons.

We have performed the atom-optical analog of degenerate FWM in colliding BECs while paying careful attention to the momenta of the outgoing atoms. We find that

unlike the optical case, the output momenta do *not* lie on a sphere, but rather on an ellipsoid with short radius *smaller* than the input momentum. This behavior is due to a subtle combination of atom-atom interactions, which impose an energy cost for pair production, and the anisotropy of the condensates, which affects the scattered atoms as they leave the interaction region.

Although an analogous effect could exist in optics, optical nonlinearities are typically so small that the effect is negligible. However, in the process of high-harmonic generation in intense laser fields, a similar effect has been discussed [25]. There, phase-matching conditions can become significantly intensity dependent, and the ponderomotive acceleration of electrons alters the phase and energy balance of the harmonic generation process. Thus the ponderomotive force plays a role loosely analogous to that of the mean-field repulsion in our problem.

To fully understand the results, we have simulated the BEC collision using a fully quantum, first-principles numerical calculation based on the positive- $P$  representation method [17,20], and find quantitative agreement with the experiment. We have also analyzed the problem using a stochastic implementation of the Bogoliubov approach, which allows us to identify and illustrate the contributions of various interaction effects in the process.

The experimental setup is similar to that described in [3]. We start from a BEC of  $\sim 10^5$  atoms magnetically trapped in the  $m_x = 1$  sublevel of the  $2^3S_1$  metastable state of helium-4. The trap is cylindrically symmetric with axial and radial frequencies of 47 and 1150 Hz, respectively. The bias field of  $\sim 0.25$  G along the  $x$  axis defines the quantization axis.

To generate the two colliding BECs, we use a two-step process. First, the atoms are transferred to the  $m_x = 0$  state

by a stimulated Raman transition. Using a 4  $\mu\text{s}$  long pulse, we transfer 90% of the atoms to this magnetically untrapped state. 1  $\mu\text{s}$  after the end of the Raman pulse, the BEC is split into two counterpropagating condensates with a Bragg pulse driven by two laser beams propagating at approximately  $90^\circ$ , as shown in Fig. 1(a). The parameters of the Bragg pulse are adjusted to transfer half of the atoms to a state moving at relative velocity  $2v_0$  in the  $yz$  plane, with  $v_0 = 7.31$  cm/s, which is  $\sim 4$  times the speed of sound in the center of the BEC. The condensates thus separate along the *radial* axis, unlike in the experiment of Ref. [3]. To analyze the data we will use a center-of-mass reference frame, in which the collision axis is defined as  $Z$  (tilted by about  $45^\circ$  from  $z$ ),  $X \equiv x$ , and  $Y$  is orthogonal to  $Z$  and  $X$  (see Fig. 1).

After the collision, the atoms fall onto a microchannel plate detector placed 46.5 cm below the trap center. A delay line anode permits reconstruction of a 3D image of the cloud of atoms. The flight time to the detector (300 ms), is long enough that the 3D reconstruction gives a 3D image of the velocity distribution after the collision. Binary,  $s$ -wave collisions between atoms in the BECs should (*naively*) result in the scattered particles being uniformly distributed on a sphere in velocity space with radius equal to the collision velocity  $v_0$ . The collision along the radial axis allows access to the entire collision halo in a plane containing the anisotropy of the BEC (the  $XY$  plane) without distortion from the condensates. As in Ref. [3], we observe a strong correlation between atoms with opposite velocities confirming that the observed halo is indeed the result of binary collisions.

In Fig. 2(a) we show a slice of the scattering halo in the  $XY$ -plane that reveals its annular structure. A dashed circle

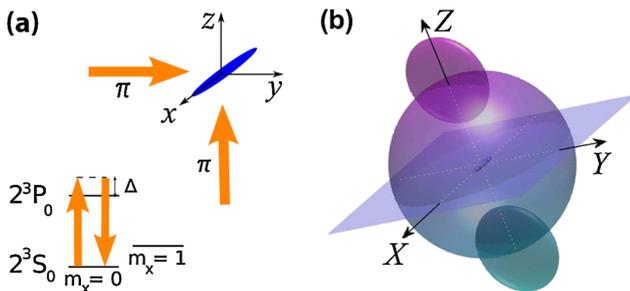


FIG. 1 (color online). (a) Geometry of the Bragg beams and level scheme of the  $2^3S_1 - 2^3P_0$  transition of  $^4\text{He}$  (at 1083 nm). A Bragg pulse of two  $\pi$ -polarized laser beams (shown by the two arrows) detuned by  $\Delta/2\pi = 600$  MHz produces two counterpropagating BECs that separate along their radial dimension at approximately  $45^\circ$  to the vertical ( $z$ ) axis at relative velocity  $2v_0$ . (b) Schematic diagram of the collision geometry in the center-of-mass frame in which we denote the collision axis as  $Z$ . The two disks represent the colliding condensates in momentum space. The sphere represents the halo of scattered atoms. The cigar shaped initial condensate with axial direction  $X = x$  is shown in the center. We analyze the experimental data in the  $XY$  plane.

of radius 1, indicating the momentum  $\hbar k_0 = mv_0$ , is shown for comparison. We can see that the ring corresponding to the mean momentum of scattered atoms does not lie exactly on the dashed line, but rather slightly within it, and that the deviation is anisotropic. The ring thickness and density are also anisotropic, though in the present work we concentrate on the behavior of the radius. To analyze the data more quantitatively, we divide the ring into azimuthal sectors and fit a Gaussian peak plus a linearly sloped background to extract a value for the halo radius as a function of the angle  $\phi$  [20]. It is clear from Fig. 2(c) that the radius of the halo in momentum space varies approximately sinusoidally by  $\pm 2\%$  and that it is almost always smaller than  $k_0$ .

To understand this result qualitatively, we first consider the energy balance for pair production in a homogeneous BEC. Removing an atom from the condensate liberates an energy corresponding to the chemical potential,  $g\rho$ , where  $g = 4\pi a\hbar^2/m$ ,  $a$  is the  $s$ -wave scattering length, and  $\rho$  the density. Here, we have two counterpropagating conden-

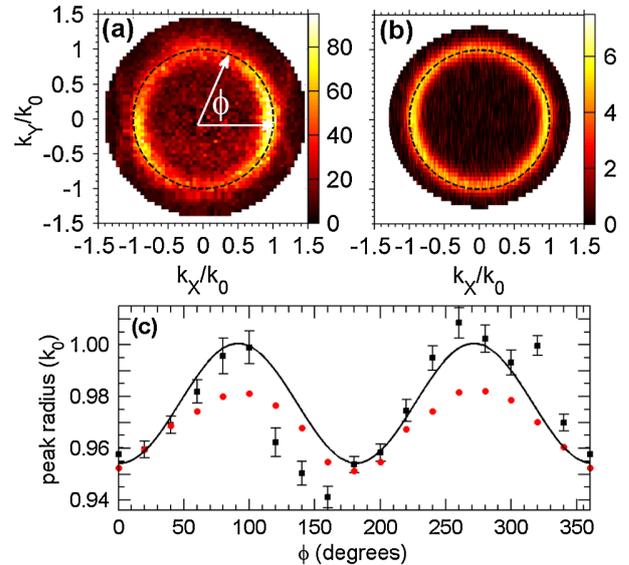


FIG. 2 (color online). (a) Average momentum space density  $n(k_x, k_y)$  (in arb. units, from  $\sim 1500$  experimental runs) of the experimentally observed scattering halo on the equatorial plane ( $k_x, k_y$ ); the density is averaged over a disk of thickness  $[-0.1k_0, +0.1k_0]$  along  $k_z$ . (b) Same as in (a) but from the positive- $P$  simulation (see text) after 70  $\mu\text{s}$  collision time, in units of  $10^{-18}$   $\text{m}^3$ . (c) Plot of the peak radius of the scattering halo on the equatorial plane versus the azimuthal angle  $\phi$ . Black squares are experimental data, while the red circles are from the simulation. The data is binned into 18 angular bins of  $\Delta\phi = 20^\circ$ , and each data point for the peak radius is derived from a Gaussian fit to the radial distribution  $n(k_R, \phi) \equiv n(k_x = k_R \cos\phi, k_y = k_R \sin\phi)$  at the respective angle  $\phi$  (the error bars show the statistical uncertainty in the fits; in addition, there is a systematic uncertainty of  $\pm 1.5\%$  in the determination of the average radius of the sphere). The smooth line is a sinusoidal fit to the experimental data.

sates (each having density  $\rho/2$ ), which for simplicity we model as plane waves. In the presence of the spatial modulation due to their interference, the energy liberated by removing one atom changes to  $3g\rho/2$  [26]. On the other hand, placing an atom in a scattering mode requires an energy  $2g\rho$  since the scattered atom is distinguishable from those in the condensate. Energy conservation, including the mean-field contributions, gives

$$\frac{\hbar^2 k_0^2}{2m} + \frac{3}{2}g\rho = \frac{\hbar^2 k_s^2}{2m} + 2g\rho, \quad (1)$$

where we denote the absolute momentum of one scattered atom  $\hbar k_s$ . Thus, the initial scattered momentum is *smaller* than the ingoing momentum,  $k_s < k_0$ . This effect was observed in a numerical simulation in Ref. [14]; a similar effect was discussed in Ref. [8]. Using plane waves to model the BECs is of course a crude approximation, but if we replace  $\rho$  by the central density of an inhomogeneous BEC, we find  $k_s = 0.96k_0$  for the experimental parameters.

In addition to this *initial* energy balance analysis, a second effect must be taken into account. Once created, the scattered atoms escape from the condensate region and gain energy from the mean-field interaction potential. The effect is similar to that reported in Ref. [26], an experiment which observed the mutual repulsion of two BECs after Bragg diffraction. If the source BEC were stationary, atoms would gain a kinetic energy  $2g\rho$  as they roll-off the mean-field potential. In our system however, the potential also evolves in time and goes to zero in the  $XY$  plane on a time scale corresponding to the time for the two condensates to separate ( $\sim 70 \mu\text{s}$ ). The rapid vanishing of the potential on the equatorial plane has a very different effect on scattered atoms moving in the  $X$  and  $Y$  directions. Atoms moving along  $Y$ , the small dimension of the trap, escape the condensate overlap region on a timescale of  $\sim 40 \mu\text{s}$ , faster than the condensates can separate. As a result, these atoms are accelerated by a steep potential gradient and regain part of the energy  $2g\rho$  (part—because the potential itself is reduced during the separation). On the other hand, atoms moving along  $X$ , the long axis of the trap, do not escape before the condensates separate and thus experience much less acceleration. Accordingly the observed momentum along the  $X$  direction is smaller than along  $Y$ , and much closer to the shifted value predicted by Eq. (1).

To describe this experiment quantitatively we perform first-principles positive- $P$  simulations similar to those in Refs. [17,20]. Here, the multimode dynamics of the atomic field operators  $\hat{\Psi}(\mathbf{x}, t)$  and  $\hat{\Psi}^\dagger(\mathbf{x}, t)$  for the  $m_x = 0$  state is fully modeled by two independent complex  $c$  fields,  $\Psi(\mathbf{x}, t)$  and  $\tilde{\Psi}(\mathbf{x}, t)$ , satisfying the Itô stochastic differential equations:

$$\begin{aligned} i\hbar\partial_t\Psi(\mathbf{x}, t) &= \mathcal{A}_{\text{GP}}(\Psi, \tilde{\Psi})\Psi + \sqrt{i\hbar g}\Psi\zeta_1(\mathbf{x}, t), \\ -i\hbar\partial_t\tilde{\Psi}(\mathbf{x}, t) &= \mathcal{A}_{\text{GP}}(\Psi, \tilde{\Psi})\tilde{\Psi} + \sqrt{-i\hbar g}\tilde{\Psi}\zeta_2(\mathbf{x}, t). \end{aligned} \quad (2)$$

Here,  $\mathcal{A}_{\text{GP}}(\Psi, \tilde{\Psi}) = -\hbar^2\nabla^2/(2m) + g\tilde{\Psi}\Psi$  is a deterministic part similar to the mean-field Gross-Pitaevskii (GP) equation,  $\zeta_j(\mathbf{x}, t)$  ( $j = 1, 2$ ) are real independent noise sources with zero mean and correlations  $\langle\zeta_j(\mathbf{x}, t)\zeta_k(\mathbf{x}', t')\rangle = \delta_{jk}\delta^{(3)}(\mathbf{x} - \mathbf{x}')\delta(t - t')$ , while  $g = 4\pi\hbar^2 a/m$  uses  $a = 5.3 \text{ nm}$  [3] for the  $m_x = 0$  atoms.

The initial condition for the outcoupled BEC in the  $m_x = 0$  state (assuming perfect outcoupling for simplicity) is a coherent state with the same density profile  $\rho(\mathbf{x})$  as the trapped BEC in the  $m_x = 1$  state, with  $a = 7.51 \text{ nm}$  [27],  $N_0 = 10^5$  atoms. Modulating this with a standing wave imparts initial momenta  $\pm k_0$  in the  $Z$  direction,

$$\Psi(\mathbf{x}, 0) = \langle\hat{\Psi}(\mathbf{x}, 0)\rangle = \sqrt{\rho(\mathbf{x})/2}(e^{ik_0 Z} + e^{-ik_0 Z}), \quad (3)$$

and models the Bragg pulse that splits the BEC into two equal halves described in the center-of-mass frame. The initial density  $\rho(\mathbf{x})$  is obtained as the ground state solution to the GP equation in the trap, and  $\tilde{\Psi}(\mathbf{x}, 0) = \Psi(\mathbf{x}, 0)^*$ . The results of this simulation are shown in Fig. 2(b) and 2(c) for  $t = 70 \mu\text{s}$  at which time the condensates have fully separated and the collision is over. The result of the simulation is in reasonable agreement with the experiment. The remaining discrepancy could be because the experiment, unlike the simulation, averages over a broad distribution of initial atom numbers. Since large condensates scatter more atoms, these events have more statistical weight and bias the data towards larger modulations.

In order to confirm the qualitative mean-field mechanisms described above, we also perform an analysis of the collision dynamics using a time-adaptive Bogoliubov approach [28], in which the atomic field operator is split into the mean-field ( $\psi_0$ ) and fluctuating components,  $\hat{\Psi}(\mathbf{x}, t) = \psi_0(\mathbf{x}, t) + \hat{\delta}(\mathbf{x}, t)$ . The coherent BEC wave function  $\psi_0(\mathbf{x}, t)$  evolves according to the standard time-dependent GP equation, with the initial condition given by Eq. (3). The fluctuating component  $\hat{\delta}(\mathbf{x}, t)$  describes incoherent scattered atoms, and is initially in the vacuum state. In the Bogoliubov approach,  $\hat{\delta}$  evolves as

$$i\hbar\partial_t\hat{\delta}(\mathbf{x}, t) = \mathcal{H}_0(\mathbf{x}, t)\hat{\delta} + \mathcal{G}(\mathbf{x}, t)\hat{\delta}^\dagger. \quad (4)$$

Here,  $\mathcal{H}_0(\mathbf{x}, t) = -\hbar^2\nabla^2/(2m) + 2g|\psi_0(\mathbf{x}, t)|^2$  contains the kinetic energy and the mean-field potential energy  $2g|\psi_0(\mathbf{x}, t)|^2$  for scattered atoms. The effective coupling  $\mathcal{G}(\mathbf{x}, t) = g\psi_0(\mathbf{x}, t)^2$  causes spontaneous pair production of scattered atoms. The dynamics of the field  $\hat{\delta}$  is then formulated using the positive- $P$  representation [28], leading to the (stochastic field) evolution equations

$$\begin{aligned} i\hbar\partial_t\delta(\mathbf{x}, t) &= \mathcal{H}_0\delta + \mathcal{G}\tilde{\delta} + \sqrt{i\mathcal{G}}\zeta_1(\mathbf{x}, t), \\ -i\hbar\partial_t\tilde{\delta}(\mathbf{x}, t) &= \mathcal{H}_0\tilde{\delta} + \mathcal{G}^*\delta + \sqrt{-i\mathcal{G}^*}\zeta_2(\mathbf{x}, t), \end{aligned} \quad (5)$$

which, unlike the full calculation (2), are stable in time because the noise is nonmultiplicative. This method takes

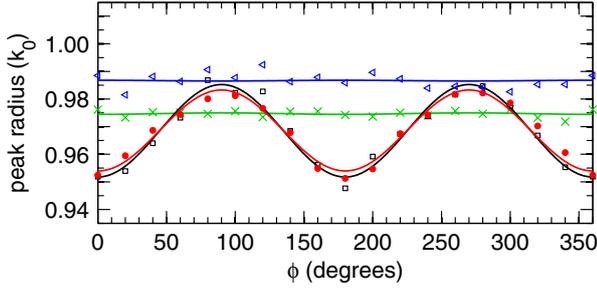


FIG. 3 (color online). Predictions for the peak radius of the scattering halo as in Fig. 2(c), after the end of the collision (72  $\mu$ s), with various controlled changes. *Red*- $\bullet$ : full positive- $P$  calculation, Eq. (2) [same as in Fig. 2(c)]; *Black*- $\square$ : anisotropic Bogoliubov calculation, Eq. (5); *Blue*- $\triangleleft$ : anisotropic Bogoliubov, but with mean-field potentials  $\propto g|\psi_0|^2$  removed from Eq. (5) and from the GP equation for  $\psi_0(\mathbf{x}, t)$ ; *Green*- $\times$ : full Bogoliubov, but with *spherical* BECs and unchanged peak density  $\rho(0)$  (200  $\mu$ s).

into account the temporal evolution and spatial separation of the two condensates; the stochastic formulation of the evolution of the field  $\hat{\delta}(\mathbf{x}, t)$  makes explicit diagonalizations on the (enormous) Hilbert space unnecessary. As condensate depletion is  $\sim 1.5\%$  here, the stochastic Bogoliubov results are in excellent agreement with the positive- $P$  simulations, as seen in Fig. 3.

Figure 3 also shows simulations performed with controlled changes applied to the system. The *green* ( $\times$ ) points use a spherical initial condensate and show no anisotropy in the scattering sphere, unlike the black ( $\square$ ) squares for the anisotropic case. The *blue* ( $\triangleleft$ ) points have no mean-field potential, confirming that this potential is essential for both the radius shift and the ellipticity.

The ability to detect three dimensional momentum vectors of individual atoms allows the identification of small, previously unseen anomalies in the scattering “sphere” resulting from a simple collision between two condensates. First-principles simulations reproduce these small anomalies and help us to identify the important physical processes. An important application of pair production is the study and exploitation of quantum correlations between the pairs, for example, via Bell and EPR type experiments [29,30]. A matter-wave analogue of the optical EPR experiment with parametric down-conversion [30] has been discussed in Ref. [22] in the context of dissociation of a BEC of molecular dimers, which produces atom-atom correlations similar to four-wave mixing. In addition to the kinematic effects we report here, mean-field effects will also affect the *phases* of the associated two-particle wave functions. Future work must carefully evaluate the effects of such (anisotropic and possibly fluctuating) phase

shifts on observables like the contrast of one- and two-particle interference fringes.

We thank M. Gajda for valuable suggestions. This work was supported by the French ANR, the IFRAF institute, and the Euroquam Project CIGMA. G. P. is supported by a European Union Marie Curie IIF Fellowship. P. D. acknowledges the EU contract MEIF-CT-2006-041390. P. Z. and M. T. are supported by Polish Government Research Grants. K. K. acknowledges support by the Australian Research Council, and the hospitality of the Université Paris-Sud 11.

- 
- [1] P. Meystre, *Atom Optics* (Springer, Berlin, 2001).
  - [2] M. Greiner *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **94**, 110401 (2005).
  - [3] A. Perrin *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **99**, 150405 (2007).
  - [4] T. Opatrny and G. Kurizki, *Phys. Rev. Lett.* **86**, 3180 (2001).
  - [5] K. V. Kheruntsyan and P. D. Drummond, *Phys. Rev. A* **66**, 031602(R) (2002).
  - [6] C. M. Savage, P. E. Schwenn, and K. V. Kheruntsyan, *Phys. Rev. A* **74**, 033620 (2006).
  - [7] L. Deng *et al.*, *Nature (London)* **398**, 218 (1999).
  - [8] J. M. Vogels, K. Xu, and W. Ketterle, *Phys. Rev. Lett.* **89**, 020401 (2002).
  - [9] J. M. Vogels, J. K. Chin, and W. Ketterle, *Phys. Rev. Lett.* **90**, 030403 (2003).
  - [10] N. Katz *et al.*, *Phys. Rev. A* **70**, 033615 (2004).
  - [11] H. Pu and P. Meystre, *Phys. Rev. Lett.* **85**, 3987 (2000).
  - [12] L.-M. Duan *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **85**, 3991 (2000).
  - [13] Y. B. Band *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **84**, 5462 (2000).
  - [14] R. Bach, M. Trippenbach, and K. Rzazewski, *Phys. Rev. A* **65**, 063605 (2002).
  - [15] P. Ziń *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **94**, 200401 (2005).
  - [16] A. A. Norrie, R. J. Ballagh, and C. W. Gardiner, *Phys. Rev. Lett.* **94**, 040401 (2005).
  - [17] P. Deuar and P. D. Drummond, *Phys. Rev. Lett.* **98**, 120402 (2007).
  - [18] K. Mølmer *et al.*, *Phys. Rev. A* **77**, 033601 (2008).
  - [19] J. Chwedeńczuk *et al.*, *Phys. Rev. A* **78**, 053605 (2008).
  - [20] A. Perrin *et al.*, *New J. Phys.* **10**, 045021 (2008).
  - [21] M. Ögren and K. V. Kheruntsyan, *Phys. Rev. A* **79**, 021606 (R) (2009).
  - [22] K. V. Kheruntsyan, M. K. Olsen, and P. D. Drummond, *Phys. Rev. Lett.* **95**, 150405 (2005).
  - [23] A. J. Ferris, M. K. Olsen, and M. J. Davis, *Phys. Rev. A* **79**, 043634 (2009).
  - [24] M. O. Scully and M. S. Zubairy, *Quantum Optics* (Cambridge University Press, Cambridge, England, 1997).
  - [25] P. Balcou *et al.*, *Phys. Rev. A* **55**, 3204 (1997).
  - [26] J. Simsarian *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **85**, 2040 (2000).
  - [27] S. Moal *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **96**, 023203 (2006).
  - [28] P. Deuar *et al.* (unpublished).
  - [29] J. G. Rarity and P. R. Tapster, *Phys. Rev. Lett.* **64**, 2495 (1990).
  - [30] Z. Y. Ou *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **68**, 3663 (1992).

**Bose-Einstein condensation and spin mixtures of optically trapped metastable helium**

G. B. Partridge, J.-C. Jaskula, M. Bonneau, D. Boiron, and C. I. Westbrook

*Laboratoire Charles Fabry de l'Institut d'Optique, Université Paris Sud, CNRS, Campus Polytechnique RD 128, F-91127 Palaiseau, France*

(Received 22 March 2010; published 26 May 2010)

We report the realization of a Bose-Einstein condensate of metastable helium-4 atoms ( $^4\text{He}^*$ ) in an all-optical potential. Up to  $10^5$  spin-polarized  $^4\text{He}^*$  atoms are condensed in an optical dipole trap formed from a single, focused, vertically propagating far-off-resonance laser beam. The vertical trap geometry is chosen to best match the resolution characteristics of a delay-line anode microchannel plate detector capable of registering single  $\text{He}^*$  atoms. We also confirm the instability of certain spin-state combinations of  $^4\text{He}^*$  to two-body inelastic processes, which necessarily affects the scope of future experiments using optically trapped spin mixtures. In order to better quantify this constraint, we measure spin-state-resolved two-body inelastic loss rate coefficients in the optical trap.

DOI: [10.1103/PhysRevA.81.053631](https://doi.org/10.1103/PhysRevA.81.053631)

PACS number(s): 03.75.Hh, 34.50.Fa, 37.10.Gh

**I. INTRODUCTION**

When a helium atom is placed in the long-lived  $2^3S_1$  metastable state, it behaves in many ways like any number of other atomic species used in trapping and cooling experiments. In particular, metastable helium ( $\text{He}^*$ ) can be manipulated by common laser and evaporative cooling techniques, the applications of which have culminated in the Bose-Einstein condensation of  $^4\text{He}^*$  [1–4] and the realization of a degenerate Fermi gas of  $^3\text{He}^*$  [5]. Despite many similarities however, ultracold metastable helium also presents unique rewards and challenges in relation to the more traditional ultracold alkali-metal atomic systems because of the almost 20 eV of potential energy per atom that is stored in the metastable excited state.

One of the most appealing aspects of  $\text{He}^*$  is the range of possibilities it offers for the detection of individual atoms, as well as for the real-time monitoring of the trapped gas. Through the use of a microchannel plate (MCP) and delay-line anode, it is possible to measure three-dimensional (3D) time-of-flight (TOF) distributions with single-atom resolution [6]. In addition, the stream of ions produced by the collision-induced ionization of trapped atoms provides a real-time *in situ* readout of the density of the trapped gas. Using these techniques, we have previously studied phenomena such as the onset of Bose-Einstein condensation (BEC) in real time [7], the Hanbury Brown–Twiss effect for bosonic and fermionic atoms [6,8], and the degenerate four-wave mixing of matter waves resulting from collisions between condensates [9,10]. The pairing of an MCP and a phosphor screen has also allowed the direct imaging of  $\text{He}^*$  atom-laser modes [11–13].

The large energy stored in the metastable state that enables the exceptional detection schemes used in these experiments comes at a price, however: the loss of atoms in the trapped gas through the enhancement of collisional ionization processes [14,15]. Indeed, were it not for the fact that such losses are strongly suppressed in a polarized gas [15–17], it would not have been possible to reach the atomic densities sufficient for condensation.

To date, experiments involving degenerate  $\text{He}^*$  have been largely based upon magnetic trapping, if for no other reason than that the magnetic trap guarantees the spin polarization (for the case of  $^4\text{He}^*$ ) that enables the high densities necessary

to reach degeneracy. In recent years, however, the power and flexibility of all-optical potentials formed from far-detuned laser beams, together with the lifting of the constraint of spin polarization, has facilitated access to diverse fields of study, including models of condensed matter systems and spinor physics [18]. The combination of custom-engineered trapping potentials, the spin degree of freedom, and the power of single-atom detection of  $\text{He}^*$  should open many exciting possibilities.

As a first step in this direction, we have constructed an optical dipole trap for  $\text{He}^*$ . In this paper, we describe the initial implementation of this trap and the subsequent production of a BEC. Moreover, we report measurements of the dominant ionizing loss rate constants between different spin states, the values of which will determine the feasibility of future studies involving nonpolarized gases.

**II. BOSE-EINSTEIN CONDENSATE OF  $^4\text{He}^*$  IN AN OPTICAL TRAP**

Up to  $N = 10^8$   $^4\text{He}^*$  atoms at a temperature of  $T \sim 300 \mu\text{K}$  are initially loaded from a magneto-optical trap into a Ioffe-Pritchard-type magnetic trap in the  $2^3S_1$ ,  $m_J = 1$  magnetic substate, where they are cooled to  $T = 150 \mu\text{K}$  by a retroreflected 1D Doppler beam [19]. An rf-forced evaporation ramp is then applied for  $\sim 4$  s to further cool the gas to  $T = 15 \mu\text{K}$ ,  $N \sim 5 \times 10^6$ , after which time the optical trap, formed from a single far-detuned 1.5- $\mu\text{m}$ -wavelength laser beam focused to a  $1/e^2$  Gaussian beam waist radius of  $w_0 = 43 \mu\text{m}$ , is ramped up to a full power of  $P \sim 1.5$  W over approximately 1 s. The magnetic trap is then switched off in a time on the order of  $100 \mu\text{s}$ , and a bias magnetic field  $B_0 = 4$  G is applied in the horizontal direction in order to maintain the polarization of the atoms.

At full power, the trap provides  $U_0 \sim 50 \mu\text{K}$  of confinement in the radial (horizontal) direction, although because of gravity an effective “lip” is formed at the bottom of the axial (vertical) potential. The height of this lip and correspondingly the effective trap depth  $U_{\text{eff}}$  are strongly dependent on the optical trap’s laser power as well as on residual vertical magnetic-field gradients. Under typical conditions and at full optical power, the trap depth is reduced in this direction by a factor of 3. To further characterize the trapping potential, trap oscillation

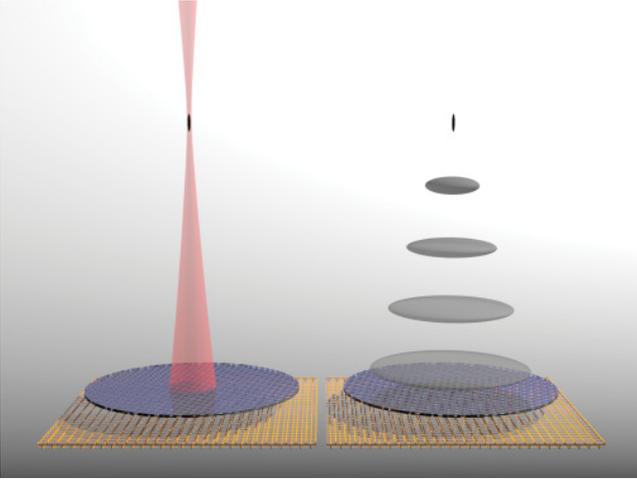


FIG. 1. (Color online) Trap and detector layout. The optical trap is formed from a vertically propagating red-detuned beam. The anisotropy of the potential results in a vertically elongated condensate with typical radial and axial (vertical) Thomas-Fermi radii of  $R_r \sim 2.5 \mu\text{m}$  and  $R_z \sim 600 \mu\text{m}$ , where  $R_i^2 = 2 \mu_{3D}/m\omega_i^2$  (the 3D chemical potential  $\mu_{3D}$  is defined in the text, and trap frequencies  $\omega_i$  corresponding to a BEC are given in the caption of Fig. 2). After release from the trap, during the 300 ms TOF, the condensate expands into a horizontally oriented “pancake” distribution since the radial size increases by a factor of  $\sim 3000$ , while the axial size increases by only a few percent. After their TOF, individual atoms are detected in the horizontal plane with a crossed delay-line anode positioned beneath an MCP. Combined with the time of arrival, this allows a 3D reconstruction of the TOF atomic distribution.

frequencies are measured via the resonant loss of the atoms resulting from parametric excitations driven by intensity modulation of the laser. At full trap depth, the approximated harmonic trap oscillation frequencies are  $\omega_r/2\pi = 2.4 \text{ kHz}$  and  $\omega_z/2\pi = 15 \text{ Hz}$ . At this trap depth, we also measure a background-pressure-limited  $1/e$  atom lifetime of  $\tau \sim 25 \text{ s}$  using a dilute polarized  $m_J = 1$  gas, for which two- and three-body losses are highly suppressed.

After transfer from the magnetic trap, approximately  $N = 10^6$  atoms remain in the optical trap at a temperature of  $T = 5 \mu\text{K}$ . After 1 s of thermalization,  $N$  is reduced by 10%, and the temperature reaches a steady-state value of  $3 \mu\text{K}$ . Further cooling is achieved by evaporation as the trap laser intensity  $I$  is decreased from maximum,  $I_0$ , toward a constant nonzero value,  $I_F$ , in an exponential fashion over  $\sim 4 \text{ s}$  as  $I(t) = (I_0 - I_F)e^{(-t/\tau)} + I_F$ , where the time constant  $\tau = 1 \text{ s}$ . After evaporation, the trapping beam is switched off and the atoms fall onto the MCP detector, located 47 cm below the trapping region (TOF  $\sim 300 \text{ ms}$ ), as illustrated in Fig. 1.

The final degeneracy of the atomic cloud can be controlled by either varying the offset of the evaporation trajectory,  $I_F$ , or by interrupting the trajectory before the final trap depth is reached. Figure 2 shows time-of-flight momentum distributions corresponding to three different final trap depths. The distribution of the condensed fraction exemplifies the striking inversion of aspect ratio of the initially cigar-shaped condensate that results from the anisotropic expansion during the long TOF.

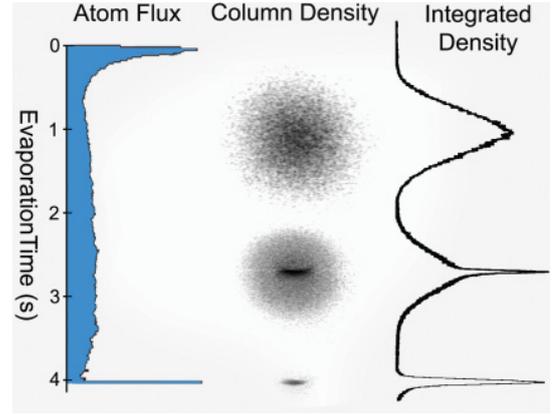


FIG. 2. (Color online) Evaporation to a BEC. On the left is the flux of atoms exiting the trap over the vertical potential lip during evaporation. These atoms remain confined by the trapping beam in the horizontal plane and so are guided onto the MCP. The peak near time 0 s is associated with atoms lost during transfer from the magnetic trap and the subsequent rapid thermalization of the remaining atoms. The peak near 4 s is the TOF density distribution of the cold atoms released at the end of evaporation. In the center are 2D column densities obtained by integration along one horizontal axis of the 3D TOF density distributions of released clouds of various temperatures. On the right are the corresponding axial profiles made by integration along the remaining horizontal axis. At full trap depth, the temperature  $T = 3 \mu\text{K} > T_c$ , where the critical temperature for condensation  $T_c \approx 2 \mu\text{K}$ , and so the momentum distribution is thermal (top). As the temperature is lowered below  $T_c$ , the distribution becomes a bimodal superposition of thermal and condensed atoms, marked by the high visibility of the pancake-shaped condensed fraction contrasted with the uniformly distributed thermal component (middle). When the trap intensity is lowered to  $I \approx 0.5I_0$ , the temperature  $T \ll T_c$ , and the thermal component is removed, leaving a quasipure condensate of up to  $N = 10^5$  atoms with condensed atom fraction  $N_c/N \geq 0.9$  (bottom). At this trap depth ( $U_{\text{eff}}/k_B \sim 0.25 \mu\text{K}$ ), the trap frequencies are  $\omega_r/2\pi = 1.5 \text{ kHz}$  and  $\omega_z/2\pi = 6.5 \text{ Hz}$ .

Because of the vertical orientation of the beam relative to gravity, the escaping atoms exit the trap primarily over the lip at the bottom of the trap, along the propagation direction of the laser, during evaporation. This results in an intense beam of optically guided atoms that is registered on the MCP directly below the trap. This signal of evaporated atom flux versus time, shown in Fig. 2, has proven useful in the optimization of atom transfer from the magnetic trap and subsequent evaporation, and provides a unique real-time method of monitoring the evolution of the cooling gas. Moreover, the same mechanism has recently been used to guide an atom laser formed from a He\* BEC [13].

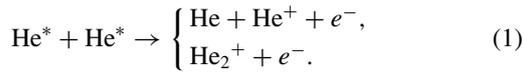
The primary motivation for the vertical orientation of this trap, however, is to create a better “mode matching” between the time-of-flight density distribution of the condensate and the resolution capabilities of the MCP detector, for which the resolution in the vertical direction,  $\sigma_z \approx 3 \text{ nm}$ , is much higher than that in the horizontal direction,  $\sigma_{x,y} \approx 300 \mu\text{m}$ . In addition to aligning the small dimension of the pancake BEC with the high-resolution direction of the detector (see Fig. 1), this geometry is expected to improve the contrast of measurements of the Hanbury Brown–Twiss type of

correlations, since the shortest correlation length, associated with the vertically elongated potential, is now aligned with the vertical axis [6,8].

Finally, we note that condensates formed at the lowest trap depths, such as those shown in Fig. 2, approach the crossover to 1D that occurs when the 3D chemical potential falls below the energy of the first harmonic oscillator state of the radial potential [20,21]:  $\mu_{3D} = \frac{1}{2}\hbar\bar{\omega}(15Na/\bar{a})^{2/5} < \hbar\omega_r$ , where  $\bar{\omega} = (\omega_r^2\omega_z)^{1/3}$  is the geometric mean of the trap frequencies,  $\bar{a} = \sqrt{\hbar/(m\bar{\omega})}$  is the characteristic oscillator length,  $a = 7.5$  nm is the  $s$ -wave scattering length [22], and  $m$  is the  ${}^4\text{He}$  atomic mass. Condensates with further reduced number  $N \sim 10^4$  remain well within our detection capabilities, and can in fact cross this boundary.

### III. INELASTIC LOSSES IN A THERMAL SPIN MIXTURE OF ${}^4\text{He}^*$

As already mentioned, it is primarily the stored internal energy of the metastable  ${}^4\text{He}^*$  atom that distinguishes it from more commonly trapped alkali-metal atoms. This characteristic allows single-atom detection, but also leads to increased susceptibility to inelastic loss processes whose rates are enhanced by Penning and associative ionization:



In an external field, the  $2^3S_1$  state of  ${}^4\text{He}^*$  has three magnetic substates  $m_J = \pm 1$  and  $m_J = 0$ . In a magnetic trap, the required polarization of the trapped gas in the  $m_J = 1$  state suppresses these processes. In an optical trap, however, atoms in all spin projections can be confined. To better comprehend the feasibility of exploiting this added degree of freedom, we now turn to state-resolved measurements of inelastic loss from spin mixtures of thermal atoms in the optical trap.

At low temperatures such as those considered in this work, where  $s$ -wave atomic collisions dominate, inelastic collisions between  ${}^4\text{He}^*$  atoms can take place through the  ${}^5\Sigma_g^+$  potential for colliding atoms with total spin  $M \neq 0$ , or the  ${}^1\Sigma_g^+$  potential for  $M = 0$ , where  $M = \sum m_J$  is the sum of the spin projections of the colliding atoms. Ionization processes are spin forbidden for collisions through the former, which is the origin of the suppression of inelastic losses in spin-polarized samples. Moreover, any other combination of input states with  $M \neq 0$  should be likewise suppressed. The collisions that remain are those between atoms with  $M = 0$ , namely, collisions involving two  $m_J = 0$  atoms or one each of  $m_J = 1$  and  $m_J = -1$  [15,23,24].

By creating mixtures of various spin states and monitoring their populations as a function of time, we can test this prediction and also quantitatively measure the loss rates for the dominant processes. As previously described, atoms are initially loaded into the optical trap and cooled in the  $2^3S_1$ ,  $m_J = 1$  magnetic substate, the same one that is trapped in the magnetic trap. After transfer, the optical trap depth is lowered such that the gas temperature approaches, but does not go below,  $T_c$ . This cooling phase is followed by an adiabatic recompression to full intensity, where the trap is held for  $\sim 1$  s to ensure thermalization. Typical values following this trap

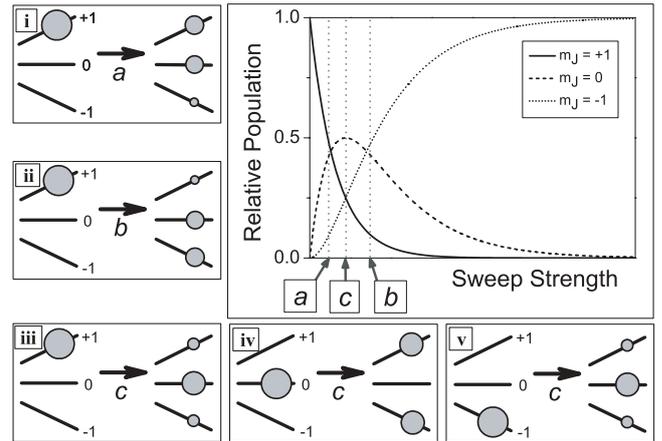


FIG. 3. rf sweep schemes. The large panel shows the solution to the three-level LZ system for input state  $m_J = 1$ , plotted vs the sweep strength, which is proportional to the rf power for a sufficiently broad sweep of fixed duration. Panels (i)–(v) show the effects of ramps of various strengths (labeled  $a$ ,  $b$ , and  $c$ ) on different input states. Note that the total population is an incoherent mixture of spin states, so only single-state inputs are considered. Panels (i)–(iii) correspond directly to the main panel, and (v) is equivalent to (iii) with the  $m_J = \pm 1$  states reversed. The behavior of panel (iv) cannot be inferred from the main panel, since the input state in this case is  $m_J = 0$ , although we have confirmed the result both experimentally and numerically, as described in the text.

trajectory are  $N = 5 \times 10^5$  and  $T = 2.0 \mu\text{K}$ , so that  $T/T_c \gtrsim 1.25$  with peak density  $n_0 \approx 2.5 \times 10^{12} \text{ cm}^{-3}$ .

After cooling and recompression, spin mixtures are created from the polarized  $m_J = 1$  gas by a nonadiabatic rf sweep across the transition between adjacent levels,  $m_J = \pm 1 \leftrightarrow m_J = 0$ . For the current work, we use 2-ms linear sweeps of 3 MHz centered at  $\sim 11$  MHz at three separate power settings to prepare the atom spin states in different proportions. Figure 3 shows a numeric solution to a three-level Landau-Zener (LZ) problem as a function of sweep strength, which is proportional to the rf power divided by the linear sweep rate [25]. As illustrated in Fig. 3, for the case of the weak sweep  $a$ , the final population is approximately evenly split between the  $m_J = +1$  and  $m_J = 0$  states, with a small amount ( $\sim 10\%$ ) of  $m_J = -1$ . A sweep of intermediate power,  $c$ , places half the atoms in the  $m_J = 0$  state, with the remaining half split evenly between the  $m_J = \pm 1$  states. As the rf power is increased further, the sweep  $b$  splits the population between  $m_J = 0$  and  $m_J = -1$ , with a small amount ( $\sim 10\%$ ) of  $m_J = 1$  remaining.

Before making quantitative measurements of the loss rates, we first check the overall relative stability of various combinations of spins. After spin preparation, the trap is held at full power for a variable time, and is then suddenly switched off. A Stern-Gerlach vertical magnetic-field gradient is then applied in order to impart a spin-dependent momentum component, such that after the TOF the arrival times of the three spin-state populations are different and each can be counted separately by the MCP.

Figures 4(a) and 4(b) show measurements of losses in imbalanced spin mixtures prepared with sweeps  $a$  and  $b$  of

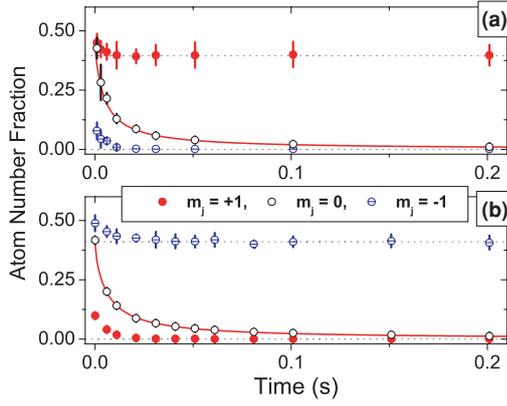


FIG. 4. (Color online) Loss processes in imbalanced mixtures. Two initial spin-state populations prepared using *a* and *b* of Fig. 3 are plotted vs time to determine the stable and unstable spin combinations. The error bars correspond to the standard deviation of the mean derived from repeated measurements. The solid curve through the  $m_J = 0$  points is a fit to a two-body loss process corresponding to a preliminary value  $\beta_{00}^{\text{prelim}} \approx 7 \times 10^{-10} \text{ cm}^3/\text{s}$ , and is shown for reference, since in this case, systematic uncertainties in atom number and temperature that result from residual distortions associated with the Stern-Gerlach field limit the precision of the measurement. The dotted horizontal lines are shown for reference.

Fig. 3, respectively. In Fig. 4(a), the populations of all three spin states initially decay until the  $m_J = -1$  state is depleted, at which time the  $m_J = 1$  population stabilizes while the  $m_J = 0$  population continues to decay for the entire duration. Figure 4(b) shows a similar measurement in which the roles of  $m_J = 1$  and  $m_J = -1$  have been reversed. The observed behavior confirms the instability of the  $(m_J, m'_J) = (1, -1)$  and  $(0, 0)$  mixtures, as well as the relative stability of the  $(m_J, m'_J) = (0, 1), (0, -1), (1, 1)$ , and  $(-1, -1)$  mixtures. The extent of the stabilization of the  $m_J = 1$  state in Fig. 4(a) and the  $m_J = -1$  state in Fig. 4(b) in the presence of the remaining  $m_J = 0$  gas places a coarse upper limit on the loss rate coefficients  $\beta_{10, -10, 11, -1-1} \lesssim 10^{-13} \text{ cm}^3/\text{s}$ , although two-body loss processes below this level are indistinguishable from the background one-body losses under the present experimental conditions. This finding is consistent with the suppression of ionizing collisions already observed for spin-polarized  $m_J = 1$  samples, and, moreover, is a direct demonstration of the extension of this suppression to other atom pairs with total spin  $M \neq 0$ .

With the stable and unstable combinations of spin states identified, we now focus on a careful and quantitative treatment of the more dominant loss rates between states  $(m_J, m'_J) = (0, 0)$  and  $(1, -1)$ . In the following, we model the local atomic density of the thermal gas,  $n = n(\mathbf{r})$ , as

$$\frac{dn}{dt} = -\Gamma n - \beta n^2 - L_3 n^3, \quad (2)$$

where  $\Gamma = 1/\tau = 0.04 \text{ s}^{-1}$  is the measured one-body loss rate caused by background-gas collisions and off-resonance scattering of trap laser photons,  $\beta$  is the two-body loss rate coefficient, and  $L_3$  accounts for three-body contributions to the loss rate. Although we keep the three-body term  $L_3$

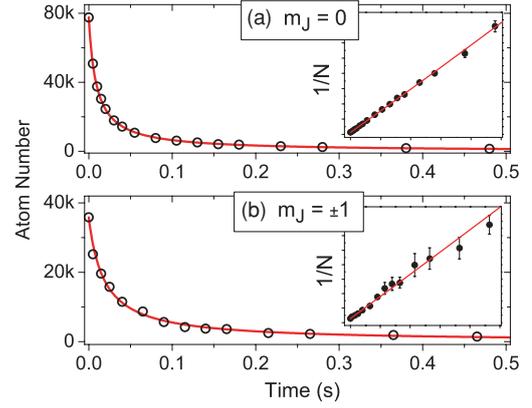


FIG. 5. (Color online) Loss of  $m_J = 0$  and  $m_J = \pm 1$  atoms. The populations of the  $m_J = 0$  state or the  $m_J = \pm 1$  atoms are separately measured to refine measurements of the corresponding loss rate constants  $\beta_{00}$  and  $\beta_{\pm 1}$ . Error bars, corresponding to the standard deviation of the mean, are equivalent to or smaller than the data point symbols (on the linear scale). The curves show the best fit to a two-body decay process for a thermal Bose gas in the true optical-plus-gravitational potential, including the measured one-body loss rate, as described in the text. The insets show the same data and fits plotted as  $1/N$  vs time. When plotted in this way, the decay resulting from purely two-body processes appears linear with time, and so the linearity of the data exemplifies the limited contribution of one- and three-body loss processes.

for the time being, we intentionally use low-density gases in order to minimize its contribution and isolate two-body effects.

In order to compare with our data, Eq. (2) is put into terms of the total number  $N$  by spatial integration over the extent of the inhomogeneous density distribution of the trapped cloud,  $n(\mathbf{r})$ ,

$$\frac{dN}{dt} = -\Gamma N - \beta N \langle n \rangle - L_3 N \langle n^2 \rangle, \quad (3)$$

where  $\langle n^q \rangle = (1/N) \int d^3r [n(\mathbf{r})]^q$ .

If we consider populations of interacting magnetic substates  $(m_J, m'_J) = (i, j)$  with numbers  $N_{i(j)}$  in the  $i$ th ( $j$ th) substate, Eq. (3) becomes

$$\frac{dN_{i(j)}}{dt} = -\Gamma N_{i(j)} - \beta_{ij} N_{i(j)} \langle n_{j(i)} \rangle - L_3 N_{\text{tot}} \langle n_{\text{tot}}^2 \rangle, \quad (4)$$

where  $\beta_{ij}$  is the partial two-body rate coefficient for loss resulting from collisions between states  $(m_J, m'_J) = (i, j)$ , and  $\langle n_{j(i)} \rangle = (1/N_{i(j)}) \int d^3r [n_i(\mathbf{r}) n_j(\mathbf{r})]$  is determined as in Eq. (3) by spatial integration of the density distributions of both states  $i$  and  $j$ . Here we have also generalized the three-body term as an effective rate constant dependent upon the sum of all spin component densities,  $n_{\text{tot}}$ .

Figure 5(a) shows the loss of  $m_J = 0$  atoms from a mixture prepared with half the atoms in the  $m_J = 0$  state and the remaining half split evenly between the  $m_J = \pm 1$  states, as in Fig. 3, panel (iii). To further suppress the contribution of three-body processes in these measurements, we intentionally reduce the atom number such that the peak density is reduced to  $n_0 \approx 10^{11} \text{ cm}^{-3}$ . Furthermore, since we have previously shown the stability of the  $m_J = 0$  state to loss processes involving

## Sub-Poissonian Number Differences in Four-Wave Mixing of Matter Waves

J.-C. Jaskula,<sup>1</sup> M. Bonneau,<sup>1</sup> G. B. Partridge,<sup>1</sup> V. Krachmalnicoff,<sup>1,\*</sup> P. Deuar,<sup>2</sup> K. V. Kheruntsyan,<sup>3</sup> A. Aspect,<sup>1</sup>  
D. Boiron,<sup>1</sup> and C. I. Westbrook<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Laboratoire Charles Fabry de l'Institut d'Optique, CNRS, Univ Paris-Sud, Campus Polytechnique RD128 91127 Palaiseau, France

<sup>2</sup>Institute of Physics, Polish Academy of Sciences, Aleja Lotników 32/46, 02-668 Warsaw, Poland

<sup>3</sup>ARC Centre of Excellence for Quantum-Atom Optics, School of Mathematics and Physics,  
University of Queensland, Brisbane, Queensland 4072, Australia

(Received 30 July 2010; published 2 November 2010)

We demonstrate sub-Poissonian number differences in four-wave mixing of Bose-Einstein condensates of metastable helium. The collision between two Bose-Einstein condensates produces a scattering halo populated by pairs of atoms of opposing velocities, which we divide into several symmetric zones. We show that the atom number difference for opposing zones has sub-Poissonian noise fluctuations, whereas that of nonopposing zones is well described by shot noise. The atom pairs produced in a dual number state are well adapted to sub-shot-noise interferometry and studies of Einstein-Podolsky-Rosen-type non-locality tests.

DOI: 10.1103/PhysRevLett.105.190402

PACS numbers: 03.75.Nt, 34.50.Cx, 42.50.Dv

The creation of squeezed states of the electromagnetic field has been a major preoccupation of quantum optics for several decades [1]. Such states are not only inherently fascinating, but they also have the potential to improve sensitivity in interferometers [1], going beyond the “shot noise” or standard quantum limit. In the field of atom optics, workers are beginning to use the intrinsic nonlinearities present in a matter wave field to produce nonclassical states, especially squeezed states [2–7]. Indeed, an atom interferometer using squeezed inputs was recently demonstrated [8]. In our case, we produce dual number states in four-wave mixing of Bose-Einstein condensates (BECs). These states form the basis of a very different proposal for atom interferometry beyond the standard quantum limit [9–11]. Squeezing of atom samples may prove even more important than squeezing of light because the number of available atoms is often limited; therefore, surpassing the standard quantum limit can be the only way to increase the signal-to-noise ratio and improve performance. In interferometry proposals relying on dual number states, the observable corresponding to the relative phase is completely undetermined. Paradoxically, after passing through a beam splitter, the phase difference is no longer undetermined, but is peaked with a dispersion below the shot noise [10,11]. It has been argued that such states can be more robust to loss processes than maximally entangled states [10]. The pairs we produce should also be entangled in a sense analogous to [12]. A potentially interesting feature of our situation is that the pairs have large spatial separations (several cm here) and are thus well suited to investigations of (nonlocal) EPR entanglement [13] and Bell's inequalities using atoms.

Correlated photon pairs can be generated using optical processes such as four-wave mixing [14] or parametric down-conversion [15]. The matter wave analogs of these

processes have recently been demonstrated [16,17]. The spontaneous four-wave mixing process [17], which we use here, simply corresponds to the collision of two Bose-Einstein condensates during which binary collisions produce scattered pairs of atoms with correlated momenta. Correlations, however, do not guarantee relative number squeezing (see Ref. [18] for an example) nor entanglement. The success of proposals such as those of Refs. [9–11] will likely be determined by the degree of squeezing. Thus, with a view towards using such correlated states in interferometry, it is important to verify that these processes do indeed produce squeezing. In this Letter, we demonstrate and quantify sub-Poissonian number differences produced in this process. Although the observation is not strictly sufficient to demonstrate squeezing in the sense of measuring fluctuations in two conjugate variables, we will often use the term squeezing below because the situation is a close atomic analog to experiments such as Ref. [19] in which relative intensity squeezing was observed in the generation of twin light beams created by parametric down-conversion.

We use metastable helium atoms which are detected by a micro-channel plate detector with a delay line anode [20]. The detector allows three-dimensional reconstruction of the momentum of each atom. Atoms in the  $2^3S_1$ ,  $m_x = 1$  state are evaporatively cooled in a vertically elongated optical trap to produce a BEC with about  $10^5$  atoms and no discernible thermal component [21]. The use of an optical trap has resulted in substantially better shot to shot reproducibility than its magnetic antecedent [17]. The atomic angular momentum, which is due entirely to the electron spin, is defined relative to a 4 G magnetic holding field in the  $x$  direction (orthogonal to the optical trap axis). After cooling, the atomic spin is rotated away from the axis of the holding field by  $\pi/2$  using a 2 ms rf

sweep [21]. The laser trap is then switched off and  $1 \mu\text{s}$  later the condensate is split by applying counterpropagating laser beams for  $2.5 \mu\text{s}$ . These beams are blue detuned from the  $2^3P_0$  state by 600 MHz, inclined at a  $7^\circ$  angle to the vertical axis and linearly polarized along the quantization axis. About one-third of the atoms are diffracted into each of two momentum classes traveling at  $\pm 2v_{\text{rec}}$ , where  $v_{\text{rec}} = 9.2 \text{ cm/s}$  is the recoil velocity. Most of the rest remain at zero velocity. Binary collisions take place between atoms of all three velocity classes producing three collision halos with center of mass velocities  $\pm v_{\text{rec}}$  and zero. Since the atomic spin is orthogonal to the local field, 50% of the atoms are in the  $m_x = 0$  state with respect to the magnetic field axis [21], and these atoms fall to the detector, unperturbed by magnetic field gradients. The trajectories of atoms in the  $m_x = \pm 1$  states are perturbed by residual field gradients, and we therefore apply an additional gradient that causes these atoms to miss the detector entirely. The analysis is only focused on the collision halo centered at  $+v_{\text{rec}}$  [see Fig. 1(a)].

The collision halo centered at  $v = 0$  has a radius  $2v_{\text{rec}}$  and is too large to be entirely captured by the detector while the two halos centered at  $\pm v_{\text{rec}}$ , with radii  $v_{\text{rec}}$ , are entirely detected. In addition to binary scattering events, these two latter halos can be populated by spontaneous photon scattering whenever an atom at  $v = 0$  scatters a photon from one of the diffraction laser beams. The diffraction efficiency depends on the product  $I_1 I_2$  of the two laser intensities, while the spontaneous scattering into a given halo depends on only one of these intensities. So to reduce this effect we introduce an intensity imbalance in

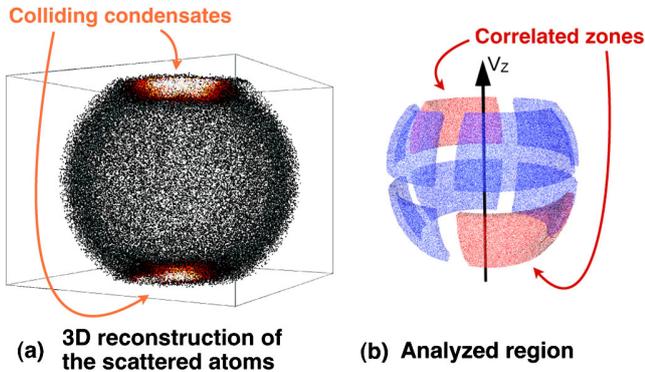


FIG. 1 (color online). View of the halo after the collision of two BECs and a subsequent ballistic expansion. (a) The experimental data plotted in momentum space, with each dot corresponding to a detected atom. Atoms on the collision halo are black, while the colliding, pancake-shaped BECs at the top and the bottom of the halo are orange/yellow. The collision axis  $v_z$  and the optical trap axis are both almost vertical. (b) Schematic view of the analyzed part ( $|v_z| < 0.5v_{\text{rec}}$ ) of the collision halo. Here we use  $N_z = 8$  zones that are separated from each other for better visualization. An example of two correlated zones is shown (red arrows). The number difference between these two zones shows sub-shot-noise fluctuations.

the two laser beams such that the halo centered at  $+v_{\text{rec}}$  is populated by the weaker beam and contains fewer such optically scattered atoms.

If squeezing is present, we expect a sub-shot-noise variance in the number difference of any two diametrically opposed volumes in the scattering halo [22]. For any other pair of volumes, we expect a variance corresponding to shot noise. We define the halo as a spherical shell of radius  $v_{\text{rec}}$  and thickness  $\pm 0.15v_{\text{rec}}$ . The results are only weakly sensitive to this thickness, but as defined, it includes about 95% of the scattered atoms. We remove the areas on the halo containing the scattered BECs. The excised regions correspond to vertical velocities  $|v_z| > 0.5v_{\text{rec}}$ . We divide the remainder of the halo in half at the equator and then make  $p$  vertical cuts along the meridians, dividing the halo into  $N_z = 4p$  equal zones, as shown in Fig. 1(b) for  $p = 2$ . We define a normalized number difference variance for zones  $i$  and  $j$ :

$$V_{i,j} = \frac{\langle (N_i - N_j)^2 \rangle - \langle N_i - N_j \rangle^2}{\langle N_i \rangle + \langle N_j \rangle}. \quad (1)$$

The brackets  $\langle \dots \rangle$  denote the average over the 3600 shots, and  $N_i$  refers to the number of atoms detected in the  $i$ th zone on a single shot. On average, we detect 150 atoms per shot on the whole analyzed region. If the zones  $i$  and  $j$  are uncorrelated, the normalized variance should be unity. Figure 2 shows the measured variances of all possible pairs of zones when the halo is cut into 16 zones. The eight pairs of correlated zones indeed show sub-Poissonian number differences ( $V < 1$ ), and the 112 pairs of uncorrelated zones do not.

Perfectly correlated pairs and perfect detection would result in a zero variance. This, however, is almost unattainable in practice because of various imperfections, the most

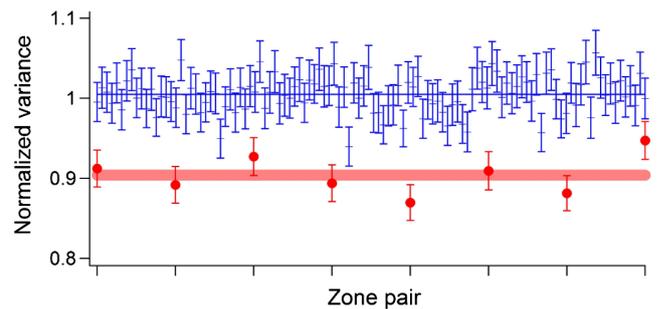


FIG. 2 (color online). Variance of all possible pairs of zones for the halo cut into 16 zones and summing  $N_s = 3600$  shots. The normalized variance is  $V_{i,j}$  and the error bars reflect its standard deviation  $\delta V_{i,j}$  with  $\delta V_{i,j}^2 = \frac{1}{N_s} \frac{\langle (N_i - N_j)^4 \rangle - \langle (N_i - N_j)^2 \rangle^2}{\langle N_i + N_j \rangle}$ . Circles correspond to the eight correlated zones and crosses to the 112 uncorrelated ones. The two horizontal lines correspond to the mean of each data set with a thickness given by twice the standard deviation of the mean, considering each pair of zones as independent.

significant of which is the nonunit quantum efficiency  $\eta$  of our detector. The effect of the efficiency alone leads to a variance  $V = 1 - \eta$  of the correlated zones, and therefore we can immediately deduce a lower limit of 10% on the quantum efficiency, in agreement with estimates we have made in the past [23].

A second, less severe but intrinsic imperfection comes about because the momenta of the correlated atoms are not exactly equal and opposite, but have a width determined by the momentum spread within the initial condensates, as confirmed by the finite width of the two-body correlation function in momentum space [17]. Thus it is possible for the two atoms of a correlated pair to end up in zones that are not diametrically opposed. We can study this effect by observing how the variance changes as we change the number of zones  $N_Z$  (Fig. 3). The smaller the zones, the more likely that an atom will miss the zone diametrically opposed to that of its partner.

Since we have measured the correlation function for back-to-back momenta, we can model the trend seen in Fig. 3. The back-to-back correlation function was measured to have rms widths of  $0.17v_{\text{rec}}$  in the radial ( $x$  and  $y$ ) directions, and  $0.02v_{\text{rec}}$  in the axial ( $z$ ) direction. Neglecting the much smaller axial correlation width, we estimate the probability  $P(N_Z)$  that, given an atom hitting one zone, its partner will hit the diametrically opposite one. This probability decreases as  $N_Z$  increases, and, taking both quantum efficiency and the geometrical hit probability into account, we expect  $V = 1 - \eta P$ . The function  $V(N_Z)$  is plotted as the solid line in Fig. 3. The approximate agreement of this simple model with the data leads us to conclude that the above two loss mechanisms account very well for the observed variance. We also get a slightly better lower limit on the quantum efficiency,  $\eta > 12\%$ .

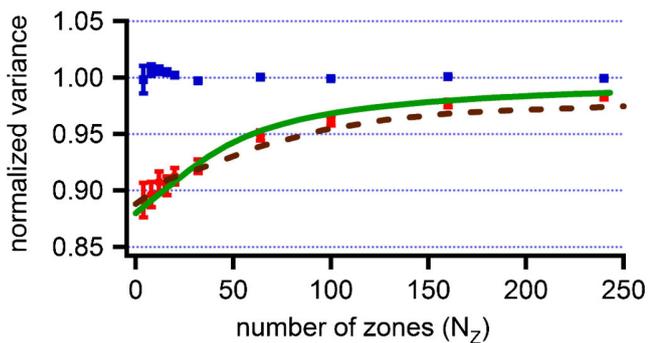


FIG. 3 (color online). Observed variance, as a function of the number of zones into which we cut the halo. Red circles: average over all correlated zones; blue squares: average over all uncorrelated zones. Error bars show the standard deviation of the mean of the variances for a given  $N_Z$ . The solid curve is the prediction of the simple model discussed in the text. The dashed curve results from the stochastic Bogoliubov simulation. Both models assume a 12% quantum efficiency.

The situation was also analyzed using a stochastic Bogoliubov simulation as in Ref. [24]. The result for the variance is shown as the dashed curve in Fig. 3. The curve is plotted assuming a detector quantum efficiency of 12% as in the simpler model. The simulation shows the observed trend, but agrees less well with the data than the simple model. The discrepancy arises because the simulation predicts a narrower back-to-back correlation function than was observed in the data, thus resulting in a slower approach to unity for the variance. A finite temperature effect may be at the origin of the difference since the simulation assumes zero temperature. The simulation also neglected mean field repulsion of different spin components, so that such effects could also be responsible. The calculation nevertheless confirms the idea that the lack of perfect correlation in momentum determines most of the variation seen in Fig. 3.

Other known imperfections include the possible contamination of the sphere by atom pairs with one atom in the  $m = 0$  state and another in the  $m = 1$  state. These pairs contribute a single detected atom without a partner to the halo. We have no independent experimental estimate of the number of such collisions, but they could account for as much as one-half of the observed atoms on the halo. Their presence would mimic a loss in detector quantum efficiency and thus raise our lower limit on  $\eta$ . Spontaneous emission processes act in the same way, but independent measurements indicate that such processes contribute only about 1.5% of the detected atoms on the analyzed halo. As discussed above, the halo centered at  $-v_{\text{rec}}$  was more affected by spontaneous emission, though squeezing is still also observed, albeit to a lesser degree. While one might hope to improve the quantum efficiency of the detector, or suppress unwanted scattering events, the stochastic Bogoliubov simulation with  $\eta = 1$  predicts a limiting variance  $V \approx 0.1$  for a small number of zones. Thus, correcting for the quantum efficiency, the intrinsic squeezing appears to be, at most,  $-10$  dB.

Relative number squeezing is also related to the violation of a classical Cauchy-Schwarz inequality [25,26],

$$\langle N_i N_j \rangle \leq \sqrt{\langle N_i^2 \rangle \langle N_j^2 \rangle}, \quad (2)$$

relating the count rates in two correlated zones  $i$  and  $j$ . For equal count rates in the two zones, relative number squeezing is strictly equivalent to the violation of the inequality (2). In our experiment the average count rates are not exactly equal, in which case squeezing and Cauchy-Schwarz violation are not equivalent [27]. Nevertheless, we do observe a violation of the inequality (2). More sophisticated inequalities can also be invoked and will be studied in future work.

For purposes of interferometry, one would like to increase count rates and the number of atoms per mode. This could be achieved in a four-wave mixing experiment inside an optical lattice to modify the dispersion relations of the

atoms so as to populate a single pair of modes [28–30]. Such well-defined twin atom beams would permit the realization of experiments such as the celebrated experiment of Hong, Ou, and Mandel [31], or the realization of an interferometer in the spirit of [9–11]. Even more ambitious would be the demonstration of entanglement of the pairs by making Bell-type measurements of the well-separated neutral atoms, in analogy with the measurement made in Ref. [12] using photons.

This work was supported by the French ANR, the IFRAF Institute, and the Euroquam Project CIGMA. G.P. is supported by a European Union Marie Curie IIF Fellowship. P.D. acknowledges the EU Contract No. PERG06-GA-2009-256291. K.K. acknowledges support from the Australian Research Council.

---

\*Present address: Institut Langevin, ESPCI Paris Tech, CNRS, Paris France.

- [1] H. A. Bachor and T. C. Ralph, *A Guide to Experiments in Quantum Optics* (Wiley-VCH, Berlin, 2004), 2nd ed.
- [2] C.-S. Chuu, F. Schreck, T. P. Meyrath, J. L. Hanssen, G. N. Price, and M. G. Raizen, *Phys. Rev. Lett.* **95**, 260403 (2005).
- [3] S. Whitlock, C. F. Ockeloen, and R. J. C. Spreeuw, *Phys. Rev. Lett.* **104**, 120402 (2010).
- [4] A. Itah, H. Veksler, O. Lahav, A. Blumkin, C. Moreno, C. Gordon, and J. Steinhauer, *Phys. Rev. Lett.* **104**, 113001 (2010).
- [5] J. Estève, C. Gross, A. Weller, S. Giovanazzi, and M. K. Oberthaler, *Nature (London)* **455**, 1216 (2008).
- [6] M. F. Riedel, P. Böhi, Y. Li, T. W. Hänsch, A. Sinatra, and P. Treutlein, *Nature (London)* **464**, 1170 (2010).
- [7] K. Maussang, G. E. Marti, T. Schneider, P. Treutlein, Y. Li, A. Sinatra, R. Long, J. Estève, and J. Reichel, *Phys. Rev. Lett.* **105**, 080403 (2010).
- [8] C. Gross, T. Zibold, E. Nicklas, J. Estève, and M. K. Oberthaler, *Nature (London)* **464**, 1165 (2010).
- [9] P. Bouyer and M. A. Kasevich, *Phys. Rev. A* **56** R1083 (1997).
- [10] J. A. Dunningham, K. Burnett, and S. M. Barnett, *Phys. Rev. Lett.* **89**, 150401 (2002).
- [11] R. A. Campos, C. C. Gerry, and A. Benmoussa, *Phys. Rev. A* **68**, 023810 (2003).
- [12] J. G. Rarity and P. R. Tapster, *Phys. Rev. Lett.* **64**, 2495 (1990).
- [13] M. D. Reid, P. D. Drummond, W. P. Bowen, E. G. Cavalcanti, P. K. Lam, H. A. Bachor, U. L. Andersen, and G. Leuchs, *Rev. Mod. Phys.* **81**, 1727 (2009).
- [14] V. Boyer, A. M. Marino, R. C. Pooser, and P. D. Lett, *Science* **321**, 544 (2008).
- [15] D. C. Burnham and D. L. Weinberg, *Phys. Rev. Lett.* **25**, 84 (1970).
- [16] M. Greiner, C. A. Regal, J. T. Stewart, and D. S. Jin, *Phys. Rev. Lett.* **94**, 110401 (2005).
- [17] A. Perrin, H. Chang, V. Krachmalnicoff, M. Schellekens, D. Boiron, A. Aspect, and C. I. Westbrook, *Phys. Rev. Lett.* **99**, 150405 (2007).
- [18] L. F. Buchmann, G. M. Nikolopoulos, O. Zobay, and P. Lambropoulos, *Phys. Rev. A* **81**, 031606 (2010).
- [19] A. Heidmann, R. J. Horowicz, S. Reynaud, E. Giacobino, C. Fabre, and G. Camy, *Phys. Rev. Lett.* **59**, 2555 (1987).
- [20] M. Schellekens, R. Hoppeler, A. Perrin, J. Viana Gomes, D. Boiron, A. Aspect, and C. I. Westbrook, *Science* **310**, 648 (2005).
- [21] G. B. Partridge, J.-C. Jaskula, M. Bonneau, D. Boiron, and C. I. Westbrook, *Phys. Rev. A* **81**, 053631 (2010).
- [22] C. M. Savage and K. V. Kheruntsyan, *Phys. Rev. Lett.* **99**, 220404 (2007).
- [23] T. Jeltes, J. M. McNamara, W. Hogervorst, W. Vassen, V. Krachmalnicoff, M. Schellekens, A. Perrin, H. Chang, D. Boiron, A. Aspect, and C. I. Westbrook, *Nature (London)* **445**, 402 (2007).
- [24] V. Krachmalnicoff, J.-C. Jaskula, M. Bonneau, V. Leung, G. B. Partridge, D. Boiron, C. I. Westbrook, P. Deuar, P. Ziñ, M. Trippenbach, and K. V. Kheruntsyan, *Phys. Rev. Lett.* **104**, 150402 (2010).
- [25] D. F. Walls and G. J. Milburn, *Quantum Optics* (Springer, Berlin, 2008), 2nd ed.
- [26] A. Perrin, C. M. Savage, D. Boiron, V. Krachmalnicoff, C. I. Westbrook, and K. V. Kheruntsyan, *New J. Phys.* **10**, 045021 (2008).
- [27] A. M. Marino, V. Boyer, and P. D. Lett, *Phys. Rev. Lett.* **100**, 233601 (2008).
- [28] K. M. Hilligsøe and K. Mølmer, *Phys. Rev. A* **71**, 041602 (2005).
- [29] G. K. Campbell, J. Mun, M. Boyd, E. W. Streed, W. Ketterle, and D. E. Pritchard, *Phys. Rev. Lett.* **96**, 020406 (2006).
- [30] N. Gemelke, E. Sarajlic, Y. Bidel, S. Hong, and S. Chu, *Phys. Rev. Lett.* **95**, 170404 (2005).
- [31] C. K. Hong, Z. Y. Ou, and L. Mandel, *Phys. Rev. Lett.* **59**, 2044 (1987).

# Bibliographie

- [Anderson 98] B. P. Anderson. *Macroscopic Quantum Interference from Atomic Tunnel Arrays*. Science, vol. 282, no. 5394, pages 1686–1689, November 1998. [Cité à la page 103.]
- [Ashcroft 76] N. W. Ashcroft & N. D. Mermin. Solid State Physics. New York , Philadelphia, 1976. [Cité à la page 75.]
- [Aspect 82] A. Aspect, J. Dalibard & G. Roger. *Experimental Test of Bell's Inequalities Using Time-Varying Analyzers*. Physical Review Letters, vol. 49, no. 25, pages 1804–1807, December 1982. [Cité aux pages 5 et 20.]
- [Bakr 09] W. S. Bakr, J. I. Gillen, A. Peng, S. Fölling & M. Greiner. *A quantum gas microscope for detecting single atoms in a Hubbard-regime optical lattice*. Nature, vol. 462, no. 7269, pages 74–7, November 2009. [Cité à la page 75.]
- [Bell 64] J. S. Bell. *On the Einstein-Podolsky-Rosen paradox*. Physics, vol. 1, page 195, 1964. [Cité à la page 20.]
- [Ben Dahan 96] M. Ben Dahan, E. Peik, J. Reichel, Y. Castin & C. Salomon. *Bloch Oscillations of Atoms in an Optical Potential*. Physical Review Letters, vol. 76, no. 24, pages 4508–4511, June 1996. [Cité à la page 75.]
- [Bennett 93] C. H. Bennett, G. Brassard, C. Crépeau, R. Jozsa, A. Peres & W. K. Wootters. *Teleporting an unknown quantum state via dual classical and Einstein-Podolsky-Rosen channels*. Physical Review Letters, vol. 70, no. 13, pages 1895–1899, March 1993. [Cité à la page 21.]
- [Bernard 10] Alain Bernard. *Transport quantique d'ondes atomiques ultrafroides : localisation d'Anderson et laser à atomes guidé*. PhD thesis, November 2010. [Cité à la page 45.]
- [Billy 10] Juliette Billy. *Propagation quantique d'ondes de matière guidées : Laser à atomes et localisation d'Anderson*. PhD thesis, January 2010. [Cité à la page 45.]
- [Bloch 00] I. Bloch, T. W. Hansch & T. Esslinger. *Measurement of the spatial coherence of a trapped Bose gas at the phase transition*. Nature, vol. 403, no. 6766, pages 166–70, January 2000. [Cité aux pages 7 et 8.]
- [Bloch 08] I. Bloch, J. Dalibard & W. Zwerger. *Many-body physics with ultracold gases*. Reviews of Modern Physics, vol. 80, no. 3, pages 885–964, July 2008. [Cité aux pages 78 et 79.]

- [Bookjans 11] E. M. Bookjans, C. D. Hamley & M. S. Chapman. *Strong Quantum Spin Correlations Observed in Atomic Spin Mixing*. page 5, September 2011. [Cité aux pages 39, 40 et 41.]
- [Born 59] M. Born & E. Wolf. *Principle of Optics*. London, pergamon p edition, 1959. [Cité à la page 8.]
- [Bouchoule 09] I. Bouchoule, N. J. Van Druten & C. I. Westbrook. *Atom chips and one-dimensional Bose gases*. January 2009. [Cité à la page 63.]
- [Bouyer 97] P. Bouyer & M. Kasevich. *Heisenberg-limited spectroscopy with degenerate Bose-Einstein gases*. *Physical Review A*, vol. 56, no. 2, pages R1083–R1086, August 1997. [Cité aux pages 1 et 35.]
- [Bragg 12] W. L. Bragg. *Proc. Cambridge Philos. Soc.*, vol. 17, page 43, 1912. [Cité à la page 82.]
- [Bücker 09] R. Bücker, A. Perrin, S. Manz, T. Betz, Ch. Koller, T. Plisson, J. Rottmann, T. Schumm & J. Schmiedmayer. *Single-particle-sensitive imaging of freely propagating ultracold atoms*. *New Journal of Physics*, vol. 11, no. 10, page 103039, October 2009. [Cité à la page 38.]
- [Bücker 11] R. Bücker, J. Grond, S. Manz, T. Berrada, T. Betz, C. Koller, U. Hohenester, T. Schumm, A. Perrin & J. Schmiedmayer. *Twin-atom beams*. *Nature Physics*, vol. advance on, May 2011. [Cité aux pages 38 et 42.]
- [Burger 02] S. Burger, F. S. Cataliotti, C. Fort, P. Maddaloni, F. Minardi & M. Inguscio. *Quasi-2D Bose-Einstein condensation in an optical lattice*. *Europhysics Letters (EPL)*, vol. 57, no. 1, pages 1–6, January 2002. [Cité à la page 45.]
- [Burnham 70] D. Burnham & D. Weinberg. *Observation of Simultaneity in Parametric Production of Optical Photon Pairs*. *Physical Review Letters*, vol. 25, no. 2, pages 84–87, July 1970. [Cité aux pages 18 et 33.]
- [Campbell 06] G. K. Campbell, J. Mun, M. Boyd, E. W. Streed, W. Ketterle & D. E. Pritchard. *Parametric Amplification of Scattered Atom Pairs*. *Physical Review Letters*, vol. 96, no. 2, page 020406, January 2006. [Cité aux pages 2, 37, 41, 104, 119, 122 et 139.]
- [Castin 96] Y. Castin & R. Dum. *Bose-Einstein Condensates in Time Dependent Traps*. *Physical Review Letters*, vol. 77, page 5315, 1996. [Cité aux pages 57 et 60.]
- [Cataliotti 03] F. S. Cataliotti, L. Fallani, F. Ferlaino, C. Fort, P. Maddaloni & M. Inguscio. *Superfluid current disruption in a chain of weakly coupled Bose-Einstein condensates*. *New Journal of Physics*, vol. 5, pages 71–71, June 2003. [Cité aux pages 2 et 103.]
- [Caves 81] C. Caves. *Quantum-mechanical noise in an interferometer*. *Physical Review D*, vol. 23, no. 8, pages 1693–1708, April 1981. [Cité aux pages 1, 24 et 25.]
- [Christensen 08] C. A. Christensen, S. Will, M. Saba, G.-B. Jo, Y.-I. Shin, W. Ketterle & D. Pritchard. *Trapping of ultracold atoms in a hollow-core photonic crystal fiber*. *Physical Review A*, vol. 78, page 033429, 2008. [Cité à la page 45.]

- [Clément 06] D. Clément, A. F. Varón, J. A. Retter, L. Sanchez-Palencia, A. Aspect & P. Bouyer. *Experimental study of the transport of coherent interacting matter-waves in a 1D random potential induced by laser speckle*. New Journal of Physics, vol. 8, no. 8, pages 165–165, August 2006. [Cité à la page 45.]
- [Cronin 09] A. D. Cronin & D. E. Pritchard. *Optics and interferometry with atoms and molecules*. Reviews of Modern Physics, vol. 81, no. 3, pages 1051–1129, July 2009. [Cité à la page 75.]
- [Dall 09] R. G. Dall, L. J. Byron & A. G. Truscott. *Paired-atom laser beams created via four-wave mixing*. Physical Review A, vol. 79, no. 1, page 011601, January 2009. [Cité aux pages 39 et 40.]
- [Dall 10] R. G. Dall, S. S. Hodgman, M. T. Johnsson, K. G. H. Baldwin & A. G. Truscott. *Transverse mode imaging of guided matter waves*. Physical Review A, vol. 81, no. 1, January 2010. [Cité à la page 45.]
- [Deng 99] L. Deng, E. W. Hagley, J. Wen, M. Trippenbach, Y. Band, P. S. Julienne, J. E. Simsarian, K. Helmerson, S. L. Rolston & W. D. Phillips. *Four-wave mixing with matter waves*. Nature, vol. 398, no. 6724, pages 218–220, March 1999. [Cité à la page 36.]
- [Denschlag 02] J. Hecker Denschlag, J. E. Simsarian, H. Häffner, C. McKenzie, A. Bro-waeyns, D. Cho, K. Helmerson, S. L. Rolston & W. D. Phillips. *A Bose-Einstein condensate in an optical lattice*. Journal of Physics B : Atomic, Molecular and Optical Physics, vol. 35, no. 14, pages 3095–3110, July 2002. [Cité aux pages 77, 80 et 103.]
- [Dettmer 01] S. Dettmer, D. Hellweg, P. Ryytty, J. J. Arlt, W. Ertmer, K. Sengstock, D. S. Petrov, G. V. Shlyapnikov, H. Kreutzmann, L. Santos & M. Le-wenstein. *Observation of Phase Fluctuations in Elongated Bose-Einstein Condensates*. Physical Review Letters, vol. 87, page 160406, 2001. [Cité aux pages 64, 65, 69 et 72.]
- [Duan 00] L.-M. Duan, A. Sørensen, J. I. Cirac & P. Zoller. *Squeezing and Entan-glement of Atomic Beams*. Physical Review Letters, vol. 85, no. 19, pages 3991–3994, November 2000. [Cité aux pages 39 et 40.]
- [Dunningham 02] J. Dunningham, K. Burnett & S. Barnett. *Interferometry below the Stan-dard Quantum Limit with Bose-Einstein Condensates*. Physical Review Letters, vol. 89, no. 15, September 2002. [Cité aux pages 35, 104 et 139.]
- [Einstein 05] A. Einstein. *Über einen die Erzeugung und Verwandlung des Lichtes be-treffenden heuristischen Gesichtspunkt*. Annalen der Physik, vol. 17, page 132, 1905. [Cité à la page 1.]
- [Einstein 35] A. Einstein, B. Podolsky & N. Rosen. *Can Quantum-Mechanical Des-cription of Physical Reality Be Considered Complete ?* Physical Review, vol. 47, no. 10, pages 777–780, May 1935. [Cité à la page 20.]
- [Esteve 06] J. Esteve, J.-B. Trebbia, T. Schumm, A. Aspect, C. Westbrook & I. Bou-choule. *Observations of Density Fluctuations in an Elongated Bose Gas : Ideal Gas and Quasicondensate Regimes*. Physical Review Letters, vol. 96, no. 13, April 2006. [Cité à la page 58.]

- [Estève 08] J. Estève, C. Gross, A. Weller, S. Giovanazzi & M. K. Oberthaler. *Squeezing and entanglement in a Bose-Einstein condensate*. Nature, vol. 455, no. 7217, pages 1216–1219, October 2008. [Cité à la page 41.]
- [Fallani 04] L. Fallani, L. De Sarlo, J. Lye, M. Modugno, R. Saers, C. Fort & M. Inguscio. *Observation of Dynamical Instability for a Bose-Einstein Condensate in a Moving 1D Optical Lattice*. Physical Review Letters, vol. 93, no. 14, page 140406, September 2004. [Cité à la page 103.]
- [Fermi 47] E. Fermi & L. Marshall. *Interference Phenomena of Slow Neutrons*. Physical Review, vol. 71, page 666, 1947. [Cité à la page 82.]
- [Freedman 72] S. J. Freedman & J. F. Clauser. *Experimental Test of Local Hidden-Variable Theories*. Physical Review Letters, vol. 28, no. 14, pages 938–941, April 1972. [Cité à la page 20.]
- [Gerbier 03] F. Gerbier, J. Thywissen, S. Richard, M. Hugbart, P. Bouyer & A. Aspect. *Momentum distribution and correlation function of quasicondensates in elongated traps*. Physical Review A, vol. 67, no. 5, May 2003. [Cité à la page 64.]
- [Gerbier 04] F. Gerbier. *Quasi-1D Bose-Einstein condensates in the dimensional crossover regime*. Europhysics Letters (EPL), vol. 66, no. 6, pages 771–777, June 2004. [Cité aux pages 59, 60 et 62.]
- [Gerbier 10] F. Gerbier & Y. Castin. *Heating rates for an atom in a far-detuned optical lattice*. Physical Review A, vol. 82, no. 1, page 013615, July 2010. [Cité aux pages 86 et 96.]
- [Gericke 07] T. Gericke, F. Gerbier, A. Widera, S. Fölling, O. Mandel & I. Bloch. *Adiabatic loading of a Bose-Einstein condensate in a 3D optical lattice*. Journal of Modern Optics, vol. 54, no. 5, pages 735–743, March 2007. [Cité aux pages 80, 81, 93, 94 et 96.]
- [Girardeau 60] M. Girardeau. *Relationship between Systems of Impenetrable Bosons and Fermions in One Dimension*. Journal of Mathematical Physics, vol. 1, no. 6, page 516, November 1960. [Cité aux pages 15 et 63.]
- [Glauber 63] R. Glauber. *The Quantum Theory of Optical Coherence*. Physical Review, vol. 130, no. 6, pages 2529–2539, June 1963. [Cité à la page 6.]
- [Gomes 06] J. Gomes, A. Perrin, M. Schellekens, D. Boiron, C. Westbrook & M. Belsley. *Theory for a Hanbury Brown Twiss experiment with a ballistically expanding cloud of cold atoms*. Physical Review A, vol. 74, no. 5, page 053607, November 2006. [Cité à la page 12.]
- [Gould 86] P. L. Gould, G. A. Ruff & D. E. Pritchard. *Diffraction of atoms by light : The near-resonant Kapitza-Dirac effect*. Physical Review Letters, vol. 56, no. 8, pages 827–830, February 1986. [Cité à la page 84.]
- [Greiner 01] M. Greiner, I. Bloch, O. Mandel, T. Hänsch & T. Esslinger. *Exploring Phase Coherence in a 2D Lattice of Bose-Einstein Condensates*. Physical Review Letters, vol. 87, no. 16, page 160405, October 2001. [Cité à la page 81.]

- [Greiner 02] M. Greiner, O. Mandel, T. Esslinger, T. W. Hänsch & I. Bloch. *Quantum phase transition from a superfluid to a Mott insulator in a gas of ultracold atoms*. Nature, vol. 415, no. 6867, pages 39–44, January 2002. [Cité aux pages 45, 75 et 103.]
- [Greiner 05] M. Greiner, C.A. Regal, J. T. Stewart & D. S. Jin. *Probing Pair-Correlated Fermionic Atoms through Correlations in Atom Shot Noise*. Physical Review Letters, vol. 94, no. 11, March 2005. [Cité à la page 39.]
- [Grimm 00] R. Grimm, M. Weidemüller & Y. B. Ovchinnikov. *Optical dipole traps for neutral atoms*. Advances in Atomic, Molecular, and Optical Physics, vol. 42, pages 95–170, February 2000. [Cité aux pages 43, 44 et 85.]
- [Guerin 06] W. Guerin, J.-F. Riou, J. P. Gaebler, V. Josse, P. Bouyer & A. Aspect. *Guided Quasicontinuous Atom Laser*. Physical Review Letters, vol. 97, page 200402, 2006. [Cité à la page 45.]
- [Hagley 99] E. Hagley, L. Deng, M. Kozuma, M. Trippenbach, Y. Band, M. Edwards, M. Doery, P. Julienne, K. Helmerson, S. Rolston & W. Phillips. *Measurement of the Coherence of a Bose-Einstein Condensate*. Physical Review Letters, vol. 83, no. 16, pages 3112–3115, October 1999. [Cité à la page 7.]
- [Hanbury Brown 56a] R. Hanbury Brown & R. Q. Twiss. *A Test of a New Type of Stellar Interferometer on Sirius*. Nature, vol. 178, no. 4541, pages 1046–1048, November 1956. [Cité aux pages 9 et 10.]
- [Hanbury Brown 56b] R. Hanbury Brown & R. Q. Twiss. *Correlation between Photons in two Coherent Beams of Light*. Nature, vol. 177, no. 4497, pages 27–29, January 1956. [Cité aux pages 5, 6, 9 et 10.]
- [Heidmann 87] A. Heidmann, R. Horowicz, S. Reynaud, E. Giacobino, C. Fabre & G. Camy. *Observation of Quantum Noise Reduction on Twin Laser Beams*. Physical Review Letters, vol. 59, no. 22, pages 2555–2557, November 1987. [Cité aux pages 23, 24 et 33.]
- [Hellweg 01] D. Hellweg, S. Dettmer, P. Ryytty, J. J. Arlt, W. Ertmer, K. Sengstock, D. S. Petrov, G. V. Shlyapnikov, H. Kreutzmann, L. Santos & M. Lewenstein. *Phase fluctuations in Bose-Einstein condensates*. Applied Physics B : Lasers and Optics, vol. 73, no. 8, pages 781–789, December 2001. [Cité à la page 64.]
- [Henny 99] M. Henny. *The Fermionic Hanbury Brown and Twiss Experiment*. Science, vol. 284, no. 5412, pages 296–298, April 1999. [Cité à la page 11.]
- [Hilligsøe 05] K. M. Hilligsøe & K. Mølmer. *Phase-matched four wave mixing and quantum beam splitting of matter waves in a periodic potential*. Physical Review A, vol. 71, no. 4, page 041602, April 2005. [Cité aux pages 2, 37, 104, 106 et 139.]
- [Hodgman 11a] S. S. Hodgman, R. G. Dall, A. G. Manning, K. G. H. Baldwin & A. G. Truscott. *Direct Measurement of Long-Range Third-Order Coherence in Bose-Einstein Condensates*. Science, vol. 331, no. 6020, pages 1046–1049, February 2011. [Cité à la page 14.]

- [Hodgman 11b] S. S. Hodgman, R. G. Dall, A. G. Manning, M. T. Johnsson, K. G. H. Baldwin & A. G. Truscott. *Quantum Correlations and Atomic Speckle*. In ICOLS 2011, 20th International Conference on Laser Spectroscopy, Aerzen, Germany, 2011. [Cité à la page 14.]
- [Hofferberth 07] S. Hofferberth, I. Lesanovsky, B. Fischer, T. Schumm & J. Schmiedmayer. *Non-equilibrium coherence dynamics in one-dimensional Bose gases*. Nature, vol. 449, no. 7160, pages 324–7, September 2007. [Cité aux pages 65 et 66.]
- [Holland 93] M. Holland & K. Burnett. *Interferometric detection of optical phase shifts at the Heisenberg limit*. Physical Review Letters, vol. 71, no. 9, pages 1355–1358, August 1993. [Cité à la page 25.]
- [Hong 87] C. K. Hong, Z. Y. Ou & L. Mandel. *Measurement of subpicosecond time intervals between two photons by interference*. Physical Review Letters, vol. 59, no. 18, pages 2044–2046, November 1987. [Cité aux pages 1, 5, 19, 20, 104 et 139.]
- [Iannuzzi 06] M. Iannuzzi, A. Orecchini, F. Sacchetti, P. Facchi & S. Pascazio. *Direct Experimental Evidence of Free-Fermion Antibunching*. Physical Review Letters, vol. 96, no. 8, March 2006. [Cité à la page 11.]
- [Imambekov 09] A. Imambekov, I. Mazets, D. Petrov, V. Gritsev, S. Manz, S. Hofferberth, T. Schumm, E. Demler & J. Schmiedmayer. *Density ripples in expanding low-dimensional gases as a probe of correlations*. Physical Review A, vol. 80, no. 3, September 2009. [Cité à la page 64.]
- [Jacqmin 11] T. Jacqmin, J. Armijo, T. Berrada, K. Kheruntsyan & I. Bouchoule. *Sub-Poissonian Fluctuations in a 1D Bose Gas : From the Quantum Quasi-condensate to the Strongly Interacting Regime*. Physical Review Letters, vol. 106, no. 23, June 2011. [Cité à la page 15.]
- [Jaouadi 10] A. Jaouadi, N. Gaaloul, B. Viaris de Lesegno, M. Telmini, L. Pruvost & E. Charron. *Bose-Einstein condensation in dark power-law laser traps*. Physical Review A, vol. 82, page 023613, 2010. [Cité à la page 44.]
- [Jaskula 10a] J.-C. Jaskula, M. Bonneau, G. Partridge, V. Krachmalnicoff, P. Deuar, Kar  n Kheruntsyan, A. Aspect, D. Boiron & C. Westbrook. *Sub-Poissonian Number Differences in Four-Wave Mixing of Matter Waves*. Physical Review Letters, vol. 105, no. 19, page 190402, November 2010. [Cité aux pages 2, 26, 34, 56, 107, 127, 132, 135, 139 et 155.]
- [Jaskula 10b] Jean-Christophe Jaskula. *Création et étude de sources d’ tats non classiques pour l’optique atomique quantique*. PhD thesis, December 2010. [Cité aux pages 26, 28, 32, 33, 43, 46, 47, 48, 142 et 144.]
- [Jeltes 07] T. Jeltes, J. M. McNamara, W. Hogervorst, W. Vassen, V. Krachmalnicoff, M. Schellekens, A. Perrin, H. Chang, D. Boiron, A. Aspect & C. I. Westbrook. *Comparison of the Hanbury Brown-Twiss effect for bosons and fermions*. Nature, vol. 445, no. 7126, pages 402–5, January 2007. [Cité aux pages 12, 13, 22 et 142.]

- [Kapitza 33] P. L. Kapitza & P. A. M. Dirac. *The reflection of electrons from standing light waves*. Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society, vol. 29, no. 02, pages 297–300, May 1933. [Cité à la page 84.]
- [Kastberg 95] A. Kastberg, W. Phillips, S. Rolston, R. Spreuw & P. Jessen. *Adiabatic Cooling of Cesium to 700 nK in an Optical Lattice*. Physical Review Letters, vol. 74, no. 9, pages 1542–1545, February 1995. [Cité à la page 81.]
- [Keller 99] C. Keller, J. Schmiedmayer, A. Zeilinger, T. Nonn, S. D  rr & G. Rempe. *Adiabatic following in standing-wave diffraction of atoms*. Applied Physics B : Lasers and Optics, vol. 69, no. 4, pages 303–309, October 1999. [Cité à la page 84.]
- [Ketterle 96] W. Ketterle & N. J. van Druten. *Bose-Einstein condensation of a finite number of particles trapped in one or three dimensions*. Physical Review A, vol. 54, page 656, 1996. [Cité à la page 63.]
- [Kheruntsyan 03] K. Kheruntsyan, D. M. Gangardt, P. D. Drummond & G. V. Shlyapnikov. *Pair Correlations in a Finite-Temperature 1D Bose Gas*. Physical Review Letters, vol. 91, page 040403, 2003. [Cité aux pages 63 et 70.]
- [Kinoshita 04] T. Kinoshita, T. Wenger & D. S. Weiss. *Observation of a one-dimensional Tonks-Girardeau gas*. Science (New York, N.Y.), vol. 305, no. 5687, pages 1125–8, August 2004. [Cité à la page 58.]
- [Kitagawa 93] M. Kitagawa & M. Ueda. *Squeezed spin states*. Physical Review A, vol. 47, no. 6, pages 5138–5143, June 1993. [Cité à la page 40.]
- [Krachmalnicoff 10] V. Krachmalnicoff, J.-C. Jaskula, M. Bonneau, V. Leung, G. B. Partridge, D. Boiron, C. I. Westbrook, P. Deuar, P. Zin, M. Trippenbach & K. Kheruntsyan. *Spontaneous Four-Wave Mixing of de Broglie Waves : Beyond Optics*. Physical Review Letters, vol. 104, no. 15, page 150402, April 2010. [Cité aux pages 2, 26, 28, 33, 107, 119, 127, 139 et 155.]
- [Kr  ger 10] P. Kr  ger, S. Hofferberth, I. Mazets, I. Lesanovsky & J. Schmiedmayer. *Weakly Interacting Bose Gas in the One-Dimensional Limit*. Physical Review Letters, vol. 105, no. 26, December 2010. [Cité à la page 60.]
- [LSC 11] The LIGO Scientific Collaboration LSC. *A gravitational wave observatory operating beyond the quantum shot-noise limit*. ArXiv, page 1109.2295, September 2011. [Cité à la page 25.]
- [Lucke 11] B. Lucke, M. Scherer, J. Kruse, L. Pezze, F. Deuretzbacher, P. Hyllus, O. Topic, J. Peise, W. Ertmer, J. Arlt, L. Santos, A. Smerzi & C. Klempt. *Twin Matter Waves for Interferometry Beyond the Classical Limit*. Science, October 2011. [Cité aux pages 39, 40 et 41.]
- [Mandel 95] L. Mandel & E. Wolf. *Optical Coherence and Quantum Optics*. Cambridge edition, 1995. [Cité à la page 16.]
- [Manz 10] S. Manz, R. B  cker, T. Betz, Ch. Koller, S. Hofferberth, I. E. Mazets, A. Imambekov, E. Demler, A. Perrin, J. Schmiedmayer & T. Schumm. *Two-point density correlations of quasicondensates in free expansion*. Physical Review A, vol. 81, no. 3, page 031610, March 2010. [Cité à la page 64.]

- [Martin 88] P. Martin, B. Oldaker, A. Miklich & D. Pritchard. *Bragg scattering of atoms from a standing light wave*. Physical Review Letters, vol. 60, no. 6, pages 515–518, February 1988. [Cité aux pages 1 et 82.]
- [Menotti 02] C. Menotti & S. Stringari. *Collective oscillations of a one-dimensional trapped Bose-Einstein gas*. Physical Review A, vol. 66, page 043610, 2002. [Cité à la page 59.]
- [Metcalf 03] H. J. Metcalf & P. van der Straten. Laser cooling and trapping of atoms, volume 20. OSA, May 2003. [Cité à la page 1.]
- [Meyrath 05] T. P. Meyrath, F. Schreck, J. L. Hanssen, C. S. Chuu & M. G. Raizen. *A high frequency optical trap for atoms using Hermite-Gaussian beams*. Optics Express, vol. 13, no. 8, page 2843, April 2005. [Cité à la page 44.]
- [Monroe 02] C. Monroe. *Quantum information processing with atoms and photons*. Nature, vol. 416, no. 6877, pages 238–46, March 2002. [Cité à la page 21.]
- [Moritz 03] H. Moritz, T. Stöferle, M. Köhl & T. Esslinger. *Exciting Collective Oscillations in a Trapped 1D Gas*. Physical Review Letters, vol. 91, no. 25, December 2003. [Cité à la page 58.]
- [Morsch 06] O. Morsch & M. Oberthaler. *Dynamics of Bose-Einstein condensates in optical lattices*. Reviews of Modern Physics, vol. 78, no. 1, pages 179–215, February 2006. [Cité à la page 103.]
- [Nielsen 00] M. A. Nielsen & I. L. Chuang. Quantum Computation and Quantum Information. Cambridge University Press, 2000. [Cité à la page 1.]
- [Oliver 99] W. D. Oliver. *Hanbury Brown and Twiss-Type Experiment with Electrons*. Science, vol. 284, no. 5412, pages 299–301, April 1999. [Cité à la page 11.]
- [Ou 88] Z. Y. Ou & L. Mandel. *Violation of Bell's Inequality and Classical Probability in a Two-Photon Correlation Experiment*. Physical Review Letters, vol. 61, no. 1, pages 50–53, July 1988. [Cité à la page 20.]
- [Partridge 10] G. B. Partridge, J.-C. Jaskula, M. Bonneau, D. Boiron & C. I. Westbrook. *Bose-Einstein condensation and spin mixtures of optically trapped metastable helium*. Physical Review A, vol. 81, no. 5, page 053631, May 2010. [Cité aux pages 2, 29, 49, 54, 56 et 155.]
- [Perrin 07a] A. Perrin, H. Chang, V. Krachmalnicoff, M. Schellekens, D. Boiron, A. Aspect & C. I. Westbrook. *Observation of Atom Pairs in Spontaneous Four-Wave Mixing of Two Colliding Bose-Einstein Condensates*. Physical Review Letters, vol. 99, no. 15, page 150405, October 2007. [Cité aux pages 2, 26, 33, 107 et 127.]
- [Perrin 07b] Aurélien Perrin. *Observation de paires d'atomes corrélés au travers de la collision de deux condensats de Bose-Einstein*. PhD thesis, November 2007. [Cité à la page 47.]
- [Perrin 10] A. Perrin, R. Bücker, S. Manz, T. Betz, C. Koller, T. Plisson, T. Schumm & J. Schmiedmayer. *Hanbury Brown and Twiss correlations across the Bose-Einstein condensation threshold*. December 2010. [Cité à la page 14.]

- [Petrov 00] D. S. Petrov, G. V. Shlyapnikov & J. T. M. Walraven. *Regimes of Quantum Degeneracy in Trapped 1D Gases*. Physical Review Letters, vol. 85, page 3745, 2000. [Cité aux pages 62 et 63.]
- [Petrov 01] D. S. Petrov, G. V. Shlyapnikov & J. T. M. Walraven. *Phase-Fluctuating 3D Bose-Einstein Condensates in Elongated Traps*. Physical Review Letters, vol. 87, page 050404, 2001. [Cité aux pages 62 et 64.]
- [Pichler 10] H. Pichler, A. Daley & P. Zoller. *Nonequilibrium dynamics of bosonic atoms in optical lattices : Decoherence of many-body states due to spontaneous emission*. Physical Review A, vol. 82, no. 6, page 063605, December 2010. [Cité aux pages 86 et 96.]
- [Planck 00] M. Planck. *Zur Theorie des Gesetzes der Energieverteilung im Normalspektrum*. Verhandlungen der Deutschen Physikalischen Gessellschaft, vol. 2, page 237, 1900. [Cité à la page 1.]
- [Pu 00] H. Pu & P. Meystre. *Creating Macroscopic Atomic Einstein-Podolsky-Rosen States from Bose-Einstein Condensates*. Physical Review Letters, vol. 85, no. 19, pages 3987–3990, November 2000. [Cité aux pages 39 et 40.]
- [Rarity 90] J. Rarity & P. Tapster. *Experimental violation of Bell's inequality based on phase and momentum*. Physical Review Letters, vol. 64, no. 21, pages 2495–2498, May 1990. [Cité aux pages 1, 21, 104 et 139.]
- [Richard 03] S. Richard, F. Gerbier, J. H. Thywissen, M. Hugbart, P. Bouyer & A. Aspect. *Momentum Spectroscopy of 1D Phase Fluctuations in Bose-Einstein Condensates*. Physical Review Letters, vol. 91, page 010405, 2003. [Cité aux pages 64, 65 et 66.]
- [Robert 01] A. Robert, O. Sirjean, A. Browaeys, J. Poupard, S. Nowak, D. Boiron, C. I. Westbrook & A. Aspect. *A Bose-Einstein condensate of metastable atoms*. Science (New York, N.Y.), vol. 292, no. 5516, pages 461–4, April 2001. [Cité à la page 2.]
- [Scheidl 09] T. Scheidl, R. Ursin, A. Fedrizzi, S. Ramelow, X.-S. Ma, T. Herbst, R. Prevedel, L. Ratschbacher, J. Kofler, T. Jennewein & A. Zeilinger. *Feasibility of 300 km quantum key distribution with entangled states*. New Journal of Physics, vol. 11, no. 8, page 085002, August 2009. [Cité à la page 21.]
- [Schellekens 05] M. Schellekens, R. Hoppeler, A. Perrin, J. Viana Gomes, D. Boiron, A. Aspect & C. I. Westbrook. *Hanbury Brown Twiss effect for ultracold quantum gases*. Science (New York, N.Y.), vol. 310, no. 5748, pages 648–51, October 2005. [Cité aux pages 12, 13, 14 et 22.]
- [Schellekens 07] Martijn Schellekens. *L'Effet Hanbury Brown et Twiss pour les Atomes Froids*. PhD thesis, May 2007. [Cité aux pages 12, 141 et 144.]
- [Scully 97] M. O. Scully & M. S. Zubairy. Quantum optics. Cambridge University Press, 1997. [Cité à la page 16.]
- [Sherson 10] J. F. Sherson, C. Weitenberg, M. Endres, M. Cheneau, I. Bloch & S. Kuhr. *Single-atom-resolved fluorescence imaging of an atomic Mott insulator*. Nature, vol. 467, no. 7311, pages 68–72, September 2010. [Cité à la page 75.]

- [Shih 88] Y. H. Shih & C. O. Alley. *New Type of Einstein-Podolsky-Rosen-Bohm Experiment Using Pairs of Light Quanta Produced by Optical Parametric Down Conversion*. Physical Review Letters, vol. 61, no. 26, pages 2921–2924, December 1988. [Cité à la page 20.]
- [Sirjean 03] Olivier Sirjean. *Collisions ionisantes : un nouveau diagnostic pour les condensats de Bose-Einstein d'hélium métastable*. PhD thesis, Université Paris Sud - Paris XI, June 2003. [Cité à la page 141.]
- [Slusher 85] R. Slusher, L. Hollberg, B. Yurke, J. Mertz & J. Valley. *Observation of Squeezed States Generated by Four-Wave Mixing in an Optical Cavity*. Physical Review Letters, vol. 55, no. 22, pages 2409–2412, November 1985. [Cité à la page 23.]
- [Stamper-Kurn 98] D. Stamper-Kurn, H.-J. Miesner, A. Chikkatur, S. Inouye, J. Stenger & W. Ketterle. *Reversible Formation of a Bose-Einstein Condensate*. Physical Review Letters, vol. 81, no. 11, pages 2194–2197, September 1998. [Cité à la page 45.]
- [Stenger 99] J. Stenger, S. Inouye, A. Chikkatur, D. Stamper-Kurn, D. Pritchard & W. Ketterle. *Bragg Spectroscopy of a Bose-Einstein Condensate*. Physical Review Letters, vol. 82, no. 23, pages 4569–4573, June 1999. [Cité à la page 8.]
- [Stringari 98] S. Stringari. *Dynamics of Bose-Einstein condensed gases in highly deformed traps*. Physical Review A, vol. 58, no. 3, pages 2385–2388, September 1998. [Cité à la page 64.]
- [Sutherland 96] R. L. Sutherland. Handbook of nonlinear optics. Marcel Dek, New York, 1996. [Cité à la page 17.]
- [Vetsch 10] E. Vetsch, D. Reitz, G. Sagué, R. Schmidt, S. T. Dawkins & A. Rauschenbeutel. *Optical Interface Created by Laser-Cooled Atoms Trapped in the Evanescent Field Surrounding an Optical Nanofiber*. Physical Review Letters, vol. 104, page 203603, 2010. [Cité à la page 45.]
- [Vogels 02] J. M. Vogels, K. Xu & W. Ketterle. *Generation of Macroscopic Pair-Correlated Atomic Beams by Four-Wave Mixing in Bose-Einstein Condensates*. Physical Review Letters, vol. 89, no. 2, page 020401, June 2002. [Cité à la page 36.]
- [Vogels 03] J. M. Vogels, J. K. Chin & W. Ketterle. *Coherent Collisions between Bose-Einstein Condensates*. Physical Review Letters, vol. 90, no. 3, January 2003. [Cité à la page 36.]
- [Wineland 92] D. Wineland, J. Bollinger, W. Itano, F. Moore & D. Heinzen. *Spin squeezing and reduced quantum noise in spectroscopy*. Physical Review A, vol. 46, no. 11, pages R6797–R6800, December 1992. [Cité à la page 40.]
- [Wu RuGway 11] Wu RuGway, S. S. Hodgman, R. G. Dall, M. T. Johnsson & A. G. Truscott. *Correlations in Amplified Four-Wave Mixing of Matter Waves*. Physical Review Letters, vol. 107, page 075301, 2011. [Cité à la page 150.]

- [Wu 01] B. Wu & Q. Niu. *Landau and dynamical instabilities of the superflow of Bose-Einstein condensates in optical lattices*. Physical Review A, vol. 64, no. 6, page 061603, November 2001. [Cité aux pages 118 et 119.]
- [Wu 03] B. Wu & Q. Niu. *Superfluidity of Bose-Einstein condensate in an optical lattice : Landau-Zener tunnelling and dynamical instability*. New Journal of Physics, vol. 5, no. 1, pages 104–104, July 2003. [Cité aux pages 103 et 104.]
- [Xiao 87] M. Xiao, L.-A. Wu & H. Kimble. *Precision measurement beyond the shot-noise limit*. Physical Review Letters, vol. 59, no. 3, pages 278–281, July 1987. [Cité à la page 25.]
- [Yasuda 96] M. Yasuda & F. Shimizu. *Observation of Two-Atom Correlation of an Ultracold Neon Atomic Beam*. Physical Review Letters, vol. 77, no. 15, pages 3090–3093, October 1996. [Cité à la page 11.]





## Mélange à quatre ondes atomique dans un réseau optique

**Résumé :** Ce mémoire de thèse décrit une expérience de création de paires d'atomes jumeaux par mélange à quatre ondes en présence d'un réseau optique. Ces atomes jumeaux sont analogues aux photons jumeaux obtenus par conversion paramétrique, lesquels ont été employés dans plusieurs expériences fondamentales d'optique quantique, ainsi que pour des applications en interférométrie et en information quantique.

En raison de la relation de dispersion, l'accord de phase peut être obtenu quand les atomes se déplacent dans le réseau optique. Le mélange à quatre ondes qui se produit alors spontanément constitue un cas particulier d'instabilité dynamique.

Nous avons réalisé cette expérience à partir d'un gaz dégénéré d'hélium métastable, obtenu dans un piège optique très allongé. On a superposé aux atomes un réseau optique en mouvement, qui est également décrit dans ce mémoire. Au moyen d'un détecteur d'atomes uniques résolu à trois dimensions, nous avons caractérisé le mélange à quatre ondes obtenu. Nous avons étudié les conditions d'accord de phase de ce processus, et les différents modes peuplés, montrant que la méthode que nous employons permet de diffuser préférentiellement les atomes dans deux fines classes de vitesse, que l'on peut ajuster et dont on contrôle les populations. Cette flexibilité facilitera l'utilisation des paires d'atomes pour des expériences futures. Au niveau de chacune de ces deux classes de vitesses, nous avons mesuré une corrélation de type Hanbury Brown et Twiss. Par ailleurs, nous avons démontré une réduction des fluctuations de la différence de population entre les deux classes sous le bruit de grenaille. La coexistence de ces deux effets témoigne du caractère non-classique des paires générées, qui pourront être exploitées pour des expériences d'optique atomique quantique, comme par exemple pour observer l'effet Hong-Ou-Mandel sur des atomes.

**MOTS CLÉS :** atomes froids - optique atomique quantique - réseau optique - mélange à quatre ondes - quasi-condensat - corrélations - atomes jumeaux

## Atomic four-wave mixing in an optical lattice

**Abstract :** In this thesis, an experiment of correlated atom pairs production through four-wave mixing in an optical lattice is described. The twin atoms are analogous to the twin photons produced by parametric down conversion, used in many fundamental quantum optics experiments, and applied in interferometry and quantum information.

Because of the dispersion relation, phase matching can be obtained when atoms move in a periodic potential. Four-wave mixing then spontaneously occurs and is a special case of dynamical instability.

We performed the experiment with a degenerate metastable helium gas, obtained in a very elongated optical trap. A moving optical lattice, whose characterisation can also be found in the manuscript, was applied on the atoms. The resulting four-wave mixing was studied using a 3D-resolved single atom detector. The phase-matching conditions of this process and the populated modes were investigated. We showed that with our method atoms are preferentially scattered into two narrow classes with tunable velocities and populations. This versatility should be an advantage when using the pairs in future experiments. For each of these velocity classes, we measured a Hanbury Brown and Twiss local correlation. Furthermore, we demonstrated relative number squeezing between both classes. These two simultaneous effects indicate the non-classicality of the generated pairs, which can be used in quantum atom optics experiments, for example to observe the Hong-Ou-Mandel effect with atoms.

**KEYWORDS :** cold atoms - quantum atom optics - optical lattice - four-wave mixing - quasi-condensate - correlations - twin atoms