

ParisTech
INSTITUT DES SCIENCES ET TECHNOLOGIES
PARIS INSTITUT OF TECHNOLOGY

École doctorale n^o 432 : Sciences des Métiers de l'Ingénieur

MINES ParisTech

Doctorat ParisTech

THÈSE

pour obtenir le grade de docteur délivré par

L'École nationale supérieure des mines de Paris

Spécialité Mécanique

présentée et soutenue par

Noémie RAKOTOMALALA

le 15 Mai 2014

Modélisation numérique de l'écaillage des barrières thermiques avec couplage thermo-mécanique

Coupled thermomechanical simulation of the failure of thermal barrier coatings of turbine blades

Directeurs de thèse : **Frédéric FEYEL et David RYCKELYNCK**
Co-encadrement de la thèse : **Arjen ROOS et Arnaud LONGUET**

Jury

M. Alain Combescure, Professeur, INSA de Lyon	Rapporteur
M. Yann Monerie, Professeur, Université de Montpellier	Rapporteur
M. Frédéric Feyel, Professeur associé l'École Polytechnique, Safran CRT	Examinateur
M. Arnaud Longuet, Ingénieur de recherche, Snecma-Groupe Safran	Examinateur
M. Éric Lorentz, Professeur associé l'École Polytechnique, Edf R&D	Examinateur
M. Éric Martin, Professeur, Université de Bordeaux 1	Président du jury
M. Arjen Roos, Maître de recherche, Onera	Examinateur
M. David Ryckelynck, Professeur, École des Mines de Paris	Examinateur

MINES ParisTech
Centre des Matériaux - UMR CNRS 7633
B.P.87 - 91003 EVRY Cedex

THÈSE

Remerciements

Je commence bien sûr par remercier Frédéric Feyel, mon directeur de thèse, pour m'avoir donné la chance de travailler à ses côtés. J'ai beaucoup appris grâce à lui, tant d'un point de vue scientifique, que d'un point de vue de la recherche elle-même. J'ajouterai que son acharnement et son pragmatisme m'ont énormément aidé. Je remercie ensuite Arjen Roos, mon encadrant Onera, pour m'avoir laissé la liberté nécessaire à l'épanouissement de mes idées. Je remercie également Arnaud Longuet, mon encadrant industriel, qui a su dégager du temps pour s'occuper de divers problèmes scientifiques et administratifs auxquels j'ai pu être confrontée.

Je remercie vivement Messieurs Alain Combescure et Yann Monerie d'avoir accepté la tâche de rapporteur de ce manuscrit. Leurs intéressantes remarques m'ont aidé à améliorer ce mémoire et leurs interrogations ont permis de dégager de nouvelles perspectives à ces travaux. Je remercie également Monsieur Éric Martin pour avoir présidé mon jury de thèse, Éric Lorentz pour avoir accepté de faire partie de mon jury ainsi que pour les remarques et conseils qu'il m'a apportés lorsque nos chemins se sont croisés. Je tiens à remercier tout particulièrement David Ryckelynk, également pour avoir accepté de faire partie de mon jury mais surtout pour l'ensemble des conseils prodigués et l'aide apportée pendant la thèse.

Ma thèse fut l'occasion d'échanger avec mes collègues de l'Onera, de Snecma et du Centre des Matériaux sur des sujets variés. Je tiens donc à exprimer toute ma gratitude à mes collègues du MNU, l'unité à laquelle j'ai été rattachée à l'Onera, qui ont su donner de leur temps et de leur amitié. Merci à Vincent Chiaruttini pour son aide, son humour ainsi que les bons moments passés à répéter mes présentations. Merci infiniment à Jean-Didier Garaud, Sylvia Feld-Payet et Johann Rannou pour leur aide précieuse.

Je tiens à remercier chaleureusement Jean-Louis Chaboche, présent sur tous les fronts, pour nos belles discussions scientifiques qui ont rythmé ma thèse jusqu'au bout. J'espère que tu trouveras dans ces quelques mots l'expression de ma profonde gratitude. Je remercie la team barrière thermique : Pascale Kanouté, Martine Poulain, Vincent Bonnand et bien sûr Jean-Roch Vaunois pour avoir partagé leur passion avec moi et pour la qualité de nos échanges scientifiques. Merci également à tous mes collègues thésards, anciens thésards, post-docs et stagiaires pour leur soutien et les bons moments passés ensemble. Plus globalement, je tiens à remercier toutes les personnes avec qui j'ai eu l'occasion d'interragir, votre temps et votre bonne humeur m'ont été nécessaires pour venir à bout de cette thèse.

Et je n'oublie pas deux personnes, Konaly Sar et Sophie Garabedian, qui m'ont été d'une aide précieuse dans l'accomplissement des multiples tâches administratives auxquelles j'ai été confrontée.

J'ai également une pensée particulère aux copines du Yoga. Sylvia, Louise, Amélie et Claude : merci pour nos pauses girly du lundi. Pensées également aux adeptes du "houblon" du mercredi dont je ne citerai pas les habitués pour préserver leur anonymat... bon allez j'en cite quand même quelques-uns : Dominique, Alexandre, Teddy, Robin ... :)

Pour finir, je remercie tous mes amis. Je pense en particulier à Miora, Tinasoa, Liria, Zina et Nirina, Alexandre et Cécile pour leur soutien infaillible, mais aussi à Théa, Michel, Sasso, Juliette, Laurence, Florence, Floflo, Tifenn, Zerty, Anne et Anthony avec qui je passe de bons moments à retaper une maison en Bourgogne. Je remercie également Andréa pour sa patience sans limite. Enfin, je remercie ma mère, ma grand mère et toute ma famille qui continuent de me supporter.

Table des matières

1 Introduction **1**

2 Etat de l'art **3**
2.1 Le système barrière thermique . . . 3
2.1.1 Description du système multicouche . . . 4
2.1.2 Généralités à propos du phénomène d'écaillage . . . 7
2.1.3 La modélisation de la durée de vie des barrières thermiques dans la littérature . . . 8
2.1.4 L'approche énergétique . . . 12
2.1.5 Vers un calcul sur aube complète . . . 14
2.2 Etat de l'art des outils numériques . . . 14
2.2.1 Le couplage thermo-mécanique . . . 16
2.2.2 Les modèles de zone cohésive mécanique . . . 20
2.2.3 Les modèles de zone cohésive thermo-mécaniques . . . 25
2.2.4 Les coques mécaniques . . . 29
2.2.5 Les coques thermiques . . . 37

3 Démarche générale **41**
3.1 Mise en place des outils numériques . . . 41
3.2 Validation et calcul sur aube revêtue . . . 42

4 Modélisation mécanique de l'écaillage **43**
4.1 Modélisation des transferts de charge à l'interface . . . 44
4.1.1 Formulation de l'élément fini d'interface mixte de Lorentz . . . 44
4.1.2 Une loi de comportement de l'interface dont l'énergie cohésive dépend du chargement appliqué . . . 47
4.1.3 Validation sur cas tests 2D . . . 54
4.2 Modélisation mécanique de la barrière thermique . . . 64
4.2.1 Implantation des coques "Continuum Based" . . . 64
4.2.2 Méthode retenue pour l'élimination du verrouillage . . . 68
4.2.3 Validation de l'élément coque CB . . . 69
4.3 Applications du modèle mécanique . . . 72
4.3.1 Test standard de la DCB (Double Cantilever Beam) en 3D . . . 72
4.3.2 Délaminage sur tube cylindrique . . . 75

5 Modélisation thermo-mécanique de l'écaillage **85**
5.1 Modélisation du transfert de chaleur à l'interface . . . 86
5.1.1 Formulation d'un modèle de zone cohésive thermique en Lagrangien . . . 87
5.1.2 Intégration de la loi de comportement cohésive thermique . . . 90

5.1.3 Intégration de la dépendance à la température de la zone cohésive . . . 93
5.1.4 Illustrations sur un cas test élémentaire . . . 93
5.1.5 Application à une structure 2D : bicouche fissuré en flexion . . . 97
5.2 Couplage thermo-mécanique . . . 111
5.2.1 Couplage à pas de temps adaptatifs . . . 111
5.2.2 Illustration sur le cas de la poutre fissurée en flexion . . . 113
5.3 Implantation d'un élément de coque thermique dans Z-set . . . 117
5.3.1 Formulation d'un modèle de coque thermique avec répartition linéaire de la température dans l'épaisseur . . . 117
5.3.2 Validation numérique des éléments de coque thermique et des conditions de raccord . . . 120
5.4 Conclusion du chapitre . . . 124

6 Exploitations **127**
6.1 Tube élastique isotrope à section constante . . . 128
6.1.1 Géométrie et conditions aux limites . . . 128
6.1.2 Paramètres matériau . . . 130
6.1.3 Discrétisation spatio-temporelle . . . 131
6.1.4 Résultats de calculs . . . 133
6.1.5 Discussions . . . 138
6.2 Effet de l'anisotropie du substrat sur le délaminage. . . . 139
6.2.1 Tube à section constante en monocristal AM1 . . . 139
6.2.2 Discussions . . . 148
6.2.3 Eprouvette tubulaire monocristalline à section variable . . . 153
6.3 Calcul sur aube revêtue . . . 159
6.3.1 Calcul sur un chargement arbitraire . . . 159
6.3.2 Calcul sur aube avec chargement thermique Snecma . . . 163
6.3.3 Discussion et comparaison avec le retour d'expérience . . . 169

7 Conclusion **175**
7.1 Synthèse des résultats . . . 175
7.2 Limitations du modèle et discussion . . . 178
7.3 Perspectives . . . 179

A Annexes **181**
A.1 Elément fini d'interface mixte . . . 181
A.1.1 Matrice de rigidité condensée et résidu condensé . . . 181
A.1.2 Expression de la matrice tangente de la loi cohésive mécanique 181
A.1.3 Expression détaillée de la matrice de rigidité élémentaire . . . 182
A.2 Interpolation mixte du tenseur de déformation . . . 184
A.2.1 Interpolation des composantes de membrane . . . 184
A.2.2 Interpolation des composantes de cisaillement . . . 185
A.3 Structure fissurée soumise à un gradient de température . . . 188

A.4 Etude de convergence : tube isotrope à gradient thermique de paroi . 190
A.5 Analyse thermo-élastique sur tube à gradient de paroi 193
A.6 Activation des systèmes de glissement 197
A.7 Système de refroidissement interne d'une aube 198

Bibliographie **199**

Table des figures

2.1 Aube de turbine et constituants de la barrière thermique [Théry 2007]. 4
2.2 Couches constituantes de la barrière thermique étudiée et abaissement de la température dans l'épaisseur, d'après [Mévrel, R. 2009]. . 5
2.3 Micrographie de la couche de céramique isolante (structure colonnaire) (source [Schulz 2003]). TBC (Thermal Barrier Coating), désigne la céramique isolante, TGO (Thermal Growing Oxide) désigne l'alumine, bondcoat désigne la sous-couche. 8
2.4 Représentation du scénario de ruine de la barrière thermique (BT) à différentes échelles : échelle microscopique (échelle des rugosités interfaciales) et échelle macroscopique [Evans 2001]. 9
2.5 (a) Taux de restitution d'énergie normalisé le long du front et des bords (sides), (b) angle de mixité des modes de sollicitation noté ϕ (°). $\phi = 0°$ indique une sollicitation en mode I pur tandis que $\phi =$ -90° indique une sollicitation en mode II pur [Hutchinson 2001]. . . . 11
2.6 (a) Propagation axiale d'une cloque le long de la courbure positive et négative d'un cylindre, (b) comparaison des taux de restitution d'énergie calculés au cours de la propagation axiale d'une cloque le long d'une courbure positive et négative [Hutchinson 2001]. L'égalité $\frac{b^2}{RT} = 0$ signifie que le substrat est plat. 11
2.7 Modèle de prévision de l'écaillage [Théry 2007] où G_c est l'énergie d'adhérence de l'interface et W_s l'énergie élastique stockée dans le système, libérable à la propagation de la fissure. $N_{rupture}$ correspond au nombre de cycles thermiques à écaillage. 12
2.8 (a) Evolution de l'énergie d'adhérence en fonction de l'angle de mixité des modes de sollicitation ϕ, (b) effet de la température de cyclage sur la variation de l'énergie d'adhérence en fonction du nombres de cycles [Vaunois 2013a]. Les symboles représentent des lots d'approvisionnement différents. 15
2.9 Exemples de quantités échangées lors d'un couplage thermo-mécanique d'une structure Ω sollicitée par une température imposée θ^D et un flux de chaleur q^D dans le problème thermique, par des déplacements imposés u^D et une densité surfacique d'effort T^D dans le problème mécanique. 17
2.10 Algorithmes partitionnés (a) CSS, (b) CPS, (c) GSS. 19
2.11 Représentation schématique et conventions pour une fissure interfaciale. 20
2.12 Représentation schématique de la propagation d'une fissure cohésive. 21
2.13 Schématisation de la *process zone* numérique. 24
2.14 Représentation schématique d'une structure Ω contenant une fissure cohésive Γ. 28

2.15 Hypothèses de Kirchhoff-Love, rotation des sections dans (a) le plan (O, x, z) et (b) dans le plan (O, y, z). 30
2.16 Hypothèses de Reissner-Mindlin, rotation des sections dans (a) le plan (O, x, z) et (b) dans le plan (O, y, z). 31
2.17 Représentation de l'élément fini de type solid-shell SHB6 à six nœuds et de ses points d'intégration [Trinh 2009] suivant les axes locaux du plan moyen (ξ, η, ζ). 33
2.18 Elément de coque dégénéré à huit nœuds. 35
2.19 Coque par l'approche éléments finis dégénérée : rotations de la normale à la surface moyenne suivant les deux directions $(\mathbf{v}_1^K, \mathbf{v}_2^K)$. . . . 36
2.20 Degrés de liberté le long d'une fibre orientée suivant la direction γ. . 39

3.1 Les différentes briques à mettre en place en vue de réaliser le calcul couplé d'une aube revêtue. 42

4.1 Eléments de zone cohésive quadratique à 15 nœuds et à 20 nœuds [Lorentz 2008]. Les positions respectives des points de Gauss situés sur le plan moyen sont représentées en vert. 47
4.2 Modèle cohésif bilinéaire "intrinsèque" (a) et "extrinsèque" (b). . . . 48
4.3 Evolution de la force cohésive en fonction du saut de déplacement dans les directions (a) normale et (b) tangentielle. 49
4.4 Evolution du taux de restitution d'énergie critique en fonction de l'angle de mixité modale. 51
4.5 Restauration de l'état cohésif lors d'une sollicitation variable en mode de mixité (Mode II puis Mode I), (1) l'élément d'interface est chargé en mode II jusqu'à ce que l'ouverture maximale atteinte soit K^n_{max} =max$(K^{n-1}_{max}, \delta^n_{eq})$ inférieure à l'ouverture critique $\delta_c = \delta_{IIc}$, (2) l'élement est ensuite déchargé puis rechargé en mode I. 51
4.6 Loi cohésive bilinéaire avec adhérence initiale parfaite en mode I et II. Le point bleu représente la solution recherchée. 53
4.7 Maillage du cas test élémentaire. 54
4.8 Loi cohésive bilinéaire avec adhérence initiale parfaite, réponse force cohésive/saut de déplacements aux points de Gauss 55
4.9 Loi cohésive bilinéaire avec adhérence initiale parfaite. Evolution en fonction du temps : (1) du sauts de déplacement normal δ_n et tangentiel δ_t, (2) des forces cohésives normale T_n et tangentielle T_t et (3) de l'endommagement d correspondant. 56
4.10 Géométrie de la DCB. 57
4.11 Test DCB - Champ de contrainte σ_{yy} [MPa]. 58
4.12 Test DCB - Réponse globale obtenue avec (a) la formulation cohésive classique et (b) l'élément fini d'interface mixte en Lagrangien augmenté. 59
4.13 Géométrie et conditions aux limites du test MMB (Mixed Mode Bending). 61
4.14 Réponse globale pour $c = 33$ mm. 62

4.15 Réponse globale pour $c = 42$ mm. 63
4.16 Réponse globale pour $c = 45$ mm. 63
4.17 Modélisation numérique de l'écaillage de la barrière thermique. . . . 64
4.18 Points d'intégration d'un élément coque quadratique à huit nœuds. . 65
4.19 Nœuds "maîtres" et "esclaves" d'un élément coque développé suivant l'approche Continuum Based. 65
4.20 Cas tests de validation des éléments coques Continuum Based : conditions aux limites et réponse globale. 71
4.21 Géométrie et maillage : (a) modélisation où les éléments d'interface sont intercalés entre des éléments coques et des éléments volumiques, (b) modélisation où les éléments d'interface sont intercalés entre des éléments volumiques. 74
4.22 Comparaison des réponses globales entre modélisation purement volumique et modélisation volumique/coque pour différentes épaisseurs de la DCB. 77
4.23 Zoom sur la phase linéaire élastique de la réponse globale. 78
4.24 Zones endommagées aux instants $t = 1\,;3\,;5$ s pour la DCB d'épaisseur $h = 3$ mm pour la DCB volumique/volumique ($d = 0$ désigne une interface saine et $d = 1$ désigne une interface rompue). 79
4.25 Zones endommagées aux instants $t = 1\,;3\,;5$ s pour la DCB d'épaisseur $h = 3$ mm pour la DCB coque/volumique ($d = 0$ désigne une interface saine et $d = 1$ désigne une intereface rompue). 79
4.26 Maillage du tube. La zone rouge représente la barrière thermique. . . 80
4.27 Evolution durant la montée en température à t = 0,1 ; 0,2 ; 0,3 ; 0,4 s (a) de la température (^oC) (b) et de l'endommagement interfacial correspondant ($d = 0$ pour une interface saine, $d = 1$ pour une interface rompue). 81
4.28 Endommagement de l'interface durant la montée en température à t = 0,5 s ($\lambda_{max} = d = 0$ pour une interface saine, $\lambda_{max} = d = 1$ pour une interface rompue), (a) maillage avec barrière thermique en éléments coques (b) maillage avec barrière thermique en éléments volumiques. 82
4.29 Glissement tangentiel δ_{t2} de l'interface dans la direction longitudinale durant la montée en température à t = 0,5 s ($d = 0$ pour une interface saine, $d = 1$ pour une interface rompue) (a) maillage avec barrière thermique en éléments coques (b) maillage avec barrière thermique en éléments volumiques. 83

5.1 Le problème thermo-mécanique couplé. 86
5.2 Représentation schématique du problème thermique d'une structure Ω contenant une fissure Γ. 88
5.3 Conductance de l'interface. 91
5.4 Maillage et conditions aux limites du cas test élémentaire. 94

5.5 (a) Evolution de la force cohésive T_n en fonction de l'ouverture normale $[[u_n]]$ de l'élément d'interface, (b) évolution du flux de chaleur interfacial q_{CZ} en fonction de la différence de température $\theta_{haut} - \theta_{bas}$ appliqué à la structure, (c) évolution du flux de chaleur interfacial q_{CZ} en fonction de l'ouverture normale $[[u_n]]$ de l'interface, (d) évolution du flux de chaleur interfacial q_{CZ} en fonction du saut de température $[[\theta]]$ à l'interface. 96

5.6 Evolution du flux de chaleur interfacial q_{CZ} en fonction des températures appliquées $(\theta_{haut} - \theta_{bas})$ pour une fissure ouverte, (a) variation de la conductivité de l'air k_a, (b) variation du coefficient d'émissivité e_m. . 97

5.7 Géométrie et conditions aux limites de la poutre fissurée. 98

5.8 Evolution du champ de température (K) pour une pré-fissure de longueur $a = 4$ mm et un modèle de conductance de fissure A. 100

5.9 Evolution du champ de température (K) pour une pré-fissure de longueur $a = 4$ mm et le modèle B de conductance de fissure qui prend en compte la dépendance des paramètres cohésifs à la température ainsi que les effets radiatifs à l'intérieur de la fissure. 101

5.10 Ouverture normale à $(\theta^{haut} - \theta^{bas})_c = 1300$ K de la zone cohésive le long de la longueur de la structure. 102

5.11 Ouverture normale à $(\theta^{haut} - \theta^{bas})_c = 1300$ K de la zone cohésive le long de la longueur de la structure avec le modèle A de conductance interfaciale. Comparaison entre les ouvertures normales pour une structure bimatériau et une structure monomatériau. 102

5.12 Flux de chaleur à travers la zone cohésive en $x = 0$, en fonction de la différence de température appliquée $\theta^{haut} - \theta^{bas}$, pour deux configurations différentes de conductance interfaciales A et B ainsi que trois tailles a de pré-fissure cohésive différentes. 104

5.13 Contrainte σ_{xx} dans le revêtement, en x = 0, en fonction de la différence de température appliquée $\theta^{haut} - \theta^{bas}$, pour deux configurations différentes de conductance interfaciales A et B ainsi que trois tailles a de pré-fissure cohésive différentes. 105

5.14 Champs de contrainte σ_{xx} pour une conductance interfaciale suivant le modèle A (a) longueur de pré-fissure $a = 4$ mm, (b) longueur de pré-fissure $a = 8$ mm. 106

5.15 Evolution du champ de température au cours de la propagation ($k_g = 0,25k_a$). 107

5.16 Comparaison de l'étendue des zones endommagées, pour une différence de température appliquée $= (\theta^{haut} - \theta^{bas}) = 810.85$K sur le cas monomatériau. 108

5.17 Flux de chaleur interfacial Q^*_{cz} calculé en x = 0 en fonction de la différence de température appliquée $\theta^{haut} - \theta^{bas}$, pour différentes valeurs de la rugosité moyenne des lèvres de la fissure 2ω (mm), (a) modèle d'interface B, (b) modèle d'interface (A). 109

5.18 Ouverture normale à $(\theta^{haut} - \theta^{bas})_c = 1300$ K de la zone cohésive pour différentes valeurs du paramètre β de dépendance à la mixité des modes. 110
5.19 Algorithme CSS sous-cyclé à pas de couplage fixe Δt_{fixe} [Piperno 1995]. 112
5.20 Quantités échangées entre les problèmes mécanique et thermique au cours du couplage. 112
5.21 Rajout d'un pas de temps adaptatif au moyen d'un contrôle sur une variable interne du modèle cohésif. Une vérification de la convergence du problème couplé (check) est effectuée en fin de chaque incrément suivant un critère prédéfini. 113
5.22 Comparaison de la température calculée en un point du substrat situé au centre de la structure avec deux méthodes de couplage différente. 114
5.23 Comparaison de la température calculée en un point situé au centre de la structure avec l'algorithme CSS sous-cyclé à pas de couplage fixe (couplage 1) pour différents nombre d'itérations de couplage. . . 115
5.24 Comparaison des profils d'endommagement d de la structure obtenus avec deux méthodes de couplage différente, à $t = 3$ s. Le centre de la structure se trouve en (x = 0). 116
5.25 Degrés de liberté le long d'une fibre. 118
5.26 Géométrie du cylindre et portion modélisée. 121
5.27 Température dans la direction radiale du cylindre en configuration déformée pour (a) $\theta_{int} = 20^oC$ et $\theta_{ext} = 100^o$C. 122
5.28 Température dans la direction radiale du cylindre en configuration déformée pour $\theta_{int} = 20^oC$ et $\theta_{ext} = 300^o$C. 123
5.29 Température dans la direction radiale du cylindre en configuration déformée pour $\bar{q} = 200$ W/mm^{-2}. 124
5.30 Température dans la direction radiale du cylindre en configuration déformée pour $\bar{q} = 100$ W/mm^{-2}. 124

6.1 Géométrie du tube à section constante en coordonnées cartésiennes et cylindriques. 129
6.2 Conditions aux limites thermiques et mécaniques appliquées au tube cylindrique. 129
6.3 Maillage du tube. La zone rouge représente la barrière thermique (la taille de maille est de 0,4 mm). 132
6.4 Température nodale dans la direction longitudinale $\vec{z}$ au cours du maintien en température ($t = 1$ s). 134
6.5 Etendue de l'endommagement interfacial en fin de chargement ($t = 3$ s), aux points d'intégration de l'interface, pour différents taux de restitution d'énergie G_{Ic} correspondants à différents états de vieillissements thermiques ($d = 0$ signifie que l' interface est saine et $d = 1$ signifie que l'interface est rompue). 134

6.6 (a) Evolution du champ de température moyenne θ_m(K) aux nœuds de la barrière thermique et (b) de l'endommagement d aux points de Gauss de l'interface durant la montée en température aux instants t = 0,8 ; 0,9 ; 1 s($d = 0$ pour une interface saine, $d = 1$ pour une interface rompue). 135
6.7 Contraintes aux points d'intégration du substrat en coordonnées cylindriques (r, θ, z) dans la direction de l'épaisseur, à t = 0,8 s et en z = 23 mm. 136
6.8 (a) Endommagement d et (b) saut de déplacement normal $[[u_n]]$ (mm) de l'interface en fin de calcul, à t = 3 s. 137
6.9 Gradient de température nodal dans l'épaisseur de la coque thermique, tracé le long de la direction longitudinale $\vec{z}$ aux instants t = 0,9 ; 1,1 s (interface endommagée) et t = 2,9 s (interface rompue). Les traits pleins sont obtenus par un calcul de référence (REF) dans lequel l'interface reste intact tout au long du calcul. 138
6.10 Température nodale le long de la direction longitudinale $\vec{z}$ au cours de la descente en température, aux instants t = 2 s (interface endommagée) et t = 2,9 s (interface rompue). Les traits pleins (REF) sont obtenus par un calcul de référence dans lequel l'interface reste intact tout au long du calcul. 139
6.11 Maillage du tube. La direction <100> est à 0^o et <101> à 45^o. La taille de maille à l'interface est de 0,4 mm. 140
6.12 Evolution du (a) saut de déplacement normal de l'interface $[[u_n]]$ (en mm) et de l'endommagement interfacial d, au cours de la phase de refroidissement de la structure, aux instants t = 2 ; 2,1 ; 2,2 et 2,4 s. Le paramètre β vaut 0,5. 142
6.13 (a) Angle de mixité des modes de sollicitation ϕ (^{o}) et (b) taux de restitution d'énergie critique $G_c(\phi)$ (N.mm^{-1}) à t = 2,4 s, aux points de Gauss de l'interface comprise entre z = 5 et 65 mm. Le paramètre β vaut 0,5. 143
6.14 Evolution de l'endommagement interfacial avec $\beta = 1$. Endommagement interfacial d aux points de Gauss à t = 9,8 s ; 9,9 s ; 1 s ; 1,3 s et 2 s. 144
6.15 Contraintes sur la paroi interne (r = 8 mm) du substrat à t = 2 s. . 145
6.16 Contraintes sur la paroi externe du substrat (r = 9 mm) à t = 2 s. . 145
6.17 Contraintes dans la direction de l'épaisseur, à t = 2 s et en z = 23 mm. 146
6.18 Températures nodales tracées suivant la direction longitudinale $\vec{z}$ à différents instants au cours de la descente en température. Les courbes REF sont les profils de température obtenus par le calcul de référence sans éléments d'interface. 150
6.19 Flux de chaleur dans le substrat anisotrope à l'instant t = 2 s, le long de la surface externe du substrat. Comparaison avec le calcul de référence (REF) sans élément d'interface. 151

6.20 Flux de chaleur dans le substrat anisotrope à l'instant t = 2,5 s le long de la surface externe du substrat, lorsque les cloques se sont formées. Comparaison avec le calcul de référence (REF) sans élément d'interface. 152
6.21 Géométrie de l'éprouvette tubulaire à section variable [Degeilh 2013]. 153
6.22 Maillage de l'éprouvette tubulaire à section variable. La zone rouge représente la barrière thermique. 154
6.23 Conditions aux limites thermiques et mécaniques de l'éprouvette tubulaire. 155
6.24 Evolution du profil de température nodale T (K) sur la paroi externe du substrat au cours de la montée en température aux instants t = 0,6 ; 0,7 ; 0,8 ; 0,9 ; 1 s. 157
6.25 Evolution de l'endommagement d aux points de Gauss de l'interface au cours de la montée en température aux instants t = 0,6 ; 0,7 ; 0,8 ; 0,9 ; 1 s (d = 0 pour une interface saine, d = 1 pour une interface rompue). 158
6.26 (a) Saut de déplacement normal $[[u_c]]$ à l'interface et (b) endommagement d aux points de Gauss de l'interface au cours du refroidissement, à t = 2,6 s (d = 0 pour une interface saine, d = 1 pour une interface rompue). 158
6.27 Constituants de l'aube [Degeilh 2013]. 160
6.28 Maillage de l'aube vue (a) de l'intrados et (b) de l'extrados. 160
6.29 Champ de température de la surface externe de la structure au cours du maintien en température. 162
6.30 (a) Evolution de l'endommagement interfacial au cours de la montée en température (a) sur l'extradoss (b) et sur l'intrados, aux instants t = 0,5 ; 0,6 ; 0,8 ; 0,9 s. 164
6.31 Endommagement interfacial pour trois différentes valeurs initiales de G_{Ic} après N^A_{cycles} cycles thermiques (a) sur l'intrados et (b) extrados de l'aube, avec un chargement thermique arbitraire (d = 0 signifie que l'interface est saine et d = 1 signifie que l'interface est rompue). 165
6.32 Température du substrat à t= 1 s (K). 167
6.33 Evolution au cours de la montée en température aux instants t = 0,8 ; 0,9 ; 1 s, (a) Endommagement interfacial d aux points de Gauss le long de l'intrados, (b) saut de déplacement normal $[[u_n]]$ (mm) à l'interface et (c) champ de température moyenne aux nœuds de la coque $\bar{\theta}$ (K). 168
6.34 Evolution au cours de la montée en température aux instants t = 0,5 ; 0,8 ; 1 s, (a) endommagement interfacial d aux points de Gauss le long de l'extrados, (b) saut de déplacement normal $[[u_n]]$ (mm) à l'interface et (c) champ de température moyenne aux nœuds de la coque $\bar{\theta}$ (K). 171

6.35 Champ de température nodale T (K) du substrat et température moyenne nodale $\bar{\theta}$ (K) de la barrière thermique correspondante, obtenus pendant la phase de maintien en température, aux instants t = 1 ; 1,5 et 2 s. 172
6.36 Macroscopie de trois aubes du retour d'expérience [Vidal-Sétif 2010]. 172
6.37 Début d'écaillage d'une aube [Vaunois 2013a]. 173

7.1 Détachement d'un fragment de barrière thermique et prise en compte de l'échauffement du substrat au cours d'une modélisation thermo-mécanique couplée. 180

A.1 Points utilisés pour l'interpolation (a) de la déformation de membrane, (b) de la déformation transverse $\varepsilon_{rt}\mathbf{g^r g^t}$, (c) de la déformation transverse $\varepsilon_{st}\mathbf{g^s g^t}$ [Bathe 1986]. 187
A.2 Géométrie et conditions aux limites. 188
A.3 Différents maillages utilisés pour l'étude de convergence. 190
A.4 (a) Flux de chaleur interfacial Q_{cz} calculé aux points de Gauss des éléments d'interface, à $t = 1$ s, le long de la direction longitudinale $\vec{z}$, (b) endommagement interfacial d calculé aux points de Gauss des éléments d'interface, à $t = 1$ s, le long de la direction longitudinale $\vec{z}$. 192
A.5 Tube infini soumis à un gradient de température de paroi. 193
A.6 Solution thermo-élastique en isotrope. 194
A.7 Champ de contraintes tracé dans la direction de l'épaisseur du tube anisotrope avec des paramètres matériau qui ne dépendent pas de la température. 195
A.8 Champ de contraintes tracé dans la direction de l'épaisseur du tube anisotrope incluant la dépendance des paramètres matériau à la température. 196
A.9 Activation des systèmes de glissement en fonction des sollicitations appliquées. 197
A.10 Système de refroidissement interne d'une aube [Murata 2009]. 198

Liste des tableaux

4.1 Chargement externe 55
4.2 Nombre d'itérations cumulées au cours des calculs réalisés avec 1000 incréments initiaux. 60
4.3 Dimensions et paramètres matériau 61
4.4 Longueurs de levier pour le test MMB. 62
4.5 Propriétés élastiques isotropes des deux couches modélisées [Théry 2007]. 75
4.6 Valeurs maximales du champ de température externe appliqué au tube. 76

5.1 Paramètres matériau du cas test élémentaire. 93
5.2 Paramètres matériau de la poutre fissurée. 99
5.3 Paramètres matériau de l'interface. 99
5.4 Comparaison avec le modèle analytique. 108
5.5 Paramètres de couplage 114

6.1 Chargement externe appliqué sur le tube. 130
6.2 Propriétés élastiques isotropes du substrat et de la barrière thermique (BT) [Théry 2007]. 130
6.3 Propriétés mécaniques de l'interface correspondant à différents temps de vieillissement t_{cycle} croissants. 131
6.4 Propriétés thermiques de l'interface en régime permanent. 131
6.5 Longueurs caractéristiques. 133
6.6 Propriétés mécaniques de l'interface pour un état de vieillissement donné. 141
6.7 Chargement thermique et mécanique externes. 155
6.8 Propriétés mécaniques de l'interface pour une durée de cyclage t_{cycle} (h) donnée. 156
6.9 Chargement externe de l'aube. 161
6.10 Propriétés mécaniques de l'interface pour une durée de cyclage t_{cycle} (h) donnée. 166

A.1 Tailles de maille pour l'étude de convergence. 191

Chapitre 1

Introduction

Les systèmes barrières thermiques sont des revêtements multi-couches déposés à la surface des aubes de turbine aéronautique afin de réduire les flux de chaleur passant à travers le revêtement mais également pour protéger le substrat des dégradations environnementales telles que l'oxydation et la corrosion. L'utilisation de ces systèmes permet d'augmenter considérablement la durée de vie des aubes sous conditions extrêmes. La barrière thermique est déposée à la surface du substrat monocristallin base Nickel AM1 constitutif de l'aube préalablement recouverte d'une sous-couche (couche de liaison) qui assure l'accrochage de la céramique.

Le mode de dégradation dominant dans ces systèmes est la création de fissures qui résultent de l'accroissement des ondulations hors-plan d'une couche intermédiaire d'oxyde formée en service entre la céramique et la sous-couche. La disparité des dilatations thermiques des différentes couches constituant le système favorise l'accroissement des ondulations hors-plan de la couche d'oxyde soumise à de fortes contraintes de compression au cours de la phase de refroidissement du cycle du moteur. Cette couche d'oxyde comprimée et ondulée est le siège de l'amorçage et de la propagation de fissures pouvant conduire à l'écaillage de la barrière thermique.

En vue d'améliorer la performance et la fiabilité de ces systèmes multi-couches, il est donc primordial d'accéder à une compréhension fine des aspects thermo-mécaniques conduisant à l'écaillage de la barrière thermique. Cette thèse Cifre Snecma-Onera s'inscrit dans le cadre du Projet de Recherche Concerté sur la Durée De Vie des Structures Chaudes mené en collaboration entre plusieurs partenaires tels que l'Onera ou la Snecma. L'objectif de ce travail de thèse est de mettre en place une simulation thermo-mécanique couplée d'une aube revêtue permettant de modéliser l'écaillage de la barrière-thermique qui survient dans les conditions de service de l'aube. A cet effet, des outils numériques permettant de réaliser un calcul tridimensionnel par éléments finis thermo-mécanique couplé de l'aube revêtue sont développés au sein du code de calcul par éléments finis Z-set.

Le chapitre 2 est consacrée au positionnement de cette étude par rapport aux travaux décrits dans la littérature. Le système multicouche étudié et ses modes de dégradation sont détaillés. S'en suivra un historique des méthodes numériques et expérimentales mises en œuvre par d'autres auteurs pour modéliser la durée de vie des barrières thermiques. L'état de l'art est aussi consacré aux outils numériques à mettre en œuvre pour réaliser le calcul tridimensionnel par éléments finis de l'aube revêtue. La problématique et la démarche proposée pour modéliser l'écaillage est ensuite détaillée dans le chapitre 3.

Dans le chapitre 4, les outils numériques développés pour la modélisation mécanique

de l'écaillage sont présentés. L'insertion d'éléments de zone cohésive mécanique et thermique au niveau de l'interface barrière-thermique/substrat permet de tenir compte simultanément des changements dans le processus de transfert de charge et des variations du flux de chaleur induits par l'endommagement de l'interface, au cours d'une simulation thermo-mécanique couplée. L'élément fini d'interface mixte de Lorentz, dont la formulation variationnelle repose sur un Lagrangien augmenté, est mis en œuvre ainsi qu'une loi cohésive qui intègre un modèle énergétique de l'endommagement de l'interface. Afin de tenir compte des propriétés structurelles du revêtement, la modélisation de la barrière thermique est réalisée au moyen d'éléments de coque mécanique reposant sur l'approche "Continuum Based" qui sont développés et validés dans le cadre de la thèse.

Dans le chapitre 5, les outils numériques destinés à modéliser le problème thermique puis thermo-mécanique couplé conduisant à l'écaillage sont introduits. De même, un élément de zone cohésive thermique muni d'un modèle décrivant l'évolution de la conductance de l'interface au cours de l'initiation et la propagation d'une fissure est développé. Le gradient de température dans l'épaisseur de la barrière thermique est modélisé au moyen d'un modèle de coque thermique développé et validé dans le cadre de l'étude. Par ailleurs, la méthode de couplage utilisée est l'algorithme sous cyclé CSS (Conventional Serial Staggered) dont les limitations dans le cas d'une simulation thermo-mécanique couplée à pas de couplage fixe, impliquant la propagation d'une fissure, sont démontrées. L'introduction de pas de couplage adaptatifs contrôlés au moyen d'une variable interne du problème mécanique a permis de contourner ces limitations.

L'ensemble des briques numériques est validé sur des cas tests de complexité croissante. Dans le chapitre 6, des cas d'applications effectués sur des géométries tubulaires à gradient thermique de paroi sont réalisés afin de tester le modèle couplé sur des structures et des chargements proches des conditions de service de l'aube. Ils permettent également de préparer des essais technologiques de laboratoire qui auront lieu ultérieurement à l'Onera. Enfin, les premiers calculs thermo-mécaniques couplés sur aube revêtue sont présentés.

Chapitre 2

Etat de l'art

Sommaire

2.1 Le système barrière thermique 3
2.1.1 Description du système multicouche 4
2.1.2 Généralités à propos du phénomène d'écaillage 7
2.1.3 La modélisation de la durée de vie des barrières thermiques dans la littérature 8
2.1.4 L'approche énergétique 12
2.1.5 Vers un calcul sur aube complète 14
2.2 Etat de l'art des outils numériques 14
2.2.1 Le couplage thermo-mécanique 16
2.2.2 Les modèles de zone cohésive mécanique 20
2.2.3 Les modèles de zone cohésive thermo-mécaniques 25
2.2.4 Les coques mécaniques 29
2.2.5 Les coques thermiques 37

2.1 Le système barrière thermique

L'amélioration des performances des moteurs d'avion passe notamment par l'augmentation de la température de combustion des gaz. Cela est possible lorsque les pièces mécaniques constituants les parties chaudes du moteur sont capables de résister à de hautes températures. Dans les moteurs aéronautiques, la turbine est le sous-ensemble du moteur qui récupère une partie de l'énergie issue de la combustion des gaz pour entrainer les différents étages du compresseur à l'aide d'un arbre. Dans les turboréacteurs double-corps, la turbine est constituée d'un ou plusieurs étages (stator-rotor) à haute pression et d'un second à basse pression. L'aube est la partie d'une turbine en forme de cuillère ou de pale sur laquelle vient s'exercer l'action du fluide moteur issu de la chambre de combustion. Une turbine comporte plusieurs aubes réparties régulièrement sur son pourtour. Les aubes de turbines des étages les plus chauds sont des pièces qui fonctionnent à très haute température qui conditionnent le rendement du moteur. Du fait de la diversité et de la complexité des sollicitations s'exerçant sur ces pièces, leur développement fait intervenir des aérodynamiciens, des thermiciens, des métallurgistes et des mécaniciens.

Les travaux présentés dans cette thèse se focalisent sur les aubes de turbines mobiles situées en sortie de la chambre de combustion (température des gaz pouvant atteindre 1400°C), qui subissent de fortes contraintes mécaniques liées notamment

à leur vitesse de rotation élevée. La solution adoptée par le motoriste Snecma, pour son moteur militaire, passe par l'utilisation d'un superalliage monocristallin présentant un comportement en fluage qui lui permet de résister à des efforts centrifuges extrêmes, couplée à une géométrie d'aube refroidie optimisée.

Il existe différentes technologies visant à refroidir ces pièces telles que le refroidissement par circulation interne associé à du "film cooling" [1] externe. Les systèmes barrières thermiques contribuent également à la maîtrise des températures des aubes. Ce sont des revêtements multicouches déposés sur les pièces chaudes des turbomachines pour les isoler des gaz à très hautes températures. La ruine de ces systèmes met à nu le superalliage constitutif de l'aube, ce qui peut conduire à la détérioration de cette dernière. Les paragraphes suivants détaillent la constitution du système barrière thermique étudié dans cette thèse, le système standard Snecma (figure 2.1). Il est composé du superalliage monocristallin AM1, revêtu d'une couche de liaison de type aluminiure de nickel Ni(Pt)Al, et d'une couche de céramique en zircone yttriée YPSZ [2].

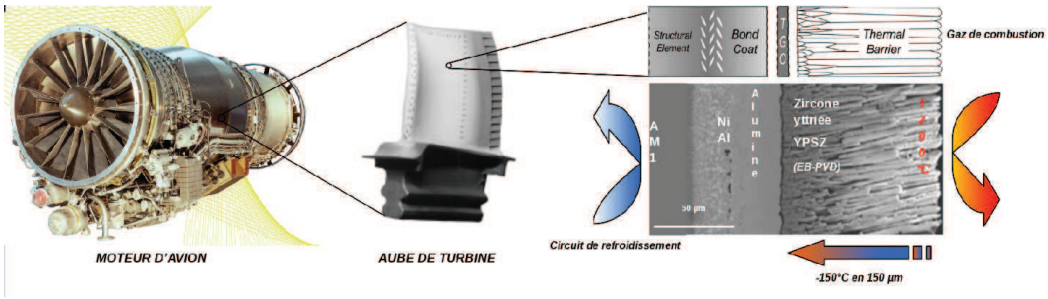


FIGURE 2.1 – Aube de turbine et constituants de la barrière thermique [Théry 2007].

2.1.1 Description du système multicouche

La barrière thermique permet un abaissement de la température d'environ 1°C/μm, soit un abaissement de la température du métal de l'ordre de 100 à 150°C, pour des épaisseurs de barrière de 100 à 150 μm. Le système étudié ici est composé de trois couches exerçant chacune un rôle distinct (figure 2.2).

2.1.1.1 L'AM1

Le superalliage AM1 [Davidson 1983] développé en collaboration par l'Onera, Snecma, l'ENSMP et IMPHY a été choisi par la société Snecma, motoriste aéronautique et spatial, pour équiper certains de ses turboréacteurs. Sa composition nominale et sa microstructure ont été optimisées pour obtenir de bonnes propriétés mécaniques à haute température (résistance au fluage, résistance en fatigue ...).

1. La technologie appelée "film cooling" consiste à laisser s'échapper de l'air prélevé au niveau des compresseurs par des trous de refroidissement placés dans les zones les plus chaudes de l'aube afin de former un film d'air plus froid autour de la pale.
2. Yttria Partially Stabilized Zirconia.

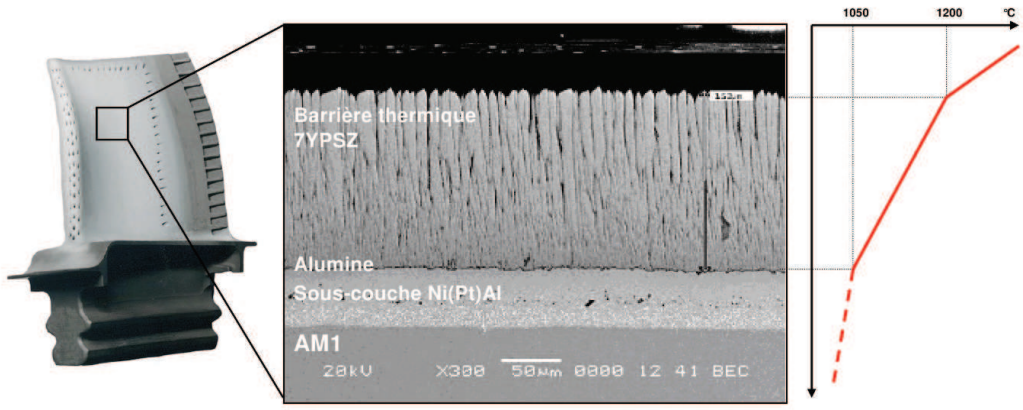


FIGURE 2.2 – Couches constituantes de la barrière thermique étudiée et abaissement de la température dans l'épaisseur, d'après [Mévrel, R. 2009].

Il s'agit d'un alliage monocristallin biphasé. La microstructure de cet alliage comporte deux phases : une matrice γ-NiAl, solution solide désordonnée cubique à faces centrées, dans laquelle précipite une phase pseudo-cuboïdale cohérente γ'-Ni_3Al, de type $L1_2$, dotée d'un faible écart paramétrique avec la matrice. À température ambiante, la fraction volumique de γ'-Ni_3Al est d'environ 70%. Les éléments nickel, cobalt, chrome, molybdène et tungstène se répartissent préférentiellement dans la matrice γ-NiAl, tandis que les éléments se plaçant de préférence dans la phase γ'-Ni_3Al sont l'aluminium, le titane et le tantale. Il est élaboré par solidification dirigée, le choix d'une direction de solidification étant rendu possible par une coulée sous gradient thermique contrôlé, selon la méthode de Bridgman.

2.1.1.2 La couche de liaison

Dans le système standard Snecma, la couche de liaison, ou sous-couche, dont l'épaisseur est d'environ 50 μm, a pour fonction principale la protection contre l'oxydation du matériau de base de l'aube, l'AM1. Elle produit et maintient un oxyde protecteur, l'alumine, lors du fonctionnement du système à haute température. C'est une sorte de réservoir d'aluminium.

Les couches de liaisons utilisées sur les aubes de turbines du M88 sont composées de l'intermétallique (β-NiAl) auquel est ajouté du platine. L'effet majeur de l'ajout du platine est de favoriser l'adhésion de la couche d'alumine formée par oxydation sur la couche de liaison. Industriellement, le procédé utilisé consiste à effectuer, après sablage de la pièce, un pré-dépôt électrolytique de platine, avec une épaisseur visée de 7 μm environ, suivi d'un traitement de diffusion sous vide. Ensuite est effectué le traitement d'aluminisation qui consiste à apporter l'aluminium par voie thermochimique, sous forme d'halogénure produit par la réaction entre un activateur halogéné et un cément donneur constitué d'aluminium et de chrome (procédé

APVS [3]).

La microstructure du système multicouche évolue au cours des cycles thermomécaniques du fait de l'oxydation et des phénomènes d'interdiffusion avec le substrat. L'appauvrissement de la couche de liaison en aluminium qui se produit à cause de l'oxydation et de la diffusion vers le substrat nuit à la résistance à l'oxydation du système. D'autre part, la diminution de la teneur en aluminium dans la zone externe de la couche de liaison entraîne des transformations de phase : la transformation partielle de β en γ' qui s'accentue au fil du vieillissement, et la transformation martensitique de la phase β qui opère à chaque refroidissement ou montée en température passant par la température de transition. Ces transformations induisent des variations de volume importantes qui génèrent des contraintes pouvant contribuer à l'écaillage de la couche d'alumine [Chen 2003]. De plus, la présence de la phase γ' et de la phase martensitique pourrait entraîner des instabilités du fait des différences de dilatation thermique et de propriétés mécaniques existant entre ces phases. La sous-couche subit, avant le dépôt EB-PVD de zircone yttriée, une opération de sablage, qui permet d'homogénéiser sa surface, en lissant les aspérités de l'état brut d'aluminisation. Cela permet d'obtenir une meilleure topographie d'accroche pour la couche d'alumine et *in fine* une meilleure accroche pour la barrière thermique elle-même.

2.1.1.3 La couche d'alumine

Une couche intermédiaire, l'alumine, au départ d'une épaisseur d'environ 0,3 μm (après le dépôt de la céramique), s'épaissit par oxydation jusqu'à atteindre 6 à 8 μm (valeur maximale avant écaillage) en condition de service. En effet, la couche de céramique est poreuse et perméable à l'oxygène. Celui-ci rencontre l'aluminium qui diffuse depuis la couche de liaison et crée du nouvel oxyde, soit à l'interface entre l'oxyde initial et la couche de liaison, soit à l'interface oxyde/céramique. La couche d'alumine joue un rôle crucial dans la durabilité du système barrière thermique.

Afin d'éviter la formation d'une alumine dite de transition θ, moins adhérente et dont la transformation en alumine stable α à plus haute température génère des contraintes qui peuvent entraîner une rupture de l'oxyde interfacial, un traitement de surface (sablage) est appliqué à la sous-couche. De plus, la pièce à revêtir est préchauffée dans des conditions spécifiques avant d'être introduite dans l'enceinte de dépôt EB-PVB [Guédou 2011]. Ces étapes précédant le dépôt de la céramique permettent à la sous-couche d'être préoxydée en formant une couche d'alumine stable α à sa surface. L'alumine continue de croître au cours de l'élaboration et dans les conditions de service.

2.1.1.4 La céramique isolante

Il s'agit de la couche externe exposée aux gaz chaud (environ 150 μm d'épaisseur). Elle a pour fonction principale l'isolation thermique du système de part sa faible

3. Aluminisation en Phase Vapeur Snecma.

conductivité. La céramique communément utilisée est de la zircone partiellement stabilisée par l'yttrine (YPSZ, ZrO_2 – 6 à 8 % massiques Y_2O_3). Ce matériau a été sélectionné pour ses propriétés particulièrement intéressantes. Il bénéficie notamment d'un coefficient de dilatation thermique relativement élevé pour une céramique (de l'ordre de $1{,}0\times10^{-5}$ K^{-1}), permettant de minimiser les écarts avec les dilatations du substrat métallique (coefficient de $1{,}64\times10^{-5}$ K^{-1} pour l'AM1 et $1{,}6\times10^{-5}$ K^{-1} pour la couche de liaison). Pour assurer ses fonctions d'isolant thermique, la zircone a un faible coefficient de conductivité thermique (de l'ordre de 2 $W.m^{-1}.K^{-1}$ sous forme dense au-dessus de 800°C). D'autre part, sa stabilité structurale satisfaisante dans le domaine des températures de fonctionnement permet d'éviter les fissurations liées aux changements de phase (notamment la transformation martensitique de la zircone). D'un point de vue chimique, la zircone bénéficie également d'une bonne stabilité vis-à-vis de l'environnement oxydant des gaz de combustion, ainsi que d'une bonne compatibilité chimique avec la couche d'alumine sous-jacente, permettant ainsi d'éviter de potentielles réactions chimiques avec cette couche dont l'intégrité est capitale.

Elle est déposée par EB-PVD [4]. C'est une technique d'évaporation sous vide secondaire (de 1 à 0,01 Pa environ) au cours de laquelle le matériau à déposer est préalablement fondu puis transformé de l'état de liquide à l'état de vapeur. Il se condense ensuite sur le substrat. Pour assurer son évaporation, un faisceau d'électrons est focalisé en direction du matériau à déposer.

La structure du dépôt obtenu est alors colonnaire (figure 2.3), ce qui lui confère une meilleure résistance mécanique au détriment des propriétés thermiques, sa conductivité thermique atteignant, dans ce cas, entre 1,7 et 2,2 $W.m^{-1}.K^{-1}$ [Bacos 2011]. En revanche, exposée aux gaz chauds, l'architecture poreuse de la couche céramique évolue, par frittage notamment, entraînant une élévation de sa conductivité thermique et une augmentation de sa rigidité.

2.1.2 Généralités à propos du phénomène d'écaillage

En raison des conditions de service et du processus de mise en forme, divers modes de dégradations interviennent dans la ruine des systèmes barrières thermiques. Parmi eux, il existe des modes de dégradation d'origine environnementale tels que les impacts de particules issues de la chambre de combustion ou la dégradation chimique (diffusion de Ni à travers la couche d'alumine). Aucun de ces modes de dégradation ne sont traités ici. En revanche, on portera notre attention sur le processus de ruine causé par l'accroissement de l'épaisseur de la couche d'alumine entre la barrière thermique et la sous-couche, à l'origine de l'accroissement de fissures interfaciales au cours des chargements thermo-mécaniques [Tolpygo 1998]. Le scénario présenté dans [Evans 2001] qui décrit cette fissuration interfaciale comme une séquence de nucléation, coalescence et propagation illustrée sur la figure 2.4 est retenu. Dans un premier temps, la couche d'alumine se retrouve en forte compression au cours de la phase de refroidissement. Pour équilibrer mécaniquement

4. Electron Beam Physical Vapor Deposition.

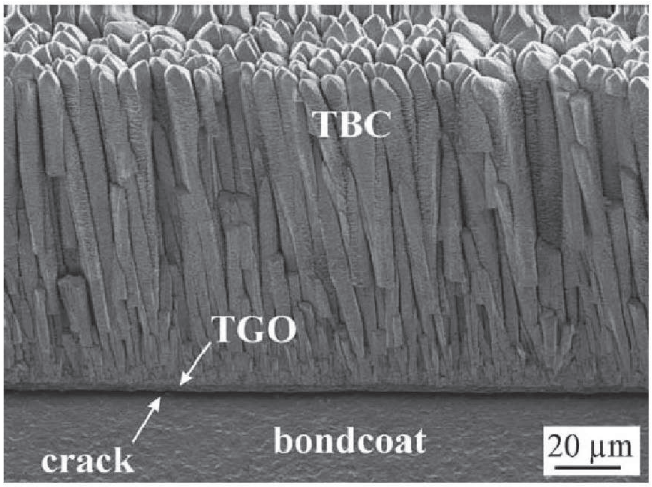


FIGURE 2.3 – Micrographie de la couche de céramique isolante (structure colonnaire) (source [Schulz 2003]). TBC (Thermal Barrier Coating), désigne la céramique isolante, TGO (Thermal Growing Oxide) désigne l'alumine, bondcoat désigne la sous-couche.

le système, elle s'allonge ce qui induit des contraintes de tension σ_{zz} normales à l'interface et qui vont conduire au délaminage. Ce phénomène appelé "rumpling" est considéré comme étant un des modes dominants de ruine de la barrière thermique. Il survient par fissuration à la suite de la croissance des ondulations de la couche d'alumine sous l'effet de fortes compressions [Balint 2005]. Une fois nucléées, la coalescence des fissures peut conduire au flambage et/ou au délaminage à partir de bords libres de la couche supérieure, ce qui peut éventuellement provoquer l'écaillage de quelques régions de la barrière thermique.

2.1.3 La modélisation de la durée de vie des barrières thermiques dans la littérature

La modélisation de la durée de vie des barrières thermiques et de leur ruine a été largement abordée dans la littérature. Plusieurs auteurs ont proposé des modèles analytiques et numériques reposant sur une analyse à l'échelle microscopique impliquant un paramètre de rugosité de l'interface métal/céramique où l'endommagement a lieu [Caliez 2001, Caliez 2003, Balint 2005, Vaunois 2013b]. D'autres études ont fourni un modèle de durée de vie de la barrière thermique à travers l'évaluation d'un état local tel que l'épaisseur critique de la couche d'alumine atteinte après des tests d'oxydation cycliques [Tolpygo 2001] ou du gain de masse net [Smialek 1990, Bacos 2004]. Une étude plus récente [Courcier 2011] se concentre sur le vieillissement de l'interface modélisé à travers une approche locale de l'endommagement reliant l'évolution des propriétés interfaciales et l'historique du chargement.

Parallèlement aux travaux menés sur l'évaluation de la durée de vie des systèmes

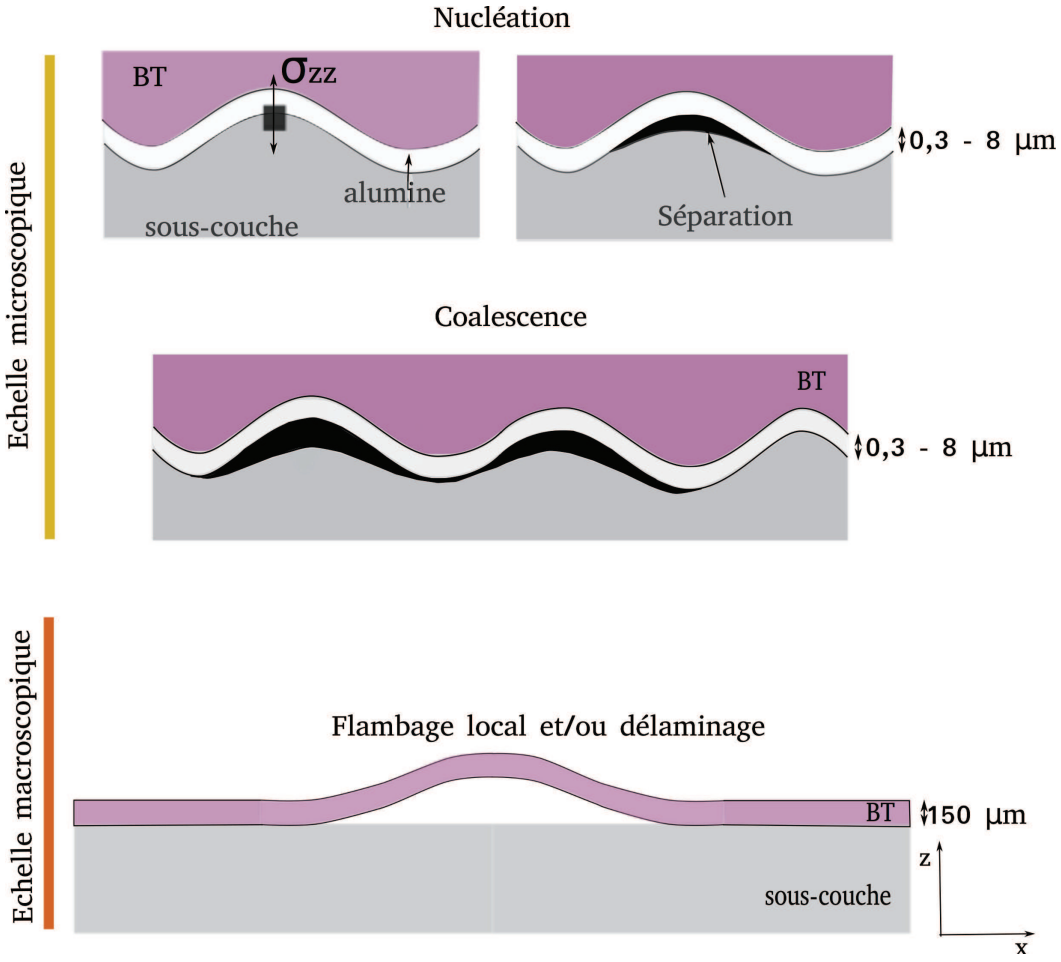


FIGURE 2.4 – Représentation du scénario de ruine de la barrière thermique (BT) à différentes échelles : échelle microscopique (échelle des rugosités interfaciales) et échelle macroscopique [Evans 2001].

barrière thermique, plusieurs chercheurs ont étudié le délaminage des films minces de diverses manières. Plus spécifiquement, l'étude du délaminage et de l'écaillage d'un revêtement sous compression en combinant mécanique de la rupture et une étude post-flambage issue de la théorie des plaques est proposée dans [Evans 1984]. Le délaminage provoqué par le flambage a été étudié dans [Gioia 1997] en considérant qu'une région du film mince qui a flambé par rapport au substrat induit la formation d'une cloque qui peut ensuite se stabiliser ou se propager suivant un critère énergétique. Des travaux plus récents ont été réalisés dans le but d'investiguer diverses formes de délaminage de revêtements associées à l'accroissement d'une couche d'alumine incluant du délaminage suite à un flambage à petite ou grande échelle [Choi 1999], et cela sur des substrats plans ou courbes [Hutchinson 2001], accompagnés ou non de fissures perpendiculaires à l'interface [Faulhaber 2006].

A travers l'étude d'un film mince élastique déposé sur un substrat cylindrique

soumis à une contrainte de compression équi-biaxiale, [Hutchinson 2001] analyse le rôle de la courbure du substrat et de la mixité des modes de sollicitation, autrement dit du ratio entre traction et cisaillement près de la pointe de fissure, sur la formation et la propagation de cloque à bord droit et à front courbe. Cette étude analytique met en œuvre les équations de coque de Donnell-Mushtari-Vlasov qui tiennent compte de la courbure de la coque pour décrire la cinématique du film combiné à la mécanique élastique linéaire de la rupture pour décrire le comportement de l'interface. Une illustration de la géométrie étudiée est présentée sur la figure 2.5.

Ces études montrent qu'une cloque à bord droit et à front courbe se propage préférentiellement le long du front et très peu le long des bords droits. La raison évoquée est la différence de mixité des modes le long du front et des bords, couplée à une forte dépendance de la ténacité de l'interface à cette mixité, la ténacité étant maximale lorsque la sollicitation se rapproche du cisaillement. Une comparaison des taux de restitution d'énergie calculés le long du front et du bord présentée sur la figure 2.5 montre que le taux de restitution d'énergie le long du front est plus faible, ce qui rend la fissure interfaciale plus encline à se propager dans cette direction. La comparaison de l'angle de mixité des modes de sollicitation, quantité qui mesure le ratio de contrainte tangentielle par rapport à la contrainte normale à l'interface, montre par ailleurs que le mode de sollicitation au niveau des bords droits de la cloque se rapproche plus du cisaillement que le mode de sollicitation du front.

Une comparaison entre la propagation de la cloque à bord droit le long d'une courbure positive et négative d'un substrat cylindrique creux est également proposée dans [Hutchinson 2001] en vue d'étudier l'influence du rayon de courbure du substrat sur le délaminage. Il ressort de cette étude que les conditions sont plus favorables à la propagation axiale (dans la direction de la longueur du tube) le long d'un substrat à courbure positive que d'un substrat à courbure négative. La raison est que les taux de restitution d'énergie calculés sur les courbures positives sont plus élevées que sur les courbures négatives, pour une même longueur du front b de la cloque, un même rayon R du cylindre et une même épaisseur T du film délaminé (figure 2.6).

Certains modèles de durée de vie font également appel à une modélisation éléments finis. A l'échelle de la rugosité, Caliez [Caliez 2001, Caliez 2003] a proposé un modèle éléments finis couplant calcul de diffusion (modélisation de la croissance de la couche d'alumine) et calcul mécanique avec endommagement. L'insertion de modèles de zone cohésive entre chaque élément fini constituant le maillage de la couche d'alumine a permis le passage d'un endommagement d'abord diffus à une localisation surfacique sous forme d'une fissure. Enfin, la prise en compte des résultats à l'échelle de la rugosité des interfaces a conduit au développement d'un modèle de prévision de la durée de vie macroscopique dans lequel la rugosité de l'interface est incorporée de manière statistique. En 2009, Frachon [Frachon 2009] a développé une méthodologie qui repose sur une appproche énergétique pour simuler par éléments finis la géométrie des différentes couches du système barrière thermique dont la couche d'alumine. L'oxydation et l'évolution de la rugosité interfaciale y sont pris

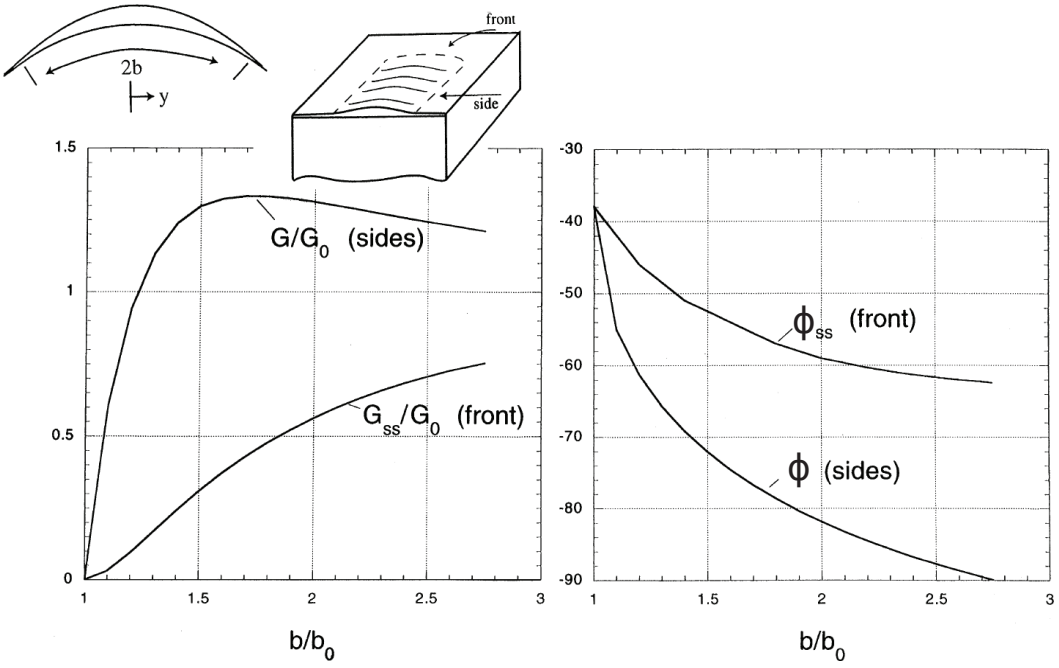


FIGURE 2.5 – (a) Taux de restitution d'énergie normalisé le long du front et des bords (sides), (b) angle de mixité des modes de sollicitation noté ϕ (°). $\phi = 0°$ indique une sollicitation en mode I pur tandis que ϕ = -90° indique une sollicitation en mode II pur [Hutchinson 2001].

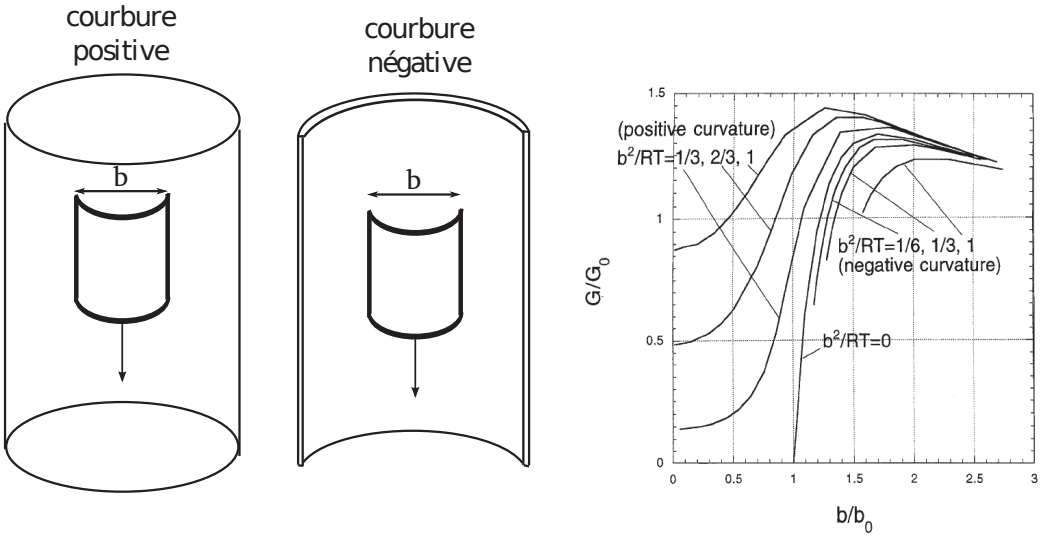


FIGURE 2.6 – (a) Propagation axiale d'une cloque le long de la courbure positive et négative d'un cylindre, (b) comparaison des taux de restitution d'énergie calculés au cours de la propagation axiale d'une cloque le long d'une courbure positive et négative [Hutchinson 2001]. L'égalité $\frac{b^2}{RT} = 0$ signifie que le substrat est plat.

en compte et permettent d'évaluer les contraintes et les déformations au niveau de la couche d'alumine au cours du vieillissement du système.

On note cependant certains inconvénients aux modèles éléments finis représentant l'interface (couche d'alumine) dans sa totalité. Au delà des considérations en terme de temps de calcul, la robustesse est aussi à vérifier notamment lors de l'insertion d'élement de zone cohésive entre tous les éléments constituants une couche dont l'épaisseur est de l'ordre du micron. D'autre part, ces modélisations ne prennent pas en compte les effets structurels liés à la géométrie complexe de l'aube ainsi que les effets liés au couplage thermo-mécanique.

2.1.4 L'approche énergétique

Une autre approche largement répandue pour la prédiction de la durée de vie des barrières thermiques est l'approche énergétique [Evans 2001, Théry 2007] selon laquelle l'énergie d'adhérence G_c de l'interface sous-couche/céramique décroît au cours du vieillissement du système en même temps que l'énergie stockée W_s dans les différentes couches du système augmente. La durée de vie prévue correspond au nombre de cycles pour lequel ces deux quantités sont égales (figure 2.7). Cette approche est reprise et améliorée dans la thèse de Vaunois [Vaunois 2013a] dans un modèle mélant une approche expérimentale de l'adhérence à une modélisation du comportement interfacial et du rumpling. L'évolution de l'énergie d'adhérence G_c

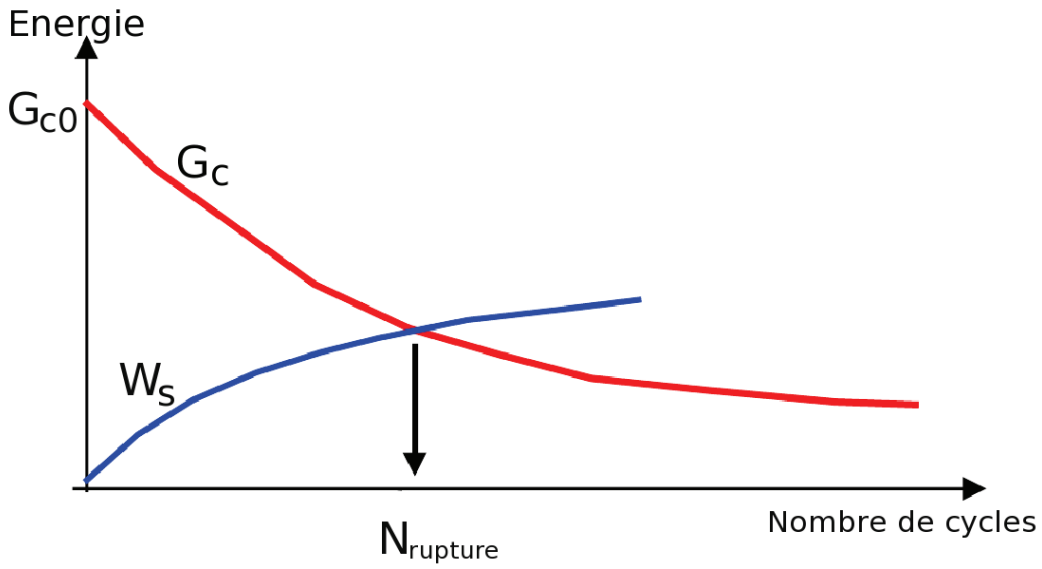


FIGURE 2.7 – Modèle de prévision de l'écaillage [Théry 2007] où G_c est l'énergie d'adhérence de l'interface et W_s l'énergie élastique stockée dans le système, libérable à la propagation de la fissure. $N_{rupture}$ correspond au nombre de cycles thermiques à écaillage.

de l'interface sous-couche/céramique est fonction du vieillissement de l'interface et du mode des sollicitations appliquées. Elle décroit au cours des cycles thermiques

sous l'effet des phénomènes d'oxydation. Un modèle de comportement interfacial présenté dans [Vaunois 2013a] permet de caractériser cette décroissance à travers une loi d'endommagement de l'interface ayant pour données d'entrée l'historique des contraintes et des déformations de l'interface. Des résultats expérimentaux montrant la décroissance de l'adhérence de la barrière thermique ont permis d'ajuster ce modèle. Les essais réalisés sont des essais d'adhérence (essais de flexion) et des essais visant à obtenir la contrainte maximale à rupture (traction normale à l'interface, ou cisaillement). Ils permettent d'une part de suivre l'évolution de l'énergie d'adhérence au cours des cycles thermiques et, d'autre part de caractériser sa dépendance à l'angle de mixité modale ϕ des modes de sollicitations. Les variations de G_c en fonction de l'angle de mixité des modes de la sollicitation appliquée sont illustrées sur la figure 2.8-a pour des essais d'adhérence réalisés sur des éprouvettes pré-cyclées avec un nombre de cycles thermiques qui varie de 50 à 500 cycles [Vaunois 2013a]. L'expression générale de G_c au cours des cycles a la forme suivante :

$$G_c = G_{c0}(\phi)\exp(-D). \tag{2.1}$$

Le terme $G_{c0}(\phi)$ quantifie la dépendance de l'énergie d'adhérence à la mixité des modes de sollicitation ajustée par des paramètres phénoménologiques déduits d'observations expérimentales. D est un paramètre de dommage macroscopique qui décrit la décroissance de l'énergie d'adhérence occasionnée par les phénomènes de décohésion de nature physico-chimique qui surviennent à l'interface au cours du vieillissement [Vaunois 2013a]. Il est construit à partir de résultats d'analyses du comportement de l'interface effectuées à l'échelle microscopique (échelle des ondulations de l'interface) puis ramenées à l'échelle macroscopique. Ce paramètre de dommage macroscopique illustre également l'effet de la température sur la cinétique d'oxydation de la sous-couche. Cette oxydation est à l'origine de la formation et de la croissance de la fine couche d'alumine à l'interface qui induit des contraintes pouvant mener à l'écaillage de la barrière thermique (figure 2.4). Cette dépendance de la ténacité interfaciale à la température s'exprime par une décroissance de l'énergie d'adhérence en fonction de l'augmentation de la température de cyclage sur des essais réalisés en isotherme, c'est-à-dire sans gradients dans l'épaisseur. Des résultats d'essais d'adhérence en flexion 4 points réalisés par [Vaunois 2013a] sur des lots pré-cyclés à trois températures différentes (1070^{o}C, 1100 ^{o}C et 1150 ^{o}C) sont illustrés sur la figure 2.8-b.

Les paramètres d'entrée de ce modèle, la température et les déformations mécaniques du substrat, sont détaillés dans [Vaunois 2013a] pour le cas de la barrière thermique EB-PVD. Les lois de comportement des différentes couches permettent de prévoir l'évolution des contraintes et déformations à l'interface puis d'en déduire l'évolution de l'endommagement interfacial à l'origine de la dégradation de l'adhérence de la barrière thermique.

Le critère prédit que l'écaillage survient lorsque l'énergie d'adhérence G_c est égale à l'énergie stockée dans le système W_s, libérable lors de la propagation d'une fissure. L'énergie stockée dans le système W_s est conditionnée par l'épaississement de

la couche d'alumine interfaciale ainsi que les contraintes stockées dans les différentes couches du système. Un modèle de comportement est développé dans [Vaunois 2013a] afin de prévoir l'évolution de ces contraintes dans le plan de l'interface.

2.1.5 Vers un calcul sur aube complète

La modélisation numérique du délaminage menant à l'écaillage de la barrière thermique fait l'objet des travaux de thèse présentés ici. A cet effet, l'objectif est de réaliser un calcul 3D par éléments finis incluant un couplage thermique/mécanique de l'aube revêtue de sa barrière thermique. Pour pouvoir réaliser ce calcul, un certain nombre d'outils numériques sont à développer et à valider au sein du code de calcul par éléments finis Z-set [Zeb].

La modélisation numérique de l'interface doit inclure un modèle s'appuyant sur des considérations physiques décrivant les variations de la ténacité en fonction des sollicitations appliquées et du vieillissement de l'interface consécutif à l'accroissement de la fine couche d'alumine [Vaunois 2013a]. Comme le vieillissement de l'interface conduit à la décroissance de sa ténacité, il est important de le prendre en compte car il favorise l'écaillage.

Par ailleurs, le chargement thermique étant à l'origine des sollicitations menant à l'écaillage à travers une dilatation thermique contrariée des couches adjacentes à l'interface, la réalisation d'un calcul thermique est une étape majeure en vue de l'obtention d'un profil de température précis. Ce dernier doit tenir compte des variations du flux de chaleur induites par l'amorçage et de la propagation d'une fissure interfaciale. Le gradient de température dans l'épaisseur de la barrière thermique permettant l'abaissement des températures perçues par l'aube est également à prendre en compte, de même que l'échauffement du substrat consécutif au délaminage de l'interface.

Enfin, le modèle doit rendre compte de la complexité induite par les effets de structure qui conduisent au délaminage à l'échelle macroscopique. Le chargement thermique est extrait des résultats de la chaîne de calcul aérothermique de la turbine utilisée par Snecma. Cette première confrontation des modèles numériques à la géométrie et aux sollicitations de l'aube aiguillera les développements à venir et le choix des approches à adopter.

2.2 Etat de l'art des outils numériques

La plupart des travaux réalisés sur le délaminage de films minces pour des applications liées aux barrières thermiques sont effectués dans le cadre de la mécanique élastique linéaire de la rupture sans couplage thermo-mécanique. Par conséquent, ces approches sont limitées sur plusieurs aspects, par exemple la description de la singularité des contraintes en pointe de fissure. Ces limitations ont guidé nos travaux pour développer un modèle numérique robuste incluant un modèle physique du vieillissement de l'interface consécutif à l'accroissement de la fine couche d'alumine et qui est également capable de simuler les effets de structure qui conduisent

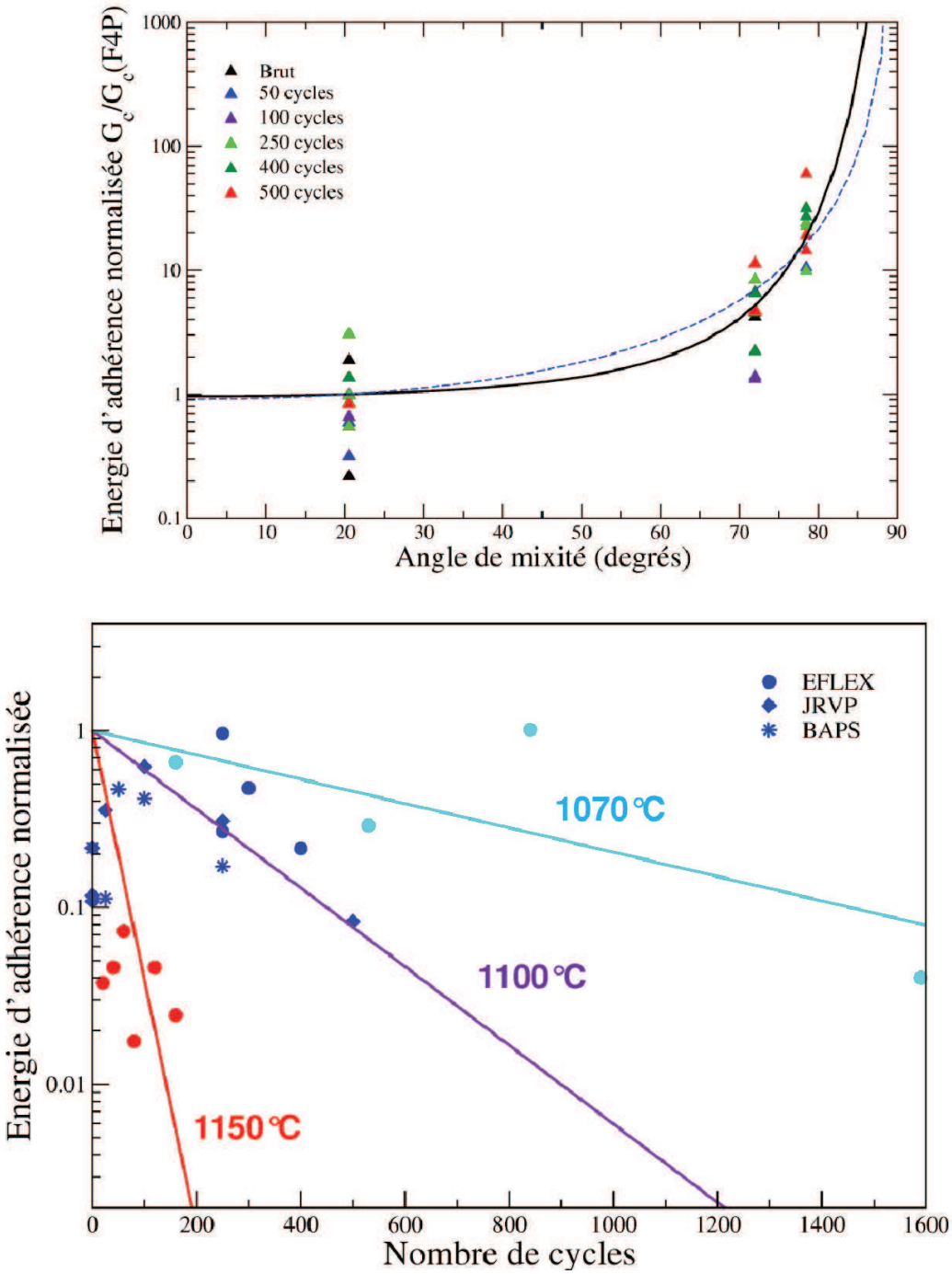


FIGURE 2.8 – (a) Evolution de l'énergie d'adhérence en fonction de l'angle de mixité des modes de sollicitation ϕ, (b) effet de la température de cyclage sur la variation de l'énergie d'adhérence en fonction du nombres de cycles [Vaunois 2013a]. Les symboles représentent des lots d'approvisionnement différents.

au délaminage à l'échelle macroscopique.

L'objectif de ce travail est de fournir des outils numériques fiables et robustes permettant de réaliser un calcul éléments finis sur aube revêtue de sa barrière thermique dans lequel sont pris en compte aussi bien les phénomènes mécaniques que thermiques, ainsi que leurs éventuelles interactions. Plusieurs outils sont à mettre en place pour pouvoir envisager la réalisation d'un tel calcul. Dans cette partie, une revue des méthodes de couplage est présentée dans un premier temps avant de s'intéresser à la modélisation de la fissuration interfaciale à l'aide de modèles de zone cohésif mécaniques. Afin de prendre en compte les variations du profil de température consécutives à la propagation d'une fissure, une revue des modèles de zone cohésif thermo-mécanique est également présentée. Enfin, les approches existantes en modélisation de films minces par des éléments coques, adaptées à la modélisation de la barrière thermique, sont détaillées aussi bien d'un point de vue mécanique que thermique.

2.2.1 Le couplage thermo-mécanique

Les systèmes couplés sont des systèmes dont le comportement est dépendant de l'interaction de composantes distinctes. Le couplage thermo-mécanique traite de l'interaction entre la thermique (équation de la chaleur) et la mécanique des milieux continus, au sein du solide. Le comportement mécanique d'un matériau peut dépendre fortement de sa température. Dans la majeure partie des cas, l'influence de la température sur les propriétés thermiques (conductivité et capacité) et mécaniques (module d'Young, limite d'élasticité, paramètres de la loi de Norton pour le fluage à haute température, etc.) prédomine par rapport à celle des déformations, qui n'a que peu d'incidence sur la thermique du solide. En effet, la chaleur produite par la dissipation liée à la déformation est négligeable devant les flux thermiques provenant d'une chambre de combustion, par exemple.

Ce couplage, illustré sur la figure 2.9, consiste donc à imposer les cartes de température θ calculées dans le solide par le solveur thermique au solveur mécanique. Ainsi, la déformation de la structure peut être affectée, parfois de manière significative, par l'évolution du profil de température dans le solide. Les déplacements u sont à leur tour imposés au solveur thermique, dans le but de réactualiser la cinématique de la structure.

2.2.1.1 Approche monolithique et approche partitionnée

De nombreuses méthodes ont vu le jour pour simuler des problèmes complexes prenant en compte les couplages inhérents entre chaque physique dans des temps de calculs raisonnables. Les schémas d'intégration temporel pour systèmes couplés se déclinent sous différentes versions selon le problème considéré [Garaud 2008]. L'approche dite "monolithique" consiste à traiter l'ensemble du problème comme un bloc unique, c'est-à-dire au sein d'un seul solveur, tandis que l'approche "partitionnée" traite les constituants physiquement ou numériquement hétérogènes comme des en-

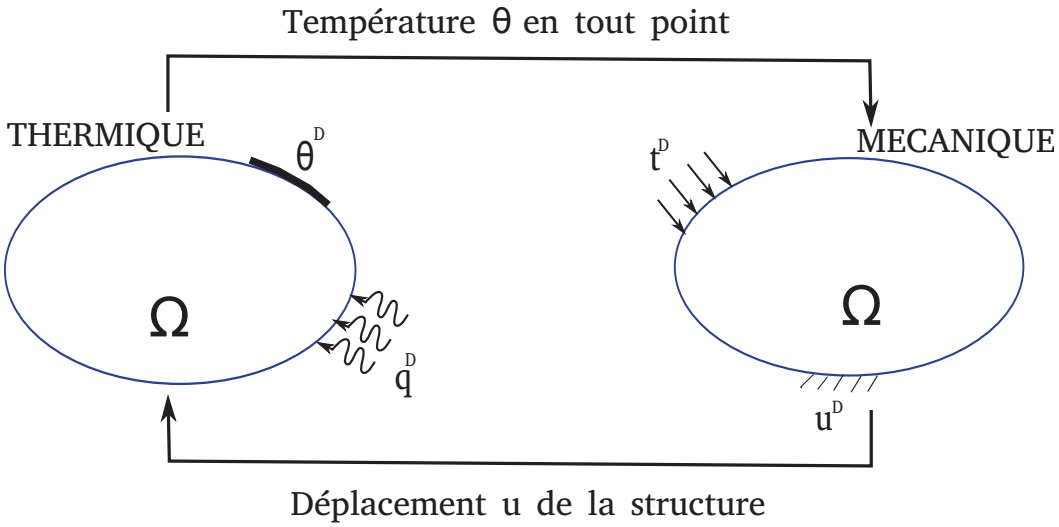


FIGURE 2.9 – Exemples de quantités échangées lors d'un couplage thermo-mécanique d'une structure Ω sollicitée par une température imposée θ^D et un flux de chaleur q^D dans le problème thermique, par des déplacements imposés u^D et une densité surfacique d'effort T^D dans le problème mécanique.

tités isolées qui avancent séparément dans le temps, éventuellement avec des schémas d'intégration différents. L'approche monolithique est avantageuse car elle ne rajoute pas d'instabilités supplémentaires. Les approches monolithiques, connues pour être plus robuste que les méthodes partitionnées, ont en effet eu du succès dans plusieurs domaines tels que les interactions fluides-structures. Cependant, elle n'offre pas la modularité logicielle (réutilisation de code existant) et peut coûter cher en temps de calcul, notamment si les temps caractéristiques des deux physiques ne sont pas du même ordre de grandeur.

L'approche partitionnée, choisie pour traiter le problème thermo-mécanique couplé de l'écaillage des barrières thermiques, est plus flexible et offre notamment les avantages suivants [Felippa 2001] :

- l'adaptation aux spécificités de chaque milieu en matière de performance des modèles de résolution (discrétisations spatiales et temporelles, algorithmes),
- l'indépendance de la modélisation (possibilité d'utiliser des méthodes de discrétisation différentes et des maillages non coïncidents, par exemple),
- la possibilité de réutiliser des codes existants, spécialisés dans la résolution d'une physique particulière,
- la modularité dans l'implantation de nouveaux modèles, indépendamment du couplage.

Le plus souvent, le choix d'une méthode partitionnée par rapport à une méthode monolithique est motivé par les contraintes de réutilisation des codes existants. La précision et la stabilité des solutions ne dépendent pas uniquement de la stabilité de chacun des sous-problèmes mais peuvent également être dégradées à cause du décalage entraîné par la résolution dissociée des physiques lors de l'intégration tem-

porelle séparée. Cela peut induire une incohérence entre les sous-problèmes à chaque pas de temps du problème couplé. Il existe diverses variantes au couplage partitionné (figure 2.10) permettant d'améliorer les propriétés de stabilité [Piperno 1995] :

— Algorithme sous-cyclé CSS (Conventional Serial Staggered)
La particularité de cette méthode est de ne réaliser le couplage qu'à des instants précis (instants de couplage) correspondants par exemple au pas de temps de la physique la plus lente [Piperno 1995]. Une interpolation linéaire est réalisée par le code sous-cyclé pour estimer les variations de l'autre code à chaque sous-incrément. La stabilité de la solution couplée dépend ainsi de cette approximation de l'évolution linéaire entre deux états transmis mais ne s'en trouvera pas nécessairement dégradée. L'algorithme partitionné séquentiel sous-cyclé est illustré sur la figure 2.10-a dans lequel le solver A est sous-cyclé.

— Algorithme parallèle CPS (Conventional Parallel Staggered)
L'objectif de cette variante parallèle est d'apporter un gain de temps sur des calculateurs à architecture parallèle. Elle consiste à réaliser deux prédictions, une pour chaque code (fig. 2.10-b). Cette résolution simultanée a de l'intérêt lorsque les temps de calcul des deux physiques sont similaires car son coût est de l'ordre du calcul le plus cher.

— Algorithme à échange désynchronisé GSS (Generalized Serial Staggered)
Cette troisième variante a pour ambition d'améliorer l'algorithme parallèle précédent en désynchronisant les échanges grace à l'introduction d'un demi-pas de temps de couplage au cours duquel les champs sont échangés. La première moitié du pas de couplage est donc effectuée en parallèle, tandis que la deuxième moitié s'effectue avec des données actualisées pour chaque code (figure 2.10-c).

Au sein de la famille des schémas partitionnés, une sous-classification du couplage intervient selon le degré d'interaction des sous-systèmes, au sens du respect (ou non) du principe d'action-réaction [Matthies 2006, Zienkiewicz 2000a]. La terminologie détaillée dans [Garaud 2008] est adoptée ici. Le couplage est ainsi dit "fort" si à chaque pas de couplage, un état convergé est recherché suivant un critère prédéfini. Le couplage est "faible" sinon.

Couplage faible

Le principe d'action-réaction n'est pas assuré à chaque pas de temps de couplage dans le cas du couplage partitionné faible, qui ne fournit des résultats corrects que lorsque l'équilibre des champs à l'interface est quasiment atteint suivant un critère de convergence prédéfini. Certaines situations ont montré les limites du schéma partitionné faible qui est inhérent à l'apparition de phénomènes instables [Garaud 2008]. Pour y remédier, diverses méthodes visant à améliorer la prédiction faite à la première étape du couplage ont été mises en œuvre par divers auteurs. Ainsi, une prédiction d'ordre 0 du déplacement $\mathbf{u}_A^n = \mathbf{u}_B^{n-1}$ peut être améliorée en prenant une extrapolation d'ordre 1 :

$$\mathbf{u}_A^n = \mathbf{u}_B^{n-1} + \Delta_t \dot{\mathbf{u}}_B^{n-1} \tag{2.2}$$

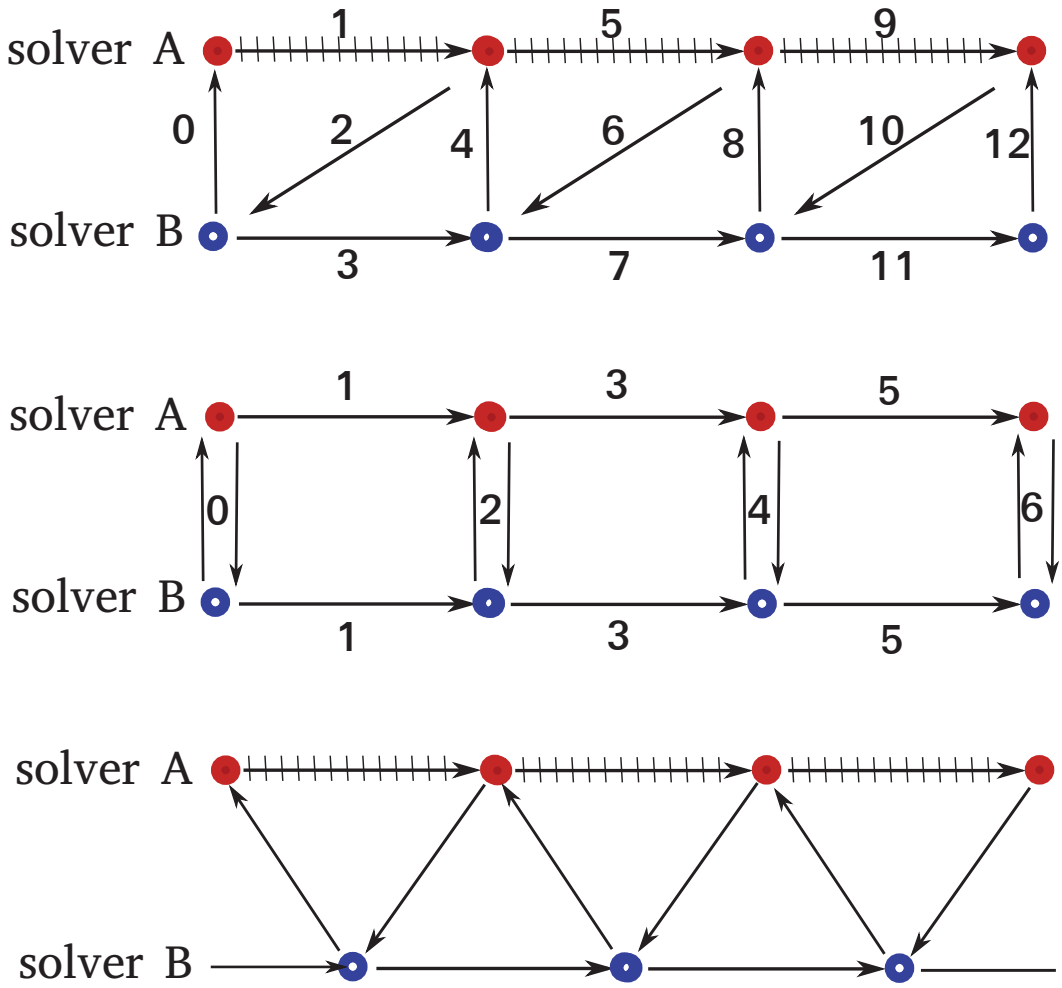


FIGURE 2.10 – Algorithmes partitionnés (a) CSS, (b) CPS, (c) GSS.

ou d'ordre 2 :

$$\mathbf{u}_A^n = \mathbf{u}_B^{n-1} + \frac{3}{2}\Delta_t \dot{\mathbf{u}}_B^{n-1} - \frac{1}{2}\Delta_t \dot{\mathbf{u}}_B^{n-2} \tag{2.3}$$

où Δ_t désigne le pas de temps de couplage et $\dot{\mathbf{u}}_B^{n-1}$ la vitesse calculée par le code B à l'instant $n-1$. Le gain de stabilité et de précision d'une prédiction d'ordre plus élevée est investigué par [Piperno 1995] sur un modèle théorique unidimensionnel et au travers d'expériences numériques sur cas complexes.

Couplage fort

La distinction entre couplage faible et couplage fort se fait au niveau du schéma en temps appliqué. Le principe d'action-réaction est assuré à chaque pas de temps dans le cas du couplage partitionné fort, supposé conduire à des résultats comparables à ceux d'un schéma monolithique, qui lui est forcément fort. Les limites des méthodes partitionnées décalées (figure 2.10) ont été montrées par divers auteurs [Garaud 2008] et les solutions apportées pour y remédier consistent à améliorer la

prédiction faite à la première étape du couplage car, lorsque la prédiction est exacte, l'équilibre à l'interface des deux physiques est respecté. Cet équilibre permet d'augmenter la stabilité du schéma de couplage. Pour cela, le point fixe de l'application composant les différentes phases de l'algorithme de base est recherché. Parmi les méthodes de recherche de point fixe usuelles, on retrouve par exemple la méthode de Jacobi qui consiste à ajouter une phase de correction de la prédiction qui est répétée jusqu'à ce que la prédiction soit suffisamment précise [Tallec 2001]. Cette étape permet d'augmenter la stabilité au schéma de couplage.

2.2.2 Les modèles de zone cohésive mécanique

2.2.2.1 Rappel de mécanique de la rupture pour les interfaces bi-matériaux

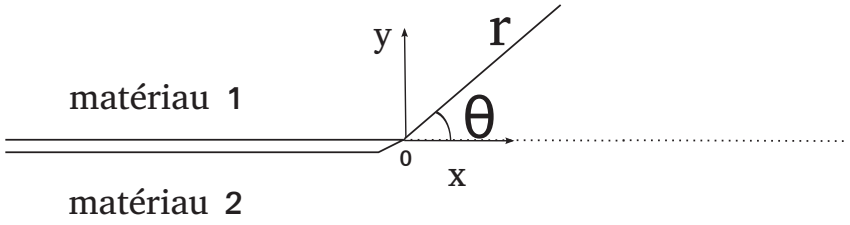


FIGURE 2.11 – Représentation schématique et conventions pour une fissure interfaciale.

Quelques concepts de la mécanique de la rupture pour les interfaces bi-matériaux élastiques détaillés dans [Rice 1988, Hutchinson 1992] sont brièvement rappelés afin d'introduire l'expression d'un paramètre de mixité des modes de sollicitations intégré au modèle cohésif destiné à modéliser l'écaillage de la barrière thermique. La mixité tient du fait que, lorsque l'interface entre deux matériaux différents représente un lieu de fissuration potentielle du fait de sa faible ténacité comparée à celles des matériaux qui l'entourent, la fissure interfaciale se propage, non plus en mode I de fissuration comme dans un matériau homogène isotrope, mais en mode mixte. Le paramètre de Dundurs γ permet de caractériser la disparité élastique entre deux matériaux :

$$\gamma = \frac{1}{2}\frac{(1-2\nu_2)/\mu_2 - (1-2\nu_1)/\mu_1}{(1-2\nu_2)/\mu_2 + (1-2\nu_1)/\mu_1} \tag{2.4}$$

Les indices 1 et 2 réfèrent respectivement au matériau au-dessus et en-dessous de l'interface (figure 2.11), ν est le coefficient de Poisson, $\mu = E/(2(1+\nu))$ est le module de cisaillement et E est le module d'Young. Pour un matériau homogène (pas de disparité élastique), le paramètre de Dundurs γ est donc égal à zéro. Considérons une fissure en déformation plane située le long d'une interface entre deux matériaux différents. La singularité des contraintes en pointe d'une fissure interfaciale est définie en fonction d'un facteur d'intensité des contraintes complexe $K = K_1 + iK_2$, où $i = \sqrt{-1}$, et K_1 et K_2 sont les parties réelle et imaginaire du facteur d'intensité des contraintes. Par conséquent, les composantes normale σ_{yy} et tangentielle σ_{xy}

de la contrainte, à la distance r située directement en face de la pointe de fissure ($\theta = 0$) sont données par :

$$\sigma_{yy} + i\sigma_{xy} = \frac{K}{\sqrt{2\pi r}} r^{i\varepsilon} \quad \text{et} \quad \varepsilon = \frac{1}{2\pi} \ln\left(\frac{1-\gamma}{1+\gamma}\right) \tag{2.5}$$

où $r^{i\varepsilon} = e^{i\varepsilon \ln r} = \cos(\varepsilon \ln r) + i \sin(\varepsilon \ln r)$. Le paramètre ε est égal à zéro pour un matériau homogène isotrope.

La ténacité d'une interface bimatériau est fonction du mode de mixité des sollicitations en pointe de fissure [Hutchinson 1992]. Le taux de restitution d'énergie critique de Griffith s'écrit :

$$G_c = G_c(\phi), \tag{2.6}$$

où ϕ est l'angle de mixité modal, défini par :

$$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{\mathrm{Im}(K\bar{l}^{i\varepsilon})}{\mathrm{Re}(K\bar{l}^{i\varepsilon})}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{\sigma_{xy}}{\sigma_{yy}}\right)_{r=\bar{l}} \tag{2.7}$$

L'angle de mixité de modes de sollicitation est calculée comme étant le ratio de la contrainte tangentielle sur la contrainte normale près de la pointe de fissure. $\bar{l}$ est une longueur de référence arbitraire [Hutchinson 1992].

2.2.2.2 L'approche cohésive

Les modèles de zone cohésifs sont largement répandus et sont particulièrement adaptés pour la simulation de fissures interfaciales. Dans un milieu élastique, des phénomènes dissipatifs complexes (contact, endommagement, rupture...) vont apparaître, empêchant ainsi la contrainte d'être infinie au voisinage de la pointe de fissure. Initiallement proposée par Barenblatt [Barenblatt 1959] et Dugdale [Dugdale 1960], l'approche cohésive est un moyen phénoménologique de rendre compte de ces phénomènes dissipatifs. Suivant cette approche, la singularité des contraintes est remplacée par le concept de *process zone*, permettant de décrire la séparation matérielle par une relation entre les contraintes cohésives, finies en tout point, et les sauts de déplacement. La *process zone* (figure 2.12) représente la zone de transition entre une interface saine et une interface rompue, le long de laquelle le champ de déplacement peut admettre des discontinuités, tout en continuant à transmettre des efforts.

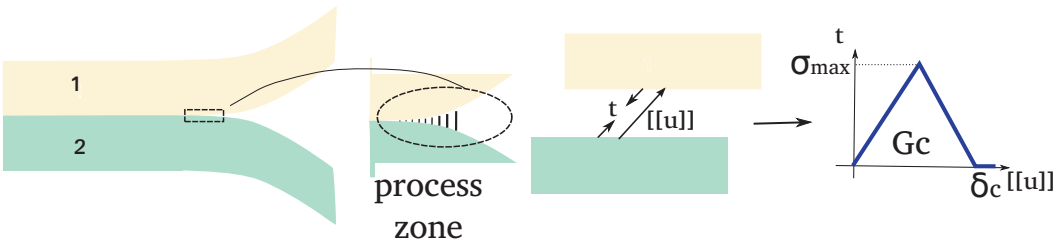


FIGURE 2.12 – Représentation schématique de la propagation d'une fissure cohésive.

Les modèles de zone cohésive sont caractérisés par leur loi d'interface (loi cohésive) qui est une relation de comportement surfacique entre le vecteur contrainte $\mathbf{t}$ et le vecteur saut de déplacement $[[\mathbf{u}]]$ à travers l'interface Γ (figure 2.12). Il existe de nombreuses lois cohésives dans la littérature qui diffèrent selon la forme de la loi contrainte-saut de déplacement : trapézoïdale [Dugdale 1960], bilinéaire [Alfano 2001], exponentielle [Xu 1993], bilinéaire avec décharge verticale [Talon 2003] ...

Ces lois phénoménologiques peuvent être classées suivant qu'elles soient intrinsèque ou extrinsèque. Les lois dites intrinsèques introduisent une raideur initiale de l'interface avant le seuil d'endommagement [Alfano 2001]. Les modèles extrinsèques s'affranchissent de cette raideur et permettent de simuler une adhésion parfaite avant l'endommagement [Lorentz 2008]. L'approche cohésive peut alors être comparée à la théorie de Griffith (mécanique linéaire de la rupture) si l'aire sous la courbe contrainte-saut de déplacement est égale à la ténacité interfaciale G_c (figure 2.12). Dans l'hypothèse d'une ténacité interfaciale constante pour un mode de rupture donné, une contrainte cohésive maximale plus élevée est associée à une plus petite taille de *process zone* et par conséquent un comportement interfacial plus fragile.

Dans le formalisme élément fini, les éléments de zone cohésive (éléments d'interface) sont généralement insérés à l'interface entre des éléments volumiques de deux couches adjacentes. Dans certaines situations, l'adoucissement du comportement local opéré par l'élément d'interface peut conduire à une restitution brutale de l'énergie élastique stockée par les éléments volumiques voisins, ce qui entraine une rupture instantanée de l'élément. Cette situation particulière se caractérise par un "snap-back" de la solution ou saut de solution [Chaboche 2001] de la réponse locale. Le saut de solution survient après que la force cohésive maximale est atteinte, lorsque la rigidité du volume entourant l'interface n'est pas suffisamment élevée par rapport à la plus grande pente adoucissante du modèle d'interface pour garantir un suivi continu de la réponse locale. Le schéma standard itératif de type Newton-Raphson étant mis à mal pour converger dans la situation de snap-back, diverses stratégies ont été mises en place pour palier à ces difficultés numériques dans la résolution du système global. Elles consistent à rajouter une régularisation visqueuse au modèle [Chaboche 2001] permettant de retarder la restitution d'énergie ou encore à composer avec le comportement oscillatoire par des méthodes de type "arc-length" qui permettent de contrôler la taille des incréments de chargement [Hellweg 1998, Alfano 2003].

2.2.2.3 Applications aux interfaces bi-matériaux

D'un point de vue numérique, les modèles de zone cohésive sont particulièrement adaptés pour la simulation de fissures interfaciales dans un milieu multicouche où le trajet de fissure potentiel est connu *a priori* [Camanho 2003]. L'application des modèles cohésifs aux interfaces bi-matériaux est relativement récente [Tvergaard 1993, Freed 2008, Chandra 2002, Jin 2005]. Dans la plupart des cas, la ténacité d'une fissure interfaciale n'est pas une constante mais est fonction de la mixité des modes

de chargement en pointe de fissure. En effet, des études expérimentales ont montré que l'interface est beaucoup plus difficile à rompre lorsqu'elle est cisaillée que lorsque l'on applique une traction. Cette particularité fondamentale, investiguée par [Hutchinson 1992] notamment, doit être prise en compte dans un modèle cohésif destiné à modéliser le délaminage à l'origine de l'écaillage de la barrière thermique.

Il existe plusieurs modèles cohésifs capables de prendre en compte la mixité des modes de solliciation. Généralement, ils sont écrits séparément pour chaque mode puis couplés à travers un paramètre tel que le saut de déplacement effectif [Xu 1993, van den Bosch 2006]. D'autres auteurs ont introduit un saut de déplacement relatif adimensionné pour obtenir un comportement mixte à l'interface [Tvergaard 1993, Alfano 2001]. Cependant, tel qu'évoqué dans [Paulino 2005, van den Bosch 2006], une difficulté majeure apparaît lorsqu'un saut de déplacement relatif est considéré : l'énergie de séparation est constante, ce qui n'est pas réaliste dans certaines situations, notamment dans le cas des fissures interfaciales. Suivant le même principe, d'autres études ont conduit à inclure une ténacité variable dans le modèle cohésif par l'intermédiaire d'un critère de rupture elliptique qui prend en compte la mixité [Reeder 1992, Valoroso 2006]. Or, même si l'utilisation de ce critère est très répandue notamment dans la communauté des composites, il n'est pas adapté à la modélisation de la fissuration interfaciale de bi-matériau en mode mixte, en particulier lorsque les matériaux adjacents sont isotropes [Freed 2008]. Pour contourner ce problème, Hutchinson et Suo [Hutchinson 1992] ont développé un modèle phénoménologique de variation de la ténacité par rapport à la mixité des modes de chargement, qui est plus approprié à l'étude de la fissuration interfaciale entre un film mince et son substrat. Ce même critère est repris dans [Freed 2008] pour développer un modèle cohésif aux paramètres dépendants de la mixité au cours d'un chargement monotone. Ce formalisme est utilisé dans notre étude pour formuler un modèle de zone cohésive mécanique destiné à modéliser l'écaillage de la barrière thermique.

2.2.2.4 Longueur de process zone

D'un point de vue physique, la longueur de *process zone* correspond à la longueur de la région de l'interface dans laquelle a lieu le processus irréversible d'endommagement. Numériquement, la longueur de la *process zone* l_{cz} peut se définir comme étant la distance délimitée par la pointe de la fissure et le point où la force cohésive a atteint sa valeur maximale σ_{max} à l'intérieur de laquelle les éléments d'interface reposent sur la partie adoucissante de leur courbe contrainte-saut de déplacement [Harper 2008]. Elle est illustrée sur la figure 2.13.

Dans la mise en œuvre d'un modèle de zone cohésive, les paramètres interfaciaux peuvent être à l'origine de problèmes numériques. Une raideur initiale élevée est souvent nécessaire pour ne pas altérer les propriétés élastiques effectives du matériau fissuré, de même que la contrainte d'amorçage ne doit pas être trop faible pour ne pas assouplir la réponse macroscopique. En revanche, une contrainte et une raideur interfaciale trop élevées peuvent conduire à la divergence du calcul si la taille de

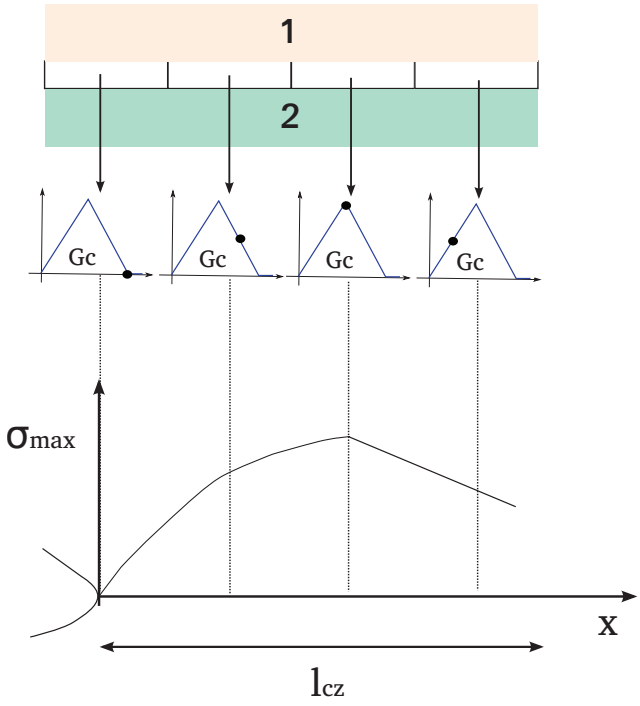


FIGURE 2.13 – Schématisation de la *process zone* numérique.

maille n'est pas adaptée aux paramètres utilisés. Afin de garantir la convergence du calcul, un nombre minimum N_{el} d'éléments dans la longueur cohésive, compris entre 3 et 10 est souvent recommandé [Davila 2001, Moës 2002]. Le nombre d'éléments N_{el} qu'elle doit contenir est lié à la taille des éléments d'interface L_{el} à utiliser par :

$$N_{el} = \frac{l_{cz}}{L_{el}} \tag{2.8}$$

Différents modèles ont été proposés dans la littérature pour estimer analytiquement la longueur de la zone cohésive l_{cz} [Irwin 1960, Hillerborg 1976, Falk 2001, Turon 2007, Harper 2008]. Dans le cas particulier de la contrainte plane, la longueur cohésive estimée par ces modèle est de la forme :

$$l_{cz} = ME\frac{G_c}{\sigma_{max}^2} \tag{2.9}$$

où E est le module d'Young du matériau et M un paramètre adimensionnel qui dépend de chaque modèle. Des expressions de la longueur cohésive en mode I et II de fissuration sont suggérées par [Sills 2013] dans le cas d'une interface entre deux matériaux linéaires isotropes de module d'Young et de coefficient de Poisson (E_1, ν_1) et (E_1, ν_1) respectivement, en introduisant leur module effectif $\bar{E}^*$:

$$l_{cz}^I = \bar{E}^*\frac{G_{Ic}}{\sigma_{Ic}^2} \quad \text{et} \quad l_{cz}^{II} = \bar{E}^*\frac{G_{IIc}}{\sigma_{IIc}^2} \tag{2.10}$$

où $\bar{E}^* = \frac{2\bar{E}_1\bar{E}_2}{\bar{E}_1+\bar{E}_2}$ est le module caractéristique d'un système bimatériau, avec $\bar{E} = E/(1-\nu^2)$ en déformations planes et $\bar{E} = E$ en contraintes planes. (G_{Ic},σ_{Ic}) et (G_{IIc},σ_{IIc}) sont les taux de restitutions d'énergie critique et les forces cohésives maximales en mode I et en mode II respectivement.

Les expressions détaillées ci-dessus concernent des structures infinies, dont la profondeur du matériau n'influence pas la longueur cohésive. Divers auteurs ont étudié l'effet de l'épaisseur de la structure sur la longueur cohésive [Williams 2002, Yang 2005]. Pour un délaminage s'effectuant au centre d'une structure relativement mince, la longueur cohésive est donnée par [Yang 2005] :

$$l_{cz}^I = \left(\bar{E}\frac{G_{Ic}}{\sigma_{Ic}^2}\right)^{1/4} h^{3/4} \quad \text{et} \quad l_{cz}^{II} = \sqrt{\bar{E}\frac{G_{IIc}}{\sigma_{IIc}^2}h} \tag{2.11}$$

où h est la demi-épaisseur de la structure. Dans le cas d'une fissure qui n'est pas centrée, h est choisie comme étant l'épaisseur de la plus fine couche adjacente à la fissure [Yang 2005].

2.2.3 Les modèles de zone cohésive thermo-mécaniques

2.2.3.1 Analogies dans les problèmes thermique et mécanique

Par analogie avec la mécanique, un modèle cohésif peut être utilisé pour relier la dégradation de la conductance interfaciale à l'endommagement mécanique de l'interface. La transposition de l'approche cohésive mécanique vers un problème thermique tire sa justification du fait que plusieurs similarités peuvent être trouvées entre l'analyse mécanique et thermique, en quasi-statique et en régime permanent.

Une interprétation physique des équations aux dérivées partielles qui régissent ces deux types de problème provient de la notion de conservation du flux. Considérons un déplacement $\mathbf{u}(\mathbf{x})$ et une température $\theta(\mathbf{x})$. On associe un flux à chacune de ces deux grandeurs, un flux de contrainte $\sigma(\mathbf{x})$ et un flux de chaleur $\mathbf{q}(\mathbf{x})$ respectivement. En considérant que les flux vers l'extérieur de ces quantités sont nuls à l'équilibre, en l'absence de termes sources on a :

$$\begin{aligned} &\int_{\partial\Omega} \tilde{\sigma}(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{n} dS = 0 \qquad en \quad mécanique \\ &\int_{\partial\Omega} \mathbf{q}(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{n} dS = 0 \qquad en \quad thermique \end{aligned} \tag{2.12}$$

quel que soit le volume d'intégration Ω, $\mathbf{n}$ étant un vecteur normal unitaire dirigé vers l'extérieur de la structure. En utilisant le théorème de la divergence, en négligeant les efforts et flux volumiques et du fait de l'indépendance du flux par rapport au volume d'intégration, on obtient des équations d'équilibre locales similaires pour la mécanique et la thermique :

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\nabla} \cdot \tilde{\sigma}(\mathbf{x}) = 0, \qquad \forall x \in \Omega \qquad en \quad mécanique \\ \boldsymbol{\nabla} \cdot \mathbf{q}(\mathbf{x}) = 0, \qquad \forall x \in \Omega \qquad en \quad thermique \end{aligned} \tag{2.13}$$

La résolution de ces problèmes conduit à la recherche de solutions sous forme de champs analogues en mécanique et en thermique, sur le domaine d'étude Ω :

— le déplacement $\mathbf{u}$ en mécanique, la température θ en thermique

— le tenseur des contraintes $\tilde{\sigma}$ en mécanique, le flux de chaleur $\mathbf{q}$ en thermique.

Dans le cadre de la mécanique élastique linéaire de la rupture, les contraintes en pointe de fissure sont singulières $\sigma \sim K/\sqrt{r}$, r étant la distance à la pointe de fissure et K est le facteur d'intensité des contraintes. En suivant cette même approche, on peut montrer que l'intensité de flux de chaleur par unité de surface q en pointe de fissure est également caractérisée par une singularité en racine carrée de r : $q \sim H_0/\sqrt{r}$, où H_0 est un facteur d'intensité du flux de chaleur quantifiant l'énergie thermique cumulée en pointe de fissure [Sih 1962, Tzou 1990].

Par analogie avec le problème mécanique, la singularité du flux de chaleur en pointe de fissure peut être remplacée par une "process zone thermique" rendant compte des éventuelles perturbations du flux de chaleur interfacial due à l'évolution des propriétés mécaniques de l'interface engendrée par l'amorçage et la propagation d'une fissure. La perte de matière conductrice occasionnée par la séparation matérielle peut affecter de manière plus ou moins significative le flux de chaleur interfacial et par conséquent le profil de température de la structure.

2.2.3.2 Couplage entre avancée de fissure et dégradation de la conductance interfaciale

Une fissure peut dévier le flux de chaleur et produire de fortes contraintes thermiques locales et une intensité des contraintes élevée en pointe de fissure qui peut être suffisamment grande pour faire propager la fissure. Des travaux pionniers, on peut citer [Florence 1963] dans lequel sont calculées analytiquement les contraintes d'origine thermiques induites par un champ créé à la pointe d'une fissure isolante. La structure étudiée est en déformation plane et est chargée par un gradient de température. Des études consécutives ont étendu cette analyse à d'autres problématiques telles que l'effet de la présence d'une fissure dans une plaque orthotrope soumise à une différence de température [Thangjitham 1993, Hutchinson 1995]. Dans le cadre de la thermodynamique des milieux continus, une description thermo-mécanique de l'interface est proposée par [Rhee 2004] afin d'étudier l'effet d'une température élevée dans un matériau hétérogène. Des aspects relatifs à l'implantation éléments finis sont mentionnés dans [Krol 2007]. Plus tard, [Hattiangadi 2004] a proposé un modèle de zone cohésif thermo-mécanique déduit de considérations à l'échelle de la microstructure qui est adapté à l'analyse de composite à matrice céramique. De même, [Özdemir 2010] a proposé un modèle de zone cohésive thermo-mécanique pour l'analyse de matériaux hétérogènes et prenant en

compte le contact et les interactions entre les constituants. Par ailleurs, d'autres travaux tels que [Hattiangadi 2005a] et [Hattiangadi 2005b] ont investigué des modèles plus ou moins complexes de la dégradation d'un flux de chaleur interfacial au cours de la fissuration, incluant les effets radiatifs entre les lèvres de la fissure ou encore la dilatation thermique des fibres constituant l'interface.

Une classification des modèles d'interface en fonction de leurs variables thermiques, c'est à dire le saut de température et le flux de chaleur normal à travers l'interface est proposé dans [Javili 2012]. Le modèle d'interface thermo-mécanique utilisé ici repose sur le concept de la résistance thermique. Cette catégorie de modèle d'interface largement étudiée (voir par exemple [Yvonnet 2011]) autorise un saut de température tandis que le flux de chaleur normal est continu à travers l'interface.

2.2.3.3 Formulation générale d'un problème thermo-mécanique contenant une fissure cohésive

Le problème thermo-mécanique couplé d'une structure contenant des fissures doit avoir une solution qui satisfait aussi bien l'équilibre mécanique que thermique. Une structure occupant le domaine $\Omega \subset \mathbb{R}^3$ partiellement traversée par une fissure cohésive Γ est représentée en figure 2.14. Le matériau constitutif est supposé élastique linéaire et on se place dans l'hypothèse des petites perturbations (HPP). Dans un cadre géométriquement non-linéaire limité aux problèmes quasistatiques, l'équilibre mécanique du solide sollicité par des densités de forces de volume $\mathbf{f}$, des déplacements imposés $\mathbf{u}^D$ sur une partie $\partial\Omega_u$ de sa frontière $\partial\Omega$ et une densité d'effort surfacique $\mathbf{t}^D$ sur la partie complémentaire $\partial\Omega_T$ de $\partial\Omega$ est gouverné par :

$$\boldsymbol{\nabla} \cdot \tilde{\sigma} + \rho\mathbf{f} = 0 \quad \text{dans } \Omega \tag{2.14}$$

$\boldsymbol{\nabla}$ désigne le gradient par rapport à la configuration actuelle, σ est le tenseur des contraintes de Cauchy et ρ est la densité du matériau. Les conditions aux limites s'écrivent :

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}^D \quad \text{sur } \partial\Omega_u \quad \text{et} \quad \tilde{\sigma} \cdot \mathbf{n} = \mathbf{t}^D \quad \text{sur} \quad \partial\Omega_T \tag{2.15}$$

où $\mathbf{v}$ est un vecteur unitaire normal à Ω dirigé vers l'extérieur.

A cela vient s'ajouter la condition de continuité des effots au niveau de la fissure cohésive qui s'écrit :

$$[[\mathbf{t}]] = \mathbf{t}^+ - \mathbf{t}^- = 0 \tag{2.16}$$

On suppose que Ω est divisé par l'inteface Γ en deux parties Ω^+ et Ω^-. Les indices $^+$ et $^-$ indiquent si l'interface est approchée par sa face $^+$ ou $^-$ respectivement. En l'absence de sources de chaleur internes, l'équilibre thermique de la configuration actuelle s'exprime par :

$$\rho C_v \dot{\theta} + \boldsymbol{\nabla} \cdot \mathbf{q} = 0 \quad \text{dans } \Omega \tag{2.17}$$

ρ est la densité massique, C_v est la capacité calorifique, q^D est le flux de chaleur appliqué au bord $\partial\Omega_q$ du domaine Ω.

$$\theta = \theta^D \text{ sur } \partial\Omega_\theta \text{ and } \mathbf{q}\cdot\mathbf{n} = q^D \text{ sur } \partial\Omega_q \tag{2.18}$$

Le flux de chaleur normal doit satisfaire la condition de continuité :

$$[[q_n]] = q_n^+ - q_n^- = 0 \tag{2.19}$$

le long de la fissure cohésive.

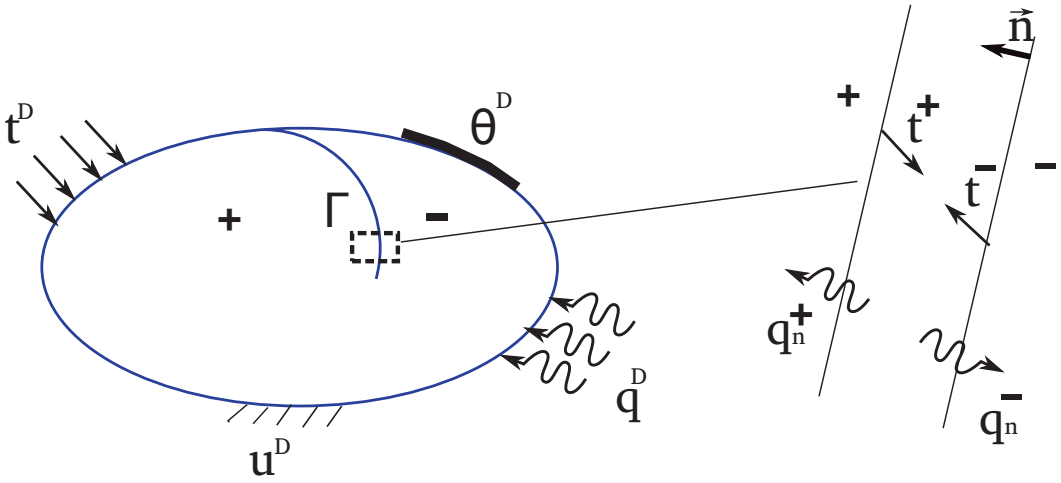


FIGURE 2.14 – Représentation schématique d'une structure Ω contenant une fissure cohésive Γ.

Le principe des puissances virtuelles appliqué aux cas de l'équilibre mécanique et thermique permet d'obtenir les formes faibles de l'équation locale d'équilibre mécanique et thermique respectivement :
trouver $\mathbf{u} \in \mathbf{C}(\mathbf{u}^D)$ tel que

$$\int_\Omega \tilde{\sigma} : \boldsymbol{\nabla}\delta\mathbf{u} d\Omega = \int_\Omega \rho\mathbf{f}\cdot\delta\mathbf{u} d\Omega + \int_{\partial\Omega_T} \mathbf{t}^D\delta\mathbf{u} d\Gamma + \int_{\Gamma^+} \mathbf{t}^+(\delta\mathbf{u}^+ - \delta\mathbf{u}^-) d\Gamma \tag{2.20}$$

$\forall\delta\mathbf{u} \in \mathbf{C}(0)$, et trouver $\theta \in \mathbf{C}(\theta^D)$ tel que

$$\int_\Omega \rho C_v\dot{\theta}\delta\theta d\Omega + \int_\Omega \mathbf{q}\cdot\boldsymbol{\nabla}\delta\theta\mathbf{q} d\Omega = \int_{\partial\Omega_q} q^D\delta\theta d\Gamma + \int_{\Gamma^+} \mathbf{q}^+\cdot\mathbf{n}(\delta\theta^+ - \delta\theta^-) d\Gamma \tag{2.21}$$

$\forall\delta\theta \in \mathbf{C}(0)$, avec $\mathbf{C}(\mathbf{u}^D) = \{\mathbf{w} \mid \mathbf{w}$ continu et régulier sur Ω et $\mathbf{w} = \mathbf{u}^D$ sur $\partial\Omega_u\}$ et $\mathbf{C}(\theta^D) = \{\vartheta \mid \vartheta$ continu et régulier sur Ω et $\vartheta = \theta^D$ sur $\partial\Omega_\theta\}$. $\delta\mathbf{u}$ et $\delta\theta$ sont les champs virtuels associés avec $\delta\mathbf{u} = 0$ sur $\partial\Omega_D$ et $\delta\theta = 0$ sur $\partial\Omega_\theta$.

Le flux de chaleur interfacial est supposé être dirigé uniquement dans la direction normale au repère local cohésif. Le flux de chaleur à travers la zone cohésive est défini comme étant le produit du saut de température $[[\boldsymbol{\theta}]]$ par la conductance interfaciale h_{CZ}. Le comportement thermique de l'interface Γ est alors donné par :

$$\mathbf{q}^{+}\cdot\mathbf{n} = q_n = -h_{CZ}[[\theta]] \quad \text{sur} \quad \Gamma \tag{2.22}$$

où $\mathbf{n}$ est un vecteur normal unitaire dirigé de Ω^- vers Ω^+. $[[\theta]] = \theta^+ - \theta^-$ représente le saut de température entre deux points matériels ($+$ et $-$) initialement confondus. q_n est le flux de chaleur normal traversant la zone cohésive.

2.2.4 Les coques mécaniques

2.2.4.1 Généralités sur les éléments plaques et coques

La formulation des éléments finis volumiques dans un cadre général a fait ses preuves dans le calcul de structure. Cependant, l'utilisation d'un élément fini volumique de faible épaisseur peut conduire à des difficultés à la fois d'un point de vue théorique et pratique. Plus son épaisseur est faible par rapport aux autres dimensions, plus le conditionnement des équations globales est mauvais ce qui entraîne l'apparition de problèmes numériques. L'utilisation d'éléments plus fins avec un meilleur rapport de forme [5] peut améliorer la solution mais augmente considérablement les coûts de calcul.

Des formulations spécifiques reposant sur une hypothèse cinématique, ont été proposées pour contrer ces difficultés, rendant alors possible l'analyse de structures minces à l'aide d'éléments finis robustes. Dans la modélisation de structures minces, les hypothèses cinématiques les plus connues sont de deux sortes : celles qui autorisent le cisaillement transverse [6] (hypothèses de Reissner-Mindlin) et celles qui ne l'autorisent pas (hypothèses de Kirchhoff-Love).

— Les hypothèses de *Kirchhoff-Love* :

Le cadre des plaques de Kirchhoff-Love [Kirchhoff 1850, Love 1906] repose sur une hypothèse cinématique selon laquelle les sections normales au plan moyen ($z = 0$) restent perpendiculaires au plan moyen tout au long de la déformation, ce qui équivaut à dire que la déformation dite de cisaillement transverse est supposée nulle. Ceci équivaut à l'hypothèse d'Euler-Bernouilli pour les poutres consistant à négliger les déformations transverses. Ces hypothèses permettent de déduire que l'état des déplacements peut être décrit à l'aide des déplacements u_x^0 et u_y^0 de la surface moyenne suivant $\vec{x}$ et $\vec{y}$ respectivement, du déplacement suivant $\vec{z}$ (également appelé $flèche$) w^0 de la surface moyenne et d'une rotation θ_α de la normale :

5. "aspect ratio" dans la littérature anglo-saxonne, désigne le rapport entre la plus grande dimension de l'élément coque à la plus petite (épaisseur)

6. Dans le cas où la longueur caractéristique la plus faible devant les autres étant dirigée dans la direction $\vec{z}$, les contraintes σ_{xx}, σ_{yy}, σ_{xy} sont appelées contraintes en membrane tandis que les contraintes σ_{xz}, σ_{yz} sont les contraintes en cisaillement transverse.

$$\begin{cases} u_\alpha(\mathbf{x}) = u^0_\alpha(x,y) - z\theta_\alpha(x,y) = u^0_\alpha(x,y) - z\frac{\partial w^0(x,y)}{\partial \alpha} \quad \text{avec} \quad \alpha = x,y \\ w(\mathbf{x}) = w^0(x,y) \end{cases} \tag{2.23}$$

L'angle de rotation θ est, grace à la deuxième hypothèse, directement égal à la variation du déplacement transverse : $\frac{\partial w_0}{\partial \alpha} - \theta_\alpha = 0$ (figure 2.15). La difficulté principale découlant des hypothèses de Kirchhoff-Love vient du fait qu'une dérivée seconde de w est introduite dans l'expression de la déformation. Il est donc indispensable d'utiliser un élément fini C^1 pour garder une méthode conforme, ce qui peut être coûteux numériquement.

— Les hypothèses de *Reissner-Mindlin* :

Une extension des hypothèses de Love-Kirchhoff aux plaques dites "épaisses" a été proposée par Reissner [Reissner 1945] et d'une façon presque similaire par Mindlin [Mindlin 1951]. C'est l'hypothèse des sections droites : une droite normale à la surface moyenne de la coque reste droite au cours de la transformation (et n'est donc plus nécessairement perpendiculaire à la section moyenne). Il en découle que le cisaillement est autorisé et les champs de déplacement varient linéairement dans l'épaisseur (figure 2.16) . Pour des coques épaisses ou des composites, les hypothèses de Reissner-Mindlin sont plus appropriées parce que le cisaillement transverse devient essentiel. Cette théorie peut être vue comme l'équivalente de celle de Timoshenko pour les poutres. Le champ de déplacement tridimensionnel s'écrit :

$$\begin{cases} u_\alpha(\mathbf{x}) = u^0_\alpha(x,y) - z\theta_\alpha(x,y) \quad \text{avec} \quad \alpha = x,y \\ w(\mathbf{x}) = w_0(x,y) \end{cases} \tag{2.24}$$

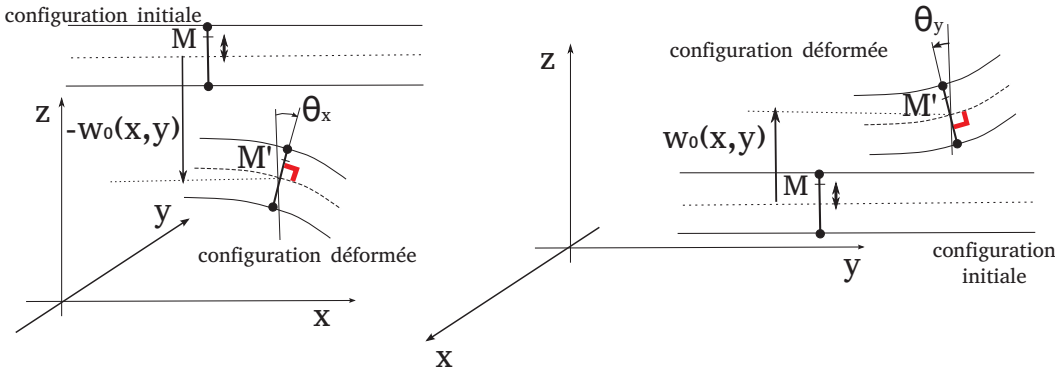


FIGURE 2.15 – Hypothèses de Kirchhoff-Love, rotation des sections dans (a) le plan (O,x,z) et (b) dans le plan (O,y,z).

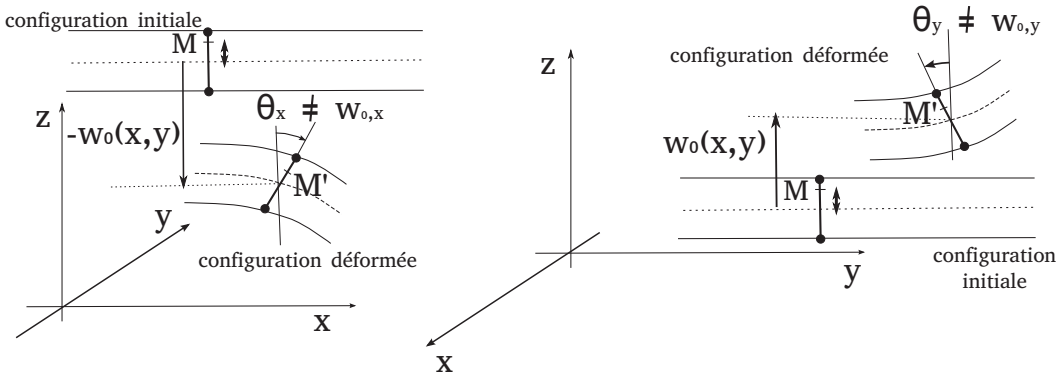


FIGURE 2.16 – Hypothèses de Reissner-Mindlin, rotation des sections dans (a) le plan (O, x, z) et (b) dans le plan (O, y, z).

2.2.4.2 Les modèles de coque existants

L'analyse linéaire et non-linéaire des plaques et des coques a suscité beaucoup d'attention au cours de ces dernières années. Il devient important de capturer le comportement couplé entre flexion et extension de membrane des structures minces. Les récents développements ont pour but de proposer des éléments capable d'approximer de la manière la plus exacte possible ce couplage membrane-flexion. Parmi les nombreuses stratégies mises en œuvre pour modéliser les coques, on peut citer quatre approches majeures : (1) les éléments reposant sur une théorie de coque spécifique [Flügge 1973, Jones 1996], (2) la modélisation de coque tridimensionnelle dégénérée, (3) les éléments "solid-shell" et enfin (4) l'"approche directe" [Simo 1989]. Les approches (2) et (3) sont détaillées dans les paragraphes qui suivent.

L'approche (2), initialement introduite par Ahmad [Ahmad 1970], consiste à dégénérer [7] un milieu continu tridimensionnel en coque. Comparée à une théorie classique des coques, l'approche dégénérée paraît plus intuitive et plus simple, bien que les hypothèses de modélisation de coque utilisées soient les mêmes. Les hypothèses autorisant le cisaillement transverse [Mindlin 1951, Reissner 1945] permettent d'éviter les difficultés liées à l'utilisation de fonctions de forme C_1 résultantes de l'utilisation des hypothèses de Kirchhoff-Love [Zienkiewicz 2000b]. Le point de départ de ce concept est la cinématique du milieu continu tridimensionnel modifiée par des hypothèses cinématiques dont il résultera une description s'appuyant sur la surface moyenne identique à ce que l'on trouve dans une théorie de coque classique. L'utilisation de fonctions de forme linéaire dans la direction de l'épaisseur permet par exemple d'imposer de façon naturelle l'hypothèse des sections droites typique de la cinématique de Reissner-Mindlin. Cette formulation sert de base aux

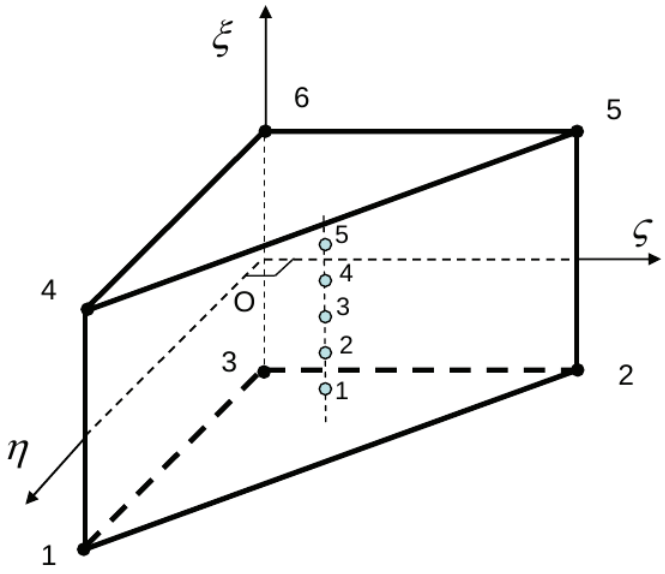
7. Les modèles de coques tridimensionnelles dégénérées sont parfois appelées coques "Continuum Based" dans la littérature [Belytschko 2006, Bischoff 2004, Sosa 2009]. Dans ce manuscrit, nous nous réfèrons à l'approche "Continuum Based" pour désigner la méthodologie numérique introduite par [Belytschko 2006] décrite en 4.2.1 et utilisée dans ces travaux de thèse pour modéliser la barrière thermique.

éléments coques dits "mixtes" possédant des degrés de liberté en déplacement mais aussi en rotation. Bien que ces approximations sont réputées pour donner de bons résultats dans la plupart des cas, quelques difficultés sont à prévoir. La présence de degrés de liberté en rotation rend par exemple peu intuitive la description des conditions aux limites ou encore nécessite des développements supplémentaires lors d'un éventuel raccord avec des éléments classiques tridimensionnels à trois degrés de liberté en déplacement. Une autre difficulté découle des hypothèses cinématiques qui empêchent l'allongement de la fibre initialement normale à la surface moyenne, ne permettant pas l'utilisation d'une loi matériau tridimensionnelle à cause de la réduction qui fait suite à la condition sur la contrainte normale. Afin de contourner cette difficulté, un ensemble d'éléments faisant intervenir différentes interpolations plus complexe du déplacement et de la déformation dans la direction de l'épaisseur ont été développés par plusieurs auteurs [Parisch 1995, Klinkel 1999, Sosa 2009]. Du verrouillage en cisaillement et/ou en membrane est également à prévoir, ce qui peut réduire la précision des calculs.

Une approche plus récente est celle des éléments "solid-shell" (3) qui a notamment été mise en œuvre par [Hauptmann 1998, Hauptmann 2000, Vu-Quoc 2003]. Les éléments solid-shell peuvent être vus comme une combinaison d'éléments volumiques avec des éléments coques et possèdent donc des caractéristiques relatives aux deux modélisations. Des éléments volumiques classiques, ils ont hérité du même nombre de degrés de liberté (trois déplacements et pas de degrés de liberté en rotation), des lois matériaux tridimensionnelles et d'un tenseur tridimensionnel complet incluant les déformations et contraintes dans la direction de l'épaisseur. Ajoutés à cela, ils possèdent également les caractéristiques des éléments coques, à savoir sa cinématique (la normale à la surface moyenne reste droite ...). De part leur géométrie et leurs degrés de liberté, les éléments solid-shell sont particulièrement adaptés lorsqu'il faut les combiner à des éléments volumiques classiques. Malgré leurs propriétés particulièrement attractives, les éléments solid-shell ont aussi certains inconvénients. Ils sont notamment en proie à plusieurs sortes de verrouillage tels que le verrouillage en cisaillement, le verrouillage en membrane, le verrouillage en épaisseur, le verrouillage volumétrique. Un comparatif des performances des élements solid-shell existants dans la littérature est proposé dans [Rah 2009].

Le développement et la validation d'éléments finis solid-shell sous-intégrés stabilisés, nommés SHB6, SHB15 et SHB20, sont présentés en détail dans [Trinh 2009]. En plus de n'avoir que des degrés de liberté en déplacement nodaux, ces éléments sont munis d'un ensemble de points d'intégration distribués le long d'une direction préférentielle appelée "épaisseur". Afin de limiter les effets de verrouillage, une intégration réduite dans le plan est mise en œuvre ainsi qu'une loi élastique 3D modifiée de sorte à approcher une situation coque. L'exemple de l'élément SHB6 est illustré sur la figure 2.17. Il s'agit d'un prisme à six nœuds comportant trois degrés de liberté en déplacement chacun. L'intégration dans l'épaisseur s'appuie sur cinq points de Gauss tandis que l'intégration dans les deux autres directions s'effectue à l'aide d'un seul point de Gauss situé au centre de gravité de l'élément. Un ensemble de cas de validation présentés dans [Trinh 2009] montre que les éléments solid-shell

présentent de bonnes performances dans des applications de structures minces, en particulier pour des problèmes où la déformation structurelle est dominée par la flexion.



Coordonnées des nœuds :

$1(-1,1,0)$ $2(-1,0,1)$ $3(-1,0,0)$ $4(1,1,0)$ $5(1,0,1)$ $6(1,0,0)$

FIGURE 2.17 – Représentation de l'élément fini de type solid-shell SHB6 à six nœuds et de ses points d'intégration [Trinh 2009] suivant les axes locaux du plan moyen (ξ, η, ζ).

2.2.4.3 Généralités sur le verrouillage des coques

L'étude des phénomènes de verrouillage des éléments de structure représente un vaste domaine de recherche à lui seul. Mathématiquement, le verrouillage est un problème typique de mauvais conditionnement de matrice. En effet, pour les coques et les plaques qui autorisent le cisaillement transverse, le ratio de rigidité en cisaillement transverse par rapport à celle en flexion tend vers l'infini lorsque l'épaisseur de la structure diminue. C'est ce qu'on appelle le verrouillage en cisaillement transverse. Il en vient donc qu'une certaine catégorie d'éléments de structure, les plaques de Kirchhoff, ne souffrent pas de cisaillement transverse car elles négligent les phénomènes associés, contrairement aux coques de Reissner-Mindlin. Des phénomènes similaires conduisent au verrouillage en membrane et sont liés à la rigidité en membrane et à la courbure. Etant donné que les éléments de coque utilisés dans le cadre de la thèse autorisent le cisaillement transverse, ils peuvent donc verrouiller en cisaillement. Par ailleurs, la modélisation de l'interface BT/sous-couche à l'aide des éléments d'interfaces mixtes de Lorentz impose que les éléments

coques qui constituent la couche supérieure du système soient quadratiques. La possibilité de verrouillage en membrane devra donc aussi être pris en compte.

D'un point de vue mécanique, le verrouillage peut s'interpréter comme l'incapacité de la formulation EF à représenter certains modes de déformation sans qu'il n'y ait apparition de déformations ou contraintes parasites. Une coque qui verrouille en cisaillement est par exemple incapable de simuler une flexion pure sans faire apparaître du cisaillement transverse. De même, si elle verrouille en membrane, des déformations de membrane vont apparaître lorsqu'elle est censée se déformer de manière inextensible (comme quand on recourbe une feuille de papier). Ces déformations parasites sont d'autant plus larges que l'épaisseur de la coque est faible.

Il existe de nombreuses méthodes permettant d'éliminer le verrouillage en cisaillement pour les plaques et qui sont, pour la plupart, directement transférables aux éléments de coques. Certains ont par exemple recours à l'intégration réduite sélective [Zienkiewicz 2000a, Belytschko 2006], d'autres à la méthode dite "Assumed Strain" qui utilise des interpolations spécifiques du cisaillement transverse [Bathe 1986]. Enfin, une autre famille de méthode d'élimination du verrouillage consiste à utiliser des éléments basés sur une formulation variationnelle multi-champs, dans laquelle on retrouve la méthode EAS (Enhanced Assumed Strain) [Simo 1990]. Dans la mise en œuvre numérique, un concept appelé B-bar [Simo 1986] est aussi couramment utilisé. Il consiste à modifier, de la même manière que la méthode "Assumed Strain", la matrice qui relie les déformations aux déplacements (opérateur de gradient discrétisé) dans le but d'éliminer les déformations parasites.

2.2.4.4 La modélisation de coque tridimensionnelle dégénérée

Dans cette partie, on se propose d'examiner plus en détails les modèles de coque tridimensionnelle dégénérée utilisés dans cette thèse. Le concept de dégénération se réfère ici directement à la formulation éléments finis. Les modèles de cette catégorie reposent sur des éléments finis isoparamétriques avec une interpolation linéaire dans la direction de l'épaisseur (deux nœuds). Ainsi, ces éléments respectent l'hypothèse de sections droites typique de la cinématique de Reissner-Mindlin présentée auparavant. À cela est ajoutée une modification du principe des puissances virtuelles afin de négliger l'énergie engendrée par la déformation normale transverse. Cette modification impose, en particulier, l'utilisation d'une relation de comportement matériau prenant en compte l'hypothèse des contraintes planes ($\sigma_{zz} = 0$).

Dans un contexte isoparamétrique, la discrétisation de la position $\mathbf{x}$ dans la configuration déformée et $\mathbf{X}$ dans la configuration initiale de l'élément à N nœuds peuvent s'écrire :

$$\mathbf{x} = \sum_{K=1}^{N} N^K(\xi,\eta)\left(\frac{1}{2}(1-\zeta)\mathbf{x}_{bas}^K + \frac{1}{2}(1+\zeta)\mathbf{x}_{haut}^K\right) \tag{2.25}$$

et

$$\mathbf{X} = \sum_{K=1}^{N} N^K(\xi,\eta)\left(\frac{1}{2}(1-\zeta)\mathbf{X}_{bas}^K + \frac{1}{2}(1+\zeta)\mathbf{X}_{haut}^K\right) \tag{2.26}$$

$N^K(\xi,\eta)$ désigne les fonctions de formes 2D, avec ξ et η les deux coordonnées dans la direction de la surface moyenne et ζ la coordonnée dans la direction de l'épaisseur (figure 2.18), avec $-1 \leq \xi,\eta,\zeta \leq 1$. Les vecteurs $\mathbf{x}_{bas}^K$ et $\mathbf{x}_{haut}^K$ désignent les coordonnées du nœud K situé respectivement sur la face inférieure et supérieure de l'élément. L'introduction des vecteurs $\mathbf{r}^K$ et $\mathbf{R}^K$ (figure 2.18) indiquant la position de la surface moyenne et des vecteurs normalisés $\mathbf{v}^K$ et $\mathbf{V}^K$, avec

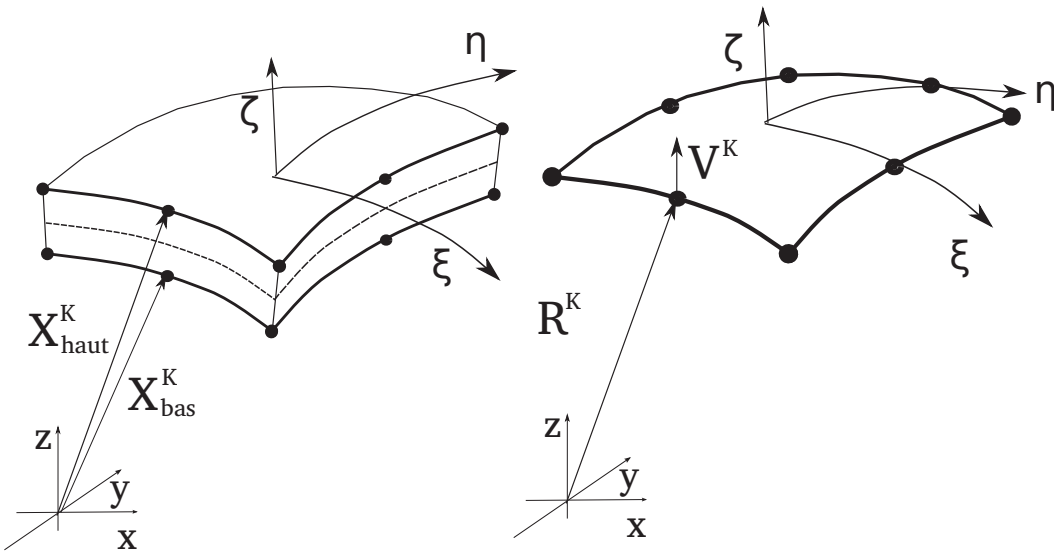


FIGURE 2.18 – Elément de coque dégénéré à huit nœuds.

$$\mathbf{r}^K = \frac{1}{2}\left(\mathbf{x}_{bas}^K + \mathbf{x}_{haut}^K\right) \quad \text{et} \quad \mathbf{v}^K = \frac{1}{t^K}\left(\mathbf{x}_{haut}^K - \mathbf{x}_{bas}^K\right) \tag{2.27}$$

$$\mathbf{R}^K = \frac{1}{2}\left(\mathbf{X}_{bas}^K + \mathbf{X}_{haut}^K\right) \quad \text{et} \quad \mathbf{V}^K = \frac{1}{t^K}\left(\mathbf{X}_{haut}^K - \mathbf{X}_{bas}^K\right) \tag{2.28}$$

où t^K représente l'épaisseur de l'élément au noeud K, permet de reformuler les équations 2.25 et 2.26 par :

$$\mathbf{x} = \sum_{K=1}^{N} N^K(\xi,\eta)\left(\mathbf{r}^K + \frac{t^K}{2}\zeta\mathbf{v}^K\right) \quad \text{et} \quad \mathbf{X} = \sum_{K=1}^{N} N^K(\xi,\eta)\left(\mathbf{R}^K + \frac{t^K}{2}\zeta\mathbf{V}^K\right) \tag{2.29}$$

Le déplacement dans l'élément peut alors s'écrire

$$\mathbf{u} = \sum_{K=1}^{N} N^K(\xi,\eta)\left(\mathbf{u}^K + \frac{t^K}{2}\zeta\mathbf{w}^K\right) \tag{2.30}$$

avec $\mathbf{u}^K = \mathbf{r}^K - \mathbf{R}^K$ et $\mathbf{w}^K = \mathbf{v}^K - \mathbf{V}^K$. Il en est de même pour les déplacements $\mathbf{u}^K_{bas}$ et $\mathbf{u}^K_{haut}$.

On peut remarquer que la cinématique est décrite par six paramètres indépendants à chaque nœud : trois pour $\mathbf{r}^K$ et trois pour $\mathbf{v}^K$. Bien qu'attractive, cette formulation à six paramètres incluant les variations d'épaisseur n'est pas très efficace et requiert des modifications supplémentaires pour atteindre de meilleures performances. Cela s'explique par l'incapacité de cette formulation à représenter correctement la flexion à cause de la présence d'une contrainte normale artificielle dans la direction de l'épaisseur (verrouillage en épaisseur) et aussi à cause du mauvais conditionnement de la matrice de rigidité (rigidité trop élevée dans la direction de l'épaisseur [Bischoff 2004]).

Pour revenir à une formulation à cinq degrés de liberté, la déformation dans la direction normale à la surface moyenne est supposée négligeable. Ainsi, le déplacement de l'élément est uniquement défini par le déplacement de la surface moyenne, à laquelle deux rotations sont ajoutées α_K et β_K suivant deux directions orthogonales $(\mathbf{v}_1^K, \mathbf{v}_2^K)$ normales au vecteur nodal $\mathbf{v}^K$ (figure 2.19) :

$$\mathbf{u} = \sum_{K=1}^{N} N^K(\xi,\eta) \left(\left\{ \begin{array}{c} u_x^K \\ u_y^K \\ u_z^K \end{array} \right\} + \frac{t^K}{2} \zeta [\mathbf{v}_1^K, \quad -\mathbf{v}_2^K] \left\{ \begin{array}{c} \alpha_K \\ \beta_K \end{array} \right\} \right) \tag{2.31}$$

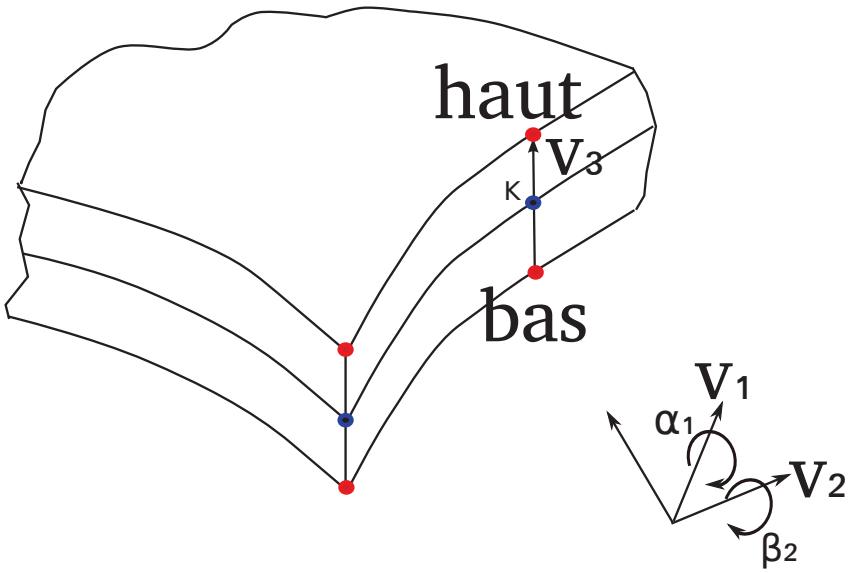


FIGURE 2.19 – Coque par l'approche éléments finis dégénérée : rotations de la normale à la surface moyenne suivant les deux directions $(\mathbf{v}_1^K, \mathbf{v}_2^K)$.

Ainsi, ces éléments respectent l'hypothèse de sections droites classiquement admise pour les coques. Les contraintes sont alors définies par [Zienkiewicz 2000b]

$$\tilde{\boldsymbol{\sigma}} = \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \end{Bmatrix} = \tilde{\mathbf{D}} \cdot \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}} = \tilde{\mathbf{D}} \cdot \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_{xy} \\ \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{yz} \end{Bmatrix} \tag{2.32}$$

pour un comportement élastique où $\tilde{\mathbf{D}}$ est une matrice de comportement du matériau (5x5). Dans le cas d'un matériau isotrope, cette matrice s'écrit :

$$\tilde{\mathbf{D}} = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & (1-\nu)/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \kappa(1-\nu)/2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \kappa(1-\nu)/2 \end{bmatrix} \tag{2.33}$$

où E est le module d'Young, ν est le coefficient de Poisson, et κ une constante artificielle introduite dans les deux derniers termes de cisaillement qui vaut 5/6 [Zienkiewicz 2000b]. Le rôle de κ est d'améliorer l'approximation de déplacement en cisaillement.

2.2.5 Les coques thermiques

2.2.5.1 Généralités sur les modèles de coque thermique

Les modélisations de coque thermique tirent leur inspiration des idées mécaniques. Dans la littérature, on distingue tout d'abord les modèles associés aux théories des surfaces de Cosserat (surface à directeurs) qui consistent à prendre le gradient de la température dans l'épaisseur comme directeur [Rubin 1986]. On retrouve également des modèles éléments finis dégénérés développés directement à partir d'un élément volumique linéaire dans l'épaisseur auquel les hypothèses structurelles des coques sont imposées. Un élément coque thermique avec une répartition linéaire de la température dans l'épaisseur est déduit. Cette approche est présentée dans [Surana 1987a] notamment, puis reprise dans [Ravichandran 1996]. Dans la même lignée, on distingue aussi les modèles faisant intervenir un développement polynomial plus ou moins sophistiqué de la température dans l'épaisseur [Surana 1990, Bose 1993, Jeffers 2013].

Afin d'effectuer un éventuel raccord entre élément coque et élément volumique thermiques, des éléments de transition [Surana 1987b] ont été développés afin de respecter la continuité des champs. Les modèles de plaque et coque thermiques sont très populaires dans le milieu des matériaux composites où ils servent par exemple à la mise en forme des composites thermoplastiques [Argyris 1995, Blanc 2005] ou à l'analyse thermo-mécanique couplée de systèmes multicouches [Brischetto 2010]. La modélisation thermique de multicouche nécessite notamment de disposer de modèles qui respectent la continuité du flux de chaleur en chaque point des interfaces. Dans le cas particulier des multicouches orthotropes, [Brischetto 2011] montre qu'une

mauvaise approximation du profil de température, souvent linéaire dans l'épaisseur, a un impact non négligeable sur la réponse thermo-mécanique d'une structure sous chargement thermique.

2.2.5.2 Modélisation de coque thermique tridimensionnelle dégénérée

Un modèle de coque thermique peut être construit en suivant l'approche élément fini tridimensionnel dégénéré déja évoquée dans la section 2.2.4.2. De la même manière qu'en mécanique, le point de départ de la construction d'un élément de coque thermique dégénéré est un élément fini tridimensionnel classique auquel ont été ajoutées des contraintes entre les degrés de liberté situés sur une même normale. Une hypothèse équivalente à l'hypothèse de Reissner-Mindlin permet alors d'imposer une répartition linéaire de la température dans l'épaisseur de la coque. Les degrés de liberté mixtes ainsi obtenus seront la température moyenne θ_m^K et le gradient de température dans l'épaisseur $\frac{\partial \theta^K}{\partial \gamma}$ pour chaque nœud situé sur la surface moyenne de la coque.

La géométrie de l'élément dérive d'un élément volumique isoparamétrique dans lequel les deux faces supérieure et inférieure de la coques contenant le même nombre de nœuds sont connectées par une fibre droite (figure 2.20). La cinématique donnée par l'équation 2.25 est utilisée

$$\mathbf{x} = \sum_{K=1}^{N} N^K(\xi,\eta)\left(\frac{1}{2}(1-\zeta)\mathbf{x}_{bas}^K + \frac{1}{2}(1+\zeta)\mathbf{x}_{haut}^K\right) \tag{2.34}$$

$N^K(\xi,\eta)$ désigne les fonctions de forme 2D, avec ξ et η les deux coordonnées dans la direction du plan et ζ la coordonnée dans la direction de l'épaisseur (figure 2.18), avec $-1 \leq \xi,\eta,\zeta \leq 1$. La température d'un élément peut s'écrire :

$$\theta = \sum_{K=1}^{2N} N_e^K(\xi,\eta,\zeta)\theta^K \tag{2.35}$$

$2N$ correspond au nombre de nœuds dans les éléments volumiques représentés en figure 2.18(a). θ^K est la température nodale de l'élément volumique et $N_e^K(\xi,\eta,\zeta)$ sont les fonctions de forme 3D. L'approximation de la température de l'élément de coque thermique est dérivée à partir des températures nodales et des fonctions d'approximations. Les fonctions d'approximation nodales peuvent être obtenues en faisant le produit tensoriel des fonctions d'approximation dans la surface moyenne $N^K(\xi,\eta)$, $K = 1,...,N$ avec les fonctions unidimensionnelles $\hat{N}_k(\zeta)$, $k = 1,...,n$, où n est le nombre de nœuds dans la direction de l'épaisseur de la coque. Une approximation d'ordre élevé de la température dans l'épaisseur de la coque peut être obtenue par de cette procédure. En vue d'établir un élément de coque thermique ayant une approximation linéaire ($n = 2$), quadratique ($n = 3$), cubique ($n = 4$) ... de la température dans l'épaisseur, l'élément a pour degrés de liberté des variables nodales de température ainsi que des variables nodales supplémentaires correspon-

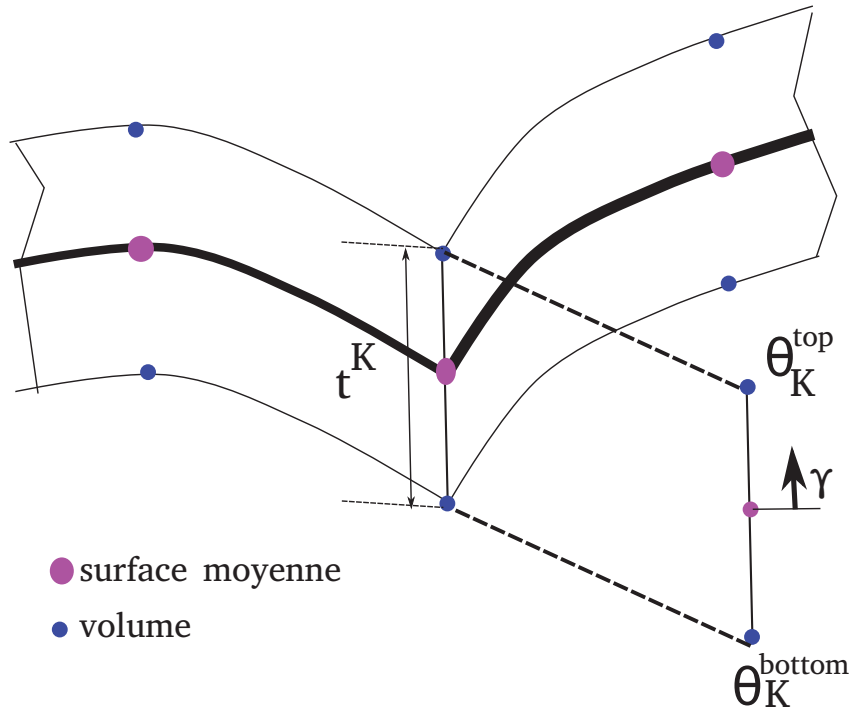


FIGURE 2.20 – Degrés de liberté le long d'une fibre orientée suivant la direction γ.

dant aux polynomes d'interpolation de Lagrange dans la direction de l'épaisseur. Le champ de température de la coque s'écrit :

$$\theta(\xi,\eta,\zeta) = \sum_{K=1}^{2N} N_e^K(\xi,\eta,\zeta)\theta^K = \sum_{K=1}^{N} N^K(\xi,\eta)\left(\sum_{k=1}^{n} \hat{N}_k(\zeta)\theta_{Nn}\right) \tag{2.36}$$

θ_{Nn} la température des nœuds de la coque. Pour un élément avec un champ de température linéaire dans l'épaisseur donne , on a :

$$\theta(\xi,\eta,\zeta) = \sum_{K=1}^{N} N^K(\xi,\eta)\left(\frac{(1-\zeta)}{2}\theta_{bas}^K + \frac{(1+\zeta)}{2}\theta_{haut}^K\right) \tag{2.37}$$

autrement dit

$$\theta(\xi,\eta,\zeta) = \sum_{K=1}^{N} N^K(\xi,\eta)\left(\left(\frac{\theta_{haut}^K + \theta_{bas}^K}{2}\right) + \frac{\zeta}{2}(\theta_{haut}^K - \theta_{bas}^K)\right) \tag{2.38}$$

avec des fonctions d'interpolation linéaire dans l'épaisseur ($n = 2$) :

$$\begin{cases} \hat{N}_2(\zeta) = \frac{1}{2}(1+\zeta) \\ \hat{N}_1(\zeta) = \frac{1}{2}(1-\zeta) \end{cases} \tag{2.39}$$

L'expression de ce champ de température sur la surface moyenne de la coque d'épaisseur t^K donne :

$$\theta(\xi,\eta,\zeta) = \sum_{K=1}^{N} N^K(\xi,\eta)\left(\theta_m^K + \zeta\frac{t^K}{2}\frac{\partial\theta^K}{\partial\gamma}\right) \tag{2.40}$$

Les degrés de liberté de la coque avec une interpolation linéaire de la température dans l'épaisseur sont la température moyenne θ_m^K et le gradient de température dans l'épaisseur $\frac{\partial\theta^K}{\partial\gamma}$ pour chaque nœud K situé sur la surface moyenne de la coque (figure 5.25) :

$$\theta_m^K = \frac{\theta_{haut}^K + \theta_{bas}^K}{2} \quad \text{et} \quad \frac{\partial\theta^K}{\partial\gamma} = \frac{\theta_{haut}^K - \theta_{bas}^K}{t^K} \tag{2.41}$$

2.2.5.3 Passage à un ordre d'interpolation plus élevé de la température dans l'épaisseur de la coque

Dans certaines situations où l'enveloppe interne ou externe de la coque serait par exemple soumise à des conditions sévères impliquant par exemple des variations rapides de la température ou un fort gradient thermique dans l'épaisseur, un modèle à distribution linéaire de la température dans l'épaisseur pourrait être limité en précision. En vue de représenter le plus finement possible la distribution de la température dans la barrière thermique, avoir à disposition un élément de coque thermique permettant une répartition à un ordre plus élevé de la température dans l'épaisseur est essentiel. En se basant sur l'approche proposée dans [Surana 1990, Bose 1993], l'implémentation d'un élément de coque thermique avec une approximation d'ordre p dans l'épaisseur demande relativement peu d'effort en mettant à profit les développements précédemment mis en place pour l'élément de coque thermique à répartition linéaire. De même que dans la modélisation linéaire, le champ de température est défini en fonction des températures aux nœuds et de ses dérivées :

$$\theta = \Sigma_{i=1}^{n} N_i(\xi,\eta)\left\{\theta_i + \zeta\frac{h_i}{2}\frac{\partial\theta_i}{\partial\gamma} + \frac{\zeta^2}{2!}(\frac{h_i}{2})^2\frac{\partial^2\theta_i}{\partial\gamma^2} + \frac{\zeta^3}{3!}(\frac{h_i}{2})^3\frac{\partial^3\theta_i}{\partial\gamma^3}... + \frac{\zeta^p}{p!}(\frac{h_i}{2})^p\frac{\partial^p\theta_i}{\partial\gamma^p}\right\} \tag{2.42}$$

selon l'ordre p d'interpolation choisi dans la direction de l'épaisseur.

Chapitre 3

Démarche générale

Sommaire

3.1 Mise en place des outils numériques 41
3.2 Validation et calcul sur aube revêtue 42

3.1 Mise en place des outils numériques

Le délaminage est pris en compte par l'utilisation d'un modèle de zone cohésive développé au cours de la thèse, qui inclut le modèle énergétique, issu de la thèse de Vaunois [Vaunois 2013a], représentatif de l'évolution de la ténacité de l'interface barrière thermique/sous-couche au cours des cycles thermiques. Pour des raisons de robustesse, le choix de l'élément cohésif à insérer entre la barrière thermique et la sous-couche (figure 3.1) s'est porté sur l'élément fini d'interface mixte proposé par Lorentz [Lorentz 2008] dont la formulation variationnelle repose sur un Lagrangien augmenté. L'avantage de cet élément est qu'il permet l'utilisation de lois cohésives dites "extrinsèques" puisqu'elles permettent par exemple de représenter une adhésion initiale parfaite avant amorçage ou des conditions de contact, et cela sans passer par la traditionnelle méthode de pénalisation souvent à l'origine des problèmes de convergence de ces modèles. Afin de prendre en compte simultanément les variations dans le transfert de charge et les changements de la conductance de l'interface, un modèle de zone cohésive thermique reposant sur un Lagrangien augmenté est également mis en œuvre dans le problème thermique pour décrire la décroissance de la conductance interfaciale en fonction de l'endommagement mécanique.

Un deuxième volet des outils numériques concerne la modélisation de la barrière thermique à l'aide d'éléments de type coque, permettant ainsi de tirer profit des particularités structurales (faible épaisseur) du revêtement. Un modèle de coque développé selon l'approche *Continuum Based* [Belytschko 2006] est présenté. Le modèle de coque mécanique doit être capable d'appliquer les sollicitations mécaniques menant à l'écaillage. Dans la résolution du problème thermique, un modèle de coque "*Continuum Based*" est mis en œuvre et a pour fonction de modéliser le gradient de température présent dans l'épaisseur de la barrière thermique. L'interpolation du modèle de coque thermique devra tenir compte de la forme de la répartition de la température dans l'épaisseur de la barrière thermique.

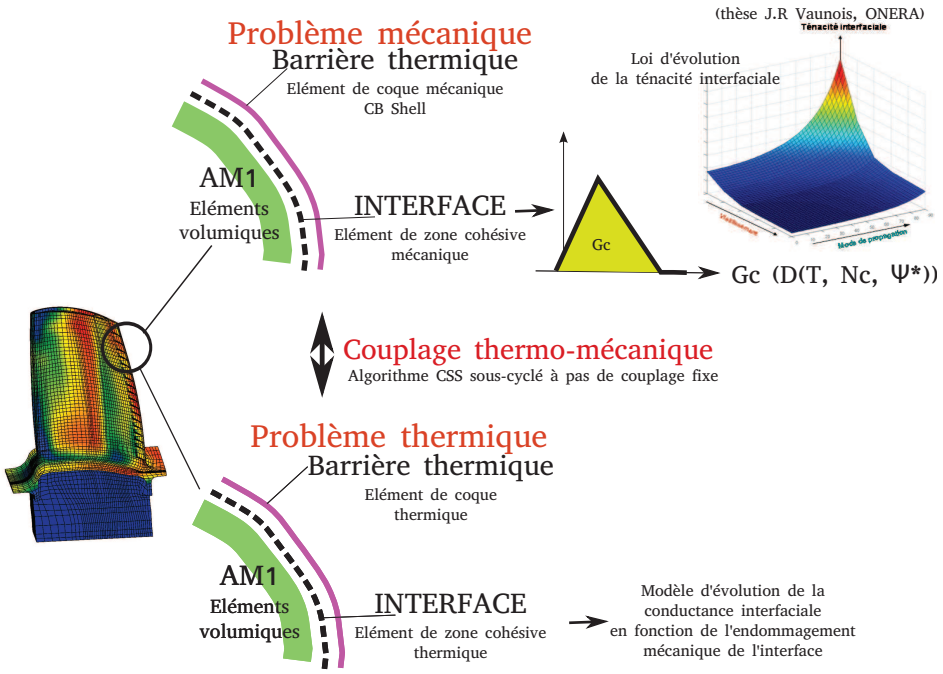


FIGURE 3.1 – Les différentes briques à mettre en place en vue de réaliser le calcul couplé d'une aube revêtue.

3.2 Validation et calcul sur aube revêtue

Une étape de validation intermédiaire du modèle thermo-mécanique couplé intervient avant le calcul sur aube complète. Il s'agit d'un calcul thermo-mécanique couplé sur tube réalisé afin de mettre en œuvre tous les outils numériques implantés au sein d'un même calcul de structure et d'identifier d'éventuels problèmes liés à leur mise en œuvre simultanée. Il s'agit dans un premier temps d'un tube a section constante, recouvert d'une barrière thermique. Un gradient de température est induit dans la paroi du tube en appliquant un flux convectif froid sur la surface interne et un flux surfacique chaud sur la surface externe. Un calcul sur tube de section variable est ensuite réalisé dans le but d'identifier d'éventuelles dépendances de l'évolution de l'endommagement interfacial par rapport au rayon de courbure du substrat. Enfin, une phase d'exploitation est réalisée sur une aube revêtue de sa barrière thermique. Cette analyse thermo-mécanique couplée permet de rendre compte des effets structurels induits par la géométrie de l'aube et des chargements thermo-mécaniques complexes qu'elle subit.

Chapitre 4

Modélisation mécanique de l'écaillage

Sommaire

4.1 Modélisation des transferts de charge à l'interface 44

4.1.1 Formulation de l'élément fini d'interface mixte de Lorentz . . 44

4.1.2 Une loi de comportement de l'interface dont l'énergie cohésive dépend du chargement appliqué 47

4.1.3 Validation sur cas tests 2D 54

4.2 Modélisation mécanique de la barrière thermique 64

4.2.1 Implantation des coques "Continuum Based" 64

4.2.2 Méthode retenue pour l'élimination du verrouillage 68

4.2.3 Validation de l'élément coque CB 69

4.3 Applications du modèle mécanique 72

4.3.1 Test standard de la DCB (Double Cantilever Beam) en 3D . 72

4.3.2 Délaminage sur tube cylindrique 75

L'écaillage de la barrière thermique survient à la suite de la propagation d'une fissure au niveau de la couche d'alumine. Cette couche étant très fine (épaisseur allant de 0,3 à 7 μm), elle n'est pas prise en compte explicitement dans une modélisation à l'échelle de l'aube complète. En revanche, elle est remplacée par un élément d'interface muni d'une loi d'évolution de la ténacité de l'interface barrière thermique/substrat. Cet élément d'interface est intercalé entre le substrat, modélisé par des éléments volumiques, et la barrière thermique modélisée à l'aide d'éléments coques.

Les briques mécaniques consacrées à la modélisation du délaminage de l'interface barrière thermique/substrat sont détaillées dans ce chapitre. Dans un premier temps, le modèle cohésif destiné à modéliser les variations du transfert de charge à l'interface est présenté puis validé sur des cas tests issus de la littérature. L'implantation d'un élément de coque mécanique visant à modéliser la barrière thermique est ensuite présentée et validée. Enfin, des cas tests tridimensionnels qui serviront à valider la modélisation mécanique du problème thermo-mécanique couplé seront mis en œuvre.

4.1 Modélisation des transferts de charge à l'interface

L'élément fini d'interface mixte de Lorentz [Lorentz 2008] et la loi cohésive choisis pour cette étude sont présentés. L'accent sera mis sur les modifications apportées pour intégrer une loi d'évolution de l'énergie cohésive adaptée à l'étude de l'écaillage. Le modèle cohésif inclut la particularité fondamentale, décrite dans la section 2.1.4, qui découle des essais expérimentaux d'adhérence selon laquelle l'énergie d'adhérence dépend de la sollicitation appliquée [Théry 2007, Vaunois 2013a], car cette caractéristique du modèle conditionne fortement le délaminage menant à l'écaillage de la barrière thermique [Evans 2001].

4.1.1 Formulation de l'élément fini d'interface mixte de Lorentz

Les caractéristiques de l'élément fini d'interface mixte sont exposées ici suivant un cadre général inspiré de Lorentz [Lorentz 2008]. Cet élément est implanté dans Z-set [Zeb] dans le cadre de cette thèse et sert à décrire la décohésion entre la barrière thermique et son substrat. Dans cette section, la forme de la loi cohésive n'est pas encore précisée et le processus de fissuration est supposé réversible. L'indice m fait référence aux variables du sous-problème mécanique. L'énergie potentielle E_p de la structure est donnée par

$$E_p(\mathbf{u}) = E_{el}(\mathbf{u}) - W_{ext}(\mathbf{u}) + \int_{\Gamma(\mathbf{u})} \Pi_m([[\mathbf{u}]])d\Gamma \tag{4.1}$$

E_p est la somme de l'énergie de déformation élastique E_{el}, du travail des forces externes W_{ext} et de l'énergie cohésive. Le comportement de l'interface est défini à travers la densité d'énergie surfacique Π_m. $\mathbf{u}$ est le champ de déplacement et $[[\mathbf{u}]] = \mathbf{u}^+ - \mathbf{u}^-$ le saut de déplacement à travers la surface $\Gamma(\mathbf{u})$. Le point de départ de cette formulation est la théorie de Griffith [Griffith 1920] revisitée par Francfort et Marigo [Francfort 1998], où l'idée principale repose sur le principe de moindre énergie. L'état de la structure Ω est décrit par le champ de déplacement $\mathbf{u}$ qui peut admettre des discontinuités $[[\mathbf{u}]] = \boldsymbol{\delta_m}$ à travers la surface Γ. Le lieu de fissuration est connu par avance et les discontinuités n'apparaîtront donc que sur la surface Γ postulée *a priori*. Concrètement, cela veut dire que Γ ne dépend plus explicitement de $\mathbf{u}$.

En raison de certaines caractéristiques de la loi cohésive telle que l'adhérence initiale parfaite, la densité d'énergie cohésive Π_m n'est pas continûment dérivable. Pour contourner cette limitation, une méthode de décomposition-coordination [Fortin 1983] est introduite en alternative à la régularisation des fonctions souvent opérée par une méthode dite de pénalisation. Elle permet de confiner les non-différentiabilités à un niveau local, c'est à dire aux points de Gauss.

Pour ce faire, l'énergie totale E_p de la structure doit dépendre explicitement de $\mathbf{u}$ et $\boldsymbol{\delta_m}$, et la condition de compatibilité $[[\mathbf{u}]] = \boldsymbol{\delta_m}$ doit être vérifiée. Cela conduit au problème de minimisation sous contrainte suivant dans lequel les déplacements

appartiennent à l'ensemble des champs de déplacements cinématiquement admissibles :

$$\min_{\substack{\mathbf{u},\boldsymbol{\delta_m} \\ [[\mathbf{u}]]=\boldsymbol{\delta_m}}} E_p(\mathbf{u},\boldsymbol{\delta_m}) = \min_{\substack{\mathbf{u},\boldsymbol{\delta_m} \\ [[\mathbf{u}]]=\boldsymbol{\delta_m}}} \left(E_{el}(\mathbf{u}) - W_{ext}(\mathbf{u}) + \int_\Gamma \Pi_m(\boldsymbol{\delta_m}) d\Gamma \right) \tag{4.2}$$

Pour permettre le traitement "exact" de la condition de compatibilité $[[\mathbf{u}]] = \boldsymbol{\delta_m}$, une formulation variationnelle en Lagrangien augmenté est utilisée. Elle regroupe dans une même expression la quantité à minimiser et la condition de compatibilité. Mathématiquement, résoudre l'équation 4.2 est équivalent à trouver le point selle $(\mathbf{u}^*, \boldsymbol{\delta_m}^*, \boldsymbol{\lambda_m}^*)$ du Lagrangien augmenté $\mathcal{L}_r$:

$$\begin{aligned} \max_{\boldsymbol{\lambda_m}} \min_{\mathbf{u}} \min_{\boldsymbol{\delta}_m} \mathcal{L}_r(\mathbf{u},\boldsymbol{\delta_m},\boldsymbol{\lambda_m}) = \min_{\mathbf{u}} \max_{\boldsymbol{\lambda_m}} [E_{el}(\mathbf{u}) - W_{ext}(\mathbf{u}) + \\ \min_{\boldsymbol{\delta_m}} \left(\int_\Gamma \Pi_m(\boldsymbol{\delta_m}) d\Gamma + \int_\Gamma \boldsymbol{\lambda_m} \cdot ([[\mathbf{u}]] - \boldsymbol{\delta_m}) d\Gamma + \int_\Gamma \frac{r}{2} ([[\mathbf{u}]] - \boldsymbol{\delta_m})^2 d\Gamma \right) \Big] \end{aligned} \tag{4.3}$$

La contrainte linéaire $[[\mathbf{u}]] = \boldsymbol{\delta_m}$ est traitée par dualisation en introduisant le multiplicateur de Lagrange $\boldsymbol{\lambda_m}$ que l'on peut interprêter comme étant la force qu'il faut appliquer pour qu'à convergence, l'égalité $[[\mathbf{u}]] = \boldsymbol{\delta_m}$ soit vérifiée. Quant au dernier terme de 4.3, il n'influence pas la solution parce qu'il s'annule à convergence. Il assure la robustesse, de sorte à rendre le problème convexe, à travers un choix précis du coefficient d'augmentation r qui sera détaillé en section 4.1.2.4.

Une condition nécessaire pour que $(\mathbf{u}, \boldsymbol{\delta_m}, \boldsymbol{\lambda_m})$ soit un point selle de $\mathcal{L}_r(\mathbf{u}, \boldsymbol{\delta_m}, \boldsymbol{\lambda_m})$ est que :

$$D\mathcal{L}_r((\mathbf{u},\boldsymbol{\delta_m},\boldsymbol{\lambda_m});(\partial\mathbf{u},\partial\boldsymbol{\delta_m},\partial\boldsymbol{\lambda_m})) = 0; \qquad \forall\partial\mathbf{u}, \forall\partial\boldsymbol{\delta_m}, \forall\partial\boldsymbol{\lambda_m}$$

$\Leftrightarrow$

$$\begin{cases} \nabla_{\boldsymbol{\lambda_m}} \mathcal{L}_r(\mathbf{u},\boldsymbol{\delta_m},\boldsymbol{\lambda_m}) = 0 \\ \nabla_{\boldsymbol{\delta_m}} \mathcal{L}_r(\mathbf{u},\boldsymbol{\delta_m},\boldsymbol{\lambda_m}) = 0 \\ \nabla_{\mathbf{u}} \mathcal{L}_r(\mathbf{u},\boldsymbol{\delta_m},\boldsymbol{\lambda_m}) = 0 \end{cases} \tag{4.4}$$

où $D\mathcal{L}_r((\mathbf{u},\boldsymbol{\delta_m},\boldsymbol{\lambda_m});(\partial\mathbf{u},\partial\boldsymbol{\delta_m},\partial\boldsymbol{\lambda_m}))$ est une dérivée directionnelle de $\mathcal{L}_r$ à un point donné $(\mathbf{u},\boldsymbol{\delta_m},\boldsymbol{\lambda_m})$ le long de la direction $(\partial\mathbf{u},\partial\boldsymbol{\delta_m},\partial\boldsymbol{\lambda_m})$. Ces conditions d'optimalité s'écrivent :

$$\int_\Gamma \partial\boldsymbol{\lambda_m} \cdot ([[\mathbf{u}]] - \boldsymbol{\delta_m}) d\Gamma = 0 \tag{4.5a}$$

$$\int_\Gamma (\mathbf{t} - \boldsymbol{\lambda_m} - r([[\mathbf{u}]] - \boldsymbol{\delta_m})) \cdot \partial\boldsymbol{\delta_m} d\Gamma = 0 \tag{4.5b}$$

$$\int_{\Omega\setminus\Gamma} \tilde{\boldsymbol{\sigma}} : \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}(\partial\mathbf{u}) d\Omega + \int_\Gamma (\boldsymbol{\lambda_m} + r([[\mathbf{u}]] - \boldsymbol{\delta_m})) \cdot [[\partial\mathbf{u}]] d\Gamma = W_{ext}(\partial\mathbf{u}) \tag{4.5c}$$

$\forall \partial \mathbf{u}, \forall \partial \boldsymbol{\delta_m}, \forall \partial \boldsymbol{\lambda_m}$

$\tilde{\boldsymbol{\sigma}}$ est le tenseur des contraintes, $\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}$ est le tenseur des déformations. Le comportement cohésif est contenu dans 4.5b à travers l'inclusion différentielle $\mathbf{t} \in \partial\Pi(\boldsymbol{\delta_m})$. $\partial\Pi$ est équivalent au gradient de Π partout où Π est différentiable [Lorentz 2008].

Le système d'équations 4.5 conduit au système classique d'équations de l'équilibre statique du modèle où les inconnues sont $\mathbf{u}, \boldsymbol{\delta_m}$ et $\boldsymbol{\lambda_m}$. La discrétisation suivante est introduite :

$$[[\mathbf{u}]] = [\mathbf{D}]\{\mathbf{U}\} \quad , \boldsymbol{\lambda_m} = [\mathbf{L}]\{\boldsymbol{\Lambda_m}\} \tag{4.6}$$

avec $[\mathbf{D}] = [\mathbf{N}_+] - [\mathbf{N}_-]$, $[\mathbf{N}_+]$ et $[\mathbf{N}_-]$ étant les traces de la matrice des fonctions de forme quadratiques $[\mathbf{N}]$ sur Γ_+ et Γ_- respectivement. $[\mathbf{L}]$ est la matrice des fonctions de forme linéaires sur Γ. $\{\mathbf{U}\}$ le vecteur des déplacements nodaux, $\{\boldsymbol{\Lambda_m}\}$ les inconnues nodales correspondant aux multiplicateurs de Lagrange. En notant $\{\boldsymbol{\Delta_m}\}$ le vecteur des inconnues de discontinuité $\boldsymbol{\delta_m}$ calculées aux points de Gauss de Γ, le système d'équations prend la forme :

$$\begin{bmatrix} K_{UU} & K_{U\Lambda_m} & K_{U\Delta_m} \\ K_{\Lambda_m U} & K_{\Lambda_m\Lambda_m} & K_{\Lambda_m\Delta_m} \\ K_{\Delta_m U} & K_{\Delta_m\Lambda_m} & K_{\Delta_m\Delta_m} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U \\ \Lambda_m \\ \Delta_m \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_U \\ F_{\Lambda_m} \\ F_{\Delta_m} \end{Bmatrix} \tag{4.7}$$

Ce système linéaire peut être simplifié par condensation statique [Imbert 1995]. Pour cela, la première étape consiste à résoudre les degrés de liberté locaux en considérant la troisième équation du système 4.7 qui peut être écrite de la façon suivante :

$$\Delta_m = [K_{\Delta_m\Delta_m}]^{-1}[\{F_{\Delta_m}\} - [K_{\Delta_m U}]\{U\} - [K_{\Delta_m\Lambda_m}]\{\Lambda_m\}] \tag{4.8}$$

A l'aide de l'équation 4.5b, $\boldsymbol{\delta_m}$ peut être exprimée comme étant une fonction de $[[\mathbf{u}]]$ et de $\boldsymbol{\lambda_m}$:

$$\mathbf{t} = \boldsymbol{\lambda_m} - r([[\mathbf{u}]] - \boldsymbol{\delta_m}) \in \partial\Pi(\boldsymbol{\delta_m}) \quad \Leftrightarrow \quad \boldsymbol{\delta_m} = \hat{\boldsymbol{\delta}}_m([[\mathbf{u}]], \boldsymbol{\lambda_m}) = \hat{\boldsymbol{\delta}}_m(\mathbf{U}, \boldsymbol{\Lambda_m}) \tag{4.9}$$

ce qui signifie que l'équation l'équation 4.8 peut s'écrire comme suit :

$$\Delta = [K_{\Delta\Delta}]^{-1}[\{F_\Delta\} - \frac{\partial\hat{\boldsymbol{\delta}}_m(\mathbf{U}, \boldsymbol{\Lambda_m})}{\partial\mathbf{U}}\{U\} - \frac{\partial\hat{\boldsymbol{\delta}}_m(\mathbf{U}, \boldsymbol{\Lambda_m})}{\partial\boldsymbol{\Lambda_m}}\{\Lambda_m\}] \tag{4.10}$$

où

$$\frac{\partial\hat{\boldsymbol{\delta}}_m(\mathbf{U}, \boldsymbol{\Lambda_m})}{\partial\mathbf{U}} = \frac{\partial\hat{\boldsymbol{\delta}}_m(\mathbf{U}, \boldsymbol{\Lambda_m})}{\partial[[\mathbf{u}]]}\frac{\partial[[\mathbf{u}]]}{\partial\mathbf{U}} \tag{4.11}$$

et

$$\frac{\partial\hat{\boldsymbol{\delta}}_m(\mathbf{U}, \boldsymbol{\Lambda_m})}{\partial\boldsymbol{\Lambda_m}} = \frac{\partial\hat{\boldsymbol{\delta}}_m(\mathbf{U}, \boldsymbol{\Lambda_m})}{\partial\boldsymbol{\lambda_m}}\frac{\partial\boldsymbol{\lambda_m}}{\partial\boldsymbol{\Lambda_m}} \tag{4.12}$$

sont les matrices tangentes. Finalement, l'expression 4.10 est insérée dans la première et la deuxième équation du système 4.7, ce qui permet d'éliminer les degrés de liberté locaux $\boldsymbol{\delta_m}$ de la formulation globale. En procédant ainsi, 4.7 se réduit à :

$$\begin{bmatrix} \hat{K}_{UU} & \hat{K}_{U\Lambda_m} \\ \hat{K}_{\Lambda_m U} & \hat{K}_{\Lambda_m\Lambda_m} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U \\ \Lambda_m \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \hat{F}_U \\ \hat{F}_{\Lambda_m} \end{Bmatrix} \tag{4.13}$$

Les expressions détaillées de la matrice de rigidité condensée $[\hat{K}]$ et du vecteur des résidus condensés $\{\hat{F}\}$ sont données dans l'annexe A.1.1 de même que la discrétisation éléments finis. La discrétisation spatiale et la position des points de Gauss sont illustrées sur la figure 4.1.

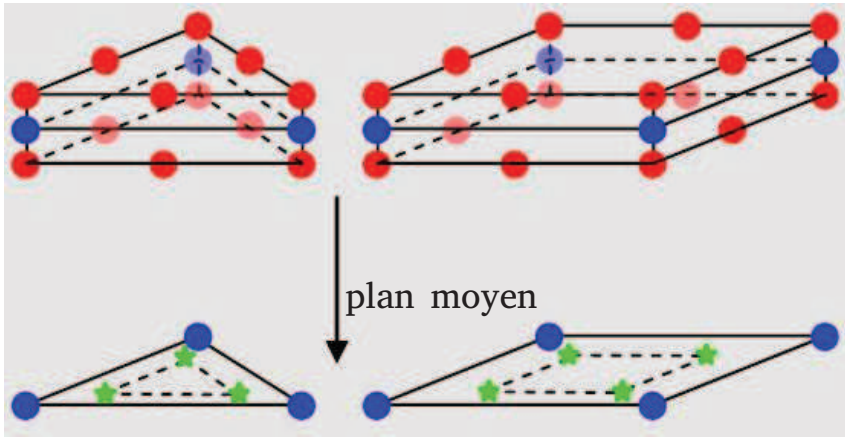


FIGURE 4.1 – Eléments de zone cohésive quadratique à 15 nœuds et à 20 nœuds [Lorentz 2008]. Les positions respectives des points de Gauss situés sur le plan moyen sont représentées en vert.

4.1.2 Une loi de comportement de l'interface dont l'énergie cohésive dépend du chargement appliqué

4.1.2.1 Forme de la loi force cohésive/saut de déplacement.

Une forme de loi cohésive bilinéaire extrinsèque est choisie afin d'éviter que l'élément ne s'endommage et ne s'ouvre dès la montée en charge. Par opposition aux modèles cohésifs dits "intrinsèques"[1], les modèles "extrinsèques" ne comportent pas de raideur initiale K avant d'atteindre le seuil d'endommagement caractérisé par la force cohésive maximale σ_c [Zhang 2007]. Dans un modèle cohésif extrinsèque, la séparation matérielle s'effectue uniquement après que la force cohésive maximale σ_c soit atteinte (figure 4.2). Le choix du modèle extrinsèque est motivé par les avantages numériques qu'il procure. En effet, cette approche permet d'éviter un certain nombre d'inconvénients des modèles intrinsèques, dont la présence d'une souplesse parasite qui peut engendrer une baisse de la rigidité globale de la structure

1. Dans les modèles cohésifs intrinsèques, par exemple en mode I pur de sollicitation, la force cohésive T croît dans un premier temps simultanément avec l'accroissement de l'ouverture interfaciale δ_m, et décroît ensuite jusqu'à atteindre zéro lorsque l'ouverture est égale à l'ouverture critique δ_c.

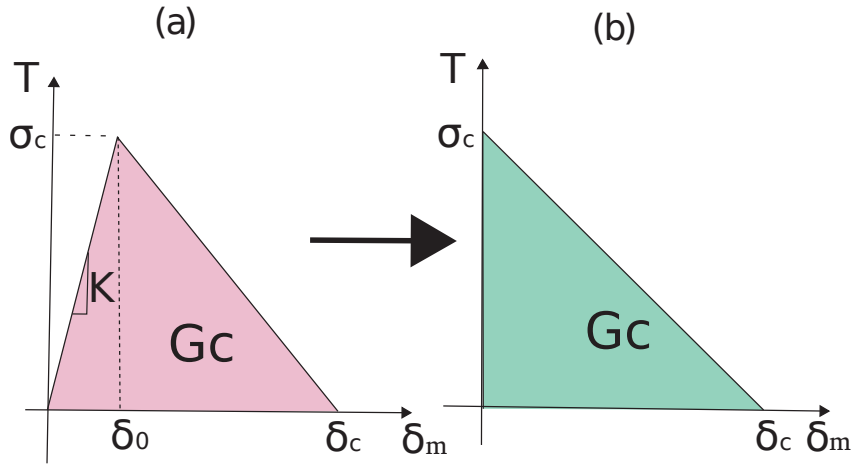


FIGURE 4.2 – Modèle cohésif bilinéaire "intrinsèque" (a) et "extrinsèque" (b).

modélisée. Par ailleurs, l'implantation de la loi cohésive extrinsèque est facilitée par le formalisme de l'élément fini d'interface mixte de Lorentz [Lorentz 2008] car ce dernier permet de représenter un accroissement de la force cohésive indépendamment de l'évolution du saut de déplacement.

Le choix de la loi extrinsèque est également motivé par la géométrie de la structure. L'épaisseur de la couche d'alumine étant très faible (épaisseur allant de 0,3 à 7 μm) par rapport aux épaisseurs des couches qui l'entourent, la pente initiale de la loi cohésive intrinsèque, inversement proportionnelle à l'épaisseur de l'interface, serait très élevée, ce qui peut conduire à des problèmes numériques souvent caractérisés par des oscillations de la réponse globale durant la propagation de fissure.

Outre l'adhérence initiale parfaite, la loi cohésive dispose également d'une décharge linéaire ainsi que de conditions de contact en petits glissements (figure 4.3). Le traitement numérique de ces caractéristiques de la loi cohésive est expliqué dans les paragraphes qui suivent.

4.1.2.2 Expression de la densité d'énergie cohésive Π_m.

Le comportement cohésif est incorporé dans la densité d'énergie cohésive Π_m définie par :

$$\Pi_m(\boldsymbol{\delta}_m, \phi, d) = \psi(\delta_{eq}, \phi, d) + \mathbf{1}_{\mathbb{R}^+}(\delta_n) \quad \text{avec} \quad \psi : \mathbb{R}^+ \mapsto \mathbb{R} \tag{4.14}$$

où ψ est l'énergie totale dissipée pendant le processus d'endommagement. Dans un chargement strictement monotone où ψ est indépendant de la variable interne d, ψ est une fonction croissante, différentiable, $\psi'(0) = \sigma_c$ définit la contrainte maximale et la rupture de l'élément est réalisée lorsque $\psi = G_c(\phi)$. L'expression de ψ suggérée dans [Lorentz 2008] est utilisée ici :

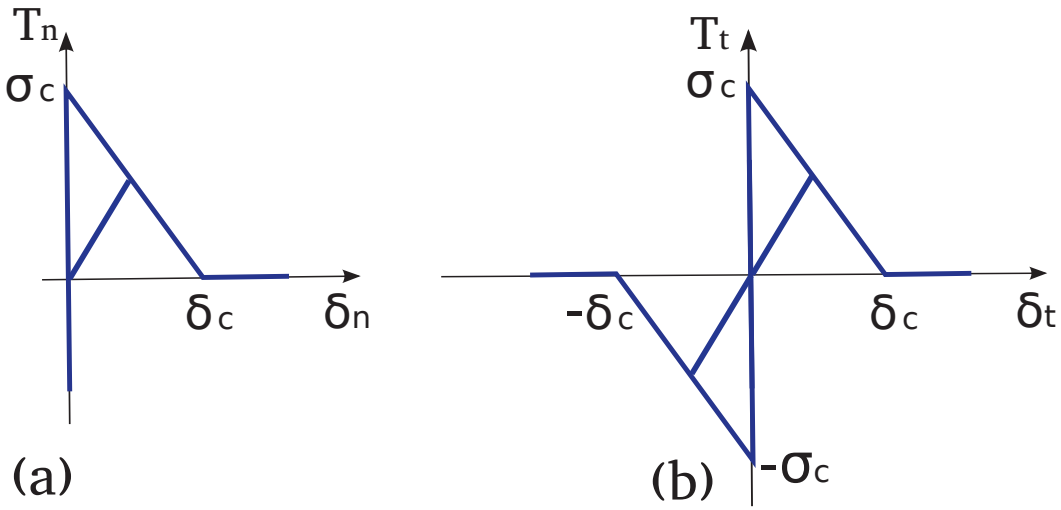


FIGURE 4.3 – Evolution de la force cohésive en fonction du saut de déplacement dans les directions (a) normale et (b) tangentielle.

$$\psi(\delta_{eq},\phi) = \begin{cases} \frac{G_c(\phi)\delta_{eq}}{\delta_c}\left(2-\frac{\delta_{eq}}{\delta_c}\right) & si \quad \delta_{eq} < \delta_c \\ G_c(\phi) & si \quad \delta_{eq} \geq \delta_c \end{cases} \tag{4.15}$$

δ_c est le saut de déplacement critique et δ_{eq} est l'amplitude du saut de déplacement avec $\delta_{eq} = \sqrt{\boldsymbol{\delta}_m \cdot \boldsymbol{\delta}_m}$. Le choix de la variable interne $d \in [0;1]$ où $d = 0$ pour une interface saine et $d = 1$ lorsque l'interface est rompue est décrit dans la section suivante. Son évolution doit garantir l'irréversibilité du processus de fissuration en mode mixte. Pour limiter l'interpénétration des nœuds, des conditions de contact valables en petits glissements sont assurée grâce à la fonction indicatrice $\mathbf{1}_{\mathbb{R}^+}(\delta_n)$ qui permet de restreindre le saut de déplacement normal à de l'ouverture [Lorentz 2008], avec :

$$\mathbf{1}_{\mathbb{R}^+}(\delta_n) = \begin{cases} 0 & si \quad \delta_n \in \mathbb{R}^+ \\ +\infty & si \quad \notin \mathbb{R}^+ \end{cases} \tag{4.16}$$

Enfin, le taux de restitution d'énergie critique G_c reflète la loi d'évolution de la ténacité de l'interface barrière thermique/substrat développée par [Vaunois 2013a] à travers sa dépendance à l'angle de mixité des modes de sollicitation ϕ, au vieillissement de l'interface à travers le temps de cyclage t_{cycl} et à la température θ.

$$G_c(\phi, t_{cycl}, \theta) = G_{Ic}[1 + \tan^2[(1-\beta)\phi]]^n \exp\left[-A \cdot t_{cycl} \cdot \exp\left(-\frac{Q_D}{R \cdot \theta}\right)\right] \tag{4.17}$$

L'angle de mixité des modes de sollicitation ϕ quantifie la relation entre les composantes normales et tangentielles des contraintes à l'interface. G_{Ic} est le taux de restitution d'énergie critique en mode I. L'effet de la température de vieillissement sur l'énergie d'adhérence est décrit par une loi d'Arrhenius, où R est la constante

des gaz parfaits ($R = 8{,}314$ J.K^{-1}.mol^{-1}), Q_D est l'énergie d'activation thermique de l'endommagement et A est un facteur de fréquence.

Les paramètres phénoménologiques β et n sont déduits des essais expérimentaux. Le paramètre β permet d'ajuster la dépendance à la mixité des modes. Dans le cadre de cette étude, une forme simplifiée de l'expression du taux de restitution d'énergie critique ne prenant pas en compte ses variations liées à la cinétique chimique est utilisée. Elle s'écrit :

$$G_c(\phi) = G_{Ic}[1 + \tan^2[(1-\beta)\phi]] \tag{4.18}$$

L'évolution de $G_c(\phi)$ en fonction de l'angle de mixité modale, obtenue pour différentes valeurs du paramètre β est tracée sur la figure 4.4. Lorsque $\beta = 1$, l'énergie d'adhérence en mode I pur ($\phi = 0$) de sollicitation est égale à l'énergie d'adhérence en mode II pur ($\phi = \pi/2$) de sollicitation.

L'angle de mixité modal doit être calculé tant que l'évolution de l'endommagement dépend de sa valeur. La définition 2.7 de la mixité des modes fait référence aux facteurs d'intensité des contraintes en pointe de fissure. Comme ces valeurs ne sont pas calculées dans la zone cohésive, une alternative pour évaluer l'angle de mixité modal est d'utiliser le ratio de la force cohésive tangentielle sur la force cohésive normale appliqué à l'élément. On se propose de calculer l'angle de mixité "local" par :

$$\phi = \tan^{-1} \frac{\parallel \tau_s \parallel}{\tau_n} \tag{4.19}$$

où $\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{\lambda_m} + r[[\boldsymbol{u}]]$. Les indices n et s indiquent les composantes normales et tangentielles respectivement. Dans une configuration tridimensionnelle, le calcul de la norme des forces cohésives tangentielles suppose que la mixité des modes dans les directions parallèles à l'interface est la même dans ces deux directions tangentielles.

4.1.2.3 Vérification de l'irréversibilité du modèle

L'introduction de la dépendance de G_c au chargement soulève des questions sur le choix de la variable d'endommagemement d qui doit assurer l'irréversibilité de la fissuration. Si l'irréversibilité est assurée par une variable K^n_{max} =max$(K^{n-1}_{max}, \delta^n_{eq})$ qui mémorise un déplacement maximal [Lorentz 2008], il peut y avoir une restauration de l'état cohésif [Travesa 2006] qui conduit à une violation de l'inégalité de Clausius-Duhem lorsque la fissure croit sous un chargement de mixité variable. Le problème de la restauration de l'état cohésif est illustré en figure 4.5 pour un élément d'interface successivement chargé en mode II et en mode I. Au cours du chargement en mode I, si la variable d'endommagement était l'ouverture maximale atteinte $K^n_{max} = max(K^{n-1}_{max}, \delta^n_{eq})$, l'élément d'interface serait déja rompu sans même que l'ouverture critique $\delta_c = \delta_{Ic}$ soit atteinte, car $\delta_{Ic} < K^n_{max}$. La vérification analytique de l'irréversibilité du modèle est détaillée ci-dessous.

On définit une énergie libre Ψ_L, fonction d'une variable d'endommagement d, de δ_{eq} et de ϕ :

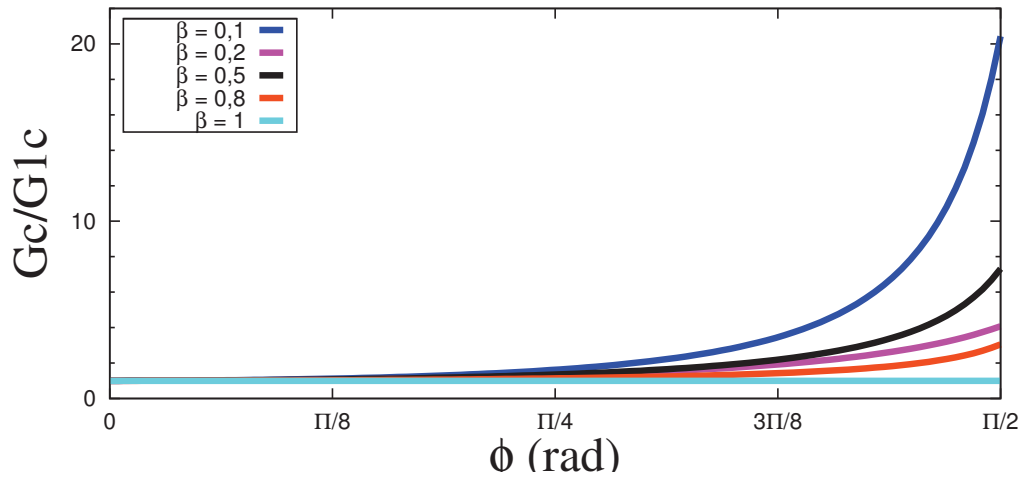


FIGURE 4.4 – Evolution du taux de restitution d'énergie critique en fonction de l'angle de mixité modale.

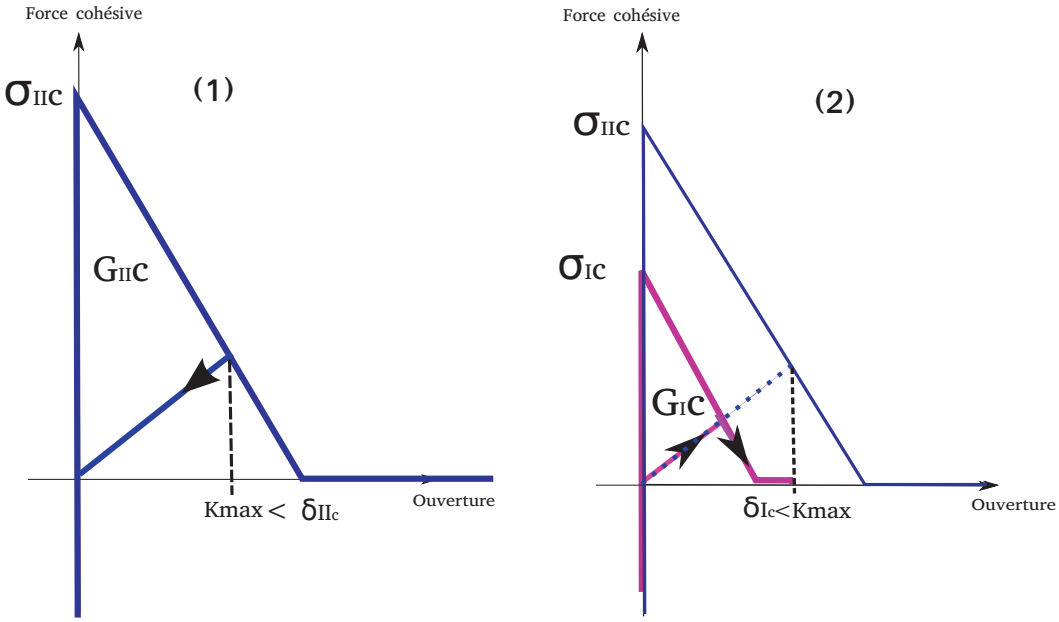


FIGURE 4.5 – Restauration de l'état cohésif lors d'une sollicitation variable en mode de mixité (Mode II puis Mode I), (1) l'élément d'interface est chargé en mode II jusqu'à ce que l'ouverture maximale atteinte soit K^n_{max} =max$(K^{n-1}_{max}, \delta^n_{eq})$ inférieure à l'ouverture critique $\delta_c = \delta_{IIc}$, (2) l'élement est ensuite déchargé puis rechargé en mode I.

$$\Psi_L(\delta_{eq}, \phi, d) = \frac{G_c(\phi)}{d\delta_c}(2-d)\frac{\delta^2_{eq}}{\delta_c} \text{ si } 0 < d \tag{4.20}$$

A partir de Ψ_L, le second principe de la thermodynamique sous condition isotherme

s'écrit :

$$D = -\frac{\partial \Psi_L}{\partial d}\dot{d} \geq 0 \tag{4.21}$$

D étant la dissipation. Il est respecté lorsque $\dot{d} \geq 0$, autrement dit, l'irréversibilité est vérifiée si d est strictement croissant. On montre que la norme de la force cohésive $\| T_{cz} \|$ associée à l'énergie libre Ψ_L, dans laquelle on dissocie le rôle de d et le rôle de δ_{eq}, est la même que la norme de la force cohésive associée à ψ lorsque $d = \frac{\delta_{eq}}{\delta_c}$. Elle s'écrit :

$$T_{cz} = \frac{\partial \Psi_L(\delta_{eq}, \phi, d = \frac{\delta_{eq}}{\delta_c})}{\partial \delta_{eq}} = \frac{\partial \psi(\delta_{eq}, \phi)}{\partial \delta_{eq}} = \frac{2G_c(\phi)}{\delta_c}(1 - \frac{\delta_{eq}}{\delta_c}) \quad \text{et} \quad \frac{\partial \Psi(\delta_{eq} = 0, \phi, d)}{\partial \delta_{eq}} = \sigma_c \tag{4.22}$$

Définition du critère d'endommagement

Le critère d'endommagement est formulé en fonction des sauts de déplacement actuels. La forme de ce critère est :

$$F(\delta_{eq}^n) - R^n \leq 0 \quad \forall n \geq 0 \tag{4.23}$$

F est une fonction scalaire monotone variant de 0 à 1 et R est la plus grande valeur atteinte par F à l'instant n. On définit la fonction F par :

$$F(\delta_{eq}) = \frac{\delta_{eq}}{\delta_c} \tag{4.24}$$

Sous l'hypothèse que l'angle de mixité modal ϕ^n est constant sur un incrément n, l'intégration de l'irréversibilité conduit au processus incrémental en deux étapes [Lorentz 2008] suivant :

$$\begin{cases} \boldsymbol{\delta_m}^n = \arg\min_{\boldsymbol{\delta_m}} [\boldsymbol{\lambda_m^n} \cdot ([[\mathbf{u}]]^n - \boldsymbol{\delta_m^n}) + \frac{r}{2}([[\mathbf{u}]]^n - \boldsymbol{\delta_m}^n)^2 + \Pi_m(\boldsymbol{\delta_m}^n, \phi^n, d^n)] \\ d^n = \max(d^{n-1}, \frac{\delta_{eq}^n}{\delta_c^n}) \end{cases} \tag{4.25}$$

4.1.2.4 Calcul des discontinuités de déplacement

La solution de 4.25 consiste à calculer, pour une mixité ϕ donnée, l'intersection entre la fonction linéaire $\boldsymbol{\delta_m} \mapsto \boldsymbol{\lambda_m} + r[[\mathbf{u}]] - r\boldsymbol{\delta_m}$ et la courbe $\partial\Pi_m(\boldsymbol{\delta}, \phi, d)$. Pour assurer l'unicité de la solution, le coefficient d'augmentation r doit vérifier la condition suivante :

$$r > H_c = \frac{\sigma_{Ic}}{\delta_{Ic}} \quad \text{où} \quad G_{Ic} = \frac{\sigma_{Ic}\delta_{Ic}}{2} \tag{4.26}$$

où σ_{Ic} et δ_{Ic} sont respectivement les forces cohésives et ouverture critique en mode I pur. On fait ici le choix d'un paramètre r constant, ce qui implique que la pente H_c de la partie adoucissante est constante par rapport à l'angle de mixité des modes (figure 4.6). Cela implique que la force cohésive maximale σ_c et l'ouverture critique δ_c pour un chargement arbitraire doivent être définies en fonction de la mixité des modes ϕ et peuvent donc varier au cours du chargement. Pour une loi cohésive bilinéaire, on a :

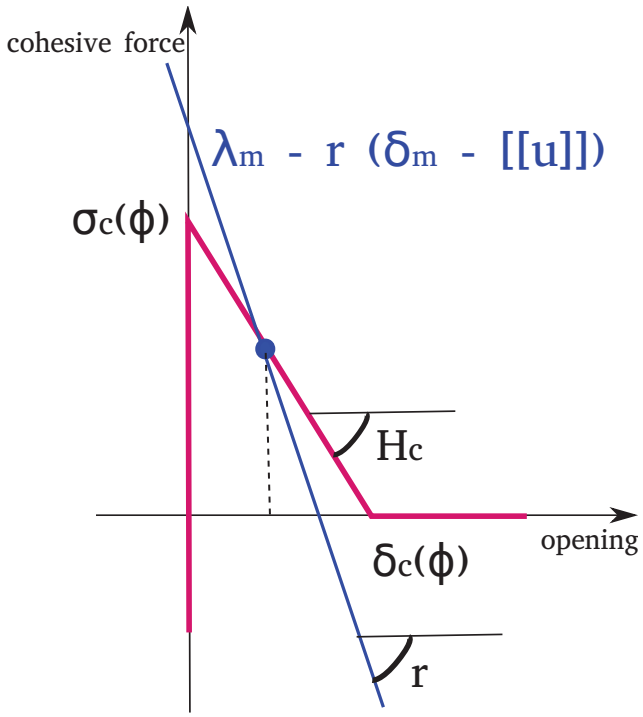


FIGURE 4.6 – Loi cohésive bilinéaire avec adhérence initiale parfaite en mode I et II. Le point bleu représente la solution recherchée.

$$\sigma_c(\phi) = \sqrt{2H_c G_c(\phi)} \quad \text{et} \quad \delta_c(\phi) = \sqrt{\frac{2G_c(\phi)}{H_c}} \tag{4.27}$$

Le calcul du vecteur $\boldsymbol{\delta}_m$ s'effectue suivant l'état actuel de l'interface :

— Si $d = 0$ et $\| \boldsymbol{\tau} \| \leq \sigma_c(\phi)$: adhérence initiale parfaite

$$\boldsymbol{\delta_m} = 0 \tag{4.28}$$

— Si $d = 1$: rupture

$$\boldsymbol{\delta_m} = \frac{\| \boldsymbol{\tau} \|}{r} \tag{4.29}$$

— Si $0 < d < 1$ et $rd\delta_c(\phi) + \sigma_c(\phi) - d\sigma_c(\phi) < \| \boldsymbol{\tau} \|$: endommagement

$$\boldsymbol{\delta_m} = \frac{\delta_{eq}\boldsymbol{\tau}}{\| \boldsymbol{\tau} \|} \quad \text{avec} \quad \delta_{eq} = \frac{\| \boldsymbol{\tau} \| - \sigma_c(\phi)}{r - \frac{\sigma_c(\phi)}{\delta_c}} \tag{4.30}$$

— Si $0 < d < 1$ et $\| \boldsymbol{\tau} \| \leq r d\delta_c(\phi) + \sigma_c(\phi) - d\sigma_c(\phi)$: décharge linéaire

$$\boldsymbol{\delta_m} = \frac{\boldsymbol{\tau}}{(r + K_d)} \quad \text{avec} \quad K_d = \frac{\sqrt{2H_c G_c(\phi)}}{d\delta_c(\phi)} - Hc \tag{4.31}$$

où K_d est la pente de la décharge linéaire qui dépend du niveau d'endommagement d de l'interface.

Les matrices tangentes correspondant à chacune de ces situations sont données en Annexe A.1.2.

4.1.3 Validation sur cas tests 2D

4.1.3.1 Illustration sur un cas test élémentaire

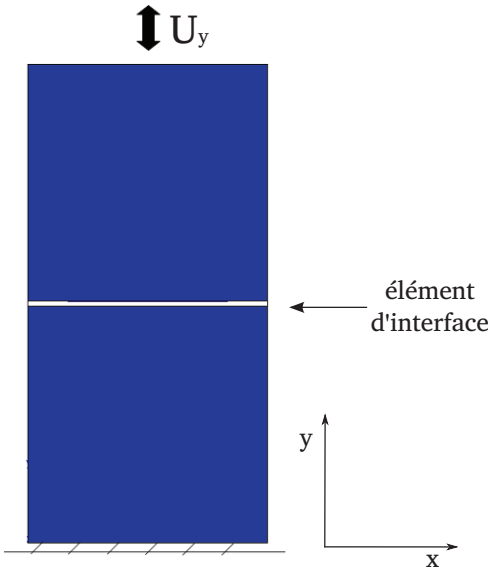


FIGURE 4.7 – Maillage du cas test élémentaire.

Outre la présence d'une adhérence initiale parfaite jusqu'à atteindre la force cohésive σ_c, la loi cohésive mise en œuvre dispose également d'une décharge linéaire et d'un traitement des conditions de contact en petits glissements. Le saut de déplacement critique atteint au moment de la rupture est noté δ_c. Ces caractéristiques sont illustrées à travers le cas test élémentaire suivant.

On modélise un élément cohésif intercalé entre deux éléments volumiques. Le maillage et les conditions aux limites sont représentés sur la figure 4.7. Le maillage est constitué de deux éléments quadrangulaires quadratiques à huit nœuds, de taille de maille $L_{el} = 1$ mm, entre lesquels est intercallé un élément d'interface à six nœuds.

Le volume est muni d'une loi matériau linéaire isotrope, de module d'Young $E = 30$ GPa et de coefficient de Poisson $\nu = 0{,}1$. Les paramètres de la loi cohésive bilinéaire sont : $\sigma_c = 100MPa$, $\delta_c = 0,08$ mm, $r = 12500 = 1000\ \frac{\sigma_c}{\delta_c}$. La réponse force cohésive/saut de déplacement normal d'un point d'intégration de l'élément cohésif est représentée sur la figure 4.8. Les évolutions en fonction du temps des sauts de déplacement normal δ_n et tangentiel δ_t, des forces cohésives associées T_n et T_t et d'une variable d quantifiant l'endommagement ($d = 0$ signifie que l'interface est saine, $d = 1$ signifie que l'interface est rompue) sont représentées sur la figure 4.9. Le chargement U_y est décrit dans le tableau 4.1.

TABLE 4.1 – Chargement externe

Temps (s)	0	1	2	3
$\bar{U}_y$ (mm)	0	0,04	-0,002	0,1

L'élément est successivement ouvert sans aller jusqu'à la rupture, puis refermé et enfin ouvert jusqu'à rupture. La période allant de $t = 0$ s à $t = 0,5$ s est la phase d'adhérence initiale parfaite marquée par un saut de déplacement normal δ_n nul et une force cohésive T_n croissante. La force cohésive maximale σ_c est atteinte au temps $t = 0,5$s, ce qui marque le début de l'endommagement d. Au cours de la décharge linéaire, l'élément cohésif est refermé. Un traitement exact des conditions de contact en petits glissements permet de maintenir le saut de déplacement normal δ_n à des valeurs positives. La rupture intervient à $t = 2,4$ s lorsque δ_n est égal au saut de déplacement critique $\delta_c = 0,08$ mm.

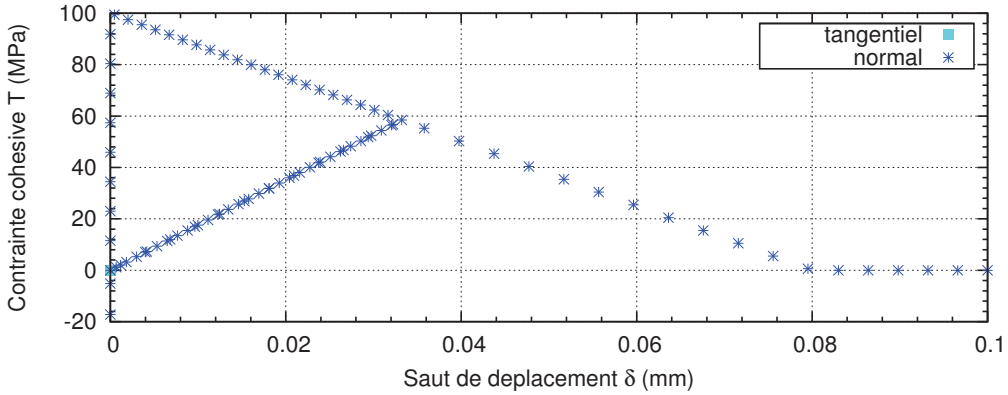


FIGURE 4.8 – Loi cohésive bilinéaire avec adhérence initiale parfaite, réponse force cohésive/saut de déplacements aux points de Gauss

4.1.3.2 Application au cas de la DCB et comparaison avec le modèle cohésif classique.

On se propose à présent de valider l'implantation de l'élément d'interface mixte travers la réalisation d'un cas test classique qui comporte des solutions analytiques

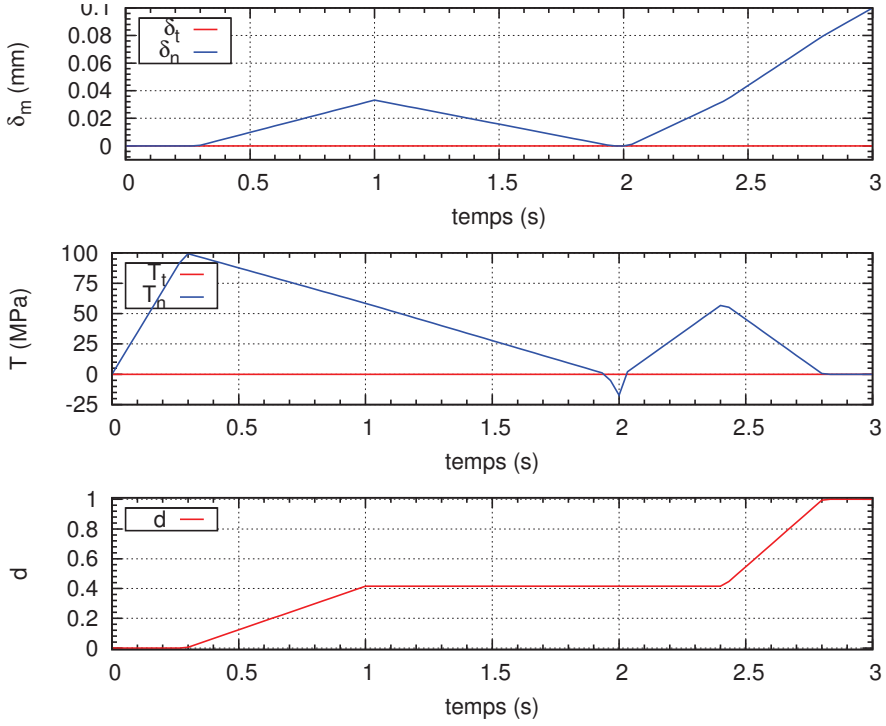


FIGURE 4.9 – Loi cohésive bilinéaire avec adhérence initiale parfaite. Evolution en fonction du temps : (1) du sauts de déplacement normal δ_n et tangentiel δ_t, (2) des forces cohésives normale T_n et tangentielle T_t et (3) de l'endommagement d correspondant.

approchées. Ce cas test servira également à établir une comparaison entre la formulation de l'élément mixte en Lagrangien augmenté et une formulation classique [2] déja implantée dans Z-set [Zeb]. Il s'agit d'une DCB [3] modélisée en 2D (voir figure 4.10) comportant une pré-fissure. La DCB est sollicitée pour réaliser une propagation en mode I. À l'extrémité droite de la DCB, on impose un déplacement vertical $\frac{u}{2} = \pm$ 0,5 mm tel que représenté sur la figure 4.10, tandis que la partie gauche est encastrée dans les directions x et y. Des éléments de zone cohésive sont placés sur l'axe moyen de la structure. La symétrie du problème permet de faire l'hypothèse que l'on a un mode I de sollicitation en pointe de fissure. La DCB est maillée à l'aide d'éléments triangles quadratiques à six nœuds et deux degrés de liberté en déplacement par nœud. La taille de maille est de $L_{el} = 0{,}1$ mm et la DCB contient trois éléments dans sa demi-épaisseur h.

Paramètres matériau. La structure est linéaire élastique isotrope, de module

2. Formulation variationnelle non Lagrangienne, ayant pour degrés de liberté les sauts de déplacements nodaux.

3. Double Cantilever Beam

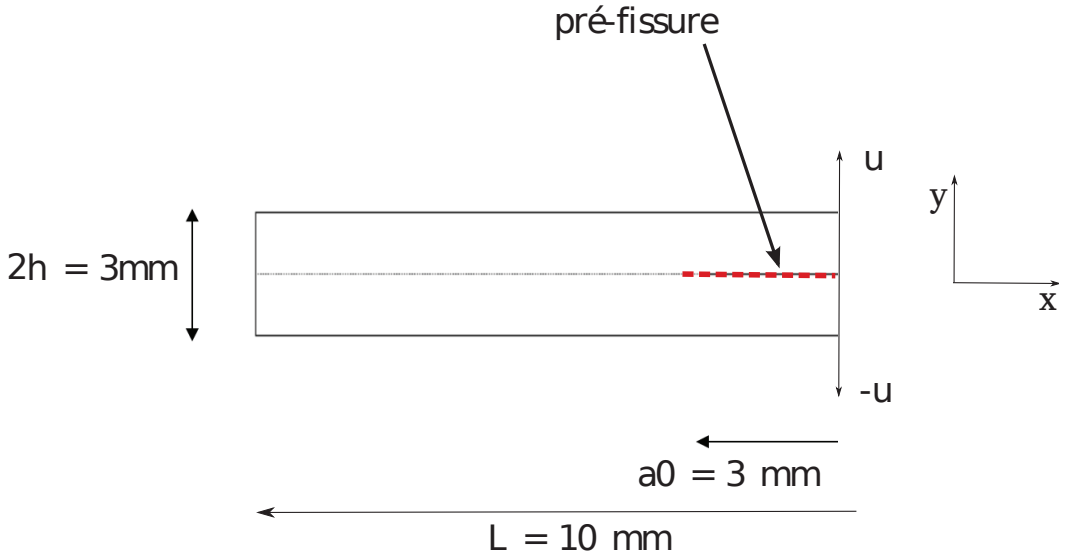


FIGURE 4.10 – Géométrie de la DCB.

d'Young $E = 200$ GPa, et de coefficient de poisson $\nu = 0,3$. L'utilisation d'un élément d'interface à formulation classique ne permettant pas de mettre en œuvre une loi cohésive comportant une adhérence initiale parfaite, la comparaison est donc effectuée sur une loi cohésive bilinéaire intrinsèque (figure 4.2-a) munie d'une raideur initiale $K = \sigma_c/\delta_0$. Le taux de restitution d'énergie critique en mode I de l'interface est $G_c = 5$ N/mm et les paramètres de l'élément d'interface sont $\sigma_c = 100$ MPa, $\delta_c = 0{,}1$ mm et δ_0 que l'on fait varier au cours des comparaisons dans le but d'investiguer les conséquences d'une raideur K trop élevée sur la réponse globale de la structure.

Solutions analytiques On dispose ici de résultats analytiques approchés qui permettent d'analyser les capacités de la loi cohésive à décrire la fissuration de la DCB. Les résultats analytiques présentés ici, détaillés dans [Wagner 2008], sont constitués d'une part de la réponse initiale de la force de flexion à l'extrémité F en fonction du déplacement u au même endroit, obtenue à l'aide d'une solution qui repose sur la théorie des poutres de Bernouilli, et d'autre part de la réponse décrivant la phase propagative issue de la mécanique élastique linéaire de la rupture :

$$\text{Partie élastique :} \quad F(u) = \frac{Ebh^3u}{8a_0^3} \tag{4.32}$$

$$\text{MELR :} \quad F(u) = \sqrt{\frac{2b^2}{3u}\sqrt{\frac{G_{Ic}^3 Eh^3}{12}}} \tag{4.33}$$

avec $b = 1$ mm la largeur de la plaque, $h = 0,15$ mm son épaisseur et $a_0 = 3$ mm la longueur de la pré-fissure. Ces deux expressions déterminent les courbes de force-déplacement résultantes. La première relie le déplacement vertical u à la force de

flexion F. La deuxième expression est assez similaire à la première, en considérant l'état final du chargement où l'ouverture est complète. Cette dernière relie le taux de restitution d'énergie G_{Ic} à la force nécessaire pour réaliser l'ouverture d'interface. Le champ de contrainte σ_{yy} obtenu est représenté sur la figure 4.11.

Comparaison des réponses globales.

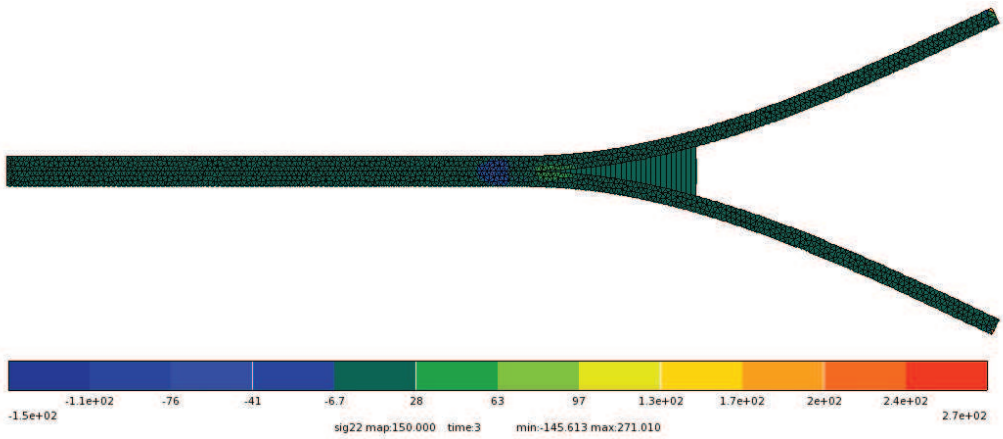


FIGURE 4.11 – Test DCB - Champ de contrainte σ_{yy} [MPa].

Afin de rendre compte de la robustesse de l'élément mixte, la réponse globale obtenue dans un calcul réalisé avec l'élément fini d'interface mixte est comparée avec la même réponse globale obtenue avec le modèle cohésif classique. La comparaison est effectuée sur l'évolution de la force globale F en fonction de l'ouverture. On peut noter que les deux modèles ont un comportement très similaire avant l'ouverture des éléments cohésifs, c'est-à-dire jusqu'à ce que F atteigne sa valeur maximale (figure 4.12). Les réponses globales ne se superposent pas avec la solution analytique qui décrit le comportement élastique à cause du caractère adoucissant de la loi cohésive. Lorsque les éléments cohésifs commencent à s'ouvrir, des petites oscillations de la réponse globale apparaissent sur les courbes force-déplacement obtenues avec la formulation classique. Ces oscillations que l'on voit au cours de la phase propagative sont d'autant plus importantes que la raideur initiale K est élevée. En revanche, les courbes obtenues avec le modèle cohésif en Lagrangien augmenté (figure 4.12-b) n'oscillent pas dans la phase propagative.

Les nombres d'itérations obtenus au cours des différents calculs sont également comparés dans le tableau 4.2. Les calculs sont effectués avec 1000 incréments chacun. Les incréments des calculs effectués avec l'éléments d'interface mixte en Lagrangien augmenté ont convergé avec seulement une itération tandis qu'au cours des calculs effectués avec la formulation classique, le nombre d'itérations cumulées augmente avec la raideur initiale K.

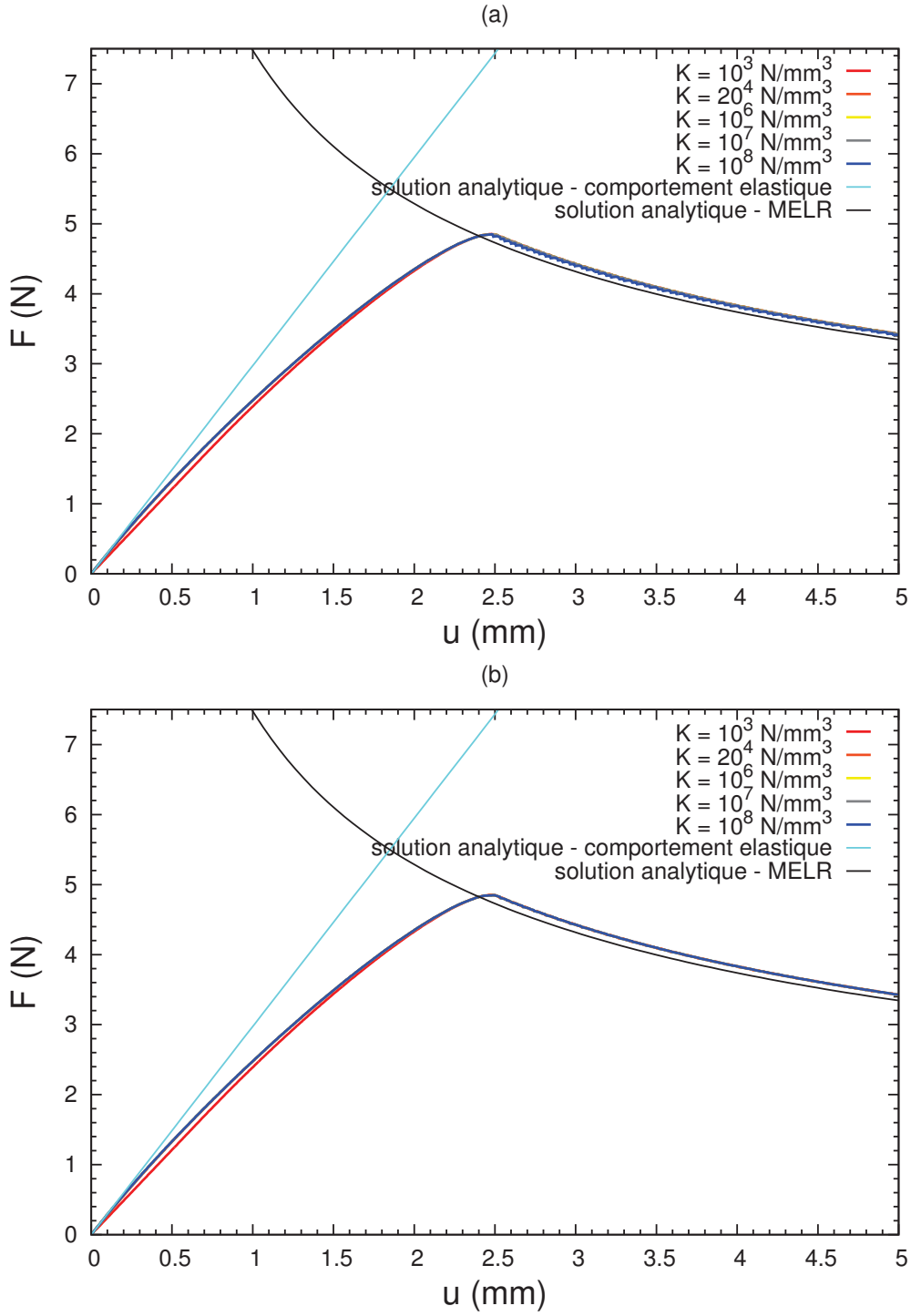


FIGURE 4.12 – Test DCB - Réponse globale obtenue avec (a) la formulation cohésive classique et (b) l'élément fini d'interface mixte en Lagrangien augmenté.

TABLE 4.2 – Nombre d'itérations cumulées au cours des calculs réalisés avec 1000 incréments initiaux.

Rigidité initiale K (N/mm^3)	Lagrangien augmenté	Formulation classique
10^3	1000	1001
20^4	1000	1056
10^6	1000	1082
10^7	1000	1149
10^8	1000	1411

Ces résultats montrent que l'élément fini d'interface mixte muni d'une loi cohésive bilinéaire intrinsèque est capable de décrire correctement la solution analytique. Les courbes forces-déplacements calculées sont proches des courbes données par la réponse analytique approchée pour le problème de fissuration de la DCB. La comparaison des résultats avec ceux obtenus à l'aide d'une formulation existante dans le code de calcul Z-set permet d'une part de valider l'implantation, d'autre part d'évaluer l'apport de la formulation variationnelle en Lagrangien augmenté par rapport à la formulation classique.

4.1.3.3 Cas test Mixed Mode Bending (MMB)

La dépendance de G_c à l'angle de mixité modale ϕ est vérifiée à l'aide d'une simulation en mode mixte de fissuration obtenue à partir du cas test MMB [4]. Le test MMB a été développé par [Reeder 1990] en vue d'analyser la variation de la ténacité interfaciale en fonction de la mixité des modes de sollicitation. La configuration du test MMB peut être vue comme étant la superposition d'un test de DCB qui donne le mode I de sollicitation et d'un test de type "end-notch flexure" qui fournit le mode II de sollicitation.

La géométrie et les conditions aux limites sont représentées sur la figure 4.13. La structure est maillée à l'aide d'éléments quadrangulaires quadratiques à huit nœuds, de taille de maille $L_{el} = 0{,}2$ mm. Des éléments d'interface à six nœuds sont intercallés dans le prolongement de la pré-fissure de longueur a. Les dimensions de la structure et les paramètres matériaux du volume et de l'interface sont donnés dans le tableau 4.3. Les solutions analytiques de ce cas test [Mi 32] consistent en trois parties développées à l'aide de la théorie élastique des poutres (solution 1) et à l'aide de la mécanique élastique linéaire de la rupture (solutions 2 et 3). Seules les solutions 1 et 2 seront considérées ici. Ces solutions analytiques approchées qui donnent l'évolution de l'effort P en fonction de l'ouverture Δ sont :

— la solution 1 issue de la théorie des poutres qui décrit le régime élastique

$$\Delta = \frac{2}{3}\left(\frac{3c - L}{4L}\right)\frac{Pa_0^3}{EI_2} \tag{4.34}$$

I_2 est moment quadratique, E est le module d'Young.

4. Mixed Mode Bending.

— la solution 2 issue de la mécanique élastique linéaire de la rupture, valable lorsque $a < L$

$$\Delta = \frac{2P_I}{3EI}\left(\frac{8BEI_2}{8P_I^2/G_{Ic} + 3P_{II}^2/(8G_{IIc})}\right)^{3/2} \tag{4.35}$$

où $P_I = \frac{(3c-L)P}{4L}$ et $P_{II} = \frac{(c+L)P}{L}$. $B = 1$ mm est la largeur de la structure.

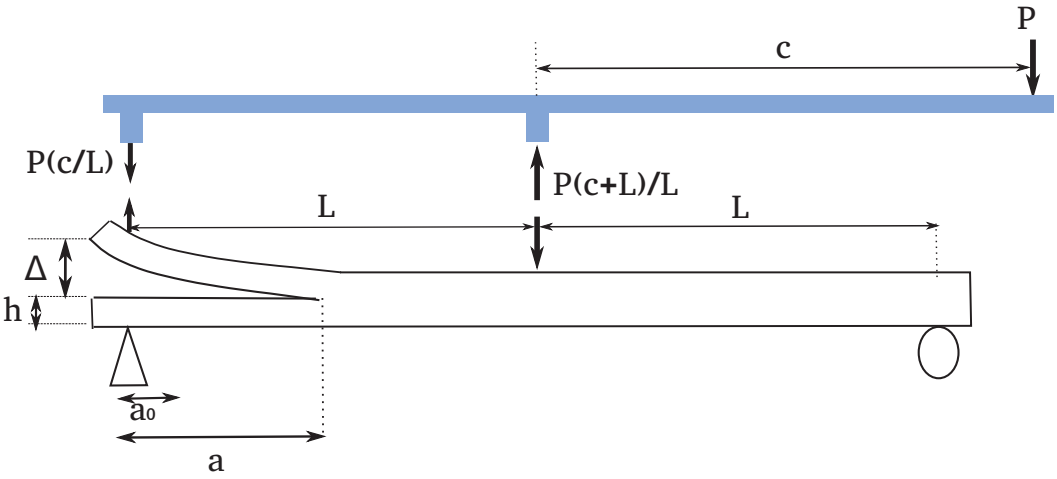


FIGURE 4.13 – Géométrie et conditions aux limites du test MMB (Mixed Mode Bending).

TABLE 4.3 – Dimensions et paramètres matériau

	Géométrie
L (mm)	54
h (mm)	1,56
a_0(mm)	33
B (mm)	1

	Paramètres matériau
E (MPa)	120 000
ν	0,3
G_{Ic} (N/mm^{-1})	50
σ_{Ic} (MPa)	100 ; 125 et 200
β	0,35

Les paramètres matériau de l'interface sont les mêmes pour toutes les simulations (tableau 4.3). Le paramètre de dépendance de G_c à la mixité des modes est fixé à $\beta = 0,35$. Dans ce cas test, différentes mixités de modes sont simulées en faisant varier la longueur de levier c. Comme le levier n'est pas modélisé, les longueurs correspondant aux différentes mixités de modes de sollicitation doivent être calculées. La mixité est mesurée ici par la relation entre les taux de restitutions d'énergie en mode I et en mode II dans un test MMB [Camanho 2003] :

$$\frac{G_I}{G_{II}} = \frac{4}{3}\left(\frac{3c-L}{c+L}\right)^2 \quad \text{pour} \quad c \geq \frac{L}{3} \tag{4.36}$$

TABLE 4.4 – Longueurs de levier pour le test MMB.

c (mm)	33	42	45
G_I/G_{II}	35 %	75 %	89 %

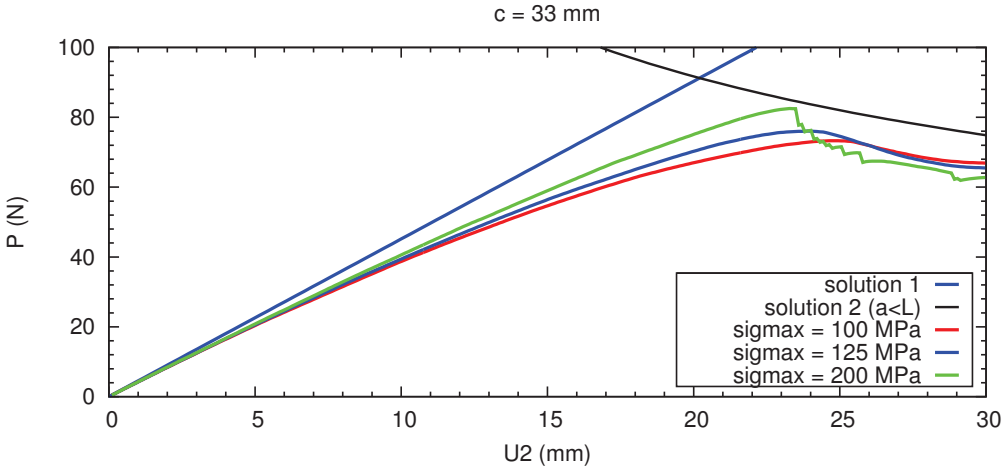


FIGURE 4.14 – Réponse globale pour $c = 33$ mm.

Les résultats numériques sont comparés aux deux solutions analytiques approchées de ce cas test [Mi 32]. Les figures 4.14, 4.15 et 4.16 comparent les résultats obtenus aux solutions analytiques approchées pour les mêmes taux de restitution d'énergie critique et pour trois longueurs de levier différentes : $c = 33$ mm, $c = 42$ mm et $c = 45$ mm. Les ratios $\frac{G_I}{G_{II}}$ correspondants sont donnés dans le tableau 4.4. Au cours de la phase élastique, les courbes représentant les solutions numériques sont tangentes à la solution analytique approchée. La perte graduelle de la rigidité au cours du régime élastique est causée par le caractère adoucissant de la loi d'interface. Lorsque la force cohésive maximale σ_c diminue et que la longueur de la process zone croît, il y a une plus grande détérioration de la rigidité et le début de la propagation est retardé. Les effets de la réduction de la force cohésive maximale σ_c sont visibles sur les figures 4.14, 4.15 et 4.16. En revanche, pour $\sigma_{Ic} = 200$ MPa, la longueur de process zone diminue et la longueur d'élément utilisée devient trop élevée pour qu'un nombre suffisant d'éléments d'interface soient contenus à l'intérieur de la process zone. Il en résulte un caractère oscillant de la la réponse globale au cours de la phase propagative.

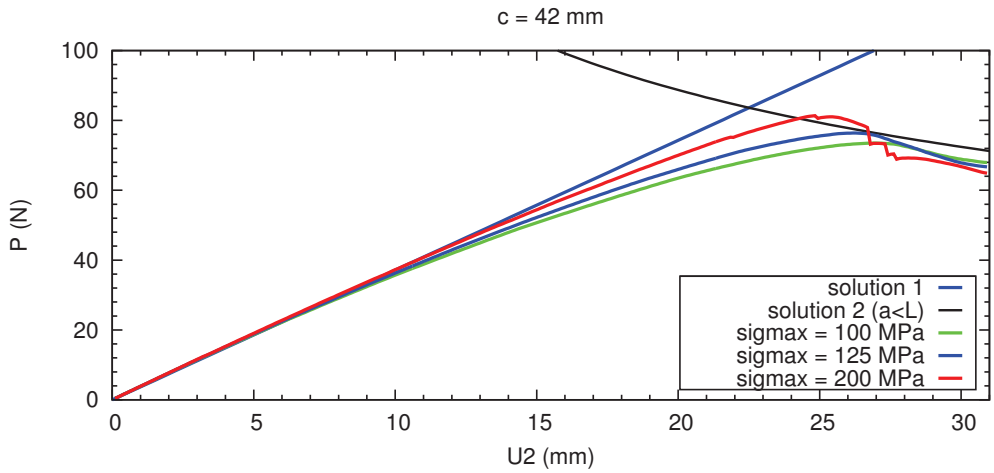


FIGURE 4.15 – Réponse globale pour $c = 42$ mm.

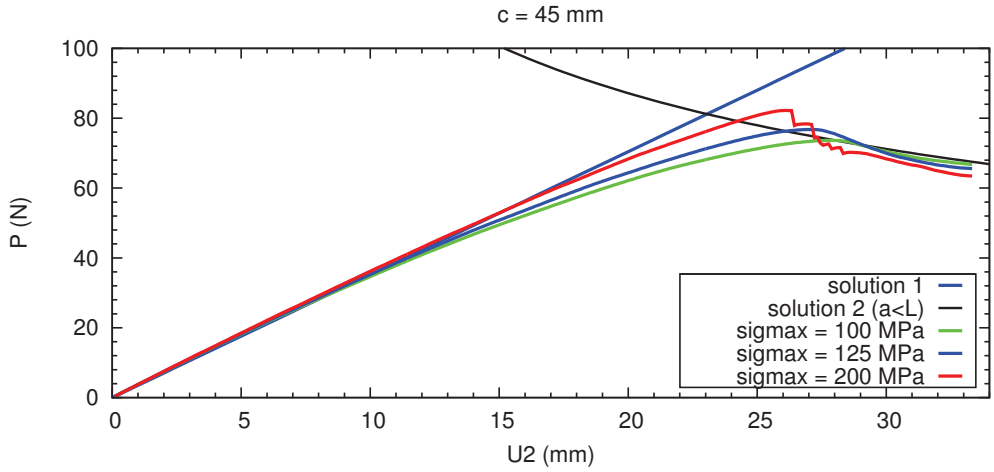


FIGURE 4.16 – Réponse globale pour $c = 45$ mm.

4.2 Modélisation mécanique de la barrière thermique

Dans le cadre de la modélisation thermo-mécanique de l'écaillage de la barrière thermique, l'intérêt de l'utilisation des éléments coques réside d'une part dans la très faible épaisseur de la couche à modéliser (environ 150 μm). Les éléments de zone cohésive précédemment décrits sont interposés entre les éléments volumiques représentant le substrat en AM1 et les éléments coques qui modélisent la barrière thermique (figure 4.17). Dans cette section, l'approche choisie pour la mise en œuvre numérique des éléments coques destinés à modéliser mécaniquement la barrière thermique est présentée puis validée.

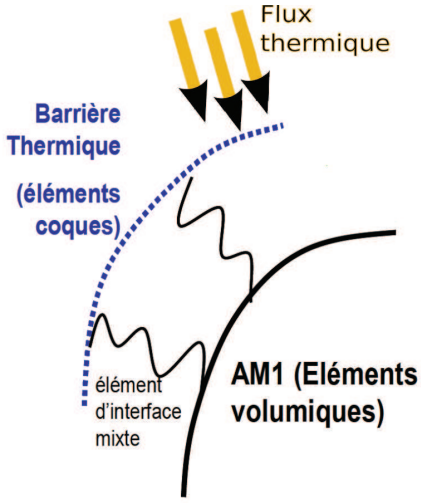


FIGURE 4.17 – Modélisation numérique de l'écaillage de la barrière thermique.

4.2.1 Implantation des coques "Continuum Based"

Dans le cadre de l'implantation de l'élément de coque dans Z-set, on a choisi de mettre en place un modèle qui repose sur l'approche "Continuum Based " pour les coques déja évoquée dans la section 2.2.4.

L'aproche décrite dans [Belytschko 2006] est adoptée pour l'implantation numérique. La cinématique repose sur une approximation de l'hypothèse de Reissner-Mindlin, qui autorise le cisaillement transverse. L'avantage majeur des éléments coques formulés selon l'approche "Continuum Based" concerne la mise en œuvre numérique. Un élément volumique tridimensionnel isoparamétrique est utilisé pour effectuer l'intégration numérique. Cet élément, que l'on "dégénère" ensuite en un élément de coque surfacique, permet de ne pas développer de lois de comportement supplémentaires adaptées aux formulations coques souvent complexes. La coque est modélisée par une unique surface moyenne tridimensionnelle (figure 4.19) dont on appelera les nœuds "maîtres" d'après la terminologie adoptée dans [Belytschko 2006]. Dans le cas de l'élément coque quadratique à huit nœuds, la position de ses neuf points de Gauss est illustrée sur la figure 4.18.

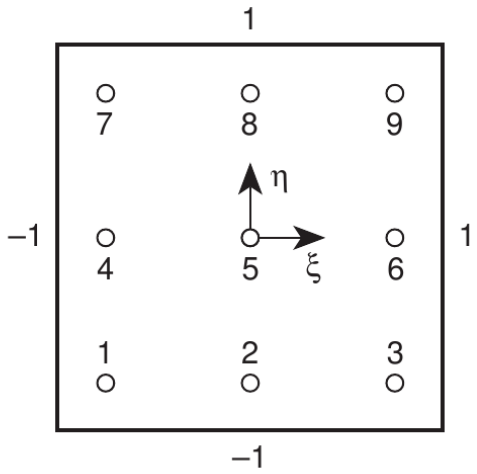


FIGURE 4.18 – Points d'intégration d'un élément coque quadratique à huit nœuds.

Un élément volumique sous-jacent est construit à partir de la géométrie surfacique de la coque dont les nœuds sont appelés "esclaves". Ces derniers sont fictifs mais permettent de déterminer par des moyens numériques ne faisant pas référence aux spécificités de la modélisation coque, les contraintes et déformations internes, et donc les forces internes de l'élément, qui serviront par la suite à calculer, par projection, ceux de la coque.

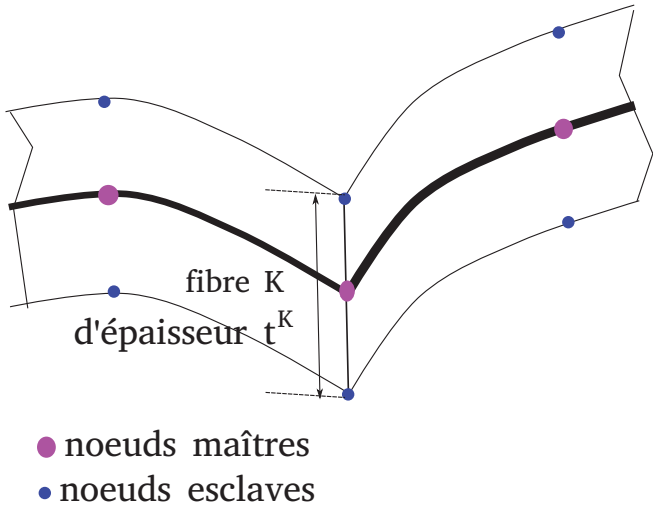


FIGURE 4.19 – Nœuds "maîtres" et "esclaves" d'un élément coque développé suivant l'approche Continuum Based.

L'élement volumique sous-jacent possède ainsi $2N$ nœuds "esclaves" (N nœuds sur chaque face inférieure et supérieure) et au plus deux nœuds sur chaque fibre pour que le déplacement soit linéaire dans l'épaisseur (figure 4.19). L'approche Continuum Based approxime l'hypothèse de Reissner-Mindlin par l'introduction

de la "fibre", un segment qui relie deux nœuds situés sur les faces supérieures et inférieures de l'élément volumique sous-jacent et qui reste droite au cours de la déformation.

4.2.1.1 Cinématique

Pour la suite, l'indice K désignera le nœud maître, tandis que K^+ et K^- désigneront les nœuds esclaves correspondants et qui sont respectivement situés au-dessus et en-dessous du nœud maître K. Comme représentée sur la figure 4.19, la fibre imaginaire qui relie les nœuds esclaves K^+ et K^- en passant par le nœud maître K reste droite. On associe à la coque des coordonnées locales constituées par les vecteurs de la base orthogonale $(\bar{\mathbf{e}}_{xK}, \bar{\mathbf{e}}_{yK}, \bar{\mathbf{e}}_{zK})$ où $\bar{\mathbf{e}}_{zK} = \mathbf{p}_K(\xi, \eta)$ indique la direction actuelle de la fibre et $\mathbf{p}_{0K}$ indique sa direction initiale. La configuration initiale des nœuds s'écrit donc :

$$\mathbf{X}_K^+ = \mathbf{X}_K^M + \frac{1}{2} t_K \mathbf{p}_{0K}, \quad \mathbf{X}_K^- = \mathbf{X}_K^M - \frac{1}{2} t_K \mathbf{p}_{0K} \tag{4.37}$$

De même, la configuration déformée des nœuds s'écrit :

$$\mathbf{x}_K^+ = \mathbf{x}_K^M + \frac{1}{2} t_K \mathbf{p}_K, \quad \mathbf{x}_K^- = \mathbf{x}_K^M - \frac{1}{2} t_K \mathbf{p}_K \tag{4.38}$$

$\mathbf{X}_K^M$ et $\mathbf{x}_K^M$ sont les positions du nœud K de la surface moyenne dans la configuration initiale et déformée respectivement, t_K représente l'épaisseur de la coque considérée comme constante en petite déformation. La surface constituée par les nœuds maître est appelée surface moyenne de l'élément et se trouve à mi-chemin entre les nœuds esclaves supérieurs et inférieurs.

On en déduit le champ de déplacement de la coque :

$$\mathbf{u}_K^+ = \mathbf{u}_K^M + \frac{1}{2} t_K (\mathbf{p}_K - \mathbf{p}_{0K}), \quad \mathbf{u}_K^- = \mathbf{u}_K^M - \frac{1}{2} t_K (\mathbf{p}_K - \mathbf{p}_{0K}) \tag{4.39}$$

$\mathbf{u}_K^M$ désigne le déplacement de la surface moyenne de la coque, avec $\mathbf{u}_K^M = \mathbf{x}_K^M - \mathbf{X}_K^M$

4.2.1.2 Relation maîtres/esclaves

L'équation d'équilibre est formulée aux nœuds maîtres, ce qui signifie que les inconnues du problème sont les degrés de liberté des nœuds maîtres. On opte pour la formulation à cinq degrés de liberté. Le vecteur des inconnues nodales au nœud maître K est donné par :

$$\mathbf{u}_K = [u_x \;\; u_y \;\; u_z \;\; \alpha \;\; \beta]^T \tag{4.40}$$

La relation entre les degrés de liberté d'un triplet de nœuds situés sur une même fibre peut s'écrire :

$$\left\{ \begin{array}{c} \mathbf{u}_K^- \\ \mathbf{u}_K^+ \end{array} \right\} = \mathbf{T}_K \mathbf{u}_K \tag{4.41}$$

où $\mathbf{u}_K^-$ et $\mathbf{u}_K^+$ sont les vecteurs des degrés de liberté des nœuds esclaves de l'élément volumique sous-jacent :

$$\mathbf{u}_K^- = [u_x^- \quad u_y^- \quad u_z^-]^T, \quad \mathbf{u}_K^+ = [u_x^+ \quad u_y^+ \quad u_z^+]^T \tag{4.42}$$

et $\mathbf{T}_K$ la matrice de transformation avec :

$$\mathbf{T}_K = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \Lambda^- \\ \mathbf{I} & \Lambda^+ \end{bmatrix} \tag{4.43}$$

avec :

$$\mathbf{\Lambda^-} = -\frac{\boldsymbol{t^K}}{\mathbf{2}} \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \boldsymbol{p_z} & \boldsymbol{-p_y} \\ \boldsymbol{-p_z} & \mathbf{0} & \boldsymbol{p_x} \\ \boldsymbol{p_y} & \boldsymbol{-p_x} & \boldsymbol{-0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \boldsymbol{z_K^- - z_K} & \boldsymbol{y_K - y_K^-} \\ \boldsymbol{z_K - z_K^-} & \mathbf{0} & \boldsymbol{x_K^- - x_K} \\ \boldsymbol{y_K^- - y_K} & \boldsymbol{x_K - x_K^-} & \boldsymbol{-0} \end{bmatrix} \tag{4.44}$$

et

$$\mathbf{\Lambda^-} = \frac{\boldsymbol{t^K}}{\mathbf{2}} \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \boldsymbol{p_z} & \boldsymbol{-p_y} \\ \boldsymbol{-p_z} & \mathbf{0} & \boldsymbol{p_x} \\ \boldsymbol{p_y} & \boldsymbol{-p_x} & \boldsymbol{-0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \boldsymbol{z_K^+ - z_K} & \boldsymbol{y_K - y_K^+} \\ \boldsymbol{z_K - z_K^+} & \mathbf{0} & \boldsymbol{x_K^+ - x_K} \\ \boldsymbol{y_K^+ - y_K} & \boldsymbol{x_K - x_K^+} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \tag{4.45}$$

où $\mathbf{I}$ est la matrice identité.

4.2.1.3 Calcul du vecteur des forces nodales et de la matrice de rigidité élémentaire

L'intégration numérique de l'élément coque fait appel à des procédures déja implantées pour les éléments volumiques et ne requiert donc pas beaucoup d'effort de développement. Le vecteur des forces nodales interne et externe aux nœuds maîtres peut être obtenu à partir des forces nodales des nœuds esclaves par :

$$\mathbf{f} = \mathbf{T}^T \left\{ \begin{array}{c} \mathbf{f}^- \\ \mathbf{f}^+ \end{array} \right\} \tag{4.46}$$

où $\mathbf{T}^T$ la transposée de $\mathbf{T}$. Les vecteurs $\mathbf{f}^-$ et $\mathbf{f}^+$ des nœuds esclaves s'obtiennent par les procédures classiques utilisées pour les éléments volumiques. Il en est de même pour la matrice de rigidité élémentaire des éléments coques $\mathbf{K}_{IJ}$:

$$\mathbf{K}_{IJ} = \mathbf{T}^T \bar{\mathbf{K}}_{IJ} \mathbf{T} \tag{4.47}$$

où $\bar{\mathbf{K}}_{IJ}$ désigne la matrice de rigidité de l'élément volumique sous-jacent.

4.2.1.4 Raccord avec éléments à trois degrés de liberté

La question du raccord des éléments coques à cinq degrés de liberté avec des éléments à 3 degrés de liberté en déplacement est souvent évoquée comme étant un point faible de ces éléments de structure par opposition aux éléments coques

de type "solid-shell" à trois degrés de liberté en déplacement. Pour y remédier, des conditions de type Multi-Points Constraints sont imposées entre les nœuds maîtres de la coque et ceux de l'élément à trois degrés de liberté en déplacement à raccorder. On note que cette relation entre les degrés de liberté de nœuds non nécessairement coincidents est ici de type linéaire du fait de la cinématique de la coque. Ainsi, la continuité entre les champs mécaniques de deux éléments de degrés de liberté différents est assurée de manière dynamique au cours du calcul. Si les nœuds de degrés de liberté $\mathbf{u}^V$ de la face supérieure d'un élément tridimensionnel sont raccordés à la face inférieure de la coque, la relation s'écrit :

$$\left\{ \begin{array}{c} u_x^V \\ u_y^V \\ u_z^V \end{array} \right\} = \mathbf{T}_K^- \mathbf{u}_K \tag{4.48}$$

où $\mathbf{u}_K$ désigne les degrés de liberté de la coque. $\mathbf{T}_K^-$ est un bloc de la matrice 4.43 avec $\mathbf{T}_K^- = [\mathbf{I} \quad \Lambda^-]$. Cette technique de raccordement sera mise en œuvre lors de l'utilisation combinée d'éléments coques avec des éléments de zone cohésive.

4.2.2 Méthode retenue pour l'élimination du verrouillage

Des travaux ont montré que la méthode de l'intégration réduite sélective n'est pas très efficace dans la formulation coque même si elle l'est pour des éléments tridimensionnels [Zienkiewicz 1971, Wagner 2005]. La méthode "Assumed Strain" (champ de déformation postulé) a été retenue pour éliminer les déformations de cisaillement et de membrane au sein de l'élément de coque quadratique implanté. Elle est développée sur la base d'une formulation variationnelle mixte telle que la formulation variationnelle de Hu-Washizu [Belytschko 2006] et consiste à interpoler le cisaillement transverse et les déformations membranaires, non pas par une interpolation directe, c'est-à-dire avec la même interpolation que celle utilisée pour les champs de déplacement, mais en choisissant des interpolants spécifiques pour ces champs. Dans le cas des éléments coques quadratiques à huit nœuds, le champ de déformation résultant est, après simplification, fonction des champs obtenus par interpolation directe calculés en des points d'intégration précis de l'élément appelé MITC8 [5] donnés dans [Bathe 1986].

La construction du champ de déformation postulé et son application à l'élément de coque Continuum Based sont présentées ici. Soient (r, s, t) les coordonnées isoparamétriques usuelles de l'élément coque dans lequel la variable t, avec $-1 \leqslant t \leqslant 1$, est mesurée dans la direction du vecteur directeur $\mathbf{v}_3^K$ (equation 2.27), c'est-à-dire dans la direction de l'épaisseur et au nœud K. Les variables r et s, avec $-1 \leqslant r \leqslant 1$ et $-1 \leqslant s \leqslant 1$, sont mesurées dans les directions parallèles à la surface moyenne de la coque. Dans la suite, on notera ϵ_{ij}^{DI} [6] la composante du tenseur des déformations ob-

5. MITC = Mixed Interpolation of Tensorial Components.

6. L'exposant DI signifie "Direct Interpolation", et désigne l'interpolation faite à partir des mêmes fonctions de forme que celles utilisées pour la géométrie et les déplacements.

tenue par l'interpolation éléments finis utilisée pour la géométrie et les déplacements définie dans la partie 4.2.1.1.

Pour obtenir l'interpolation mixte de l'élément [Bathe 1986], le tenseur de déformation de l'élément est construit à partir de ϵ_{ij}^{AS} et non à partir de ϵ_{ij}^{DI}, où l'exposant AS pour "Assumed Strain" désigne le champ postulé. Pour chaque composante ϵ_{ij}, on définit un ensemble de points $k = 1, ..., n_{ij}$ en spécifiant pour chaque point k ses coordonnées (r, s, t). Les différents points k utilisés pour l'interpolation mixte issue de [Bathe 1986] sont présentés en Annexe A.2. Les composantes covariantes ϵ_{ij}^{AS} du tenseur de déformation peuvent s'écrire :

$$\epsilon_{ij}^{AS}(r,s,t) = \sum_{k=1}^{n_{ij}} f_k^{ij}(r,s)\epsilon_{ij}^{DI}(r,s,t) \tag{4.49}$$

où $f_k^{ij}(r,s)$ sont des fonctions d'interpolation associées à la composante ϵ_{ij} du tenseur de déformation détaillées en Annexe A.2. En utilisant l'opérateur gradient discrétisé $\mathbf{B}$ reliant les déformations aux déplacements $\mathbf{u}$ de l'élément coque, on peut écrire :

$$\epsilon_{ij}^{DI} = \mathbf{B}_{ij}^{DI}\mathbf{u} \tag{4.50}$$

A partir de 4.49, on obtient de même

$$\epsilon_{ij}^{AS} = \mathbf{B}_{ij}^{AS}\mathbf{u} = \sum_{k=1}^{n_{ij}} f_k^{ij}\mathbf{B}_{ij}^{DI}\ |^k\ \mathbf{u} \tag{4.51}$$

où

$$\mathbf{B}_{ij}^{DI}\ |^k = \mathbf{B}_{ij}^{DI}(r_k, s_k, t) \tag{4.52}$$

Enfin, au niveau de l'implantation numérique, la projection de la matrice qui relie les déformations aux déplacements de la formulation mixte est construite à partir du champ de déformation ϵ_{ij}^{AS} conçu pour éliminer les déformations parasites, ce qui permet ensuite de calculer le vecteur des forces nodales aux nœuds "esclaves" par

$$\left\{ \begin{array}{c} \mathbf{f}^- \\ \mathbf{f}^+ \end{array} \right\}_{int} = \int_V (\mathbf{B}^{AS})^T \tilde{\sigma} dV \quad \text{où} \quad \mathbf{B}_{ij}^{AS} = \sum_{k=1}^{n_{ij}} f_k^{ij}\mathbf{B}_{ij}^{DI}\ |^k \tag{4.53}$$

qui est finalement reprojeté à l'aide de l'équation 4.46 pour obtenir le vecteur des forces nodales aux nœuds "maîtres" de la coque. La matrice de rigidité 4.47 est obtenue de façon similaire.

4.2.3 Validation de l'élément coque CB

Afin de valider l'implantation numérique, un ensemble de tests standards dont certains ont initialement été proposés par [Macneal 1985] puis ont été repris par divers auteurs tels que [Vu-Quoc 2003, Trinh 2009] sont mis en œuvre. Il s'agit de

cas tests élastiques associés à des solutions de référence. En plus d'être comparés aux résultats issus de la littérature, les résultats obtenus par la modélisation coque Continuum Based sont également comparés aux solutions obtenues par des calculs équivalents réalisés avec des éléments volumiques. On cherche uniquement à valider l'implantation des éléments coques Continuum Based quadratiques à 8 nœuds car ce sont ceux qui seront utilisés dans la modélisation de l'écaillage étant donné que le raccord avec les éléments finis d'interface mixtes nécessitent que les éléments soient quadratiques [Lorentz 2008]. Les éléments volumiques utilisés pour la comparaison sont des éléments héxahédriques à 20 nœuds et trois degrés de liberté en déplacement par nœud. Chaque maillage utilisé est régulier et comporte un élément dans l'épaisseur de la structure modélisée. Trois tests classiques souvent mis en œuvre pour la validation de la formulation d'éléments coque sont réalisés (figure 4.20) :

— **(a) Poutre en flexion simple**

L'objectif de ce test est de vérifier le comportement de l'élément en flexion simple en appliquant une sollicitation pour laquelle la flexion domine devant le cisaillement. Ce test est réalisé sur une poutre de longueur $L = 50$ m, de largeur $l = 4$ m et d'épaisseur $t = 1$ m. Le matériau est élastique isotrope de module d'Young $E = 68,25$ MPa et de coefficient de Poisson $\nu = 0,3$. A l'extrémité droite, la poutre est soumise à un effort tranchant de $\| \vec{P} \| = 4$ N dans la direction perpendiculaire à la surface moyenne tandis que l'extrémité gauche de la poutre est encastrée. Dans l'hypothèse des petites perturbations et en élasticité linéaire, ce problème peut être résolu analytiquement. La flèche peut se calculer par :

$$u_y = \frac{PL^3}{3EI_2} \quad \text{avec} \quad I_2 = \frac{lt^3}{12} \tag{4.54}$$

Le déplacement du nœud A suivant la direction $\vec{y}$ est tracé sur la figure 4.20-a en fonction du nombre d'éléments utilisés dans les simulations.

— **(b) Plaque en flexion et cisaillement dans son plan**

L'objectif de ce test est de vérifier le comportement de l'élément en cisaillement en appliquant une sollicitation pour laquelle le cisaillement domine devant la flexion. Ce test est réalisé sur une plaque de longueur $L = 48$ mm, de hauteur $H = 12$ mm et d'épaisseur $t = 1$ mm. Le matériau est élastique isotrope de module d'Young $E = 30$ MPa et de coefficient de Poisson $\nu = 0,25$. A l'extrémité droite, la plaque est soumise à un effort $\| \vec{P} \| = 40$ N dans la direction parallèle à la surface moyenne tandis que l'extrémité gauche de la poutre est encastrée comme le montre la figure 4.20-b. Le calcul du déplacement de référence du nœud A est détaillé dans [Trinh 2009]. Il est obtenu à partir d'une fonction d'Airy ou fonction de contrainte. Pour les dimensions de la structure et le chargement donné, le déplacement du nœud A suivant la direction $\vec{y}$ est égal à $U_y^A = 0{,}3573$ mm.

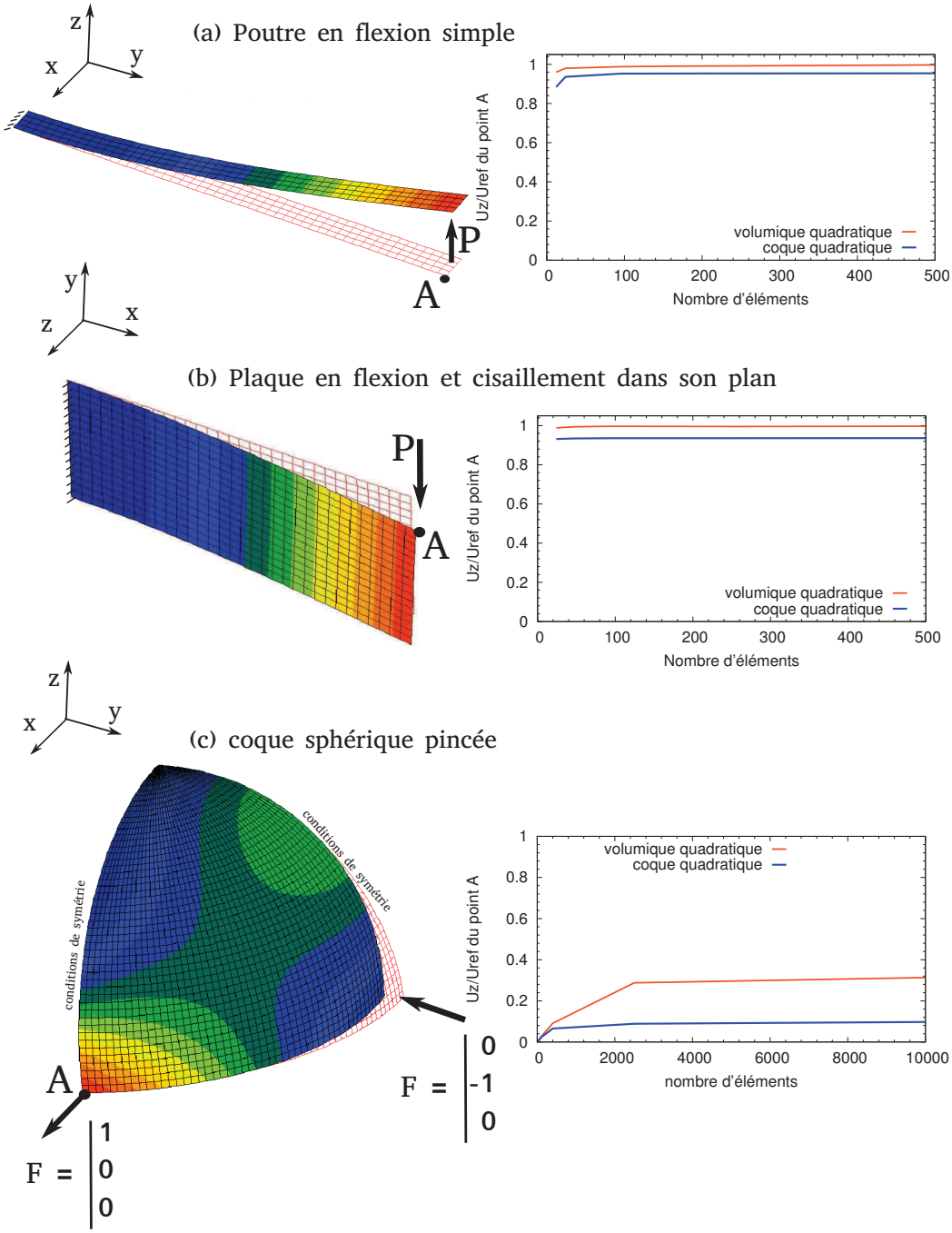


FIGURE 4.20 – Cas tests de validation des éléments coques Continuum Based : conditions aux limites et réponse globale.

— **(c) Coque sphérique pincée**

L'objectif de ce test est de vérifier le comportement de l'élément en flexion et en cisaillement. Ce test est réalisé sur un quart d'une coque sphérique

représenté sur la figure 4.20-c, de rayon $R = 10$ m, d'épaisseur $t = 0.04$ m. Le matériau utilisé est linéaire élastique, avec un module d'Young $E = 68,25$ MPa et un coefficient de Poisson $\nu = 0,3$. Le chargement est décrit sur la figure 4.20-c. Les déplacements verticaux sont bloqués sur un des pôles afin d'éviter les mouvements de corps rigides. La solution de référence suggérée par [Trinh 2009] est adoptée pour ce cas test. Il s'agit de la moyenne des résultats de calculs éléments finis obtenus par plusieurs codes de calcul et dont l'incertitude est estimée à 2%. Le déplacement de référence du nœud A suivant l'axe $\vec{z}$ est $u_z = 92,4$ mm.

Dans le test de la poutre en flexion simple et celui de la plaque en flexion et cisaillement, la réponse globale obtenue par le calcul avec des éléments volumiques quadratiques converge plus rapidement vers la solution analytique. Les solutions globales obtenues par les éléments coques présentent une erreur de 4% sur le test de la poutre en flexion simple et une erreur de 6% sur le test de la plaque en flexion et cisaillement. En revanche, le test de la coque sphérique pincée échoue aussi bien dans la modélisation avec des éléments volumiques que dans celle avec des éléments coques Continuum-Based. Ce test, connu pour être sévère notamment à cause des déformations complexes engendrées par les effets des courbures et du chargement ponctuel, montre que les éléments de coque Continuum Based quadratiques sont effectivement sujets au vérouillage. L'imprécision des résultats montre que la méthode d'élimination du vérouillage contient encore des erreurs d'implantation numérique.

4.3 Applications du modèle mécanique

4.3.1 Test standard de la DCB (Double Cantilever Beam) en 3D

Afin de valider l'implantation des éléments coques ainsi que le raccord zone cohésive/éléments coque, des calculs de comparaison sur un cas test présentant des solutions de référence sont effectués. Il s'agit de la DCB, déja présentée en 4.1.3.2, que l'on modélise en 3D. Deux stratégies de modélisation sont comparées. La première est une modélisation où l'interface est intercalée entre des éléments volumiques et des éléments coques de type Continuum Based (figure 4.21-a). Cette modélisation fait intervenir les conditions de raccord entre élément coque et élément à trois degrés de liberté pour assurer la continuité des champs. La seconde est une modélisation où les éléments d'interface sont insérés entre des éléments volumiques (figure 4.21-b). Les éléments utilisés sont tous quadratiques et plusieurs éléments sont utilisés dans l'épaisseur pour les modélisations volumiques.

La géométrie et les conditions aux limites du problème sont équivalentes à celle présentée en figure 4.10 mais avec des dimensions différentes : largeur $b = 10$ mm, longueur $L = 100$ mm, préfissure $a_0 = 20$ mm. Ce problème admet les solutions analytiques approchées 4.32 et 4.33. La poutre est élastique isotrope, avec un module d'Young $E = 400000$ MPa et un coefficient de Poisson $\nu = 0,3$. Des éléments

d'interface sont insérés dans le prolongement de la préfissure et sont munis d'une loi cohésive bilinéaire avec adhérence initiale parfaite. Le taux de restitution d'énergie critique de l'interface en mode I est G_{Ic} =2,5 N.mm^{-1}, la force cohésive maximale en mode I est $\sigma_{Ic} = 50$ MPa et le saut de déplacement critique en mode I est $\delta_{Ic} =$ 0,1 mm.

Dans un premier temps, on s'intéresse à l'influence de la modélisation combinant éléments d'interface et coque sur l'amorçage et la propagation de la fissure. Les réponses globales des structures sont tracées sur la figure 4.22 pour différentes épaisseurs de la poutre $2h = 3$ mm, $2h = 2$ mm et $2h = 1$ mm. La phase "élastique" semble être légèrement affectée par la présence d'éléments coques. En effet, la réponse élastique est plus rigide pour la modélisation coque/volumique que pour la modélisation volumique/volumique (figure 4.23). En revanche, la réponse en phase "propagative" est quasiment la même pour les deux modélisations.

L'influence de l'épaisseur de la structure sur sa rigidité initiale est également investiguée. D'après les figures 4.22 et 4.23 la diminution de l'épaisseur des éléments coques n'entraîne pas une augmentation notable de la rigidité initiale.

FIGURE 4.21 – Géométrie et maillage : (a) modélisation où les éléments d'interface sont intercalés entre des éléments coques et des éléments volumiques, (b) modélisation où les éléments d'interface sont intercalés entre des éléments volumiques.

Dans un second temps, on s'intéresse à l'évolution de l'endommagement. L'évolution de la zone endommagée est tracée aux mêmes instants pour les deux modélisations comparées (figure 4.24 et 4.25). $d = 0$ désigne une interface saine tandis que $d = 1$ signifie que l'interface est rompue. La fissure progresse de façon similaire pour les deux modélisations. L'utilisation d'éléments coques à cinq degrés de liberté ne semble pas affecter la taille de la process zone (zone de transition entre éléments sains et éléments rompus).

4.3.2 Délaminage sur tube cylindrique

Considérons un tube cylindrique de longueur 70 mm, de diamètre interne constant $D_{int} = 16$ mm et d'épaisseur $e = 1$ mm. Son axe longitudinal est orienté suivant la direction $\vec{z}$. Le tube est recouvert d'une barrière thermique d'épaisseur $h_{BT} = 150$ μm sur une zone marquée en rouge sur la figure 4.26. La discrétisation élément fini du volume est réalisée à l'aide d'éléments héxaédriques quadratiques réguliers. Des éléments finis d'interface mixtes sont insérés entre la barrière thermique et le substrat. Le calcul réalisé est purement mécanique (pas de couplage thermo-mécanique).

Les paramètres matériau utilisés ont été approximés par rapport aux valeurs issues de la littérature [Théry 2007]. Le substrat est muni d'une loi élastique isotrope dont les paramètres matériau ne dépendent pas de la température et sont donnés dans le tableau 4.5. La barrière thermique est modélisée à l'aide d'une loi élastique isotrope de paramètre E = 30 000 MPa et $\nu = 0{,}1$ et de coefficient de dilatation thermique constant $\alpha = 1.10^{-5}$ K^{-1}. Les paramètres de la loi cohésive mécanique sont le taux de restitution d'énergie critique $G_{Ic} = 0,1$ J m^{-2} et l'ouverture critique $\delta_{Ic} = 10^{-3}$ mm. Les déplacements u_z sont bloqués au niveau de l'extrémité inférieure ($z = 0$) tandis qu'une pression est appliquée à l'extrémité supérieure ($z = 70$ mm) dans la direction $\vec{z}$ orientée dans la direction longitudinale.

TABLE 4.5 – Propriétés élastiques isotropes des deux couches modélisées [Théry 2007].

Paramètres	Substrat	Barrière thermique
Module d'Young E (GPa)	129,5	30
Coefficient de Poisson ν	0,408	0,1
Coefficient de dilatations thermique α (10^{-5} K^{-1})	1,4	1
Conductivité thermique K_{vol} (W/mK)	33	2

Un champ de température est imposé sous forme de champ de paramètres externes afin de créer une dilatation thermique des différentes couches. La température $\mathrm{T} = \exp(-\frac{(z-35)^2}{100})T_0$ imposée est isotherme dans l'épaisseur et est appliquée de sorte à ce que le centre du tube ($z = 35$ mm) corresponde à la zone la plus chaude.

La même structure est modélisée avec une barrière thermique maillée avec des éléments volumiques comportant un élément dans l'épaisseur. Le même chargement est appliqué et l'évolution de l'endommagement est comparée entre la

Temps (s)	0	1	2	3
$T_0(^o\text{C})$	0	1200	1200	0

TABLE 4.6 – Valeurs maximales du champ de température externe appliqué au tube.

modélisation comportant une barrière thermique maillée avec des éléments coques et la modélisation avec une barrière thermique maillée avec des éléments volumiques. L'évolution de l'endommagement à différents instants du calcul est représentée sur la figure 4.27 ainsi que la température de la paroi externe correspondante. Du fait de la symétrie du problème, l'endommagement démarre aux deux zones où les gradients thermiques sont importants dans la direction longitudinale, étant donné qu'aucun gradient de température n'est appliqué dans l'épaisseur. Une fois amorçée, la fissure se propage tout le long du tube avec l'augmentation de la température. Les tailles de la zone endommagée ($0 < d < 1$) et de la zone où l'interface est complètement rompue ($d = 1$) sont très similaires pour les deux stratégies de modélisation (figure 4.28). En revanche, on remarque que le glissement tangentiel à l'interface (ou saut de déplacement tangentiel) suivant $\vec{z}$ noté δ_{t2}, moteur de l'endommagement du fait de la dilatation contrariée dans la direction longitudinale entre la barrière thermique et son substrat, présente quelques différences qui restent cependant peu significatives (figure 4.29).

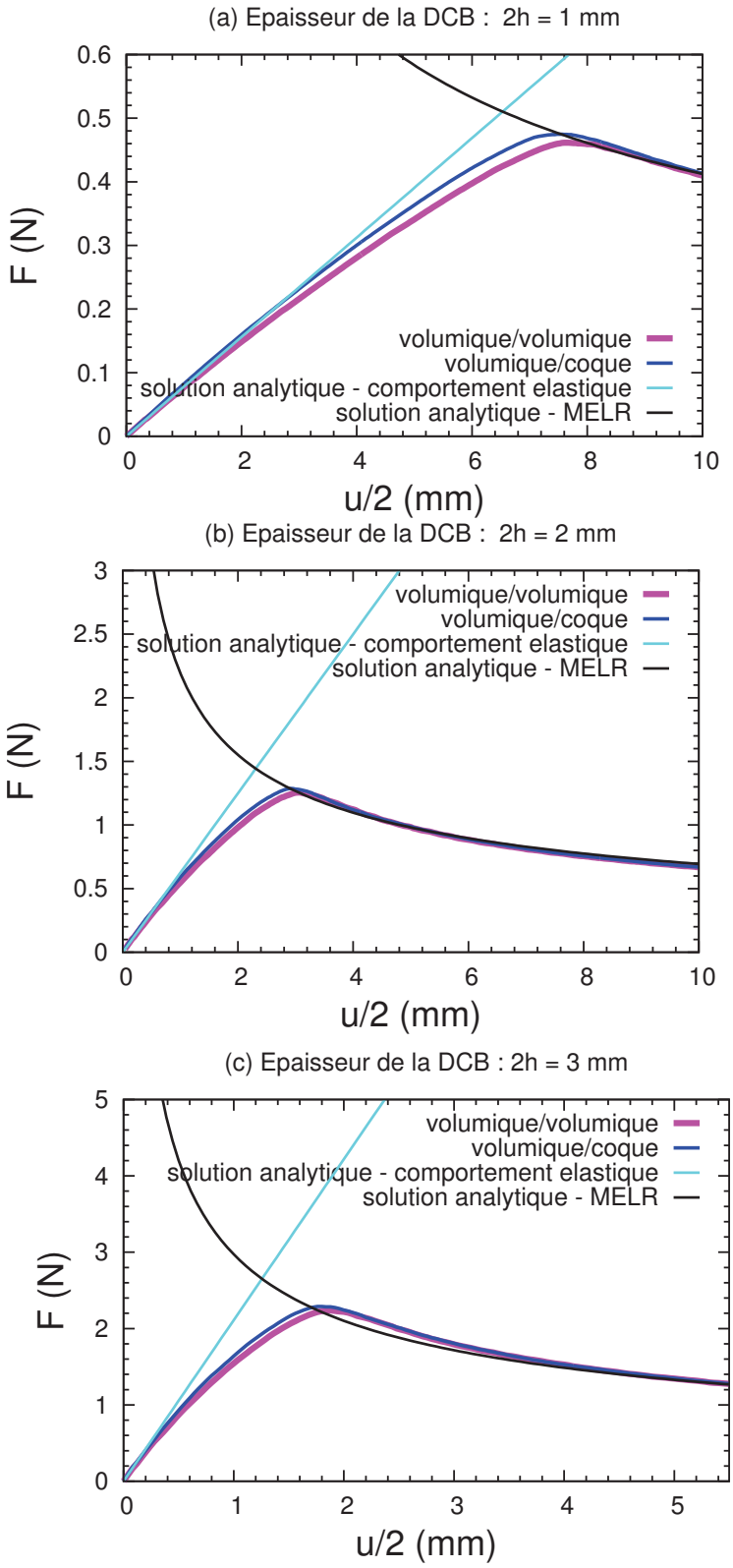


FIGURE 4.22 – Comparaison des réponses globales entre modélisation purement volumique et modélisation volumique/coque pour différentes épaisseurs de la DCB.

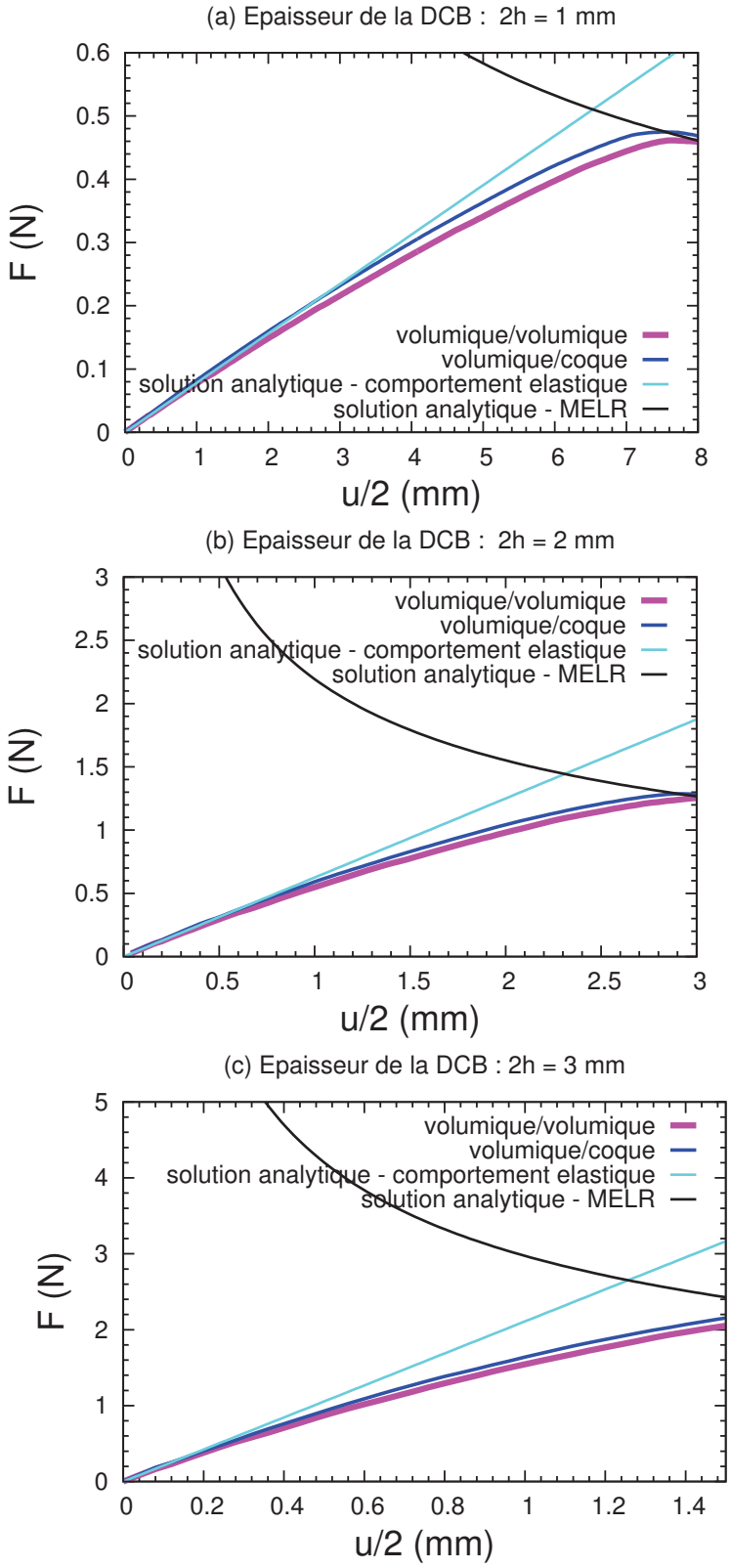


FIGURE 4.23 – Zoom sur la phase linéaire élastique de la réponse globale.

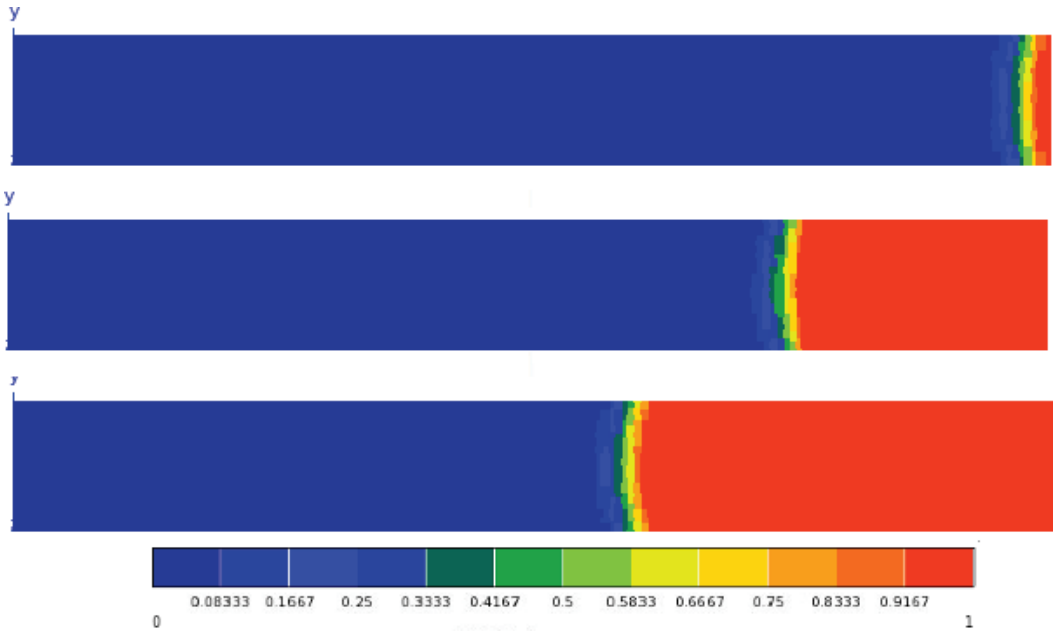


FIGURE 4.24 – Zones endommagées aux instants $t = 1\,;\ 3\,;\ 5$ s pour la DCB d'épaisseur $h = 3$ mm pour la DCB volumique/volumique ($d = 0$ désigne une interface saine et $d = 1$ désigne une interface rompue).

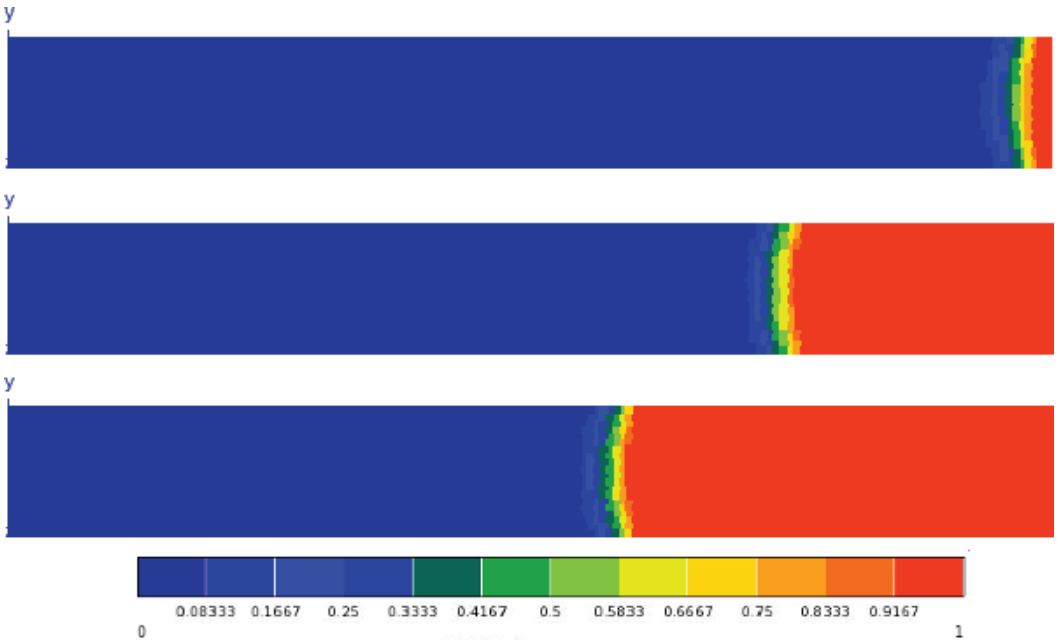


FIGURE 4.25 – Zones endommagées aux instants $t = 1\,;\ 3\,;\ 5$ s pour la DCB d'épaisseur $h = 3$ mm pour la DCB coque/volumique ($d = 0$ désigne une interface saine et $d = 1$ désigne une intereface rompue).

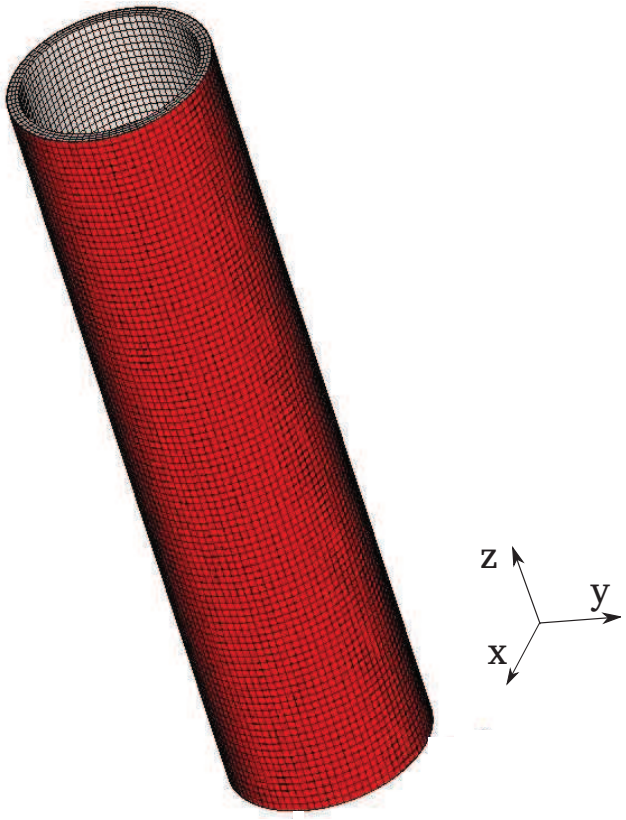


FIGURE 4.26 – Maillage du tube. La zone rouge représente la barrière thermique.

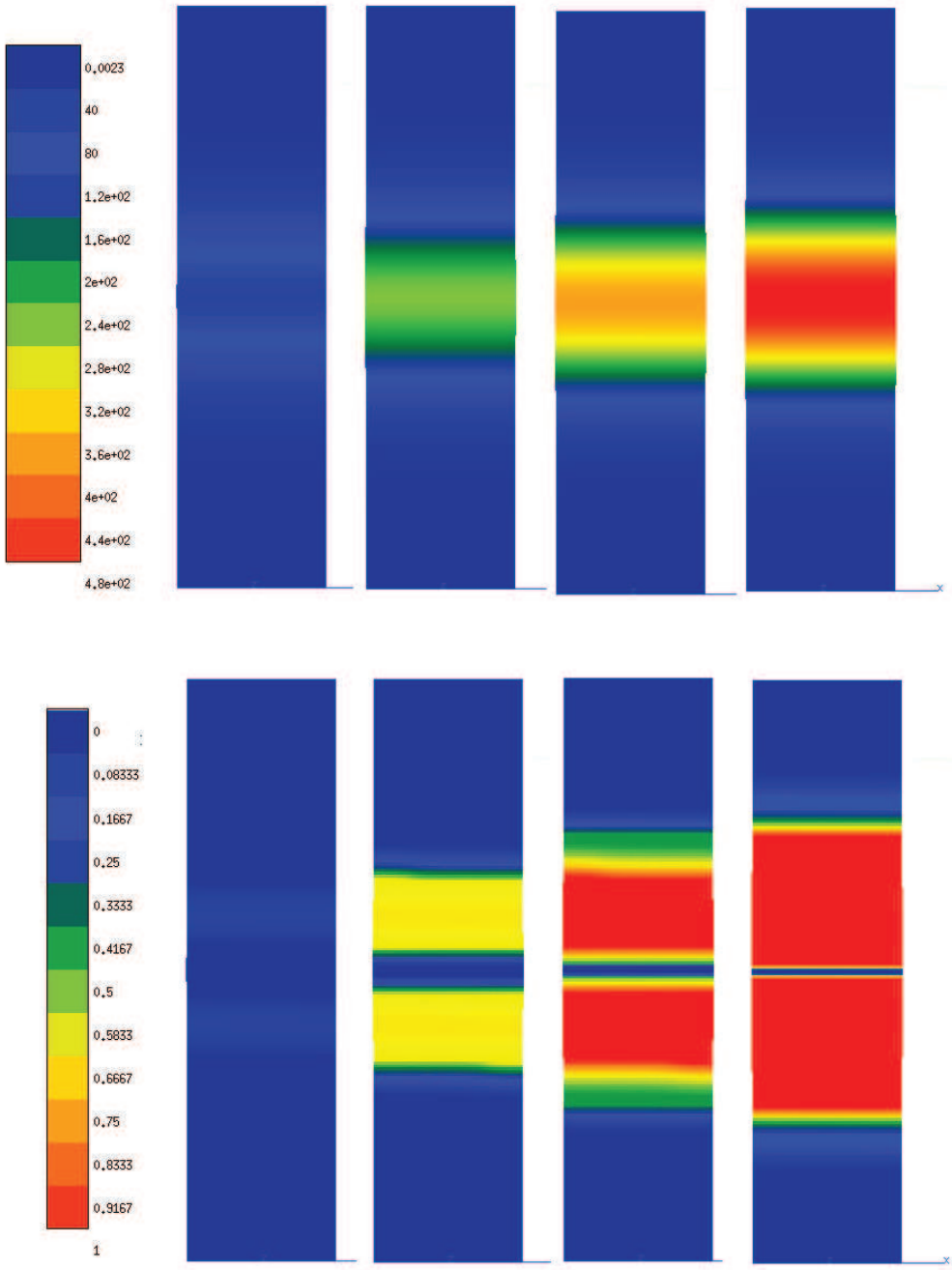


FIGURE 4.27 – Evolution durant la montée en température à t = 0,1 ; 0,2 ; 0,3 ; 0,4 s (a) de la température (^oC) (b) et de l'endommagement interfacial correspondant ($d = 0$ pour une interface saine, $d = 1$ pour une interface rompue).

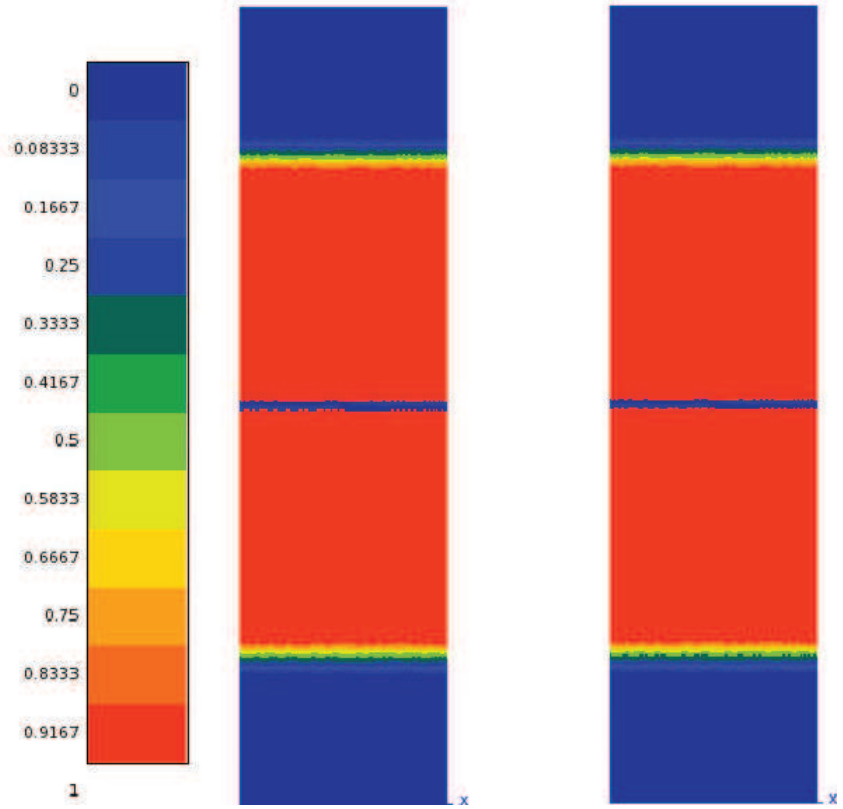


FIGURE 4.28 – Endommagement de l'interface durant la montée en température à t = 0,5 s ($\lambda_{max} = d = 0$ pour une interface saine, $\lambda_{max} = d = 1$ pour une interface rompue), (a) maillage avec barrière thermique en éléments coques (b) maillage avec barrière thermique en éléments volumiques.

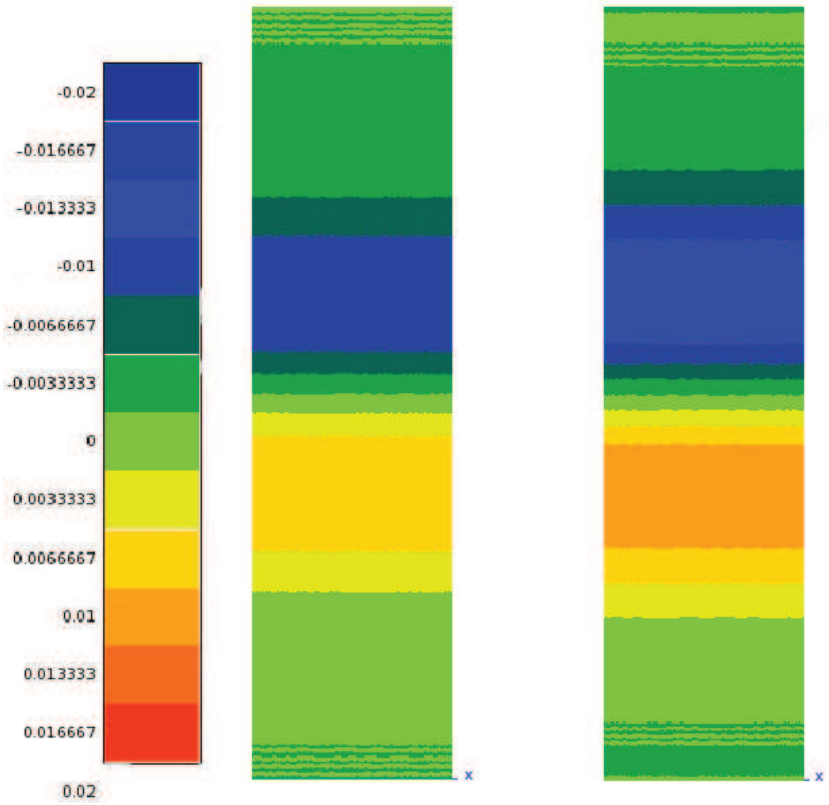


FIGURE 4.29 – Glissement tangentiel δ_{t2} de l'interface dans la direction longitudinale durant la montée en température à t = 0,5 s ($d = 0$ pour une interface saine, $d = 1$ pour une interface rompue) (a) maillage avec barrière thermique en éléments coques (b) maillage avec barrière thermique en éléments volumiques.

Chapitre 5

Modélisation thermo-mécanique de l'écaillage

Sommaire

5.1 Modélisation du transfert de chaleur à l'interface 86
5.1.1 Formulation d'un modèle de zone cohésive thermique en Lagrangien 87
5.1.2 Intégration de la loi de comportement cohésive thermique . . 90
5.1.3 Intégration de la dépendance à la température de la zone cohésive 93
5.1.4 Illustrations sur un cas test élémentaire 93
5.1.5 Application à une structure 2D : bicouche fissuré en flexion . 97
5.2 Couplage thermo-mécanique 111
5.2.1 Couplage à pas de temps adaptatifs 111
5.2.2 Illustration sur le cas de la poutre fissurée en flexion 113
5.3 Implantation d'un élément de coque thermique dans Z-set 117
5.3.1 Formulation d'un modèle de coque thermique avec répartition linéaire de la température dans l'épaisseur 117
5.3.2 Validation numérique des éléments de coque thermique et des conditions de raccord 120
5.4 Conclusion du chapitre 124

On cherche à modéliser un système multi-couche chargé par un flux de chaleur issu d'un calcul aéro-thermique réalisé par Snecma. Du fait de ce chargement thermique, les fissures qui se forment au-dessus de la couche d'alumine créent des discontinuités dans le champ de température et modifient le flux de chaleur, affectant ainsi la redistribution de la température dans l'aube de turbine. Les dilatations thermiques de la pièce sont affectées de même que le comportement mécanique en raison de la dépendance à la température de certaines grandeurs.

Une représentation incluant un couplage entre le problème mécanique et le problème thermique est indispensable afin de considérer simultanément les changements dans le processus de transfert de charge (création de nouvelles surfaces libres à la suite de la propagation de fissure) et les variations du flux de chaleur comme étant une conséquence directe de l'endommagement de l'interface. Pour cela, la résolution du problème mécanique à l'interface à l'aide d'un modèle de zone cohésive est un moyen d'accéder aux variables à l'interface du problème mécanique telle que la valeur de l'endommagement qui sont ensuite utilisées comme paramètres externes dans le problème thermique. La dégradation de la conductance effective de la zone

cohésive peut alors être établie comme étant fonction des variables mécaniques de l'interface. La résolution du problème thermique permet ensuite d'obtenir la modification du profil de température de la pièce qui sert au problème mécanique pour calculer les dilatations thermiques résultantes et modifier les paramètres de la loi de comportement mécanique qui dépendent de la température. Le problème thermo-mécanique couplé est résumé sur la figure 5.1.

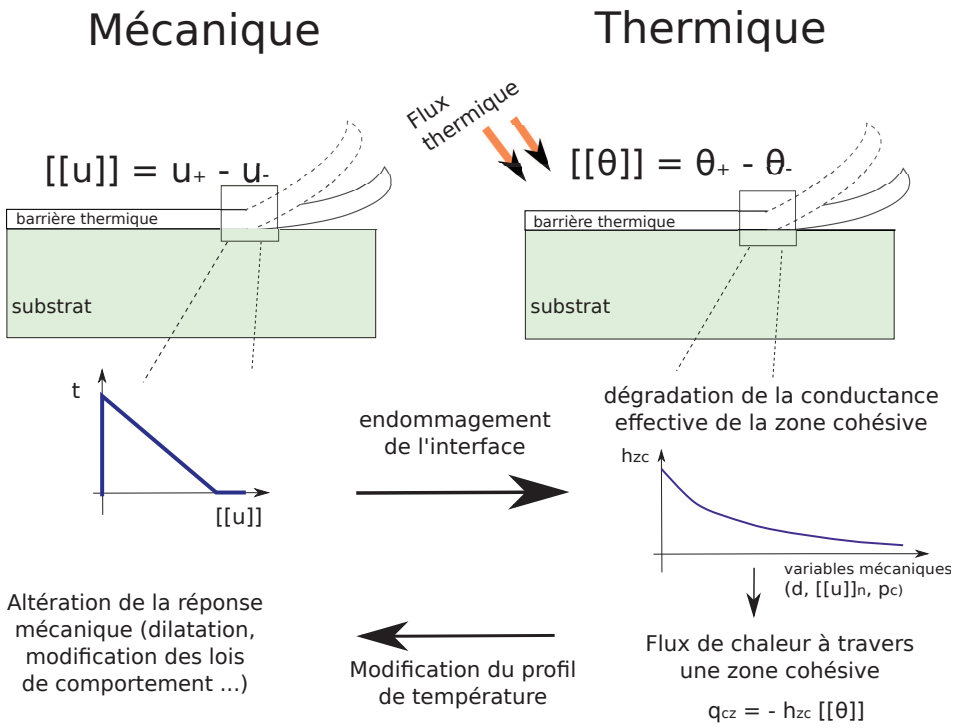


FIGURE 5.1 – Le problème thermo-mécanique couplé.

Dans un premier temps, le modèle numérique destiné à modéliser la dégradation de la conductance interfaciale est détaillé et testé sur des cas tests bidimensionnels. Un élément de zone cohésive thermique découlant d'une formulation variationnelle en Lagrangien est présenté ainsi que le modèle de dégradation de la conductance interfaciale dont l'évolution est lié au problème mécanique. Dans un second temps, le modèle de coque thermique destiné à modéliser le gradient thermique dans l'épaisseur de la barrière thermique est présenté puis testé.

5.1 Modélisation du transfert de chaleur à l'interface

Le modèle d'interface thermo-mécanique utilisé ici repose sur le concept de la résistance thermique [McDonald 2000]. Cette catégorie de modèle d'interface largement étudiée (voir par exemple [Yvonnet 2011]) autorise un saut de température tandis que le flux de chaleur normal est continu à travers l'interface. Une formulation variationnelle en Lagrangien [Lorentz 2008] est de nouveau mise en œuvre au

sein du code de calcul par éléments finis Z-set [Zeb] pour définir un élément d'interface mixte thermique destiné à modéliser la partie thermique du modèle couplé. Un modèle de conductance interfaciale reposant sur le concept de la résistance thermique, développé suivant les exemples de [Hattiangadi 2002, Hattiangadi 2005a, Hattiangadi 2004, Hattiangadi 2005b, Özdemir 2010], est proposé. Il prend en compte les contributions relatives de la matière et des gaz contenus dans les cavités formées à l'interface qui coalescent au fur et à mesure que l'endommagement interfacial progresse.

5.1.1 Formulation d'un modèle de zone cohésive thermique en Lagrangien

Les flux de chaleur appliqués à la structure étant majoritairement perpendiculaires à l'interface, on fait l'hypothèse que le flux de chaleur interfacial est uniquement dirigé dans la direction normale du repère local de l'élément d'interface. Le flux de chaleur traversant la zone cohésive est défini comme étant le produit du saut de température $[[\theta]]$ et de la conductance de l'interface h_{CZ}. Considérons un volume Ω séparé par une fissure cohésive le long d'une surface interne Γ. Le volume Ω est divisé par Γ en deux parties Ω^+ et Ω^-. Le vecteur $\mathbf{n}$ est un vecteur normal à Γ dirigé de Ω^- à Ω^+ (figure 5.2). Le comportement thermique de l'interface Γ est donné par

$$[[q_n]] = 0 \quad \text{sur } \Gamma \quad \text{avec} \quad q_n = -h_{CZ}[[\theta]] \tag{5.1}$$

q_n est le flux de chaleur normal et θ la température. Par analogie avec le saut de déplacement mécanique, $[[\theta]] = \theta^+ - \theta^-$ est la différence de température entre deux points matériels ($+$ et $-$) initiallement confondus. En l'absence de source de chaleur interne, l'équilibre thermique dans la configuration actuelle s'écrit

$$\rho C_v \dot{\theta} + \boldsymbol{\nabla} \cdot \mathbf{q} = 0 \quad \text{dans } \Omega \backslash \Gamma \tag{5.2}$$

ρ est la masse volumique, C_v est la capacité thermique, $\bar{q}$ est le flux de chaleur appliqué au bord $\partial\Omega_q$ du domaine Ω (figure 5.2). Les conditions aux limites de Dirichlet et Neumann sont considérées de façon générale

$$\theta = \theta^D \ \text{ sur } \partial\Omega_T \ \text{ et } \ \mathbf{q} \cdot \mathbf{v} = \bar{q} \ \text{ sur } \partial\Omega_q \tag{5.3}$$

où $\mathbf{v}$ est un vecteur unitaire sortant normal à Ω. La fonctionnelle quadratique associée à la forme faible du problème de diffusion de la chaleur, munie des conditions de continuité du flux de chaleur interfacial 5.1 s'écrit

$$I_t(\theta) = \frac{1}{2}\int_{\Omega/\Gamma} \rho C_v \dot{\theta}\theta d\Omega + \frac{1}{2}\int_{\Omega/\Gamma} \mathbf{q}\cdot\boldsymbol{\nabla}\theta d\Omega - \int_{\partial\Omega_q} \bar{q}\theta d\Gamma - \int_{\Gamma} (\mathbf{q}^+\cdot\mathbf{n}\theta^+ - \mathbf{q}^-\cdot\mathbf{n}\theta^-) d\Gamma \tag{5.4}$$

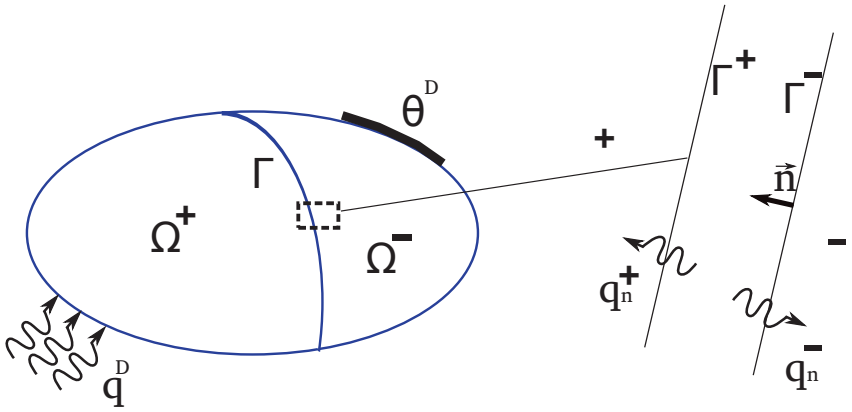


FIGURE 5.2 – Représentation schématique du problème thermique d'une structure Ω contenant une fissure Γ.

avec

$$\int_\Gamma (\mathbf{q}^+ \cdot \mathbf{n}\theta^+ - \mathbf{q}^- \cdot \mathbf{n}\theta^-) d\Gamma = \int_\Gamma \mathbf{q}^+ \cdot \mathbf{n}(\theta^+ - \theta^-) d\Gamma = \int_\Gamma q_{CZ} \cdot [[\theta]] d\Gamma \tag{5.5}$$

où q_{CZ} représente le flux de chaleur traversant la zone cohésive qui renferme le comportement thermique interfacial qui sera détaillé dans la section suivante. Le lieu de fissuration est connu par avance et les discontinuités de température n'apparaîtront donc que sur une surface Γ postulée *a priori*. Etant donné que Γ ne dépend plus explicitement de θ, les discontinuités notées δ_t peuvent être confinées à un niveau local, c'est-à-dire aux points de Gauss, et vérifier la condition de compatibilité $[[\theta]] = \delta_t$. La résolution du problème thermique peut s'écrire sous la forme d'une minimisation sous contrainte d'égalité, dans laquelle les températures appartiennent aux champs admissibles :

$$\begin{aligned} \min_{\substack{\theta,\delta_t \\ [[\theta]]=\delta_t}} I_t(\theta,\delta_t) = \min_{\substack{\theta,\delta_t \\ [[\theta]]=\delta_t}} \Bigg(& \frac{1}{2}\int_{\Omega/\Gamma} \rho C_v \dot{\theta}\theta d\Omega + \\ & \frac{1}{2}\int_{\Omega/\Gamma} \mathbf{q}\boldsymbol{\nabla}\theta d\Omega - \int_{\partial\Omega_q} \bar{q}\theta d\Gamma - \int_\Gamma q_{CZ}(\delta_t)\delta_t d\Gamma \Bigg) \end{aligned} \tag{5.6}$$

Comme dans le problème mécanique (équation 4.3), ce problème peut être résolu en cherchant un point selle $(\theta, \delta_t, \lambda_t)$ du Lagrangien $\mathcal{L}$ associé à la fonctionnelle quadratique 5.4, permettant de regrouper dans une même expression la contrainte de compatibilité linéaire $[[\theta]] = \delta_t$ et I_t. Le Lagrangien s'écrit :

$$\mathcal{L}(\theta, \delta_t, \lambda_t) = I_t(\theta, \delta_t) + \int_\Gamma \lambda_t([[\theta]] - \delta_t) d\Gamma \tag{5.7}$$

avec

$$I_t(\theta,\delta) = \frac{1}{2}\int_{\Omega\setminus\Gamma} \rho C_v \dot{\theta}\theta d\Omega + \frac{1}{2}\int_{\Omega\setminus\Gamma} \mathbf{q}\boldsymbol{\nabla}\theta d\Omega - \int_{\partial\Omega_q} \bar{q}\theta d\Gamma - \int_\Gamma q_{CZ}(\delta_t)\delta_t d\Gamma \tag{5.8}$$

λ_t est un multiplicateur de Lagrange équivalent à la quantité de chaleur traversant la zone cohésive pour assurer l'égalité $[[\theta]] = \delta_t$. De la même manière que dans le problème mécanique (équation 4.4), une condition nécessaire pour que $(\theta, \delta_t, \lambda_t)$ soit un point selle de $\mathcal{L}(\theta, \delta_t, \lambda_t)$ est que

$$D\mathcal{L}((\theta, \delta_t, \lambda_t); (\partial\theta, \partial\delta_t, \partial\lambda_t)) = 0; \qquad \forall\partial\theta, \forall\partial\delta_t, \forall\partial\lambda_t$$

$\Leftrightarrow$

$$\begin{cases} \nabla_{\lambda_t}\mathcal{L}(\theta, \delta_t, \lambda_t) = 0 \\ \nabla_{\delta_t}\mathcal{L}(\theta, \delta_t, \lambda_t) = 0 \\ \nabla_{\theta}\mathcal{L}(\theta, \delta_t, \lambda_t) = 0 \end{cases} \tag{5.9}$$

où $D\mathcal{L}((\theta, \delta_t, \lambda_t); (\partial\theta, \partial\delta_t, \partial\lambda_t))$ est une dérivée directionnelle de $\mathcal{L}$ en un point donné $(\theta, \delta_t, \lambda_t)$, le long de la direction $(\partial\theta, \partial\delta_t, \partial\lambda_t)$. Cela permet d'obtenir le système d'équations suivant, $\forall\partial\theta, \forall\partial\delta_t, \forall\partial\lambda_t$:

$$\int_\Gamma \partial\lambda_t([[\theta]] - \delta_t)d\Gamma = 0 \tag{5.10a}$$

$$-\int_\Gamma [\partial(q_{CZ}\delta_t) + \lambda_t]\partial\delta_t d\Gamma = 0 \tag{5.10b}$$

$$\int_{\Omega\setminus\Gamma} \partial I_t \partial\theta d\Omega + \int_\Gamma \lambda_t[[\partial\theta]]d\Gamma = 0 \tag{5.10c}$$

L'équation 5.10a assure l'égalité $[[\theta]] = \delta_t$, l'équation 5.10b donne une interprétation physique de λ_t qui est donc équivalent à un flux de chaleur normal traversant l'interface, l'équation 5.10c décrit le raccord entre les transferts de chaleur à l'interface et les transferts dans le volume. On introduit la discrétisation des sauts de température $[[\theta]]$ et des multiplicateurs de Lagrange λ_t telle que

$$[[\theta]] = [D]\{\Theta\} \tag{5.11}$$

$$\lambda_t = [L]\{\Lambda_t\} \tag{5.12}$$

avec $[D] = [N^+] - [N^-]$, $[N^+]$ et $[N^-]$ étant les traces de la matrice des fonctions de forme quadratiques $[N]$ sur Γ^+ et Γ^- respectivement. $[L]$ est la matrice des fonctions de forme linéaires sur Γ. $\{\Theta\}$ et $\{\Lambda_t\}$ sont les vecteurs de températures nodales et de multiplicateurs de Lagrange nodaux respectivement. L'équation 5.10b peut être remplacée par

$$-\left[\frac{\partial q_{CZ}}{\partial\delta_t}\delta_t + q_{CZ}\right] = \lambda_t \Leftrightarrow \quad \delta_t = \hat{\delta}_t(\lambda_t) = \hat{\delta}_t(\Lambda_t) \tag{5.13}$$

que l'on peut interprêter comme un équivalent thermique de l'équation 4.9. Elle définit δ_t comme étant une fonction de λ_t. L'introduction de l'expression 5.13 dans 5.10a et 5.10c permet donc d'éliminer les degrés de liberté δ_t du système global par condensation statique [Imbert 1995], d'où le système non-linéaire dont les inconnues

sont les vecteurs de températures nodales $\{\Theta\}$ et les multiplicateurs de Lagrange nodaux $\{\Lambda_t\}$:

$$\sum_g \omega_g [L]^T \cdot ([D]\{\Theta\} - \hat{\delta}_t(\Lambda_t)) = 0 \tag{5.14}$$

$$\frac{1}{\Delta t}\int_{\Omega\setminus\Gamma} [N]^T \frac{1}{2}\rho C_v(\theta_{t+\Delta t} - \theta_t)d\Omega + \frac{1}{2}\int_{\Omega\setminus\Gamma} [B]^T \mathbf{q} d\Omega + \sum_g \omega_g [D_g]^T [L]\{\Lambda_t\} = \int_{\Omega_q} [N]^T \bar{q} d\Gamma \tag{5.15}$$

où $[B] = [B_1 ... B_i ... B_n]$ avec ${B_i}^T = \{\frac{\partial N_i}{\partial x}; \frac{\partial N_i}{\partial y}; \frac{\partial N_i}{\partial z}\}$.

5.1.2 Intégration de la loi de comportement cohésive thermique

De façon générale, le modèle de conductance cohésive proposé ici est déterminé par l'état actuel de la fissuration interfaciale, la présence éventuelle de gaz emprisonné dans la fissure et, lorsque la fissure est fermée, par la conductance de contact entre les lèvres de la fissure. Comme les paramètres matériau de la zone cohésive peuvent être dépendant de la température, le modèle de conductance est donc aussi dépendant de la température de la zone cohésive, notée $\bar{\theta}$, qui sera définie dans la section 5.1.3.

L'évolution de la conductance de la zone cohésive h_{CZ} est reliée à la modélisation mécanique de l'interface par sa dépendance à la variable interne d'endommagement mécanique d (équation 4.25), à la composante normale du saut de déplacement $[[u_n]]$ et la pression de contact à l'interface p_c.

Le modèle de conductance interfacial tire son irreversibilité du problème mécanique à travers sa dépendance au paramètre d'endommagement d strictement croissant.

Au cours de l'amorçage et la propagation de la fissure, chaque mode de transfert de chaleur à l'interface (contact, conduction, convection, radiation) qui peut avoir une influence significative sur le transfert de chaleur doit être pris en compte. Le flux de chaleur q_{CZ} transporté d'une face à une autre de l'interface s'écrit

$$q_{CZ} = -h_{CZ}(\bar{\theta}, d, [[u_n]], p_c) \cdot \delta_t \tag{5.16}$$

La conductance de la zone cohésive h_{CZ} est calculée en fonction de l'état mécanique et thermique actuel (figure 5.3). L'intégration de la loi cohésive thermique consiste à calculer δ_t aux points de Gauss de l'élément répartis de la même manière que dans le problème mécanique (voir figure 4.1), à partir de l'équation 5.13, tel que

$$2h_{CZ}(\bar{\theta}, d, [[u_n]], p_c) \cdot \delta_t = \lambda_t \tag{5.17}$$

Cette égalité suppose entre autre que la conductance de l'interface h_{CZ} est différente de zéro. Si ce n'est pas le cas, une formulation du modèle en Lagrangien augmenté est plus appropriée. Suivant l'état mécanique de l'interface, quatre situations sont modélisées :

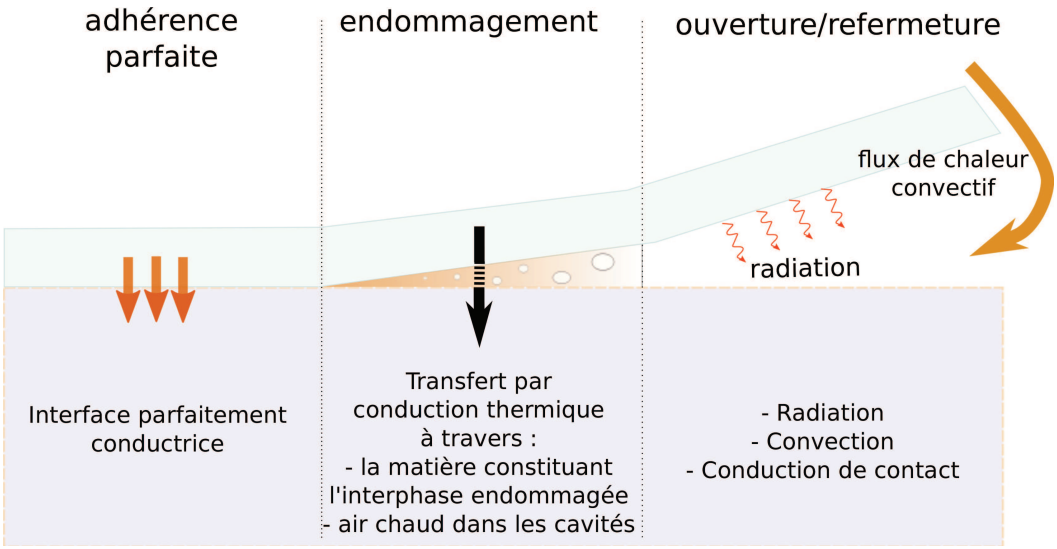


FIGURE 5.3 – Conductance de l'interface.

1. si $(d = 0)$ ou $((0 \leq d < 1)$ et $([[u_n]] = 0))$: **interface parfaitement conductrice**

   Comme la conductance de l'interface est équivalente à la conductivité d'une couche qui n'a pas d'épaisseur, la conductance cohésive dans le cas de l'adhérence mécanique parfaite devrait être infiniement grande en théorie, étant donné qu'elle est proportionnelle à la conductivité de l'interface intacte (avec $d = 0$) et inversemment proportionnelle à son épaisseur $h = 0$. Une régularisation de la fonction qui consiste à remplacer la conductance infinie par une très grande valeur, tel que c'est souvent proposé dans la littérature [Hattiangadi 2005b, Hattiangadi 2005a, Hattiangadi 2004, Özdemir 2010] n'est pas nécessaire dans le cadre de la formulation en Lagrangien. Lorsque l'interface est parfaitement adhérente, elle est modélisée comme étant parfaitement conductrice en interdisant les sauts de température. On a, pour une interface parfaitement conductrice

   $$\delta_t = 0. \tag{5.18}$$

   On fait également l'hypothèse qu'une interface endommagée $((0 \leq d < 1))$ et fermée $(([[u_n]] = 0))$ est parfaitement conductrice.

2. Si $(0 \leq d < 1)$ et $([[u_n]] > 0)$: **interface endommagée**

Pour une interface endommagée, la conductance cohésive est une combinaison linéaire des flux de chaleurs effectués à travers les liens de matière existants à l'interface et à travers les cavités formées lors de l'endommagement. Les cavitées sont supposées être remplies de gaz chauds dont la conductivité thermique est dépendante de la température. La discontinuité locale de température devient

$$\delta_t = \frac{\lambda_t}{2h_{CZ}} \quad \text{avec} \quad h_{CZ} = \frac{k_m(1-d)}{[[u_n]]} + \frac{(k_a + C_g\bar{\theta})d}{[[u_n]]} \tag{5.19}$$

où k_a est la conductivité thermique des gaz, et k_m est la conductivité effective des liens de matières. La conductivité des gaz est supposée dépendre linéairement de la température $\bar{\theta}$ de la zone cohésive.

3. si $(d = 1)$ et $[[u_n]] \leq 2\omega$: **contact**
   Pour une interface rompue et fermée, la conductance de la fissure est modélisée par un modèle de conductance de contact élastique simplifié [Mikic 1974] dans lequel la surface de contact réelle est limitée par les aspérités de la surface totale. Dans ce modèle, le flux de chaleur est supposé avoir lieu à travers les aspérités de surface en contact ainsi qu'à travers les gaz contenus dans les cavités formées entre les aspérités. La conductivité des gaz renfermés dans les cavités dépend de la température de la fissure. La conductance de contact est proportionnelle à la pression de contact p_c assimilable à la force cohésive normale lorsque le saut de déplacement normal est nul $(p_c = T_n(d = 1, [[u_n]] = 0))$, à la rugosité des lèvres de la fissure ω et aux propriétés mécaniques et thermiques des deux couches adjacentes qui forment l'interface. Pour simplifier, on suppose que la conductance de contact dépend des constantes linéaires isotropes et de la conductivité thermique de la barrière thermique (E_c, ν_c, k_c) et du substrat (E_s, ν_s, k_s) respectivement. Un module d'Young équivalent est défini par $1/E_{eq} = (1-\nu_c^2)/E_c + (1-\nu_s^2)/E_s$, de même qu'une conductivité thermique équivalente $1/k_{eq} = 1/k_c + 1/k_s$. Lorsque les lèvres de la fissure sont en contact, on a

$$\delta_t = \frac{\lambda_t}{2h_{CZ}} \quad \text{avec} \quad h_{CZ} = \frac{k_{eq}p_c}{2\omega E_{eq}} + \frac{(k_a + C_g\bar{\theta})}{2\omega} \tag{5.20}$$

4. Si $(d = 1)$ et $[[u_n]] > 2\omega$: **fissure ouverte**
   Lorsque la fissure est ouverte, la chaleur est transportée par les gaz chauds contenus dans la fissure et par radiation entre les lèvres de la fissure. Lorsque la fissure est ouverte, on a

$$\delta_t = \frac{\lambda_t}{2h_{CZ}} \tag{5.21}$$

avec

$$h_{CZ} = \frac{(k_a + C_g\bar{\theta})}{[[u_n]]} + \frac{S_b}{2/e_m - 1}(\theta^+ + \theta^-)[(\theta^+)^2 + (\theta^-)^2)] \tag{5.22}$$

Le second terme de l'expression 5.22 réfère à la contribution des effets radiatifs qui dépendent de la température des deux lèvres de la fissure [Hattiangadi 2005b], de la constante de Stefan-Boltzmann $S_b = 5.67 \times 10^{-8}$ W/m^{2}K^4 et du coefficient d'émissivité e_m des lèvres de la fissure.

5.1.3 Intégration de la dépendance à la température de la zone cohésive

En vue de caractériser la dépendance à la température des paramètres de la zone cohésive thermique, on fait l'hypothèse que la température varie linéairement dans l'épaisseur de la zone cohésive. La température de la zone cohésive $\bar{\theta}$ est alors définie comme une température moyenne :

$$\bar{\theta} = \frac{\theta^+ + \theta^-}{2} \tag{5.23}$$

On définit sa discrétisation par :

$$\bar{\theta} = [M]\{\Theta\} \tag{5.24}$$

avec $[M] = [N^+] + [N^-]$, $[N^+]$ et $[N^-]$ étant les traces de la matrice des fonctions de forme quadratiques $[N]$ sur Γ^+ et Γ^- respectivement.
On peut ainsi calculer les matrices tangentes associées à chaque situation (1-4) précédemment décrite par :

$$\frac{\partial \hat{\delta}_t(\bar{\theta}, \lambda_t, [[\theta]])}{\partial \Theta} = \frac{\partial \hat{\delta}_t(\bar{\theta}, \lambda_t, [[\theta]])}{\partial \bar{\theta}} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial \Theta} + \frac{\partial \hat{\delta}_t(\bar{\theta}, \lambda_t, [[\theta]])}{\partial [[\theta]]} \frac{\partial [[\theta]]}{\partial \Theta} \tag{5.25}$$

et

$$\frac{\partial \hat{\delta}_t(\bar{\theta}_{,t}, [[\theta]])}{\partial \Lambda_t} = \frac{\partial \hat{\delta}_t(\bar{\theta}, \lambda_t, [[\theta]])}{\partial \lambda_t} \frac{\partial \lambda_t}{\partial \Lambda_t} \tag{5.26}$$

5.1.4 Illustrations sur un cas test élémentaire

Un calcul thermo-mécanique couplé sur un élément cohésif intercalé entre deux éléments volumiques est réalisé. La géométrie, le maillage et les conditions aux limites sont présentés sur la figure 5.4.

TABLE 5.1 – Paramètres matériau du cas test élémentaire.

	Substrat
E (GPa)	420000
ν	0,23
α (10^{-6} K^{-1})	6,7
K_{vol} (W/mK)	33

	interface
σ_c (MPa)	100
δ_c (mm)	0,06
β	1
k_a (W/mK)	0,013
k_m (W/mK)	20
C_g (W/mK^2)	6,5×10^{-5}
w (mm)	10^{-4}
e_m	0,8

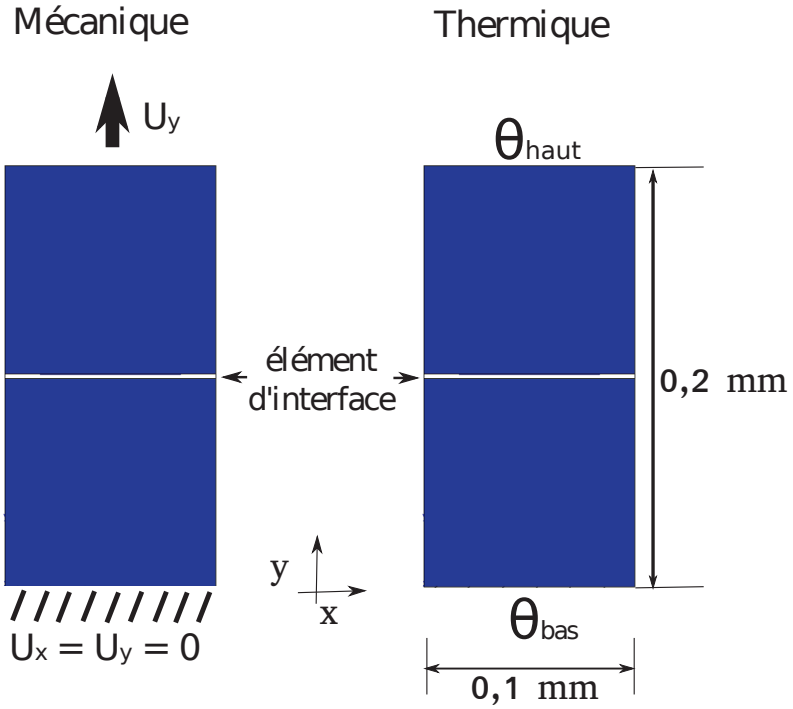


FIGURE 5.4 – Maillage et conditions aux limites du cas test élémentaire.

Evolution de la conductance de la zone cohésive en fonction de la température moyenne de l'interface

On cherche à examiner l'évolution du flux de chaleur interfacial pour une structure chargée en mode I de fissuration et soumise à un gradient transversal de température. Un déplacement U_y est appliqué sur la face supérieure afin de réaliser une ouverture strictement croissante de l'interface. Parallèlement, une température linéairement croissante $\theta_{haut} = 293,15 \rightarrow 2000$ K est appliquée sur la face supérieure et une température constante $\theta_{bas} = 293,15$ K est imposée à la face inférieure (figure 5.4-b). Les paramètres matériau de l'interface et du volume sont donnés dans le tableau 5.1. Trois valeurs de l'ouverture critique δ_c à rupture sont testées.

L'évolution de la force cohésive T_n en fonction de l'ouverture normale $[[u_n]]$ de l'élément d'interface est représentée sur la figure 5.5-a. Pour chacune des trois valeurs de l'ouverture critique $\delta_c = 0,01; 0,06; 0,08$mm utilisée, la rupture marquée par une chute de la force cohésive T_n à 0, a lieu pour une différence de température appliquée $(\theta_{haut} - \theta_{bas}) = 130\,;\ 705\,;\ 930$ K respectivement. La rupture est caractérisée par une chute des flux de chaleurs transmis à l'interface (figures 5.5-b et

5.5-c). Cette diminution des flux de chaleur survient à cause de la perte de matière conductrice à l'interface, en grande partie responsable des transferts de chaleur dans l'interface endommagée.

Les flux de chaleur à l'interface sont comparés à une solution analytique (figure 5.5-b) établie comme étant une loi de type Fourier telle que

$$q^* = -K_{vol}\frac{d\theta}{dy} \tag{5.27}$$

q^* quantifie le flux de chaleur traversant une structure non endommagée, soumise à un gradient de température $\frac{d\theta}{dy} = \frac{(\theta_{haut}-\theta_{bas})}{h}$, où $h = 0,2$ mm est l'épaisseur de la structure, et $K_{vol} = 33$ W/mK sa conductivité. Le flux de chaleur interfacial q_{CZ} est dans un premier temps tangent à la solution non endommagée, puis tend à s'adoucissir sous l'accroissement de l'ouverture normal et de l'endommagement interfacial jusqu'à atteindre une valeur maximale q_{CZ}^{max}. Enfin, q_{CZ} décroît sans atteindre zéro lors de la rupture de l'élément d'interface. Le pic de q_{CZ} est d'autant plus élevé que la température appliquée est grande.

L'évolution du flux de chaleur interfacial q_{CZ} en fonction du saut de température $[[\theta]]$ à l'interface est représentée sur la figure 5.5-d. La phase d'adhérence initiale parfaite, caractérisée par un saut de déplacement $[[u_n]] = 0$, se manifeste par une évolution croissante du flux de chaleur interfacial qui est due au gradient de température imposé dans la structure, pour un saut de température $[[\theta]] = 0$. L'interface est alors parfaitement conductrice.

Après la rupture, les transferts de chaleur à l'interface ne sont pas nuls car ils sont assurés par la convection et la radiation. Dans le cas considéré, les flux de chaleur transportés par radiation et convection sont faibles. Une légère augmentation du flux de chaleur interfacial q_{CZ} est néanmois apperçue pour de grandes valeurs de température appliquées pour lesquelles les tranferts thermiques par radiation deviennent significatifs (figure 5.5-b,c,d).

Analyse des transferts de chaleur dans une fissure ouverte.

Lorsque la fissure est ouverte ($d = 1$ et $[[u_n]] > 0$), les transferts de chaleur s'effectuent par convection et radiation. Les flux de chaleur traversant une fissure ouverte sont analysés sur une configuration où l'interface est initialement rompue ($d_{ini} = 1$) et l'ouverture normale est maintenue constante à $[[u_n]] = 0,01$ mm. Un gradient de température croissant est appliqué en imposant une température constante $\theta_{bas} = 293,15$ K sur la face inférieure et une température linéairement croissante θ_{haut} sur la face supérieure.

En pratique, la contribution des gaz à la conductance d'une fissure ouverte varie en fonction de plusieurs paramètres tels que la composition chimique du gaz ou la pression ambiante [Mogro-Campero 1997]. Afin de quantifier ces variations, les flux de chaleurs traversant la fissure sont évalués pour quatre conductivités différentes ($0,25k_a$, $0,5k_a$, k_a, $2k_a$) et représentés sur la figure 5.6-a. Il en résulte

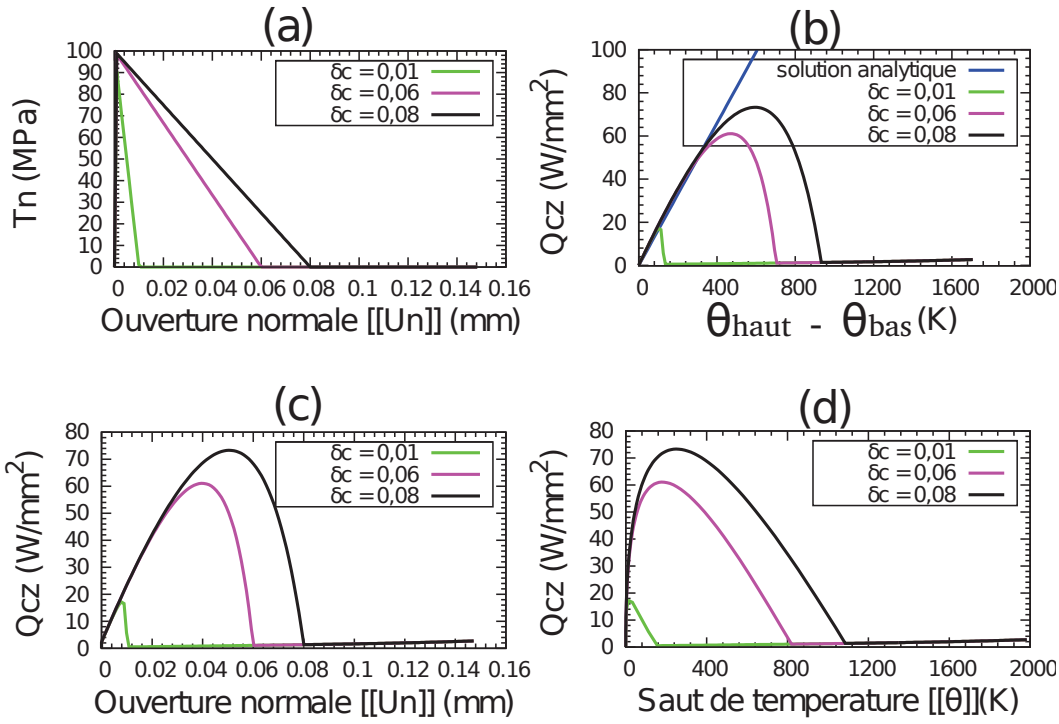


FIGURE 5.5 – (a) Evolution de la force cohésive T_n en fonction de l'ouverture normale $[[u_n]]$ de l'élément d'interface, (b) évolution du flux de chaleur interfacial q_{CZ} en fonction de la différence de température $\theta_{haut} - \theta_{bas}$ appliqué à la structure, (c) évolution du flux de chaleur interfacial q_{CZ} en fonction de l'ouverture normale $[[u_n]]$ de l'interface, (d) évolution du flux de chaleur interfacial q_{CZ} en fonction du saut de température $[[\theta]]$ à l'interface.

que l'augmentation de la conductivité des gaz peut augmenter les flux de chaleur à l'interface de manière considérable. En doublant la conductivité thermique des gaz contenus dans les cavités formant la fissure, la quantité de flux de chaleurs traversant l'interface augmente de 12%.

La figure 5.6-b montre l'évolution du flux de chaleur en fonction des températures appliquées $\theta_{haut} - \theta_{bas}$ pour différents coefficients d'émissivité e_m des lèvres de la fissure. Le calcul effectué sans radiation ($e_m = 0$) montre que la contribution de la conductivité des gaz domine largement par rapport à la contribution des effets radiatifs dans le transfert de chaleur en fissure ouverte. Toutes les courbes sont en effet confondues jusqu'à $\theta_{haut} - \theta_{bas} = 2500$ K, c'est-à-dire à des températures qui dépassent largement les températures de fonctionnement des structures étudiées dans cette thèse. Les effets radiatifs ne sont importants que lorsque les températures sont très élevées, et cela même pour un coefficient d'émissivité élevé ($e_m = 1$). Ces observations concordent avec les observations faite par [Hattiangadi 2004].

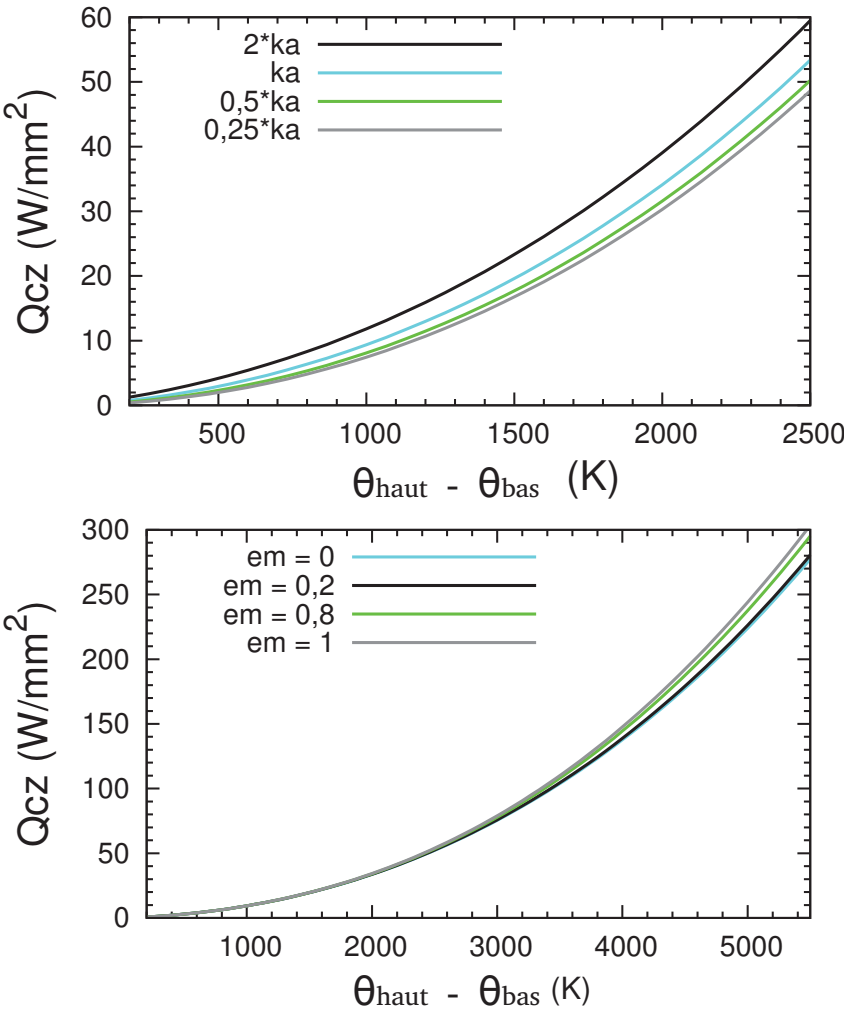


FIGURE 5.6 – Evolution du flux de chaleur interfacial q_{CZ} en fonction des températures appliquées ($\theta_{haut} - \theta_{bas}$) pour une fissure ouverte, (a) variation de la conductivité de l'air k_a, (b) variation du coefficient d'émissivité e_m.

5.1.5 Application à une structure 2D : bicouche fissuré en flexion

5.1.5.1 Géométrie et conditions aux limites

Dans le but de valider le modèle cohésif thermo-mécanique, un cas test proposé dans la littérature est mis en œuvre. Il s'agit d'une poutre bicouche contenant une pré-fissure cohésive soumise à un gradient de température dans la direction perpendiculaire au plan de la fissure. Ce cas test a été introduit par [Hutchinson 1995] qui a proposé un modèle analytique exprimant le taux de restitution d'énergie de la structure fissurée soumise à un gradient transversale de température, en fonction

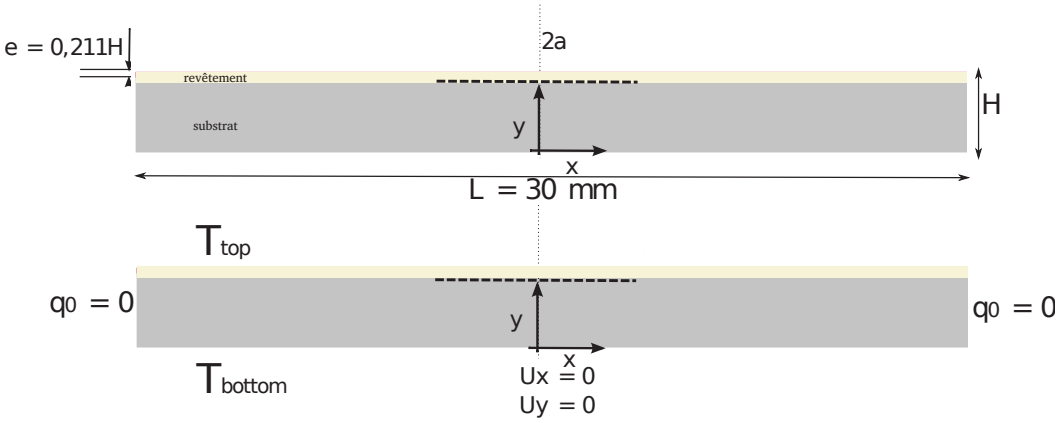


FIGURE 5.7 – Géométrie et conditions aux limites de la poutre fissurée.

du nombre de Biot [1]. Le même cas test a été mis en œuvre par [Hattiangadi 2004] à travers un modèle cohésif thermo-mécanique destiné à des applications composites sans toutefois mener le calcul jusqu'au délaminage.

Dans un premier temps, des calculs sont effectués sans faire propager la fissure afin d'étudier uniquement l'évolution des transferts de chaleur et leurs conséquences sur la cinématique de la structure. Une étude du délaminage sous l'effet d'un gradient transversal de température est ensuite réalisée par comparaison des résultats à des solutions analytiques proposées dans [Hutchinson 1995]. Enfin, une étude paramétrique est menée afin d'évaluer l'influence des paramètres du modèle cohésif thermique sur le comportement thermo-mécanique de la structure fissurée.

La géométrie et les conditions aux limites du calcul sont tirées de [Hattiangadi 2004]. Considérons une structure faite de deux couches (substrat et revêtement) de matériaux différents élastiques isotropes, de longueur $L = 30$ mm et d'épaisseur $H = 2$ mm telle qu'illustrée sur la figure 5.7. L'épaisseur du revêtement est $e = 0,211H = 0{,}422$ mm. Des éléments d'interface sont insérés entre les deux couches, à l'interface considérée comme étant le lieu de fissuration potentielle. Une pré-fissure cohésive de longueur $2a$ est modélisée au centre de l'interface en initialisant l'endommagement des éléments d'interface modélisant la pré-fissure à $d = 1$. Cette configuration repose sur l'observation faite par [Hutchinson 1995] que cette localisation de la fissure, située approximativement au premier quart de la poutre à partir de la surface la plus chaude, correspond à la région de la structure où le taux de restitution d'énergie est maximal et où le facteur d'intensité des contraintes en mode I est faible lorsque la fissure est chargée par un gradient de température qui lui est perpendiculaire.

Une température uniforme constante est imposée sur la surface inférieure $\theta^{bas} = 293.15$ K et une température uniforme linéairement croissante θ^{haut} est appliquée à la face supérieure jusqu'à ce la température maximale ${\theta_{haut}}^{max} = 1600$ K soit atteinte. La température de la surface inférieure est établie comme température de

1. Le nombre de Biot est un paramètre adimensionné permettant de caractériser de façon phénoménologique les variations de flux de chaleur traversant la fissure.

référence. La poutre est fixée en son centre ($U_y[x = 0, y = 0] = 0$) afin d'autoriser la flexion de la structure et des flux de chaleur nuls [$q_0(x = \pm L) = 0$] sont imposés sur les deux côtés.

La solution couplée en déplacement-température est calculée grâce à un algorithme CSS sous-cyclé [Piperno 1995] à pas de couplage adaptatif (voir section 5.2), en utilisant les mêmes maillages pour les sous-problèmes mécanique et thermique. La structure est maillée à l'aide de quadrangles quadratiques réguliers de longueur d'élément l_{el} = 0,05 mm. Les variations du flux de chaleur interfacial consécutives à l'évolution du problème mécanique sont analysées. Deux longueurs de pré-fissure sont étudiées (a = 4 et 8 mm). De même, les conséquences de la redistribution du flux de chaleur sur les déformations d'origine thermique sont examinées. Par ailleurs, deux modèles de conductance interfaciale sont comparés :

— A/ un modèle de conductance dont les paramètres ne dépendent pas explicitement de la température, avec $C_g = 0$ et sans effets radiatifs. Les paramètres matériau mécanique et thermique sont donnés dans le tableau 5.3-A.

— B/ un modèle de conductance impliquant une dépendance linéaire de la conductivité thermique des gaz $k_g = k_a + C_g\bar{\theta}$ et les effets radiatifs entre les lèvres de la fissure. Les paramètres matériau mécanique et thermique sont donnés dans le tableau 5.3-B.

TABLE 5.2 – Paramètres matériau de la poutre fissurée.

	Substrat	Revêtement
E (GPa)	420	180
ν	0,23	0,2
α (10^{-6} K^{-1})	6,7	3,2
k (W/mK)	33	10

TABLE 5.3 – Paramètres matériau de l'interface.

	Interface A	Interface B
σ_{Ic} (MPa)	30	30
δ_{Ic} (mm)	0,01	0,01
β	0,2	0,2
k_a (W/mK)	0,013	0,013
k_m (W/mK)	20	20
C_g (W/mK^2)	0	$6{,}5\times10^{-5}$
ω (mm)	10^{-4}	10^{-4}
e_m	pas de radiation	0,8

5.1.5.2 De la flexion à l'ouverture de la fissure

Les évolutions des profils de température sont représentés sur les figures 5.8 et 5.9. Quand la différence de température entre les faces supérieure et inférieure de

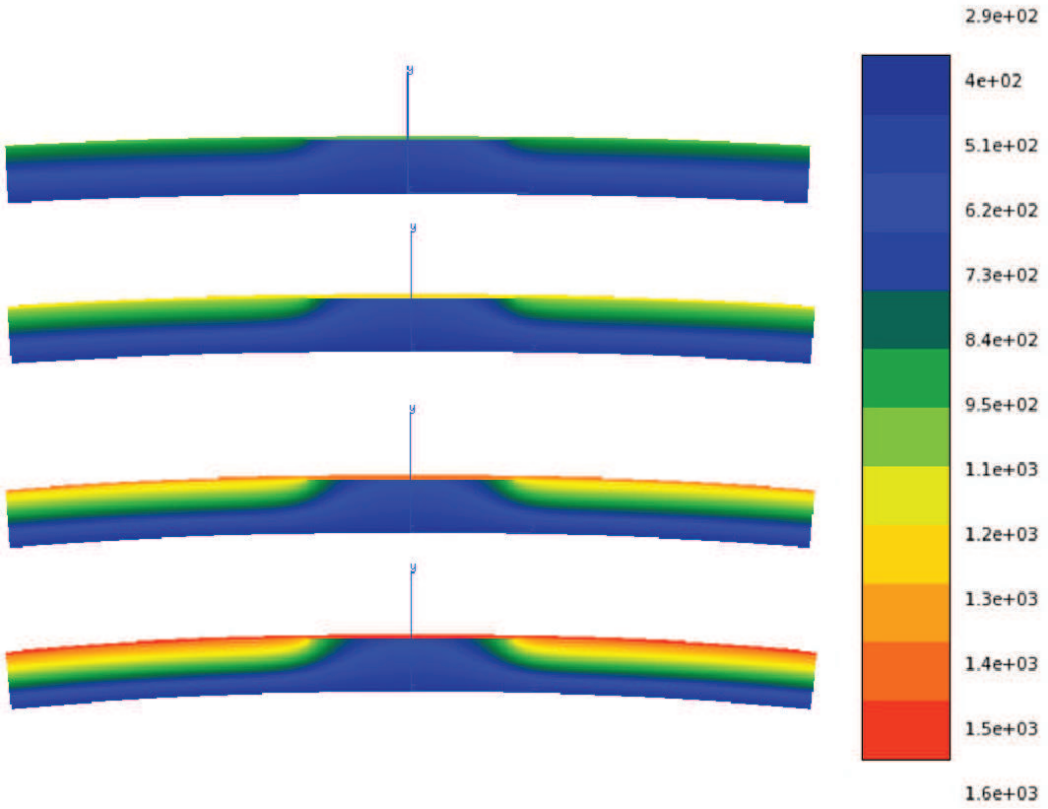


FIGURE 5.8 – Evolution du champ de température (K) pour une pré-fissure de longueur $a = 4$ mm et un modèle de conductance de fissure A.

la structure augmente, les dilatations thermiques entraînent la flexion de la structure. La flexion entraîne à son tour l'ouverture de la pré-fissure cohésive. Lorsque l'ouverture de la fissure devient significative, la fissure peut gêner le flux de chaleur transversal. Plus la conductance de la fissure décroît, plus elle tend à bloquer les flux de chaleurs transversaux qui sont alors redirigés vers les parties les plus conductrices de l'interface, c'est à dire les zones les moins endommagées.

Lorsque la différence de température $\theta^{haut} - \theta^{bas}$ augmente, les contraintes thermiques induites par les flux de chaleur redirigés au voisinage des pointes de fissure peuvent accroître de façon significative l'ouverture de fissure. C'est le cas avec le modèle de conductance A (figure 5.8). En contraste, le profil de température calculé à l'aide du modèle B où la conductance dépend de la température $\bar{\theta}$ de la zone cohésive n'est pas très perturbé par la présence d'une fissure tant que la différence de température appliquée $\theta^{haut} - \theta^{bas}$ est inférieure à 1200 K (figure 5.9). Cette tendance des résultats a également été observé par [Hattiangadi 2004] pour des paramètres matériau différents.

Lorsque la différence de température atteint 1300 K, une cloque est formée au centre du revêtement. L'ouverture normale maximale de la fissure cohésive, obtenue en $x = 0$, est comparée pour les deux modèles de conductance de fissure (figure 5.10).

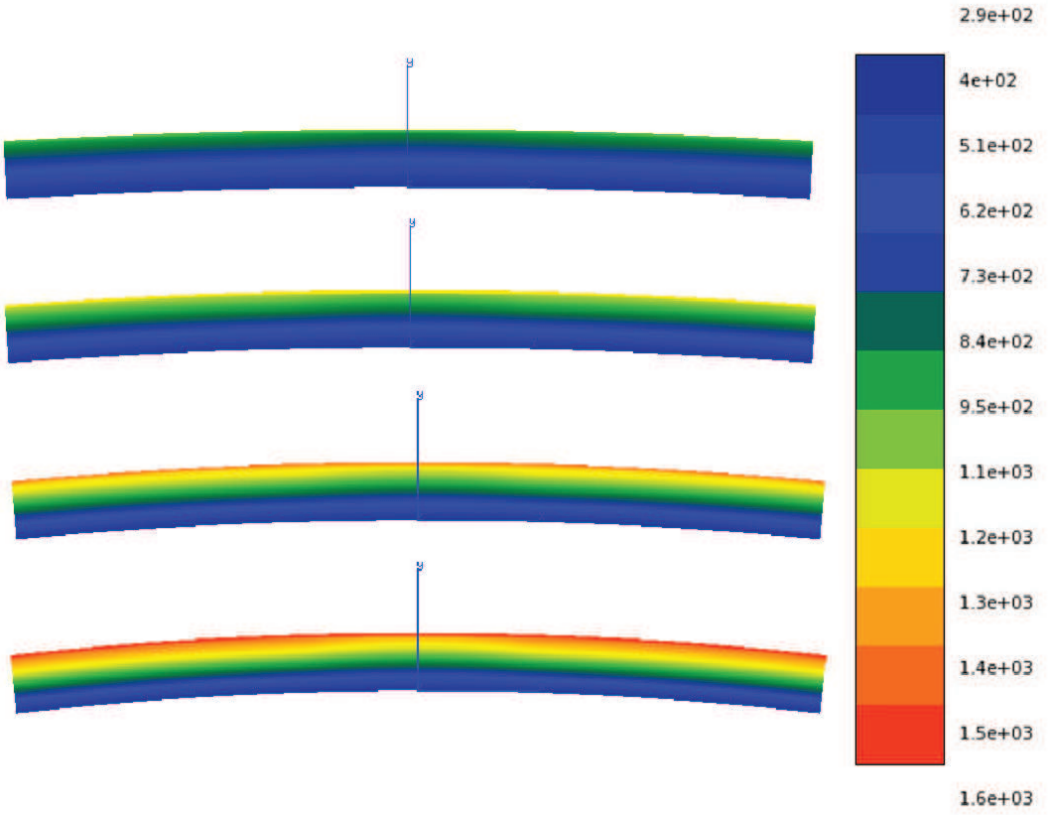


FIGURE 5.9 – Evolution du champ de température (K) pour une pré-fissure de longueur $a = 4$ mm et le modèle B de conductance de fissure qui prend en compte la dépendance des paramètres cohésifs à la température ainsi que les effets radiatifs à l'intérieur de la fissure.

La plus grande ouverture est obtenue avec le modèle A. L'ouverture de fissure est en revanche retardée avec le modèle B. Ces observations sont valables pour les deux longeurs de pré-fissure étudiées. On remarque également que les ouvertures normales obtenues pour de plus grandes longueurs de pré-fissure ($a = 8$ mm) sont plus grandes.

On montre une comparaison des ouvertures normales d'interface entre deux calculs (figure 5.11). Le premier est un bimatériau dont les propriétés mécaniques et thermiques des deux couches (revêtement et subtrat) sont données dans le tableau 5.2. Le second est un monomatériau dont les propriétés mécaniques et thermiques des deux couches correspondent à celle du substrat. Dans les deux cas, on observe la formation d'une cloque au centre de la structure dont la profondeur maximale est proche de la valeur de δ_{Ic}. Les différences d'ouverture observées proviennent du fait que le modèle monomatériau est plus rigide. Par ailleurs, la réalisation du calcul sur un modèle monomatériau (mêmes paramètres matériau pour le subtrat et le revêtement) montre que l'ouverture de fissure n'est pas un résultat de la disparité élastique des deux couches, notamment de la dilatation thermique contrariée entre

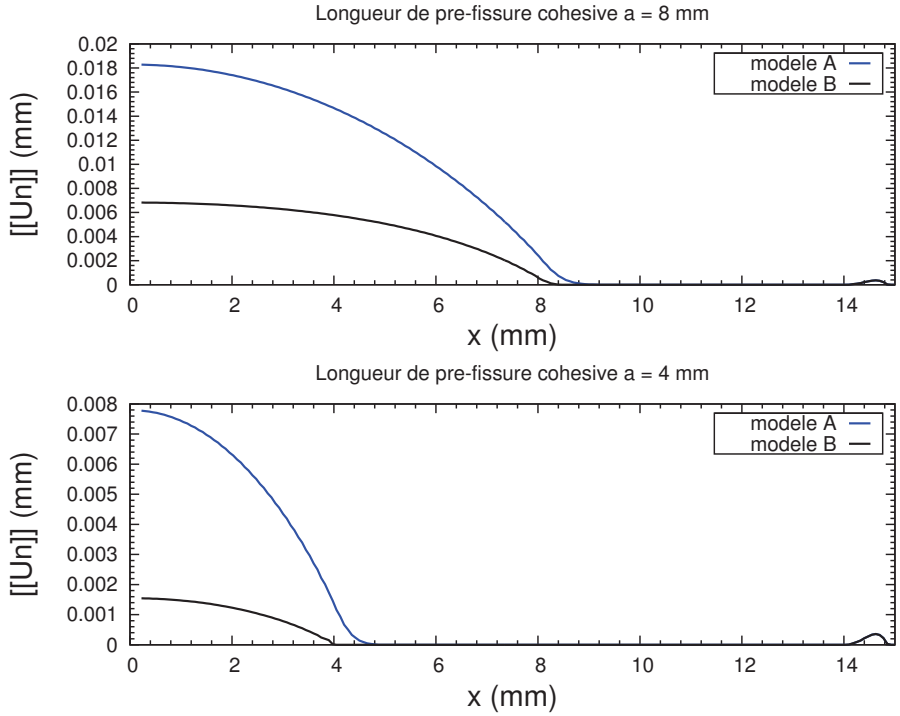


FIGURE 5.10 – Ouverture normale à $(\theta^{haut} - \theta^{bas})_c = 1300$ K de la zone cohésive le long de la longueur de la structure.

les deux couches de coefficients de dilatation thermique différents. Cette ouverture de fissure est la conséquence de la modification du profil de température induite par la présence d'une fissure cohésive.

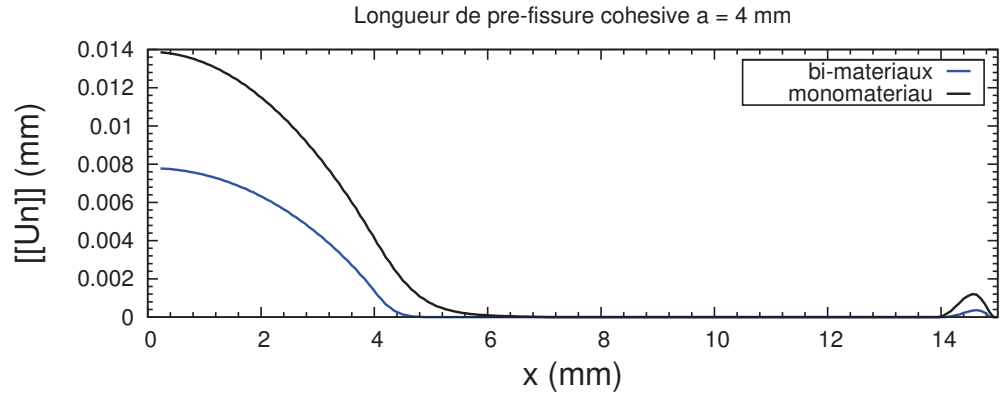


FIGURE 5.11 – Ouverture normale à $(\theta^{haut} - \theta^{bas})_c = 1300$ K de la zone cohésive le long de la longueur de la structure avec le modèle A de conductance interfaciale. Comparaison entre les ouvertures normales pour une structure bimatériau et une structure monomatériau.

On compare à présent l'effet de la longueur de la pré-fissure sur le comportement thermo-mécanique de la structure. Trois longueurs $a = 4; 6$ et 8 mm de pré-fissures sont étudiées et sont évaluées en fonction de la dépendance ou non à la température du modèle de conductance interfaciale (modèle A et B). Le flux de chaleur interfacial q^*_{CZ} en $x = 0$. Il est comparé pour les trois longueurs de pré-fissure et est comparé à une solution analytique prise comme étant le flux de chaleur $q_s = -k_{eq}\frac{\partial\theta}{\partial y}$ d'une structure non fissurée, avec k_{eq} la conductivité équivalente telle que $1/k_{eq} = 1/k_r + 1/k_s$, k_s et k_r étant les conductivités thermiques du substrat et du revêtement respectivement. Les flux de chaleur traversant l'interface obtenus à l'aide des modèles de conductance A et B sont tracés sur la figure 5.12.

Pour toutes les longueurs de pré-fissures étudiées, une fraction importante de la conductance interfaciale d'une structure non-fissurée est initialement récupérée. Pour la pré-fissure courte ($a = 4$ mm), le flux de chaleur interfacial calculé pour le modèle de conductance B, c'est-à-dire avec des paramètres dépendant de la température de l'interface, est très peu perturbé. Au fur et à mesure que la structure fléchit, les flux de chaleurs traversant l'interface diminuent peu de sorte à maintenir des transferts de chaleur à l'interface comparables à ceux transférés dans une structure non-fissurée, y compris pour des différences de température élevées. Pour de plus grande longueurs de pré-fissure, les valeurs initiales sont proches de q_s et diminuent ensuite pour une différence de température $\theta^{haut} - \theta^{bas}$ d'autant plus faible que la longueur de pré-fissure est grande. Les flux de chaleurs à l'interface augmentent ensuite proportionnellement à l'augmentation de la température appliquée, d'après l'équation 5.22. L'observation du champ de contraintes σ^*_{xx} dans le revêtement, calculée en $x = 0$ et illustré sur la figure 5.13-a, montre une diminution des contraintes dans la direction $\vec{x}$ lorsque le flux de chaleur interfacial diminue.

La réponse couplée calculée à l'aide du modèle A, dont les paramètres d'interface ne dépendent pas de la température, évoluent différemment par rapport à la longueur de pré-fissure. Pour une faible différence de température $\theta^{haut} - \theta^{bas}$, le comportement thermique de la fissure ne dévie pas de celui d'une structure fissurée. Les transferts de chaleur sont alors assurés par la conductance de contact. Lorsque la différence de température augmente, le flux de chaleur décroît avec l'accroissement de l'ouverture de fissure. Dans le cas d'une fissure pseudo-isolante, la redirection des flux de chaleurs vers les régions les moins endommagées tendent à accroître l'ouverture d'interface du fait de l'importance des contraintes d'origine thermique. Plus la longueur de pré-fissure est faible, plus la différence de température ($\theta^{haut} - \theta^{bas}$) à laquelle le flux de chaleur interfacial décroît est faible. D'après l'équation 5.22 et compte tenu du comportement pseudo-isolant de la fissure, les valeurs convergent vers $[[\theta]]k_a/[[u_n]]$ avec l'augmentation de la différence de température (figure 5.12-b). Les contraintes σ_{xx} dans le revêtement, représentées sur les figures 5.13-b et 5.14, montrent une transition de la traction à la compression dans la partie du revêtement adjacente à la pré-fissure, simultanément avec la baisse du flux de chaleur interfacial. Les contraintes d'origine thermique engendrées par la redirection des flux de chaleur à l'interface tendent à mettre la couche supérieure en compression. Les efforts de compression sont d'autant plus importants que la pré-fissure est

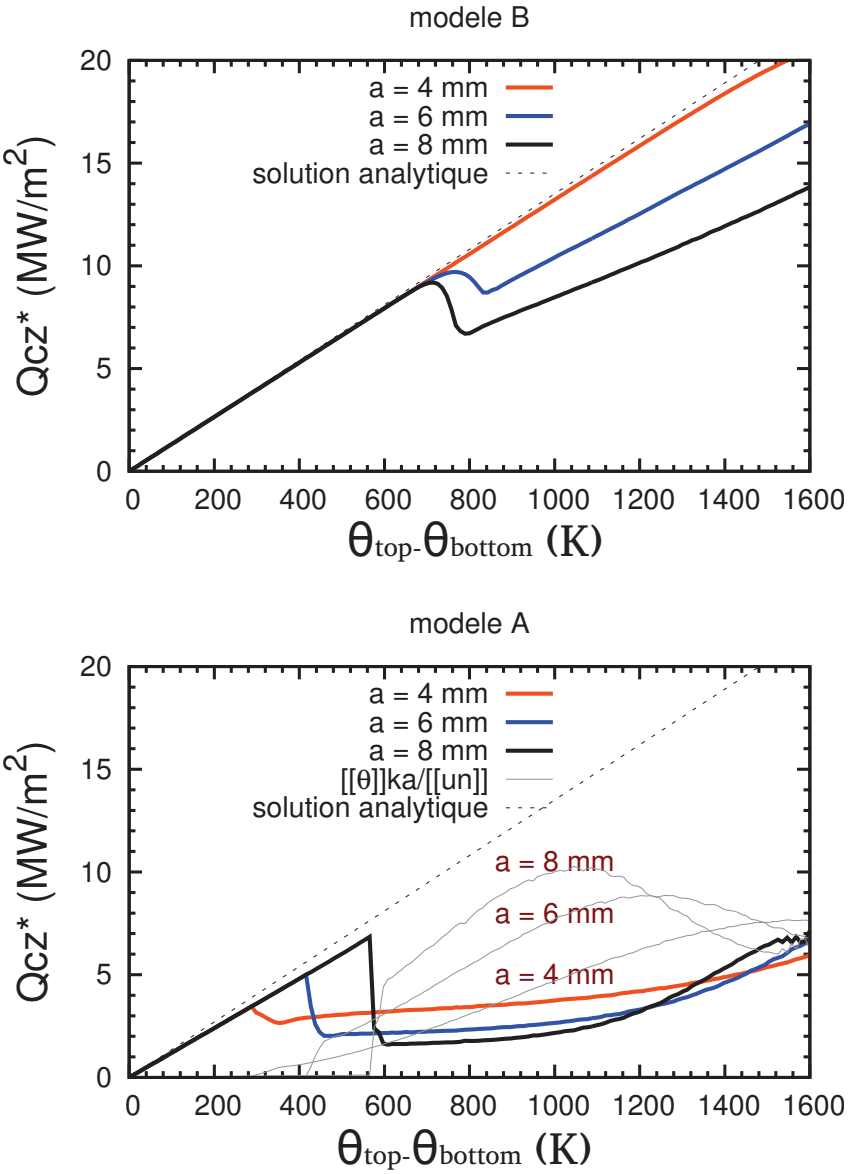


FIGURE 5.12 – Flux de chaleur à travers la zone cohésive en $x = 0$, en fonction de la différence de température appliquée $\theta^{haut} - \theta^{bas}$, pour deux configurations différentes de conductance interfaciales A et B ainsi que trois tailles a de pré-fissure cohésive différentes.

grande et ce sont ces contraintes qui contribuent à l'augmentation de l'ouverture de la fissure (figure 5.10) plus importante avec le modèle de conductance A qu'avec le modèle B.

Ces observations montrent que la présence de gaz "chauds" dans l'interface, obtenue avec le modèle de conductance B, réduit l'ouverture de fissure en maintenant les transferts de chaleur à l'interface. La présence d'une fissure de petite

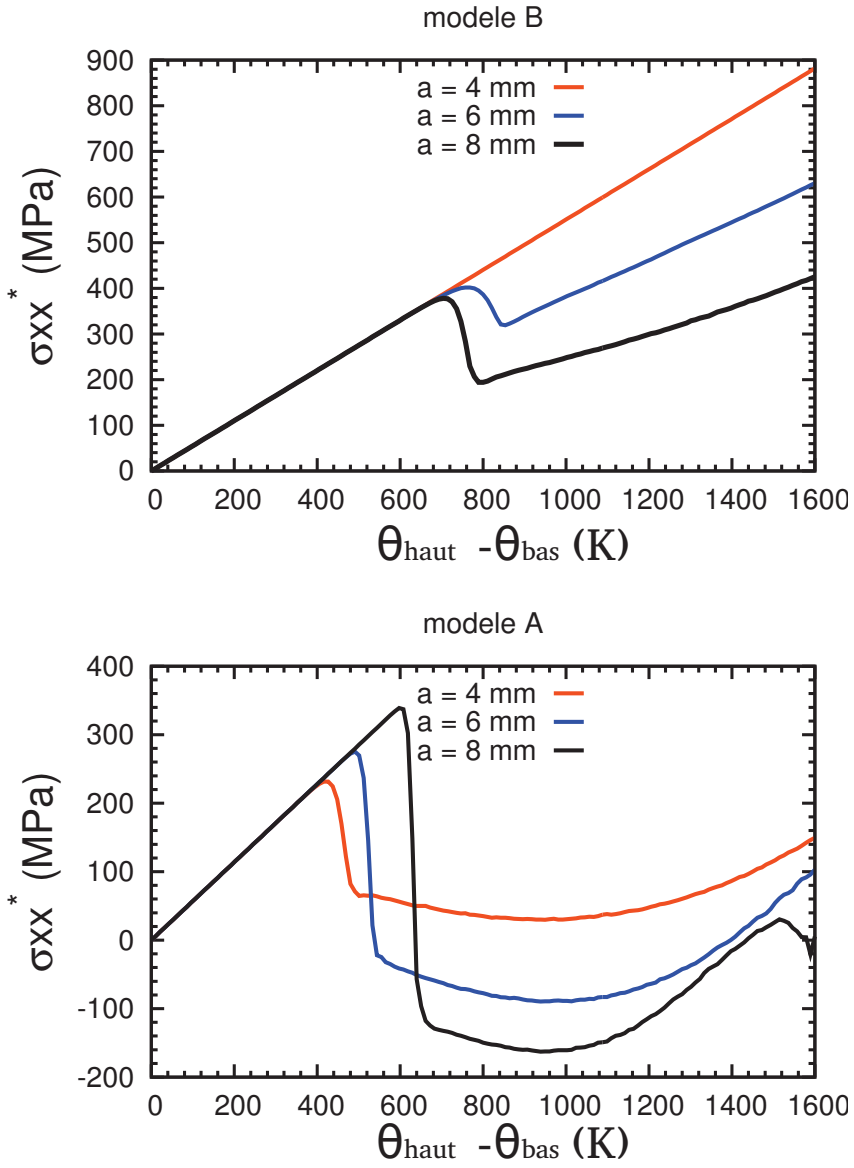


FIGURE 5.13 – Contrainte σ_{xx} dans le revêtement, en x = 0, en fonction de la différence de température appliquée $\theta^{haut} - \theta^{bas}$, pour deux configurations différentes de conductance interfaciales A et B ainsi que trois tailles a de pré-fissure cohésive différentes.

taille affecte donc peu le comportement thermo-mécanique global de la structure qui reste proche de celui d'une structure non-fissurée. En revanche, lorsque la fissure ouverte est peu conductrice, elle tend à rediriger les flux de chaleur vers les régions les plus conductrices, induisant ainsi de fortes contraintes d'origine thermique qui provoquent l'ouverture de l'interface.

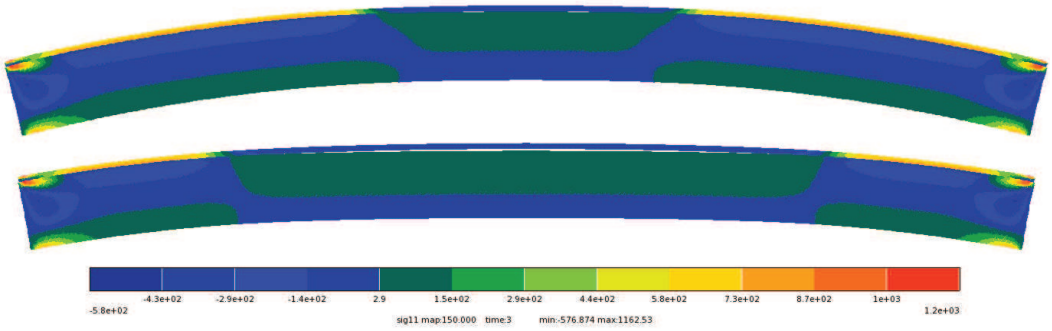


FIGURE 5.14 – Champs de contrainte σ_{xx} pour une conductance interfaciale suivant le modèle A (a) longueur de pré-fissure $a = 4$ mm, (b) longueur de pré-fissure $a = 8$ mm.

5.1.5.3 Délaminage sous l'effet d'un gradient transversal de température

Dans cette section, on cherche à faire propager la fissure sous l'effet du gradient thermique appliqué dans l'épaisseur et à comparer les résultats à ceux de la littérature. Ce problème a déja été formulé de manière analytique par [Hutchinson 1995] dans le but d'établir un critère en température en-dessous duquel le délaminage ne peut avoir lieu. Pour une structure monomatériau contenant une pré-fissure de longueur $2a$ située à une distance $e = 0,211H$ de la face supérieure, la différence de température critique au-delà de laquelle la fissure se propage est donnée par :

$$(\theta^{haut} - \theta^{bas})_c = \frac{1}{\alpha}\sqrt{\frac{G_c(\phi)\left(1 + \frac{k_g H}{4k_{vol}\cos\phi}\sqrt{\frac{\pi\bar{E}}{G_c(\phi)a}}\right)^2}{10^{-2}\bar{E}H}} \tag{5.28}$$

où $k_g = \alpha k_a$ désigne la conductivité des gaz remplissant la pré-fissure, α étant une constante. La structure est supposée être élastique isotrope, de conductivité k_{vol}, de coefficient de dilatation thermique α et avec $\bar{E} = E/(1-\nu^2)$, où E est le module d'Young et ν le coefficient de Poisson. L'angle de mixité modale ϕ est également calculée de manière analytique à l'aide de l'expression suivante :

$$\tan(\phi) = \frac{K_{II}}{K_I} \tag{5.29}$$

Les expressions détaillées des facteurs d'intensité des contraintes K_{II} et K_I sont données en Annexe A.3. Afin de se placer dans les mêmes conditions que le modèle analytique, les calculs réalisés ne tiennent pas compte de la dépendance des paramètres du modèle cohésif à la température (modèle A). De plus, la structure est un monomatériau dont les paramètres sont donnés dans le tableau 5.3-A et les deux couches ont les paramètres matériau du substrat. La propagation est analysée pour différentes valeurs de la conductivité k_g des gaz contenus dans la pré-fissure. L'évolution du champ de température au cours de l'accroissement de la fissure interfaciale est représentée en figure 5.15 pour une conductivité $k_g = 0,25k_a$ des gaz

contenus dans la fissure. L'évolution du profil de température induit par l'évolution des variables internes de l'interface y est représenté.

Les différences de température critique avant propagation sont comparées dans le tableau 5.4. $(\theta^{haut} - \theta^{bas})_c^{calcul}$ correspond à la différence de température atteinte lors de la rupture du premier élément d'interface. Les valeurs calculées sont proches des valeurs obtenues par le calcul analytique donné par Eq. 5.28 (moins de 3,5 % d'écart entre la valeur calculée et la valeur analytique). Les différences observées peuvent être dûe aux hypothèses qui sous-tendent le modèle analytique. Dans l'analyse de [Hutchinson 1995], l'ouverture de la fissure est supposée constante le long de la fissure et il n'y a pas de contact entre les lèvres de la fissure. De plus, la solution est établie à partir d'une fissure dans un milieu infini.

Les comparaisons effectuées entre les différentes valeurs de la conductivité du k_g du gaz contenu dans la fissure montrent que plus la fissure est conductrice et donc plus k_g est élevée, plus la différence de température critique à propagation est élevée. Cette différence se manifeste également sur l'étendue des zones endommagées représentée sur la figure 5.16 à une différence de température donnée, le long de l'axe x à partir de la pointe de la pré-fissure $x = 4$ mm. Le modèle avec la plus faible conductance est le plus endommagé et le plus délaminé. Quelques effets de bords sont visibles à l'extrémité de la structure, à $x = 15$ mm.

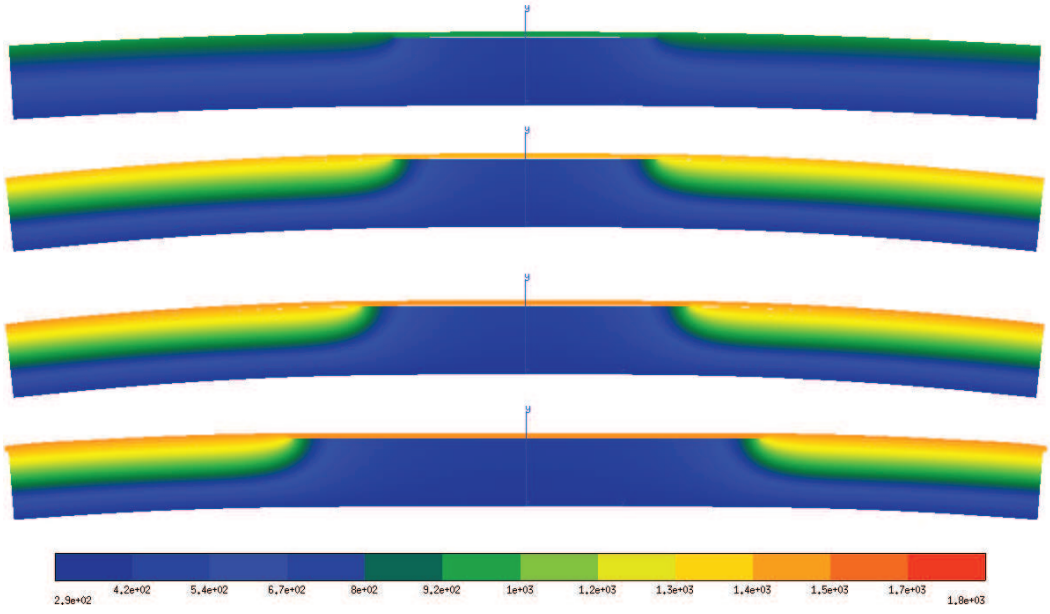


FIGURE 5.15 – Evolution du champ de température au cours de la propagation $(k_g = 0,25k_a)$.

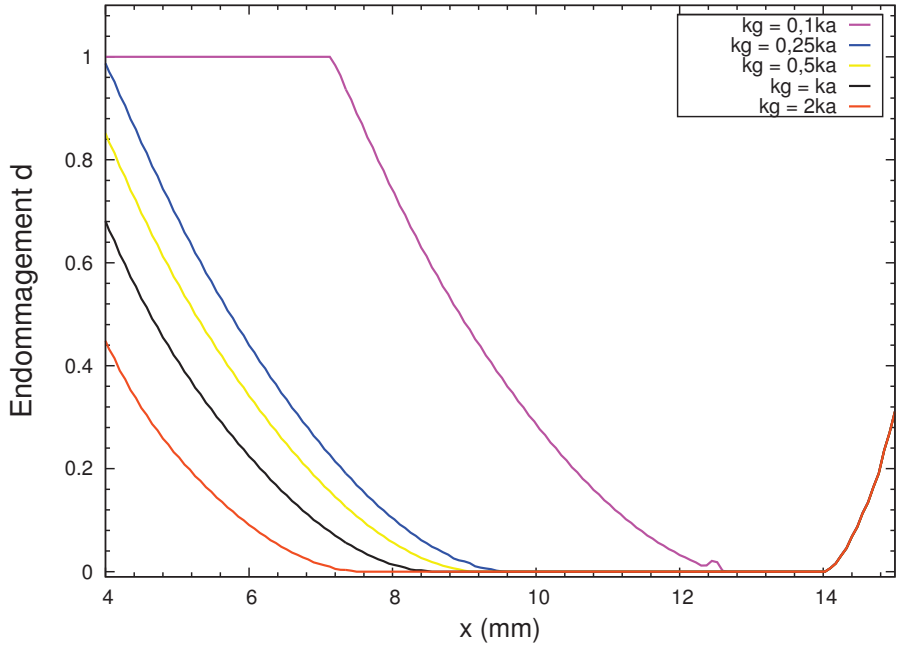


FIGURE 5.16 – Comparaison de l'étendue des zones endommagées, pour une différence de température appliquée = $(\theta^{haut} - \theta^{bas}) = 810.85$K sur le cas monomatériau.

TABLE 5.4 – Comparaison avec le modèle analytique.

k_g	$(\theta^{haut} - \theta^{bas})_c$ (K)	$(\theta^{haut} - \theta^{bas})_c^{calcul}$ (K)	écart absolu (K)	écart relatif
$0{,}1k_a$	748,41	774,85	26,44	3,5 %
$0{,}25k_a$	798,17	822,85	24,68	3,09%
$0{,}5k_a$	881,12	894,85	13,73	1,5 %
k_a	1047,01	1062,85	15,84	1,5 %
$2k_a$	1378,80	1386,85	8,05	0,5 %

5.1.5.4 Etude paramétrique

Influence de la rugosité moyenne 2ω de l'interface.

La pré-fissure cohésive est initialement fermée (ouverture normale $[[u_n]] = 0$) jusqu'à ce que la flexion de la structure provoque l'ouverture de la pré-fissure. Au cours de cette première phase, les transferts de chaleur à l'interface se font par conduction de contact entre les deux lèvres de la fissure. La conductance de contact est inversement

proportionnelle à la rugosité moyenne 2ω des lèvres de la fissure (d'après Eq. 5.20). Lorsque $(0 < [[u_n]] \leq 2\omega)$, la conductance de contact est calculée par la contribution des gaz chauds contenus à l'interface dans les cavités formées par les aspérités en contact. Si $[[u_n]] = 0$, la conductance de contact est calculée comme étant la somme d'une contribution proportionnelle à la pression de contact p_c et d'une contribution des gaz chauds contenus dans les cavités formées par les aspérités en contact.

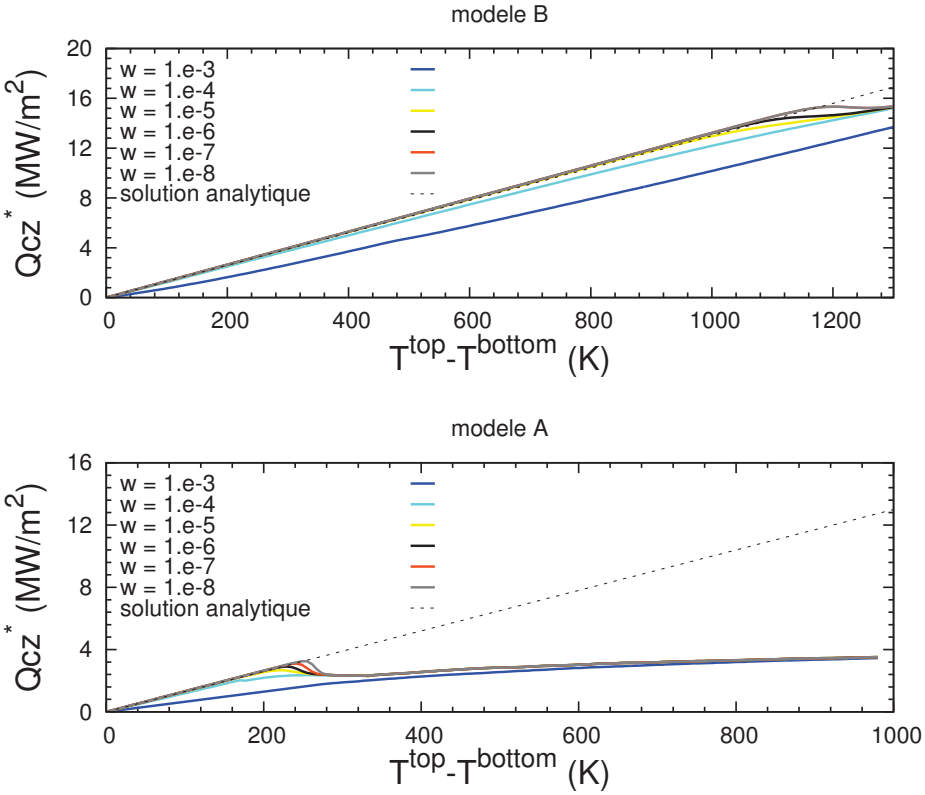


FIGURE 5.17 – Flux de chaleur interfacial Q^*_{cz} calculé en x = 0 en fonction de la différence de température appliquée $\theta^{haut} - \theta^{bas}$, pour différentes valeurs de la rugosité moyenne des lèvres de la fissure 2ω (mm), (a) modèle d'interface B, (b) modèle d'interface (A).

Le flux de chaleur interfacial $q^*_{cz}(x = 0)$ est tracé sur la figure 5.17 pour différentes valeurs du paramètre w, pour une pré-fissure de longueur ($a = 4$ mm). Le paramètre 2ω traduit l'ouverture de transition entre la fissure en contact et la fissure ouverte. Pour de faibles valeurs ($2\omega < 2\mu$m), on remarque que peu de perturbations du flux de chaleur interfacial interviennent en dehors de la transition contact-ouverture qui se produit lorsque la différence de température appliquée avoisine $\theta^{haut} - \theta^{bas} = 220$ K pour une fissure modélisée avec les paramètres A (tableau 5.3-A) et pour une différence de température appliquée avoisinant $\theta^{haut} - \theta^{bas} = 1200$ K avec les paramètres B (tableau 5.3-B). Dans la zone de transition contact-ouverture,

l'influence du paramètre de rugosité est perceptible. L'augmentation de 2ω tend à adoucir le comportement cohésif thermique. En revanche, avec une valeur trop élevée de la rugosité interfaciale (à partir de $2\omega = 2$ μm), le flux de chaleur interfacial ne présente pas une zone de transition nette entre contact et ouverture. Les flux de chaleurs à l'interface sont alors plus faibles du fait de la part non-négligeable de la conductivité des gaz contenus dans les cavités formées à l'interface sur la conductance de la fissure (figure 5.17).

Influence du paramètre β de dépendance à la mixité des modes de sollicitation à l'interface

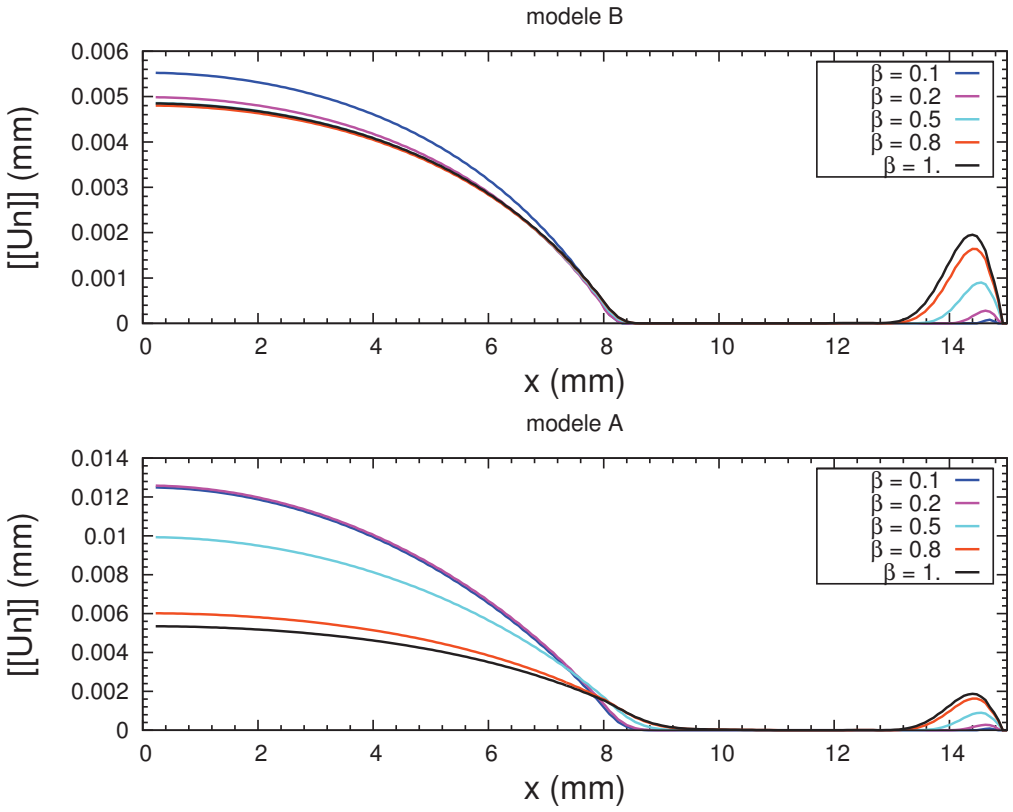


FIGURE 5.18 – Ouverture normale à $(\theta^{haut} - \theta^{bas})_c = 1300$ K de la zone cohésive pour différentes valeurs du paramètre β de dépendance à la mixité des modes.

Lorsque la différence de température atteint 1300K, une cloque se forme au centre du revêtement. L'ouverture normale maximale de la fissure cohésive, obtenue en $(x = 0)$, est comparée sur la figure 5.18 pour les deux modèles de conductances A et B, en faisant varier le paramètre β quantifiant la dépendance du taux de

restitution d'énergie critique G_c à la mixité des modes de sollicitation à l'interface (équation 4.18). Le même taux de restitution d'énergie critique G_{Ic} en mode I est utilisé pour tous les calculs. Il résulte de cette comparaison que les plus grandes ouvertures d'interface sont obtenues pour les valeurs les plus faibles de β, ce qui indique une forte dépendance à la mixité des modes de sollicitations. Les contraintes de cisaillement présentes en pointe de fissure ont pour effet d'accroître la ténacité de l'interface $G_c(\phi)$, qui est d'autant plus élevée qu'elle est sollicitée en mode II de fissuration. Comme la plus grande valeur de $G_c(\phi)$ est obtenue pour la plus petite valeur de β, la plus grande profondeur de la cloque est obtenue pour $\beta = 0.1$, et cela avec les deux modèles de conductance. Cette comparaison montre l'importance de la dépendance de G_c à la mixité des modes de sollicitation sur la morphologie de la cloque. Plus G_c est élevé, plus la cloque tend à se stabiliser et à s'approfondir sous l'accroissement du gradient de température. En revanche, plus la profondeur de la cloque augmentera, plus les pointes de fissure seront sollicitées en mode I [Hutchinson 2001], ce qui favorisera la propagation de la cloque.

5.2 Couplage thermo-mécanique

Dans le but de réutiliser le code existant, le choix de la méthode de couplage s'est portée sur une méthode partitionnée permettant de traiter indépendamment chaque sous-problème mécanique et thermique. La méthode de couplage utilisée est l'algorithme sous-cyclé CSS (Conventional Serial Staggered) [Piperno 1995] implanté dans Z-set. Les sous-problèmes mécanique et thermique s'échangent les quantités nécessaires au couplage à des instants précis qui correspondent à la fréquence de la physique la plus lente, généralement la mécanique (figure 5.19). Au cours d'une itération de couplage, chaque code peut être amené à réaliser un sous-cyclage de pas de temps Δt_{sc} au cours duquel une approximation linéaire de l'évolution des grandeurs physiques entre deux états transmis est réalisée pour déterminer l'état sous-cyclé. Cette approximation influence fortement la stabilité de la solution couplée.

5.2.1 Couplage à pas de temps adaptatifs

La réalisation des premiers calculs thermo-mécaniques couplés mettant en œuvre le modèle de zone cohésif thermo-mécanique a montré les limitations de l'algorithme sous-cyclé CSS à pas de couplage fixe pour la modélisation d'une fissure qui se propage, incluant la prise en compte des variations induites dans le profil de température.

Les limitations du modèle se manifestent lors d'une propagation rapide de la fissure, rendant le problème thermique incapable de réaliser des prédictions correctes du champ de température. La propagation rapide de la fissure peut entraîner de grandes variations des champs locaux d'endommagement et/ou d'ouverture normale qui ne sont pas prises en compte au cours des itérations de couplage. L'accumulation des erreurs au cours des incréments rend alors le calcul peu prédictif.

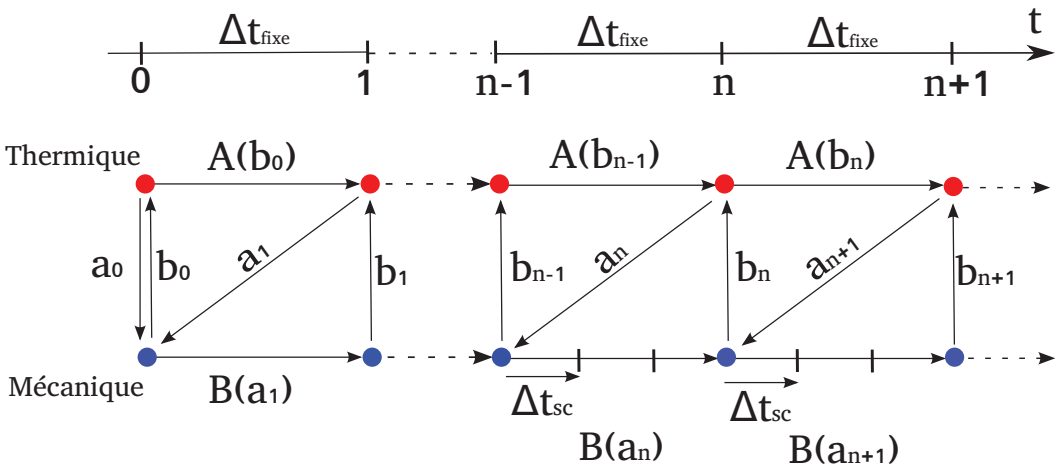


FIGURE 5.19 – Algorithme CSS sous-cyclé à pas de couplage fixe Δt_{fixe} [Piperno 1995].

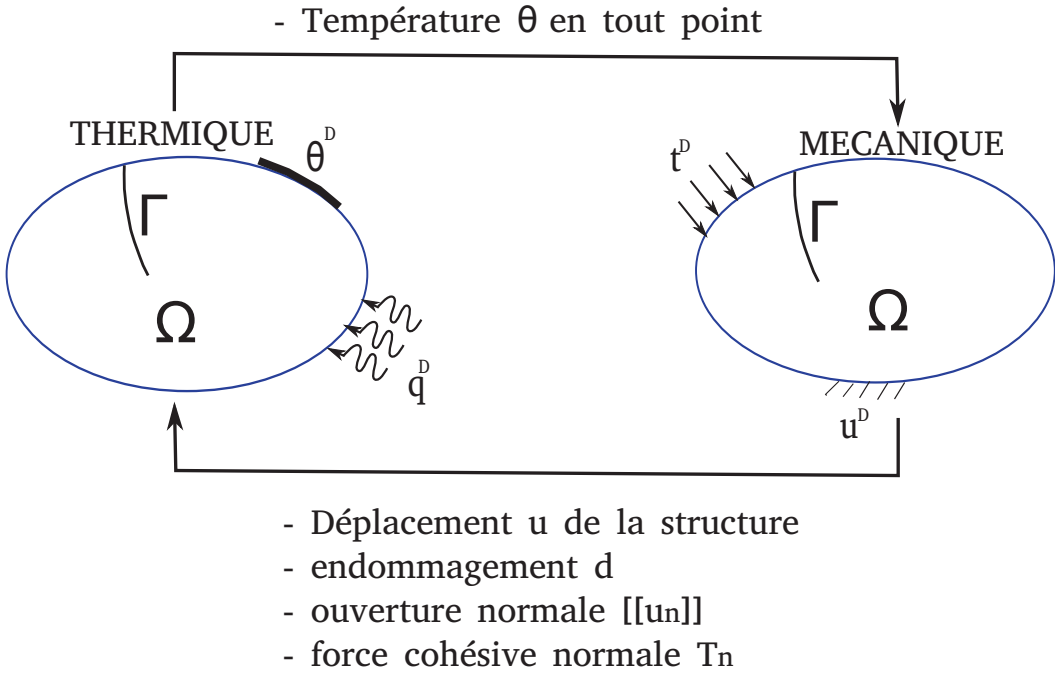


FIGURE 5.20 – Quantités échangées entre les problèmes mécanique et thermique au cours du couplage.

Ces limitations ont conduit à l'introduction d'un pilotage des pas de temps au moyen d'une variable interne du modèle cohésif mécanique. La variable interne est choisie comme étant une variable dont des variations trop importantes peuvent affecter le problème thermique. Selon les cas, il peut s'agir de l'ouverture normale $[[u_n]]$ ou l'endommagement d. Ce pilotage à pas de temps adaptatif permet d'invalider le pas de temps du code thermique si le code mécanique doit réaliser un

sous-cyclage dans le but d'effectuer de plus petits incréments si les variations de la variable interne de couplage est trop importante. Il est illustrée en figure 5.21 et s'effectue de la façon suivante pour un couplage contrôlé sur $[[u_n]]$:

- le code thermique réalise la prédiction $A(b_n)$
- le code mécanique calcule l'état $B(a_{n+1})$ à partir du profil de température a_{n+1}
  - Si les variations de $[[u_n]]$ induites par a_{n+1} sont trop importantes (valeur $[[u_n]]$ supérieure à deux fois sa valeur à l'incrément précédent) de le code mécanique divise ses pas de temps et calcule l'état $B(a_{n+\Delta t_{sync}})$ à l'instant $t = n + \Delta t_{sync}$.
  - Le code thermique invalide son pas de temps, réalise une nouvelle prédiction consistant à calculer $A(b_{n+\Delta t_{sync}})$ et envoie les variables $a_{n+\Delta t_{sync}}$ au problème mécaniqe, à l'instant $t = n + \Delta t_{sync}$
  - le code mécanique calcule l'état $B(a_{n+\Delta t_{sync}})$.

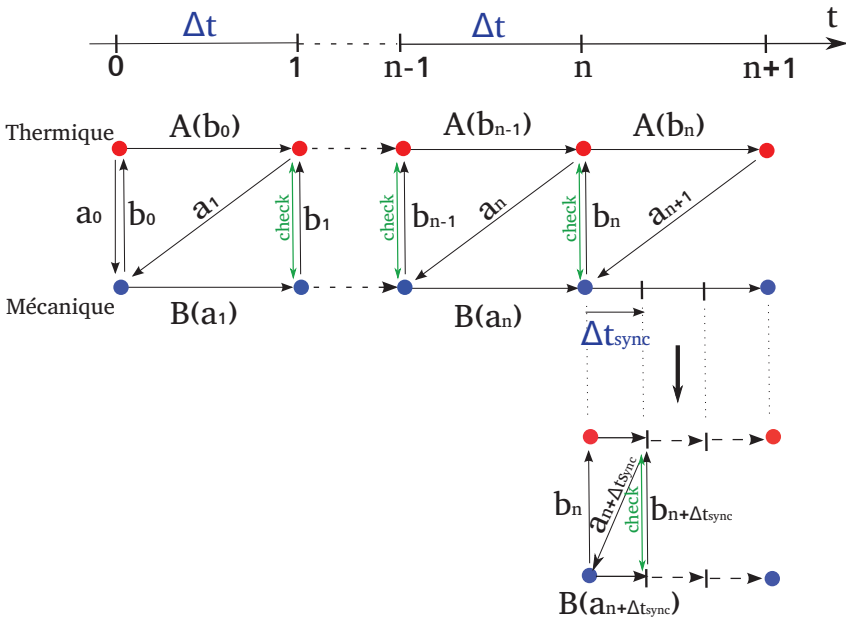


FIGURE 5.21 – Rajout d'un pas de temps adaptatif au moyen d'un contrôle sur une variable interne du modèle cohésif. Une vérification de la convergence du problème couplé (check) est effectuée en fin de chaque incrément suivant un critère prédéfini.

5.2.2 Illustration sur le cas de la poutre fissurée en flexion

Le calcul présenté en paragraphe 5.1.5 est analysé à l'aide des deux méthodes de couplage incluant ou non l'adaptation des pas de temps par contrôle sur une variable interne mécanique. On notera "Couplage 1" les résultats obtenus à l'aide de l'algorithme CSS sous-cyclé à pas de couplage fixe et "Couplage 2" les résultats obtenus lors d'un calcul couplé avec pas de temps adaptatifs entre les deux sous-problèmes et contrôlé à l'aide de la variable interne d'ouverture interfaciale $[[u_n]]$

calculée au sein du problème mécanique. Les paramètres de couplage utilisés pour chacune des deux méthodes comparées sont donnés dans le tableau 5.5.

TABLE 5.5 – Paramètres de couplage

Couplage	1, Δ_{t1}	1, Δ_{t2}	1, Δ_{t3}	2
nombre d'itérations de couplage	5	5	5	1
nombre d'incréments par sous-problème	150	300	600	150

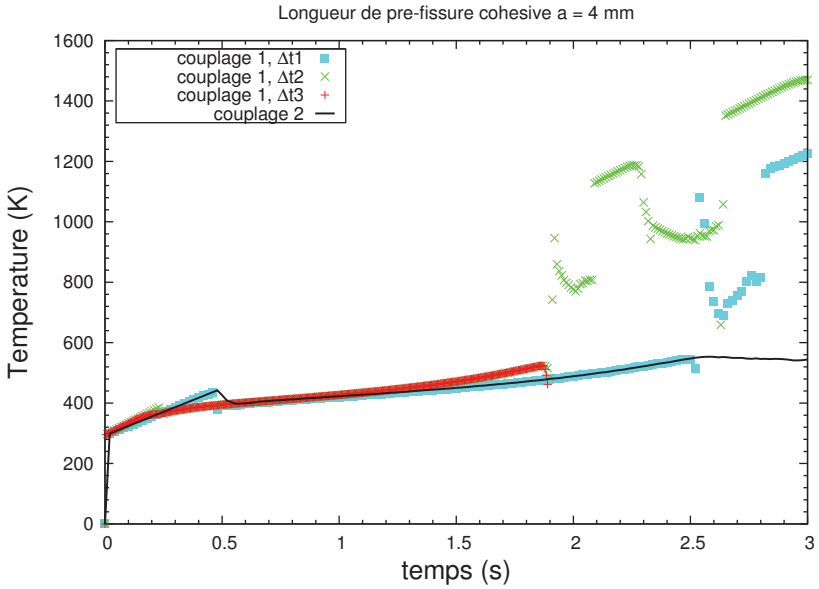


FIGURE 5.22 – Comparaison de la température calculée en un point du substrat situé au centre de la structure avec deux méthodes de couplage différente.

L'évolution de la température en un point du substrat situé au centre de la structure (figure 5.7), sous la pré-fissure cohésive, obtenue par le "Couplage 1" avec des pas de temps fixe, 5 itérations couplage et pour un nombre d'incréments allant de 150 à 600, est comparé à l'évolution de la température obtenue par la méthode "Couplage 2", tel qu'on peut le voir sur la figure 5.22. Les instants $t = 0,5$ s et $t = 2,5$ s correspondent respectivement à la transition contact/ouverture et au début de la propagation de la fissure. Le calcul effectué avec 600 incréments a divergé à $t =$ 1,9 s. A l'instant $t = 2{,}5$ s correspondant à la rupture du premier élément d'interface, les températures calculées par la méthode de couplage 1 oscillent lorsque la fissure se propage. En revanche, la température calculée au même point par la méthode de Couplage 2 évolue sans osciller et est cohérente avec les déformations mécaniques. On constate en effet une décroissance de la température du substrat consécutive à l'ouverture de fissure qui a engendré la décroissance des flux de chaleurs traversant l'interface.

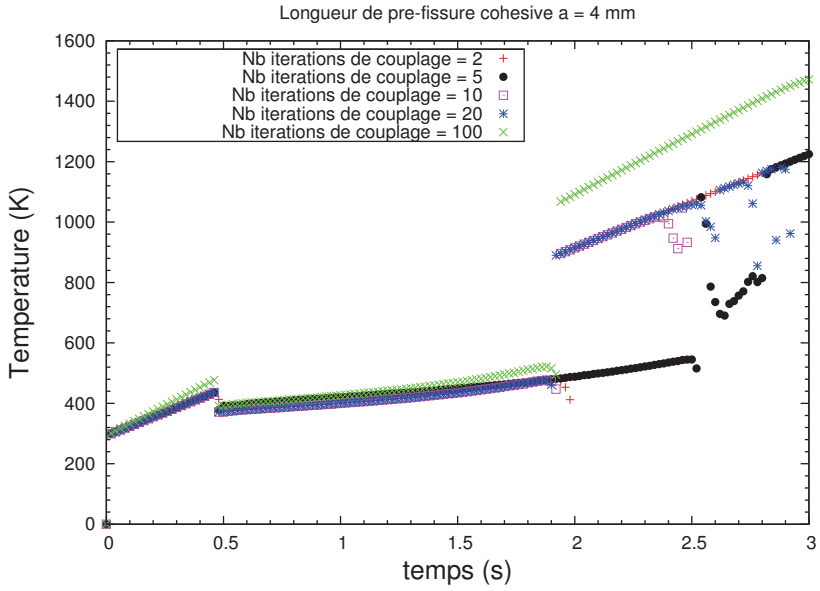


FIGURE 5.23 – Comparaison de la température calculée en un point situé au centre de la structure avec l'algorithme CSS sous-cyclé à pas de couplage fixe (couplage 1) pour différents nombre d'itérations de couplage.

On compare à présent les températures obtenues au même point du substrat à partir des résultats de plusieurs calculs réalisés avec le "Couplage 1", avec 150 incréments et pour différents nombres d'itérations de couplage variant de 2 à 100 (figure 5.23). L'instant $t = 0,5$ s correspond à une ouverture rapide de la pré-fissure, sans propagation, tandis que l'instant $t = 2,5$ s correspond au début de la propagation de la fissure. L'évolution du profil de température est régulière avant la rupture du premier élément d'interface mais est fortement perturbée lorsque la fissure se propage. Ces perturbations se manifestent sous la forme d'un saut de température visible à partir de $t = 2$ s et aussi sous forme d'oscillations de la température au cours de la propagation de la fissure. L'augmentation du nombre d'itérations de couplage ne résout donc pas le problème.

L'évolution de l'endommagement mécanique de l'interface est également très affectée par le couplage thermo-mécanique. L'état d'endommagement de l'interface à l'instant $t = 3$ s est représenté sur la figure 5.24, avec $d = 0$ pour une interface saine et $d = 1$ pour une interface rompue, la taille initiale de la pré-fissure étant de $a = 4$ mm. Quelques effets de bords sont présents à l'extrémité de la structure ($x = 15$ mm).

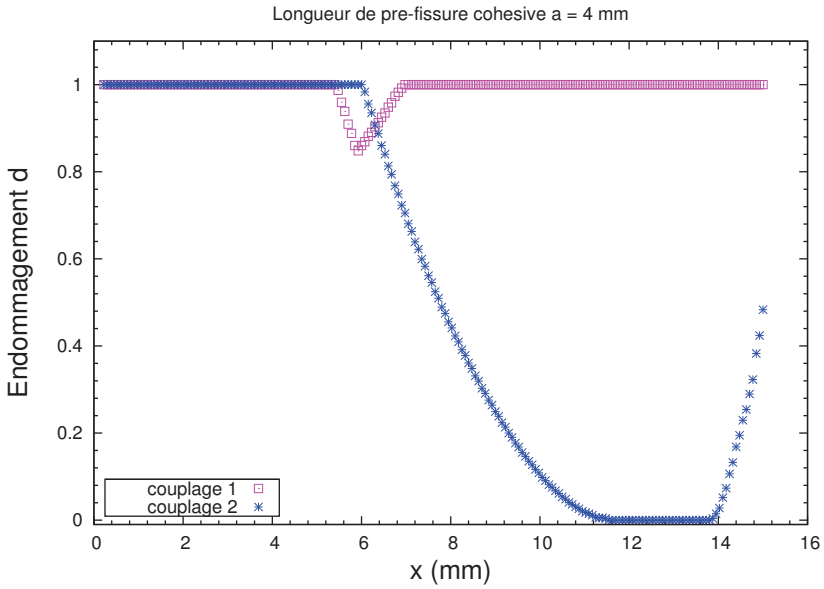


FIGURE 5.24 – Comparaison des profils d'endommagement d de la structure obtenus avec deux méthodes de couplage différente, à $t = 3$ s. Le centre de la structure se trouve en (x = 0).

5.3 Implantation d'un élément de coque thermique dans Z-set

Dans le cadre de cette étude, un modèle de coque thermique destiné à modéliser le gradient de température dans la barrière thermique est à implanter et à valider dans le code de calcul Z-set. Son interpolation devra tenir compte de la forme de la répartition de la température dans l'épaisseur de la barrière thermique. La formulation choisie est présentée puis validée sur des cas tests simples issus de la littérature. Sa géométrie, décrite par une surface moyenne, dérive d'un élément volumique 3D isoparamétrique où les cotés linéaires relient les deux faces (*top* et *bottom*) qui contiennent le même nombre de nœuds. De plus, les faces externes de l'élément sont courbes tandis que les sections le long de l'épaisseur restent droites.

5.3.1 Formulation d'un modèle de coque thermique avec répartition linéaire de la température dans l'épaisseur

On se propose d'implanter un modèle de coque thermique avec répartition linéaire de la température dans l'épaisseur tel que présenté dans [Surana 1990]. Ce modèle de coque thermique est comparable à une hypothèse de type Reissner-Mindlin en mécanique, selon laquelle une droite normale à la surface moyenne de la coque reste droite au cours de la transformation, ce qui permet d'avoir des champs de déplacement qui varient linéairement dans l'épaisseur. La cinématique et le champ de température de l'élément sont décrits dans la section 2.2.5.2. Dans la modélisation thermique, une répartition linéaire de la température dans l'épaisseur de la coque s'obtient en écrivant le champ de température en fonction de deux variables nodales : la température de sa surface de référence (température moyenne) et le gradient de la température dans son épaisseur. Cette modélisation est comparable aux modélisations de coques mécaniques qui possèdent des inconnues en déplacement et en rotation à chaque nœud.

Les degrés de liberté de la coque avec une interpolation linéaire de la température dans l'épaisseur sont la température moyenne θ_m^K et le gradient de température dans l'épaisseur $\frac{\partial \theta^K}{\partial \gamma}$ pour chaque nœud situé sur la surface moyenne de la coque (figure 5.25) :

$$\theta_m^K = \frac{\theta_{haut}^K + \theta_{bas}^K}{2} \quad \text{et} \quad \frac{\partial \theta^K}{\partial \gamma} = \frac{\theta_{haut}^K - \theta_{bas}^K}{t^K} \tag{5.30}$$

5.3.1.1 Implantation : l'approche Continuum Based pour les coques thermique

Dans le cadre de la thèse, on s'en tiendra à un modèle de coque thermique avec répartition linéaire de la température dans l'épaisseur. L'implantation numérique est réalisée suivant l'approche "Continuum Based " (CB) pour les coques détaillée en 4.2.1. De même qu'en mécanique, on construit, à partir de la géométrie de la

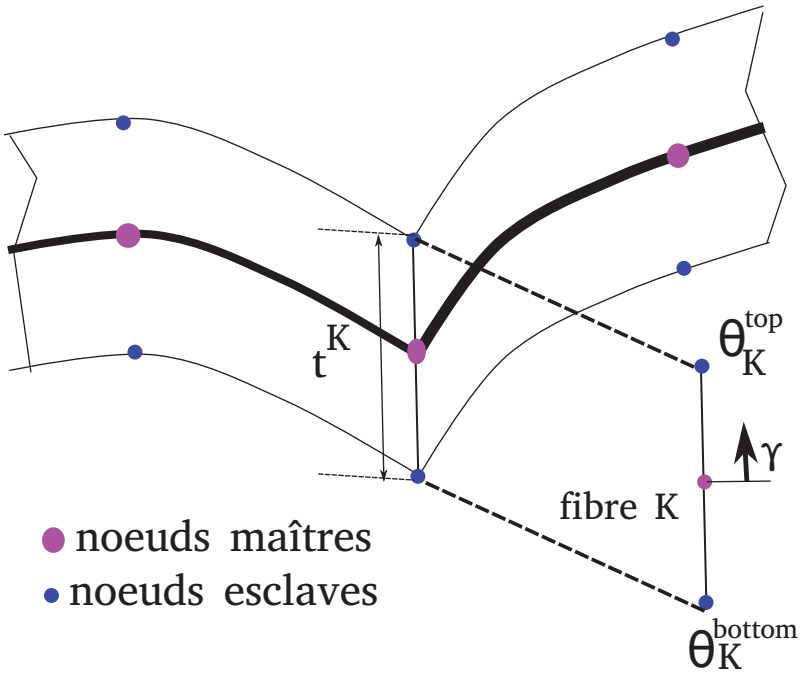


FIGURE 5.25 – Degrés de liberté le long d'une fibre.

coque, un élément volumique sous-jacent dont on nommera les nœuds "esclaves". On peut noter que dans une représentation linéaire de la température dans l'épaisseur, l'élément volumique sous-jacent aura deux fois plus de nœuds que l'élément coque. Ces derniers seront fictifs mais permettront de déterminer par des moyens numériques ne faisant pas référence aux spécificités de la modélisation coque, le jacobien et le résidu de l'élément, qui serviront par la suite à calculer, par projection, ceux de la coque.

La température moyenne et le gradient de température dans l'épaisseur sont les degrés de liberté des nœuds maîtres, tandis que les nœuds esclaves auront une température par nœud. La relation entre les degrés de liberté de la modélisation coque et ceux de la modélisation volumique sous-jacente le long d'une fibre (figure 5.25) s'écrit

$$\left\{ \begin{array}{c} \theta_K^{top} \\ \theta_K^{bot} \end{array} \right\}_{esclave} = \mathbf{G}_K \left\{ \begin{array}{c} \theta_K \\ \frac{\partial \theta_K}{\partial \gamma} \end{array} \right\}_{maitre} \tag{5.31}$$

Où $\mathbf{G}_K$ est le bloc, correspondant à la fibre K, de la matrice $\mathbf{G}$ qui décrit le passage entre les modélisations maître/esclave. $\mathbf{G}_K$ est donnée par

$$\mathbf{G}_K = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} \\ 1 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix} \tag{5.32}$$

La matrice $\mathbf{G}$ permet de déduire aisément la relation entre les flux aux nœuds maîtres et esclaves (équation 5.33) ainsi que la relation entre les matrices de rigidité (équation 5.34) de chaque représentation :

$$\left\{ \begin{array}{c} f_K^{top} \\ f_K^{bot} \end{array} \right\}_{esclave} = \mathbf{G} f_K^{maitre} \tag{5.33}$$

$$K_{ij}^{maitre} = \mathbf{G}^T K_{ij}^{esclave} \mathbf{G} \tag{5.34}$$

où $\mathbf{G}^T$ désigne la transposée de la matrice $\mathbf{G}$. Cette approche a l'avantage de permettre l'utilisation plus intuitive de modèles issus d'une représentation volumique classique, et épargne donc de développer une formulation complète incluant l'écriture de la forme faible et la discrétisation d'un problème prenant en compte la complexité engendrée par la courbure de la coque. Par ailleurs, l'approche Continuum Based shell permet d'exploiter des méthodologies numériques destinée à la modélisation volumique déja en place et validée dans Z-set.

5.3.1.2 Raccord avec éléments à 3 DDL

Le raccord des éléments coques à deux degrés de liberté avec des éléments volumique à un degré de liberté en température est réalisé à l'aide de conditions de type MPC [2]. Elles sont imposées entre les nœuds maîtres de la coque et ceux de l'élément à un degré de liberté à raccorder. Cette relation entre les degrés de liberté de nœuds non nécessairement coïncidents est ici de type linéaire du fait de l'approximation linéaire de la température dans l'épaisseur de la coque. Ainsi, la continuité entre les champs de température de deux éléments de degrés de liberté différents est assurée de manière dynamique au cours du calcul. Si les nœuds de degrés de liberté θ^V de la face supérieure d'un élément tridimensionnel sont raccordés à la face inférieure de la coque, la relation s'écrit :

$$\left\{ \ \theta_K^V \ \right\} = \mathbf{G}_K^+ \left\{ \begin{array}{c} \theta_K \\ \frac{\partial \theta_K}{\partial \gamma} \end{array} \right\} \tag{5.35}$$

$\mathbf{G}_K^+$ est le bloc de $\mathbf{G}_K$ correspondant à la face à raccorder, avec $\mathbf{G}_K^+ = [1 \quad 1/2]$. Cette technique de raccordement sera mise en œuvre lors de l'utilisation combinée d'éléments coques avec des éléments de zone cohésive.

5.3.1.3 Cas particulier des conditions aux limites

Les conditions aux limites du problème thermique considéré ici peuvent être spécifiées comme des températures imposées $\theta = \theta^D$, des flux imposés $q = \bar{q}$ ou encore des convections surfaciques $q = h(\theta - \theta_0)$. Dans le cadre de la modélisation de la BT, on prendra par exemple en entrée un couple (h, θ_0), réparti sur l'enveloppe externe de l'aube et issu d'un calcul aérothermique de la turbine.

Compte tenu de la géométrie de l'élément coque, représentée ici par une unique surface courbe et dont les degrés de liberté sont mixtes (température et gradient), l'application des conditions aux limites sur une "face" de la coque, ne coïncidant

2. Multi-Points Constraints.

pas avec la surface moyenne, ne se fait pas sans détour. Cependant, la modélisation volumique sous-jacente offre un cadre plus spontané à l'écriture des conditions aux limites à appliquer sur une face dont la géométrie, fictive, repose sur celle de cet élément volumique sous-jacent. Il en résulte par exemple qu'imposer une température θ^D sur une face d'une coque revient à écrire une relation linéaire entre ses degrés de liberté (température moyenne et gradient de température dans l'épaisseur). Cela équivaut à mettre en place une relation de type MPC (Multi-Point Constraint) qui permet de projeter la condition aux limites sur la surface moyenne. Les particularités liées à l'application de conditions aux limites sur l'élément de coque thermique ont été traitées cas par cas et ont fait l'objet de développement de conditions aux limites spécifiques dans Z-set.

Ainsi, imposer une température (condition de type Dirichlet) sur une face de la coque thermique à répartition linéaire dans l'épaisseur revient à mettre en place une relation de type MPC entre les nœuds maîtres et les nœuds esclaves de la face concernée. Imposer des température sur les deux faces revient à ajouter deux MPC. Pour les conditions de type Neumann $q = \bar{q}$ appliquée sur une face de la coque thermique, l'utilisation de la matrice de passage $\mathbf{G}$ permet d'appliquer le flux de chaleur surfacique à la face de l'élément volumique sous-jacent sur lequel l'intégration numérique est réalisée. Le passage coque-volume s'écrit

$$\int_{\Gamma_c} [N_{coque}]^T \bar{q} d\Gamma = [\mathbf{G}]^T \int_{\Gamma_v} [N_{volume}]^T \bar{q} d\Gamma \tag{5.36}$$

$[N_{coque}]$ est la matrice des fonctions de forme de l'élément de coque surfacique, $[N_{volume}]$ est la matrice des fonctions de forme de l'élément volumique.

En ce qui concerne les conditions de flux convectif $q = h(\theta - \theta_0)$ (conditions de Robin), une contribution au résidu de la même forme que 5.36 doit être calculée, ainsi qu'une contribution au jacobien qui apparaît du fait de la dépendance de la condition aux limite à la température. La contribution au résidu s'obtient à partir de la matrice de passage $\mathbf{G}$:

$$\int_{\Gamma_c} [N_{coque}]^T q d\Gamma = [\mathbf{G}]^T \int_{\Gamma_v} [N_{volume}]^T q d\Gamma \tag{5.37}$$

La contribution au jacobien s'obtient par :

$$\int_{\Gamma_c} [N_{coque}]^T \frac{\partial q}{\partial \theta} [N_{coque}] d\Gamma = [\mathbf{G}]^T \int_{\Gamma_v} [N_{volume}]^T \frac{\partial q}{\partial \theta} [N_{volume}] d\Gamma [\mathbf{G}] \tag{5.38}$$

avec

$$\frac{\partial q}{\partial \theta} = \frac{\partial h}{\partial \theta}(\theta - \theta_0) + h \tag{5.39}$$

5.3.2 Validation numérique des éléments de coque thermique et des conditions de raccord

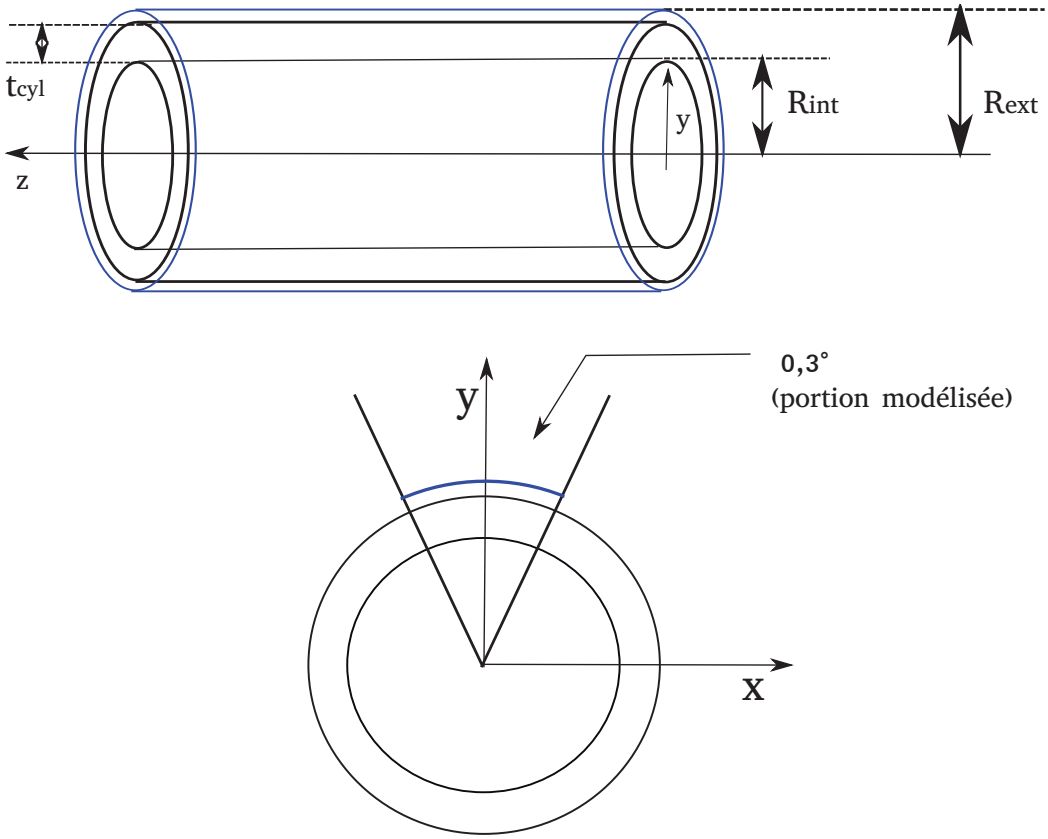


FIGURE 5.26 – Géométrie du cylindre et portion modélisée.

L'exemple numérique présenté est mis en œuvre dans le but de valider la précision du modèle de coque implanté ainsi que des conditions de raccords décrite en paragraphe 5.3.1.2. Les calculs disposent de solutions analytiques en thermique stationnaire. La géométrie du problème est représentée sur la figure 5.26. On considère un cylindre creux infiniment long maillé avec des éléments volumiques, de rayon interne $R_{int} = 5$ mm et d'épaisseur $t_{cyl} = 4$ mm. La conductivité thermique du cylindre est $K = 3$ W/(mK). Le cylindre est recouvert d'une couche d'élément coque ayant les mêmes propriétés matériau que le volume et d'épaisseur $t_{coque} = 0{,}1$ mm. Les conditions aux limites appliquées sont telles que la température ne varie pas dans les directions axiales et circonférentielle. Seule une portion du cylindre est donc modélisée (figure 5.26). Il s'agit d'une section radiale du tube (3^o) avec une dimension axiale arbitraire ($z = 10$). Deux exemples de conditions aux limites sont étudiées :

— Cas 1 : Conditions de Dirichlet
Une température θ_{int} est imposée sur la paroi interne du cylindre et une température θ_{ext} est imposée sur la paroi externe. On cherche à comparer la température à l'intérieur du tube $R_{int} < R < R_{ext}$. Des conditions de flux nuls sont appliquées sur les bords du cylindre. Pour des raisons de symétrie, les

isothermes sont des cylindres coaxiaux et la température n'est pas fonction de la position z. S'il n'y a pas de dégagement de chaleur interne et si la conductivité thermique est constante, l'équation de la chaleur s'écrit :

$$\Delta\theta = \frac{d^2\theta}{dR^2} + \frac{1}{R}\frac{d\theta}{dR} = 0 \tag{5.40}$$

La solution de cette équation différentielle est de la forme :

$$\theta = \alpha \ln R + \beta \tag{5.41}$$

où α et β sont deux constantes calculées à l'aide des conditions aux limites du problème. Le champ de température analytique, qui est ici indépendant de la conductivité K constante, est alors donné par l'expression :

$$\theta = \frac{\theta_{int} - \theta_{ext}}{\ln \frac{R_{int}}{R_{ext}}} \ln R + \frac{\theta_{ext} \ln R_{int} - \theta_{int} \ln R_{ext}}{\ln \frac{R_{int}}{R_{ext}}} \tag{5.42}$$

— (1) $\theta_{int} = 20^oC$ et $\theta_{ext} = 100^o$C
— (2) $\theta_{int} = 20^oC$ et $\theta_{ext} = 300^o$C

Les résultats obtenus sont tracés sur les figures 5.27 et 5.28 et comparés à la solution analytique. Les solutions calculées sont quasiment égales aux solutions analytiques.

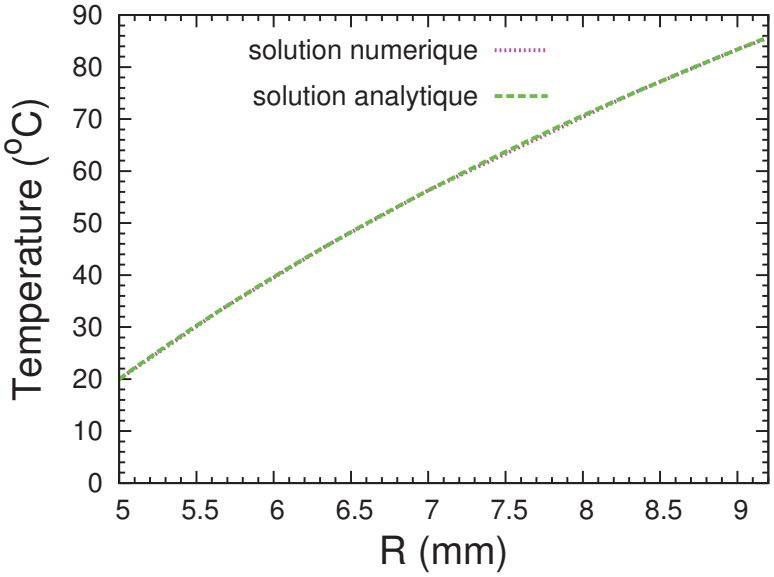


FIGURE 5.27 – Température dans la direction radiale du cylindre en configuration déformée pour (a) $\theta_{int} = 20^oC$ et $\theta_{ext} = 100^o$C.

— Cas 2 : Flux convectif et flux surfacique
On applique un flux de chaleur surfacique $\bar{q}$ sur la paroi interne du cylindre et un flux de chaleur convectif $q = h(\theta - \theta_0)$ est appliqué sur la paroi externe, avec $h = 5\text{W/mm}^{-2}\text{K}^{-1}$ et $\theta_0 = 30^o$C. Des conditions de flux nul sont

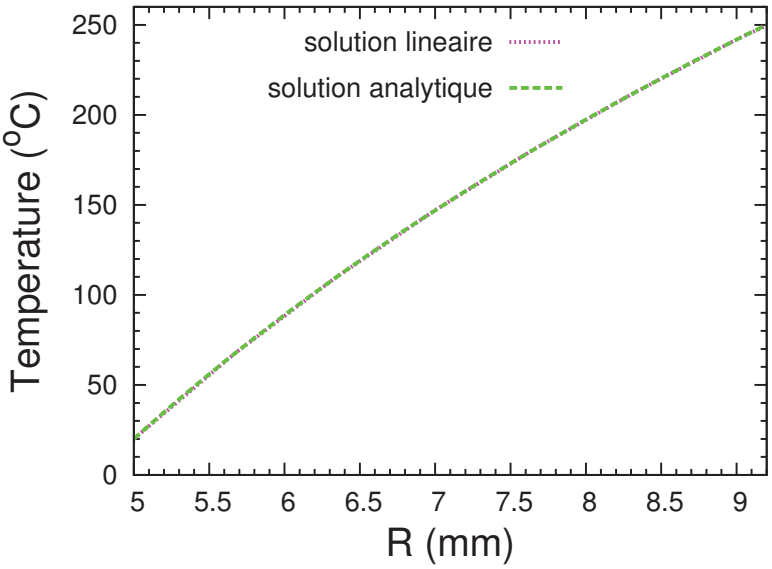


FIGURE 5.28 – Température dans la direction radiale du cylindre en configuration déformée pour $\theta_{int} = 20^oC$ et $\theta_{ext} = 300^o$C.

appliquées sur les bords du cylindre. Une solution analytique du champ de température peut être obtenue à partir des équations de la conduction thermique unidimensionnelle exprimée dans la direction radiale :

$$\theta = \frac{\bar{q} R_{ext}}{K} \left(\ln(\frac{R}{R_{int}}) + \frac{K}{h R_{int}} \right) + \theta_0 \tag{5.43}$$

Deux valeurs du flux de chaleur surfacique sont appliquées :

— (1) $\bar{q} = 100$ W/mm^{-2}
— (2) $\bar{q} = 200$ W/mm^{-2}

Les résultats obtenus sont tracés sur les figures 5.29 et 5.30 et comparés à la solution analytique. On constate quelques écarts entre la solution analytique et la solution calculée. Pour le calcul (1), l'erreur est de 2^oC sur la surface externe tandis qu'elle est de 5^oC pour le calcul (2). Compte tenu des températures appliquées, ces erreurs peuvent être considérées comme acceptable.

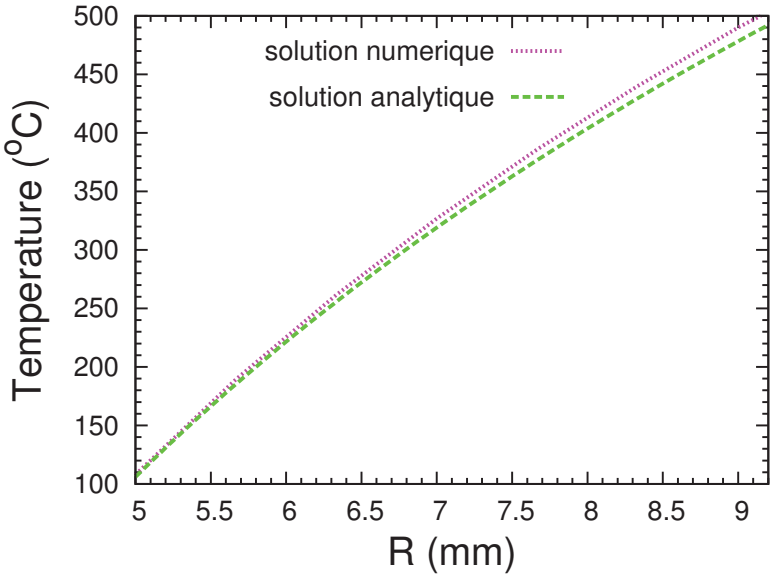


FIGURE 5.29 – Température dans la direction radiale du cylindre en configuration déformée pour $\bar{q} = 200$ W/mm^{-2}.

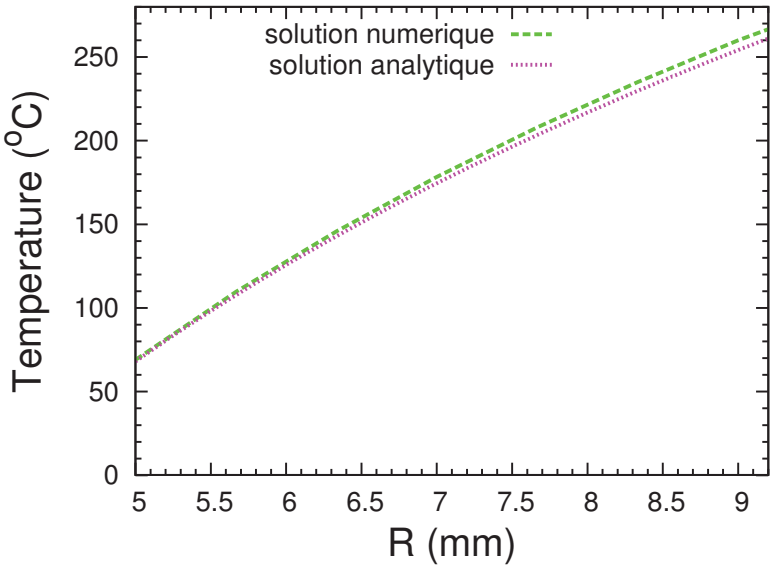


FIGURE 5.30 – Température dans la direction radiale du cylindre en configuration déformée pour $\bar{q} = 100$ W/mm^{-2}.

5.4 Conclusion du chapitre

Un modèle de zone cohésive thermique dont la formulation variationnelle repose sur un Lagrangien est présenté. Son intérêt principal est de pouvoir modéliser une interface parfaitement conductrice lorsqu'elle est mécaniquement parfaitement

adhérente. Dans la définition du modèle cohésif thermique (partie 5.1.2), on a fait l'hypothèse que, lorsque l'interface est endommagée mais fermée, c'est-à-dire que l'ouverture normale est égale à zéro, l'interface est parfaitement conductrice. Une autre hypothèse aurait pu être faite en considérant que si l'interface était endommagée et fermée, le flux de chaleur interfacial est affecté. La définition de la conductance interfaciale h_{CZ} aurait alors nécessité l'introduction d'un paramètre supplémentaire x_i de régularisation empêchant sa valeur d'être infinie lorsque l'ouverture normale de l'interface est égale à zéro, de la forme $h_{CZ} = \frac{K}{x_i}$, où K représente la conductivité de l'interface. Le paramètre x_i est une limite inférieure de l'ouverture normale $[[u_n]]$, avec $x_i = max(\xi, [[u_n]])$. Cela réduirait la conductance cohésive lorsque l'ouverture normale $[[u_n]]$ est proche de zéro. Une représentation physique de ξ est donnée par [Hattiangadi 2005b, Friedrich 2008] dans le cas particulier d'un substrat composite revêtu d'une couche protectrice contre l'oxydation : ξ est la valeur du diamètre initial de la porosité à l'interfaciale.

L'étude des dépendances des paramètres du modèle de zone cohésif thermique à la température a montré l'importance de l'introduction de cette non-linéarité supplémentaire au modèle. Cette dépendance devient particulièrement indispensable pour modéliser une fissure ouverte ou lorsque les températures sont élevées. La réalisation du cas test de flexion sous l'effet d'un gradient de température a montré l'influence de la quantité de chaleur traversant l'interface sur l'ouverture de fissure et l'étendue de l'endommagement. Lorsque les flux de chaleur à l'interface sont peu perturbés, l'ouverture interfaciale est limitée.

En vue de modéliser les gradients de température dans l'épaisseur de la barrière thermique, un modèle de coque thermique avec une répartition linéaire de la température dans l'épaisseur a été implanté. Une série de cas tests a été mise en œuvre pour valider l'implantation.

Chapitre 6

Exploitations

Sommaire

6.1 Tube élastique isotrope à section constante 128
6.1.1 Géométrie et conditions aux limites 128
6.1.2 Paramètres matériau 130
6.1.3 Discrétisation spatio-temporelle 131
6.1.4 Résultats de calculs 133
6.1.5 Discussions 138
6.2 Effet de l'anisotropie du substrat sur le délaminage. 139
6.2.1 Tube à section constante en monocristal AM1 139
6.2.2 Discussions 148
6.2.3 Eprouvette tubulaire monocristalline à section variable 153
6.3 Calcul sur aube revêtue 159
6.3.1 Calcul sur un chargement arbitraire 159
6.3.2 Calcul sur aube avec chargement thermique Snecma 163
6.3.3 Discussion et comparaison avec le retour d'expérience 169

En vue de préparer le calcul sur aube complète, des calculs thermo-mécaniques couplés sur des structures tridimensionnelles recouvertes d'une barrière thermique sont effectués. Les modélisations présentées dans ce chapitre sont réalisées avec deux couches de matériau, le substrat et la barrière thermique, entre lesquelles sont intercalés les modèles de zone cohésive destinés à modéliser le comportement thermo-mécanique de l'interface. La sous-couche protectrice n'est pas modélisée. Les résultats présentés sont obtenus à partir de calculs thermo-mécaniques couplés faisant intervenir chacune des briques développées au cours de la thèse et qui mettent en œuvre l'algorithme de couplage partitionné fort à pas de temps adaptatif présenté dans la section 5.2.

Avant le calcul sur aube, le délaminage de la barrière thermique sur deux géométries intermédiaires d'éprouvette tubulaire dite "lisse", c'est-à-dire non perforée, est étudié. Ces géométries tubulaires servent à réaliser des calculs à gradient thermique de paroi de complexité croissante. La première géométrie étudiée est un tube cylindrique de section constante. La comparaison entre un calcul réalisé avec un substrat linéaire isotrope et un substrat élasto-viscoplastique anisotrope en superalliage monocristallin AM1 [Davidson 1983] permet d'étudier l'effet de l'anisotropie et de la dépendance à la température des paramètres matériau du substrat sur l'amorçage et la propagation de la fissure interfaciale responsable de l'écaillage.

La deuxième géométrie étudiée est une éprouvette tubulaire lisse à section variable destinée à préparer un essai technologique qui sera réalisé ultérieurement à l'Onera dans le but de valider le modèle numérique par comparaison à des résultats expérimentaux. Le réalisme du chargement, des paramètres matériau et des dimensions de la structure, permettent de mettre en œuvre les développements sur un calcul dont les résultats serviront à dégager des conclusions préliminaires sur le domaine de validité du modèle thermo-mécanique couplé développé dans cette étude.

Enfin, les premiers calculs sur aube revêtue sont présentés. Il s'agit dans un premier temps de simulations réalisées avec un chargement thermique arbitraire puis dans un second temps, de simulations effectuées avec un chargement thermique issu d'un calcul aéro-thermique de la turbine réalisé par Snecma.

6.1 Tube élastique isotrope à section constante

L'objectif de ce calcul est de faire fonctionner l'ensemble des développements réalisés sur un calcul thermo-mécanique couplé réalisé sur une structure tridimensionnelle dans lequel on fait délaminer la barrière thermique au cours d'un cycle thermo-mécanique. Le cycle de chargement a la forme typique des chargements de l'aube de turbine en service et est constitué de trois phases successives : une montée en température, un temps de maintien et un refroidissement.

6.1.1 Géométrie et conditions aux limites

Considérons un substrat en forme de tube cylindrique de longueur 70 mm, de rayon interne constant $R_{int} = 8$ mm et d'épaisseur $e = 1$ mm. Le substrat est recouvert d'une barrière thermique d'épaisseur constante $h_{BT} = 150$ μm déposée sur l'ensemble de sa paroi externe. La géométrie est illustrée sur la figure 6.1.

Conditions aux limites et chargement thermo-mécaniques

Le chargement et les conditions aux limites thermiques et mécaniques sont représentés sur la figure 6.2. On réalise un cycle constitué successivement d'une montée en température, d'un temps de maintien puis d'une descente en température. Les déplacements verticaux $u_z(z = 0)$ sont bloqués à l'extrémité inférieure du tube tandis qu'un déplacement vertical est appliqué de manière uniforme à l'autre extrémité, avec $u_z(z = 70 \text{ mm}) = \bar{U}_z$. Les valeurs de $\bar{U}_z$ à différents instants sont données dans le tableau 6.1. Les mouvements de corps rigides sont bloqués de sorte à ce que la structure puisse se dilater dans toutes les directions.

Le gradient thermique de paroi est obtenu en refroidissant la paroi interne du tube et en réchauffant la surface externe de la barrière thermique recouvrant le tube. Le refroidissement de la paroi interne est réalisé au moyen d'un flux convectif froid $q_{int} = h(T - T_e)$ où T est la température de la surface interne, $h = 1 \times 10^{-3}$ $\text{Wmm}^{-2}\text{K}^{-1}$ est le coefficient de transfert thermique et $T_e = 293,15$ K est la

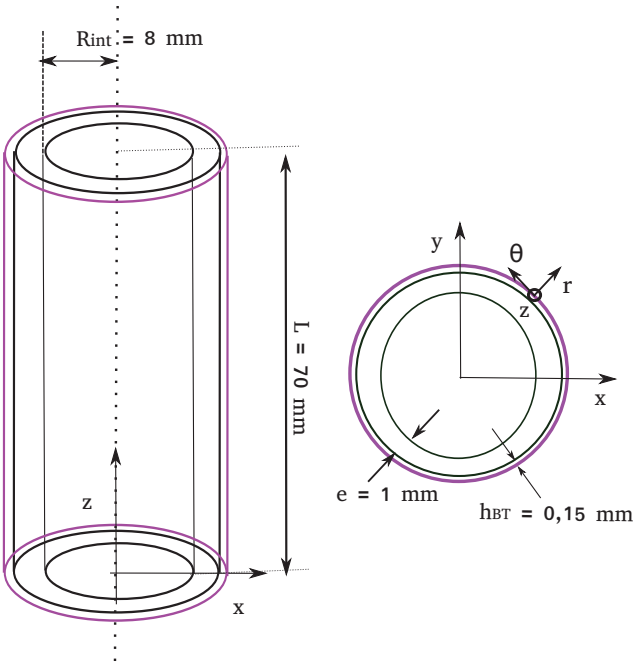


FIGURE 6.1 – Géométrie du tube à section constante en coordonnées cartésiennes et cylindriques.

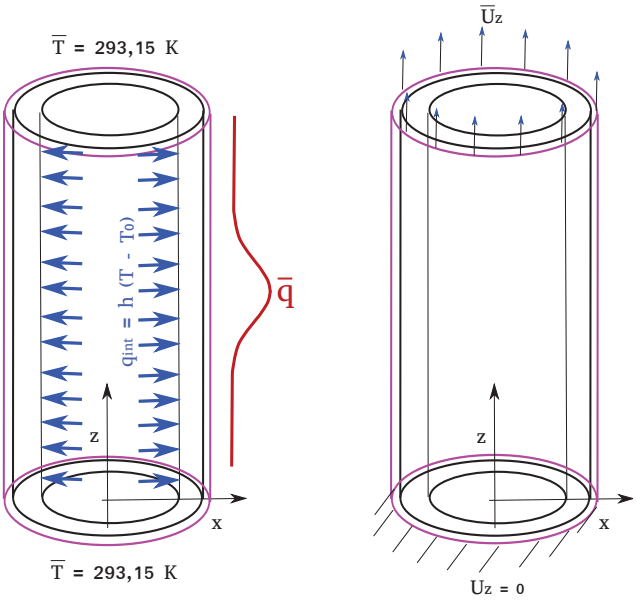


FIGURE 6.2 – Conditions aux limites thermiques et mécaniques appliquées au tube cylindrique.

température de l'environnement. Un flux de chaleur surfacique $\bar{q} = \exp(-\frac{(z-35)^2}{100})q_0$ est appliqué sur la surface externe de la barrière thermique pour effectuer le chauffage de sorte à ce que la région située à mi-hauteur du tube ($z = 35$ mm) soit la

région à plus forte température. Les valeurs de q_0 à différents instants sont données dans le tableau 6.1. La température des deux extrémités du tube est maintenue constante à $\bar{T} = 293,15$ K.

TABLE 6.1 – Chargement externe appliqué sur le tube.

Temps (s)	0	1	2	3
q_0(W mm^{-2})	0	0,72	0,72	0
$\bar{U}_z$ (mm)	0	0,2	0,2	0

6.1.2 Paramètres matériau

Le substrat et la barrière thermique sont modélisés à l'aide de lois matériau élastiques linéaires isotropes et indépendantes de la température, issues de [Théry 2007] et détaillées dans le tableau 6.2 :

TABLE 6.2 – Propriétés élastiques isotropes du substrat et de la barrière thermique (BT) [Théry 2007].

Paramètres	Substrat	BT
Module d'Young E (GPa)	129,5	30
Coefficient de Poisson ν	0,408	0,1
Coefficient de dilatation thermique α (10^{-5} K^{-1})	1,4	1
Conductivité thermique K_{vol} (W/mK)	33	2

L'interface est munie de la loi cohésive bilinéaire présentée dans la section 4.1.2 dont l'énergie cohésive dépend du chargement appliqué. Les propriétés mécaniques de l'interface utilisées pour le calcul reposent sur des résultats d'essais de caractérisation de la résistance interfaciale sur éprouvettes thermiquement cyclées [1] réalisés à l'Onera [Vaunois 2013a]. Les paramètres matériau de l'interface sont définis pour quatre états de vieillissement thermique différents, correspondant chacun à une durée de cyclage thermique t_{cycle} initial subi par l'éprouvette. Les durées étudiées sont comprises entre 0 et 1200 h. Les paramètres sont donnés dans le tableau 6.3.

Dans toutes les simulations, le taux de restitution d'énergie critique est calculé en chaque point de Gauss des éléments d'interface à partir de l'équation 4.18, connaissant le taux de restitution d'énergie critique en mode I, noté $G_{Ic}(t_{cycle})$, et l'angle de mixité des modes de sollicitation ϕ. Le taux de restitution d'énergie critique en mode II, noté $G_{IIc}(t_{cycle})$, est également donné dans le tableau 6.3 et correspond à un angle de mixité $\phi = \frac{\pi}{2}$.

1. Un cycle thermique de vieillissement correspond à une montée en température d'une durée de 10 minutes, un palier de 60 minutes à haute température (environ 1100°C) suivi d'un refroidissement de cinq minutes. Les cycles sont effectués en isotherme (pas de gradient de température) sur des éprouvettes avec barrière thermique. Le protocole expérimental et les résultats d'essai sont détaillés dans [Vaunois 2013a].

Il était initialement prévu que la force cohésive maximale $\sigma_{Ic}(t_{cycle})$ soit également issue de mesures expérimentales (essais d'arrachement normal et essais à simple recouvrement sur éprouvettes cyclées [Vaunois 2013a]), mais par manque de données expérimentales fiables, elle est estimée dans le cadre des simulations présentées. Son évolution au cours des cycles de vieillissement est supposée avoir la même forme que l'évolution exponentielle de G_c (équation 4.17). Elle est calculée par l'expression

$$\sigma_{Ic}(t_{cycle}) = \sigma_{Ic}^0 \exp(-\alpha t_{cycle}), \tag{6.1}$$

avec σ_{Ic}^0 la force cohésive maximale pour une interface non cyclée thermiquement et α une constante [Vaunois 2013a]. Le saut de déplacement critique est supposé constant et vaut $\delta_{Ic} = \frac{2G_{Ic}}{\sigma_{Ic}}$ en mode I pur. Le coefficient β qui quantifie la dépendance à la mixité des modes de sollicitation est fixé à 0,5 pour chacun des jeux de paramètres.

TABLE 6.3 – Propriétés mécaniques de l'interface correspondant à différents temps de vieillissement t_{cycle} croissants.

$\frac{G_{Ic}}{G_{Ic}^0}$	$\frac{\sigma_{Ic}}{\sigma_{Ic}^0}$	δ_{Ic} (mm)	β	$\frac{G_{IIc}}{G_{IIc}^0}$
1	1	0,016	0,5	1
$417\times\ 10^{-3}$	$417\times\ 10^{-3}$	0,016	0,5	$417\times\ 10^{-3}$
$417\times\ 10^{-4}$	$417\times\ 10^{-4}$	0,016	0,5	$417\times\ 10^{-4}$
$417\times\ 10^{-5}$	$417\times\ 10^{-5}$	0,016	0,5	$417\times\ 10^{-5}$

Pour la résolution du sous-problème thermique, l'interface est munie de la loi cohésive thermique décrite dans la section 5.1.2. Les propriétés thermiques de l'interface sont approximées à partir de données issues de la littérature [Hattiangadi 2005a] et sont constantes pendant le cycle. Elles sont données dans le tableau 6.4. Les transferts thermiques par radiation sont pris en compte et le coefficient d'émissivité de la fissure est fixé à $e_m = 0,8$.

TABLE 6.4 – Propriétés thermiques de l'interface en régime permanent.

k_a (W/mK)	0,013
k_m (W/mK)	20
C_g (W/mK^2)	$6,5\ \times\ 10^{-5}$
ω (μm)	0,1
e_m	0,8

6.1.3 Discrétisation spatio-temporelle

Pour la résolution du problème thermo-mécanique couplé, on fait appel à un algorithme CSS sous-cyclé [Piperno 1995] à pas de couplage adaptatif. Les échanges ont lieu entre deux maillages conformes. Le code mécanique envoie l'état mécanique de l'interface et la cinématique de la structure au code thermique, tandis que le code

thermique envoie le champ de température au code mécanique. La discrétisation élément fini du substrat est réalisée à l'aide d'éléments hexaédriques quadratiques réguliers, à vingt nœuds et à trois degrés de liberté en déplacement par nœud pour la mécanique. En thermique, l'élément a un degré de liberté en température par nœud.

La barrière thermique est discrétisée avec des éléments coques quadratiques "Continuum-based", à huit nœuds. Les éléments coques ont cinq degrés de liberté (trois déplacements et deux rotations) en mécanique et deux degrés de liberté (une température moyenne et un gradient de température) en thermique. Des éléments finis d'interface mixtes thermo-mécaniques sont insérés entre la barrière thermique et le substrat. Le maillage est représenté sur la figure 6.3.

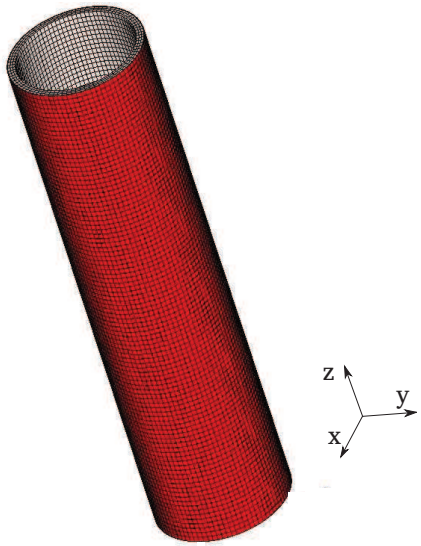


FIGURE 6.3 – Maillage du tube. La zone rouge représente la barrière thermique (la taille de maille est de 0,4 mm).

En vue de garantir la convergence du calcul lors de la mise en œuvre des éléments de zone cohésive mécaniques, la discrétisation spatiale doit être suffisamment fine. La plus petite longueur de la zone cohésive l_{cz}^{min} est approximée en vue de déterminer la taille de maille L_{el} nécessaire pour que la longueur cohésive contienne un nombre d'éléments N_{el} raisonnable [2]. La longueur cohésive est approximée à partir des expressions 2.11 donnant la longueur cohésive l_{cz} d'une interface comprise entre deux matériaux linéaires isotropes en fonction du taux de restitution d'énergie critique, de la force cohésive maximale et de l'épaisseur h_{BT} de la barrière thermique. La plus petite longueur de zone cohésive l_{cz}^{min} pour le modèle dans lequel le taux de restitution d'énergie critique varie avec la mixité des modes de sollicitations est donnée par les paramètres matériau en mode I pur $G_{Ic}(\mathrm{J/m^2})$ et σ_{Ic}, tandis que la longueur maximale est donnée par les paramètres en mode II pur de sollicitation. La finesse

2. Un nombre d'éléments compris entre trois et dix est souvent recommandé [Davila 2001, Moës 2002].

du maillage est donc déterminée par les paramètres en mode I de sollicitation. Les longueurs cohésives associées aux différents paramètres étudiés sont donnés dans le tableau 6.5. Etant donné que l'interface se fragilise au fil des cycles thermiques, les longueurs caractéristiques associées à chaque jeu de paramètres augmentent avec le vieillissement thermique de la structure. L'influence de la taille de maille sur la réponse finale du calcul est étudiée en Annexe A.4.

TABLE 6.5 – Longueurs caractéristiques.

$\frac{G_{Ic}}{G^0_{Ic}}$	l^{min}_{cz} (mm)	Taille de maille L_{el}	N_{el}
1	0,46	0,1	4
$417\times\ 10^{-3}$	0,57	0,1	5
$417\times\ 10^{-4}$	1,02	0,1	10
$417\times\ 10^{-5}$	1,83	0,4	4

6.1.4 Résultats de calculs

En premier lieu, les profils de température obtenus lors de la phase de maintien en température, c'est-à-dire lorsque les températures sont maximales, sont représentés sur la figure 6.4. Ils sont tracés dans la direction longitudinale, le long des parois interne et externe du substrat ainsi que sur la surface externe de la barrière thermique. Etant donné les symétries du problème, les courbes représentent une seule moitié du tube ($0 < z < 35$ mm). Sur la paroi externe de la barrière thermique, la température augmente de 293,15 K à 1590 K durant la montée en température au centre de la structure ($z = 35$ mm). Au cours de la phase de maintien, une différence de température de 150 K est observée entre la surface externe de la barrière thermique et la paroi interne du substrat, soit un gradient thermique de paroi de 130,43 K/mm^{-1} au centre du tube. La température de la paroi externe du substrat atteint une valeur maximale de 1480 K au cours de la phase de maintien, ce qui équivaut à un gradient de température maximal de 733,3 K/mm^{-1} dans l'épaisseur de la barrière thermique, atteint au centre de la structure.

Comparaison des régions délaminées pour quatre états de vieillissement thermique

Quatre calculs sont réalisés avec des paramètres différents correspondants chacun à différents états de vieillissement de l'interface donnés dans le tableau 6.3. L'endommagement interfacial d obtenu en fin de cycle est représenté sur la figure 6.5 le long de la direction longitudinale $\vec{z}$. A $t = 3$ s, l'interface dont le taux de restitution d'énergie critique normalisé G_{Ic}/G^0_{Ic} est égal à 417×10^{-4} est endommagée mais pas rompue. Les interfaces avec $G_{Ic}/G^0_{Ic} = 1$ et 417×10^{-3}, qui correspondent à des taux de restitutions d'énergie critique obtenus expérimentalement sur des éprouvettes peu cyclées thermiquement, ne sont pas endommagées en fin de cycle. En revanche, on observe du délaminage sur le calcul effectué avec un taux de resti-

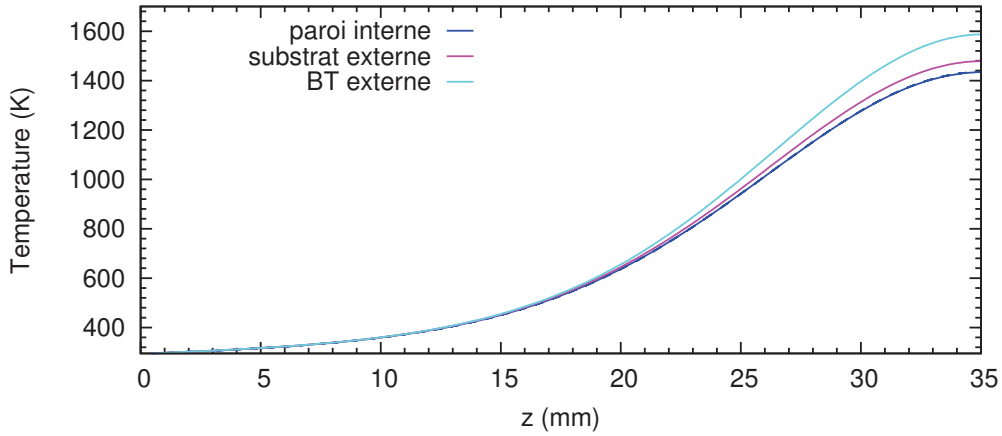


FIGURE 6.4 – Température nodale dans la direction longitudinale $\vec{z}$ au cours du maintien en température ($t = 1$ s).

tution d'énergie critique normalisé est de 417×10^{-5}.

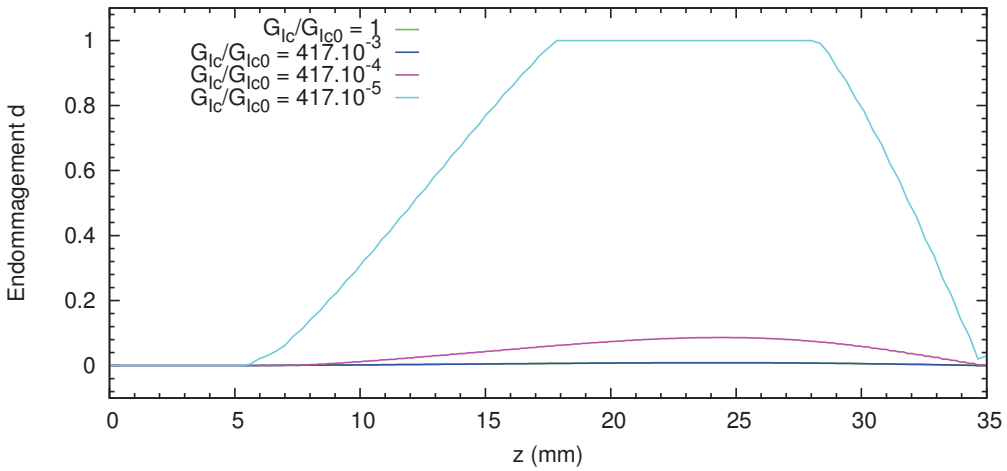


FIGURE 6.5 – Etendue de l'endommagement interfacial en fin de chargement ($t = 3$ s), aux points d'intégration de l'interface, pour différents taux de restitution d'énergie G_{Ic} correspondants à différents états de vieillissements thermiques ($d = 0$ signifie que l' interface est saine et $d = 1$ signifie que l'interface est rompue).

Amorçage et propagation de la fissure pour $G_{Ic}/G^0_{Ic} = 417\times10^{-5}$

On étudie à présent l'évolution de l'endommagement interfacial jusqu'à rupture obtenu avec $G_{Ic}/G^0_{Ic} = 417\times10^{-5}$. L'évolution de l'endommagement à différents instants du calcul est représentée sur la figure 6.6. La température moyenne θ_m (équation 5.30) de la paroi externe correspondante est représentée sur la même

figure. Du fait de la symétrie du problème, l'amorçage a lieu aux deux régions où les gradients thermiques longitudinaux sont élevés.

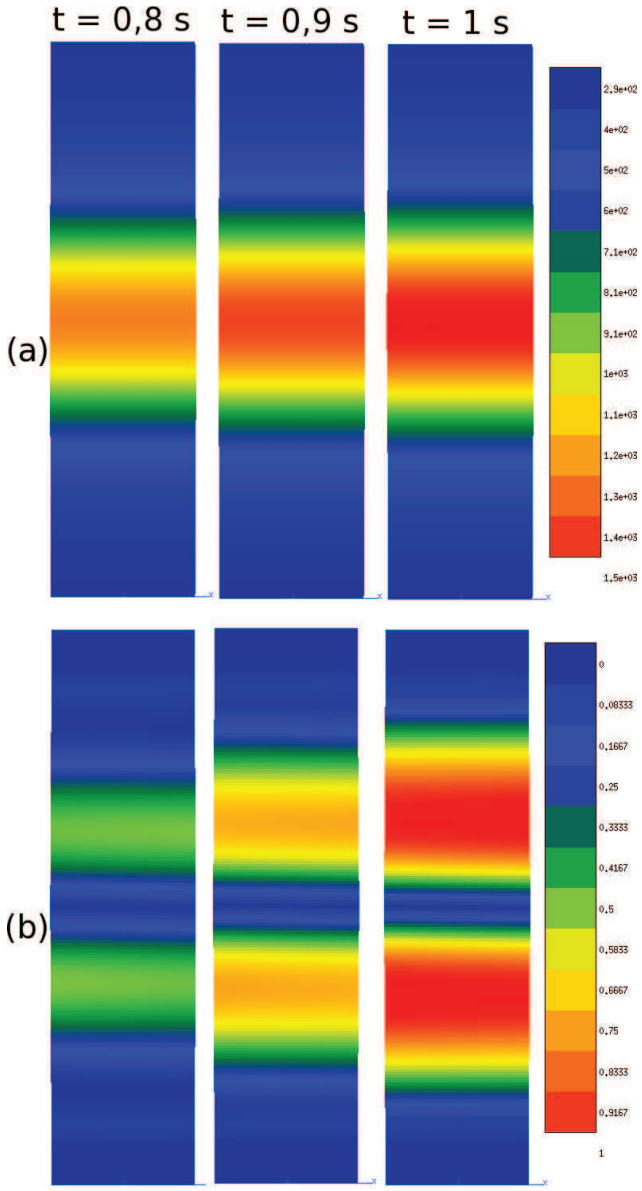


FIGURE 6.6 – (a) Evolution du champ de température moyenne θ_m(K) aux nœuds de la barrière thermique et (b) de l'endommagement d aux points de Gauss de l'interface durant la montée en température aux instants $t = 0{,}8\,;\ 0{,}9\,;\ 1$ s($d = 0$ pour une interface saine, $d = 1$ pour une interface rompue).

Pour comprendre quel type de sollicitation a conduit au délaminage, les champs de contraintes sont examinés. Une analyse préliminaire thermo-élastique réalisée sur un tube cylindrique non recouvert de barrière thermique est présentée dans l'annexe A.5. Les champs de contraintes dans l'épaisseur du substrat, obtenus à

l'instant $t = 0{,}8$ s, c'est-à-dire pendant la montée en température, sont analysés. Les contraintes sont tracées en coordonnées cylindriques (r, θ, z), le long de l'épaisseur du substrat, à la hauteur $z = 23$ mm, sur la figure 6.7. Cette zone se situe dans la région où le gradient de température longitudinal est le plus élevé. A cause du gradient thermique dans l'épaisseur, la face interne du tube est en traction tandis que la face externe est en compression dans la direction $\vec{z}$. Les contraintes σ_{zz} sont les plus élevées et sont maximales entre $z = 20$ mm et $z = 22$ mm. Sans chargement mécanique appliqué et sans le gradient longitudinal de température, les contraintes σ_{zz} et $\sigma_{\theta\theta}$ auraient approximativement les mêmes valeurs. Les contraintes σ_{rr} sont quasiment nulles. L'importance relative des contraintes σ_{zz} qui sont parallèles à l'interface indique qu'elle est sollicitée en cisaillement à travers le glissement relatif du substrat par rapport à la barrière thermique dont les coefficients de dilatation thermique sont différents.

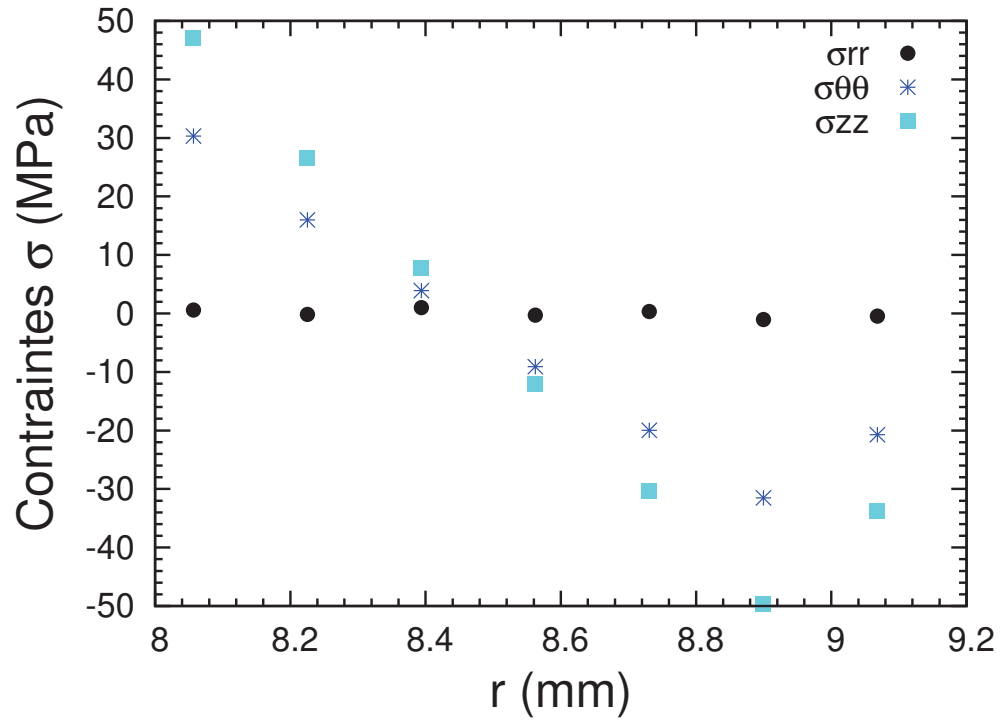


FIGURE 6.7 – Contraintes aux points d'intégration du substrat en coordonnées cylindriques (r, θ, z) dans la direction de l'épaisseur, à $t = 0{,}8$ s et en $z = 23$ mm.

Au cours de la phase de refroidissement, la structure entre en compression. L'endommagement continue de progresser et le saut de déplacement normal devient non-nul à l'interface. Le saut de déplacement $[[u_n]]$ normal à l'interface obtenu à $t = 3$ s est présenté sur la figure 6.8. Les contraintes de compression longitudinales présentes au sein de la barrière thermique partiellement décollée du substrat, entraine son décollement du substrat. De plus, une instabilité de type flambage peut s'observer dans le revêtement de faible épaisseur. Cette instabilité causée par la

compression du film mince se traduit par une perte de symétrie des champs de déplacements.

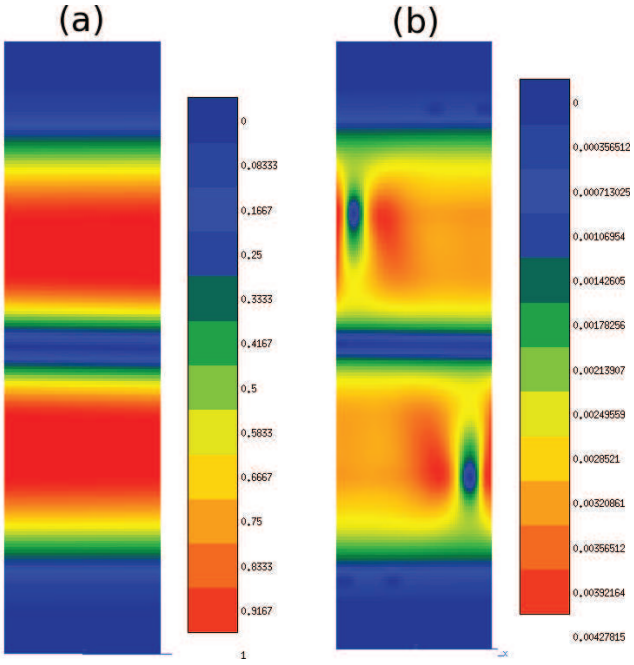


FIGURE 6.8 – (a) Endommagement d et (b) saut de déplacement normal $[[u_n]]$ (mm) de l'interface en fin de calcul, à $t = 3$ s.

Afin de rendre compte de l'influence du problème mécanique sur l'évolution du probème thermique, les profils de température sont comparés aux profils obtenus sur un calcul de référence thermo-élastique. Le calcul de référence ne contenant pas d'éléments d'interface est réalisé, avec la même géométrie, le même chargement et les mêmes paramètres matériau. Il permet d'obtenir les champs de température non perturbés par la présence d'une fissure cohésive. Les températures obtenues sur la paroi interne et externe du substrat ainsi que sur la surface externe de la barrière thermique sont tracées sur la figure 6.10. Elles sont tracées à deux instants $t = 2$ s et $t = 2{,}9$ s au cours desquels l'interface est partiellement délaminée et pendant lesquels l'influence de la fissure sur le profil de température devrait donc être la plus significative. La figure 6.10 montre que les courbes du profils de température longitudinal avec et sans éléments d'interface endommageables se superposent, ce qui signifie que la présence de la fissure cohésive au cours du refroidissement du tube n'influence pas les variations dans le transfert de chaleur. En effet, les faibles valeurs du saut de déplacement normal $[[u_n]]$ de l'interface qui font que la conductance interfaciale reste élevée, permettent de maintenir les flux de chaleur à l'interface à des quantités proches de celles transférées par une interface mécaniquement intacte. Les évolutions des variables internes mécaniques à l'interface ne sont donc pas influencées par une redistribution des températures occasionnée par le délaminage.

Par ailleurs, aucune différence significative n'est relevée au niveau du gradient

de température (équation 5.30) dans l'épaisseur de la coque. Une comparaison entre le gradient de température obtenu dans l'épaisseur de la coque thermique avec le gradient de température obtenu par le calcul de référence est effectuée sur la figure 6.9. Elle est faite à différents instants $t = 0{,}9\,;\ 1{,}1\,;\ 2{,}9$ s du calcul qui correspondent respectivement à un état endommagé, délaminé puis délaminé et ouvert de l'interface. Le gradient de température dans l'épaisseur de la coque est maximal au centre du tube et atteint 720 K/mm au cours de la phase de maintien en température où les flux de chaleur surfaciques $\bar{q}$ atteignent leur valeur maximale au cours du cycle.

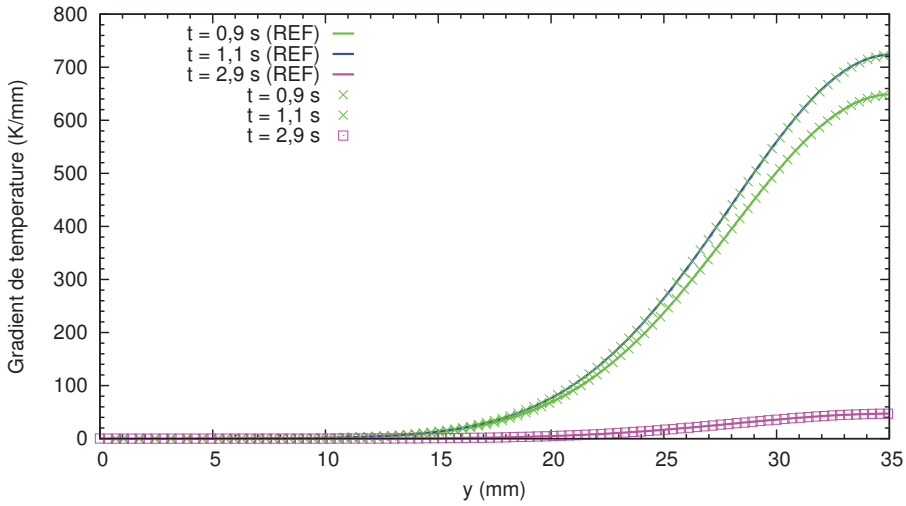


FIGURE 6.9 – Gradient de température nodal dans l'épaisseur de la coque thermique, tracé le long de la direction longitudinale $\vec{z}$ aux instants $t = 0{,}9\,;\ 1{,}1$ s (interface endommagée) et $t = 2{,}9$ s (interface rompue). Les traits pleins sont obtenus par un calcul de référence (REF) dans lequel l'interface reste intact tout au long du calcul.

6.1.5 Discussions

Dans le calcul sur tube à section constante et avec un substrat isotrope, le gradient de température longitudinal est destiné à amorcer la fissure interfaciale. Sans gradient longitudinal, le champ de contraintes résultant est équibiaxial et ne permet pas d'amorcer la fissure, même pour de très faibles valeurs du taux de restitution d'énergie critique typiques de l'énergie d'adhérence d'une structure précyclée thermiquement. En revanche, les calculs présentés dans le chapitre 5 section 5.1.5 ont montré l'importance du gradient de température transverse, c'est-à-dire dans l'épaisseur, sur la propagation de la fissure entre deux couches de matériau linéaire isotrope. Dans une aube de turbine en service, le gradient de température est longitudinal car des surfaces peuvent être plus exposées que d'autres aux gaz chauds, mais est aussi transversal à cause des circuits internes de refroidissement de l'aube. Par ailleurs, la comparaison avec le calcul de référence qui ne comporte pas d'éléments de zone cohésive thermo-mécanique remet en cause l'utilité du cou-

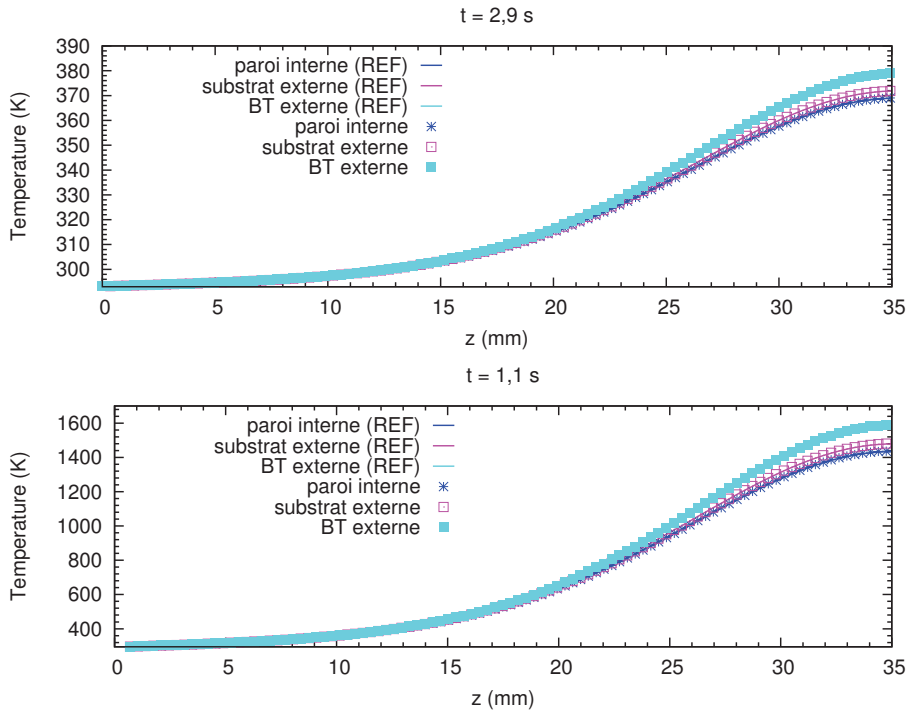


FIGURE 6.10 – Température nodale le long de la direction longitudinale $\vec{z}$ au cours de la descente en température, aux instants $t = 2$ s (interface endommagée) et $t = 2{,}9$ s (interface rompue). Les traits pleins (REF) sont obtenus par un calcul de référence dans lequel l'interface reste intact tout au long du calcul.

plage thermo-mécanique pour la modélisation du délaminage de la barrière thermique sur un substrat cylindrique isotrope. L'absence de variations dans le profil de température qui soient dûes à l'amorçage et la propagation de la fissure montre que l'influence du sous-problème mécanique sur le sous-problème thermique est négligeable. La raison est que la direction des sollicitations qui sont essentiellement parallèles à l'interface qui est alors principalement sollicitée en cisaillement limite le saut de déplacement normal $[[u_n]]$ à de faibles valeurs qui dégradent peu les transferts de chaleur au sein de la fissure. Les flux de chaleur à l'interface étant peu perturbés, la fissure se comporte comme une interface parfaitement conductrice.

6.2 Effet de l'anisotropie du substrat sur le délaminage.

6.2.1 Tube à section constante en monocristal AM1

Le but de ce calcul est de déterminer l'effet de l'anisotropie du substrat combiné à la dépendance de ses paramètres matériau à la température sur l'amorçage et la propagation d'une fissure de délaminage interfacial pouvant amener la barrière thermique à s'écailler. Pour cela, le calcul présenté dans la section 6.1 est refait

en remplaçant la loi matériau du substrat par une loi monocristalline anisotrope en plasticité cristalline. La géométrie et les conditions aux limites du calcul sont identiques à celles présentées sur les figures 6.1 et 6.2.

6.2.1.1 Paramètres matériau

Le substrat est muni d'une loi anisotrope en plasticité cristalline [Davidson 1983] dont les paramètres tels que le coefficient de dilatation thermique dépendent de la température. L'orientation principale matériau <010> est placée selon l'axe $\vec{z}$ et les deux directions orthogonales correspondent aux orientations secondaires <100> et <101> (figure 6.11). Afin de mieux appréhender l'analyse des champs de contraintes résultant du gradient thermique de paroi, le lecteur peut consulter l'analyse thermo-mécanique présentée dans l'annexe A.5 ainsi que l'annexe A.6 sur les systèmes de glissement. Il s'agit d'une analyse simplifiée sans barrière thermique et sans modèle de zone cohésive permettant de montrer que le gradient de contrainte dans l'épaisseur est fortement lié à l'anisotropie du matériau et à la dépendance des propriétés élastiques à la température.

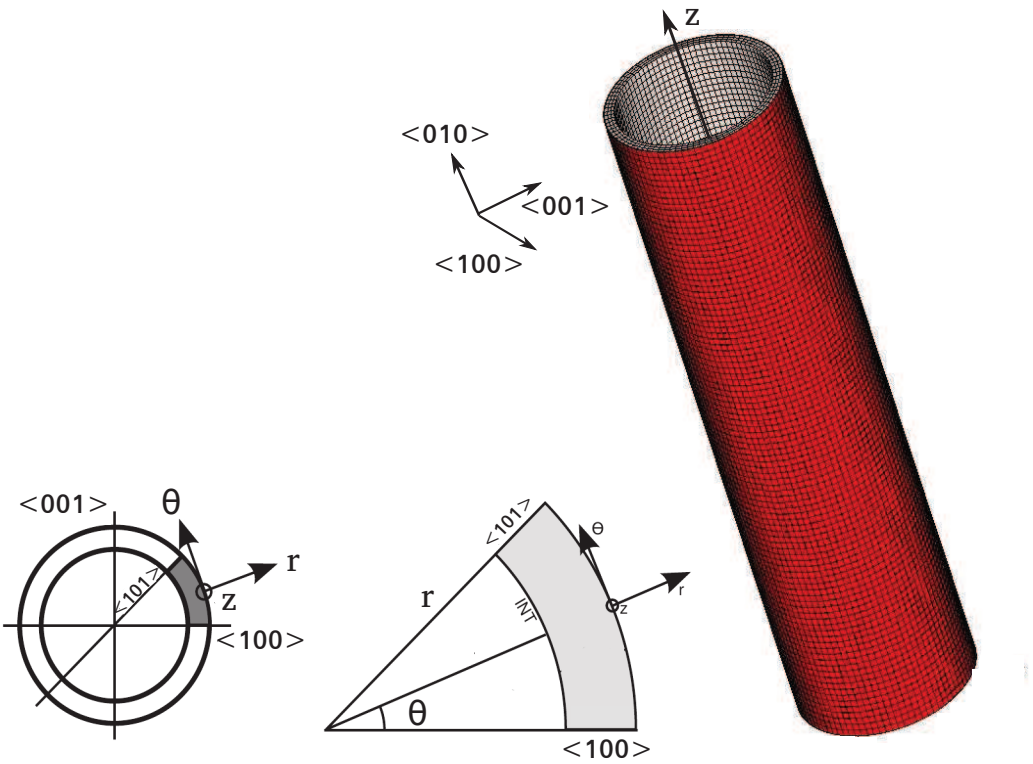


FIGURE 6.11 – Maillage du tube. La direction <100> est à 0^o et <101> à 45^o. La taille de maille à l'interface est de 0,4 mm.

La barrière thermique est modélisée par une loi élastique isotrope dont les paramètres sont donnés dans le tableau 6.2. Les paramètres du modèle de zone cohésive

thermique sont les mêmes que dans le calcul avec substrat isotrope (tableau 6.4) et les paramètres matériau choisis pour le modèle de zone cohésive mécanique sont détaillés dans le tableau 6.6 :

TABLE 6.6 – Propriétés mécaniques de l'interface pour un état de vieillissement donné.

$\frac{G_{Ic}}{G^0_{Ic}}$	$\frac{\sigma_{Ic}}{\sigma^0_{Ic}}$	δ_{Ic} (mm)	β	$\frac{G_{IIc}}{G^0_{IIc}}$
$417\times\ 10^{-4}$	$417\times\ 10^{-4}$	0,016	0,5	$417\times\ 10^{-4}$

6.2.1.2 Effets de l'anisotropie du substrat sur l'endommagement interfacial

Dans cette section, l'effet de l'anisotropie sur l'évolution du délaminage interfacial au cours d'un cycle thermo-mécanique est examiné. L'endommagement interfacial obtenu pendant la phase de refroidissement du cycle (entre $t = 2$ et 3 s) est représenté sur la figure 6.12 ainsi que le saut de déplacement normal correspondant. L'interface commence à s'endommager au cours de la montée en température mais l'endommagement d n'atteint la valeur de 1 indiquant la rupture qu'au début du refroidissement. La région de l'amorçage se situe dans le deuxième quart de la structure suivant $\vec{z}$. La figure 6.12-b montre un amorçage des fissures interfaciales non symétrique, en différentes régions espacées de 90^o suivant la direction circonférentielle. L'amorçage a lieu dans la direction <100>.

Du fait des contraintes de compression subie par la structure au cours de la phase de refroidissement, le délaminage de l'interface conduit à la formation de cloque au niveau de la barrière thermique dont la profondeur correspond au saut de déplacement normal $[[u_n]]$ qui atteint une valeur maximale 0,12 mm à $t = 2{,}4$ s, tel qu'illustré sur la figure 6.12-a.

La zone délaminée de forme circulaire à $t = 2{,}2$ s se propage ensuite en suivant la direction longitudinale pour former une cloque à bords droits. Ces observations rappelent les résultats d'une étude analytique réalisée par [Hutchinson 2001] illustrés sur la figure 2.5 dans laquelle les effets de la mixité des modes de sollicitation sur la propagation d'une cloque à front courbe et à bords droits sont analysés. L'angle de mixité ϕ calculé aux points de Gauss de l'interface à $t = 2$, 4 s est représenté sur la figure 6.13. Il décrit les modes de sollicitations macroscopiques vues par l'interface. On peut voir que l'angle de mixité de modes du centre de la cloque dont la profondeur atteint 0,12 mm (figure 6.12-a) est proche de $\phi = 0^o$ tandis que les bords ont une mixité plus élevée. La tendance de la cloque à se propager préférentiellement dans la direction de son front courbe se voit également aux valeurs du taux de restitution d'énergie critique $G_c(\phi)$. Les valeurs calculées en chaque point de Gauss de l'interface en fonction de la sollicitation des éléments d'interface montre que $G_c(\phi)$ est plus faible le long du front et est plus élevé sur les bords droits de la cloque. La figure 6.13-b montre que le taux de restitution d'énergie critique calculé le long du front courbe est proche de $G_{Ic} = 0{,}01$ N/mm tandis qu'il peut atteindre 0,023 N/mm le long des bords droits.

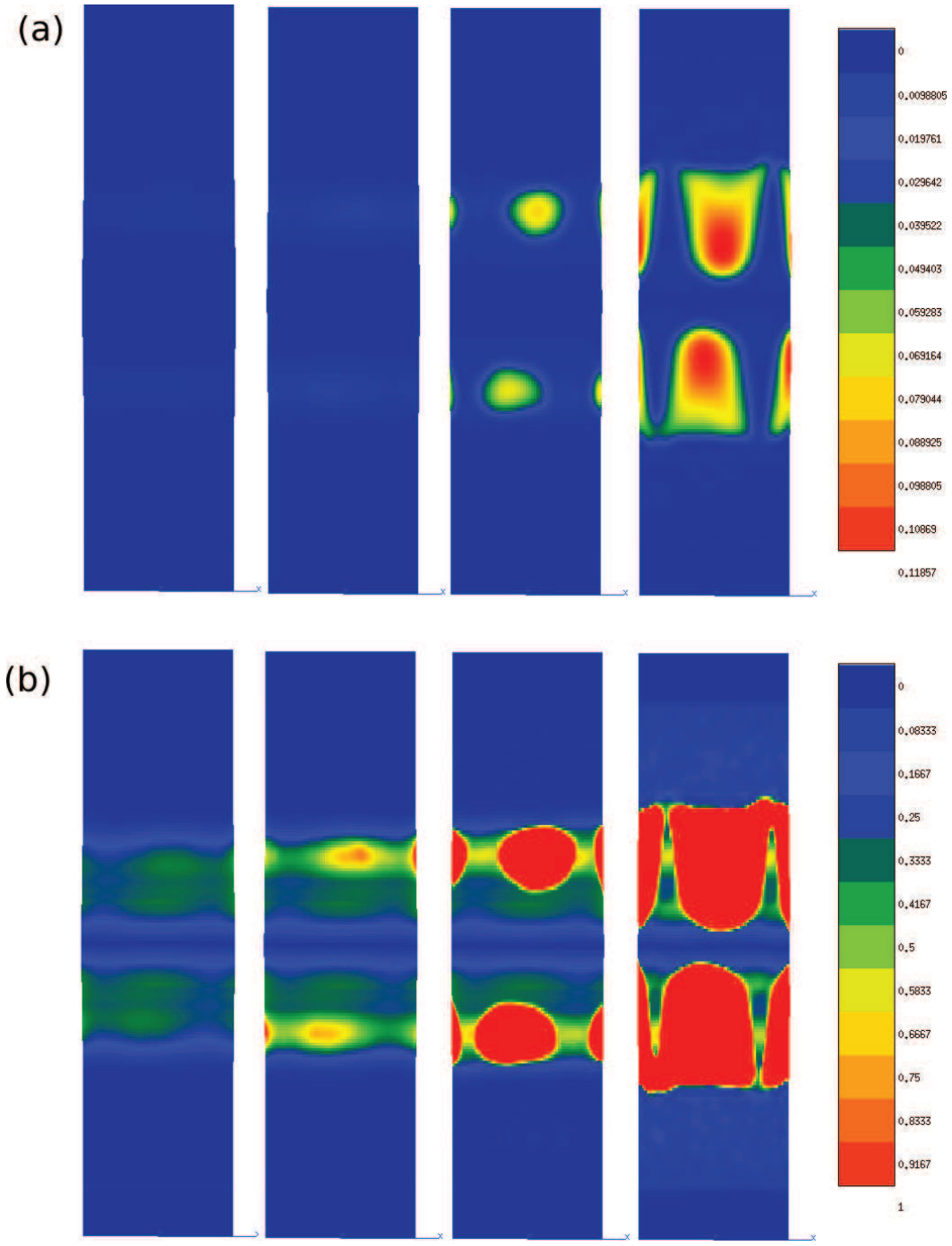


FIGURE 6.12 – Evolution du (a) saut de déplacement normal de l'interface $[[u_n]]$ (en mm) et de l'endommagement interfacial d, au cours de la phase de refroidissement de la structure, aux instants $t = 2\,;\ 2{,}1\,;\ 2{,}2$ et $2{,}4$ s. Le paramètre β vaut 0,5.

Pour se rendre compte de la sensibilité à la dépendance de la propagation à la mixité des modes, le même calcul est réalisé en fixant le paramètre β à 1, ce qui

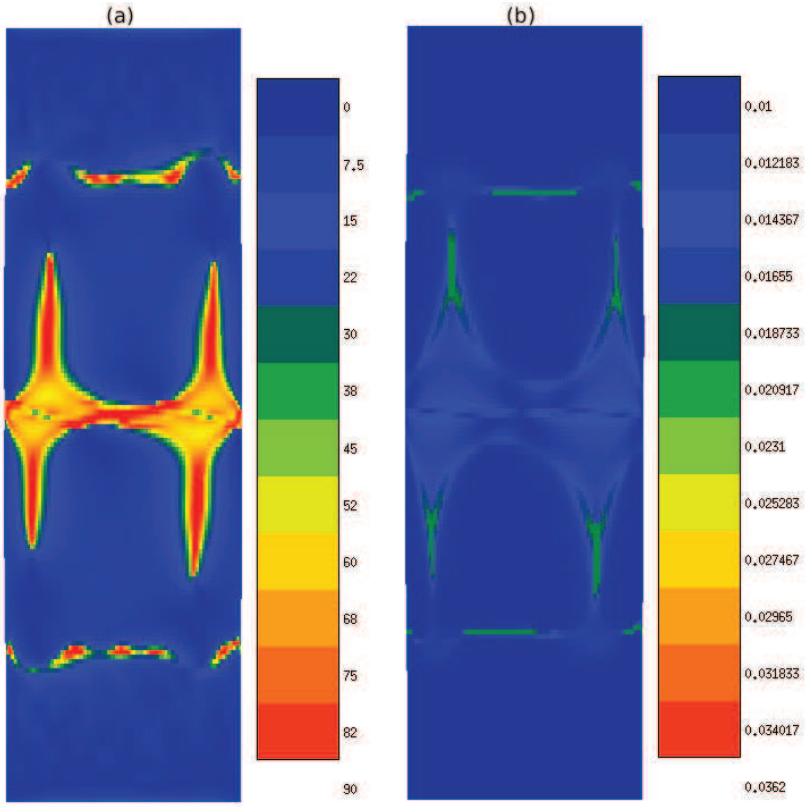


FIGURE 6.13 – (a) Angle de mixité des modes de sollicitation ϕ (^{o}) et (b) taux de restitution d'énergie critique $G_c(\phi)$ (N.mm^{-1}) à $t = 2{,}4$ s, aux points de Gauss de l'interface comprise entre $z = 5$ et 65 mm. Le paramètre β vaut 0,5.

signifie que le taux de restitution d'énergie critique en mode I est égal à celui en mode II (équation 4.18). L'évolution de l'endommagement interfacial d est illustrée sur la figure 6.14. L'amorçage a lieu plus tôt, à $t = 9{,}8$ s on remarque déja la présence d'une zone endommagée non symétrique. L'amorçage se situe dans une région plus proche du centre du tube par rapport au calcul avec $\beta = 0{,}5$. L'étendue de la région endommagée est aussi plus large le long de l'axe <100>. L'endommagement atteint $d = 1$ au début de la phase de maintien en température et la fissure commence à se propager. L'influence des plans de glissement ne se voit plus dans la propagation qui est alors symétrique dans l'axe circonférentiel. La raison est que l'absence de dépendance à la mixité des modes ne crée pas de lieu privilégié de fissuration, qui dans le calcul précédent, correspondait à la direction longitudinale où le taux de restitution d'énergie critique était plus faible.

6.2.1.3 Champs de contraintes dans le substrat anisotrope

Les champs de contraintes dans le substrat anisotrope obtenus sont analysés afin de comprendre l'évolution de l'endommagement interfacial précédemment décrit. Les

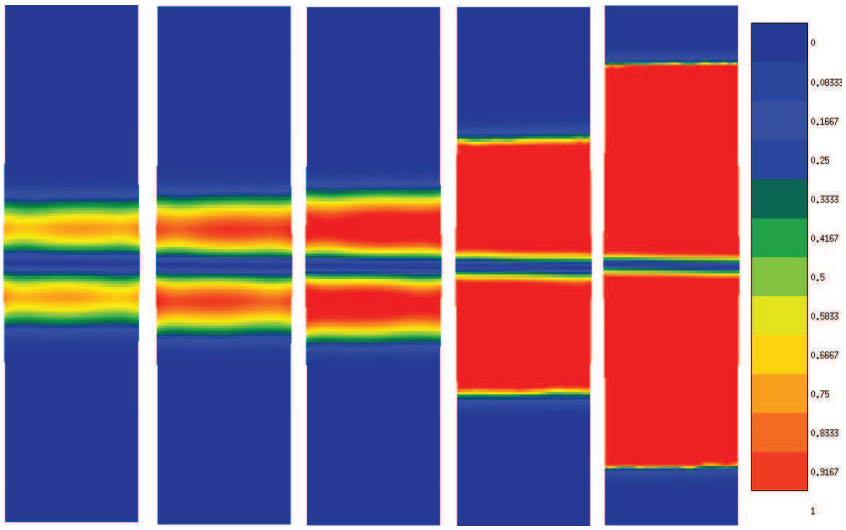


FIGURE 6.14 – Evolution de l'endommagement interfacial avec $\beta = 1$. Endommagement interfacial d aux points de Gauss à t = 9,8 s ; 9,9 s ; 1 s ; 1,3 s et 2 s.

résultats observés sont obtenus au cours de la phase de maintien en température, à t = 2 s, lorsque le premier élément n'est pas encore rompu. Les champs de contraintes en coordonnées cylindriques (r, θ, z) sur les nœuds la face interne du substrat sont présentés sur la figure 6.15 et sont tracés le long des deux orientations secondaires <100> et <101> espacées l'une de l'autre d'un angle de 45^o dans la direction circonférentielle. La figure 6.15 montre que les contraintes tracées sur la face interne du substrat sont plus importantes dans la direction <101> que dans la direction <100>. Les contraintes σ_{zz} sont les plus élevées et sont maximales entre z = 20 mm et z = 22 mm, région où les variations longitudinales de température sont les plus élevées. On peut en effet y voir que les contraintes suivant l'orientation <101> peuvent être jusqu'à 30% plus élevées que celles dans la direction <100>. Les contraintes σ_{rr} sont quasiment nulles. L'inverse se produit sur la face externe du substrat (figure 6.16) où le plus fort niveau de compression est obtenu dans la direction <100>.

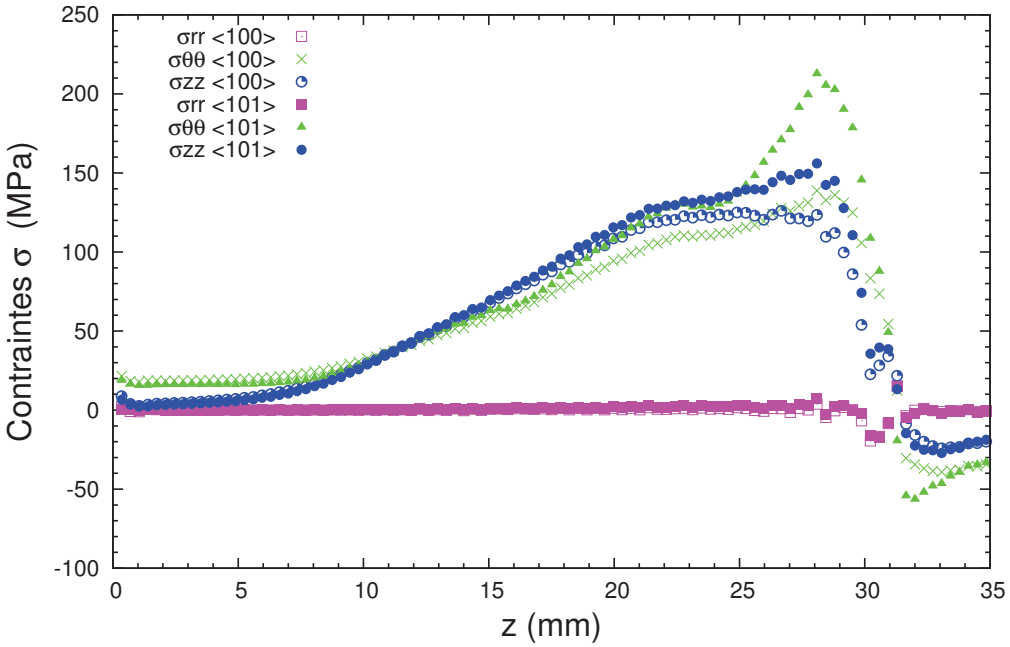


FIGURE 6.15 – Contraintes sur la paroi interne ($r = 8$ mm) du substrat à $t = 2$ s.

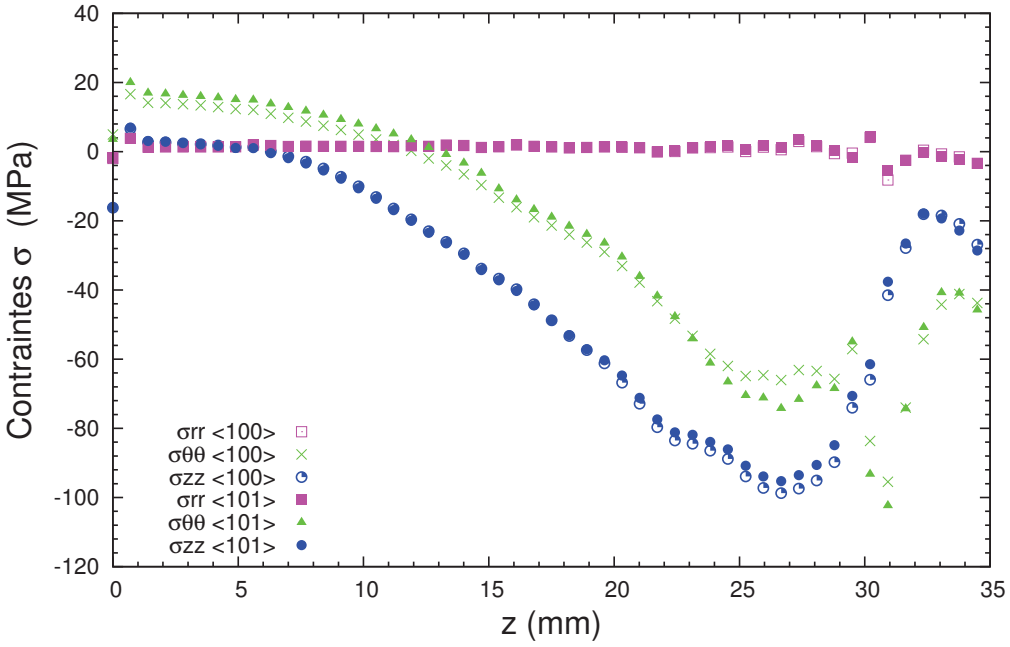


FIGURE 6.16 – Contraintes sur la paroi externe du substrat ($r = 9$ mm) à $t = 2$ s.

Cette différence est également visible sur les champs de contraintes tracés le long de l'épaisseur du tube. La tendance observée sur la figure 6.17 représentant le champ de contraintes dans la direction de l'épaisseur est comparable à celle observée au

cours de l'analyse sur cylindre infini présentée dans l'annexe A.5. Cette différence de comportement dûe à l'anisotropie du substrat est la raison pour laquelle la fissure interfaciale amorce sur des zones espacées de 90^o et qui correspondent à l'orientation <100>.

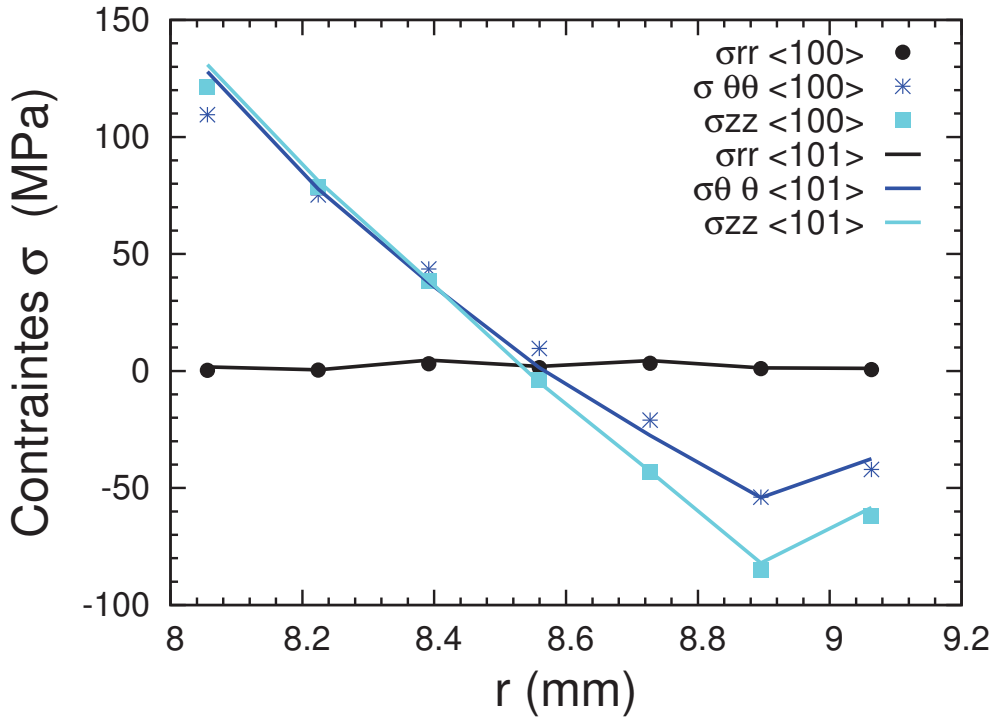


FIGURE 6.17 – Contraintes dans la direction de l'épaisseur, à $t = 2$ s et en $z = 23$ mm.

6.2.1.4 Conséquence de l'anisotropie sur l'évolution du problème thermique

Dans cette section, les variations dans le profil de température occasionné par les variations dans les transferts de charge à l'interface sont analysées. Les profils de température obtenus au cours de la simulation sur la même structure, avec les mêmes paramètres matériau et chargement mais ne comportant pas d'élément d'interface endommageable, servent de point de référence. Ils permettent de déterminer l'état de la structure, sous l'effet du même chargement, mais sans les dégradations occasionnées par l'amorçage et la propagation d'une fissure.

Le profil longitudinal de température au cours de la phase de refroidissement du cycle est analysé à deux instants $t = 2{,}5$ et $t = 2{,}55$ s. Les résultats sont représentés sur les figures 6.18 pour le profil de température obtenu sur la surface externe de la barrière thermique, sur la surface externe du substrat et sur la paroi interne du substrat. Les résultats correspondants au calcul thermo-élastique sans élément d'interface sont représentés sur les mêmes figures. Les températures

calculées sur le substrat diffèrent peu de la solution de référence fournie par le calcul équivalent ne comportant pas d'éléments d'interface endommageables. A $t = 2{,}5$ s, les températures maximales du substrat obtenues au centre du tube sont 4% plus élevées que les températures de référence, ce qui représente un léger échauffement du substrat à la suite du délaminage interfacial. Les températures calculées le long de la barrière thermique sont en revanches très perturbées par la présence de la fissure interfaciale.

Les températures de la barrière thermique adjacente aux régions délaminées présentent une élevation importante (envion 365 K en $z = 30$ mm à $t = 2{,}5$ s) par rapport au calcul de référence. Le saut de déplacement normal $[[u_n]]$ étant important au cours du refroidissement, tel qu'illustré sur la figure 6.12, les transferts de chaleur à l'interface ont lieu par convection dans les zones où l'interface est rompue et décollée, puis par conduction de contact dans les zones rompues où le saut de déplacement normal est égal à zéro. Cette élévation de la température de la barrière thermique est dûe à la redirection des flux de chaleur qui sont déviés parce que l'interface rompue et ouverte, lorsqu'elle est remplie de gaz chaud, est moins conductrice qu'une interface saine. Elle isole donc la barrière thermique du refroidissement par flux convectif appliqué sur la paroi interne du substrat, d'où l'échauffement observé.

Les conséquences de l'évolution de la fissure interfaciale sur les flux de chaleur dans le substrat sont également examinées. Les flux de chaleur le long de la paroi externe du substrat, dans les deux directions <100> et <101> sont tracées dans le cas où l'interface est endommagée, à $t = 2$ s (figure 6.19), et dans le cas où la fissure d'interface s'est propagée, à $t = 2{,}5$ s (figure 6.20). Les résultats sont comparés aux flux de chaleur obtenus sur le calcul de référence. Les flux de chaleur tracés pour le calcul de référence décrivent l'état des transferts de chaleur dans le substrat à un instant donné sachant que l'interface est parfaitement conductrice. La dépendance des paramètres matériau à la température n'est pas anisotrope. Les flux de chaleur dans la direction longitudinale q_z et dans la direction de l'épaisseur q_r atteignent leur valeur maximale respective dans les régions où le gradient de température longitudinal et le gradient de température dans l'épaisseur sont les plus élevés. Comme le tube est chauffé de façon uniforme dans la direction circonférentielle, les flux de chaleur q_θ sont quasiment nuls.

À $t = 2$ s, lorsque l'interface est endommagée, la présence d'une interface mécaniquement endommagée modifie les flux de chaleur qui sont alors plus faibles comparés à la solution de référence (figure 6.19).

Lorsque l'interface est partiellement délaminée et ouverte ($d = 1$ et $[[u_n]] > 0$), les flux de chaleur dans l'épaisseur q_r et circonférentiel q_θ sont perturbés dans la région adjacente à la zone délaminée (entre $z = 20$ et $z = 30$ mm) tel qu'on peut le voir sur la figure 6.20. Les transferts de chaleur par convection au sein de la fissure dont l'ouverture maximale se situe dans la direction <100> d'après la figure 6.12 modifient le gradient de température dans l'épaisseur du substrat. Dans la direction <101> où la fissure est fermée ($[[u_n]] = 0$), les flux de chaleur dans la direction de l'épaisseur ont la même amplitude que la solution de référence mais présentent une

perturbation dans la région fissurée. De plus, la présence d'une fissure remplie de gaz chauds influe sur les transferts de chaleur dans la direction circonférentielle qui augmentent légèrement dans la région adjacente à la zone délaminée (entre $z = 20$ et $z = 30$ mm) tel qu'on peut le voir sur la figure 6.20.

6.2.2 Discussions

Le calcul sur tube à section constante a permis d'établir une comparaison entre le délaminage sur un substrat isotrope et sur un substrat anisotrope en plasticité cristalline. Les différences majeures concernent d'une part, l'amorçage et la propagation, d'autre part la modification induite par la forme du champ de contrainte sur les transferts thermiques qui ont lieu à l'interface.

L'amorçage de la fissure interfaciale sur le substrat anisotrope est fortement influencé par le niveau des contraintes qui est plus élevé dans une direction que dans une autre suivant l'anisotropie élastique. En revanche, la répartition isotrope des efforts internes conduit à un amorçage suivi d'une propagation de fissure parfaitement symétrique. La variation du paramètre β qui quantifie la dépendance de l'énergie d'adhérence à la mixité des modes de sollicitation a permis de retrouver qualitativement certains résultats de la littérature. L'effet combiné de l'anisotropie et de la mixité des modes conduit à la formation de cloques de délaminage dont l'accroissement est fortement lié à l'état de contraintes le long de ses bords. On note que la présence du glissement tangentiel à l'interface le long des bords de la cloque peut contribuer à la stabiliser car le taux de restitution d'énergie critique $G_c(\phi)$ calculé localement est plus élevé lorsque la sollicitation se rapproche du mode II. Il a par ailleurs été montré dans la section 5.1.5.4, figure 5.18 que la profondeur de la cloque peut dépendre du choix du paramètre β.

La comparaison entre substrat isotrope et anisotrope montre aussi des différences notables dans le problème thermique. Les variations dans le profil de température que l'on peut observer dans le calcul avec un substrat anisotrope montrent que, par opposition au calcul réalisé avec un substrat isotrope dans lequel on n'observe aucune variation par rapport au calcul de référence, l'anisotropie est aussi responsable des variations de transferts thermiques à l'interface occasionné par l'évolution de la fissure. Le calcul isotrope est dominé par les contraintes parallèles à l'interface qui limitent son ouverture. En revanche, le champ de contrainte complexe du calcul anisotrope conduit à des sollicitations qui provoquent un décollement non négligeable de la barrière thermique par rapport au substrat. Il a par ailleurs été montré dans la section 5.1.5.4, figure 5.18 que la profondeur de la cloque, et donc l'ouverture interfaciale, peut dépendre du choix du paramètre β du problème mécanique.

Ces observations permettent de conclure que les modifications mutuellement engendrées entre la mécanique et la thermique justifient le recours à une analyse couplée et à la mise en œuvre d'un modèle de zone cohésive thermo-mécanique dans le cadre de cette étude. Cependant, les faibles variations dans le profil de température du substrat et dans les flux de chaleurs (figure 6.18) montrent que le modèle n'est pas capable de prédire une éventuelle élevation de la température du

substrat due à l'écaillage de la barrière thermique, même si les variations dans le profil de température dûe au délaminage sont clairement représentées.

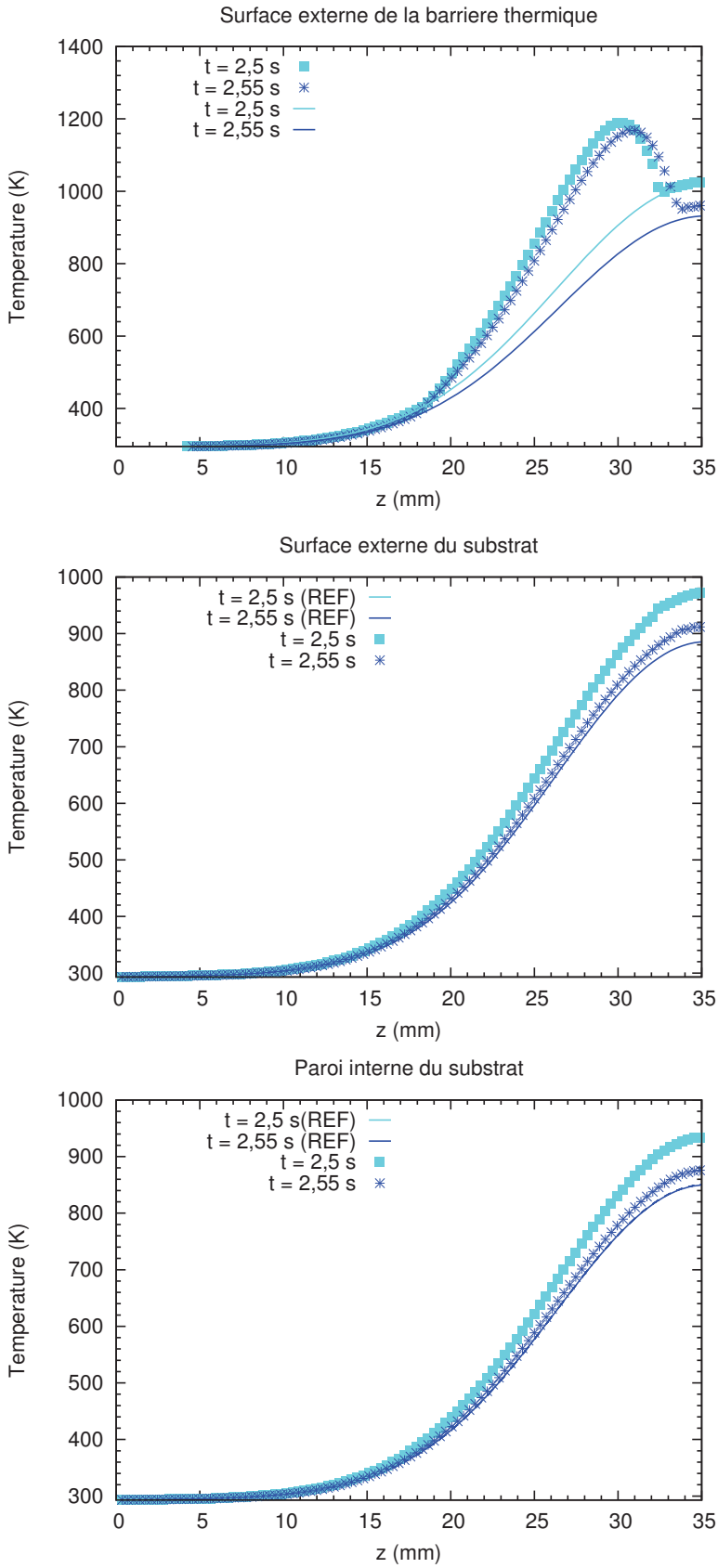


FIGURE 6.18 – Températures nodales tracées suivant la direction longitudinale $\vec{z}$ à différents instants au cours de la descente en température. Les courbes REF sont les profils de température obtenus par le calcul de référence sans éléments d'interface.

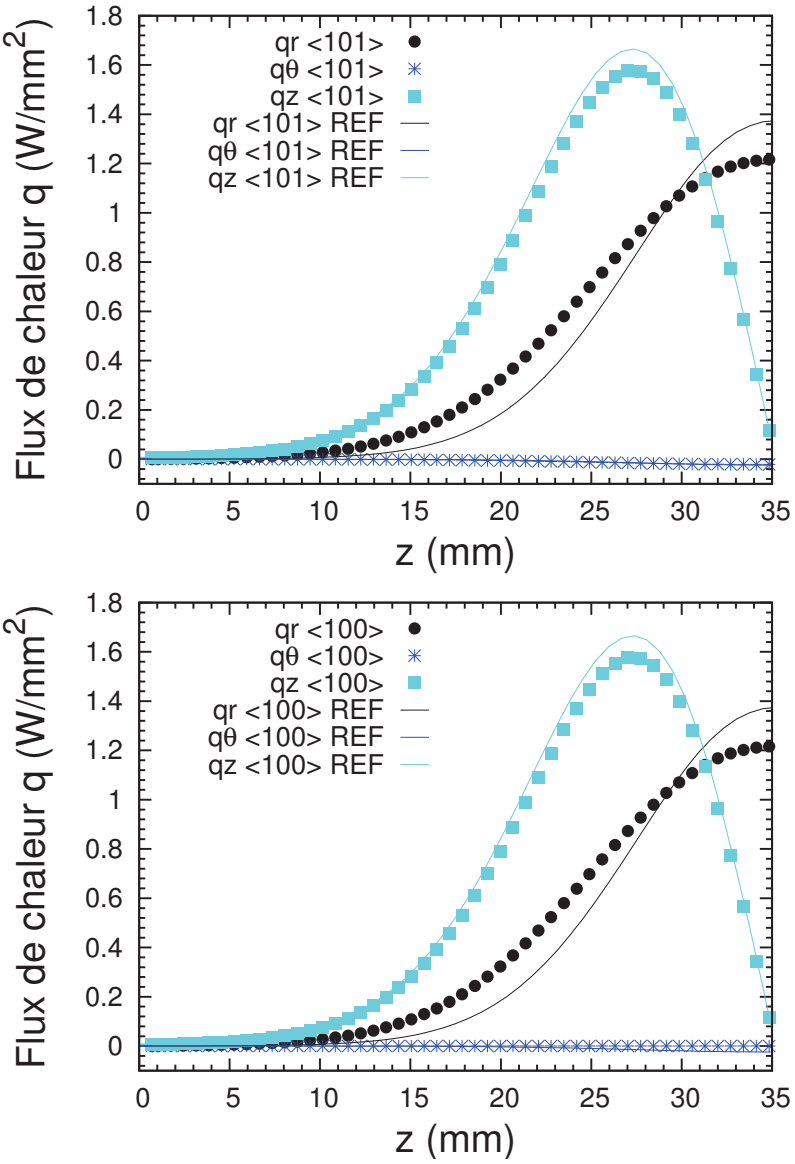


FIGURE 6.19 – Flux de chaleur dans le substrat anisotrope à l'instant $t = 2$ s, le long de la surface externe du substrat. Comparaison avec le calcul de référence (REF) sans élément d'interface.

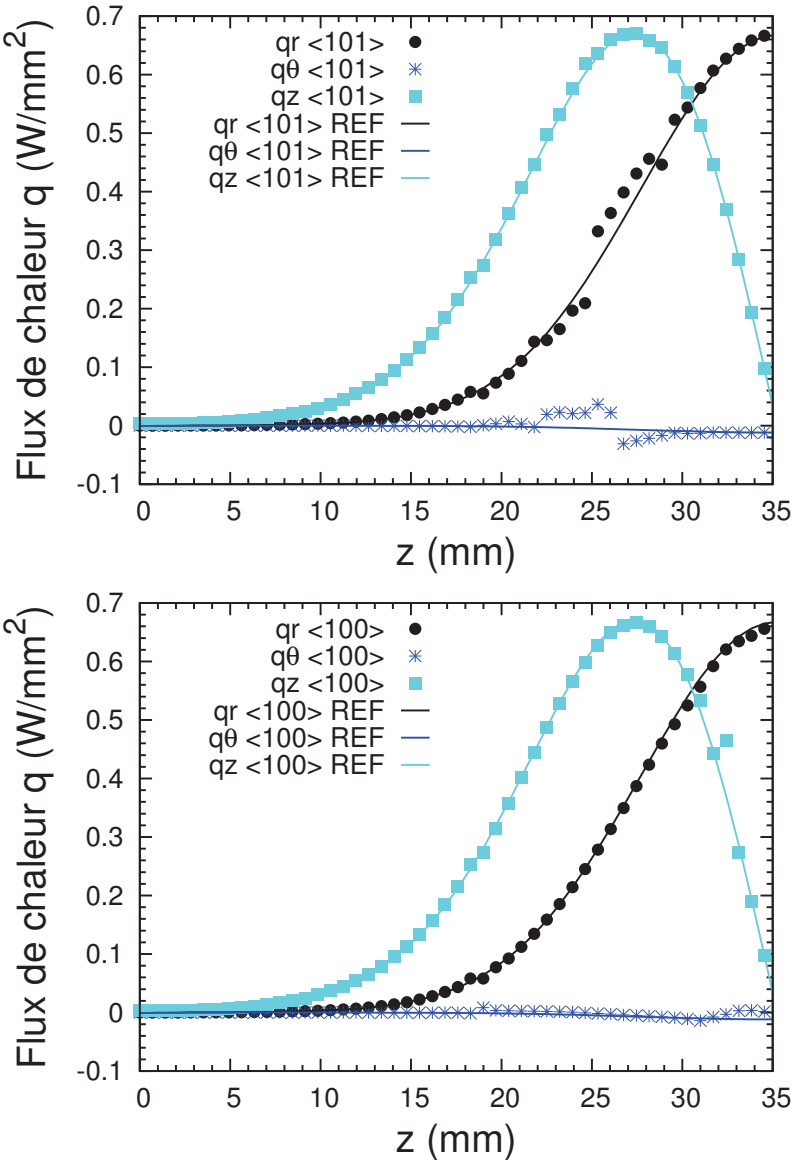


FIGURE 6.20 – Flux de chaleur dans le substrat anisotrope à l'instant $t = 2{,}5$ s le long de la surface externe du substrat, lorsque les cloques se sont formées. Comparaison avec le calcul de référence (REF) sans élément d'interface.

6.2.3 Eprouvette tubulaire monocristalline à section variable

L'objectif de cette simulation est de réaliser un calcul thermo-mécanique couplé sur une éprouvette monocristalline recouverte de barrière thermique dont la géométrie et le chargement sont proches des conditions de service de l'aube et correspondent aux conditions d'un essai technologique à gradient thermique de paroi sur éprouvette revêtue qui sera réalisé ultérieurement à l'Onera. Initialement prévue pour la validation du modèle thermo-mécanique couplé développé dans cette étude, cette étape sert de préparation à l'essai technologique. La comparaison des résultats expérimentaux aux simulations numériques sera effectuée ultérieurement. La zone utile dans laquelle l'amorçage de la fissure a lieu est un cylindre de section constante et d'épaisseur 1,15 mm, assimilable au tube cylindrique étudié dans la section 6.2.1. Compte-tenu du chargement appliqué, les résultats obtenus dans ce cas test sont donc très similaires aux résultats obtenus au cours du calcul sur tube anisotrope à section constante.

6.2.3.1 Géométrie de l'éprouvette tubulaire lisse

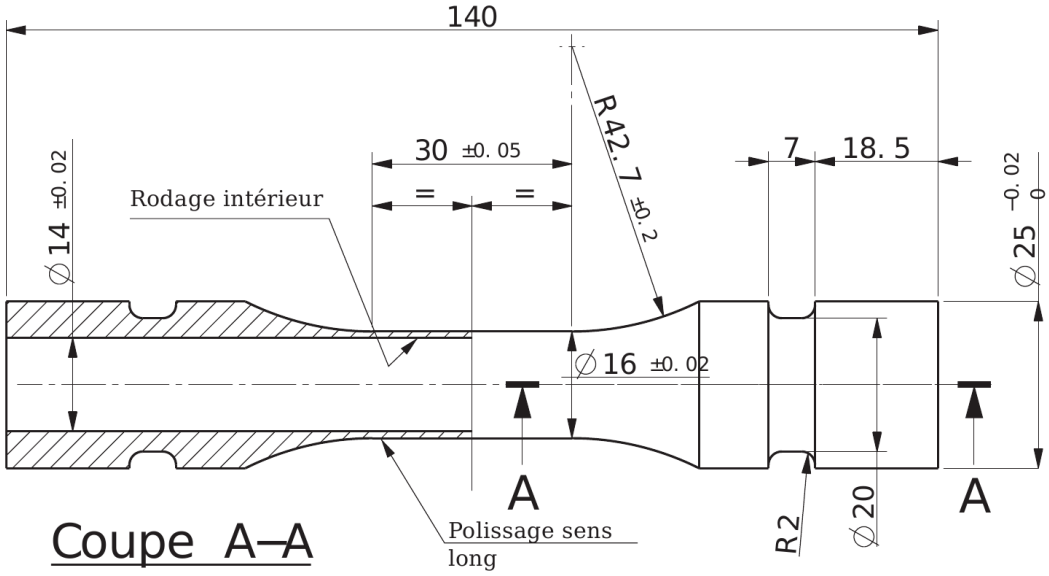


FIGURE 6.21 – Géométrie de l'éprouvette tubulaire à section variable [Degeilh 2013].

La géométrie et les dimensions de l'éprouvette tubulaire non perforée sont présentées sur la figure 6.21. Elles ont été optimisées pour la réalisation d'essais de fatigue avec gradient thermique de paroi à l'Onera sur des éprouvettes non recouvertes de barrière thermique [Degeilh 2013] et seront également utilisées pour les futurs essais d'écaillage sur des éprouvettes revêtues de barrière thermique.

L'épaisseur de la paroi du substrat a été choisie à partir de la géométrie de l'aube. L'épaisseur de la pâle décroît depuis la plateforme vers le haut de l'aube puisque l'effort centrifuge décroît suivant la même tendance. L'épaisseur du substrat au

centre de l'éprouvette tubulaire correspond à celle de la zone située en bas de pâle, là où l'épaisseur de l'aube est maximale et vaut environ 1 mm. On note cependant que cette région du bas de pâle ne correspond pas nécessairement à la région la plus critique pour une étude de l'écaillage qui se produit en premier lieu sur les régions supérieures de la pâle où l'épaisseur du substrat est plus faible. La longueur de la zone utile (centre) est de 30 mm, pour un diamètre extérieur fixé à 16 mm.

Le maillage est représenté sur la figure 6.22. Le maillage du substrat est réalisé avec des éléments hexaédriques quadratiques avec quatre éléments dans l'épaisseur. La taille de maille est de L_{el}= 0,25 mm dans la zone utile. L'éprouvette tubulaire est recouverte d'une barrière thermique d'épaisseur h_{BT} = 150 μm sur la région centrale délimitée par les deux rainures qui serviront au système de serrage des têtes de l'éprouvette au cours de l'essai. La barrière thermique est maillée à l'aide d'éléments coque. Le maillage est réglé et comprend en tout 99 200 éléments et 422 240 nœuds.

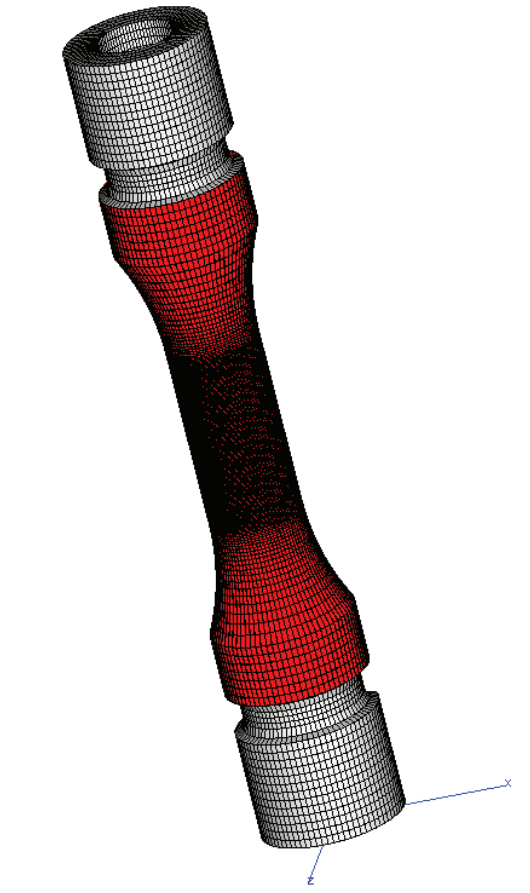


FIGURE 6.22 – Maillage de l'éprouvette tubulaire à section variable. La zone rouge représente la barrière thermique.

6.2.3.2 Conditions aux limites

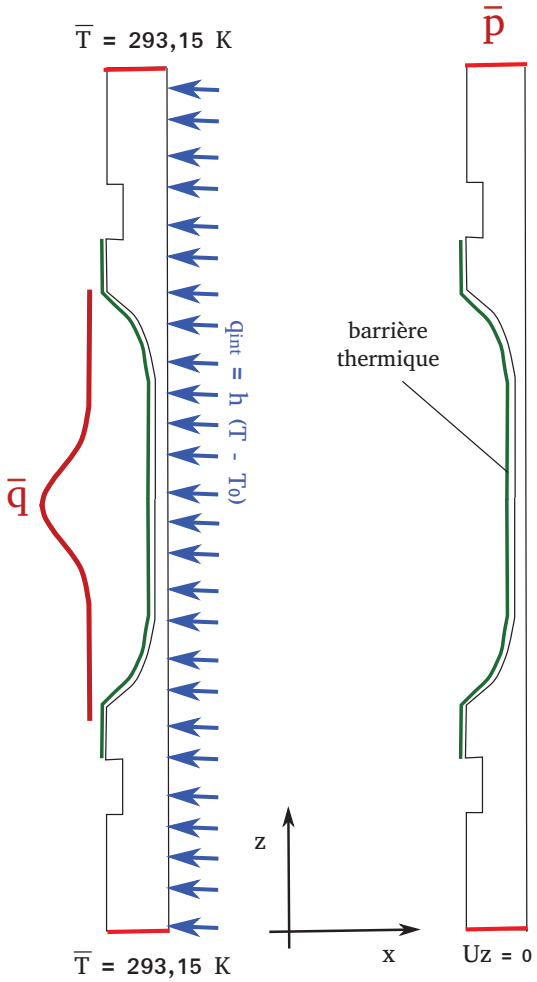


FIGURE 6.23 – Conditions aux limites thermiques et mécaniques de l'éprouvette tubulaire.

TABLE 6.7 – Chargement thermique et mécanique externes.

Temps (s)	0	1	2	3
q_0(W mm^{-2})	0	0,7	0,7	0
$\bar{p}$ (Pa)	0	28	28	0

On considère un chargement constitué d'une montée en température, d'un temps de maintien et d'un refroidissement. Le chargement et les conditions aux limites thermiques et mécaniques sont représentés sur la figure 6.23. Les déplacements verticaux sont bloqués à l'extrémité inférieure du tube ($u_z(z = 0) = 0$) tandis qu'une pression $\bar{p}$ est appliqué à l'autre extrémité $z = 140$ mm. Les valeurs de la pression $\bar{p}$ au cours du chargement sont données dans le tableau 6.7. Les mouvements

de corps rigides sont bloqués de sorte à permettre une dilatation circonférentielle de l'éprouvette tubulaire.

Le refroidissement de la paroi interne est réalisé au moyen d'un flux convectif froid $q_{int} = h(T - T_e)$. T est la température de la surface interne, $h = 1 \times 10^{-3}$ $\mathrm{Wmm^{-2}K^{-1}}$ est le coefficient d'échange et $T_e = 293,15K$ est la température de l'environnement. Le coefficient d'échange h correspond au débit du fluide injecté à l'intérieur de l'éprouvette qui devra être déterminé ultérieurement en vue d'une comparaison essais/simulation.

Un flux de chaleur surfacique $\bar{q} = \exp(-\frac{(z-70.)^2}{100.})q_0$ est appliqué sur la paroi externe de sorte à ce que le centre du tube corresponde à la région où la température est maximale. Les valeurs de q_0 à différents instants sont données dans le tableau 6.7. La température des deux extrémités du tube est fixée à 293, 15 K.

6.2.3.3 Paramètres matériau

Le substrat est muni d'une loi anisotrope en plasticité cristalline [Davidson 1983] dont les paramètres tels que le coefficient de dilatation thermique dépendent de la température. L'orientation principale matériau <010> est placée selon l'axe $\vec{z}$ et les deux directions orthogonales correspondent aux orientations secondaires <100> et <101> (figure 6.22).

La barrière thermique est modélisée par une loi élastique isotrope dont les paramètres sont donnés dans le tableau 6.2. Les paramètres du modèle de zone cohésive thermique sont les mêmes que dans le calcul avec substrat isotrope (tableau 6.4) et les paramètres matériau choisis pour le modèle de zone cohésive mécanique sont détaillés dans le tableau 6.10. Le paramètre β est fixé à 0,85 car cette valeur est plus proche des valeurs obtenues dans le recalage expérimental [Vaunois 2013a].

TABLE 6.8 – Propriétés mécaniques de l'interface pour une durée de cyclage t_{cycle} (h) donnée.

$\frac{G_{Ic}}{G^0_{Ic}}$	$\frac{\sigma_{Ic}}{\sigma^0_{Ic}}$	δ_{Ic} (mm)	β	$\frac{G_{IIc}}{G^0_{IIc}}$
417× 10^{-4}	417× 10^{-4}	0,016	0,85	417× 10^{-4}

6.2.3.4 Délaminage interfacial

L'évolution de la température de la paroi externe du substrat au cours de la montée en température est représentée sur la figure 6.24. L'endommagement interfacial correspondant est représenté sur la figure 6.25. De même que dans la section 6.2.1, l'amorçage a lieu dans la région à fort gradient longitudinal de température et à des régions espacées de 90^o qui correspondent à la direction <100> où les contraintes dans le substrat sont maximales. La zone délaminée s'élargit de part et d'autre du cylindre tandis qu'une région endommagée mais non rompue subsiste au centre.

Compte-tenu de la forme du flux de chaleur surfacique $\bar{q}$ appliqué, le gradient longitudinal de température est nul au centre mais les contraintes ne sont pas uniformes dans la direction circonférentielle du fait de l'anisotropie du substrat. Simi-

lairement au calcul présenté dans la section 6.2.1, les dilatations contrariées entre le substrat et la barrière thermique conduisent au délaminage de l'interface. Au cours des phases de montée et de maintien en température, les éléments de zone cohésive sont alors sollicités principalement par des efforts parallèles à l'interface. Pendant le refroidissement, les contraintes de compression conduisent au décollement de la barrière thermique par rapport au substrat, ce qui se manifeste par l'ouverture de l'interface, illustrée sur la figure 6.26 à $t = 2{,}6$ s, et la perte de symétrie longitudinale du problème due à une instabilité.

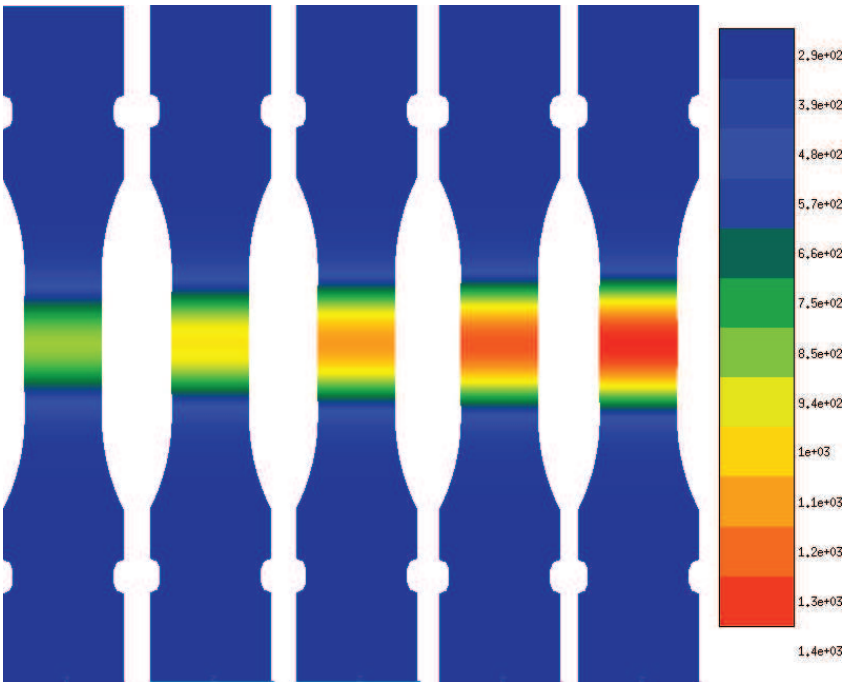


FIGURE 6.24 – Evolution du profil de température nodale T (K) sur la paroi externe du substrat au cours de la montée en température aux instants $t = 0{,}6\,;\ 0{,}7\,;\ 0{,}8\,;$ $0{,}9\,;\ 1$ s.

L'évolution de l'endommagement interfacial décrit sur la figure 6.25 montre un amorçage qui se fait préférentiellement dans les directions <100>. Etant donné que le paramètre β est proche de 1, l'influence des plans de glissement est amoindrie au cours de la propagation et se rapproche des résultats obtenus dans la section précédente (figure 6.14). La dépendance à la mixité des modes de sollicitation étant relativement faible, la propagation n'entraîne pas la formation d'une cloque de délaminage tel que vu précédemment.

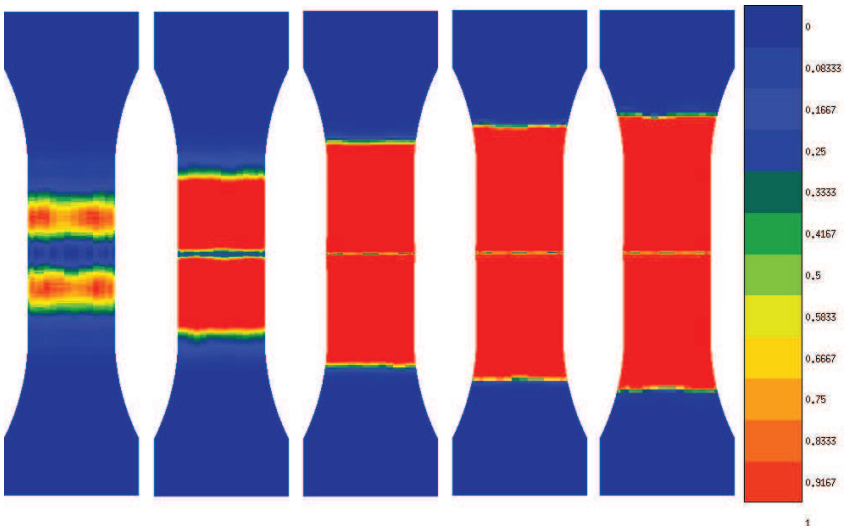


FIGURE 6.25 – Evolution de l'endommagement d aux points de Gauss de l'interface au cours de la montée en température aux instants $t = 0{,}6\,;\ 0{,}7\,;\ 0{,}8\,;\ 0{,}9\,;\ 1$ s ($d = 0$ pour une interface saine, $d = 1$ pour une interface rompue).

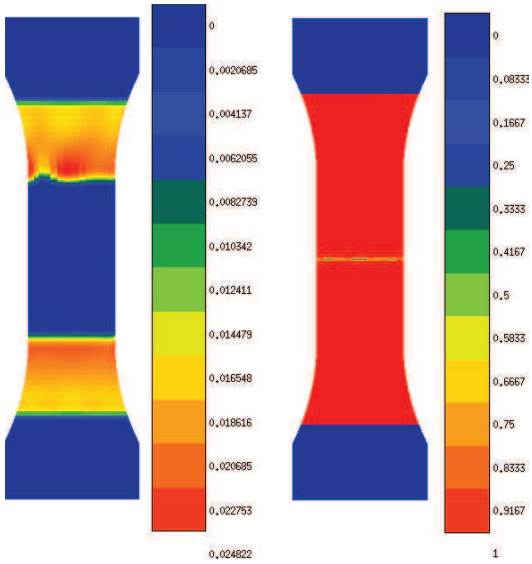


FIGURE 6.26 – (a) Saut de déplacement normal $[[u_c]]$ à l'interface et (b) endommagement d aux points de Gauss de l'interface au cours du refroidissement, à $t = 2{,}6$ s ($d = 0$ pour une interface saine, $d = 1$ pour une interface rompue).

6.3 Calcul sur aube revêtue

Le modèle thermo-mécanique couplé est à présent appliqué à un calcul d'aube revêtue dont le chargement thermique sera dans un premier temps arbitraire puis dans un second temps, issu d'un calcul aéro-thermique de la turbine réalisé par Snecma. La réalisation du calcul d'aube sous chargement thermique arbitraire permet de valider les développements sur une structure complexe d'épaisseur variable munie d'un circuit interne de refroidissement. Le profil de température ainsi que l'évolution de l'endommagement interfacial au cours d'un chargement cyclique sont examinés. Enfin, la réalisation d'un calcul d'aube revêtue ayant pour chargement les résultats d'un calcul aéro-thermique de la turbine permet d'obtenir la forme du champ de température vue par l'aube en conditions de service et l'évolution de l'endommagement interfacial qui en résulte. Le maillage d'aube utilisé ne comporte pas les perçages des trous de refroidissement.

6.3.1 Calcul sur un chargement arbitraire

6.3.1.1 Géométrie et conditions aux limites

Géométrie et maillage

Le maillage utilisé dans le cadre de la thèse est un maillage réalisé par Snecma, auquel ont été rajoutés la barrière thermique maillée en éléments coques et les éléments d'interface. L'aube de turbine modélisée, illustrée sur la figure 6.27, est constituée de plusieurs éléments principaux : le pied d'aube, la plateforme, la pâle, le bord d'attaque et le bord de fuite. Les canaux de refroidissement internes (Annexe A.7) sont également présents à l'intérieur de l'aube. Elle est maillée à l'aide d'éléments hexahédrique quadratique à vingt nœuds. La barrière thermique est déposée sur la pâle et le bord d'attaque. Son épaisseur $h_{BT} = 150$ μm est constante sur toute la surface revêtue. Elle est maillée à l'aide d'éléments de coques "Continuum-Based" quadratiques à six nœuds. La géométrie étudiée ne comporte pas les trous de refroidissemment. Le même maillage est utilisé pour les résolutions des problèmes mécanique et thermique. Le maillage est représenté sur la figure 6.28.

Conditions aux limites et chargement

L'aube de turbine a pour finalité de récupérer l'énergie des gaz sortant de la chambre de combustion, afin d'actionner le compresseur, tout en permettant aux gaz de se détendre correctement pour provoquer une forte poussée. Les sollicitations qu'elle subit sont de diverses origines. Parmi les sollicitations mécaniques, on distingue les forces aérodynamiques dues au passage des gaz chauds à grande vitesse ou encore les forces centrifuge due à la vitesse de rotation de la turbine (environ 2800 tr/min sur certains moteurs militaires). Les forces centrifuges sont à l'origine d'un effort de traction important. Cependant, les forces centrifuges ne sont pas modélisées dans le

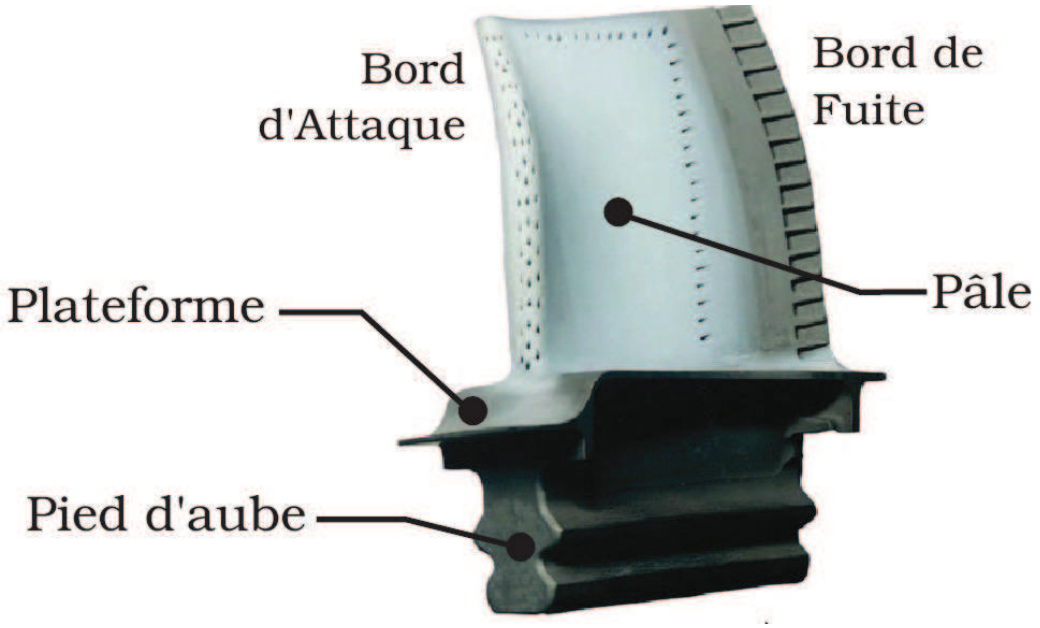


FIGURE 6.27 – Constituants de l'aube [Degeilh 2013].

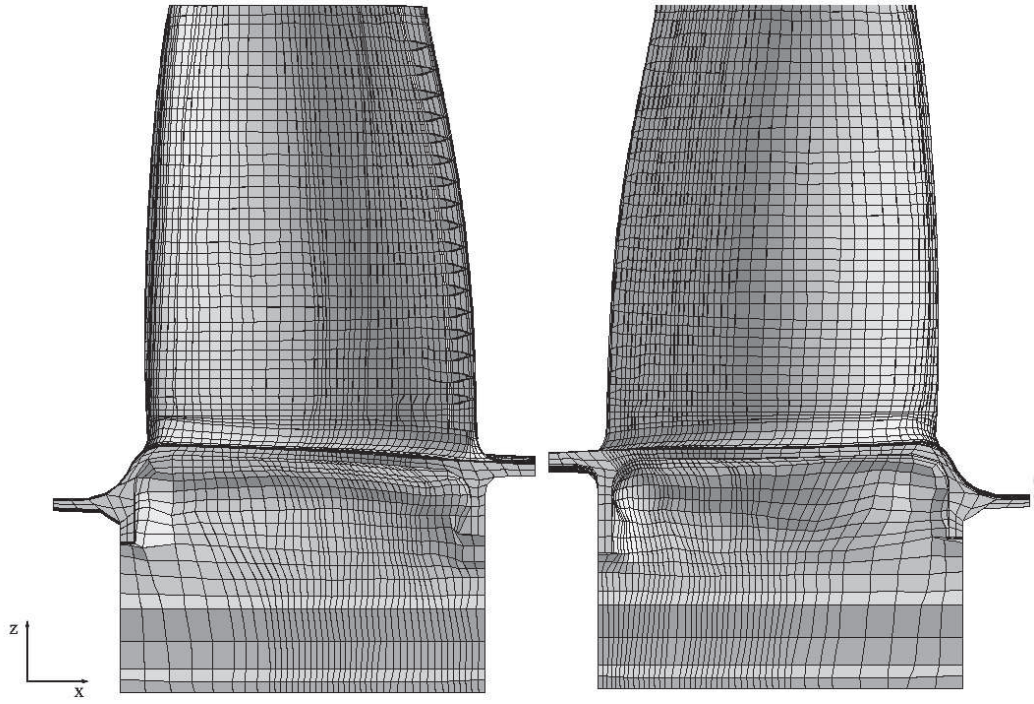


FIGURE 6.28 – Maillage de l'aube vue (a) de l'intrados et (b) de l'extrados.

cadre de cette étude pour se concentrer uniquement sur les dégradations d'origine thermique. Afin de modéliser l'encastrement du pied d'aube dans le disque mobile, les déplacements du pied d'aube sont fixés à zéro ($U_x = U_y = U_z = 0$).

Le chargement d'origine thermique joue un rôle important sur la tenue mécanique de l'aube. L'aube est traversée par un gradient longitudinal du pied vers l'extrémité de l'aube et par un gradient de paroi causé par le contact des gaz chauds issus de la chambre de combustion et le refroidissement interne par un flux d'air froid. Dans le cadre de ce premier calcul d'aube, le réchauffement de la pâle est modélisé par un flux de chaleur surfacique $\bar{q}$ uniforme sur l'ensemble de la pâle. L'évolution de $\bar{q}$ au cours d'un cycle est donnée dans le tableau 6.9. Il atteint sa valeur maximale au cours du temps de maintien. Le refroidissement est effectué au moyen d'un flux convectif froid $q_{int} = h(T - T_e)$ où T est la température de la surface interne, $h = 1 \times 10^{-3}$ Wmm^{-2}K^{-1} est le coefficient de transfert thermique et $T_e = 293,15$ K est la température de l'environnement. Le flux convectif q_{int} est appliqué sur l'ensemble de la paroi interne de l'aube qui constitue les canaux internes de refroidissement. Enfin, la température du pied d'aube T_{pied} est imposée. Son évolution au cours d'un cycle est donnée dans le tableau 6.9. Le cycle étudié est constitué d'une montée en température, suivie d'un temps de maintien puis d'un refroidissement.

TABLE 6.9 – Chargement externe de l'aube.

Temps (s)	0	1	2	3
q_0(W mm^{-2})	0	0,72	0,72	0
T_{pied} (K)	293,15	500,15	500,15	293,15

6.3.1.2 Paramètres matériau

Le pied d'aube, la plateforme, la pâle, le bord d'attaque et le bord de fuite forment le substrat et sont munis d'une loi anisotrope en plasticité cristalline [Davidson 1983] dont les paramètres tels que le coefficient de dilatation thermique dépendent de la température. L'orientation principale matériau <010> est placée selon l'axe $\vec{z}$ orienté dans la direction longitudinale de l'aube et les deux directions et correspondent aux orientations secondaires <100> et <101>.

La barrière thermique est modélisée par une loi élastique isotrope dont les paramètres sont donnés dans le tableau 6.2. Les paramètres du modèle de zone cohésive thermique sont des paramètres approximés à partir de données issues de la littérature et sont donnés dans le tableau 6.4. Les paramètres matériau choisis pour le modèle de zone cohésive mécanique sont présentés dans le tableau 6.3.

6.3.1.3 Délaminage interfacial

Dans cette section, on s'attachera dans un premier temps à analyser l'évolution de l'endommagement interfacial résultant du profil de température et des effets structurels liés notamment aux rayons de courbure de l'aube au cours d'un cycle thermique. L'évolution de l'endommagement après un nombre de cycles thermiques $N_{cycle} = N^A_{cycle}$ compris entre 1 et 100 cycles sera examinée. La température initiale (de référence) de la structure est la température ambiante $T_{ref} = 293,15$ K. Elle

augmente et est maximale au cours de la phase de maintien en température pour atteindre 1400 K. Le profil de température du substrat au cours de la phase de maintien en température est illustré sur la figure 6.29. La température de la peau externe est maximale au niveau du bord d'attaque et décroît vers le centre de l'aube.

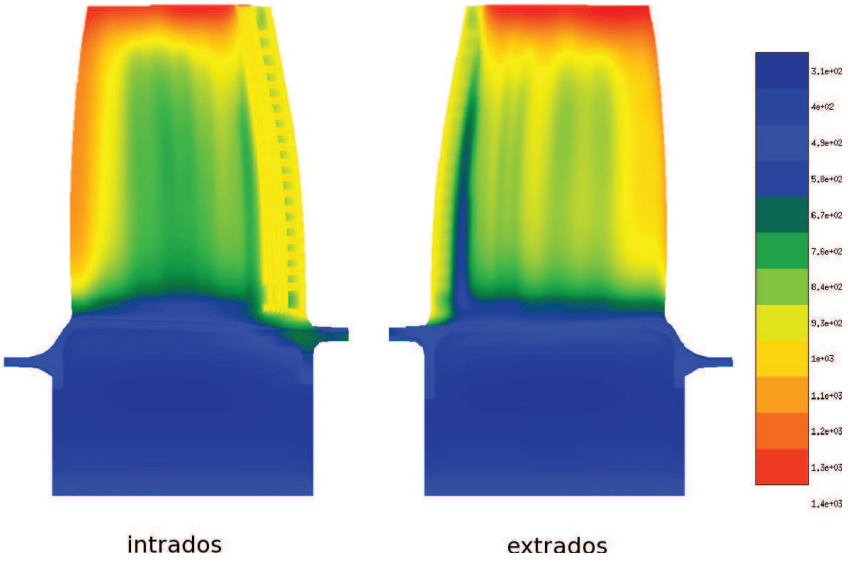


FIGURE 6.29 – Champ de température de la surface externe de la structure au cours du maintien en température.

6.3.1.4 Evolution sur un cycle

On s'intéresse à l'évolution des propriétés interfaciales et de leur impact sur les comportements mécanique et thermique de la structure. Le calcul est effectué sur une structure pré-cyclée, avec des paramètres matériau de l'interface qui correspondent à un temps de vieillissement de t^A_{cycle} compris entre 0 et 1200 h (tableau 6.3). La figure 6.30 montre l'évolution de l'endommagement interfacial d au cours de la montée en température, le long de l'intrados et de l'extrados, où $d = 0$ correrspond à une interface saine et $d = 1$ correspond à une interface rompue. On peut voir que l'amorçage a lieu le long des faces où la courbure est positive, en l'occurence sur l'extrados et sur la région du bord d'attaque de l'extrados.

6.3.1.5 Evolution sur un nombre de cycles donné N^A_{cycle}

On observe à présent les états mécanique et thermique de la structure, au cours d'un calcul cyclique comprenant N^A_{cycle} cycles de montée, maintien et descente en température. Trois valeurs différentes du taux de restitution d'énergie critique G_{Ic} sont évaluées, chacune correspondant à trois états de vieillissement thermique t_{cycle} de l'interface. Les paramètres sont donnés dans le tableau 6.3.

Une comparaison des zones endommagées à l'issue de N^A_{cycle} cycles thermomécanique est montrée sur la figure 6.31. La localisation des régions endommagées

correspond aux surfaces de courbure positive de l'interface et sont d'autant plus étendue que le taux de restitution d'énergie critique est faible. Avec $G_{Ic}/G^0_{Ic} = 1$, ce qui correspond à l'énergie d'adhérence d'une interface non cyclée thermiquement, l'interface n'est pas mécaniquement intacte au bout de N^A_{cycle} cycles mais l'endommagement maximal d reste faible, de l'ordre de $d = 0{,}3$. Pour $G_{Ic}/G^0_{Ic} = 417\times 10^{-4}$, l'endommagement n'a pas encore atteint la valeur critique $d = 1$ indiquant la rupture au bout de N^A_{cycle} cycles thermo-mécaniques réalisés par le calcul.

6.3.2 Calcul sur aube avec chargement thermique Snecma

Dans le calcul présenté dans cette section, le chargement thermique est issu d'un calcul aérothermique de la turbine réalisé par Snecma, appliqué à un calcul thermique réalisé à l'aide du logiciel Abaqus puis importé dans Z-set. L'intérêt de ce calcul est d'obtenir le profil de température des surfaces internes et externes de l'aube au cours d'un cycle thermique. La forme de ce profil de température, proche des conditions de service, influence fortement la zone d'amorçage de la fissure interfaciale et son évolution. La géométrie et le maillage sont les mêmes que ceux présentés dans la section 6.3.1. L'encastrement du pied d'aube dans le disque mobile est réalisé en bloquant les déplacements du pied d'aube ($U_x = U_y = U_z = 0$). Aucun chargement mécanique n'est appliqué.

FIGURE 6.30 – (a) Evolution de l'endommagement interfacial au cours de la montée en température (a) sur l'extradoss (b) et sur l'intrados, aux instants t = 0,5 ; 0,6 ; 0,8 ; 0,9 s.

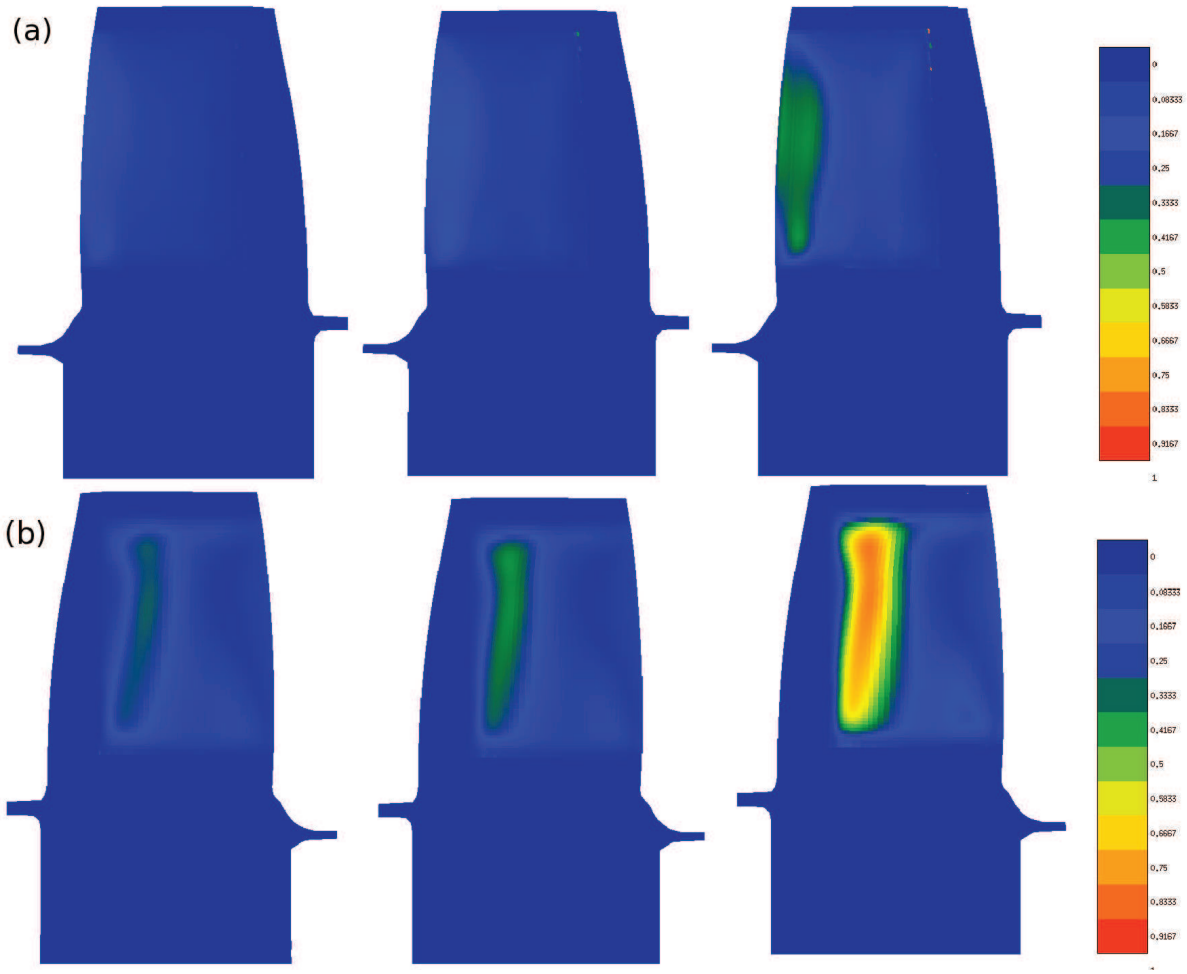


FIGURE 6.31 – Endommagement interfacial pour trois différentes valeurs initiales de G_{Ic} après N^A_{cycles} cycles thermiques (a) sur l'intrados et (b) extrados de l'aube, avec un chargement thermique arbitraire ($d = 0$ signifie que l'interface est saine et $d = 1$ signifie que l'interface est rompue).

6.3.2.1 Paramètres matériau

Les paramètres matériau utilisés dans ce calcul sont similaires à ceux utilisés dans le calcul d'aube avec un chargement arbitraire (section 6.3.1), à savoir une loi anisotrope en plasticité cristalline pour le substrat et une loi linéaire isotrope pour la barrière thermique. Les paramètres matériau du modèle de zone cohésive thermique sont aussi les mêmes que précédemment et sont donnés dans le tableau 6.4. Quant aux paramètres du modèle de zone cohésive mécanique, ils sont donnés dans le tableau suivant :

TABLE 6.10 – Propriétés mécaniques de l'interface pour une durée de cyclage t_{cycle} (h) donnée.

$\frac{G_{Ic}}{G^0_{Ic}}$	$\frac{\sigma_{Ic}}{\sigma^0_{Ic}}$	δ_{Ic} (mm)	β	$\frac{G_{IIc}}{G^0_{IIc}}$
417× 10^{-4}	417× 10^{-4}	0,016	0,5	417× 10^{-4}

6.3.2.2 Conditions aux limites et chargement externe

L'échauffement de la surface externe et le refroidissement des surfaces internes sont réalisés au moyen d'un flux convectif. Le chargement thermique est constitué d'un flux convectif $q_{snecma} = h(T - T_e)$ où T est la température, $h(x, y, z, t)$ est le coefficient de transfert thermique et $T_e(x, y, z, t)$ est la température de l'environnement. Les coefficients h et T_e sont donnés en tout point des surfaces interne et externe de l'aube et varient linéairement au cours du cycle. Une modélisation approximative des transferts thermiques au sein des trous de refroidissement est réalisée par l'intermédiaire du chargement thermique. Le chargement est constitué d'un cycle comprenant une montée en température d'une durée d'une seconde, un temps de maintien d'une une seconde et un refroidissement d'une seconde.

6.3.2.3 Effet de la forme du champ de température sur la localisation de l'amorçage

Le champ de température de l'aube obtenu au début de la phase de maintien à $t = 1$ s est représenté sur la figure 6.32. Les températures sont maximales dans la région centrale de l'intrados, appelée "langue chaude" ainsi que le long du bord d'attaque de l'aube. Sur la paroi externe de l'extrados, le profil de température est très inhomogène entre la région centrale, le bord de fuite et la partie supérieure. Une vue en coupe du substrat permet également d'observer les différences de température entre la paroi externe et les surfaces des canaux internes de refroidissement.

Les évolutions de l'endommagement et de l'ouverture normale aux points de Gauss de l'interface, calculés au cours de la montée en température le long de l'intrados sont décrits sur la figure 6.33. La fissure s'amorce au niveau du bord d'attaque et l'endommagement s'étale vers la région centrale de l'aube avant de délaminer sur le centre. Une large zone délaminée apparaît à $t = 1$ s, lorsque les températures sont maximales. Cette région délaminée se situe dans la langue chaude. À $t = 1$ s, un décollement de la barrière thermique dans la région où l'interface est rompue, matérialisé par un saut de déplacement normal à l'interface $[[u_n]]$ peut s'oberver sur la figure 6.33-b. Le saut de déplacement est maximal au sommet de l'aube. L'évolution de la température moyenne de la barrière thermique est également illustrée sur la même figure afin de rendre compte de l'évolution des champs de température au cours de l'amorçage.

Le même phénomène se produit sur l'extrados (figure 6.34) où les températures sont pourtant moins élevées que sur l'intrados. En revanche, de fort gradients de température peuvent s'observer le long de la surface externe de l'aube. Les

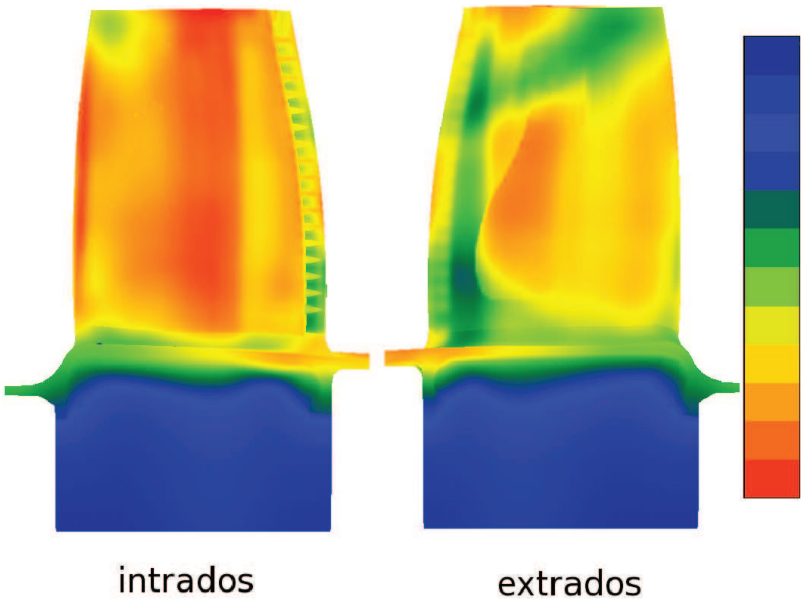


FIGURE 6.32 – Température du substrat à t= 1 s (K).

températures maximales sont atteintes au niveau de la région centrale de l'extrados. L'amorçage a lieu pour des températures plus faibles par rapport à l'intrados et une large zone délaminée apparaît déja à $t = 0{,}8$ s. De même que sur l'intrados, le délaminage s'accompagne d'une ouverture normale importante de l'interface.

Les conséquences de ce délaminage sur le profil de température de la pièce sont visibles sur le champ de température du substrat et de la barrière thermique. Les profils de température obtenus au cours du temps de maintien, aux instants $t =$ 1 ; 1,5 et 2 s, sont représentés sur la figure 6.35. La présence de la fissure ouverte modifie la répartition de la température dans le substrat en transférant les zones chaudes vers les régions non adjacentes à l'interface rompue. Un refroidissement du substrat est observé à l'endroit où la barrière thermique est décollée. Cette conséquence de la répartition de la température n'est cependant pas proche de la réalité vue par l'aube de turbine en service dans laquelle une aussi large proportion de barrière thermique décollée serait déja écaillée, induisant un échauffement du substrat consécutif à l'écaillage causé par l'exposition directe aux gaz chauds issus de la chambre de combustion.

De plus, les évolutions du profil de température au cours de la phase de maintien illustrées sur la figure 6.35 sont dues à la dépendance au temps de la loi cristalline du substrat car le substrat est le seul matériau dont les paramètres dépendent du temps. Ces variations au cours du temps de maintien illustrent donc la présence de fluage au niveau du substrat au cours de la phase de maintien en température.

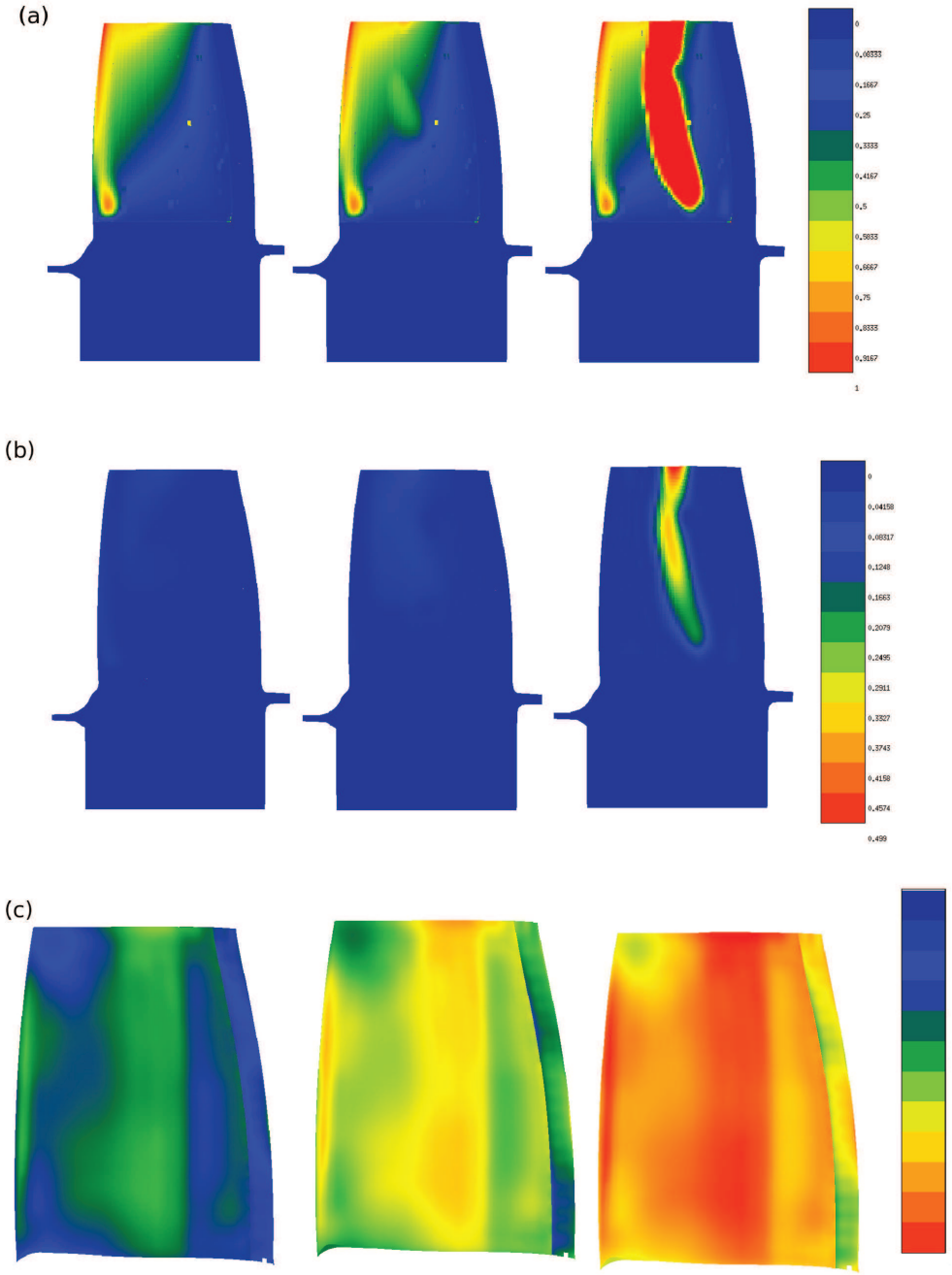


FIGURE 6.33 – Evolution au cours de la montée en température aux instants $t = 0{,}8\,;\ 0{,}9\,;\ 1$ s, (a) Endommagement interfacial d aux points de Gauss le long de l'intrados, (b) saut de déplacement normal $[[u_n]]$ (mm) à l'interface et (c) champ de température moyenne aux nœuds de la coque $\bar{\theta}$ (K).

6.3.3 Discussion et comparaison avec le retour d'expérience

La localisation du délaminage sur l'intrados que l'on obtient au cours des simulations sur chargement thermique réel ressemble à la zone identifiée dans les retours d'expérience sur des aubes mobiles de turbine haute pression provenant de plusieurs aubes de retour de vol. Une description détaillée du retour d'expérience est disponible dans [Vaunois 2013a] dont quelques éléments sont repris ici pour servir de comparaison aux simulations numériques présentées précédemment. Des expertises approfondies ont été réalisées dans une étude récente [3] sur des aubes mobiles de turbine dans le but d'établir des pistes pour un scénario d'endommagement sur pièces réelles, aboutissant à l'écaillage de la barrière thermique. Pour cela, plusieurs aubes ont été tronçonnées et observées finement selon plusieurs plans de coupe, plus spécialement dans la zone identifiée comme critique à l'écaillage. Cette zone est systématiquement la zone centrale de l'intrados de l'aube, qui subit en service les plus fortes températures. La figure 6.36 montre plusieurs aubes présentant une zone écaillée de plus en plus étendue, sur l'intrados.

L'écaillage survient dans la région centrale de l'intrados (langue chaude) où les températures sont maximales. Plus précisémment, il survient dans la partie située au sommet de la pale, qui s'endommage et s'écaille en premier, comme le montre la figure 6.37.

D'un point de vue qualitatif, le délaminage de la barrière thermique sur l'aube tel qu'il est simulé par le modèle thermo-mécanique couplé est plus important sur l'extrados que sur l'intrados. Cette différence qui varie suivant que le délaminage se produit sur la courbure positive ou négative est comparable aux résultats décrits dans l'étude analytique réalisée par [Hutchinson 2001] (voir section 2.1.3, figure 2.6) qui décrit le rôle de la courbure comme celui d'une imperfection et selon laquelle l'écaillage est favorisé lorsque la courbure du substrat est positive par rapport à une courbure négative. La barrière thermique de l'extrados étant essentiellement déposée sur un substrat de courbure positive, il n'est donc pas surprenant qu'il se produise en premier sur l'extrados dans le cadre de la simulation présentée.

En revanche, les retours d'expérience ne font pas état d'un écaillage sur la région extrados de l'aube de turbine de retour de vol. Plusieurs explications peuvent être avancées concernant cette différence par rapport le calcul présenté. Elles tirent leurs justifications de la complexité des phénomènes de dégradation intrinsèques et extrinsèques qui conduisent à l'écaillage de la barrière thermique. La première est l'inhomogénéité spatiale de la ténacité interfaciale qui est dûe à l'effet de la température sur la cinétique d'oxydation de la sous-couche. Cette oxydation est à l'origine de la formation et de la croissance de la fine couche d'alumine à l'interface qui induit des contraintes pouvant mener à l'écaillage de la barrière thermique telle qu'illustrée sur la figure 2.4. Cette dépendance de la ténacité interfaciale à la température, mise en évidence au cours d'essais expérimentaux d'adhérence cycliques réalisés en isotherme [Vaunois 2013a] s'exprime par une décroissance de l'énergie d'adhérence en

3. PEA BARTHOLDI : Programme d'Etudes Amont "BARrières THermiques Optimisées et fiabiLisées en Durée de vIe" (2006-2011) – Groupe de Tâches 11 : Retour d'expérience en service.

fonction de l'augmentation de la température de cyclage (figure 2.8). Les profils de température indiquent que les températures les plus élevées sont atteintes sur l'intrados (figure 6.32), ce qui signifie que le taux de restitution d'énergie critique réel serait plus faible à cet endroit et donc que l'interface s'endommage plus rapidement.

Des facteurs extrinsèques influencent aussi la durée de vie à écaillage des barrières thermiques et peuvent varier entre l'intrados et l'extrados. L'intrados est notamment plus exposé aux CMAS[4] [Darolia 2013] qui entrainent une densification et une rigidification de la barrière thermique marquée par l'augmentation du module d'Young de 30 GPa sans infiltration à un module d'Young compris entre 90 et 200 GPa après infiltration [Evans 2007]. Cette modification de la rigidité de la barrière thermique influe sur l'énergie qu'elle emmagasine au cours du cycle et peut entraîner un écaillage précoce. Par ailleurs, on fait l'hypothèse dans le calcul que l'épaisseur de la barrière thermique est constante sur toute la surface externe de la pâle. Dans la réalité, son épaisseur peut varier.

Ce calcul thermo-mécanique couplé présenté dans cette section, dans lequel on s'intéresse uniquement aux dégradations interfaciales causées par le chargement thermique de l'aube, illustre l'importance des effets structurels sur l'évolution des fissures qui conduisent à l'écaillage de la barrière thermique. De plus, il montre l'influence de la forme du profil de température appliqué sur la localisation du délaminage. En perspective, la prise en compte de la dépendance du taux de restitution d'énergie critique G_c à la température, dans un premier temps à partir d'une loi phénoménologique de la forme décrite par l'équation 4.17 peut être envisagée afin d'établir un premier lien entre température et taux de restitution d'énergie critique.

4. Ca, Mg, Al et Si, abrégé en CMAS. Ce sont des particules ingérées par le moteur qui fondent et viennent se déposer à la surface de la couche de céramique puis se solidifient lors du refroidissement du moteur.

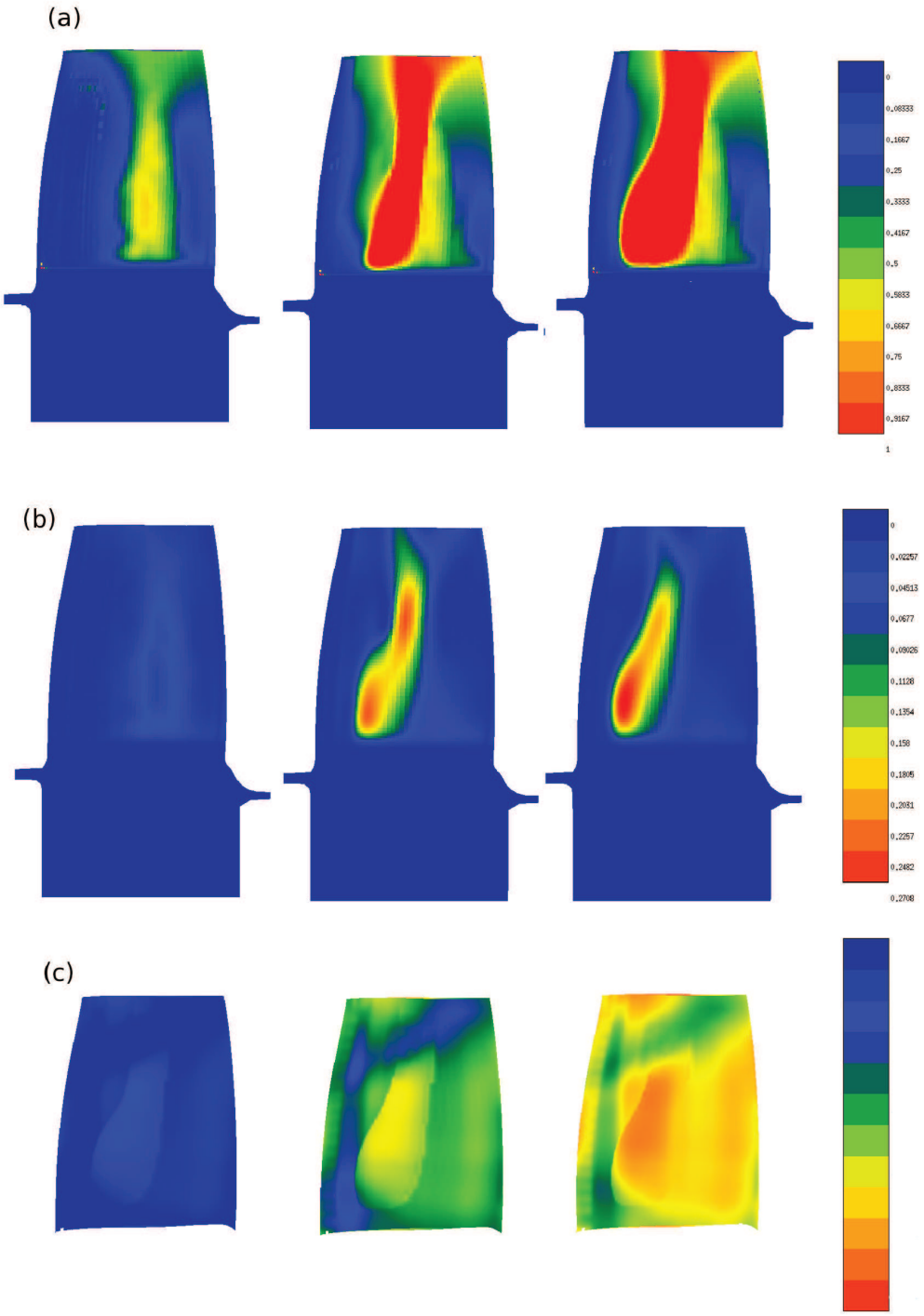


FIGURE 6.34 – Evolution au cours de la montée en température aux instants $t = 0{,}5\,;\ 0{,}8\,;\ 1$ s, (a) endommagement interfacial d aux points de Gauss le long de l'extrados, (b) saut de déplacement normal $[[u_n]]$ (mm) à l'interface et (c) champ de température moyenne aux nœuds de la coque $\bar{\theta}$ (K).

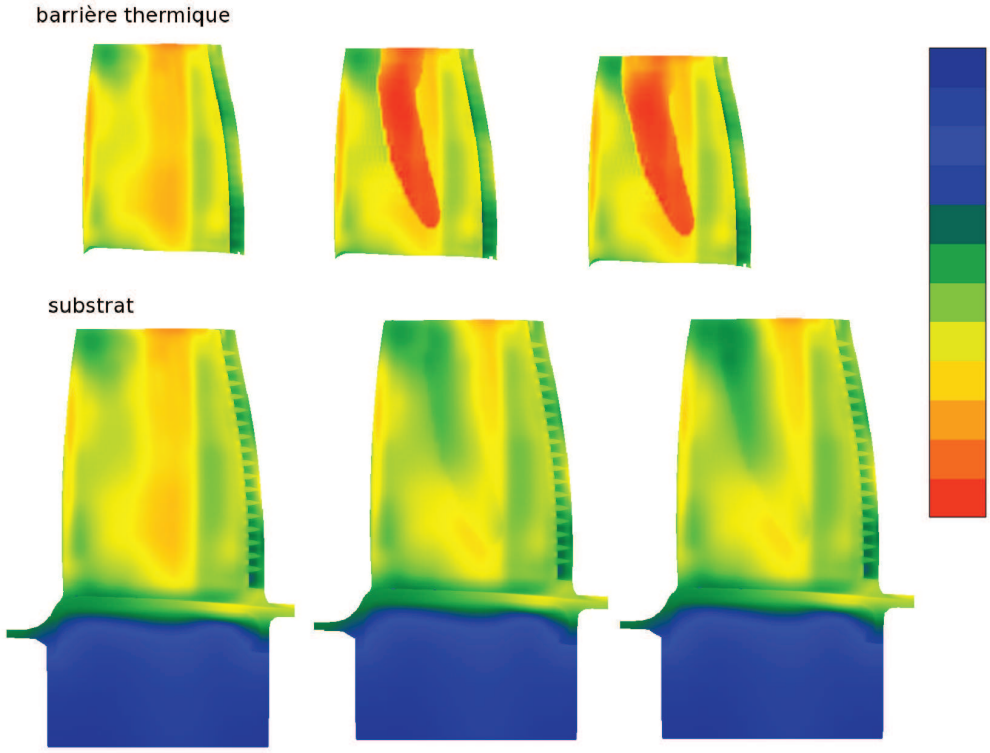


FIGURE 6.35 – Champ de température nodale T (K) du substrat et température moyenne nodale $\bar{\theta}$ (K) de la barrière thermique correspondante, obtenus pendant la phase de maintien en température, aux instants $t = 1$; 1,5 et 2 s.

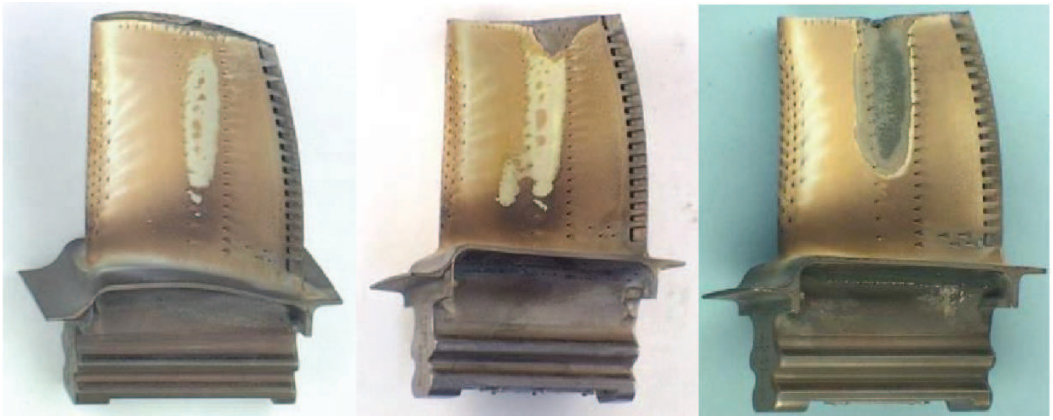


FIGURE 6.36 – Macroscopie de trois aubes du retour d'expérience [Vidal-Sétif 2010].

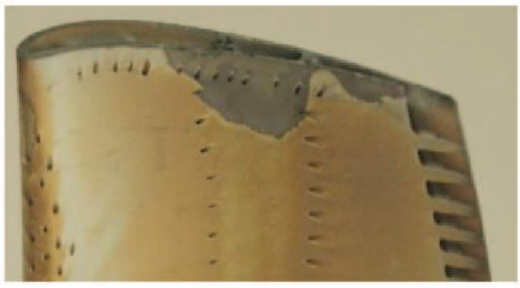


FIGURE 6.37 – Début d'écaillage d'une aube [Vaunois 2013a].

Chapitre 7

Conclusion

Sommaire

7.1 Synthèse des résultats 175
7.2 Limitations du modèle et discussion 178
7.3 Perspectives 179

7.1 Synthèse des résultats

Des travaux antérieurs de modélisation de l'endommagement des barrières thermiques par les modèles de zone cohésive [Caliez 2001] ont montré l'importance du choix de la loi de comportement cohésive sur la réponse globale de la structure pouvant conduire à de nombreuses difficultés numériques, de même que l'intérêt de l'utilisation d'un modèle à forte rigidité initiale. Dans ce contexte, l'élément fini d'interface mixte proposé par Lorentz [Lorentz 2008] dont la formulation variationnelle est basée sur un Lagrangien augmenté a été implanté au sein du code de calcul par éléments finis Z-set. L'avantage de cet élément est qu'il permet l'utilisation de lois cohésives dites extrinsèques. Cette catégorie de lois cohésive est particulièrement adaptées à la modélisation de l'écaillage puisqu'elles permettent par exemple de représenter une adhésion initiale parfaite avant amorçage ou des conditions de contact, et cela sans passer par la traditionnelle méthode de pénalisation souvent à l'origine des problèmes de convergence de ces modèles.

Parallèlement à cela, une loi cohésive bilinéaire avec adhérence initiale parfaite a été implantée. Des ingrédients physiques issus d'essais d'adhérence réalisés par Vaunois [Vaunois 2013a] sont pris en compte directement au sein de ce modèle cohésif. Ils permettent d'inclure une caractéristique importante qui ressort des essais expérimentaux qui est la dépendance de la ténacité interfaciale à la mixité des modes de chargement. Cette dépendance qui se manifeste par une ténacité plus élevée en mode II peut être à l'origine de la stabilisation d'une cloque de délaminage lorsque le mode II prédomine sur les bords de la cloque. Cet aspect a été intégré au modèle par la définition d'un angle de mixité des modes de sollicitation calculé localement par l'élément cohésif qui détermine alors son taux de restitution d'énergie critique de façon itérative. Divers cas tests de complexité variable ont été mis en œuvre pour valider les développements.

Un deuxième volet de la thèse consiste à mettre en place un couplage thermomécanique qui permet de considérer simultanément les variations dans le processus de transfert de charge et les changements dans le transfert thermique comme une

conséquence de l'endommagement, de l'amorçage et de la propagation d'une fissure. Pour cela, un modèle de zone cohésive thermo-mécanique qui fait le lien entre les deux physiques à considérer est développé. Un élément d'interface thermique basé sur une formulation variationnelle en Lagrangien développé dans la thèse permet de tirer profit d'une part, de la robustesse de cette formulation, d'autre part des possibilités de simuler une interface parfaitement conductrice lorsque l'interface est mécaniquement intacte. Cette dernière particularité qui peut être vue comme l'équivalent thermique d'une adhérence initiale parfaite permet encore une fois de s'affranchir de la pénalisation utilisée dans la formulation classique pour simuler une conductance initiale infinie. Les propriétés de la conductance interfaciale sont définies pour chaque état mécanique de l'interface sur la base de données issues de la littérature. Les effets de la radiation entre les lèvres de la fissure sont pris en compte et introduisent une non-linéarité supplémentaire qui découle de la dépendance de la conductance à la température de la zone cohésive. De même, un modèle de conduction de contact est intégré afin de considérer les éventuels transfert de chaleur en cas de refermeture de la fissure.

La mise en œuvre couplée des modèles de zone cohésive mécanique et thermique au cours des cas tests bidimensionnels a montré que la redirection des flux de chaleur consécutive à l'accroissement d'une fissure interfaciale peut être à l'origine de contraintes thermiques capables de faire évoluer la fissure. Ces mêmes cas test ont permis de réaliser des études paramétriques qui ont permis d'apporter des informations sur les avantages et les limitatations du modèle. L'étude paramétrique confirme notamment un point déja soulevé dans la littérature qui est l'effet négligeable des transferts par radiation entre les lèvres de la fissure en-dessous des températures maximales étudiées dans cette étude ou encore la forte dépendance de la conductance à la valeur choisie de la conductivité des gaz contenus dans la fissure.

Un troisième volet des travaux effectués concerne la mise en place d'une modélisation peu coûteuse et robuste de la barrière thermique en tirant profit de ses caractéristiques structurelles. Un modèle basé sur l'approche "Continuum Based" est choisi et validé car il permet la réutilisation de lois de comportements déja disponibles dans Z-set et ne nécessite donc pas de développement supplémentaires pour adapter le comportement à la cinématique de la coque. Divers travaux concernant la modélisation coque en mécanique ont été effectués et visent à fiabiliser le modèle choisi en vue du calcul sur aube. La réalisation d'un ensemble de tests classiques dans la validation d'éléments coques ont mis en évidence la présence de verrouillage en membrane et en cisaillement dans la formulation choisie. Pour éliminer les déformations parasites présentes dans la modélisation coque, une méthode de type "Assumed Strain" a été implantée mais n'est pas encore validée.

Pour réaliser le calcul thermique et rendre compte du gradient de température dans l'épaisseur, un élément de coque thermique est implanté. De même que les coques utilisées en mécaniques, il s'agit d'éléments de structure minces dont la formulation découle d'hypothèses cinématiques. Dans un premier temps, une interpolation linéaire de la température dans l'épaisseur est utilisée pour tenir compte du gradient thermique à l'origine de l'abaissement des températures dans le substrat.

Pour l'implantation, un modèle basé sur l'approche "Continuum Based" pour les coques est mis en place, encore une fois pour la simplicité de la méthode et pour la possibilité qu'elle offre d'utiliser des lois de comportement déja disponibles dans Z-set. Les développements effectués pour la coque thermique ont concerné d'une part l'implantation d'un élément de coque, d'autre part l'adaptation des conditions aux limites aux spécificités de l'approche choisie. Quelques cas tests ont été mis en place pour valider les développements effectués.

Le dernier volet des outils numériques concerne l'adaptation de l'algorithme de couplage. Pour réaliser le couplage entre le problème mécanique et le problème thermique, l'approche partitionnée (ou approche itérative) [Piperno 1995] déja présente dans Z-set est choisie. Par opposition à l'approche monolithique, elle consiste à traiter chaque sous-problème comme des entités isolées qui avancent séparément dans le temps, éventuellement avec des schémas d'intégration différents. Le choix de l'approche partitionnée est essentiellement motivée par des raisons logicielles (possibilité de réutiliser des codes existants, modularité dans l'implémentation de nouveaux modèles, indépendamment du couplage) et offre également d'autres avantages tels que l'adaptation aux spécificités de chaque milieu en matière de performance des modèles de résolution (discrétisations spatiales et temporelles, algorithmes), l'indépendance de la modélisation (possibilité d'utiliser des méthodes de discrétisation différentes et des maillages non coïncidents, par exemple).

Toutefois, la précision et la stabilité des solutions ne dépend pas uniquement de la stabilité de chacun des sous-problèmes mais peuvent également être dégradées à cause du décalage entrainé par la résolution dissociée des physiques lors de l'intégration temporelle séparée. Cela peut induire une incohérence entre les sous-problèmes à chaque pas de temps. Cette incohérence devient non-négligeable dans les calculs thermo-mécaniques couplés impliquant une propagation brutale de la fissure interfaciale. La mise en évidence de ce problème dans des cas de délaminage 2D a permis de mettre en place un critère permettant l'adaptation des pas de temps entre problèmes mecaniques et thermiques, améliorant ainsi la convergence notamment lorsqu'apparaît une instabilité liée à la compression du revêtement, suivie d'une propagation brutale de fissure.

Un calcul thermo-mécanique couplé sur tube a été réalisé afin de mettre en œuvre tous les outils numériques implantés au sein d'un même calcul de structure et d'identifier d'éventuels problèmes liés à leur mise en œuvre simultanée. Il s'agit dans un premier temps d'un tube a section constante, recouvert d'une barrière thermique dans lequel un gradient de température est induit dans la paroi du tube en appliquant un flux convectif froid sur la surface interne et un flux surfacique chaud sur la surface externe. Ce calcul a permis d'observer l'évolution de l'endommagement le long de l'interface ainsi que l'accroissement de l'ouverture interfaciale au cours du refroidissement lorsqu'il est réalisé sur un substrat linéaire isotrope. Une dépendance de la zone d'amorçage de la fissure à la forme du gradient de température appliqué à la structure a également été observée. La réalisation de ce même calcul à partir d'un substrat anisotrope en plasticité cristalline a permis d'observer une évolution différente de l'endommagement interfacial qui est fortement influencé par

les déformations du substrat et son impact non négligeable sur le problème thermique. Un calcul sur tube de section variable est également réalisé dans le but de mettre en place ultérieurement une comparaison simulation/expérience.

Les premiers calculs sur aube revêtue, muni d'un chargement thermique arbitraire et sans défaut initial, ont également été réalisé afin de tester le modèle thermo-mécanique de délaminage sur une géométrie complexe. A l'issue de ces tests sur aube revêtue, les premiers calculs munis des conditions aux limites extraites des résultats de la chaîne de calcul aérothermique de la turbine effectué par Snecma ont été réalisés. Cette première confrontation des modèles numériques à la géométrie et aux sollicitations réelle de l'aube a révélé les limitations du modèle qui prédit un écaillage sur la région de l'extrados de l'aube. Cet écaillage, défini comme inexistant dans les retours d'expérience, ne survient pas dans les conditions de service. En revanche, la zone délaminée sur l'intrados est très similaire à l'écaillage obtenue sur les pièces réelles.

7.2 Limitations du modèle et discussion

Une première limitation du modèle qui ressort des calculs présentés est qu'il ne rend pas compte de l'échauffement du substrat qui survient à la suite du délaminage et de l'écaillage de la barrière thermique. Les retours d'expérience montrent que, dès qu'un fragment de barrière thermique est délaminé, il se détache du reste du revêtement. Cette exposition partielle du substrat aux gaz chauds fait que ces derniers pénètrent plus facilement dans l'interface et chauffent directement le substrat y compris dans les régions où le revêtement est délaminé mais non détaché. Les calculs thermo-mécaniques couplés sur tube à gradient de paroi montrent que le profil de température du substrat calculé à l'aide du modèle ne diffère pas beaucoup des calculs équivalents réalisés sans éléments d'interface endommageables. Cela signifie que dans la modélisation actuelle, la barrière thermique même décollée, joue encore son rôle d'isolant thermique en abaissant la température perçue par le substrat par rapport à celles qui sont perçues par la paroi externe du revêtement. L'absence d'un critère intrinsèque à la barrière thermique qui prédit le détachement des colonettes qui la constitue ne permet pas d'envisager une modélisation prédictive de l'échauffement du substrat consécutif au délaminage à partir du modèle actuel. Cet échauffement n'est certainement pas sans conséquence sur la durée de vie à écaillage sur les déformations du substrat.

Par ailleurs, les paramètres utilisés dans le modèle de zone cohésive thermique restent approximatifs étant donné qu'ils ne sont pas issus d'essais expérimentaux. En effet, plusieurs facteurs peuvent influer sur les paramètres utilisés. Les études paramétriques présentées dans le chapitre 5 démontrent par exemple une forte sensibilité des flux de chaleur à l'interface par rapport à la valeur de la conductivité des gaz contenus dans les cavités formées à l'interface ou dans une fissure ouverte. Des facteurs externes tels que la composition chimique du gaz ou la pression ambiante peuvent modifier fortement sa conductivité. De plus, l'approximation faite sur la

linéarité de sa dépendance à la température peut tout à fait être remise en cause.

Concernant la modélisation de la barrière thermique, l'utilisation d'un modèle de coque thermique avec une approximation linéaire de la température dans l'épaisseur est peut être à remettre en cause dans des situations où les gradients de température sont très élevés et varient rapidement. C'est par exemple le cas si le chargement appliqué correspond à une mission complexe à traiter en thermique transitoire. Une façon de remédier à ce problème pourrait être d'utiliser un modèle de coque thermique ayant une approximation plus complexe dans l'épaisseur.

Une autre limitation du modèle présenté est en rapport avec les instabilités de type flambage qui peuvent survenir notamment dans le cas d'une forte compression du film mince au cours de la phase de refroidissement du moteur. L'ensemble des analyses présentées dans ce manuscrit est réalisé en linéaire géométrique et aucune analyse de stabilité n'a été mise en œuvre. Une autre façon de tenir compte de ces instabilités aurait été de traiter le problème en non-linéaire géométrique. La complexité des développements à mettre en œuvre, conjugué au manque de temps a conduit au choix de ne pas traiter l'instabilité de type flambage. Cependant, le flambage observé reste une situation très locale. Le cas où le flambage serait provoqué par la présence d'une large surface de barrière thermique décollée n'est en effet que peu probable étant donné que la barrière thermique a tendance à se détacher de la structure lorsque le délaminage de l'interface est important.

Les simulations réalisées sur tube ou sur aube montrent que le modèle actuel ne permet qu'une modélisation très partielle des phénomènes qui conduisent à l'écaillage de la barrière thermique. La diversité des phénomènes de dégradations à la fois intrinsèques et extrinsèques qui conduisent à l'écaillage nécessiterait la mise en œuvre d'un modèle couplant plusieurs physiques en même temps pour être prédictif. Dans le calcul sur aube revêtue, l'importance de l'écaillage sur l'extrados obtenus à l'issue de la simulation montre que plusieurs aspects relatifs aux modes de dégradations de la barrière thermique ne sont pas considérés dans ce calcul. On pense notamment à la dépendance de l'énergie d'adhérence à la température qui n'est pas prise en compte dans les simulations, ou encore à des facteurs extrinsèques tels que les CMAS ou l'abrasion initiale de la barrière thermique par le carter qui pré-endommage l'interface.

7.3 Perspectives

En perspective, plusieurs améliorations du modèle actuel sont à envisager. Tout d'abord, la réalisation d'un calcul cyclique dans lequel un couplage complet avec le modèle de Vaunois [Vaunois 2013a] permettrait d'obtenir les valeurs du taux de restitution d'énergie critique à tout instant, et ce en fonction des paramètres de vieillissement thermique et de sa dépendance à l'évolution microstructurale de la couche d'alumine qui constitue l'interphase. Ce calcul permettrait de combiner les effets structurels et l'ensemble des mécanismes de dégradation intrinsèques de la barrière thermique au sein d'une même simulation.

La mise en place d'une loi de comportement plus représentative du comportement la barrière thermique, muni d'un critère capable de prédire le détachement des colonettes pourrait constituer un deuxième axe de réflexion. La prise en compte de cet aspect permettra par exemple l'utilisation d'une condition aux limites supplémentaire qui applique au substrat les flux convectifs Φ_{BT} initialement appliqués au fragment de barrière thermique décollée (figure 7.1). L'autre éventualité est de faire un couplage aéro-thermo-mécanique dans lequel l'échauffement peut être modélisé directement par des flux convectifs chauds qui s'insèrent dans la fissure ouverte. Concernant la modélisation des transferts de chaleur de la barrière thermique, la mise en œuvre d'un modèle de coque thermique avec une approximation plus complexe de la température dans l'épaisseur permettrait d'envisager des simulations en transitoire. Enfin, une phase de validation du modèle numérique est prévue. Il s'agit d'une confrontation aux résultats d'une campagne d'essais sur tube à gradient thermique de paroi qui sera réalisée à l'Onera.

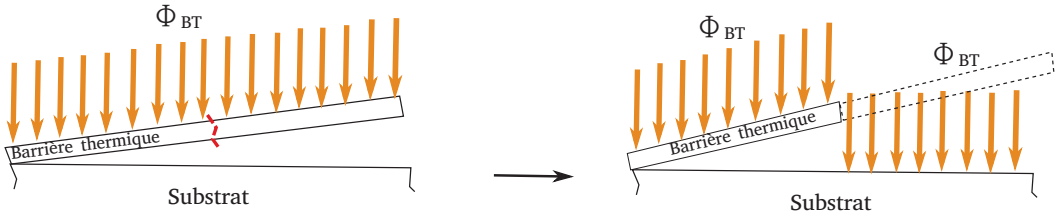


FIGURE 7.1 – Détachement d'un fragment de barrière thermique et prise en compte de l'échauffement du substrat au cours d'une modélisation thermo-mécanique couplée.

Annexe A

Annexes

A.1 Elément fini d'interface mixte

A.1.1 Matrice de rigidité condensée et résidu condensé

Les blocs matriciels qui forment le système d'équation 4.13 obtenu après élimination des degrés de liberté locaux $\boldsymbol{\delta_m}$ sont détaillé ci-dessous.

$$[\hat{K}_{UU}] = [K_{UU}] - [K_{U\Delta_m}][K_{\Delta_m\Delta_m}]^{-1}[K_{\Delta_m U}]$$

$$[\hat{K}_{U\Lambda_m}] = [K_{U\Lambda_m}] - [K_{\Delta_m U}][K_{\Delta_m\Delta_m}]^{-1}[K_{\Delta_m\Lambda_m}]$$

$$[\hat{K}_{\Lambda_m U}] = [K_{\Lambda_m U}] - [K_{\Lambda_m\Delta_m}][K_{\Delta_m\Delta_m}]^{-1}[K_{\Delta_m U}]$$

$$[\hat{K}_{\Lambda_m\Lambda_m}] = [K_{\Lambda_m\Lambda_m}] - [K_{\Lambda_m\Delta_m}][K_{\Delta_m\Delta_m}]^{-1}[K_{\Delta_m\Lambda_m}]$$

$$\{\hat{F}_U\} = \{F_U\} - [K_{U\Delta_m}][K_{\Delta_m\Delta_m}]^{-1}\{F_{\Delta_m}\}$$

$$\{\hat{F}_{\Lambda_m}\} = \{F_{\Lambda_m}\} - [K_{\Lambda_m\Delta_m}][K_{\Delta_m\Delta_m}]^{-1}\{F_{\Delta_m}\}$$

A.1.2 Expression de la matrice tangente de la loi cohésive mécanique

La matrice tangente $[Tg_{mat}]$ de la loi cohésive mécanique exprimant les variations de la discontinuité de déplacement $\boldsymbol{\delta_m}$ par rapport aux variables d'entrée de la loi de comportement $[[\mathbf{u}]]$ et $\boldsymbol{\lambda_m}$ peut s'écrire :

$$[Tg_{mat}] = \left\{ \frac{\partial \boldsymbol{\delta_m}([[\mathbf{u}]], \boldsymbol{\lambda_m})}{\partial [[\mathbf{u}]]}, \frac{\partial \boldsymbol{\delta_m}([[\mathbf{u}]], \boldsymbol{\lambda_m})}{\partial \boldsymbol{\lambda_m}} \right\} = \left\{ [Tg_{[[\mathbf{u}]]}], [Tg_{\boldsymbol{\lambda_m}}] \right\} \tag{A.1}$$

où $[Tg_{[[\mathbf{u}]]}]$ et $[Tg_{\boldsymbol{\lambda_m}}]$ sont deux matrices carrées dont la taille est la dimension du problème. La matrice tangente est calculée pour chaque régime Expression de la matrice tangente dans chaque régime décrit dans la section 4.1.2.4 :

Adhérence initiale parfaite

$$[Tg_{[[\mathbf{u}]]}] = 0 \tag{A.2}$$

Rupture

$$[Tg_{[[\mathbf{u}]]}] = 1_d \tag{A.3}$$

où 1_d désigne la matrice identité.

Endommagement

$$\begin{aligned}[Tg_{[[\mathbf{u}]]}] = r\frac{\delta_{eq}}{\parallel \boldsymbol{\tau} \parallel}\left[1_d + (\boldsymbol{\tau}\otimes\boldsymbol{\tau})\frac{\sigma_c(\phi)}{\parallel \boldsymbol{\tau} \parallel^2 (\parallel \boldsymbol{\tau} \parallel - \sigma_c(\phi))}\right] \\ - \left(\boldsymbol{\tau}\otimes\frac{\partial G_c(\phi)}{\partial[[\mathbf{u}]]}\right)\frac{2H_c}{\left(r - \frac{\sigma_c(\phi)}{\delta_c(\phi)})\right) \parallel \boldsymbol{\tau} \parallel 2\sqrt{2H_cG_c(\phi)}}\end{aligned} \tag{A.4}$$

Décharge linéaire

$$[Tg_{[[\mathbf{u}]]}] = \frac{1}{(r+K_d)^2}\left(r(r+K_c)1_d - \frac{1}{d_(\phi)\sqrt{2H_cG_c(\phi)}}H_c(\boldsymbol{\tau}\otimes\frac{\partial G_c(\phi)}{\partial[[\mathbf{u}]]}\right) \tag{A.5}$$

où K_d est la pente de la décharge linéaire, avec

$$K_d = \frac{\sqrt{2H_cG_c(\phi)}}{d\delta_c(\phi)} - H_c \tag{A.6}$$

On note que dans chaque régime, $[Tg_{\boldsymbol{\lambda_m}}] = \frac{1}{r}[Tg_{[[\mathbf{u}]]}]$.

A.1.3 Expression détaillée de la matrice de rigidité élémentaire

On rappelle la discrétisation utilisée pour le saut de déplacement $[[\mathbf{u}]]$ et le multiplicateur de Lagrange $\boldsymbol{\lambda_m}$:

$$[[\mathbf{u}]] = [\mathbf{D}]\{\ \mathbf{U}\}\ \ , \boldsymbol{\lambda_m} = [\mathbf{L}]\{\ \boldsymbol{\Lambda_m}\} \tag{A.7}$$

avec $[\mathbf{D}] = [\mathbf{N}_+] - [\mathbf{N}_-]$, $[\mathbf{N}_+]$ et $[\mathbf{N}_-]$ étant les traces de la matrice des fonctions de forme quadratiques $[\mathbf{N}]$ sur Γ_+ et Γ_- respectivement. $[\mathbf{L}]$ est la matrice des fonctions de forme linéaires sur Γ. $\{\mathbf{U}\}$ le vecteur des déplacements nodaux, $\{\ \boldsymbol{\Lambda_m}\}$ les inconnues nodales correspondant aux multiplicateurs de Lagrange. Les deux résidus $\mathbf{R_U}$ et $\mathbf{R_{\Lambda_m}}$associés aux variables $\mathbf{U}$ et $\boldsymbol{\Lambda_m}$ sont

$$\begin{cases} \mathbf{R_U} = [\mathbf{D}]^T([\mathbf{L}]\{\boldsymbol{\Lambda_m}\} + r[\mathbf{D}]\{\mathbf{U}\} - r\boldsymbol{\delta_m}(\{\mathbf{U}\},\{\boldsymbol{\Lambda_m}\})) = 0 \\ \mathbf{R_{\Lambda_m}} = [\mathbf{L}]^T([\mathbf{D}]\{\mathbf{U}\} - \boldsymbol{\delta_m}(\{\mathbf{U}\},\{\boldsymbol{\Lambda_m}\})) = 0 \end{cases} \tag{A.8}$$

Ils permettent de déduire la matrice de rigidité tangente $[\hat{\mathbf{K}}]$ de l'élément constituée des blocs $[\hat{K}_{UU}]$, $[\hat{K}_{U\Lambda_m}]$, $[\hat{K}_{\Lambda_m U}]$ et $[\hat{K}_{\Lambda_m\Lambda_m}]$, où chacun des blocs s'écrit

$$[\hat{K}_{UU}] = \frac{\partial \mathbf{R_U}}{\partial\{\mathbf{U}\}} = [\mathbf{D}]^T(r([\mathbf{D}] - \frac{\partial\boldsymbol{\delta_m}([[\mathbf{u}]],\boldsymbol{\lambda_m})}{\partial[[\mathbf{u}]]})) = [\mathbf{D}]^T(r([\mathbf{D}] - [Tg_{[[\mathbf{u}]]}][\mathbf{D}]))$$

$$[\hat{K}_{U\Lambda_m}] = \frac{\partial \mathbf{R_U}}{\partial\{\boldsymbol{\Lambda_m}\}} = [\mathbf{D}]^T([\mathbf{L}] - r\frac{\partial \boldsymbol{\delta_m}([[\mathbf{u}]], \boldsymbol{\lambda_m})}{\partial \boldsymbol{\lambda_m}}) = [\mathbf{D}]^T([\mathbf{L}] - r[Tg_{\boldsymbol{\lambda_m}}][\mathbf{L}])$$

$$[\hat{K}_{\Lambda_m U}] = \frac{\partial \mathbf{R_{\Lambda_m}}}{\partial\{\mathbf{U}\}} = [\mathbf{L}]^T([\mathbf{D}] - \frac{\partial \boldsymbol{\delta_m}([[\mathbf{u}]], \boldsymbol{\lambda_m})}{\partial [[\mathbf{u}]]}) = [\mathbf{L}]^T([\mathbf{D}] - [Tg_{[[\mathbf{u}]]}][\mathbf{D}])$$

A.2 Interpolation mixte du tenseur de déformation

L'interpolation mixte des composantes du tenseur de déformation de l'élément coque mécanique proposée par [Bathe 1986] est présentée dans cette section. Considérant les hypothèses cinématiques définies dans la partie 4.2.1.1, une façon d'écrire le tenseur des déformations est :

$$\tilde{\varepsilon} = \varepsilon_{rr}^{DI}\mathbf{g}^r\mathbf{g}^r + \varepsilon_{rs}^{DI}(\mathbf{g}^r\mathbf{g}^s + \mathbf{g}^s\mathbf{g}^r) + \varepsilon_{rt}^{DI}(\mathbf{g}^r\mathbf{g}^t + \mathbf{g}^t\mathbf{g}^r) + \varepsilon_{st}^{DI}(\mathbf{g}^s\mathbf{g}^t + \mathbf{g}^t\mathbf{g}^s) \quad \text{(A.10)}$$

où DI désigne les composantes obtenues par interpolation directe et où $\mathbf{g}^r$, $\mathbf{g}^s$ et $\mathbf{g}^t$ sont les composantes contravariantes correspondants aux vecteurs de la base covariante $\mathbf{g}_r$, $\mathbf{g}_s$ et $\mathbf{g}_t$ défini par :

$$\mathbf{g}_\alpha = \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \alpha} \quad \text{avec} \quad \alpha = r, s, t \quad \text{(A.11)}$$

r, s et t sont les coordonnées isoparamétriques de l'élément coque. Les points utilisés pour l'interpolation du tenseur de déformation sont présentés sur la figure A.1.

A.2.1 Interpolation des composantes de membrane

Pour éviter le vérouillage de membrane, l'interpolation suivante des composantes de membrane du tenseur des déformation est utilisée :

$$\tilde{\varepsilon} = \sum_{i=1}^{8} h_i^{IS}\varepsilon|_i \quad \text{(A.12)}$$

h_i est la fonction d'interpolation définie pour $i = 1$ à 8 par :

$$\begin{aligned}
h_1 &= \frac{1}{4}\Big(1+r\Big)\Big(1+s\Big) - \frac{1}{2}\Big(h_5+h_8\Big); & h_2 &= \frac{1}{4}\Big(1-r\Big)\Big(1+s\Big) - \frac{1}{2}\Big(h_5+h_6\Big)\\
h_3 &= \frac{1}{4}\Big(1-r\Big)\Big(1-s\Big) - \frac{1}{2}\Big(h_6+h_7\Big); & h_4 &= \frac{1}{4}\Big(1+r\Big)\Big(1-s\Big) - \frac{1}{2}\Big(h_8+h_7\Big)\\
h_5 &= \frac{1}{2}\Big(1-r^2\Big)\Big(1+s\Big); & h_6 &= \frac{1}{2}\Big(1-s^2\Big)\Big(1-r\Big)\\
h_7 &= \frac{1}{2}\Big(1-r^2\Big)\Big(1-s\Big); & h_8 &= \frac{1}{2}\Big(1-s^2\Big)\Big(1+r\Big)
\end{aligned} \quad \text{(A.13)}$$

où la variable r est remplacée par r/a et s est remplacée par s/a, avec $a = 1/\sqrt{3}$. Pour $i = 1$, 2, 3 et 4 on a :

$$\tilde{\varepsilon} = \varepsilon_{rr}\mathbf{g}^\mathbf{r}\mathbf{g}^\mathbf{r} + \varepsilon_{ss}\mathbf{g}^\mathbf{s}\mathbf{g}^\mathbf{s} + \varepsilon_{rs}\left(\mathbf{g}^\mathbf{r}\mathbf{g}^\mathbf{s} + \mathbf{g}^\mathbf{s}\mathbf{g}^\mathbf{r}\right) \quad \text{(A.14)}$$

$$+ \varepsilon_{rt}\left(\mathbf{g}^\mathbf{r}\mathbf{g}^\mathbf{t} + \mathbf{g}^\mathbf{t}\mathbf{g}^\mathbf{r}\right) + \varepsilon_{st}\left(\mathbf{g}^\mathbf{s}\mathbf{g}^\mathbf{t} + \mathbf{g}^\mathbf{t}\mathbf{g}^\mathbf{s}\right) \quad \text{(A.15)}$$

$$\tilde{\varepsilon}|_i = \varepsilon_{rr}\mathbf{g}^\mathbf{r}\mathbf{g}^\mathbf{r}|_i^{DI} + \varepsilon_{ss}\mathbf{g}^\mathbf{s}\mathbf{g}^\mathbf{s}|_i^{DI} + \varepsilon_{rs}\left(\mathbf{g}^\mathbf{r}\mathbf{g}^\mathbf{s} + \mathbf{g}^\mathbf{s}\mathbf{g}^\mathbf{r}\right)|_i^{DI} \quad \text{(A.16)}$$

Pour $i = 5$ et 7, on utilise :

$$\tilde{\varepsilon}|_5 = \varepsilon_{ss}\overline{\mathbf{g}}^{\mathbf{s}}\overline{\mathbf{g}}^{\mathbf{s}}|_5^{DI} + \left\{\overline{\mathbf{g}}_{\mathbf{r}} \cdot \left[\frac{1}{2}\left(\varepsilon|_1^{DI} + \varepsilon|_2^{DI}\right)\right] \cdot \overline{\mathbf{g}}_{\mathbf{r}}\right\} \overline{\mathbf{g}}^{\mathbf{r}}\overline{\mathbf{g}}^{\mathbf{r}}|_5^{DI} + \left\{\overline{\mathbf{g}}_{\mathbf{r}} \cdot \left[\frac{1}{2}\left(\varepsilon|_1^{DI} + \varepsilon|_2^{DI}\right)\right] \cdot \overline{\mathbf{g}}_{\mathbf{s}}\right\} \left(\overline{\mathbf{g}}^{\mathbf{r}}\overline{\mathbf{g}}^{\mathbf{s}} + \overline{\mathbf{g}}^{\mathbf{s}}\overline{\mathbf{g}}^{\mathbf{r}}\right)|_5^{DI} \tag{A.17}$$

$$\tilde{\varepsilon}|_7 = \varepsilon_{ss}\overline{\mathbf{g}}^{\mathbf{s}}\overline{\mathbf{g}}^{\mathbf{s}}|_7^{DI} + \left\{\overline{\mathbf{g}}_{\mathbf{r}} \cdot \left[\frac{1}{2}\left(\varepsilon|_3^{DI} + \varepsilon|_4^{DI}\right)\right] \cdot \overline{\mathbf{g}}_{\mathbf{r}}\right\} \overline{\mathbf{g}}^{\mathbf{r}}\overline{\mathbf{g}}^{\mathbf{r}}|_7^{DI} + \left\{\overline{\mathbf{g}}_{\mathbf{r}} \cdot \left[\frac{1}{2}\left(\varepsilon|_3^{DI} + \varepsilon|_4^{DI}\right)\right] \cdot \overline{\mathbf{g}}_{\mathbf{s}}\right\} \left(\overline{\mathbf{g}}^{\mathbf{r}}\overline{\mathbf{g}}^{\mathbf{s}} + \overline{\mathbf{g}}^{\mathbf{s}}\overline{\mathbf{g}}^{\mathbf{r}}\right)|_7^{DI} \tag{A.18}$$

où

$$\overline{\mathbf{g}}_{\mathbf{s}} \equiv \mathbf{g}_{\mathbf{s}}; \quad \overline{\mathbf{g}}_{\mathbf{t}} \equiv \mathbf{g}_{\mathbf{t}}$$
$$\overline{\mathbf{g}}_{\mathbf{r}} = \mathbf{g}_{\mathbf{r}} - \alpha\mathbf{g}_{\mathbf{s}}; \quad \alpha = \frac{g_{rs}}{g_{ss}} \tag{A.19}$$

Pour $i = 6$ et 8, on utilise :

$$\tilde{\varepsilon}|_6 = \varepsilon_{rr}\overline{\mathbf{g}}^{\mathbf{r}}\overline{\mathbf{g}}^{\mathbf{r}}|_6^{DI} + \left\{\overline{\mathbf{g}}_{\mathbf{s}} \cdot \left[\frac{1}{2}\left(\varepsilon|_2^{DI} + \varepsilon|_3^{DI}\right)\right] \cdot \overline{\mathbf{g}}_{\mathbf{s}}\right\} \overline{\mathbf{g}}^{\mathbf{s}}\overline{\mathbf{g}}^{\mathbf{s}}|_6^{DI} + \left\{\overline{\mathbf{g}}_{\mathbf{r}} \cdot \left[\frac{1}{2}\left(\varepsilon|_2^{DI} + \varepsilon|_3^{DI}\right)\right] \cdot \overline{\mathbf{g}}_{\mathbf{s}}\right\} \left(\overline{\mathbf{g}}^{\mathbf{r}}\overline{\mathbf{g}}^{\mathbf{s}} + \overline{\mathbf{g}}^{\mathbf{s}}\overline{\mathbf{g}}^{\mathbf{r}}\right)|_6^{DI} \tag{A.20}$$

$$\tilde{\varepsilon}|_8 = \varepsilon_{rr}\overline{\mathbf{g}}^{\mathbf{r}}\overline{\mathbf{g}}^{\mathbf{r}}|_8^{DI} + \left\{\overline{\mathbf{g}}_{\mathbf{s}} \cdot \left[\frac{1}{2}\left(\varepsilon|_1^{DI} + \varepsilon|_4^{DI}\right)\right] \cdot \overline{\mathbf{g}}_{\mathbf{s}}\right\} \overline{\mathbf{g}}^{\mathbf{s}}\overline{\mathbf{g}}^{\mathbf{s}}|_8^{DI} + \left\{\overline{\mathbf{g}}_{\mathbf{r}} \cdot \left[\frac{1}{2}\left(\varepsilon|_1^{DI} + \varepsilon|_4^{DI}\right)\right] \cdot \overline{\mathbf{g}}_{\mathbf{s}}\right\} \left(\overline{\mathbf{g}}^{\mathbf{r}}\overline{\mathbf{g}}^{\mathbf{s}} + \overline{\mathbf{g}}^{\mathbf{s}}\overline{\mathbf{g}}^{\mathbf{r}}\right)|_8^{DI} \tag{A.21}$$

où

$$\overline{\mathbf{g}}_{\mathbf{r}} \equiv \mathbf{g}_{\mathbf{r}}; \quad \overline{\mathbf{g}}_{\mathbf{t}} \equiv \mathbf{g}_{\mathbf{t}}$$
$$\overline{\mathbf{g}}_{\mathbf{s}} = \mathbf{g}_{\mathbf{s}} - \beta\mathbf{g}_{\mathbf{r}}; \quad \beta = \frac{g_{rs}}{g_{rr}} \tag{A.22}$$

A.2.2 Interpolation des composantes de cisaillement

L'interpolation des composantes de cisaillement du tenseur de déformation est réalisée de sorte à éviter le vérouillage en cisaillement. Pour $\varepsilon_{rt}\mathbf{g}^{\mathbf{r}}\mathbf{g}^{\mathbf{t}}$, l'interpolation suivante est utilisée :

$$\varepsilon_{rt}\mathbf{g}^{\mathbf{r}}\mathbf{g}^{\mathbf{t}} = \sum_{i=1}^{4} h_i^{RT}\varepsilon_{rt}\mathbf{g}^{\mathbf{r}}\mathbf{g}^{\mathbf{t}}|_i^{DI} + h_5^{RT}\left[\frac{1}{2}\left(\varepsilon_{rt}|_{RA}^{DI} + \varepsilon_{rt}|_{RB}^{DI}\right)\right]\mathbf{g}^{\mathbf{r}}\mathbf{g}^{\mathbf{t}}|_5^{DI} \tag{A.23}$$

où :

$$\begin{aligned}
h_1^{RT} &= \frac{1}{4}\left(1+\sqrt{3}r\right)(1+s) - \frac{1}{4}h_5^{RT} \\
h_2^{RT} &= \frac{1}{4}\left(1-\sqrt{3}r\right)(1+s) - \frac{1}{4}h_5^{RT} \\
h_3^{RT} &= \frac{1}{4}\left(1-\sqrt{3}r\right)(1-s) - \frac{1}{4}h_5^{RT} \\
h_4^{RT} &= \frac{1}{4}\left(1+\sqrt{3}r\right)(1-s) - \frac{1}{4}h_5^{RT} \\
h_5^{RT} &= \left(1-3r^2\right)\left(1-s^2\right)
\end{aligned} \tag{A.24}$$

Pour $\varepsilon_{st}\mathbf{g^s}\mathbf{g^t}$, l'interpolation suivante est utilisée :
avec $a = 1/\sqrt{3}$.

$$\varepsilon_{st}\mathbf{g^s}\mathbf{g^t} = \sum_{i=1}^{4} h_i^{ST}\varepsilon_{st}\mathbf{g^s}\mathbf{g^t}|_i^{DI} + h_5^{ST}\left[\frac{1}{2}\left(\varepsilon_{st}|_{SA}^{DI} + \varepsilon_{rt}|_{SB}^{DI}\right)\right]\mathbf{g^s}\mathbf{g^t}|_5^{DI} \tag{A.25}$$

où :

$$\begin{aligned}
h_1^{ST} &= \frac{1}{4}\left(1+\sqrt{3}s\right)(1+r) - \frac{1}{4}h_5^{RT} \\
h_2^{ST} &= \frac{1}{4}\left(1+\sqrt{3}s\right)(1-r) - \frac{1}{4}h_5^{RT} \\
h_3^{ST} &= \frac{1}{4}\left(1-\sqrt{3}s\right)(1-r) - \frac{1}{4}h_5^{RT} \\
h_4^{ST} &= \frac{1}{4}\left(1-\sqrt{3}s\right)(1+r) - \frac{1}{4}h_5^{RT} \\
h_5^{ST} &= \left(1-3s^2\right)\left(1-r^2\right)
\end{aligned} \tag{A.26}$$

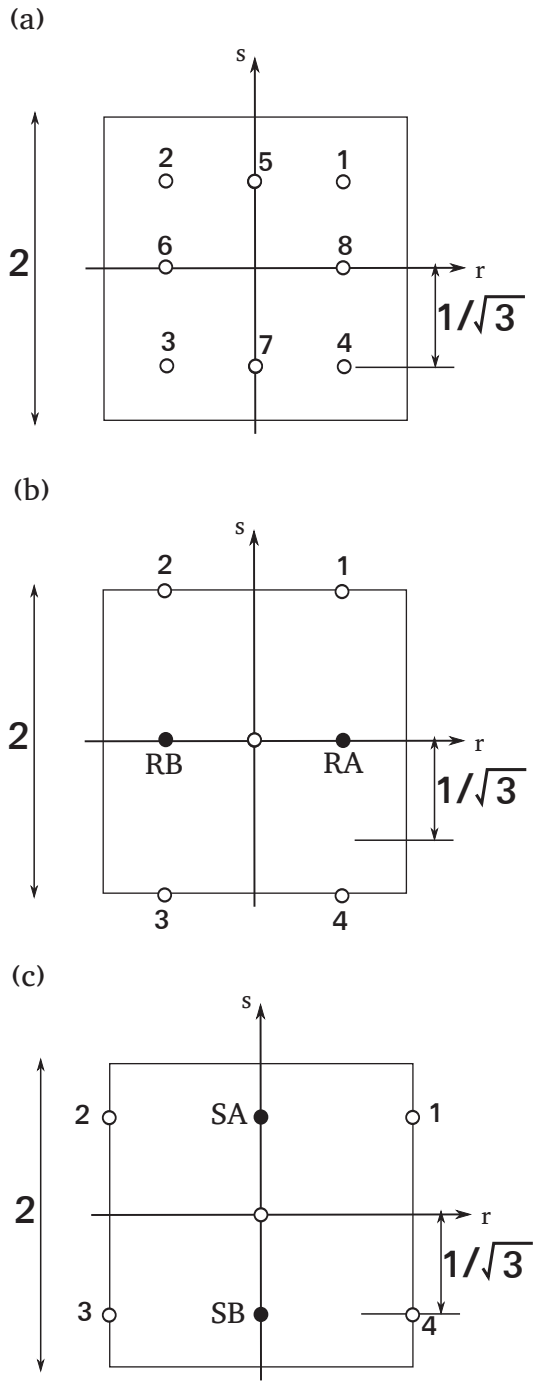


FIGURE A.1 – Points utilisés pour l'interpolation (a) de la déformation de membrane, (b) de la déformation transverse $\varepsilon_{rt}\mathbf{g}^{\mathbf{r}}\mathbf{g}^{\mathbf{t}}$, (c) de la déformation transverse $\varepsilon_{st}\mathbf{g}^{\mathbf{s}}\mathbf{g}^{\mathbf{t}}$ [Bathe 1986].

A.3 Structure fissurée soumise à un gradient de température

Le modèle analytique décrit dans [Hutchinson 1995], initialement établi pour étudier le délaminage d'un composite orthotrope soumis à un gradient longitudinal, est détaillé ici et simplifié au cas d'une structure monomatériau linéaire isotrope. On considère une structure d'épaisseur H traversée par un gradient de température longitudinal (figure A.2). Dans le cas d'une fissure de longueur $2a$, contenue dans un monomatériau linéaire isotrope de module d'Young E, de coefficient de Poisson ν, et de conductivité thermique k_{vol}, l'angle de mixité modale ϕ en pointe de fissure est donné par :

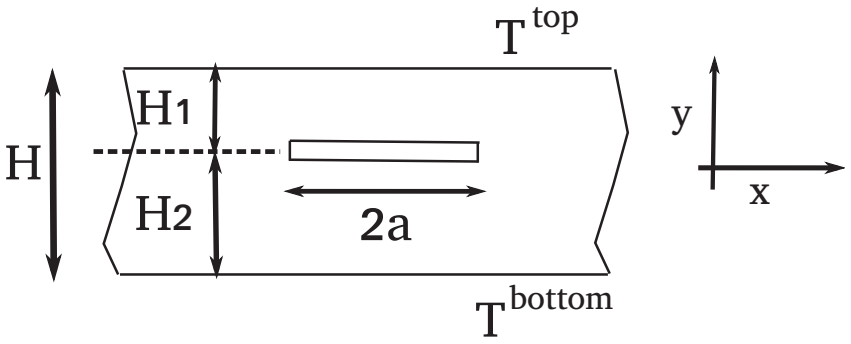


FIGURE A.2 – Géométrie et conditions aux limites.

$$\tan(\phi) = \frac{K_{II}}{K_I} \tag{A.27}$$

où les facteurs d'intensité des contraintes K_I et K_{II} s'obtiennent par :

$$\frac{K_I}{E\sqrt{H}\alpha(\theta^{haut} - \theta^{bas})} = F\left\{\frac{\cos\omega}{\sqrt{U}} - \frac{\eta^2(1+\eta)}{2(1+\eta^3)})\frac{\sin(\omega+\gamma)}{\sqrt{V}}\right\} \tag{A.28}$$

$$\frac{K_{II}}{E\sqrt{H}\alpha(\theta^{haut} - \theta^{bas})} = F\left\{\frac{\sin\omega}{\sqrt{U}} + \frac{\eta^2(1+\eta)}{2(1+\eta^3)})\frac{\sin(\omega+\gamma)}{\sqrt{V}}\right\} \tag{A.29}$$

et

$$F = \frac{\lambda^{1/2}}{[2(1+\rho)]^{1/4}}\frac{\sqrt{\eta}(1+\eta^3)}{(1+B_c)(1+\eta)^{9/2}} \tag{A.30}$$

B_c est un paramètre adimensionné appelé nombre de Biot et contrôle le flux de chaleur tranversant la fissure. Il se calcule par $B_c = \frac{Hh_c}{k_{vol}}$, où h_c désigne la conductance de la fissure. Pour un matériau isotrope dans les deux directions $\vec{x}$ et $\vec{y}$, $\rho = \lambda = 1$. F s'annule de A.27 et l'expression de l'angle de mixité se réduit à :

$$\tan(\phi) = \frac{K_{II}}{K_I} = \frac{2(1+\eta^3)\sqrt{V}\sin\omega + \eta^2(1+\eta)\sqrt{U}\cos(\omega+\gamma)}{2(1+\eta^3)\sqrt{V}\cos\omega + \eta^2(1+\eta)\sqrt{U}\sin(\omega+\gamma)} \tag{A.31}$$

avec

$$\frac{1}{U} = 1 + 4\eta + -\eta^2 \quad \text{et} \quad \frac{1}{V} = 12(1 + \eta^2) \tag{A.32}$$

$$\omega = 52,1 - 3\eta \quad \text{et} \quad \frac{\sin\gamma}{\sqrt{UV}} = 6\eta^2(1 + \eta) \tag{A.33}$$

A.4 Etude de convergence : tube isotrope à gradient thermique de paroi

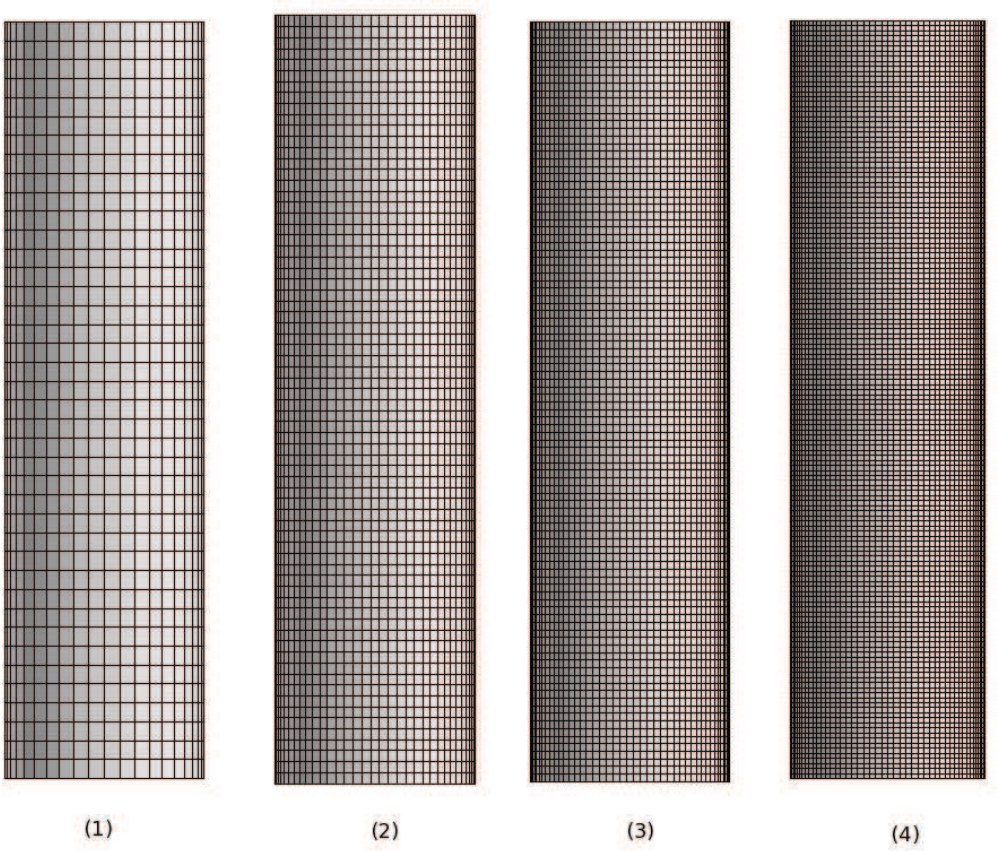


FIGURE A.3 – Différents maillages utilisés pour l'étude de convergence.

Afin de garantir la convergence du calcul lors de la mise en œuvre du modèle de zone cohésive mécanique, l'évolution de l'effort cohésif doit être décrite grâce à une discrétisation spatiale suffisamment fine. Une étude de convergence est également réalisée sur le flux de chaleur interfacial afin de garantir une discrétisation suffisamment fine pour le modèle de zone cohésive thermique. Quatre tailles de maille sont testées. Le nombre de degrés de liberté mécaniques et thermiques associé à chaque taille de maille L_{el} étudiée est présenté dans le tableau A.1. Le nombre théorique d'éléments N_{el}^{pz} contenus dans la process zone est également présenté dans ce tableau. Les maillages sont illustrés sur la figure A.3.

TABLE A.1 – Tailles de maille pour l'étude de convergence.

taille de maille L_{el}	DDL mécanique	DDL thermique	N_{el}^{pz}
1,75 mm	12 440	37 480	7
1 mm	341 670	113 890	13
0,7 mm	625 590	208 530	19
0,4 mm	1 040 010	346 700	33

Les calculs sont réalisés à partir des paramètres matériau de l'interface correspondant à une durée de cyclage $t_{cycle} = 1191$ h (tableau 6.3). L'endommagement interfacial le long de la direction longitudinale $\vec{z}$ est comparé pour les différentes tailles de maille (figure A.4-b) à l'instant $t = 1$ s, au début de la phase de maintien en température. Le flux de chaleur interfacial au même instant est tracé sur la figure A.4-a. Les courbes du flux de chaleur interfacial q_{CZ} dans la direction longitudinale convergent pour les tailles de maille inférieure à $L_{el} = 1$ mm. Concernant le problème mécanique, les tailles de mailles $L_{el} = 0{,}7$ mm et $L_{el} = 0{,}4$ mm donnent des résultats proches.

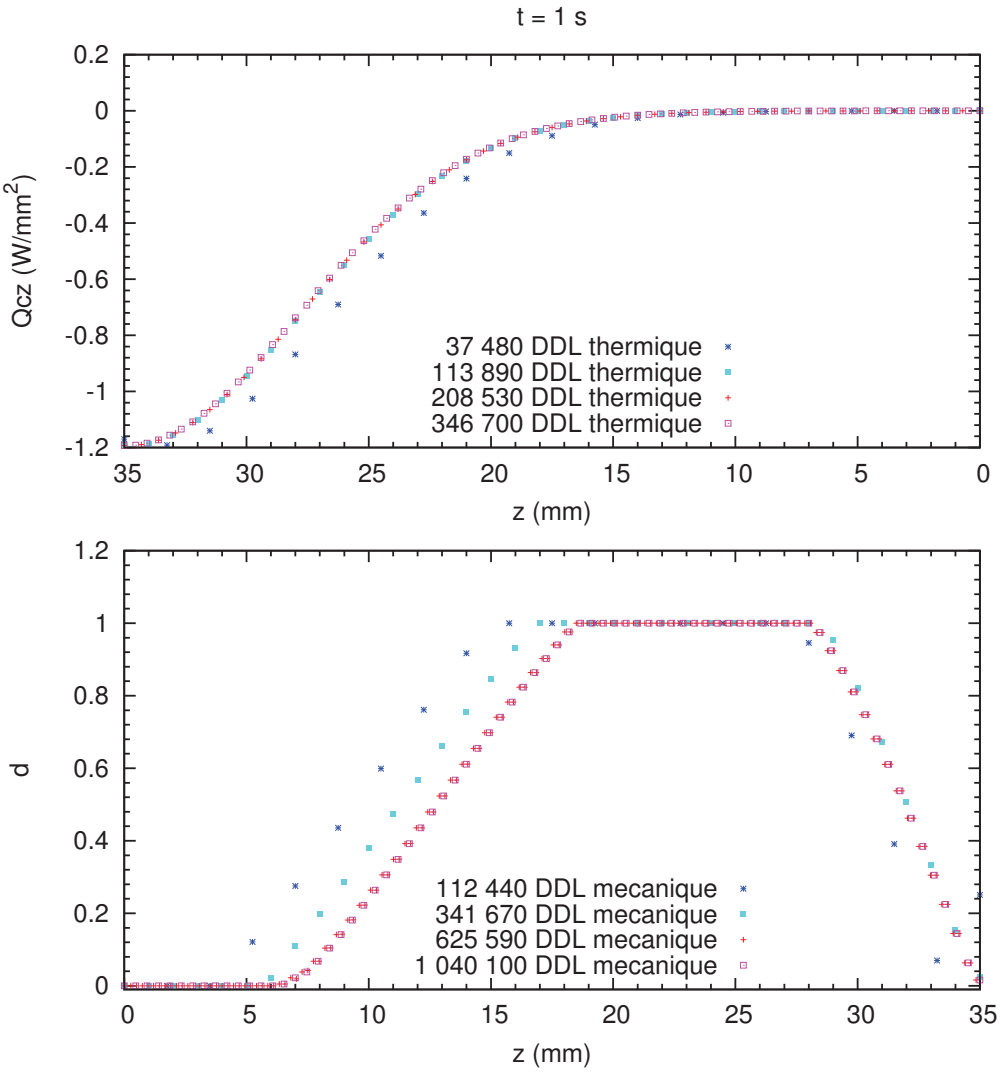


FIGURE A.4 – (a) Flux de chaleur interfacial Q_{cz} calculé aux points de Gauss des éléments d'interface, à $t = 1$ s, le long de la direction longitudinale $\vec{z}$, (b) endommagement interfacial d calculé aux points de Gauss des éléments d'interface, à $t = 1$ s, le long de la direction longitudinale $\vec{z}$.

A.5 Analyse thermo-élastique sur tube à gradient de paroi

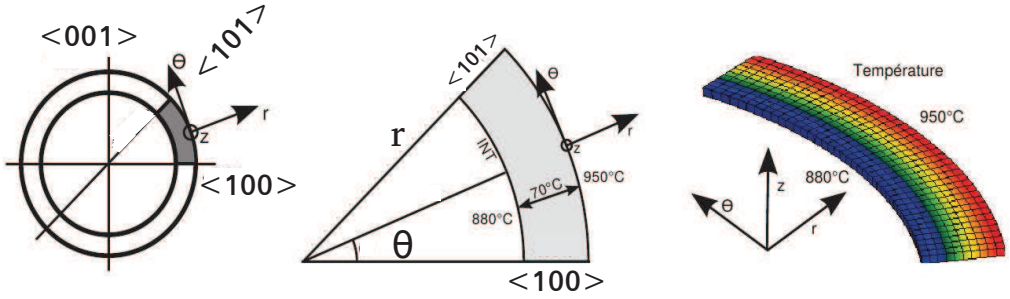


FIGURE A.5 – Tube infini soumis à un gradient de température de paroi.

On se propose d'analyser à travers un calcul thermo-mécanique simple, les effets de l'anisotropie du matériau et de la dépendance de ses constantes élastiques à la température sur le champ de contraintes résultant d'un gradient thermique de paroi. Il s'agit d'un cylindre infini d'épaisseur 1 mm soumis à un gradient thermique de 70^{o}C dans son épaisseur sans chargement mécanique. La géométrie et les conditions aux limites sont données sur la figure A.5.

Dans le cas d'un tube de longueur infinie et pour un matériau isotrope, une solution analytique établie par [Timoshenko 1951] permet de retrouver les contraintes d'origine thermiques dans le cylindre. En coordonnées cylindriques et pour un cylindre de rayon interne R_{int} et externe R_{ext}, on a :

$$\begin{cases} \sigma_{rr}^{REF} = \frac{\alpha E}{1-\nu}\frac{1}{r^2}\left(\frac{r^2-R_{int}^2}{R_{ext}-R_{int}^2}\int_{R_{int}}^{R_{ext}} Trdr - \int_{R_{int}}^{r} Trdr\right) \\ \sigma_{\theta\theta}^{REF} = \frac{\alpha E}{1-\nu}\frac{1}{r^2}\left(\frac{r^2+R_{int}^2}{R_{ext}-R_{int}^2}\int_{R_{int}}^{R_{ext}} Trdr - \int_{R_{int}}^{r} \theta rdr - Tr^2\right) \\ \sigma_{zz}^{REF} = \frac{\alpha E}{1-\nu}\left(\frac{2}{R_{ext}-R_{int}^2}\int_{R_{int}}^{R_{ext}} Trdr - T\right) \end{cases} \quad \text{(A.34)}$$

E est le module d'Young, ν le coefficient de Poisson et α le coefficient de dilatation thermique. Les paramètres sont indépendants de la température. Le profil de température suivant la direction de l'épaisseur du tube peut également être établi à partir d'une solution analytique obtenue en résolvant l'équation de la chaleur. Pour un cylindre de température interne uniforme T_{int} et de température externe T_{ext}, le champ de température T s'écrit :

$$T(r) = T_{ext} + (T_{int} - T_{ext})\frac{\ln(R_{ext}/r)}{\ln(R_{ext}/R_{int})} \quad \text{(A.35)}$$

Le calcul est dans un premier temps effectué sur un matériau linéaire isotrope dont les coefficients correspondent à l'orientation <100> à 900^{o}C. Les paramètres matériau sont donnés dans le tableau 6.2-substrat. Les contraintes obtenues au cours d'un calcul thermo-mécanique couplé sont comparées aux solutions analytiques A.34

et tracées sur la figure A.6. Les solutions calculées et les solutions analytiques sont proches. Pour un substrat linéaire isotrope, les contraintes σ_{zz} et $\sigma_{\theta\theta}$ sont égales et sont cohérentes avec le fait que le tube est refroidi de l'intérieur et réchauffé sur la paroi extérieure. Les contraintes σ_{rr} sont nulles.

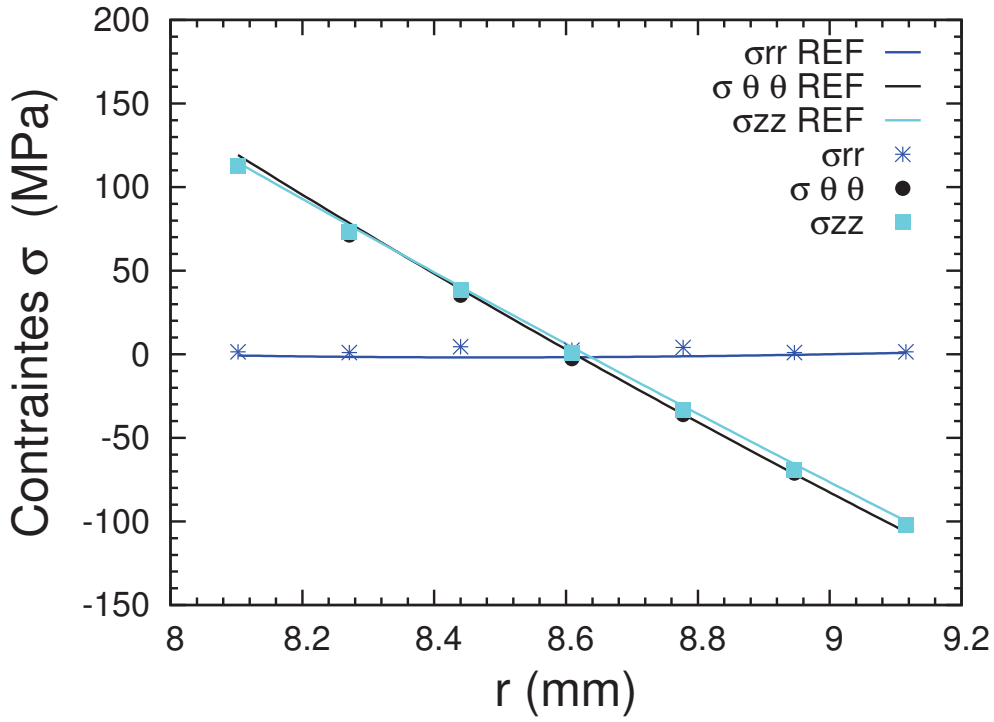


FIGURE A.6 – Solution thermo-élastique en isotrope.

Dans un deuxième temps, le même calcul est réalisé sur un substrat anisotrope en AM1 [Davidson 1983], avec des paramètres indépendants de la température (Fig. A.8) et avec des paramètres dépendants de la température appliquée A.8. Les contraintes obtenues suivant les deux directions secondaires <101> et <100> sont comparées. L'effet de l'anisotropie sur le champ de contrainte y est bien visible. Les contraintes σ_{zz} et $\sigma_{\theta\theta}$ sont maximales dans la direction <101> et sont plus faibles dans la direction <100>. La différence se situe entre 10 et 15%.

Par ailleurs, la prise en compte de la dépendance des coefficients à la température joue un rôle important. Les contraintes σ_{zz} et $\sigma_{\theta\theta}$ sont plus élevées lorsque la dépendance à la température est prise en compte. Les valeurs maximales atteintes par les contraintes peuvent être jusqu'à 12% plus élevées dans ce cas.

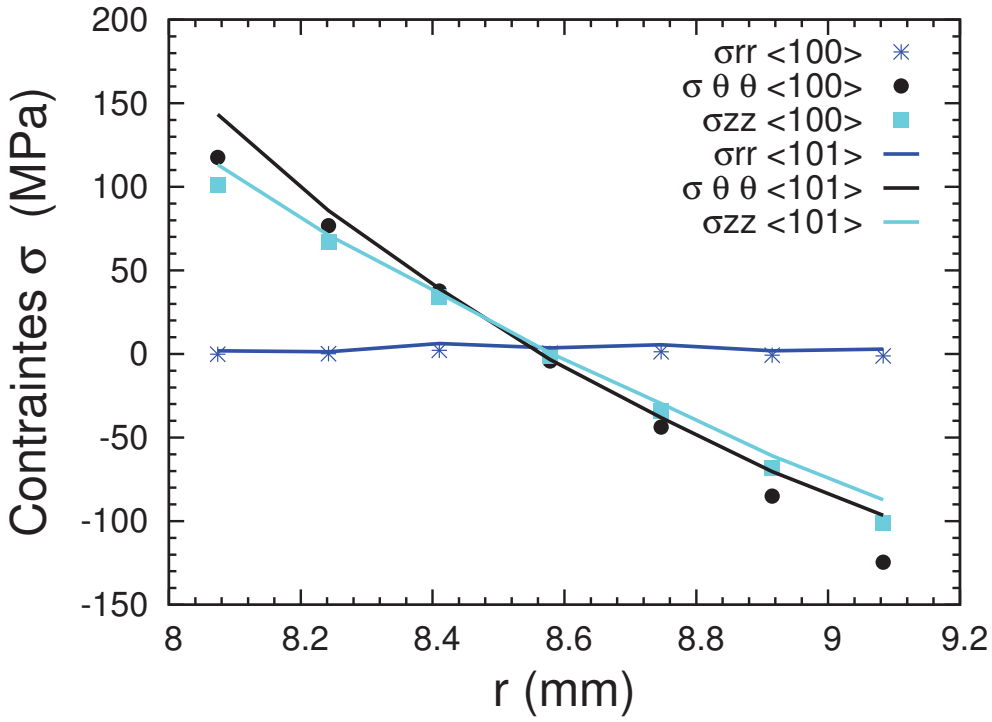


FIGURE A.7 – Champ de contraintes tracé dans la direction de l'épaisseur du tube anisotrope avec des paramètres matériau qui ne dépendent pas de la température.

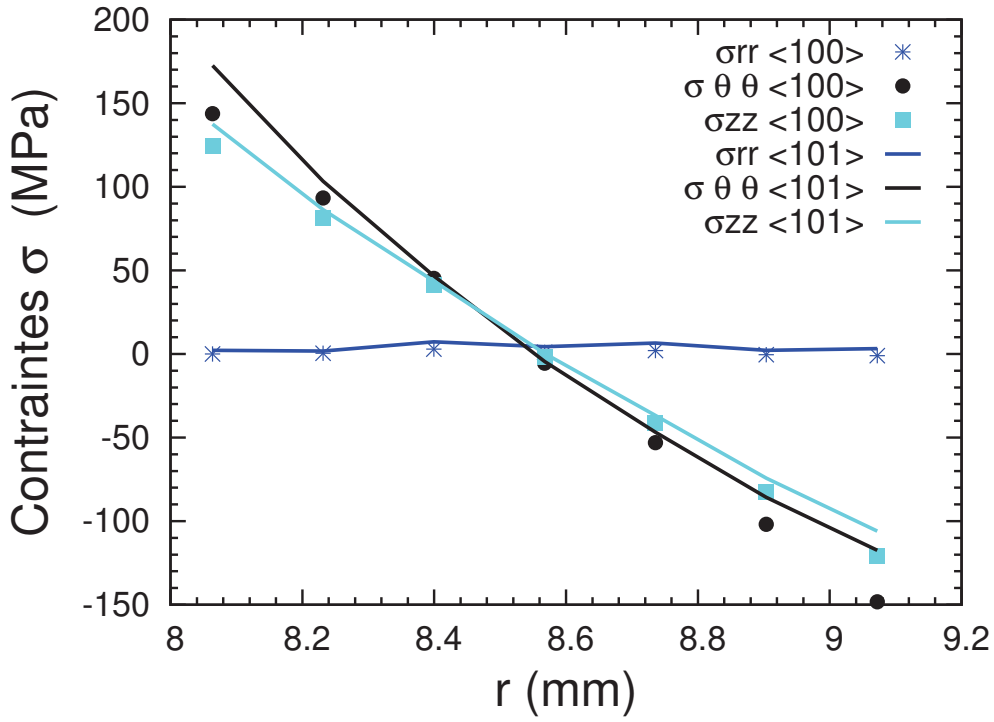


FIGURE A.8 – Champ de contraintes tracé dans la direction de l'épaisseur du tube anisotrope incluant la dépendance des paramètres matériau à la température.

A.6 Activation des systèmes de glissement

Cette annexe a pour but d'expliquer pourquoi un effort appliqué suivant la direction principale <001> permet également de relaxer les contraintes dans les autres directions. Tout d'abord, il est important de préciser que pour les chargements étudiés, les systèmes cubiques ne sont pas activés. Ils n'ont donc aucun effet sur la plasticité. En appliquant un effort suivant <001>, les quatre plans octaédriques du cristal sont activés selon deux systèmes de glissement sur trois par plan. Cela fait donc huit systèmes au total. Pour cette sollicitation, le facteur de Schmid est de $1/\sqrt{6}$. La somme des vecteurs des vitesses de glissement des systèmes activés donne une résultante orientée selon l'axe de traction. On conserve donc une déformation plastique macroscopique non-nulle uniquement suivant l'axe de traction. Pourtant, l'activation des systèmes de glissement a entrainé leur écrouissage et aura donc une influence sur le comportement lors d'une traction dans un autre axe activant ces mêmes systèmes de glissement.

Pour une traction suivant <010>, il y a également 8 systèmes de glissement activés dont 4 en commun avec le cas précédent et le même facteur de Schmid. L'écrouissage cumulés lors d'une traction selon <010> a donc une influence sur la moitié des systèmes activés lors de la traction selon <010>.

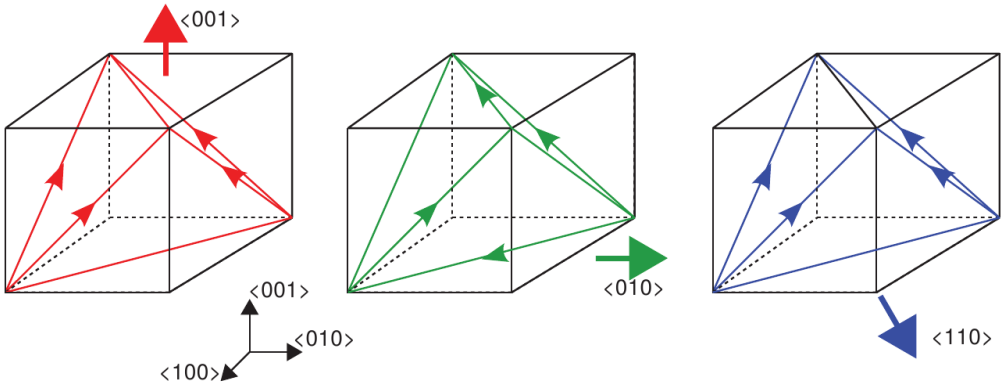


FIGURE A.9 – Activation des systèmes de glissement en fonction des sollicitations appliquées.

Pour une traction selon <110>, seulement 2 plans octaédriques sont activés avec chacun 2 systèmes de glissement. Cela fait donc 4 systèmes de glissement avec également un facteur de Schmid de $1/\sqrt{6}$ et tous sont en commun avec ceux activés dans le premier cas. Ici aussi, l'écrouissage cumulé lors de la traction selon <010> a une influence sur la moitié des systèmes activés lors de la traction selon <110>.

Le nombre de systèmes activés et les facteurs de Schmid étant égaux, la plastification lors de la traction suivant <110> a un effet sur le comportement selon <010> qui est identique à celui sur <110>. Cela reste vrai, tant que l'on néglige l'écrouissage latent, simplification réalisé sur le modèle utilisé. Pour les axes de traction intermédiaires (par exemple <120>), l'effet n'est pas identique.

A.7 Système de refroidissement interne d'une aube

Afin de réduire les températures de l'aube, un système de refroidissement interne complexe permet d'injecter de l'air froid à l'intérieur de l'aube. L'air arrive par le pied de l'aube, circule à l'intérieur grâce à un système de cloisons puis s'évacue par les fentes en bord de fuite et les trous en bord d'attaque. La circulation du fluide crée un effet de pompage de l'énergie thermique du matériau vers le fluide. De plus, l'inclinaison de certains trous de refroidissement engendre la formation d'un film sur la paroi externe de l'aube, ce qui permet de la maintenir à une température moins chaude grâce à la formation d'une couche limite.

Le refroidissement interne de l'aube permet ainsi l'abaissement de la température moyenne du métal mais est par ailleurs à l'origine d'un gradient thermique important. Il crée également une faiblesse mécanique dans la structure de l'aube. Des concentrations de contraintes sont alors présentes autour des trous et peuvent être à l'origine de l'amorçage de fissures. Il faut donc prendre en compte très précisément le chargement thermomécanique pour bien connaître la répartition des contraintes autour des trous non pris en compte dans la thèse et être en mesure d'évaluer la durée de vie de la structure.

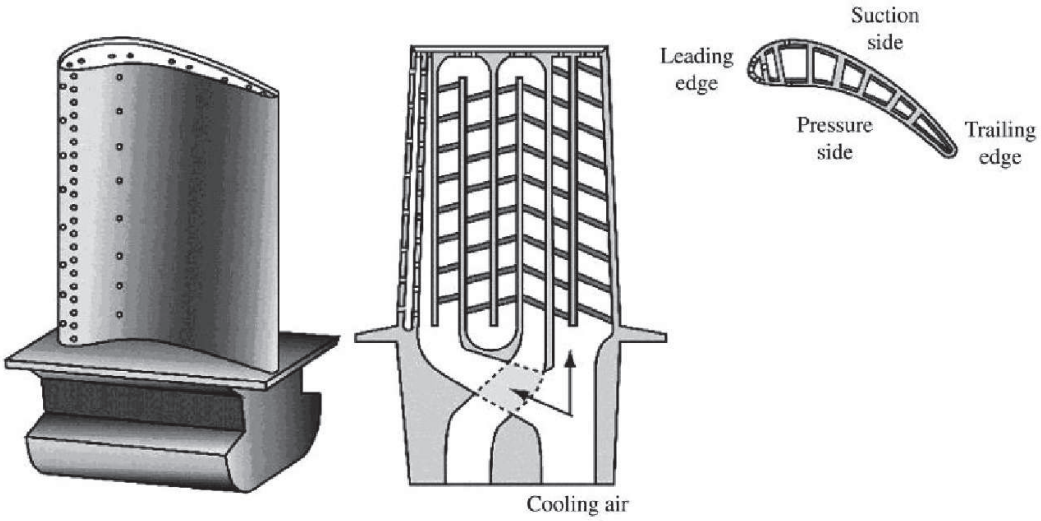


FIGURE A.10 – Système de refroidissement interne d'une aube [Murata 2009].

Bibliographie

[Ahmad 1970] S. Ahmad, B. M. Irons et O. C. Zienkiewicz. *Analysis of thick and thin shell structures by curved finite elements.* International Journal for Numerical Methods in Engineering, vol. 2, no. 3, pages 419–451, 1970. (Cité en page 31.)

[Alfano 2001] G. Alfano et M. A. Crisfield. *Finite element interface models for the delamination analysis of laminated composites : mechanical and computational issues.* International Journal for Numerical Methods in Engineering, vol. 50, pages 1701–1736, 2001. (Cité en pages 22 et 23.)

[Alfano 2003] G. Alfano et M. A. Crisfield. *Solution strategies for the delamination analysis based on a combination of local-control arc-length and line searches.* International Journal for Numerical Methods in Engineering, vol. 58, no. 7, pages 999–1048, 2003. (Cité en page 22.)

[Argyris 1995] J. Argyris, L. Tenek et F. Öberg. *A Multilayer composite triangular element for steady-state conduction/convection/radiation heat transfer in complex shells.* Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, vol. 120, pages 271–301, 1995. (Cité en page 37.)

[Bacos 2004] M.-P Bacos, P Josso, N Vialas, D Poquillon, B Pieraggi, D Monceau, J.R Nicholls, N Simms, A Encinas-Oropesa, T Ericsson et S Stekovic. *ALLBATROS advanced long life blade turbine coating systems.* Applied Thermal Engineering, vol. 24, no. 11–12, pages 1745–1753, 2004. (Cité en page 8.)

[Bacos 2011] M.-P. Bacos, J.-M. Dorvaux, O. Lavigne, R. Mévrel, M. Poulain, C. Rio et M.-H. Vidal-Sétif. *Performance and degradation mechanisms of thermal barrier coatings for turbine blades : a review of Onera Activities.* Aerospace Lab, the ONERA Journal, 2011. (Cité en page 7.)

[Balint 2005] D.S. Balint et J.W. Hutchinson. *An analytical model of rumpling in thermal barrier coatings.* Journal of the Mechanics and Physics of solids, vol. 53, page 949–973, 2005. (Cité en page 8.)

[Barenblatt 1959] G.I Barenblatt. *The formation of equilibrium cracks during brittle fracture. General ideas and hypotheses. Axially-symmetric cracks.* Journal of Applied Mathematics and Mechanics, vol. 23(3), page 622–36, 1959. (Cité en page 21.)

[Bathe 1986] K-J Bathe et E. N. Dvorkin. *A formulation of general shell elements - the use of mixed interpolation of tensorial components.* International Journal For Numerical Methods in Engineering, vol. 22, pages 697–722, 1986. (Cité en pages xiv, 34, 68, 69, 184 et 187.)

[Belytschko 2006] T. Belytschko, W. K. Liu et B. Moran. Nonlinear finite elements for continua and structures. John Wiley & Sons, Inc., 2006. (Cité en pages 31, 34, 41, 64 et 68.)

[Bischoff 2004] M. Bischoff, K.-U. Bletzinger, W. A. Wall et E. Ramm. Models and finite elements for thin-walled structures. John Wiley & Sons, Ltd, 2004. (Cité en pages 31 et 36.)

[Blanc 2005] M. Blanc et M. Touratier. *Modèle CDL pour les multicouches épais. Application au calcul du champ thermique*. In 7ème Colloque National en Calcul des Structures, Giens : France, 2005. (Cité en page 37.)

[Bose 1993] A. Bose et K.S. Surana. *Piecewise hierarchical p-version curved shell finite element for heat conduction in laminated composites*. Computers and Structures, vol. 49, no. 2, pages 283 – 300, 1993. (Cité en pages 37 et 40.)

[Brischetto 2010] S. Brischetto et E. Carrera. *Coupled thermo-mechanical analysis of one-layered and multilayered plates*. Composite Structures, vol. 92, no. 8, pages 1793 – 1812, 2010. (Cité en page 37.)

[Brischetto 2011] S. Brischetto et E. Carrera. *Heat conduction and thermal analysis in multilayered plates and shells*. Mechanics Research Communications, vol. 38, no. 6, pages 449 – 455, 2011. (Cité en page 37.)

[Caliez 2001] Michaël Caliez. *Approche locale pour la simulation de l'écaillage des barrières thermiques EBPVD*. PhD thesis, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris, 2001. (Cité en pages 8, 10 et 175.)

[Caliez 2003] M. Caliez, J.-L. Chaboche, F. Feyel et S. Kruch. *Numerical simulation of EBPVD thermal barrier coatings spallation*. Acta Materialia, vol. 51, no. 4, pages 1133–1141, 2003. (Cité en pages 8 et 10.)

[Camanho 2003] P. P. Camanho, C. G. Davila et M. F. De Moura. *Numerical Simulation of Mixed-mode Progressive Delamination in Composite Materials*. Journal of Composite Materials, vol. 37, 2003. (Cité en pages 22 et 61.)

[Chaboche 2001] J.L. Chaboche, F. Feyel et Y. Monerie. *Interface debonding models : a viscous regularization with a limited rate dependency*. International Journal of Solids and Structures, vol. 38, pages 3127–3160, 2001. (Cité en page 22.)

[Chandra 2002] N. Chandra, H. Li, C. Shet et H. Ghonem. *Some issues in the application of cohesive zone models for metal–ceramic interfaces*. International Journal of Solids and Structures, vol. 39, page 2827–2855, 2002. (Cité en page 22.)

[Chen 2003] M.W Chen, M.L Glynn, R.T Ott, T.C Hufnagel et K.J Hemker. *Characterization and modeling of a martensitic transformation in a platinum modified diffusion aluminide bond coat for thermal barrier coatings*. Acta Materialia, vol. 51, no. 14, pages 4279 – 4294, 2003. (Cité en page 6.)

[Choi 1999] Sung Ryul Choi, John W. Hutchinson et A.G. Evans. *Delamination of multilayer thermal barrier coatings*. Mechanics of Materials, vol. 31, no. 7, pages 431 – 447, 1999. (Cité en page 9.)

[Courcier 2011] C. Courcier, V. Maurel, L. Rémy, S. Quilici, I. Rouzou et A. Phelippeau. *Interfacial damage based life model for EB-PVD thermal barrier*

coating. Surface and Coatings Technology, vol. 205, no. 13–14, pages 3763 – 3773, 2011. (Cité en page 8.)

[Darolia 2013] R Darolia. *Thermal barrier coatings technology : critical review, progress update, remaining challenges and prospects*. International Materials Reviews, vol. 58, no. 6, pages 315–348, 2013. (Cité en page 170.)

[Davidson 1983] J.H. Davidson, A. Fredholm, T. Khan et J.-M. Théret. *Alliage monocristallin à matrice base nickel*, 29/12/1983. (Cité en pages 4, 127, 140, 156, 161 et 194.)

[Davila 2001] Carlos G. Davila, Pedro P. Camanho et Marcelo F. de Moura. *Mixed-Mode Decohesion Elements for Analyses of Progressive Delamination*. In Structural Dynamics and Materials Conference, 2001. (Cité en pages 24 et 132.)

[Degeilh 2013] Robin Degeilh. *Développement expérimental et modélisation d'un essai de fatigue avec gradient thermique de paroi pour application aube de turbine monocristallin.* PhD thesis, Ecole Normale Supérieure de Cachan, 2013. (Cité en pages xiii, 153 et 160.)

[Dugdale 1960] D.S. Dugdale. *Yielding of steel sheets containing slits*. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, vol. 8, no. 2, pages 100 – 104, 1960. (Cité en pages 21 et 22.)

[Evans 1984] A.G. Evans et J.W. Hutchinson. *On the mechanics of delamination and spalling in compressed films*. International Journal of Solids and Structures, vol. 20, pages 455–466, 1984. (Cité en page 9.)

[Evans 2001] A.G. Evans, D.R. Mumm, J.W. Hutchinson, G.H. Meier et F.S. Pettit. *Mechanisms controlling the durability of thermal barrier coatings*. Progress in Materials Science, vol. 46, pages 505–553, 2001. (Cité en pages vii, 7, 9, 12 et 44.)

[Evans 2007] A.G. Evans et J.W. Hutchinson. *The mechanics of coating delamination in thermal gradients*. Surface and Coatings Technology, vol. 201, no. 18, pages 7905 – 7916, 2007. (Cité en page 170.)

[Falk 2001] Michael L. Falk, Alan Needleman et James R. Rice. *A critical evaluation of dynamic fracture simulations using cohesive surfaces*. Journal de Physique, vol. IV, Proceedings, pages 543–550, 2001. (Cité en page 24.)

[Faulhaber 2006] S. Faulhaber, C. Mercer, M.-W. Moon et A. Evans J. Hutchinson. *Buckling delamination in compressed multilayers on curved substrates with accompanying ridge cracks.* Journal of the Mechanics, vol. 54 (5), page 1004 – 1028, 2006. (Cité en page 9.)

[Felippa 2001] C.A. Felippa, K.C. Park et C. Farhat. *Partionned analysis of coupled mechanical systems*. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, vol. 190, pages 3247–3270, 2001. (Cité en page 17.)

[Florence 1963] A.L. Florence et J.N. Goodier. *The linear thermoelastic problem of uniform heat flow disturbed by a penny-shaped insulated crack*. International

Journal of Engineering Science, vol. 1, no. 4, pages 533 – 540, 1963. (Cité en page 26.)

[Flügge 1973] W. Flügge. *Stresses in shells*. Springer - Verlag - New York, 1973. (Cité en page 31.)

[Fortin 1983] M. Fortin et R. Glowinski. Augmented lagrangian methods : Applications to the numerical solution of boundary-value problems, volume 15 of *Studies in Mathematics and Its Applications*. North-Holland, 1983. (Cité en page 44.)

[Frachon 2009] J. Frachon. *Multiscale approach to predict the lifetime of EB-PVB thermmal barrier coatings*. Phd. thesis, Ecole Nationale des Mines de Paris, 2009. (Cité en page 10.)

[Francfort 1998] G. Francfort et J.-J. Marigo. *Revisiting brittle fracture as an energy minimization problem*. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, vol. 46 (8), pages 1319–1342, 1998. (Cité en page 44.)

[Freed 2008] Yuval Freed et Leslie Banks-Sills. *A new cohesive zone model for mixed mode interface fracture in bimaterials*. Engineering Fracture Mechanics, vol. 75, no. 15, pages 4583 – 4593, 2008. (Cité en pages 22 et 23.)

[Friedrich 2008] Christian Friedrich, Rainer Gadow et Marcus Speicher. Protective multilayer coatings for carbon-carbon composites, pages 309–316. John Wiley & Sons, Inc., 2008. (Cité en page 125.)

[Garaud 2008] J. D Garaud. *Développement de méthodes de couplage aéro-thermo-mécanique pour la prédiction d'instabilités dans les structures aérospatiales chaudes*. PhD thesis, Université Pierre et Marie Curie, 2008. (Cité en pages 16, 18 et 19.)

[Gioia 1997] G. Gioia et M. Ortiz. *Delamination of compressed thin films*. Advanves in applied mechanics, vol. 33, pages 120–193, 1997. (Cité en page 9.)

[Griffith 1920] A. Griffith. *The Phenomena of Rupture and Flow in Solids*. Philosophical Transactions of the Royal Society of London, Series A, Containing Papers of a Math. or Phys, vol. 221, pages 163–198, 1920. (Cité en page 44.)

[Guédou 2011] J.Y. Guédou. *Barrières thermiques céramiques pour aubes de turboréacteurs aéronautiques, Séminaire Centre des Matériaux, 16 décembre 2011.* In Séminaire du Centre des Matériaux, 2011. (Cité en page 6.)

[Harper 2008] Paul W. Harper et Stephen R. Hallett. *Cohesive zone length in numerical simulations of composite delamination*. Engineering Fracture Mechanics, vol. 75, no. 16, pages 4774 – 4792, 2008. (Cité en pages 23 et 24.)

[Hattiangadi 2002] A. Hattiangadi et T. Siegmund. *Bridging effects in cracked laminates under thermal gradients*. Mechanics Research Communications, vol. 29, no. 6, pages 457 – 464, 2002. (Cité en page 87.)

[Hattiangadi 2004] Ashwin Hattiangadi et Thomas Siegmund. *A thermomechanical cohesive zone model for bridged delamination cracks.* Journal of the Mechanics and Physics of Solids, vol. 52, pages 533–566, 2004. (Cité en pages 26, 87, 91, 96, 98 et 100.)

[Hattiangadi 2005a] A. Hattiangadi et T. Siegmund. *An analysis of the delamination of an environmental protection coating under cyclic heat loads*. European Journal of mechanics A/Solids, vol. 24, pages 361–370, 2005. (Cité en pages 27, 87, 91 et 131.)

[Hattiangadi 2005b] Ashwin Hattiangadi et Thomas Siegmund. *A numerical study on interface crack growth under heat flux loading*. International Journal of Solids and Structures, vol. 42, pages 6335–6355, 2005. (Cité en pages 27, 87, 91, 93 et 125.)

[Hauptmann 1998] R. Hauptmann et K. Schweizerhof. *A systematic development of 'solid-shell' element formulation for linear and non-linear analyse employing only displacement degrees of freedom*. International Journal For Numerical Methods in Engineering, vol. 42, pages 49–69, 1998. (Cité en page 32.)

[Hauptmann 2000] R. Hauptmann, K. Schweizerhof et S. Doll. *Extension of the 'solid-shell' concept for application to large elastic and large elastoplastic deformations*. International Journal For Numerical Methods in Engineering, vol. 49, pages 1121–1141, 2000. (Cité en page 32.)

[Hellweg 1998] H.-B. Hellweg et M.A. Crisfield. *A new arc-length method for handling sharp snap-backs*. Computers and Structures, vol. 66, no. 5, pages 704 – 709, 1998. (Cité en page 22.)

[Hillerborg 1976] A. Hillerborg, M. Modéer et P.-E. Petersson. *Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements*. Cement and Concrete Research, vol. 6, no. 6, pages 773 – 781, 1976. (Cité en page 24.)

[Hutchinson 1992] J.W. Hutchinson et Z. Suo. *Mixed mode cracking in layered materials*. Advances in Applied Mechanics, vol. 29, 1992. (Cité en pages 20, 21 et 23.)

[Hutchinson 1995] J.W. Hutchinson et T.J Lu. *Laminate delamination due to thermal gradients*. Journal of engineering materials and technology, vol. 117, pages 386–390, 1995. (Cité en pages 26, 97, 98, 106, 107 et 188.)

[Hutchinson 2001] J.W. Hutchinson. *Delamination of compressed films on curved substrates*. Journal of Mechanics and Physics of Solids, vol. 49, pages 1847–1864, 2001. (Cité en pages vii, 9, 10, 11, 111, 141 et 169.)

[Imbert 1995] J.F. Imbert. Analyse des structure par éléments finis. Cepadues édition, 1995. (Cité en pages 46 et 89.)

[Irwin 1960] G.R Irwin. *Plastic zone near a crack and fracture toughness*. In Proceedings of the Seventh Sagamore Ordonance Materials Conference, volume IV, pages 63–78, New York, Syracuse University, 1960. (Cité en page 24.)

[Javili 2012] A. Javili, A. McBride et P. Steinmann. *Thermomechanics of Solids With Lower-Dimensional Energetics : On the Importance of Surface, Interface, and Curve Structures at the Nanoscale. A Unifying Review*. Applied Mechanics Reviews, vol. 65(1), 2012. (Cité en page 27.)

[Jeffers 2013] Ann E. Jeffers. *Heat transfer element for modeling the thermal response of non-uniformly heated plates.* Finite Elements in Analysis and Design, vol. 63, pages 62 – 68, 2013. (Cité en page 37.)

[Jin 2005] Z.-H. Jin et C.T. Sun. *Cohesive zone modeling of interface fracture in elastic bi-materials.* Engineering Fracture Mechanics, vol. 72, no. 12, pages 1805 – 1817, 2005. (Cité en page 22.)

[Jones 1996] I. A. Jones. *A curved Laminated orthotropic axisymmetric element based upon Flügge thin shell Theory.* Computers and Structures, vol. 60, pages 487–503, 1996. (Cité en page 31.)

[Kirchhoff 1850] G. Kirchhoff. *Über das Gleichgewicht und die Bewegung einer elastischen Scheibe.* J. Reine und Angewandte Mathematik, vol. 40, pages 51–88, 1850. (Cité en page 29.)

[Klinkel 1999] S. Klinkel, F. Gruttmann et W. Wagner. *A continuum based 3D–Shell blement for laminated structures.* Computers and Structures, vol. 71, pages 43–62, 1999. (Cité en page 32.)

[Krol 2007] O. Krol. *Thermo-mechanical modeling of solids and interfaces.* PhD thesis, Technische Universität Kaiserslautern, 2007. (Cité en page 26.)

[Lorentz 2008] E. Lorentz. *A mixed interface nite element for cohesive zone models.* Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, vol. 198, page 302–317, 2008. (Cité en pages viii, 22, 41, 44, 46, 47, 48, 49, 50, 52, 70, 86 et 175.)

[Love 1906] A.E.H. Love. A treatise on the mathematical theory of elasticity. Cambridge Univ Press, Cambridge, United Kingdom, 1906. (Cité en page 29.)

[Macneal 1985] Richard H. Macneal et Robert L. Harder. *A proposed standard set of problems to test finite element accuracy.* Finite Elements in Analysis and Design, vol. 1, no. 1, pages 3 – 20, 1985. (Cité en page 69.)

[Matthies 2006] Hermann G. Matthies, Rainer Niekamp et Jan Steindorf. *Algorithms for strong coupling procedures.* Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, vol. 195, no. 17–18, pages 2028 – 2049, 2006. (Cité en page 18.)

[McDonald 2000] K. R. McDonald, J. R. Dryden, A. Majumdar et F. W. Zok. *Thermal Conductance of Delamination Cracks in a Fiber-Reinforced Ceramic Composite.* Journal of the American Ceramic Society, vol. 83, no. 3, pages 553–562, 2000. (Cité en page 86.)

[Mévrel, R. 2009] Mévrel, R. *Les systèmes barrières thermiques pour aubes de turbine.* EDP Sciences, pages 255–264, 2009. (Cité en pages vii et 5.)

[Mi 32] Y. Mi, M.A. Crisfield, G.A.O. Davies et H.B. Hellweg. *Progressive delamination using interface elements.* Journal of Composite Materials, vol. 14, pages 1246–1272, 32. (Cité en pages 60 et 62.)

[Mikic 1974] B.B. Mikic. *Thermal contact conductance : theoretical considerations.* International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 17, pages 205–214, 1974. (Cité en page 92.)

[Mindlin 1951] R. D. Mindlin. *Influence of rotatory inertia and shear on flexural motions of isotropic, elastic plates.* ASME Journal of Applied Mechanics, vol. 18, pages 31–38, 1951. (Cité en pages 30 et 31.)

[Mogro-Campero 1997] A. Mogro-Campero, C.A. Johnson, P.J. Bednarczyk, R.B. Dinwiddie et H. Wang. *Effect of gas pressure on thermal conductivity of zirconia thermal barrier coatings.* Surface and Coatings Technology, vol. 94–95, no. 0, pages 102 – 105, 1997. (Cité en page 95.)

[Moës 2002] Nicolas Moës et Ted Belytschko. *Extended finite element method for cohesive crack growth.* Engineering Fracture Mechanics, vol. 69, no. 7, pages 813 – 833, 2002. (Cité en pages 24 et 132.)

[Murata 2009] A. Murata et S. Moshizuki. *Effective Cooling of Gas Turbine Elements (CO2 Reduction, Complicated Turbulent Heat Transfer),* `http://www.mmlab.mech.tuat.ac.jp/mmlab/research-gt-e.shtml/`, 2009. (Cité en pages xiv et 198.)

[Parisch 1995] H. Parisch. *A continuum-based shell theory for non-linear applications.* International Journal For Numerical Methods in Engineering, vol. 38, pages 1855–1883, 1995. (Cité en page 32.)

[Paulino 2005] Glaucio H. Paulino et Zhengyu Zhang. *Cohesive modeling of dynamic failure in homogeneous and functionally graded materials.* International Journal of Plasticity, vol. 21, pages 1195–1254, 2005. (Cité en page 23.)

[Piperno 1995] S. Piperno, C. Farhat et B. Larrouturou. *Partitioned procedures for the transient solution of coupled aeroelastic problems - part 1.* Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, vol. 124, pages 79–112, 1995. (Cité en pages xi, 18, 19, 99, 111, 112, 131 et 177.)

[Rah 2009] K. Rah, W. Paepegem, A.M. Habraken, R.Alves Sousa et R.A.F. Valente. *Evaluation of different advanced finite element concepts for detailed stress analysis of laminated composite structures.* International Journal of Material Forming, vol. 2, no. 1, pages 943–947, 2009. (Cité en page 32.)

[Ravichandran 1996] G. Ravichandran, V. P. Raghupathy et N. Ganesan. *Analysis of temperature distribution during circumferential welding of cylindrical and spherical components using the finite element method.* Computers and Structures, vol. 59, no. 2, pages 225–255, 1996. (Cité en page 37.)

[Reeder 1990] James R. Reeder et John H. Rews. *Mixed-mode bending method for delamination testing.* AIAA Journal, vol. 28, pages 1270–1276, 1990. (Cité en page 60.)

[Reeder 1992] J. R. Reeder. *An Evaluation of Mixed-Mode Delamination Failure Criteria.* Nasa Techical Memorandum 104210, 1992. (Cité en page 23.)

[Reissner 1945] E. Reissner. *The effect of transverse shear deformation on the bending of elastic plates.* ASME Journal of Applied Mechanics, vol. 12, pages A68–77, 1945. (Cité en pages 30 et 31.)

[Rhee 2004] W. K. Rhee et B. Shing. *Interface damage model for thermomechanical degradation of heterogeneous materials.* Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, vol. 193, pages 3327–3350, 2004. (Cité en page 26.)

[Rice 1988] J. R. Rice. *Elfilms fracture mechanics concepts for interfacial cracks.* Journal of Applied Mechanics, vol. 55, pages 98–103, 1988. (Cité en page 20.)

[Rubin 1986] M.B. Rubin. *Heat conduction in plates and shells with emphasis on a conical shell.* International Journal of Solids and Structures, vol. 22, no. 5, pages 527 – 551, 1986. (Cité en page 37.)

[Schulz 2003] U. Schulz, C. Leyens, K. Fritscher, M. Peters, B. Saruhan-Brings, O. Lavigne, J. Dorvaux, M. Poulain, R. Mevrel et M. Caliez. *Some recent trends in research and technology of advanced thermal barrier coatings.* Aerospace Science and Technology, vol. 7, no. 1, pages 73–80, 2003. (Cité en pages vii et 8.)

[Sih 1962] G.C. Sih. *On the singular character of thermal stresses near a crack tip.* Journal of Applied Mechanics, vol. 29, issue 3, page 587, 1962. (Cité en page 26.)

[Sills 2013] R.B. Sills et M.D. Thouless. *The effect of cohesive-law parameters on mixed-mode fracture.* Engineering Fracture Mechanics, vol. 109, pages 353 – 368, 2013. (Cité en page 24.)

[Simo 1986] J. C. Simo et T. R. Hughes. *On the variational foundations of assumed strain methods.* Journal of Applied Mechanics, vol. 53(1), pages 51–54, 1986. (Cité en page 34.)

[Simo 1989] J.C Simo et D.D. Fox. *On a stress resultant geometrically exact shell model. Part I : Formulation and optimal parametrization.* Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, vol. 72, pages 267–304, 1989. (Cité en page 31.)

[Simo 1990] J. C. Simo et M. S. Rifai. *A class of mixed assumed strain methods and the method of incompatible modes.* International Journal for Numerical Methods in Engineering, vol. 29, no. 8, pages 1595–1638, 1990. (Cité en page 34.)

[Smialek 1990] James L. Smialek, Michael A. Gedwill et Pamela K. Brindley. *Cyclic oxidation of aluminide coatings on Ti3Al+Nb.* Scripta Metallurgica et Materialia, vol. 24, no. 7, pages 1291 – 1296, 1990. (Cité en page 8.)

[Sosa 2009] J.L. Curiel Sosa et A.J. Gil. *Analysis of a continuum-based beam element in the framework of explicit-FEM.* Finite Elements in Analysis and Design, vol. 45, no. 8–9, pages 583 – 591, 2009. (Cité en pages 31 et 32.)

[Surana 1987a] K. S. Surana et E. K. Phillips. *Three dimensional curved shell finite elements for heat conduction.* Computers and Structures, vol. 25, no. 5, pages 775–785, 1987. (Cité en page 37.)

[Surana 1987b] K. S. Surana et E. K. Phillips. *Three dimensional solid-shell transition finite elements for heat conduction.* Computers and Structures, vol. 26, no. 6, pages 941–950, 1987. (Cité en page 37.)

[Surana 1990] K. S. Surana et G. Abusaleh. *Curve shell elements for heat conduction with p-approximation in the shell thickness direction.* Computers and Structures, vol. 34, no. 6, pages 861–880, 1990. (Cité en pages 37, 40 et 117.)

[Tallec 2001] P. Le Tallec et J. Mouro. *Fluid structure interaction with large structural displacements.* Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, vol. 190, pages 3039–3067, 2001. (Cité en page 20.)

[Talon 2003] C. Talon et A. Curnier. *A model of adhesion coupled to contact and friction.* European Journal of Mechanics - A/Solids, vol. 22(4), pages 545–565, 2003. (Cité en page 22.)

[Thangjitham 1993] S. Thangjitham et Hyung Jip Choi. *Thermal stress singularities in an anisotropic slab containing a crack.* Mechanics of Materials, vol. 14, no. 3, pages 223 – 238, 1993. (Cité en page 26.)

[Théry 2007] P.-Y. Théry. *Adhérence de barrières thermiques pour aube de turbine avec couche de liaison -(Ni,Pt)Al ou -NiAl(Zr).* PhD thesis, Thèse de doctorat de l'Université Joseph Fourier, Grenoble, 2007. (Cité en pages vii, xv, 4, 12, 44, 75 et 130.)

[Timoshenko 1951] S. Timoshenko et J. N. Goodier. Theory of elasticity. 1951. (Cité en page 193.)

[Tolpygo 1998] V. K. Tolpygo et D.R. Clarke. *Wrinkling of α-alumina films grown by oxidation-II. Oxide separation and failure.* Acta Materialia, vol. 46-14, pages 5167–5174, 1998. (Cité en page 7.)

[Tolpygo 2001] V. K. Tolpygo, D.R. Clarke et K.S. Murphy. *Oxidation-induced failure of EB-PVD thermal barrier coatings.* Surface and coatings technology, vol. 146, pages 124 – 131, 2001. (Cité en page 8.)

[Travesa 2006] A. Turon Travesa. *Simulation of delamination in composites under quasi-static and fatigue loading using cohesive zone Models.* PhD thesis, Universitat de Girona, 2006. (Cité en page 50.)

[Trinh 2009] Vuong-Dieu Trinh. *Formulation, développement et validation d'éléments finis de type coques volumiques sous-intégrés stabilisés utilisables pour des problèmes à cinématique et comportement non-linéaires.* Phd thesis, Arts et Métiers ParisTech, 2009. (Cité en pages viii, 32, 33, 69, 70 et 72.)

[Turon 2007] A. Turon, C.G. Dávila, P.P. Camanho et J. Costa. *An engineering solution for mesh size effects in the simulation of delamination using cohesive zone models.* Engineering Fracture Mechanics, vol. 74, no. 10, pages 1665–1682, 2007. (Cité en page 24.)

[Tvergaard 1993] V. Tvergaard et J.W. Hutchinson. *The influence of plasticity on mixed mode interface toughness.* Journal of Mechanics and Physics of Solids, vol. 6, pages 1119–1135, 1993. (Cité en pages 22 et 23.)

[Tzou 1990] D. Y. Tzou. *The singular behavior of the temperature gradient in the vicinity of a macrocrack tip.* International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 33, No 12., pages 2625–2630, 1990. (Cité en page 26.)

[Valoroso 2006] Nunziante Valoroso et Laurent Champaney. *A damage-mechanics-based approach for modelling decohesion in adhesively bonded assemblies.* Engineering Fracture Mechanics, vol. 73, no. 18, pages 2774 – 2801, 2006. (Cité en page 23.)

[van den Bosch 2006] M.J. van den Bosch, P.J.G. Schreurs et M.G.D. Geers. *An improved description of the exponential Xu and Needleman cohesive zone law for mixed-mode decohesion.* Engineering Fracture Mechanics, vol. 73, no. 9, pages 1220 – 1234, 2006. (Cité en page 23.)

[Vaunois 2013a] J. R. Vaunois. *Modélisation de la durée de vie des barrières thermiques, par le développement et l'exploitation d'essais d'adhérence.* PhD thesis, Université de Grenoble, 2013. (Cité en pages vii, xiv, 12, 13, 14, 15, 41, 44, 49, 130, 131, 156, 169, 173, 175 et 179.)

[Vaunois 2013b] J.-R. Vaunois, J.-M. Dorvaux, P. Kanouté et J.-L. Chaboche. *A new version of a rumpling predictive model in thermal barrier coatings.* European Journal of Mechanics - A/Solids, vol. 42, pages 402 – 421, 2013. (Cité en page 8.)

[Vidal-Sétif 2010] M.H Vidal-Sétif et C. Rio. *Rapport de synthèse sur le retour d'expérience en service, Rapport technique interne.* Rapport technique, Onera, 2010. (Cité en pages xiv et 172.)

[Vu-Quoc 2003] L. Vu-Quoc et X. G. Tan. *Optimal solid shells for non-linear analyses of multilayer composites. I. Statics.* Computer methods in applied mechanics and engineering, vol. 192, pages 975–1016, 2003. (Cité en pages 32 et 69.)

[Wagner 2005] W. Wagner et F. Gruttmann. *A robust non-linear mixed hybrid quadrilateral shell element.* International Journal for Numerical Methods in Engineering, vol. 64, no. 5, pages 635–666, 2005. (Cité en page 68.)

[Wagner 2008] W. Wagner et C. Balzani. *Simulation of delamination in stringer stiened ber-reinforced composite shells.* Computers and Structures, vol. 86, page 930–939, 2008. (Cité en page 57.)

[Williams 2002] J.G Williams et H. Hadavinia. *Analytical solution for cohesive zone Models.* Journal of the Mechanics and Physics of Solids, vol. 50, pages 809–825, 2002. (Cité en page 25.)

[Xu 1993] X. P. Xu et A. Needleman. *Void nucleation by inclusion debonding in a crystal matrix.* Modelling and Simulation in Materials Science and Engineering, vol. 1(2), pages 111–32, 1993. (Cité en pages 22 et 23.)

[Yang 2005] Qingda Yang et Brian Cox. *Cohesive models for damage evolution in laminated composites.* International Journal of Fracture, vol. 133, no. 2, pages 107–137, 2005. (Cité en page 25.)

[Yvonnet 2011] J. Yvonnet, Q.-C. He, Q.-Z. Zhu et J.-F. Shao. *A general and efficient computational procedure for modelling the Kapitza thermal resistance based on XFEM.* Computational Materials Science, vol. 50, no. 4, pages 1220 – 1224, 2011. (Cité en pages 27 et 86.)

[Zeb] *Z-set, material and structure analysis suite,* `http : //www.zset − software.com/`. (Cité en pages 14, 44, 56 et 87.)

[Zhang 2007] Zhengyu (Jenny) Zhang, Glaucio H. Paulino et Waldemar Celes. *Extrinsic cohesive modelling of dynamic fracture andmicrobranching instability in brittle materials.* Internationa Journal for Numerical Methods in Engineering, vol. 72, pages 893–923, 2007. (Cité en page 47.)

[Zienkiewicz 1971] O. C. Zienkiewicz, R. L. Taylor et J. M. Too. *Reduced integration technique in general analysis of plates and shells.* International Journal for Numerical Methods in Engineering, vol. 3, no. 2, pages 275–290, 1971. (Cité en page 68.)

[Zienkiewicz 2000a] 0. C. Zienkiewicz et R. L. Taylor. The finite element method. the basis, vol. 1. Butterworth Heinemann, 5th edn édition, 2000. (Cité en pages 18 et 34.)

[Zienkiewicz 2000b] 0. C. Zienkiewicz et R. L. Taylor. The finite element method. the basis, vol. 2. Butterworth Heinemann, 5th edn édition, 2000. (Cité en pages 31, 36 et 37.)

[Özdemir 2010] I. Özdemir, W.A.M. Brekelman et M.G.D. Geers. *A thermo-mechanical cohesive zone model.* Computational Mechanics, vol. 46, pages 735–745, 2010. (Cité en pages 26, 87 et 91.)

Modélisation numérique de l'écaillage des barrières thermiques avec couplage thermo-mécanique

Resumé : L'objectif de ce travail de thèse est de mettre en place une simulation thermo-mécanique couplée d'une aube revêtue permettant de modéliser l'écaillage de la barrière-thermique qui survient dans les conditions de service de l'aube. La barrière thermique est un revêtement isolant déposé à la surface du substrat monocristallin base Nickel AM1 constitutif de l'aube préalablement recouverte d'une sous-couche. Le mode de dégradation dominant dans ces systèmes est la création de fissures qui résultent de l'accroissement des ondulations hors-plan d'une couche intermédiaire d'oxyde formée en service entre la céramique et la sous-couche. En vue de modéliser ce phénomène d'écaillage, un ensemble d'outils numériques permettant de réaliser un calcul 3D par éléments finis thermo-mécanique couplé de l'aube revêtue est développé au sein du code de calcul par éléments finis Z-set. L'insertion d'éléments de zone cohésive mécanique et thermique au niveau de l'interface barrière-thermique/substrat permet de tenir compte simultanément des changements dans le processus de transert de charge et des variations du flux de chaleur causés par l'amorçage et la propagation d'une fissure interfaciale. L'élément fini d'interface mixte de Lorentz qui repose sur un Lagrangien augmenté, est mis en oeuvre. Afin de tenir compte des propriétés structurelles du revêtement, la modélisation de la barrière thermique est réalisée au moyen d'éléments de coque thermo-mécaniques reposant sur l'approche dite "Continuum Based". Ces éléments sont développés puis validés dans le cadre de la thèse. La méthode utilisée pour réaliser le couplage thermo-mécanique est l'algorithme partitioné CSS (Conventional Serial Staggered) sous-cyclé à pas de couplage fixe dont on montre les limitations dans le cas d'une simulation impliquant la propagation d'une fissure. L'introduction de pas de couplage adaptatifs contrôlés au moyen d'une variable interne du problème mécanique a permis de contourner ces limitations. L'ensemble des briques numériques est validé sur des cas tests de complexité croissante. Des cas d'applications effectués sur des géométries tubulaires à gradient thermique de paroi sont réalisés afin de tester le modèle couplé sur des structures et des chargements proches des conditions de service de l'aube. Enfin, des calculs thermo-mécaniques couplés sur aube revêtue sont présentés.

Mots clés : barrière-thermique, modèle de zone cohésive, élément coque, couplage thermo-mécanique, calcul sur aube

Coupled thermomechanical simulation of the failure of thermal barrier coatings of turbine blades

Abstract : The purpose of this thesis is to perform a coupled thermomechanical simulation of the failure of thermal barrier coatings for turbine blades under service conditions. The thermal barrier coating is an insulating component applied to the single crystal Nickel-based superalloy AM1 substrate which is covered with a bond coat beforehand. The main degradation mode of those systems is due to the initiation and propagation of cracks caused by the out-of-plane undulation growth of an oxide layer formed in service. A set of numerical tools is implemented into the Finite Element code Z-set in order to perform a 3D thermomechanically coupled simulation of the failure of thermal barrier coatings for turbine blades. Inserting thermomechanical cohesive zone elements at the interface between the coating and the substrate makes it possible to account for the changes in the load transfer and the variations in the heat flux as a consequence of interface degradations. The mixed finite interface element of Lorentz based on an Augmented Lagrangian is used. The thermal barrier coating is modelled by means of thermomechanical shell elements implemented using the Continuum-Based approach to take advantage of the structural properties of the coating layer. Moreover, the partitionned CSS (Conventional Serial Staggered) algorithm used to couple thermal and mechanical problems is assessed. The limitations of sub-cycling with constant coupling time-step are shown through a simulation with crack propagation. The introduction of adaptative time-step allows to circumvent that issue. The numerical tools are assessed on test cases with increasing complexity. Numerical simulations on cylindrical tube with a through-thickness thermal gradient are performed with realistic loading sequences. Finally, thermomechanical simulations on turbine blades covered with thermal barrier coating are showed.

Keywords : thermal barrier coating, cohesive zone model, shell element, thermo-mechanical coupling, turbine blade computation



MINES ParisTech

ParisTech
INSTITUT DES SCIENCES ET TECHNOLOGIES
PARIS INSTITUTE OF TECHNOLOGY