



Modélisation de fermes de systèmes houlomoteurs : effets d'interactions entre systèmes à l'échelle de la ferme et impact sur le climat de vagues à l'échelle régionale

François Charrayre

► To cite this version:

François Charrayre. Modélisation de fermes de systèmes houlomoteurs : effets d'interactions entre systèmes à l'échelle de la ferme et impact sur le climat de vagues à l'échelle régionale. Mécanique des fluides [physics.class-ph]. Université Paris-Est, 2015. Français. NNT : 2015PESC1097 . tel-01259964

HAL Id: tel-01259964

<https://pastel.hal.science/tel-01259964>

Submitted on 21 Jan 2016

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



École Doctorale (n°531)

Sciences, Ingénierie et Environnement

Laboratoire d'Hydraulique Saint-Venant

Thèse

présentée pour l'obtention du grade de DOCTEUR

DE L'UNIVERSITÉ PARIS-EST

par

François Charrayre

**Modélisation de fermes de systèmes houlomoteurs :
effets d'interactions entre systèmes à l'échelle de la
ferme et impact sur le climat de vagues à l'échelle
régionale.**

Spécialité : Mécanique des fluides

Soutenue le jeudi 17 septembre 2015 devant un jury composé de :

Président du jury	Prof. Elie Rivoalen	(Insa Rouen)
Rapporteur	Dr. Philippe Sergent	(Cerema)
Rapporteur	Prof. Vincent Rey	(Université de Toulon, MIO)
Examineur	Dr. Aurélien Babarit	(École Centrale Nantes)
Examineur	Prof. Kostas Belibassakis	(National Technical University of Athens)
Directeur de thèse	Prof. Michel Benoit	(Laboratoire Saint-Venant & EDF R&D)
Co-encadrant de thèse	M. Christophe Peyrard	(Laboratoire Saint-Venant & EDF R&D)



Thèse effectuée au sein du **Laboratoire d'Hydraulique Saint-Venant**

de l'Université Paris-Est

6, quai Watier

BP 49

78401 Chatou cedex

France

Résumé

Cette thèse porte sur le développement d'un ensemble d'outils numériques destinés à simuler différents aspects des interactions vagues-structure appliquées à l'exploitation des systèmes de récupération de l'énergie des vagues (SREV). Elle a été réalisée dans le cadre du projet ANR Monacorev (projet ANR11-MONU-018-01, 2012-2015). L'objectif est de pouvoir traiter la question des interactions à l'échelle d'une ferme de SREVs (≈ 1 km), et d'étudier l'impact d'une ou plusieurs fermes de SREVs à l'échelle régionale (≈ 10 km) sur le champ de vague total. Des méthodes de modélisation et de simulation adaptées sont développées pour chacune de ces deux échelles.

Jusqu'à présent, les interactions entre les SREVs étaient bien souvent étudiées en considérant que le fond était plat (l'influence d'un fond variable sur le champ de houle au niveau de la ferme étant alors jugé négligeable), ce qui permet de calculer facilement et rapidement le champ de vagues et les interactions grâce à l'utilisation de la théorie linéaire potentielle. Une application pratique de cette méthode est le calcul du rendement d'une ferme de SREVs, et l'optimisation de leurs positions relatives au sein d'un parc.

Dans le cadre de la théorie linéaire, cette thèse propose une méthodologie de couplage originale entre un code de tenue à la mer (Aquaplus) et un code de propagation de la houle en zone côtière (Artemis), laquelle a été développée et qualifiée. Les simulations réalisées montrent que, pour une configuration de ferme de SREVs donnée, on ne peut pas toujours négliger les effets de la bathymétrie. Par exemple, la présence d'une plage de pente 10% au large d'une ferme de SREV peut modifier la hauteur des vagues de manière significative, et affecter ainsi le rendement de la ferme de manière significative par rapport au cas où le fond est uniformément plat.

A l'échelle côtière régionale, il est aussi intéressant de simuler et prédire l'impact de fermes de SREVs sur le champ de vagues. Pour des raisons d'efficacité, une approche à phases moyennées de modélisation des vagues a été privilégiée, fondée sur le code spectral d'états de mer Tomawac. La représentation des effets d'un SREV à travers l'utilisation d'un terme puits (concept permettant de soustraire au spectre d'énergie d'état de mer local l'énergie correspondant à celle absorbée par le SREV), bien qu'incomplète du fait que les effets de radiation/diffraction ne sont pas pris en compte, a été étudiée et testée. Une nouvelle méthodologie prenant en compte ces effets dans un code spectral est présentée ici et testée, avec l'objectif de pallier à ces limitations. Les discussions sur la validité de deux approches permettent d'esquisser des pistes de développements ultérieurs pour la représentation des fermes de SREVs à l'échelle régionale.

Mots-clé:

Systèmes de Récupération de l'Énergie des Vagues (SREV), énergie des vagues, modélisation des vagues, théorie potentielle, approximation champ lointain, terme puits, interactions vagues-structure.

Numerical modeling of arrays of wave energy converters: interaction effects between units at the scale of an array and impact on wave climatology at the regional scale.

Abstract

This thesis focuses on the development of a set of numerical tools to simulate different aspects of the wave-body interactions applied to the exploitation of wave energy converters (WEC). It was conducted under the ANR Monacorev project (project-ANR11 MONU-018-01, 2012-2015).

The objective is to address the issue of the interactions at the scale of a farm of WECs (≈ 1 km), and to study the impact of one or more WEC farms at the regional scale (≈ 10 km) on the total wave field. Modeling and simulation methods adapted for each of these two scales are developed. Until now, the interactions between WECs was often studied by considering that the bottom was flat (the influence of a variable bathymetry on the wave field at the farm site being considered to be negligible), allowing to easily and quickly calculate the wave field and interactions through the use of linear potential theory. A practical application of this method is the yield estimation for a WEC farm and the optimization of the WEC position within a park.

In the framework of the linear theory, this thesis proposes an original coupling methodology between a seakeeping (Aquaplan) and a wave propagation code in coastal areas (Artemis), which was developed and qualified. Simulations show that, for a given WEC farm configuration, effects of the bathymetry cannot systematically be ignored. For example, the presence of a 10% slope close to a WEC farm can significantly modify the wave height, and thus affect the performance of the farm by several percent compared to the case with a uniformly flat bottom.

At the regional coastal scale, it is also interesting to simulate and predict the impact of WEC farms on the wave field. At this scale, for efficiency reasons, a phase-averaged simulation of waves was preferred, based on the sea state spectral code TOMAWAC. The representation of the effects of a WEC through the use of a sink-term (concept for subtracting the energy equivalent to that absorbed by the WEC to the sea state energy spectrum), though incomplete due to the fact that the scattering effects are not taken into account, has been studied and tested. A new methodology taking into account these effects in a spectral code is presented here and tested with the aim to overcome these limitations. Discussions on the validity of these approaches allow us to propose possible future developments for the modeling of WECs farm at the regional scale.

Keywords:

Wave Energy Converter (WEC), wave energy, wave modeling, potential theory, far-field approximation, sink term, wave-body interactions.

Remerciements

Après ces trois belles années de thèse passées au Laboratoire d'Hydraulique Saint-Venant (LHSV) et avoir soutenu mes travaux le 17 septembre 2015 est venu le temps des remerciements.

Tout d'abord, je tiens à remercier les rapporteurs de ma thèse, le docteur Philippe Sergent du Cerema et le Professeur Vincent Rey de l'université de Toulon, qui ont donné de leur temps pour relire mon manuscrit de thèse et donner de précieux conseils.

Je remercie aussi vivement le professeur Elie Rivoalen de l'INSA Rouen qui a accepté de présider mon jury de thèse.

Je remercie aussi le docteur Aurélien Babarit de l'École Centrale Nantes et le professeur Kostas Belibassakis du National Technical University of Athens d'avoir accepté d'être examinateur dans mon jury de thèse.

Je tiens enfin à remercier mon directeur de thèse, le professeur Michel Benoit, et mes encadrants, Christophe Peyrard et Elodie Gagnaire-Renou, pour leur présence et leur soutien tout au long de ces trois années de thèse au LHSV.

Ces travaux de thèse au LHSV ont été menés dans le cadre du projet ANR MONACOREV en partenariat avec l'École Centrale de Nantes et Hydrocéan sous la direction d'Aurélien Babarit, membre du LHEEA (Laboratoire de recherche en Hydrodynamique, Energétique et Environnement Atmosphérique) de l'École Centrale de Nantes. J'en profite donc pour remercier tous ces partenaires et tous ceux qui ont travaillé sur ce projet.

J'ai eu la chance de travailler pendant ces trois années au LHSV, dans l'environnement idyllique du site EDF R&D de Chatou. J'en profite pour remercier tous les membres du laboratoire avec qui j'ai passé de très bons moments, Jeff, Emmanuel, Marissa, Steve, Raffaello, Alex, Jérémie, Marine, Mathieu, Antoine, Agnès, Pablo, ... et tous ceux que j'ai oublié de nommer.

J'ai notamment eu la chance de participer à la campagne d'essais WECwakes du programme européen Hydralab IV. Supervisés par le docteur Vasiliki Stratigaki de l'université de Gent, ces travaux m'ont permis de découvrir d'autres méthodes de travail et de faire la connaissance de plusieurs chercheurs venus de différents pays avec qui je partage de bons souvenirs et que j'ai eu plaisir à retrouver dans le cadre de certaines conférences.

Enfin, je remercie du fond du cœur tous ceux qui m'ont soutenu durant ces trois années de thèse. Je pense tout particulièrement à mes parents et mes frères et sœurs, mais aussi (et surtout) à mon épouse que j'ai rencontrée en arrivant en région Parisienne pour ma thèse et à sa famille qui m'a accueilli les bras grands ouverts. Merci aussi à tous mes amis et aux anciens de mon école avec qui je continue de garder de bons contacts, notamment Ludovic et Jean-Baptiste qui ont pris un peu de leur temps pour assister à ma soutenance.

Merci à toutes et à tous pour votre aide et votre amitié.

Table des matières

I	Introduction, contexte et cadre de ces travaux de recherche	1
1	Introduction générale	3
1.1	Contexte	3
1.2	État de l’art	8
1.3	Objectifs	9
1.4	Organisation du mémoire	10
2	Cadre général et modélisation	11
2.1	Mise en équation générale de la théorie des vagues	12
2.2	Linéarisation des équations	13
2.3	Écriture en régime harmonique	14
2.4	Grandeurs caractéristiques de la houle	14
2.5	Énergie et flux d’énergie de la houle	15
II	Effets d’interactions entre des systèmes houlomoteurs à l’échelle de la ferme	17
3	Calcul des interactions	19
3.1	Objectif des travaux	19
3.2	Analyse des travaux antérieurs	19
3.3	Présentation de l’approche proposée	21
4	Problème de radiation/diffraction	27
4.1	Présentation générale d’Aquaplus	27
4.2	Résolution du potentiel	30
4.2.1	Problème de diffraction	30
4.2.2	Problèmes de radiation	30
4.3	Différents efforts exercés sur le corps flottant	30

4.3.1	Efforts hydrostatiques	31
4.3.2	Efforts hydrodynamiques	31
4.3.3	Force d'excitation	31
4.3.4	Force de radiation	31
4.3.5	Force due au système de récupération d'énergie (PTO)	32
4.3.6	Ancrages	32
4.4	Résolution de l'équation du mouvement	32
5	Propagation de la houle	35
5.1	Solution de Berkhoff	35
5.2	Termes de bathymétrie fortement variable	36
5.3	Terme de dissipation de l'énergie	36
5.4	Conditions aux limites	36
5.5	Grandeurs physiques calculées	37
6	Couplage entre Artemis et Aquaplus	39
6.1	Forme analytique du potentiel perturbé	39
6.2	Écriture de la fonction de Kochin $H(\theta)$	40
7	Validation du couplage	43
7.1	Présentation du SREV utilisé	43
7.2	Calcul de la fonction de Kochin dans Aquaplus	45
7.3	Implémentation de la condition de Kochin dans Artemis	47
7.4	Validation du couplage	49
7.5	Influence du rayon de l'île fictive sur le résultat	52
7.6	Influence de la finesse du maillage	57
7.7	Validation pour le cas d'une ferme de 8 SREVs	59
8	Influence de la bathymétrie	63
8.1	Impact de la ferme et de la bathymétrie sur le champ de vagues	63
8.1.1	Présentation et caractéristiques du modèle	63
8.1.2	Impact de la bathymétrie sur le champ de vagues	66
8.1.3	Influence de la bathymétrie sur l'impact d'une ferme en quinconce	71
8.2	Généralisation	75
8.2.1	Présentation d'un cas en houle polychromatique	75
8.2.2	Présentation d'un cas avec 6 degrés de liberté	78
8.3	Influence de la configuration	83

8.3.1	Configuration en grille	83
8.3.2	Comparaison entre plusieurs configurations	85
9	Étude expérimentale des effets de parc	89
9.1	Présentation de la campagne	89
9.2	Répétabilité des expériences	92
9.3	Caractéristiques d'un SREV	95
9.4	Effets de parc, q-factor pour un cas à 9 SREVs	96
9.5	Effets de parc, q-factor pour un cas à 25 SREVs	99
III	Impact d'une ferme de systèmes houlomoteurs sur le climat de vagues à l'échelle régionale	101
10	Méthodologie de calcul de l'impact	103
10.1	Objectif	103
10.2	Revue des travaux antérieurs	103
10.3	Approche proposée	104
10.4	Propagation d'un état de mer	105
10.4.1	Introduction	105
10.4.2	Représentation spectrale des états de mer	105
10.4.3	Équation résolue par Tomawac	106
10.4.4	Diffraction du fond	106
10.4.5	Termes sources et puits	107
10.4.6	Spectre initial et imposé aux limites	108
11	Méthodologie du terme puits	109
12	Calcul du spectre perturbé	111
12.1	Introduction	111
12.2	Flux d'énergie instantané	112
12.3	Calcul du flux d'énergie moyen	113
12.4	Forme aboutie de l'expression du flux d'énergie	114
12.5	Implémentation dans Tomawac	115
13	Comparaison des méthodologies	117
13.1	Comparaison dans le cas d'un seul SREV	117
13.2	Application de la méthode à un cas réel	121

13.2.1	Présentation du site	121
13.2.2	Résultats	124
Conclusion générale et perspectives		129
	Limites et pertinence du modèle potentiel à résolution de phase permettant de modéliser les interactions entre les SREVs	129
	Limites et pertinence de la modélisation spectrale de l'impact d'une ferme de SREVs sur le climat de vagues	131
A	Annexe 1	133
B	Annexe 2	139
C	Annexe 3	141
	Bibliographie	148

Liste des figures

1.1	Principe de la récupération de l'énergie des vagues par un systèmes oscillant	4
1.2	Technologies de récupération des énergies de la mer	5
1.3	Prototypes de systèmes houlomoteurs ayant été testés ou en cours de développement	6
1.4	Exemple de quelques technologies de récupération de l'énergie des vagues	7
1.5	Les trois échelles du projet	8
2.1	Notations utilisées	11
3.1	Découpage du domaine selon la méthode de Yue et al. [73]	20
3.2	Présentation schématique de l'impact d'un SREV dans le champ de houle	22
3.3	Interactions entre les SREVs	22
3.4	Boucle du couplage. Le potentiel incident et les différentes composantes du potentiel perturbé sont successivement calculées, puis additionnées pour donner le potentiel total	24
3.5	Partie réelle des différentes composantes du potentiel total (en $m^2 s^{-1}$)	25
4.1	Différentes parties du domaine	28
4.2	Définition des degrés de liberté	29
6.1	Amplitude et angle de la fonction complexe de Kochin pour un SREV cylindrique de 10 m de diamètre et 10 m de tirant d'eau soumis à une houle d'amplitude unitaire et de période 8 s, dont le PTO est simulé par un amortissement de $3,6.10^5 \text{ kg.s}^{-1}$	41
7.1	Vue du maillage d'un demi-SREV discrétisé	44
7.2	RAO du SREV en pilonnement seul.	45
7.3	Hauteur de vague pour le champ de vagues radié/diffracté par un SREV. À gauche, hauteur du champ de vagues issu d'un calcul Aquaplus. À droite, hauteur du champ de vagues calculé analytiquement à partir de la fonction de Kochin pour une distance supérieure à $\lambda/4$	46

7.4	Hauteur de vague pour le champ de vagues total autour d'un SREV. À gauche, hauteur du champ de vagues issu d'un calcul Aquapplus. À droite, hauteur du champ de vagues calculé analytiquement à partir de la fonction de Kochin pour une distance supérieure à $\lambda/4$.	46
7.5	Comparaison de la hauteur de vague pour le champ radié/diffracté entre Aquapplus et la forme analytique issue de la fonction de Kochin	47
7.6	Comparaison de la hauteur de vague pour le champ total entre Aquapplus et la forme analytique issue de la fonction de Kochin	47
7.7	Hauteur de vague pour le champ radié/diffracté par un SREV	48
7.8	Hauteur de vague pour le champ total autour d'un SREV	48
7.9	Comparaison de la hauteur de vague pour le champ radié/diffracté entre Artemis et la forme analytique issue de la fonction de Kochin	49
7.10	Comparaison de la hauteur de vague pour le champ total entre Artemis et la forme analytique issue de la fonction de Kochin	49
7.11	Hauteur de vague pour le champ radié/diffracté par un SREV	50
7.12	Hauteur de vague pour le champ total autour d'un SREV	50
7.13	Comparaison de la hauteur de vague pour le champ radié/diffracté entre Artemis et Aquapplus	51
7.14	Comparaison de la hauteur de vague pour le champ total entre Artemis et Aquapplus	51
7.15	Hauteur de la houle radiée/diffractée par un SREV selon le rayon de l'île fictive. Le domaine fait 1000m de rayon, ce qui correspond à 10 longueurs d'onde	53
7.16	Différences entre le résultat du couplage et le résultat Aquapplus pour différents rayons de l'île fictive englobant le SREV	54
7.17	Différence entre le résultat du couplage et Aquapplus en fonction du rayon de l'île fictive	55
7.18	Erreur moyenne entre Aquapplus et le couplage en fonction du rayon de l'île fictive	56
7.19	Différence entre le résultat du couplage et la forme analytique en fonction du pas du maillage. (Pas donné en m pour une longueur d'onde de 100m)	58
7.20	Configuration et maillage de la ferme de 8 SREVs	60
7.21	Comparaison de la hauteur du champ de houle entre Aquapplus et la méthode de couplage pour le cas d'une ferme de 8SREVs	61
8.1	Configuration générale du profil de bathymétrie utilisé	64
8.2	Disposition des SREVs (dans notre cas, $\lambda = 100m$ en profondeur infinie)	65
8.3	Champ de houle en fonction de la bathymétrie. Les traits noirs sur les sous-figures c & d montrent les effets de réflexion par les bords	66
8.4	Impact de la bathymétrie sur le champ de vagues. Cet impact est mesuré en faisant la différence relative du résultat par fond variable et par fond plat selon la formule (8.1)	68
8.5	Validation de la théorie du shoaling avec Artemis	70

8.6	Impact de la ferme sur le champ de houle	72
8.7	Variation de l'impact de la ferme (montré en fig. 8.6) dû à la bathymétrie. Ce résultat est issu de la différence entre le résultat de l'impact de la ferme sur le champ total avec la bathymétrie variable et celui de l'impact de la ferme sur le champ total par fond plat	73
8.8	Vues en coupe de la hauteur de vague pour différentes ordonnées Y, repérées sur la figure 8.7 Courbe bleu : fond plat sans la ferme Courbe rouge : fond variable sans la ferme Courbe verte : fond plat avec la ferme Courbe violette : fond variable avec la ferme	74
8.9	Norme du potentiel perturbé et total par fond plat et bathymétrie variable	75
8.10	Impact de la bathymétrie sur la norme du potentiel perturbé et total. L'impact est calculé en faisant la différence entre les résultats par fond variable et par fond plat	76
8.11	Impact de la ferme sur le champ total par fond plat et par fond variable, et variation de cet impact due à la bathymétrie	77
8.12	Champ perturbé et total avec 6 degrés de liberté en fonction de la nature du fond	79
8.13	Impact de la prise en compte des 6 degrés de liberté par rapport au cas à 1 degré de liberté	80
8.14	Impact de la bathymétrie sur le champ perturbé et total dans le cas à 6 degrés de liberté	81
8.15	Configuration de la ferme	83
8.16	q-factor en fonction de T et $\delta x = \delta y$ selon la bathymétrie	84
8.17	Impact (en %) de la bathymétrie sur le q-factor	84
8.18	Bathymétrie pour les différentes configurations de 8 SREVs étudiées	85
8.19	Hauteur du champ total de houle pour différentes configurations	86
9.1	SREV utilisé durant la campagne WECwakes	89
9.2	disposition des SREVs	90
9.3	disposition des SREVs	91
9.4	Hauteur du champ de vague incident (en cm) (x désigne les sondes à houle)	92
9.5	Variation de la hauteur du champ incident (en cm) suite à 7 répétitions des mêmes conditions incidentes (x désigne les sondes à houle)	93
9.6	Précision de la propagation du champ incident	95
9.7	q-factor expérimental pour la configuration à 9 SREVs espacés de 10D	96
9.8	q-factor expérimental pour la configuration à 9 SREVs espacés de 5D	97
9.9	Comparaison de l'amplitude du mouvement de pilonnement entre les expériences et les valeurs numériques calculées avec Aquaplan. Les résultats sont donnés par colonne (gauche en bleu, centrale en orange et droite en jaune) et par rangée (1 ^{ère} rangée en bleu, 2 ^{ème} en orange, 3 ^{ème} en jaune)	98

9.10 q-factor expérimental pour la configuration 25 SREVs	99
9.11 Amplitudes de pilonnement mesurées expérimentalement	99
12.1 Repère de travail	113
13.1 Maillage au niveau du SREV (en m)	118
13.2 Hauteur champ de houle total autour d'un SREV selon la méthode employée . . .	119
13.3 Comparaison de H_{m0} en fonction de la distance radiale	120
13.4 Bathymétrie du site de l'île d'Yeu (distance en m)	122
13.5 Répartition de la hauteur significative (H_s) et de la période significative de vague ($T_{H1/3}$) en fonction de la saison	123
13.6 Correlogramme annuel entre la période et la hauteur significative de la houle . . .	123
13.7 Impact de la ferme selon la méthode utilisée L'emplacement de la ferme est marqué sur la carte du champ incident par un rectangle bleu	125
13.8 Énergie absorbée selon la période de la composante de houle considérée (spectre de houle selon sa direction principale)	127
13.9 Impact de la ferme sur les caractéristiques de la houle (échelle spatiale en m) . . .	128
A.1 Répartition de la hauteur significative de la houle (H_s) et de la période de la houle en fonction de la saison	133
A.2 Répartition de la hauteur significative de la houle (H_s) et de la période de la houle en fonction de la saison	134
A.3 Répartition de la hauteur significative de la houle (H_s) et de la période de la houle en fonction de la saison	135
A.4 Correlogramme annuel entre la période et la hauteur significative de la houle . . .	136
A.5 Correlogramme annuel entre la période et la hauteur significative de la houle . . .	137
A.6 Correlogramme annuel entre la période et la hauteur significative de la houle . . .	138

Liste des tableaux

7.1	Erreur maximale (calculée à partir de l'expression (7.1)) aux différentes étapes du calcul et de la propagation du champ perturbé à $1/2$ longueur d'onde du SREV . .	52
8.1	Tableau de variation des grandeurs de houle	69
8.2	Tableau des mouvements du SREV selon le nombre de degrés de liberté	78
8.3	q-factor en fonction de la configuration	87
9.1	Répétabilité d'une expérience avec 1 SREV	95

Nomenclature

Principales abréviations utilisées

α	Déphasage induit par la paroi (en rad)
η	Déformée de la surface libre (en m)
γ	Partie incidente du potentiel (en m ² /s)
λ	Longueur d'onde de la houle (en m)
ω	Pulsation de la houle (en rad/s)
$\vec{u}$	Vitesse du fluide (en m/s)
$\vec{V}$	Vecteur des vitesses du fluide à la surface d'un corps flottant
Φ	Potentiel de vitesse tel que $\nabla\Phi = \vec{u}$ (en m ² /s)
ϕ	Potentiel réduit tel que $\Phi(x, y, z, t) = f(h, z) \cdot \phi(x, y) \cdot e^{-i\omega t}$ (en m ² /s)
ρ	Masse volumique du fluide (en kg/m ³)
θ	Incidence de la houle sortante (en degré)
φ	Déphasage de la houle (en rad)
ξ	Déformée de la surface libre (en m)
A	Amplitude de la houle (en m)
B	Matrice des amortissements
C	Célérité de phase (en m/s)

C_g	Célérité de groupe (en m/s)
CW	Largeur de capture
E	Énergie de la houle (en J)
f	Fréquence de la houle (en Hz)
F_e	Vecteur des forces d'excitation (en N)
g	Constante gravitationnelle (en m.s^{-2})
H	Hauteur crête à creux de la houle telle que $H = 2A$ (en m)
h	Profondeur locale (en m)
$H(\theta)$	Fonction de Kochin
K	Matrice des raideurs
k	Nombre d'onde (grad.m^{-1})
M	Matrice des inerties
p	Pression (en Pa)
R	Distance radiale (en m)
R_{ef}	Coefficient de réflexion sur la paroi
T	Période de la houle (en s)
$X, \dot{X}, \ddot{X}$	Vecteurs des positions, vitesses et accélérations du flotteur

Partie I

Introduction, contexte et cadre de ces travaux de recherche

Chapitre 1

Introduction générale

1.1 Contexte

Depuis plusieurs années, la diversification des moyens de production d'énergie est devenu un enjeu majeur pour des raisons écologiques et politiques. Pour des raisons politiques car les énergies renouvelables permettent de progresser sur la voie de l'indépendance énergétique -notamment pour les DROM-COM (départements et régions d'outre-mer et collectivités d'outre-mer)-, et de diversifier ses sources d'énergies. Pour des raisons écologiques ensuite car dans la course contre l'utilisation des énergies fossiles et l'émission de gaz à effet de serre, les énergies renouvelables sont probablement une partie de la solution. La France étant la deuxième puissance mondiale en terme de surface maritime, il est donc logique que l'on s'intéresse au développement de l'extraction d'énergie depuis la mer. En effet, selon les études (par exemple celle de l'Agence Internationale de l'Énergie [18]), on considère qu'à l'échelle de la planète l'énergie des vagues et des courants pourrait représenter de 0,5 à 5 fois la demande mondiale en terme d'énergie électrique. Ce potentiel est inégalement réparti dans le monde et n'est pas toujours récupérable, mais le potentiel français est suffisamment élevé pour qu'il puisse répondre à une grande partie du besoin national en énergie électrique.

Plusieurs pistes sont aujourd'hui explorées (fig. 1.2). Toutes ont leurs avantages et inconvénients :

1) Historiquement, la première technologie de récupération de l'énergie de la mer à grande échelle est celle de récupération de l'énergie générée par le phénomène des marées. On se souvient ainsi du Général de Gaulle inaugurant l'usine marémotrice de la Rance en 1966, site le plus puissant du monde (jusqu'à 2011 lorsque la Corée du Sud mit en service une usine d'une puissance de 254 MW).

2) Depuis quelques années se développe l'éolien offshore qui permet un meilleur rendement que l'éolien à terre. Cette solution est actuellement assez aboutie, et de nombreux projets de champs d'éoliennes en mer sont en cours. La présence de vents plus intenses au large favorise ces projets qui bénéficient de l'expérience acquise dans le domaine de l'offshore et dans celui des éoliennes à terre. Cependant, le recul est encore trop faible pour en connaître les apports et puissances exactes à long terme.

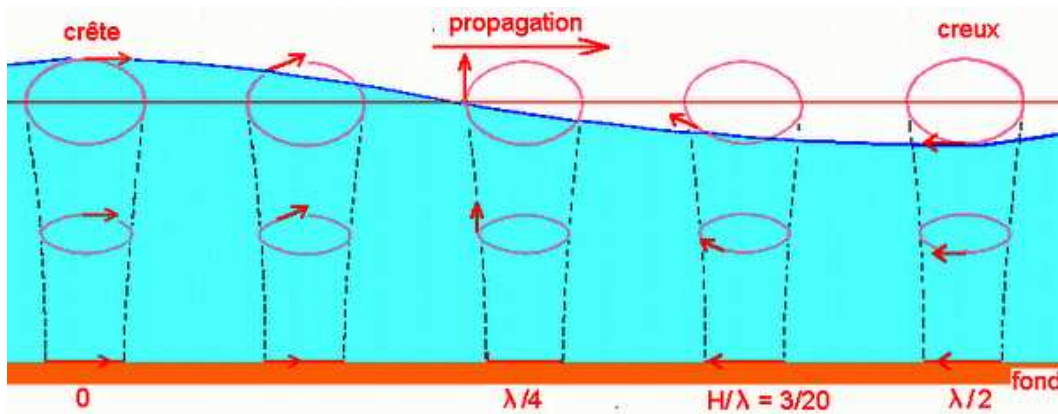
3) Plus récemment, des études ont porté sur l'énergie thermique des mers (ETM) consistant à utiliser la différence de température des masses d'eaux entre la surface et la profondeur pour

favoriser une circulation d'eau et en récupérer l'énergie. Bien évidemment, cela concerne surtout les zones tropicales. Divers projets comme celui de DCNS en Martinique ou à la Réunion sont en cours.

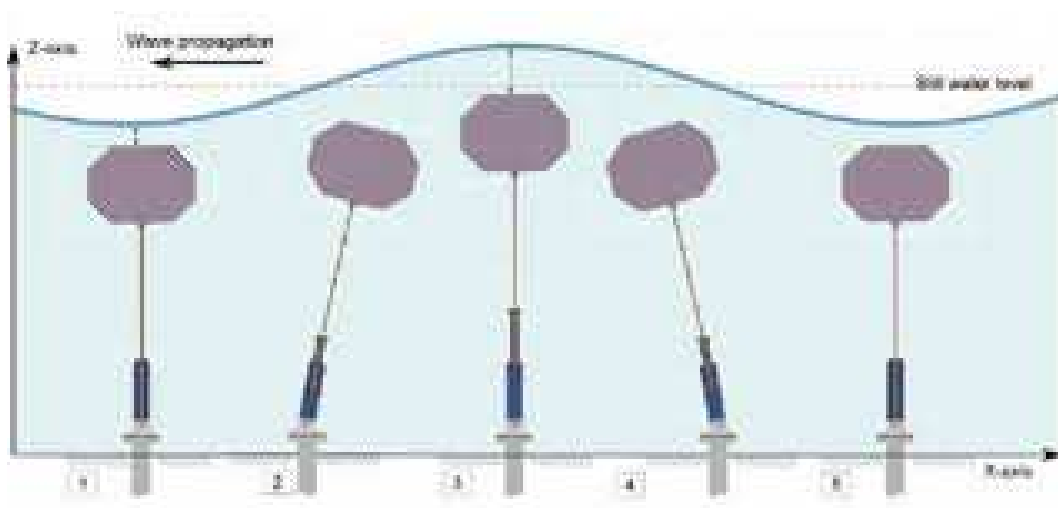
4) La récupération de l'énergie des courants est aussi à l'étude à travers plusieurs projets d'hydroliennes tel qu'OpenHydro, Sabella ou Voith dont les prototypes sont en cours de test. La ressource en France est estimée à 2.5 GW (contre 12.5 GW pour l'Europe) [12], mais est surtout concentrée en quelques zones particulières (comme la pointe du Raz Blanchard en France).

5) Enfin, plusieurs projets de récupération de l'énergie des vagues sont en cours, certains exploitant de l'énergie grâce au mouvement horizontal des particules d'eau (voir fig. 1.1) (technologie volet oscillant (fig. 1.4d), placé généralement en zone côtière), d'autres grâce à son mouvement vertical (systèmes pilonnants de type Ceto ou AWS (fig. 1.4b et 1.1b)). Ce type de systèmes a l'avantage de pouvoir être déployé sur de plus grandes zones, en fonction des caractéristiques générales de la houle locale.

C'est cette dernière catégorie de projet qui nous intéresse aujourd'hui.



(a) Trajectoire des particules d'eau [14]



(b) Mouvement d'un SREV de type Ceto en fonction de la houle [9]

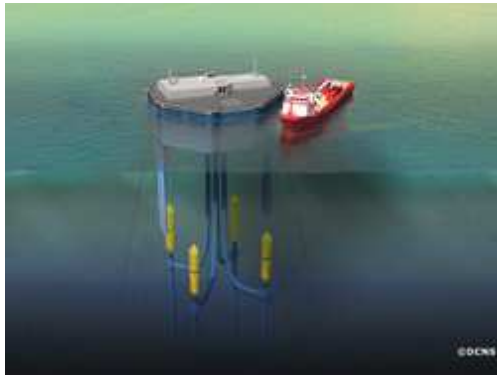
Figure 1.1 : Principe de la récupération de l'énergie des vagues par un systèmes oscillant



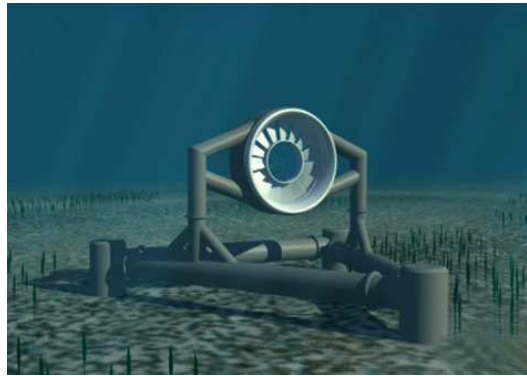
(a) Barrage de la Rance [3]



(b) Éolienne offshore [7]



(c) Énergie thermique des mers [1]



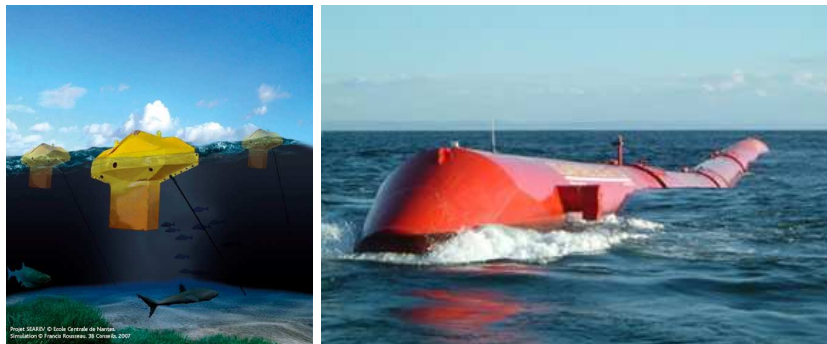
(d) Hydrolienne [10]

Figure 1.2 : Technologies de récupération des énergies de la mer



(a) Wave star [17]

(b) Ceto [5]



(c) Searev [13]

(d) Pelamis [11]

Figure 1.3 : Prototypes de systèmes houlomoteurs ayant été testés ou en cours de développement

La présente thèse s'inscrit dans le développement des systèmes houlomoteurs. Le potentiel considérable de l'énergie des vagues a provoqué ces vingt dernières années un foisonnement d'idées afin d'en récupérer la plus grande partie possible. Par exemple, de nombreux concepts différents sont apparus afin de récupérer l'énergie de la houle. En voici les principaux :

- Les colonnes d'eau oscillantes (en Anglais, Oscillating Water Columns, OWC) (exemple fig. 1.4(a))
- Les bouées pilonnantes (exemple fig. 1.3 et 1.4(b))
- Les systèmes à franchissement et déferlement (exemple fig. 1.4(c))
- Les volets (exemple fig. 1.4(d))

Plusieurs de ces systèmes sont étudiés dans le cadre du projet de recherche EMACOP (Énergies Marines Côtières et Portuaires).



(a) Limpet [8]



(b) Ceto [6]



(c) Wave dragon [15]



(d) Wave Roller [16]

Figure 1.4 : Exemple de quelques technologies de récupération de l'énergie des vagues

Cependant, cette multiplication des concepts et prototypes ne cache pas le fait que l'on n'a pas encore atteint une maturité technologique suffisante, tant en terme de résistance que de rendement, pour pouvoir en industrialiser la production. De nombreuses études sont encore en cours afin de gagner en maturité. À terme, les industriels souhaitent mettre en œuvre des fermes de plusieurs dizaines de machines à l'image de ce qui se fait aujourd'hui pour l'éolien. Cependant, si de nombreux travaux visent à modéliser le comportement d'une machine isolée, peu concernent les interactions entre les machines et leur impact à l'échelle régionale. Le projet ANR Monacorev (Méthodes et Outils Numériques d'Aide à la conception de Récupérateurs de l'Énergie des Vagues, 29/02/2012-28/05/2015) dans lequel s'inscrit cette thèse vise à développer un ensemble complet d'outils permettant d'étudier les différentes problématiques liées à l'exploitation de l'énergie des vagues aux différentes échelles :

- à l'échelle de la machine ($\sim 100\text{m}$), ce qui implique l'étude de la tenue à la mer du flotteur en prenant en compte les grandes amplitudes de vagues et de mouvement.
- à l'échelle du parc ($\sim 1\text{km}$) où le but est de modéliser les interactions de vagues entre les machines et les effets de parc.
- à l'échelle régionale ($\sim 10\text{km}$) afin de prédire l'impact du parc sur le climat de houle et la quantité d'énergie récupérable.

Le travail de cette thèse est axé sur ces deux dernières échelles.

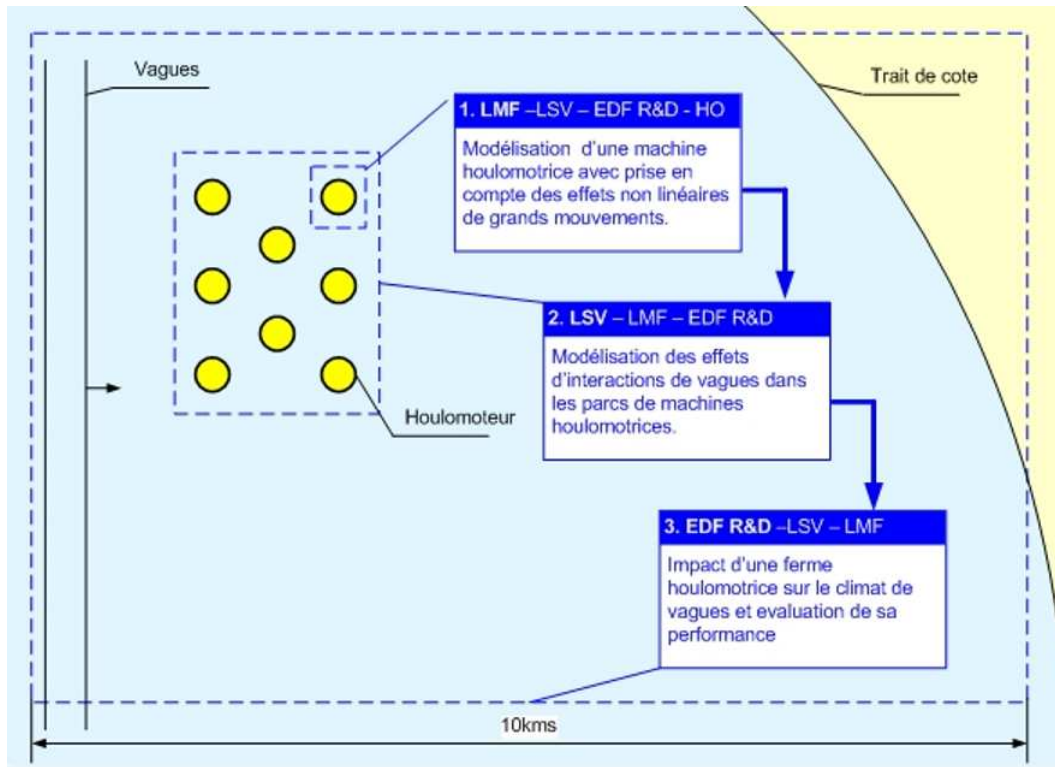


Figure 1.5 : Les trois échelles du projet

1.2 État de l'art

Destinés à être installés en grand nombre sous forme de parcs, les systèmes houlomoteurs interagissent entre eux. Ces interactions peuvent être constructives ou destructives [40], c'est-à-dire améliorer ou réduire la quantité moyenne d'énergie récupérée par l'ensemble du parc par rapport à un même nombre de Système de Récupération de l'Énergie des Vagues (SREV, ou Wave Energy Converter, WEC en anglais. Les deux termes seront employés indifféramment dans cette thèse) installés isolément. Ces effets dépendent beaucoup de l'état de mer qui est par définition variable, donc en pratique on cherche surtout à limiter les effets négatifs [67].

Dans [43], une brève revue des moyens de modéliser une ferme de systèmes houlomoteurs est proposée. Deux grandes tendances se développent, l'utilisation de modèles utilisant la théorie potentielle, et l'utilisation de modèles spectraux à phases moyennées.

Parmi les modèles utilisant la théorie potentielle linéaire, les codes BEM (Boundary Element Method) ont l'avantage d'être rapides, mais ils ne permettent souvent pas de prendre directement en compte la bathymétrie et ses variations. En revanche, des modèles de type « Boussinesq » et « Mild Slope » (Berkhoff [23]) permettent de prendre en compte les variations de la bathymétrie. Cependant, s'ils permettent de propager les vagues, ils nécessitent l'utilisation d'un autre solveur pour résoudre le problème de radiation/diffraction au voisinage des systèmes houlomoteurs.

Les modèles spectraux ont la particularité de travailler sur un spectre de houle complet. Étant à phases moyennées, ces codes ne permettent pas vraiment de modéliser les interactions entre plusieurs machines, mais à défaut de pouvoir modéliser son impact (incluant les effets de radiation/diffraction)

l'utilisation d'un terme puits permet de modéliser l'absorption d'énergie par une ferme sur le climat de vague à grande échelle [34].

Un autre type de code peut aussi être employé, les modèles CFD qui résolvent les équations de Navier-Stokes. Ces codes sont plutôt lourds à mettre en œuvre, mais ils permettent de mieux représenter les effets locaux, notamment les effets liés à la viscosité de l'eau.

De nombreux travaux (par exemple [27]) sont également conduits dans le but de rechercher la meilleure configuration possible pour les parcs de SREVs, mais ceux-ci sont bien souvent proches et en nombre limité en raison du coût de calcul. Dans les faits, et en raison de la présence d'encrages indispensables, les machines peuvent être relativement éloignées. Une méthode permettant de prendre en compte un grand nombre de machines tout en nécessitant un temps de calcul raisonnable constitue donc un objet de recherche et développement des plus pertinents de la thèse.

1.3 Objectifs

C'est dans ce contexte que prennent place les travaux de cette thèse. L'objectif est double : modéliser les interactions à l'échelle de la ferme d'une part, et l'impact de la ferme sur le climat de vagues à l'échelle côtière d'autre part.

Jusqu'à présent, les effets bathymétriques ont souvent été négligés lors des études menées sur les interactions entre les systèmes houlomoteurs. Certains codes basés sur la théorie potentielle linéarisée [33] permettent de traiter cette question. Cependant ils nécessitent de longs temps de calculs, durée qui augmente très rapidement avec le pas de temps et le nombre de modules compris dans la ferme étudiée. Avec ces codes, nous sommes donc limités à des problèmes ne comprenant pas plus d'une dizaine de machines. Une approche multipôle permet de simplifier le problème et de diminuer le temps de calcul, à l'instar des travaux réalisés à l'aide d'un code BEM à l'échelle d'un parc dans [26].

Il s'agira donc dans un premier temps (partie II du mémoire) de proposer une méthode couplant un code BEM pour calculer le potentiel perturbé (radié/diffracté) et un code de propagation des vagues prenant en compte les variations bathymétriques. Après avoir présenté les codes de tenue à la mer et de propagation de la houle utilisés, nous présenterons la démarche en détail, nous montrerons que les effets de la bathymétrie ne peuvent pas toujours être négligés, et qu'une ferme de systèmes houlomoteurs peut avoir un impact significatif sur le champ de houle local. De plus, cette méthode permettra aussi de montrer l'importance de l'agencement des SREVs au sein d'une même emprise afin de récupérer un maximum d'énergie.

Dans un second temps (partie III du mémoire), l'utilisation d'un code spectral à phases moyennées doit permettre d'étudier l'impact d'une ferme de SREVs sur le champ de houle à l'échelle régionale (ordre de grandeur : 10 km). Cette méthode a l'avantage d'être peu gourmande en temps de calcul et donc de considérer de grandes emprises. En revanche, elle ne permet pas de prendre directement en compte les effets de radiation et diffraction. C'est pour cette raison que les SREVs sont bien souvent considérés comme étant des corps poreux absorbant une partie de l'énergie via l'utilisation d'un terme puits [34][61][72]. Cependant, cette méthode requiert la création d'une table de coefficients nécessaire au calcul du terme puits dans le code spectral, et occulte les effets de

radiation/diffraction. Une alternative proposée et étudiée ici est l'utilisation d'une approximation champ lointain permettant de prendre en compte une partie des effets de radiation/diffraction [20]. Après avoir présenté le code spectral de propagation des états de mer utilisé, nous détaillerons la démarche employée jusqu'à présent et la nouvelle démarche que nous proposons, et notamment le calcul du flux de l'énergie nous permettant de calculer le spectre perturbé autour du SREV. Ces méthodes seront ensuite comparées et permettront d'alimenter une discussion sur la validité des différentes approches.

1.4 Organisation du mémoire

Après cette brève introduction et la définition du cadre général de travail, nous travaillerons dans un premier temps à détailler, valider et exploiter une méthodologie de couplage destinée à modéliser les interactions de vagues entre les SREVs d'une ferme. Ce travail sera réalisé grâce à l'utilisation en régime harmonique de la théorie potentielle linéaire et prendra en compte les variations de la bathymétrie.

Dans un second temps, nous proposerons une méthodologie dont le but est de modéliser l'action des SREVs dans un code spectral à phases moyennées, et discuterons de la pertinence de cette méthode, mise en perspective par rapport à celles présentées dans la littérature, notamment l'approche courante qui consiste à utiliser un terme puits d'énergie pour modéliser le SREV.

Chapitre 2

Cadre général et rappels sur la modélisation des vagues dans un cadre potentiel

On rappelle dans ce chapitre quelques éléments et résultats de la modélisation des vagues, sans viser une description complète. Pour des éléments complémentaires, le lecteur est invité à consulter des ouvrages de référence tel que [41], [48], [44] et [55].

En zone côtière, les vagues sont sujettes à des phénomènes bien connus tel que la diffraction, la radiation, la réfraction, les réflexions ou encore la dissipation. Les caractéristiques locales de la houle (longueur d'onde λ , hauteur $H = 2A$, la direction θ , déformée locale de la surface libre η) dépendent beaucoup de ces phénomènes ainsi que de la profondeur d'eau. On définit z l'altitude locale, h la profondeur, et les frontières S_L , S_B et S_F pour désigner la surface libre, la surface immergée du corps flottant et le fond.

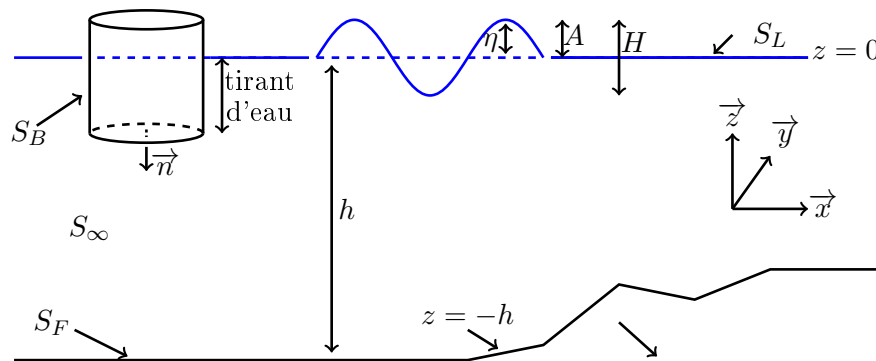


Figure 2.1 : Notations utilisées

2.1 Mise en équation générale de la théorie des vagues

La physique des vagues et la circulation côtière peuvent être modélisées par les équations de Navier et Stokes dans un cadre général :

- Équation de continuité ou de conservation de la masse :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{u}) = 0 \quad (2.1)$$

où ρ est la masse volumique du fluide et $\vec{u} = (u, v, w)$ est le vecteur vitesse.

- Équation de conservation de la quantité de mouvement ou de Navier-Stokes :

$$\rho \frac{d\vec{u}}{dt} = \rho \left[\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \nabla) \vec{u} \right] = -\nabla P + \mu \Delta \vec{u} + \vec{F} \quad (2.2)$$

avec F les forces massiques, P la pression et μ la viscosité dynamique du fluide.

Ces équations sont relativement complexes à simuler numériquement, et de nombreux modèles mathématiques fondés sur des hypothèses simplificatrices ont été proposés. Les hypothèses les plus courantes pour modéliser les vagues sont :

- fluide incompressible (ρ constant)
- fluide non visqueux
- écoulement irrotationnel
- profil de bathymétrie n'évoluant pas dans le temps

Pour un fluide non-visqueux en écoulement irrotationnel, on peut écrire :

$$\vec{u} = \nabla \Phi \quad (2.3)$$

où Φ est le potentiel des vitesses. Les équations de continuité et de conservation de la quantité de mouvement peuvent se simplifier :

$$\Delta \Phi = 0 \quad (2.4)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{1}{2}(\nabla \Phi)^2 + \frac{p}{\rho} + gz = 0 \quad (2.5)$$

À ces équations, il faut ajouter des conditions aux limites :

- condition cinématique de surface libre :

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial \Phi}{\partial x} \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{\partial \Phi}{\partial y} \frac{\partial \eta}{\partial y} - \frac{\partial \Phi}{\partial z} = 0 \quad \text{en } z = \eta(x, y, t) \quad (2.6)$$

- condition dynamique de Bernoulli à la surface libre :

$$\frac{p_{atm}}{\rho} + g\eta + \frac{1}{2}(\Delta \Phi)^2 + \frac{\partial \Phi}{\partial t} = 0 \quad \text{en } z = \eta(x, y, t) \quad (2.7)$$

- condition d'imperméabilité au fond

$$\frac{\partial \Phi}{\partial z} = -\frac{\partial \Phi}{\partial x} \cdot \frac{\partial h}{\partial x} - \frac{\partial \Phi}{\partial y} \cdot \frac{\partial h}{\partial y} \quad \text{en } z = -h(x, y) \quad (2.8)$$

- condition de glissement à la surface d'un corps flottant

$$\nabla \Phi \cdot \vec{n} = \vec{U} \cdot \vec{n} \quad (2.9)$$

où $\vec{n}$ est le vecteur normal à la paroi du solide au point considéré et $\vec{U}$ est la vitesse du solide.

2.2 Linéarisation des équations

Si on considère les mouvements de la surface libre comme étant « petits », on peut linéariser les conditions aux limites de surface libre. En pratique, cela suppose que les deux nombres adimensionnels suivants sont petits devant 1 :

- faible cambrure des vagues : $H/\lambda \ll 1$
- hauteur de la houle faible devant la profondeur : $H/h \ll 1$

En ne conservant que les termes d'ordre 1, on peut alors écrire les conditions de surface libre (équations (2.6) et (2.7)) de la manière suivante :

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} + g \frac{\partial \Phi}{\partial z} = 0 \quad \text{en } z = 0 \quad (2.10)$$

Le problème de vagues linéarisé s'écrit alors :

- condition dans le fluide

$$\Delta \Phi = 0 \quad \text{dans le fluide} \quad (2.11)$$

- condition de glissement à la surface d'un corps flottant

$$\nabla \Phi \cdot \vec{n} = \vec{U} \cdot \vec{n} \quad (2.12)$$

- condition de surface libre :

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} + g \frac{\partial \Phi}{\partial z} = 0 \quad \text{en } z = 0 \quad (2.13)$$

- condition d'imperméabilité au fond

$$\frac{\partial \Phi}{\partial z} = \begin{cases} -\frac{\partial \Phi}{\partial x} \cdot \frac{\partial h}{\partial x} - \frac{\partial \Phi}{\partial y} \cdot \frac{\partial h}{\partial y} & \text{par fond variable} \\ 0 & \text{en profondeur infinie ou par fond plat} \end{cases} \quad (2.14)$$

2.3 Écriture en régime harmonique

Travaillant en régime harmonique, dans un cadre linéaire généralisé au cas d'un fond variable, on pourra écrire :

$$\Phi(x, y, z, t) = f(z, h) \cdot \phi(x, y) \cdot e^{-i\omega t} \quad (2.15)$$

avec

$$f(z, h) = \frac{\cosh(k(z + h))}{\cosh(kh)} \quad (2.16)$$

Le potentiel réduit $\phi(x, y)$ dépend du cas considéré. Pour une houle progressive dans la direction de l'axe x, il s'écrit :

$$\phi(x, y) = -i \frac{gH}{2\omega} \cdot e^{ikx} \quad (2.17)$$

La relation de dispersion associée est :

$$\omega^2 = gk \cdot \tanh(kh) \quad (2.18)$$

2.4 Grandeurs caractéristiques de la houle

À partir de ces définitions et hypothèses de départ, on peut écrire les relations permettant de décrire les caractéristiques générales de la houle :

- Pulsation : À partir de l'équation (2.18), et selon la profondeur d'eau relative, on peut simplifier la relation de dispersion :
 - En profondeur infinie : $\omega = \sqrt{gk}$
 - En faible profondeur : $\omega = k\sqrt{gh}$

- Période :

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \quad (2.19)$$

- Longueur d'onde :

$$\lambda = C \cdot T = \frac{2\pi}{k} \quad (2.20)$$

Selon la profondeur d'eau relative, cette relation peut se simplifier :

- En profondeur infinie : $\lambda_0 = \frac{gT^2}{2\pi} = 1.56T^2$
- En faible profondeur : $\lambda = \sqrt{gh}T$

- Vitesse de phase

$$C = \frac{\omega}{k} = \sqrt{\frac{g}{k} \tanh(kh)} = \frac{g}{\omega} \tanh(kh) \quad (2.21)$$

- Vitesse de groupe

$$C_g = \frac{\partial \omega}{\partial k} = \frac{1}{2} \left[1 + \frac{2kh}{\sinh(2kh)} \right] C \quad (2.22)$$

2.5 Énergie et flux d'énergie de la houle

L'énergie potentielle de la houle par unité de volume s'écrit :

$$d^3 E_p = \rho g z . dx . dy . dz \quad (2.23)$$

Pour une houle infiniment petite se propageant selon x , l'énergie potentielle par unité de surface s'écrit :

$$E_p = \int_0^\lambda \rho g \frac{\eta^2(x)}{2} dx = \frac{\rho g A^2}{4} = \frac{\rho g H^2}{16} \quad (2.24)$$

De même, l'énergie cinétique par unité de surface s'écrit :

$$E_c = \frac{1}{2} \int_0^\lambda \int_{-h}^\eta \rho u^2 dx dz = \frac{\rho g A^2}{4} = \frac{\rho g H^2}{16} \quad (2.25)$$

On a donc, l'énergie totale par unité de surface qui s'écrit :

$$E = \frac{\rho g A^2}{2} = \frac{\rho g H^2}{8} \quad (2.26)$$

Enfin, on peut aussi exprimer le flux d'énergie par unité de largeur (mesurée dans la direction orthogonale à la direction de propagation des vagues) qui caractérise l'énergie transmise par la houle à travers le plan normal à sa direction de propagation :

$$E_F = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} \int_{x=-h}^\eta p . u . dz . dt = \frac{\rho g A^2}{2} . C_g = E . C_g \quad (2.27)$$

Partie II

Effets d'interactions entre des systèmes houlomoteurs à l'échelle de la ferme

Chapitre 3

Méthodologie générale du calcul des interactions entre les SREVs

3.1 Objectif des travaux

L'état de mer local dépend de son environnement : les ondes interagissent avec tout ce qui les entoure, le vent, le fond, les courants, les structures flottantes et côtières, ... Ainsi, la présence d'une ferme houlomotrice aura un impact sur le champ de houle. *A contrario*, on peut aussi dire que le rendement des SREVs dépend du champ de vagues, et donc de leurs positions et du potentiel incident (comprenant le potentiel perturbé généré par les SREVs environnants). L'objectif de cette partie et de la tâche 2 du projet Monacorev est l'étude des interactions de vagues au sein d'une ferme de systèmes houlomoteurs. En effet, chaque machine va radier et diffracter des ondes en réaction à chaque onde incidente, qu'il s'agisse d'une composante de la houle venue du large ou d'une onde réfléchie par la configuration de la zone ou encore d'une onde radiée par une autre machine. Toutes ces ondes vont interagir et se croiser dans une multitude de nouvelles directions. Le champ de vagues peut donc être particulièrement modifié localement. Cet aspect est important dans le calcul du rendement des systèmes houlomoteurs si ces interactions ont une forte influence. L'utilisation de la théorie linéaire en régime fréquentiel permet d'avoir une assez bonne idée de ces interactions. Sa rapidité en terme de temps de calcul permet d'étudier des cas de grands parcs composés d'une centaine de machines, ce que ne permettent actuellement pas les codes non-linéaires en domaine temporel.

Enfin, peu d'études focalisées sur les interactions entre les systèmes houlomoteurs prennent en compte les effets bathymétriques, car le problème est plus compliqué à traiter dans le cas d'un fond variable, et il est souvent fait l'hypothèse que le fond est plat. Le but de cette méthodologie est de proposer et qualifier une méthodologie de simulation considérant une bathymétrie variable.

3.2 Analyse des travaux antérieurs

Les problèmes de radiation/diffraction auxquels on est confronté en hydrodynamique ont été étudiés d'abord dans le domaine de l'électromagnétisme. [70] puis [63] et [62] par exemple ont beaucoup

travaillé sur ce problème pour la propagation des ondes électromagnétiques autour d'un ensemble de cylindres fixes. Ils prennent d'abord en compte dans leur calcul les cylindres de façon isolée, puis additionnent de manière itérative les interactions entre les cylindres (chaque cylindre diffracte une nouvelle « correction » en réaction aux ondes issues des autres cylindres). On écrit alors le potentiel total comme la somme des différentes contributions :

$$\phi_{tot} = \phi_{inc} + \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^{\infty} i\phi^k \quad (3.1)$$

où $i\phi^k = \phi_{diff} + \sum_{l=1}^6 \phi_{rad_l}$ est le potentiel perturbé avec N le nombre de SREV et k l'ordre d'itération. Puis Ohkusu (1974) [58] mit au point la méthode dite du « multiple scattering » pour étudier la diffraction autour des cylindres fixes dans l'eau (plates formes offshore, ponts, ...). Ensuite, Spring & Monkmeyer (1974) [63] et Simon (1982) [62] ont développé une méthode matricielle reprise ensuite par Kagemoto & Yue [50] pour mettre au point une méthode dite « exacte ». Dans cette méthode, ils considèrent des cylindres fixes dans un champ d'application comprenant les plates-formes offshore, les piles de pont, ... Cette méthode a ensuite été utilisée par [54] pour calculer les interactions entre des structures offshore. Ce sont tous ces travaux qui ont servi de base aux développements et applications actuels.

En 1978, Mei et al. [73] proposent une formulation hybride dans le cadre de l'étude de la diffraction sur un corps 3D. Ils partent du principe que l'on peut séparer le domaine en 2 sous-domaines. Dans le premier sous-domaine, ils résolvent localement le problème de diffraction autour du corps flottant et de la bathymétrie. Dans le deuxième, ils considèrent que la bathymétrie n'a plus d'impact et que l'on peut donc propager les différentes composantes du potentiel. Du fait de la taille suffisamment grande du premier sous-domaine par rapport à la taille du corps flottant et de la zone où la bathymétrie est prise en compte, ils considèrent que ces composantes ont une direction radiale, ce qui leur permet d'utiliser une expression analytique sous la forme d'une série de fonctions de Hankel :

$$\phi_s = \sum_{n=0}^{\pi} \sum_{m=0}^{\infty} (\alpha_{m,n} \cos(n\theta) + \beta_{m,n} \sin(n\theta)) \cdot \cosh k_m(z+h) H_m^{(1)}(k_m r) \quad (3.2)$$

où les $\alpha_{m,n}$ et $\beta_{m,n}$ sont des coefficients à déterminer et $H_m^{(1)}(k_m r)$ les fonctions de Hankel de première espèce d'ordre m .

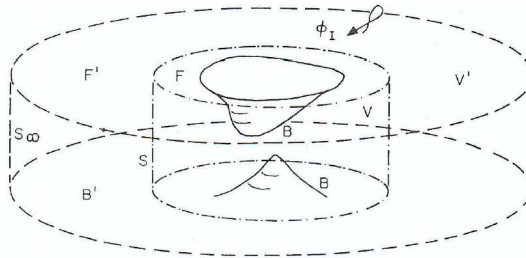


Figure 3.1 : Découpage du domaine selon la méthode de Yue et al. [73]

En 2006, Zhang et al. [74] considèrent que l'on ne peut pas négliger les effets de la bathymétrie à proximité de la côte. Ils proposent donc d'hybrider un code BEM pour résoudre le problème de

radiation/diffraction autour du corps flottant considéré, et un modèle MSE (*Mild Slope Equation*) résolvant la forme simplifiée de l'équation de Berkhoff qui permet de prendre en compte la réfraction sur une bathymétrie faiblement variable.

Cependant, seul le potentiel incident semble être pris en compte par le modèle MSE et impacté par la bathymétrie, tandis que c'est le potentiel incident modifié qui est pris en compte par le solveur BEM. Ainsi donc, si le potentiel radié/diffracté n'est pas impacté par les variations de la bathymétrie une fois émis, celui-ci dépend tout de même du potentiel incident mesuré à l'emplacement du corps flottant, c'est-à-dire ayant déjà subi l'influence de la bathymétrie. Ce procédé fait donc une approximation permise par le fait que le potentiel radié/diffracté devient vite négligeable devant le potentiel incident et ne subirait donc pas forcément de manière très significative les influences bathymétriques. De plus, ils ne considèrent que l'existence d'un seul SREV dans le domaine, et non une ferme complète avec les effets d'interactions.

Travaillant en théorie linéaire, Zhang et al. peuvent ensuite sommer les différentes composantes du potentiel total :

$$\phi_{tot} = \phi_{inc} + \phi_{diff} + \sum_{i=1}^6 \phi_{rad_i} \quad (3.3)$$

En 2007, Belibassakis [21] propose aussi une méthode afin de prendre en compte les effets de la bathymétrie dans le cadre d'une étude autour d'un corps flottant. La méthode proposée reprend l'esprit des travaux de [73] dans la mesure où le domaine est divisé en deux sous-domaines, le premier dans lequel on résout le problème mathématique, et le deuxième dans lequel on propage le potentiel total. Dans le sous-domaine intérieur, et à l'instar de ce qu'a proposé [74], un solveur résolvant le problème de radiation/diffraction est couplé à un solveur permettant de propager le champ de vagues en prenant en compte la bathymétrie. Le problème de radiation/diffraction est résolu grâce à une méthodologie basée sur une formulation intégrale aux frontières [71], tandis que la houle est propagée sous la forme d'une série comprenant le champ incident non perturbé et les modes évanescents.

En 2015, [45] propose une méthode analytique afin de modéliser les interactions entre plusieurs centaines de systèmes houlomoteurs de type « point absorber ». Ce modèle fonctionne en houle irrégulière et offre la possibilité de travailler à très grande échelle (on parle de 1000 SREVs). L'objectif affiché de ces travaux est d'optimiser la configuration d'une grande ferme de systèmes houlomoteurs. Cependant, cette méthode analytique est limitée par son domaine de fonctionnement. De fait, la bathymétrie est considérée comme étant plate, et les SREVs sont de simples cylindres ne bougeant qu'en pilonnement.

3.3 Présentation de l'approche proposée

Comme nous l'avons vu plus haut, les études récentes permettent de prendre en compte la bathymétrie, mais en se limitant bien souvent à un seul corps flottant. Or, lorsqu'on a un SREV dans un champ de houle, celui-ci perturbe ce champ (voir fig. 3.2).

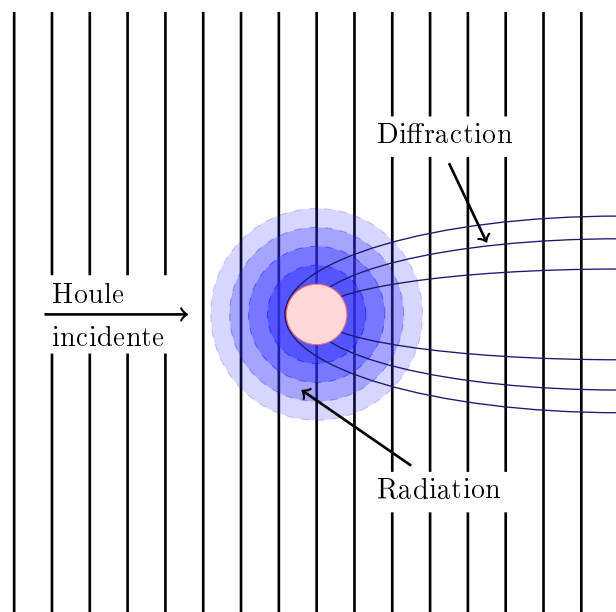


Figure 3.2 : Présentation schématique de l'impact d'un SREV dans le champ de houle

Lorsqu'il y a plusieurs SREVs, ces perturbations générées par chacun d'entre eux vont interagir entre elles et sur les autres SREVs (voir fig. 3.3). Il est donc nécessaire de modéliser ces interactions.

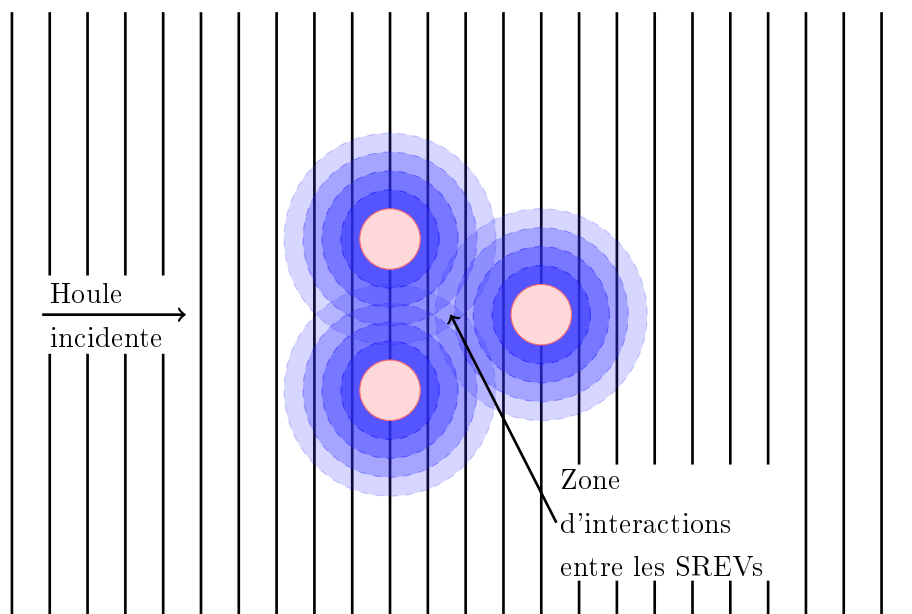


Figure 3.3 : Interactions entre les SREVs

Il pourrait être intéressant de continuer à développer la méthode de [21] en multicorps et de la confronter à notre approche. Cependant, nous avons choisi d'utiliser deux modèles existants pour remplir cette tâche et de retenir l'idée d'une forme de couplage entre ceux-ci.

On propose donc de résoudre le problème général de la modélisation d'une ferme de plusieurs SREVs en prenant en compte la bathymétrie variable en couplant deux modèles, l'un permettant de résoudre localement le problème de radiation/diffraction, et l'autre de propager les différentes composantes du potentiel total. Ces travaux se placent dans le cadre de la théorie linéaire, ce qui permet de sommer simplement ces différentes composantes afin d'obtenir le champ total.

Afin de résoudre le problème de radiation/diffraction, on peut utiliser un code BEM tel que Aquaplan [37], Wamit [4], Aqwa ou Nemoh. Ces codes ne prennent pas en compte une bathymétrie variable. On fera donc l'approximation que le fond est localement plat.

Une fois ce potentiel perturbé calculé, on peut en déduire la fonction de Kochin, une approximation « champ lointain » sous une forme analytique qui permet de pouvoir manipuler aisément ce potentiel perturbé.

Le potentiel perturbé mis sous cette forme analytique, on peut l'implémenter à la frontière d'une île fictive (un trou dans le maillage) comprenant le SREV, et le propager dans le domaine à l'aide d'un code de propagation des vagues fondé sur l'équation de Berkhoff [23] comme Artemis [22].

Plus concrètement, dans le cas d'une houle incidente monochromatique, la méthodologie de couplage se déroule de la manière suivante (cf fig. 3.4) dans un cas à 3 SREVs (fig. 3.5).

- On propage le champ incident à travers le domaine (fond variable) sans prendre en compte les SREVs (fig. 3.5a, itération 0).
- Les caractéristiques de la houle sont extraites à l'emplacement de chaque SREV, puis le potentiel perturbé correspondant à chacun de ces SREVs est calculé à l'aide du code de diffraction/radiation. On en déduit la fonction de Kochin (cette fonction sera détaillée ultérieurement) correspondante, une forme analytique du potentiel perturbé.
- Le potentiel perturbé est propagé pour chacun de ces SREVs (fig. 3.5b) à d), itération 1) à l'aide du code de propagation.
- Pour chaque SREV, on calcule une nouvelle composante du champ perturbé qui correspond à celui émis lorsque le SREV est soumis au champ perturbé des autres SREVs précédemment propagés (fig. 3.5e) à j), itération 2). On renouvelle cette étape autant de fois que nécessaire pour obtenir à la précision voulue. En général, pour les cas étudiés durant cette thèse, il suffit de 2 itérations, les composantes suivantes représentant moins de 0.5% de la hauteur du champ incident.

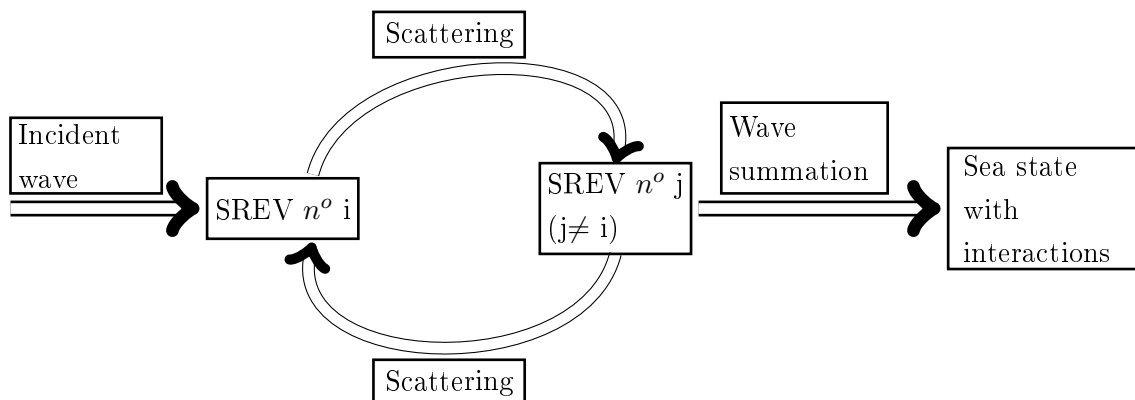
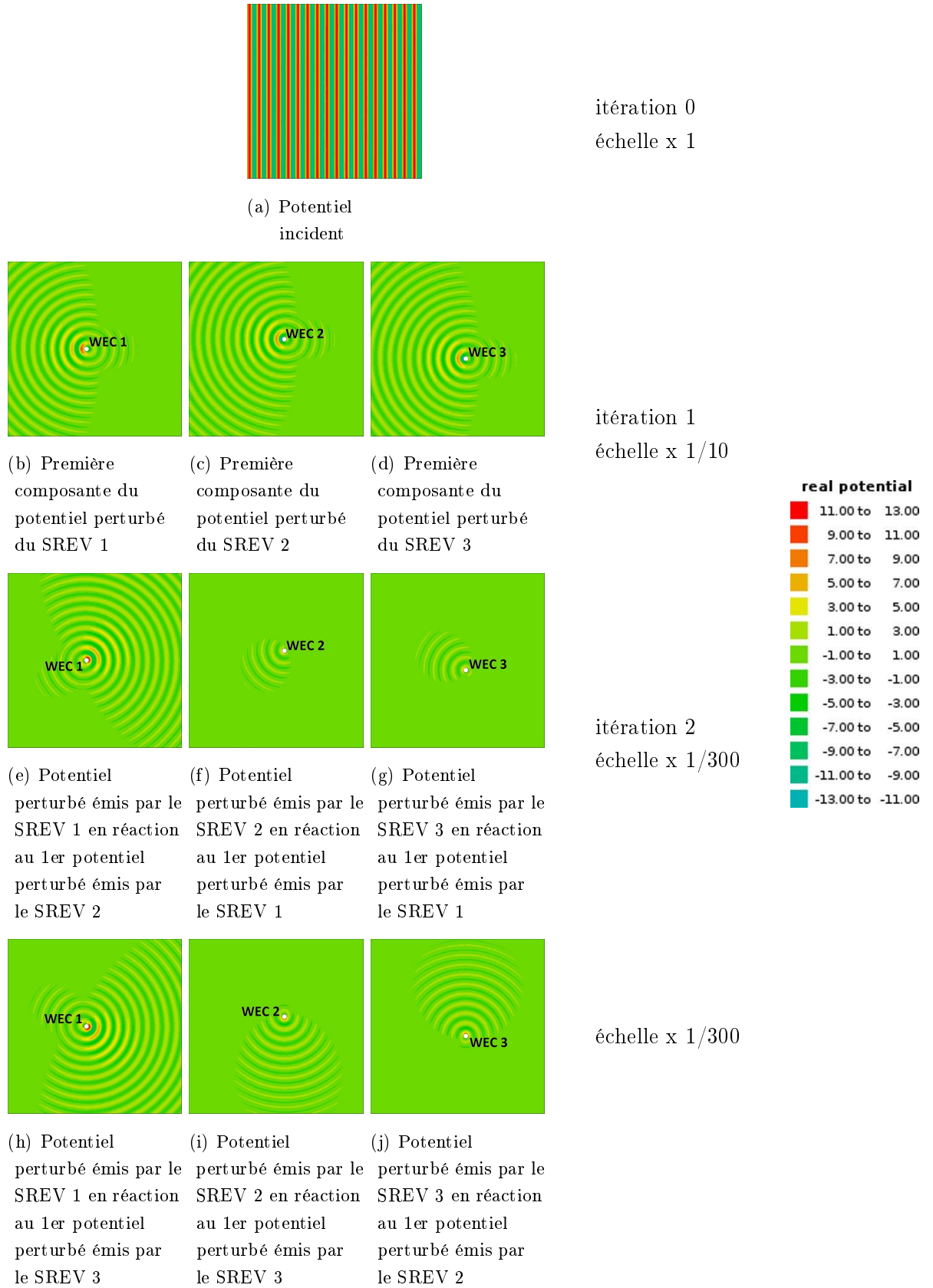


Figure 3.4 : Boucle du couplage. Le potentiel incident et les différentes composantes du potentiel perturbé sont successivement calculées, puis additionnées pour donner le potentiel total

L'idée innovante de coupler un code de propagation des vagues de type « équation de Berkhoff » avec un code BEM via une approximation champ lointain permet donc de modéliser les interactions de vagues au sein d'une ferme de SREVs. L'originalité de cette méthode repose sur le couplage et la prise en compte de la bathymétrie [20][30], ce que peu de codes font [43].

Pour plus de détail concernant la méthodologie de bouclage et de calcul, on pourra se référer à l'annexe B.

Figure 3.5 : Partie réelle des différentes composantes du potentiel total (en m^2s^{-1})

Chapitre 4

Résolution du problème de radiation/diffraction autour des corps flottants

Pour résoudre les problèmes de tenue à la mer, il est fréquent d'utiliser un code BEM (*Boundary Element Method*) comme Aquaplan [37], AEGIR [51], AQWA, WAMIT [4], AQUADYN ou NEMOH [52]. Dans cette thèse, nous avons choisi d'utiliser Aquaplan pour résoudre, dans le cadre de la théorie linéaire, le problème de radiation/diffraction. Ce problème est décomposé en $N + 1$ problèmes distincts, 1 pour la diffraction, et 1 de radiation pour chacun des N degrés de liberté possibles du SREV. En outre, ce code permet aussi de résoudre l'équation du mouvement d'un ou plusieurs corps flottants, avec ou sans vitesse d'avance, et de visualiser le potentiel à la surface libre.

Aquaplan, longtemps utilisé par l'ECN (école Centrale Nantes) est considéré comme robuste et validé. Seule la surface immergée des corps est maillée suivant la méthode des panneaux constants (*Constant Panel Method*, CPM), c'est-à-dire que les variables sont constantes sur tout le panneau et sont calculées en leur centre.

4.1 Présentation générale d'Aquaplan

On se place dans le cadre de la théorie potentielle linéarisée. Afin de calculer le potentiel radié/diffracté, on fait les hypothèses suivantes :

- fluide incompressible
- écoulement irrotationnel
- petits mouvements, car on intègre les pressions sur la surface immergée du corps dans sa position à l'équilibre initial
- fond plat
- solide indéformable

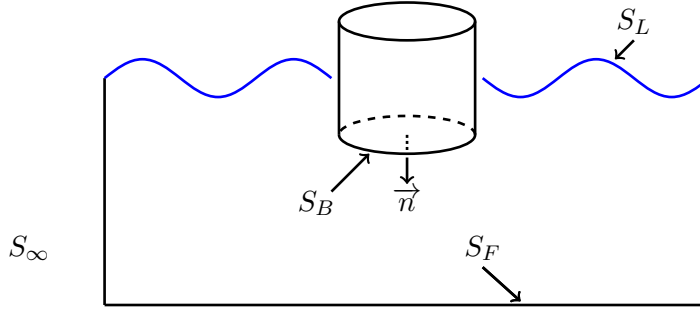


Figure 4.1 : Différentes parties du domaine

Le problème résolu par Aquaplan répond aux équations développées dans le chapitre 2 (le domaine d'étude est défini sur la figure 4.1), et que l'on rappelle ci-dessous, auxquelles on ajoute une condition de radiation/diffraction à l'infini :

$$\Delta\phi = 0 \quad \text{dans le fluide} \quad (4.1)$$

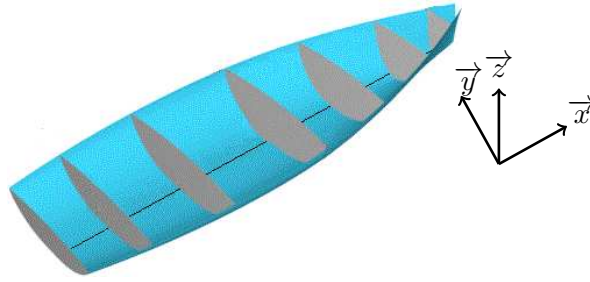
$$\nabla\phi \cdot \vec{n} = \vec{V} \cdot \vec{n} \quad \text{à la surface du SREV } (S_B) \quad (4.2)$$

$$\phi_z = 0 \quad \text{sur le fond } (S_F) \quad z = -h \quad (4.3)$$

$$g \cdot \phi_z - \omega^2 \phi = 0 \quad \text{à la surface libre (en } z = 0) \quad (4.4)$$

$$\text{condition de radiation à l'infini : } \lim_{x^2+y^2 \rightarrow \infty} \nabla\phi = 0 \quad (4.5)$$

Dans le cadre de la théorie linéaire, on peut décomposer le problème de radiation/diffraction en 7 problèmes distincts (1 problème de radiation par degré de liberté + 1 problème de diffraction). Les degrés de liberté sont définis sur la figure 4.2.



(a) Repère spatial

Degré de liberté	Dynamique		Statique	
	Français	Anglais	Français	Anglais
translation suivant x	Cavement	Surge		
translation suivant y	Embardée	Sway		
translation suivant z	Pilonnement	Heave	Enfoncement	Squat
rotation autour de x	Roulis	Roll	Gîte	Heel
rotation autour de y	Tangage	Pitch	Assiette	Trim
rotation autour de z	Lacet	Yaw	Cap	Heading

(b) Degrés de liberté

Figure 4.2 : Définition des degrés de liberté

On définit un vecteur « position généralisée » à 6 composantes :

$$X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix} \quad (4.6)$$

et un vecteur « normale généralisée » à 6 composantes :

$$N = \begin{pmatrix} n_{0x} \\ n_{0y} \\ n_{0z} \\ Yn_{0x} - Zn_{0y} \\ Zn_{0x} - Xn_{0y} \\ Xn_{0x} - Yn_{0y} \end{pmatrix} \quad (4.7)$$

et les vecteurs vitesse $\dot{X}$ et accélération $\ddot{X}$ associés, également à 6 composantes.

4.2 Résolution du potentiel

Comme on l'a vu précédemment, le potentiel total est la somme du potentiel incident, du potentiel diffracté et des 6 potentiels de radiation (1 par degré de liberté). Chaque composante de ce potentiel total peut être calculée de manière indépendante par Aquaplus.

4.2.1 Problème de diffraction

Le problème de diffraction est résolu en considérant que le corps flottant est fixe. Sur ce corps est appliquée une houle incidente d'amplitude unitaire. Résoudre le problème de diffraction revient à écrire la condition limite à la surface du corps (4.2) comme :

$$\frac{\partial \phi_D}{\partial n} = -\frac{\partial \phi_{Inc}}{\partial n} \quad \text{sur } S_B \quad (4.8)$$

4.2.2 Problèmes de radiation

Le problème de radiation traduit le fait qu'à la surface du corps, les particules d'eau ont la même vitesse que le solide, donc si le solide est en mouvement, il va générer un mouvement ondulatoire dans le fluide.

Le problème de radiation se décompose suivant chaque degré de liberté. On a donc 6 problèmes par corps flottant.

Pour résoudre ces problèmes, on considère un domaine sans champ incident dans lequel on anime le flotteur avec un mouvement d'amplitude unitaire. En posant pour chaque degré de liberté l'équation (4.2) sous la forme 4.9, on obtient le potentiel radié.

$$\frac{\partial \phi_{Ri}}{\partial n} = \vec{V}_i \cdot \vec{n}_i \quad \text{sur } S_B \quad (4.9)$$

On déduit de ϕ_{Ri} les forces de radiation qui sont utilisées pour résoudre l'équation du mouvement sous la forme : $F_{Ri} = -Z_{ij}\dot{X}_j$ où

$$Z_{i,j} = -i\omega\rho \iint_{S_B} \varphi_j n_i dS = B_h + i\omega M_h \quad (4.10)$$

avec $\phi_{Ri} = \varphi_i \dot{X}_i$, B_h l'amortissement de radiation, et M_h la matrice de la masse d'eau ajoutée.

4.3 Différents efforts exercés sur le corps flottant

Afin de pouvoir calculer la puissance récupérée par un SREV, il est nécessaire de résoudre l'équation du mouvement, ce qui nécessite de calculer quelques autres grandeurs.

Les efforts du milieu sur le corps flottant s'expriment de la façon suivante :

$$F_i = - \iint_S p(M, \omega) N_i(M) dS_B(M) \quad (4.11)$$

avec i l'indice du degré de liberté, $p(M, \omega)$ la pression au point $M(x, y, z)$ à la surface mouillée du corps S_B à l'équilibre, et N la normale généralisée.

4.3.1 Efforts hydrostatiques

Les efforts hydrostatiques correspondent à la poussée d'Archimède s'opposant à l'action de la gravité. On calcule ces efforts en considérant que le corps flottant est non soumis au PTO (Power Take Off) et oscille autour de sa position d'équilibre (hypothèse des petits mouvements). La poussée d'Archimède est donc $\vec{F}_{P_i} = \rho g V \vec{z}$ et le poids $\vec{p} = -mg \vec{z}$ où m est la masse du corps et V son volume immergé.

Les efforts hydrostatiques additionnés au poids se modélisent comme une force de rappel qui tend à ramener le flotteur à sa position d'équilibre. On a donc :

$$\vec{F}_H = \vec{F}_{\text{archimède}} - mg \vec{z} = -K_H \cdot X \quad (4.12)$$

avec K_H la matrice des raideurs hydrostatiques et X le vecteur défini à l'équation (4.6).

4.3.2 Efforts hydrodynamiques

Les efforts hydrodynamiques s'écrivent $F_{D_i} = \rho i \omega \iint_{S_B} \phi(M, \omega) N_i dS(M)$. Pour calculer ces efforts, il faut auparavant calculer le potentiel en tout point de la surface immergée. Ce potentiel est décomposé sous la forme de la somme du potentiel incident et des potentiels radiés/diffractés.

$$\phi = \phi_{\text{incid}} + \phi_{\text{diff}} + \sum_{i=1}^6 \phi_{\text{rad}_i} \quad (4.13)$$

Ces efforts sont la somme des efforts d'excitation et des efforts de radiation (définis auparavant).

4.3.3 Force d'excitation

La force d'excitation est calculée à partir du potentiel incident et du potentiel diffracté. Avec un fond plat, le potentiel incident s'écrit

$$\phi_0 = \frac{igA}{\omega} \frac{\cosh(k(z+h))}{\cosh(kh)} e^{ik(x \cdot \cos \beta + y \cdot \sin \beta)} \xrightarrow{h \rightarrow \infty} \frac{igA}{\omega} e^{ik(x \cdot \cos \beta + y \cdot \sin \beta)} e^{kz} \quad (4.14)$$

On calculera donc le potentiel diffracté pour ensuite obtenir la force d'excitation :

$$F_{e,i} = i\omega \rho \iint_{S_B} (\phi_0 + \phi_D) N_i(M) dS(M) \quad (4.15)$$

4.3.4 Force de radiation

Un corps soumis à une houle va avoir un mouvement radiant des vagues. Celles-ci appliquent une force sur le corps que l'on appelle la force de radiation. Cette force de radiation s'exprime :

$$F_R = B_h \dot{X} + M_h \ddot{X} \quad (4.16)$$

avec B_h l'amortissement de radiation, et M_h la matrice de la masse d'eau ajoutée.

4.3.5 Force due au système de récupération d'énergie (PTO)

La récupération de l'énergie des vagues par un système houlomoteur de type « point absorber » se fait via un *Power Take Off* (PTO). Ce PTO va convertir l'énergie mécanique du flotteur (mouvement d'un flotteur sous l'effet de la houle) en énergie électrique. On le modélise ici par un amortissement additionnel et une force de rappel additionnelle sur le mouvement du flotteur :

$$F_{PTO} = -K_{PTO}.X - B_{PTO}.\dot{X} \quad (4.17)$$

Dans un cas réel, les flotteurs peuvent osciller suivant plusieurs degrés de liberté, mais on observera généralement un degré de liberté principal. Dans les faits, on pourra négliger en première approximation les autres degrés de liberté, et ne garder plus qu'un seul terme diagonal dans les matrices K_{PTO} et B_{PTO} .

Dans cette étude, nous commencerons donc par étudier le mouvement vertical d'un système oscillant suivant $\vec{z}$ (pilonnement).

4.3.6 Ancrages

On peut aussi prendre en compte les ancrages à travers une force de rappel et des amortissements suivant une forme similaire à la formule décrite dans le paragraphe précédent sur le PTO.

$$F_{ancr} = -K_{ancr}.X - B_{ancr}.\dot{X} \quad (4.18)$$

Cependant, lorsque nous ne considérerons qu'un seul degré de liberté suivant z , nous imposerons des raideurs importantes suivant les autres degrés de liberté. Ainsi, nous n'observerons qu'un mouvement suivant z .

4.4 Résolution de l'équation du mouvement

L'équation du mouvement du corps est de la forme suivante :

$$M\ddot{X}(t) + B\dot{X}(t) + KX(t) = F_e(t) \quad (4.19)$$

où X est le vecteur des mouvements (6 degrés de radiation (voir fig. 4.2) + la diffraction), M est la matrice d'inertie, B est la matrice des amortissements, et K est la matrice des raideurs. Une fois connues les différentes composantes de l'équation du mouvement (4.19), c'est-à-dire les efforts d'excitation F_e , la matrice des inerties M comprenant la matrice d'inertie ajoutée M_h calculée par Aquaplan lors de la résolution du problème de radiation et M_a la matrice des inerties mécaniques, la matrice des amortissements B comprenant la matrice des amortissements de radiation B_h calculée par Aquaplan et B_a la matrice des amortissements additionnels tel que B_{PTO} ou B_{ancr} , et la matrice des raideurs K comprenant la matrice des raideurs hydrostatiques K_h calculée par Aquaplan et K_a la matrice des raideurs additionnelles tel que K_{PTO} ou K_{ancr} , il est possible de connaître l'amplitude

X des mouvements en inversant le système matriciel qui peut s'écrire de la façon suivante grâce au fait que l'on travaille en régime harmonique à une pulsation ω :

$$[-\omega^2(M_h + M_a) + i\omega(B_h + B_a) + (K_h + K_a)] . X(t) = F_e(t) \quad (4.20)$$

Le PTO et les ancrages peuvent être modélisés grâce à ces matrices B_a et K_a que l'on renseigne en données d'entrée du calcul.

Chapitre 5

Propagation du potentiel incident et des potentiels perturbés

Destiné initialement à l'étude de l'agitation portuaire, Artemis [23] est un code de propagation des vagues basé sur la théorie potentielle linéaire et travaillant en régime fréquentiel. Dans ce cadre, la houle est considérée comme étant une somme d'ondes monochromatiques. Ce modèle autorise une bathymétrie variable et repose sur l'équation de Berkhoff aussi appelée « *Mild Slope Equation* ». Le problème est traité en 2DH via la méthode des éléments finis. Ce code prend en compte la réfraction, les réflexions et la diffraction, ainsi que les phénomènes de dissipation.

5.1 Solution de Berkhoff

On a vu au §2 que par fond plat, le potentiel s'écrit (2.15) :

$$\Phi(x, y, z, t) = f(z, h) \cdot \phi(x, y) \cdot e^{-i\omega t} \quad (5.1)$$

avec ϕ le potentiel et $f(z, h)$ une dépendance en z , et la relation de dispersion liée à la propagation de ce potentiel monochromatique est :

$$\omega^2 = gk \cdot \tanh(kh) \quad (5.2)$$

Dans les mêmes conditions que précédemment, et à partir de l'équation (5.1), Berkhoff propose une équation dans le cas d'un fond variable, pour le potentiel réduit $\phi(x, y)$ qui s'écrit :

$$\nabla(CC_g \nabla \phi) + CC_g k^2 \phi = 0 \quad (5.3)$$

où C et C_g sont les célérités de phase et de groupe (cf (2.22)) et $\phi(x, y)$ est le potentiel complexe réduit.

5.2 Termes de bathymétrie fortement variable

Afin de prendre en compte les effets dus aux variations rapides de la bathymétrie, des termes du second ordre sont ajoutés [22]. On obtient donc l'équation de réfraction-diffraction suivante :

$$\nabla(CC_g \nabla \phi) + CC_g k^2 \cdot (1 + f) \phi = 0 \quad (5.4)$$

où $f = E_1(kh) \cdot (\nabla h)^2 + \frac{E_2(kh)}{k_0} \cdot \Delta h$ avec E_1 le terme de pente et E_2 le terme relatif à la courbure du fond. Parmi les expressions de E_1 et E_2 [53][29][66][28], c'est celle de Chamberlain & Porter [28] qui est implémentée dans Artemis.

On a donc :

$$E_1(kh) = \frac{x^4 + 4x^3 \sinh(x) - 9 \sinh(x) \sinh(2x) + 3x(x + 2 \sinh(x)) \cdot (\cosh^2(x) - 2 \cosh(x) + 3)}{6n(x + \sinh(x))^3} \quad (5.5)$$

$$E_2(kh) = \frac{\sinh(x) - x \cdot \cosh(x)}{4n \cdot \cosh^2(x/2) \cdot (x + \sinh(x))} \quad (5.6)$$

où $x = 2kh$ et $n = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{x}{\sinh(x)} \right)$

5.3 Terme de dissipation de l'énergie

Il est aussi possible de prendre en compte des processus dissipant l'énergie des vagues, qu'il s'agisse de la dissipation due au frottement sur le fond ou le déferlement, en ajoutant un terme complexe dans l'équation [36][25]. L'équation modifiée de Berkhoff s'écrit donc :

$$\nabla(CC_g \nabla \phi) + CC_g (k^2 \cdot (1 + f) + ik\mu) \phi = 0 \quad (5.7)$$

où μ est le coefficient de dissipation (en m^{-1})

5.4 Conditions aux limites

Il est important de bien définir les conditions aux limites. Ce sont elles qui vont permettre de fixer les coefficients de réflexion sur les frontières de type « paroi solide », ou de permettre à la houle d'entrer et sortir suivant une direction principale privilégiée. On distingue donc 3 types de conditions limites dans Artemis :

- Les parois solides qui permettent de simuler un ouvrage ou une bathymétrie émergée. Cette condition dépend de deux paramètres, le coefficient de réflexion R_{ref} qui dépend de l'ouvrage décrit par cette frontière, et l'angle d'incidence θ de la houle par rapport à cette structure. La condition limite s'écrit alors :

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} - i \frac{1 - R_{ref} \cdot e^{i\alpha}}{1 + R_{ref} \cdot e^{i\alpha}} k \cdot \cos(\theta) \phi = 0 \quad (5.8)$$

Avec R_{ref} le coefficient de réflexion sur la paroi, α le déphasage induit par la paroi et θ

l'incidence de la houle sortante.

- Les frontières sur lesquelles on impose un potentiel incident. Les paramètres à fixer sont donc la hauteur de la houle, sa direction et sa phase. En notant $\phi = \gamma + \phi_p$ où γ est le potentiel connu (potentiel de la houle incidente, des réflexions, ...) et ϕ_p désigne la partie inconnue du potentiel (ondes sortantes), la condition limite s'écrit :

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} - ik \cdot \cos(\theta) \phi = \frac{\partial \gamma}{\partial n} - ik \cdot \cos(\theta) \cdot \gamma \quad (5.9)$$

- Les frontières « sortie libre » qui permettent aux ondes présentes dans le domaine de sortir suivant une direction privilégiée fixée arbitrairement.

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} - ik \cdot \cos(\theta) \phi = 0 \quad (5.10)$$

5.5 Grandeurs physiques calculées

Une fois le potentiel ϕ calculé, il est possible de retrouver les grandeurs usuelles :

- hauteur de houle $H = \frac{2\omega}{g} |\phi|$
- phase de la houle $\varphi = \text{Arctan} \left(\frac{\phi_i}{\phi_r} \right)$
- cote de la surface libre $\xi = -\frac{1}{g} \Re \left(\frac{\partial(\phi e^{-i\omega t})}{\partial t} \right) = -\frac{\omega}{g} (\phi_i \cos(\omega t) - \phi_r \sin(\omega t))$
- la direction locale des vagues. L'hodographe de la vitesse horizontale en surface est similaire à une ellipse. L'incidence de la houle correspond au grand axe de cette ellipse.
- l'énergie de la houle $E = \frac{1}{8} \rho g H^2$

Chapitre 6

Une approximation champ lointain pour coupler Aquaplus à Artemis (fonction de Kochin)

Comme vu précédemment, en théorie linéaire, le potentiel total peut s'écrire comme la somme du potentiel incident ϕ_{inc} et du potentiel perturbé ϕ_{scat} :

$$\phi_{tot} = \phi_{inc} + \phi_{scat} \quad (6.1)$$

Ce potentiel perturbé est en fait la somme du potentiel diffracté et des 6 potentiels radiés (1 par degré de liberté), et peut s'écrire de manière analytique au loin grâce à une « approximation de champ lointain ».

Avant de voir comment la forme analytique du potentiel perturbé s'écrit, on rappelle une convention utilisée par Aquaplus (code utilisé pour résoudre le problème de radiation/diffraction et calculer la fonction de Kochin) : $\phi(M, t) = \Im(A\phi(M)e^{-i\omega t})$

6.1 Forme analytique du potentiel perturbé

La condition de radiation peut s'écrire sous la forme de Sommerfeld [56] :

$$\lim_{R \rightarrow \infty} \sqrt{R} \left(\frac{\partial \phi}{\partial R} - ik\phi \right) = 0 \quad (6.2)$$

où $R = \sqrt{x^2 + y^2}$ est la distance radiale. Cette condition exprime le fait qu'au loin la direction de propagation des ondes radiées et diffractées est assimilée à la direction radiale.

En chaque point du domaine fluide [57], le potentiel total s'écrit suivant (6.1) où

$$\phi_{inc} = -i \frac{gA}{\omega} f_0(z) e^{i(kx - \omega t)} \quad (6.3)$$

avec $f_0(z) = \frac{\cosh(k(z+h))}{\cosh(kh)}$.

Aquaplus cherche donc ϕ_{scat} tel que

$$\frac{\partial \phi_{scat}}{\partial n} = \frac{-\partial \phi_{inc}}{\partial n} + \vec{V}(M) \cdot \vec{n}(M) \quad (6.4)$$

où $\vec{V}(M)$ est la vitesse du SREV au point M de sa surface.

On note $\tilde{\phi}$ tel que $\phi = \Im(A\tilde{\phi}e^{i(-\omega t + \varphi)})$

Ce potentiel ϕ_{scat} est solution de l'équation intégrale résolue par Aquaplus [37] :

$$\Omega(M)\phi_{scat}(M) = \iint_{S_B} \tilde{\phi}_{scat}(M') \frac{\partial G(M, M')}{\partial n'} - \frac{\partial \tilde{\phi}_{scat}(M')}{\partial n'} G(M, M') dS' \quad (6.5)$$

où (x', y', z') sont les coordonnées du point source M' et $\Omega(M)$ est l'angle solide qui vaut 4π dans le domaine et 2π à la surface du corps.

Le potentiel radié/diffracté s'écrit [55] :

$$\tilde{\phi}_{Scat} = \frac{1}{4\pi} \iint_{S_B} \left(G \frac{\partial \phi_B}{\partial n} - \phi_B \frac{\partial G}{\partial n} \right) dS \quad (6.6)$$

où G est une fonction de Green satisfaisant la condition de surface libre.

Ce potentiel radié peut s'écrire de manière asymptotique comme une approximation de champ lointain [20] :

$$\tilde{\phi}_{Scat}(R, \theta) = \sqrt{\frac{k}{2\pi R}} \cdot f_o(z) \cdot H(\theta) \cdot e^{i\left(kR - \frac{\pi}{4}\right)} + O(R^{-1}) \quad (6.7)$$

où $H(\theta)$ est la fonction de Kochin, une fonction de répartition angulaire.

6.2 Écriture de la fonction de Kochin $H(\theta)$

La fonction de Kochin $H(\theta)$ est une fonction complexe calculée sur la surface mouillée du corps :

$$H(\theta) = \iint_{S_B} \left(\frac{\partial \phi}{\partial n} - \phi \frac{\partial}{\partial n} \right) f_o(z) e^{ik(x \cdot \cos\theta + y \cdot \sin\theta)} dS \quad (6.8)$$

Dans le cas d'un SREV axi-symétrique soumis à une houle monochromatique, cette fonction est symétrique par rapport à l'axe de propagation de la houle. À titre d'exemple, on représente sur la figure 6.1 la fonction de Kochin calculée par Aquaplus pour un SREV cylindrique de 10 m de diamètre et 10 m de tirant d'eau dans une houle monochromatique de période 8 s et d'amplitude 1 m :

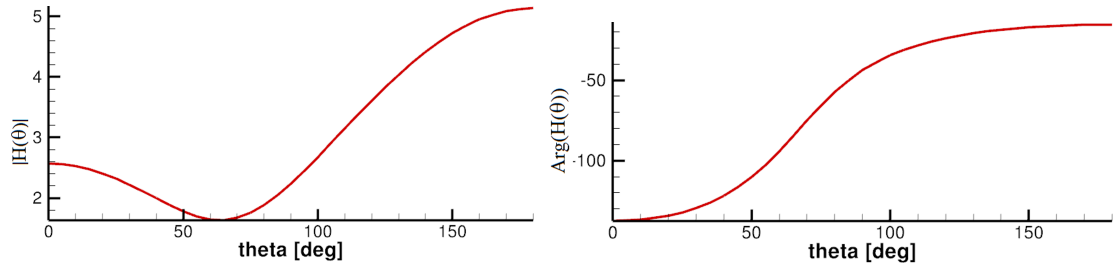


Figure 6.1 : Amplitude et angle de la fonction complexe de Kochin pour un SREV cylindrique de 10 m de diamètre et 10 m de tirant d'eau soumis à une houle d'amplitude unitaire et de période 8 s, dont le PTO est simulé par un amortissement de $3,6 \cdot 10^5 \text{ kg.s}^{-1}$

Grâce à cette fonction $H(\theta)$, il sera possible d'imposer ce nouveau potentiel à la frontière de l'île fictive. En effet, il est possible d'imposer la valeur d'un potentiel à la frontière du domaine, soit en renseignant en chaque point la période, la phase et l'incidence, soit en renseignant directement la valeur du potentiel complexe et de ses dérivées.

À partir de la fonction $H(\theta)$, la relation (6.6) nous permet de recalculer le potentiel complexe ϕ_{scat} correspondant, ainsi que ces dérivées. On peut ainsi imposer la condition frontière de type « potentiel incident » à la frontière d'une île fictive symbolisant le SREV dans Artemis.

Chapitre 7

Validation du couplage

Dans ce chapitre, on souhaite valider la démarche présentée dans le chapitre 3. Tous les calculs sont fait avec un SREV cylindrique de 10 m de diamètre et 10 m de tirant d'eau. La houle excitant le SREV est une houle régulière de période 8 s et d'amplitude 1 m. De plus, dans ce cas, on fixe arbitrairement le rayon de l'île fictive entourant le SREV à 1/4 de longueur d'onde, c'est-à-dire 25 m, ce que l'on justifiera dans le §7.5. La bathymétrie est un fond plat à une profondeur constante de 60 m (profondeur assimilable à une profondeur infinie pour la période considérée). Lorsque l'on calculera l'erreur relative d'un champ de houle (champ incident, radié/diffracté ou total), on utilisera la relation suivante :

$$erreur_{\%} = 100. \left| \frac{H_2 - H_1}{A_{inc}} \right| \quad (7.1)$$

où H_2 est la hauteur de vague du champ étudié, H_1 est la hauteur de vague du champ de référence (un cas par fond plat ou sans SREVs par exemple), et A_{inc} est l'amplitude du champ incident en profondeur infinie.

7.1 Présentation du SREV utilisé

Durant les travaux qui sont présentés dans ce manuscrit, sauf indication contraire, le SREV utilisé sera toujours celui décrit dans cette partie, le but des travaux étant de proposer, de mettre au point et de valider une méthodologie, nous avons fais le choix d'utiliser un SREV de forme simple. Le SREV utilisé est un SREV de forme cylindrique de 5m de rayon, 10m de tirant d'eau et d'un poids de $8,05.10^5$ kg réparti de manière homogène. Le fluide composant le domaine est assimilable à de l'eau de mer d'une masse volumique de 1025 kg/m^3 .

Une fois discrétisé (24 segments pour le périmètre de la section, 20 segments pour la hauteur et 5 segments suivant la direction radiale, voir fig. 8.2) et maillé, le SREV a un volume de 776.46 m^3 et un poids de 795.86 t . Sa matrice des inerties mécaniques est la suivante :

$$M = \begin{bmatrix} 7,96.10^5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 7,96.10^5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 7,96.10^5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2,05.10^7 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2,05.10^7 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1,76.10^7 \end{bmatrix}$$

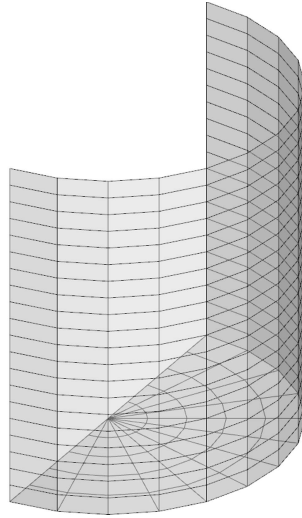


Figure 7.1 : Vue du maillage d'un demi-SREV discrétisé

On impose au SREV un PTO arbitraire modélisé par un amortissement additionnel $B_a = 3,6.10^5 \text{ kg.s}^{-1}$ suivant z . L'amortissement additionnel suivant les autres degrés de liberté est nul. De plus, afin de contraindre les autres mouvements que le pilonnement, on impose une raideur additionnelle $B_a = 4,0.10^9 \text{ kg.s}^{-2}$ en translation et $B_a = 4,0.10^{13} \text{ kg.s}^{-2}$ en rotation.

L'unique mouvement possible pour le SREV étant le pilonnement, on ne présente ci-dessous que la RAO (Response Amplitude Operator) correspondante :

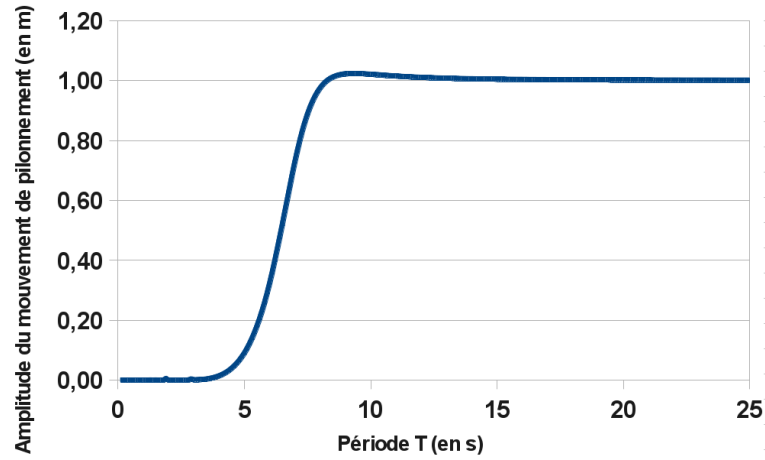


Figure 7.2 : RAO du SREV en pilonnement seul.

La figure 7.2 montre que le mouvement de pilonnement du SREV augmente avec la période, jusqu'à atteindre une amplitude qui correspond à celle de la houle (1m) après être passé légèrement au dessus où il atteint un maximum de 1,023m pour $T = 9.4$ s.

7.2 Calcul de la fonction de Kochin dans Aquaplug

Le problème de radiation/diffraction est résolu grâce au code BEM Aquaplug. C'est de ce calcul que l'on va extraire la fonction de Kochin. Afin de valider la pertinence de ce choix, on peut comparer le résultat donné par Aquaplug et celui de la fonction de Kochin correspondante, calculé analytiquement en chaque point du domaine (voir fig. 7.3), et ajouté au potentiel incident (voir fig. 7.4). En faisant la différence entre ces deux résultats (voir fig. 7.5 et 7.6), on constate que l'erreur passe en dessous de 1% au-delà d'une demi-longueur d'onde pour le potentiel perturbé et de $0,6\lambda$ pour le potentiel total. Au-delà d'une longueur d'onde, elle passe même à 0,43% pour le champ perturbé et 0,38% pour le champ total, ce qui devient faible en comparaison à l'erreur que l'on trouve dans Artemis qui est de l'ordre de 1% et par rapport à l'impact mesuré de la bathymétrie sur le champ total comme ce sera montré dans la partie 8. On constate aussi que la différence de champ perturbé entre la forme analytique et le calcul d'Aquaplug est surtout présente en aval (à droite) du SREV, dans la zone où la surface libre est « masquée » de la houle incidente par le SREV, la différence en amont étant en revanche deux fois plus petite.

La fonction de Kochin étant une approximation « champ lointain », ces observations sont cohérentes. Les résultats sont très satisfaisants et nous permettent de valider son utilisation dans le cadre d'une ferme de systèmes houlomoteurs.

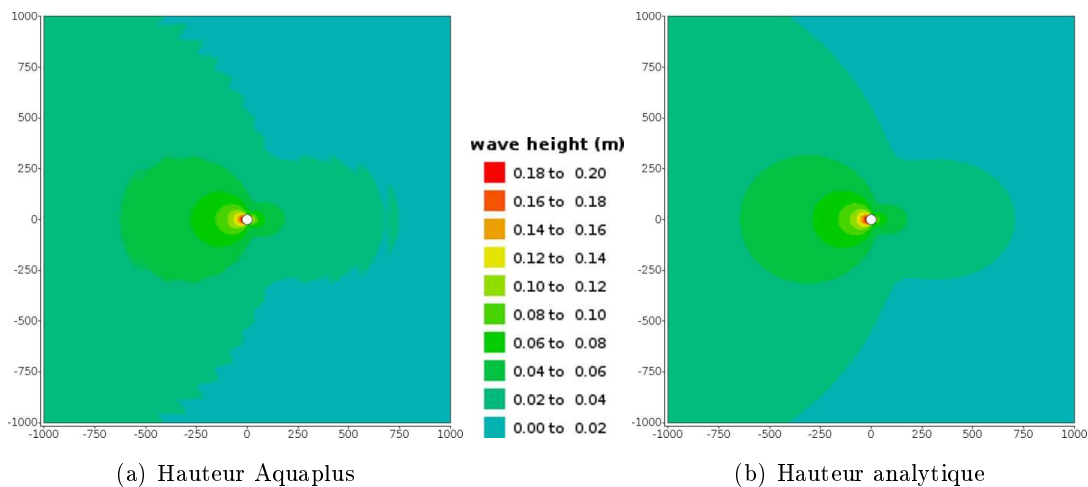


Figure 7.3 : Hauteur de vague pour le champ de vagues radié/diffracté par un SREV.

À gauche, hauteur du champ de vagues issu d'un calcul Aquaplug.

À droite, hauteur du champ de vagues calculé analytiquement à partir de la fonction de Kochin pour une distance supérieure à $\lambda/4$.

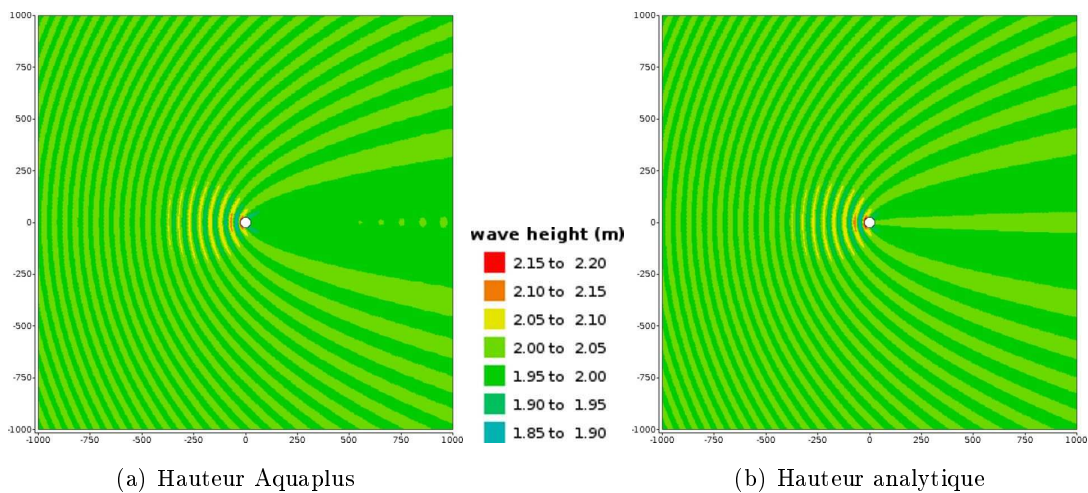


Figure 7.4 : Hauteur de vague pour le champ de vagues total autour d'un SREV.

À gauche, hauteur du champ de vagues issu d'un calcul Aquaplug.

À droite, hauteur du champ de vagues calculé analytiquement à partir de la fonction de Kochin pour une distance supérieure à $\lambda/4$.

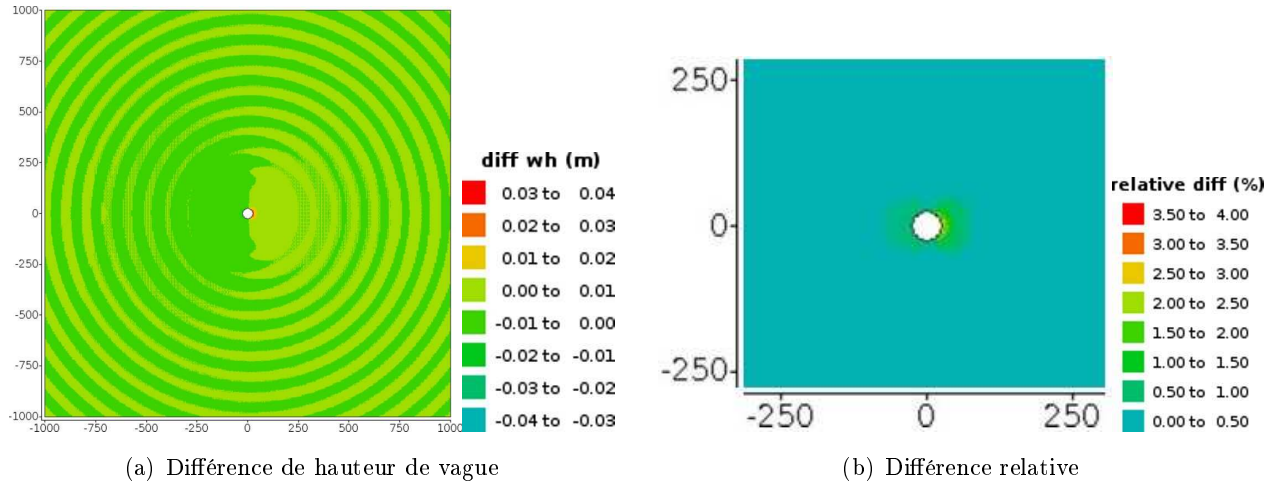


Figure 7.5 : Comparaison de la hauteur de vague pour le champ radié/diffracté entre Aquaplan et la forme analytique issue de la fonction de Kochin

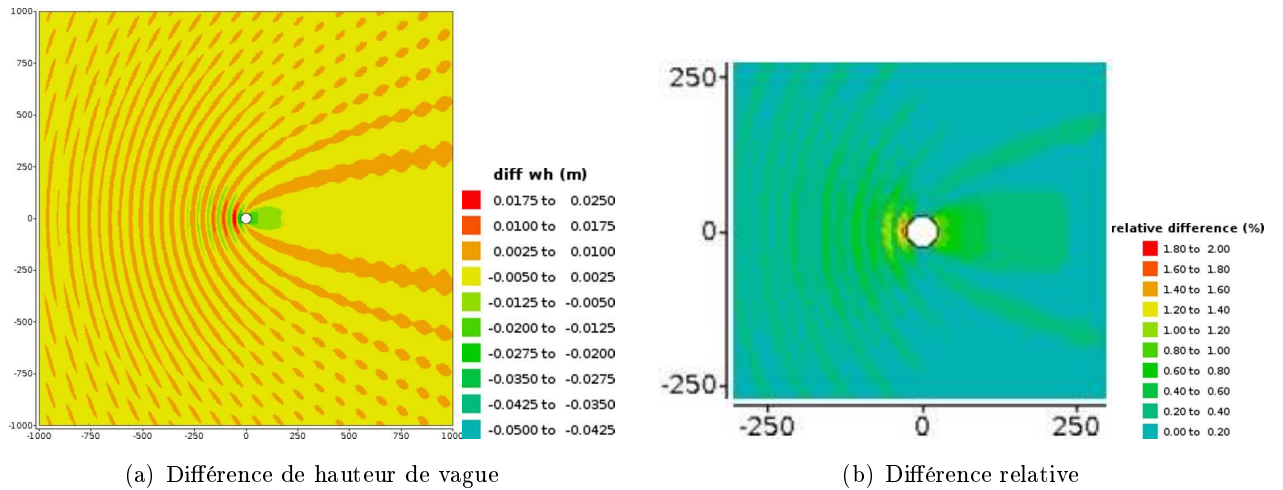


Figure 7.6 : Comparaison de la hauteur de vague pour le champ total entre Aquaplan et la forme analytique issue de la fonction de Kochin

7.3 Implémentation de la condition de Kochin dans Artemis

Cette fonction de Kochin est ensuite implémentée dans Artemis qui va propager les différentes composantes de la houle. Les composantes radiées/diffractées sont imposées à la frontière d'une île fictive englobant le SREV. Afin de vérifier que ces ondes sont propagées correctement par le code, on peut comparer le résultat obtenu avec la forme analytique de la fonction de Kochin. On propage donc ce potentiel perturbé avec Artemis (voir fig.7.7 et 7.8).

La comparaison entre ces deux résultats (voir fig.7.9 et 7.10) montre une différence très faible dans le domaine, sauf juste en aval du SREV où la différence du champ radié atteint 1.5%, mais seulement 0.5-1% au-delà d'une longueur d'onde (100m) (en partant du SREV).

Cette différence peut être, comme on le verra plus loin (§7.5), dépendante dans une certaine mesure du maillage et du rayon de l'île.

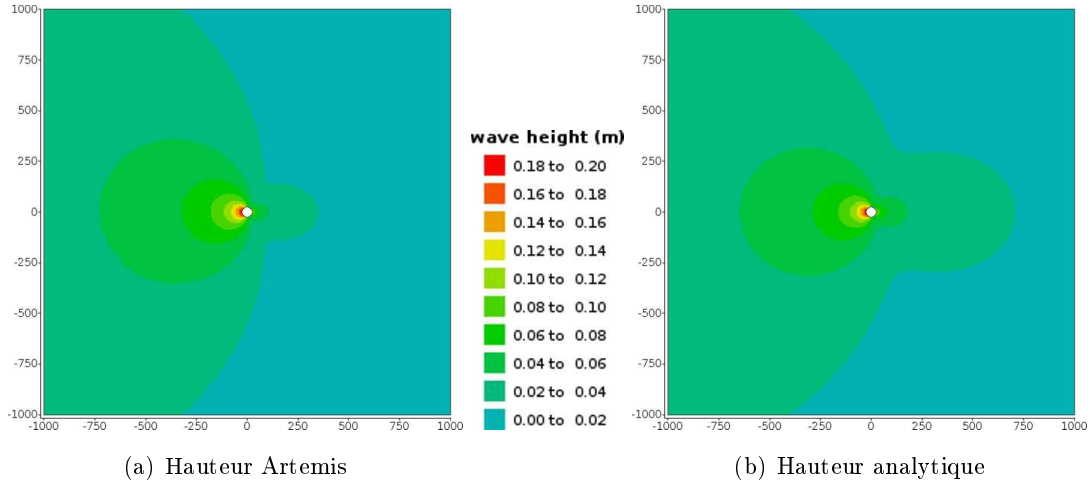


Figure 7.7 : Hauteur de vague pour le champ radié/diffracté par un SREV

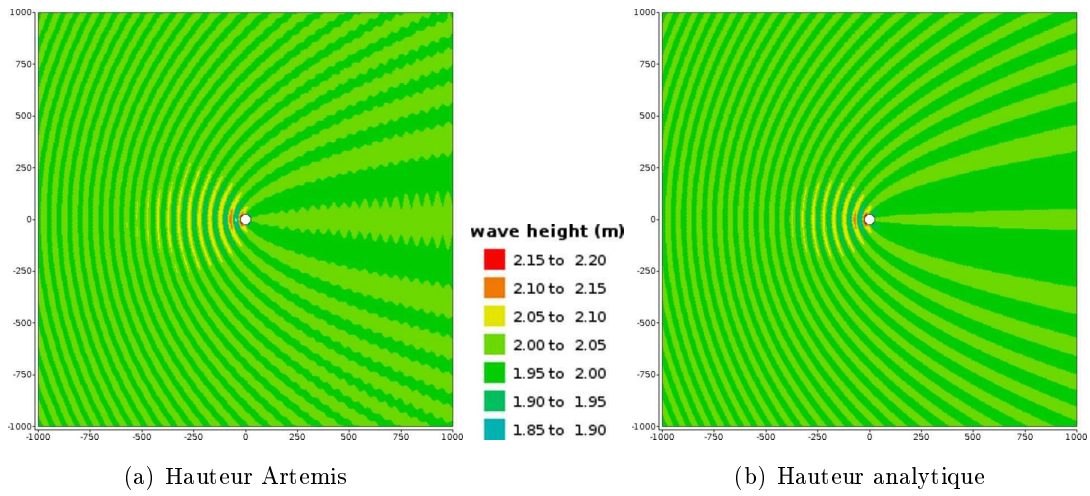


Figure 7.8 : Hauteur de vague pour le champ total autour d'un SREV

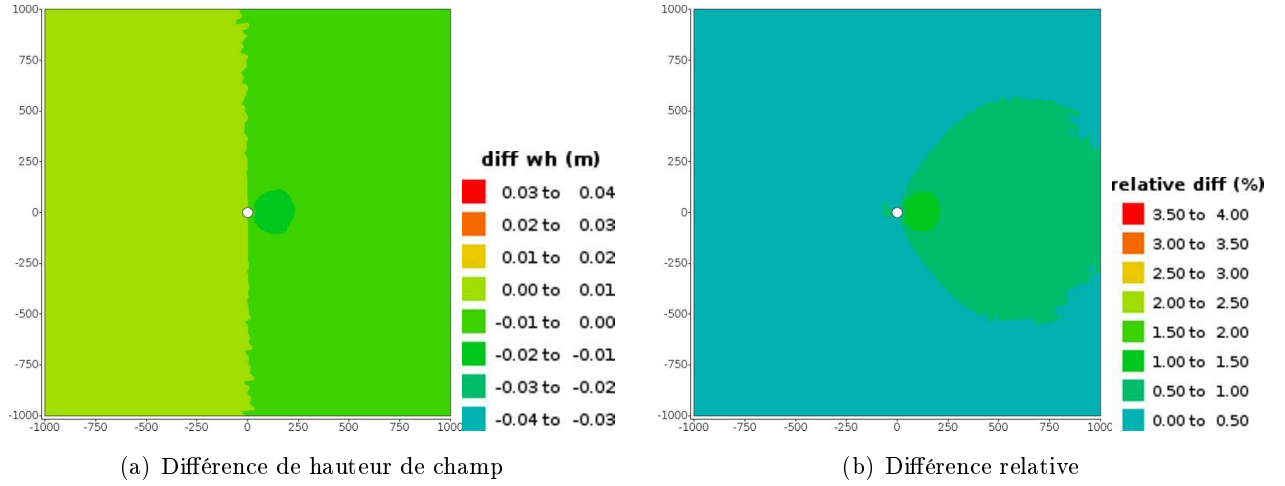


Figure 7.9 : Comparaison de la hauteur de vague pour le champ radié/diffracté entre Artemis et la forme analytique issue de la fonction de Kochin

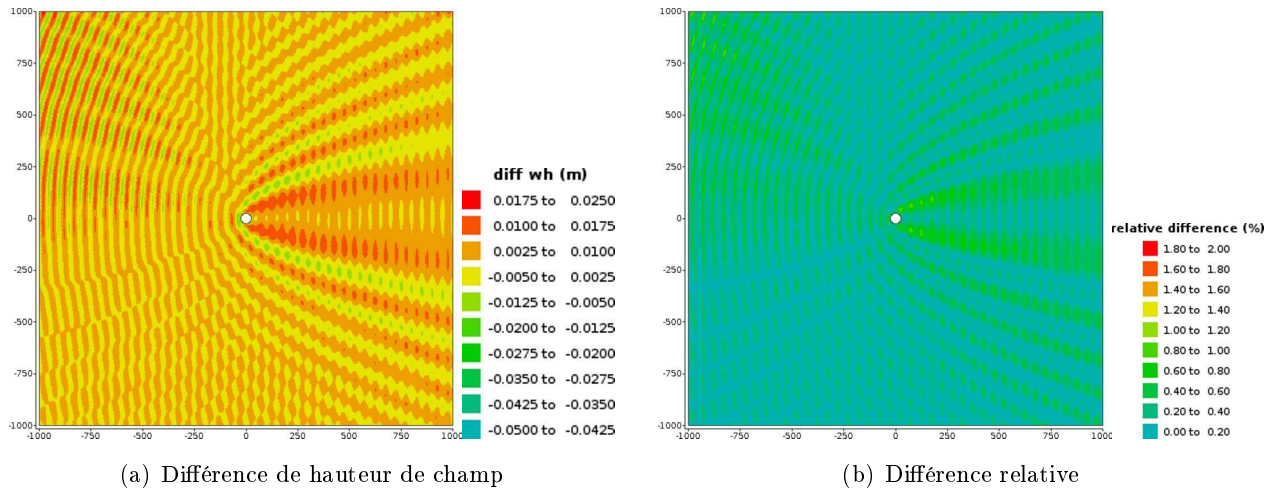


Figure 7.10 : Comparaison de la hauteur de vague pour le champ total entre Artemis et la forme analytique issue de la fonction de Kochin

Les calculs de cette partie nous permettent donc de vérifier que l'imposition du potentiel perturbé (calculé par la fonction de Kochin) a été correctement implémentée dans Artemis.

7.4 Validation du couplage

À partir de là, il est intéressant de comparer le résultat final du couplage avec celui donné par Aquaplus. En effet, l'approximation champ lointain de la fonction de Kochin et la propagation du potentiel correspondant par un deuxième code peuvent être deux sources d'erreurs qui, additionnées, pourraient ne pas être négligeables.

En fait, en observant les figures correspondantes (cf fig. 7.11 et 7.12 puis 7.13 et 7.14), on constate

que l'erreur est surtout due à la propagation du potentiel par Artemis, pour le potentiel total comme le potentiel radié. Cependant, cette erreur reste faible, c'est-à-dire inférieure à 1% dès que l'on est suffisamment loin (à plus d'une longueur d'onde du SREV). L'utilisation de ce couplage est donc pertinente dans ce cas car l'erreur est acceptable. En effet, comme on le verra par la suite, celle-ci est très inférieure à l'impact de la bathymétrie sur le champ de houle.

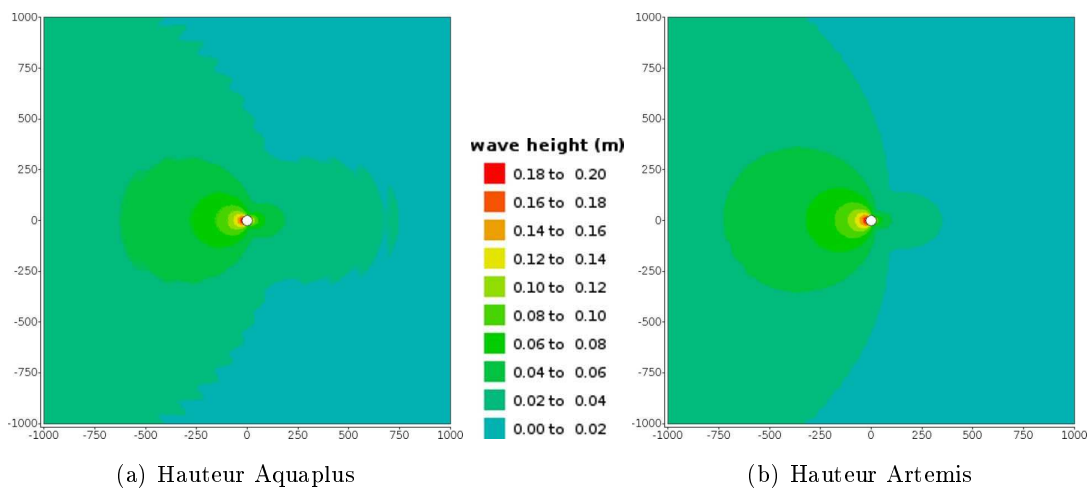


Figure 7.11 : Hauteur de vague pour le champ radié/diffracté par un SREV

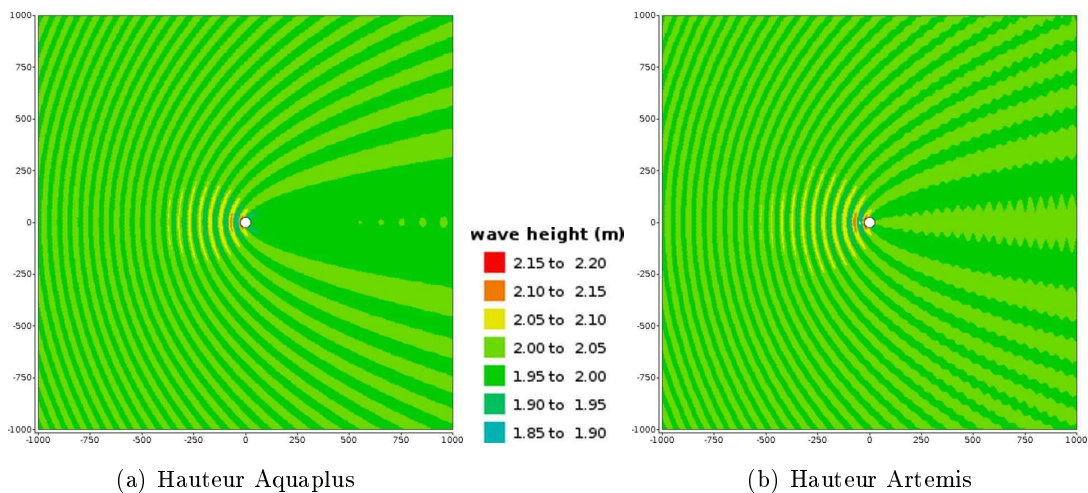


Figure 7.12 : Hauteur de vague pour le champ total autour d'un SREV

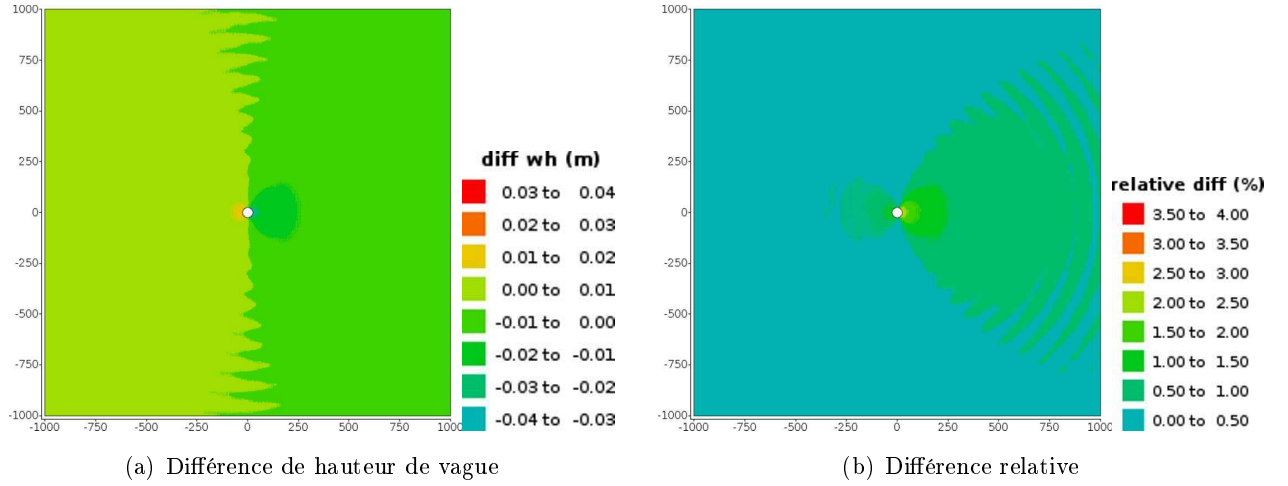


Figure 7.13 : Comparaison de la hauteur de vague pour le champ radié/diffracté entre Artemis et Aquaplus

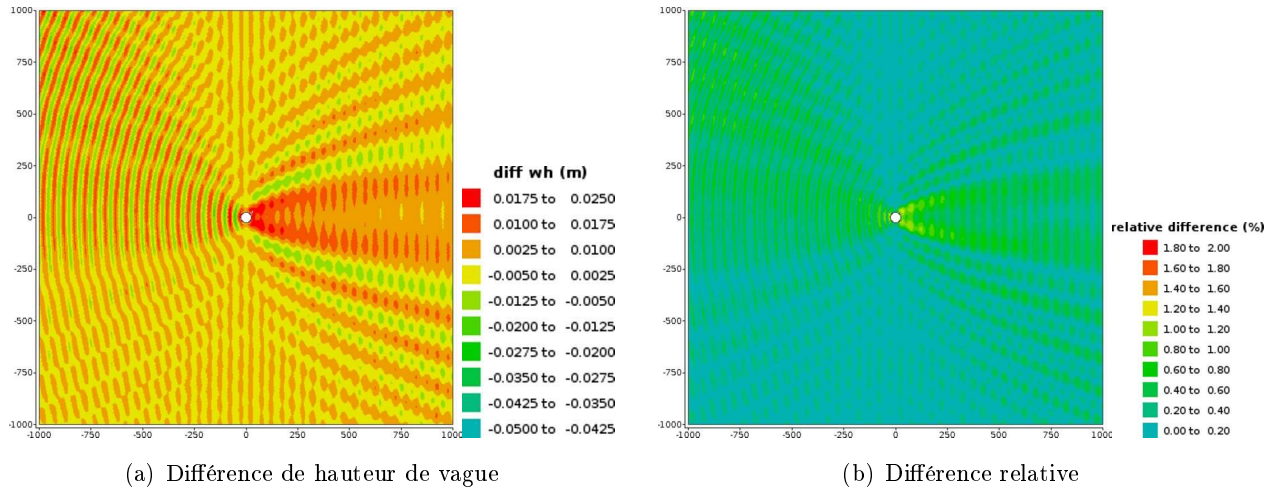


Figure 7.14 : Comparaison de la hauteur de vague pour le champ total entre Artemis et Aquaplus

Si on regarde l'erreur commise (tableau 7.1) entre chaque étape de calcul à une distance d'une demi-longueur d'onde par rapport au centre du SREV, on se rend compte que la précision est bonne. On note que l'erreur totale est un peu inférieure à la somme de l'erreur d'Aquaplus par rapport à la fonction de Kochin analytique, et de l'erreur engendrée par la propagation par Artemis de ce potentiel perturbé approximé à la frontière de l'île fictive. L'erreur finale est ainsi inférieure à 2% dans ce cas.

$Err_{Aquaplus-Kochin}$	0.88%
$Err_{Kochin-Artemis}$	1.25%
$Err_{Aquaplus-Artemis}$	2.00%

Table 7.1: Erreur maximale (calculée à partir de l'expression (7.1)) aux différentes étapes du calcul et de la propagation du champ perturbé à $1/2$ longueur d'onde du SREV

7.5 Influence du rayon de l'île fictive sur le résultat

Selon le rayon choisi pour l'île fictive, la précision concernant la propagation des ondes radiées/diffractées par Artemis peut varier. Il est donc intéressant d'étudier l'influence du rayon de l'île sur la précision de la méthode. On fera donc varier le rayon de l'île fictive de $\lambda/10$ à $3\lambda/2$ avec un pas de $\lambda/10$.

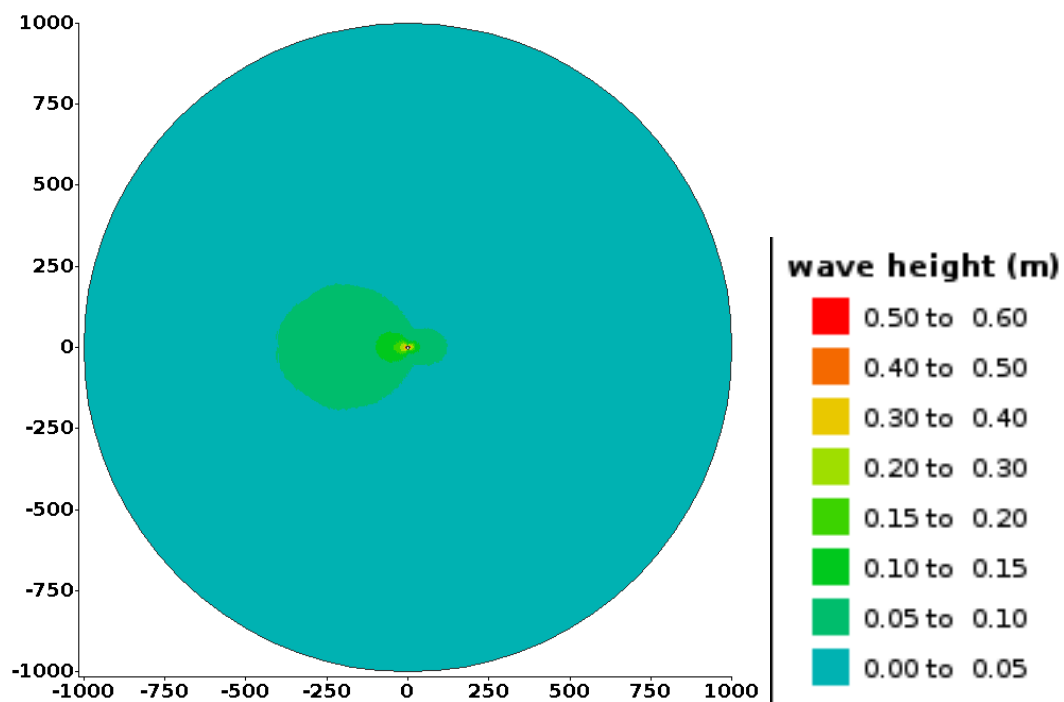
La figure 7.15 donne ainsi la hauteur des ondes radiées/diffractées par un SREV pour différents rayons de l'île fictive englobant ce SREV avec la méthode de couplage, et le résultat obtenu avec Aquaplus. L'amplitude du mouvement de pilonnement du SREV (les autres degrés de liberté sont bloqués) dans ce cas de figure correspond à 50% de l'amplitude de la houle incidente.

Sur la figure 7.16, on fait la différence de hauteur du champ radié/diffracté entre la valeur calculée par Aquaplus et celle calculée avec la méthode de couplage pour ces différents rayons.

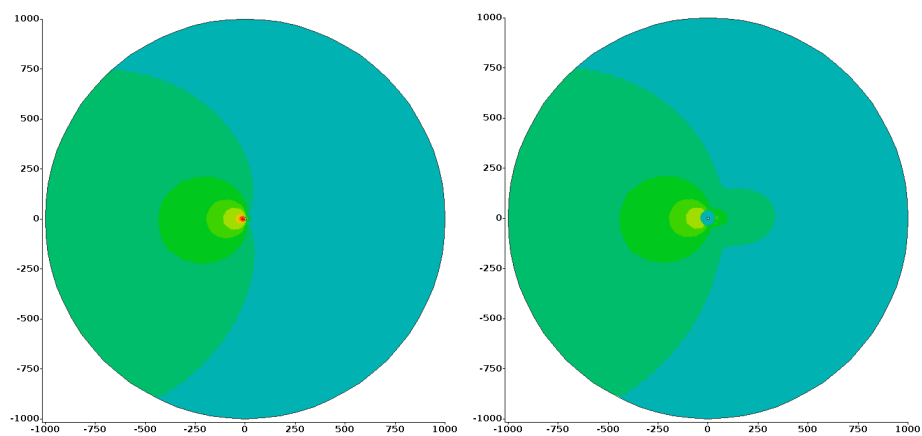
A partir de ces résultats, les courbes montrant la différence maximale (fig. 7.17a), la différence moyenne (fig. 7.17b) et l'erreur moyenne (fig. 7.17c) sur les cercles concentriques de rayon Rc (variant de 10 à 150m, c'est-à-dire de $1/10^{\text{ème}}\lambda$ à $1,5\lambda$) peuvent être tracées afin de voir comment se propagent les éventuelles erreurs. L'erreur est calculée de la manière suivante :

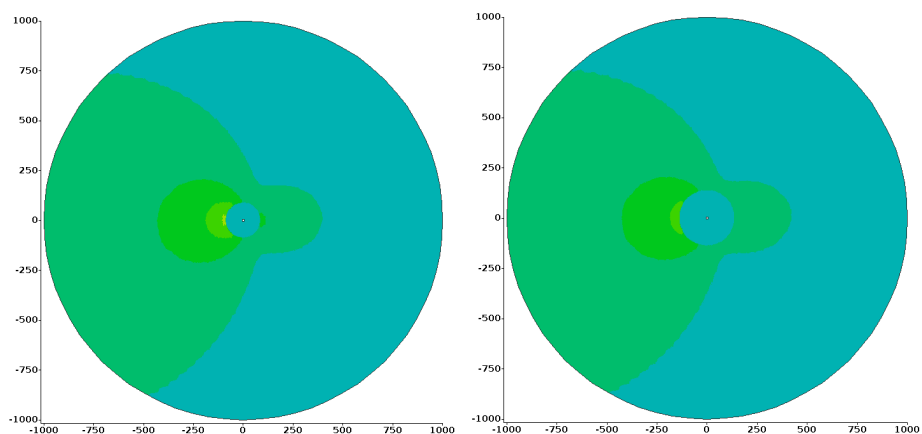
$$\text{erreur moyenne}_{en\%}(Rc) = 100 \cdot \frac{1}{\text{nb dir}} \cdot \sum_{i=1}^{\text{nb dir}} \left| \frac{H_{artemis}(i) - H_{aquaplus}(i)}{H_{moy} + H_{aquaplus}(i)} \right| \quad (7.2)$$

Avec $H_{artemis}$ la hauteur de l'onde perturbée propagée par le couplage Aquaplus/Artemis, $H_{aquaplus}$ la hauteur de l'onde perturbée calculée par Aquaplus et H_{moy} la hauteur moyenne sur le cercle concentrique de rayon Rc .



(a) Hauteur Aquaplus


(b) Hauteur Artemis avec $R_c=10m=\lambda/10$

(c) Hauteur Artemis avec $R_c=50m=\lambda/2$

(d) Hauteur Artemis avec $R_c=100m=\lambda$

(e) Hauteur Artemis avec $R_c=15m=3\lambda/2$

Figure 7.15 : Hauteur de la houle radiée/diffractée par un SREV selon le rayon de l'île fictive. Le domaine fait 1000m de rayon, ce qui correspond à 10 longueurs d'onde

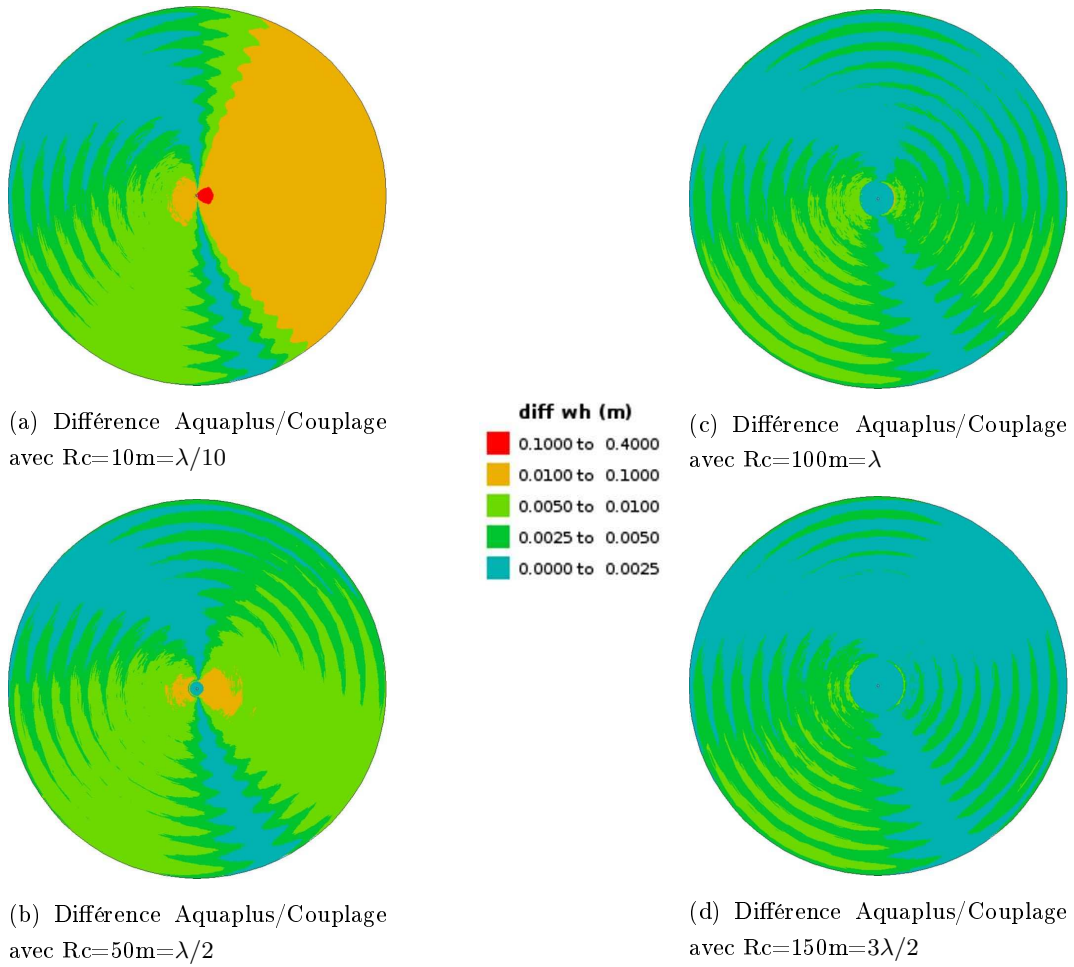
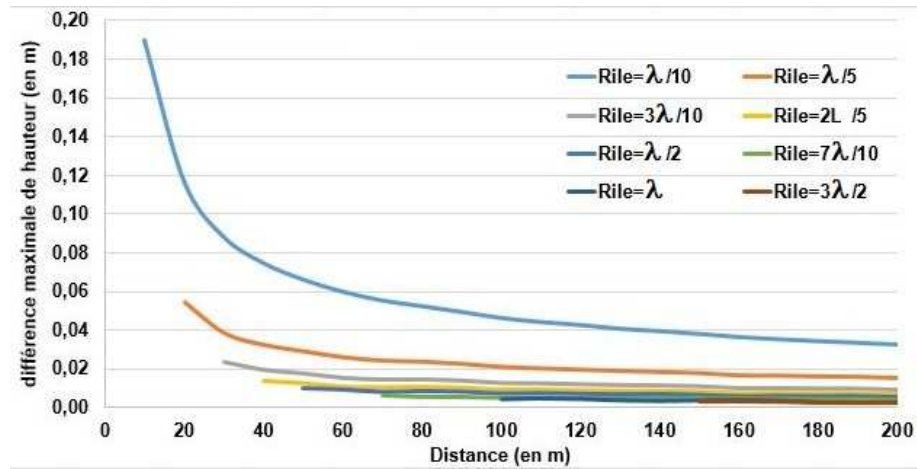
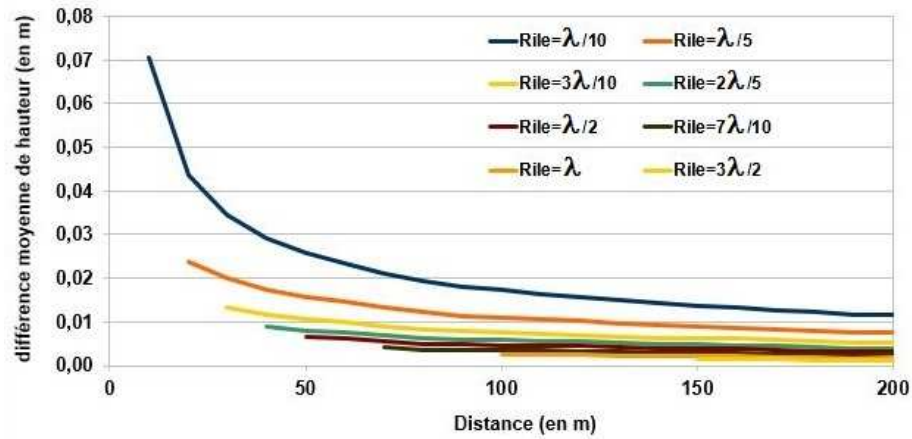


Figure 7.16 : Différences entre le résultat du couplage et le résultat Aquaplan pour différents rayons de l'île fictive englobant le SREV

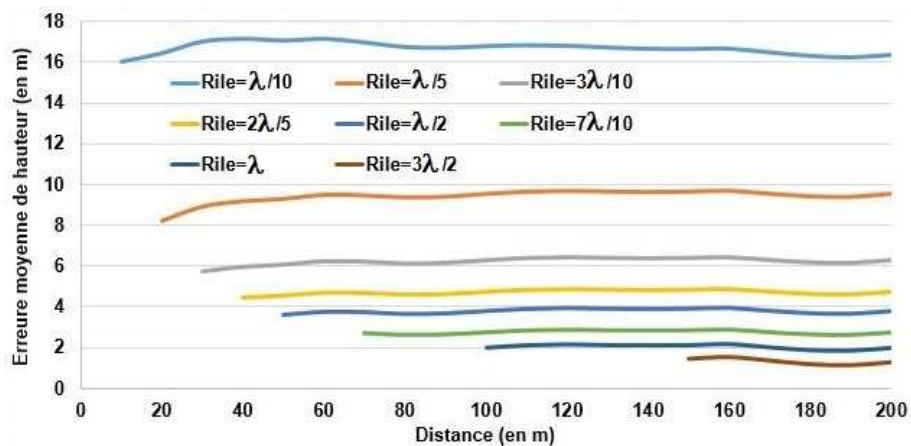
7.5 INFLUENCE DU RAYON DE L'ÎLE FICTIVE SUR LE RÉSULTAT 55



(a) Différence maximale



(b) Différence moyenne



(c) Erreur moyenne

Figure 7.17 : Différence entre le résultat du couplage et Aquaplus en fonction du rayon de l'île fictive

En observant ces résultats (fig. 7.16 et 7.17), on constate 2 choses :

- Pour un rayon de l'île fixé, les différences maximale et moyenne diminuent avec la distance, mais l'erreur moyenne circulaire est constante à 1% près. On peut en déduire que la décroissance de cette différence est uniquement due à la décroissance naturelle de l'amplitude d'une onde circulaire avec la distance et qu'Artemis n'accentue ou n'atténue pas l'erreur.
- À une même distance R_c du SREV, la différence moyenne et maximale et l'erreur moyenne diminuent si on augmente le rayon R de l'île fictive. Ainsi, l'erreur moyenne passe de 14% à 2-4% (ce qui correspond à une différence de 7cm et 1-2cm respectivement) lorsqu'on fait passer le rayon de l'île de $\lambda/10$ à $\lambda/2$ m.

On a vu dans le §7.3 qu'Artemis propageait assez fidèlement le potentiel perturbé par rapport à la forme analytique de Kochin, et dans le §7.2 que la forme analytique de Kochin est une bonne approximation du champ lointain mais que cette approximation induit une erreur à proximité du SREV. On retrouve cette même erreur lorsque l'on compare les résultats d'Aquaplus et du couplage. On peut donc en déduire que la précision du modèle dépend de la valeur imposée à la frontière de l'île fictive. Il convient donc d'imposer la fonction de Kochin dans une zone où elle est précise par rapport à la valeur numérique (calculée dans Aquaplus par exemple).

Afin de mieux définir le critère de précision (qui dépend du rayon de l'île fictive et donc du recouvrement de cette île qu'il faut chercher à minimiser pour mieux prendre en compte la bathymétrie localement), on trace l'évolution de l'erreur moyenne sur le domaine (et non plus l'erreur moyenne sur des cercles concentriques) en fonction du rayon de l'île fictive (fig. 7.18). On s'aperçoit que l'erreur est de 15% au niveau du SREV et diminue rapidement avant d'atteindre une valeur limite qui dépend, comme on le verra dans le §7.6, de la finesse du maillage et donc de la précision du code de propagation. La précision devient assez rapidement acceptable avec une erreur qui tend vers 1,5%. Donc plus le rayon de l'île fictive est grand, plus la précision est bonne. Cependant, l'objectif étant de prendre en compte la bathymétrie et de modéliser les interactions entre plusieurs SREVs, il est souhaitable d'avoir le plus faible recouvrement possible pour ces îles. Il faut donc trouver un compromis entre précision et recouvrement.

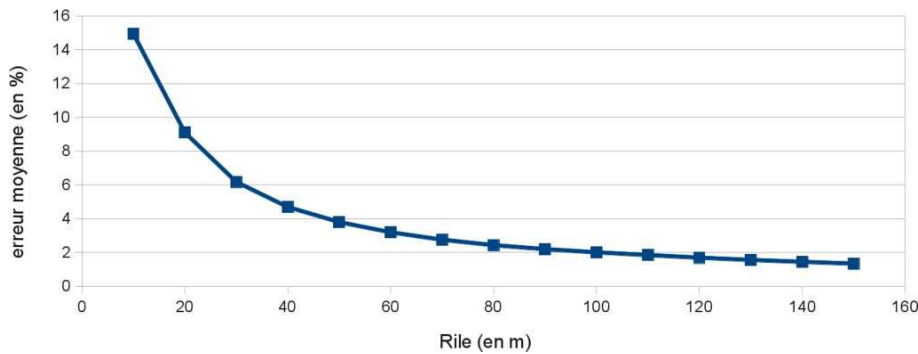


Figure 7.18 : Erreur moyenne entre Aquaplus et le couplage en fonction du rayon de l'île fictive

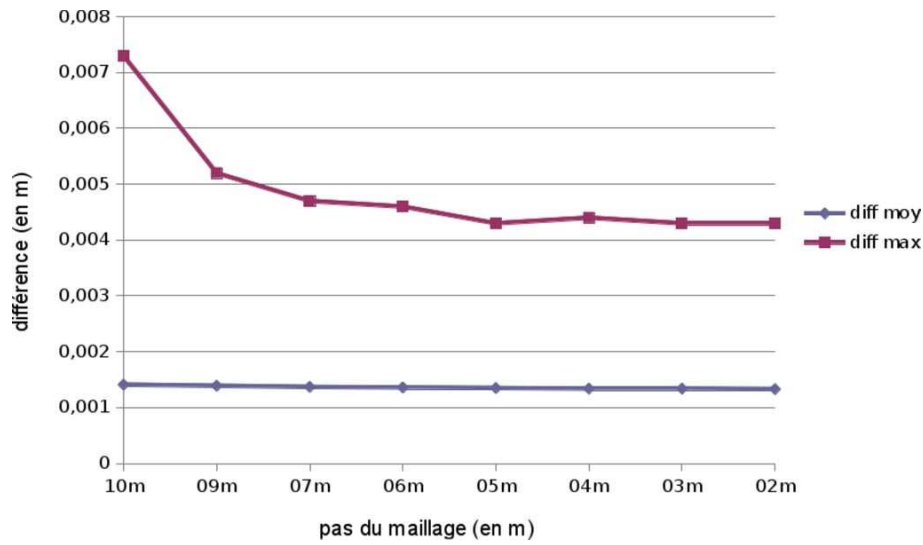
Dans la suite, le compromis choisi est de fixer $R_{île} = \frac{1}{2}\lambda$, ce qui dans le cas utilisé dans ce paragraphe correspond à une île de 50 m ($=\lambda/2$) de rayon et donc à une erreur moyenne de 3,8%

que l'on tentera de diminuer en choisissant un maillage optimisé. On verra dans le §7.7 que l'erreur descend à 3,5% pour une ferme lorsqu'on prend en compte le champ incident qui est propagé plus précisément.

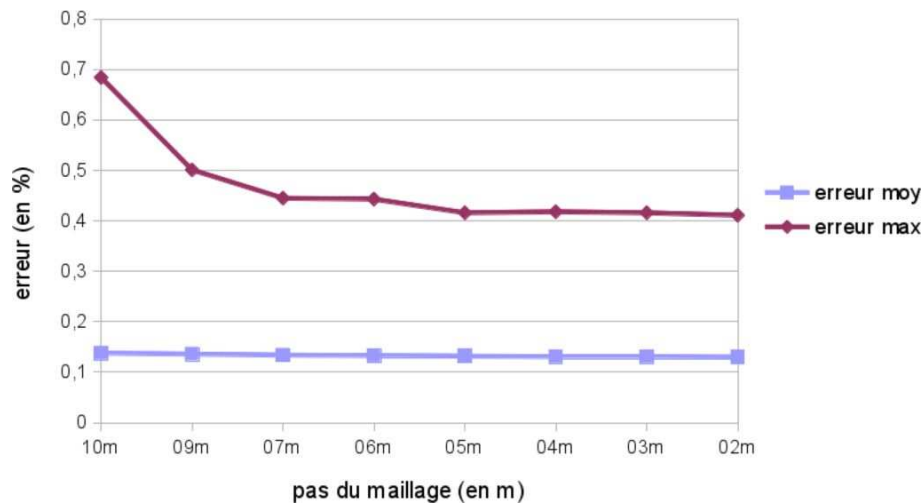
7.6 Influence de la finesse du maillage

On a vu que le rayon de l'île a un impact non négligeable sur la précision du calcul. Le deuxième élément qui impacte cette précision est la taille des mailles, même si son influence n'est pas aussi marquée que la taille de l'île.

Dans ce cas, on utilise une île fictive d'un rayon correspondant à une demi-longueur d'onde, soit 50m. On fait varier le pas d'espace de 2 à 10 m afin de vérifier la précision du champ radié par rapport à la forme analytique de Kochin (voir fig. 7.19). On peut constater que la précision s'améliore rapidement avant d'atteindre la valeur limite de 0,4% pour un pas plus petit que 5 m, soit 20 mailles/ λ . Cette erreur correspond à la précision du modèle pour propager une onde circulaire dans notre cas. Étant donné qu'Artemis est d'abord un code d'agitation portuaire, on peut considérer que cette erreur est acceptable. De plus, cette erreur étant très inférieure à l'erreur faite en utilisant une approximation « champ lointain », elle n'aura qu'un faible impact sur le résultat final.



(a) Différence de hauteur de houle radiée/diffractée entre Artemis et la forme analytique



(b) Erreur (en %)

Figure 7.19 : Différence entre le résultat du couplage et la forme analytique en fonction du pas du maillage. (Pas donné en m pour une longueur d'onde de 100m)

Dans les faits, on est limité en nombre de mailles par le temps CPU et le solveur direct utilisé dans Artemis. Il faut donc trouver un compromis entre finesse du maillage et taille du domaine. Dans les cas d'études présentées plus loin, un pas de 5 m ($\lambda/20$) sera utilisé permettant d'avoir une bonne précision et un domaine suffisamment grand.

7.7 Validation pour le cas d'une ferme de 8 SREVs

Jusqu'ici nous avons considéré un cas avec un seul SREV afin de valider l'implémentation dans Artemis du calcul du potentiel perturbé via la fonction de Kochin calculée par Aquaplan. A présent, il convient de valider la méthode avec un cas comportant plusieurs SREVs afin de valider l'envoi par Artemis à Aquaplan des caractéristiques des nouvelles composantes de vague à l'emplacement des SREVs, ce qui permettra à Aquaplan de calculer les composantes additionnelles/correctrices du champ de houle total. On choisit donc un cas avec une ferme configurée en quinconce. Les 8 SREVs sont les mêmes que précédemment, cylindriques avec un tirant d'eau et un diamètre de 10 m. Ils sont disposés sur 3 lignes avec un espacement de 1λ suivant l'axe x et 2λ suivant l'axe y (cf fig. 7.20). Chacun de ces SREVs est contraint et ne peut bouger qu'en pilonnement; les autres degrés de liberté sont contraints par une raideur additionnelle importante. Afin de simuler le PTO, on ajoute un amortissement additionnel selon z , donnant au SREV un mouvement de pilonnement d'amplitude 0,97 m. La profondeur dans le domaine est de 60 m, et infinie pour la période considérée. Chaque SREV est modélisé par une île fictive d'un rayon de 50 m, soit $\lambda/2$. Lors du calcul de propagation du champ incident, le potentiel incident est imposé sur la frontière gauche du domaine ($T=8$ s, $A=1$ m, direction= 0°). De plus, les frontières latérales sont des conditions de parois dont le coefficient de réflexion et l'angle θ_p sont optimisés ($RP = 0,8$ et $RP = 1,2$, et $\theta_p = -88,95^\circ$ et $\theta_p = 88,7^\circ$ pour respectivement le bord du bas et celui du haut) afin de limiter les réflexions; ces paramètres dépendent de la bathymétrie, du maillage (celui utilisé ici est présenté sur la figure 7.20b) et de la taille du domaine. Enfin, la frontière de droite est une frontière de type « sortie libre ».

En revanche, durant le calcul de propagation du champ perturbé, la condition frontière de l'île fictive est de type « houle incidente » tandis que les autres frontières sont de type « sortie libre ».

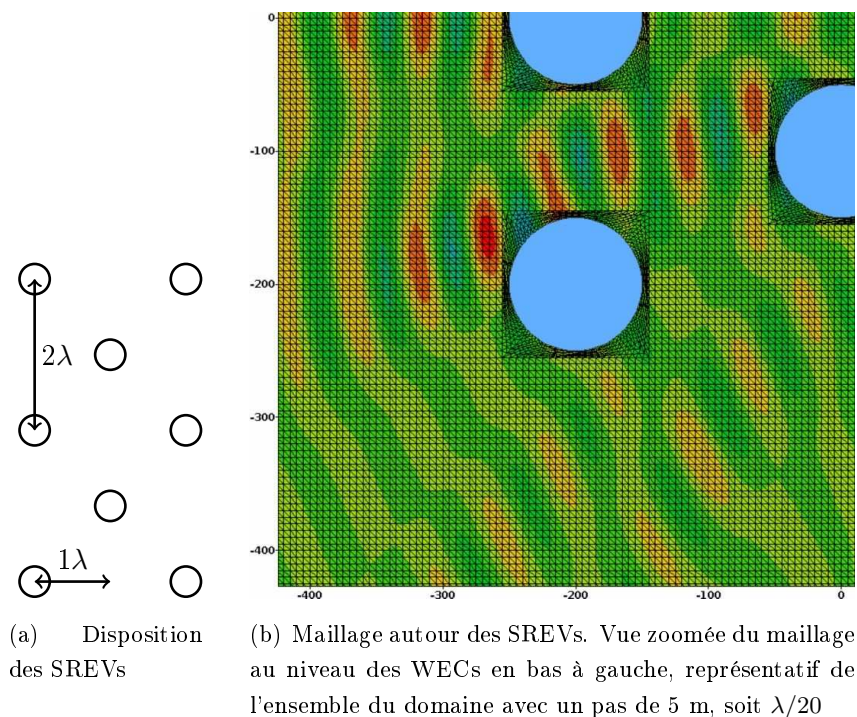


Figure 7.20 : Configuration et maillage de la ferme de 8 SREVs

Après 2 itérations (les suivantes sont très petites et donc pas calculées), on constate que les résultats du couplage (fig. 7.21b) sont en relativement bon accord avec ceux d'Aquaplan (fig. 7.21a).

On constate tout d'abord sur la figure 7.21c qu'une erreur d'environ 0,2% semble être présente dans l'ensemble du domaine (grandes parties vert clair, surtout visibles en bas à gauche et en haut à droite). Cette erreur-ci peut être liée à un léger déphasage possible entre ces deux résultats.

On peut aussi observer une erreur qui atteint 3,5% en aval, zone où l'approximation de la fonction de Kochin semble la plus faible, et 2% en amont. Ces zones d'erreur sont similaires à celles observées précédemment (fig. 7.13b)

Enfin, on voit une zone (en haut à gauche et en bas à droite) où l'erreur semble plus importante (2,5-3,5%), et un effet de dissymétrie sur la figure 7.21c. Cette erreur dépend beaucoup du maillage utilisé avec Artemis. Cependant, la finesse du maillage utilisé ici et dans les cas étudiés plus loin permet de limiter cette erreur.

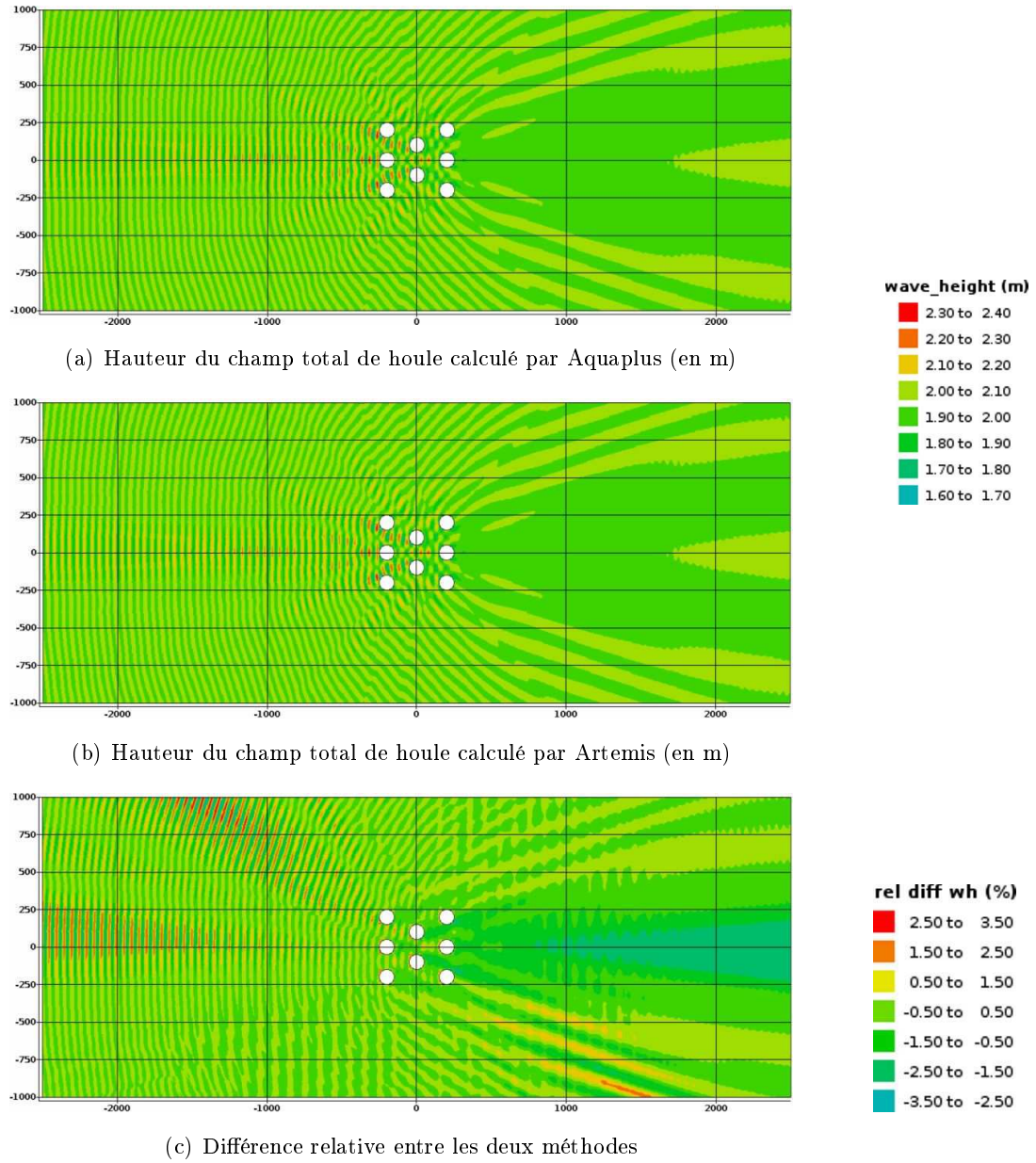


Figure 7.21 : Comparaison de la hauteur du champ de houle entre Aquaplan et la méthode de couplage pour le cas d'une ferme de 8SREVs

Globalement, les différents tests réalisés dans ce chapitre permettent de montrer que la méthode de couplage est qualifiée, et peut être employée pour 1 ou plusieurs SREVs.

Chapitre 8

Étude numérique de l'influence d'une bathymétrie variable sur le champ de houle total

Dans les chapitres précédents, nous avons présenté la démarche théorique et validé celle-ci en comparant ses résultats avec ceux obtenus à l'aide d'un code BEM par fond plat.

Dans ce chapitre, cette méthodologie est appliquée à un cas avec une bathymétrie plus réaliste de type « bathymétrie de zone côtière », ce qui constitue le principal intérêt de ce travail.

8.1 Impact de la ferme et de la bathymétrie sur le champ de vagues

8.1.1 Présentation et caractéristiques du modèle

Afin de modéliser les effets de la bathymétrie sur le champ de vague total, nous comparons deux cas. Un premier cas dans lequel la bathymétrie sera uniformément plate, et un autre dans lequel on aura une pente constante.

Le domaine est choisi suffisamment grand, 3600x2000m afin de bien visualiser l'impact de la ferme et de la bathymétrie sur le champ de houle. Le pas du maillage est d'environ 5 m, ce qui correspond à 1/20^{ème} de longueur d'onde en profondeur infinie pour une période de 8 s, c'est-à-dire lorsque $h > \lambda/2$, ce qui est suffisamment fin pour permettre une bonne précision de calcul.

Dans le cas où la bathymétrie est plate, comme dans le chapitre 7, la profondeur est fixée à 60 m (ce qui correspond au régime « profondeur infinie » lorsque $\lambda > 50m$, c'est-à-dire $T > 5,7s$). Dans le cas où l'on fait varier la bathymétrie, celle-ci évoluera suivant x , la direction de propagation. Une plage avec une pente de près de 6° fait passer la profondeur de 60 à 4 m sur une distance de 560 m (cf fig. 8.1). La ferme de SREVs est placée au niveau de la pente afin de pouvoir visualiser l'impact de la bathymétrie sur le comportement de la ferme.

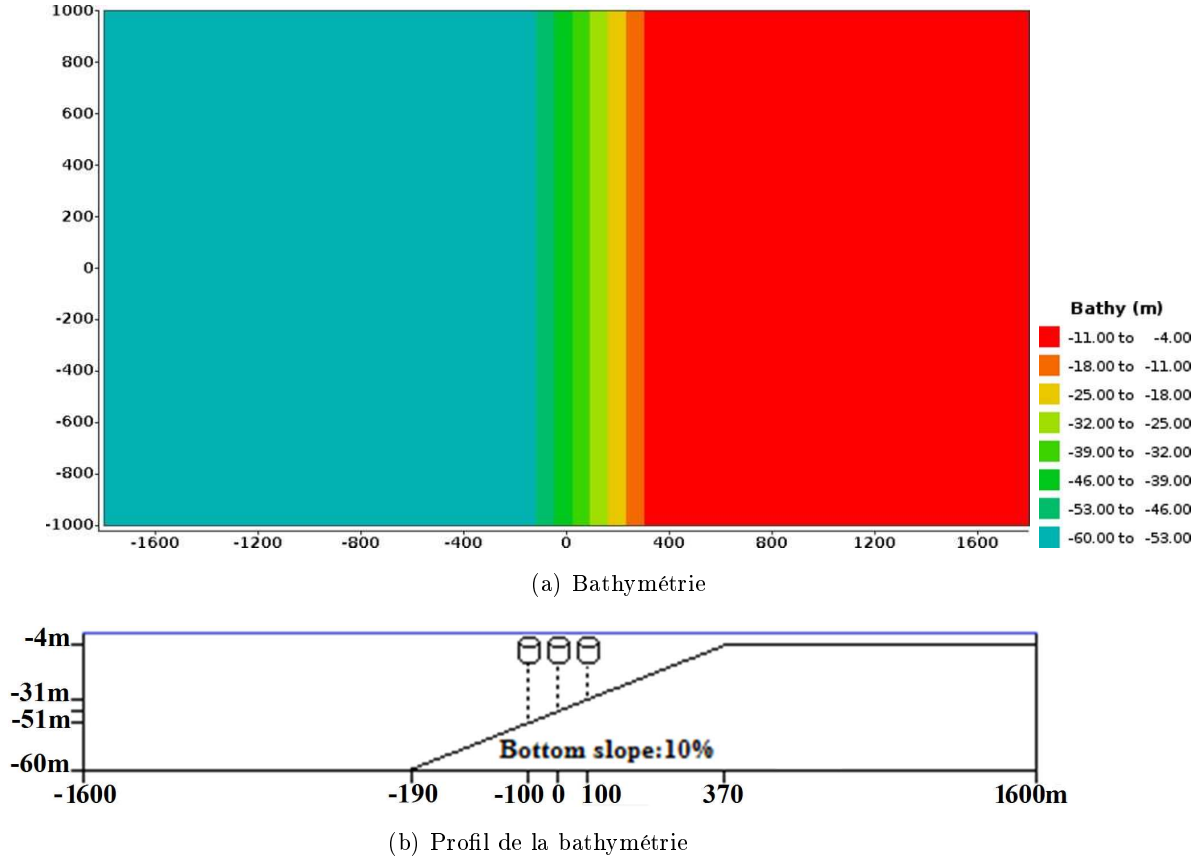


Figure 8.1 : Configuration générale du profil de bathymétrie utilisé

De même, comme dans le chapitre 7, une ferme de 8 SREVs disposés en quinconce est utilisée. Ces SREVs sont disposés sur 3 lignes espacées d'une longueur d'onde (cf fig. 8.2). Sur chacune de ces lignes, 2 longueurs d'onde séparent les SREVs. La profondeur au niveau de chacune des machines varie de 32 à 52 m selon l'emplacement de celle-ci par rapport à la bathymétrie.

Dans ce cas d'étude, la houle incidente imposée sous la forme d'une condition limite de type « potentiel incident » à l'entrée du modèle est une houle monochromatique, d'amplitude unitaire et de période $T=8$ s (i.e. de longueur d'onde 100 m en profondeur infinie).

De plus, comme décrit dans la section 7.1, les SREVs sont des corps cylindriques de 10m de diamètre, 10 m de tirant d'eau. Le fluide est de l'eau de mer de masse volumique $1\,025\text{kg/m}^3$. Les SREVs sont contraints de telle manière qu'ils n'ont qu'un degré de liberté, le seul mouvement permis étant le pilonnement. Le PTO est simulé grâce à un amortissement additionnel $B_a = 3,6 \cdot 10^5 \text{kg.s}^{-1}$. Excité par la houle incidente décrite ci-dessous pour notre cas d'étude, le SREV suit un mouvement de pilonnement d'amplitude 0.973 m.

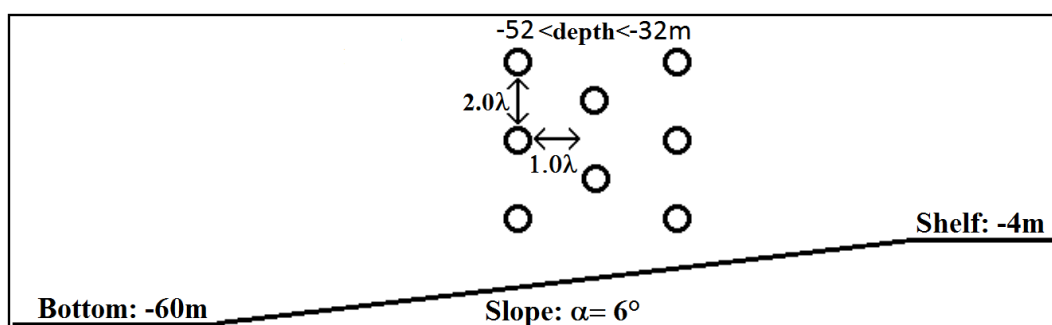


Figure 8.2 : Disposition des SREVs (dans notre cas, $\lambda = 100\text{m}$ en profondeur infinie)

On compare sur la figure 8.3 les résultats obtenus, à gauche par fond plat, et à droite avec la bathymétrie variable définie précédemment. De haut en bas, on considère le cas sans les SREVs (fig. 8.3 a&c), c'est-à-dire que l'on a juste le potentiel incident qui traverse le domaine. Dans le second cas (fig. 8.3 b&d), les SREVs sont pris en compte en plus du potentiel incident, ce qui donne le champ total. Et enfin (fig. 8.3 e&f), le champ perturbé est donné sans le champ incident, ce qui correspond donc à la perturbation engendrée par la présence de la ferme dans le domaine. Durant les premiers tests, on a pu constater que l'on pouvait s'arrêter à la 2^{ème} itération du calcul des termes de radiation/diffraction du fait que les termes du 3^{ème} ordre ne représentaient pas plus de 0.5% de l'amplitude du potentiel incident, ce qui correspond à l'ordre d'erreur du modèle. On fait dans ce travail le choix de poser un critère sur l'amplitude de la nouvelle composante de la perturbation générée afin de savoir si on la prend en compte ou non. Cette méthode permet de gagner beaucoup de temps dans la mesure où un certain nombre de composantes de la 2^{ème} itération sont très faibles, et où quelques composantes de la 3^{ème} pourraient dans certains cas devoir être prises en compte.

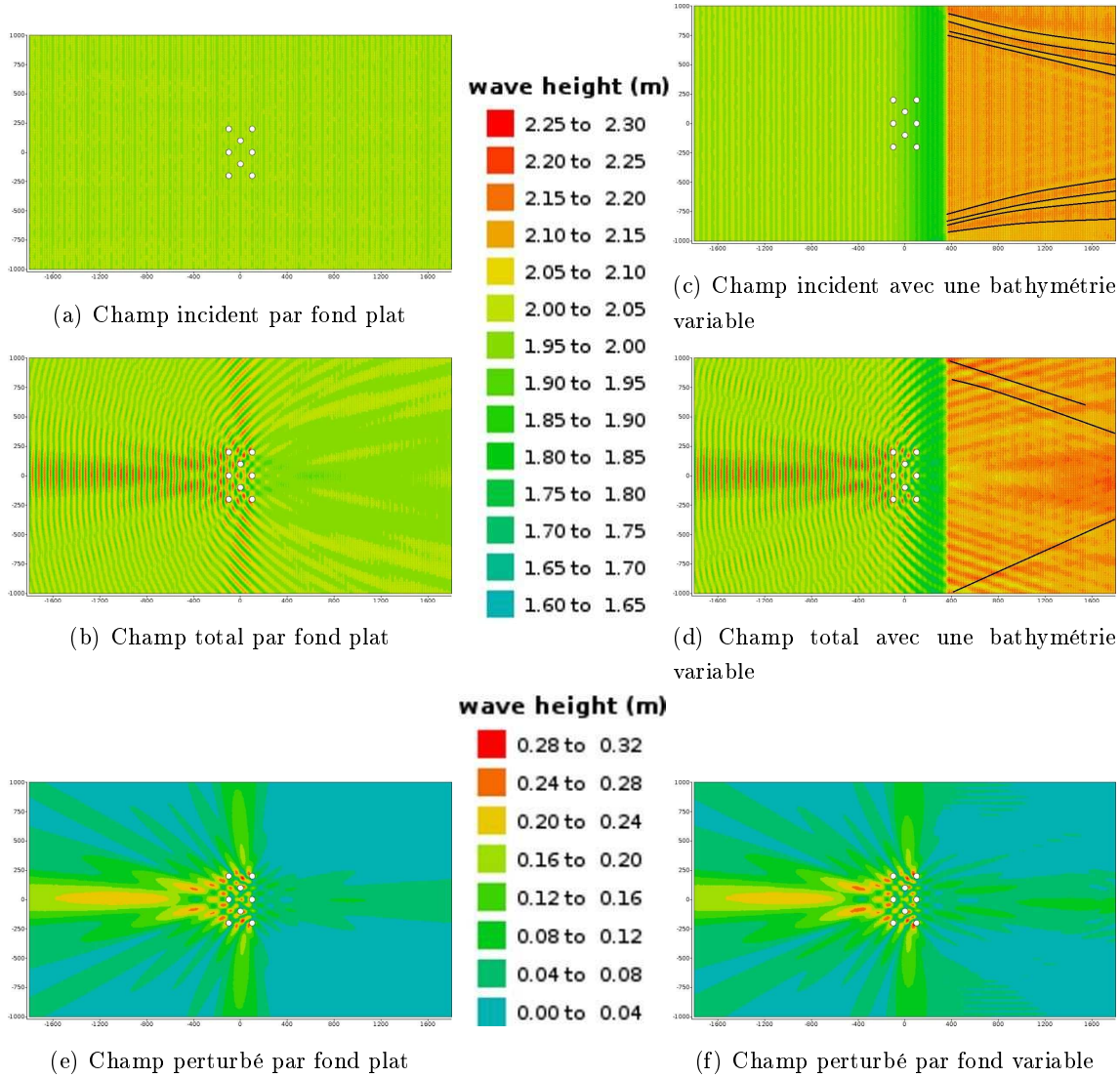


Figure 8.3 : Champ de houle en fonction de la bathymétrie.
Les traits noirs sur les sous-figures c & d montrent les effets de réflexion par les bords

À partir de ces résultats, regardons en détail l'impact de la bathymétrie sur le champ incident, perturbé et total, puis celui de la ferme sur le champ de houle, et enfin l'impact de la bathymétrie sur la perturbation liée à la présence de la ferme de système houlomoteurs dans le domaine.

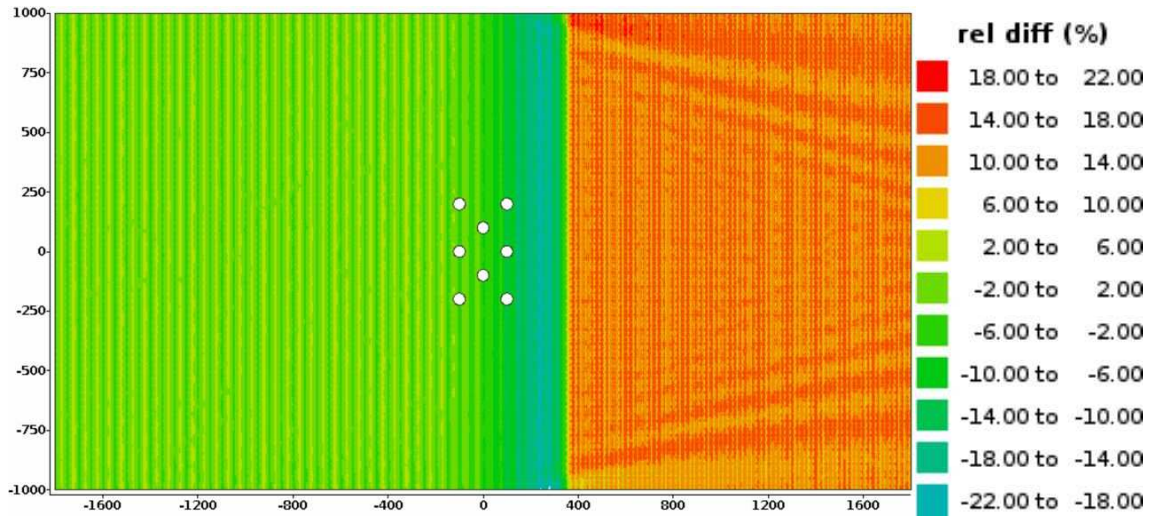
8.1.2 Impact de la bathymétrie sur le champ de vagues

Maintenant, et à partir des résultats précédents (fig. 8.3), regardons les effets de la bathymétrie sur chaque composante du champ total (champ incident, champ perturbé, champ total). L'impact de la bathymétrie est mesuré en faisant la différence relative :

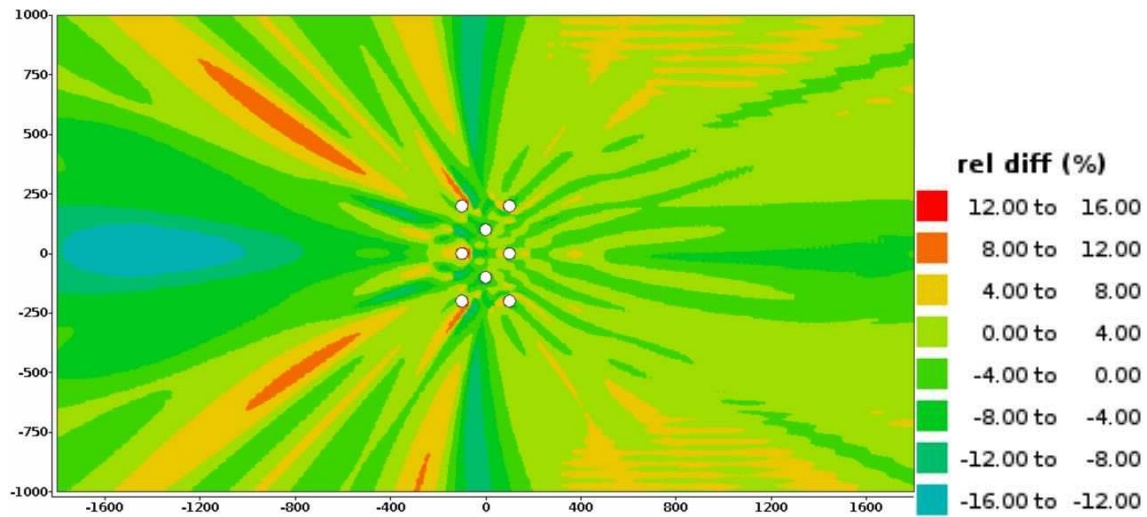
$$R_{\text{relative diff}} = 100. \frac{(H_2 - H_1)}{H_d} \quad (8.1)$$

avec H_d égal à l'amplitude imposée à la houle incidente en consigne d'entrée.

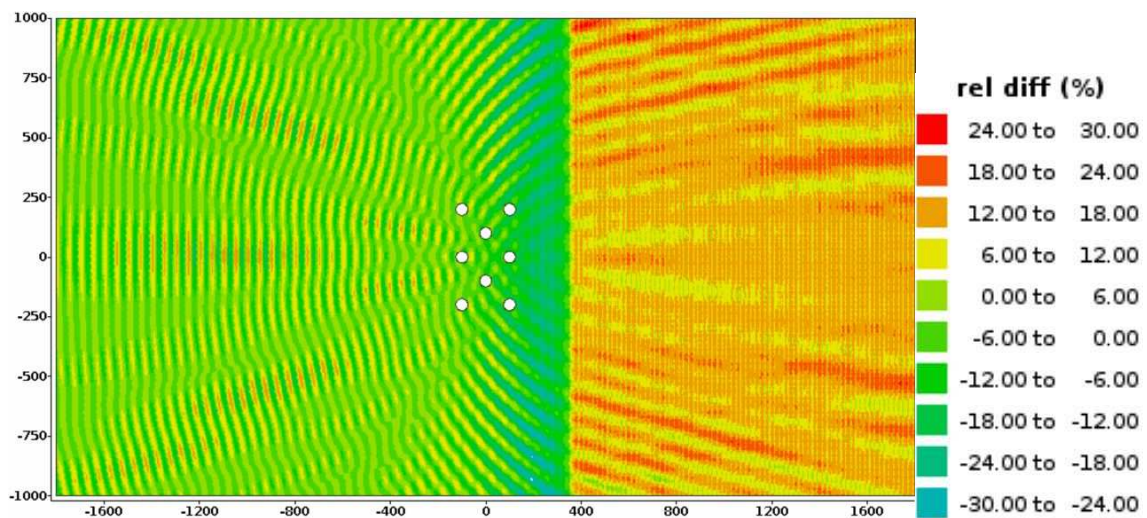
Sur la figure 8.4, l'impact de la bathymétrie sur le champ de vague incident, perturbé et total, est présenté.



(a) Impact de la bathymétrie sur le champ incident



(b) Impact de la bathymétrie sur le champ perturbé



(c) Impact de la bathymétrie sur le champ total

Figure 8.4 : Impact de la bathymétrie sur le champ de vagues.
Cet impact est mesuré en faisant la différence relative du résultat par fond variable et par fond plat selon la formule (8.1)

8.1.2.1 Champ incident

Dans le cadre de la théorie linéaire, la période de la houle est constante. De plus, si l'on considère qu'il n'y a pas de dissipation mais conservation de l'énergie, on peut écrire que le flux d'énergie de la houle par unité de largeur de crête de vague F ($F = E.C_g = \frac{1}{8}\rho g H^2.C_g$, où E est l'énergie par unité de surface) est constant donc $H^2.C_g = H_0^2.C_{g0}$.

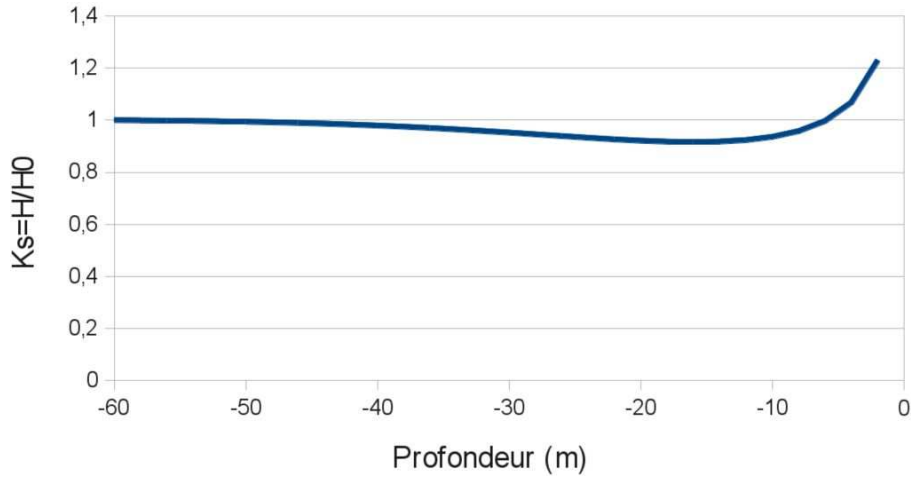
Cette vitesse de groupe est facilement calculable grâce à la relation (2.22).

Le tableau 8.1 rappelle les sens de variation des principales grandeurs de houle, en supposant une incidence normale sur une plage de profil bathymétrique constant dans la direction y .

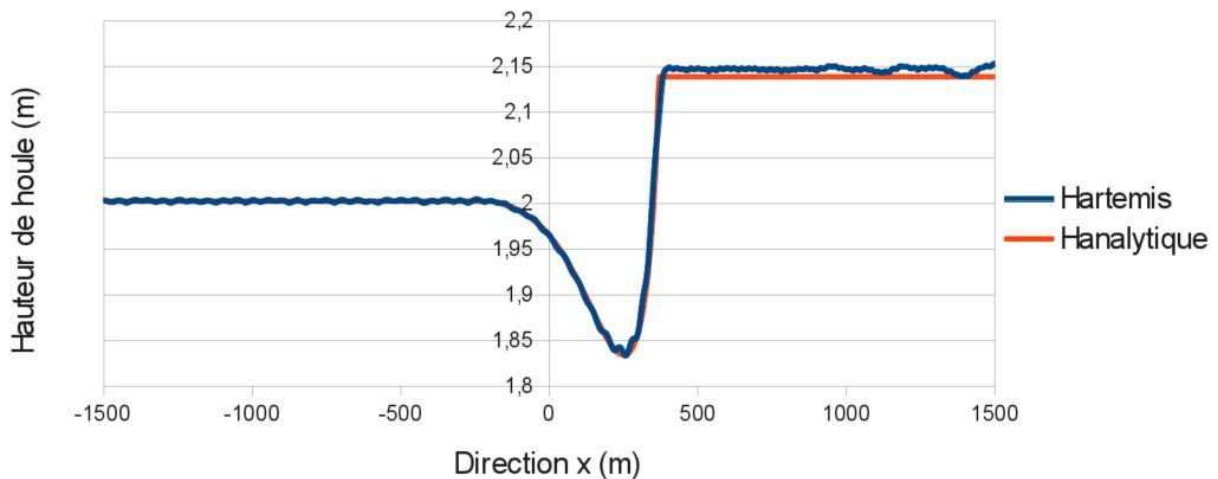
h/λ_0	∞	$\frac{1}{2\pi}$	0 (côte)
k	$\nearrow$		$\nearrow$
λ	$\searrow$		$\searrow$
C	$\searrow$		$\searrow$
C_g	$\nearrow$		$\searrow$
H	$\searrow$		$\nearrow$

Table 8.1: Tableau de variation des grandeurs de houle

Concrètement, pour une bathymétrie variant de -60 à -4 m (comme dans notre cas d'étude), on obtient une hauteur de houle qui varie de la façon suivante (fig. 8.5) :



(a) Coefficient de shoaling (adimensionné), H étant la hauteur locale de la houle, et H_0 la hauteur en profondeur infinie



(b) Comparaison des effets du shoaling entre Artemis et la valeur théorique

Figure 8.5 : Validation de la théorie du shoaling avec Artemis

Tout d'abord, on peut voir que la houle incidente propagée avec Artemis est en accord avec le coefficient de shoaling calculé par la théorie linéaire (fig. 8.5b). En effet, en se rapprochant de la plage, la hauteur de la houle commence bien par décroître jusqu'à ce que l'on ait $\frac{h}{\lambda} = \frac{1}{2\pi}$. Puis, la hauteur remonte conformément à la théorie jusqu'à atteindre une valeur constante sur le domaine à profondeur constante. On constate seulement une légère différence d'environ 0.4% dans cette valeur atteinte. Par rapport au cas avec un fond plat (fig. 8.3a), cette variation maximale de la hauteur de houle correspond à environ 7% de la hauteur de la houle incidente (14% de l'amplitude de la houle incidente sur la figure 8.4a), comme on peut le voir sur la fig. 8.4a.

Enfin, on constate sur la figure 8.3c&d que malgré l'optimisation de la condition limite sur les

parois, il y a quelques effets de réflexion au bord, donnant ces très légères perturbations marquées d'un trait noir.

8.1.2.2 Champ perturbé

Pour chaque SREV, le champ perturbé est propagé à partir de la frontière d'une île fictive. Cette île a dans notre cas un rayon d'une demi longueur d'onde, soit 50 m. La bathymétrie au sein de cette île est considérée comme étant plate et de profondeur égale à la profondeur à l'emplacement du SREV. Cela engendre nécessairement une erreur, puisque dans le cas présent, la bathymétrie varie jusqu'à 5m entre le SREV et la frontière de l'île. Un rapide calcul utilisant la théorie du shoaling et donnant la hauteur de houle en fonction de la profondeur locale nous montre que dans le cas présent, la différence de profondeur entre le SREV et la frontière de l'île engendre une erreur de hauteur de houle comprise entre 0,7 et 1,7% à la frontière de ces îles fictives.

De plus, on observe sur la figure 8.4b que l'impact de la bathymétrie sur le champ perturbé atteint 16%. En effet, bien que notre bathymétrie soit une simple pente de 6°, cela est suffisant pour modifier les caractéristiques (longueur d'onde, amplitude, ...) des différentes composantes (incidentes ou réfléchies/diffractées par les autres SREVs) arrivant sur chaque SREV. Le potentiel perturbé calculé à partir de ces caractéristiques locales est donc modifié en conséquent.

8.1.2.3 Champ total

En s'intéressant au champ de houle total (fig. 8.4c), on voit que si l'impact est faible en amont dans ce cas, il n'est pas négligeable en aval. La raison de ce faible impact en amont est le fait que la profondeur est constante et identique dans les deux cas. Seul le champ perturbé diffère, mais le champ incident est quasiment identique et est dominant donc tend à marginaliser l'impact de la bathymétrie dans cette partie du domaine. En revanche, même si le champ incident reste prépondérant dans le champ total en aval, le champ total est affecté par la bathymétrie. Cette variation atteint 30%.

8.1.3 Influence de la bathymétrie sur l'impact d'une ferme en quinconce

Tout d'abord, il est intéressant de voir quel impact a une ferme sur le champ de vague total dans le cas par fond plat et en grande profondeur. Pour visualiser cet impact (fig. 8.6) sur le champ de vague, on utilise la formule de la différence relative donnée plus haut (eq. (8.1)).

Par fond plat, l'impact de la ferme est sensible (voir fig. 8.6a). Deux types de zones sont visibles. Les premières, cerclées de noir (zones 1-2) correspondent aux zones où l'impact de la ferme est fort (jusqu'à 14%) du fait de la diffraction notamment. Elles sont situées en amont de la ferme, et latéralement.

La dernière zone, cerclée de rouge (zone 3), est celle en aval de la ferme. L'impact de la ferme est de l'ordre de 3%, principalement dû à la radiation (dont l'effet est moins important que celui de la diffraction), mais aussi au fait que la ferme absorbe de l'énergie et provoque donc un déficit localement.

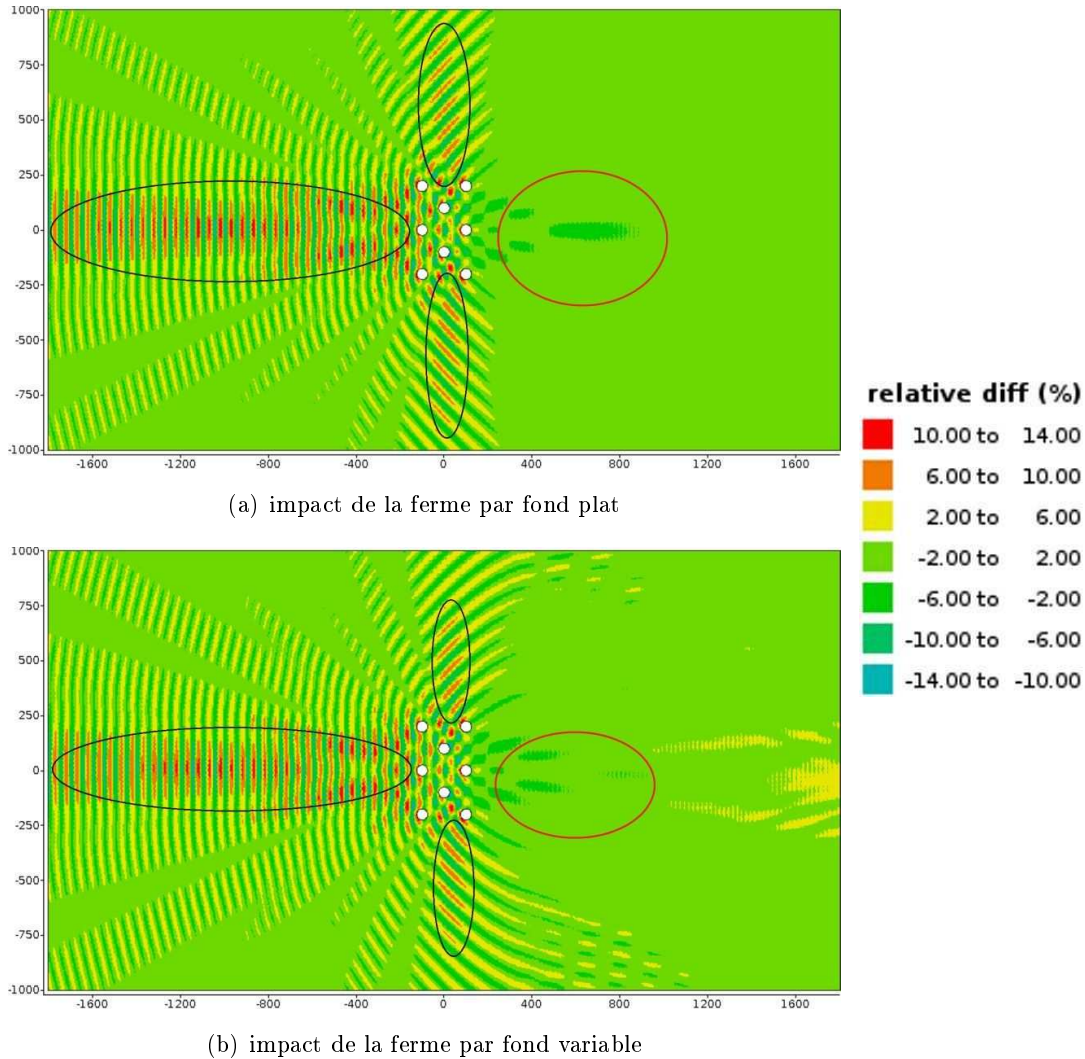


Figure 8.6 : Impact de la ferme sur le champ de houle

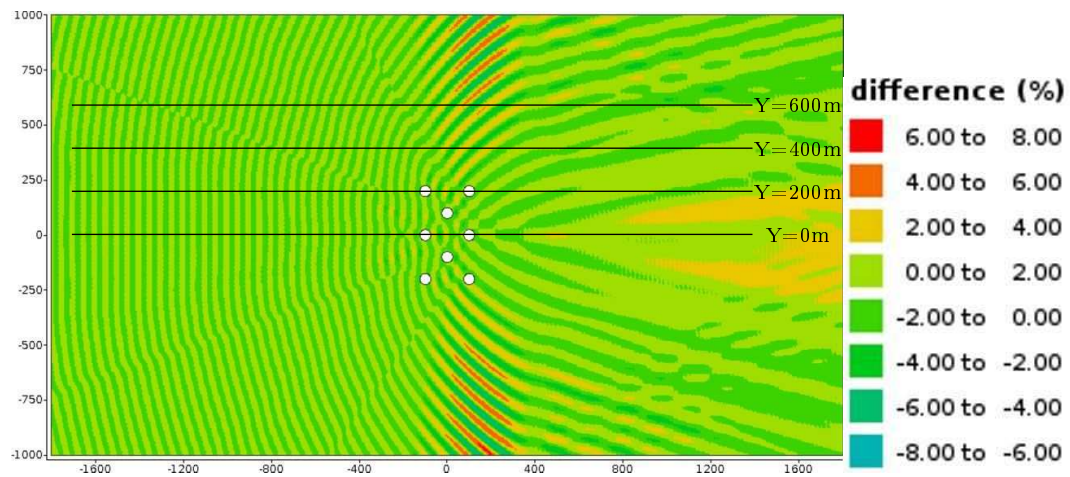
Si on considère à présent le même cas avec un fond variable (cf fig. 8.6b), on constate que l'importance de l'impact de la ferme est similaire au cas par fond plat. Cet impact atteint 14% en amont et 3% en aval et est situé à peu près au même endroit. Cependant, on peut constater que la perturbation n'est pas localisée exactement de la même façon, et que la zone où l'impact est moyen est plus étendue que dans le cas par fond plat. Cet impact dépend de plusieurs paramètres, notamment de la longueur d'onde locale et de l'amplitude, et donc de l'influence de la bathymétrie sur le champ de vague local. Ainsi, selon le ratio $\frac{\lambda}{L}$ (avec L la distance entre 2 SREVs), les interactions peuvent être constructives ou destructives [19][27]. Selon l'impact de la bathymétrie, il faudra donc adapter la distance entre 2 SREVs, ce qui peut impliquer d'avoir des fermes avec une disposition non symétrique si l'on cherche une configuration optimale pour une houle donnée. La figure 8.7 montre la variation de l'impact de la ferme sur le champ total dû à la bathymétrie. Ce résultat est obtenu en faisant la différence entre l'impact de la ferme par fond plat (fig. 8.6a) et ce même impact avec une bathymétrie variable (fig. 8.6b).

Pour avoir un meilleur aperçu de l'impact de la bathymétrie, on présente pour différentes valeurs selon l'axe vertical Y (fig. 8.8) des profils correspondant à la hauteur de houle avec et sans la bathymétrie variable, et avec et sans la ferme.

$X \in [-100; 400]$: Dans la zone du milieu se trouve la pente et la ferme, lesquelles peuvent avoir un impact. Le marqueur « a » montre l'impact de la ferme sur le champ de vagues, et le marqueur « b » celui de la pente avec les effets de shoaling.

$X \in [-1800; -100]$: Dans cette zone, la profondeur est constante et considérée comme infinie. La hauteur de houle n'est donc pas significativement modifiée par les effets du fond. Cependant, les ondes radiées et diffractées par la ferme sont propagées avec leurs petites oscillations autour de la même hauteur moyenne.

$X \in [400; 1800]$: Enfin, la zone de droite, celle qui est le plus en aval, est de profondeur constante (mais de valeur différente selon le cas). Les ondes radiées/diffractées par la ferme ont une amplitude qui décroît avec la distance (l'énergie propagée radialement décroît en $1/r$). De plus, on peut voir que la longueur d'onde passe de 100m à 48m conformément à la théorie du shoaling.



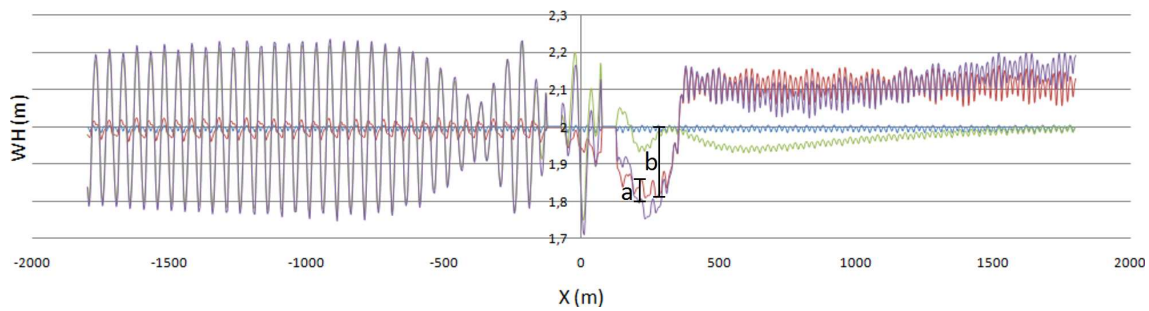
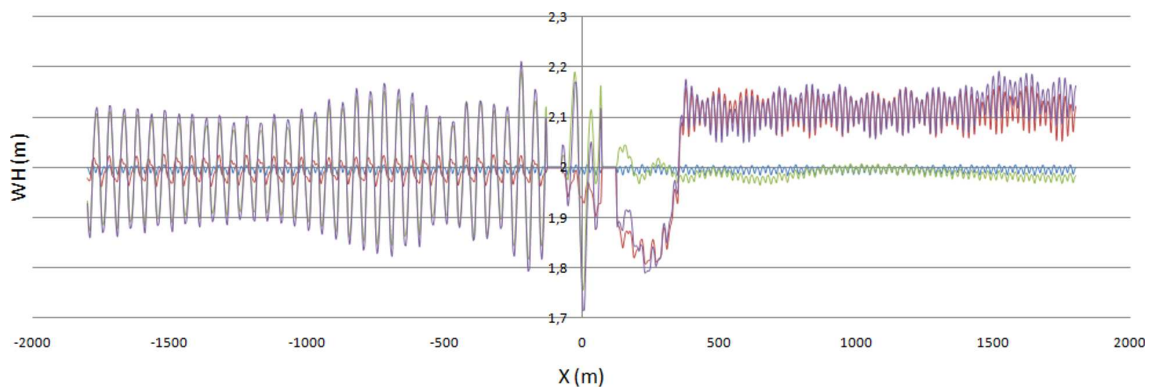
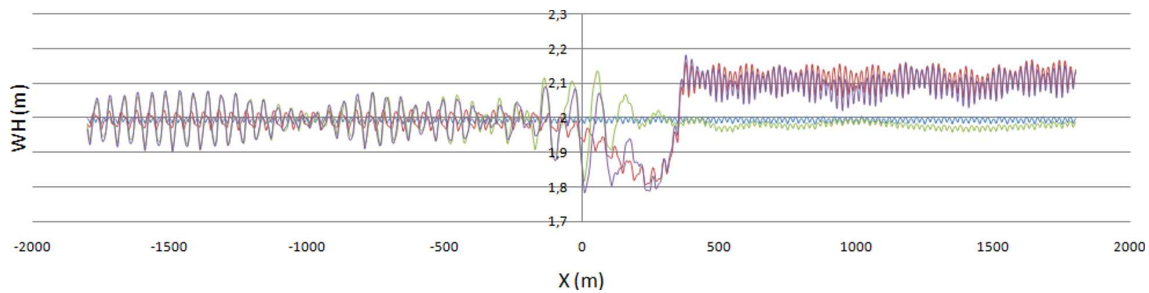
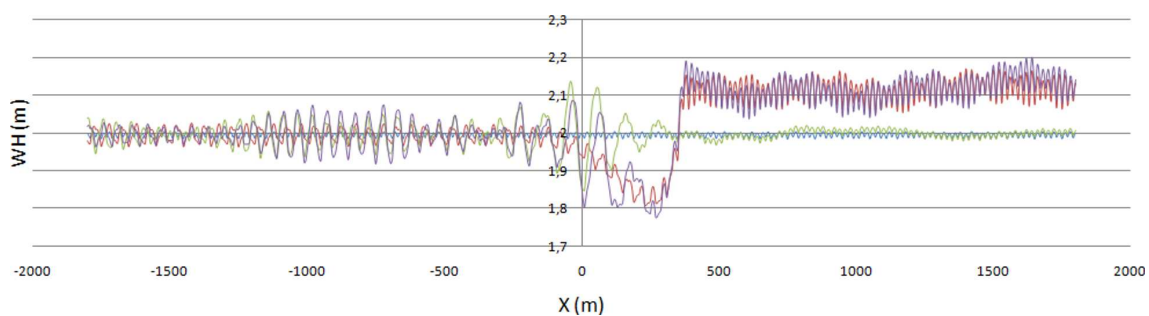
(a) Hauteur de la houle ($Y=0\text{m}$)(b) Hauteur de la houle ($Y=200\text{m}$)(c) Hauteur de la houle ($Y=400\text{m}$)(d) Hauteur de la houle ($Y=600\text{m}$)

Figure 8.8 : Vues en coupe de la hauteur de vague pour différentes ordonnées Y , repérées sur la figure 8.7

Courbe bleu : fond plat sans la ferme

Courbe rouge : fond variable sans la ferme

Courbe verte : fond plat avec la ferme

Courbe violette : fond variable avec la ferme

8.2 Généralisation

8.2.1 Présentation d'un cas en houle polychromatique

Dans cette section, la méthodologie présentée précédemment en houle monochromatique est appliquée en houle polychromatique. Travaillant dans le cadre de la théorie linéaire, cela est possible par sommation des résultats obtenus individuellement pour chaque composante de la houle incidente. On présente donc ici un cas avec une houle incidente à 5 composantes. La figure 8.9 montre la norme du potentiel perturbé et total par fond plat, puis avec la bathymétrie utilisée dans le cas précédent. Ces résultats sont ensuite comparés sur la figure 8.10 en faisant la différence entre le résultat par fond plat et celui par fond variable, permettant ainsi de voir l'impact de la bathymétrie sur le champ perturbé et le champ total. Enfin, on présente l'impact de la ferme sur le champ total (fig. 8.11) et la variation de l'impact de la ferme causée par la présence de la bathymétrie.

Houle incidente (direction, période et amplitude) polychromatique à 5 composantes :

- Composante 1 : 0° , 10.0s, 0.4m
- Composante 2 : 0° , 8.8s, 0.6m
- Composante 3 : 0° , 6.0s, 0.5m
- Composante 4 : -10° , 7.5s, 0.06m
- Composante 5 : 10° , 7.5s, 0.06m

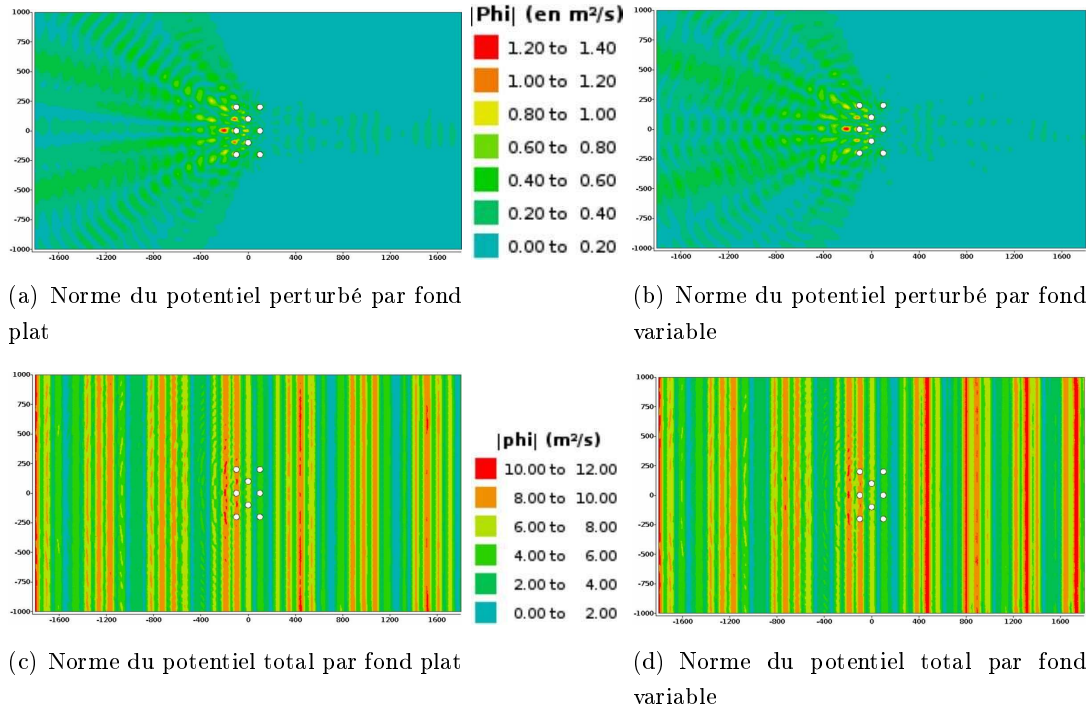
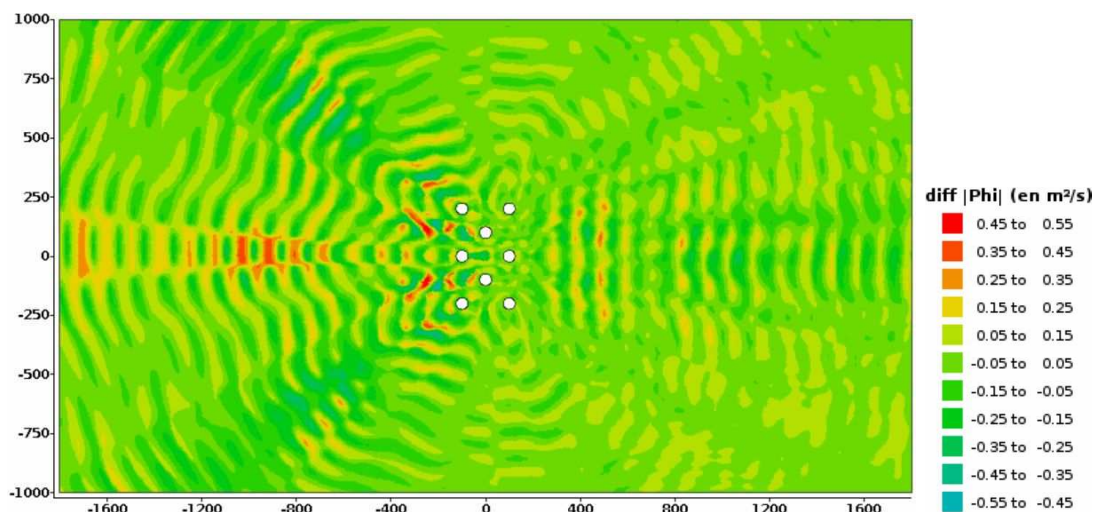
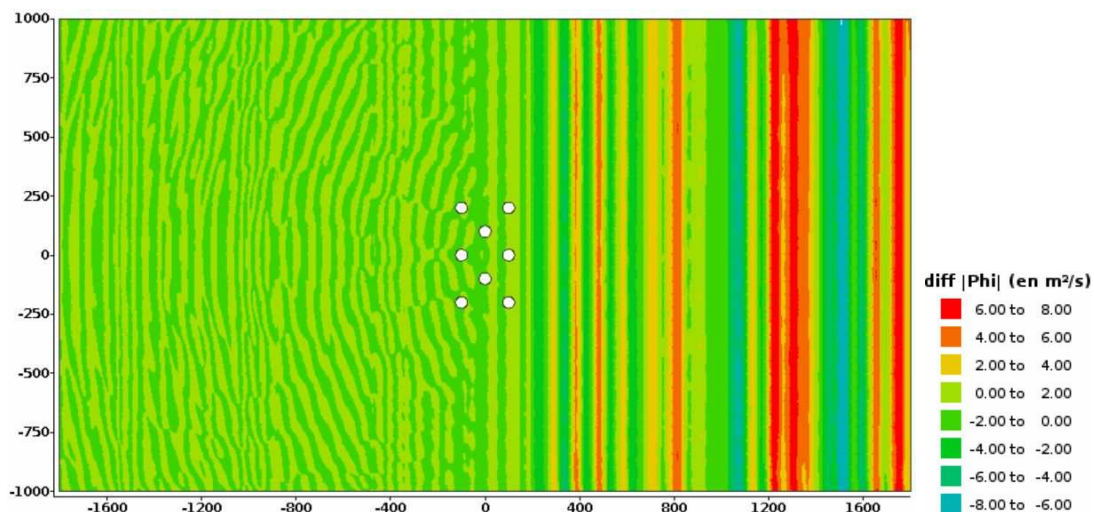


Figure 8.9 : Norme du potentiel perturbé et total par fond plat et bathymétrie variable



(a) Impact de la bathymétrie sur la norme du potentiel perturbé



(b) Impact de la bathymétrie sur la norme du potentiel total

Figure 8.10 : Impact de la bathymétrie sur la norme du potentiel perturbé et total.
L'impact est calculé en faisant la différence entre les résultats par fond variable et par fond plat

Les résultats obtenus confirment que la méthode fonctionne en houle polychromatique. Ils montrent que la bathymétrie a un impact significatif sur le champ de vagues : jusqu'à 66% de la valeur maximale du potentiel dans le cas du champ total au niveau de la plage, et jusqu'à 40% dans le cas du champ perturbé en amont de la ferme. Par rapport au cas monochromatique, on constate que les zones d'impact sont sensiblement les mêmes (plage pour le champ incident et aval pour le champ perturbé), la forme de cette perturbation étant néanmoins différente (mais bien symétrique car le champ de vague incident est symétrique).

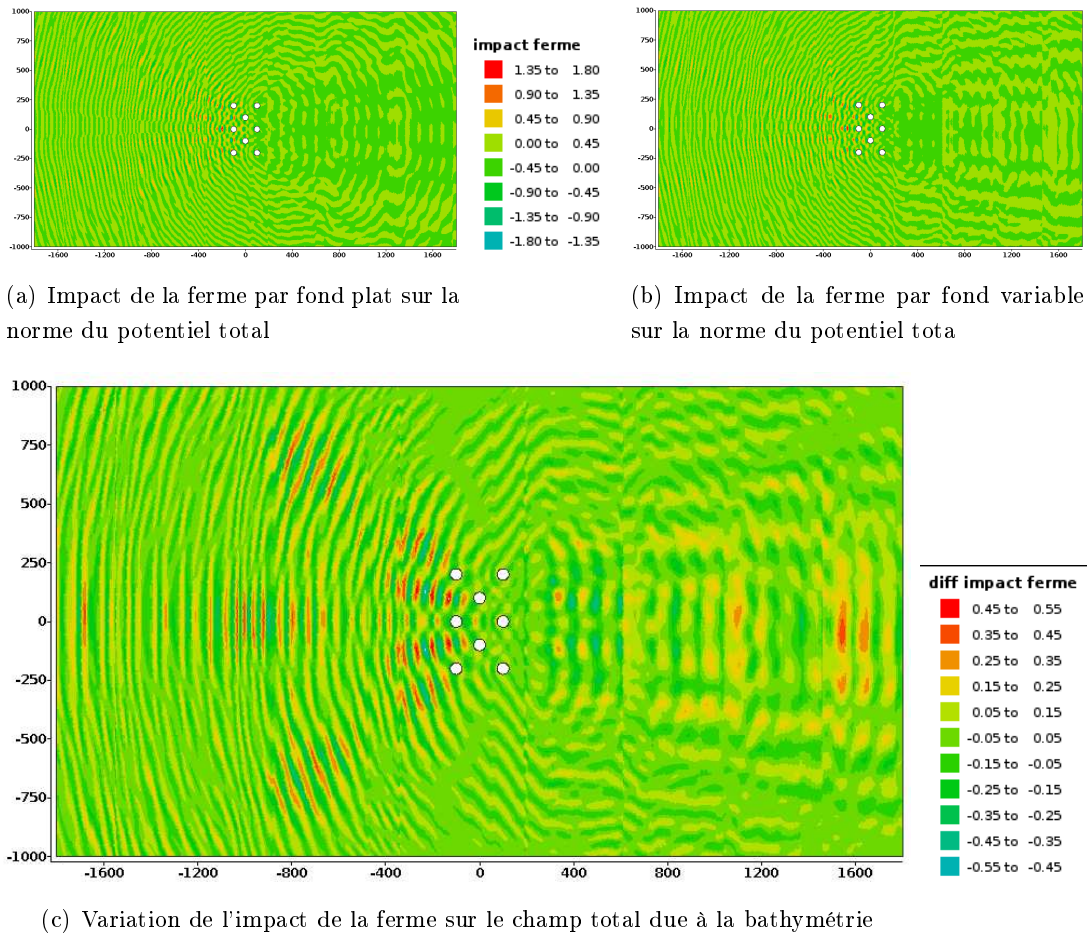


Figure 8.11 : Impact de la ferme sur le champ total par fond plat et par fond variable, et variation de cet impact due à la bathymétrie

Comme pour le cas monochromatique, la ferme a un impact sur le champ de houle total. Il atteint ici 15% de la valeur maximale de la norme du potentiel incident, ce qui n'est pas négligeable. On constate en outre que la bathymétrie va modifier l'impact de la ferme par rapport au cas par fond plat. On observe que la présence de la bathymétrie modifie l'impact de la houle jusqu'à 4.5% de la valeur maximale de la norme du potentiel incident.

En terme de temps de calcul, ce type de simulation n'est pas beaucoup plus coûteux qu'un cas en houle monochromatique. En effet, pour un cas monochromatique en houle régulière et avec une ferme de 8 SREVs, il faut compter environ 40min. Dans un cas comme celui-ci avec 5 composantes, le temps de calcul passera à environ 2h. A cela s'ajoute la durée de post-traitement qui varie très peu d'un cas à l'autre, d'une durée comprise entre 40 et 50min. On remarque que le temps de calcul n'est pas proportionnel au nombre de composantes de la houle incidente. En effet, certaines composantes de la houle incidente ont une amplitude plus faibles, générant donc des perturbations de faible amplitude qui sont donc rapidement ignorées par notre algorithme.

8.2.2 Présentation d'un cas avec 6 degrés de liberté

8.2.2.1 Importance de prendre en compte les 6 degrés de liberté

D'une manière générale, on ne peut pas se contenter d'une étude avec 1 seul degré de liberté. En effet, même pour les SREVs de type « point absorber » dont on récupère l'énergie grâce à son mouvement vertical, les mouvements selon les autres degrés de liberté peuvent être importants (cf fig. 1.1), à l'image du système houlomoteur Ceto qui est retenu par un câble unique. L'amplitude du mouvement vertical peut ne pas être beaucoup affectée par le mouvement horizontal, mais le fait qu'il bouge aussi suivant les autres directions va générer de nouvelles ondes radiées et donc générer de nouvelles interactions entre les SREVs. Non seulement cela peut modifier l'état de mer total, mais cela peut aussi agir sur le comportement des SREVs voisins.

Par rapport au cas précédent (cas 1 DDL), on ne contraint plus les autres degrés de liberté, mais uniquement le mouvement en pilonnement afin de prendre en compte le PTO. Pour bien montrer l'importance de ne pas négliger les autres degrés de liberté, on fait un rapide calcul avec Aquaplug sur un SREV soumis à une houle monochromatique d'amplitude unitaire et de période $T = 8$ s (cf tableau 8.2). La seule raideur additionnelle et le seul amortissement additionnel que l'on garde sont ceux qui simulent le PTO suivant z :

Mouvement	1DDL	6DDL
Cavalement	$1,70.10^{-04}m$	$8,52.10^{-01}m$
Embardée	$8,45.10^{-14}m$	$7,05.10^{-11}m$
Pilonnement	$9,73.10^{-01}m$	$9,74.10^{-01}m$
Roulis	$1,86.10^{-15}deg$	$2,87.10^{-10}deg$
Tangage	$4,01.10^{-06}deg$	$3,70.10^{-00}deg$
Lacet	$2,17.10^{-22}deg$	$7,62.10^{-03}deg$

Table 8.2: Tableau des mouvements du SREV selon le nombre de degrés de liberté

On constate dans ce cas idéal (houle suivant l'axe $\vec{x}$) que les mouvements de translation suivant $\vec{y}$ et de rotation autour de $\vec{x}$ et $\vec{z}$ restent faibles. En revanche, en plus du mouvement de pilonnement, on a un phénomène de cavalement et de tangage que l'on ne peut pas négliger et qui va impacter le champ perturbé.

Cependant, il faut observer que le PTO est dans ce cas simulé par une raideur et un amortissement selon $\vec{z}$, c'est-à-dire selon l'axe vertical, ce qui est juste dans le cas 1DDL (pilonnement seul). Lorsque l'on permet le cavalement, l'axe reliant le PTO au SREV ne sera plus nécessairement vertical (sauf sa position moyenne d'équilibre). Il n'est donc plus vrai de considérer que le PTO exerce un effort sur le SREV suivant un axe strictement vertical. Cependant, la profondeur étant élevée devant l'amplitude du mouvement de cavalement, la composante suivant $\vec{z}$ est très peu impactée (variation $< 10^{-4}$) et sa composante suivant $\vec{x}$ représente moins de 1,5% de la norme de la force engendrée par le PTO. On peut donc faire l'approximation d'imposer le PTO suivant $\vec{z}$ uniquement.

8.2.2.2 Impact de la prise en compte des 6 degrés de liberté dans le modèle

On applique donc la même démarche que dans la partie 8.1, par fond plat (profondeur de 60m) puis avec la bathymétrie variable, et en prenant en compte les 6DDL. Les résultats concernant l'impact de la ferme sur le champ de vagues perturbé (en haut) et total (en bas) sont présentés ci-dessous (fig. 8.12) avec d'une part le résultat 1DDL (à gauche), et d'autre part le résultat 6DDL (à droite).

A partir de ces résultats, on calcule l'impact de la prise en compte des 6DDL sur le champ perturbé et total (fig. 8.13) en reprenant la formulation de la différence relative (eq. (8.1)) avec $H_d = A_{inc}$. Enfin, on mesure l'impact de la bathymétrie sur le champ perturbé et total dans le cas à 6 degrés de liberté (fig. 8.14).

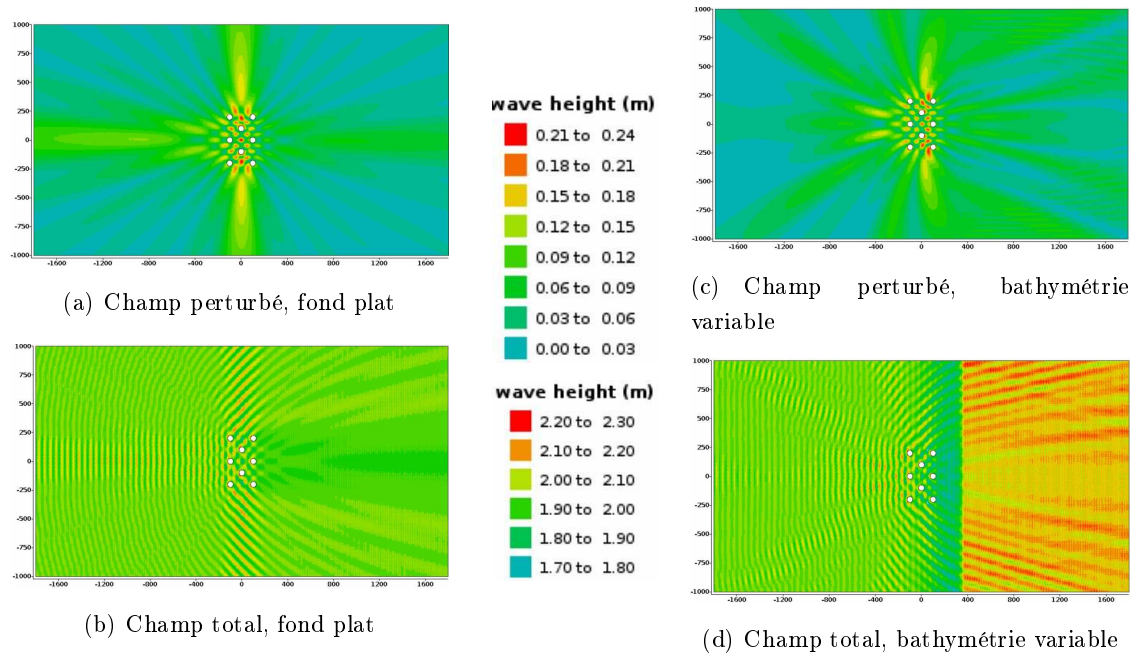


Figure 8.12 : Champ perturbé et total avec 6 degrés de liberté en fonction de la nature du fond

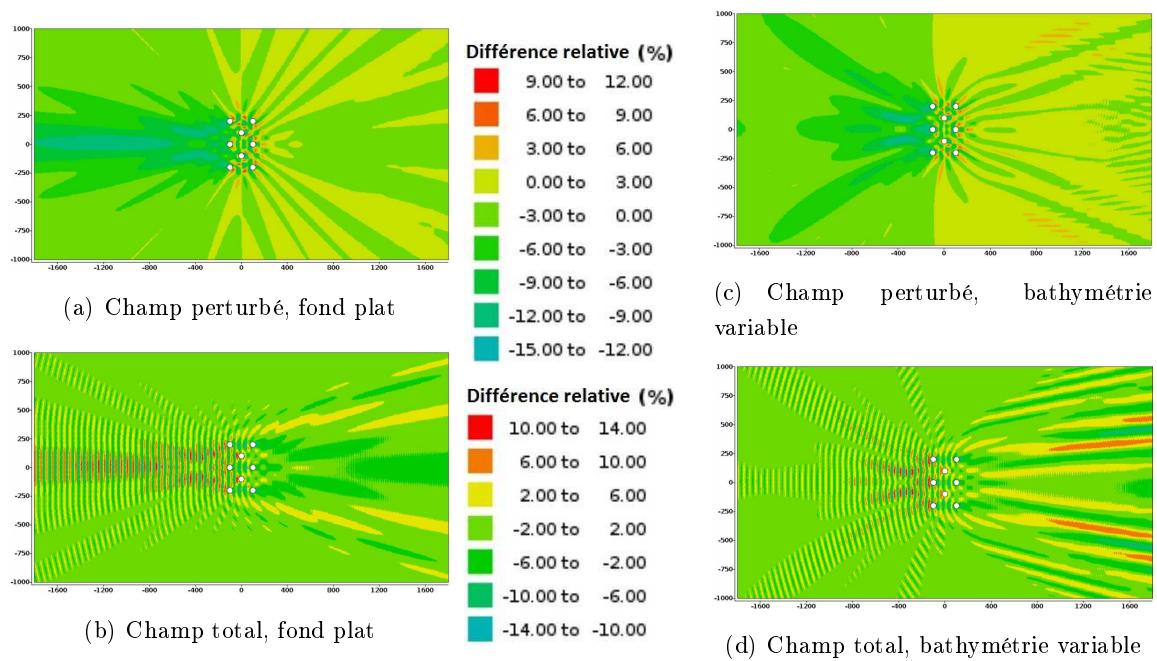


Figure 8.13 : Impact de la prise en compte des 6 degrés de liberté par rapport au cas à 1 degré de liberté

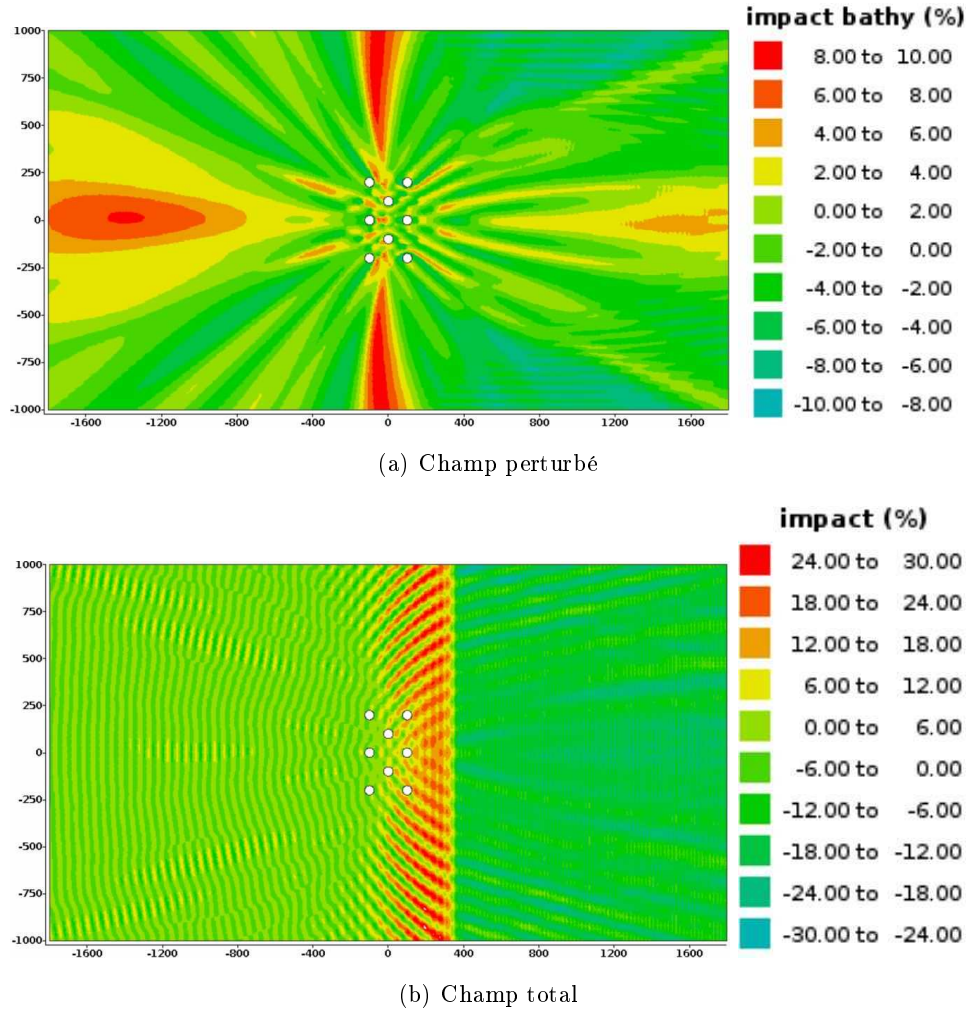


Figure 8.14 : Impact de la bathymétrie sur le champ perturbé et total dans le cas à 6 degrés de liberté

On constate sur la fig. 8.12 que comme dans le cas 1DDL, la hauteur du champ perturbé est similaire selon que l'on prenne en compte la bathymétrie ou non, mais qu'en revanche les zones de perturbations changent. En effet, l'impact de la bathymétrie est élevé en aval, c'est-à-dire où se situe la pente, mais aussi en amont avec une direction de 45° par rapport à la direction de la houle incidente. On constate en outre que la hauteur du champ perturbé est moins importante que dans le cas 1 DDL. Le calcul de la différence relative due à la prise en compte des 6 degrés de liberté (fig. 8.13), confirme cette première analyse et montre que lorsqu'on prend en compte 6 degrés de liberté, la hauteur du champ perturbé augmente à proximité de la ferme mais diminue selon la direction principale de la houle.

Concernant le champ total, on peut à nouveau voir que c'est l'impact de la bathymétrie sur le champ incident qui domine, le potentiel incident étant beaucoup plus important que le potentiel radié/diffracté. Cependant, la différence atteint tout de même 14% avec le cas dans lequel on ne considère que le pilonnement.

Si l'on regarde maintenant l'impact de la bathymétrie dans ce cas à 6 degrés de liberté (fig. 8.14), on constate qu'il est moins important en aval de la ferme pour le champ perturbé dans ce cas que dans le cas 1DDL. En effet, il atteint ici une valeur de 10% contre 16% (cf fig. 8.4b). Cependant, suivant la direction transversale, l'impact de la bathymétrie est similaire. Cela fait que l'impact de la bathymétrie est plus fort en aval que suivant la direction transversale dans le cas 1DDL, alors que c'est l'inverse dans le cas 6DDL. Cette différence est probablement la conséquence du cavalement et du tangage sur le cas étudié.

Cela nous montre que quelque soit le nombre de degrés de liberté, l'impact de la bathymétrie peut être important et doit donc être pris en compte.

8.3 Influence de la configuration

Afin de bien visualiser l'impact que peut avoir le positionnement relatif des SREVs dans un cas plus réaliste, on compare plusieurs types de configurations par fond variable.

8.3.1 Configuration en grille

On considère d'abord une ferme en configuration « grille » à 9 SREVs séparés régulièrement d'une distance $\delta x = \delta y$ que l'on fait varier (cf fig. 8.15). Le SREV central est placé à une position de référence fixe par rapport au domaine et la bathymétrie. En revanche, au niveau des autres SREVs, la profondeur varie d'un cas à l'autre en fonction de la distance inter-SREV. Dans ce cas, les SREVs de la rangée centrale auront donc une profondeur de 41,00m, et ceux des autres rangées une profondeur de $41,0\text{m} \pm dP$ avec $dP = \delta x/10$. Le PTO appliqué aux SREVs est identique pour tous les calculs.

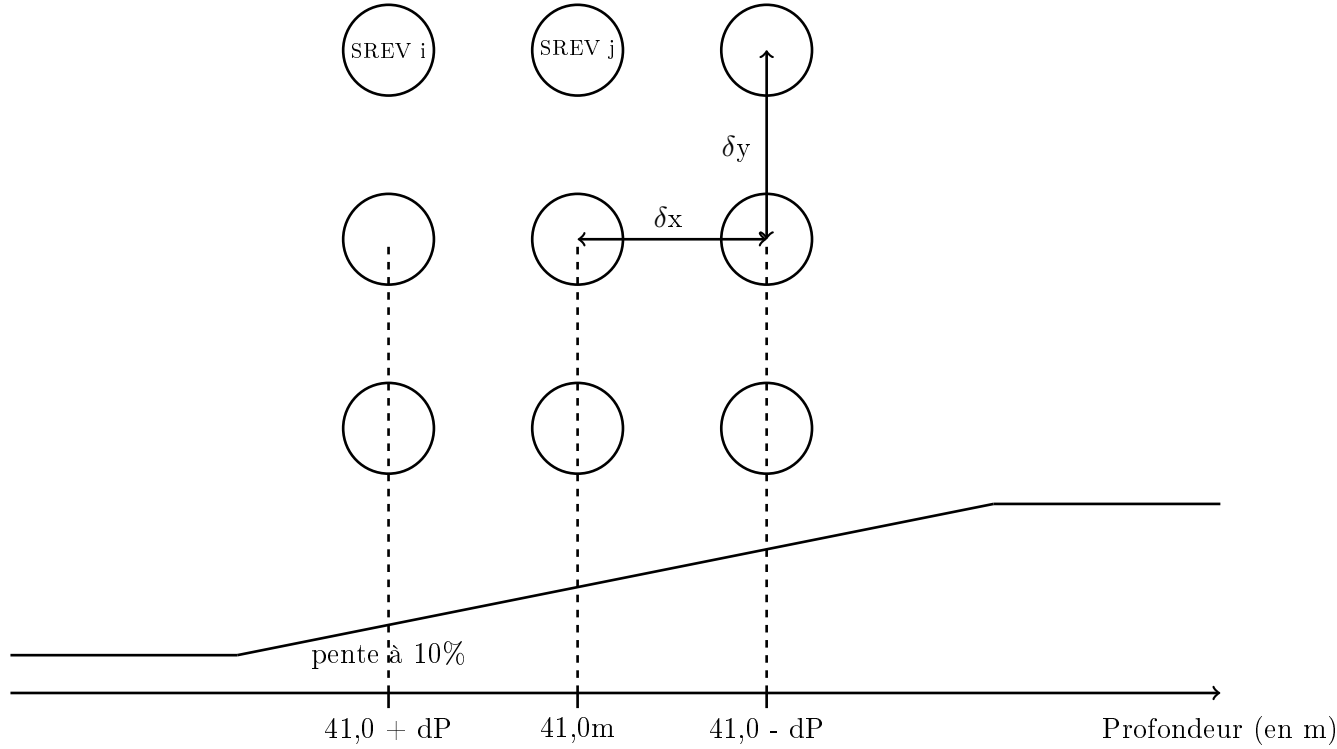


Figure 8.15 : Configuration de la ferme

L'objectif est de visualiser l'impact de la fréquence de la houle et de la distance entre les SREVs sur le q-factor qui définit le rendement d'une ferme par rapport à un même nombre de SREVs pris isolément. Autrement dit, le q-factor permet de mesurer les effets constructifs ou destructifs des interactions entre les SREVs de la ferme. Pour N SREVs où P_k est l'énergie récupérée par le SREV k , on a donc :

$$q_{factor} = \frac{\sum_{i=1}^N P_i}{N \times P_0} \quad (8.2)$$

On fait varier la distance $\delta x = \delta y$ dans l'intervalle [125m;225m] avec un pas de 5m et la période de la houle incidente dans l'intervalle [4.0s : 10.0s] avec un pas de 0,05 à 0,1s, puis on compare les résultats obtenus avec ceux par fond plat en faisant le rapport :

$$\text{Impact}_{en\%} = \frac{\text{q-factor}_{\text{ferme, bathymétrie variable}} - \text{q-factor}_{\text{ferme, fond plat}}}{\text{q-factor}_{\text{ferme de SREVs isolés}}} \quad (8.3)$$

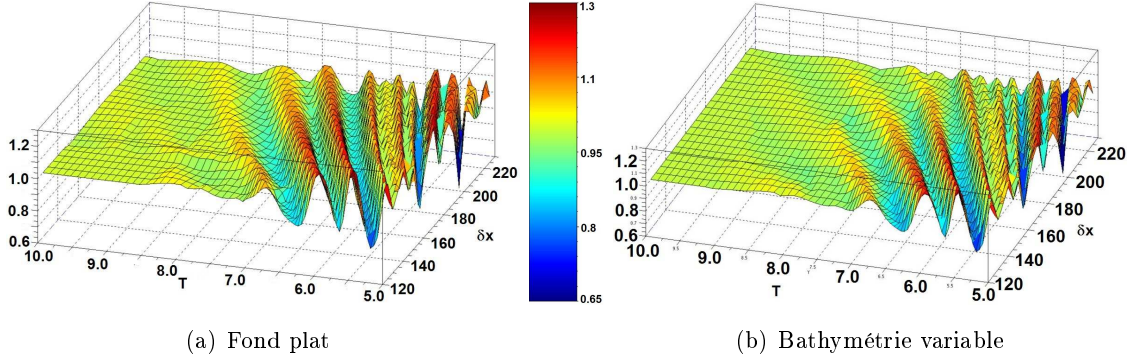


Figure 8.16 : q-factor en fonction de T et $\delta x = \delta y$ selon la bathymétrie

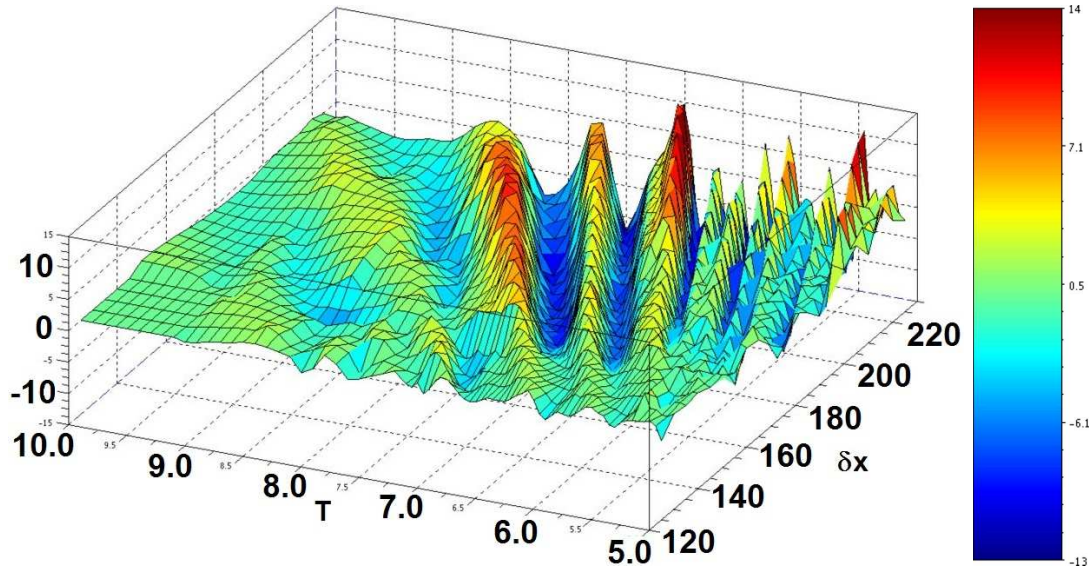


Figure 8.17 : Impact (en %) de la bathymétrie sur le q-factor

On constate que pour les grandes périodes, l'impact de la bathymétrie sur le rendement de la ferme se réduit. Cependant, pour des longueurs d'onde inférieures à $10D$ (D étant ici le diamètre du SREV), l'impact de la bathymétrie peut impacter le rendement jusqu'à 7% dans ce cas.

Cet impact dépend aussi de la distance entre les SREVs. On constate ici que plus la distance entre les SREVs est élevée, plus la différence est importante. Cela est causé dans ce cas par le fait que l'on a une pente au niveau de la ferme, donc plus la distance entre les SREVs est importante, plus la pente va avoir un impact sur le rendement de la ferme, car des SREVs seront à une profondeur

bien moindre.

La méthodologie utilisée ici permet donc de mesurer le rendement d'un ensemble de SREVs interagissant entre eux en prenant en compte la bathymétrie, ce qui permettra de mieux prédire la quantité d'énergie récupérable d'une ferme de systèmes houlomoteurs.

8.3.2 Comparaison entre plusieurs configurations

La méthode proposée ici permet aussi de comparer entre elles différentes configurations de fermes pour une bathymétrie donnée. On étudie et compare ici 3 configurations de fermes à 8 SREVs, l'une en forme de grille, l'autre en quinconce et enfin la dernière en forme de flèche (fig. 8.18). La distance caractéristique entre les SREVs est la même dans tous ces cas, ainsi que la houle incidente ($T = 8$ s et $H = 2$ m).

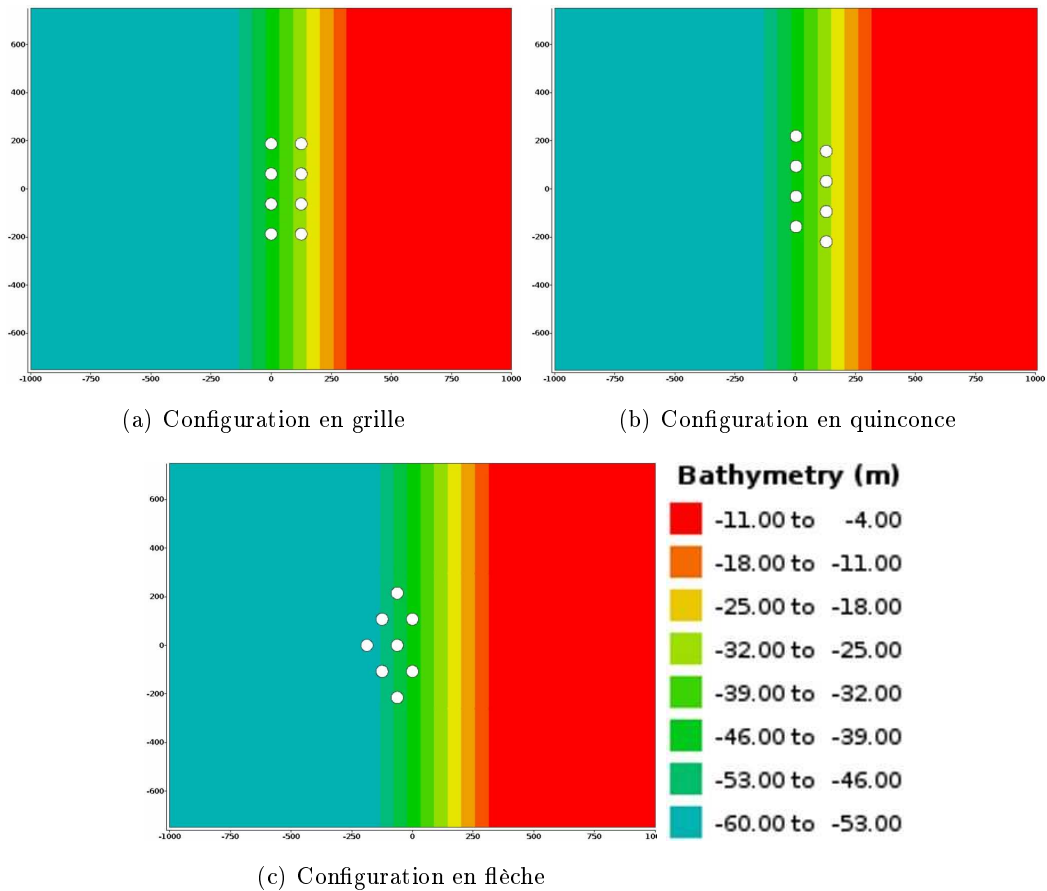
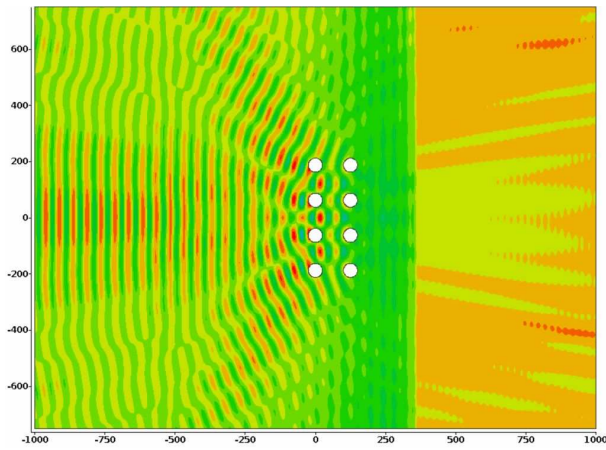
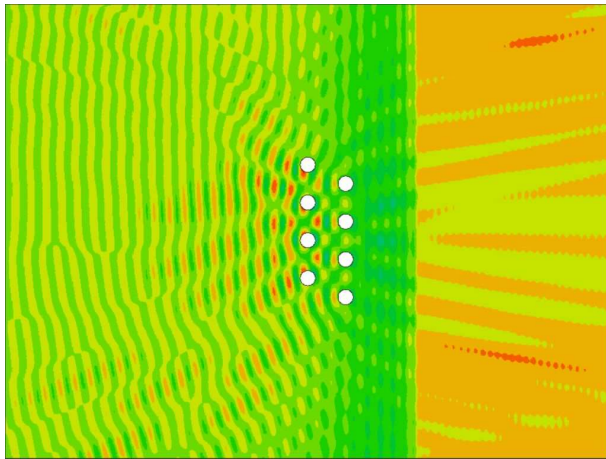


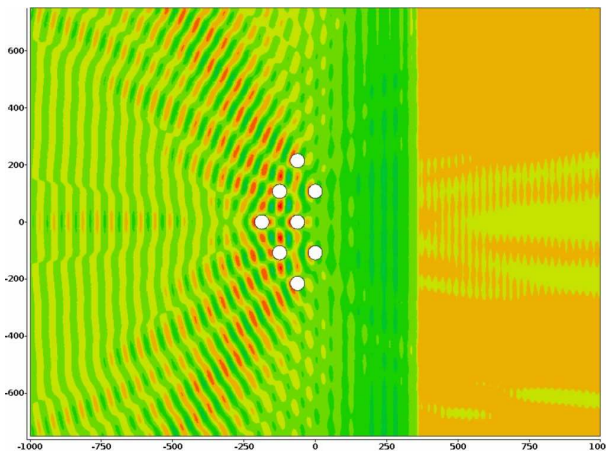
Figure 8.18 : Bathymétrie pour les différentes configurations de 8 SREVs étudiées



(a) Configuration grille



(b) Configuration quinconce



(c) Configuration flèche

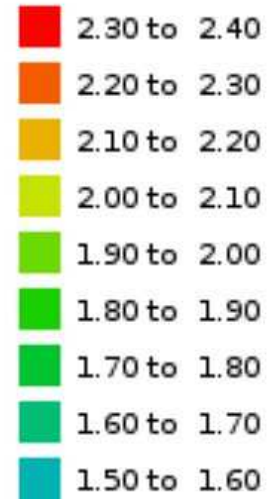
wave height (m)

Figure 8.19 : Hauteur du champ total de houle pour différentes configurations

Pour chacune de ces configurations, on calcule le q-factor (cf fig. 8.3), et on le compare au cas par

fond plat en faisant la différence $\frac{q-fact_{bathy}-q-fact_{fond\ plat}}{q-fact_{SREV\ isolé}}$:

Configuration	grille	quinconce	flèche
Fond plat (60m)	1,016	1,071	0,995
Bathymétrie variable	1,048	1,135	0,959
Différence	+3,2%	+6,4%	-3,6%

Table 8.3: q-factor en fonction de la configuration

On remarque que dans ces cas où la profondeur locale reste importante ($>30m$), le q-factor est déjà significativement impacté par la présence d'une bathymétrie variable, que ses effets soient constructifs (c'est-à-dire permettent une amélioration du rendement) ou destructifs (avec une diminution du rendement de la ferme). Cette variation de 3% à 6,5% n'est pas négligeable et montre l'importance de bien prendre en compte les variations du fond lors du calcul des interactions entre les SREVs. En effet, la bathymétrie modifie le champ incident, et donc le comportement des SREVs et le champ perturbé. Ces modifications impactent donc le rendement global de la ferme. De plus, on peut voir que selon la configuration (mais avec une distance entre les SREVs semblable), le rendement de la ferme varie. Ainsi, on constate que la configuration en quinconce permet de récupérer plus d'énergie que la configuration en flèche ou en grille, probablement du fait que la largeur de la ferme en quinconce est plus importante que celle en flèche, et que les SREVs de la première rangée de la configuration en grille masquent plus les SREVs de la deuxième que dans le cas en quinconce.

La méthode proposée dans ces travaux permet donc d'optimiser le productible ou la disposition relative des SREVs en fonction de la houle incidente et de la bathymétrie.

Chapitre 9

Étude expérimentale des effets de parc

9.1 Présentation de la campagne

Début 2013, dans le cadre du programme européen Hydralab-IV a eu lieu la campagne d'essais du projet WECwakes au Danish Hydraulic Institute (DHI) à Copenhague (Danemark). Cette campagne avait pour but d'étudier les effets de parc sur un ensemble de systèmes houlomoteurs de type « point absorber » (cf fig. 9.1).

J'ai eu l'occasion de participer à cette campagne d'essais (10 jours fin janvier 2013) durant les phases de mise en place des SREVs, puis de tests pour différentes configurations de fermes. Cette campagne expérimentale et les analyses issues de certains essais ont fait l'objet de plusieurs présentations et publications [68][69][64][65].

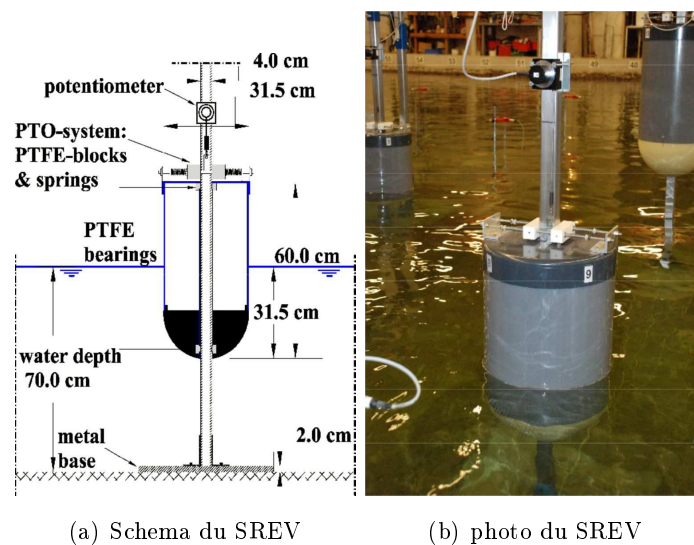


Figure 9.1 : SREV utilisé durant la campagne WECwakes

Mettant en œuvre de 1 à 25 SREVs (cf fig. 9.2 et 9.3), ces essais ont été réalisés avec plusieurs types de houles régulières et irrégulières, ainsi que dans différentes configurations, en quinconce ou alignés.



Figure 9.2 : disposition des SREVs

Lorsque l'on fait une expérience avec un nombre réduit de SREVs, les autres sont mis hors de l'eau grâce à un système de fixation qui les maintient en position haute sur le support.

Les dimensions des SREVs sont données sur la figure 9.1a), ce qui correspond à des SREVs de masse 20,4569kg. Ceux-ci n'ont qu'un degré de liberté et ne peuvent bouger qu'en pilonnement le long d'un axe de section carrée de 4,0cm de large. Le bassin fait 11m de large sur 12,5m de long. Les batteurs sont de type « piston » et couvrent toute la largeur du bassin qui se termine par une plage en gravier. La profondeur est uniforme et d'une valeur de 70,0cm.

Dans le cas que nous allons présenter ici, 9 puis 25 SREVs sont utilisés. Ils sont en configuration « grille », espacés chacun de respectivement 10 et 5 diamètres. Dans le cas choisi, ils sont soumis à une houle régulière de hauteur 14,8cm et de période 1,26s (la longueur d'onde correspondante est 1,66m). La distance entre 2 SREVs correspond donc respectivement à environ $1,9\lambda$ et $0,95\lambda$.

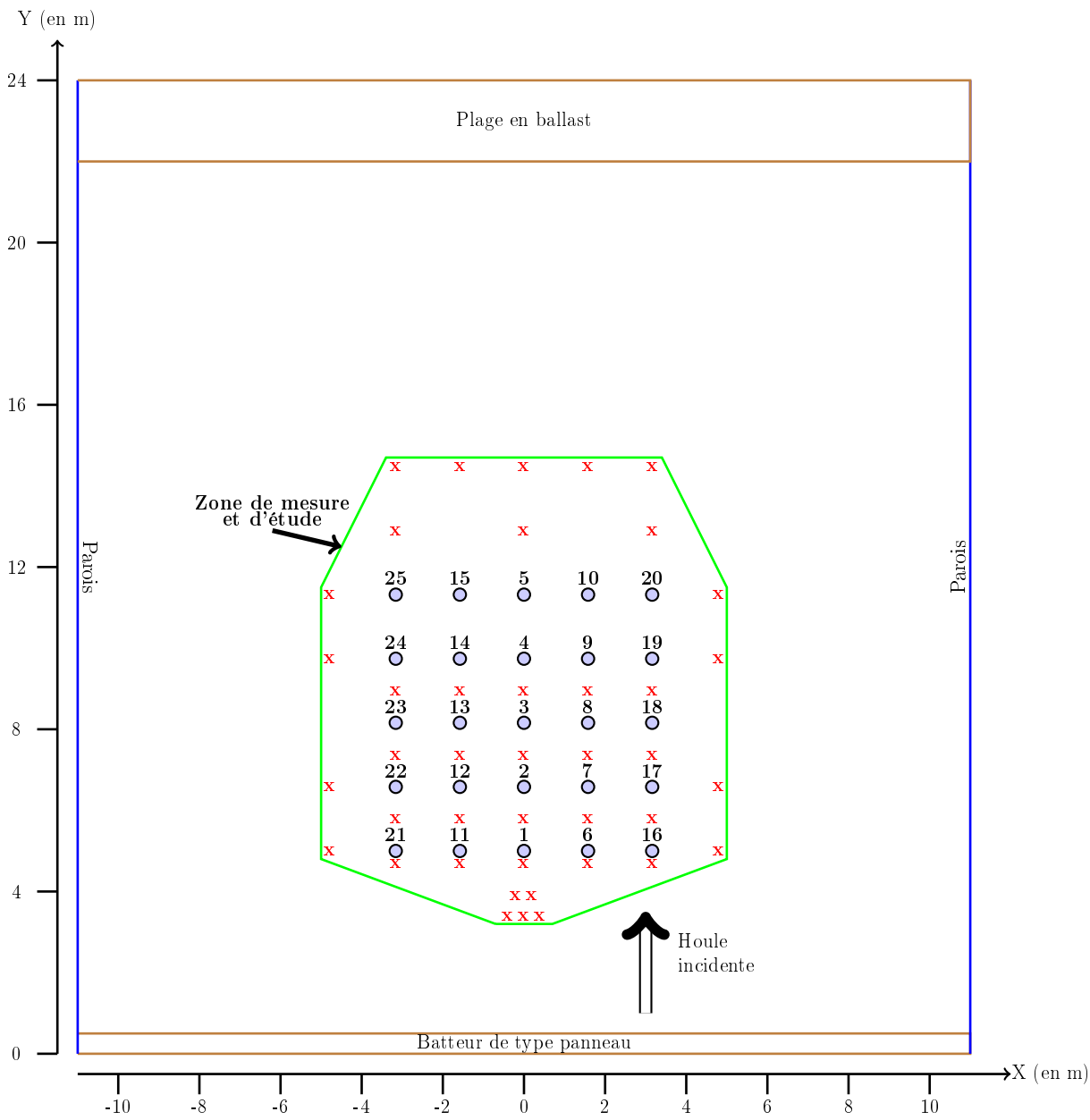


Figure 9.3 : disposition des SREVs

9.2 Répétabilité des expériences

Afin de valider le dispositif mis en place, plusieurs tests sont réalisés tandis que les SREVs sont en position haute (hors d'eau). Le champ incident n'est donc influencé que par le bassin (fond, plage, parois, ...), par les supports des SREVs et les instruments de mesure (sondes à houle). On mesure donc la hauteur moyenne du champ incident dans tout le domaine (fig. 9.4) :

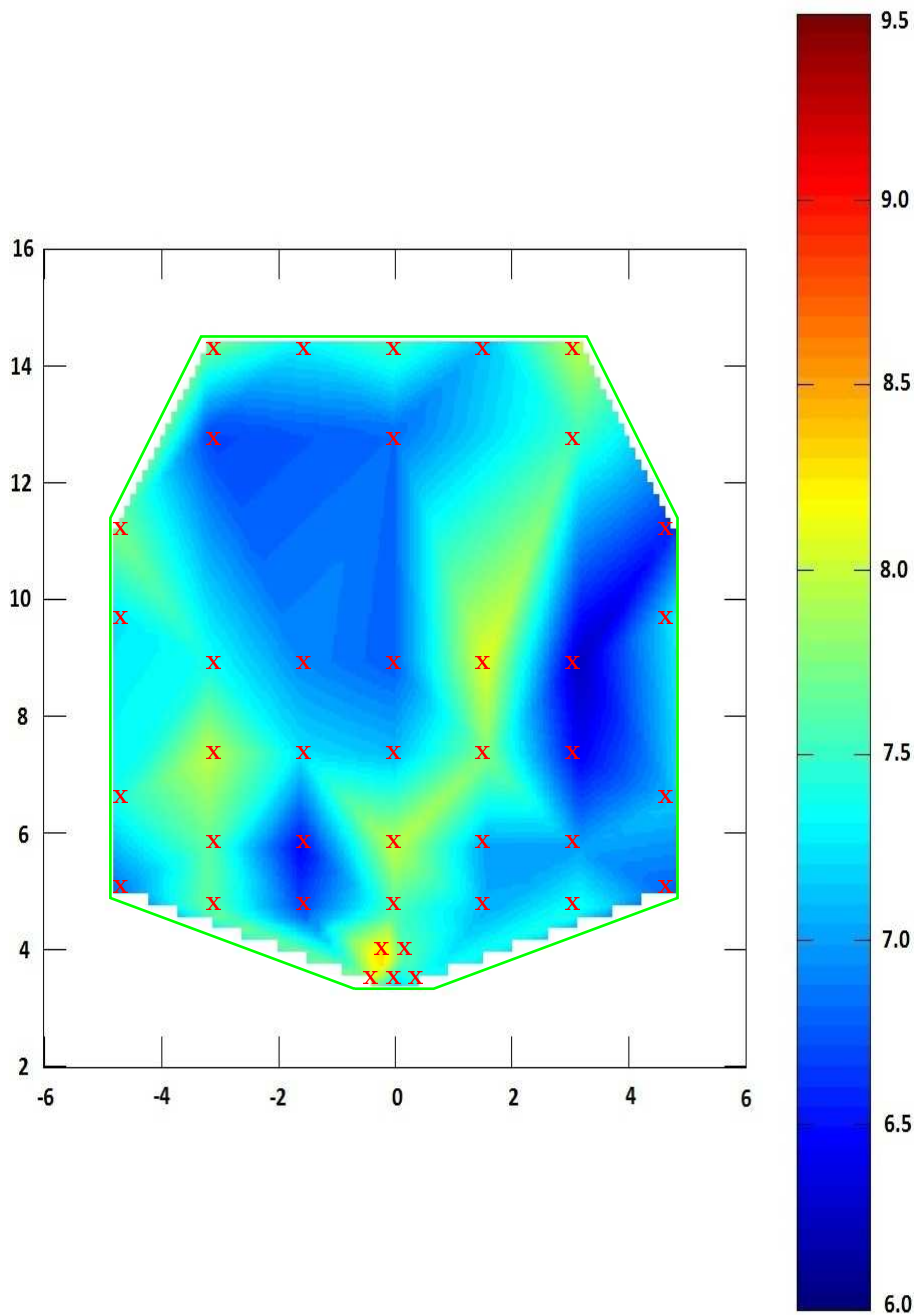


Figure 9.4 : Hauteur du champ de vague incident (en cm) (x désigne les sondes à houle)

On refait cette expérience 7 fois afin de vérifier que l'expérience est répétable, c'est-à-dire que les résultats ne vont pas varier de manière significative entre 2 essais identiques. On obtient (fig. 9.5) une variation de l'ordre de 0.5cm, c'est-à-dire de l'ordre de 6.7% de la hauteur du champ incident imposé :

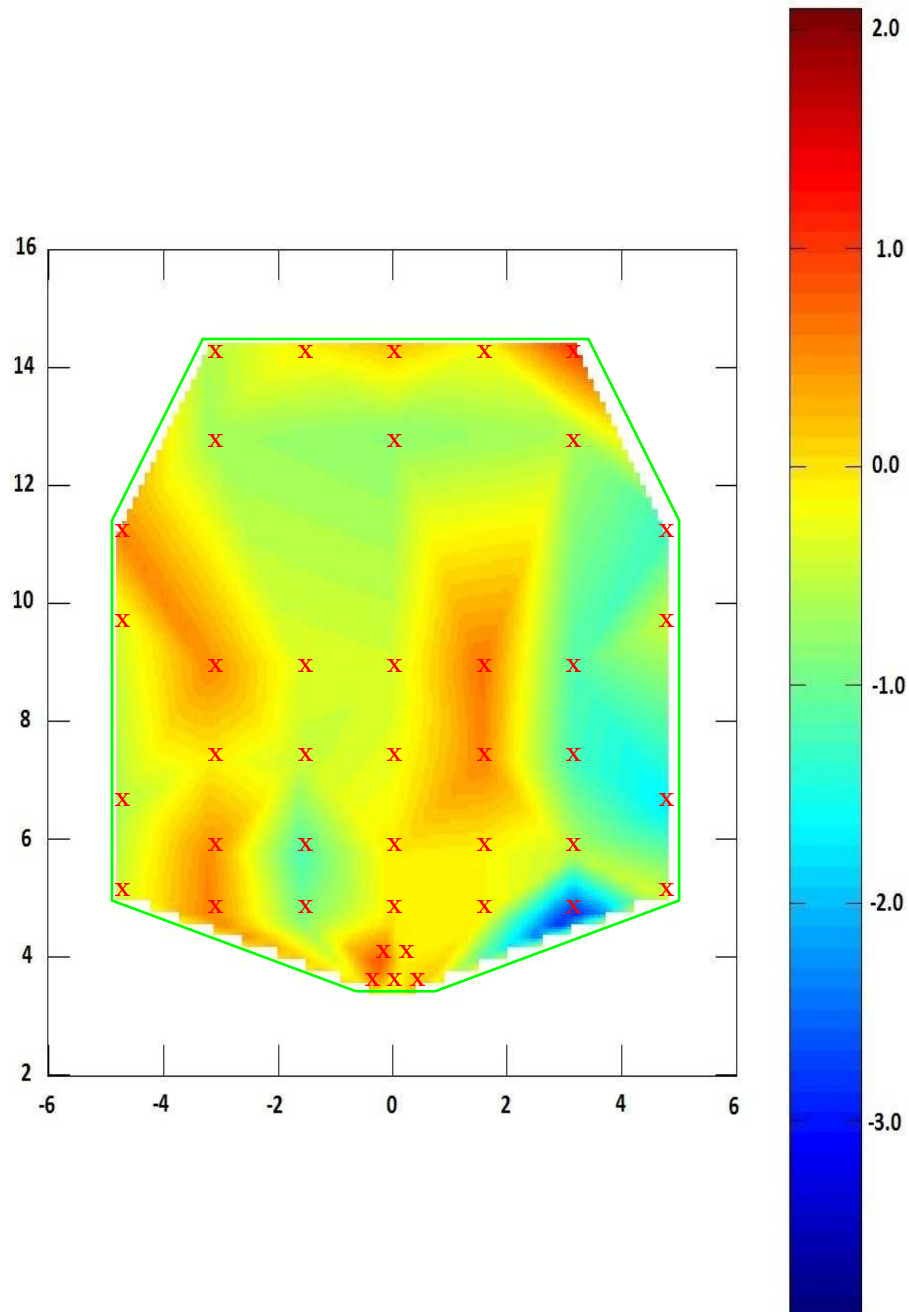


Figure 9.5 : Variation de la hauteur du champ incident (en cm) suite à 7 répétitions des mêmes conditions incidentes (x désigne les sondes à houle)

A partir de là, on en déduit la hauteur moyenne locale, et donc l'erreur locale par rapport à la

hauteur théorique; cette erreur, que l'on calcule en faisant le rapport :

$$\frac{\text{hauteur moyenne mesurée sur l'ensemble des tests}}{\text{hauteur théorique}} \quad (9.1)$$

Cette équation va caractériser la qualité de la propagation de la houle incidente (fig. 9.6). On trouve que la différence moyenne entre la valeur théorique et la valeur mesurée ne dépasse pas 3% de la valeur donnée en consigne d'entrée, sauf au centre du bassin où elle atteint 4,3%. Cela nous permet de conclure que la répétabilité est bonne, et que la houle est donc propagée de manière satisfaisante.

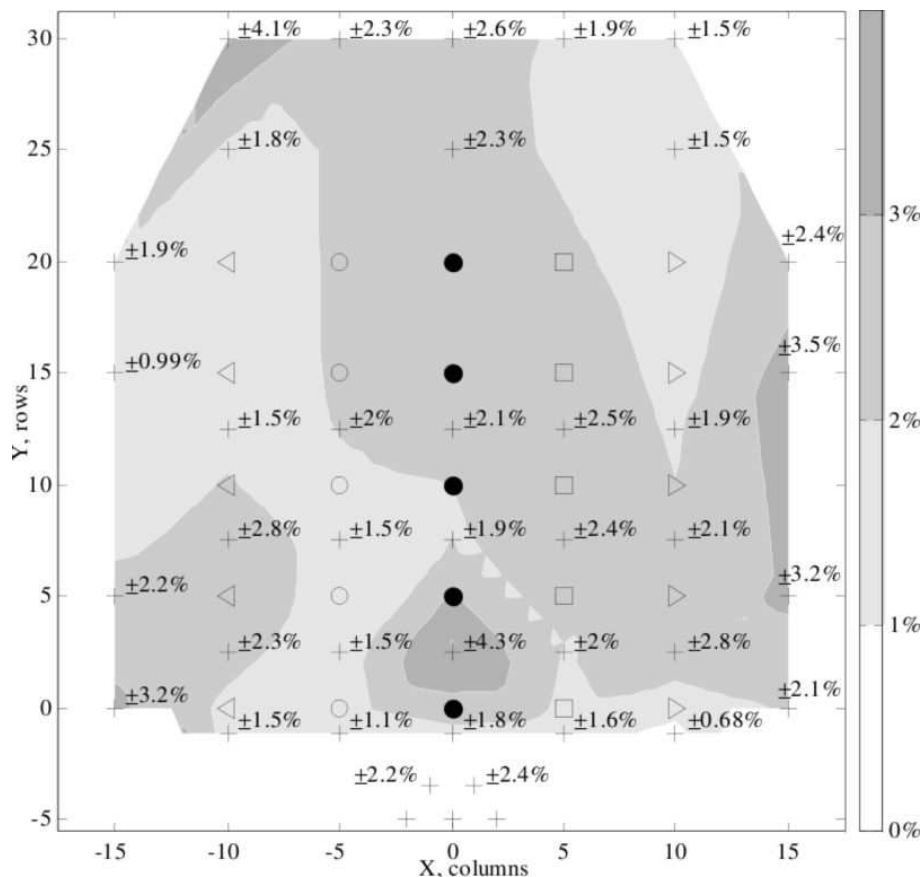


Figure 9.6 : Précision de la propagation du champ incident

9.3 Caractéristiques d'un SREV

Le PTO des SREVs utilisés est simulé par le frottement de deux blocs de teflon sur le support en inox des flotteurs. Ces blocs de teflon sont plaqués sur le support grâce à des ressorts exerçant une force totale de 16,075N.

Plusieurs tests sont réalisés afin de mesurer l'amplitude du pilonnement d'un SREV seul (SREV n°3) excité par la houle décrite précédemment (cf tableau 9.1).

Essai n°	amplitude du mouvement
1	14,00cm
2	14,18cm
3	14,29cm
4	14,24cm
moyenne	14,18cm

Table 9.1: Répétabilité d'une expérience avec 1 SREV

L'écart type est de 0,13 cm, ce qui représente un peu moins de 1% de l'amplitude moyenne de pilonnement du SREV.

Plusieurs raisons peuvent expliquer cet écart-type. Tout d'abord, comme on l'a vu précédemment, la propagation de la houle se fait avec une bonne répétabilité incluant une erreur pouvant atteindre quelques pourcents. A l'emplacement du SREV étudié, cette erreur est de l'ordre de 2,2%. Cette approximation peut donc être à l'origine d'une partie de cette variation de l'amplitude du mouvement de pilonnement du SREV. De plus, on s'est aperçu au cours des expériences que le coefficient de frottement des blocs de teflons sur le support en inox pouvait être sensible à la présence d'eau ou d'un éventuel encrassement. Le tuteur et les blocs de teflons n'étant pas forcément nettoyés entre chaque test, il est possible que la présence d'eau ou de crasse ait pu altérer l'action du PTO par rapport à la valeur souhaitée.

9.4 Effets de parc, q-factor pour un cas à 9 SREVs

On mouille maintenant 9 SREVs espacés de 10D (9.7) puis 5D (9.8), et on les soumet à la houle incidente. On calcule ensuite le q-factor pour chaque SREV de la façon suivante afin de gommer l'erreur de propagation de la houle incidente mis en évidence dans le §9.2 :

$$\text{q-factor}(SREV_i) = \frac{E_{\text{abs}}}{E_{\text{ref}}} \times \frac{H_{\text{ref}}}{H_{\text{abs}}} \quad (9.2)$$

avec E_{abs} l'énergie absorbée par le SREV étudié, E_{ref} l'énergie absorbée par le SREV de référence (SREV isolé), H_{abs} la hauteur moyenne de la houle mesurée à l'emplacement du SREV en absence de la ferme, et H_{ref} la hauteur moyenne de la houle mesurée à l'emplacement du SREV de référence en l'absence de la ferme

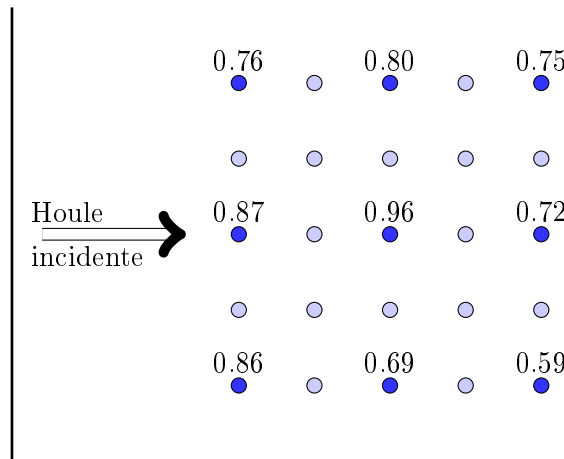


Figure 9.7 : q-factor expérimental pour la configuration à 9 SREVs espacés de 10D

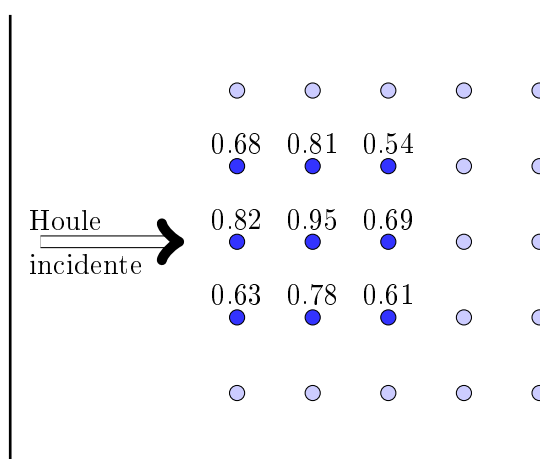


Figure 9.8 : q-factor expérimental pour la configuration à 9 SREVs espacés de 5D

On constate tout d'abord que le résultat n'est pas exactement symétrique. Cela est surtout visible dans le cas 10D, probablement du fait de la plus grande proximité des parois du bassin (ce qui est surtout le cas des SREVs 16 à 20)), lesquels doivent impacter les SREVs par les réflexions que cela engendre. A cela, on peut ajouter les approximations de la valeur du PTO du fait de son réglage un peu délicat et de la présence éventuelle d'eau ou de crasse qui va modifier le coefficient de frottement du teflon sur le support.

Ensuite, on constate que globalement le q-factor de la ferme est dans ce cas ci négatif. En effet, l'amplitude moyenne du mouvement de chaque SREV diminue en moyenne de 25% par rapport au cas où l'on a un SREV isolé, mettant en évidence le caractère destructif des interactions pour une configuration de SREVs en grille avec ces dimensions.

Afin de mieux visualiser les effets de parc, on trace l'amplitude du mouvement (obtenus grâce aux capteurs de position des SREVs) de chaque SREV par ligne puis par colonne du cas avec un espacement entre SREVs de 5D, puis les résultats d'une simulation avec Aquaplan que j'ai réalisée pour une configuration similaire (voir fig. 9.9).

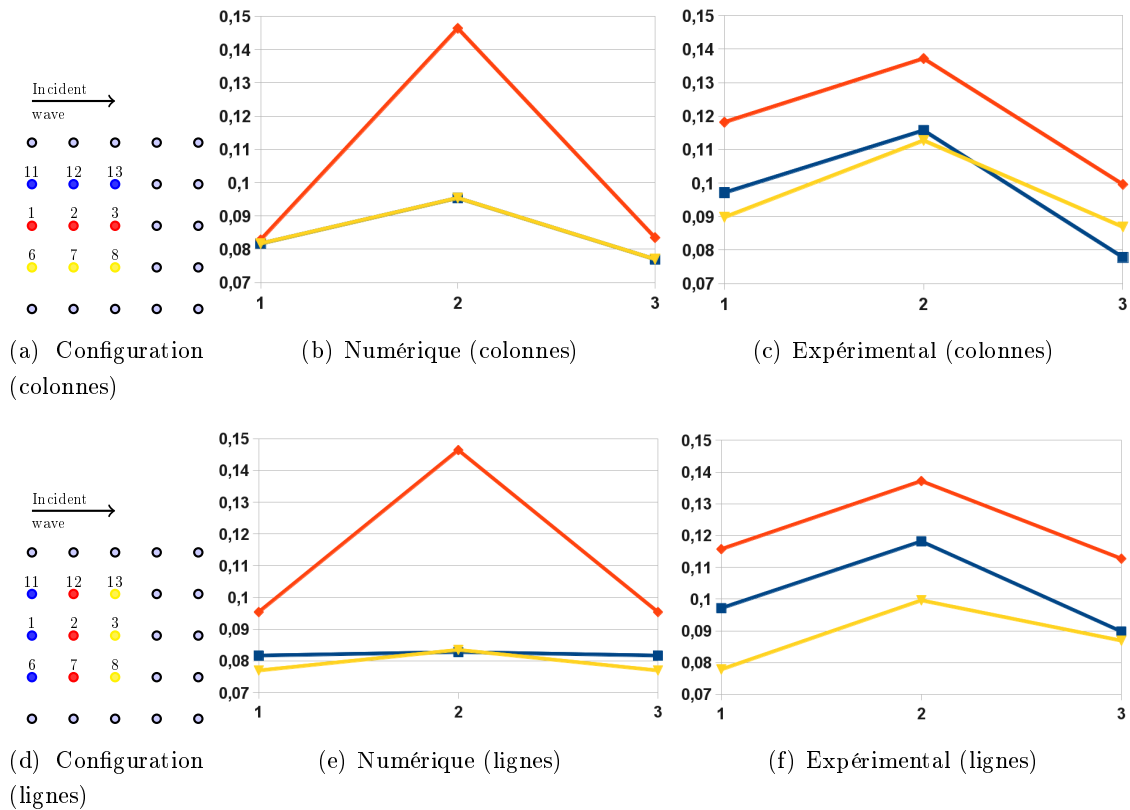


Figure 9.9 : Comparaison de l'amplitude du mouvement de pilonnement entre les expériences et les valeurs numériques calculées avec Aquapuls. Les résultats sont donnés par colonne (gauche en bleu, centrale en orange et droite en jaune) et par rangée (1^{ère} rangée en bleu, 2^{ème} en orange, 3^{ème} en jaune)

Sur ces résultats, on peut constater deux choses. Sur la figure 9.9c, on peut voir que pour chaque colonne le SREV central a une amplitude de mouvement plus importante que le SREV de tête ou de queue de colonne. Ce résultat est le fruit des interactions entre les SREVs qui permettent aux SREVs latéraux et aval d'apporter un surplus d'énergie au SREV central. On constate aussi que les SREVs de la colonne 1 et 2 (les deux colonnes latérales) donnent un résultat similaire, preuve que la ferme a un comportement à peu près symétrique.

La figure 9.9d nous enseigne que d'une manière générale la dernière ligne récupère moins d'énergie que les autres, mais que les lignes du milieu peuvent aussi récupérer plus d'énergie que les premières lignes grâce aux des interactions hydrodynamiques. Par exemple, dans notre cas, les amplitudes de mouvement des SREVs de la ligne 2 sont plus importantes que celles de la ligne 1, qui sont elles même plus importantes que celles de la ligne 3. De plus, on retrouve ce caractère de symétrie, le premier et le dernier SREV de chacune de ces lignes ayant une amplitude de pilonnement similaire, la différence pouvant être due à une différence de PTO ou des effets de bords mal maîtrisés.

Si les résultats sont un peu différents de ceux obtenus numériquement (fig. 9.9b&d), on retrouve bien ces notions de symétrie et d'interactions permettant au SREV central de récupérer plus d'énergie. Des écarts pour les amplitudes sont également observées, probablement en raison de la difficultés à mesurer le PTO expérimental avec précision (frottements du SREV le long du support,

coefficient de frottement téflon/acier de le PTO pouvant être modifiée par la présence d'eau ou de salissures), mais les ordres de grandeur restent similaires et les amplitudes varient de façon similaire.

9.5 Effets de parc, q-factor pour un cas à 25 SREVs

Après avoir réalisé des expériences avec 9 SREVs espacés de 5D puis 10D, on fait de même avec les 25 SREVs espacés de 5D déployés dans le bassin. Puis, on calcule le q-factor (fig. 9.10) et on trace l'amplitude de pilonnement pour chaque ligne de SREVs (fig. 9.11).

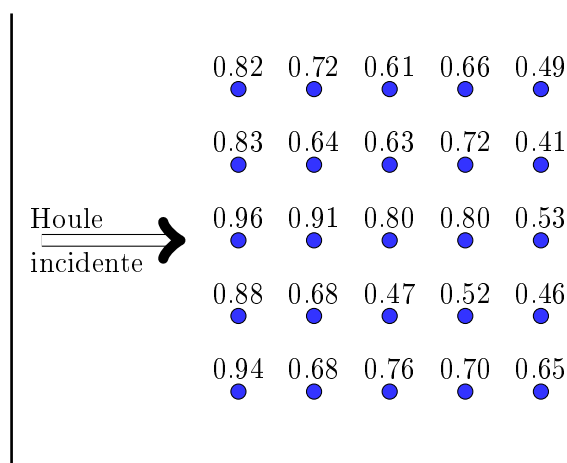


Figure 9.10 : q-factor expérimental pour la configuration 25 SREVs

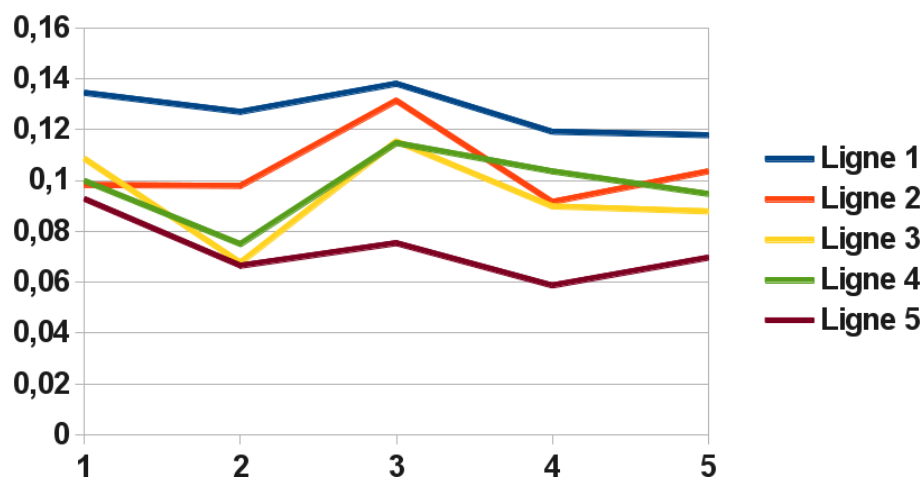


Figure 9.11 : Amplitudes de pilonnement mesurées expérimentalement

Comme dans le cas à 9 SREVs, on constate un effet de symétrie sur chaque ligne de SREVs par rapport au SREV central, mais avec une légère diminution de l'amplitude de pilonnement des SREVs pour ceux de la colonne de droite. Le fait que cette légère diminution des amplitudes de

mouvement des SREVs de droite par rapport à ceux de gauche soit régulière semble montrer qu'il s'agit soit d'un effet de la paroi du bassin, soit d'un effet du batteur, lequel est composé de 2 types de panneaux différents.

Enfin, on peut aussi observer que les SREVs des lignes les plus proches du batteur ont un mouvement plus important et ont un effet de masque sur les SREVs arrière. Ce phénomène de « masque » se conjugue avec le phénomène de radiation/diffraction des SREVs arrières qui peuvent apporter de l'énergie aux SREVs amont et ainsi participer à l'accroissement de leur mouvement de pilonnement.

Les analyses et comparaisons à des simulations numériques réalisées dans ce chapitre ne constituent qu'une première étape exploratoire. Un travail important reste à mener pour traiter les différents essais et procéder à des comparaisons plus poussées avec des simulations numériques.

Partie III

Impact d'une ferme de systèmes houlomoteurs sur le climat de vagues à l'échelle régionale

Chapitre 10

Méthodologie de calcul de l'impact d'une ferme de SREVs sur le climat de houle

10.1 Objectif

Dans la partie [II](#), la méthodologie développée a permis de modéliser les effets de la bathymétrie, ainsi que les effets de radiation/diffraction autour des SREVs représentant ainsi les effets d'interactions et de parc à l'échelle de la ferme sur le champ de vagues local. L'inconvénient de la méthode proposée précédemment est qu'elle travaille à une échelle relativement petite, l'échelle de la ferme, c'est-à-dire avec un domaine d'une taille de l'ordre de quelques km. Cette échelle ne permet donc pas de prendre en compte de grandes emprises, et donc les effets du trait de côte, les effets du fetch ou encore les interactions entre plusieurs fermes distantes.

L'objectif de cette partie est donc de proposer un modèle permettant non seulement de modéliser de grandes emprises (de l'ordre de 10km ou plus), mais aussi de prendre en compte le vent, les courants, le trait de côte et la bathymétrie, ainsi éventuellement que les autres fermes. Afin d'étudier cette méthodologie, elle sera appliquée à un cas réel, en utilisant par exemple un site crédible et documenté pour l'exploitation d'un ensemble de systèmes houlomoteurs.

10.2 Revue des travaux antérieurs

C'est au tournant des années 2000 que les études sur l'impact des fermes de SREVs sur l'environnement ont commencé en utilisant une méthode spectrale. D'abord sur le plan théorique [\[34\]](#), on commence à voir quelques études de cas pratiques depuis 2010 [\[38\]](#).

Dans le cadre du projet PerAWaT (Performance Assessment of Wave and Tidal Array Systems) lancé en 2009, de nombreux travaux ont été réalisés afin de pouvoir modéliser l'action des SREVs en utilisant un code spectral de propagation des états de mer.

En 2011, [\[34\]](#) a proposé une méthode afin de prendre en compte les SREVs dans un code spectral

de propagation des états de mer. L'idée est de modéliser l'absorption d'énergie par les SREVs grâce à l'utilisation d'un terme puits. Pour chaque composante du spectre de la houle incidente, un coefficient d'absorption est calculé par ailleurs et implémenté dans le code spectral.

Suite logique de ces travaux, cette méthode a été développée dans [32] afin de calculer l'énergie récupérée par une ferme de systèmes houlomoteurs.

En 2011, [60] a proposé une forme simplifiée de ce concept en utilisant un coefficient arbitraire moyen afin de montrer les avancées de la méthode par rapport aux cas précédents où l'on considérait la ferme comme étant une zone homogène à laquelle on pouvait appliquer ce terme puits.

Dans le même temps, [42] a étudié l'évolution du facteur d'influence d'un SREV en fonction de la distance par rapport à celui-ci et de la période. Il montre ainsi que plus on s'éloigne du SREV, plus son impact sur un éventuel autre SREV est faible, que cet impact soit constructif ou destructif.

Puis, [72] a présenté l'étude d'un cas plus réaliste avec cette même méthode. Cette étude montre que la différence entre l'utilisation de la méthode du terme puits et un code fréquentiel est très faible, et que l'énergie absorbée est relativement bien évaluée. Ainsi, l'erreur est inférieure à 0.8% pour un SREV oscillant, et inférieure à 1% pour le calcul du q-factor pour une ferme de 4 SREVs. De plus, cette méthode a été comparée dans [31] à des résultats expérimentaux, dans des cas comprenant de 22 à 24 SREVs. On y trouve ainsi une erreur pouvant atteindre 15% entre Tomawac utilisant le principe du terme puits et les expériences selon les états de mer et la configuration de la ferme.

Enfin, on note quelques cas d'études concrets grâce à ces méthodes. Par exemple, en 2010, [38] simule l'implantation de 6 SREV de types Wave Dragon au large de la côte roumaine à l'aide du code de propagation spectral SWAN. Il met ainsi en évidence une diminution sensible de la hauteur significative de la houle au niveau de la côte.

10.3 Approche proposée

Comme on peut le voir, la méthode la plus souvent employée est celle du terme puits, c'est-à-dire que l'on simule la présence des SREVs par un coefficient d'absorption. Cette méthode permet de représenter l'énergie récupérée par la ferme de manière correcte, au moins dans les cas où les lignes de SREVs sont suffisamment éloignées. Cependant, cette méthode a l'inconvénient de ne pas prendre en compte les effets de radiation/diffraction, et donc une partie des interactions entre les SREVs. Or, ces interactions peuvent avoir un effet (constructif ou destructif) non-négligeable sur le rendement de la ferme, mais surtout cela ne permet pas de mesurer précisément l'impact de la ferme sur le climat de vagues.

Si, dans un premier temps, nous évaluons cette technique, nous souhaitons dans un second temps proposer une méthode alternative. L'objectif de cette méthode est de remplacer dans le code de propagation, à l'image de ce qui a été fait dans la partie II, les SREVs par des îles fictives. À la frontière de ces îles qui auront une taille similaire à celle des SREVs considérés, on cherche à imposer un spectre de houle modifié prenant en compte le champ perturbé. Calculé à partir d'une forme analytique reprenant le potentiel perturbé calculé pour chaque composante de la houle par un code BEM, ce spectre prend en compte les effets de radiation/diffraction. Ces résultats seront ensuite comparés avec ceux obtenus en utilisant un terme puits, puis discutés et comparés avec une forme analytique que l'on détaillera.

Pour plus de détail concernant la méthodologie de calcul, on pourra se référer à l'annexe C.

10.4 Propagation spectrale d'un état de mer à l'aide de Tomawac

10.4.1 Introduction

Destiné à l'étude de la génération et de la propagation des états de mer, Tomawac [39] fait partie de la plate-forme hydro-informatique Telemac-Mascaret [2][47]

Ce code de propagation spectral des états de mer résout l'équation de l'évolution d'action d'onde en espace et en temps soumise aux interactions entre l'océan et l'atmosphère, la bathymétrie et les courants.

On rappelle ci-après quelques éléments sur la modélisation spectrale employée dans Tomawac, mais le lecteur intéressé est invité à se reporter à la documentation du code [39] pour tout complément.

10.4.2 Représentation spectrale des états de mer

Pour une houle monochromatique et monodirectionnelle, la déformée de la surface libre peut s'écrire :

$$\eta(x, y, t) = A \cdot \cos[k(x \cdot \sin \theta + y \cdot \cos \theta) - \omega \cdot t + \varphi] \quad (10.1)$$

avec η la déformée de la surface libre, A l'amplitude de la houle, k son nombre d'onde, θ la direction de propagation, ω sa pulsation et φ la phase. La relation de dispersion est la suivante :

$$\omega^2 = g \cdot k \cdot \tanh(kh) \quad (10.2)$$

avec g la constante gravitationnelle et h la hauteur d'eau. L'énergie correspondante par unité de surface vaut :

$$E = \frac{1}{2} \rho g A^2 = \frac{1}{8} \rho g H^2 \quad (10.3)$$

Si l'on passe maintenant à un état de mer irrégulier et multidirectionnel, la déformée de la surface libre peut s'écrire comme une somme de M composantes sinusoïdales élémentaires :

$$\eta(x, y, t) = \sum_{m=1}^M \eta_m(x, y, t) = \sum_{m=1}^M A_m \cdot \cos(k_m(x \cdot \sin \theta_m + y \cdot \cos \theta_m) - \omega_m \cdot t + \varphi_m) \quad (10.4)$$

et l'énergie par unité de surface en plan s'écrit pour cet état de mer :

$$E = \sum_{m=1}^M \frac{1}{2} \rho g A_m^2 \quad (10.5)$$

On généralise cette représentation discrète au cas d'un spectre continu d'énergie $F(f, \theta)$ grâce à la correspondance suivante :

$$E(f, \theta) df d\theta = \sum_f \sum_{\theta} \frac{1}{2} \rho g A_m^2 \quad (10.6)$$

Par convention, on utilise la plupart du temps la variable $F(f, \theta)$ qui représente la densité spectro-angulaire de variance :

$$F(f, \theta) = \frac{E(f, \theta)}{\rho g} \quad (10.7)$$

Le moment d'ordre n du spectre correspondant s'écrit :

$$m_n = \int_{f=0}^{\infty} \int_{\theta=0}^{2\pi} f^n F(f, \theta) df d\theta \quad (10.8)$$

En particulier, à partir du moment d'ordre 0, on peut calculer la hauteur significative de la houle :

$$H_{m_0} = 4\sqrt{m_0} \simeq H_{1/3} \quad (10.9)$$

10.4.3 Équation résolue par Tomawac

L'équation résolue en coordonnées cartésiennes par Tomawac [39] s'écrit :

$$\frac{\partial N}{\partial t} + \dot{x} \frac{\partial N}{\partial x} + \dot{y} \frac{\partial N}{\partial y} + \dot{\theta} \frac{\partial N}{\partial \theta} + \dot{f}_r \frac{\partial N}{\partial f_r} = \tilde{B} \tilde{Q}(x, y, \theta, f_r, t) \quad (10.10)$$

avec

$$N(x, y, k_x, k_y, t) = \frac{CC_g}{2\pi\omega} \tilde{N}(x, y, f_r, \theta, t) = \tilde{B} \cdot \tilde{F}(x, y, f_r, \theta, t) \quad (10.11)$$

où $\tilde{B} = \frac{C_g}{(2\pi)^2 k f_r}$.

De plus, les composantes du vecteur des vitesses s'écrivent :

$$\begin{aligned} \dot{x} &= C_g \cdot \sin(\theta) + U_x \\ \dot{y} &= C_g \cdot \cos(\theta) + U_y \\ \dot{\theta} &= -\frac{1}{k} \frac{\partial \omega}{\partial h} \tilde{G}_n(h) - \frac{\vec{k}}{k} \tilde{G}_n(\vec{U}) \\ \dot{f}_r &= \frac{1}{2\pi} \left[\frac{\partial \omega}{\partial h} \left(\frac{\partial h}{\partial t} + \vec{U} \cdot \vec{\nabla} h \right) - C_g \vec{k} \cdot \tilde{G}_t(\vec{U}) \right] \end{aligned}$$

Les opérateurs $\tilde{G}_n$ et $\tilde{G}_t$ correspondent à la composante normale et tangentielle du gradient directionnel s'écrivent :

$$\begin{aligned} \tilde{G}_n(g) &= \vec{n} \cdot \vec{\nabla} g = \cos(\theta) \frac{\partial g}{\partial x} - \sin(\theta) \frac{\partial g}{\partial y} \\ \tilde{G}_t(g) &= \vec{t} \cdot \vec{\nabla} g = \sin(\theta) \frac{\partial g}{\partial x} + \cos(\theta) \frac{\partial g}{\partial y} \end{aligned}$$

10.4.4 Diffraction du fond

Afin de prendre au moins partiellement en compte des effets de la diffraction (causée par exemple par un récif émergent), le calcul du nombre d'onde k est modifié :

$$|K|^2 = k^2(1 + \delta) \quad (10.12)$$

où

$$\delta_{MSE} = \frac{\nabla \cdot (CC_g \nabla a)}{k^2 CC_g a} \quad (10.13)$$

dans le cas de l'utilisation de l'équation de Bekhoff [24] , et

$$\delta_{RMSE} = \frac{\nabla \cdot (k^{-2} \nabla a)}{A} \quad (10.14)$$

dans le cadre de l'équation « mild slope » révisée (Porter [59]), avec $A = ak\sqrt{CC_g}$

10.4.5 Termes sources et puits

Tomawac permet de prendre en compte les interactions de quadruplets de vagues, l'action du vent ou des courant sur la houle, sous la forme de termes sources et puits Q . Ces termes correspondent à un apport ou une diminution locale du niveau d'énergie.

En pratique, utilisant une méthode de pas fractionnaires, Tomawac résout d'abord l'équation sans prendre en compte les termes sources :

$$\frac{\partial BF}{\partial t} + \vec{V} \cdot \vec{\nabla}(BF) = 0 \quad (10.15)$$

discretisée sous la forme :

$$\frac{(BF)^* - (BF)^n}{\Delta t} = \left[\vec{V} \cdot \text{grad}(BF) \right]^n \quad (10.16)$$

Puis il résout l'équation en prenant en compte les termes sources et puits, le terme Q représentant ici l'absorption d'une partie de l'énergie de la houle par le SREV :

$$\frac{\partial F}{\partial t} = Q \quad (10.17)$$

discretisée sous la forme :

$$\frac{F^{n+1} - F^*}{\Delta t} = \frac{\Delta F}{\Delta t} = (1 - \chi)Q^* + \chi Q^{n+1} \quad (10.18)$$

avec $\chi = 1/2$ car un schéma semi-explicite est ici utilisé. Dans le cas d'un terme source ou puits linéaire, de la forme $Q(f, \theta) = \beta F(f, \theta)$, ce qui est le cas pour le terme puits représentant le SREV, on a :

$$\Delta F = \frac{\Delta t \cdot Q_{tot}}{1 - \chi \Delta t Q_{der}} \quad (10.19)$$

avec

$$Q_{tot} = ((1 - \chi)\beta^* + \chi\beta^{n+1})F^* \quad (10.20)$$

et

$$Q_{der} = \beta^{n+1} \quad (10.21)$$

Ce sont ces deux termes, Q_{tot} et Q_{der} qui seront à modifier dans Tomawac, pour prendre en compte le SREV au travers du coefficient β .

10.4.6 Spectre initial et imposé aux limites

En chaque début de simulation, il faut renseigner le spectre initial appliqué aux frontières maritimes du modèle. Ce spectre s'écrit :

$$F(f, \theta) = E(f).D(\theta) \quad (10.22)$$

avec

$$E(f) = \alpha_{phil} H_{m0}^2 \frac{f_p^4}{f^5} \exp \left[-\frac{5}{4} \left(\frac{f_p}{f} \right)^4 \right] \gamma^{\exp \left[-\frac{(f - f_p)^2}{2\sigma^2 f_p^2} \right]} \quad (10.23)$$

et

$$D(\theta) = \lambda \tilde{D}(\theta, \theta_1, S_1) + (1 - \lambda) \tilde{D}(\theta, \theta_2, S_2) \quad (10.24)$$

avec une discrétisation fréquentielle de la forme :

$$f_k = f_0 \times R^{k-1} \quad (10.25)$$

où $k \in [1; NF]$, et dans notre cas une fonction de distribution angulaire de la forme :

$$\tilde{D}(\theta, \theta_0, S) = \frac{1}{\Delta(s)} \cos^{2s}(\theta - \theta_0) \quad (10.26)$$

avec α_{phil} la constante initiale de Phillips, H_{m0} la hauteur significative spectrale de la houle, f_p la fréquence pic, f_0 la fréquence minimale, f la fréquence, γ le facteur de pic, Δ le facteur de normalisation de la fonction de distribution angulaire, R la raison fréquentielle, θ la direction de la houle, et s l'indice d'étalement angulaire.

Chapitre 11

Prise en compte de l'action des SREVs dans un code spectral par utilisation d'un terme puits

Afin de modéliser l'impact de fermes de SREVs, la méthode couramment utilisée est celle du terme puits. Cette méthode consiste à soustraire au flux d'énergie incident l'équivalent de l'énergie absorbée par le SREV à travers l'expression de la largeur de capture CW. Plusieurs options sont envisageables afin de connaître le niveau d'énergie à absorber, soit en utilisant un code BEM comme Nemoh ou Aquaplan, soit grâce à des expérimentations qui permettent de connaître la valeur réelle de l'énergie récupérée par le SREV.

Ce terme puits va donc absorber un pourcentage de l'énergie de la houle incidente aux points du maillage correspondant à l'emprise du SREV. Cette méthode a l'avantage de bien prendre en compte l'énergie absorbée par les SREVs, mais l'inconvénient de ne pas prendre en compte les effets de radiation et de diffraction.

La première étape est de calculer l'énergie moyenne absorbée par le SREV. Le PTO étant simulé à travers l'ajout d'un terme d'amortissement B et d'une raideur K , la force F_{abs} correspondante est de la forme :

$$F_{abs} = B.\dot{X} + K.\ddot{X} \quad (11.1)$$

Nous travaillons en théorie linéaire, et considérons que les vagues sont de forme sinusoïdale ($X = A.\cos(\omega t)$). On a donc :

$$F_{abs} = -A [B.\omega \sin(\omega t) + K.\omega^2 \cos(\omega t)] \quad (11.2)$$

L'énergie absorbée par le SREV s'écrit $P_{abs} = F_{abs}.\dot{X}$, donc :

$$P_{abs} = A^2 [B.\sin(\omega t) + K.\omega \cos(\omega t)] . \omega^2 \sin(\omega t) \quad (11.3)$$

Si on moyenne, on peut écrire :

$$\begin{aligned} \langle P_{abs} \rangle &= A^2 \omega^2 \langle [B.\sin(\omega t) + K.\omega \cos(\omega t)] . \sin(\omega t) \rangle \\ &= A^2 \omega^2 B / 2 \end{aligned} \quad (11.4)$$

De plus, l'énergie linéique de la houle traversant le plan normal à sa direction de propagation par unité de largeur de crête de vague s'écrit :

$$P_{houle} = \frac{1}{2} \rho g A^2 C_g \quad (11.5)$$

On définit la largeur de capture CW qui s'écrit [34] :

$$CW = \frac{P_{abs}}{P_{houle}} \quad (11.6)$$

et le ratio (sans dimension) correspondant :

$$RCW = \frac{CW}{w} \quad (11.7)$$

avec w la largeur apparente du SREV. À partir de là, on peut déterminer l'expression du terme puits correspondant [72] :

$$Q(\omega, \theta) = -\frac{C_g \cdot CW}{S} F(\omega, \theta) \quad (11.8)$$

avec S la surface représentative du SREV dans le plan horizontal.

On peut donc l'implémenter dans Tomawac sous la forme d'un terme puits linéaire

$$Q(\omega, \theta) = \beta \cdot F(\omega, \theta) \quad (11.9)$$

et

$$\frac{dQ}{dF} = \beta \quad (11.10)$$

avec

$$\beta = -\frac{C_g \cdot CW}{S} \quad (11.11)$$

En pratique, ce terme puits a été codé dans un sous-programme, appelé « QMOUT1 », inspiré du sous-programme modélisant la dissipation par moutonnement dans TOMAWAC.

Chapitre 12

Calcul du spectre perturbé autour d'un SREV

12.1 Introduction

Pour tenter d'améliorer la méthode du terme puits, nous avons cherché à développer une approche similaire à celle utilisée dans la partie II. L'objectif est de prendre en compte les effets de radiation/diffraction. Le principe est de calculer avec un code BEM la fonction de Kochin correspondant au potentiel perturbé, puis d'imposer à la frontière de l'île fictive englobant le SREV le spectre de l'énergie total, c'est-à-dire correspondant au spectre incident et à la perturbation engendrée par le SREV. L'idée est de prendre en compte les effets de radiation/diffraction. On a vu dans le chapitre 6 que la fonction de Kochin s'écrit :

$$H(\theta) = \iint_{S_B} \left(\frac{\partial \phi}{\partial n} - \phi \frac{\partial}{\partial n} \right) f_o(z') e^{ikR} dS \quad (12.1)$$

En considérant que l'on se trouve en profondeur d'eau infinie, les potentiels incident et perturbé associés sont :

$$\phi_{inc} = -\frac{ig\eta}{\omega} e^{kz} e^{i(kx-\omega t)} \quad (12.2)$$

et

$$\phi_{scat} = -\frac{ig\eta}{\omega} \sqrt{\frac{k}{2\pi R}} \cdot H(\theta) \cdot e^{kz} e^{i(kR-\omega t-\pi/4)} \quad (12.3)$$

On a aussi vu que le potentiel total pouvait s'écrire comme la somme de tous les potentiels :

$$\phi_{tot} = \phi_{inc} + \sum_{k=1}^{\infty} \phi_{scat,k} \quad (12.4)$$

Ce qui donne dans le cas d'un champ de houle perturbé par un seul SREV : $\phi_{tot} = \phi_{inc} + \phi_{scat}$. Dans [20], on peut voir que l'on peut aussi utiliser cette fonction pour modéliser la perturbation d'un ou plusieurs SREVs dans un code spectral de propagation d'un état de mer.

12.2 Flux d'énergie instantané

Le vecteur flux d'énergie instantanée s'écrit dans le cadre de la théorie linéaire des vagues [35].

$$\vec{J}(t) = \int_{-\infty}^0 P_{dyn} \cdot \vec{U} dz \quad (12.5)$$

où P_{dyn} est la pression dynamique et $\vec{U}$ le vecteur vitesse sous les vagues. Dans le cadre de la théorie linéaire, l'intégrale ci-dessus est effectuée entre le fond (ici, la profondeur est supposée infinie) et le niveau moyen $z = 0$.

On calcule ensuite la valeur moyenne de ce flux sur une période de vague T :

$$\vec{J} = \frac{1}{T} \int_0^T \vec{J}(t) \cdot dt = \frac{1}{T} \int_0^T \int_{-\infty}^0 P_{dyn} \cdot \vec{U} \cdot dz \cdot dt \quad (12.6)$$

On exprime P_{dyn} et $\vec{U}$ en considérant que le champ total est la somme du champ incident et du champ perturbé.

$$P_{dyn} = P_{inc} + P_{scat} \quad (12.7)$$

avec :

$$P_{inc} = \Re(\rho g \eta e^{kz} e^{i(kx - \omega t)})$$

$$P_{scat} = \rho g \eta \sqrt{\frac{k}{2\pi R}} \Re(H(\theta) \cdot e^{kz} \cdot e^{i(kR - \omega t - \pi/4)})$$

et

$$\vec{U} = \vec{U}_{inc} + \vec{U}_r + \vec{U}_\theta \quad (12.8)$$

avec :

$$U_{inc} = \Re(\omega \eta e^{kz} e^{i(kx - \omega t)})$$

$$U_r = \frac{\partial \Phi}{\partial r} = \Re\left(\frac{g\eta}{\omega} \sqrt{\frac{k}{2\pi R}} \cdot H(\theta) \left(\frac{i}{2R} + k\right) \cdot e^{kz} e^{i(kR - \omega t - \pi/4)}\right)$$

$$U_\theta = \frac{\partial \Phi}{r \partial \theta} = \Re\left(-\frac{ig\eta}{R\omega} \sqrt{\frac{k}{2\pi R}} \cdot \frac{\partial H(\theta)}{\partial \theta} \cdot e^{kz} e^{i(kR - \omega t - \pi/4)}\right)$$

En se plaçant dans le repère cartésien et en prenant par convention une direction de vague incidente alignée selon l'axe x ($\theta_{inc} = 0$), la vitesse orbitale s'écrit :

$$\vec{U} = U_{inc} \vec{x} + U_r \vec{u}_r + U_\theta \vec{u}_\theta = (U_{inc} + U_r \cos(\theta) - U_\theta \sin(\theta)) \vec{x} + (U_r \sin(\theta) + U_\theta \cos(\theta)) \vec{y} \quad (12.9)$$

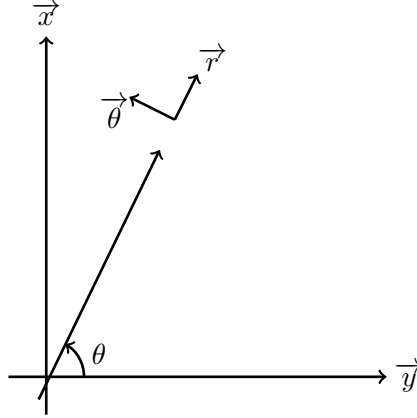


Figure 12.1 : Repère de travail

Dans le cas d'un SREV axi-symétrique en pilonnement seul, U_θ est nulle donc cette expression se simplifie :

$$\vec{U} = (U_{inc} + U_r \cos(\theta)) \vec{x} + U_r \sin(\theta) \vec{y} \quad (12.10)$$

Dans les faits, on verra que comme on se limitera aux termes d'ordre $\frac{1}{R}$, U_θ sera de toute façon négligée. On fait un changement de variable en posant $\varphi(\theta) = kR(1 - \cos(\theta)) - \frac{\pi}{4}$, et on pose $U_x = \widetilde{U}_x e^{i(kx - \omega t)} e^{kz}$ et $U_y = \widetilde{U}_y e^{i(kx - \omega t)} e^{kz}$

On a donc :

$$\widetilde{U}_x = \eta \cdot \left[\omega + \frac{g}{\omega} \sqrt{\frac{k}{2\pi R}} \cdot H(\theta) \left(\frac{i}{2R} + k \right) \cdot e^{i\varphi} \cdot \cos(\theta) + \frac{ig}{R\omega} \sqrt{\frac{k}{2\pi R}} \cdot \frac{\partial H(\theta)}{\partial \theta} \cdot e^{i\varphi} \cdot \sin(\theta) \right] \quad (12.11)$$

$$\widetilde{U}_y = \frac{g\eta}{\omega} \sqrt{\frac{k}{2\pi R}} \cdot \left[\left(\frac{i}{2R} + k \right) H(\theta) e^{i\varphi} \cdot \sin(\theta) - \frac{i}{R} \cdot \frac{\partial H(\theta)}{\partial \theta} e^{i\varphi} \cdot \cos(\theta) \right] \quad (12.12)$$

De plus, la pression dynamique correspondante s'écrit :

$$P = P_{inc} + P_{scat} = \Re \left(\rho g \eta \cdot e^{kz} \cdot e^{i(kx - \omega t)} \left[1 + \sqrt{\frac{k}{2\pi R}} H(\theta) e^{i\varphi(\theta)} \right] \right) \quad (12.13)$$

12.3 Calcul du flux d'énergie moyen

Le flux d'énergie instantané s'écrit :

$$\begin{aligned} \vec{J} &= \rho g \eta \int_{-\infty}^0 \Re \left(\left[1 + \sqrt{\frac{k}{2\pi R}} H(\theta) e^{i\varphi(\theta)} \right] e^{kz} \cdot e^{i(kx - \omega t)} \right) \cdot \Re \left(\left(\widetilde{U}_x \vec{x} + \widetilde{U}_y \vec{y} \right) e^{kz} e^{i(kx - \omega t)} \right) \cdot dz \\ &= \frac{\rho g \eta}{2k} \Re \left(\left[1 + \sqrt{\frac{k}{2\pi R}} H(\theta) e^{i\varphi(\theta)} \right] e^{i(kx - \omega t)} \right) \cdot \Re \left(\left(\widetilde{U}_x \vec{x} + \widetilde{U}_y \vec{y} \right) e^{i(kx - \omega t)} \right) \end{aligned} \quad (12.14)$$

On moyenne maintenant ce flux sur une période de vague pour avoir le flux d'énergie moyen :

$$\vec{J} = \frac{\rho g \eta}{2k} \frac{1}{T} \int_t^{t+T} \Re \left(\left[1 + \sqrt{\frac{k}{2\pi R}} H(\theta) e^{i\varphi(\theta)} \right] e^{i(kx - \omega t)} \right) \cdot \Re \left(\left(\widetilde{U}_x \vec{x} + \widetilde{U}_y \vec{y} \right) e^{i(kx - \omega t)} \right) dt \quad (12.15)$$

Comme $\Re(A) = \frac{A + \bar{A}}{2}$, on peut aussi écrire le flux sous cette forme :

$$\vec{J} = \frac{\rho g \eta}{2k} \frac{1}{T} \int_t^{t+T} \left(\left[\left(1 + \sqrt{\frac{k}{2\pi R}} H(\theta) e^{i\varphi(\theta)} \right) e^{i(kx - \omega t)} + \left(1 + \sqrt{\frac{k}{2\pi R}} \overline{H(\theta)} e^{-i\varphi(\theta)} \right) e^{-i(kx - \omega t)} \right] \times \left[\left(\widetilde{U}_x \vec{x} + \widetilde{U}_y \vec{y} \right) e^{i(kx - \omega t)} + \left(\overline{\widetilde{U}_x \vec{x} + \widetilde{U}_y \vec{y}} \right) e^{-i(kx - \omega t)} \right] \right) dt \quad (12.16)$$

D'où

$$\vec{J} = \frac{\rho g \eta}{8k} \frac{1}{T} \int_t^{t+T} \left(\left[\left(1 + \sqrt{\frac{k}{2\pi R}} H(\theta) e^{i\varphi(\theta)} \right) \left(\left(\widetilde{U}_x \vec{x} + \widetilde{U}_y \vec{y} \right) e^{2i(kx - \omega t)} + \left(\overline{\widetilde{U}_x \vec{x} + \widetilde{U}_y \vec{y}} \right) \right) \right] + \left[\left(1 + \sqrt{\frac{k}{2\pi R}} \overline{H(\theta)} e^{-i\varphi(\theta)} \right) \left(\left(\widetilde{U}_x \vec{x} + \widetilde{U}_y \vec{y} \right) + \left(\overline{\widetilde{U}_x \vec{x} + \widetilde{U}_y \vec{y}} \right) e^{-2i(kx - \omega t)} \right) \right] \right) dt \quad (12.17)$$

donc :

$$\vec{J} = \frac{\rho g \eta}{8k} \left(\left(1 + \sqrt{\frac{k}{2\pi R}} H(\theta) e^{i\varphi(\theta)} \right) \left(\overline{\widetilde{U}_x \vec{x} + \widetilde{U}_y \vec{y}} \right) + \left(1 + \sqrt{\frac{k}{2\pi R}} \overline{H(\theta)} e^{-i\varphi(\theta)} \right) \left(\widetilde{U}_x \vec{x} + \widetilde{U}_y \vec{y} \right) \right) \quad (12.18)$$

Ce qui donne :

$$\vec{J} = \frac{\rho g \eta}{4k} \Re \left(\widetilde{U}_x \left(1 + \sqrt{\frac{k}{2\pi R}} \overline{H(\theta)} e^{-i\varphi(\theta)} \right) \vec{x} + \widetilde{U}_y \left(1 + \sqrt{\frac{k}{2\pi R}} \overline{H(\theta)} e^{-i\varphi(\theta)} \right) \vec{y} \right) \quad (12.19)$$

12.4 Forme aboutie de l'expression du flux d'énergie

En remplaçant $\widetilde{U}_x$ et $\widetilde{U}_y$ par leur expression, et en ne retenant que les termes inférieurs ou égaux à l'ordre $\frac{1}{R}$, on obtient :

$$\begin{aligned} & \widetilde{U}_x \left(1 + \sqrt{\frac{k}{2\pi R}} \overline{H(\theta)} e^{-i\varphi(\theta)} \right) \\ &= \eta \omega \cdot \left(1 + \frac{g}{\omega^2} \sqrt{\frac{k}{2\pi R}} \cdot H(\theta) k \cdot e^{i\varphi} \cdot \cos(\theta) \right) \times \left(1 + \sqrt{\frac{k}{2\pi R}} \overline{H(\theta)} e^{-i\varphi(\theta)} \right) + O(R^{-1}) \\ &= \eta \omega \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{k}{2\pi R}} \overline{H(\theta)} e^{-i\varphi(\theta)} + \frac{g}{\omega^2} \sqrt{\frac{k}{2\pi R}} \cdot H(\theta) k \cdot e^{i\varphi} \cdot \cos(\theta) + \frac{g}{\omega^2} \frac{k^2}{2\pi R} |H(\theta)|^2 \cdot \cos(\theta) \right) + O(R^{-1}) \end{aligned} \quad (12.20)$$

$$\begin{aligned}
& \widetilde{U}_y \left(1 + \sqrt{\frac{k}{2\pi R}} \overline{H(\theta)} e^{-i\varphi(\theta)} \right) \\
&= \frac{kg\eta}{\omega} \sqrt{\frac{k}{2\pi R}} \cdot H(\theta) e^{i\varphi} \cdot \sin(\theta) \times \left(1 + \sqrt{\frac{k}{2\pi R}} \overline{H(\theta)} e^{-i\varphi(\theta)} \right) + O(R^{-1}) \\
&= \frac{kg\eta}{\omega} \sqrt{\frac{k}{2\pi R}} \cdot \left(H(\theta) e^{i\varphi} \cdot \sin(\theta) + \sqrt{\frac{k}{2\pi R}} \cdot |H(\theta)|^2 \cdot \sin(\theta) \right) + O(R^{-1})
\end{aligned} \tag{12.21}$$

Donc :

$$\begin{aligned}
\vec{J} &= \frac{\rho g \eta}{4k} \left[\eta \omega \cdot \Re \left(1 + \sqrt{\frac{k}{2\pi R}} \overline{H(\theta)} e^{-i\varphi(\theta)} \right) \vec{x} \right. \\
&\quad \left. + \frac{kg\eta}{\omega} \sqrt{\frac{k}{2\pi R}} \cdot \Re \left(H(\theta) e^{i\varphi} + \sqrt{\frac{k}{2\pi R}} \cdot |H(\theta)|^2 \right) \vec{u}_r \right]
\end{aligned} \tag{12.22}$$

La profondeur étant supposée infinie, la relation de dispersion $\omega^2 = gk$ permet d'écrire finalement pour le flux d'énergie moyen :

$$\vec{J} = \frac{\rho g^2 \eta^2}{4\omega} \Re \left[\left(\underbrace{1}_{J_{x1}} + \underbrace{\sqrt{\frac{k}{2\pi R}} \overline{H(\theta)} e^{-i\varphi(\theta)}}_{J_{x2}} \right) \vec{x} + \left(\underbrace{\sqrt{\frac{k}{2\pi R}} H(\theta) e^{i\varphi}}_{J_{r1}} + \underbrace{\frac{k}{2\pi R} |H(\theta)|^2}_{J_{r2}} \right) \vec{u}_r \right] \tag{12.23}$$

et sa norme vaut :

$$|\vec{J}| = \frac{\rho g^2 \eta^2}{4\omega} \left[1 + \sqrt{\frac{k}{2\pi R}} \Re(H(\theta) e^{i\varphi}) \cdot (1 + \cos(\theta)) + \frac{k}{4\pi R} |H(\theta)|^2 \cdot (1 + 2\cos(\theta) - \cos(\theta)^2) \right] \tag{12.24}$$

12.5 Implémentation dans Tomawac

L'expression du flux permet maintenant de calculer le spectre perturbé. En effet, après avoir simulé avec Tomawac la propagation du champ incident dans le domaine sans les SREVs, on extrait le spectre de la houle incidente à l'emplacement de chaque SREV. Puis, pour chaque composante de ce spectre, on calcule via le code BEM Aquaplan la fonction de Kochin correspondant au champ perturbé émis par le SREV excité par cette composante du spectre incident. Grâce à la formule du flux de l'énergie 12.23, on peut calculer le spectre total comprenant le champ incident et le champ perturbé autour de chaque SREV. Enfin, on peut simuler avec Tomawac la propagation du champ de houle avec la ferme, le spectre incident étant appliquée à la frontière du domaine comme durant le premier calcul, et le spectre total comprenant la perturbation étant appliqué à la frontière des SREVs.

Chapitre 13

Comparaison entre les méthodes de représentation de SREVs dans un modèle spectral

13.1 Comparaison dans le cas d'un seul SREV

Afin de valider la méthode du terme puits (fig. 13.2a) et celle du couplage par la fonction de Kochin (fig. 13.2c), et de discuter de la validité de ces deux méthodes, on les compare à la forme analytique (fig. 13.2b).

Le maillage est réalisé à l'aide de Janet qui dispose automatiquement les nœuds du maillage à l'intérieur du domaine. Dans le cas de la méthode de couplage, le SREV est représenté par une « île fictive » de même rayon que le SREV (5m). En revanche, dans le cas où l'on utilise un terme puits, l'emplacement du SREV est maillé relativement finement (fig. 13.1), bien que ce ne soit pas indispensable (en effet, un maillage plus grossier des SREVs n'impacte pas les résultats, la différence atteignant une valeur ne dépassant pas 0,001). Le coefficient du terme puits sera appliqué en chaque point du maillage de ce SREV.

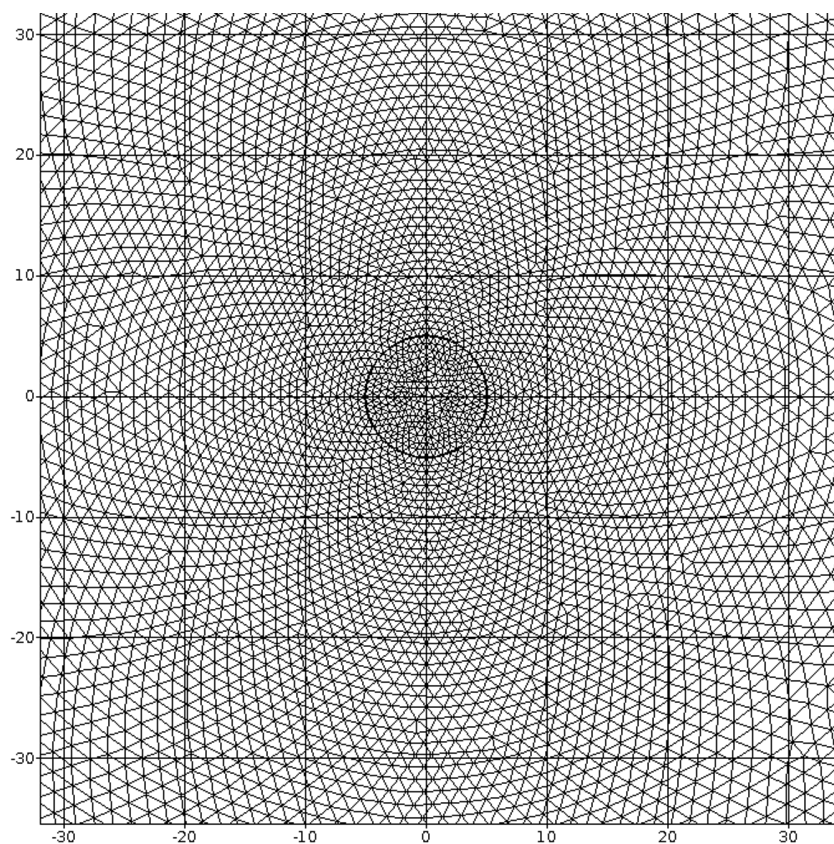


Figure 13.1 : Maillage au niveau du SREV (en m)

Pour la méthode du terme puits et celle du couplage, on impose le spectre incident avec les caractéristiques suivantes :

- Fréquence minimale : $f_0 = 0,03$ Hz
- Raison fréquentielle : $R = 1,1$
- Nombre de fréquences : $NF = 24$
- Nombre de directions : $ND = 48$
- Etalement directionnel : 16
- Hauteur significative : $Hs = 2,0$ m
- Fréquence de pic : $f_{pic} = 0,125$ Hz
- Facteur de pic : 3,0

Dans le cas de l'utilisation du terme puits, on calcule grâce à Aquaplus et en faisant le rapport $\frac{\text{énergie absorbée}}{\text{énergie de la houle}}$ le pourcentage surfacique d'énergie absorbée par le SREV pour une composante de la houle donnée, et on applique ce coefficient dans Tomawac afin de simuler l'action du SREV. Dans le cas où on impose le spectre perturbé au bord du SREV, on fait d'abord un calcul sans le SREV. Puis, à partir du spectre local de houle à l'emplacement du SREV, on calcule le spectre

perturbé via la formule de l'énergie donnée plus haut et la fonction de Kochin calculée grâce à Aquaplus. Enfin, on refait un calcul Tomawac en imposant le spectre incident sur la frontière extérieure du domaine, et le spectre perturbé en chaque point de l'île représentant le SREV.

En revanche, la hauteur de la houle donnée grâce à la forme analytique est calculée pour une houle incidente monochromatique de période $T = 8s$ et de hauteur $H = 2m$ qui correspond à la composante principale du spectre imposé dans les deux cas précédents.

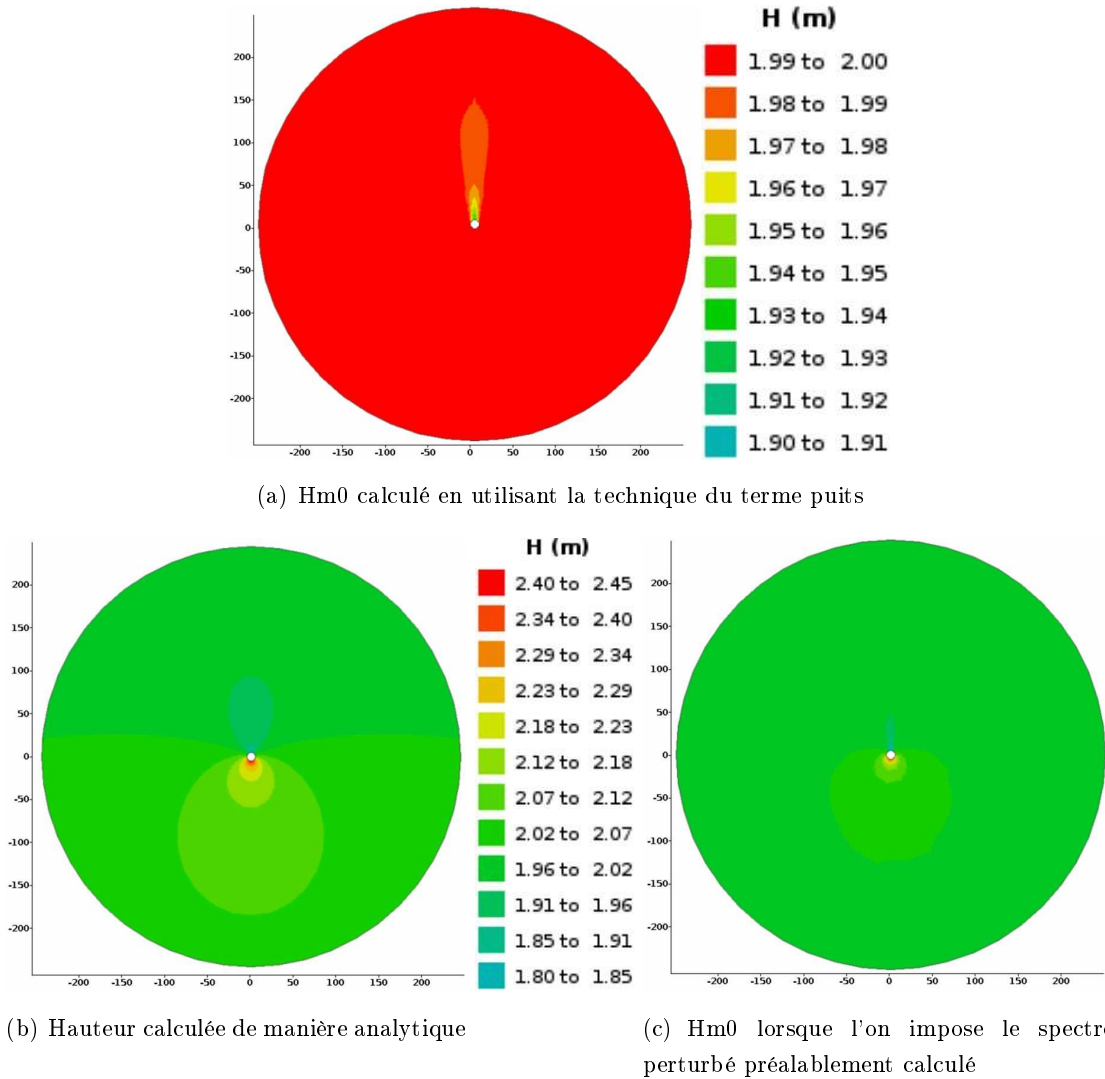
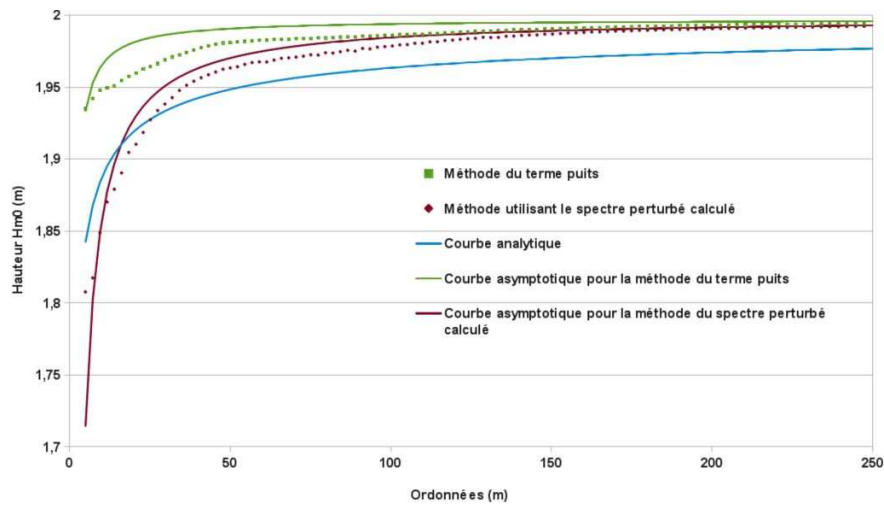
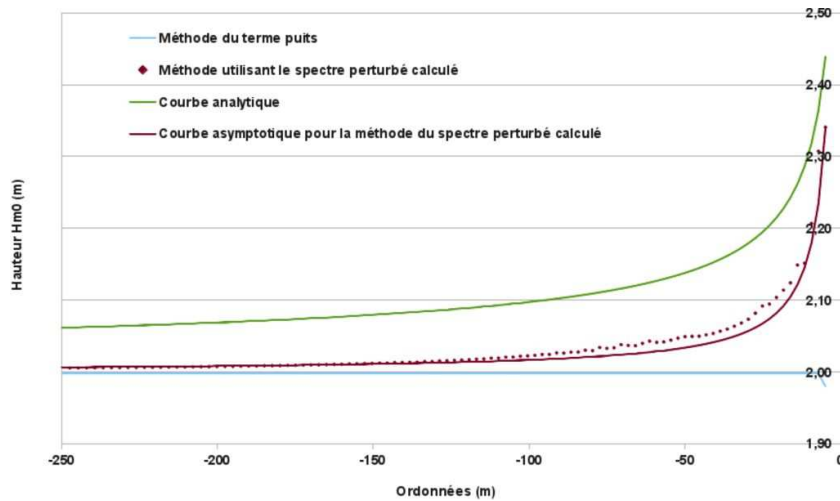
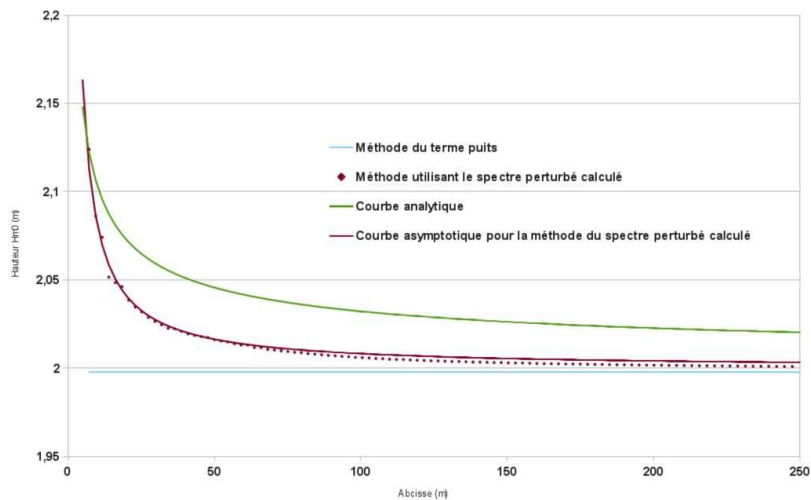


Figure 13.2 : Hauteur champ de houle total autour d'un SREV selon la méthode employée

De ces résultats, on extrait les valeurs suivant les axes X et Y afin de les comparer entre elles et par rapport à une courbe asymptotique. Cette courbe asymptotique présente une décroissance en $1/R$ pour les méthodes du terme puits et du couplage. En revanche, pour la courbe analytique, sa tendance est en $1/\sqrt{R}$, les termes en $1/\sqrt{R}$ étant plus importants que les termes en $1/R$.

(a) H_{m0} en fonction de Y en aval(b) H_{m0} en fonction de Y en amont(c) H_{m0} en fonction de Y à droiteFigure 13.3 : Comparaison de H_{m0} en fonction de la distance radiale

Comme on peut le voir, l'avantage de la méthode proposée dans laquelle on calcule le spectre perturbé est qu'elle prend en compte le champ radié/diffracté, au moins partiellement. Ceci est nouveau et permet de prendre en compte les effets de parc. Non seulement on peut obtenir un q-factor plus proche de la réalité, mais en plus, cela permet de visualiser les effets d'une ferme de systèmes houlomoteurs sur le champ en amont.

Cependant, on constate aussi que quelle que soit la méthode utilisée, le champ perturbé décroît selon une forme en $1/R$, tandis que la méthode analytique (qui est en accord avec ce que l'on a pu voir dans la partie II) suggère que la courbe devrait être en $1/\sqrt{R}$.

Dans les faits, les codes spectraux à phases moyennées comme Tomawac propagent les ondes planes progressives de manière satisfaisante. Cependant, la propagation de deux types d'ondes en même temps pose problème, surtout s'il existe une relation entre les phases de ces deux ondes.

En effet, si on fait un parallèle avec la théorie potentielle où $\Phi_{tot} = \Phi_{inc} + \Phi_{scat}$ (Φ étant un complexe), on a :

$$|\Phi_{tot}|^2 = |\Phi_{inc}|^2 + |\Phi_{scat}|^2 + 2\Phi_{inc,R}\Phi_{scat,R} + 2\Phi_{inc,I}\Phi_{scat,I} \quad (13.1)$$

où $|\Phi_{inc}|^2$ est d'ordre 1, $|\Phi_{scat}|^2$ est d'ordre $1/R$ et les termes $\Phi_{inc,R}\Phi_{scat,R}$ et $\Phi_{inc,I}\Phi_{scat,I}$ sont d'ordre $1/\sqrt{R}$.

De son côté, Tomawac travaille avec des composantes de vagues supposées décorréliées, ce qui est pertinent lorsqu'on cherche à modéliser la propagation spectrale d'un état de mer, et propage le champ incident et le champ radié tel que :

$$m_0 = \int_0^\infty \int_0^{2\pi} F(f, \theta) df d\theta = F_{inc} + F_{scat} \quad (13.2)$$

où F_{inc} est d'ordre 1, et F_{scat} d'ordre $1/R$

Les termes Jx2 et Jr1 de l'équation (12.23) qui décroissent en $1/\sqrt{R}$ et sont plus importants que Jr2 qui décroît en $1/R$ ne peuvent donc pas être modélisés. Il reste donc une étape pas triviale à franchir avant de pouvoir modéliser complètement des SREVs ou tout autre structure générant des ondes circulaires dans un champ incident. L'implémentation d'une fonction permettant de modéliser les interactions entre un champ incident et ces ondes circulaires pourra donc faire l'objet de travaux ultérieurs.

13.2 Application de la méthode à un cas réel

Le but de cette partie de la thèse est d'appliquer la méthodologie présentée ici à un cas réel avec un site documenté.

13.2.1 Présentation du site

Afin de montrer les apports de la méthode, on choisit le site de l'île d'Yeu. Le choix de ce site est uniquement dicté par la connaissance de sa bathymétrie et des caractéristiques de la houle rencontrée en fonction des saisons, aucun projet ne prévoyant à notre connaissance d'exploiter ce site pour y installer des systèmes houlomoteurs.

La bathymétrie décrite ci-dessous est tirée des données du SHOM (Service Hydrographique et

Océanique de la Marine). Cette zone correspond à une partie de la dalle 14562.

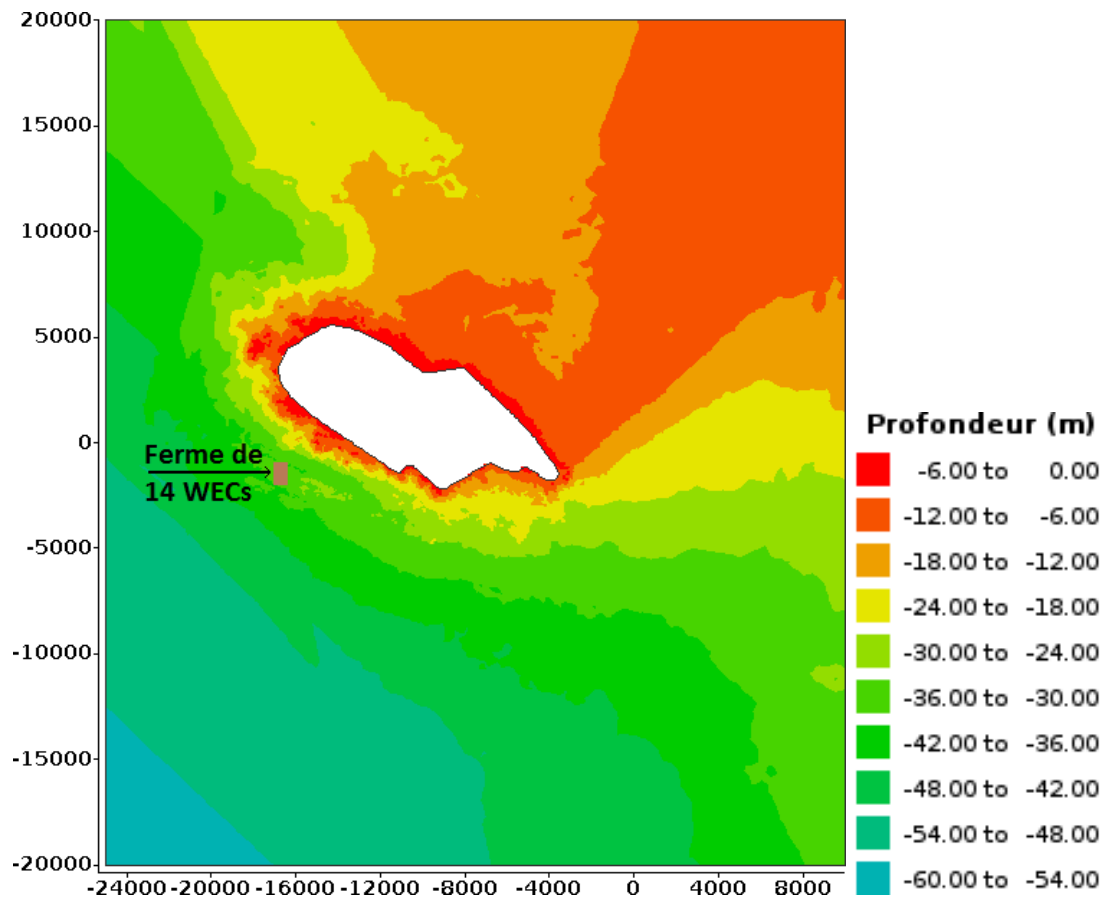


Figure 13.4 : Bathymétrie du site de l'île d'Yeu (distance en m)

Les données de houle et les corrélogrammes sont disponibles via la base de données CANDHIS du Cerema (ex- CETMEF) et obtenues suite aux 3 campagnes de mesures entre 1992 et 2005. Voici les données de la première campagne (celles des 2 autres campagnes sont reportées en annexe A)

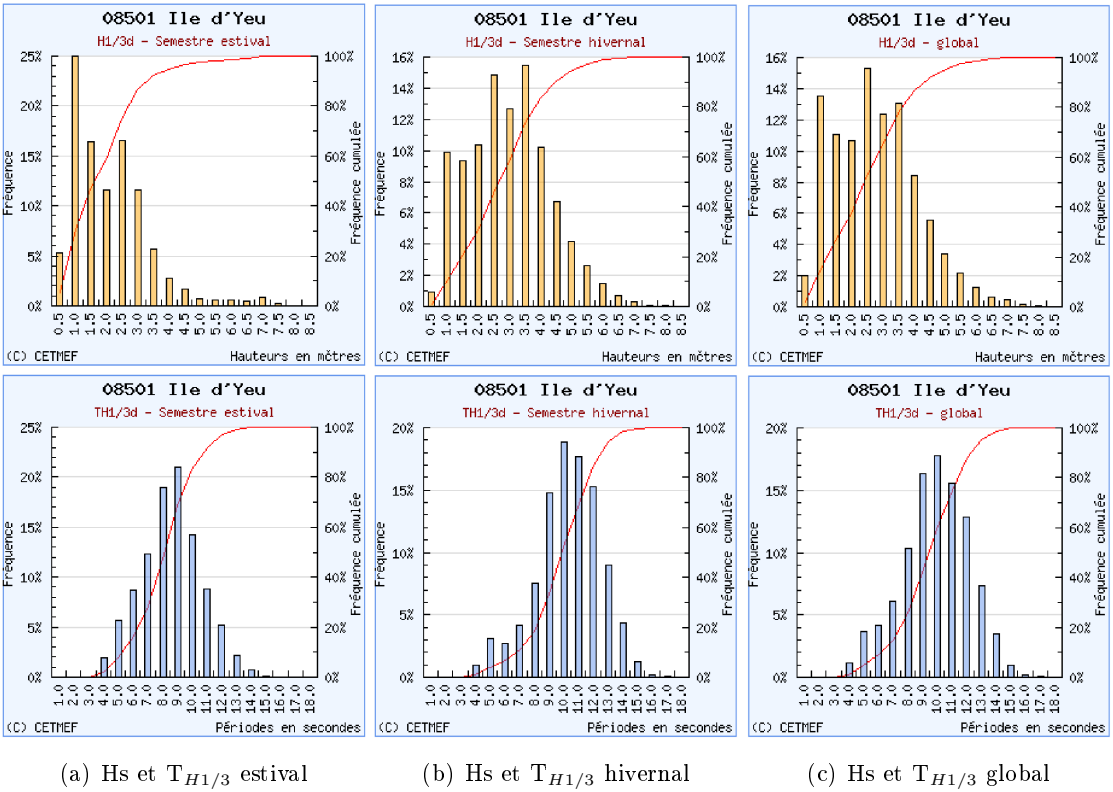


Figure 13.5 : Répartition de la hauteur significative (Hs) et de la période significative de vague ($T_{H1/3}$) en fonction de la saison

hm0 (m)	Tp (Secondes)																				Total
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	
0.5			1	10	2		5	5	24	18	16	21	9	4	1		1				117
1				93	143	25	24	35	132	142	148	212	172	109	41		11				1287
1.5				5	126	104	63	28	134	131	126	164	219	187	58		23				1368
2					4	33	80	27	99	68	106	151	243	158	72		15			1	1057
2.5						8	51	42	119	92	157	251	421	345	163		26				1675
3							46	41	111	93	177	193	295	309	175		49			1	1490
3.5							12	31	163	122	170	206	193	310	240		66				1513
4							1	10	94	80	128	156	181	224	214		62				1150
4.5								1	36	44	56	98	144	211	144		71				805
5									11	18	32	48	89	114	94		55			1	462
5.5									2	7	19	15	50	69	83		42			1	288
6									4	3	12	17	25	39	56		25			2	183
6.5										1	4	6	27	24	30		12			2	106
7										1	2	3	14	10	19		9			1	59
7.5											1	2	8	8	11		2				32
8														1	3		1				7
8.5														1	3						4
Total			1	108	275	170	282	220	929	820	1154	1545	2091	2125	1404		470			9	

Les valeurs du tableau sont exprimées en nombre d'éléments - Les cases vides correspondent à des valeurs nulles.

Code des couleurs		
>= 10 %	>= 30 %	>= 50 %

(a) Campagne 1

Figure 13.6 : Corrélogramme annuel entre la période et la hauteur significative de la houle

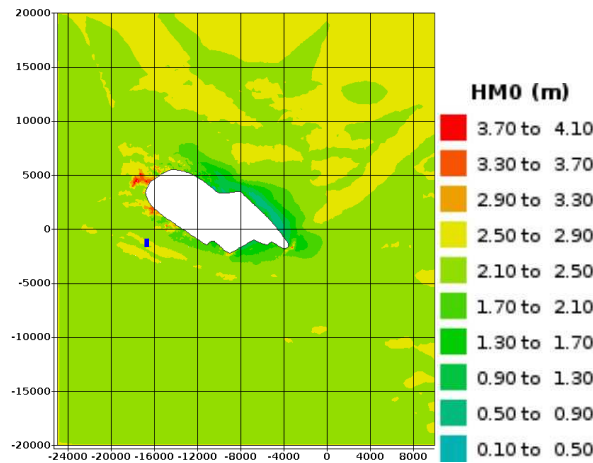
13.2.2 Résultats

Deux méthodologies sont employées, celle du terme puits, et celle dans laquelle on calcule le spectre perturbé autour des SREVs. Le spectre incident appliqué est le suivant :

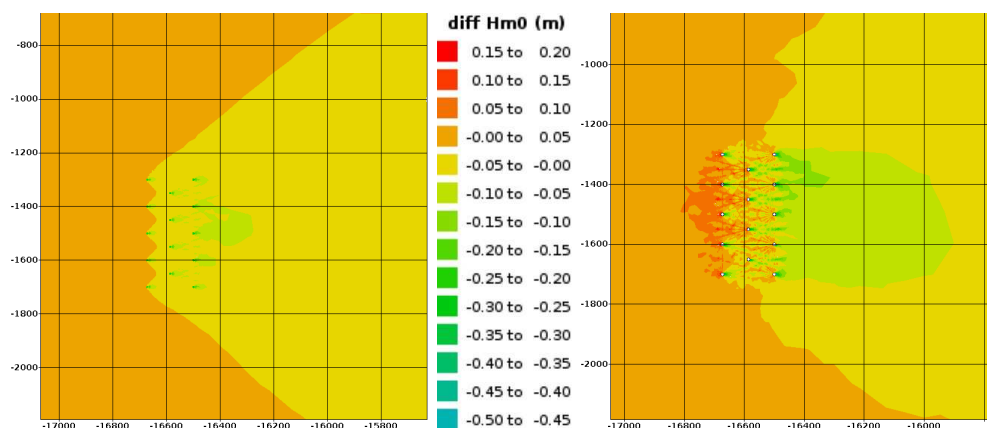
- Fréquence minimale : $f_0 = 0,032$ Hz
- Raison fréquentielle : $R = 1,1$
- Nombre de fréquences : $NF = 24$
- Nombre de directions : $ND = 48$
- Étalement directionnel : 3
- Hauteur significative : $Hs = 2,5$ m
- Fréquence de pic : $f_{pic} = 0,09$ Hz
- Facteur de pic : 1,0

Ce spectre a une période pic $Tp = 11,1$ s et une hauteur significative $Hs = 2,5$ m qui correspond à une houle assez fréquente sur ce site. Les SREVs, identiques aux cas précédents, sont des cylindres de 10m de diamètre et 10m de tirant d'eau pour une profondeur d'eau locale d'environ 35m. Le PTO appliqué au SREV est exprimé dans le code BEM à travers un amortissement additionnel de $7,6.10^5$ N.s.m⁻¹.

On montre ci-dessous (fig. 13.7) le champ incident, puis la différence avec le champ total comprenant la ferme, celle-ci étant modélisée via l'utilisation d'un terme puits, puis via le calcul du spectre perturbé.



(a) Champ incident non perturbé par la ferme



(b) Impact de la ferme où les SREVs sont modélisés par un terme puits

(c) Impact de la ferme où les SREVs sont modélisés par un spectre perturbé préalablement calculé

Figure 13.7 : Impact de la ferme selon la méthode utilisée

L'emplacement de la ferme est marqué sur la carte du champ incident par un rectangle bleu

Dans un premier temps, on observe que lorsqu'on utilise la méthodologie du terme puits, il y a bien une diminution du niveau d'énergie localement. En revanche, cette diminution a un impact qui diminue rapidement. En effet, s'il est de 8% juste en aval des SREVs de la ferme, il ne représente plus que 2% à une distance de 200m et 0,64% à une distance de 1km en aval.

Maintenant, si on regarde les résultats obtenus avec la méthode dans laquelle on calcule le spectre perturbé, on constate que la radiation et la diffraction sont partiellement prises en compte. Non seulement on a une diminution du niveau d'énergie en aval, mais on a aussi une augmentation en amont. L'augmentation en amont de la hauteur $Hm0$ est de l'ordre de 1,6% à 200m, et de l'ordre

de 0,34% à 1km. De même, en aval, la diminution de la hauteur H_{m0} est de l'ordre de 3,2% à 200m, et de 1,2% à 1km.

Comme on peut le constater, la diminution de la hauteur H_{m0} en aval est plus importante dans ce deuxième cas que dans le cas du terme puits, car la formule de l'énergie prend en compte au moins partiellement la radiation/diffraction, et retire l'équivalent de cette énergie au champ incident.

Comme on peut le voir sur la figure 13.9, la présence d'une ferme de SREVs modifie aussi la période moyenne et la direction moyenne de la houle à proximité de la ferme. La période moyenne est calculée de la manière suivante :

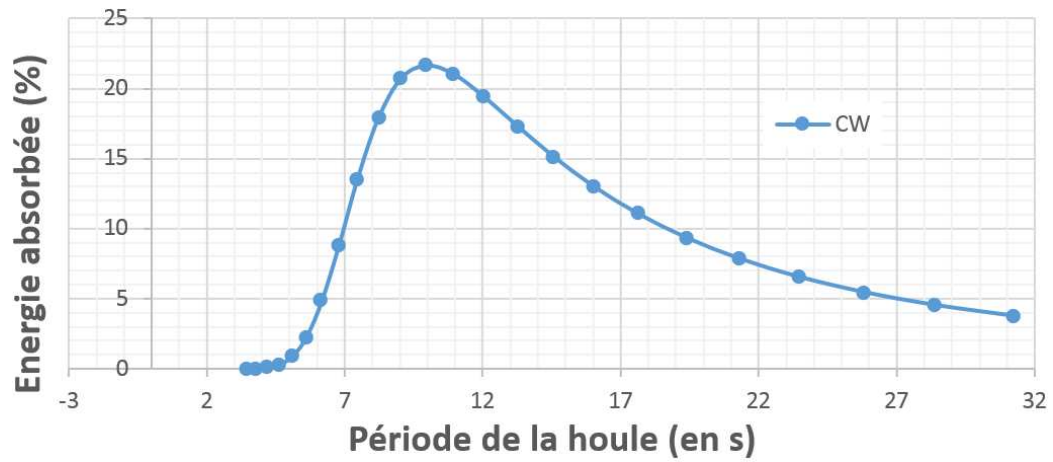
$$T_{moy} = T_{-10} = \frac{\int_0^\infty \frac{S(f)}{f} df}{\int_0^\infty S(f) df} \quad (13.3)$$

et la direction moyenne (en degré) de la houle :

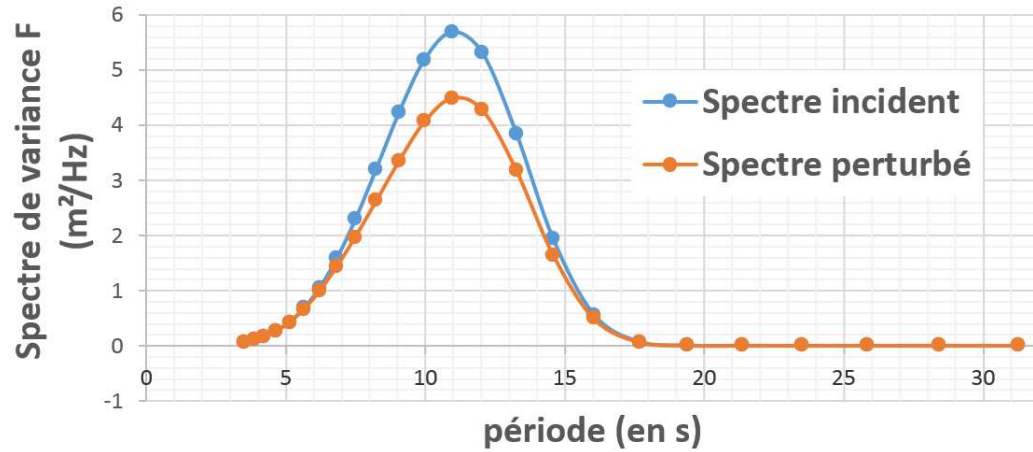
$$D_{moy} = \text{atan} \left(\frac{b}{a} \right) \cdot 180/\pi \quad (13.4)$$

avec $a = \frac{\int_0^\infty \int_0^{2\pi} \cos(\theta) F(f, \theta) df d\theta}{m_0}$ et $b = \frac{\int_0^\infty \int_0^{2\pi} \sin(\theta) F(f, \theta) df d\theta}{m_0}$

Cette variation qui atteint 0,34s, soit 3,45% (la période moyenne étant autour de 9,5s à proximité de la ferme) montre que le poids des différentes composantes du spectre a changé. On observe une différence similaire pour la période pic qui atteint 0,4s à 50m en aval de la ferme, ce qui représente 3,87% de la période pic locale. Ceci est expliqué par le fait que les SREVs n'ont pas le même rendement pour chaque période de houle (cf fig. 13.8), et les effets de radiation/diffraction impactent probablement aussi un peu ces résultats. Dans le cas présent, le SREV est théoriquement optimisé pour absorber le maximum d'énergie de la période pic, et n'est pas forcément optimal pour les autres périodes. La période pic perd donc un peu de son importance face aux autres périodes. Ceci explique donc le fait que la période moyenne change au niveau de la ferme.



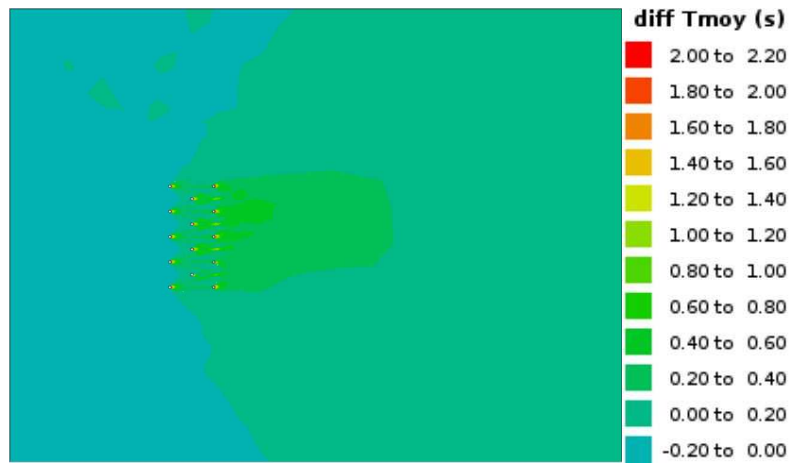
(a) Pourcentage de l'énergie absorbée par un SREV en fonction de la période de la composante de la houle



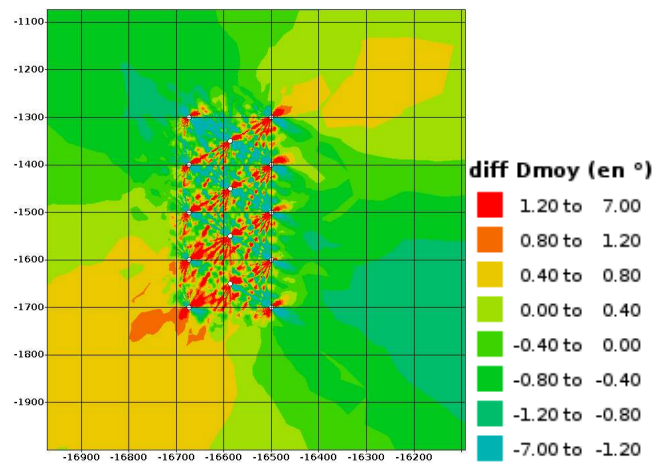
(b) Hauteur spectrale F en fonction de la période de la composante de la houle

Figure 13.8 : Énergie absorbée selon la période de la composante de houle considérée (spectre de houle selon sa direction principale)

De plus, on constate que la présence de la ferme impacte légèrement la direction moyenne de la houle. En effet, celle-ci varie de 0.3 à 1.0° à 150m en aval de la ferme. Cette variation peut comme pour la période moyenne être due au fait que les SREVs ne réagissent pas de la même façon pour toutes les composantes, mais aussi parce qu'ilsradient et diffractent une partie du champ.



(a) Impact de la ferme sur la période moyenne de la houle



(b) Impact de la ferme sur la direction moyenne de la houle

Figure 13.9 : Impact de la ferme sur les caractéristiques de la houle (échelle spatiale en m)

La méthodologie proposée ici permet donc de prendre en compte plusieurs phénomènes, et d'aller au-delà de la simple absorption de l'énergie comme le fait l'utilisation d'un terme puits. Elle montre aussi qu'une ferme de SREVs peut modifier localement les caractéristiques du spectre du champ de vague, aussi bien la hauteur de chaque composante qu'éventuellement sa direction. Cependant, un travail reste à faire afin que la propagation de la perturbation générée par les SREVs se fasse de manière plus complète.

Conclusion générale et perspectives

Les travaux présentés ici apportent de nouvelles méthodologies de travail permettant de prendre en compte la bathymétrie dans la modélisation des interactions entre les systèmes de récupération de l'énergie de la houle, et de faire un premier pas vers la prise en compte de ces phénomènes de radiation/diffraction dans les codes spectraux de propagation des états de mer.

Nous avons montré dans un premier temps que nous pouvions modéliser les interactions hydrodynamiques entre les systèmes houlomoteurs. La méthodologie mise en œuvre couple un code de tenue à la mer (Aquaplus, Nemoh) et un code de propagation des vagues (Artemis), le champ perturbé étant calculé par le code de tenue à la mer et transmis au code de propagation des vagues sous une forme analytique grâce à la fonction de Kochin. Cette méthodologie a été validée par fond plat en la comparant à Aquaplus pour un cas à plusieurs SREVs. Utilisé sur des cas à fond variable, le modèle montre que les variations du fond impactent dans certains cas de manière significative le champ de houle et modifie les interactions entre les SREVs. Ainsi, le rendement de la ferme se trouve modifié selon la bathymétrie.

Dans le cadre des expérimentations de la campagne WECwakes du programme européen Hydralab IV, des essais comportant de 1 à 25 SREVs ont été menés par fond plat. L'analyse des données collectées montre des similitudes assez fortes avec les résultats numériques et met en évidence des « effets de parc ».

Enfin, l'utilisation d'un code spectral à phases moyennées pour modéliser l'impact d'une ferme de systèmes houlomoteurs demande encore du travail. Une avancée majeure a été réalisée, la méthode proposée ici permettant de prendre en compte les effets de radiation/diffraction entre les machines en calculant le spectre du champ perturbé autour de chaque SREV. Toutefois, les problèmes de propagation des ondes radiales dans un champ incident ne sont pas encore réglés et nécessitent des travaux supplémentaires.

Limites et pertinence du modèle potentiel à résolution de phase permettant de modéliser les interactions entre les SREVs

Le modèle présenté ici apporte une vraie plus-value dans le cadre de l'étude des fermes de systèmes houlomoteurs. En effet, il permet de prendre en compte un grand nombre de SREV, mais surtout de prendre en compte les effets de bathymétrie variable. Or, on a vu que la bathymétrie impacte parfois de manière significative le champ de houle, et les interactions entre les SREVs. Il est donc important de bien prendre en compte ces effets d'interactions afin d'étudier leur caractère constructif ou destructif. L'impact indirect de la connaissance de ces interactions est l'optimisation de l'emplacement de ces SREVs afin de récupérer un maximum d'énergie, et une prévision plus

réaliste du rendement des fermes.

La méthode proposée dans le cadre de ce travail est relativement rapide. En effet, pour une ferme de 8 SREVs dans un domaine comportant environ 600 000 éléments, le calcul nécessite environ 2h de temps CPU avec un seul processeur.

Actuellement, la méthodologie a été employée en considérant que l'on avait un seul SREV dans chaque « île fictive ». Cependant, rien a priori ne nous empêche de l'appliquer en incluant dans une île fictive un ensemble de SREVs. Dans le cas d'un domaine plus grand, cela doit nous permettre de modéliser les interactions entre plusieurs fermes. La seule différence avec l'approche proposée ici est qu'il faut calculer la fonction de Kochin pour une ferme et non plus un seul SREV, ce qui ne pose théoriquement pas de problème majeur. Il faudra en revanche veiller à prendre une île avec un rayon suffisamment grand pour que cette approximation « champ lointain » soit valable, c'est à dire que les ondes sortantes aient une direction radiale.

De plus, avec de plus grandes capacités de calcul, on peut aisément étendre le domaine, et prendre en compte un plus grand nombre de SREVs, soit considérés de manière distincte (comme dans le chapitre 8.1), soit répartis dans plusieurs fermes indépendantes (comme on vient de le dire). En étendant ce domaine, on pourra aussi connaître l'impact de la ferme à une plus grande distance, et donc en mesurer l'impact sur la côte.

En outre, il serait intéressant de comparer les résultats obtenus dans les cas à fond variable avec ceux fournis par d'autres codes ou des résultats expérimentaux. Cela permettrait de valider la méthode pour des cas plus réalistes.

Cependant, une limitation de cette méthodologie est l'utilisation d'une approximation champ lointain. En effet, la forme analytique employée ici est précise à une certaine distance du SREV (ou de la ferme de SREVs), ce qui nous impose une taille minimum de l'île fictive. Dans notre cas, nous avons choisi des îles de rayon égal à une demi longueur d'onde, ce qui implique d'espacer les SREVs d'au moins une longueur d'onde. Dans la réalité, il est possible que les développeurs de systèmes houlomoteurs choisissent un espacement plus faible entre les SREVs, mais le niveau de développement actuel de la filière ne permet pas de le dire aujourd'hui.

De plus, nous avons choisi de travailler dans le cadre de la théorie linéaire. Dans certains cas, cette théorie peut trouver ses limites. Cela peut être le cas pour des états de mer cambrés, avec des SREVs de forme plus complexe en grand mouvement s'ils génèrent des non-linéarités importantes. Ces cas n'ont pas été abordés dans le cadre des travaux présentés ici, mais il pourra être intéressant de prendre en compte à l'avenir les non-linéarités observables autour de certains systèmes houlomoteurs, au moins lors de l'étape de la résolution du problème de radiation/diffraction, comme ce que fait le Numerical Wave Tank [46] développé au Laboratoire Saint Venant.

Enfin, nous avons utilisé dans les cas étudiés un PTO linéaire donc assez schématique. Or le PTO est en général plus complexe, avec des non-linéarités, des effets de butée. C'est notamment vrai lorsqu'en situation réelle les SREVs seront confrontés à des houles irrégulières. Il pourrait donc

être intéressant d'améliorer la représentativité des PTO afin de modéliser les interactions plus précisément pour les futurs systèmes houlomoteurs.

Jusqu'à présent, nous avons utilisé un solveur BEM indépendamment du code de propagation. Un des développements possibles, qui permettrait à cette méthodologie de devenir encore plus précise, serait de développer un solveur résolvant le problème de radiation/diffraction interne au code de propagation de la houle, et de l'utiliser pour chaque SREV indépendamment. Cela permettrait de se passer d'une approximation champ lointain, de se dispenser de l'utilisation d'une île fictive, et de prendre en compte les effets de la bathymétrie lors de la résolution de ces problèmes. Plusieurs types de solveurs pourraient être intégrés, par exemple un solveur similaire à celui développé dans [21] ou un solveur non-linéaire comme celui du Numerical Wave Tank [46] développé par le Laboratoire Saint-Venant.

Limites et pertinence de la modélisation spectrale de l'impact d'une ferme de SREVs sur le climat de vagues

La méthode proposée ici apporte une avancée par rapport à ce que l'on peut trouver dans la littérature, généralement limité à l'utilisation d'un terme puits. En effet, on a progressé vers une méthode visant à prendre en compte de manière réaliste les termes de radiation/diffraction. Cependant, des questions subsistent et nécessitent un travail supplémentaire.

La modélisation de la propagation d'une onde circulaire au milieu d'un champ de houle incidente dans un code spectral n'est pas triviale. En effet, le fait de travailler avec une phase moyennée est adapté à la propagation d'ondes planes linéaires, mais ne permet pas de calculer de façon réaliste la décroissance d'une onde circulaire en présence d'un champ incident. Des travaux et développements sont encore nécessaires pour aboutir à une représentation réellement viable et opérationnelle de ces effets dans un cadre à phases moyennées. Une piste pourrait être de considérer les modélisations employées pour représenter la diffraction dans les codes spectraux [49], une option représentant ces effets de diffraction. Une autre piste de réflexion est la possibilité d'utiliser la démarche vue dans la partie II pour calculer les caractéristiques du champ de vagues dans la zone d'influence de la ferme, et d'imposer les conditions de houle obtenues dans le domaine d'étude Tomawac.

Par ailleurs, une amélioration de la méthodologie est ici envisageable en mettant en place un procédé itératif visant à calculer le spectre perturbé en prenant en compte l'action des autres SREVs. Techniquement faisable, cette méthodologie nécessite encore un peu de réflexion.

Le spectre local du champ de houle peut être modifié de manière significative par la présence d'une ferme de systèmes houlomoteurs. Ainsi, on observe dans certains cas une modification de la direction et de la période moyenne de la houle. La principale cause est le fait que comme le SREV n'absorbe pas le même pourcentage d'énergie pour toutes les composantes du spectre, celui-ci voit sa forme spectro-angulaire modifiée. Il est donc important de réaliser des études d'impact avant d'installer une ferme de SREVs, car celle-ci sera susceptible dans certains cas de modifier de manière non négligeable le champ de houle.

Annexe A

Annexe 1

Les données de houle et les corrélogrammes sont disponibles via la base de données CANDHIS du Cerema (ex- CETMEF) obtenue suite aux 3 campagnes de mesures entre 1992 et 2005 :

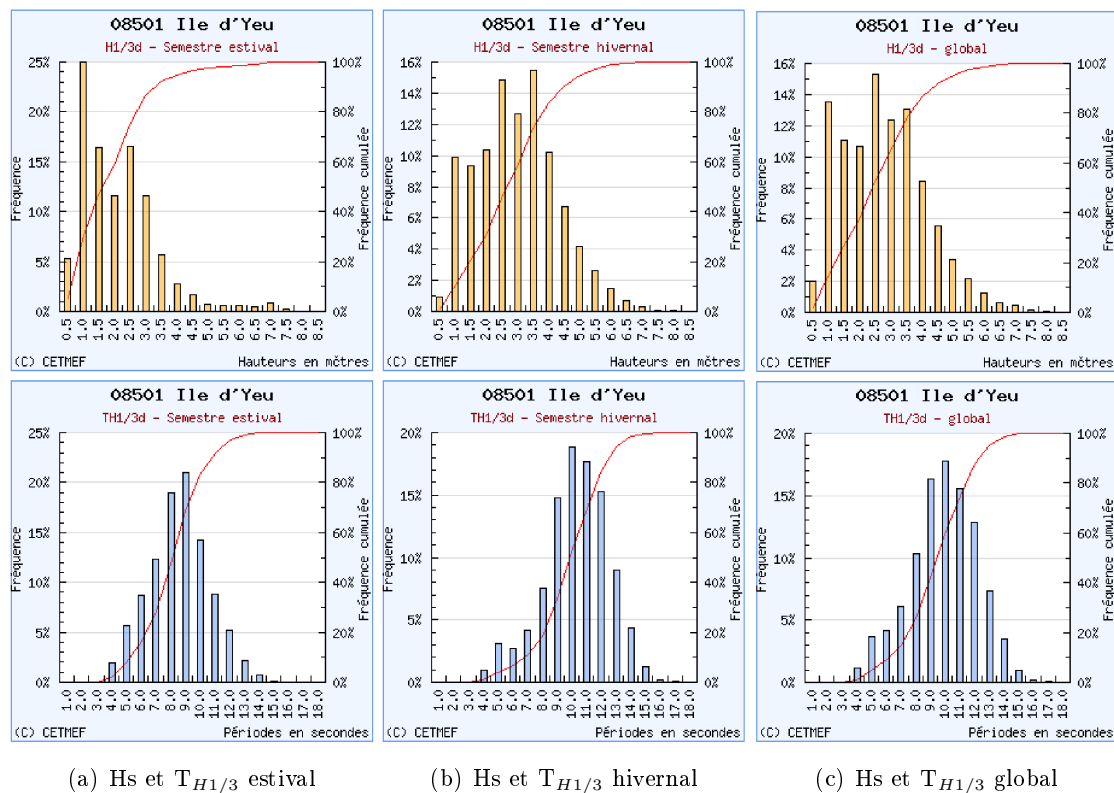
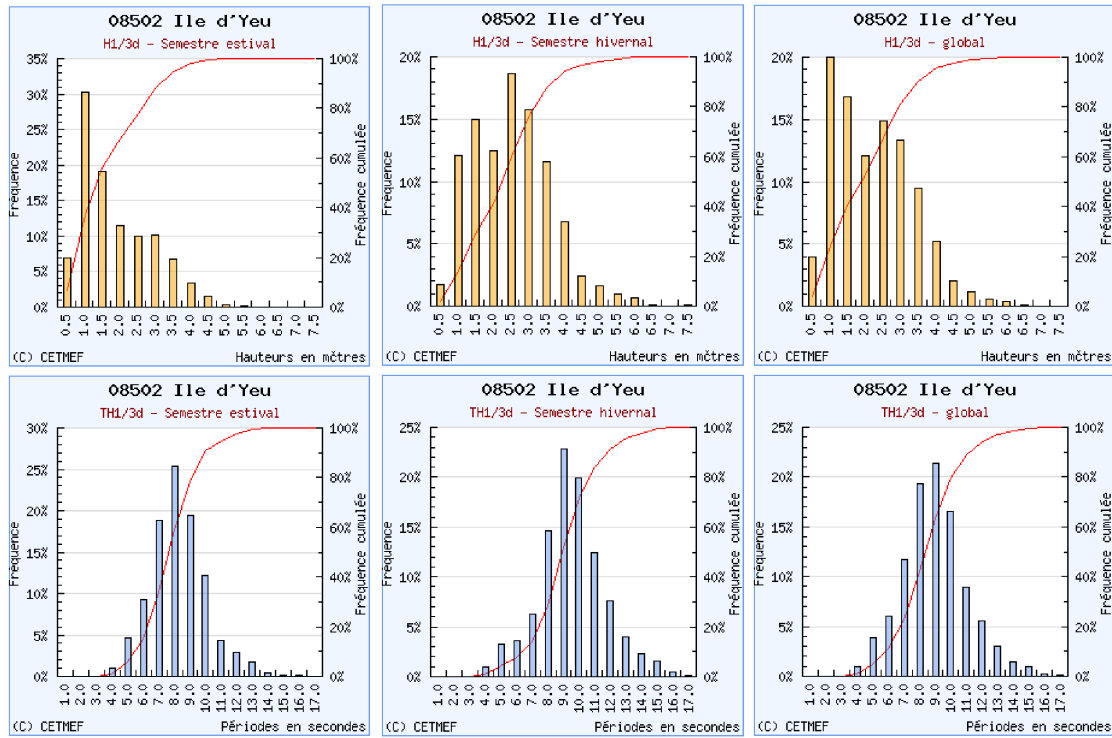


Figure A.1 : Répartition de la hauteur significative de la houle (Hs) et de la période de la houle en fonction de la saison

(a) H_s et $T_{H1/3}$ estival(b) H_s et $T_{H1/3}$ hivernal(c) H_s et $T_{H1/3}$ globalFigure A.2 : Répartition de la hauteur significative de la houle (H_s) et de la période de la houle en fonction de la saison

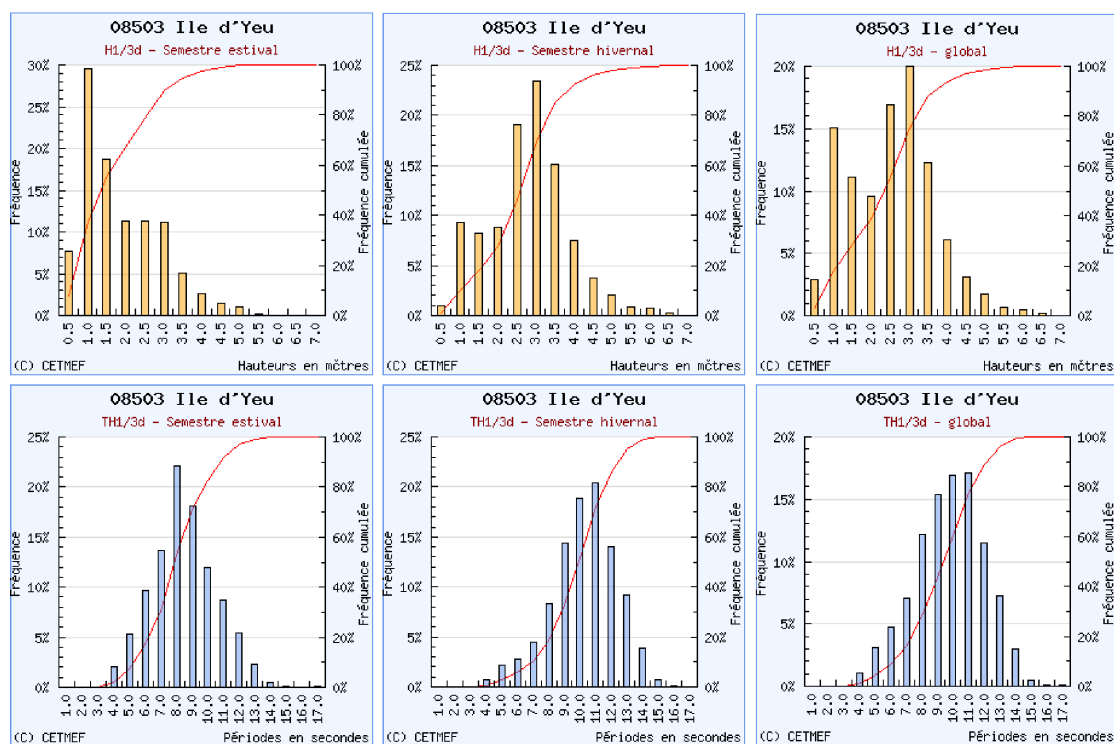
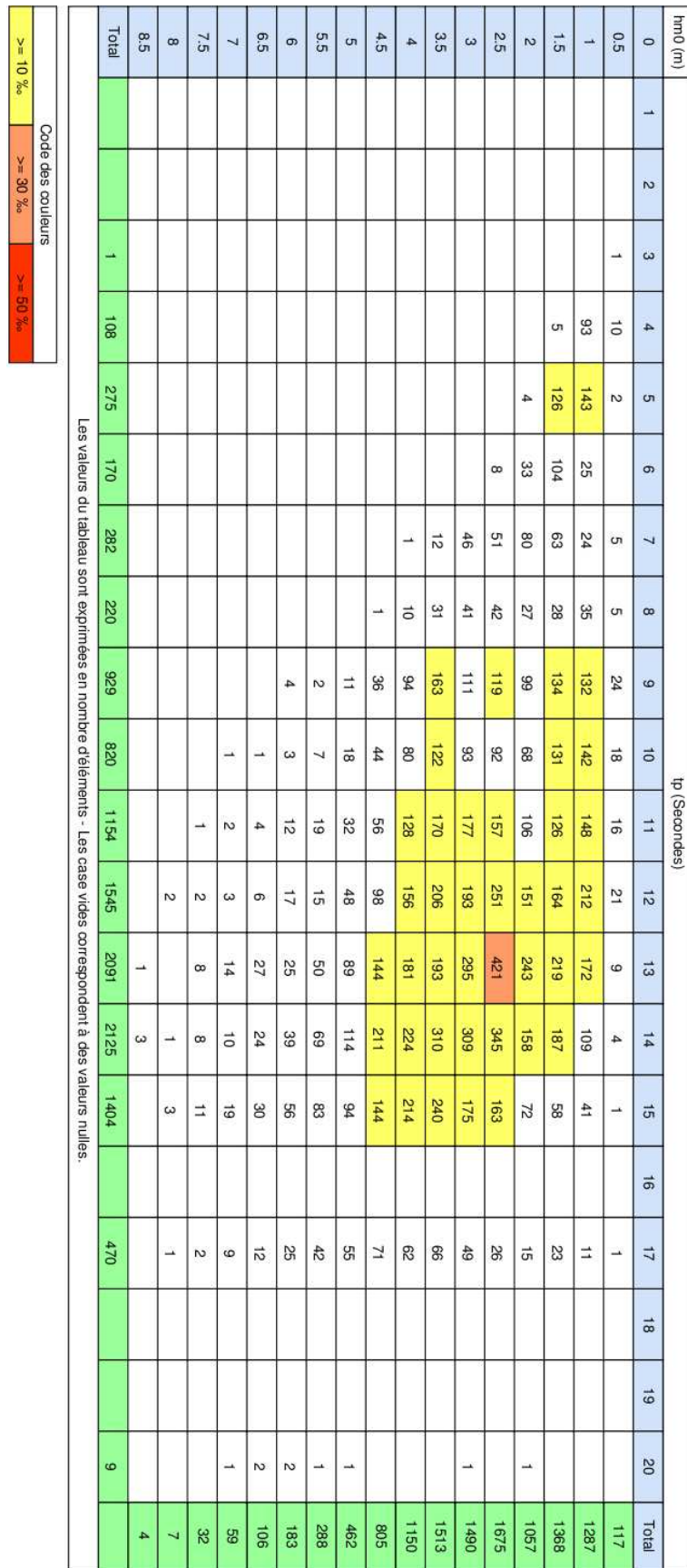
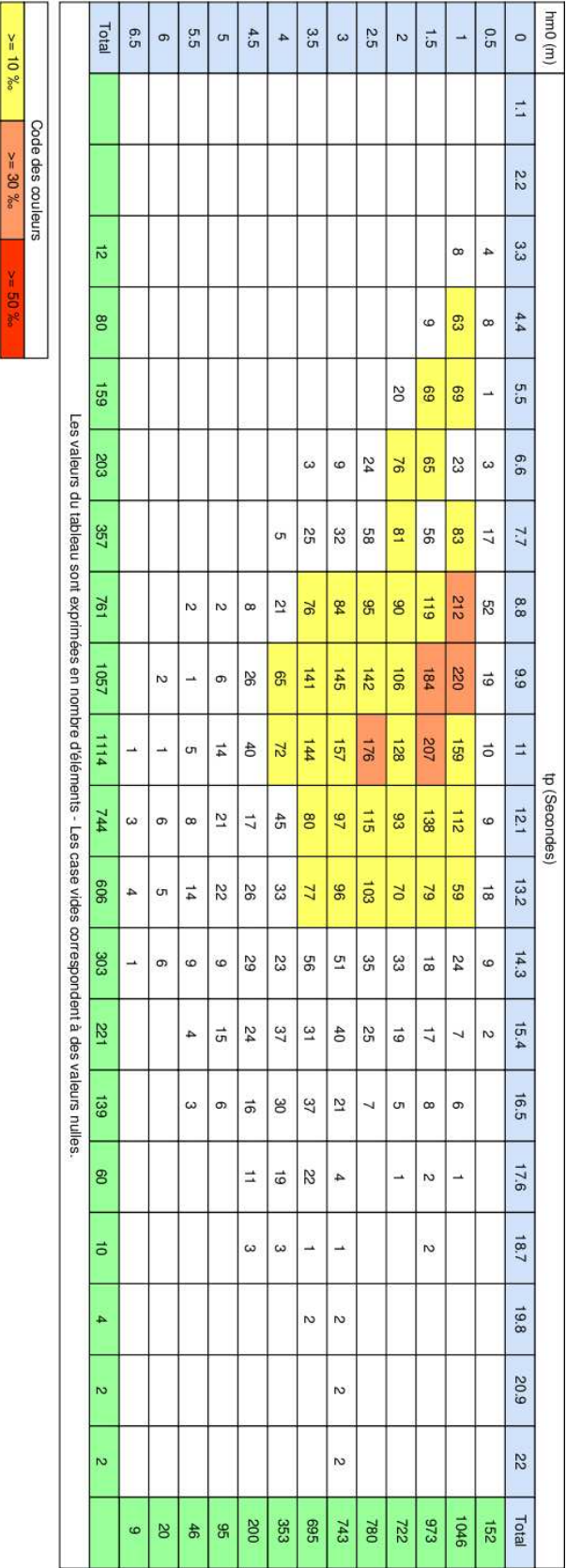
(a) Hs et $T_{H1/3d}$ estival(b) Hs et $T_{H1/3d}$ hivernal(c) Hs et $T_{H1/3d}$ global

Figure A.3 : Répartition de la hauteur significative de la houle (H_s) et de la période de la houle en fonction de la saison



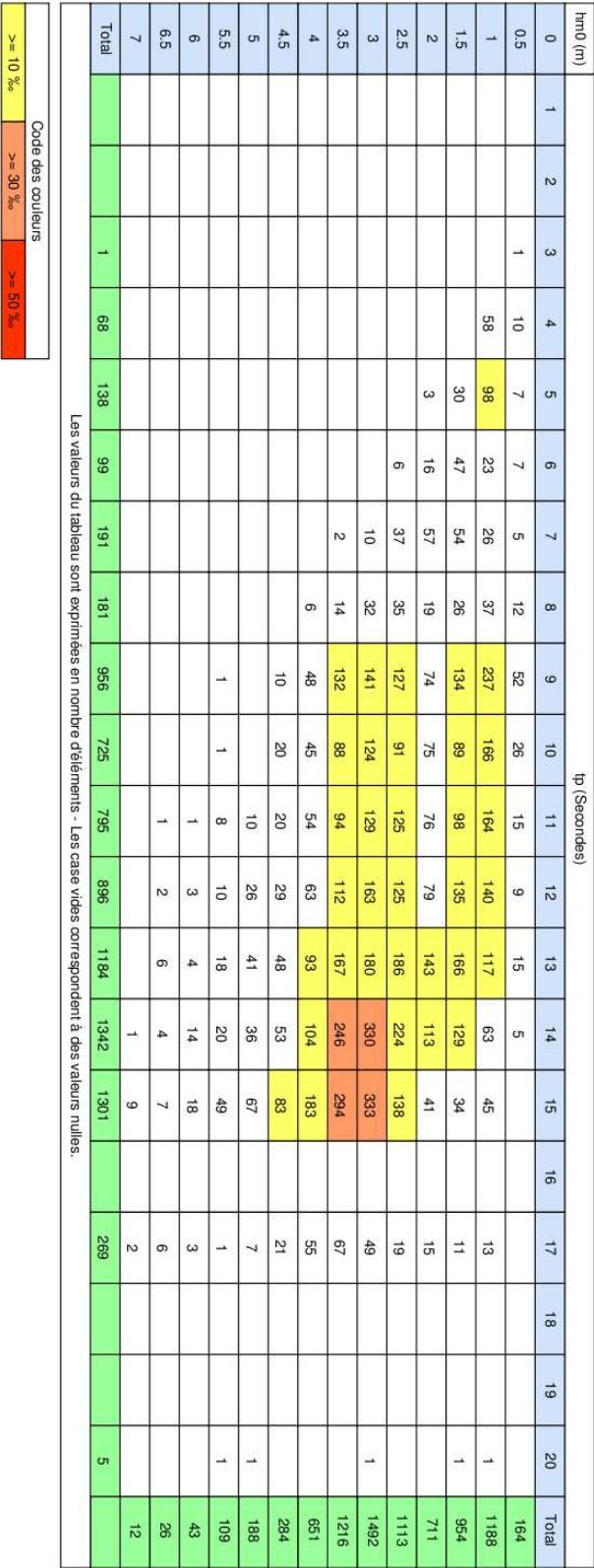
(a) Campagne 1

Figure A.4 : Correlogramme annuel entre la période et la hauteur significative de la houle



(a) Campagne 2

Figure A.5 : Correlogramme annuel entre la période et la hauteur significative de la houle



(a) Campagne 3

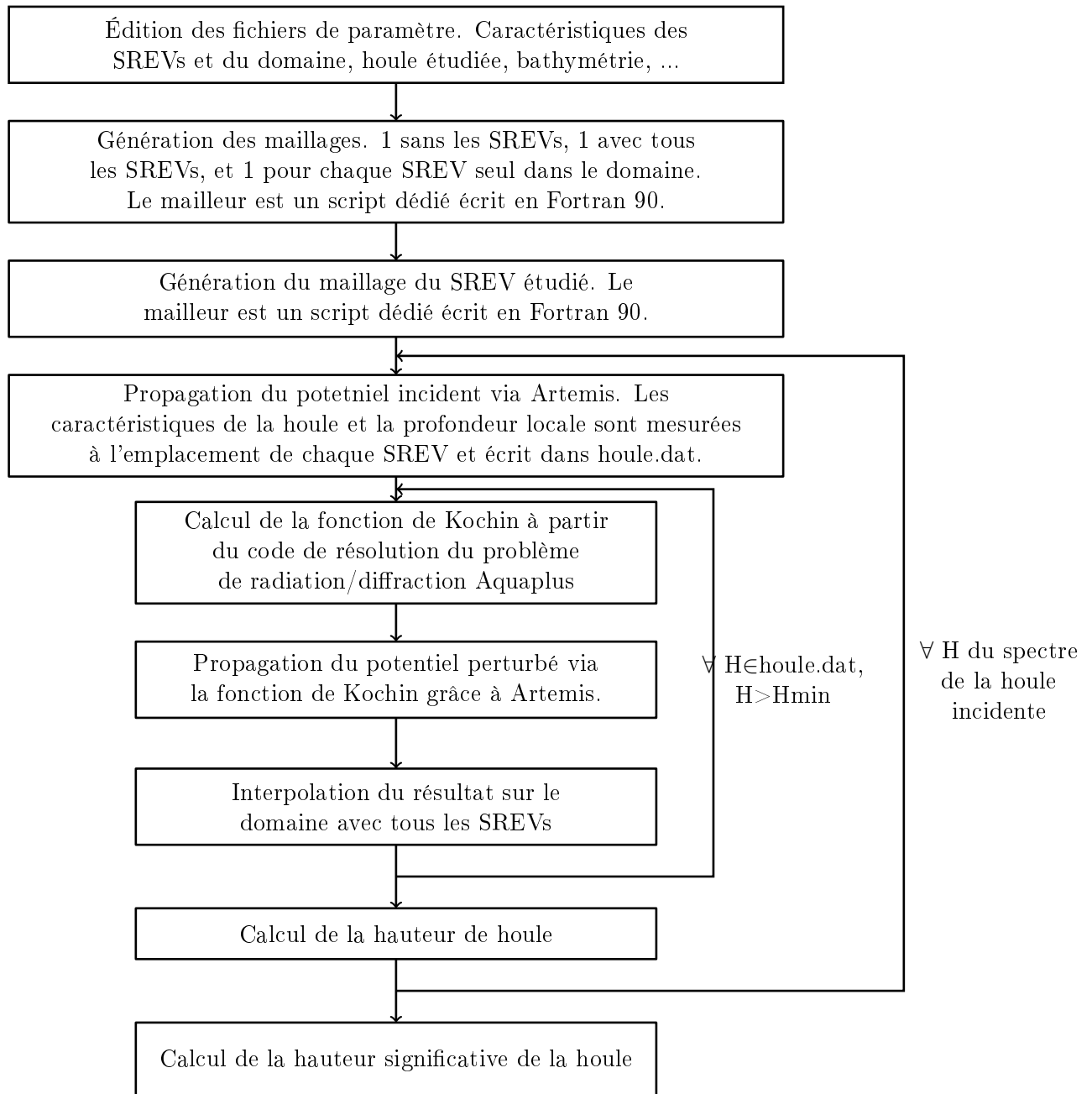
Figure A.6 : Correlogramme annuel entre la période et la hauteur significative de la houle

Annexe B

Annexe 2

Démarche utilisée pour modéliser les interactions entre les SREVs

La méthodologie utilisée pour modéliser repose sur une succession de bash exécutant les uns après les autres les étapes de la démarche.

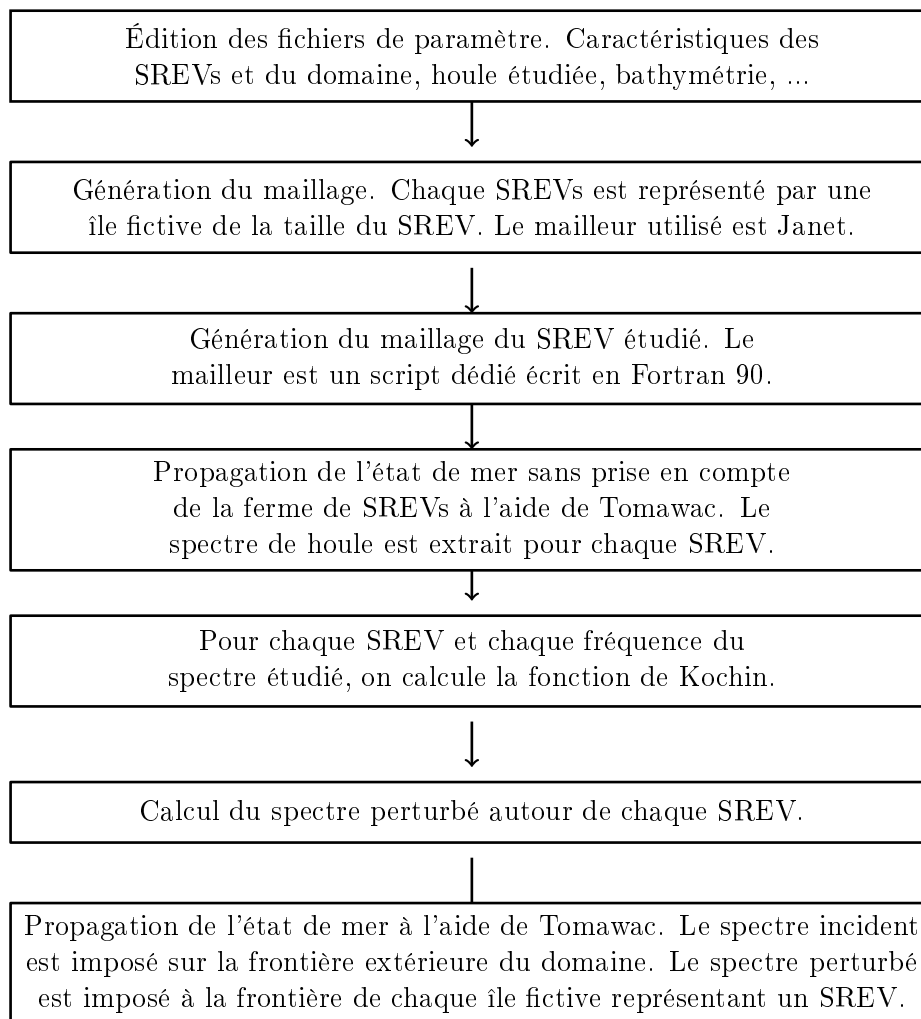


Annexe C

Annexe 3

Démarche utilisée pour modéliser l'impacte d'une ferme de SREVs sur le climat de vagues à l'échelle régionale

La méthodologie utilisée pour modéliser repose sur une succession de bash exécutant les uns après les autres les étapes de la démarche.



Bibliographie

- [1] Énergie thermique des mers, DCNS. <http://www.usinenouvelle.com/article/dcns-s-associe-a-edf-en-dans-les-energies-marines.N114466/>.
- [2] Opentelemac. <http://www.opentelemac.org>.
- [3] Barrage de la Rance. <http://www.lepaysmalouin.fr/2013/01/11/barrage-de-la-rance-attention-aux-marees-du-week-end/>.
- [4] Wamit, User Manual 7.0. <http://www.wamit.com>.
- [5] Ceto, Carnegie. <http://subseaworldnews.com/2012/09/21/carnegie-releases-ceto-5-unit-design-australia/>, .
- [6] WEC Ceto. <http://www.greenunivers.com/2014/02/a-la-reunion-le-prototype-houlomoteur-ceto-emporte-par-le-cyclone-bejisa-premium-108986/>, .
- [7] Eolien offshore. <http://www.greenunivers.com/2011/09/eolien-offshore-juristes-appel-offres-61078/>.
- [8] Limpet. <http://wavepower.ek.la/limpet-p522755/>.
- [9] mouvement d'un WEC dans le champ de vague. http://urban-gallery.net/tssr/?page_id=2123/.
- [10] Hydrolienne Openhydro. <http://www.cleantechrepublic.com/2008/10/22/pour-sa-premiere-ferme-hydrolienne-edf-opte-pour-la-technologie-de-lirlandais-openhydro/>.
- [11] Pelamis. http://www.ecosources.info/dossiers/Pelamis_energie_vague/.
- [12] L'hydrolienne, éolienne sous-marine. http://www.ecosources.info/dossiers/Hydrolienne_eolienne_sous-marine/.
- [13] Searev. http://eduscol.education.fr/sti/concours_examens/epreuve-de-sciences-de-lingenieur-bac-s-si-metropole-septembre-2014/.
- [14] Trajectoire des particules d'eau. <https://www.u-picardie.fr/~beaucham/littoral/GRENOBLE-2.html/>.
- [15] Wave Dragon. <http://wavepower.ek.la/wave-dragon-p486719/>, .

-
- [16] Wave Roller. <http://www.west-normandy-marine-energy.fr/fr/1-energie-des-vagues--le-houlomoteur-gc9.html/>, .
 - [17] Wave star. <http://www.nyhedsarkiv.aau.dk/nyhedsarkiv2011/vis/haandplukkede-unge-talenter-skal-lave-energi-med-boelger.cid37602/>, .
 - [18] Implementing Agreement on Ocean Energy Systems. Technical report, International Energy Agency, www.iea-oceans.org/_fich/6/IEA-OES_Annual_Report_2007.pdf, 2007. Annual Report.
 - [19] A. Babarit. Impact of long separating distances on the energy production of two interacting wave energy converters. *Ocean Engineering*, 37:718–729, 2010.
 - [20] A. Babarit, M. Folley, F. Charrayre, C. Peyrard, and M. Benoit. On the modelling of WECs in wave models using far field coefficients. In *Proc. of the 10th European Wave and Tidal Energy Conference (EWTEC)*, Copenhagen, Denmark, 2013.
 - [21] K.A. Belibassakis. A boundary element method for the hydrodynamic analysis of floating bodies in variable bathymetry region. *Engineering Analysis with Boundary Elements*, 32:796–810, 2008.
 - [22] M. Benoit. *Extension de l'équation de réfraction-diffraction de Berkhoff pour traiter des bathymétries rapidement variables. Développement et validation d'un algorithme applicable aux cas monodimensionnels pour une houle linéaire*. HE-42/99/049/A, 1999. Note technique EDF R&D.
 - [23] J.C.W. Berkhoff. *Mathematical models for simple harmonic linear water waves. Wave diffraction and refraction*, volume 163. Delft Hydraulics Lab Publication, Delft, The Netherlands, 1972.
 - [24] J.C.W. Berkhoff. Computation of combined refraction-diffraction. *Coastal Engineering*, pages 471–490, 1974.
 - [25] N. Booij. *Gravity waves on water with non-uniform depth and current*. PhD thesis, Technical University of Delft, Delft, The Netherlands, 1981.
 - [26] B. Borgarino. *Résolution accélérée du problème de tenue à la mer appliquée à l'étude paramétrique de fermes de récupérateurs de l'énergie des vagues*. PhD thesis.
 - [27] B. Borgarino, A. Babarit, and P. Ferrant. Impact of wave interactions effects on energy absorption in large arrays of wave energy converters. *Ocean Engineering*, 41:79–88, 2012.
 - [28] P.G. Chamberlain and D. Porter. The modified mild-slope equation. *Journal of Fluid Mechanics*, 291:393–407, 1995.
 - [29] C.N. Chandrasekera and K.F. Cheung. Extended linear refraction-diffraction model. *Journal of Waterway, Port, Coastal, and Ocean Engineering*, pages 280–286, 1997.
 - [30] F. Charrayre, M. Benoit, C. Peyrard, and A. Babarit. A coupled methodology for wave-body interactions at the scale of a farm of wave energy converters including irregular bathymetry.

- In Proc. of the 33rd International Conference on Ocean, Offshore and Arctic Engineering (OMAE)*, 2014.
- [31] B. F. M. Child and P. L. Weywada. Verification and validation of a wave farm planning tool. In *European Wave and Tidal Energy Conference (EWTEC)*, Copenhagen, Denmark, 2013.
- [32] B.F.M. Child, J. Cruz, and M. Livingstone. The development of a tool for optimising arrays of wave energy converters. In *European Wave and Tidal Energy Conference (EWTEC)*, Southampton, UK, 2011.
- [33] J. Cruz, R. Sykes, P. Siddorn, and R. Eatock Taylor. Wave farm design: preliminary studies on the influences of wave climate, array layout and farm control. In *Proc. of the 9th European Wave and Tidal Energy Conference (EWTEC)*, Uppsala, Sweden, 2009.
- [34] J. Cruz, M. Livingstone, and K. Rhinefrank. Validation of a new wave energy converter (WEC) modelling tool: application to the Columbia power WEC. In *International Offshore Mechanics and Arctic Engineering (OMAE)*, Rotterdam, The Netherlands, 2011.
- [35] R.A. Dalrymple and R.G. Dean. *Water wave mechanics for engineers and scientists*, volume 2 of *Advanced Series on Ocean Engineering*. 1991.
- [36] P. de Girolamo, J.K. Kostense, and M.W. Dingemans. Inclusion of wave breaking in a mild slope model. In *International Conference on Computer modelling in Ocean Engineering*, Venice, Italy, 1988.
- [37] G. Delhommeau. The seakeeping codes aquadyn and aquaplus. In *Numerical Simulation of Hydrodynamics: Ships and Offshore Structures*. Ecole Centrale Nantes, September 1993.
- [38] S. Diaconu and E. Rusu. The influence of a WEC array on the Romanian coastal environment. In *International Offshore Mechanics and Arctic Engineering (OMAE)*, Shanghai, China, 2010.
- [39] *Tomawac: Software for sea state modelling on unstructured grids over oceans and coastal seas*. EDF R&D.
- [40] J. Falnes. Radiation impedance matrix and optimum power absorption for oscillators in surface waves. *Applied Ocean Research*, 2:75–80, 1980.
- [41] J. Falnes. *Ocean waves and oscillating systems*. Cambridge University Press, 2002.
- [42] M. Folley and T. Whittaker. The adequacy of phase-averaged models for modelling wave farms. In *International Offshore Mechanics and Arctic Engineering (OMAE)*, Rotterdam, The Netherlands, 2011.
- [43] M. Folley, A. Babarit, B. Child, D. Forehand, L. O’Boyle, K. Silverthorne, J. Spinneken, V. Stratigaki, and P. Troch. A review of numerical modelling of wave energy converter arrays. In *Proc. of the 31st International Offshore Mechanics and Arctic Engineering (OMAE) Conference*, 2012.
- [44] E. Guyon, J.P. Hulin, and L. Petit. *Hydrodynamique physique*. EDP Sciences, 2001.

- [45] M. Göteman, J. Engström, M. Eriksson, and J. Isberg. Optimizing wave energy parks with over 1000 interacting point-absorbers using an approximate analytical method. *International Journal of Marine Energy*, 10:113–126, 2015.
- [46] J.C. Harris, E. Dombre, M. Benoit, and S.T. Grilli. A comparison of methods in fully nonlinear boundary element numerical wave tank development. In *14èmes Journées de l'Hydrodynamique*, Val de Reuil, France, 2014.
- [47] J. M. Hervouet. *Hydrodynamics of Free Surface Flows: Modelling with the Finite Element Method*. 2007.
- [48] L. H. Holthuijsen. *Waves in oceanic and coastal waters*. Cambridge University Press, 2007.
- [49] L.H. Holthuijsen, A. Herman, and N. Booij. Phase-decoupled refraction–diffraction for spectral wave models. *Coastal Engineering*, 49:291–305, 2003.
- [50] H. Kagemoto and D.K.P. Yue. Interactions among multiple three-dimensional bodies in water waves: an exact algebraic method. *Journal of Fluid Mechanics*, 166:189–209, 1986.
- [51] D.C. Kring, F.T. Korsmeyer, J. Singer, D. Danmeier, and J. White. Accelerated nonlinear wave simulations for large structures. In *Proc. of the 7th International Conference on Numerical Ship Hydrodynamics*, Nantes, France, 1999.
- [52] LHEEA. Nemoh. <http://lheea.ec-nantes.fr/doku.php/emo/nemoh/start>, mise à jour en juillet 2014.
- [53] S.R. Massel. Extended refraction-diffraction equation for surface waves. *Coastal Engineering*, 19:97–126, 1993.
- [54] S.A. Mavrakos and P. McIver. Comparison of methods for computing hydrodynamics characteristics of arrays of wave power devices. *Applied Ocean Research*, 19:283–291, 1998.
- [55] C.C. Mei, M. Stiassnie, and D.K.P. Yue. *Theory and applications of ocean surface waves; Part I: Linear aspects*, chapter Scattering by a vertical cylinder with circular cross section, pages 364–368. World Scientific, 2005.
- [56] B. Molin. *Hydrodynamique des structures offshore*, chapter les grands corps: théorie linéaire (in French), pages 186–210. Technip, 2002.
- [57] J.N. Newman. The drift force and moment on ships in waves. *Journal of Ship Research*, pages 51–60, 1967.
- [58] M. Ohkusu. Hydrodynamic forces on multiple cylinders in waves. *Symp. on Dynamics of Marine Vehicles and Structures in Waves, London*, pages 107–112, 1974.
- [59] Porter. The mild-slope equations. *Journal of Fluid Mechanics*, 494, 2003.
- [60] K. E. Silverthorne and M. Folley. A new numerical representation of wave energy converters in a spectral wave model. In *European Wave and Tidal Energy Conference (EWTEC)*, Southampton, UK, 2011.

-
- [61] K. E. Silverthorne and M. Folley. Wave farm energy yield calculations using a modified spectral wave model. In *Proc of the XIXth TELEMAR-MASCARET User Conference*, Oxford, UK, 2012.
- [62] M.J. Simon. Multiple scattering in arrays of axisymmetric wave-energy devices. *Journal of Fluid Mechanics*, 120:1–25, 1982.
- [63] B.H. Spring and P.L. Monkmeyer. Interaction of plane waves with vertical cylinders. *Coastal Engineering Proceedings, Copenhagen (Denmark)*, pages 1828–1847, 1974.
- [64] V. Stratigaki, P. Troch, T. Stallard, D. Forehand, J. P. Kofoed, M. Folley, M. Benoit, A. Babarit, and J. Kirkegaard. Wave Basin Experiments with Large Wave Energy Converter Arrays to Study Interactions between the Converters and Effects on Other Users in the Sea and the Coastal Area. *Energies*, Juillet 2014.
- [65] Vasiliki Stratigaki. *Experimental Study and Numerical Modelling of Intra-Array Interactions and Extra-Array Effects of Wave Energy Converter Arrays*. PhD thesis, Gent University, Belgium, 2014.
- [66] K.D. Suh, C. Lee, and W.S. Park. Time dependant equations for wave propagation on rapidly varying topography. *Coastal Engineering*, 32:91–117, 1997.
- [67] G.P. Thomas and D.V. Evans. Arrays of three-dimensional wave-energy absorbers. *Journal of Fluid Mechanics*, 108:67–88, 1981.
- [68] P. Troch, V. Stratigaki, T. Stallard, D. Forehand, M. Folley, J.P. Kofoed, M. Benoit, A. Babarit, D. Gallach Sanchez, L. De Bosscher, P. Rauwoens, B. Elsässer, P. Lamont-Kane, P. McCallum, C. McNatt, E. Angelelli, A. Percher, E. Carpentero Moreno, S. Bellew, E. Dombre, F. Charrayre, M. Vantorre, J. Kirkegaard, and S. Carstensen. Physical Modelling of an Array of 25 Heaving Wave Energy Converters to Quantify Variation of Response and Wave Conditions. *10th European Wave and Tidal Energy Conference (EWTEC)*, Aalborg (Denmark), September 2013.
- [69] P. Troch, V.Stratigaki, T. Stallard, D. Forehand, M. Folley, J.P. Kofoed, M. Benoit, A. Babarit, J. Kirkegaard, D. Gallach Sanchez, L. De Bosscher, P. Rauwoens, B. Elsässer, P. Lamont-Kane, P. McCallum, C. McNatt, E. Angelelli, A. Percher, E. Carpentero Moreno, S. Bellew, E. Dombre, F. Charrayre, M. Vantorre, S. Carstensen, and P. Stansby. Physical Modelling of Wave Energy Converters arrays in a large scale wave basin: the WECwakes project. In *Proc. of the Hydralab IV joint user meeting, Lisbon*, July 2014.
- [70] V. Twersky. Multiple Scattering of Radiation by an Arbitrary Configuration of Parallel Cylinders. *Acoustical Society of America*, 24(1):42–46, january 1952.
- [71] J. V. Wehausen. *Methods for Boundary-value Problems in Free-surface Flows*. David W. Taylor Naval Ship Research and Development Center, 1974.
- [72] P. L. Weywada, B. Child, and J. Cruz. Implementation of a spectral wave model for wave energy converter arrays. In *Proc. of the 4th International Conference on Ocean Energy (ICOE)*, Dublin, Ireland, 2012.

- [73] D.K.P. Yue, H.S. Chen, and C.C. Mei. A hybrid element method for diffraction of water waves by three-dimensional bodies. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 12:245–266, 1978.
- [74] J. Zhang and G.P. Miao. A linear hybrid model of MSE and BEM for floating structures in coastal zones. *Journal of Hydrodynamics*, 18:649–658, 2006.