Analyse et modélisation des mécanismes d'endommagement et de déformation en fatigue multiaxiale de matériaux composites : polyamide renforcé par des fibres courtes

Nicolas Despringre

▶ **To cite this version:**

Nicolas Despringre. Analyse et modélisation des mécanismes d'endommagement et de déformation en fatigue multiaxiale de matériaux composites : polyamide renforcé par des fibres courtes. Autre. Ecole nationale supérieure d'arts et métiers - ENSAM, 2015. Français. NNT : 2015ENAM0058 . tel-01341753

HAL Id: tel-01341753
https://pastel.hal.science/tel-01341753

Submitted on 4 Jul 2016

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

2015-ENAM-0058

École doctorale n° 432 : Sciences des Métiers de l'ingénieur

Doctorat ParisTech

T H È S E

pour obtenir le grade de docteur délivré par

l'École Nationale Supérieure d'Arts et Métiers

Spécialité "Mécanique des matériaux"

présentée et soutenue publiquement par

Nicolas DESPRINGRE

le 17 décembre 2015

Analyse et modélisation des mécanismes d'endommagement et de déformation en fatigue multiaxiale de matériaux composites : polyamide renforcé par des fibres courtes.

Directeur de thèse : **Fodil MERAGHNI**
Co-encadrement de la thèse : **Yves CHEMISKY**

Jury

M^{me} Noelle BILLON, Professeur, CEMEF, Mines ParisTech	Présidente
M. Djimédo KONDO, Professeur, Institut Jean le Rond d'Alembert, UPMC	Rapporteur
M. Frédéric JACQUEMIN, Professeur, E3M - GeM, Université de Nantes	Rapporteur
M. Issam DOGHRI, Professeur, IMMC, Université catholique de Louvain	Examinateur
M. Gilles ROBERT, Docteur, Solvay Engineering Plastics - Saint-Fons	Examinateur
M. Fodil MERAGHNI, Professeur, LEM3, Arts et Métiers ParisTech - Metz	Examinateur
M. Yves CHEMISKY, Maître de conférences, LEM3, Arts et Métiers ParisTech - Metz	Examinateur
M. Joseph FITOUSSI, Maître de conférences, PIMM, Arts et Métiers ParisTech - Paris	Examinateur

T H È S E

Arts et Métiers ParisTech – Campus de Metz
Laboratoire d'Etude des Microstructures et Mécanique des Matériaux (LEM3)

À mes parents, Jean-Luc et Lise

« L'important ce n'est pas la destination,
mais le voyage en lui-même. »

Robert Louis Stevenson

« [...] et les détours surtout. »

Philippe Pollet-Villard

Remerciements

En préambule de ce mémoire de thèse, j'ai à cœur de dire un grand merci à tous ceux qui ont permis l'aboutissement de ce doctorat.

Tout d'abord, je remercie Fodil Meraghni, mon directeur de thèse, pour le soutien indéfectible, tant humain que scientifique, qu'il a su m'apporter tout au long de mes travaux. Il a su me guider à travers toutes les étapes de ma thèse, parfois même malgré moi, et a toujours permis de surmonter les embûches parsemant notre chemin. Je loue également la confiance qu'il m'a accordée en me confiant ces travaux de recherches. Je me sens véritablement grandi d'avoir travaillé à ses côtés. Si Fodil incarne le côté paternel de cette thèse, le rôle de grand frère revient alors à Yves Chemisky. Yves a su me prodiguer son aide au quotidien et ses conseils judicieux font partie intégrante de la réussite de ces travaux. Je me remémore avec nostalgie nos nombreuses séances de code qui ont vu la naissance et l'envol de SMART+. Merci d'avoir toujours pris le temps de m'accompagner tout au long de cette thèse (malgré un emploi du temps surchargé!). Je suis ainsi profondément reconnaissant à mon équipe d'encadrement non seulement pour les compétences qu'ils m'ont apportées mais aussi pour les bons moments que nous avons passés ensemble.

Je tiens particulièrement à remercier Gilles Robert pour son aide technique et scientifique tout au long de ce doctorat. Les nombreuses mais non moins intéressantes réunions qu'il a organisées m'ont notamment permis de rencontrer et de discuter avec de nombreux scientifiques de haut niveau. Je le remercie ainsi de m'avoir permis d'être un membre à part entière au sein du projet DURAFIP. J'ai une profonde admiration envers lui pour les qualités rares dont il a fait preuve en gérant ce projet d'envergure. Je suis également reconnaissant à la division Engineering Plastics de Solvay dont la contribution a permis à ce doctorat de voir le jour.

Je remercie également Muhamad Fatikul Arif, maintenant docteur des Arts et Métiers, pour avoir partagé mes journées lors de la première moitié de ma thèse. Notre amitié m'est précieuse et je ne peux jamais m'empêcher de sourire lorsque je me souviens des moments que nous avons passés ensemble. Merci également à Dimitrios Chatziathanasiou d'avoir été là à chaque fois que j'ai eu besoin de discuter, et à Dimitrios Anagnostou pour son soutien sans faille et sa bonne humeur constante. Je tiens également à remercier les autres doctorants et post-doctorants que j'ai eu la chance de côtoyer, dont notamment Célia, Héloïse, Clément, Pascal, Kévin, Akbar, Nadia et les deux Francis. Merci à vous pour ces moments que nous avons partagés et pour votre présence au quotidien. Je remercie également tout le personnel du laboratoire et plus particulièrement Georges pour toutes ces discussions enflammées ainsi que Dominique pour avoir été toujours là quand j'avais besoin d'elle. Je n'oublie pas non plus Boris dont la gentillesse, l'efficacité et la disponibilité ne sont plus à démontrées. Je remercie également Laurent (que je n'ai apparemment pas fait assez travaillé!), Sylvain, Nadine et Julien. Merci aussi à Joseph Fitoussi pour les discussions constructives que nous avons eues.

Je ne saurais exprimer toute la gratitude que j'ai également pour mes proches, qui m'ont soutenu non seulement pendant mon doctorat mais également tout au long de mes études. Je remercie tout particulièrement ma compagne Gwladys pour la patience et le soutien dont elle a fait preuve. La phase de rédaction et de soutenance nous laissera un souvenir indélébile et je lui serai

éternellement reconnaissant pour m'avoir permis de garder la tête froide lorsque je doutais. J'ai également la plus profonde gratitude envers mes parents qui m'ont accompagné tout au long de ma vie et qui m'ont permis de devenir celui que je suis aujourd'hui. Merci également à mes deux petites sœurs, mon frère, ma belle-mère et mes amis qui ont été de précieux appuis et qui ne m'ont jamais fait défauts.

Je tiens finalement à remercier Noëlle Billon pour avoir assurer la présidence de mon jury de thèse, avec à la fois professionnalisme et humour. Je suis également reconnaissant envers mes deux rapporteurs, Frédéric Jacquemin et Djimédo Kondo, pour avoir décortiqué mon travail avec pertinence. Merci enfin à Issam Doghri d'avoir activement participé à mon jury de thèse.

Table des matières

INTRODUCTION 1

1. CONTEXTE INDUSTRIEL 1
2. OBJECTIFS DE LA THESE ET CADRE DU PROJET FUI-DURAFIP 4
3. PLAN DU MEMOIRE DE THESE 5

I. PROPRIETES ET MECANISMES D'ENDOMMAGEMENT DU PA66-GF30 7

1. DESCRIPTION DU MATERIAU COMPOSITE 7
   - *a. Fibres de verres 8*
   - *b. Matrice polyamide 9*
   - *c. Composite PA66-GF30 ..... 11*
   - *d. Procédé de fabrication du PA66-GF30 ..... 13*
2. MICROSTRUCTURE DU MATERIAU COMPOSITE 15
   - *a. Microstructure induite par le procédé d'injection 15*
   - *b. Description de la microstructure 17*
     - *i. Observations microstructurales 17*
     - *ii. Modélisation de l'orientation des fibres 19*
3. COMPORTEMENT MECANIQUE DU PA66-GF30 21
   - *a. Comportement en traction quasi-statique 21*
   - *b. Effet de la vitesse de déformation et des conditions environnementales 23*
   - *c. Comportement en fatigue 25*
     - *i. Courbes de Wöhler 25*
     - *ii. Diagramme de Haigh 27*
     - *iii. Influence de la fréquence et auto-échauffement 27*
     - *iv. Evolution de la boucle d'hystérèse et bilan énergétique 28*
     - *v. Phénomène de rochet 30*
     - *vi. Effet des conditions environnementales 30*
   - *d. Chargement multiaxial 31*
4. MECANISMES D'ENDOMMAGEMENT DU PA66-GF30 32
   - *a. Caractérisation des mécanismes d'endommagement – revue bibliographique 32*
     - *i. Mise en évidence des mécanismes d'endommagement 32*
     - *ii. Investigation de l'endommagement par microtomographie aux rayons X assistée par ordinateur (μCT) 34*
   - *b. Couplage viscosité endommagement 37*
   - *c. Mise en place et réalisation d'essais in-situ au MEB 38*
     - *i. Configuration expérimentale 38*
     - *ii. Dégradation des interfaces 39*
     - *iii. Microfissuration de la matrice 41*
     - *iv. Ruptures de fibres 42*
     - *v. Scénario d'endommagement - Effet de l'humidité relative 42*
     - *vi. Influence de l'orientation des fibres 43*
     - *vii. Endommagement en compression 45*
5. CONCLUSION 47

II. FORMULATION ET CINETIQUE DES LOIS D'ENDOMMAGEMENTS 49

1. REVUE BIBLIOGRAPHIQUE 49
   - *a. Définitions générales de l'endommagement au sein des matériaux composites 50*
   - *b. Critère de rupture et endommagement statistique au sein de composites renforcés par des fibres courtes 53*

2. APPROCHE PROBABILISTE 55
a. Loi de Weibull 56
b. Rupture de fibre 58
c. Fissuration de la matrice 59
d. Comportement lors de la décharge 60
3. DEGRADATION DE L'ENROBAGE 61
a. Critère de rupture et champ de contraintes à l'interface 62
b. Loi d'endommagement de la dégradation de l'interface 63
c. Impact sur le transfert de charge 65
d. Intégration de la loi d'endommagement sur l'intégralité de l'interface 68
e. Validation de la correction du transfert de charge par l'endommagement 70
i. Hypothèse de la décohésion systématique en tête de fibre 70
ii. Validation de la modélisation à travers les travaux issus de la littérature 74
4. VALIDATION PAR SIMULATION NUMERIQUE UTILISANT LES ELEMENTS COHESIFS 76
a. Présentation des lois cohésives en éléments finis 77
b. Simulations par éléments finis 79
c. Comparaison avec la nouvelle approche développée 82
5. CONCLUSION 84

III. MODELISATION MULTI-ECHELLES DU PA66-GF30 87

1. REVUE BIBLIOGRAPHIQUE DE LA MODELISATION DE THERMOPLASTIQUES RENFORCEES PAR DES FIBRES COURTES 87
a. Approches phénoménologiques 87
b. Modèles multi-échelles 89
2. MODELISATION MICROMECANIQUE ET HOMOGENEISATION A CHAMPS MOYENS 91
a. Volume élémentaire représentatif 92
b. Définition du comportement effectif d'un milieu hétérogène homogénéisé 93
c. Lois de localisation 94
d. Méthode de Mori-Tanaka 95
i. Principe et application au cas à N-phases 96
ii. Modèle à inclusions enrobées 97
iii. Approche incrémentale étendue au milieu à N-phases 98
3. LOIS DE COMPORTEMENT DES DIFFERENTES PHASES 100
a. Fibres et vides 100
i. Loi de Hooke 100
ii. Influence de l'endommagement des fibres 101
b. Matrice et enrobages 102
i. Modèles issus de la littérature 102
ii. Données expérimentales 106
iii. Modèles rhéologiques viscoélastiques 110
iv. Identification du modèle rhéologique 112
v. Viscoélasticité : Zener 3D 116
vi. Influence des lois d'évolution de l'endommagement 120
4. INFLUENCE DE L'ENDOMMAGEMENT SUR LE COMPORTEMENT EFFECTIF DU MATERIAU COMPOSITE 121
a. Scénarios d'endommagement 121
b. Impact sur le comportement effectif 122
5. CONCLUSION 123

IV. IMPLEMENTATION NUMERIQUE DU MODELE MICROMECANIQUE 125

1. FORMULATION ET DEVELOPPEMENT DE L'APPROCHE NUMERIQUE 125
a. Fichiers d'entrée de l'algorithme de simulation de comportement matériau 127

i. Propriétés du matériau et de la simulation ... 127
ii. Choix du nombre de familles d'orientation ... 127
iii. Elaboration du trajet de chargement ... 128
b. Architecture du modèle micromécanique ... *129*
c. Rotations et repères ... *131*
d. Développement d'une solution logicielle libre : SMART+ ... *132*
2. VALIDATION GENERALE DU MODELE ... 133
a. Validation de l'implémentation micromécanique ... *133*
b. Variation des modules effectifs selon la microstructure ... *134*
i. Evolution en fonction de la fraction volumique de fibre ... 134
ii. Evolution en fonction de l'orientation des fibres ... 135
iii. Evolution en fonction du rapport de forme des fibres ... 136
c. Validation du modèle à particules enrobées ... *137*
d. Limite de l'approche de Mori-Tanaka ... *140*
3. ANALYSE DE SENSIBILITE ... 142
a. Simulation type d'un thermoplastique renforcé par des fibres courtes ... *142*
i. Paramètres du modèle et jeu arbitraire pour l'analyse de sensibilité ... 142
ii. Analyse détaillée de la réponse type du matériau composite ... 145
b. Influence du type de renfort ... *149*
i. Renforts plus rigides ... 149
ii. Impact du facteur de forme ... 152
c. Effet de la microstructure ... *154*
i. Impact de la fraction volumique de fibre ... 154
ii. Impact de l'orientation des fibres ... 156
d. Analyse de l'influence des mécanismes d'endommagement ... *159*
i. Rupture de fibres ... 159
ii. Fissuration matricielle ... 161
iii. Dégradation de l'interface/interphase ... 163
e. Sensibilité au pas de temps ... *165*
f. Effet du chargement ... *167*
i. Chargement multi-blocs ... 167
ii. Chargement multiaxial non-proportionnel déphasé ... 169
4. CONCLUSION ... 172
V. IDENTIFICATION DU MODELE MICROMECANIQUE ... 175
1. OUTILS D'OPTIMISATION ... 175
a. Algorithme génétique ... *175*
b. Méthode de Levenberg-Marquardt ... *177*
c. Développement d'un outil d'optimisation ... *180*
i. Combinaison d'un algorithme génétique et d'une méthode de Levenberg-Marquardt ... 180
ii. Optimisation sous contraintes ... 183
2. IDENTIFICATION DE LA MICROSTRUCTURE ... 184
a. Propriétés de l'enrobage ... *184*
i. Interdépendance des propriétés ... 184
ii. Evaluation des propriétés de l'enrobage ... 186
b. Orientation des fibres ... *188*
i. Post-traitement des données issues de la microtomographie ... 189
ii. Estimation de la distribution d'orientation selon φ ... 191
iii. Identification des fonctions de densités d'orientation selon ϑ ... 192
iv. Distribution du taux de fibre selon l'épaisseur ... 194
3. OPTIMISATION DES PARAMETRES RHEOLOGIQUES DE LA MATRICE ... 195
a. Identification des paramètres en quasi-statique ... *195*

b. Identification des paramètres sur essais cycliques ... *197*
4. EVALUATION DES PARAMETRES D'ENDOMMAGEMENT ... 199
a. Courbes macroscopiques issues de chargements atypiques ... *199*
b. Optimisation en considérant uniquement la dégradation de l'interphase ... *202*
c. Optimisation avec les trois mécanismes d'endommagement ... *205*
5. CONCLUSION ... 208

CONCLUSION GENERALE ... **211**

PERSPECTIVES ... **217**

1. Amélioration du modèle rhéologique de la matrice ... *217*
2. Couplage thermomécanique fort ... *217*
3. Intégration de sauts de cycles ... *218*
4. Intégration dans une suite logicielle d'éléments finis ... *219*
5. Identification multi-échelles complète et « Material by Design » ... *219*
6. Suite du projet FUI-DGCIS DURAFIP ... *219*

LISTE DES TABLEAUX ... **221**

LISTE DES FIGURES ... **223**

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES ... **231**

ANNEXE A : CALCUL DE LA NORMALE A LA SURFACE D'UN ELLIPSOÏDE ... 251
ANNEXE B : PROBLEME DE L'INCLUSION D'ESHELBY ... 252
ANNEXE C : NOTATION DE VOIGT ... 257
ANNEXE D : THEOREMES DE LA MICROMECANIQUE ... 258
ANNEXE E : METHODE AUTO-COHERENTE ET SOLUTION DE L'INCLUSION DILUEE ... 260
ANNEXE F : FONCTIONS ANALYTIQUES UTILISEES EN DIFFRACTION DES RAYONS X ... 261

Introduction

1. Contexte industriel

Un matériau composite peut être défini comme l'alliance d'au moins deux composants différents. Le corps hétérogène obtenu peut alors combiner les avantages des deux phases et ainsi avoir de meilleures propriétés que celles de chaque composant pris séparément. Le concept de matériau composite remonte à l'antiquité. Les ingénieurs de l'Egypte ancienne amélioraient déjà la résistance des briques de construction en ajoutant de la paille courte à l'argile. L'os humain peut par ailleurs être considéré comme un matériau composite naturel, qui allie entre autres collagène (matrice) et phosphate de calcium (inclusions). Ces matériaux correspondent en effet la plupart du temps à une matrice qui relie et fige des renforts. Généralement, les renforts sont rigides mais fragiles tandis que la matrice est ductile et moins rigide mais également bien moins dense.

Les matériaux composites, ou simplement composites par abus de langage, sont donc réputés pour leur ratio propriétés mécaniques – densité très intéressant. Un exemple caractéristique est le rapport rigidité – densité, où la place avantageuse des matériaux composites par comparaison avec d'autres matériaux est illustrée sur la Figure 0.1. Il est à noter que les renforts ne sont pas systématiquement plus rigides que la matrice, comme par exemple dans le cas des matrices céramiques. Les matrices les plus fréquentes sont soit ces-dernières, soit les métaux, soit les polymères. Les renforts les plus courants sont les fibres de verre, de carbone, d'aramide (Kevlar), des fibres naturelles ou des inclusions métalliques ou en céramique. De plus en plus de microparticules (talc ou bille de verre par exemple) sont aussi ajoutées dans les mélanges polymère – fibres de verre ou de carbone afin de privilégier la rigidité ou d'autres caractéristiques telle que la tenue au feu.

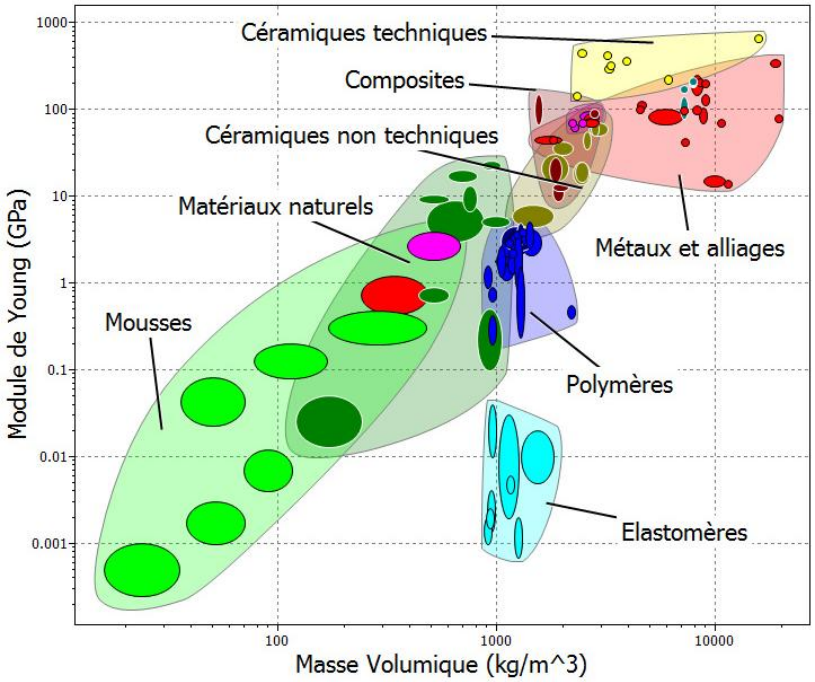


Figure 0.1 – Place des matériaux composites dans le monde des matériaux en considérant leur ratio module d'Young / masse volumique (Document Granta Design).

L'essor et l'utilisation moderne des matériaux composites débute au milieu des années 1960 et concerne principalement l'industrie aéronautique, en perpétuelle quête d'allègement de structures. Au fil des décennies et jusqu'à aujourd'hui, ces nouveaux composants révolutionnent le domaine et remplacent petit à petit les pièces métalliques. Les données d'Airbus et d'Eurocopter, représentées Figure 0.2, montrent qu'en l'espace de 40 ans, les matériaux composites sont passés de composants marginaux à matériau principal, à hauteur de 55% pour l'A350 XWB et de 85% pour le NH90. Cette évolution dans les applications est réalisée avec une exigence accrue en termes de performances de rigidité, de résistance et de durabilité.

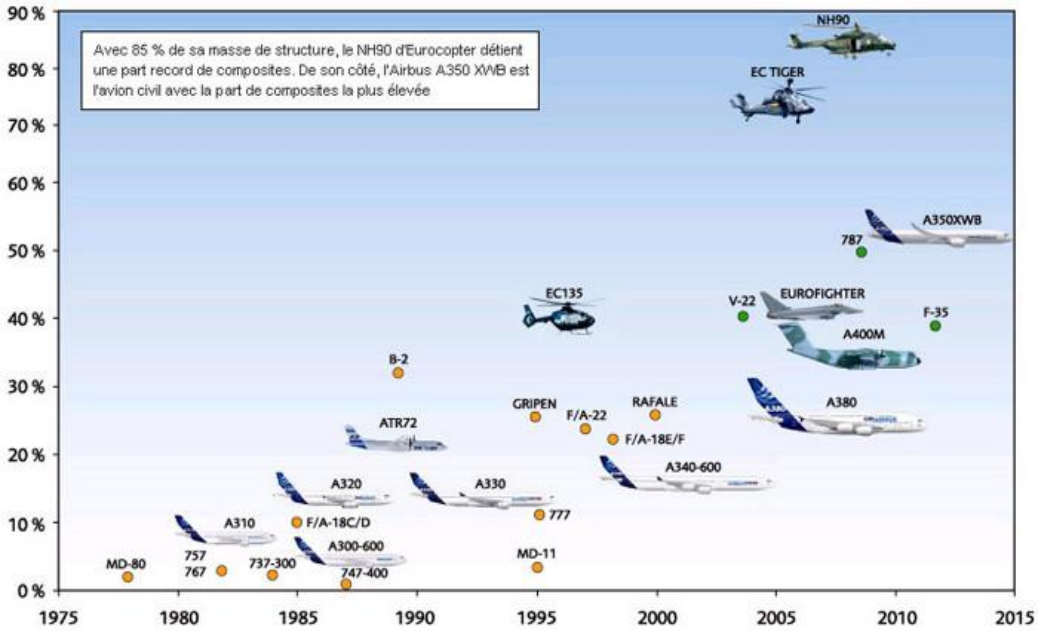


Figure 0.2 – Part des matériaux composites dans la fabrication d'avion d'Airbus ou d'hélicoptères d'Eurocopter (Documents Airbus et Eurocopter).

Cette remarquable montée en puissance des matériaux composites ne s'est pas arrêtée au domaine de l'aéronautique et concerne plus récemment l'industrie automobile. Lors de la conception de véhicules routiers, la réduction de masse est en effet une problématique de plus en plus centrale. Le but est alors de réduire la consommation de carburant ainsi que les émissions polluantes, notamment de dioxyde de carbone. Les composites à matrices organiques, et plus particulièrement les thermoplastiques renforcés par des fibres courtes, représentent alors une alternative efficace et économique aux métaux. En effet, ces matériaux ont pour avantages leur ratio résistance-masse intéressant et leur performance thermomécanique, mais aussi leur capacité à pouvoir être moulés par injection ce qui facilite la mise en œuvre de pièces complexes.

Si les matériaux composites ont largement investi le domaine automobile pour des pièces qui ne subissent pas de chargements mécaniques importants (carrosseries, habillage intérieur), les exigences environnementales imposent un allègement des véhicules toujours plus important. Dans ce contexte, les pièces structurelles historiquement métalliques sont de plus en plus remplacées par des matériaux composites à matrice polymère. Le challenge est alors de réussir à produire ces pièces à un cout équivalent tout en assurant la fiabilité mécanique pour un poids réduit. La Figure 0.3 présente par exemple deux pièces automobiles en polyamide 6,6 renforcé par des fibres de verre courtes, à savoir un pare-choc avant ainsi qu'un support moteur.

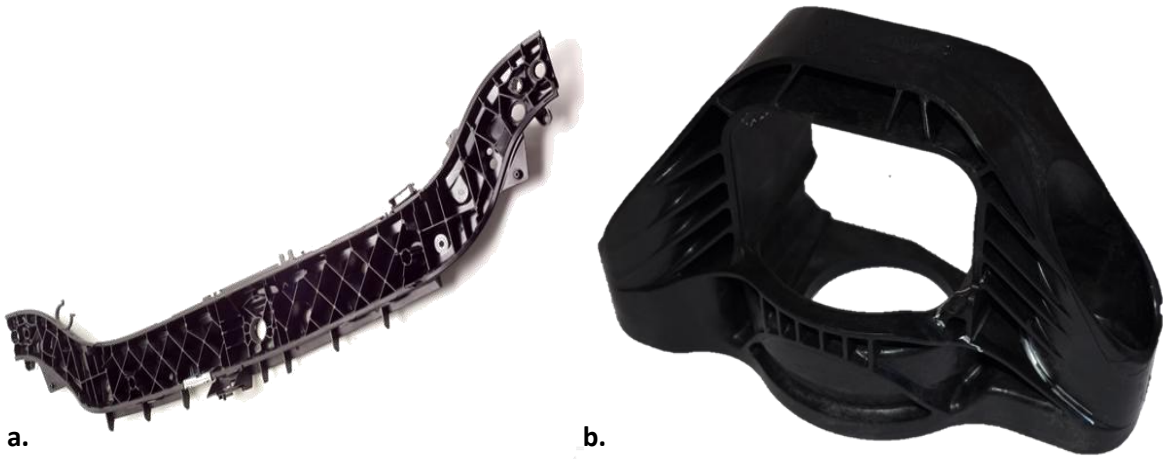


Figure 0.3 – Pièces automobiles structurelles fabriquées en polyamide 6,6 renforcé par des fibres de verre courtes. **a.** Pare-choc avant. **b.** Support moteur. Ces photos sont reproduites avec l'autorisation de Solvay Engineering Plastics.

Afin d'utiliser de tels matériaux pour la fabrication de ces pièces structurelles, il convient de s'intéresser au chargement que subissent ces composants mécaniques. Sous capot, ces derniers sont notamment soumis à des vibrations permanentes et donc sujets à des chargements de type cyclique. Parmi les aspects du dimensionnement des composants automobiles, l'étude de la fatigue nécessite tout d'abord de déterminer les équations constitutives du matériau composite ainsi que leurs évolutions tout au long de sa vie. Ceci permet alors de calculer la réponse d'une pièce structurelle à n'importe quel chargement issu du cahier des charges. Le modèle de calcul doit donc être suffisamment prédictif et intégrer aux échelles pertinentes les phénomènes pouvant influencer la durée de vie en fatigue, dont notamment l'état mécanique à l'échelle microstructurale. C'est ce que nous souhaitons développer dans le cadre de ces travaux, dans le cas d'un polyamide 6,6 renforcé par des fibres de verre courtes à hauteur de 30% en masse (PA66-GF30). Sous chargement (cyclique ou non), ce matériau composite s'endommage de manière complexe [1] [2]. L'étude et la modélisation de cet endommagement s'avèrent particulièrement ardues. De plus, l'interaction du polyamide avec son environnement (humidité, température) complexifie fondamentalement l'étude de son comportement.

La prédiction du comportement en fatigue de structures en thermoplastiques renforcés (TPR) est donc une problématique encore largement ouverte et les approches de modélisation sont fortement en développement. En plus de l'effet très important de l'environnement et de l'histoire thermique et hygrométrique du matériau, le comportement mécanique sous sollicitations cycliques ainsi que l'endommagement puis la rupture du matériau et de la structure en TPR dépendent très fortement de :

- Phénomènes complexes couplés à l'échelle micro : processus de localisation de la déformation, mécanismes locaux d'endommagement (amorçage, propagation de microfissures, décohésion de l'interface fibre-matrice) associés à l'évolution microstructurale du polymère.
- L'effet du trajet de chargement : effet de la contrainte moyenne, effet d'entaille (taux de triaxialité des contraintes), niveau d'amplitude, chargement à amplitude variable, spectre de chargement aléatoire …

- La variabilité de la microstructure induite par le procédé de mise en œuvre : effet de l'orientation des renforts générée par l'injection, évolution de l'anisotropie due aux mécanismes d'endommagement et de déformation ainsi que de la variation spatiale du comportement de la matrice ou de son taux de cristallinité (cœur et peau de la structure).

Les effets combinés des trois points précédents n'ont pas été étudiés dans la littérature ouverte et encore moins intégrés dans des modèles de prédiction de la tenue en fatigue de composites TPR. De façon non exhaustive, les travaux publiés récemment sur les polyamides renforcés abordent la problématique de la fatigue des TPR soit à travers le comportement en viscoplasticité cyclique [3] ou bien au moyen d'une approche phénoménologique de l'endommagement [4]. Plusieurs verrous scientifiques restent cependant posés. Par exemple, quel est l'impact de la variabilité de la microstructure en fatigue multiaxiale ? L'identification des mécanismes d'endommagement et de déformation, leur cinétique liée à des effets de couplage et la relation à la microstructure locale sont des problématiques encore ouvertes à l'heure actuelle. Ceci est particulièrement important dans le cas de matériaux présentant une forte variabilité de la microstructure induite par le procédé d'élaboration, ce qui est le cas du matériau de l'étude, le PA66-GF30 [5] [6].

2. Objectifs de la thèse et cadre du projet FUI-DURAFIP

Le présent travail de thèse s'inscrit dans le cadre du projet DURAFIP (financement FUI-DGCIS, 2012-2015) en collaboration industrielle avec un consortium de 14 partenaires académiques et industriels. Piloté par Solvay, ce projet structurant et fédérateur bénéficie également de la participation de PSA Peugeot Citroën, de Toyota, de Trelleborg, d'e-Xstream, d'AXS Ingénierie, de Promold, de SOGEFI, des Arts & Métiers ParisTech, de l'Université Catholique de Louvain, du CEMEF, de l'ENSTA Bretagne et de l'Université de Montpellier II. Les objectifs principaux de ce projet sont tout d'abord la compréhension et la modélisation des phénomènes, à différentes échelles, qui interviennent lors de l'endommagement en fatigue de pièces structurelles en polyamide 6,6 renforcé par des fibres de verre courtes. Ensuite, la validation des approches de conception proposées permettra le dimensionnement et la fabrication de pièces structurelles compétitives en thermoplastique renforcé.

Le but des présents travaux de thèse est au cœur de ces objectifs et concerne la formulation d'une modélisation multi-échelles, à fort contenu physique, du comportement cyclique couplé à l'endommagement anisotrope du PA66-GF30, notamment en fatigue multiaxiale.

La modélisation proposée dans le cadre de cette étude est d'inspiration auto-cohérente formulée à travers le modèle de Mori et Tanaka généralisé à l'endommagement anisotrope [7]. Le modèle s'appuie sur une description fine de la microstructure avec notamment la distribution d'orientation, la distribution d'élancement et la fraction volumique de fibres induites par le procédé de fabrication. Celles-ci sont préalablement caractérisées par des moyens expérimentaux à différentes échelles du matériau. Il est également important de prendre en compte le comportement mécanique de chaque phase, et plus particulièrement le comportement visqueux du polyamide.

L'aspect endommagement est intégré de manière locale, en décrivant aux travers de lois de décohésions d'interfaces et de grossissement de cavités, l'évolution observée dans les matériaux sous sollicitations cycliques. La démarche de modélisation multi-échelles permet alors, tout en intégrant les mécanismes physiques à une échelle fine, de déterminer les propriétés macroscopiques (modules tangents) intégrant la rhéologie des phases et l'endommagement du composite. Ce type de modélisation nécessite cependant d'identifier l'évolution des mécanismes physiques et le comportement des phases. Une caractérisation, elle aussi multi-échelles, s'avère alors nécessaire, et doit immanquablement être couplée à une stratégie d'identification par méthodes inverses à partir du comportement macroscopique et des données physiques aux différentes échelles du composite.

Cette étude se déroule en parallèle d'une vaste investigation expérimentale menée notamment par Arif dans le cadre de sa thèse [8]. Celle-ci est fondée sur les techniques de mesure de champs, au microscope électronique à balayage (MEB) et par microtomographie X, qui sont exploités pour identifier des critères locaux d'endommagement en fatigue. Ceux-ci intègrent l'évolution du nombre de microcavités et/ou de microfissures en fonction de l'état de contrainte local et du taux de triaxialité des contraintes, calculé par le modèle de transition d'échelles. Les critères locaux d'endommagement identifiés à l'échelle micro sont validés à l'échelle macro au moyen d'essais de fatigue uniaxiale puis en chargement multiaxial. Les moyens d'essais présents à l'ENSAM permettent de réaliser des essais de fatigue en trajets de chargement proportionnel ou non proportionnel. Il est alors possible d'identifier une surface de charge multiaxiale d'iso-endommagement et l'évolution de cette surface dans l'espace des contraintes appliquées en fonction du nombre de cycles. Le modèle multi-échelles étant fonction de la distribution de la microstructure, il est également possible de simuler d'autres configurations de microstructures issues de la simulation du procédé d'injection. Enfin, le modèle formulé doit résolument être tourné vers le calcul de structures et son implémentation numérique est prévue pour être compatible avec au moins un logiciel de simulation numérique par éléments finis (Abaqus).

3. Plan du mémoire de thèse

Le manuscrit de thèse s'articule de la façon suivante. Le premier chapitre décrit le matériau utilisé dans cette étude, à savoir le polyamide 6,6 renforcé par des fibres de verre courtes à hauteur de 30% en masse (PA66-GF30). Il recense ainsi les propriétés de la matrice comme des renforts avant de décrire le procédé de fabrication et la microstructure que cela induit. Une étude bibliographique détaillée analyse les propriétés mécaniques du PA66-GF30 ainsi que les mécanismes d'endommagement, pour des chargements en quasi-statique et en fatigue. Conjointement avec la thèse d'Arif [9], des essais in-situ ont également été menés au MEB et sont ici présentés.

Une revue bibliographique de la prise en compte de l'endommagement dans la modélisation du PA66-GF30 est réalisée dans le second chapitre. L'implémentation choisie pour l'endommagement de ce thermoplastique renforcé y est ensuite développée, mécanisme par mécanisme. Une approche originale est notamment développée pour la description de la dégradation des interfaces fibre/matrice, et validée en simulant la décohésion des fibres dans un volume élémentaire représentatif (VER) en utilisant une cellule élémentaire où des éléments cohésifs simulent l'interface sujette à la décohésion.

Le troisième chapitre décrit ensuite le modèle micromécanique en lui même. La littérature est analysée afin d'entrevoir les possibilités de modélisation de ce matériau composite et de justifier l'approche choisie. L'homogénéisation de Mori-Tanaka est rappelée et étendue dans le cas d'un grand nombre de phases incluant des enrobages dont la fraction volumique est finie. Cette partie se termine par l'analyse et le développement des lois constitutives pour chaque phase du volume élémentaire représentatif (VER). Cette partie comporte également l'influence des lois d'évolution de l'endommagement sur le VER, ainsi que la description du scénario d'endommagement standard que cette approche permet de modéliser.

L'implémentation numérique est détaillée dans le quatrième chapitre. Ce-dernier présente l'architecture du code développé au cours de cette thèse, et qui a donné naissance au projet open-source SMART+ (Smart Materials Algorithms and Research Tools) au sein du LEM3-ENSAM. Il s'agit d'une librairie scientifique libre codée en C++ et dont le but est de faciliter l'analyse de la mécanique des matériaux, à travers entre autres des lois constitutives dédiées. Ce programme permet également de simuler le comportement d'un VER donné. Le modèle développé y est donc implémenté, dans une version propriétaire de la librairie. Une analyse de sensibilité termine cette partie et détaille notamment l'influence de la microstructure ou des paramètres d'endommagement.

Enfin, le cinquième et dernier chapitre présente l'identification du modèle. Les algorithmes d'optimisation, codés dans le cadre de la thèse, y sont tout d'abord présentés. L'identification successive des paramètres microstructuraux, visqueux et d'endommagement est ensuite décrite. Des simulations intégrant tous les phénomènes couplés sont finalement menées et analysées pour des chargements complexes.

Le mémoire se termine par les conclusions générales de cette thèse. Elles ouvrent la voie vers les perspectives de ces travaux en termes de projets académiques et industriels.

I. Propriétés et mécanismes d'endommagement du PA66-GF30

1. Description du matériau composite

Les composites à matrice thermoplastique sont aujourd'hui les plus utilisés dans le contexte automobile, et ce à plusieurs titres. D'une part, leur mise en œuvre est aisée grâce à leur aptitude à être fabriqués par le procédé de moulage par injection. Ceci permet une production en série de pièces complexes et les moules correspondants bénéficient par ailleurs d'une bonne longévité. D'autre part et contrairement aux thermodurcissables, ils ont également l'avantage de pouvoir être recyclés. Ils bénéficient aussi d'une bonne résistance aux chocs et d'un bon rapport résistance/densité. À noter que les fibres de verre sont choisies courtes afin de permettre la mise en œuvre par injection et ainsi garantir une cadence de production adaptée à l'industrie automobile.

Dally et Carillo [10] abordent ce qui peut justifier le choix du polyamide 6,6 parmi les autres thermoplastiques. Les résultats de leurs tests en fatigue à déformation imposée sont représentés par des courbes de Wöhler sur la Figure I.1. Sauf contre-indication, les différents polymères sont renforcés par des fibres de verre courtes. Le nylon (polyamide) renforcé présente effectivement une meilleure résistance/durée de vie que le polyéthylène ou le polystyrène. Ceci est principalement du à une énergie cohésive des polyamides beaucoup plus élevée que celles d'autres polymères; 158 $kJ.mol^{-1}$ pour le polyamide 6,6 contre 8,8 $kJ.mol^{-1}$ pour le polyéthylène par exemple [11].

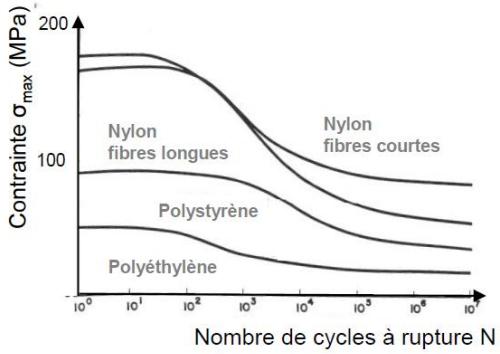


Figure I.1 – Courbes de Wöhler pour différents thermoplastiques renforcés **[10]**.

Dans le cadre de ces travaux de thèse, l'étude est conduite sur un matériau composite comportant une matrice en polyamide 6,6 renforcée par des fibres de verre courte à hauteur de 30% en masse (PA66-GF30). De nombreux paramètres influencent le comportement de ce matériau, dont par exemple et de manière non exhaustive :

- La géométrie de la pièce injectée, avec la présence éventuelle de ligne de soudure.
- L'état de surface selon les traitements utilisés.
- Les conditions environnementales tels que la température, l'humidité ou le milieu d'utilisation.
- Le vieillissement hydrothermal du matériau.
- La taille des défauts matriciels typiques du procédé de mise en forme.
- La présence d'autres éventuels défauts (fissure, …).
- La qualité de l'interface fibre-matrice, dépendante de l'ensimage des fibres.

- Les conditions de chargements – en fatigue, il s'agira par exemple de la valeur moyenne de chargement, de son amplitude, de sa fréquence et du déphasage entre les différents chargements dans des cas de sollicitations multiaxiales.
- La microstructure du matériau composite et la distribution des contraintes à l'échelle microstructurale qui en résulte. Cela concerne principalement l'orientation des renforts, qui dépend notamment de leur position dans l'épaisseur de la pièce injectée.
- Les lois de comportements et d'endommagement des différentes phases.

En plus de ces facteurs, les propriétés de chaque constituant sont bien évidemment cruciales et impactent nécessairement les propriétés du PA66-GF30. Ceux-ci sont donc décrits dans les paragraphes suivants et participent à la compréhension du comportement thermomécanique du matériau composite.

a. Fibres de verres

Les renforts du PA66-GF30 sont beaucoup plus résistants que la matrice, ce qui permet d'assurer la tenue mécanique du matériau, notamment en termes de rigidité et de résistance. Les fibres de verre sont les renforts les plus utilisés lors de la conception de matériaux composites. Parmi les qualités de ces fibres figurent leur légèreté et leur résistance en traction mais aussi leur résistance à la corrosion, leur qualité d'isolant électrique et la liberté de mise en forme qu'elles permettent - autant au niveau du procédé que de la forme des pièces à créer [12]. Le marché des fibres de verre est principalement dominé par le type *E*, qui correspond à du verre alumine-borosilicate contenant moins de 1% d'oxydes alcalins. C'est celui qui est ici utilisé pour le PA66-GF30. Les autres grands types de fibre de verre sont *R* et *D* et correspondent respectivement à des applications pour composite haute performance ou pour la fabrication de circuits imprimés (utilisation des propriétés diélectriques).

En ce qui concerne les fibres de verre courtes, il est admis qu'elles sont élastiques isotropes. Leurs principales propriétés sont rassemblées dans le Tableau I.1. Elles possèdent une longueur moyenne de 250 µm avant injection, et leur facteur de forme varie entre 10 et 100. Dans le cadre de la modélisation, elles seront considérées en tant qu'inclusions ellipsoïdales pour des raisons de simplicité.

	Fibre de verre de type E
Diamètre (µm)	10
Densité ($g.cm^{-3}$)	2,54
Module de traction (GPa)	72,4
Résistance en traction (MPa)	1725
Module de Poisson	0,22
Coefficient d'expansion thermique ($°C^{-1}$)	5.10^{-6}
Conductivité thermique (W/m.°C)	1,04
Résistivité (Ω.cm)	0,1

Tableau I.1 – Propriétés des fibres de verres de type *E* pour application en thermoplastique renforcé.

b. *Matrice polyamide*

Au sein du composite étudié, l'un des principaux rôles de la matrice est de transférer la charge aux fibres. Elle doit donc présenter une bonne adhésion avec celles-ci afin d'optimiser la tenue mécanique du matériau composite. Le polyamide (PA), ou nylon, est caractérisé par la présence du motif amide de la Figure I.2a au sein du polymère. Les polyamides sont alors différenciés par deux nombres juxtaposés qui correspondent au nombre d'atomes de carbone séparant deux atomes d'azote N, respectivement des côtés sans et avec les doubles liaisons C=O. Une illustration du PA66, utilisé dans cette étude, est faite Figure I.2b. À noter que des liaisons hydrogènes apparaissent entre les atomes O et H de plusieurs chaines de polymères, renforçant le matériau.

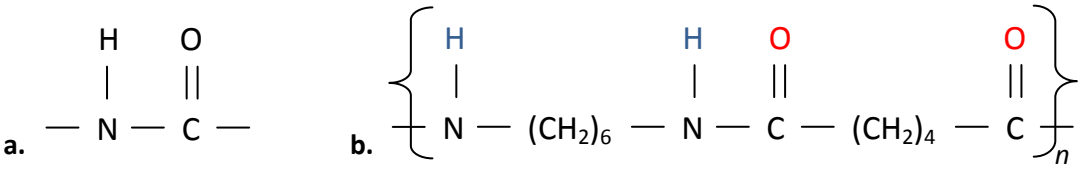


Figure I.2 – Représentation moléculaire **a.** du groupe caractéristique des polyamides et **b.** du motif élémentaire du polyamide 6,6.

La linéarité, les symétries et les liaisons hydrogènes du polyamide lui confèrent une forte cristallinité et donc de bonnes propriétés mécaniques. La cristallinité du polyamide varie avec la nature de son motif. Pour un PA66, elle est de 40 à 50 % [11]. La partie cristalline s'organise en sphérolites, comme expliqué dans la section suivante et illustré Figure I.9. Les propriétés physiques du PA66 dépendent de sa teneur en eau et de sa température. Ce point sera détaillé un peu plus tard dans cette section. Les caractéristiques du PA66 sec sont rassemblées dans le Tableau I.2.

	PA66
Masse volumique (g.cm^{-3})	1,14
Module de traction (GPa)	3
Contrainte de traction à rupture (MPa)	85
Allongement à rupture en traction (%)	50
Température de fusion (°C)	265

Tableau I.2 – Propriétés physiques du PA66 sec, à température ambiante [11].

En ce qui concerne la loi de comportement d'un polymère semi-cristallin, il est admis qu'elle suit une loi visco-élastoplastique isotrope, telle que représentée Figure I.3. Le comportement en zone I est uniquement viscoélastique (voire élastique). En zone II, il devient plastique puis viscoplastique en zone III. Une description plus poussée des différents mécanismes qui entrent ici en jeu peut être trouvée dans la thèse de Mourglia-Seignobos [13]. Lorsque le polyamide 6,6 est sec, les valeurs caractéristiques de sa courbe de traction à 23°C et $\dot{\varepsilon} = 10^{-3}\ s^{-1}$ sont $E = 3GPa$, $\sigma_Y = 80\ MPa$ et $\sigma_R = 120\ MPa$. L'une des conséquences de la viscosité du polyamide 6,6 est sa sensibilité à la vitesse de déformation. Ce phénomène d'adoucissement est caractéristique des polymères semi-cristallins et a été largement étudié dans la littérature [14].

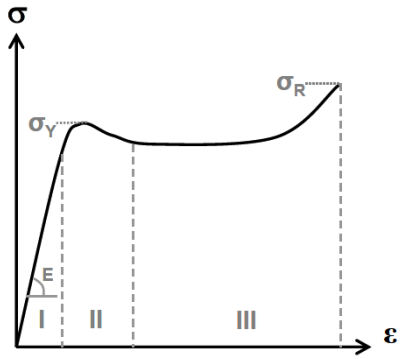


Figure I.3 – Courbe type contrainte nominale / déformation nominale dans les polymères semi-cristallins [13].

Comme tous les polymères, le polyamide possède un état vitreux et un état caoutchouteux, séparés par une température de transition vitreuse T_g. Elle marque une brusque variation des propriétés mécaniques du matériau. Le comportement viscoélastique du polyamide est fortement influencé par l'écart entre sa température et celle de sa transition vitreuse. Cette dernière est en outre directement influencée par le taux d'humidité relative auquel le polymère est soumis [15], suivant le Tableau I.3 donné par notre partenaire industriel. Le polymère atteint une saturation en eau lorsque celle-ci atteint 8,5% de concentration massique [16]. L'influence de l'humidité se ressent donc entre autres en fatigue au niveau du déphasage ainsi que des performances mécaniques [13].

Humidité relative	Température de transition vitreuse
0 %	*67,5 °C*
25 %	*50 °C*
50 %	*22 °C*
68 %	*12,5 °C*
80 %	*0 °C*
100 %	*0 °C*

Tableau I.3 – Variation de la température de transition vitreuse du PA66 en fonction de l'humidité relative, à 4°C près.

La littérature fournit de nombreuses lois d'évolution de la température de transition vitreuse en fonction de l'humidité relative, mais une étude de Launay *et al.* a montré qu'une interpolation linéaire apparaît suffisante pour décrire ce phénomène [15]. Cette humidité influence également l'allongement des chaînes, comme le montre la Figure I.4. Il convient alors de toujours garder à l'esprit que toutes les propriétés mécaniques du polyamide doivent avoir une dépendance à la température et à l'humidité relative (RH). La modélisation devra donc intégrer ces influences et l'identification des paramètres ne pourra se faire que pour un jeu de conditions donné. Monson *et al.* ont à ce propos étudié l'évolution de nombreuses propriétés du PA66 en fonction de son absorption d'humidité [17]. Ils ont ainsi étudié le changement de masse et de volume du polyamide chargé en eau ainsi que l'évolution du coefficient de diffusion au cours du processus d'absorption d'eau. La dilatation due à la teneur en eau y est démontré isotrope. L'équilibre hydraulique et le coefficient de diffusion sont quant à eux montrés indépendants de la forme de l'échantillon et de son procédé de fabrication.

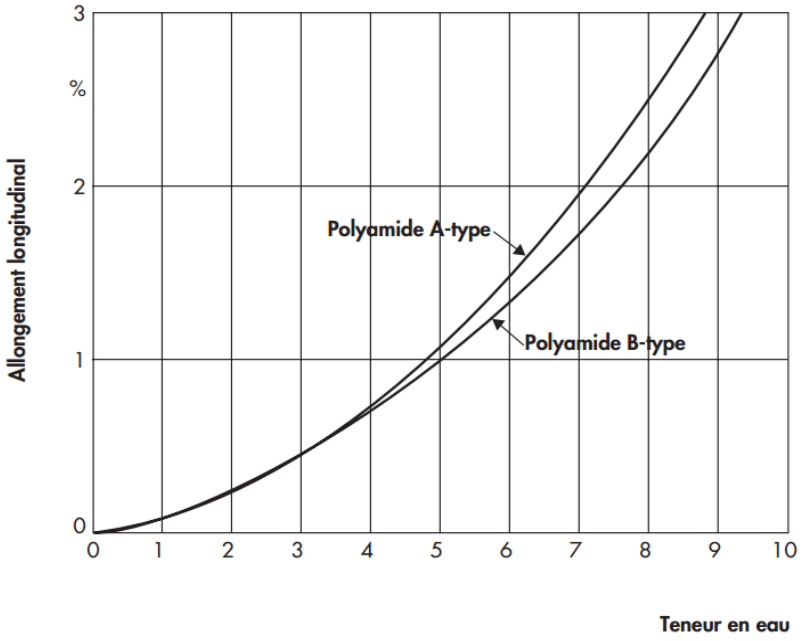


Figure I.4 – Allongement du PA6 (A) et du PA66 (B) en fonction de leur teneur en eau **[16]**.

Le polyamide 6,6 est également sujet à une dilatation isotrope lorsqu'il subit un changement de température. Son coefficient de dilatation thermique est égal à $90*10^{-6}$ K^{-1} (à titre de comparaison, il est de $5*10^{-6}$ K^{-1} pour une fibre de verre). Par ailleurs, le milieu d'utilisation peut également influencer le comportement du matériau composite, mais cet aspect n'est pas traité dans le cadre de ces travaux.

Le polyamide est en outre un bon isolant thermique. Il présente en effet une faible conductivité thermique, et son comportement viscoélastique implique donc une forte variation de température du matériau lors de sa sollicitation, notamment en fatigue. Comme expliqué dans le paragraphe précédent, cette montée en température va modifier le comportement du polymère, notamment quand elle est proche de celle de transition vitreuse. Cela arrive régulièrement car pour une humidité relative aux alentours de 50%, celle-ci est voisine de la température ambiante, comme le montre le tableau 1.3.

c. Composite PA66-GF30

Si les composites ont connu un regain d'intérêt au cours des dernières décennies, c'est avant tout grâce à un concept : il s'agit d'essayer de combiner deux matériaux pour tirer le meilleur compromis des deux. Ici, on souhaite combiner une matrice légère, ductile et ayant une bonne tenue en température, avec des renforts rigides et résistants, la première permettant de transférer la charge à ces-derniers, qui empêchent alors une déformation matricielle excessive. Lors d'une mise sous chargement, ce mécanisme provoque une concentration de contraintes autour des fibres, et plus particulièrement à leurs extrémités. Cet aspect est bien connu de la littérature et est quantifié par Goodier [18] ou Matonis [19] pour ne citer que ces deux références majeures. Les sites de localisation de contraintes étant donc intrinsèquement nombreux au sein d'un tel matériau composite, les défauts matriciels de type nano-cavitation n'auront pas d'impact sur la répartition des charges [13].

Les propriétés effectives d'un matériau composite sont intrinsèquement liées à de nombreux facteurs. Tout d'abord, la concentration de fibre est le paramètre central d'un tel matériau. Renforcer du polyamide 6,6 par 30% en masse de fibre de verres change drastiquement les propriétés du matériau composite obtenu. Le Tableau I.4 met en exergue la sensibilité à la concentration de fibre, en comparant le PA66 seul avec 3 PA66 renforcés par 10, 30 et 50 % de fibres en masse. Le module en traction en la contrainte de traction à rupture augmente de manière significative avec la fraction massique de fibre. D'autre part, l'allongement à rupture s'effondre avec l'ajout de renfort. Comme souligné pour le PA66 seul, le thermoplastique renforcé a également une grande sensibilité aux conditions environnementales, notamment la température et l'humidité relative (RH). La comparaison entre un matériau sec et un conditionné à RH = 50% est faite dans le Tableau I.5, à la fois pour le PA66 et le PA66-GF30. Ainsi, les propriétés mécaniques se dégradent sensiblement avec la teneur en eau. De la même manière, l'allongement à rupture du matériau augmente fortement avec l'humidité.

	PA66	*PA66-GF10*	***PA66-GF30***	*PA66-GF50*
Masse volumique (g.cm^{-3})	1,14	-	1,37	1,57
Module de traction longitudinal (GPa)	3	5,5	10	16,2
Contrainte de traction à rupture (MPa)	85	100	190	240
Allongement à rupture en traction (%)	50	4	3	2

Tableau I.4 – Propriétés physiques du PA66, du PA66-GF10, du PA66-GF30 et du PA66-GF50. Données issues des fiches techniques Solvay pour matériau sec à 23°C.

	PA66 sec	*PA66 conditionné*	*PA66-GF30 sec*	*PA66-GF30 conditionné*
Masse volumique (g.cm^{-3})	1,14	-	1,37	-
Module de traction (GPa)	3	1,4	10	7,5
Contrainte de traction à rupture (MPa)	85	60	190	135
Allongement à rupture en traction (%)	50	200	3	6

Tableau I.5 – Propriétés physiques du PA66 et du PA66-GF30 (Données issues des fiches techniques Solvay). Données pour matériau sec et conditionné, à 23°C.

L'orientation des fibres joue également un rôle prépondérant lors de la détermination des propriétés du matériau composite, et donc vis à vis des exigences du cahier des charges. Il est en effet préférable que les fibres soient orientées dans le sens du chargement. La modification du module de traction en fonction de l'orientation des fibres est présentée dans le Tableau I.6. L'impact sur les propriétés mécaniques est important. Il convient donc de connaître précisément la microstructure du matériau composite afin de la modéliser et retranscrire au mieux son comportement effectif.

PA66-GF30 Orientation des fibres / direction d'injection	*Module longitudinal (GPa)*
0°	9,9
45°	6,4
90°	5,5

Tableau I.6 – Module de traction en fonction de l'orientation des fibres [6].

Les caractéristiques géométriques des fibres sont également cruciales pour le comportement du matériau composite. Comme précisé dans le Tableau I.1, elles ont un diamètre relativement constant de 10 µm. Leur longueur, et donc leur facteur de forme, dépendent par contre du procédé de fabrication. La longueur de fibre n'est pas unique et se répartit selon une distribution spécifique. Hassan *et al.* ont plus particulièrement étudié ce phénomène sur le Technyl A218 V30, nom commercial Solvay du PA66-GF30 moulé par injection [20]. La fraction volumique correspondante de fibre est de 16%. Les données pour une concentration volumique de 8% ont été obtenues par dilution de PA66-GF30 dans du polyamide 6,6 non renforcé issu du même fabricant. La distribution de longueur de fibre est plutôt étendue. Sa médiane est à 250 µm, où se situe 36,5% des fibres. 90% des fibres ont un facteur de forme compris entre 10 et 50, et 4,5% des fibres ont un facteur de forme inférieur à 10.

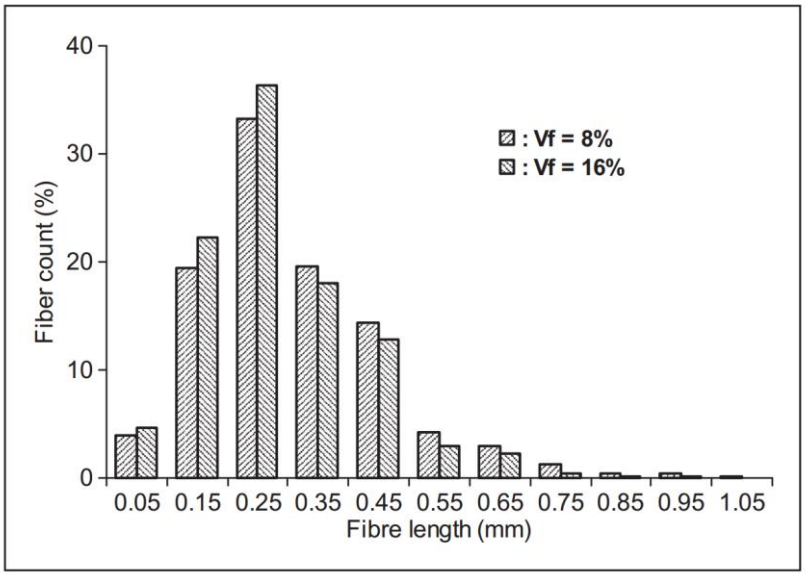


Figure I.5 – Fonction de distribution de la longueur de fibre au sein du PA66-GF30 **[20]**.

d. Procédé de fabrication du PA66-GF30

Les polymères renforcés se décomposent en plusieurs familles, selon les types de matrice et de renfort. Ces derniers peuvent par exemple être des fibres longues, courtes ou encore correspondre à un composite tissé. La Figure I.6 met en évidence les possibilités de mise en forme selon les différents cas de figure. Dans le cas de fibres courtes discontinues, pour une résine thermoplastique, le procédé de fabrication usuel est soit le moulage par thermo-compression soit celui par injection. Le moulage par compression consiste tout d'abord à insérer la matière première dans son moule préalablement chauffé. Celle-ci se présente sous forme de poudre, de granulés, de semi-solides ou de préformés. La matière est alors compressée afin de l'obliger à remplir le moule. Des canalisations dédiées servent à évacuer l'excédent de matière. Le moule est ensuite refroidi et la pièce récupérée. Le moulage par injection correspond quant à lui à un mélange de matrice fondue et de fibres courtes injecté à pression élevée dans un moule froid. Le composite se solidifie alors au contact du moule. Ce procédé, ici retenu par le partenaire industriel, est détaillé ci-après. Les fibres courtes utilisées dans le moulage par compression ont une longueur comprise entre 5 et 50 mm.

Celles pour le moulage par injection ont une longueur comprise entre 0,1 et 10 mm [5]. Les deux procédés sont illustrés par la Figure I.7. Beaucoup de variations existent pour fabriquer ces composites mais elles appartiennent à l'une de ces deux catégories.

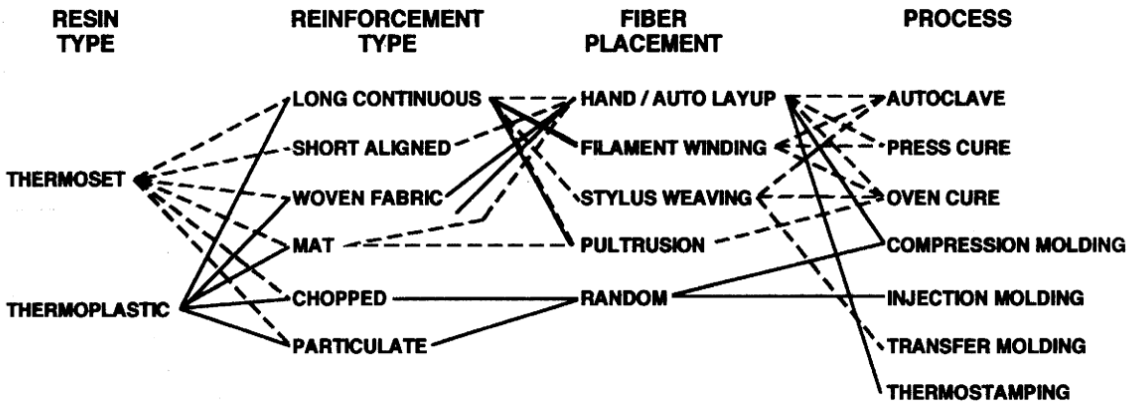


Figure I.6 – Illustration des options de fabrication du matériau composite à base thermoplastique ou thermodurcissable en fonction du type de renfort [5].

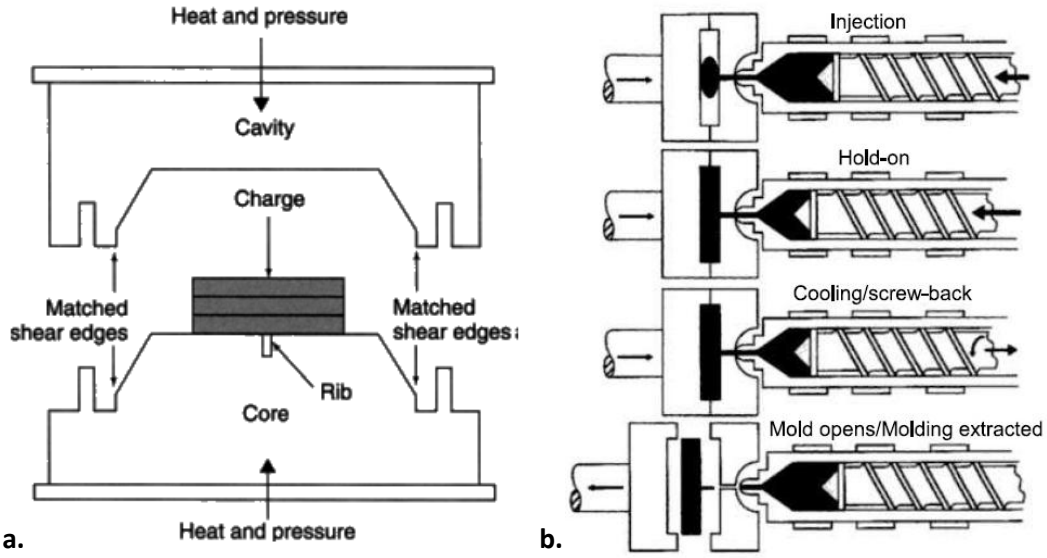


Figure I.7 – Procédés de moulage **a.** par compression [5] et **b.** par injection [21].

En ce qui concerne le procédé de moulage par injection, la matière doit être préparée d'une manière spécifique à l'aide d'une extrudeuse à double hélice. Le PA66 y est inséré sous forme de granulé. L'avantage d'une extrudeuse à double hélice par rapport à une simple vis d'extrusion est l'amélioration de la régularité du flux d'extrusion et la réduction de la dégradation des fibres [5]. Ce procédé sied parfaitement à la fabrication de pièces linéaires (ici des plaques). Les quatre zones de la double hélice correspondent à autant d'étapes de préparation de la matière à injecter (Figure I.8):

- L'envoi du polymère dans l'extrudeuse par la trémie. Il commence à se compacter et à chauffer au contact des hélices.
- Le passage dans la vis de plastification qui fait avancer la matière et en provoque la fusion par pression et frottement.

- La température et la pression du polymère fondu sont ajustées pour la filière d'extrusion.
- Le polymère fondu est envoyé dans le moule à une vitesse d'extrusion homogénéisée.

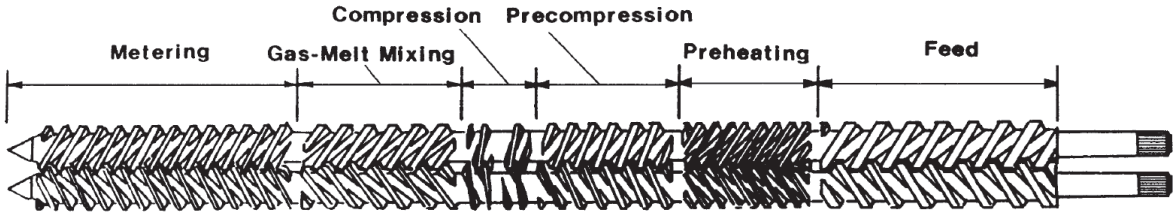


Figure I.8 – Schéma du procédé d'extrusion à double hélices [5].

2. Microstructure du matériau composite

a. Microstructure induite par le procédé d'injection

Le procédé de mise en œuvre de moulage par injection entraîne une microstructure particulière du polymère [13]. Il s'agit d'une structure semi-cristalline cœur-peau. Le polymère fondu contient des germes qui constituent les sites de nucléations des lamelles cristallines. Celles-ci croissent depuis ces germes dans toutes les directions, créant une structure sphérique isotrope appelée sphérolite, représentée Figure I.9. La trempe de la matière fondue en contact avec le moule froid provoque un gradient de microstructure : la phase cristalline du polyamide s'organise sous la forme de sphérolites à partir de 20 µm du bord. Leur taille augmente avec la distance au bord jusqu'à une taille de 20 µm. La présence de fibres de verre ne modifie pas la structure semi-cristalline du polymère et les sphérolites sont très majoritairement nucléés dans la matrice. La structure cristalline est donc isotrope. À noter que la partie amorphe est également assumée isotrope et que dans le cadre de ces travaux, le comportement du polyamide 6,6 sera donc toujours considéré comme isotrope.

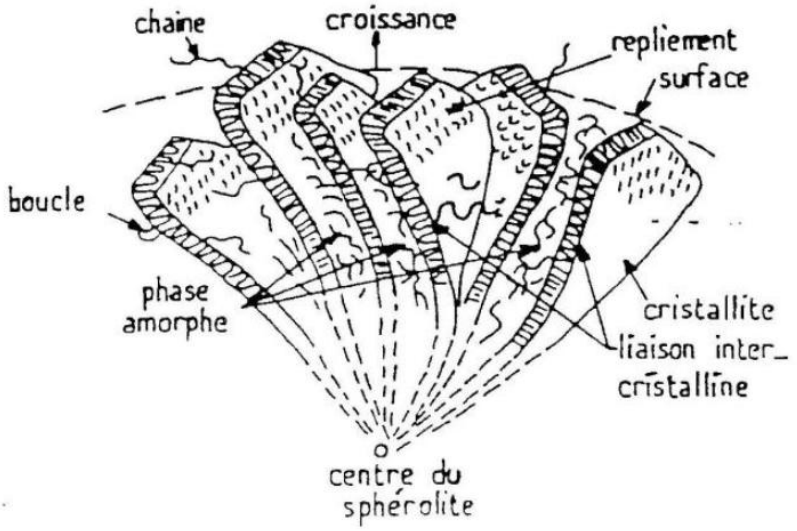


Figure I.9 – Organisation des lamelles cristallines en sphérolites **[13]**.

Le procédé d'injection confère au composite une structure cœur-peau au niveau de la disposition de ses renforts, également due au procédé de moulage par injection. Les principaux effets d'orientation des fibres sont liés à des phénomènes rhéologiques durant l'écoulement du matériau dans le moule [22]. Dans un cas type comme le moulage d'un parallélépipède rectangle, le thermoplastique fondu pénètre en fait dans le moule par une canalisation de plus faible section, qui provoque un gradient de vitesse verticale du polymère selon la section du moule, comme présenté sur la Figure I.10. Ce gradient soumet les extrémités des renforts à différentes vitesses et induit alors une rotation par cisaillement autour de celles-ci, en les orientant transversalement à l'écoulement. La vitesse de l'écoulement le long des parois est par ailleurs assumée nulle. Il en résulte un gradient de vitesse latéral. Cet écoulement de cisaillement tridimensionnel force les fibres positionnées aux endroits de fort gradient à pivoter dans la direction d'injection. Finalement, seules les fibres au centre de la pièce conservent leur orientation transverse. La transition entre les deux orientations se fait par une légère couche où les fibres sont orientées aléatoirement. À noter que l'orientation des fibres en peau est également aléatoire, du fait de la vitesse d'écoulement nulle combinée à une trempe du polyamide fondue au contact du moule refroidi [2]. Les plaques injectées ont donc une microstructure cœur-peau particulière, représentée sur la Figure I.11.

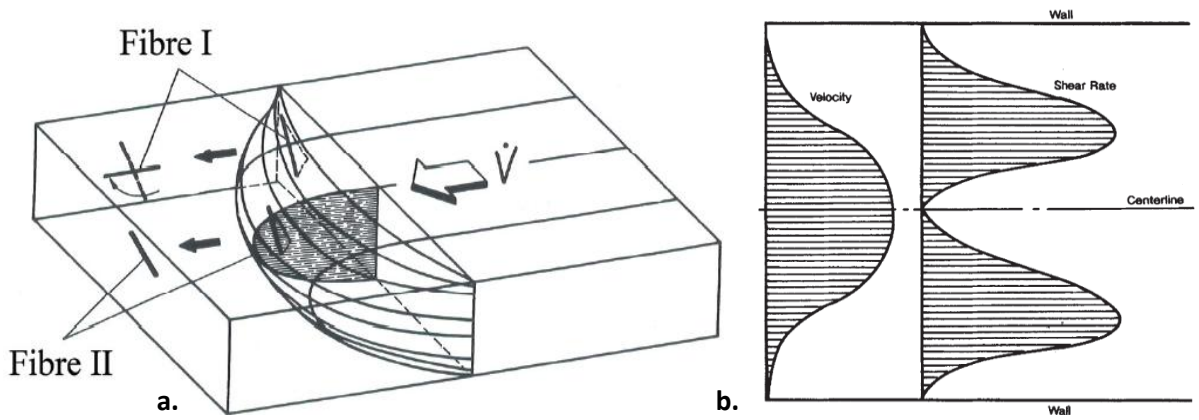


Figure I.10 – Visualisation du mécanisme d'orientation des fibres au cours du moulage par injection. **a.** Représentation 3D de la vitesse des fibres lors de l'injection **[6]**. **b.** Impact du gradient de vitesse sur le taux de cisaillement lors de l'injection **[5]**.

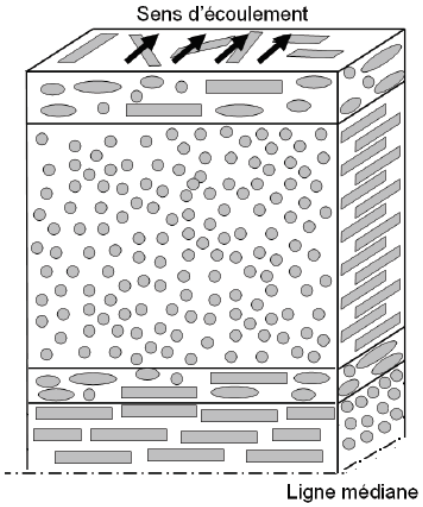


Figure I.11 – Microstructure type du PA-GF : effet cœur/peau **[6]**.

b. Description de la microstructure

L'orientation et la longueur des fibres de verre au sein du matériau ont une influence déterminante sur ces propriétés mécaniques, comme indiqué dans la section 1 ou démontré par Fu et Lauke [23]. Ces propriétés sont modifiées par le procédé de mise en forme et ne peuvent donc pas être facilement extrapolées à partir de données sur la matière première avant injection. Il convient donc d'observer la microstructure précédemment décrite afin de pouvoir la quantifier et la modéliser. Un effort important est observé sur le développement d'outils de simulation numérique du procédé d'injection (Moldflow, etc.) afin de pouvoir correctement prédire l'orientation des fibres en fonction de la géométrie de la pièce, du type de matériau et des paramètres d'injection.

i. Observations microstructurales

La distribution d'orientation des fibres au sein du matériau composite a été vérifiée par de nombreux moyens expérimentaux. La technique la plus répandue consiste à analyser une section découpée puis polie d'une plaque injectée. La mise en œuvre de cette méthode est aisée mais comporte plusieurs inconvénients. D'une part, elle fait l'hypothèse que la section des fibres est circulaire. Il est alors possible, selon la forme de l'ellipse représentant la coupe 2D de la fibre cylindrique, de retrouver ses angles d'orientation [24] [25] [26]. Cette analyse doit être automatisée et peut donc provoquer un biais sur les résultats finaux. D'autre part, elle assume que la section découpée est représentative de l'ensemble de la structure, ce qui est statistiquement peu probable. En pratique, elle permet tout de même de retrouver efficacement la tendance générale mais des erreurs techniques nuisent à l'utilisation de cette méthode pour une acquisition plus qualitative [27].

Les récents progrès technologiques permettent maintenant d'observer cette architecture en trois dimensions grâce à la microtomographie aux rayons X assistée par ordinateur (µCT). Les images obtenues pour le matériau étudié ici sont d'autant meilleures que les fibres de verre absorbent mieux les rayons X que le polyamide. Un filtre basé sur le contraste peut alors servir à séparer les différentes phases. Cette méthode, non destructive, a également l'avantage d'éliminer toute préparation délicate des échantillons. Shen *et al.* ont montré le potentiel de cette technique dans l'analyse de composites renforcés par des fibres de verre courtes [28]. Ils ont ainsi pu récupérer la fonction de densité de longueur de fibre et celle de leur orientation pour un polystyrène renforcé par des fibres de verre courtes à hauteur de 5% en masse.

Lors de sa thèse, Arif a plus particulièrement étudié la microstructure du PA66-GF30 moulé par injection [8]. Il a entre autres mené une étude détaillée de l'orientation des fibres, en regardant par exemple les différences microstructurales entre deux positions A et B d'une plaque injectée, respectivement près de la porte d'injection et près du fond du moule, le long de l'axe d'écoulement. La résolution spatiale de l'analyse est de 1,4 µm. L'échantillon fait l'épaisseur de la plaque (3,2 mm) et a une section carrée de 4 mm². Arif a mis en évidence la structure cœur-peau-surface, à la fois qualitativement (Figure I.12) et quantitativement (Figure I.13). Pour ce dernier, le concept de tenseur d'orientation, couramment utilisé pour représenter la distribution d'orientation des fibres dans un volume de matière donné, est détaillé dans la sous-section suivante. L'échantillon est assumé symétrique et seul une moitié en est analysée. La couche en extrême surface montre une orientation de fibre légèrement aléatoire mais globalement alignée avec la direction d'injection, jusqu'à une profondeur de 234 µm (pour A et B). La peau, qui contient les fibres majoritairement orientées selon

la direction d'injection, mesure quant à elle 978 µm (et 1114 µm pour le prélèvement B). Le passage entre cœur et peau se fait par une couche de transition comportant une distribution de fibres orientées aléatoirement et qui mesure 295 µm (185 µm pour la position B). Finalement, le cœur contenant les fibres orientées transversalement a une demi-épaisseur respective de 95 et 65 µm pour A et B. Les deux positions de prélèvement montrent ainsi des microstructures similaires et ne diffèrent que sur l'épaisseur des différentes couches. Il est ainsi à noter que prélever l'éprouvette loin de la porte d'injection augmente le nombre de fibres alignées avec la direction d'injection. Ceci est d'autant plus important que le chargement est si possible orienté selon le même axe afin de maximiser les performances mécaniques du matériau composite.

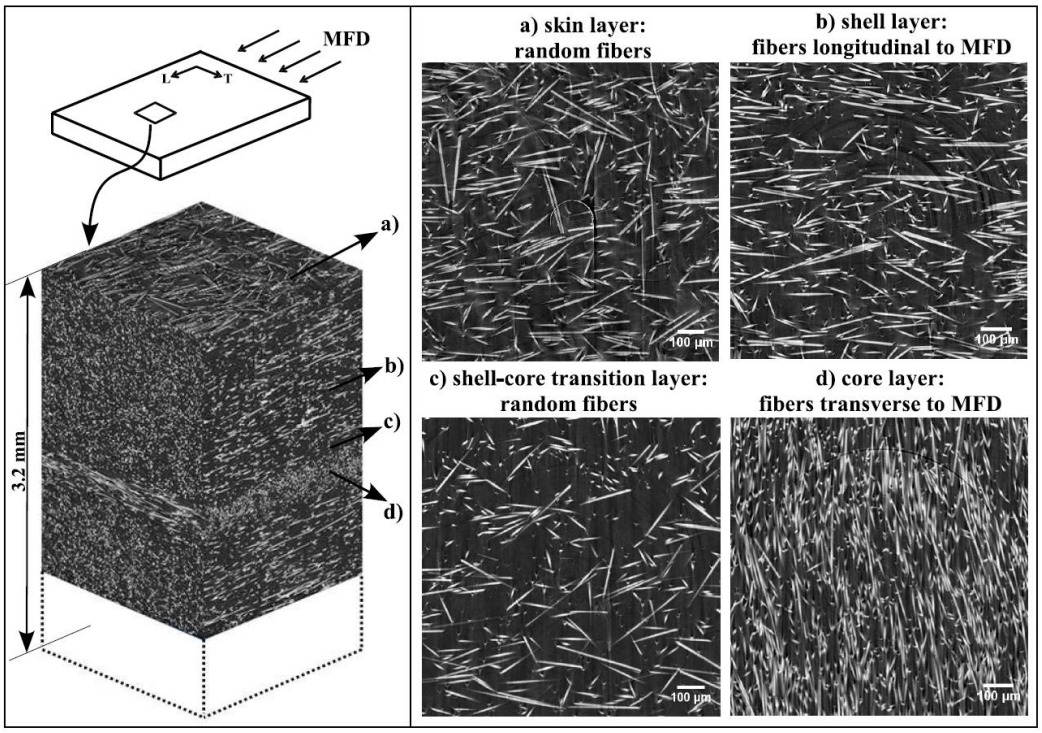


Figure I.12 – Observation par µCT de la microstructure du PA66-GF30 **[8]**.

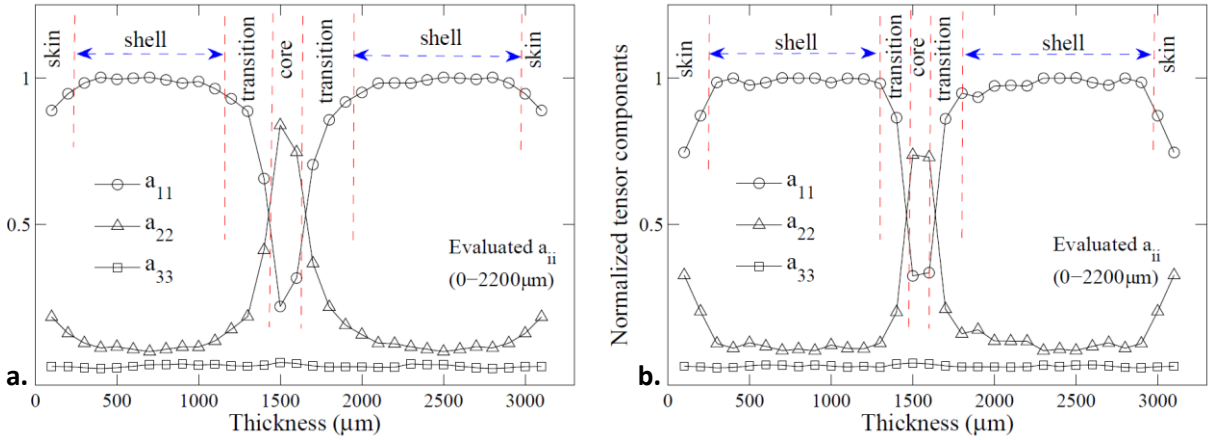


Figure I.13 – Valeurs normalisées du tenseur d'orientation par rapport à la profondeur de l'échantillon. La valeur a_{11} correspond à la direction d'injection, a_{22} à la direction orthogonale dans le plan d'injection et a_{33} à la direction orthogonale suivant l'épaisseur **[8] [29]**.

La microtomographie est donc un puissant outil de caractérisation qualitative et quantitative pour l'étude de la microstructure des matériaux composites. Elle permet notamment de l'observer à l'échelle micro en s'affranchissant de biais dus à la préparation d'échantillon (découpe, polissage...). Cependant, on peut noter qu'elle n'est d'aucun recours si des composants ont des densités atomiques similaires. La reconstruction du volume 3D à partir des images 2D peut par ailleurs créer des artefacts auxquels il faut être vigilant. Cette méthode est cependant tout à fait adaptée pour un matériau composite à matrice polyamide renforcée par des fibres de verre. Dans le cadre de la modélisation, les données d'Arif seront post-traitées afin d'obtenir des fonctions de densités d'orientation selon chaque angle d'Euler et pour chaque couche.

ii. Modélisation de l'orientation des fibres

Les fibres représentent l'armature du matériau composite et sont primordiales à sa tenue mécanique. Leur orientation est au cœur des propriétés du composite et leur modélisation est donc indispensable. Cette section vise ainsi à examiner certaines approches pour la prendre en compte. Tout d'abord, l'orientation d'une fibre cylindrique à section circulaire, matérialisée par un vecteur unitaire $\vec{\boldsymbol{p}}$, peut être totalement décrite par deux angles d'Euler ϑ et φ comme le montre la Figure I.14, du fait de la symétrie de révolution.

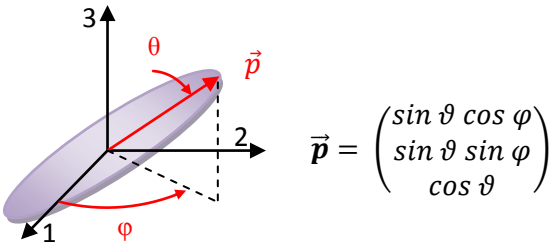


Figure I.14 – Angles d'Euler pour une fibre ellipsoïdale.

Généralement, l'orientation des fibres est concrétisée par des fonctions de densités d'orientation (ODF) ou des tenseurs d'orientations, qui dépendent directement des ODF [25]. La probabilité de trouver une fibre entre les angles ϑ_n et $\vartheta_n + d\vartheta$ ainsi que φ_n et $\varphi_n + d\varphi$ est donnée par l'équation (I-1). L'intégration de cette équation donne la fonction de répartition et l'intégrale sur l'espace d'orientation doit être égale à 1 (I-2). D'un point de vue géométrique, la fibre a une direction mais pas de sens. L'ODF doit donc d'être paire (I-3).

$$P(\vartheta_n \leq \vartheta \leq \vartheta_n + d\vartheta, \varphi_n \leq \varphi \leq \varphi_n + d\varphi) = ODF(\vartheta_n, \varphi_n) \sin\vartheta_n \, d\vartheta \, d\varphi \tag{I-1}$$

$$\int_{\varphi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi} ODF(\vartheta, \varphi) \sin\vartheta \, d\vartheta \, d\varphi = \oint ODF\,(\boldsymbol{p}) d\boldsymbol{p} = 1 \tag{I-2}$$

$$ODF(\vartheta, \varphi) = ODF(\pi - \vartheta, \varphi + \pi) \quad où \quad ODF(\boldsymbol{p}) = ODF(-\boldsymbol{p}) \tag{I-3}$$

En pratique, la détermination et l'utilisation des ODF peuvent être fastidieuses. Cela mène à l'utilisation d'un outil qui peut être plus commode : les tenseurs d'orientations. Le concept de tenseur d'orientation a été introduit par Hand [30] avant d'être repris et étendu par Advani et Tucker [31]. Ces tenseurs ***A*** sont liés aux coefficients d'une expansion en série de Fourier de la fonction de densité d'orientation des fibres. Selon le nombre de coefficients pris en compte, le tenseur est

généralement d'ordre 2 ou 4 et est défini selon l'équation (I-4). L'ODF étant paire, les tenseurs d'orientation d'ordre impair sont en fait nuls. Les tenseurs ***A*** sont symétriques (I-5) et normalisés (I-6). De ce fait, le tenseur d'ordre 2 ne possède que 5 composantes indépendantes, contre 14 pour celui d'ordre 4. À noter que les coefficients du tenseur d'ordre 2 peuvent être retrouvés à partir de ceux du tenseur d'ordre 4 (I-6). Une illustration de l'utilisation d'un tenseur d'ordre 2 est faite Figure I.15, montrant concrètement l'interprétation qu'il peut être faite d'un tel outil. À titre d'exemple, le tenseur d'orientation d'ordre 2 $\boldsymbol{A^2}_f$ d'une unique fibre s'exprime selon l'équation (I-7) [24]. Si *n* fibres discrètes sont considérées, le tenseur correspond à une moyenne terme à terme de celui de chaque fibre (I-8). Dans le cas où la contribution de chaque fibre ne peut être connue, le passage par la définition d'une ODF est nécessaire.

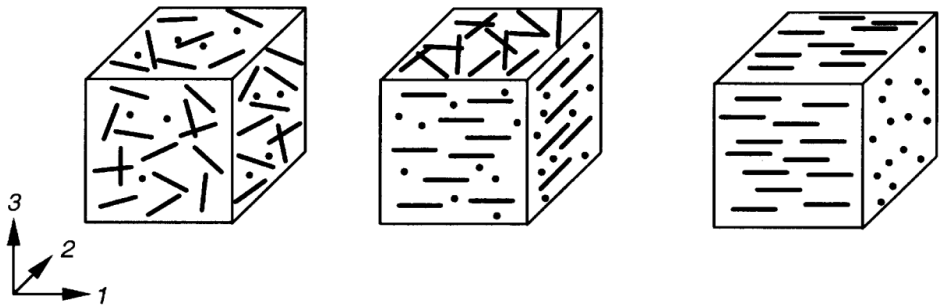
$$a_{ij} = \int p_i\, p_j\, ODF(\boldsymbol{p}) d\boldsymbol{p} \qquad a_{ijkl} = \int p_i\, p_j\, p_k\, p_l\, ODF(\boldsymbol{p}) d\boldsymbol{p} \tag{I-4}$$

$$a_{ij} = a_{ji} \qquad a_{ijkl} = a_{jikl} = a_{kijl} = a_{lijk},\ \ etc. \tag{I-5}$$

$$tr(A) = 1 \qquad a_{ijkk} = a_{ij} \tag{I-6}$$

$$\boldsymbol{A^2}_f = \begin{bmatrix} \sin^2\theta\cos^2\varphi & \sin^2\theta\cos\varphi\sin\varphi & \sin\theta\cos\theta\cos\varphi \\ \sin^2\theta\cos\varphi\sin\varphi & \sin^2\theta\sin^2\varphi & \sin\theta\cos\theta\sin\varphi \\ \sin\theta\cos\theta\cos\varphi & \sin\theta\cos\theta\sin\varphi & \cos^2\varphi \end{bmatrix} \tag{I-7}$$

$$a_{ij} = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} {a_{ij}}^k \tag{I-8}$$



a. Aléatoire (3D) **b.** Aléatoire (2D) **c.** Fibres alignées

$$a_{ij} = \begin{bmatrix} 1/3 & 0 & 0 \\ 0 & 1/3 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{bmatrix} \qquad a_{ij} = \begin{bmatrix} 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad a_{ij} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Figure I.15 – Exemples de tenseurs d'orientations d'ordre 2 correspondant à différentes orientations typiques de fibres au sein d'un matériau composite **[32]**.

Des fonctions types existent pour modéliser les ODF. Fu et Lauke se sont intéressés à une approche avec des fonctions de Weibull à deux paramètres pour des polymères renforcés par des fibres courtes [23]. Ces fonctions spécifiques seront détaillées dans le chapitre II. Au cours de leurs investigations, Sy et Lauke rappellent que l'orientation des fibres lors du moulage par injection est liée de manière complexe aux tailles et concentrations des fibres, au comportement du flux de polymère fondu, au moule et aux paramètres de fabrication. Ainsi, la description de l'orientation des fibres devrait être en 3 dimensions. Cependant, au cours de leurs investigations expérimentales, ils

ont observé que seul l'angle ϑ (orientation de la fibre dans le plan d'injection) a besoin d'être considéré. Cela réduit donc le nombre d'angle de l'ODF à 1 et simplifie appréciablement la prise en compte de cet aspect de la microstructure dans la modélisation.

Redjeb a consacré sa thèse à la simulation numérique de l'orientation de fibres en injection de thermoplastique renforcé [33]. Il mentionne notamment la perte d'information engendrée par l'utilisation d'un tenseur d'orientation, préalablement décrite par Advani et Tucker [31]. Celle-ci est d'autant plus réduite que l'ordre du tenseur est grand, puisque la série de Fourier associée est d'autant moins tronquée. Un chapitre de son manuscrit est par ailleurs dédié aux méthodes numériques appliquées à la simulation de ces tenseurs d'orientations. La solution retenue consiste en un couplage explicite entre fibre et cinématique via une équation constitutive pour le champ de contraintes, préalablement résolue par une méthode basée sur les éléments finis. Cette approche se révèle particulièrement précieuse dans le cas de pièces aux géométries complexes, ce qui dépasse le cadre de cette thèse. La prise en compte de l'orientation des fibres ne sera considérée que pour des plaques injectées et les ODF seront acquises expérimentalement en utilisant les résultats de la microtomographie. Leur intégration dans le modèle se fera sans avoir recours aux tenseurs d'orientations afin de ne pas biaiser les résultats.

3. Comportement mécanique du PA66-GF30

Cette section vise à compléter les données techniques des paragraphes précédents en apportant une approche qualitative du comportement du PA66-GF30. Elle présente ainsi certains essais de la littérature sur le PA66-GF30 et les paramètres influençant son comportement. Elle comprend des données pour des chargements monotones et cycliques. L'influence de la microstructure et notamment de l'orientation des fibres se fera dans chaque sous-section, étant donné que la littérature ajoute souvent ce paramètre en plus des autres phénomènes étudiés. Sauf mention contraire, les éprouvettes sont de type haltères. Leur géométrie est indiquée dans la thèse d'Arif [8]. Elles sont dites longitudinales lorsque les fibres sont majoritairement alignées avec la longueur de l'éprouvette, qui correspond alors à la direction d'injection, et transverses dans le cas où les fibres sont orientées majoritairement de manière transverse à la longueur de l'éprouvette. À noter que le comportement du polyamide seul est détaillé dans une section dédiée du chapitre III.

a. Comportement en traction quasi-statique

Lors de sa thèse, Arif a obtenu expérimentalement des courbes contraintes-déformations du PA66-GF30 sec (RH = 0%) à température ambiante [8], présentés Figure I.16. D'autres auteurs trouvent des résultats similaires [13] [14]. L'un des objectifs est ici de montrer la forte anisotropie due au procédé d'injection. Ainsi, ce graphique présente les courbes contrainte-déformation pour des éprouvettes de traction, dont la longueur est soit parallèle la direction d'injection (longitudinal) soit orthogonale à celle-ci (transverse). Les échantillons longitudinaux présentent un module d'Young et une contrainte de traction à rupture de l'ordre de deux fois supérieurs à ceux transverses. L'allongement à rupture est au contraire environ deux fois plus important pour ces derniers. Cela rejoint les conclusions précédentes indiquant que la majorité des fibres se doit d'être orientée selon

la direction de chargement si l'on souhaite maximiser la rigidité et la résistance mécanique du matériau composite.

Arif a également étudié l'effet Poisson associé au comportement en traction du PA66-GF30. L'anisotropie due à la microstructure est de nouveau mise en valeur par les résultats obtenus sur les éprouvettes longitudinales et celles transverses, Figure I.17. Les déformations selon l'épaisseur et la largeur sont négatives et indiquent donc un rétrécissement de la section de l'éprouvette. Pour les échantillons dont les fibres sont majoritairement alignées avec la direction du chargement, il y a peu de différences entre les déformations selon la largeur et l'épaisseur. En ce qui concerne les éprouvettes transverses, la déformation selon l'épaisseur est au contraire beaucoup plus grande que celle au niveau de la largeur. Une nouvelle fois, cela s'explique par la microstructure issue du procédé de moulage par injection. En effet, les fibres sont majoritairement alignées avec la direction d'injection donc ici orthogonalement à la direction de chargement (et aussi à l'épaisseur). Nous avons donc clairement affaire à un matériau orthotrope qui a un comportement effectif qui se rapproche de l'isotropie transverse, au vu de la faible différence de comportement selon la direction transverse et selon l'épaisseur.

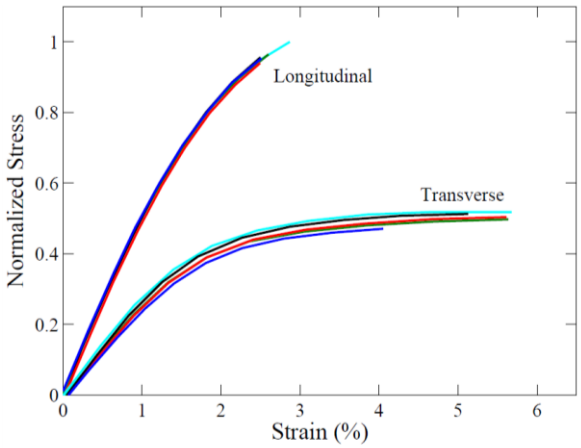


Figure I.16 – Courbes contrainte-déformation pour des éprouvettes de PA66-GF30 longitudinales et transverses [8]. La contrainte est normalisée selon la contrainte à rupture maximale.

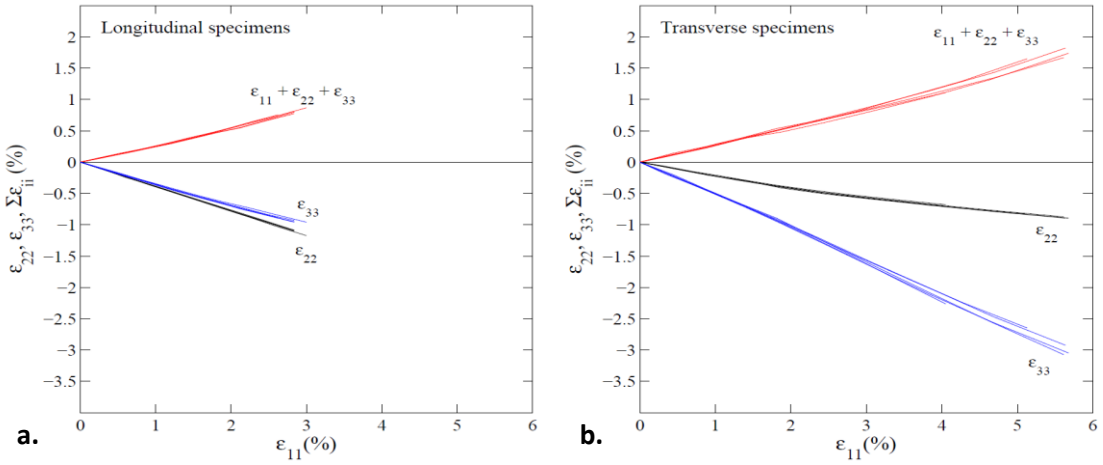


Figure I.17 – Courbes de déformation selon la direction de chargement (1), la direction orthogonale à (1) dans le plan d'injection (2), et l'épaisseur de l'échantillon (3); pour des échantillons **a.** longitudinaux et **b.** transverses [8].

b. *Effet de la vitesse de déformation et des conditions environnementales*

Le comportement de la matrice polyamide comporte une composante visqueuse et est donc sensible à l'effet de vitesse. La température a par ailleurs un impact direct sur la viscosité du matériau, puisqu'elle définit son état vitreux, caoutchouteux ou en transition entre les deux. L'humidité a une influence similaire car elle modifie directement la température de transition vitreuse. Ces 3 facteurs ont ainsi un impact déterminant sur les propriétés mécaniques du PA66-GF30. La littérature fait état de l'effet de la vitesse de déformation et de la température sur la tenue mécanique de ce matériau composite [8] [14] [34] [35]. Arif a mené des essais thermomécanique et a ainsi tracé les courbes contraintes-déformations du PA66-GF30 sec pour 3 vitesses de déformation et 4 température différentes, comme représenté Figure I.18. Il s'est restreint à des températures qui, à teneur en eau nulle, place le matériau en phase vitreuse ou en milieu de transition. L'auteur s'est notamment penché sur l'évolution du module d'Young ainsi que de la contrainte et de l'élongation à rupture. Zhou et Mallick se sont quant à eux intéressés à l'effet de vitesse selon l'orientation des fibres sur un PA66-GF33, illustré Figure I.19. Par ailleurs, Brunbauer *et al.* ont étudié l'influence de la température selon l'orientation des fibres sur un PA66-GF35 en prenant des températures de part et d'autre de celle de transition vitreuse (Figure I.20). Il en résulte qu'une vitesse déformation plus lente, ou une température plus élevée, ont le même effet; à savoir que cela diminue la tenue mécanique du matériau. En effet, dans le premier cas, un chargement à vitesse de déformation lente facilite la relaxation du matériau et sa viscosité a donc un impact plus important. Dans un second temps, la montée de température rapproche le matériau de sa température de transition vitreuse et donc de son état caoutchouteux. Un tel état se caractérise par une perte brute de module de traction et explique donc ces résultats. L'influence de l'humidité relative est similaire à la température du fait de son influence sur la température de transition vitreuse. Cette dernière diminue lorsque la teneur en eau augmente. À température constante, les propriétés mécaniques du matériau s'en trouveront ainsi dégradées, exceptés pour l'élongation à rupture qui reste sensiblement la même pour le composite [36]. Une conclusion partielle à tirer de ces résultats est que si l'effet de vitesse et la température ont des effets similaires sur la réponse mécanique du matériau composite, il est alors possible d'utiliser une équivalence temps-température pour prendre en compte de ces deux effets lors de l'implémentation du modèle. Une telle approche a par exemple été utilisée par Maurel-Pantel *et al.* [37].

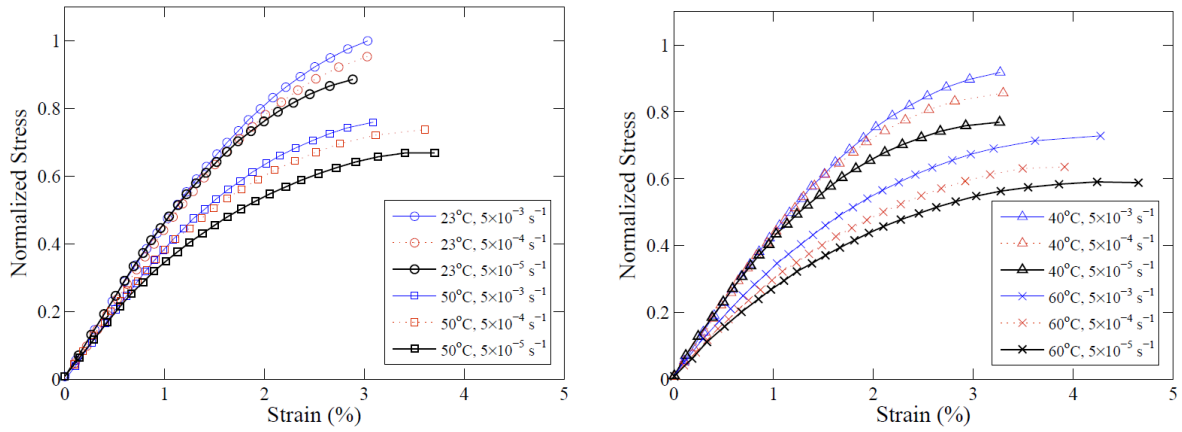


Figure I.18 – Courbes contraintes-déformations du PA66-GF30 pour différentes vitesses de déformation et différentes températures [8].

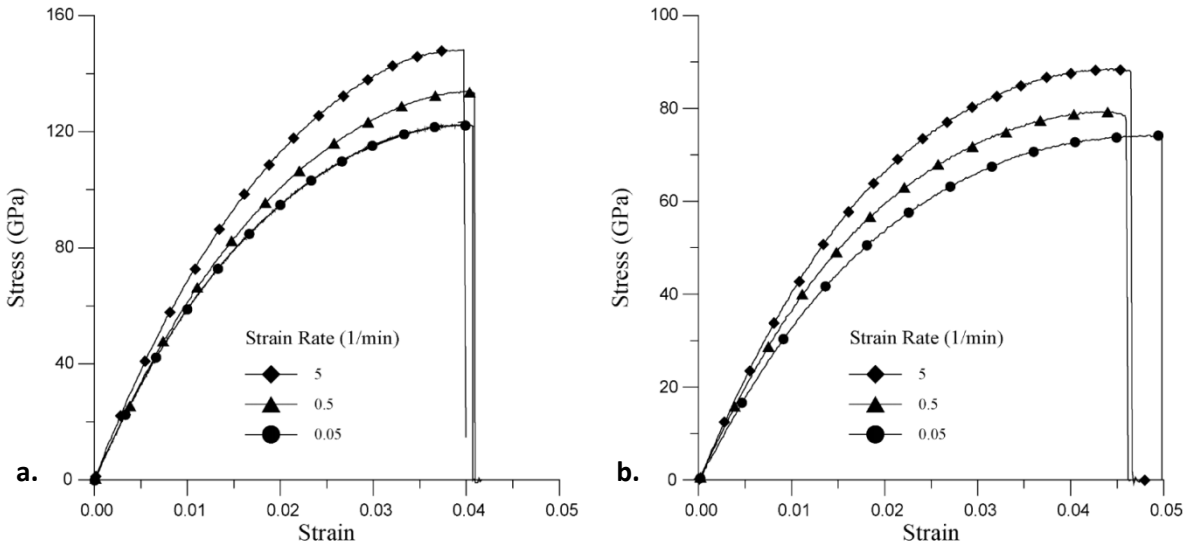


Figure I.19 – Courbes contraintes-déformations du PA66-GF33 pour différentes vitesses de déformation et différentes orientations : **a.** longitudinale et **b.** transverse [34].

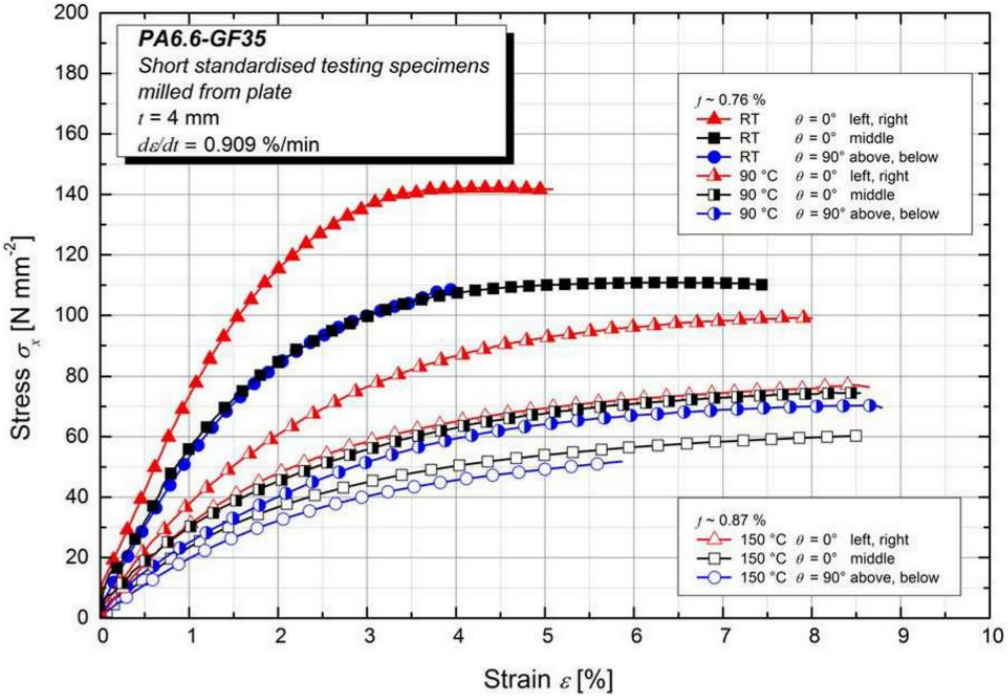


Figure I.20 – Courbes contraintes-déformations du PA66-GF35 pour différentes températures et différentes orientations [35].

À titre informatif, le polyamide 6,6 est également sujet au vieillissement. Cet aspect n'est pas traité dans ces travaux mais a été traité dans la littérature. Ce vieillissement peut notamment être lié au milieu d'utilisation du matériau, qui s'avère être régulièrement du glycol, de l'eau ou un mélange de ces deux fluides.

c. *Comportement en fatigue*

Il existe de nombreux paramètres influençant la tenue en fatigue d'un matériau thermoplastique. Celle-ci est généralement définie par le nombre de cycles nécessaire à la rupture du matériau. En plus des paramètres développés dans les sections précédentes et ceux régissant la géométrie de la pièce testée, un chargement en fatigue comporte un lot dédié de facteurs :

- L'amplitude du chargement, qui peut être constante ou aléatoire.
- Le rapport de charge (chargement minimal / chargement maximal).
- La forme du signal ainsi que sa fréquence.
- Le type de chargement : torsion, cisaillement, traction ou compression.
- La tri- ou bi-axialité du chargement, qui peut alors être proportionnel ou non, déphasé ou non.

i. *Courbes de Wöhler*

De nombreux auteurs ont étudiés le comportement en fatigue du PA66-GF30 [22] [38] [39] [40] [41]. Dans le cadre de sa thèse, Arif a également étudié le comportement du PA66-GF30, sous chargement cyclique sinusoïdal [8]. Il a ainsi tracé les courbes de Wöhler, ou courbes S-N, représentant le nombre de cycle à rupture en fonction de la contrainte maximale du cycle, à rapport de charge constant (ratio entre les extrema d'un cycle, en contrainte). À orientation donnée, les résultats sont modélisés par une droite dans une représentation d'axes log-log, communément appelée droite de Basquin. Elle permet d'estimer les durées de vie en fatigue du matériau, à jeu de paramètres donné. Les paragraphes suivants permettent d'entrevoir la complexité de la tenue en fatigue du matériau selon les paramètres choisis.

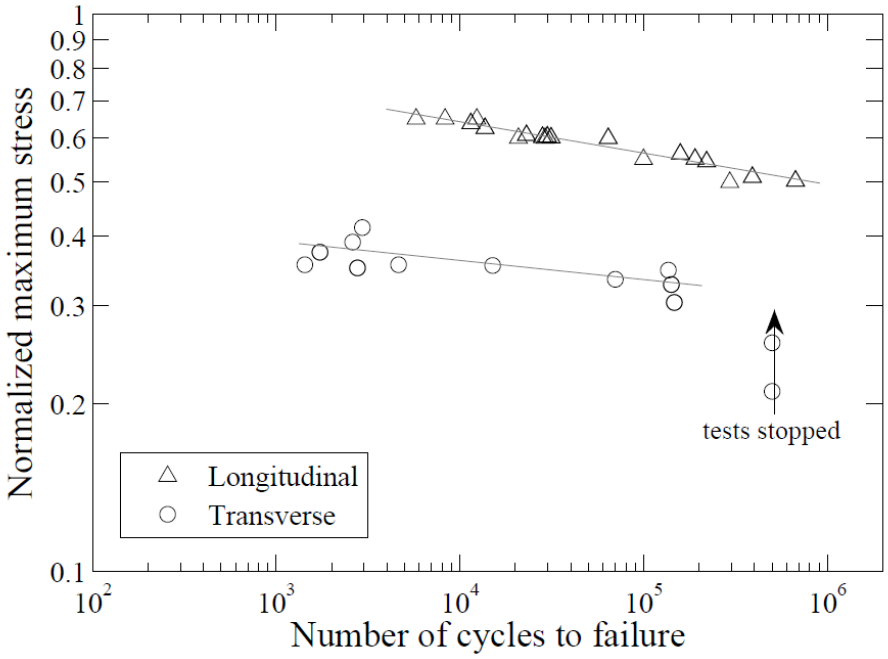


Figure I.21 – Courbes S-N du PA66-GF30 pour des éprouvettes longitudinales et transverses [8].

En se plaçant dans un cas de traction à amplitude constante, la microstructure du matériau se révèle déterminante pour sa durée de vie en fatigue. Bernasconi a ainsi observé l'influence de l'orientation des fibres, comme le montre la Figure I.22 [42]. Il en résulte, au vu des résultats présentés ici, qu'aucune prédiction d'ordre macroscopique ne peut être envisagée sans intégrer des paramètres caractéristiques de la microstructure (propre aux paramètres d'injection et au matériau). Cela renforce l'idée que la modélisation d'un tel comportement nécessite une compréhension des mécanismes ayant lieu à l'échelle microscopique et la prise en compte, à cette échelle, de la microstructure.

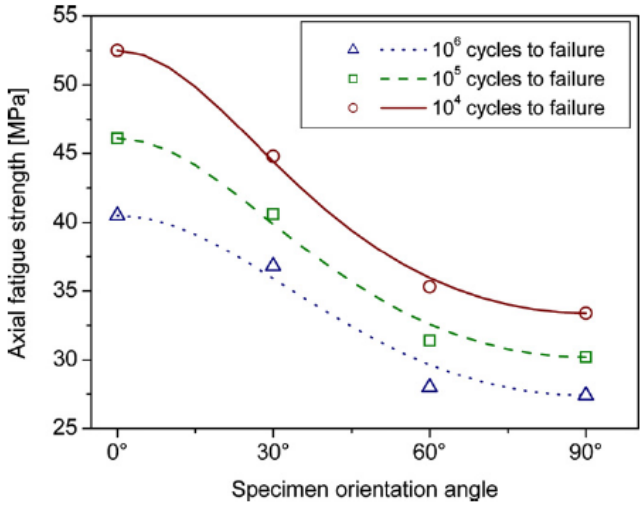


Figure I.22 – Effet de l'orientation des échantillons sur les durées de vie en fatigue du PA6GF [42], démontrant ainsi le rôle primordial de la microstructure.

Tous les travaux sur la fatigue de ce matériau composite mentionnent une perte de raideur du matériau au cours de la fatigue [8] [13]. Cette perte de raideur, imputable à des phénomènes couplés dont notamment l'évolution de l'état du polyamide et l'apparition de l'endommagement, est illustrée sur la Figure I.23 et sera détaillée dans la dernière section de ce chapitre consacrée aux mécanismes d'endommagement.

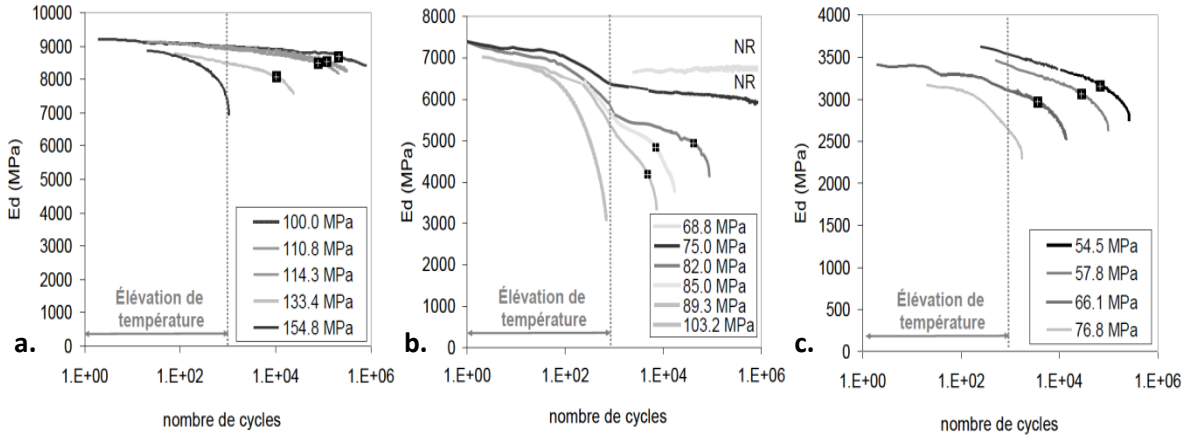


Figure I.23 – Pertes de raideur du PA66-GF30 au cours d'essais de fatigue pour un PA66 sec **a.** vitreux **b.** en transition vitreuse **c.** sur la plateau caoutchouteux [13].

ii. Diagramme de Haigh

Mallick et Zhou ont étudié l'influence de l'amplitude du chargement et du rapport de charge sur la tenue en fatigue à contrainte contrôlée, sur du PA66-GF33 [43]. La mise en forme classique de ce genre de résultat est le tracé du nombre de cycle à rupture en fonction de l'amplitude de la contrainte σ_a et de la contrainte moyenne σ_m, comme représenté sur la Figure I.24, aussi appelé diagramme de Haigh. À nombre de cycles à rupture constant, l'influence du rapport de charge peut être représentée. En ce qui concerne la majorité des métaux, la relation entre ces grandeurs est une droite dénommée droite de Goodman. Dans le cas du PA66-GF33, il s'agit davantage d'une parabole, décrite par les auteurs par l'équation de Gerber et modifiée afin de mieux tenir compte du comportement aux limites. À noter que le fait que cette relation soit une droite, une parabole ou une autre forme ne fait pas consensus au sein de la communauté scientifique.

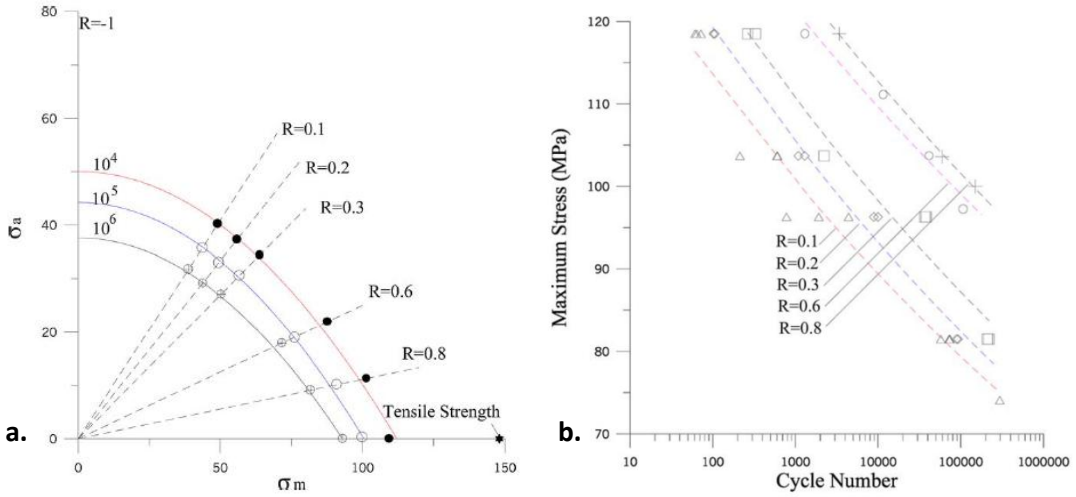


Figure I.24 – Graphe mettant en valeur la relation entre rapport de charge *R*, contrainte moyenne σ_m et amplitude de chargement σ_a. **a.** Diagramme de Haigh **b.** Courbes S-N [43].

iii. Influence de la fréquence et auto-échauffement

Dans le cadre de ses travaux de thèse [13], Mourglia-Seignobos a par ailleurs travaillé sur l'effet de fréquence sur le PA66-GF30 soumis à un chargement cyclique sinusoïdal piloté en contrainte. La sensibilité du composite à l'effet de vitesse est directement jaugée à travers l'influence de la fréquence. Elle y observe que cet effet est indissociable du couplage avec la température, puisqu'il pilote l'auto-échauffement du matériau. En effet, au cours des 1000 premiers cycles, la dissipation d'énergie provoquée par le déphasage entre contrainte et déformation, lui-même dû à la viscoélasticité du polyamide, entraîne un auto-échauffement du matériau (Figure I.25). Dans les polymères, celui-ci est lié aux mouvements des chaînes macromoléculaires. Le déphasage est d'autant plus important que la température du polymère est éloignée de celle de sa transition vitreuse. Dans certains cas, la rupture se fait en fatigue thermique, lorsque l'échange de chaleur avec l'extérieur (de type convection ou convection forcée) ne suffit pas à dissiper toute l'énergie produite par la sollicitation du matériau. Se basant sur les travaux de Wyzgoski [44] et Bernasconi [45], elle conclut que la fréquence n'influe la tenue en fatigue que si le matériau est sollicité autour de sa T_g, d'autant plus que l'auto-échauffement alors engendré par la sollicitation est non-négligeable. Bellenger *et al.* retrouvent ce même résultat et l'illustrent par une rupture de pente lors de

l'établissement de la droite de Basquin [46]. Cette cassure marque le passage d'une rupture en fatigue thermique à une fin de vie en fatigue mécanique. Ce constat est illustré par les courbes de Wöhler de la Figure I.26.

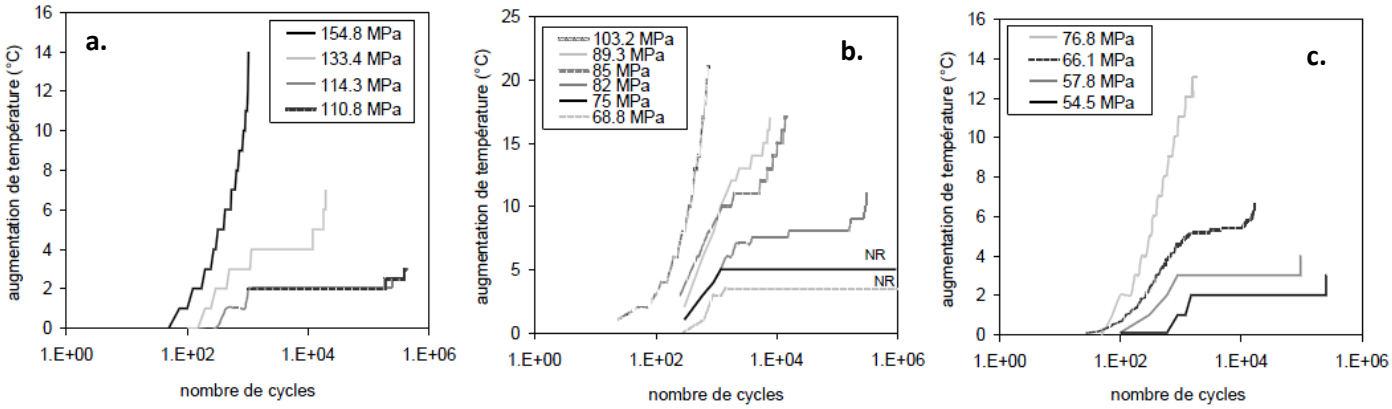


Figure I.25 – Courbes d'échauffement du PA66-GF30 pour différents niveaux de contraintes en fatigue uniaxiale [13]. **a.** T = 25 °C < Tg – **b.** T = 65 °C ≈ Tg – **c.** T = 140 °C > Tg.

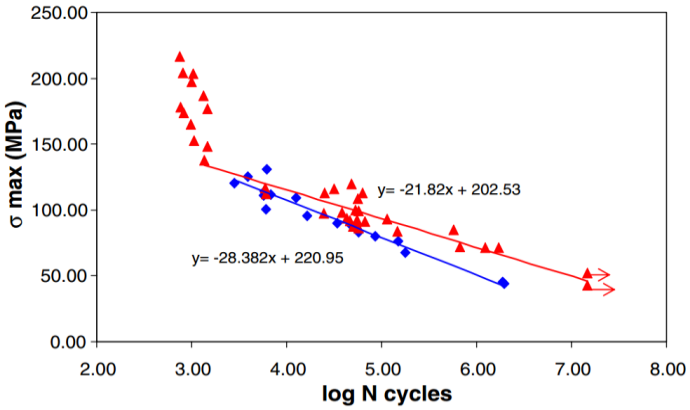


Figure I.26 – Courbes de Wöhler du PA66-GF pour une fréquence de 10 Hz en rouge (▲) et 2 Hz en bleu (♦) [46].

iv. Evolution de la boucle d'hystérèse et bilan énergétique

Lors de la fatigue, la viscosité du polyamide provoque un déphasage entre la contrainte et la déformation. Une boucle d'hystérèse au cours du chargement cyclique, typique de ce déphasage, est observée sur une courbe de comportement contrainte-déformation uniaxiale, comme représenté Figure I.27. Bien que non représentative, cette boucle est aussi caractéristique des échanges énergétiques qui se jouent alors au sein du matériau. Benaarbia a dédié sa thèse à l'analyse énergétique du comportement thermomécanique du PA66-GF30 [47]. Il définit ainsi l'expression de l'énergie de déformation d'un cycle charge/décharge selon l'équation (I-9). D représente la dissipation thermique intrinsèque, ρ la masse volumique, $C_{\varepsilon,\alpha}$ la chaleur spécifique et s_{ctm} les sources induites par les couplages thermomécaniques. Les travaux de Benaarbia ont permis la mise en place d'une procédure rigoureuse pour construire les bilans énergétiques globaux, notamment en termes d'énergie dissipée et d'énergie stockée par le matériau, au cours d'essais en fatigue à différentes fréquences.

$$W_{def} = \int_{début\ cycle}^{fin\ cycle} D.dt + \int_{début\ cycle}^{fin\ cycle} (\rho \dot{e} - \rho C_{\varepsilon,\alpha} \dot{T} + s_{ctm}) dt \quad \text{(I-9)}$$

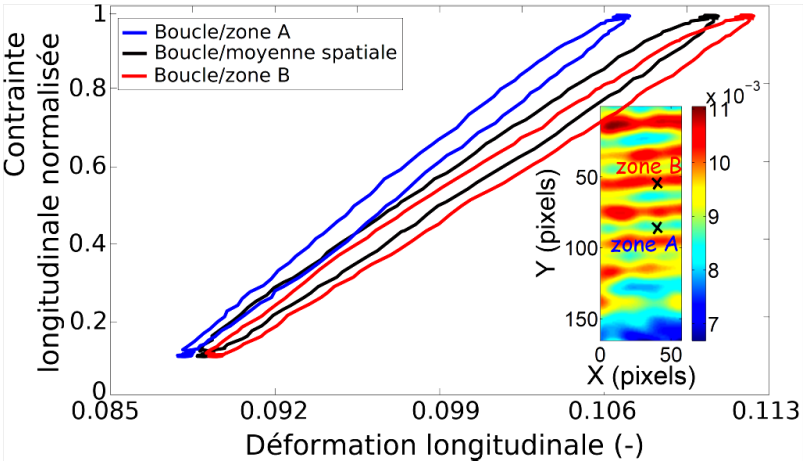


Figure I.27 – Exemples de boucles d'hystérèse pour différentes zones d'une éprouvette de PA66 sèche soumise à un essai cyclique de traction-traction uniaxial [47].

Benaarbia analyse ainsi l'évolution des paramètres définissant l'hystérésis pour le PA66-GF30, dont notamment l'aire d'hystérèse, le module dynamique et la déformation moyenne d'un cycle charge/décharge. Ses résultats expérimentaux sont en partie représentés Figure I.28. Une fois les premières centaines de cycles passées, l'aire des boucles diminue pour toutes les configurations. Il en est de même pour leur pente moyenne, à ceci près qu'une nette décroissance est observée au début de la vie en fatigue. Une stabilisation de ce paramètre semble avoir lieu pour des échantillons conditionnés et soumis à un chargement de faible fréquence, après plusieurs centaines de cycles. Ces résultats indiquent qu'il n'y a pas de stabilisation mécanique des boucles d'hystérèse, même si leur évolution est ralentie après environ 5000 cycles. Cette conclusion sera rappelée dans le chapitre II car elle est loin d'être anodine. Elle conditionne une majeure partie des travaux de modélisation de cette thèse. En effet, sans cycle stabilisé même pour de faibles contraintes, il convient de définir judicieusement les critères et les cinétiques d'endommagement afin que le modèle implémenté ne puisse pas stagner dans un état donné alors que le matériau est encore sous chargement.

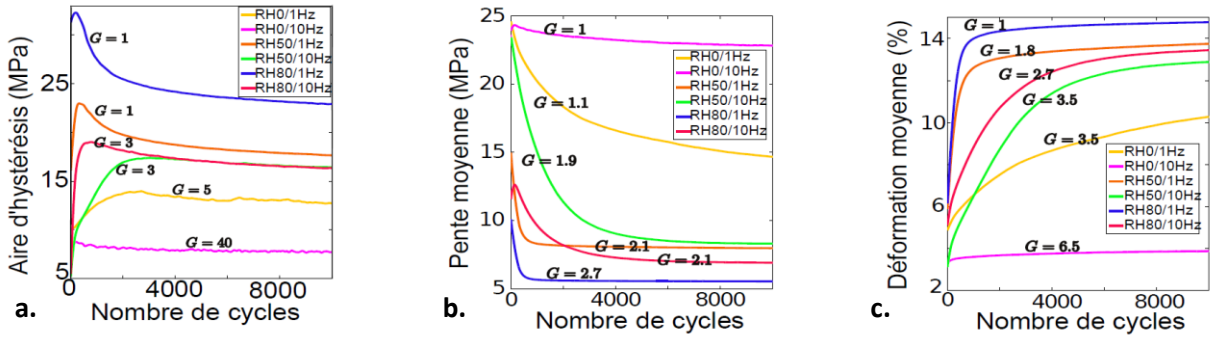


Figure I.28 – Evolution des paramètres de la boucle charge/décharge d'un échantillon de PA66-GF30 soumis un à essai cyclique de traction-traction uniaxial. Les résultats sont acquis pour 3 humidités relatives et 2 fréquences différentes et présentent l'évolution de **a.** l'aire d'hystérèse, **b.** la pente moyenne et **c.** la déformation moyenne [47].

v. *Phénomène de rochet*

L'analyse du comportement cyclique du PA66-GF30 révèle une augmentation progressive de la déformation moyenne sur un cycle [8] [13] [47]. Benaarbia le montre notamment sur la Figure I.28 précédente. Cette accumulation de la déformation moyenne par cycle, irréversible, caractérise le phénomène de rochet. Elle est observée dans tous les cas de chargement. Mourglia-Seignobos montre également l'augmentation de cette déformation totale par rapport au nombre de cycles sur la Figure I.29, pour des températures représentant les 3 états possibles du polyamide (vitreux, caoutchouteux ou en transition entre les deux). Celle-ci est d'autant plus importante que la température est élevée, et donc que le polyamide est dans un état caoutchouteux.

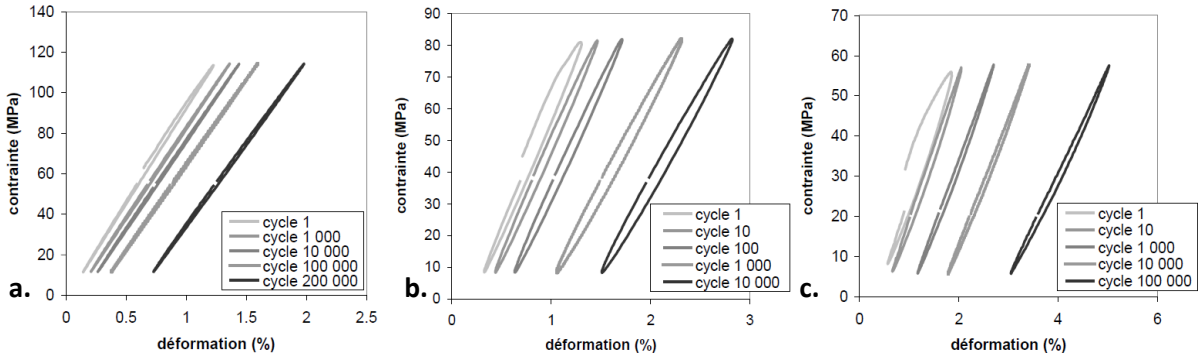


Figure I.29 – Evolution des boucles d'hystérèse lors d'un essai cyclique de traction sur du PA66-GF30 sec, pour une température de **a.** 25°C **b.** 65°C **c.** 140°C.

vi. *Effet des conditions environnementales*

Le comportement en fatigue du PA66-GF est lui aussi grandement influencé par les conditions environnementales - à savoir la température et l'humidité relative [8] [48] [49] [50]. Certains de leurs impacts sont par exemple illustrés par les graphes des paragraphes précédents, Figure I.28 et Figure I.29. Benaarbia et Mourglia-Seignobos montrent ainsi que la teneur en eau et la température modifient fortement le cycle charge/décharge du composite lors d'un essai en fatigue, que ce soit au niveau de l'aire d'hystérèse, de la pente moyenne ou de la déformation moyenne. Les boucles d'hystérèse sont ainsi plus ouvertes pour les échantillons dont les conditions hygrothermiques rapprochent leur température de transition vitreuse de celle d'utilisation. Handa *et al.* ont par ailleurs réalisée une investigation expérimentale poussée sur l'influence de la température ambiante sur les courbes S-N du PA66-GF33, comme illustré sur la Figure I.30. Ils constatent ainsi qu'une droite de Basquin peut être tracée pour chaque température, mais que les pentes et ordonnées à l'origine de ces droites évoluent fortement avec celle-ci.

Barbouchi *et al.* aboutissent à des conclusions similaires en étudiant les courbes S-N ainsi que les pertes de module au cours de la fatigue d'un PA66-GF30 conditionné à différentes teneurs en eau [49]. Ces conditions environnementales ont donc un impact de premier ordre sur le comportement mécanique de ce thermoplastique renforcé. Elles influencent fortement chaque aspect du comportement du matériau composite.

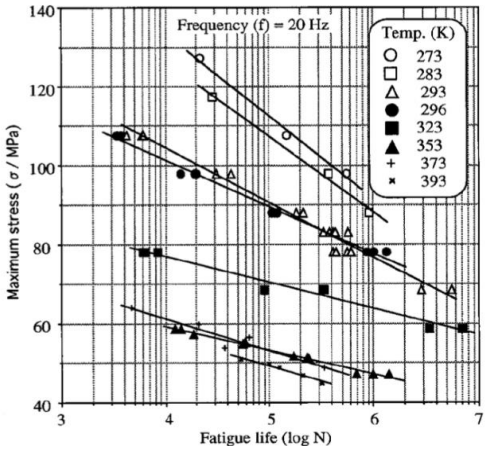


Figure I.30 – Courbes S-N du PA66-GF33 sec à différentes températures ambiantes pour une fréquence de 20 Hz [48].

d. Chargement multiaxial

L'origine des phénomènes ayant lieu au sein du PA66-GF30 ne sont pas encore totalement compris pour un chargement uniaxial. A fortiori, son comportement multiaxial est encore mal maitrisé, notamment en fatigue. Il est également moins étudié dans la littérature [6], bien que quelques travaux se soient focalisés sur la question. Quaresimin *et al.* ont par exemple réalisé une étude bibliographique et une analyse poussées de la fatigue multiaxiale sur des composites laminés à matrice thermodurcissable [51].

Dans le cadre de ce travail de thèse, nous nous focaliserons sur les paramètres retenus comme étant de premier ordre en ce qui concerne la tenue mécanique en fatigue de ces composites. Il s'agit ici de l'orientation du matériau, du taux de biaxialité, du degré de non-proportionnalité du champ de contrainte appliquée et du facteur de concentration de contrainte (due à la géométrie de l'éprouvette). Le modèle développé devra donc être capable de traiter ce genre de chargement.

Deux grands types d'éprouvettes sont utilisées dans la littérature pour un essai multiaxial. Dans un premier temps, une éprouvette tubulaire est souvent utilisée car elle permet d'obtenir un champ de contrainte multiaxial à partir d'un essai de traction uniaxial, du fait de l'anisotropie intrinsèque du composite [52] [53] [54]. Il est alors possible d'étudier l'influence des mêmes paramètres que ceux pour la fatigue uniaxiale, mais plus difficilement ceux cités ci-dessus. L'autre alternative consiste généralement à utiliser des éprouvettes cruciformes avec une machine de traction multiaxes. De telles expériences ont été réalisées au cours de ces travaux de thèse. Dix-huit essais de traction biaxiale ont ainsi été réalisés au sein du laboratoire LEM3 au campus ENSAM de Metz. La batterie de tests consiste en des essais quasi-statiques et non-proportionnels jusqu'à rupture. Cependant, aucune des éprouvettes n'a présenté une rupture de type « biaxial » dans la zone utile. En effet, elles se sont brisées au niveau des bras de la géométrie cruciforme, et non au centre de l'éprouvette où le champ de contrainte est biaxial (Figure I.31). Ces essais sont informatifs, comme nous le verrons au chapitre IV, mais les résultats sont inexploitables en l'état sans l'utilisation d'un modèle éléments finis afin de déterminer le champ de contrainte local dans les zones où il y a eu rupture.

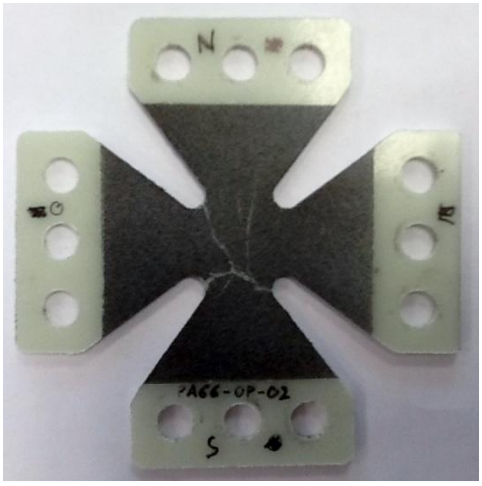


Figure I.31 – Photo d'une éprouvette cruciforme chargée en traction biaxiale jusqu'à rupture.

4. Mécanismes d'endommagement du PA66-GF30

L'endommagement au sein d'un thermoplastique renforcé, et notamment le PA66-GF30, est indéniablement présent mais son influence sur le comportement thermomécanique a longtemps été sous-estimée. Des phénomènes couplés, alliant viscosité et/ou plasticité à l'endommagement, sont à l'origine de cette méprise en ce qui concerne la tenue mécanique du PA66-GF30, que ce soit en chargement monotone ou en essai cyclique. L'anisotropie de l'endommagement, associée à la microstructure particulière du matériau composite moulé par injection, génère des phénomènes couplés uniques à l'échelle microscopique, avec des conséquences importantes aux échelles mésoscopique et macroscopique. L'endommagement de ce milieu hétérogène dépend énormément de la microstructure. Les fibres étant soumises à des contraintes bien plus élevées que la matrice, des concentrations de contraintes apparaissent aux interfaces et activent les mécanismes d'endommagement. L'étude de ces processus à plusieurs échelles est ainsi vitale à la compréhension de ce type de matériau et donc à sa modélisation.

a. Caractérisation des mécanismes d'endommagement – revue bibliographique

i. Mise en évidence des mécanismes d'endommagement

Depuis un peu plus de deux décennies, de nombreux auteurs se consacrent à l'analyse des mécanismes d'endommagement des polymères thermoplastiques renforcés par des fibres de verre courtes [55] [56]. Ces analyses exploitent principalement les observations au MEB et la fractographie. Dally et Carillo notent ainsi que dans les PA6 secs renforcés de fibres de verre courtes, les défauts sont très localisés et dus à des concentrations de contraintes élevées, dans des configurations où les fibres sont entassées [10]. Ils observent dans un premier temps des fissures dans la matrice, en tête de fibres et qui se propagent par déchaussement à l'interface. La propagation dans la matrice est alors limitée. Dans un second temps, certaines régions fissurées finissent par s'étendre et coalescent.

Ils opèrent par ailleurs des essais de fatigue interrompus pour étudier l'évolution de la contrainte à rupture en traction statique. La chute de celle-ci est alors de l'ordre de 10 à 15% en fatigue, signe d'une dégradation généralisée du matériau.

D'autres auteurs étudient alors le processus d'endommagement. Ainsi, Sato propose un scénario de rupture du polyamide renforcé de fibres courtes, en traction, représenté sur la Figure I.32 [1]. Il en donne les différentes étapes au travers de la chronologie suivante :

- Initiation des fissures à l'interface fibres-matrice, en tête de fibres.
- Propagation des fissures le long de l'interface, rupture cohésive de la matrice.
- Extension des fissures dans la matrice, initiée par des fissures courtes à l'interface fibre/matrice et avec une déformation plastique de la matrice.
- Coalescence des vides et propagation de fissures stable en mode ductile.
- Atteinte d'une taille critique de la zone de rupture ductile, et le reste du matériau casse de manière fragile.

À noter que Sato n'observa pas de rupture de fibre. Une autre conclusion majeure de l'étude de Sato est l'affirmation que les mécanismes d'endommagement sont les mêmes en chargement quasi-statique qu'en fatigue. Ce constat est d'une importance capitale pour le développement de la modélisation dans le présent travail. Ce résultat a d'ailleurs été récemment conforté et enrichi par Arif [8] [9].

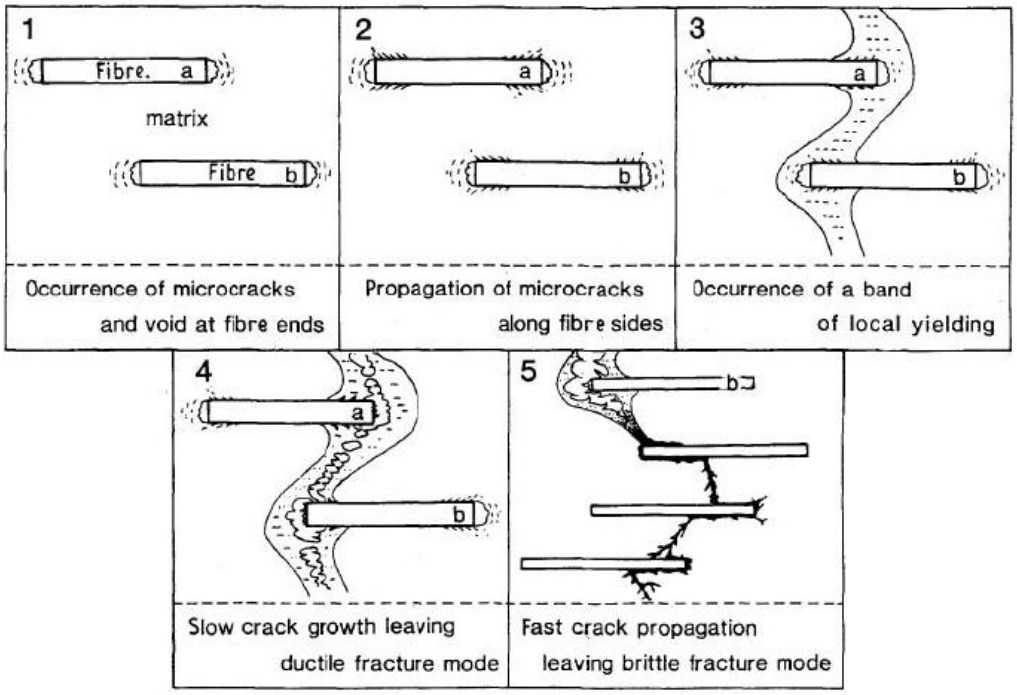


Figure I.32 – Scénario et chronologie d'endommagement d'un matériau composite à matrice polyamide renforcée par des fibres de verre courtes [1].

Horst et Spoormaker proposent un scénario d'endommagement en fatigue semblable à celui de Sato, tel que représenté Figure I.33 [57] [58]. Ce mécanisme a depuis été largement validé par la littérature [35] [59] et a affirmé son indépendance à de nombreux paramètres, dont le type de chargement ou la température. Seules les cinétiques varient. Sur la base des travaux précédents et

dans le cadre de nos travaux de modélisation, les processus d'endommagement en statique et en fatigue seront assumés similaires. Horst précise également que la décohésion de l'interface en fatigue se fait par cisaillement.

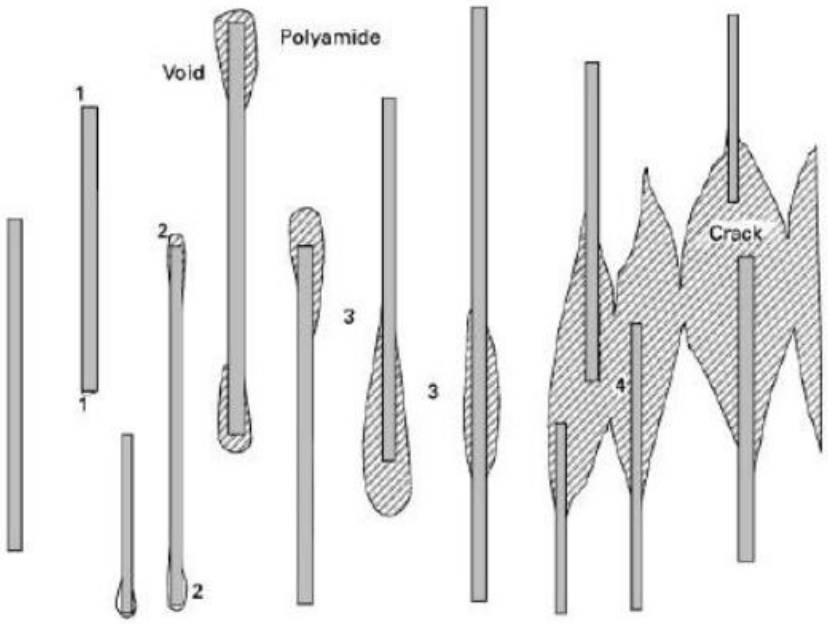


Figure I.33 – Mécanismes locaux de rupture en fatigue proposés par Horst [58].

De nombreuses techniques ont aujourd'hui vu le jour afin d'investiguer les mécanismes d'endommagement de ce type de matériau. La microtomographie assistée par ordinateur, présentée dans la section 2, se révèle être un outil puissant pour cette analyse. Des essais avec corrélation d'image ou au microscope électronique à balayage (MEB), in-situ, permettent également de valider ces processus d'endommagement [9] [60]. Une autre approche, héritée des métaux, consiste à analyser l'état de surface pour estimer l'endommagement du composite en fatigue [61] ou encore à suivre l'évolution d'une fissure [62]. Enfin, des méthodes acoustiques ont aussi été récemment développées, pour différents matériaux composites [63] [64] [65] [66]. Elles se basent sur le fait que la création de défauts ne peut se faire qu'avec une certaine émission acoustique. Mouhmid *et al.* ont ainsi classé les différents mécanismes d'endommagement du PA66-GF selon le niveau sonore de leur apparition [14]. Des émissions acoustiques entre 40 et 55 dB correspondent ainsi à de la fissuration matricielle, de 60 à 65 dB à de la décohésion à l'interface fibre/matrice, de 65 à 85 dB à du pull-out et finalement entre 85 et 95 dB à des ruptures de fibres.

ii. Investigation de l'endommagement par microtomographie aux rayons X assistée par ordinateur (µCT)

Avec le développement intensif de cette nouvelle technologie, la science des matériaux et de leur endommagement progresse rapidement. La connaissance de l'architecture 3D d'un matériau hétérogène à l'échelle du micromètre a révolutionné la compréhension des mécanismes physiques opérant à l'échelle microscopique. Ainsi, de nombreux auteurs se sont lancés dans l'étude de matériaux composites par µCT [67] [68] [69] [70]. Arif a aussi dédié une partie non négligeable de son travail de thèse à l'application de cette technique fine. Les résultats obtenus sont les précurseurs de

ceux des travaux de la thèse ci-présente [8] [9] [29]. Toutes ces études à propos de l'endommagement du polyamide 6,6 renforcé convergent vers les mêmes conclusions. Ainsi, pour des raisons de clarté, seuls les résultats d'Arif seront présentés dans ce qui suit.

Les échantillons analysés proviennent d'éprouvettes longitudinales et transverses préalablement chargées en traction jusqu'à rupture. La résolution de ses travaux est de 700 nm pour les échantillons longitudinaux et 1400 nm pour ceux transverses. Ils ont été découpés loin de la zone de fracture pour éviter tout biais. Deux conditionnements différents ont ainsi été testés et correspondent à des humidités relatives de : RH 0% et RH 50%. L'échantillon de référence correspond à une éprouvette sèche non chargée, sur laquelle aucun défaut n'est perceptible à la résolution d'observation. L'endommagement observé par la suite n'est alors pas dû au procédé de fabrication, ni à la découpe des échantillons.

L'endommagement se manifeste ici par la présence de décohésions à l'interface fibre/matrice, de microfissuration dans la matrice ainsi que de rupture de fibres. La décohésion de l'interface est constatée non seulement aux extrémités de fibres mais aussi sur leur longueur. La fissuration de la matrice résulte d'une propagation fragile dans le cas des échantillons secs mais d'une coalescence et propagation ductiles pour ceux conditionnés à 50% d'humidité relative. La Figure I.34 présente un cliché obtenu par microtomographie aux rayons X assistée par ordinateur. Tous les mécanismes d'endommagement cités y apparaissent. La qualité de l'image laisse supposer qu'avec un seuillage par niveau de gris approprié, il est possible de différencier la matrice, les fibres et les vides. La quantification de l'endommagement peut alors être faite de manière directe, mais il faut garder à l'esprit que la zone observée provient d'un emplacement éloigné de la zone de rupture d'une éprouvette.

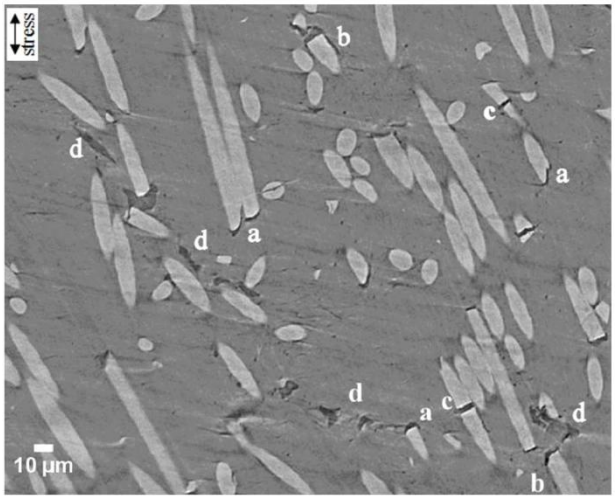


Figure I.34 – Endommagement observé par microtomographie aux rayons X assistée par ordinateur sur un échantillon longitudinal de PA66-GF30 conditionné à RH = 50%**,** préalablement chargé en traction [8]. **a.** Décohésion en tête de fibre. **b.** Décohésion de l'interface. **c.** Rupture de fibre. **d.** Microfissuration de la matrice.

Arif a également étudié l'endommagement sur des éprouvettes de PA66-GF30 sèches soumises un chargement de fatigue traction-traction et pour deux orientations transverse (90°) et longitudinale (0°). Le facteur de charge est défini à 0,1 et l'amplitude de la contrainte appliquée est maintenue constante. La fréquence est fixée à 3 Hz. Cette investigation a permis de visualiser

l'évolution des vides au fur et à mesure de la fatigue, en termes de volume, d'orientation et de facteur de forme, en fonction de la microstructure. La Figure I.35 présente la répartition des facteurs de forme des vides selon leur orientation, pour différentes microstructures. Dans tous les cas, les vides ont tendances à avoir la même orientation que les fibres. Ceci renforce l'idée que le mécanisme d'endommagement dominant soit lié à la décohésion de l'interface fibre/matrice, puisque cette observation ne peut pas être due aux ruptures de fibres ou aux seules fissurations de la matrice. À noter que l'endommagement est réparti sur l'ensemble de la zone d'observation. Sa diffusion n'en est pas moins hétérogène et certaines zones sont plus endommagées que d'autres, même au sein d'une même couche.

Des observations ont également eut lieu à différents niveaux de la vie en fatigue d'une éprouvette longitudinale. Des essais ont été interrompus à 50% et 75% du nombre de cycles à rupture N_f et analysés par microtomographie. Ils sont comparés à un échantillon non chargé et à un autre ayant été amené jusqu'à la rupture. La densité d'orientation des vides est représentée Figure I.36. Cette analyse met clairement en évidence la prépondérance de l'endommagement au cours de la vie en fatigue. Celui-ci reste marginal pendant la première moitié de la durée de vie avant d'augmenter de manière significative, jusqu'à la rupture du matériau. Cela confirme par ailleurs les conclusions de Benaarbia à propos de l'absence de cycle stabilisé au cours d'un chargement en fatigue. La présence initiale de vides (microdiscontinuités) est également à noter dans une proportion relativement faible ce qui confirme aussi certains résultats de Mourglia-Seignobos [13].

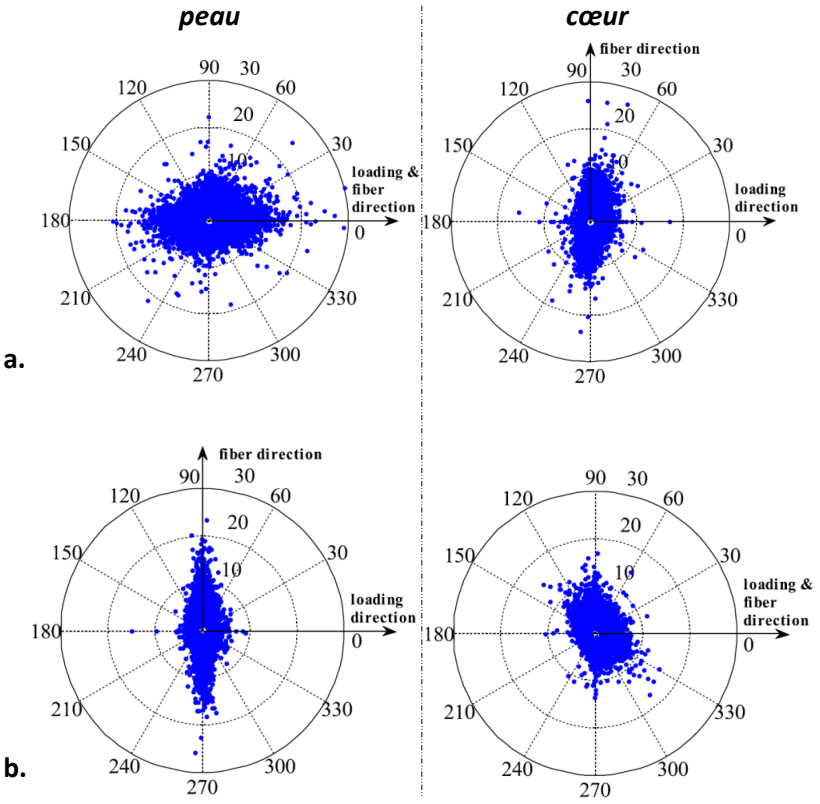


Figure I.35 – Facteur de forme des vides en fonction de leur orientation et de leur position à cœur ou en peau, pour une éprouvette sèche de PA66-GF30 **a.** longitudinale **b.** transverse, soumise à un essai de fatigue [8].

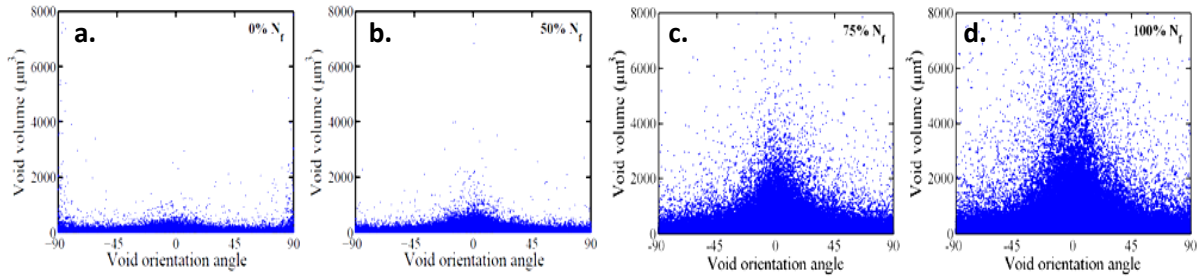


Figure I.36 – Répartition des volumes de vides selon leur orientation au sein d'éprouvettes de PA66-GF30 sèches, chargées en fatigue à différents nombres de cycles : **a.** 0% N_f **b.** 50% N_f **c.** 75% N_f **d.** 100% N_f [8].

b. Couplage viscosité endommagement

La composante visqueuse du comportement de la matrice polyamide (PA66), qui rend ce dernier non-linéaire, a été prouvée comme directement corrélée avec l'apparition des décohésions et la microfissuration par Noda *et al.* [59]. Leur analyse considère deux températures différentes se situant de part et d'autre de la transition vitreuse T_g. Les essais sont réalisés sur du PA66-GF33. Dans le cas où la température est inférieure à T_g, ils observent que les microfissures se propagent d'abord autour des extrémités de fibres puis de manière fragile aux fibres avoisinantes. Dans le cas où elle est supérieure à T_g, ils notent que les microfissures se propagent le long des interfaces puis dans la matrice, de manière ductile. Leur conclusion est donc que l'aspect visqueux est indissociable des mécanismes d'endommagement. Dans le cadre de la modélisation abordée dans ces travaux de thèse, les mécanismes d'endommagement sont tous considérés pour chaque cas de chargement. Leur cinétique varie en fonction des paramètres du modèle, qui peuvent dépendre de la température et de l'humidité relative. Les deux comportements observés sont ainsi modélisables de par les cinétiques des différents mécanismes d'endommagement, selon les conditions de l'essai.

Arif a plus précisément mis en valeur ce visco-endommagement à travers des essais dédiés [8]. Au cours d'essais de traction, les profils thermiques de la surface de l'échantillon ont été enregistrés par caméra infrarouge. Ces courbes sont représentées sur la Figure I.37 pour des échantillons longitudinaux et transverses. Une phase endothermique apparaît au début du chargement, caractéristique du changement de volume d'un solide élastique en traction. Au fur et à mesure que la charge augmente, la température moyenne de la jauge devient constante puis augmente, notamment vers la fin de vie du matériau. Ceci est dû à l'initiation puis au développement de l'endommagement du matériau. L'augmentation de température est alors due aux dissipations thermiques issues à la fois de la viscosité et de l'endommagement. Le matériau devient alors en quelque sorte plus caoutchouteux, ce qui augmente sa viscosité et diminue sa rigidité (adoucissement). Ce dernier effet va accentuer l'endommagement au sein du composite en redistribuant les contraintes locales dans les phases les plus saines du matériau, ce qui finit de révéler le couplage fort entre ces deux phénomènes.

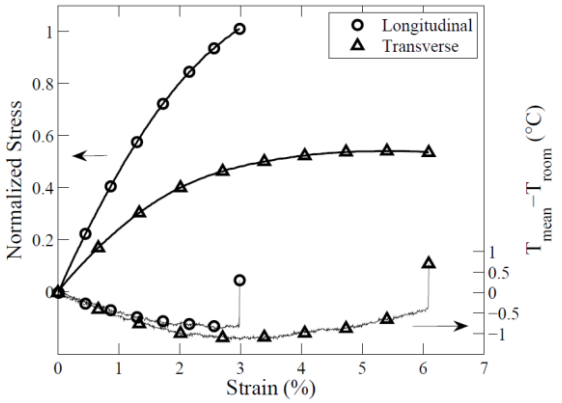


Figure I.37 – Températures moyennes et courbes contrainte-déformations d'échantillons longitudinaux et transverses de PA66-GF30 secs pendant un essai de traction [8].

c. *Mise en place et réalisation d'essais in-situ au MEB*

Horst souligne que le conditionnement des échantillons est très important dans les mécanismes de rupture en fatigue, notamment en ce qui concerne la teneur en eau [58]. De nombreuses expériences ont ainsi été menées au sein du LEM3 dans le cadre des travaux d'Arif *et al.* [9]. Des tests en flexion in-situ au microscope électronique à balayage (MEB) ont été menés dans le cadre commun des deux thèses, couplés à une analyse par microtomographie faite par Arif et décrite précédemment. L'intérêt est ici de faire varier la teneur en eau du matériau composite et d'étudier précisément les processus d'endommagement.

i. *Configuration expérimentale*

La machine de flexion 3 points utilisée est présentée sur la Figure I.38. Les échantillons ont été usinés à partir de plaques rectangulaires moulées par injection. Les éprouvettes ont été découpées soit dans le sens longitudinal soit dans le sens transverse, c'est à dire respectivement parallèlement et orthogonalement à la direction d'injection. Les dimensions des échantillons sont contraintes par celles de la machine de flexion intégrée au MEB, et sont ici de 45 mm pour la longueur, 10 mm pour la largeur et 3,2 mm pour l'épaisseur. L'observation se fait sur la tranche de l'échantillon. Les images acquises peuvent ainsi être soit dans la zone à cœur, soit dans la peau. Intrinsèquement, la partie supérieure de l'éprouvette est soumise à de la compression et celle inférieure à de la traction. Les éprouvettes présentent trois conditions d'humidités relatives : sèches, conditionnées à 50% d'humidité et saturées en eau. En ce qui concerne les éprouvettes transverses, seule la configuration à RH = 50% a été étudiée.

Tous les échantillons, exceptés ceux saturés en eau, ont été polis avant d'être préparés. Il est crucial de le faire préalablement à leur conditionnement car le polissage se fait en environnement humide et altère donc ces propriétés. Les échantillons secs ont ensuite été placés sous vide dans un four à 80°C pendant 15 heures. Cela leur garantit une teneur en eau proche de 0. Les éprouvettes à 50% d'humidité relative ont été conditionnées selon l'ISO 1110 à l'intérieur d'un four sous atmosphère contrôlée, à 70°C pour une humidité de 62%. Elles y restent jusqu'à ce que leur masse, qui dépend de leur teneur en eau, n'évolue plus. Elles sont ensuite placées dans une atmosphère à 23°C et 50% d'humidité pendant une semaine.

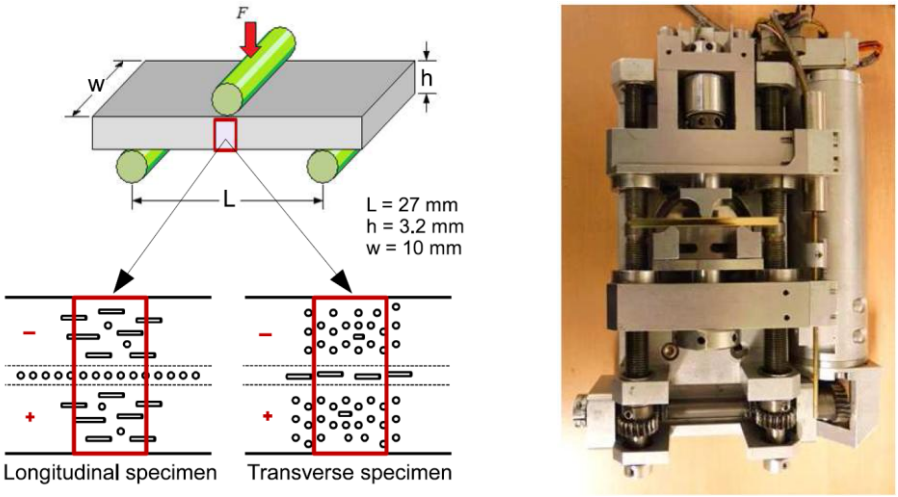


Figure I.38 – Présentation de la machine de flexion in-situ 3 points utilisée avec le MEB [8].

En ce qui concerne les échantillons saturés en eau, ils sont placés dans de l'eau bouillante pendant 35 heures avant leur polissage. Ils sont ensuite placés dans l'eau à température ambiante pendant une semaine. Les trois catégories d'éprouvettes sont finalement recouvertes d'une fine couche d'or afin de faciliter l'observation au MEB. En effet, cette métallisation de la surface du matériau composite et requise car ce dernier est un isolant. L'interaction électron-matière provoque inévitablement une accumulation de charges au niveau de la zone d'observation. Celle-ci n'est évacuée que dans le cas d'un échantillon conducteur. Dans le cas d'un isolant comme le PA66-GF30, cette accumulation déforme le faisceau d'électrons et perturbe grandement l'observation.

La vitesse de déformation de l'échantillon est de 400 µm/min, en son centre. Afin de pouvoir prendre des images et observer l'évolution de l'endommagement au cours de l'essai, celui-ci est interrompu régulièrement. La viscosité du polyamide provoque cependant une relaxation des contraintes dans le matériau lors de ces interruptions. La durée de ces dernières a donc été minimisée et plafonnée à 3 minutes. La nature des essais laisse supposer un endommagement maximum près de la surface inférieure de l'échantillon, zone dans laquelle les contraintes de traction sont maximales, ce qui simplifie le processus de recherche des zones endommagées. Dans l'optique d'estimer l'évolution de l'endommagement, la comparaison de ces images est faite avec celles prises au début de l'expérience, lorsque l'éprouvette est non chargée. La Figure I.39 montre que presqu'aucun endommagement n'est alors observable, et ce quelles que soient les conditions d'humidité.

ii. Dégradation des interfaces

Le premier mécanisme d'endommagement qui apparaît est la décohésion de l'interface fibre/matrice. Ces zones sont en effet propices à de plus fortes concentrations de contraintes. À l'instar de la chronologie mise en évidence par les travaux de Sato, la décohésion s'initie généralement en tête de fibre avant de se propager le long de celle-ci. Ce mécanisme est illustré par la Figure I.40. Il mène à une microfissuration de la matrice dans l'entourage de la fibre dont l'interface est endommagée, comme le montre la Figure I.41. L'endommagement peut également s'initier le long d'une fibre dans le cas où des fibres sont très proches les unes des autres [8].

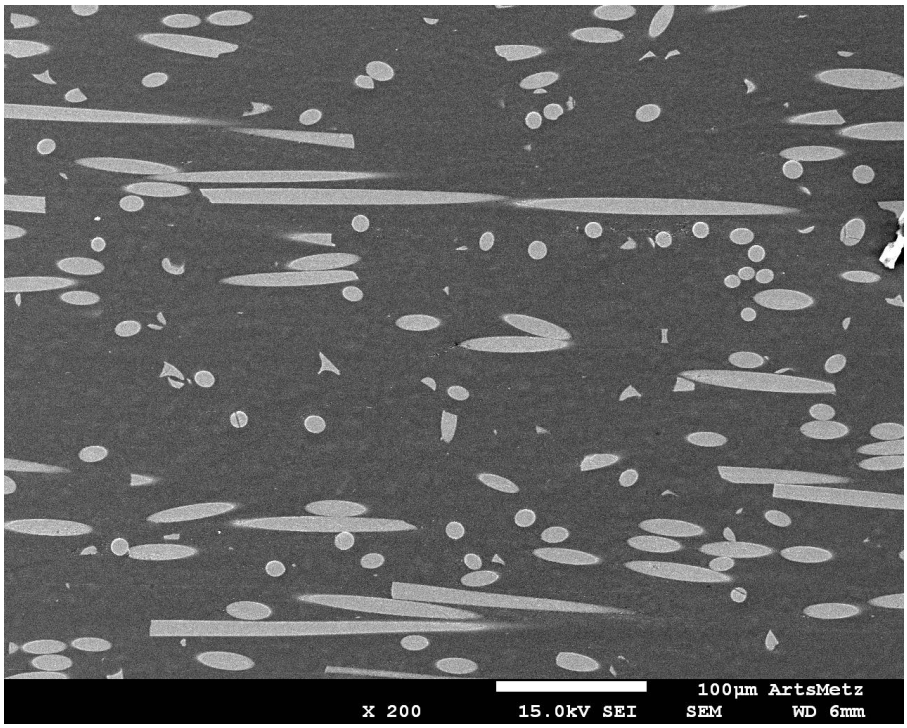


Figure I.39 – Surface d'éprouvette sèche longitudinale de PA66-GF30, non chargée, observée au MEB.

Cette dégradation apparaît pour les 3 taux d'humidité relatives testés. Elle s'initie à un niveau de contrainte correspondant au tiers de la contrainte à rupture pour un échantillon sec et 30% pour les échantillons conditionnés à RH = 50% et RH = 100%. Ainsi, plus la teneur en eau est élevée, plus le matériau s'endommage pour des contraintes faibles. En effet, si la contrainte à rupture de l'éprouvette sèche est considérée à un niveau 100, celle des échantillons à RH 50% et RH 100% est respectivement de 70 et 50. L'initiation de l'endommagement pour les échantillons secs, à RH 50% et RH 100% se fait alors respectivement à 33, 21 et 15. Par ailleurs, l'endommagement est d'autant plus diffus que la teneur en eau est importante.

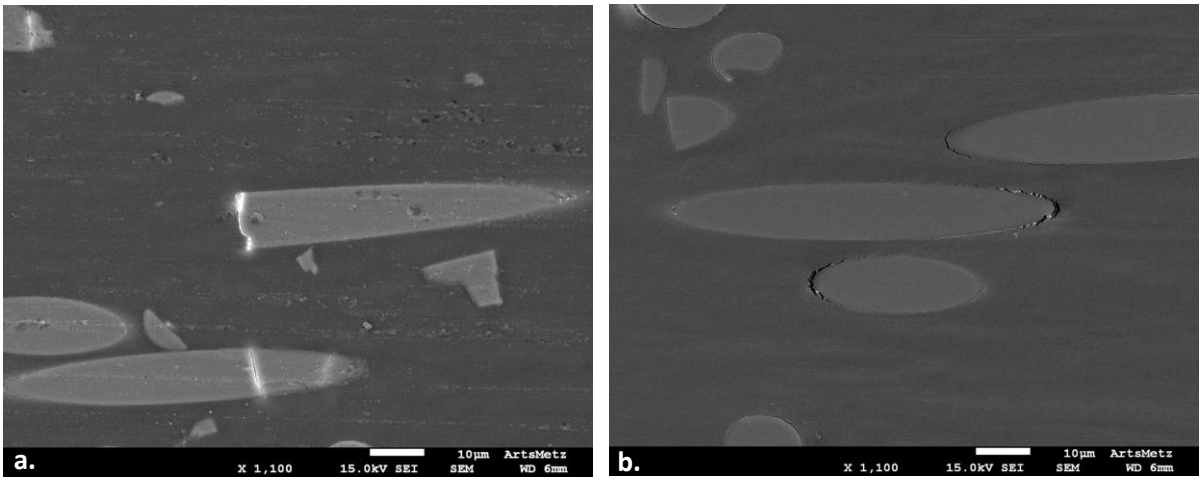


Figure I.40 – Observation au MEB de l'initiation de l'endommagement d'éprouvettes de PA66-GF30 conditionnées à **a.** RH = 0% et **b.** RH = 100%. La contrainte appliquée est respectivement égale à 35% et 29% de celle à rupture.

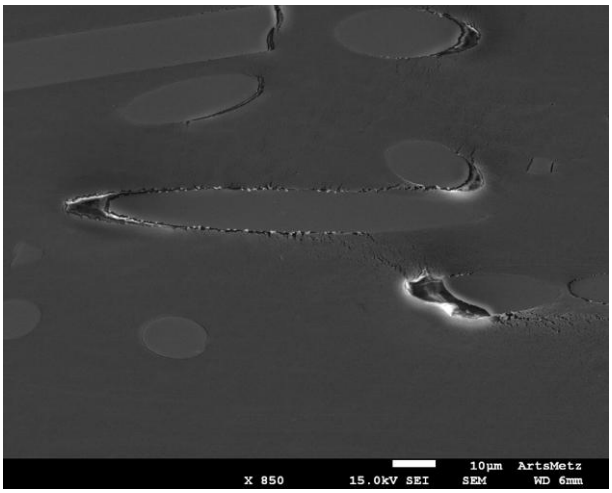


Figure I.41 – Observation au MEB de la propagation de la décohésion le long de l'interface fibre/matrice et de la microfissuration de la matrice autour de l'interface endommagée, pour une éprouvette longitudinale de PA66-GF30 conditionnée à RH = 100% et chargée à 88% de la contrainte à rupture.

iii. Microfissuration de la matrice

Sous l'effet des concentrations de contraintes, la matrice se microfissure au niveau de nombreuses interfaces. Ces fissures commencent tout d'abord par se propager de fibre en fibre. L'endommagement initial étant plutôt diffus, les nombreuses fissures du matériau ont tendances à coalescer de manière ductile. Cette microfissuration n'apparaît réellement que proche de la fin de vie du matériau, à des niveaux de contrainte (par rapport à la contrainte à rupture) de 95% et 98% pour des taux d'humidité respectifs de 0% et 50%. La Figure I.42 montre cette microfissuration de la matrice lorsque le matériau est proche de la rupture. La propagation de cette méso-fissure devient alors fragile et mène à la rupture du matériau. L'étude des échantillons conditionnés à 100% d'humidité relative montre également la présence de bandes de déformation matricielle.

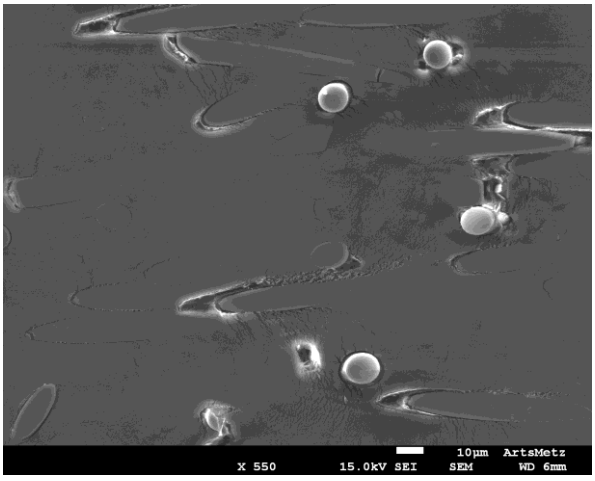


Figure I.42 – Observation au MEB de la microfissuration généralisée de la matrice d'une éprouvette de PA66-GF30 conditionnée à 50% d'humidité relative. L'image est prise juste avant la rupture, dans une zone éloignée de la fissure principale.

iv. Ruptures de fibres

Parmi les mécanismes d'endommagement observés se trouvent des ruptures de fibres, comme indiqué par la Figure I.43. Elles apparaissent pour les trois taux d'humidité mais sont surtout statistiquement influentes pour les échantillons secs. Pour ces derniers, elles peuvent apparaître dès l'initiation de l'endommagement, pour des contraintes égales au tiers de celles à rupture. En ce qui concerne les éprouvettes humides, ces ruptures de fibres n'apparaissent que proche de la rupture.

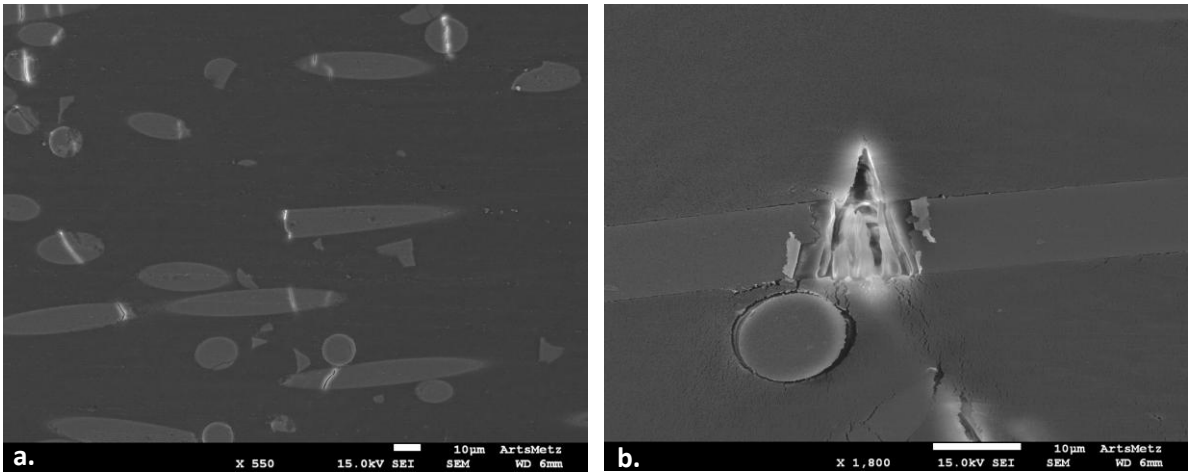


Figure I.43 – Ruptures de fibres observées au MEB, sur des échantillons de PA66-GF30 **a.** secs et **b.** conditionnée à RH = 100%, pour des contraintes respectives égales à 41% et 89% de la contrainte à rupture.

v. Scénario d'endommagement - Effet de l'humidité relative

Comme indiqué dans la littérature [1] [58], l'endommagement débute aux extrémités de fibres, dans des configurations où les fibres sont proches les unes des autres (concentration de contraintes). Les scénarios précédents sont retrouvés et nuancés par la teneur en eau. Lors de l'essai sur un échantillon longitudinal conditionné à RH = 100%, des images ont notamment été prises au même endroit tout au long du chargement. Cela a permis d'établir un enchaînement séquentiel de l'état d'endommagement de l'éprouvette à cet endroit, représenté Figure I.44. Des seuils d'endommagement différents sont établis en fonction de la teneur en eau, avec quelques différences de mécanismes. Ces dernières sont représentées dans le Tableau I.7. Ainsi, les échantillons secs exhibent un niveau de dégradation plus faible, mais avec de nombreuses ruptures de fibres. L'endommagement des échantillons conditionnés aux humidités relatives de 50% et 100% est quant à lui plus généralisé. La zone de compression a également été observée et l'endommagement y est beaucoup plus faible et localisé que dans la zone de traction. Une des conclusions à en tirer est que les la résistance à la décohésion de l'interface diminuent avec la teneur en eau.

Le scénario d'endommagement standard retenu, présenté dans les travaux d'Arif *et al.* [9] et modulé selon les conditions environnementales accordement au Tableau I.7, est le suivant :

- Début de décohésion aux interfaces fibres-matrice, plus particulièrement là où les fibres sont relativement proches les unes des autres et généralement en tête de fibre. Des ruptures de fibres peuvent également apparaître.
- Propagation de la décohésion le long de l'interface, créant ainsi une déformation voire une microfissuration locale de la matrice. De nouvelles ruptures de fibres peuvent naître.
- Propagation des microfissures matricielles, tout d'abord de manière ductile puis de manière fragile. Les fissures voisinent coalescent.
- L'accumulation d'endommagement au sein de la matrice finit par provoquer la ruine du matériau.

Mécanismes d'endommagement du PA66-GF30 - conditionné à	*RH=0%*	*RH=50%*	*RH=100%*
Initiation en tête de fibre ou lorsque les fibres sont proches les unes des autres	✓	✓	✓
Décohésion progressive le long de l'interface fibre/matrice	✓	✓	✓
Rupture de fibres	✓	≈	≈
Déformations locales importantes autour des fibres	-	✓	✓
Bande de déformation matricielle	-	≈	✓
Propagation des microfissures matricielle	Fragile	Ductile	Ductile

Tableau I.7 – Propriétés physiques du PA66 et du PA66-30 (Données issues des fiches techniques Solvay). Données pour matériau sec et conditionné à 23°C.

vi. Influence de l'orientation des fibres

Une comparaison est faite entre les échantillons longitudinaux et transverses conditionnés à 50% d'humidité relative. Le module de Young et la contrainte à rupture sont environ divisés par deux pour les éprouvettes transverses, et leur ductilité est au contraire doublée. Les mécanismes d'endommagement observés sont les mêmes que les éprouvettes longitudinales, avec un seuil d'initiation d'également 30% de la contrainte à rupture. La Figure I.45 montre l'état d'endommagement d'un échantillon transverse à 69% de sa contrainte à rupture. L'endommagement s'initie dans les zones de forte concentration de fibres, le long de celles-ci. Du fait de l'orientation transverse des fibres, il est supposé que la concentration de contraintes est moins importante en tête de fibres et donc que moins de décohésions y ont lieu. Cette hypothèse sera détaillée dans la modélisation de la dégradation de l'interface au chapitre II. Il est cependant possible que cette analyse soit biaisée par le fait que l'on observe ici statistiquement beaucoup plus de fibres selon leur tranche que suivant leur longueur, et que l'on a donc moins accès aux extrémités de fibres. De par son observation en 3D, la microtomographie permet de s'affranchir de ce biais d'observation, ce qu'a par exemple fait Arif [8].

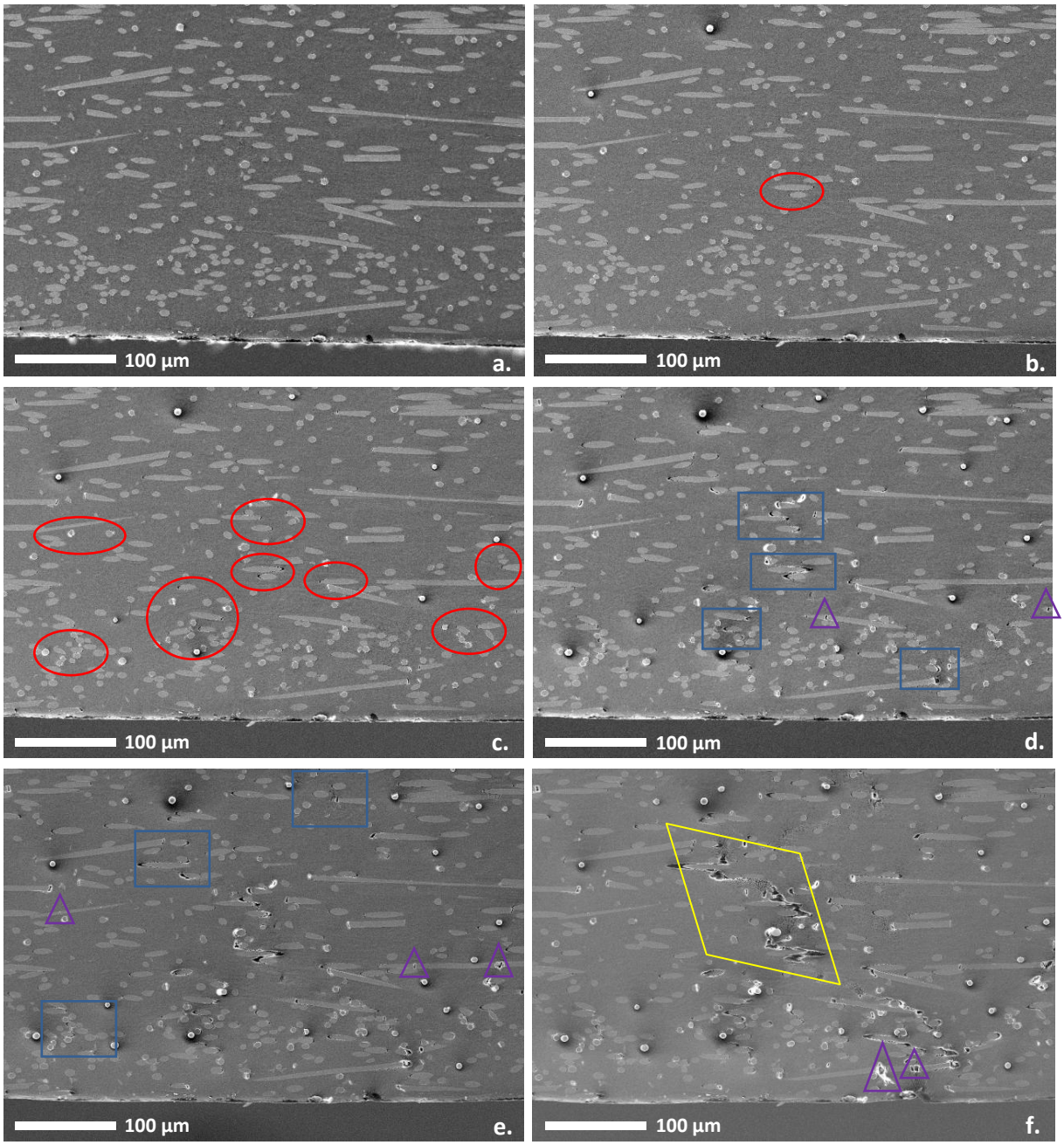


Figure I.44 – Observation au MEB de l'évolution de l'endommagement sur une éprouvette en PA66-GF30 conditionnée à 100 % d'humidité relative. La contrainte appliquée est exprimée en pourcentage de celle à rupture et est de : **a.** 0%, **b.** 29%, **c.** 50%, **d.** 71%, **e.** 89%, **f.** 99%. Les ellipses rouges indiquent l'initiation de l'endommagement, les rectangles bleus indiquent la propagation de la décohésion de l'interface et l'apparition de microfissures dans la matrice environnante, le losange jaune indique la création de la méso-fissure par coalescence des microfissures matricielle et les triangles violets représentent les ruptures de fibres.

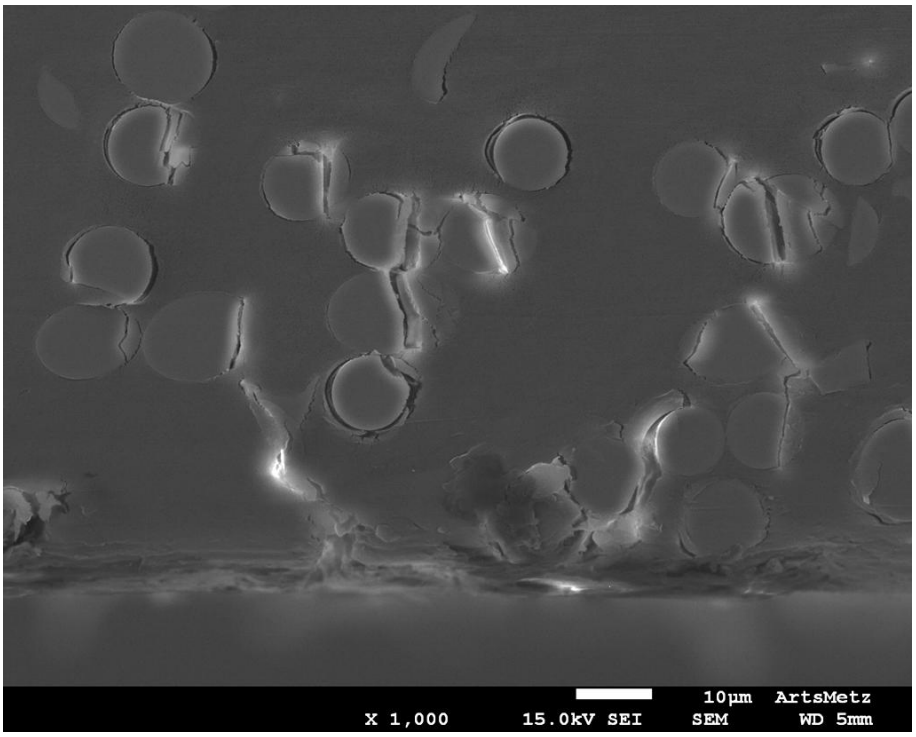


Figure I.45 – Endommagement au sein d'une éprouvette transverse de PA66-GF30 saturée en eau et chargée à 69% de sa contrainte à rupture.

De manière générale, l'endommagement de l'échantillon transverse est plus diffus que celui longitudinal. Arif a quantifié ce niveau d'endommagement à travers une estimation 2D du volume de vide [8]. La nature de cette technique ne permet d'avoir qu'une représentation qualitative de l'endommagement au sein de ces deux éprouvettes. Ces résultats sont présentés sur la Figure I.46 et confirment un endommagement plus généralisé dans le cas d'une orientation transverse des fibres.

vii. Endommagement en compression

Les essais in-situ au MEB ont été réalisés à l'aide d'une machine de flexion 3 points. Celle-ci permet donc d'avoir la partie inférieure de l'éprouvette soumise à des contraintes de traction et la partie supérieure à des contraintes de compression. Arif a comparé l'évolution de l'endommagement entre ces deux zones [8]. L'étude de celle-ci n'est pas exhaustive en compression étant donné que la rupture est toujours initiée au niveau de la zone en traction. Le seuil d'endommagement observé est ici de 80% de la contrainte à rupture, quelle que soit la teneur en eau. L'endommagement reste très localisé, loin d'être aussi diffus qu'en traction. Il s'initie également aux interfaces fibre-matrices, pour les échantillons transverses comme longitudinaux. Ce point est important au sens où l'endommagement ne s'initie alors pas seulement en tête de fibre mais aussi là où se trouvent les contraintes maximales de traction à l'interface, comme illustré par la Figure I.47. Ainsi, l'implémentation du mécanisme d'endommagement de l'interface devra tenir compte des contraintes tout autour de la fibre, et non seulement au niveau de ses extrémités.

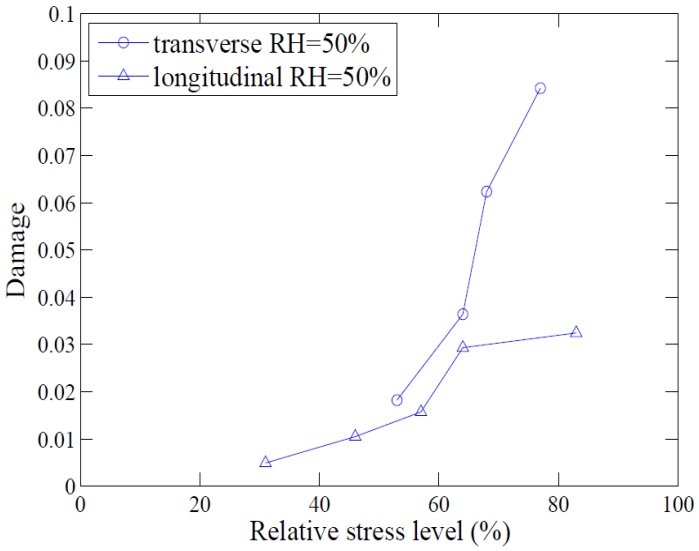


Figure I.46 – Etude qualitative de l'endommagement dans les échantillons longitudinaux et transverses, obtenue par analyse d'images prises au MEB [8].

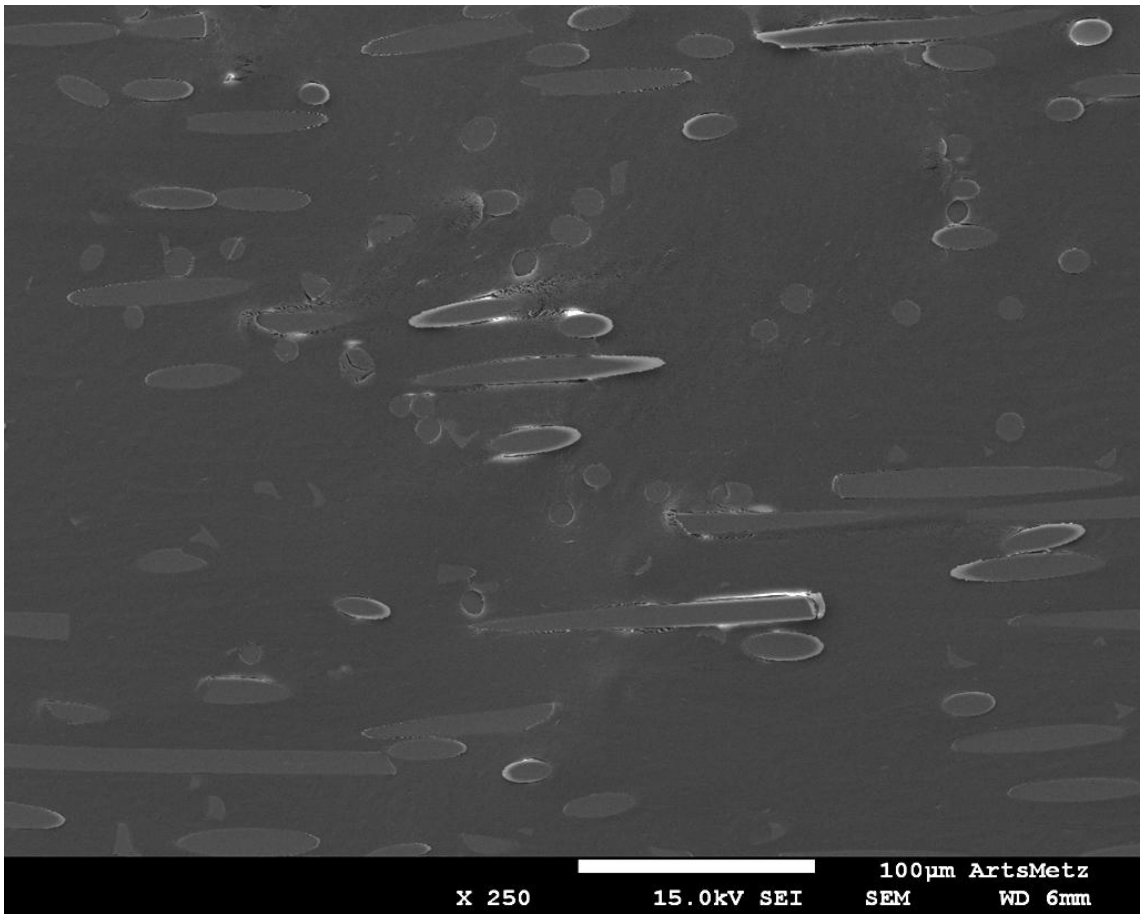


Figure I.47 – Observation au MEB d'une décohésion de l'interface dans la zone de compression, pour une éprouvette longitudinale de PA66-GF30 saturée en eau et chargée jusqu'à rupture.

5. Conclusion

Au cours de la dernière décennie, le polyamide 6,6 renforcé par des fibres de verres courtes a été le centre d'attention de l'industrie automobile. Le gain potentiel de masse qu'il permet, allié à ses performances thermomécaniques, en fait un matériau de choix pour la conception de véhicules modernes. C'est ainsi que ce matériau composite a fait l'objet d'études poussées au sein de la littérature scientifique, afin d'essayer de saisir au mieux ses multiples facettes.

Il a été montré que ce matériau est le siège de multiples effets couplés complexes. Dans le cas le plus courant du moulage par injection, il possède une microstructure multicouches particulière, dite cœur-peau-surface. Chacune de ces couches possèdent en l'occurrence un arrangement des fibres différent, ce qui impacte de manière non négligeable la tenue mécanique du matériau. Beaucoup de techniques différentes permettent alors d'étudier cette microstructure. La microtomographie aux rayons X assistée par ordinateur en donne ainsi une compréhension 3D assez fine. Par ailleurs, la viscosité de la matrice et la cinétique des mécanismes d'endommagement le rendent sensible à de nombreux paramètres, dont notamment ceux relatifs au trajet de chargement et ceux hygrothermiques. L'étude de la fatigue de ce matériau composite s'en trouve alors grandement complexifiée car beaucoup de paramètres distincts influencent la durée de vie en fatigue et sa représentation, par exemple en utilisant des courbes de Wöhler, qui doivent alors se décliner en de multiples courbes suivant de nombreux paramètres différents. En outre, beaucoup de résultats convergent vers la conclusion qu'il n'existe pas de cycle stabilisé en fatigue. La prédiction de ce comportement ne peut alors se faire qu'avec la compréhension précise de ce qu'il se passe à l'échelle microscopique et ne pas être réalisée sur la seule base de critères macroscopiques. La clé de voûte de la compréhension de ces phénomènes à cette échelle est alors l'étude des mécanismes d'endommagement, qui semblent gouverner la durée de vie en fatigue.

La littérature, et notamment les études par µCT, ainsi que les essais in-situ réalisés au MEB ont permis d'identifier les mécanismes d'endommagements lors du chargement du PA66-GF30. Ceux-ci sont reportés identiques en quasi-statique et en fatigue, indépendamment des conditions d'humidité et de l'orientation des fibres. La cinétique de ces processus est par contre bien dépendante de l'histoire et du trajet de chargement. Si cela facilite d'une part leur étude, il convient cependant de les implémenter rigoureusement afin de prendre en compte leur dépendance par rapport au temps absolu et/ou par rapport au nombre de cycles. D'autre part, le type de chargement, la microstructure et les conditions hygrothermiques influencent grandement ces cinétiques. Les échantillons humides s'endommagent de manière plus généralisée que ceux secs. Il en va de même pour les sollicitations en compression des éprouvettes par rapport à la traction, ainsi que pour l'orientation des fibres transverse par rapport à celle longitudinale.

Toutes les études convergent vers le fait que l'endommagement des échantillons secs s'initie en tête de fibres, le long de celles-ci dans le cas de configurations locales de fibres particulières ou encore par rupture de fibre. La décohésion se propage ensuite le long de l'interface de manière ductile, générant ainsi la microfissuration de la matrice. La propagation des microfissures dans la matrice se fait ensuite de manière fragile et mène rapidement à la rupture du matériau. Les échantillons humides voient leur endommagement s'initier et se développer de la même façon, si ce n'est que les ruptures de fibres n'apparaissent que pour des niveaux des contraintes plus élevés. En outre, la propagation des microfissures matricielles se fait dans un premier temps de manière

ductile, avec une coalescence progressive des vides, avant de se propager de manière fragile proche de la rupture. Des bandes de déformations de la matrice ont également tendances à apparaître plus la teneur en eau est élevée.

Cette investigation expérimentale met en exergue qu'il y a plus qu'une dégradation de l'interface : c'est toute une zone autour des fibres qui est endommagée. Ce résultat est clairement illustré par la Figure I.48. Au-delà de la décohésion au niveau de l'interface, c'est toute une zone de matière qui est affectée en laissant apparaître une multitude de microfissures. Cela peut être expliqué par le fait que la présence des fibres crée une interphase au contact de la matrice [6], qui possède potentiellement des propriétés différentes de celle-ci. Ces aspects sont inévitablement à prendre en compte dans notre modélisation. À noter que les données obtenues au MEB, qui correspondent à ce qu'il se passe en surface en 2D, ont été confirmées par la microtomographie assistée par ordinateur et donc en 3D.

En conclusion, l'endommagement, local, dépend énormément de la microstructure et des champs locaux. Il est alors impossible de prédire légitimement les durées de vie en fatigue à partir de critères macro [71]. D'où l'analyse nécessaire des processus d'endommagement locaux et de leur implémentation.

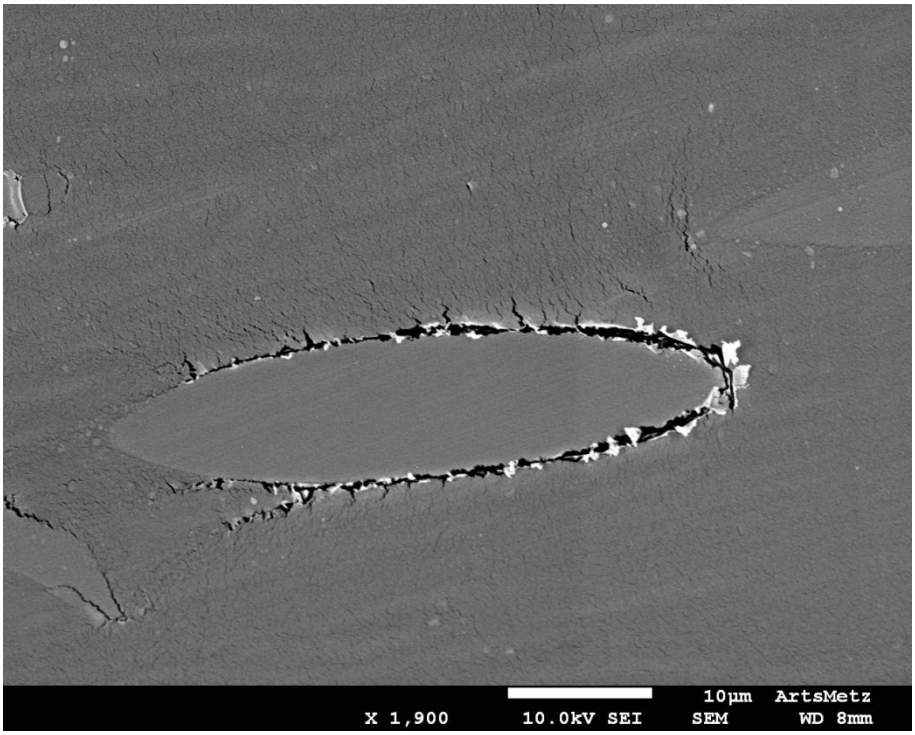


Figure I.48 – Observation au MEB d'une décohésion de l'interface impactant la matrice tout autour de la fibre, dans une zone formant un enrobage autour de l'inclusion.

II. Formulation et cinétique des lois d'endommagements

Le chapitre précédent a mis en valeur l'identification des mécanismes d'endommagement à l'échelle microscopique qui apparaissent lors du chargement du PA66-GF30. Ces derniers ont ainsi lieu à une échelle locale mais affectent le comportement du matériau composite à l'échelle macroscopique. Ces mécanismes locaux sont la rupture de fibre, la microfissuration de la matrice et la dégradation des interfaces. Ils sont présents indépendamment du mode de chargement, en quasi-statique ou en fatigue. Néanmoins, les chronologies et les cinétiques de ces mécanismes dépendent de nombreux paramètres, dont notamment ceux liés à la microstructure ou aux conditions hygrothermiques. De nombreux auteurs se sont intéressés à la modélisation de ces processus, et ce chapitre présente tout d'abord une brève revue bibliographique de leurs travaux. L'approche ici retenue est ensuite présentée, analysée et évaluée. Celle-ci est conçue afin de pouvoir s'implanter dans un modèle multi-échelles, ce qui semble judicieux au vu des conclusions du chapitre précédent. L'approche choisie se doit notamment d'être flexible au niveau du chargement appliqué, puisque l'un des objectifs de ces travaux est d'obtenir un modèle en fatigue.

1. Revue bibliographique

La compréhension de l'endommagement au sein des composites est la clé de la modélisation de leur tenue mécanique. Ces matériaux, intrinsèquement hétérogènes, sont localement soumis à de forts gradients de déformations et de contraintes. Ces champs locaux provoquent une détérioration hétérogène du matériau en privilégiant les zones chargées et sensibles, ce qui comprend notamment les interfaces qui sont alors au cœur de la dégradation du composite. En outre, l'intérêt d'un matériau composite est son utilisation dans des domaines qu'au moins l'une des phases supporterait moins bien seule. Les différentes phases peuvent ainsi également être le lieu de création de défauts qui leur sont propres. Finalement, ces microdiscontinuités interagissent entre elle et matérialisent l'endommagement du composite dans son ensemble. Elles peuvent également être sensibles au type de composite et à fortiori à sa microstructure, ainsi qu'au chargement appliqué. Ces mécanismes sont sous le projecteur de la communauté scientifique depuis maintenant plusieurs décennies, tant du point de vue de leur modélisation que de leur compréhension exacte, comme le montre le chapitre précédent. Cette partie se concentre donc sur la façon d'appréhender l'endommagement en vue de sa modélisation. La plupart du temps, les méthodes décrites ici s'intègrent dans un modèle plus vaste visant à retranscrire le comportement effectif du composite. Il s'agit souvent de modèles micromécaniques fondés sur les transitions d'échelles matérielles, comme ce sera également le cas dans le cadre des présents travaux de thèse. Ces approches multi-échelles ne seront cependant pas détaillées ici mais dans le chapitre III, dans une section dédiée.

a. *Définitions générales de l'endommagement au sein des matériaux composites*

L'investigation expérimentale du chapitre I met en valeur la nécessité de définir une loi cumulative de l'endommagement. Cela consiste à écrire une loi d'évolution de l'endommagement, ce qui revient en simulation numérique à incrémenter une variable d'endommagement pour chaque unité de temps élémentaire. Cette unité temporelle peut également être un cycle ou une partie de celui-ci dans le cas de chargement en fatigue. Cette approche est requise dans le sens où ces travaux de thèse s'inscrivent dans le cadre de chargements complexes voire atypiques, non nécessairement monotones. Les lois développées se doivent donc d'avoir cette flexibilité afin de pouvoir modéliser, de façon pertinente, le comportement local et/ou effectif du matériau composite. Cet aspect peut alors être considéré aux différentes échelles du matériau composite : macroscopique (VER), mésoscopique (par exemple au niveau des plis d'un composite stratifié) ou microscopique (à l'échelle des renforts et de leurs interfaces avec la matrice).

En 1945, Miner développa une loi de cumul d'endommagement simple pour un chargement cyclique [72]. Elle consiste à faire l'hypothèse que chaque cycle contribue de manière égale à l'endommagement du matériau, et que celui-ci est donc défini à chaque instant par le rapport entre le cycle en cours et le nombre de cycle à rupture. La loi de Miner ne fait donc pas intervenir l'histoire du chargement dans l'expression des lois d'endommagement. Bien que d'apparence simpliste et ne permettant pas une approche multi-échelles, cette loi peut être étendue aux matériaux composites et permettre d'estimer des durées de vie en fatigue de manière conservative. Sonsino et Moosbrugger l'ont par exemple appliqué à du PA66-GF35 [73]. Cependant, dans le cadre des présents travaux de thèse, la volonté de modéliser les mécanismes à l'échelle locale afin d'en mesurer toutes les répercussions aux différentes échelles du matériau composite ne permet pas d'envisager un tel critère.

La connaissance et la modélisation de l'évolution de l'endommagement en fatigue dans les composites sont des problématiques qui se sont réellement développées à partir des années 1980, en commençant par les composites stratifiés. Reifsnider et Talug écrivent ainsi que la dégradation de ces matériaux, et donc la prédiction de leur résistance et de leur durée de vie, n'est jusqu'alors pas basée sur les mécanismes d'endommagement en eux-mêmes [74]. Ils décrivent notamment que les critères de rupture phénoménologiques de l'époque ne prennent pas en compte l'ordre des plis d'un composite stratifié et n'ont donc pas d'aspect prédictif sur la modélisation du comportement de ce type de composites. Les contraintes aux interfaces ne sont en effet pas prises en comptes et cela limite l'évaluation de la tenue mécanique du matériau. Ils développent un modèle succinct qui calcule un état d'endommagement pour chaque pli en fonction du chargement, de son orientation et de celle de ses voisins. Ils démontrent ainsi l'importance d'une telle approche pour le dimensionnement mécanique de pièces en matériaux composites, pour des chargements quasi-statiques et cycliques. Une loi d'évolution macroscopique de l'endommagement ne peut alors pas rendre compte et prédire précisément le comportement du composite. La prise en compte de la microstructure du matériau s'avère ainsi inévitable. Il convient donc de s'intéresser à une échelle plus fine du composite, en analysant en l'occurrence ce qu'il se passe au niveau des renforts dans chaque pli à l'échelle microscopique.

Ces considérations conduisent à la prise de conscience de l'importance de l'interface fibre/matrice au sein des composites, afin de modéliser au mieux les mécanismes d'endommagement. L'une des premières méthodes développées consiste à utiliser un enrobage dédié, également appelé interphase [75]. Le principal inconvénient de cette approche est qu'un tel modèle à 3 phases implique la connaissance de toutes les propriétés de l'enrobage, ce qui est rarement le cas. Hashin a alors introduit la techniques des interfaces imparfaites [76] [77]. Le but est de remplacer le problème explicite à 3 phases (deux constituants et l'interphase), par une homogénéisation à deux phases comprenant une interface imparfaite. Cette approche statue que pour un chargement suffisamment important, les interfaces fibres/matrices s'endommagent et ne permettent plus la même tenue mécanique. Cette décohésion de l'interface est analytiquement décrite par Hashin et intégrée dans un modèle micromécanique auto-cohérent. Elle prend en compte la discontinuité des forces de tractions et du déplacement aux interfaces. Hashin démontre qu'elle impacte significativement de nombreuses propriétés effectives du matériau composite, comme le souligne la Figure II.1 en ce qui concerne le module de cisaillement longitudinal. Cette approche a ensuite été reprise par de nombreux auteurs [78] [79] [80]. Zhong et Meguid ont en particulier développé une nouvelle solution pour le problème de la déformation libre de contrainte (« *eigenstrain* », tel que défini par Eshelby [81]) dans le cas d'une inclusion sphérique avec une interface imparfaite.

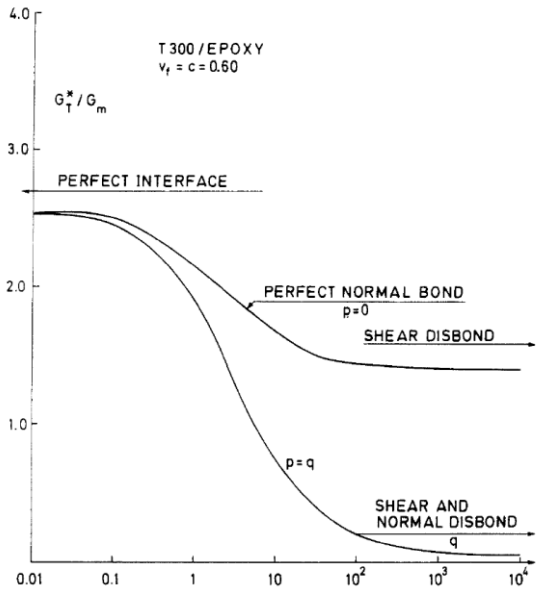


Figure II.1 – Evolution du module de cisaillement effectif, en fonction de l'endommagement à l'interface, pour un composite unidirectionnel à matrice époxyde et renforcé par des fibres de carbone. L'axe des abscisses correspond au degré d'imperfection de l'interface [76].

L'endommagement de l'interface de matériaux composites a reçu beaucoup d'intérêt de la part de la communauté scientifique. Subramanian *et al.* définissent par ailleurs un modèle d'endommagement pour la fatigue qui prend en compte la dégradation de l'interface/interphase [82]. Cette approche est alors l'une des premières pour les composites stratifiés soumis à un chargement en fatigue. La durée de vie est estimée à l'aide d'un critère de rupture basé sur les champs locaux, en ne considérant que l'élément critique qui se dégradera en premier et mènera rapidement à la ruine du matériau. Un paramètre d'endommagement dédié η, nommé « efficacité de

l'interface », est utilisé et correspond à l'efficacité du transfert de charge entre fibre et matrice. Il est égal à 100% lorsqu'il n'y a pas d'endommagement et devient nul lorsque l'interface est totalement décollée. Il est calculé en fonction du nombre de cycle *N* comme indiqué dans l'équation (II-1), et sur la base de mesures expérimentales sur la perte de rigidité, avant d'être implémenté dans un modèle micromécanique. L'endommagement *d* est donné de manière simple en fonction du nombre de cycle *N* et des modules *E* (endommagé) et E_0 (initial) (II-1). Les résultats se sont révélés encourageants sur les matériaux composites à base époxy testés.

$$\eta = 0{,}76 - e^{7\log(N)} \qquad d(N) = 1 - \frac{E(N)}{E_0} \tag{II-1}$$

Dans le même ordre d'idée, Tan *et al.* introduisent un modèle micromécanique intégrant une loi cohésive non linéaire dédiée à l'interface [83], représentée sur la Figure II.2. Cette approche concerne des matériaux composites renforcés par des inclusions sphériques à forte concentration. Ils sont ainsi en mesure de calculer les propriétés effectives du matériau composite et d'estimer l'influence de la décohésion de l'interface en fonction des propriétés du matériau. À noter que ce genre d'approche connaît un regain d'intérêt récent de par sa capacité de couplage avec des calculs par éléments finis, à l'aide d'éléments dédiés. Une telle modélisation a été réalisée dans le cadre de ces travaux de thèse et est présentée dans la section 4 de ce chapitre.

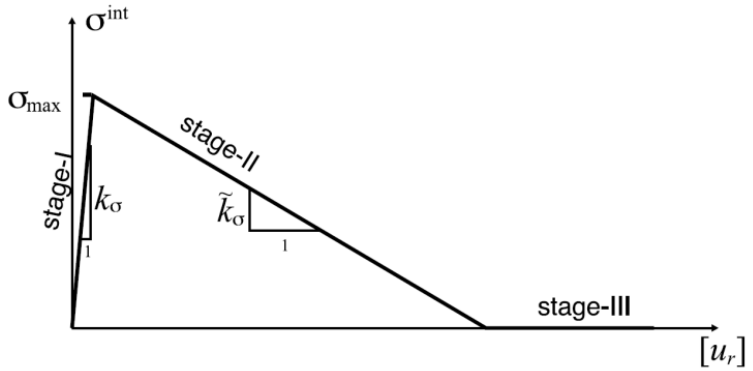


Figure II.2 – Modèle constitutif cohésif de l'interface (loi contrainte/séparation). Le stade I correspond à une dilatation élastique de l'interface, le deuxième à une décohésion partielle et le dernier à une rupture complète de l'interface [83].

Matzenmiller *et al.* ont par ailleurs développé un modèle constitutif pour les statifiés intégrant l'anisotropie de l'endommagement [84]. Ils définissent quatres critères de rupture suivant le mode de chargement et la phase considérée, en se basant sur la méthodologie d'Hashin [85]. Ils utilisent alors des paramètres d'endommagement selon la théorie continue de l'endommagement, comme définie par Chaboche [86]. Celle-ci stipule que les différentes phases ou le matériau composite en lui même voient leurs propriétés effectives décroîtrent proportionnellement avec l'endommagement, éventuellement de manière anisotrope. Plus récemment, une telle approche a également été utilisé avec succès par Notta-Cuvier *et al.*, dans le cadre d'un modèle simplifié ne nécessitant pas de processus d'homogénéisation complexe [87] [88]. L'intérêt de tels modèles constitutifs réside dans leur implémentation potentielle dans un code élément fini, qui permettrait de suivre l'évolution et la cinétique de l'endommagement à l'échelle de la structure. Similairement, une implémentation de la microfissuration matricielle a été réalisée en éléments finis par Huang *et al.* [89]. Les auteurs utilisent un modèle de rupture ductile de type Rice-Tracey [90]. Il s'agit ici de

relier la déformation plastique équivalente ε_p et le taux de triaxialité des contraintes χ à un taux de micro-vides *d*, à travers une loi d'endommagement (II-2). La rupture du matériau intervient alors lorsque ce paramètre *d* atteint une valeur critique correspondant à une coalescence des vides provoquant la ruine du matériau. Bien évidemment, il convient dans ce cas d'utiliser une loi constitutive de la matrice qui implique un comportement plastique.

$$d(\underline{\sigma}) = \int_{\varepsilon_{p,initiale}}^{\varepsilon_p} \alpha \, exp\left(\frac{3\chi}{2\sigma_{VonMises}}\right) d\varepsilon_p \qquad \text{(II-2)}$$

Finalement, il existe de nombreux modèles phénoménologiques visant l'intégration de l'endommagement. Meraghni *et al.* ont par exemple défini trois phases d'endommagement lors du chargement cyclique d'éprouvettes en PA6-GF30 [4] [91]. La dégradation anisotrope du matériau est intégrée par l'intermédiaire de variables internes couplées à un comportement élastique. L'évolution de ce paramètre d'endommagement au cours d'un essai de traction piloté en contrainte est donnée Figure II.3. Il comporte une première étape d'accumulation rapide d'endommagement, suivie par une phase d'évolution plus lente voire de quasi-saturation. Le dernier état du composite correspond à une dégradation accélérée du matériau jusqu'à sa ruine. Kammoun *et al.* ont quant à eux utilisé une approche déterministe de l'endommagement [92] dans le cadre du modèle pseudo-grain développé par Doghri et Tinel et abordé dans le chapitre III [93]. Plus récemment, Krairi et Doghri introduisent le concept de « *weak spots* » aux extrémités de fibres, définissant un endommagement isotrope en bout de fibre qui pilote la dégradation des propriétés mécaniques du composite ainsi que la déformation plastique. Ces approches permettent de trouver une bonne corrélation entre les données expérimentales et la simulation numérique mais n'intègrent pas directement la physique des mécanismes d'endommagement.

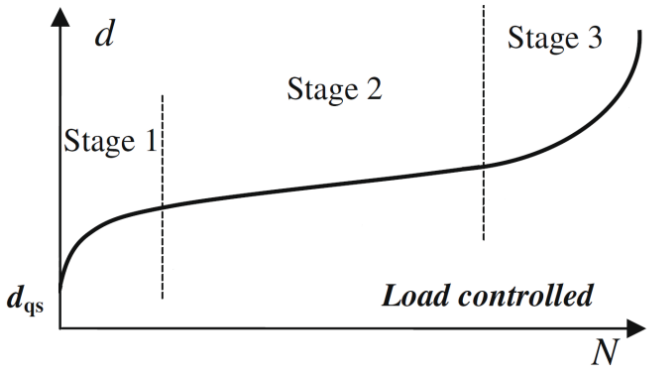


Figure II.3 – Evolution du paramètre d'endommagement en traction uniaxiale selon l'approche développée par Meraghni *et al.* [4].

b. *Critère de rupture et endommagement statistique au sein de composites renforcés par des fibres courtes*

L'intégration de la physique des mécanismes d'endommagement passe généralement par la définition de critères de rupture. Il s'agit alors de définir des grandeurs locales ou effectives permettant d'alimenter une probabilité de rupture d'une phase ou d'une interface. De nombreux modèles s'intéressent ainsi à la définition de tels critères pour les matériaux composites et leurs

interfaces. Fitoussi *et al.* [94] et Meraghni *et al* [95] ont ainsi défini un critère de rupture de l'interface fibre/matrice pour un composite avec renforts discontinus. Celui-ci est implémenté dans un modèle micromécanique et l'homogénéisation est réalisée suivant la méthode de Mori-Tanaka [96], notamment décrite dans le chapitre suivant. Le critère consiste en une équation locale basée sur les contraintes normales et tangentielles à l'interface et visant à retranscrire la décohésion de l'interface. Les auteurs définissent ainsi un critère de type Coulomb couplant linéairement la contrainte normale σ et celle tangentielle τ à l'aide de deux paramètres β_i et R_i (II-3). Ce dernier coefficient représente la résistance interfaciale. Ils présentent également un critère quadratique plus classique tel que décrit équation (II-4). Ils concluent sur la pertinence de leur méthode dans le cas de chargement 3D ainsi que sur la difficulté d'identifier directement les paramètres de telles lois à l'aide de courbes expérimentales. Meraghni et Benzeggagh ont également adopté une approche similaire pour la modélisation de la dégradation de la matrice dans le cadre d'un modèle micromécanique pour un composite renforcé par des fibres courtes orientées aléatoirement [97].

$$\sigma + \beta_i \tau = R_i \tag{II-3}$$

$$\left(\frac{\sigma}{\sigma_{limite}}\right)^2 + \left(\frac{\tau}{\tau_{limite}}\right)^2 = 1 \tag{II-4}$$

Un critère de rupture reste une approche binaire de l'endommagement. Il y a rupture locale lorsque la condition en contrainte ou en déformation est validée, et pas de décohésion avant. C'est pourquoi s'en tenir à un tel critère ne permet pas de décrire correctement l'évolution de l'endommagement dans un volume élémentaire représentatif. D'une part, même dans le cas d'une seule inclusion, la décohésion est généralement progressive et donc rarement binaire. D'autre part, le matériau composite contient une multitude de renforts et il est peu probable que leurs interfaces rompent simultanément pour le même niveau de contrainte ou de déformation pilotant le critère. En effet, dans le cas de méthodes micromécaniques, il n'est pas possible de différencier le comportement de chacune des inclusions au sein d'un volume élémentaire. Il convient donc d'écrire le critère local de rupture sous une forme statistique. De nombreux auteurs utilisent ainsi une loi de type Weibull [34] [98] [99] [100] [101], qui sera détaillée dans la section suivante. Dans le cas du critère de l'équation (II-3), la probabilité de rupture de l'interface P_r, pour un jeu de contraintes donné, est alors exprimée selon l'équation (II-5). k correspond à un coefficient statistique. Cette approche a également été utilisée par Desrumaux *et al.* pour caractériser la rupture de fibre sous traction uniaxiale ou encore la microfissuration matricielle [102] [103]. Cette dernière peut d'ailleurs alors nécessiter un critère de rupture en 2D, comme représenté par l'équation (II-6) [104]. Chaque fonction F correspond elle-même à une distribution de Weibull différente.

$$Pr(\sigma, \tau) = 1 - exp\left(-\frac{\sigma + \beta_i \tau}{R_i}\right)^k \tag{II-5}$$

$$Pr_{matrix,2D}\,(\sigma_{11}, \sigma_{22}, \tau_{12}) = 1 - [1 - F_1(\sigma_{11})][1 - F_2(\sigma_{22})][1 - F_3(\tau_{12})] \tag{II-6}$$

L'utilisation du paramètre d'endommagement obtenu peut ensuite être menée de plusieurs façons. Zhou et Mallick s'en servent pour décroître linéairement le module effectif du matériau [34]. La loi constitutive de celui-ci s'écrit alors selon l'équation (II-7). Derrien *et al.* l'utilisent pour alimenter une phase de vide et pour piloter une propagation de fissure au sein d'un composite à fibres discontinues [98]. De la même façon, Lee et Pyo utilisent cet endommagement pour créer une phase de fibre dont l'interface est partiellement décollée, au détriment de celle à l'interface saine

[100]. Dans un papier subséquent, ils implémentent également une cascade de dégradations successives, affectant une loi d'endommagement de type Weibull sur cette nouvelle phase afin d'en créer une avec interface sévèrement endommagée, qui elle-même est susceptible de se voir remplacer par des vides [105]. Chaque famille de fibre possède alors son paramètre d'endommagement de l'interface et son évolution propre. Cette vision des choses est résumée sur la Figure II.4. Zaïri *et al.* ont utilisé une approche similaire sur des fibres elliptiques en prenant en compte l'orientation de celles-ci [101].

$$\sigma = E\varepsilon \, exp\left(-\frac{E\varepsilon}{\sigma_{limite}}\right)^{k} \tag{II-7}$$

2. Approche probabiliste

L'étude des mécanismes d'endommagement du PA66-GF30 du paragraphe précédent met en avant un endommagement diffus et progressif du matériau composite. Celui-ci est indéniablement présent sous plusieurs formes, en statique ou en fatigue, et est initié localement. Il ne peut pas être simplement décrit par un critère déterministe basé sur une description selon un seuil en contrainte par exemple. Il convient d'écrire une loi d'évolution des différents processus en jeu. Des critères d'endommagement locaux sont ainsi modulés par une approche probabiliste.

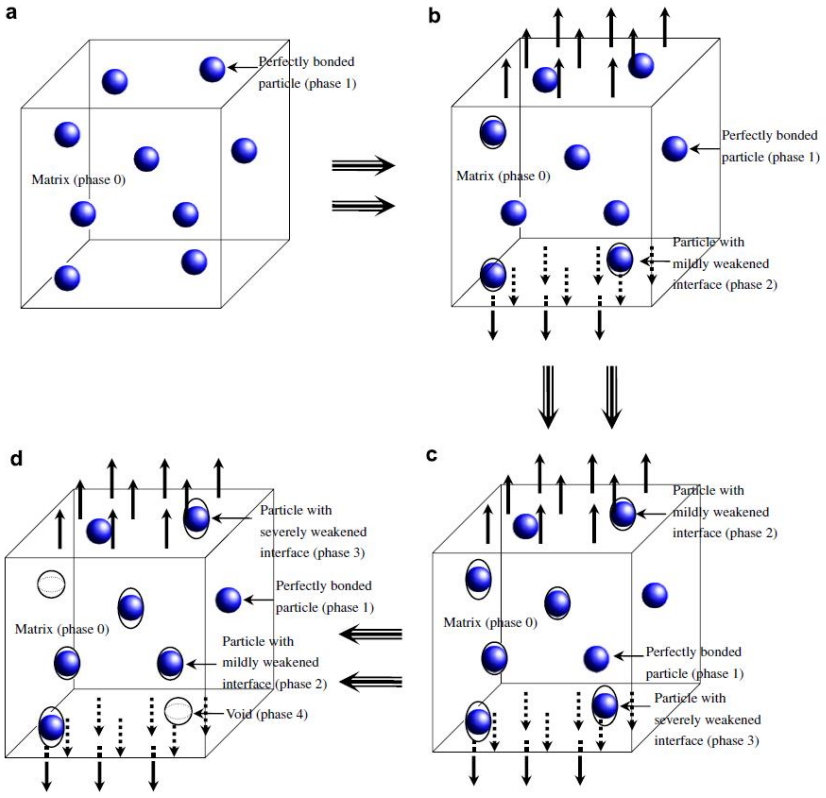


Figure II.4 - Evolution d'un volume représentatif d'un composite à renforts sphériques en fonction des états d'endommagement successifs des interfaces fibres matrices [105]. **a.** Etat initial, composite sain à deux phases. **b.** Matériau composite légèrement endommagé, à trois phases. **c.** Homogénéisation sur quatre phases avec deux niveaux d'endommagement des interfaces fibres/matrices. **d.** Ajout d'une cinquième phase représentant les vides correspondant aux fibres dont l'interface est totalement rompue.

a. Loi de Weibull

L'adaptation d'une loi de type Weibull, nommée d'après Waloddi Weibull en 1951 [106], sert ici à donner un caractère probabiliste aux critères de ruptures. Ainsi, à chaque incrément de temps, l'endommagement augmentera d'un certain montant compris entre 0 et 1, déterminé par les champs locaux et par une loi de Weibull à deux paramètres α_w et β_w. Cette loi probabiliste a pour densité de probabilité *p* et pour fonction de répartition *F* décrites dans l'équation (II-8).

$$p(\sigma) = \alpha_w \, \beta_w{}^{-\alpha_w} \, \sigma^{\alpha_w - 1} e^{-\left(\sigma_{equiv}/\beta_w\right)^{\alpha_w}} \qquad F(\sigma) = 1 - e^{-\left(\sigma_{equiv}/\beta_w\right)^{\alpha_w}} \tag{II-8}$$

Afin d'avoir une idée plus représentative de cette loi, et d'étudier l'influence des paramètres α_w et β_w, plusieurs fonctions de répartition de la loi de Weibull sont tracées pour différents jeux de paramètres sur la Figure II.5. La courbe noire est celle sur laquelle sont basées les autres – les tracés en nuance de bleu jouent sur β_w et ceux en nuance de rouge sur α_w. Ce dernier est le paramètre de forme et β_w celui d'échelle. En outre et de manière inhérente, la fonction de répartition atteint 63% quand la variable de contrainte atteindra la valeur de β_w. α_w permet donc de modifier la forme de la courbe autour de ce point. En pratique, la fonction de distribution étant directement liée à l'endommagement, β_w correspond à un seuil d'endommagement, et α_w à la vitesse à laquelle l'endommagement s'approche de ce seuil (ou éventuellement s'en éloigne pour atteindre un endommagement total). Ce type de fonction peut prendre en entrée une contrainte équivalente révélatrice du champ local considéré.

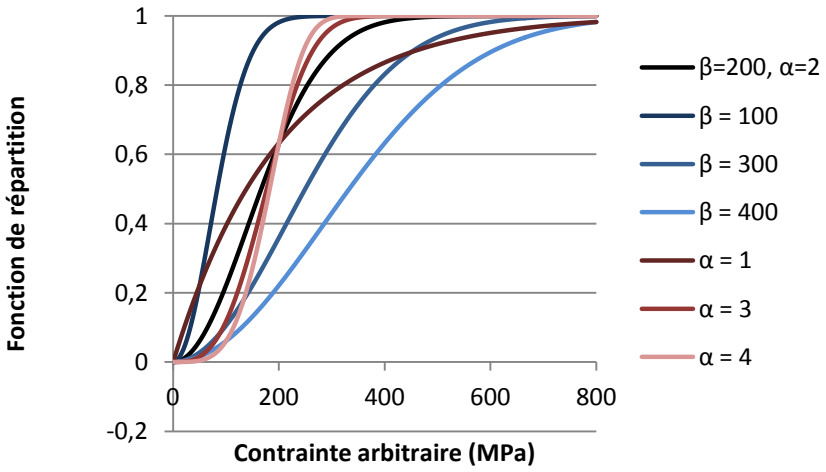


Figure II.5 – Effet des paramètres de formes sur la fonction de répartition de Weibull à deux paramètres.

Afin d'intégrer le tenseur de contrainte de la phase considérée dans un critère d'endommagement local, il est nécessaire de définir un scalaire représentatif de ce tenseur et indépendant du repère spatial. Le tenseur de contrainte possède trois invariants notés J_1, J_2 et J_3 (II-9). Les contraintes équivalentes les plus utilisés sont celles de Von Mises(II-10) et de Tresca (II-11). Cette dernière nécessite de calculer les contraintes principales σ_I, σ_{II} et σ_{III} en diagonalisant le tenseur des contraintes. À noter que la contrainte équivalente au sens de Von Mises peut s'exprimer directement en fonction du déviateur des contraintes. Une des limites de ces deux critères est leur insensibilité à la pression hydrostatique. Un solide soumis à une traction ou une compression

uniforme suivant les 3 axes aura donc une contrainte équivalente nulle au sens de Tresca ou Von Mises. Cela n'est physiquement pas possible puisque tout matériau a une résistance limité à ce type de chargement. Ces critères sont largement utilisés dans le cadre de la détermination de surfaces de rupture ou de plasticité cristalline, représentées en 2D sur la Figure II.6 pour des contraintes planes. Ils ne sont applicables que pour des matériaux isotropes. Il est important de noter que ces critères ont été conçus en tant que critères de plasticité. Dans la littérature, ils ne sont liés à l'endommagement que parce que celui-ci est considéré comme intrinsèquement corrélé à la déformation plastique pour la majorité des matériaux (mécanisme piloté par le déviateur de la contrainte) [107]. Des critères de plasticité anisotropes et prenant en compte la dissymétrie traction-compression ont également été développés, par exemple par Hill [108] ou Drucker et Prager [109].

Dans le cas des matériaux composites, il existe au sein de la littérature d'autres critères développés plus spécifiquement pour la rupture [110] [111] [112]. Ils ne sont pas abordés dans le cadre de ces travaux. Il existe par exemple, et de manière non exhaustive : le critère de Tsai-Hill [113], d'Hoffman [114], de Puck [115], de Tsai-Wu [116] ou encore de Hashin [85] ou Hashin-Rotem [117]. Dans le cas de cette étude, la contrainte équivalente au sens de Von Mises est retenue du fait de sa simplicité de mise en œuvre ainsi que de son utilisation très répandue au sein de la communauté scientifique. De plus, les matériaux de chaque phase (polyamide et fibre de verre) ont tous deux des comportements supposés isotropes. Les critères de ruptures anisotropes cités plus haut sont utilisés à l'échelle macroscopique. Ici, l'anisotropie à l'échelle macroscopique résultera de la microstructure simulée, car le niveau de contrainte locale dans chaque phase varie en fonction de l'orientation des renforts.

$$\begin{cases} J_1 = tr(\underline{\sigma}) \\ J_2 = \frac{1}{2} tr(\underline{\sigma}.\underline{\sigma}) \\ J_3 = \frac{1}{3} tr(\underline{\sigma}.\underline{\sigma}.\underline{\sigma}) \end{cases} \quad \text{(II-9)}$$

$$\sigma_{VonMises} = \sqrt{3J_2} = \sqrt{\frac{3}{2}\sum_{ij} \sigma_{ij}\sigma_{ji} - \frac{1}{2}(\sum_k \sigma_{kk})^2} \quad \text{(II-10)}$$

$$\sigma_{Tresca} = Max(|\sigma_I - \sigma_{II}|, |\sigma_{II} - \sigma_{III}|, |\sigma_{III} - \sigma_I|) \quad \text{(II-11)}$$

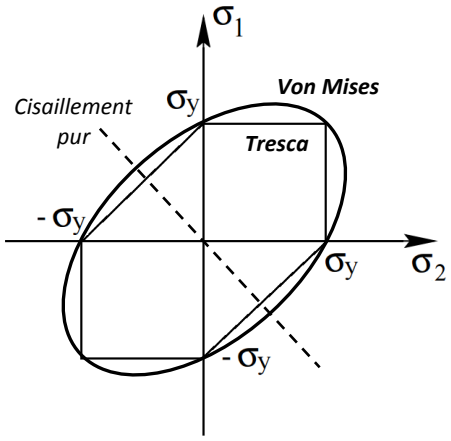


Figure II.6 – Critères de Tresca et de Von Mises pour des contraintes planes.

b. *Rupture de fibre*

D'après la littérature, la rupture de fibre n'est pas le processus d'endommagement dominant du PA66-GF30. Elle reste tout de même un processus non négligeable puisque ce sont les renforts qui assurent la tenue mécanique du composite. Ainsi, même si seule une petite fraction des fibres se brise, cela est susceptible de se reporter sur le comportement effectif du matériau composite par redistribution des contraintes. Par ailleurs, cette rupture de fibre peut intrinsèquement être le siège d'une initiation de fissures. Il est ainsi nécessaire d'inclure de ce phénomène lors de la modélisation du comportement du PA66-GF30.

Une fibre est supposée avoir de plus en plus de chance de rompre au fur et à mesure que son chargement s'intensifie. On peut donc présupposer un critère basé sur la contrainte locale dans la fibre. Comme l'indique le paragraphe précédent, ce champ de contrainte local est intégré à un critère de rupture sous la forme de la contrainte équivalente au sens de Von Mises σ_{eq}. Le paramètre d'endommagement correspond à la proportion de fibres susceptibles d'avoir rompues. Afin d'avoir une bonne flexibilité vis à vis du type de chargement imposé, ce paramètre s'incrémente à chaque pas de temps à l'aide d'une loi d'évolution dédiée. Pour chaque incrément, le taux d'endommagement est alors donné par une loi probabiliste. L'approche retenue se base sur une loi de type Weibull à deux paramètres, α et β, comme présentée sur la Figure II.5 et donnée par l'équation (II-12).

$$\dot{d} = 1 - e^{-\left(\frac{\sigma_{eq}}{\beta}\right)^{\alpha}} \tag{II-12}$$

Cette équation est ensuite normalisée par l'endommagement cumulé du pas précédent *d* et par une constante de temps λ (II-13). Cette normalisation est nécessaire au sens où ce taux d'endommagement dépend nécessairement de l'état d'endommagement actuel. En effet, la probabilité de rupture de fibres à un instant donné ne s'applique qu'à la fraction volumique de fibres non cassées. Par exemple, si le taux d'endommagement initial devait atteindre une valeur arbitraire de 10%, et si le chargement était identique au pas suivant, l'endommagement final du matériau devrait être de 19% (1 - 0,9²) et non de 20%. Il est important de noter que λ, en tant que constante de temps, définit une longueur de temps caractéristique du matériau et se doit d'être petite devant l'incrément de temps du chargement. Cette équation (II-13) met également en avant un terme devant le coefficient β qui dépend de l'endommagement cumulé *d*, introduisant deux nouveaux coefficients γ et δ. Il s'agit d'une modulation destinée à rendre cette loi d'évolution saturante avec l'endommagement. En effet, l'investigation expérimentale a révélé que les ruptures de fibres sont de moins en moins fréquentes au fur et à mesure du chargement. Ceci peut s'expliquer logiquement par le fait que les configurations locales de fibres pouvant créer des concentrations de contraintes suffisantes pour rompre des inclusions se raréfient au fur et à mesure des ruptures de fibres. La valeur de γ est toujours supérieure à (-1). Un aperçu de l'évolution de cette loi est donné sur la Figure II.7. La contrainte équivalente utilisée est initialement égale à 1/15 de β et est dynamiquement diminuée du pourcentage d'endommagement.

$$\dot{d}_{fibre} = \left(\frac{1-d_{fibre}}{\lambda}\right).\left(1 - e^{-\left(\frac{\sigma_{eq}}{\left(1+\gamma.d_{fibre}\right)^{\delta}.\beta}\right)^{\alpha}}\right) \tag{II-13}$$

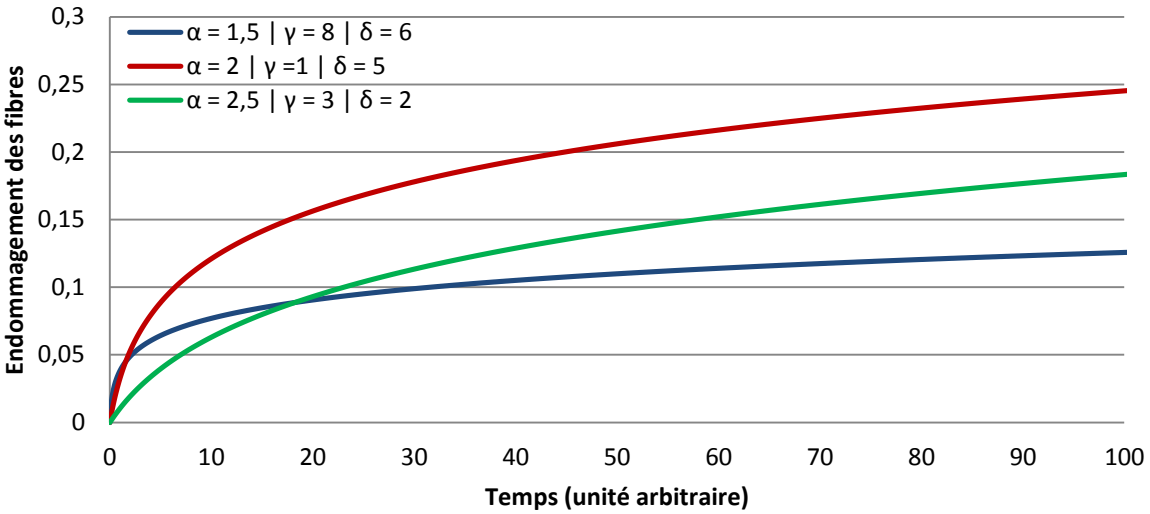


Figure II.7 – Evolution type du taux de fibres rompues en fonction des paramètres α, γ et δ. La valeur de λ est fixée à 0,1.

c. *Fissuration de la matrice*

La microfissuration de la matrice apparaît dans toutes les phases d'endommagement de la vie du PA66-GF30. Elle débute notamment dans les zones à forte concentration de contraintes. Elle consiste alors en une propagation ductile des fissures initiés aux interfaces ou inhérentes aux ruptures de fibres. De la même façon que pour celles-ci, la microfissuration du polyamide atteint une phase d'évolution plus lente du fait de la diminution du nombre de zones à haut risque de fissuration. En effet et comme le souligne l'étude expérimentale, l'endommagement est très diffus au sein du composite, et les fissures initiales ne peuvent pas mener directement à la ruine du matériau. Si cette microfissuration n'est pas le processus d'endommagement prédominant au cours de la majorité de la vie du matériau composite, c'est finalement elle qui en pilote la fin. La dégradation des interfaces, et plus généralement du transfert de la charge aux fibres, conduit la matrice à reprendre de plus en plus de contraintes. Ces dernières finissent par être telles que les différentes fissures finissent par coalescer et se propager, menant à la rupture du matériau.

Le paramètre d'endommagement de la matrice correspond à un pourcentage de vide créé. Il est basé sur la contrainte équivalente du champ de contraintes de la matrice, au sens de Von Mises. Il est incrémenté par une loi d'évolution dédiée qui est alimentée par deux taux d'endommagements, $\dot{d}_{\mu fissure}$ et $\dot{d}_{coalescence}$ (II-14). Le premier est phénoménologiquement similaire à celui développé pour l'endommagement par rupture de fibres, pour les raisons citées précédemment (II-15). Le second évolue selon une loi exponentielle et ne devient significatif qu'avec un endommagement cumulé relativement élevé (II-16). Celle-ci ajoute deux nouveaux coefficients η et ζ, qui gouvernent d'une part le seuil d'endommagement qui va provoquer une accélération de la dégradation de la matrice, et d'autre part la vitesse à laquelle cela va se produire. Une nouvelle fois, cette loi est normalisée selon le cumul d'endommagement et par une constante de temps λ. Son évolution est représentée par la Figure II.8. La contrainte équivalente utilisée est initialement égale à 1/40 de β et est dynamiquement diminuée du pourcentage d'endommagement. À noter que le taux de microfissuration de la matrice est majoré à 1.

$$\dot{d}_{matrice} = \dot{d}_{\mu fissure} + \dot{d}_{coalescence} \quad \text{(II-14)}$$

$$\dot{d}_{\mu fissure} = \left(\frac{1-d_{matrice}}{\lambda}\right).\left(1 - e^{-\left(\frac{\sigma_{eq}}{(1+\gamma.d_{matrice})^{\delta}.\beta}\right)^{\alpha}}\right) \quad \text{(II-15)}$$

$$\dot{d}_{coalescence} = \left(\frac{1-d_{matrice}}{\lambda}\right).\left(e^{\left(\frac{\sigma_{eq}}{\beta} * \frac{e^{(\eta.d_{matrice})}-1}{e^{\zeta(1-d_{matrice})}}\right)^{\alpha}} - 1\right) \quad \text{(II-16)}$$

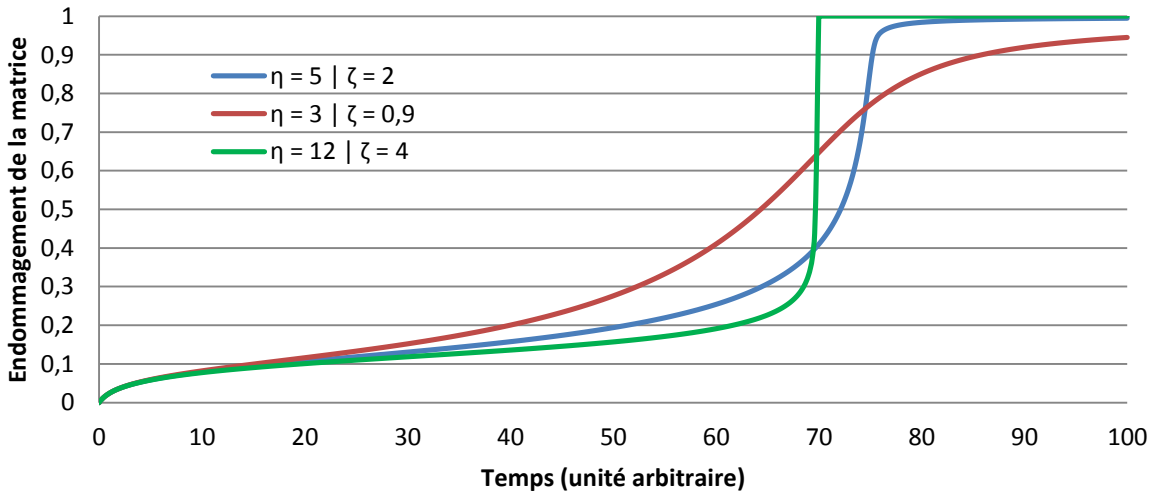


Figure II.8 – Evolution type du taux de microfissuration de la matrice en fonction des paramètres ζ et η. La valeur de λ est fixée à 0,1, et celles de α, γ et δ respectivement à 1,5, 5 et 5.

d. Comportement lors de la décharge

Le modèle développé dans le cadre de ces travaux doit être utilisable pour tout type de chargement. Il se pose ainsi la question légitime du comportement du matériau composite lors de sa décharge, que ce soit en quasi-statique ou en fatigue. Il est communément accepté que l'endommagement ne se développe pas lors de la décharge ($\dot{d} = 0$). Il convient donc de moduler sa loi d'évolution afin d'en tenir compte.

L'approche ici retenue consiste à mémoriser la trace du tenseur des contraintes des différentes phases. Il est alors possible de comparer cette valeur, actualisée à un incrément de temps donné, avec celle du pas précédent. Si celle-ci est supérieure à la première, alors c'est que la phase considérée se décharge. L'endommagement est alors numériquement bloqué. En effet, la trace du tenseur des contraintes représente la pression hydrostatique qui règne dans une phase, et celle-ci est directement liée à l'ouverture ou la fermeture des fissures. Pour une valeur négative de la trace du tenseur des contraintes, soit pour un chargement en compression, cette approche est inversée. L'endommagement est bloqué lorsque la dérivée de la trace du tenseur des contraintes est positive.

Cette méthode est illustrée de manière simple sur la Figure II.9 pour le taux de microfissures de la matrice. Un chargement oligo-cyclique pilote la contrainte équivalente de la matrice, qui est

injectée à la loi d'évolution correspondante. L'endommagement n'augmente que lors des phases de charge. À noter que comme indiqué précédemment et à chargement équivalent d'un cycle à l'autre, il ne s'incrémente pas du même montant et tend à saturer.

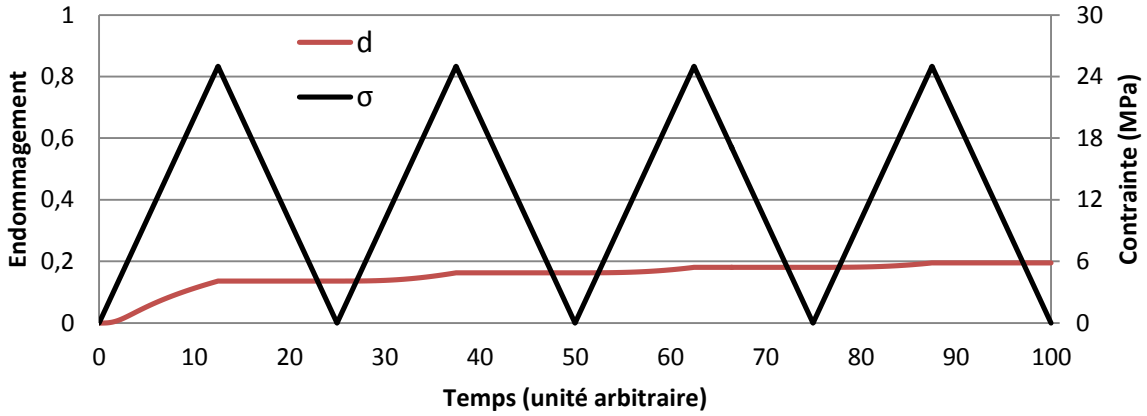


Figure II.9 – Evolution type du taux de microfissuration de la matrice lors d'un chargement cyclique.

3. Dégradation de l'enrobage

Le chapitre précédent détaille les mécanismes d'endommagements qui se déroulent à l'interface fibre/matrice. Il met ainsi en évidence que ces processus ne se limitent pas qu'à l'interface en elle-même. En effet, ils impactent toute une interphase autour des renforts. Au fur et à mesure de la durée de vie du matériau, des décohésions à l'interface vont apparaître et ce notamment aux extrémités de fibres. Cette décohésion se propage ensuite le long de l'interface fibre/matrice, de manière ductile. Elle s'accompagne alors de microfissures matricielles dans l'interphase comme cela a été observé expérimentalement et mentionné au chapitre précédent.

L'ensemble interface/interphase est rassemblé sous la dénomination « enrobage ». Cette section vise ainsi à modéliser les mécanismes d'endommagement caractérisant la dégradation de l'enrobage au cours du chargement du PA66-GF30. À noter que l'approche choisie peut s'étendre à tous type de composite. La dégradation de l'interface comprend ici l'impact de l'endommagement sur le comportement mécanique de l'enrobage et l'influence de celui-ci sur le transfert de charge vers les renforts.

Il existe une différence d'échelle entre la dégradation de l'interphase et les deux mécanismes d'endommagement de la section précédente, bien qu'ils interviennent tous à un niveau microscopique. En effet, les ruptures de fibres et la microfissuration de la matrice interviennent à l'échelle de la fibre. L'endommagement de l'enrobage, et notamment la décohésion de l'interface fibre/matrice, se développe à une échelle relativement plus fine. C'est pourquoi ce mécanisme est ici traité à l'aide de la théorie continue de l'endommagement, comme statué par plusieurs auteurs dans la revue bibliographie présentée au début de ce chapitre. C'est également la raison de son implémentation séparée dans le modèle.

a. Critère de rupture et champ de contraintes à l'interface

La fibre est considérée ellipsoïdale avec un axe de symétrie longitudinal (c'est alors un sphéroïde). La position des points de sa surface peut alors être décrite par deux angles *u* et *v*, comme définis par la Figure II.10. Il est important de noter que la détermination des coordonnées de ces points se réalise dans le repère local de l'inclusion.

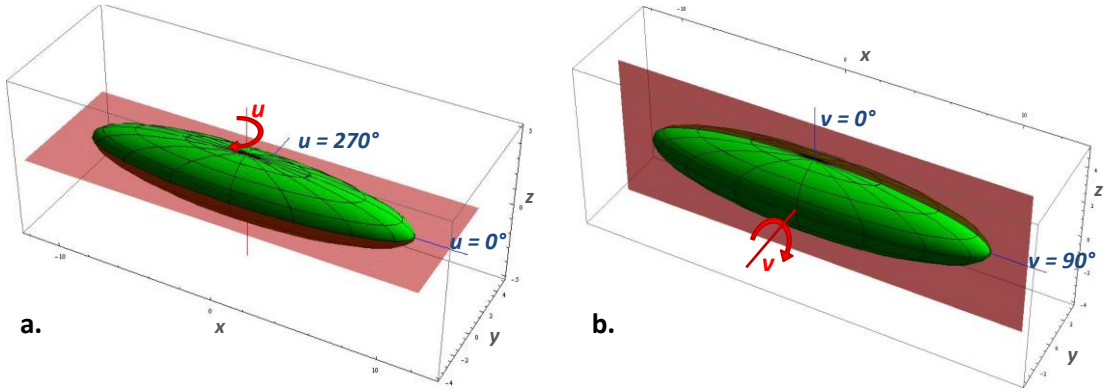


Figure II.10 – Ellipsoïde paramétrée selon deux angles : **a.** *u* dans le plan *x0y* et **b.** *v* dans le plan *x0z*.

La loi d'endommagement développée se base sur un critère de rupture de l'interface et s'inspire du travail réalisé par Jendli *et al* [118]. Ce critère quadratique ξ dépend des contraintes normales σ_N et tangentielles τ à l'interface, comme indiqué par l'équation (II-17). Les contraintes maximales en traction pure ou en cisaillement pur sont respectivement notées $\sigma_{rupture}$ et $\tau_{rupture}$. Lorsque ξ est supérieur ou égal à 1, il y a rupture complète de l'interface. Les renforts et la matrice étant deux phases aux propriétés distinctes, elles présentent des champs de contraintes différents. Il y a donc un saut de contrainte à l'interface et l'accès aux contraintes normales et tangentielles en chaque point de l'interface nécessite donc une investigation théorique. Celle-ci a été précédemment réalisée par Meraghni *et al* [95]. Soient $\boldsymbol{\sigma}^{int}(u,v)$ et $\boldsymbol{\sigma}^{ext}(u,v)$ les champs de contraintes à l'interface, respectivement du côté renfort et du côté matrice. En un point de l'ellipsoïde, le vecteur de contrainte à l'interface $\boldsymbol{\sigma}^{V}$ correspond à la projection de $\boldsymbol{\sigma}^{ext}$ sur la normale à l'interface *n* (II-18). En outre, ce vecteur contrainte est continu à l'interface, du fait des hypothèses de la mécanique des milieux continus. La projection de $\boldsymbol{\sigma}^{int}$ sur la normale à l'interface *n* est donc aussi égale à ce vecteur contrainte. Dans le cadre de ces travaux, le champ de contraintes de la fibre est considéré homogène, étant donné qu'une méthode d'homogénéisation par champs moyens sera utilisée (voire chapitre 0). Il est alors possible de calculer les contraintes à l'interface en projetant le champ de contrainte de la fibre sur une normale de la surface de l'ellipsoïde, comme indiqué sur la Figure II.11. Une double projection permet d'obtenir la contrainte normale (II-19), et celle tangentielle s'obtient alors par le théorème de Pythagore (II-20). Le calcul de la normale à l'ellipsoïde en tout point est donné dans l'annexe A.

$$\xi(\sigma_N, \tau) = \left(\frac{\sigma_N}{\sigma_{rupture}}\right)^2 + \left(\frac{\tau}{\tau_{rupture}}\right)^2 \quad \text{(II-17)}$$

$$\sigma^V = \sigma^{ext}{}_i n_i \quad \text{(II-18)}$$

$$\sigma_N = \sigma^{int}{}_{ij} n_j n_i \quad \text{(II-19)}$$

$$\tau = \sqrt{\|\sigma^V\|^2 - {\sigma_N}^2} \quad \text{(II-20)}$$

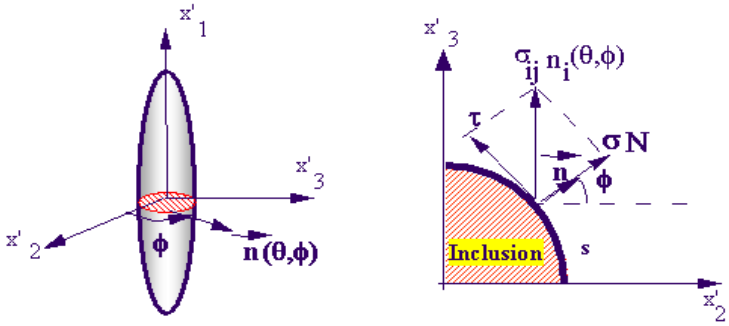


Figure II.11 – Calcul des contraintes normales et tangentielles à l'interface fibre/matrice **[95]**.

b. *Loi d'endommagement de la dégradation de l'interface*

Le critère précédent ne permet d'évaluer que la rupture de l'interface, de manière purement déterministe. Il doit ainsi être modulé afin de décrire l'évolution de l'endommagement en fonction des contraintes interfaciales, de manière probabiliste. Deux paramètres viennent alors modifier ce critère : un paramètre de forme *a* et un seuil d'endommagement κ. Ce dernier est compris entre 0 et 1. Le paramètre de forme modifie la cinétique de l'endommagement, tandis que le paramètre de seuil permet de définir un palier sous lequel l'endommagement n'évolue pas. La formulation probabiliste du critère de rupture se fait à l'aide de la fonction de répartition d'une distribution normale $\mathcal{N}$ qui prend la valeur de $\xi(\sigma_N,\tau)^a$ en entrée. La moyenne *m* et l'écart type *sd* de la loi normale dépendent de κ (II-21). sd_0 correspond à l'écart type nécessaire pour que l'endommagement soit égal à 99% pour ξ = 1 et κ = 0. Ainsi, le seuil κ vient juste resserrer ou élargir la marge de progression de l'endommagement par rapport au critère de rupture.

$$m = \frac{1+\kappa}{2} \qquad sd = sd_0 * (1-\kappa) \tag{II-21}$$

De plus, ce passage d'un critère déterministe à un endommagement probabiliste ne se fait pas sans considérer un facteur d'échelle. En effet, il y a une différence énorme entre la rupture d'une seule interface dans un matériau ne considérant qu'une seule inclusion, et la rupture de toutes les interfaces d'un VER donné. En outre, comme il est présenté dans le chapitre III, l'interphase est implémentée comme une phase à part entière (enrobage). La modélisation se place alors à son niveau dans le cadre du calcul de l'endommagement, tandis que le critère brut considère l'interface avec l'ensemble de la matrice. Or celui-ci est basé sur le champ local de la fibre. Il convient ainsi d'ajouter ce facteur d'échelle η_{int} dans le critère de rupture, qui est défini par l'équation (II-22).

$$\xi(\sigma_N,\tau) = \left(\frac{\sigma_N}{\eta_{int}\,\sigma_{rupture}}\right)^2 + \left(\frac{\tau}{\eta_{int}\,\tau_{rupture}}\right)^2 \tag{II-22}$$

Un des objectifs de cette thèse est de fournir une cinétique d'endommagement capable de s'adapter à tout type de chargement, et notamment aux chargements non monotones. En fatigue, l'absence de cycle stabilisé caractérisant les composites met également à mal une cinétique dépendant directement du nombre de cycle, qui dans tous les cas est particulièrement dépendante des paramètres du chargement. Il a ainsi été choisi de définir un taux d'endommagement $\dot{d}$ à chaque pas du chargement (II-23). Ce taux dépend d'une constante de temps λ, similairement aux lois modélisant les ruptures de fibres et la microfissuration de la matrice. À noter que le taux

d'endommagement n'est pas absolu mais relatif et dépend donc de l'endommagement cumulé *d*. Cette relation se traduit par l'ajout d'un paramètre ω, qui va traduire l'effet de l'endommagement cumulé sur sa propre évolution. Il peut être positif ou négatif, ralentissant ou accélérant l'évolution de l'endommagement lors de son incrémentation. Cela traduit l'idée qu'un matériau déjà endommagé se dégradera différemment d'un matériau vierge, pour un chargement identique. Dans le cas du PA66-GF30, $\omega > 0$ se comprendrait par le fait que l'endommagement au sein du PA66-GF30 est généralement très diffus, comme démontré au chapitre I. Or la fissure finale provoquant la ruine du matériau est unique. Ainsi, lorsque le matériau est déjà endommagé, de manière diffuse, il tend à restreindre le nombre de ses points chauds jusqu'à ne plus avoir qu'une seule fissure qui se propage.

$$\dot{d} = \frac{(1-d)^{\omega}}{\lambda} . \mathcal{N}\left(\left(\left(\frac{\sigma_N}{\eta_{int}\,\sigma_{rupture}}\right)^2 + \left(\frac{\tau}{\eta_{int}\,\tau_{rupture}}\right)^2\right)^a, m, sd\right) \qquad \text{(II-23)}$$

Le critère d'endommagement n'est pas utilisable tel quel. En effet, la fonction de densité d'une loi normale a des valeurs strictement positives sur [-∞; +∞]. L'intervalle $[1; +\infty]$ est déjà pris en compte à travers l'écart type adaptif choisi. Cependant, la densité de probabilité correspondant à [-∞; κ] devrait être nulle. L'équation (II-23) doit donc être modifiée afin d'en tenir compte (II-24). Il convient de lui soustraire la valeur de la fonction de répartition pour $\xi = \kappa$, et de normaliser l'équation afin de garantir que l'intégrale de la fonction de densité de probabilité soit toujours égale à 1 sur [-∞; +∞]. La Figure II.12 illustre ce calcul du taux d'endommagement, en fonction des contraintes à l'interface.

$$\dot{d} = \frac{(1-d)^{\omega}}{\lambda} . \left[\mathcal{N}\left(\left(\left(\frac{\sigma_N}{\eta_{int}\,\sigma_{rupture}}\right)^2 + \left(\frac{\tau}{\eta_{int}\,\tau_{rupture}}\right)^2\right)^a, m, sd\right) - \mathcal{N}(\kappa, m, sd)\right] . \frac{1}{1-\mathcal{N}(\kappa,m,sd)} \qquad \text{(II-24)}$$

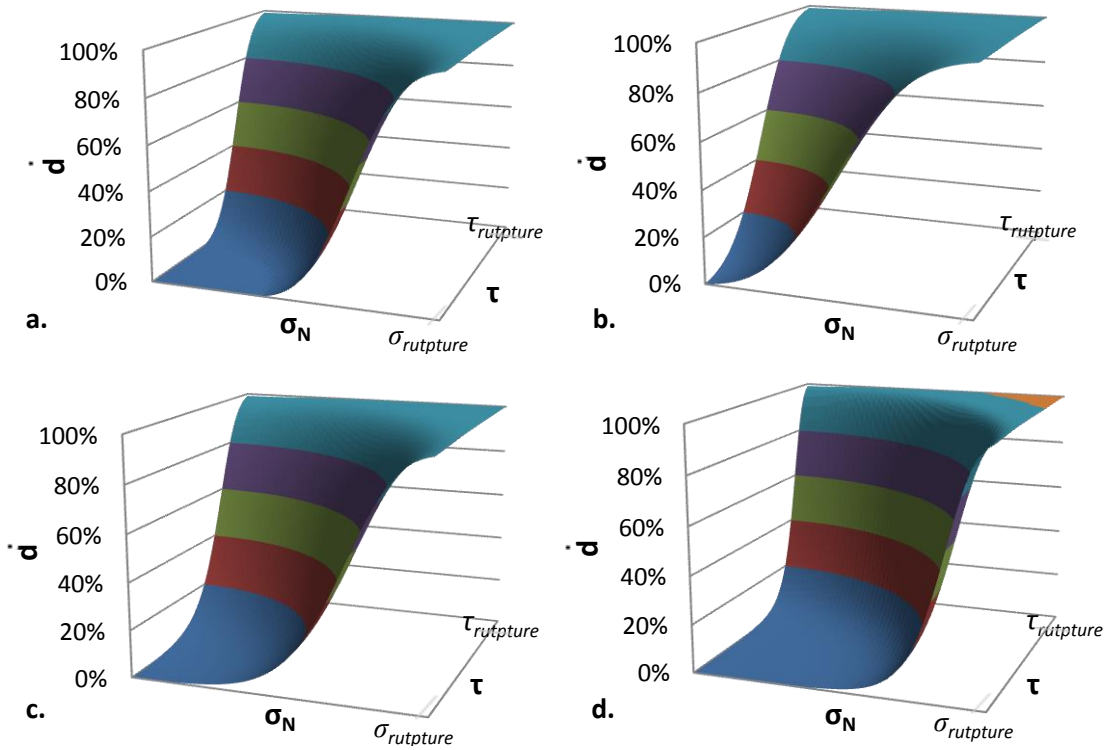


Figure II.12 – Taux d'endommagement donnés par la loi d'endommagement de l'interface, en fonction des contraintes normales et tangentielles qui y règnent. Les paramètres de forme et de seuil sont respectivement de **a.** 0,5 et 0,5, **b.** 0,5 et 0, **c.** 1 et 0, **d.** 2 et 0.

c. *Impact sur le transfert de charge*

L'endommagement de l'interface va indéniablement venir perturber la distribution de contraintes entre la fibre et la matrice. La décohésion réduit en effet la surface utile liant fibre et matrice et empêche cette dernière de transmettre autant de charge aux renforts que dans le cas d'un matériau vierge de tout défaut. La modélisation de ce mécanisme d'endommagement se doit donc d'intégrer la diminution du transfert de charge due à cette réduction de la surface utile. Le transfert de charge sans endommagement a été étudié dans la littérature et Cox a notamment abouti au Shear Lag Model (SLM) en 1952 [119]. Ce modèle est fréquemment utilisé pour l'analyse du transfert de la contrainte entre fibre et matrice. La fibre est ici considérée cylindrique. Cox abouti à une équation différentielle 1D mettant en jeu la contrainte dans chaque section σ_f de la fibre en fonction d'un paramètre β et de la contrainte théorique $\sigma_{f\infty}$ dans la fibre si celle-ci était infiniment longue (II-25). β dépend des propriétés de la matrice, de celles de la fibre ainsi que de la microstructure du matériau composite. Chaque section de fibre est repérée par son abscisse *z*, et *z = 0* correspond au milieu de la fibre. Cette méthode permet donc de caractériser la réduction du transfert de charge due à une baisse du facteur de forme. Cette dernière caractéristique est importante car il est alors possible d'envisager le SLM sous cet angle plutôt que comme un moyen de calculer directement le champ de contrainte dans la fibre. Les détails des hypothèses et des étapes mathématiques qui aboutissent à cette équation peuvent être trouvés dans la littérature et ont notamment été analysés par Nairn [120]. Ce dernier valide l'utilisation d'un autre paramètre β que celui de Cox, sur la base des travaux de McCartney [121] et Nayfeh [122], représenté par l'équation (II-26). C'est cette dernière valeur qui est ici retenue car démontrée plus appropriée par Nairn, dans tous les cas de figures.

$$\frac{\partial^2\langle\sigma_f\rangle(z)}{\partial z^2} - \beta^2\langle\sigma_f\rangle(z) = -\beta^2\langle\sigma_{f\infty}\rangle \qquad \beta_{Cox} = \frac{1}{r_1}\sqrt{\frac{2G_A^{(1)}}{E_A^{(2)}\ln\left(\frac{s}{r_1}\right)}} \tag{II-25}$$

$$\beta^2 = \frac{2}{r_1^2 E_A^{(1)} E_A^{(2)}}\left[\frac{E_A^{(1)}V_{f1}+E_A^{(2)}V_{f2}}{\frac{V_{f2}}{4G_A^{(1)}}+\frac{1}{2G_A^{(2)}}\left(\frac{1}{V_{f2}}ln\left(\frac{1}{V_{f1}}\right)-1-\frac{V_{f2}}{2}\right)}\right] \tag{II-26}$$

Dans ces équations, les exposants (1) et (2) correspondent respectivement à la fibre et à l'enrobage. *r* correspond au rayon de la fibre et *s* à la distance moyenne entre deux fibres (assumées colinéaires). E_A et G_A sont respectivement les modules axiaux de traction et de cisaillement. V_f correspond à une fraction volumique de fibre (V_{f1}) ou de matrice (V_{f2}), sachant que $V_{f1} + V_{f2} = 1$.

Cette équation différentielle (II-25) peut être résolue avec certaines conditions aux limites. Il s'agit ici de présumer de la valeur de la contrainte en une section de la fibre. Certains auteurs donnent une valeur de la contrainte aux extrémités de fibres en fonction des paramètres matériaux [123] [124]. Dans le cas présent, le calcul du transfert de charge ne concerne que des configurations avec endommagement. La littérature et les résultats numériques obtenus permettent de faire l'hypothèse que la décohésion interfaciale s'initie généralement en pointe de fibre. Ainsi, lorsque l'endommagement apparaît, la contrainte en bout de fibre peut être considérée nulle. Cette condition aux limites permet de résoudre l'équation différentielle et propose donc une valeur de la contrainte dans chaque section de fibre en fonction de leur abscisse *z*, et en notant l la longueur de fibre (II-27). Cette dernière équation met en valeur la possibilité d'exprimer le rapport σ_f / $\sigma_{f\infty}$,

traduisant le transfert de charge, en pourcentage, entre la matrice et la fibre. Le taux de transfert moyen Ψ_0 pour toute la fibre peut alors être calculé en intégrant cette équation le long de la moitié de l'inclusion (II-28). L'expression peut en outre s'affranchir des dimensions de la fibre et n'utiliser que son facteur de forme *AR*. Il suffit de remplacer β par $\beta' = r\beta$ pour voir apparaître le facteur de forme, égal à $l/(2.r)$, comme souligné par l'équation (II-29).

$$\frac{\langle\sigma_f\rangle(z)}{\langle\sigma_{f\infty}\rangle} = 1 - \frac{\cosh(\beta z)}{\cosh(\beta\frac{l}{2})} \tag{II-27}$$

$$\Psi_0 = \frac{2}{l}\int_0^{\frac{l}{2}}\left(1 - \frac{\cosh(\beta z)}{\cosh(\beta\frac{l}{2})}dz\right) = 1 - \frac{2.\tanh(\frac{l}{2}\beta)}{l\beta} \tag{II-28}$$

$$\Psi_0 = 1 - \frac{\tanh(AR.\beta')}{AR.\beta'} \tag{II-29}$$

Ce taux de transfert de charge doit maintenant être modulé en fonction de l'endommagement *d*. Au vu des conclusions précédentes à propos de la décohésion de l'interface fibre/matrice, on peut faire l'hypothèse que l'endommagement est directement corrélé avec la perte de surface utile pour le transfert de charge. D'un point de vue purement mécanique, la fibre voit sa longueur utile et donc son facteur de forme se dégrader avec l'endommagement de l'interface. Cette réduction correspond alors à la fraction endommagée de la surface de l'interface. On assume donc ici que l'endommagement correspond directement à cette diminution du facteur de forme de la fibre. Ceci amène donc à décrire un nouveau transfert de charge Ψ selon l'équation (II-30). À noter que ce dernier n'est pas égal à 100% pour *d* = 0, notamment à cause des conditions aux limites lors de la résolution de l'équation différentielle (II-25). Il est important de noter que dans le cas d'une interface non endommagée, les contraintes dans les phases et notamment dans la fibre sont déjà estimées par le modèle micromécanique. L'utilisation ici du SLM se focalise alors uniquement sur la diminution relative du transfert de charge à l'interface lié à l'endommagement. Les deux approches sont donc complémentaires. Cette analyse ne servant ainsi qu'à estimer la réduction du transfert de charge du fait de l'endommagement, il convient donc de normer celui-ci par Ψ_0. Le transfert de charge moyen $\widetilde{\Psi}$ due à la dégradation de l'interface s'exprime alors finalement selon l'équation (II-31).

$$\Psi(d) = 1 - \frac{\tanh\left(AR.(1-d).\beta'\right)}{AR.(1-d).\beta'} \tag{II-30}$$

$$\widetilde{\Psi}(d) = \Psi(d)/\Psi_0 = \frac{AR.(1-d).\beta' - \tanh\left(AR.(1-d).\beta'\right)}{AR.(1-d).\beta' - (1-d).\tanh(AR.\beta')} \tag{II-31}$$

À titre informatif, le transfert de charge par section de fibre est représenté en fonction de l'endommagement sur la Figure II.13. Les propriétés matériaux sont proches de celles du PA66-GF30 telles que présentées chapitre I. La décohésion de l'interface n'impacte le transfert de charge qu'au bord de la zone de contact fibre/matrice. Ainsi, la partie de la fibre où ce transfert est dégradé prend proportionnellement de plus en plus d'importance au fur et à mesure que l'endommagement augmente. À partir d'un certain endommagement, autour de 75%, la longueur effective de la fibre n'est plus assez grande pour assurer un transfert de charge conséquent. Ceci se remarque d'autant plus sur la Figure II.14 qui représente le taux de transfert de charge moyen $\widetilde{\Psi}$ en fonction de l'endommagement *d*. Au début de la décohésion interfaciale, $\widetilde{\Psi}$ décroît légèrement avec l'endommagement. Cette décroissance s'accélère au fur et à mesure de la dégradation de l'interface

et peut finir par être nulle. Cette limite a en pratique peu de chance d'être atteinte puisque la baisse du transfert de charge engendre une diminution des contraintes dans la fibre et donc également des contraintes à l'interface, qui alimente la loi d'endommagement correspondante.

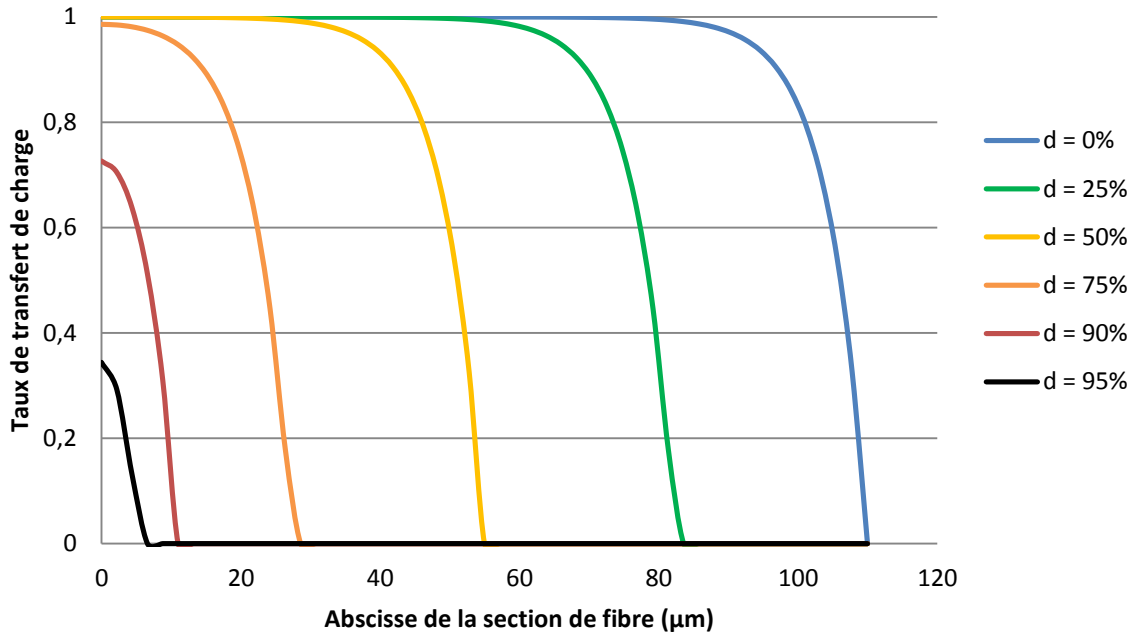


Figure II.13 – Visualisation du transfert de charge pour chaque section d'une fibre de longueur 220 µm, en fonction de l'endommagement de l'interface. Pour des raisons de symétrie, seule une moitié de fibre est analysée.

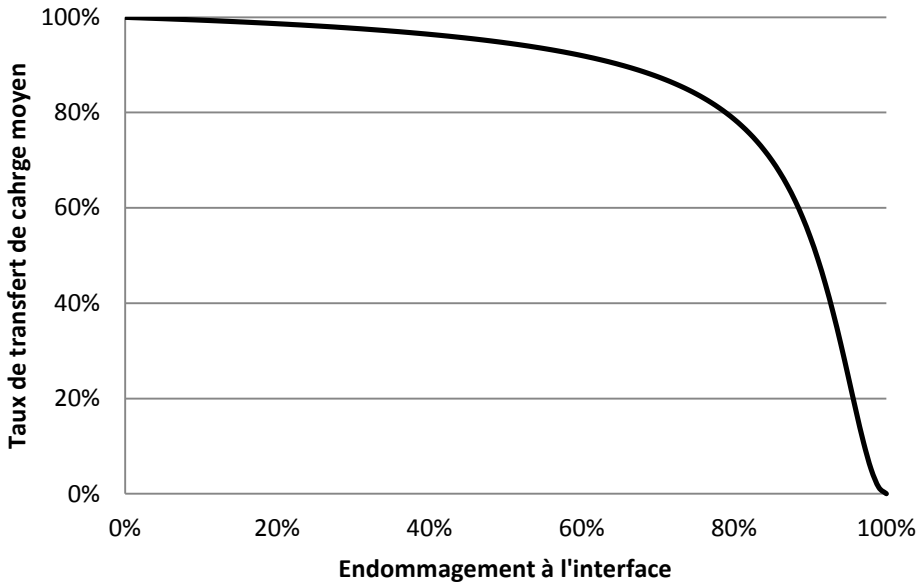


Figure II.14 – Taux de transfert de charge moyen pour une fibre en fonction de l'endommagement de son interface avec la matrice.

d. Intégration de la loi d'endommagement sur l'intégralité de l'interface

Dans la littérature, l'endommagement à l'interface s'initie généralement aux extrémités de fibres. Il est alors légitime de se demander s'il ne suffit pas de calculer l'endommagement seulement aux extrémités de l'ellipse. Meraghni *et al.* ont également étendu leur analyse le long d'un équateur de la fibre, afin d'avoir l'endommagement en plusieurs points de l'interface [95]. Afin d'estimer la pertinence du calcul en plusieurs points de la surface de l'ellipse, une investigation numérique a été menée. Il s'agit ici d'appliquer différents champs de contraintes à la fibre et d'observer l'interaction entre les contraintes interfaciales et la loi d'endommagement. Cette analyse est faite à l'aide du code *Mathematica* et la Figure II.15 en présente les résultats.

Des fibres subissent des champs de contraintes correspondant à de la traction uniaxiale, du cisaillement dans le sens longitudinal/transverse, du cisaillement dans le sens transverse/transverse, et à un chargement aléatoire. L'endommagement à la surface de la fibre est alors cartographié selon le code couleur indiqué. Celui-ci est très dépendant des angles u et v. Ainsi, la position de l'endommagement maximum varie grandement selon le tenseur de contraintes de l'inclusion. En ce qui concerne les cas de chargement aléatoire et en cisaillement, la localisation de la contrainte maximum (et donc de l'emplacement de l'endommagement) n'est cependant pas systématiquement observée en tête de fibre. La traction uniaxiale elle-même ne provoque pas un endommagement maximum à la pointe de l'ellipsoïde mais plutôt sur le périmètre d'une section de la fibre très proche de cette extrémité. Ceci est dû à l'interaction entre les contraintes normale et de cisaillement avec le critère quadratique choisi. Cependant, lorsque les fibres sont alignées avec la direction du chargement, la majorité des cas d'utilisation mène alors à une concentration de contraintes en pointe de fibre. Ceci rejoint donc les conclusions expérimentales décrites dans le chapitre I.

Ces résultats mettent en exergue la nécessité de considérer l'ensemble de la surface de l'ellipsoïde lors du calcul de l'endommagement à l'interface. En pratique, il convient donc de mailler cette surface et de calculer le taux d'endommagement en chaque point de ce maillage. Ici, seul le taux d'endommagement maximum est retenu, avec l'hypothèse que ce point chaud dicte la cinétique d'endommagement de l'interface/interphase. Par ailleurs, le taux d'endommagement retenu retranscrit d'une certaine manière le taux de fissuration de l'interphase entre fibre et matrice. Comme détaillé dans le chapitre suivant, il peut donc intervenir dans le calcul du comportement mécanique de l'enrobage. Dans le cas présent, il adoucira le comportement élastique de ce dernier.

Lors de la progression de l'endommagement, la répartition des contraintes à l'interface est modifiée par la décohésion partielle des zones qui étaient soumises aux plus fortes contraintes. Il y a donc nécessairement une redistribution des contraintes lors de la progression de la décohésion. La construction minutieuse et l'évaluation de la pertinence d'un modèle d'endommagement basé sur une réduction de la rigidité de l'interface (théorie continue de l'endommagement) s 'avère donc nécessaire et constitue la majeure partie de ce chapitre.

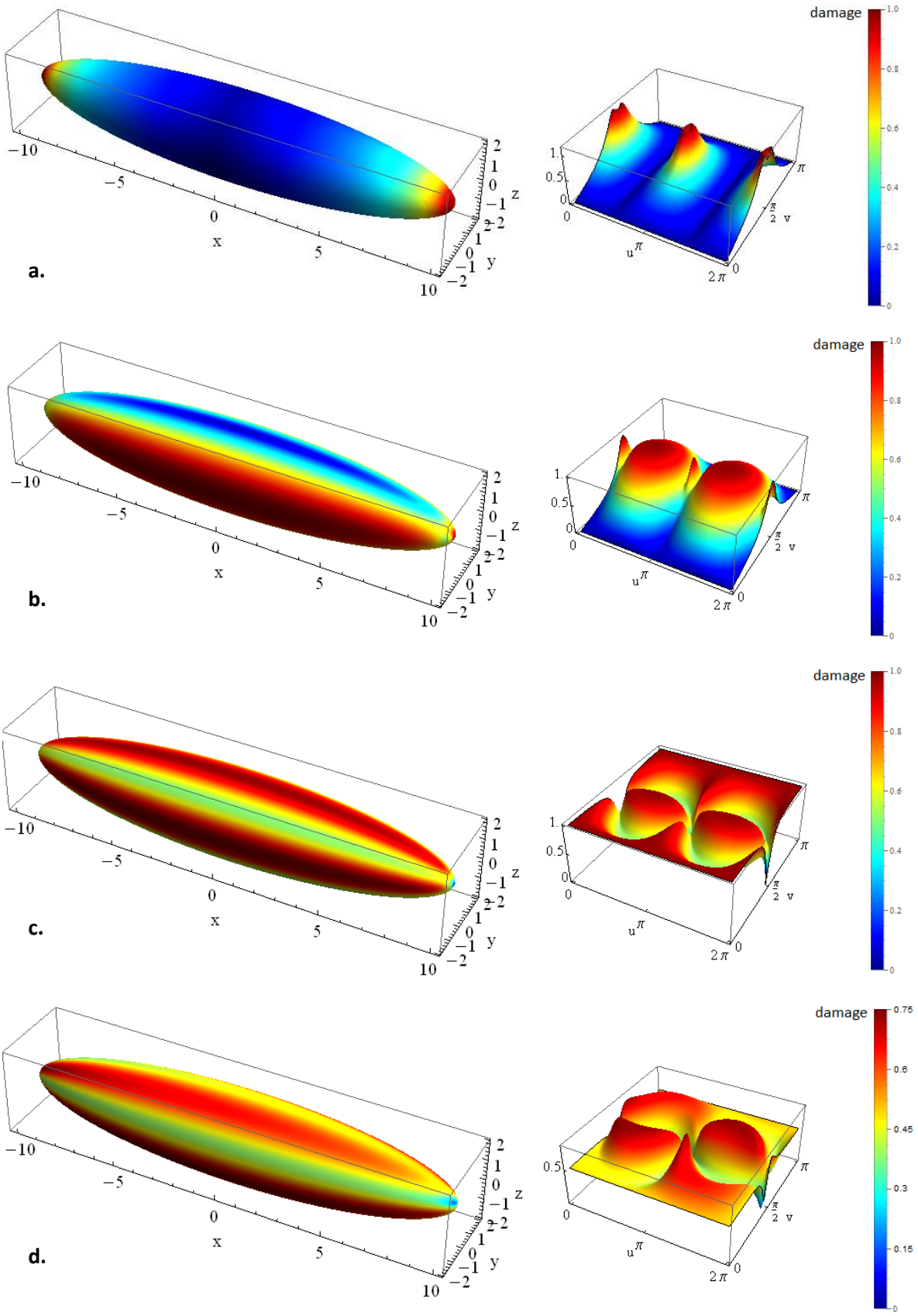


Figure II.15 – Application de la loi d'endommagement à l'interface sur une fibre arbitraire. La fibre est chargée **a.** en traction longitudinale **b.** en cisaillement longitudinal/transverse **c.** en cisaillement transverse/transverse **d.** avec un tenseur de contraintes aléatoire.

e. Validation de la correction du transfert de charge par l'endommagement

i. Hypothèse de la décohésion systématique en tête de fibre

L'une des hypothèses de la loi d'endommagement conçue pour la dégradation de l'interface est de considérer que la décohésion débute à proximité de la tête de fibre. Ceci est le processus d'endommagement principal tel que décrit par la littérature. La loi développée permet ici d'estimer quel est le point de l'interface qui subit le champ de contraintes le plus important, selon un critère quadratique prenant en compte les contraintes normale et tangentielle à l'interface. Il est donc possible de vérifier numériquement la pertinence de cette hypothèse. Une analyse statistique est en fait menée afin de connaître la position du point où l'endommagement à l'interface est maximum, ou zone d'endommagement privilégiée (ZEP), sur la surface de l'ellipsoïde. Des champs de contraintes théoriques $\boldsymbol{\sigma_t}$ sont directement soumis à l'inclusion. Quatre types de chargement en contraintes sont appliqués, comme indiqué par l'équation (II-32) : du cisaillement pure, de la traction uniaxiale, des contraintes planes et des contraintes tridimensionnelles. $\tau_{rupture}$ est défini comme étant égal à la moitié de $\sigma_{rupture}$ (critère de type Tresca). Cette méthode permet de tester différents taux de triaxialité χ, tel que défini par l'équation (II-33). Ceux ci sont présentés dans le Tableau II.1.

$$\sigma_{t1} = \begin{pmatrix} 0 & \tau_{rupture} & 0 \\ \tau_{rupture} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad \sigma_{t2} = \begin{pmatrix} \sigma_{rupture} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\sigma_{t3} = \begin{pmatrix} \sigma_{rupture} & \tau_{rupture} & 0 \\ \tau_{rupture} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad \sigma_{t2} = \begin{pmatrix} \sigma_{rupture} & \tau_{rupture} & \tau_{rupture} \\ \tau_{rupture} & \sigma_{rupture} & \tau_{rupture} \\ \tau_{rupture} & \tau_{rupture} & \sigma_{rupture} \end{pmatrix} \qquad \text{(II-32)}$$

$$\chi = \frac{\frac{1}{3}\, Trace(\underline{\boldsymbol{\sigma}})}{\sigma_{\,VonMises}} \qquad \text{(II-33)}$$

Type de chargement	*Pression hydrostatique*	*Contrainte équivalente (Von Mises)*	*Taux de triaxialité des contraintes*
Cisaillement	0	$\sqrt{3}\,\tau_{rupture}$	0
Traction uniaxiale	$\sigma_{rupture}/3$	$\sigma_{rupture}$	0,334
Contraintes planes	$\sigma_{rupture}/3$	$\sqrt{{\sigma_{rupture}}^2 + 3{\tau_{rupture}}^2}$	0,256
Contraintes tridimensionnelles	$\sigma_{rupture}$	$3\,\tau_{rupture}$	0,667

Tableau II.1 – Taux de triaxialité des chargements tests appliqués à l'inclusion.

Chaque chargement est appliqué à la fibre après avoir subi une rotation donnée. Toute une gamme de rotation est successivement appliquée jusqu'à ce que tout l'espace soit décrit, avec un pas angulaire de 5°. Du fait de la symétrie de révolution de l'ellipsoïde, seuls deux angles de rotation sont nécessaires. Pour chaque chargement appliqué, toutes les ZEP sont recensées par leurs angles *u* et *v*. Chacune d'entre elles se voit également assigné un poids, qui est égal à l'inverse du nombre de points chauds pour le chargement considéré. Il est ainsi possible de définir une fonction de densité d'orientation (ODF) des ZEP, pour chacun de leurs angles u et v. La Figure II.16 et la Figure II.17 représentent ces ODF et permettent donc de juger de l'occurrence de la localisation des différentes ZEP. Pour des raisons de symétries, les graphes ne montrent que la partie entre 0° et 90°. Les

extrémités de l'inclusion se situent aux couples (*u*,*v*) suivants : (0°,90°) et (180°,90°). En ce qui concerne le cisaillement et les contraintes planes, le comportement est assez similaire. Cela mène à considérer que les mécanismes en jeu à l'interface sont grandement influencés par les contraintes de cisaillement. Ce constat renforce l'approche choisie pour la prise en compte de la perte de transfert de charge due à l'endommagement. En effet, le shear lag model part du principe que la transmission des contraintes à l'interface s'opère par cisaillement. Par ailleurs, les ZEP se situent très régulièrement proche de l'extrémité des fibres. Dans le cas d'un chargement en cisaillement ou en contraintes planes, la probabilité que l'angle *u* corresponde à une extrémité de fibre est de quasiment 50%. Dans les trois quarts des cas, *u* sera proche de cette extrémité. Pour ce qui est de l'angle *v*, la probabilité qu'il soit proche de 90° est de 90% à 10° près. Les chargements en traction uniaxiale ou en contraintes tridimensionnelles montrent une occurrence plus faible pour ces positions, même si elles restent majoritaires. Celui tridimensionnel indique même un angle *u* proche d'une pointe de fibre dans presque 90% des cas. Toutes les valeurs intéressantes sont recensées dans le Tableau II.2. De manière arbitraire et au vu de la géométrie elliptique plutôt allongée des fibres, il est considéré qu'un écart angulaire de 10° avec la pointe de fibre est négligeable, alors qu'en écart de 30° est indiqué comme proche de l'extrémité de l'inclusion. Ces considérations sont soutenues par la Figure II.18.

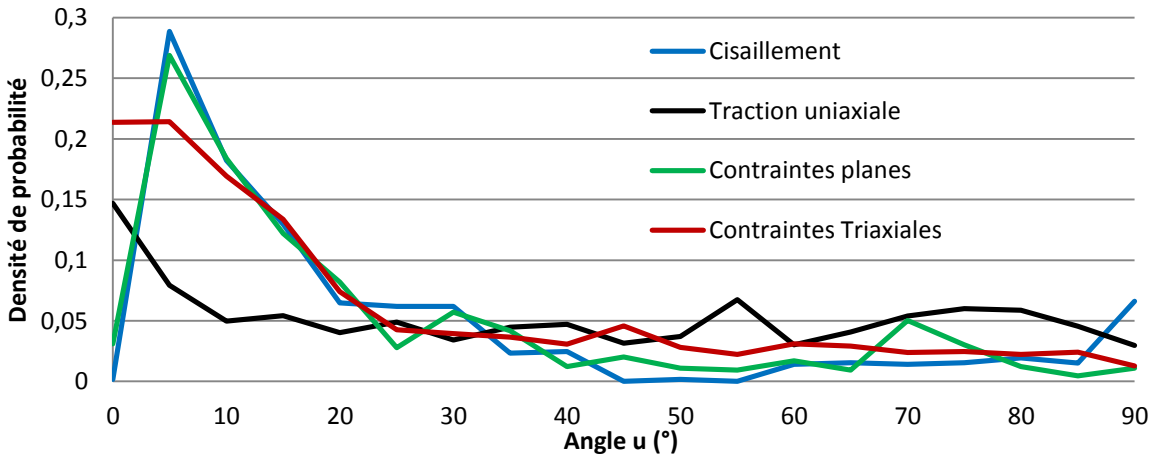


Figure II.16 – ODF de l'angle *u* des ZEP selon le type de chargement.

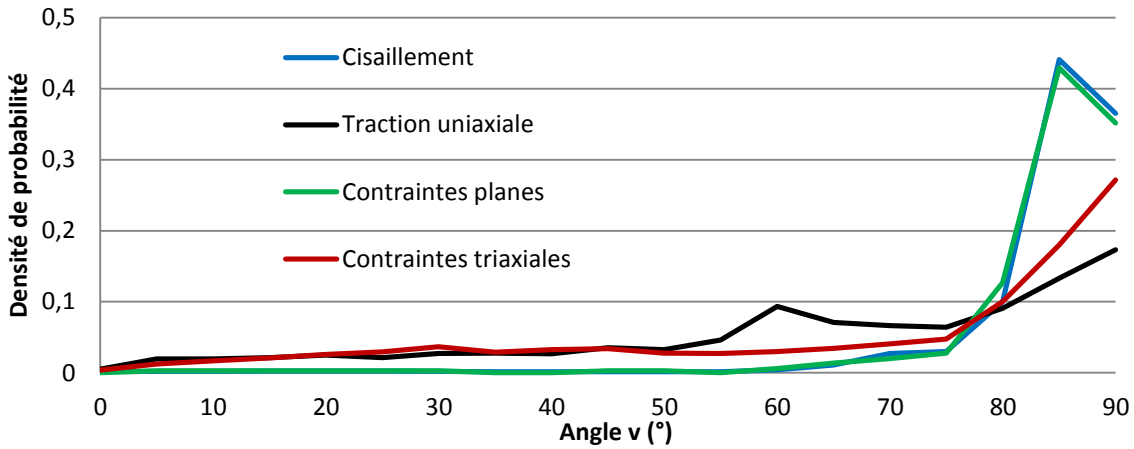


Figure II.17 – ODF de l'angle *v* des ZEP selon le type de chargement.

Type de chargement	*Probabilité d'avoir un écart angulaire donné avec une extrémité de la fibre*			
	Angle u		*Angle v*	
	10°	*30°*	*10°*	*30°*
Cisaillement	47,2%	79,1%	90,6%	97,8%
Traction uniaxiale	27,6%	45,3%	39,7%	69,2%
Contraintes planes	48,3%	77,2%	90,7%	97,5%
Contraintes tridimensionnelles	59,7%	88,6%	55,2%	70,4%

Tableau II.2 – Probabilités de trouver l'un des angles *u* ou *v* d'une ZEP proche ou au niveau de l'extrémité d'une fibre.

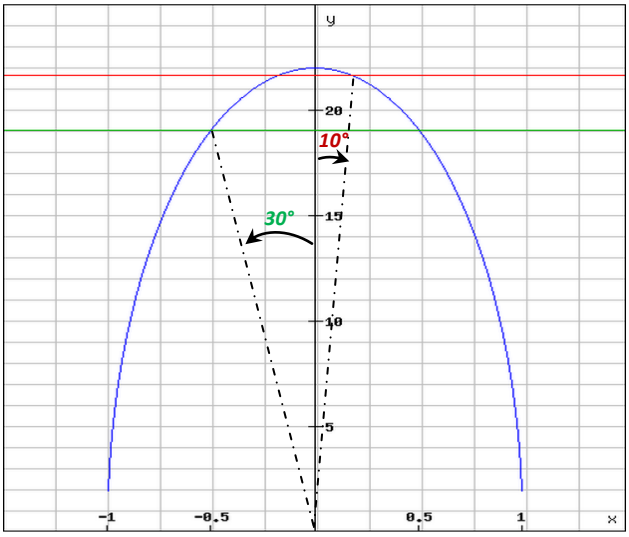


Figure II.18 – Illustration de la proximité d'une ZEP avec une pointe de fibre lorsque l'écart angulaire est au maximum de 10° ou 30°. Il s'agit d'une coupe azimutale d'une inclusion dans son repère local. Le rapport de forme est de 22. Le repère n'est ici pas normé mais les échelles sont respectées.

Le paragraphe précédent ne s'intéresse que séparément aux valeurs de *u* et *v* des ZEP. pour les différents chargements. Cette analyse peut être intéressante pour savoir comment optimiser le calcul des contraintes à l'interface, puisque l'itération se fait sur chacun des angles *u* et *v*. Cependant, elle ne retranscrit pas directement l'écart de la ZEP, en 3D, avec une pointe de fibre. Celui-ci a donc été quantifié en calculant l'écart angulaire entre les vecteurs formés d'une part par l'origine de l'ellipsoïde et la ZEP considérée, et d'autre part par cette origine avec une extrémité de fibre (la plus proche de la ZEP, selon la norme euclidienne). Comme précédemment, une ODF de cet écart est tracée, Figure II.19. Ces résultats sont également présentés dans le Tableau II.3. Ainsi, dans la majorité des cas et plus particulièrement dans le cas des contraintes de cisaillement et de celles planes, la ZEP se situe proche de la pointe de fibre. Une fonction de densité globale moyennant tous les chargements valide cette conclusion, Figure II.20. À noter que chaque angle de rotation du chargement a été considéré équiprobable. Au final, l'évaluation de la prédiction de la position des points d'endommagement maximum au niveau de l'interface permet de renforcer l'hypothèse d'une décohésion initiale en tête de fibre, et valide une partie de la démarche menée dans la section précédente.

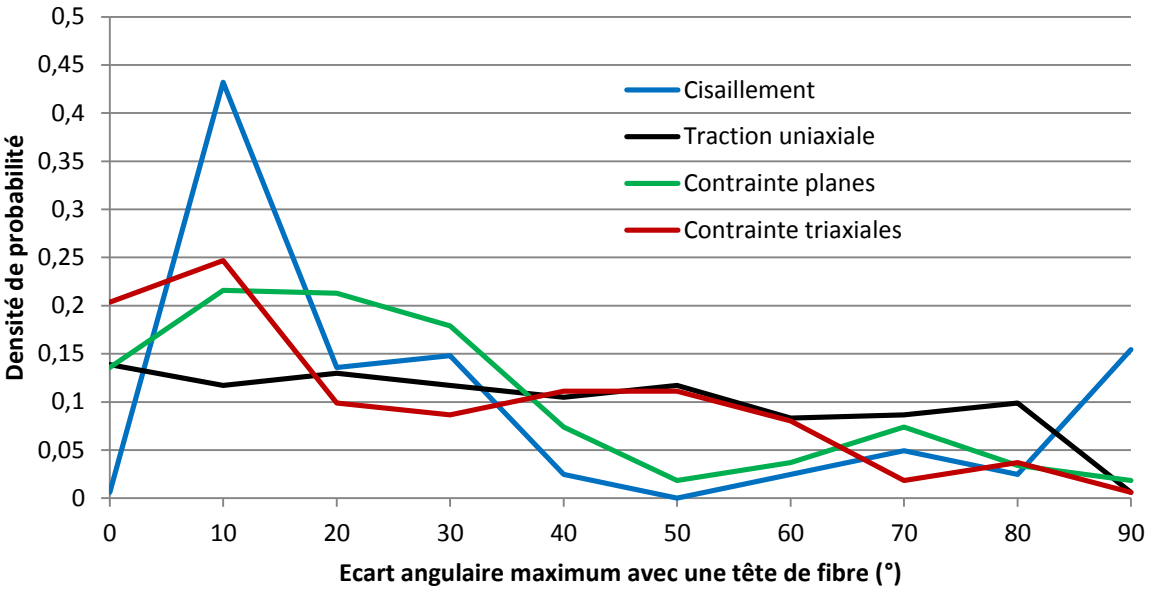


Figure II.19 – ODF de l'écart angulaire des ZEP avec une pointe de fibre, selon le type de chargement.

Type de chargement	*Probabilité d'avoir un écart angulaire donné avec une extrémité de la fibre*	
	10°	*30°*
Cisaillement	43,8%	72,2%
Traction uniaxiale	25,6%	50,3%
Contraintes planes	35,2%	74,4%
Contraintes tridimensionnelles	45,1%	63,6%

Tableau II.3 – Probabilités de trouver une ZEP proche ou au niveau de l'extrémité d'une fibre.

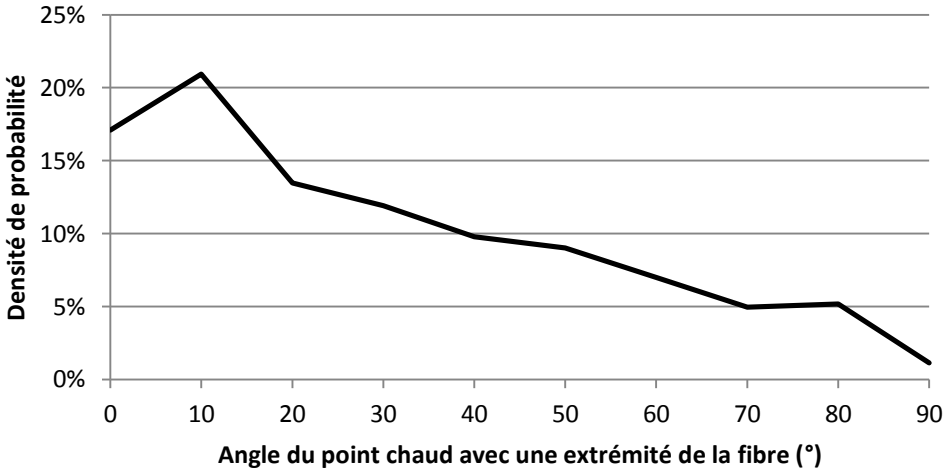


Figure II.20 – ODF l'écart angulaire des ZEP avec la pointe de fibre, moyenné sur tous les types de chargement.

ii. Validation de la modélisation à travers les travaux issus de la littérature

La loi d'endommagement de l'interface, mêlant critère d'endommagement basé sur les contraintes interfaciales et réduction du transfert de charge, a également été comparée et validée avec des essais issus de la littérature. Lee et Pyo ont étudié l'effet de l'initialisation de la décohésion de l'interface sur les propriétés élastiques de matériaux composites contenant des inclusions sphériques [100] [105]. Le fait que les inclusions soient des sphères, cas limite de l'approche développée dans le cadre de cette thèse, sert de cas test à la méthode choisie. En effet, le cas par défaut du SLM est celui de la fibre cylindrique. Ces auteurs utilisent une loi de type Weibull à deux paramètres qui définit la fraction volumique de fibre possédant une interface imparfaite. Les propriétés élastiques du composite sont ensuite estimées via un modèle à 3 phases particulaire basé sur la micromécanique d'Eshelby. Leur approche est comparée avec un modèle à 2 phases comprenant la loi d'endommagement de l'interface présentée dans cette thèse. L'homogénéisation est alors faite selon la méthode de Mori-Tanaka [96], qui sera présentée dans le chapitre suivant puisqu'elle est la base de l'implémentation du modèle pour le PA66-GF30. Le premier matériau considéré est un alliage d'aluminium 6061-T6 comprenant des particules de carbure de silicium SiC [125]. Une comparaison avec des données expérimentales est également faite, d'une part avec les résultats de Zhou *et al.* pour un alliage Mg-Al renforcé par des particules d'oxyde d'aluminium Al_2O_3 [126], et d'autre part avec ceux de Sørensen pour un composite à matrice céramique CAS (calcium aluminosilicate) renforcée par du carbure de silicium SiC [127]. Les propriétés de ces composites sont rappelées dans le Tableau II.4.

	Matériau 1	*Matériau 2*	*Matériau 3*
Propriété	***Matrice Al Renfort SiC***	***Matrice Mg-Al Renfort Al_2O_3***	***Matrice CAS Renfort SiC***
Module d'Young de la matrice	68,3 GPa	73 GPa	98 GPa
Coefficient de Poisson de la matrice	0,33	0,33	0,3
Module d'Young des renforts	490 GPa	400 GPa	200 GPa
Coefficient de Poisson des renforts	0,17	0,24	0,15
Fraction volumique de fibre	0,2	0,48	0,35
Contrainte normale critique de l'interface	250 MPa	292 MPa	450 MPa

Tableau II.4 – Propriétés des matériaux composites analysés (Lee et Pyo [100] [105]).

Le matériau 1 sert de cas d'étude théorique comparant le modèle avec interfaces affaiblies de Lee et Pyo [100], avec une approche de Ju et Lee tenant compte d'une décohésion partielle de l'interface [128]. Une comparaison est ici faite entre la nouvelle méthode et ces deux modèles, Figure II.21. Les paramètres sont identifiés afin de représenter la décohésion initiale. Deux asymptotes sont tracées, l'une correspondant à un matériau non endommagé et répond donc à de l'élasticité pure, l'autre représentant un matériau composite poreux dans lequel chaque inclusion est remplacée par du vide. Le calcul du comportement homogénéisé se fait par la méthode de Mori-Tanaka (voire chapitre III). Le modèle de Ju et Lee converge très rapidement vers un matériau poreux, tandis que celle de Lee et Pyo est capable de capturer la décohésion initiale mais progresse intrinsèquement vers une asymptote à mi-chemin entre les deux comportements extrêmes. Notre modèle est capable de reproduire la décohésion initiale de ces deux approches. Afin de juger de sa pertinence, il est comparé avec les données expérimentales acquises par Zhou *et al.,* Figure II.22. L'identification des paramètres se fait à l'aide d'algorithmes d'optimisation dédiés et détaillés dans le chapitre V. Les paramètres identifiés sont dans le Tableau II.5.

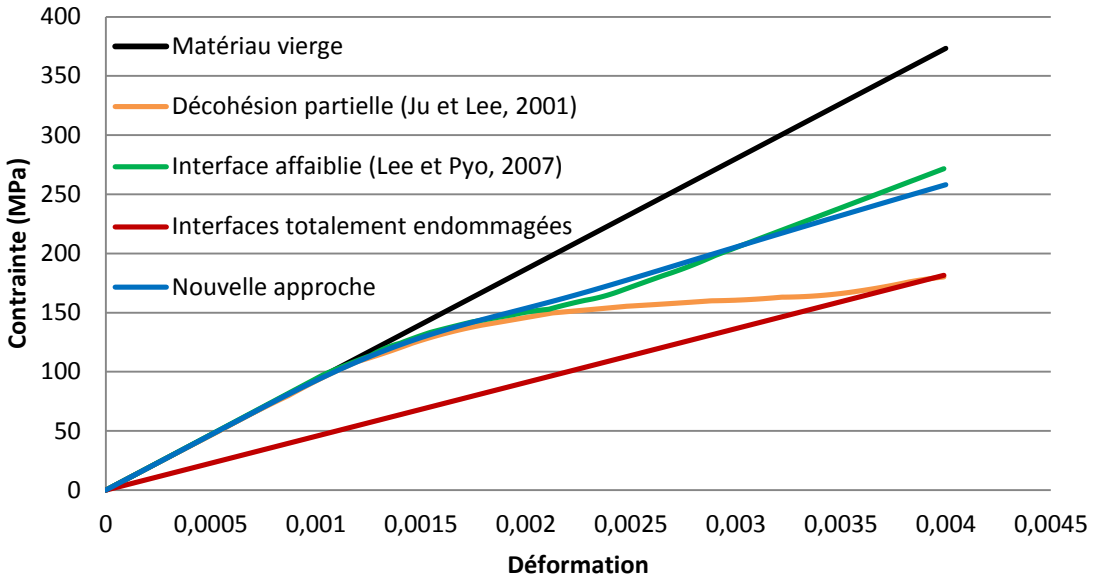


Figure II.21 – Influence de l'endommagement aux interfaces sur le comportement effectif d'un matériau composite à matrice Mg-Al et renforcé par des particules de carbure de silicium.

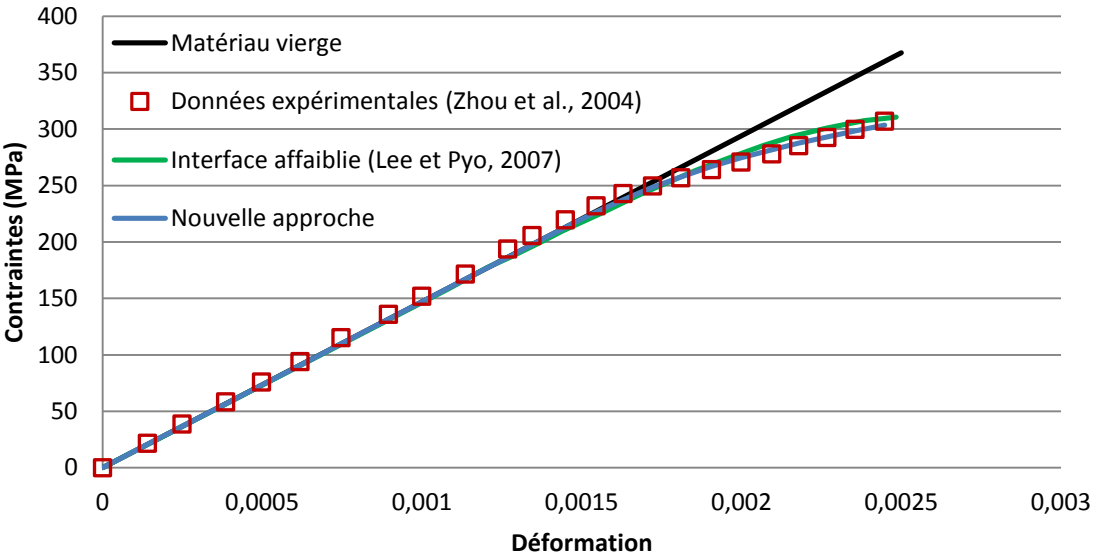


Figure II.22 – Influence de l'endommagement aux interfaces sur le comportement effectif d'un matériau composite à matrice aluminium et renforcé par des particules d'oxyde d'aluminium.

La nouvelle méthode coïncide parfaitement avec les données expérimentales du matériau 2. La corrélation est légèrement supérieure à celle de Lee et Pyo qui est déjà excellente. Il est cependant à noter que ces données ne concernent que la décohésion initiale. Une dernière comparaison est faite avec les résultats obtenus par Sørensen sur le matériau 3. Lee et Pyo ont ici utilisé un modèle plus complexe pour modéliser son comportement effectif, combinant 5 phases différentes comme décrit sur la Figure II.4. La comparaison entre les différentes approches est donnée Figure II.23, et les paramètres ici identifiés sont donnés dans le Tableau II.5. Une nouvelle fois, l'approche développée est capable de décrire fidèlement les résultats expérimentaux. La décohésion s'initie néanmoins un peu trop tôt pour les deux modèles représentés. Le comportement asymptotique est quant à lui bien capturé par le nouveau modèle, contrairement à l'approche de Lee

et Pyo. L'avantage de la méthode développée est qu'elle contient bien moins de paramètres que celle de Lee et Pyo, tout en ne comportant que deux phases alors qu'ils en utilisent cinq et rendent ainsi le problème d'homogénéisation plus complexe. Cette nouvelle approche se révèle donc appropriée dans le cas des trois matériaux présentés. Cependant, il apparaît nécessaire de la valider avec des configurations impliquant des fibres courtes. À la connaissance de l'auteur, des résultats expérimentaux appropriés font défaut au sein de la littérature. Une investigation numérique par éléments finis a alors été menée.

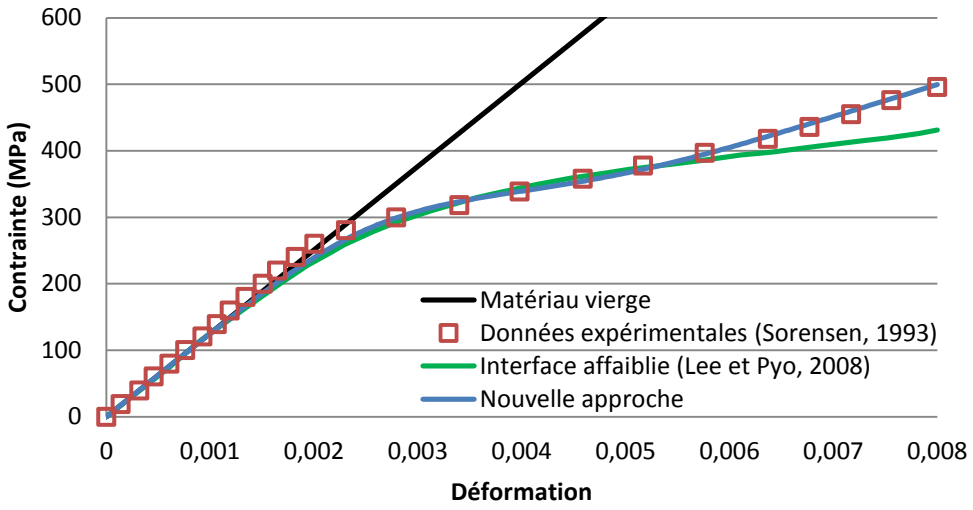


Figure II.23 – Influence de l'endommagement aux interfaces sur le comportement effectif d'un matériau composite à matrice céramique CAS et renforcé par du carbure de silicium.

Comparaison avec	*Paramètres de la loi de décohésion de l'interface*			
	η_{int}	a	κ	ω
Ju et Lee	3,2	1,23	0,001	-2,95
Zhou *et al.*	3,1	1,19	0,010	2,99
Sørensen	2,4	1,17	0,001	-2,27

Tableau II.5 – Valeurs identifiées pour les paramètres de la loi de décohésion de l'interface pour la validation de cette dernière à travers les travaux issus de la littérature.

4. Validation par simulation numérique utilisant les éléments cohésifs

La loi d'endommagement de l'interface est également validée par comparaison avec des simulations par éléments finis. Le but recherché est de vérifier la pertinence de ce modèle par rapport à une simulation en 3D, pour une microstructure proche de celle du PA66-GF30 et en considérant des champs locaux non-homogènes pour chaque phase. Pour décrire le phénomène de décohésion, des éléments spéciaux dit éléments cohésifs sont utilisés pour les interfaces. La méthode développée dans le cadre de ses travaux de thèse est alors identifiée sur ces résultats. Par ailleurs, ces résultats sont aussi comparés à l'approche de Lee et Pyo [100] et donc avec ceux de Zhou *et al.* [126].

Le modèle représente un volume élémentaire représentatif (VER) de différents matériaux composites. Il est composé de la matrice et de deux inclusions dans un volume parallélépipède rectangle. La première inclusion est au centre du VER alors que la deuxième est aux limites de celui-ci, aux 8 angles. Cette cellule unitaire est illustrée par la Figure II.24. En terme de comportement effectif, cette configuration représente plus fidèlement la microstructure d'un matériau composite renforcé par des fibres courtes. En effet, l'arrangement hexagonal est représentatif d'un matériau dont les inclusions sont placées aléatoirement dans le volume, conformément aux hypothèses de la méthode de Mori-Tanaka [129]. La géométrie des fibres est fixée par leur facteur de forme *AR* et par la fraction volumique V_f de renforts. Le maillage est périodique, de même que les conditions aux limites du VER. Le nœud central du maillage est encastré. Le chargement est piloté en déformation et est appliqué aux limites du VER, en utilisant des nœuds pilotes (« *constraint drivers* ») [130].

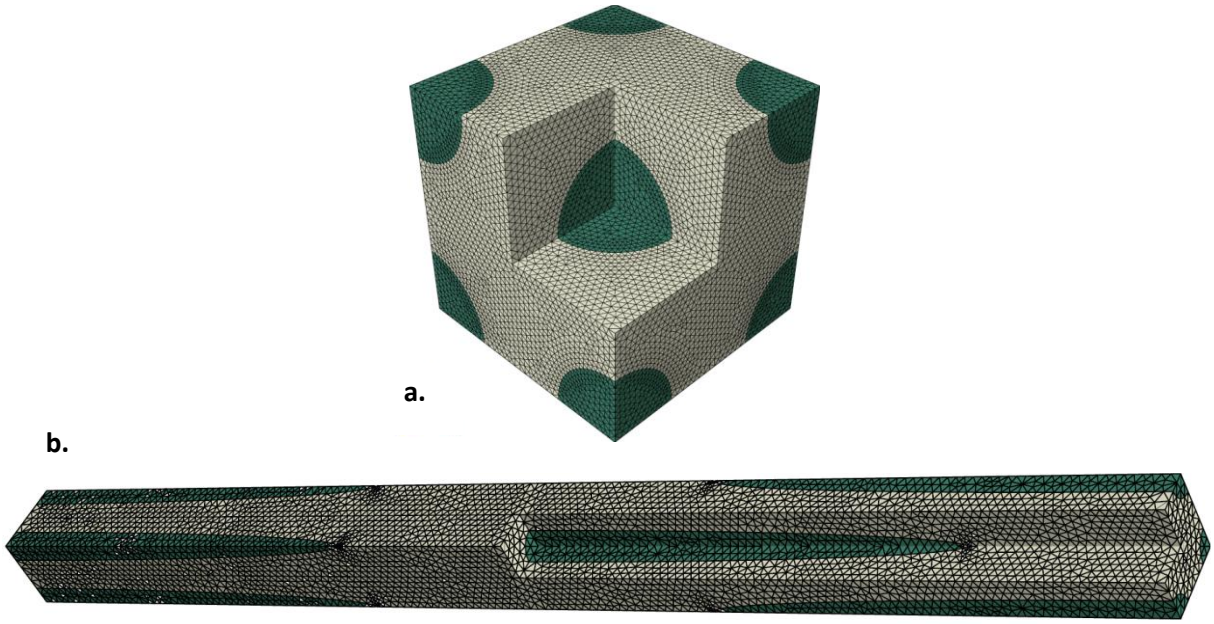


Figure II.24 – Volumes élémentaires représentatifs utilisées dans le cadre des simulations par éléments finis avec éléments cohésifs. **a.** Inclusions sphériques **b.** Inclusions ellipsoïdales.

a. Présentation des lois cohésives en éléments finis

Afin de considérer la décohésion de l'interface en éléments finis, des éléments dits cohésifs sont utilisés à l'interface fibre-matrice. Ces éléments permettent de décrire efficacement les phénomènes de fissuration et de décohésion. Deux surfaces sont liées par une relation traction-séparation, qui permet de simuler une décohésion entre différents points de Gauss d'un maillage. Dans le cas présent, ces éléments cohésifs ont un volume nul. Les points de Gauss d'un côté de l'interface se doivent donc d'être alignés avec ceux de l'autre côté, afin de donner un sens physique à leur éloignement dû à la loi traction-séparation. Ce type de loi a été utilisé dans la littérature pour simuler le comportement mécanique endommageable de différents matériaux, comme par exemple la rupture de matériaux quasi-fragiles [131], la propagation de fissure dans des poutres en béton [132] ou encore la décohésion de fibre dans des poutres de béton renforcé [133]. Les éléments cohésifs et leur implémentation sont détaillés dans les articles de Park et Paulino [134], notamment en ce qui concerne cette relation traction-séparation.

Il existe deux grandes familles de relations traction-séparation : celles basées sur un potentiel et celles qui n'en dérivent pas. Le choix s'est ici porté sur des éléments basés sur un potentiel. Cela permet de rester cohérent avec des modes de fracture en chargement mixte, ce qui semble pertinent avec un modèle 3D de décohésion de l'interface fibre/matrice. Les éléments cohésifs choisis sont basés sur la formulation PPR développée par Park, Paulino et Roesler [135] [136]. Le potentiel Λ de la loi constitutive est donné équation (II-34). ϕ_n et ϕ_t correspondent respectivement aux énergies de rupture normale et tangentielles, Γ_n et Γ_t sont des constantes énergétiques relatives à ces grandeurs, Δ_n et Δ_t sont les déplacements normaux et tangentiels donnant l'ouverture de la décohésion, et δ_n et δ_t sont les déplacements normaux et tangentiels effectifs dus à la fissuration. Les coefficients α et β sont des paramètres de formes, *n* et *m* sont adimensionnels et finalement λ_n et λ_t sont liés aux pentes initiales de la décohésion. Les grandeurs précédentes ne sont pas indépendantes entre elles mais liées par les équations (II-35). σ_{crit} et τ_{crit} sont les résistances maximales en traction et en cisaillement.

$$\Lambda(\Delta_n,\Delta_t) = mi\,n(\Phi_n,\Phi_t) + \left[\Gamma_n\left(1-\frac{\Delta_n}{\delta_n}\right)^{\alpha}\left(\frac{m}{\alpha}+\frac{\Delta_n}{\delta_n}\right)^{m} + \langle\Phi_n-\Phi_t\rangle\right]\times\left[\Gamma_t\left(1-\frac{|\Delta_t|}{\delta_t}\right)^{\beta}\left(\frac{n}{\beta}+\frac{|\Delta_t|}{\delta_t}\right)^{n} + \langle\Phi_t-\Phi_n\rangle\right] \tag{II-34}$$

$$\begin{cases} m = \frac{\alpha(\alpha-1)\lambda_n{}^2}{1-\alpha\lambda_n{}^2} \\ n = \frac{\beta(\beta-1)\lambda_t{}^2}{1-\beta\lambda_t{}^2} \\ \Gamma_n = (-\Phi_n)^{\langle\Phi_n-\Phi_t\rangle/(\Phi_n-\Phi_t)}\left(\frac{\alpha}{m}\right)^{m} \\ \Gamma_t = (-\Phi_t)^{\langle\Phi_t-\Phi_n\rangle/(\Phi_t-\Phi_n)}\left(\frac{\beta}{n}\right)^{n} \\ \delta_n = \frac{\Phi_n}{\sigma_{crit}}\alpha\,\lambda_n(1-\lambda_n)^{\alpha-1}\left(\frac{\alpha}{m}+1\right)\left(\frac{\alpha}{m}\lambda_n+1\right)^{m-1} \\ \delta_t = \frac{\Phi_t}{\tau_{crit}}\beta\,\lambda_t(1-\lambda_t)^{\beta-1}\left(\frac{\beta}{n}+1\right)\left(\frac{\beta}{n}\lambda_t+1\right)^{n-1} \end{cases} \tag{II-35}$$

Spring et Paulino ont implémenté ce modèle avec élément cohésifs dans une User Element Subroutine pour trois types d'éléments 3D sous Abaqus : des éléments hexaédriques linéaires, pentaédriques linaires et pentaédriques quadratiques [133]. Seuls les seconds ont été utilisés dans le cadre de cette thèse. Dans le cadre de cet algorithme, chaque point de l'interface peut avoir 4 états différents : contact, transmission de charge linéaire, adoucissement et décohésion totale. La condition de contact est résolue par une méthode de pénalisation. Lorsqu'il y a adoucissement, la force de traction ϖ est donnée par la dérivée du potentiel (II-36) et le tenseur de rigidité local de la matrice *D* est donné par la dérivée seconde (II-37). Δ_1 et Δ_2 représentent la largeur d'ouverture de la décohésion dans le plan perpendiculaire à la direction normale, pour le point de l'interface considéré. Finalement, la validation de la condition de rupture implique un tenseur de contrainte nul. En cas de décharge/recharge, le comportement est linéaire avec retour à l'origine. Le profil de la loi constitutive est illustré par la Figure II.25. Le mode I correspond à de la traction et le mode II à du cisaillement. Dans les deux modes, les courbes démarre linéairement jusqu'à ce que la contrainte soit égale à celle critique et que l'adoucissement commence. La contrainte décroît alors jusqu'à être nulle. La forme de la courbe est ici convexe si α (respectivement β) est supérieur à 2, et concave dans le cas contraire.

$$\varpi_{local} = \begin{pmatrix} T_n \\ T_t\frac{\Delta_1}{\Delta_t} \\ T_t\frac{\Delta_2}{\Delta_t} \end{pmatrix} \qquad avec \quad \begin{cases} T_n(\Delta_n,\Delta_t) = \frac{\partial\Lambda}{\partial\Delta_n} \\ T_t(\Delta_n,\Delta_t) = \frac{\partial\Lambda}{\partial\Delta_t} \\ \Delta_t = \sqrt{\Delta_1{}^2+\Delta_2{}^2} \end{cases} \tag{II-36}$$

$$D_{local} = \begin{pmatrix} D_{nn} & D_{nt}\frac{\Delta_1}{\Delta_t} & D_{nt}\frac{\Delta_2}{\Delta_t} \\ D_{tn}\frac{\Delta_1}{\Delta_t} & D_{tt}\frac{{\Delta_1}^2}{{\Delta_t}^2} + T_t\frac{{\Delta_2}^2}{{\Delta_t}^3} & D_{tt}\frac{\Delta_1\Delta_2}{{\Delta_t}^2} - T_t\frac{\Delta_1\Delta_2}{{\Delta_t}^3} \\ D_{tn}\frac{\Delta_2}{\Delta_t} & D_{tt}\frac{\Delta_1\Delta_2}{{\Delta_t}^2} - T_t\frac{\Delta_1\Delta_2}{{\Delta_t}^3} & D_{tt}\frac{{\Delta_2}^2}{{\Delta_t}^2} + T_t\frac{{\Delta_1}^2}{{\Delta_t}^3} \end{pmatrix} \quad avec \quad \begin{cases} D_{nn} = \frac{\partial^2 \Lambda}{\partial {\Delta_n}^2} \\ D_{nt} = D_{tn} = \frac{\partial^2 \Lambda}{\partial \Delta_1 \partial \Delta_2} \\ D_{tt} = \frac{\partial^2 \Lambda}{\partial {\Delta_t}^2} \end{cases} \tag{II-37}$$

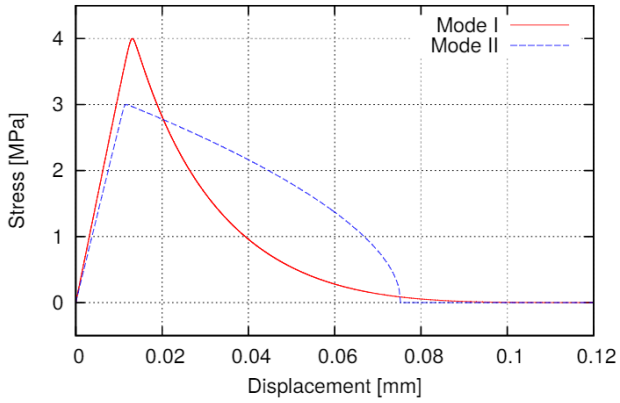


Figure II.25 - Tests indicatifs pilotés en déplacement de la loi constitutive liée à un élément cohésif. ϕ_n = 100 N.m^{-1}, ϕ_t = 200 N.m^{-1}, σ_{crit} = 4 MPa, τ_{crit} = 3 MPa, α = 5, β = 6, $\lambda_n = \lambda_t$ = 0,005.

b. Simulations par éléments finis

Trois VER différents ont été utilisés. Les deux premières configurations du Tableau II.4 ont été implémentées et correspondent à des VER composites renforcés par des inclusions sphériques. La troisième microstructure correspond à un matériau proche du PA66-GF30 et dont les propriétés sont présentées dans le Tableau II.6. Cette dernière microstructure, qui comprend des fibres courtes, est analysée pour différentes orientations de renforts : 0° (alignée avec le chargement), 15°, 20°, 45° et 90°. À noter que sur la base d'un critère de Tresca, la contrainte tangentielle critique est toujours défini comme étant la moitié de celle normale. Les paramètres suivants sont arbitrairement fixé : $\alpha = \beta = 5$ et $\lambda_n = \lambda_t$ = 0,005. Les densités d'énergie de rupture sont données par la littérature : ϕ_n = 1,36 kN.m^{-1} et ϕ_t = 2,67 kN.m^{-1} [137].

Propriété	***PA66-GF30***
Module d'Young de la matrice	3,6 GPa
Coefficient de Poisson de la matrice	0,36
Module d'Young des renforts	72 GPa
Coefficient de Poisson des renforts	0,26
Fraction volumique de fibre	0,18
Rapport de forme des fibres	22
Contrainte normale critique de l'interface	118 MPa

Tableau II.6 – Propriétés assimilées au PA66-GF30 pour la simulation par éléments finis intégrant des éléments cohésifs.

Le chargement appliqué est mixte. Il correspond d'une part à une traction uniaxiale pilotée en déformation. D'autre part, les conditions aux limites périodiques correspondent à une traction moyenne nulle imposée suivant les autres axes. Les simulations par éléments finis sont ainsi capables

de déterminer le comportement effectif du VER, au fur et à mesure du décollement de l'interface fibre/matrice. Un post-traitement des résultats est également capable de déterminer les contraintes moyennes dans la matrice et dans les fibres ainsi que les taux de décohésion interfaciale normaux et tangentiels. La Figure II.26 et la Figure II.27 illustrent les résultats de telles simulations et mettent l'accent sur la séparation de la matrice et des fibres aux interfaces. Comme indiqué par la littérature (cf. chapitre I), la décohésion de l'interface fibre/matrice apparaît en tête de fibre (pour les fibres courtes). Dans ce cas de chargement, elle débute là où les contraintes de traction à l'interface sont maximales, et se propagent le long des renforts. Par ailleurs, la répartition des contraintes renforce l'idée d'une interphase entre fibre et matrice, au moins d'un point de vue mécanique. Ceci est particulièrement visible dans le cas des particules sphériques. En outre, en ce qui concerne les fibres courtes, l'endommagement de l'interface diminue les contraintes aux extrémités de fibre alors que celles en milieu de fibre restent élevées. Ceci renforce l'idée d'un transfert de charge par cisaillement et donc l'approche du shear lag model.

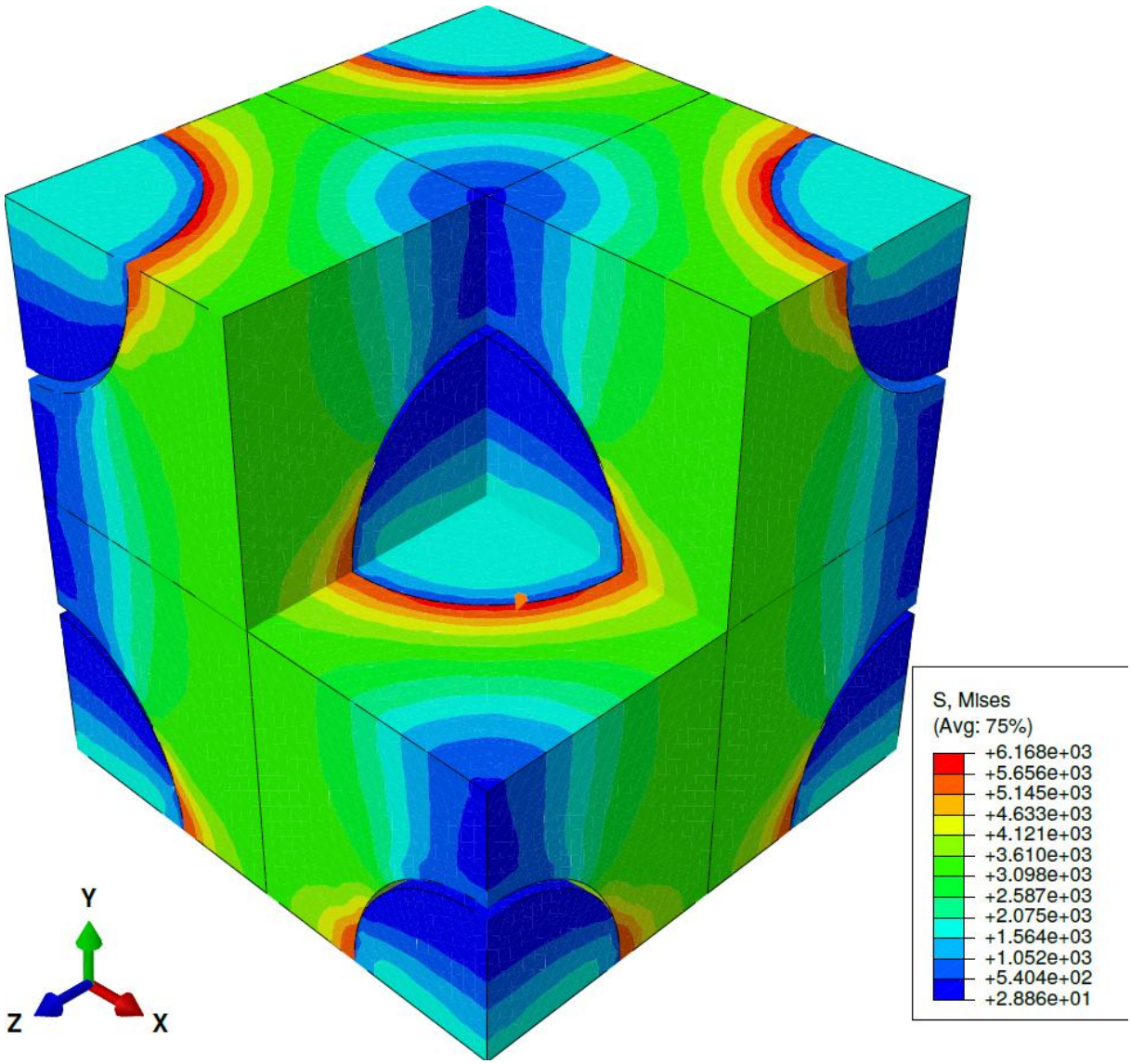


Figure II.26 – Visualisation par éléments finis de la décohésion de l'interface fibre/matrice d'un matériau composite avec inclusions sphériques, chargé à 5% de déformation.

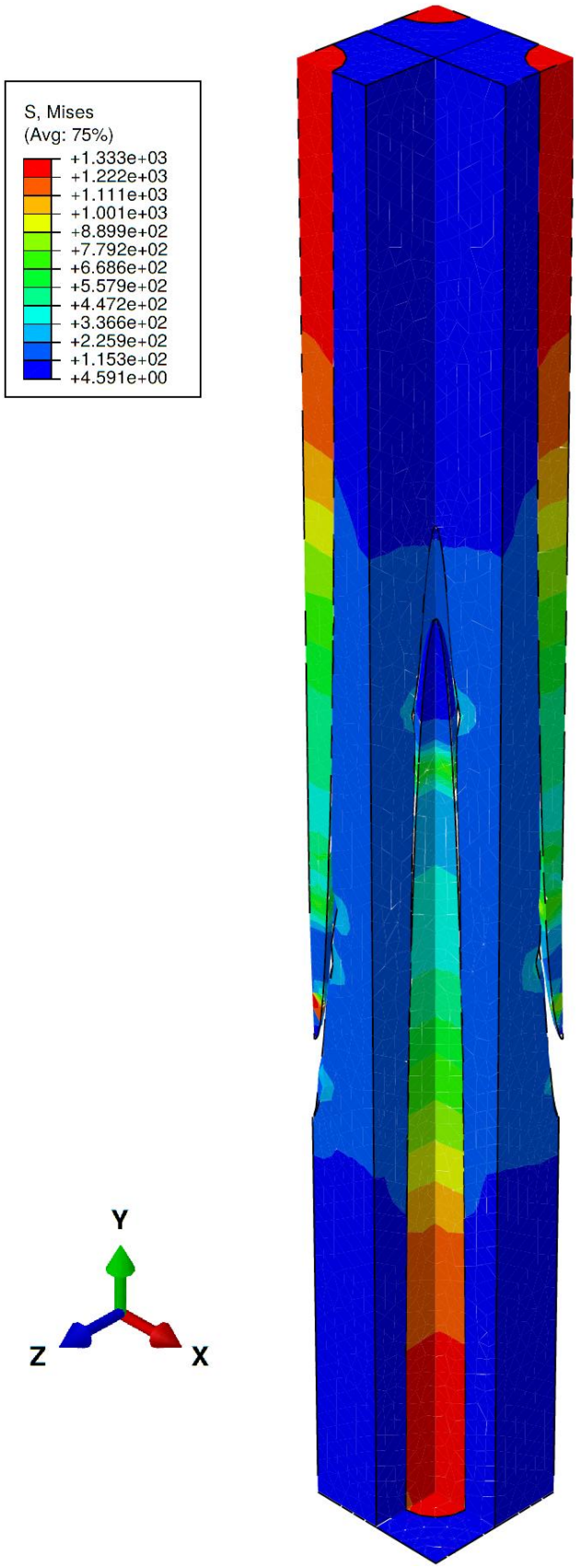


Figure II.27 – Visualisation par éléments finis de la décohésion de l'interface fibre/matrice d'un matériau composite avec inclusions ellipsoïdales, orientées selon le sens du chargement. Seule la moitié supérieure du VER est représentée. Le composite est soumis à de la traction uniaxiale à 3% de déformation. La déformée est ici représentée avec un facteur d'échelle de 4.

c. *Comparaison avec la nouvelle approche développée*

Les résultats pour les deux configurations avec particules sphériques sont donnés par la Figure II.28. Ils servent de base à l'identification des paramètres de la méthode développée dans cette section, dont les résultats sont donnés dans le Tableau II.7. Une bonne corrélation est trouvée entre les éléments finis et la nouvelle approche. Quelques différences apparaissent cependant en milieu de décohésion, où la méthode basée sur le shear lag model donne un point d'inflexion à la courbe contrainte/déformation. L'asymptote finale est également légèrement différente, même si les modules tangents finissent par converger vers la même valeur pour des déformations plus élevées. En ce qui concerne la comparaison avec les données expérimentales de Zhou *et al.*, un zoom est effectué sur le début de la décohésion du deuxième matériau, Figure II.29. Il est important de remarquer que les résultats données par les éléments cohésifs sont très proches de ceux expérimentaux. Le seuil d'endommagement est relativement bien respecté sans qu'aucun paramètre n'ait eu besoin d'être ajusté. La physique de la mécanique de décohésion à l'interface est ainsi bien simulée par les éléments cohésifs, et donc bien capturée par la nouvelle approche développée.

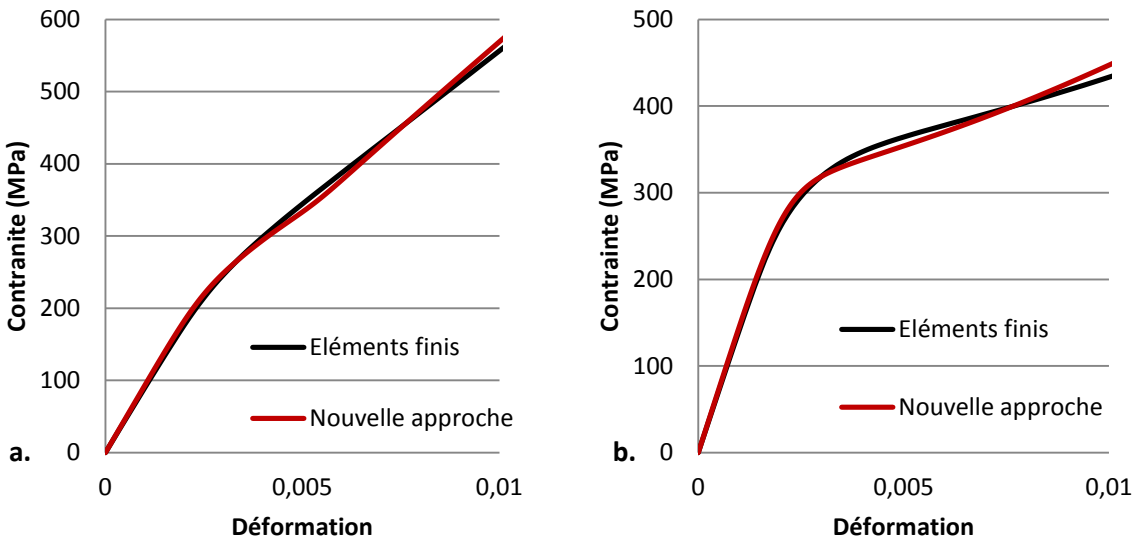


Figure II.28 – Courbes contraintes/déformations du composite **a.** à matrice aluminium et renforcé par des particules de carbure de silicium et **b.** à matrice Mg-Al et renforcé par des particules d'oxyde d'aluminium. Les courbes obtenues par éléments finis utilisent les éléments cohésifs.

En ce qui concerne le PA66-GF30, les résultats par éléments finis sont représentés sur la Figure II.30. Les cinq différentes orientations ont été simulées à l'aide du code Abaqus. Pour chacune d'entre elles, une identification a été menée et converge relativement bien vers les données simulées. Les valeurs identifiées sont données dans le Tableau II.7. La décohésion initiale est capturée et l'asymptote est respectée. Il y a tout de même quelques écarts entre les deux simulations, probablement dus à la différence d'échelle entre les deux modélisations. À noter qu'en traction uniaxiale, le comportement effectif dans la direction de chargement ne change pas pour une orientation des fibres à 45° ou 90°. Ceci est un résultat connu, le module de Young effectif longitudinal variant peu entre ces deux configurations. L'ensemble de ces résultats démontrent l'efficacité de la nouvelle approche basée sur le shear lag model. L'effet de la décohésion de

l'interface est bien capturé et le comportement effectif du matériau composite endommagé peut ainsi être simulé.

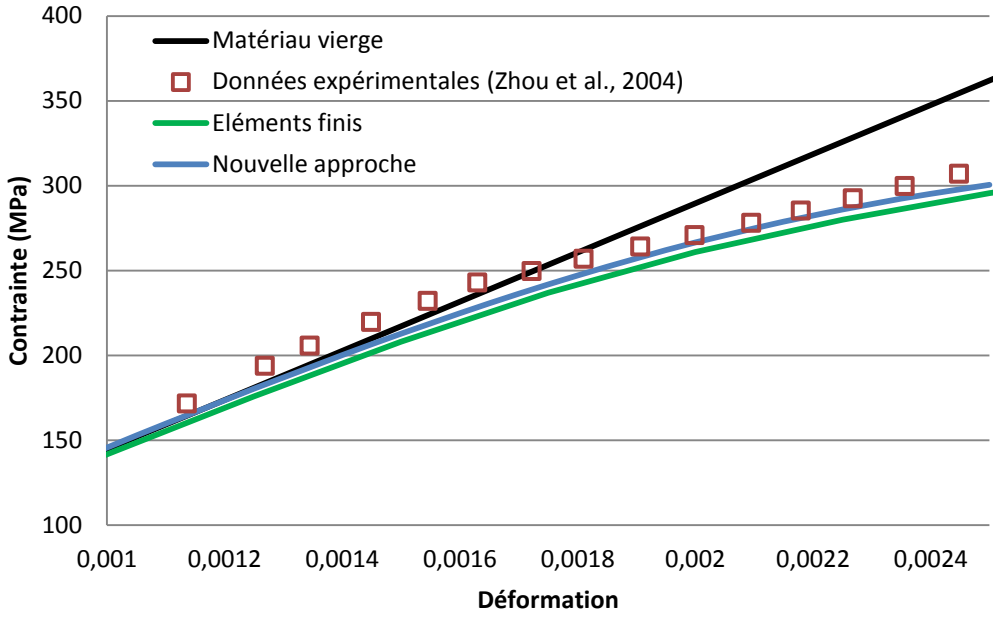


Figure II.29 – Comparaison entre résultats expérimentaux et simulation par éléments finis impliquant des éléments cohésifs.

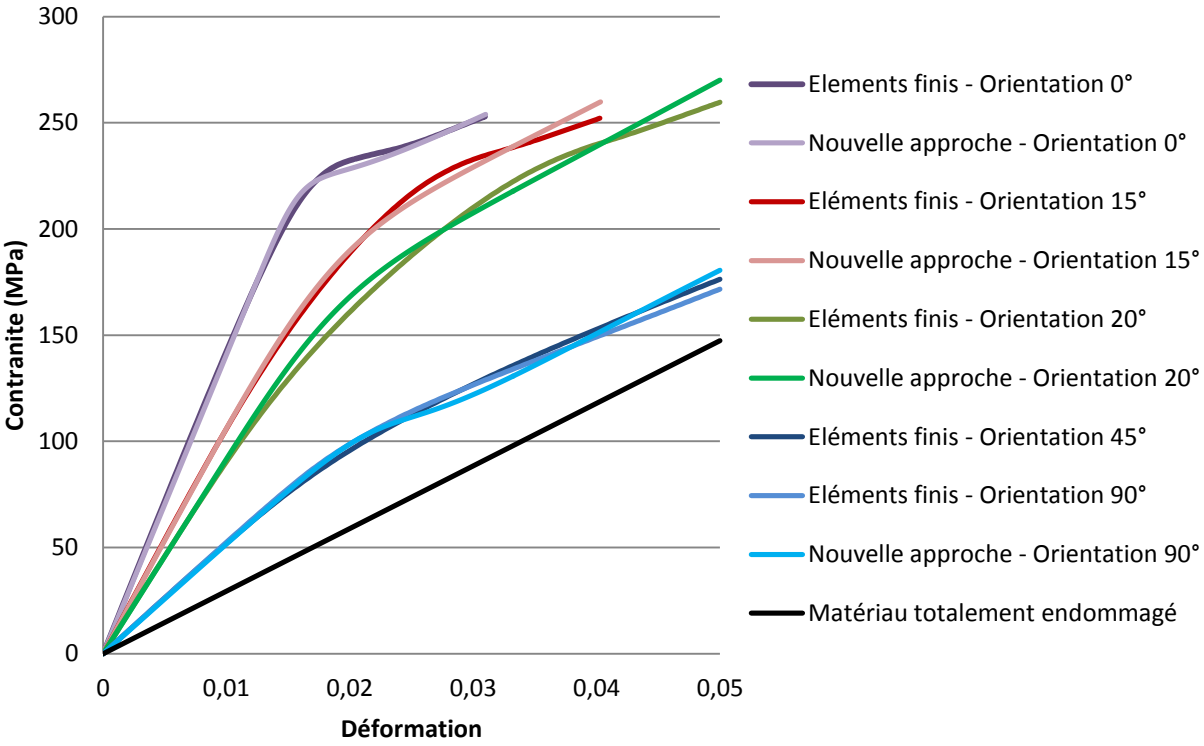


Figure II.30 – Courbes contraintes/déformations du PA66-GF30 avec l'effet de la décohésion à l'interface. Les courbes obtenues par éléments finis utilisent les éléments cohésifs.

	Paramètres de la loi de décohésion de l'interface			
	η_{int}	a	κ	ω
Matériau 1	2,9	1,02	0,015	-0,23
Matériau 2	5,01	0,89	0,060	-2,96
PA66-GF30 - 0°	11,7	2,88	0,06	-1,86
PA66-GF30 - 15°	10,6	0,81	0,28	-0.3
PA66-GF30 - 90°	8,91	0,37	0,137	-2,34

Tableau II.7 – Valeurs identifiées pour les paramètres de la loi de décohésion de l'interface pour la validation de cette dernière à travers les simulations impliquant des éléments cohésifs. Les matériaux 1 et 2 font référence à ceux présentés dans le Tableau II.4.

5. Conclusion

Les mécanismes d'endommagement du PA66-GF30 analysés dans le chapitre précédent mettent en exergue la nécessité d'une modélisation multi-échelles impliquant des critères d'endommagement locaux. Au cours de ce chapitre, une revue bibliographique a été menée afin d'étudier les différentes approches permettant de modéliser l'endommagement au sein d'un matériau composite. Dans ces conditions, de nombreux auteurs mettent en avant une approche statistique de la dégradation du matériau. Il s'agit généralement de combiner un critère de rupture approprié au mécanisme d'endommagement concerné avec une loi probabiliste de type Weibull. Ainsi, une telle méthode a été développée pour intégrer les mécanismes de rupture de fibre et de microfissuration de la matrice. Une loi probabiliste de Weibull à deux paramètres est utilisée et se base sur la contrainte équivalente de Von Mises de la phase concernée. En ce qui concerne les ruptures de fibre, la loi d'évolution est ensuite agrémentée de deux nouveaux paramètres qui permettent une saturation du taux de fibres rompues. En effet, les investigations expérimentales font état d'une baisse de l'occurrence de ce mécanisme au fur et à mesure du chargement. Il en va de même pour la microfissuration de la matrice, si ce n'est qu'elle s'accélère proche de la fin de vie du matériau. Cet aspect est donc ajouté à la loi d'évolution via une loi exponentielle qui ne s'active que lorsque la matrice est suffisamment endommagée. Finalement, ces deux cinétiques d'évolution sont bloquées lors de la décharge du matériau, sur la base du suivi de la dérivée de la pression hydrostatique que subit la phase concernée.

Par ailleurs, la décohésion de l'interface fibre/matrice tient un rôle particulier au sein de la littérature, tant du point de vue expérimental que de celui de la modélisation. Ainsi, la communauté scientifique a développé de nombreuses méthodes afin de retranscrire au mieux l'effet de la décohésion de l'interface. Cette dernière impacte notablement le transfert de charge entre la matrice et les fibres. Il a ici été choisi de définir une loi probabiliste afin de calculer le paramètre d'endommagement correspondant. Celle-ci se fonde sur un critère quadratique prenant en compte les contraintes normales et tangentielles à l'interface. L'endommagement est calculé tout autour de l'inclusion afin d'en connaître la valeur maximum. Il alimente alors une loi de réduction du transfert de charge de la matrice vers les fibres, définie sur la base du shear lag model. Cette méthode part du principe que le transfert de charge se fait par cisaillement. Elle permet de calculer les contraintes en chaque section de la fibre, qui dépendent alors du facteur de forme de cette dernière. Le paramètre

d'endommagement réduit la longueur utile de la fibre permettant ce transfert de charge. La baisse de celui-ci est ensuite accordement calculée grâce aux équations du shear lag model modifié. L'approche développée est finalement comparée avec une autre approche numérique ainsi qu'avec des résultats expérimentaux. Une bonne corrélation est établie entre ces données et le modèle.

Afin de valider les hypothèses du shear lag model modifié et de tester la nouvelle approche pour des matériaux composites renforcés par des fibres courtes, une investigation numérique par éléments finis est menée. L'intérêt est ici d'utiliser des éléments cohésifs qui permettent de simuler la décohésion de l'interface. Ces éléments, de volume initial nul, se placent entre la fibre et la matrice et obéissent à une loi traction-séparation. Les résultats obtenus sont particulièrement fidèles à la physique de l'endommagement et comparés avec succès à des résultats de la littérature. Une identification poussée de la nouvelle loi d'endommagement de l'interface permet de retrouver le comportement effectif obtenu par éléments finis, pour des configurations avec inclusions sphériques comme ellipsoïdales. De plus, le comportement à l'échelle microscopique renforce l'approche choisie, notamment en ce qui concerne les hypothèses du shear lag model ainsi que la présence d'une interphase au cours de l'endommagement.

En conclusion, des lois d'évolution ont été définies pour les différents mécanismes d'endommagement. Les ruptures de fibres, la microfissuration de la matrice ainsi que la dégradation de l'interface ont chacune un paramètre d'endommagement dédié et calculé à chaque incrément de temps. Ces lois d’endommagement graduelles vont alors permettre de déterminer, de manière incrémentale, le comportement du composite dégradé et de prédire le nombre de cycles à rupture, en se basant sur une limite d’endommagement maximale. Il convient maintenant de définir le modèle multi-échelles qui intégrera ces différentes lois. Le chapitre suivant détaille ainsi la méthode d'homogénéisation choisie, à laquelle se greffera l'implémentation des mécanismes d'endommagements.

III. Modélisation multi-échelles du PA66-GF30

La modélisation du PA66-GF30, et plus généralement de matériaux composites renforcés par des fibres courtes, est une problématique ouverte depuis de nombreuses décennies. Les approches développées sont en partie rappelées dans la section 1 de ce chapitre. Elles se subdivisent en deux groupes : d'une part les approches phénoménologiques, qui visent à donner directement une loi constitutive du comportement du matériau composite ou de sa durée de vie, et d'autre part les approches multi-échelles qui permettent d'approximer les champs locaux dans les différentes phases pour en tirer le comportement effectif du composite. En ce qui concerne les polymères renforcés par des fibres de verre courtes soumis à un chargement en fatigue, un aperçu de la large gamme de modèles existants est donné par une revue bibliographique récente et exhaustive réalisée par Mortazavian et Fatemi [138].

La littérature indique que les approches classiques du calcul de la durée de vie en fatigue, développées pour des métaux, ne sont pas valables pour les polymères [4] [6] [13] [139] [140]. Il convient ainsi d'utiliser des méthodes permettant une plus grande compréhension des différents mécanismes qui interviennent lors de l'usure en fatigue du polyamide 6,6 renforcé par des fibres de verre courtes. Les lois d'endommagement développées au chapitre précédent nécessitent notamment une connaissance des champs locaux au sein de chaque phase. C'est pourquoi une approche multi-échelles est indispensable, et est présentée dans la section 2.

1. Revue bibliographique de la modélisation de thermoplastiques renforcées par des fibres courtes

a. Approches phénoménologiques

Des approches phénoménologiques ont fréquemment été adoptées afin de simuler le comportement cyclique de matériaux composites thermoplastiques renforcés par des fibres courtes. Le but est alors de modéliser directement le comportement effectif du matériau composite, sans passer par une approximation ou un calcul des champs locaux. De par la nature même de ces méthodes, la description de l'endommagement et la prédiction de la durée de vie est réalisée à l'aide de critères macroscopiques. Ces approches sont alors complémentaires avec celles présentées au chapitre II, dont l'ambition est la description de lois d'endommagement à l'échelle microscopique.

Pour une application en fatigue, les modèles phénoménologiques les plus simples ne cherchent à obtenir que le nombre de cycle à rupture N_r pour un chargement cyclique donné. Mourglia-Seignobos a par exemple défini la loi (III-1) dans le cadre de sa thèse [13], en définissant un module d'Young E dépendant de la température θ. σ_{max} correspond à la contrainte cyclique maximale, λ et β sont des paramètres matériaux. Ce modèle permet de bien prendre en compte l'effet de la température sur la durée de vie dans le cas de chargement à faible nombre de cycle, pour lequel l'auto-échauffement prédomine. Cependant, cette approche ne prend pas en compte l'endommagement ni certains paramètres du chargement, comme le rapport de charge ou la fréquence par exemple. De plus, l'auteur se base sur une droite maîtresse linéaire pour définir le comportement en fatigue, ce qui semble ne pas être possible de manière générale au vu de

l'investigation expérimentale décrite dans le chapitre I. Dans la littérature, la modélisation de matériaux composites en fatigue se résume souvent à une approche similaire à celles-ci, où seules des courbes de Wöhler sont définies par des lois phénoménologiques [141] [142]. Poncelet *et al.* ont également développé une estimation de la durée de vie en fatigue basée sur l'auto-échauffement du matériau, en utilisant différents modèles probabilistes [143].

$$\frac{\sigma_{max}}{E(\theta)} = -\lambda . logN + \beta \qquad \text{(III-1)}$$

Un modèle rhéologique du PA66-GF35 a récemment été développé par Launay *et al.* afin de prendre en compte la nature viscoélasto-viscoplastique de la matrice [3] [15]. Il vise à modéliser le comportement du matériau composite avec un chargement oligo-cyclique en traction uniaxiale. La loi constitutive de la matrice y est décrite à l'aide d'un modèle rhéologique 1D intégrant ces effets visqueux. Ce dernier est présenté sur la Figure III.1. L'aspect viscoélastique est rattaché à deux variables de déformations, une pour le court terme ε_{v1} et l'autre pour le long terme ε_{v2}. Une déformation pseudo-viscoplastique ε_{vp} (sans seuil de plasticité), et celle élastique ε_{el} (modérée par une variable d'adoucissement) contribuent également à la déformation totale. Les lois constitutives dérivent ensuite d'un potentiel thermodynamique. La corrélation expérimentale montre que le comportement global est bien capturé par le modèle, bien que la déformation résiduelle ne soit pas correctement décrite (Figure III.2). La section 0.3.b. montrera en outre que des adaptations sont nécessaires pour exprimer au mieux la viscoélasticité de la matrice thermoplastique. Finalement, le phénomène d'adoucissement observé résulte très probablement d'un processus d'endommagement – qui n'est alors pas vraiment pris en charge par le modèle proposé par Launay *et al.* Une approche intégrant les mécanismes d'endommagement s'avère nécessaire pour représenter fidèlement le comportement du PA66-GF30 au vu de l'investigation expérimentale précédemment décrite.

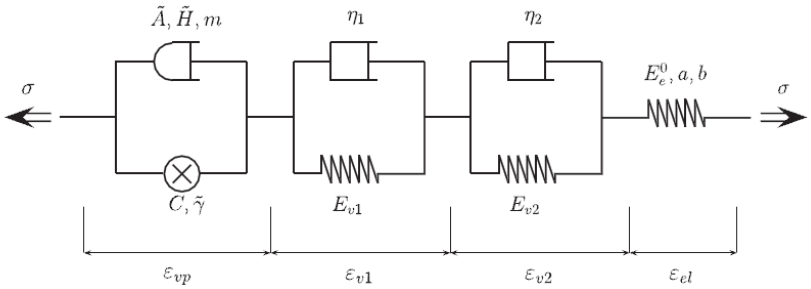


Figure III.1 – Schéma rhéologique 1D du modèle constitutif de Launay *et al.* [3].

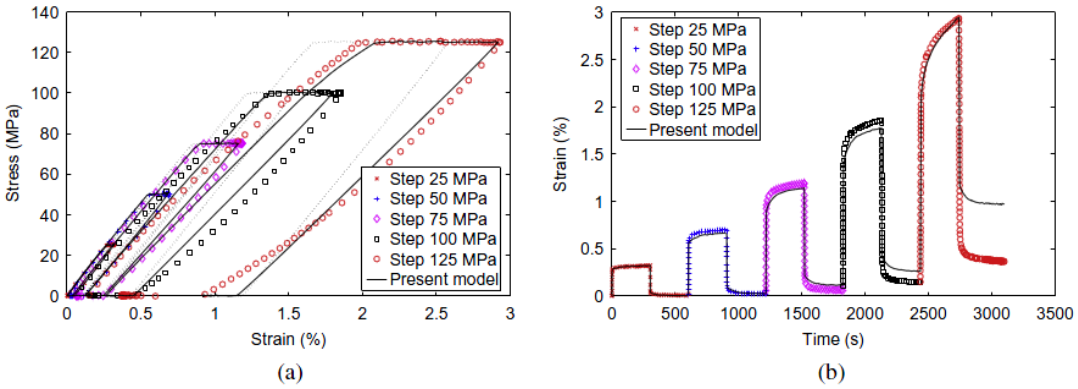


Figure III.2 – Comparaison entre des résultats expérimentaux à amplitude variable et ceux prédits par le modèle constitutif proposé Launay *et al.* en 1D [3].

Une méthode similaire a été utilisée par Yang *et al.*, où le comportement viscoélastique du composite est directement décrit par des séries de Prony [99]. Comme précisé dans le chapitre II et à la différence de Launay *et al.*, ces auteurs intègrent une loi d'endommagement, de type Weibull. D'autre part, Rémond a développé un modèle constitutif viscoélastique pour prendre en compte l'effet de vitesse lors de la charge/décharge d'un polyéthylène renforcé par des fibres de verre courtes [144]. Oshmyan et *al.* ont également conçu une approche rhéologique du matériau composite qui permet de prendre en compte la viscoélasticité inhérente à la matrice polymère ainsi que ses réarrangements structuraux sous chargement [145].

Par ailleurs, Nouri *et al.* ont conçu un modèle intégrant l'évolution anisotropique de l'endommagement inhérente à un matériau composite [4]. Ils définissent l'énergie de déformation élastique d'un matériau endommagé, dont la dérivée par rapport aux variables d'endommagement (composantes d'un tenseur d'endommagement) définit une force thermodynamique anisotrope *Y*. La dérivée de l'endommagement par rapport au nombre de cycle s'exprime alors en fonction de *Y*. La loi constitutive est implémentée sous Abaqus. Cette approche permet de décrire fidèlement la cinétique d'endommagement mais ne tient pas compte de la microstructure du matériau.

Finalement, la théorie des stratifiés a également été étendue pour pouvoir modéliser le comportement de matériaux composites renforcés par des fibres courtes [146]. Chin *et al.* ont ainsi estimé le module élastique effectif en intégrant les distributions d'orientation et de longueur de fibre [147]. Fu et Lauke ont réalisé une approche similaire pour le cas de fibres mal alignées [148]. Notta-Cuvier *et al.* ont par ailleurs développé une approche originale en partant du principe que les fibres n'ont une influence sur le comportement effectif du matériau composite que selon leur direction d'orientation [149] [150]. Cette hypothèse nous semble cependant forte compte tenu du comportement de matériaux composites.

b. Modèles multi-échelles

Les approches multi-échelles appartiennent généralement à deux groupes principaux. D'une part, il y a le calcul direct, par éléments finis, et d'autre part les méthodes issues de la micromécanique. La simulation par éléments finis (EF) permet d'obtenir les champs locaux en tout point d'un maillage du volume d'un matériau considéré. Il s'agit d'un outil puissant sans égal, mais les ressources numériques qu'il nécessite peuvent vite devenir problématiques. À noter qu'une simulation par élément finis peut contenir des éléments dont la loi constitutive est issue de la micromécanique. De nombreux auteurs ont eu recours aux éléments finis afin de modéliser des matériaux composites renforcés par des fibres courtes, utilisant la versatilité de la méthode à leur avantage. Horst *et al.* prennent par exemple en compte une matrice plastique ainsi qu'une décohésion fibre-matrice [151]. La matrice polyamide en elle-même peut être le sujet d'une simulation EF avec plusieurs phases [152].

La micromécanique vise quant à elle à déterminer le comportement effectif d'un matériau hétérogène en l'assimilant à un milieu homogène équivalent. Une approche micromécanique permet alors une modélisation multi-échelles au prix d'une puissance de calcul non négligeable mais raisonnable par rapport aux approches par éléments finis de type FE^2 [153]. Elle prend notamment en compte la microstructure du matériau, comme détaillé dans la partie 2 de ce chapitre. Des modèles micromécaniques ont donc été développés afin de pouvoir gérer la forme et l'orientation

des renforcements. Cependant et contrairement à une simulation théorique complète sur un volume représentatif, par exemple par éléments finis, elle ne permet pas d'avoir une description discrète des champs locaux mais une moyenne des champs dans chaque phase (ou au mieux l'écart type du champ au sein d'une phase). On parle alors d'homogénéisation à champs moyens. Il reste encore aujourd'hui de nombreux défis à la modélisation de matériaux composites en comportement non linéaire. Pour ces derniers, la détermination des champs locaux est d'une importance capitale pour comprendre et retranscrire les mécanismes ayant lieu aux différentes échelles – et ce d'autant plus dans ces matériaux complexes dont le comportement dépend également de l'histoire de chargement [154]. Il faut noter que les modèles micromécaniques peuvent également être associés à des approches stochastiques pour intégrer la variabilité de la microstructure d'un matériau hétérogène et ainsi évaluer son impact sur les fluctuations du comportement à l'échelle macroscopique [155].

De nombreuses méthodes micromécaniques sont basées sur la solution d'Eshelby [81], détaillée dans la partie 2 de ce chapitre. Bien que celle-ci puisse s'appliquer directement à un matériau composite [156], elle ne prend pas en compte l'interaction entre les différentes inclusions. Pour ce faire, le comportement macroscopique d'un matériau hétérogène peut être évalué avec des schémas d'homogénéisation, tel le modèle auto-cohérent [157] [158], le schéma différentiel [159] [160], la méthode de Mori-Tanaka [96] [161] ou encore les bornes d'Hashin-Shtrikman [162]. L'approche auto-cohérente a notamment été enrichie par Jacquemin *et al.* afin de définir un modèle multi-échelles tenant compte de la diffusion de l'humidité au sein du matériau composite (avec alors un chargement hygro-élastique) [163] [164] [165] [166]. Ceci est particulièrement intéressant dans le cas d'une matrice polymère. Nemat-Nasser *et al.* ont aussi développé une méthode qui permet de prendre les interactions d'hétérogénéités entre elles [167]. Connue sous le nom d'homogénéisation périodique [168] [169], elle définit une cellule unitaire qui sera répétée spatialement à travers le volume étudié à travers des équations de périodicité dédiées. Cet élément représentatif peut contenir une ou plusieurs inclusions, avec chacune son orientation, sa forme et ses propriétés propres. Il existe également le principe de variation incrémentale développé par Ponte-Castenada [170]. Il s'agit alors de déterminer le comportement effectif de matériaux composites dont la réponse est partiellement irréversible. Pour ce faire, l'énergie libre de chaque phase est écrite, ce qui permet de définir celle du matériau composite et finalement un comportement homogénéisé. Lahellec et Ladevèze, ainsi que Brassard *et al.* ont notamment trouvé une bonne corrélation entre cette méthode et des simulations par éléments finis [171] [172]. Par ailleurs, dans le cadre d'un modèle comportant une création importante de cavités et leur évolution par grossissement, il est également envisageable de travailler avec une modélisation multi-échelles fondée sur des critères de type Gurson [173] couplés à la plasticité anisotrope, comme réalisé par exemple par Morin *et al.* [174]. Ces approches ont notamment été développées pour des matériaux poreux. Pour plus de détails, le lecteur est invité à consulter l'ouvrage de référence écrit par Dormieux *et al.* [175].

La méthode micromécanique de Mori-Tanaka, qui est reprise dans le cadre de ces travaux, a été largement utilisée par la communauté scientifique pour homogénéiser des matériaux composites [6] [95] [97] [99] [100] [102] [103] [118] [176] [177] [178] [179] [180]. Cette méthode s'avère relativement efficace en terme de détermination des champs locaux et du comportement effectif, pour une implémentation aisée. Tandon et Weng se sont basés sur cette approche pour simuler le comportement effectif de matériaux composites dont les inclusions sont orientées aléatoirement [181]. Hori et Nemat-Nasser l'utilisent dans le cas d'un modèle avec doubles inclusions [182]. De manière analogue, Friebel *et al.* réalisent une homogénéisation en deux temps pour obtenir le

comportement effectif d'un composite comportant des renforts enrobés [183]. Brinson et Lin applique la méthode de Mori-Tanaka pour modéliser le comportement effectif de matériaux composites viscoélastiques à plusieurs phases [184]. Wu et *al.* ont également développé une approche qui prend en compte la dégradation du matériau avec un modèle d'endommagement de type gradient [185].

Par ailleurs, Kammoun et al. ont adopté une approche multi-échelles intéressante basée sur une homogénéisation à champs moyens pour un composite à matrice élasto-viscoplastique renforcé par des fibres élastiques [92] [186]. Cette méthode, nommée « pseudo-grain », permet de prendre en compte une large gamme de microstructure. Les auteurs discrétisent notamment l'orientation des fibres en créant *N* familles de fibres. Chaque famille permet de définir un pseudo-grain, où les fibres ont une orientation, une fraction volumique et un facteur de forme donnés. La fraction volumique de chaque pseudo-grain est alors pondérée selon les distributions d'orientation et de longueur des fibres. L'homogénéisation du matériau composite se fait alors à deux niveaux : le premier à l'échelle d'un pseudo-grain, et le deuxième à celle du VER. L'un des principaux avantages de cette approche est de définir un module effectif consistant quelque soit la microstructure. Cependant, une étude de Jain *et al.* montre qu'une discrétisation par pseudo-grains ne permet pas de représenter aussi fidèlement les champs locaux moyens dans les différentes phases qu'une homogénéisation globale selon Mori-Tanaka [187].

Il existe aussi des modélisations analytiques alternatives à la micromécanique et à la simulation EF. Elles ne sont souvent valides que pour des hypothèses bien précises, comme par exemple le fait de ne considérer qu'une seule inclusion. Par exemple, le but du shear lag model (SLM), précédemment présenté et adapté dans le chapitre II, est de calculer les champs de contraintes dans la fibre et dans la matrice environnante sans passer par des champs moyens [119] [120] [124]. Il s'agit donc d'une méthode multi-échelles, pour peu qu'une façon de calculer le tenseur de rigidité effective et/ou la contrainte effective soit prodiguée. Carman et Reifsnider ont ainsi enrichi l'analyse du SLM et obtiennent ces grandeurs à travers le calcul de la moyenne volumique de la contrainte dans chaque phase [188]. Un inconvénient majeur du SLM reste cependant sa limitation à des problèmes à une dimension.

2. Modélisation micromécanique et homogénéisation à champs moyens

Au vu de l'étude bibliographique ci-dessus et des conclusions faites aux chapitres précédents, un modèle micromécanique semble être le candidat idéal pour la modélisation du PA66-GF30. Le matériau composite est alors étudié à l'échelle d'un volume élémentaire représentatif (VER). Ce VER est composé de plusieurs phases, à savoir la matrice, les fibres et les vides résultant d'un endommagement. Son comportement effectif s'obtient à l'aide d'une homogénéisation de ce milieu hétérogène. Un milieu homogène équivalent, dont le comportement est représenté par son tenseur de rigidité et/ou de souplesse effectif, peut alors être défini. Pour une simulation en éléments finis, cette approche permet d'avoir accès à des contraintes locales dans chaque phase (pour un VER donné) et permet notamment d'implémenter des critères d'endommagement locaux.

Une homogénéisation aux champs moyens est ici faite par une méthode de type Mori-Tanaka [96]. Les tenseurs de déformations et de contraintes sont ainsi définis constants à l'intérieur

de chaque phase, pour un VER donné. Le comportement effectif de celui-ci se calcule alors à partir de ce comportement moyenné des différentes phases. La construction d'un modèle micromécanique fonctionne en 4 étapes :

- La détermination des comportements locaux : chaque phase ayant généralement une loi constitutive différente (élastique, plastique, viscoplastique…), celles-ci doivent être identifiées et implémentées.
- La description de la microstructure : gestion des fractions volumiques de chaque phase, de la morphologie des inclusions, de leur orientation…
- La localisation : il s'agit de la relation entre les champs locaux et les conditions aux limites du volume considéré.
- L'homogénéisation : cette phase consiste à utiliser les relations sur les moyennes des champs locaux afin de remonter au comportement effectif du VER.

a. Volume élémentaire représentatif

La définition du VER est une étape cruciale de la modélisation. Elle définit notamment les phases en présence. Trois phases distinctes sont initialement considérées : la matrice, les fibres et les vides dus à la dégradation du matériau sous chargement. Afin de modéliser au mieux l'endommagement du composite, il apparaît judicieux d'utiliser un modèle comprenant une interphase, c'est à dire des inclusions enrobées. Cet aspect est démontré dans le chapitre I et s'appuie également sur la revue bibliographique qui ouvre le chapitre II. L'enrobage est donc une quatrième phase : il s'agit d'une zone matricielle avec un facteur de forme propre, une fraction volumique dédiée ainsi qu'une loi de comportement personnalisée. Cette dernière correspond à celle de la matrice à laquelle est rajouté un processus d'endommagement. Au vu des observations expérimentales du chapitre I, le comportement de la matrice est assumé viscoélastique. Les fibres ont un comportement purement élastique, tout comme les vides. La Figure III.3 donne une représentation du VER, avec les différents types de lois constitutives envisagées. Conformément aux investigations antérieures, et afin de modéliser au mieux le comportement réel du matériau composite, quatre mécanismes d'endommagement sont implémentés :

- La rupture de fibres.
- La rupture progressive de l'interface et son impact sur le transfert de charge entre fibres et matrice.
- L'influence de la décohésion de l'interface sur le comportement mécanique de l'enrobage.
- L'apparition et l'accumulation de microfissures dans la matrice.

Par ailleurs, les fibres ne possèdent pas d'orientation unique, comme indiqué par la Figure I.13. Cependant, un modèle micromécanique présuppose une homogénéité des propriétés géométriques au sein d'une même phase. Il existe des approches analytiques lourdes qui permettent de prendre en compte la contribution de chaque orientation à un comportement homogénéisé unique des fibres. Ici, des phases différentes sont définies pour un groupement d'orientations souhaitées. Chaque famille d'orientation se voit donc attribuer des angles d'Euler différents et une fraction volumique dédiée. L'homogénéisation du comportement des fibres n'a donc pas lieu

séparément mais est faite à l'échelle du VER avec les autres phases. À noter que pour chaque famille d'orientation, il y a donc une phase de fibre mais aussi un enrobage orienté associé.

Toutes les lois constitutives ont été implémentées sous la forme de routines utilisateur compatibles avec des logiciels d'analyse par éléments finis (User Material, UMAT). Ainsi, une fois les comportements du VER et de chacune de ses phases identifiés et implémentés, une simulation de type éléments finis en utilisant le logiciel Abaqus pourrait être effectuée. Les particularités imposées par la stratégie de modélisation choisie vont maintenant être détaillées pas à pas.

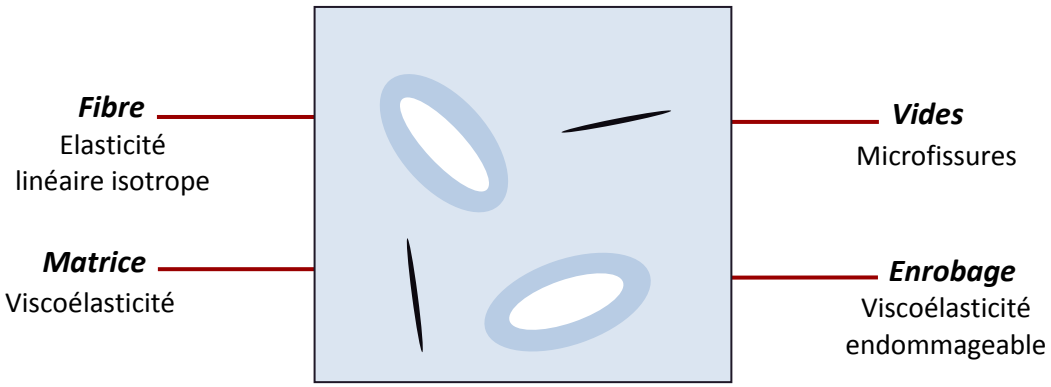


Figure III.3 – Schéma d'un VER du PA66-GF30, avec les différentes phases et leur loi de comportement.

b. *Définition du comportement effectif d'un milieu hétérogène homogénéisé*

La micromécanique n'est devenue une branche à part entière de la mécanique des matériaux qu'à partir des années 1980. Le livre de Mura [189] ainsi que celui d'Hori et Nemat-Nasser [190] ont indéniablement contribués à son essor et restent des références en la matière. Cependant, l'histoire de la micromécanique débute avec les travaux d'Eshelby en 1957 [81], dont les principaux résultats sont rappelés dans l'annexe B. La compréhension du processus d'homogénéisation est alors primordiale. Le but de toute approche micromécanique est de définir le comportement effectif d'un milieu hétérogène en l'assimilant à un milieu homogène, comme représenté sur la Figure III.4. Ceci n'est fait qu'à l'échelle d'un volume élémentaire représentatif (VER). Le résultat visé est la définition de la contrainte effective $\overline{\boldsymbol{\sigma}}$, de la déformation effective $\overline{\boldsymbol{\varepsilon}}$, du tenseur de rigidité effectif $\overline{\boldsymbol{L}}$ et du tenseur des souplesses $\overline{\boldsymbol{M}}$ du milieu homogène équivalent. Le formalisme adopté est ici inspiré du livre de Qu et Cherkaoui [191].

L'hypothèse suivante est faite : le milieu hétérogène et celui homogénéisé sont soumis à une même condition aux limites en déplacement, de telle sorte que la déformation est constante le long de la surface du VER de volume *V*. D'après les théorèmes de la moyenne en contrainte et en déformation, détaillés dans l'annexe D, la contrainte moyenne et la déformation moyenne sur le volume *V* sont respectivement égales à la contrainte et à la déformation aux limites du VER. Une définition standard des tenseurs de rigidité et de souplesse du matériau homogénéisé est donnée par l'équation (III-2). Par ailleurs, la densité d'énergie de déformation *U* est nécessairement constante lors de l'homogénéisation. Soient U_C et U_H les expressions de cette densité d'énergie pour les milieux hétérogène et homogène, respectivement. Ainsi, $\overline{\boldsymbol{L}}$ est le tenseur effectif du matériau

hétérogène si et seulement si ces deux densités d'énergie sont égales. Elles sont définies par les équations (III-3) et (III-4). Le cas homogénéisé est intrinsèquement trivial. À noter que le formalisme adopté s'inspire des travaux de Qu et Cherkaoui [191].

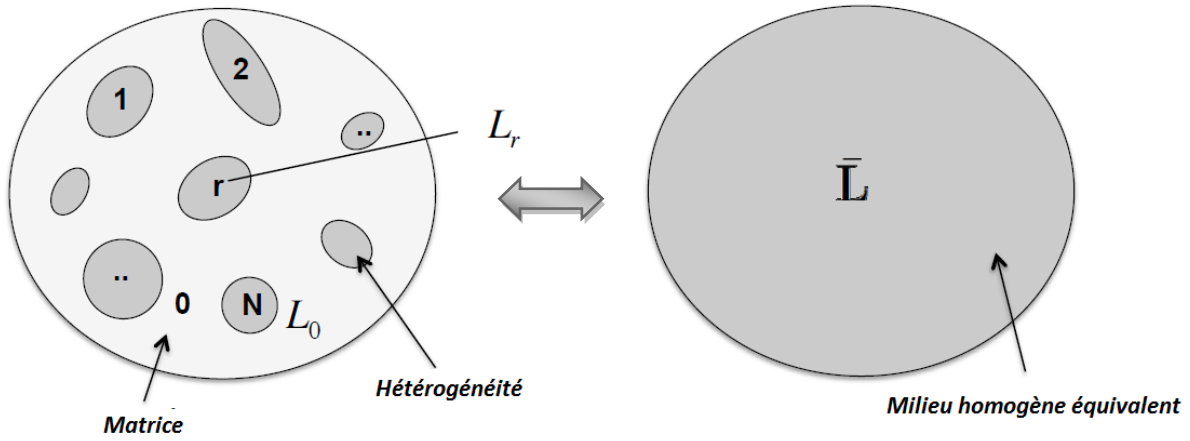


Figure III.4 – Schéma de l'homogénéisation du VER d'un milieu hétérogène en micromécanique.

$$\bar{\sigma} = \bar{L} \,.\, \bar{\varepsilon} \qquad \bar{\varepsilon} = \bar{M} \,.\, \bar{\sigma} \qquad \bar{L}^{-1} = \bar{M} \tag{III-2}$$

$$U_C = \frac{1}{2V}\int_V \varepsilon_{ij}\sigma_{ij}dV = \frac{1}{2}\overline{\varepsilon_{ij}\sigma_{ij}} \tag{III-3}$$

$$U_H = \frac{1}{2}\bar{\varepsilon}_{ij}\bar{\sigma}_{ij} = \frac{1}{2}\bar{\varepsilon}_{ij}\bar{L}_{ijkl}\bar{\varepsilon}_{kl} \tag{III-4}$$

Le théorème de Hill-Mandel, également démontré dans l'annexe D, permet d'écrire la relation (III-5) qui prouve l'égalité entre U_C et U_H. Le tenseur de rigidité effectif est alors retrouvé selon la définition précédente. Il en va de même pour le tenseur effectif de souplesse, qui est défini par l'équivalence des énergies de déformation complémentaires.

$$\overline{\varepsilon_{ij}\sigma_{ij}} = \bar{\varepsilon}_{ij}\bar{\sigma}_{ij} \tag{III-5}$$

c. *Lois de localisation*

Les champs moyens au sein du matériau composite sont définis par les équations suivantes :

$$\bar{\sigma} = \frac{1}{V}\int_V \sigma \, dV \qquad \bar{\varepsilon} = \frac{1}{V}\int_V \varepsilon \, dV \tag{III-6}$$

Or le champ de contrainte à l'intérieur de chaque phase est supposé homogène. Soient c_r la fraction volume de la phase r d'un matériau hétérogène à N phases. L'équation (III-7) découle alors de (III-6).

$$\bar{\sigma} = \sum_{r=0}^{N} c_r\sigma_r \qquad \bar{\varepsilon} = \sum_{r=0}^{N} c_r\varepsilon_r \tag{III-7}$$

En micromécanique, les contraintes et déformations de chaque phase *r* s'expriment grâce aux équations de localisation en déformations et en contraintes, respectivement indiquées (III-8) et (III-9). θ représente la température. Cet aspect de la micromécanique est détaillé dans la section suivante.

$$\varepsilon_r = A_r\bar{\varepsilon} + a_r\theta \tag{III-8}$$

$$\sigma_r = B_r\bar{\sigma} + b_r\theta \tag{III-9}$$

A et ***a*** sont les tenseurs de localisation en déformation, ***B*** et ***b*** sont ceux en contrainte (d'ordres 4 et 2, respectivement). Pour des raisons de simplicité, la température est ici considérée nulle. (III-7) peut alors s'écrire selon l'équation (III-10). Celle-ci donne alors une condition sur les tenseurs ***A*** et ***B*** (III-11).

$$\bar{\sigma} = \sum_{r=0}^{N} c_r\sigma_r = \sum_{r=0}^{N} c_r B_r\bar{\sigma} \qquad \bar{\varepsilon} = \sum_{r=0}^{N} c_r\varepsilon_r = \sum_{r=0}^{N} c_r A_r\bar{\varepsilon} \tag{III-10}$$

$$I_4 = \sum_{r=0}^{N} c_r B_r \qquad I_4 = \sum_{r=0}^{N} c_r A_r \tag{III-11}$$

Ces équations permettent également d'établir la formule (III-12), en notant $\boldsymbol{L_r}$ le tenseur de rigidité de la phase *r*. Le tenseur de rigidité effectif du matériau peut alors s'exprimer selon l'équation (III-13). Il est possible d'exprimer le tenseur de souplesse effectif de manière similaire (III-14). Le comportement effectif du matériau hétérogène est maintenant défini en fonction de celui de ses phases. Il est maintenant nécessaire de choisir une méthode micromécanique permettant de définir les tenseurs de localisation. L'approche ici choisie, initiée par Mori et Tanaka en 1973 [96], se propose de déterminer ces équations.

$$\bar{\sigma} = \sum_{r=0}^{N} c_r\sigma_r = \sum_{r=0}^{N} c_r L_r\varepsilon_r = \sum_{r=0}^{N} c_r L_r A_r\bar{\varepsilon} \tag{III-12}$$

$$\bar{L} = \sum_{r=0}^{N} c_r L_r A_r \tag{III-13}$$

$$\bar{M} = \sum_{r=0}^{N} c_r M_r B_r \tag{III-14}$$

d. Méthode de Mori-Tanaka

Le choix de la méthode micromécanique change la façon de déterminer la localisation. Les tenseurs de localisation ne sont ainsi pas définis de manière unique. Néanmoins, ils dépendent toujours des propriétés du matériau composite et notamment des tenseurs d'interactions ***T***. En pratique, chaque méthode micromécanique définit une déformation de référence $\boldsymbol{\varepsilon_{réf}}$ et un tenseur de rigidité de référence $\boldsymbol{L_{réf}}$ correspondant au comportement de la matrice tel que perçu par une seule inclusion. Localement, le problème se ramène alors au cas d'une inclusion unique au sein d'une matrice, tel que statué par Eshelby, mais avec des propriétés adaptées pour la matrice (III-15). Ces

grandeurs de référence peuvent alors traduire l'influence de la présence de chaque inclusion sur le comportement des autres renforts, et à fortiori sur celui de la matrice. Au final, c'est tout le comportement effectif du milieu homogénéisé qui est impacté par ce choix. Ces considérations sont illustrées sur la Figure III.5.

$$\varepsilon_r = T_r \, \bar{\varepsilon}_{réf} \tag{III-15}$$

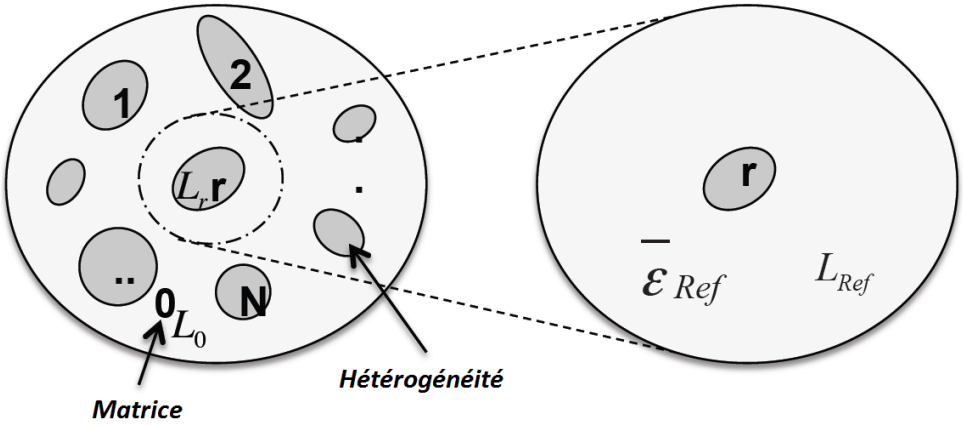


Figure III.5 – Schéma de l'influence du choix de la méthode micromécanique sur le processus d'homogénéisation d'un matériau hétérogène.

i. Principe et application au cas à N-phases

Afin de déterminer le comportement du VER, il convient donc de définir les tenseurs de localisations. Dans le modèle de Mori-Tanaka [96], un problème d'Eshelby est résolu pour chaque inclusion en considérant les propriétés autour du renfort comme étant celles de la matrice. Ceci définit la déformation de référence $\boldsymbol{\varepsilon_{réf}}$ comme étant la déformation moyenne dans la matrice $\bar{\varepsilon}_0$. Le tenseur de rigidité effectif de référence $\boldsymbol{L_{réf}}$ est quant à lui égal à celui de la matrice $\boldsymbol{L_0}$. La méthode de Mori-Tanaka permet de prendre en compte les interactions entre les différentes hétérogénéités à travers une modification appropriée du champ de contrainte moyen dans la matrice. Cette approche est devenue l'une des plus grandes références en micromécanique, notamment grâce aux contributions de Taya et Mura [192], de Weng [193] et de Benveniste [161].

La déformation de chaque phase s'écrit selon l'équation (III-16). À noter que $\boldsymbol{T_0}$ est alors égal au tenseur d'identité d'ordre 4. La déformation moyenne du matériau homogénéisé s'exprime finalement en fonction des fractions volumiques et des tenseurs d'interaction de chaque phase (III-17). La déformation moyenne de chaque phase est alors donnée par la relation (III-18). Cette formule permet de définir les tenseurs de localisation en déformation $\boldsymbol{A_r}$ (III-19). Le même raisonnement peut être utilisé en considérant la contrainte effective du matériau homogénéisé (III-20), et aboutit à l'écriture des tenseurs de localisation en contrainte $\boldsymbol{B_r}$ (III-21).

$$\varepsilon_r = T_r \, \bar{\varepsilon}_0 \tag{III-16}$$

$$\bar{\varepsilon} = \left(\sum_{r=0}^{N} c_r T_r \right) \bar{\varepsilon}_0 \tag{III-17}$$

$$\varepsilon_r = T_r \left(\sum_{r=0}^{N} c_r T_r \right)^{-1} \bar{\varepsilon} \tag{III-18}$$

$$A_r = T_r \left(\sum_{r=0}^{N} c_r T_r \right)^{-1} \qquad A_0 = \frac{1}{c_0} \left(I - \sum_{r=1}^{N} c_r T_r \right) \tag{III-19}$$

$$\bar{\sigma} = \left(\sum_{r=0}^{N} c_r L_r T_r M_0 \right) \bar{\sigma}_0 \qquad \sigma_r = L_r T_r M_0 \left(\sum_{r=0}^{N} c_r L_r T_r M_0 \right)^{-1} \bar{\sigma} \tag{III-20}$$

$$B_r = L_r T_r M_0 \left(\sum_{r=0}^{N} c_r L_r T_r M_0 \right)^{-1} \qquad B_0 = \frac{1}{c_0} \left(I - \sum_{r=1}^{N} c_r B_r) \right) \tag{III-21}$$

En combinant la définition ci-dessus des tenseurs de localisation selon Mori-Tanaka avec les équations (III-13) et (III-14), on remarque le tenseur de rigidité effectif est bien l'inverse du tenseur de souplesse effectif. Il existe d'autres méthodes d'homogénéisation. Les approches les plus courantes sont la solution d'Eshelby pour un milieu dilué (fractions volumiques d'inclusions faibles) et le modèle auto-cohérent (« *self-consistent* »). La première méthode calcule la déformation propre pour chaque inclusion comme si elle ne subissait pas de perturbation du fait de la présence d'autres renforts. La déformation de référence est alors celle du VER et le tenseur de rigidité de référence est celui de la matrice. En ce qui concerne la méthode auto-cohérente, elle assume qu'une seule inclusion n'a qu'un effet négligeable sur le comportement effectif du VER, du fait de la présence d'une multitude de renforts. Le tenseur de rigidité de référence est alors celui effectif du milieu homogénéisé. La déformation de référence est également définie comme étant celle du VER. Or le comportement effectif du milieu homogène dépend des champs locaux et donc de chaque phase. C'est pourquoi cette approche s'exprime de façon implicite et son implémentation numérique doit se faire en conséquence. Les détails et équations de ces deux méthodes sont brièvement donnés dans l'annexe E.

ii. Modèle à inclusions enrobées

Les investigations expérimentales, et notamment l'étude du processus d'endommagement de l'interface, mettent particulièrement l'accent sur la présence d'une interphase entre fibre et matrice. Il s'agit d'une zone matricielle entourant la fibre et dont les propriétés peuvent être légèrement différentes de celle de la matrice non chargée. Cette zone condense une partie non négligeable du comportement endommageable du matériau composite. Le VER, tel que défini par la section précédente, comprend donc une phase qui consiste en un enrobage autour d'une autre ; les fibres. D'un point de vue micromécanique, il est possible de prendre cette particularité en compte en modifiant les tenseurs d'interactions. Il s'agit en fait de considérer des interactions enrobage / fibre et matrice / {enrobage + fibre} en plus des interactions matrice / enrobage et matrice / fibre. Une telle approche a été développée analytiquement par Cherkaoui *et al.* [194]. Ils définissent dans un premier temps de nouveaux tenseurs d'interaction, accordement à l'équation (III-22) où l'exposant et l'indice *I* dénote une inclusion et *c* un enrobage. Pour rappel, ***S*** correspond au tenseur d'Eshelby et peut donc être différent pour l'inclusion et l'enrobage.

$$T_I(L_0)_{ijkl} = S^I{}_{ijmn}(L^0{}_{mnkl})^{-1} \quad T_I(L_c)_{ijkl} = S^I{}_{ijmn}(L^c{}_{mnkl})^{-1}$$
$$T_c(L_0)_{ijkl} = S^c{}_{ijmn}(L^0{}_{mnkl})^{-1} \quad T_c(L_c)_{ijkl} = S^c{}_{ijmn}(L^c{}_{mnkl})^{-1} \tag{III-22}$$

Les déformations moyennes dans l'inclusion $\boldsymbol{\varepsilon^I}$ et dans l'enrobage $\boldsymbol{\varepsilon^c}$ s'expriment alors respectivement selon les équations (III-23) et (III-24), en notant c_c et c_I les fractions volumiques respectives de l'enrobage et de l'inclusion.

$$\varepsilon^I = \bar{\varepsilon} - \left[T_c(L_0)(L_I - L_0) + \frac{c_c}{c_I}T_I(L_0)(L_c - L_0)T_I(L_c)(L_I - L_c) + \frac{c_c}{c_I}\left(T_I(L_c) - T_I(L_0)\right)(L_I - L_c)\right]\varepsilon^I + [I + T_I(L_0)(L_c - L_0)][T_c(L_c) - T_I(L_c)](L_I - L_c)\varepsilon^I \tag{III-23}$$

$$\varepsilon^c = \varepsilon^I + \left[T_I(L_c) - \frac{c_I}{c_c}(T_c(L_c) - T_I(L_c))\right](L_I - L_c)\varepsilon^I \tag{III-24}$$

Ces formules sont valables dans le cas où les inclusions et enrobages possèdent une géométrie non homothétique. Dans le cas contraire, les égalités $T_I(L_0) = T_c(L_0)$ et $T_I(L_c) = T_c(L_c)$ apparaissent et permettent d'écrire les équations (III-25) et (III-26).

$$\varepsilon^I = \bar{\varepsilon} - \left[T_I(L_0)(L_I - L_0) + \frac{c_c}{c_I}T_I(L_0)(L_c - L_0)T_I(L_c)(L_I - L_c) + \frac{c_c}{c_I}\left(T_I(L_c) - T_I(L_0)\right)(L_I - L_c)\right]\varepsilon^I \tag{III-25}$$

$$\varepsilon^c = \varepsilon^I + T_I(L_c)(L_I - L_c)\varepsilon^I \tag{III-26}$$

De nouveaux tenseurs de localisation en déformation peuvent finalement être exprimés et remplacent ceux de Mori-Tanaka. Ils sont exprimés par les équations (III-27) et (III-28) dans le cas général, et par celles (III-29) et (III-30) dans le cas homothétique. Le domaine de validité de ces équations sera abordé dans le chapitre IV, qui proposera alors une modification permettant de représenter plus fidèlement des résultats issus de la littérature.

$$A_I = \begin{bmatrix} I + T_c(L_0)(L_I - L_0) - [I + T_I(L_0)(L_c - L_0)][T_c(L_c) - T_I(L_c)](L_I - L_c) \\ + \frac{c_c}{c_I}\left(T_I(L_0)(L_c - L_0)T_I(L_c) + \left(T_I(L_c) - T_I(L_0)\right)\right)(L_I - L_c) \end{bmatrix}^{-1} \tag{III-27}$$

$$A_c = \left[I + \left[T_I(L_c) - \frac{c_I}{c_c}\left(T_c(L_c) - T_I(L_c)\right)\right](L_I - L_c)\right]A_I \tag{III-28}$$

$$A_I = \left[I + T_I(L_0)(L_I - L_0) + \frac{c_c}{c_I}\left(T_I(L_0)(L_c - L_0)T_I(L_c) + \left(T_I(L_c) - T_I(L_0)\right)\right)(L_I - L_c)\right]^{-1} \tag{III-29}$$

$$A_c = [I + T_I(L_c)(L_I - L_c)]A_I \tag{III-30}$$

iii. Approche incrémentale étendue au milieu à N-phases

Dans cette étude, le comportement du polyamide 6,6 est considéré viscoélastique. La loi constitutive de la matrice et de l'enrobage dépend donc notamment du temps, potentiellement de manière non linéaire. En outre, l'endommagement va également influencer le comportement de nombreuses phases, de façon non linéaire également. Il est alors irréalisable de définir un tenseur de rigidité constant pour la plupart des phases du PA66-GF30, et encore moins de lui donner un module effectif constant. En outre, le tenseur d'Eshelby dépend directement des propriétés de la matrice et n'est donc pas constant au cours du chargement. Il apparaît alors nécessaire de travailler avec des

modules tangents pour chaque phase, sur de petits incréments de temps. Pour ce faire, une méthode de Mori-Tanaka incrémentale est utilisée. Celle-ci nécessite la définition de modules tangents ou "instantanés" reliant les champs de contraintes et de déformations aux différentes échelles de modélisation, ce qui constitue la base de la linéarisation des équations constitutives des différentes phases [195]. Il existe également d'autres méthodes de linéarisation, utilisant des modules sécants [196] ou encore la formulation affine initiée par Rougier *et al.* [197] et développée par de nombreux auteurs [198] [199] [200]. L'intérêt de cette dernière approche est notamment de s'affranchir des estimations trop rigides qui peuvent dans certains cas dépasser les bornes de Hashin-Shtrikman [201].

La méthode incrémentale choisie est similaire à celle développée par Lagoudas *et al.* [202]. Ces auteurs ont travaillé avec des phases aux comportements élastoplastiques. Leur approche peut ici être utilisée car le comportement de ce genre de matériau dépend aussi de son histoire de chargement, à l'instar d'un matériau viscoélastique endommageable. Les formules micromécaniques de la section précédente restent valables et sont applicables aux différents incréments, une fois différenciées. Si un chargement en contrainte est appliqué pendant un temps infinitésimal *dt*, augmentant le champ de contrainte appliquée au matériau d'un montant $d\bar{\sigma} = (\partial\bar{\sigma}(t)/\partial t)dt$, les champs locaux en déformation et en contrainte de chaque phase *r* évoluent selon les équations (III-31) et (III-32). Les doubles crochets indiquent une dépendance à l'histoire du chargement ($\sigma_r(t) = \sigma_r[\![\bar{\sigma}(t)]\!]$). Des équations similaires peuvent être écrites dans le cas d'un chargement en déformation en remplaçant $\bar{\sigma}(t)$ par $\bar{\varepsilon}(t)$. Les incréments de déformation et de contrainte effectifs sont liés selon l'équation (III-33).

$$d\sigma_r(t) = \sigma_r[\![\bar{\sigma}(t) + d\bar{\sigma}(t)]\!] - \sigma_r[\![\bar{\sigma}(t)]\!] = B_r[\![\bar{\sigma}(t)]\!]d\bar{\sigma}(t) \quad \text{(III-31)}$$

$$d\varepsilon_r(t) = \varepsilon_r[\![\bar{\sigma}(t) + d\bar{\sigma}(t)]\!] - \varepsilon_r[\![\bar{\sigma}(t)]\!] = A_r[\![\bar{\sigma}(t)]\!]d\bar{\varepsilon}(t) \quad \text{(III-32)}$$

$$d\bar{\sigma} = \bar{L}d\bar{\varepsilon}, \qquad d\bar{\varepsilon} = \bar{M}d\bar{\sigma} \quad \text{(III-33)}$$

Le trajet de chargement est divisé en une succession de pas de temps *Δt*. Les équations ci-avant s'intègrent alors de manière naturelle pour exprimer les quantités $\boldsymbol{\Delta\sigma_r}$, $\boldsymbol{\Delta\varepsilon_r}$, $\boldsymbol{\Delta\bar{\sigma}}$ et $\boldsymbol{\Delta\bar{\varepsilon}}$. Cette approche pose alors une hypothèse supplémentaire. En effet, les champs locaux sont considérés constants pour un pas de temps donné. L'influence du trajet de chargement à l'intérieur de chaque incrément est donc négligée. À noter que dans le cadre de ces travaux de thèse, les champs de déformation et de contrainte sont toujours supposés homogènes pour une phase donnée.

Il reste un problème numérique qui apparaît lors de l'utilisation d'une méthode micromécanique incrémentale. Certaines lois constitutives possèdent des paramètres qui dépendent directement des champs locaux voire de l'histoire du chargement. Or le tenseur d'Eshelby, calculé en amont de la méthode micromécanique, dépend uniquement des propriétés de la matrice. Ainsi, une matrice sensible par exemple à l'effet de vitesse peut voir son module tangent évoluer d'un pas de temps à l'autre. Le tenseur d'Eshelby est alors basé sur une estimation à l'incrément précédent et n'est donc pas précis. Le même raisonnement peut être tenu à propos des mécanismes d'endommagements. Ces derniers influencent dynamiquement la tenue mécanique de certaines phases voire la microstructure même du VER. C'est pourquoi une procédure itérative est nécessaire à chaque pas afin d'harmoniser la simulation et de recalculer correctement l'évolution des différentes lois constitutives. La convergence de ces itérations est déterminée à l'aide d'un critère de

stabilisation de la répartition de la déformation à chaque pas. Il convient ainsi de choisir judicieusement des incréments suffisamment petits pour la stratégie de modélisation micromécanique adoptée. Dans le cas présent, l'itération initiale est dictée par le comportement du pas de temps précédent. Les champs locaux de l'itération *j+1* sont donnés par l'équation (III-34). D'après les équations (B-12), (III-19) et (III-21), les tenseurs de localisation correspondants s'expriment selon l'équation (III-35) et les tenseurs d'interactions selon (III-36).

$$\Delta\sigma_r{}^{j+1} = B_r{}^j \Delta\bar{\sigma} \qquad \Delta\varepsilon_r{}^{j+1} = A_r{}^j \Delta\bar{\varepsilon} \tag{III-34}$$

$$A_r{}^j = T_r{}^j \left(\sum_{r=0}^{N} c_r{}^j T_r{}^j\right)^{-1} \qquad B_r{}^j = L_r{}^j T_r{}^j M_0{}^j \left(\sum_{r=0}^{N} c_r{}^j L_r{}^j T_r{}^j M_0{}^j\right)^{-1} \tag{III-35}$$

$$T_r{}^j = \left[I + S^j . L_0{}^j{}^{-1}\left(L_r{}^j - L_0{}^j\right)\right]^{-1} \tag{III-36}$$

Comme mentionné précédemment, cette boucle d'itération nécessite un critère de convergence. Celui-ci se porte sur l'incrément du champ de déformation local de la matrice $\Delta\varepsilon_m$ du VER. En effet, il s'agit d'un résultat central d'une telle approche micromécanique, influencé par tous les autres paramètres du modèle. Le critère est alors défini par la formule (III-37). ξ est la tolérance du critère et se doit d'avoir une valeur suffisamment proche de 0 pour garantir une convergence adéquate.

$$\frac{\left\|\Delta\varepsilon_m{}^{j+1} - \Delta\varepsilon_m{}^j\right\|}{\left\|\Delta\varepsilon_m{}^j\right\|} \leq \xi \tag{III-37}$$

Cette équation conclut la définition du modèle micromécanique incrémental basé sur la méthode de Mori-Tanaka et étendu au cas à N-phases. Il convient désormais de s'intéresser aux lois constitutives de chacune des phases.

3. Lois de comportement des différentes phases

Le VER du PA66-GF30 est pour l'instant composé de *(2+2N)* phases, avec *N* le nombre de familles d'orientation. La matrice et les vides constituent les deux phases non orientées. Chaque famille d'orientation regroupe deux phases orientées : les fibres ainsi que leurs enrobages. Cette section vise à détailler les lois constitutives des différents constituants du PA66-GF30 tout en indiquant le rôle des paramètres d'endommagement définis au chapitre précédent. La notation de Voigt sera utilisée pour écrire tout tenseur d'ordre 2 ou 4 (cf. annexe C).

a. Fibres et vides

i. Loi de Hooke

De manière classique, le comportement des fibres et des vides est thermoélastique isotrope linéaire. La loi constitutive correspondante, est linéaire thermoélastique (III-38). Elle nécessite trois

paramètres : un module d'Young E, un coefficient de poisson ν et un coefficient de dilatation thermique α_{CTE}. θ représente la température. Le tenseur de rigidité $\boldsymbol{L}$ s'exprime en fonction des paramètres de Lamé λ et μ (III-39). Ces derniers dépendent de E et de ν (III-40). À noter que le module tangent $\boldsymbol{L_t}$ n'évolue pas et est ici identique au tenseur de rigidité. Le tenseur de souplesse $\boldsymbol{M}$ est exprimé par l'équation (III-41).

$$\sigma = L(\varepsilon - \alpha\theta) \qquad d\sigma = L_t(d\varepsilon - \alpha d\theta) \tag{III-38}$$

$$L = L_t = \begin{pmatrix} \lambda+2\mu & \lambda & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda+2\mu & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda & \lambda+2\mu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2\mu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2\mu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2\mu \end{pmatrix} \tag{III-39}$$

$$\lambda = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} \qquad \mu = \frac{E}{2(1+\nu)} \tag{III-40}$$

$$M = L^{-1} = \frac{1}{E}\begin{pmatrix} 1 & -\nu & -\nu & 0 & 0 & 0 \\ -\nu & 1 & -\nu & 0 & 0 & 0 \\ -\nu & -\nu & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2(1+\nu) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2(1+\nu) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2(1+\nu) \end{pmatrix} \tag{III-41}$$

Les propriétés mécaniques des fibres sont données par le Tableau I.1. Leur fraction volumique initiale c_f^0 est fixée à 18%. Leur facteur de forme est défini à 22. En ce qui concerne les vides, leur module d'Young est nul tout comme leur coefficient d'expansion thermique, et leur coefficient de Poisson est arbitrairement défini comme étant celui de la matrice. En pratique et afin d'éviter des erreurs numériques inutiles, le module d'Young est défini à 1 MPa. Le facteur de forme des vides est fixé à 1. En l'absence d'informations plus précises sur la morphologie, cette hypothèse revient à considérer que l'orientation des vides est assumée suffisamment aléatoire pour que leur moyenne ramène leur facteur de forme à celui d'une sphère. Il convient cependant de noter que l'effet sur le comportement effectif de vides ellipsoïdaux orientées aléatoirement et le comportement de vides sphériques n'est pas tout à fait le même. Cela ne concerne que les fissures qui se développent dans la matrice et qui ne résulte pas directement de la décohésion interfaciale. Il s'agit bien sûr d'une hypothèse, puisque l'expérience montre que l'orientation de la fissuration est préférentiellement orthogonale soit à l'orientation des fibres soit à la direction principale du chargement. Ainsi, il est envisageable d'améliorer cet aspect du modèle en définissant un facteur de forme et une orientation de vides dépendant de la microstructure et du chargement. À noter qu'il peut également y avoir une fraction initiale de vides non nulle c_v^0.

ii. Influence de l'endommagement des fibres

La loi d'évolution des ruptures de fibres, décrite dans le chapitre précédent, définit un paramètre d'endommagement d_f. Celui-ci va réduire la fraction volumique de fibre c_f au profit de celle de fibre rompue c_{fr}, accordement à l'équation (III-42). c_f^0 correspond à la concentration initiale de fibre. Ce calcul est réalisé pour chaque famille d'orientation, chacune possédant son propre

paramètre d'endommagement. Une autre phase est également issue de ce mécanisme. Il s'agit de l'enrobage des fibres rompues, dont le comportement est intrinsèquement différent de celui des fibres saines. Les fractions volumiques correspondantes c_e et c_{er} sont définies par l'équation (III-43), ${c_c}^0$ définissant la fraction volumique initiale d'enrobage de fibres saines. À l'issue de l'influence de ce mécanisme d'endommagement, le VER du PA66-GF30 possède désormais *(2+4N)* phases.

$$c_f = (1 - d_f){c_f}^0 \qquad c_{fr} = d_f\ {c_f}^0 \tag{III-42}$$

$$c_e = (1 - d_f){c_c}^0 \qquad c_{er} = d_f\ {c_c}^0 \tag{III-43}$$

La phase des fibres rompues ne possède pas les mêmes propriétés mécaniques que celle des fibres saines. Tout d'abord, en se basant sur des observations expérimentales, la fissure est assumée transverse. Celle-ci est également supposée se produire au milieu de la fibre. Les fibres rompues possèdent ainsi un facteur de forme égal à la moitié de celui des fibres saines (non rompues). L'orientation des fibres est conservée. La présence de vide en tête de la demi-fibre provoque également une baisse drastique du module longitudinal E_L et du module de cisaillement longitudinal-transverse G_{LT} apparents de la fibre. La loi constitutive de cette nouvelle phase est alors supposée isotrope transverse. Le tenseur de souplesse est défini par l'équation (III-44) en supposant l'orientation de la fibre selon l'axe 1. E_f et ν_f correspondent respectivement au module d'Young et au coefficient de Poisson d'une fibre saine.

$$M = L^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{E_L} & \frac{-\nu_{TL}}{E} & \frac{-\nu_{TL}}{E} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\nu_{LT}}{E_L} & \frac{1}{E} & \frac{-\nu}{E} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\nu_{LT}}{E_L} & \frac{-\nu}{E} & \frac{1}{E} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{LT}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{LT}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{2(1+\nu)}{E} \end{pmatrix} \tag{III-44}$$

b. Matrice et enrobages

i. Modèles issus de la littérature

La loi constitutive du polyamide 6,6 a été largement étudiée par la littérature. Le comportement du PA66 reste cependant un domaine de recherche actif, tant sa modélisation thermomécanique s'avère complexe. De nombreux modèles, généralement phénoménologiques, ont ainsi été développés. Ce paragraphe vise à présenter quelques approches majeures de modélisation du comportement du PA66. À noter que celui-ci dépend énormément des conditions environnementales. Il est donc important de remarquer que quelque soit le modèle envisagé, ses paramètres seront dépendant des conditions hygrothermiques.

Un premier modèle phénoménologique, nommé DSGZ, a été développé pour les polymères semi-cristallins par Yuan *et al.* [203]. Il vise à tirer parti de quatre approches antérieures, à savoir

celles de G'Sell-Jonas [204], de Johnson-Cook [205], de Matsuoka [206] et de Brooks [207]. Le but est de modéliser le comportement thermomécanique de polymères vitreux ou semi-cristallins en viscoplasticité sans seuil. L'approche de Johnson-Cook permet de décrire le comportement plastique de métaux ductiles. Afin de prendre en compte la dépendance de la contrainte à l'effet de vitesse et à la température, ce modèle est allié à celui de G'Sell-Jonas. Ce-dernier propose de modéliser le comportement contrainte-déformation de polymères semi-cristallins. Cela permet alors d'intégrer un comportement viscoélastique et viscoplastique en une seule équation. L'ajout de la contribution de Matsuoka permet de décrire l'adoucissement des polymères vitreux ainsi que de prendre en compte le caractère non-linéaire de la viscoélasticité et de la plasticité. Enfin, le modèle DSGZ se complète par les travaux de Brooks qui permettent de modéliser la recristallisation dynamique des matériaux. Il en résulte une loi constitutive uniaxiale des polymères définie par les équations (III-45) et (III-46). $g(\dot{\varepsilon},T)$ représente la forme sans dimension de $h(\dot{\varepsilon},T)$. Ce modèle possède 8 coefficients (C_1, C_2, C_3, C_4, K, α, m et a). Il a été étendu en trois dimensions et implémenté dans le code LS-Dyna selon un schéma explicite [208] et récemment dans le code Abaqus selon un schéma d'intégration implicite [209]. Cette implémentation permet notamment de déterminer le module tangent à chaque incrément.

La corrélation avec des données expérimentales sur du PMMA recuit est excellente, comme le montre la Figure III.6. L'avantage de ce modèle est de pouvoir travailler en grande déformation, avec des chargements dynamiques de type impact.

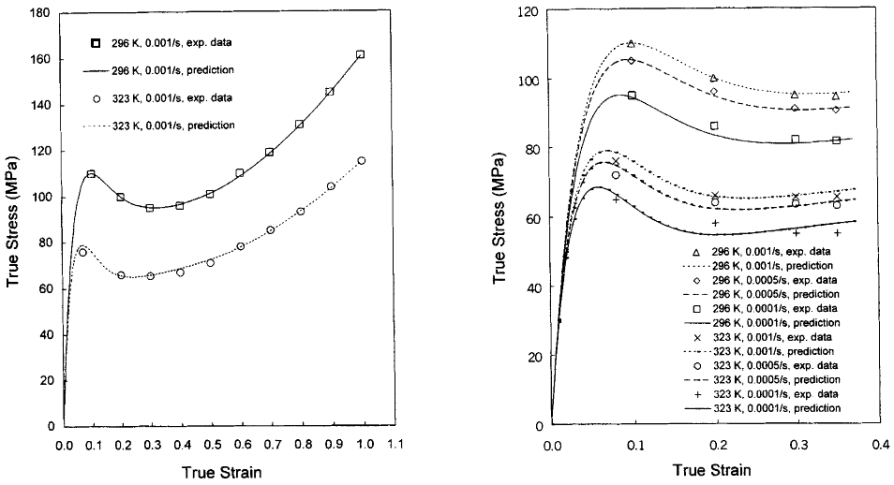


Figure III.6 – Comparaison entre les prédictions du modèle DSGZ et les données expérimentales pour le PMMA recuit [203].

$$\sigma(\varepsilon,\dot{\varepsilon},T) = K\left\{f(\varepsilon) + \left(\frac{\varepsilon.e^{1-\frac{\varepsilon}{C_3.h(\dot{\varepsilon},T)}}}{C_3 h(\dot{\varepsilon},T)} - f(\varepsilon)\right).e^{[\ln(g(\dot{\varepsilon},T))-C_4].\varepsilon}\right\} h(\dot{\varepsilon},T) \qquad \text{(III-45)}$$

$$f(\varepsilon) = (e^{-C_1\varepsilon} + \varepsilon^{C_2}).(1-e^{-\alpha\varepsilon}) \qquad h(\dot{\varepsilon},T) = \dot{\varepsilon}^m e^{a/T} \qquad \text{(III-46)}$$

Cependant et malgré ces résultats, ce modèle n'est pas adapté pour des chargements non monotones. En effet, il ne permet pas de décharge élastique ou viscoélastique. Il faudra donc se tourner vers d'autres approches afin de modéliser le comportement du PA66-GF30 en fatigue.

Hizoum *et al.* ont par exemple développé une méthode afin de simuler au mieux le comportement viscoélasto-plastique en fatigue du polyéthylène haute densité [210]. Ce dernier possède une microstructure similaire à celle du polyamide, organisée en sphérolites immergés dans une phase amorphe. Les auteurs représentent alors le polymère semi-cristallin par un système de deux phases, l'une cristalline rigide et l'autre amorphe. Sous chargement, le squelette cristallin est cependant mis à mal par la cavitation due à l'endommagement. Ainsi, un adoucissement du polymère a lieu dans des zones de concentration de contraintes. En outre, les phases de décharge ou de compression peuvent combler les nano-vides ou recristalliser le matériau. Le polymère est donc finalement modélisé de manière à gérer l'évolution de son taux de cristallinité, tel que décrit de façon rhéologique par la Figure III.8. L'adoucissement et la recristallisation sont gérés en jouant sur la fraction volumique d'une nouvelle phase amorphe, prise sur celle de la phase rigide, à partir de lois d'évolution dédiées. Cette nouvelle phase amorphe est considérée élastique, avec les mêmes paramètres que la phase amorphe initiale. La phase rigide suit une loi viscoélasto-plastique. L'originalité de ce modèle consiste à prendre en compte ces propriétés physiques, ainsi que le fait que l'augmentation de la fraction volumique des vides à l'échelle nano, entre les lamelles cristallines, provoque une augmentation du taux de plasticité et une diminution de la vitesse de cavitation. Des résultats de cette approche sont présentés sur la Figure III.7.

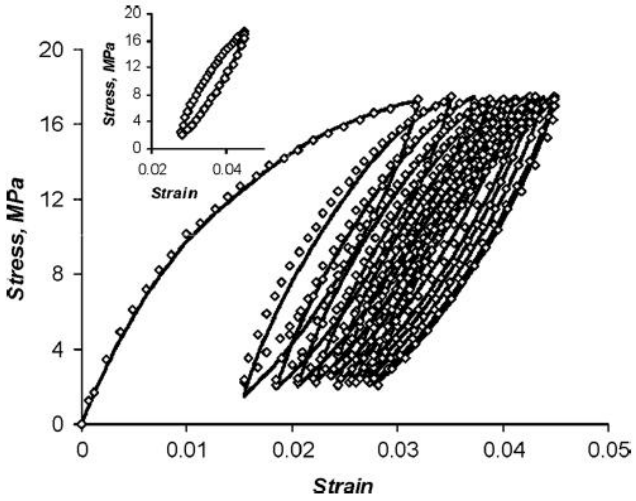


Figure III.7 – Graphe comparatif entre données expérimentales (chargement uniaxial cyclique à taux de déformation et extrema de contraintes contrôlés) et simulation numérique selon le modèle de Hizoum *et al.* [210].

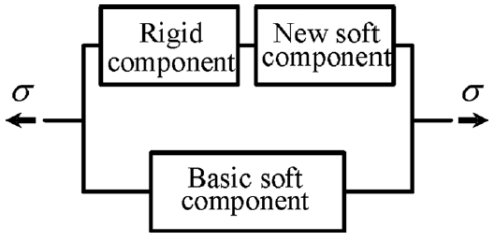


Figure III.8 – Elément basique du modèle de Hizoum *et al.* [210].

Bien qu'intéressant par son concept et fournissant des résultats concluants, le modèle ne peut pas forcément garantir sa fidélité aux phénomènes physiques en présence. En effet, il joue à la

fois sur la recristallisation, la fraction volumique de nano-vide qui peut augmenter ou diminuer, la plasticité et la viscoélasticité. Il ne peut alors pas permettre une estimation précise des champs locaux de la matrice. Cela revient également à dire qu'il n'y a pas de formulation pour le module tangent car ce n'est pas un modèle exprimé en termes de lois d'évolution. Or l'accès à ces champs est vital puisqu'il régit l'ensemble de la méthode micromécanique (cf. section 0.2.d) et pilote également la microfissuration de la matrice. Dans le cadre de l'approche multi-échelles développée, ce modèle ne peut donc pas être utilisé en l'état.

L'idée d'une description rhéologique de la matrice est séduisante. Il s'agit de décrire physiquement les processus en jeu dans la matrice, avec des éléments simples représentant des relations élastiques, viscoélastiques ou (visco-)plastiques. C'est notamment l'approche utilisé par Launay *et al.* pour décrire le comportement complet du PA66-GF35 [3] [15]. Dans le cadre de l'approche multi-échelles développée, seule la loi constitutive de la matrice est souhaitée. Il est alors nécessaire d'étudier plus en détail son comportement afin de proposer un modèle adapté. Comme suggéré par l'investigation expérimentale du chapitre I, le comportement du polyamide 6,6, bien que viscoélasto-plastique lorsqu'il est examiné à part entière, est ici considéré seulement viscoélastique quand il est représente la matrice du matériau composite. Les principaux modèles rhéologiques en viscoélasticité linéaire sont décrits dans la section suivante. Par ailleurs, Alcoutlabi et Martinez-Vega ont considéré un modèle rhéologique viscoélastique fractionnaire pour déterminer la loi constitutive du polyamide [211]. Cette approche non linéaire originale permet d'obtenir un spectre continu de temps de relaxation, au lieu d'en avoir un nombre discret. Ces auteurs l'ont appliquée avec succès pour retranscrire le comportement du polyméthacrylate de méthyle (PMMA), un polymère thermoplastique. Ils sont alors capables de capturer l'effet de vitesse ainsi que celui de la température avec un nombre réduit de paramètre. La corrélation entre leurs résultats et des donnés expérimentales est représentée Figure III.9. Les module E' et E'' correspondent respectivement aux modules de stockage et de perte du matériau visqueux. À noter que Mateos *et al.* [212] ainsi que Gornet *et al.* [213] ont récemment développé avec succès une telle approche pour modéliser le comportement hystérétique de matériaux composites.

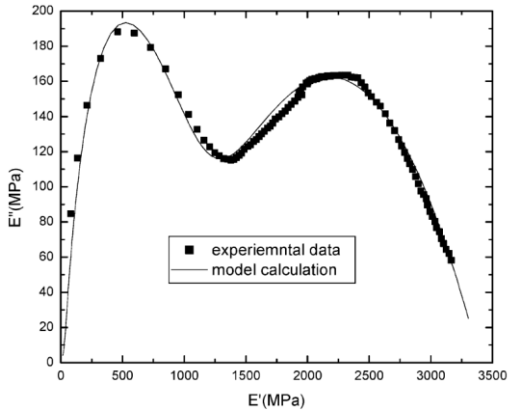


Figure III.9 – Diagramme Cole-Cole (plan complexe) comparant données expérimentales et simulation par rapport au comportement viscoélastique du PMMA [211].

Une autre approche rhéologique viscoélastique fait consensus au sein de la communauté scientifique. Elle concerne l'utilisation des séries de Prony, qui définissent alors un module de Young dépendant du temps et de l'histoire du chargement

(III-47). Les coefficients utilisés ont également l'avantage d'être assimilables à des éléments physiques, ici des ressorts ou des amortisseurs. Cette méthode a notamment été popularisée par Schapery [214]. Elle a été appliquée au PMMA et au polyisobutylène par Park et Schapery [215], et reprise dans un cadre plus général par Bradshaw et Brinson [216]. Cette approche se révèle performante pour capturer l'effet visqueux linéaire. Néanmoins, elle comporte deux défauts majeurs : elle induit un grand nombre de paramètres (cela dépend de la valeur de *n*) et son implémentation numérique nécessite généralement de se placer dans le domaine de Laplace-Carlson ce qui peut être coûteux en terme de puissance de calcul. C'est pourquoi elle ne sera pas utilisée dans le cadre de ces travaux.

$$E(t) = E_\infty + \sum_{i=1}^{n} E_i e^{\frac{-t}{\tau_i}} \tag{III-47}$$

ii. Données expérimentales

Afin de définir quel modèle rhéologique est le plus adapté au polyamide 6,6, des données expérimentales sont acquises par le partenaire industriel de cette thèse, Solvay. Ces données sont obtenues par un analyseur mécanique dynamique, en faisant varier la température à fréquence donnée. Celui-ci mesure le module complexe d'Young en traction E^* et le module complexe de cisaillement G^*, en fonction de la fréquence f et de la température θ (Figure III.10 et Figure III.11). Les grandeurs E^* et G^* sont tracées dans le diagramme de Nyquist, ce qui donne un diagramme Cole-Cole [217]. E' et E'' (resp. G' et G'') correspondent respectivement aux modules de stockage et de perte en traction (resp. cisaillement) du matériau visqueux. Il s'agit des parties réelles et imaginaires du module complexe E^* (resp. G^*). Le déphasage δ_E entre E' et E'' (resp. δ_G entre G' et G'') est donné sur la Figure III.12 (resp. Figure III.13). Ces grandeurs sont définies selon l'équation (III-48). Dans le cas où la dissipation n'est pas d'importance dans le cadre de la modélisation, ou gérée différemment, il est possible de ne s'intéresser qu'à la variation de E' (resp. G') en fonction de la température. Cette courbe est tracée sur la Figure III.14 (resp. Figure III.15). Les données ont été obtenues à partir d'échantillons secs (RH = 0%).

$$\begin{cases} E' = |E^*|cos(\delta_E) \\ E'' = |E^*|sin(\delta_E) \\ tan(\delta_E) = \dfrac{E'}{E''} \end{cases} \qquad \begin{cases} G' = |G^*|cos(\delta_G) \\ G'' = |G^*|sin(\delta_G) \\ \tan(\delta_G) = \dfrac{G'}{G''} \end{cases} \tag{III-48}$$

Ces données DMTA peuvent alors être corrélées avec différents modèles rhéologiques, afin de déterminer lequel correspond le mieux au comportement du polyamide 6,6. À noter que ces graphes sont indépendants de la fréquence. Plusieurs pics de transition peuvent être observés. Le pic indiquant un déphasage maximum indique la transition vitreuse. La température de transition vitreuse T_g peut ainsi être estimée sur ces graphes, pour un matériau sec. Elle est ici d'environ 75°C, ce qui confirme les données du chapitre I. Les autre pics de transition apparaissent à des températures inférieurs à -40°C et ne représentent donc pas d'intérêt dans le cadre d'une utilisation par l'industrie automobile. Seule la transition vitreuse sera donc modélisée. Une large gamme de modèle viscoélastique 1D a été envisagée et testée dans la section suivante.

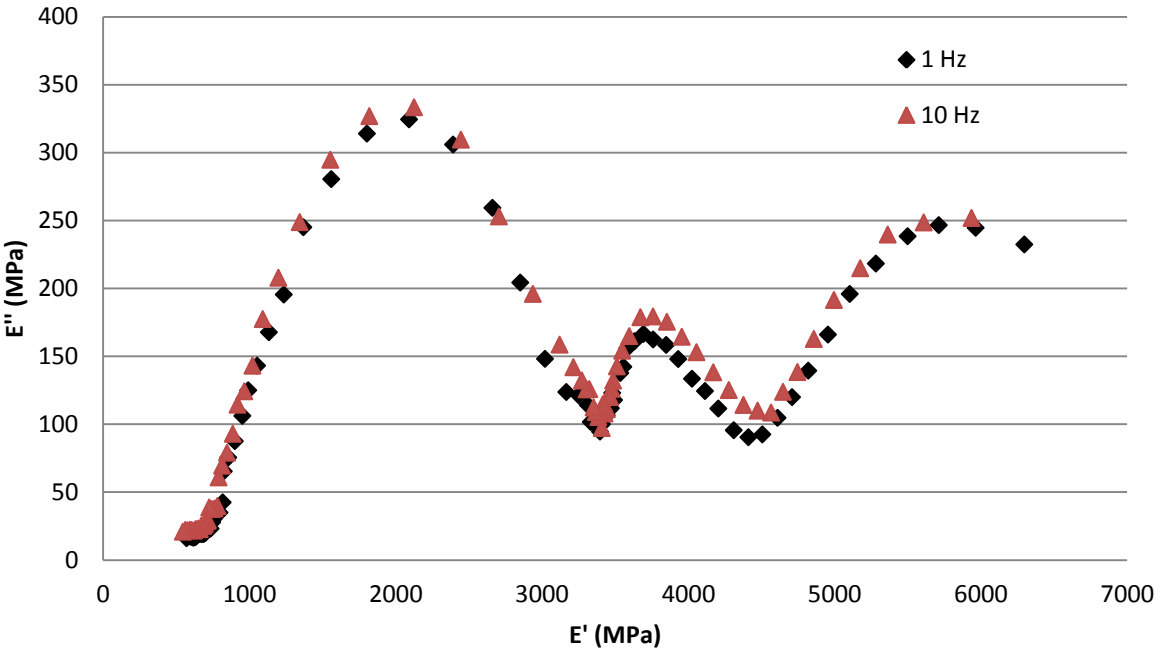


Figure III.10 – Diagramme Cole-Cole du module de traction du PA66 de l'étude.

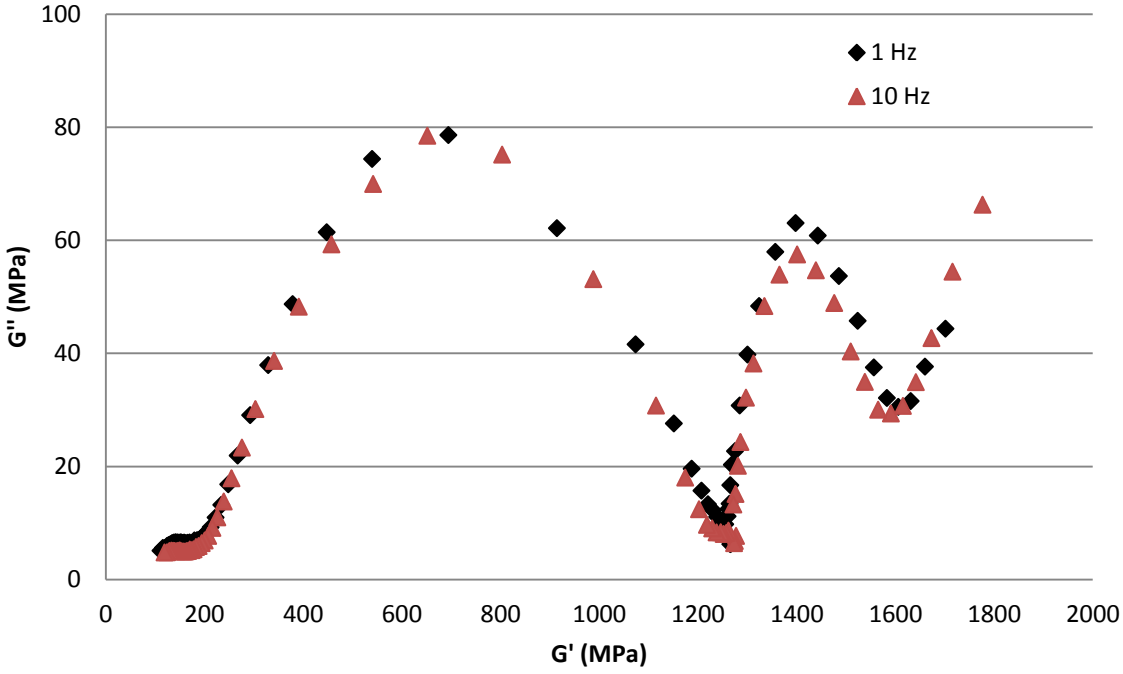


Figure III.11 – Diagramme Cole-Cole du module de cisaillement du PA66 de l'étude.

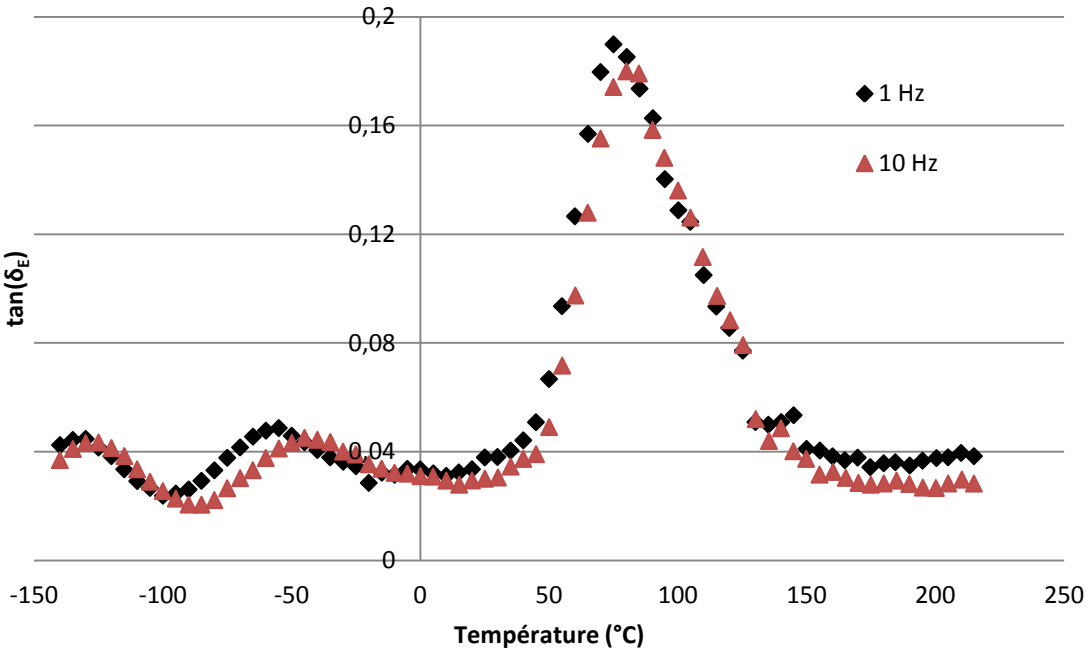


Figure III.12 – Coefficient de perte du module de traction complexe.

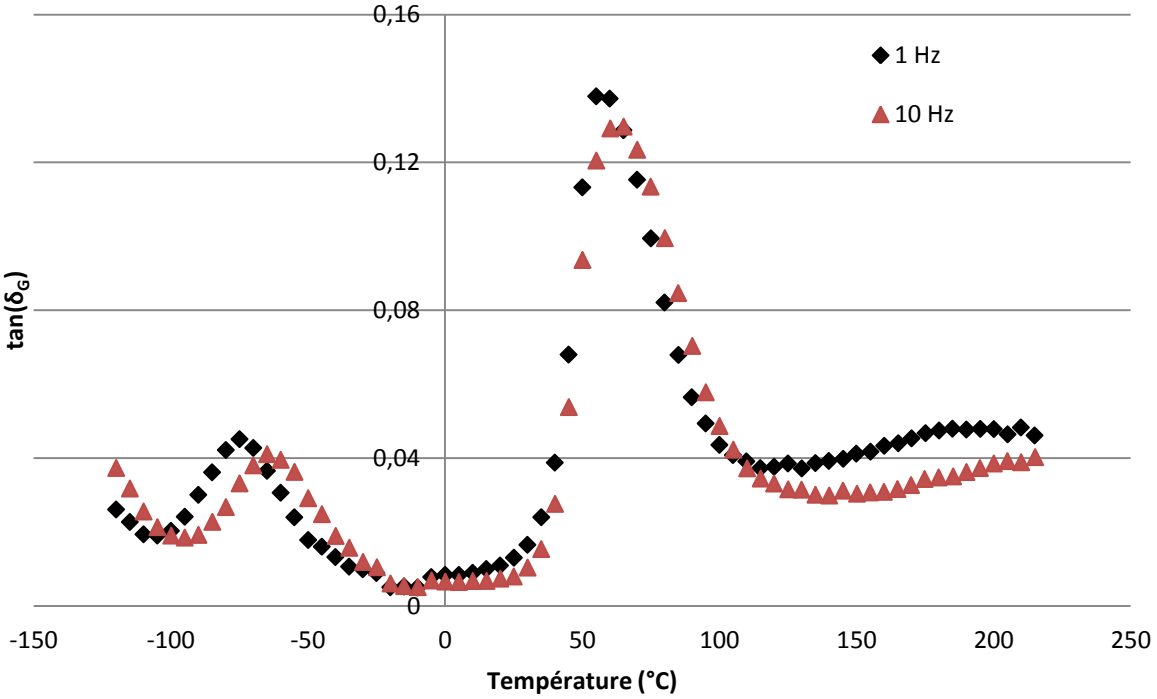


Figure III.13 – Coefficient de perte du module de cisaillement complexe.

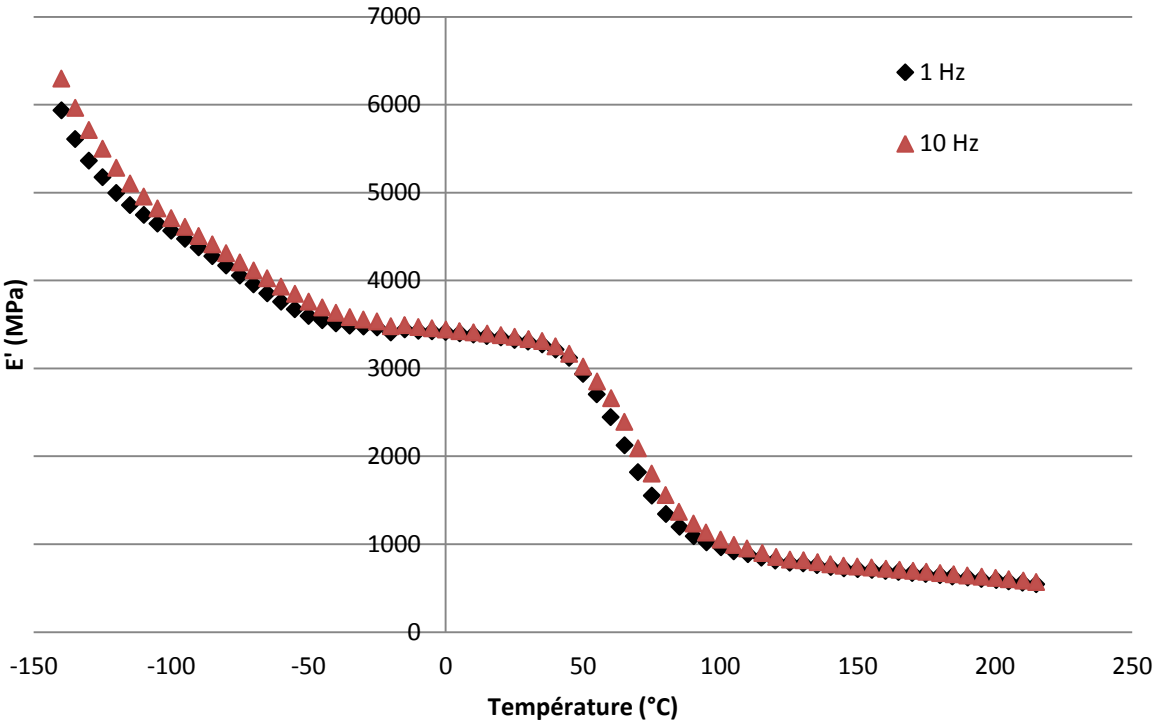


Figure III.14 – Evolution du module de conservation en traction en fonction de la température.

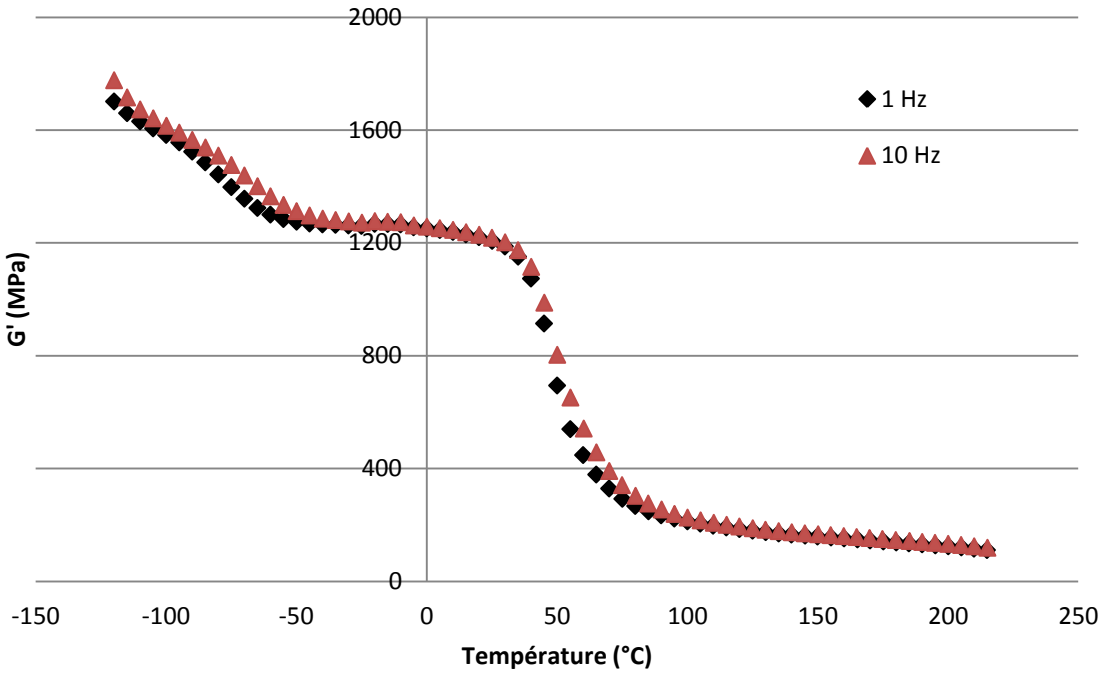


Figure III.15 – Evolution du module de conservation en cisaillement en fonction de la température.

iii. Modèles rhéologiques viscoélastiques

Pour chaque modèle rhéologique 1D, le module complexe est donné en fonction de coefficients associés à des ressorts ou des amortisseurs. La loi constitutive d'un ressort est donnée par l'équation (III-49) et celle d'un amortisseur par l'équation (III-50).

$$\sigma = E_{ressort}\ \varepsilon \tag{III-49}$$

$$\sigma = \eta_{amortisseur}\ \dot{\varepsilon} \tag{III-50}$$

Le modèle de Maxwell comporte un ressort et un amortisseur en série. Le module complexe s'écrit selon la formule (III-51).

$$E^* = \frac{E}{1 + \frac{E}{\boldsymbol{i}\eta\omega}} \tag{III-51}$$

Le modèle de Kelvin-Voigt consiste en un ressort en parallèle avec un amortisseur. Le module complexe s'écrit selon la formule (III-52).

$$E^* = E\left(1 + \frac{\boldsymbol{i}\eta\omega}{E}\right) \tag{III-52}$$

Le modèle de Zener, couramment appelé solide linéaire standard (SLS), consiste en un système de Kelvin-Voigt en série avec un ressort. Il s'agit d'une approche courante car contrairement aux deux précédentes, elle peut supporter un chargement de type relaxation (impossible pour Kelvin-Voigt) ou de type fluage (impossible pour Maxwell). Le module complexe s'exprime selon l'équation (III-53) et est simplifié par le changement de paramètre statué.

$$\begin{cases} E_0 = E_1 \\ E_\infty = \dfrac{E_1 E_2}{E_1 + E_2} \\ \tau = {}^{\eta}/_{E_2} \end{cases} \qquad E^* = E_0 + \frac{E_\infty - E_0}{1 + (\boldsymbol{i}\tau\omega)^{-1}} \tag{III-53}$$

Le modèle de Zener généralisé, analogue à celui de Maxwell généralisé, combine un ressort de raideur E_0 en série avec un nombre infini d'éléments de Kelvin-Voigt (Figure III.16). Le module complexe est donné par l'équation (III-54). Ce modèle comprend trois autres paramètres : un module réel E_∞ symbolisant le module maximal du matériau (pour lequel il n'y a aucune perte : E'' est nul), une constante de temps τ et une variable contrôlant l'ampleur de la dissipation β. Ces trois coefficients permettent à eux seuls de simuler l'infinité d'éléments en série, qui dispose en théorie chacun de leur jeu de paramètres.

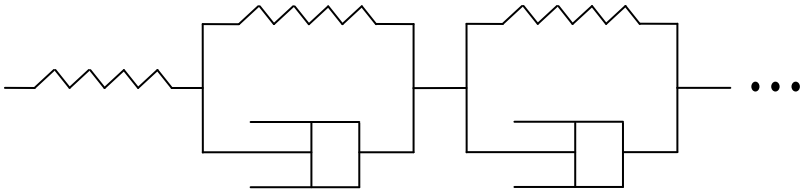


Figure III.16 – Modèle rhéologique de Zener généralisé.

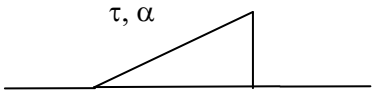
$$E^* = E_0 + \frac{E_\infty - E_0}{1 + (\boldsymbol{i}\tau\omega)^{-\boldsymbol{\beta}}} \quad \text{(III-54)}$$

Ce dernier modèle offre une grande flexibilité en termes de spectre de relaxation et permet de modéliser efficacement la viscoélasticité. Il a donc reçu beaucoup d'attention de la part de la communauté scientifique. Ainsi, certains auteurs ont tenté de l'enrichir. Un modèle de Zener généralisé bi-parabolique a par exemple été mis au point [218] [219]. Il comprend 6 paramètres (dont 5 indépendants) et permet d'introduire deux constantes de temps différentes. Le module complexe est décrit par l'équation (III-55). Une autre approche a été développée par Havriliak et Negami et permet d'avoir une courbe non symétrique dans le repère de Cole-Cole [220]. Elle comprend 5 paramètres, et le module complexe est formulé selon l'équation (III-56).

$$E^* = E_0 + \frac{E_\infty - E_0}{1 + \boldsymbol{a}(\boldsymbol{i}\tau\omega)^{-\boldsymbol{n}} + \boldsymbol{b}(\boldsymbol{i}\tau\omega)^{-\boldsymbol{n}}} \quad \text{(III-55)}$$

$$E^* = E_0 + \frac{E_\infty - E_0}{(1 + (\boldsymbol{i}\tau\omega)^{-\boldsymbol{\alpha}})^{\beta}} \quad \text{(III-56)}$$

Cette description des modèles rhéologiques se termine par une gamme d'approche mettant en jeu un nouvel élément rhéologique : le « s*pring-pot* ». L'expression analytique de son comportement dans le domaine temporel s'exprime avec des dérivés fractionnaires, en fonction d'une constante de temps τ et d'un paramètre de modulation α (III-57). α est compris entre 0 et 1. Il est aisément vérifiable que lorsque $\alpha = 0$, le spring-pot se comporte comme un ressort, et comme un amortisseur quand $\alpha = 1$. Le concept mathématique des dérivés fractionnaires est expliqué dans les travaux de Dubois *et al.* [221], et appliqué par exemple dans ceux de Schiessel *et al.* [222]. Cette piste est intéressante mais n'a pas pu être ici utilisée à son plein potentiel, du fait de difficultés à exprimer ce modèle en 3D en définissant un module tangent pertinent.



$$\sigma(t) = E\tau^{\alpha}\frac{d^{\alpha}\varepsilon(t)}{dt^{\alpha}} \quad \text{(III-57)}$$

Il est alors possible de représenter un modèle de Zener généralisé avec seulement trois éléments rhéologiques et peu de paramètres (cf. encadré rouge

Figure III**.17**). Par ailleurs, des combinaisons de cet élément permettent d'avoir plusieurs pics sur le diagramme Cole-Cole, ainsi que des inclinaisons par rapport à l'axe des abscisses différentes sur les bords du pic. Mieux encore, il est envisageable de mettre des modèles de Zener généralisé en parallèle ou en série. C'est l'ambition du modèle « *Extended Fractional Solid* » (EFS), représenté

Figure III**.17**. Il permet par exemple de simuler le comportement viscoélastique du PA66-GF30 pour des températures basses (< 40 °C). Il a été utilisé avec succès pour du PMMA par Alcoutlabi et Martinez-Vega [211] (cf. Figure III.7). Le modèle EFS comprend une dizaine de paramètres. τ_a, τ_b et τ_c sont des constantes de temps. *a*, *b* et *c* sont les paramètres de modulation des spring-pots. Le module complexe s'écrit alors selon l'équation (III-58).

$$E^* = \frac{E_{0_1} + E_{u1}(i\tau_c\omega)^{\boldsymbol{c}}}{1 + (i\tau_c\omega)^{\boldsymbol{c}}} + \frac{E_{0_2} + E_{u2}\left[(i\tau_a\omega)^{-\boldsymbol{a}} + (i\tau_b\omega)^{-\boldsymbol{b}}\right]}{1 + (i\tau_a\omega)^{-\boldsymbol{a}} + (i\tau_b\omega)^{-\boldsymbol{b}}} \qquad \text{(III-58)}$$

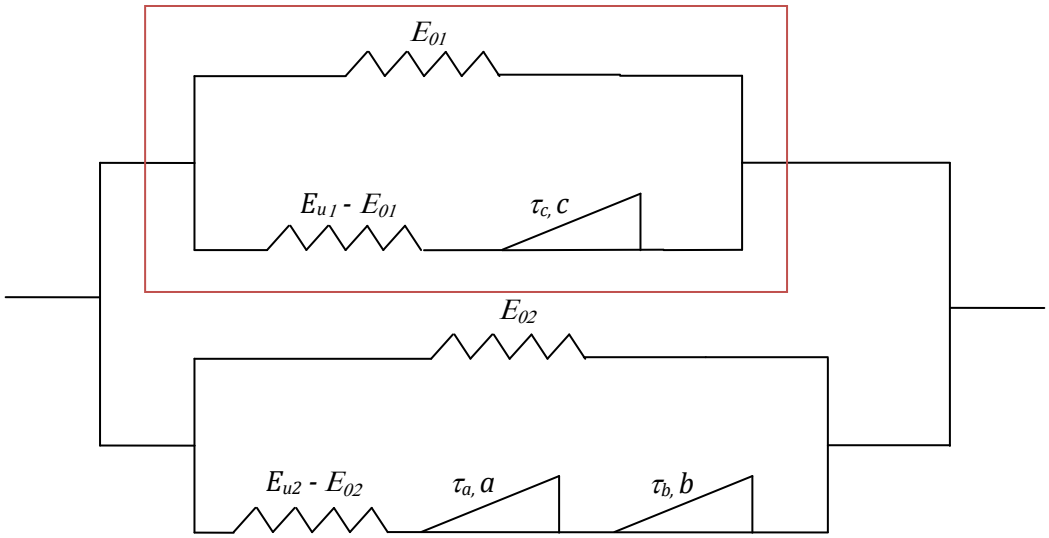


Figure III.17 – Modèle Extended Fractional Solid [211]. L'encadré rouge équivaut à un modèle de Zener généralisé.

Maintenant que les différents modèles envisagés sont posés, il convient d'identifier au mieux leurs paramètres afin de savoir lequel approche le mieux les données expérimentales. Le modèle EFS est écarté de l'identification car il permet de capturer plus de choses que ce dont il y a besoin, comme expliqué dans le paragraphe (III.3.b.i). Les différents modèles sont illustrés sur un diagramme Cole-Cole par la Figure III.18, avec des paramètres arbitraires.

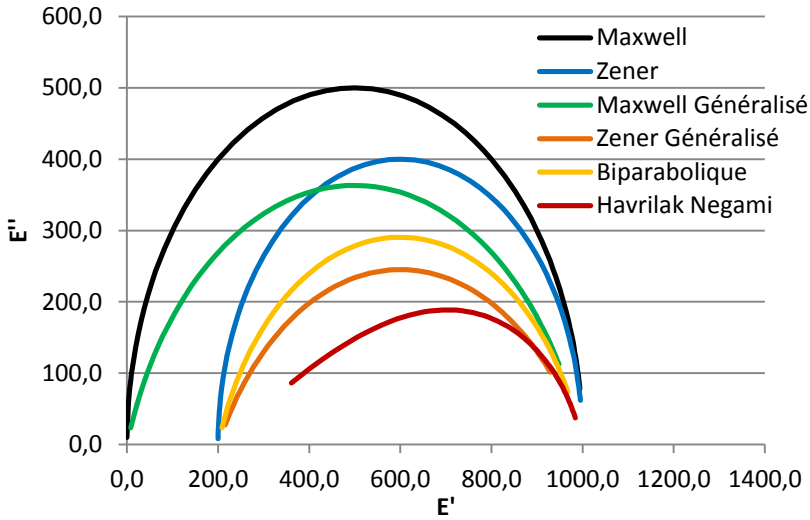


Figure III.18 – Comparaison de diagrammes Cole-Cole type entre les différents modèles

iv. Identification du modèle rhéologique

L'identification directe de paramètres est impossible en l'état. En effet, les modèles rhéologiques n'utilisent que la fréquence ω comme variable, alors que les mesures DMTA ont été faites en faisant varier la température. D'après l'investigation expérimentale menée par le partenaire industriel Solvay, une équivalence temps-température n'est pas évidente. Il s'agit alors de créer une courbe Cole-Cole pour les différents modèles ci-dessus en faisant varier la variable ω, comme le montre la Figure III.18, et de la comparer à la courbe expérimentale.

Pour pouvoir comparer ces tracés avec les données expérimentales, il faut se servir de l'abscisse commune E'. Il convient alors de faire varier ω dans une gamme suffisamment large pour recouvrir la courbe expérimentale. À noter qu'intrinsèquement, il n'est alors pas possible d'identifier une constante de temps de cette manière. Les données expérimentales et simulées sont alors sélectionnées à des valeurs communes de E' afin de pouvoir être comparé deux à deux. Cela apporte également l'avantage de ne pas donner plus de poids aux bases des pics qu'à leur sommet – ces derniers comportant en effet moins de points expérimentaux. D'un point de vue technique, le redécoupage d'une courbe expérimentale ou simulée s'opère de façon identique :

- Les points sont regroupés par groupe de 3, avec des abscisses consécutives.
- Chaque sous-ensemble est interpolé par des polynômes de Lagrange de degré 2.
- Une série d'abscisse équidistante est redéfinie (par exemple ici elle sera de 10 MPa, compromis entre précision et temps de calcul).
- Chaque nouvelle abscisse se voit attribuée la valeur d'interpolation de la courbe réelle pour le segment concerné.

Une courbe d'interpolation passant par tous les points expérimentaux est ainsi obtenue. Elle est de classe C^0 et est composée de polynômes du second degré aux domaines de définitions adjacents. Un exemple arbitraire est donné Figure III.19. À noter qu'une interpolation de la courbe par des splines cubiques pourrait être plus judicieuse, car elle fournit une courbe de classe C^1 voire C^2. Cela nécessite cependant plus de ressources pour un gain ici mineur.

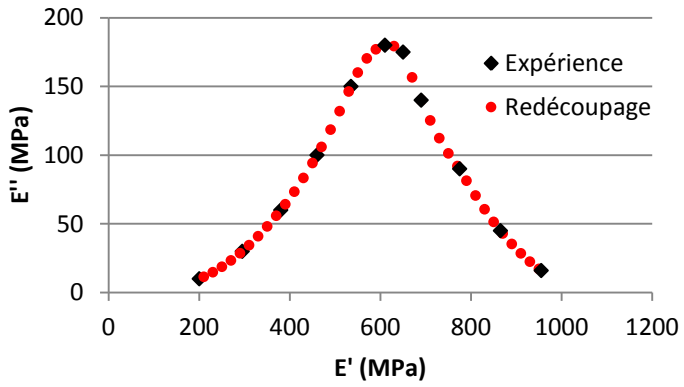


Figure III.19 – Exemple de redécoupage, avec ici un pas de 2 MPa.

L'identification des paramètres a ensuite été faite en utilisant un algorithme génétique développé sous VBA (Visual Basic Application). Ce type d'algorithme d'optimisation évolutionnaire

est détaillé dans le chapitre V. La fonction coût est fondée sur un écart quadratique au sens des moindres carrés entre les courbes expérimentales et simulées. Un affinage de la meilleure solution obtenue est réalisé par dichotomie multivariables. Comme indiqué précédemment, l'identification est limitée aux données concernant la transition vitreuse. L'algorithme offre également la possibilité d'interpoler plusieurs courbes expérimentales simultanément. L'optimisation est alors réalisée sur les deux courbes expérimentales à disposition pour un chargement donné (en traction ou cisaillement, Figure III.10 et Figure III.11).

Les résultats de ces identifications sont résumés dans le Tableau III.1. Il contient les valeurs non normées de la fonction coût du meilleur jeu de paramètres, pou un modèle donné. Les courbes des modèles rhéologiques les plus pertinents sont tracées sur la Figure III.20 pour le module de traction et sur la Figure III.21 pour celui de cisaillement. À noter que le modèle de Kelvin-Voigt n'est pas étudié plus amplement car sa représentation dans le domaine de Nyquist est une simple droite verticale. Par ailleurs, les modèle de Maxwell et de Zener ne s'avèrent pas adapté. En effet, leurs jeux de coefficients respectifs ne permettent pas d'influer sur le déphasage. Les approximations ont été faites pour représenter au mieux le comportement en traction ou en cisaillement (une seule identification pour chaque mode de chargement).

Fonction coût	***Modèles rhéologiques***				
	Zener	*Maxwell généralisé*	*Zener généralisé*	*Biparabolique*	*Havriliak-Negami*
Traction	6758,7	1644,3	**33,9**	**35,3**	**36,9**
Cisaillement	283	71,4	**2,4**	**2,8**	**7,8**

Tableau III.1 – Comparaison de la qualité de l'interpolation des diagrammes Cole-Cole expérimentaux en fonction des modèles rhéologiques envisagés.

En conclusion, les modèles les plus adaptés à la viscoélasticité du polyamide 6,6 sont celui de Zener généralisé, celui bi-parabolique et celui d'Havriliak-Negami. Les fonctions coût des jeux de paramètres optimisés sont très proches. Le modèle d'Havriliak-Negami est cependant plus adapté en cas de dissymétrie du pic, ce qui n'est ici pas marquant. Par ailleurs, le modèle bi-parabolique est fondamentalement similaire à celui de Zener généralisé et n'apporte rien de plus pour cette identification. Ainsi, seul le modèle de Zener généralisé est retenu (Figure III.16), d'autant plus qu'il comporte moins de paramètres que les deux autres. La problématique est désormais d'adapter ce modèle en 3 dimensions. Les objectifs de cette thèse n'étant pas focalisés sur la définition d'un nouveau modèle viscoélastique avancé pour la loi constitutive de la matrice, seul un modèle de Zener 3D sera développé et implémenté, même si le module de perte simulée E'' ne respecte pas celui obtenu expérimentalement. En outre, cet aspect est l'une des missions d'un autre partenaire du projet DURAFIP, qui développe un modèle phénoménologique intéressant à fort contenu physique nommé VENU [223] [224] [225]. Les résultats présentés ici permettent de montrer les évolutions possibles en terme de modélisation afin de pouvoir représenter plus fidèlement le comportement thermomécanique du PA66. À titre informatif, il est également précisé que le modèle EFS permet de

simuler plusieurs pics sur le diagramme Cole-Cole. Une procédure d'optimisation permet d'envisager les possibilités de cette approche et donne la courbe représentée sur la Figure III.22.

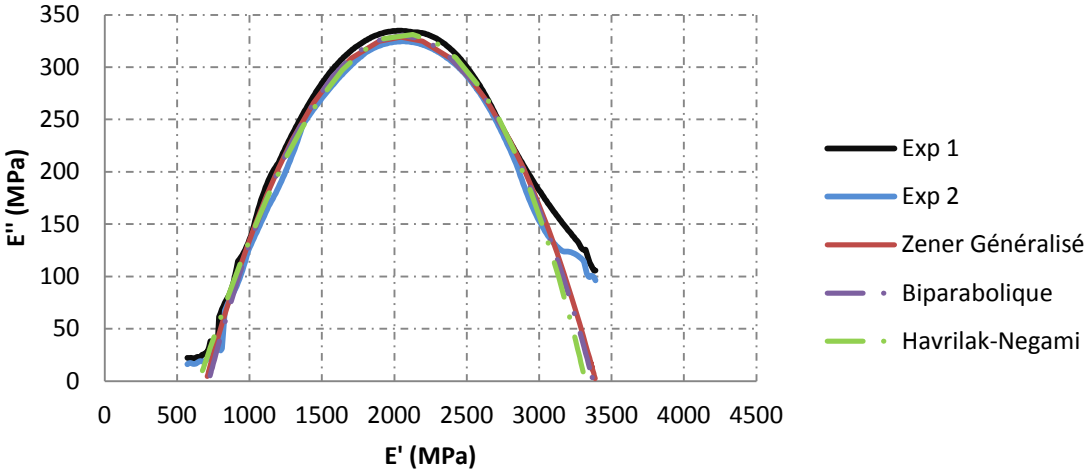


Figure III.20 – Interpolation du diagramme de Cole-Cole du module de traction par les 3 modèles les plus performants.

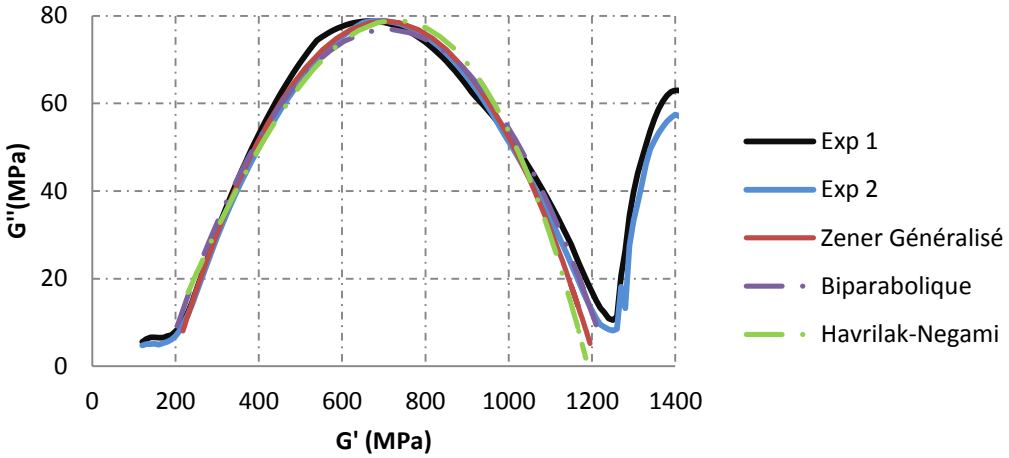


Figure III.21 – Interpolation du diagramme de Cole-Cole du module de cisaillement par les 3 modèles les plus performants.

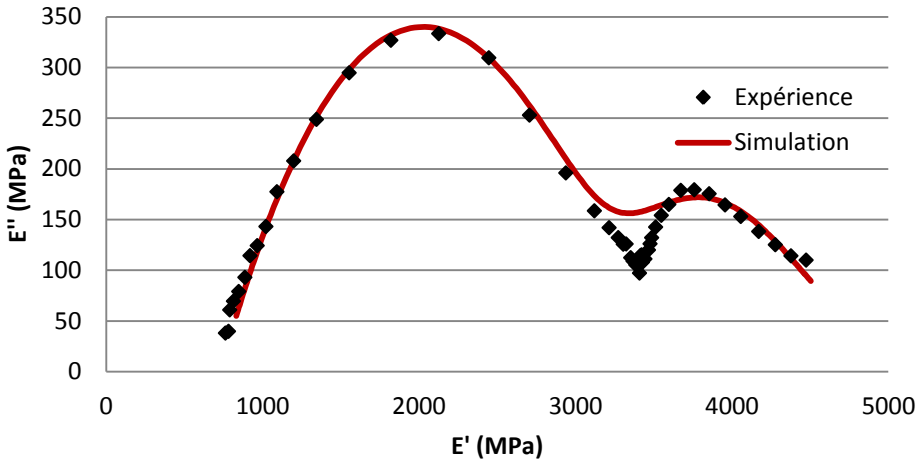


Figure III.22 – Interpolation du diagramme de Cole-Cole sur deux pics du module de traction par le modèle EFS.

v. Viscoélasticité : Zener 3D

Un modèle rhéologique de Zener en 3D est donc développé pour la matrice. Cette étude se base sur les travaux de thèse de Richter [226]. Dans le cadre de cette analyse, l'équation constitutive de départ correspond au modèle de Zener présenté sur la Figure III.23, ce qui a nécessité de revoir le développement des équations. Il nécessite 7 paramètres :

- Un module de compressibilité et de cisaillement pour chaque ressort 3D (K_1, G_1 ; K_2, G_2).
- Une viscosité en compression et en cisaillement (η_b et η_s).
- Un coefficient de dilatation thermique α (non représenté sur le schéma).

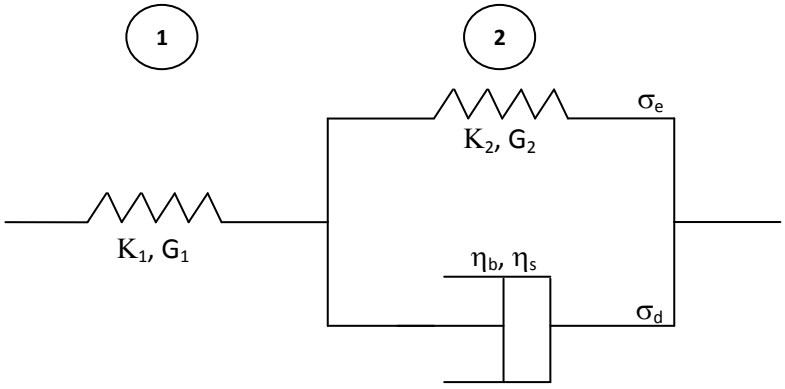


Figure III.23 – Représentation du modèle rhéologique de Zener extrapolé en 3 dimensions.

Dans ce qui suit et de manière arbitraire, un incrément de déformation $\boldsymbol{\Delta\varepsilon}$ est appliqué au système et la réponse en contrainte $\boldsymbol{\Delta\sigma}$ est développée. La loi constitutive est établie en se basant tout d'abord sur les équations inhérentes au modèle, puis sur leur développement avant de s'intéresser séparément aux contraintes normales et à celles de cisaillement. Les équations initiales sont données ci-après. Elles regroupent les équations inhérentes à la rhéologie choisie (III-59), (III-60), (III-61) et (III-62), ainsi que les lois constitutives de chaque élément (III-63), (III-64), (III-65), (III-66) et (III-67). Les indices (*1*), (*2*), (*d*) et (*e*) se réfèrent aux différentes branches du schéma

rhéologique définies sur la Figure III.23. $\boldsymbol{\varepsilon'}$ et $\boldsymbol{\sigma'}$ correspondent respectivement aux déviateurs des déformations et des contraintes.

$$\begin{cases} \sigma = \sigma_1 = \sigma_2 & \text{(III-59)} \\ \sigma_2 = \sigma_e + \sigma_d & \text{(III-60)} \\ \varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 & \text{(III-61)} \\ \varepsilon = \varepsilon_e = \varepsilon_d & \text{(III-62)} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sigma_{d_{ij}} = \eta_b * tr(\dot{\varepsilon_2})\delta_{ij} + 2\eta_s \dot{\varepsilon'}_{2_{ij}} = \left(\eta_b - \frac{2\eta_s}{3}\right) * tr(\dot{\varepsilon_2})\delta_{ij} + 2\eta_s \dot{\varepsilon}_{2_{ij}} & \text{(III-63)} \\ \sigma_{e_{ij}} = K_2 * tr(\varepsilon_2)\delta_{ij} + 2G_2 \varepsilon'_{2_{ij}} = \left(K_2 - \frac{2G_2}{3}\right) * tr(\varepsilon_2)\delta_{ij} + 2G_2 \varepsilon_{2_{ij}} & \text{(III-64)} \\ \dot{\varepsilon}_{2_{ij}} = \frac{1}{9\eta_b} * tr(\sigma_d)\delta_{ij} + \frac{1}{2\eta_s}\sigma'_{d_{ij}} = \left(\frac{1}{9\eta_b} - \frac{1}{6\eta_s}\right) * tr(\sigma_d)\delta_{ij} + \frac{1}{2\eta_s}\sigma_{d_{ij}} & \text{(III-65)} \\ \varepsilon_{2_{ij}} = \frac{1}{9K_2} * tr(\sigma_e)\delta_{ij} + \frac{1}{2G_2}\sigma'_{e_{ij}} = \left(\frac{1}{9K_2} - \frac{1}{6G_2}\right) * tr(\sigma_e)\delta_{ij} + \frac{1}{2G_2}\sigma_{e_{ij}} & \text{(III-66)} \\ \varepsilon_{1_{ij}} = \frac{1}{9K_1} * tr(\sigma_1)\delta_{ij} + \frac{1}{2G_1}\sigma'_{1_{ij}} = \left(\frac{1}{9K_1} - \frac{1}{6G_1}\right) * tr(\sigma_1)\delta_{ij} + \frac{1}{2G_1}\sigma_{1_{ij}} & \text{(III-67)} \end{cases}$$

La dérivée de l'équation (III-61) par rapport au temps donne la formule (III-68). $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\mathbf{2}}$ est alors remplacé selon (III-65) et il en va de même pour $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\mathbf{1}}$ selon la dérivée par rapport au temps de (III-67). En remplaçant $\boldsymbol{\sigma}_{\mathbf{1}}$ par $\boldsymbol{\sigma}$ d'après (III-59), il en résulte l'équation (III-69).

$$\dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon_1} + \dot{\varepsilon_2} \quad \text{(III-68)}$$

$$\dot{\varepsilon} = \left(\frac{1}{9K_1} - \frac{1}{6G_1}\right) * tr(\dot{\sigma})\delta_{ij} + \frac{1}{2G_1}\dot{\sigma}_{ij} + \left(\frac{1}{9\eta_b} - \frac{1}{6\eta_s}\right) * tr(\sigma_d)\delta_{ij} + \frac{1}{2\eta_s}\sigma_{d_{ij}} \quad \text{(III-69)}$$

L'insertion de la relation (III-60) donne ensuite la formule (III-70), introduisant deux scalaires *A* et *B* définis selon (III-71). Cette équation peut alors être réécrite sous la forme (III-72).

$$\dot{\varepsilon} = A * tr(\dot{\sigma})\delta_{ij} + \frac{1}{2G_1}\dot{\sigma}_{ij} + B * tr(\sigma - \sigma_e)\delta_{ij} + \frac{1}{2\eta_s}(\sigma_{ij} - \sigma_{e_{ij}}) \quad \text{(III-70)}$$

$$A = \left(\frac{1}{9K_1} - \frac{1}{6G_1}\right) \qquad B = \left(\frac{1}{9\eta_b} - \frac{1}{6\eta_s}\right) \quad \text{(III-71)}$$

$$\dot{\varepsilon} = A * tr(\dot{\sigma})\delta_{ij} + \frac{1}{2G_1}\dot{\sigma}_{ij} + B * tr(\sigma)\delta_{ij} + \frac{1}{2\eta_s}\sigma_{ij} - \frac{1}{2\eta_s}\sigma_{e_{ij}} - B * tr(\sigma_e)\delta_{ij} \quad \text{(III-72)}$$

L'expression de σ_e (III-64) modifie cette dernière formule et permet d'écrire (III-73). L'utilisation de (III-61) donne alors l'équation (III-74). En remplaçant ε_1 selon (III-67), on obtient (III-75). Cette dernière expression est simplifiée par la définition d'un scalaire *C* (III-76). Une autre simplification est réalisée (III-77) en définissant deux autres scalaires *D* et *E* (III-78).

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon} = {} & A * tr(\dot{\sigma})\delta_{ij} + \frac{1}{2G_1}\dot{\sigma}_{ij} + B * tr(\sigma)\delta_{ij} + \frac{1}{2\eta_s}\sigma_{ij} \\ & - \frac{1}{2\eta_s}\left[\left(K_2 - \frac{2G_2}{3}\right) * tr(\varepsilon_2)\delta_{ij} + 2G_2\varepsilon_{2_{ij}}\right] - B * K_2 * tr(\varepsilon_2)\delta_{ij} \end{aligned} \quad \text{(III-73)}$$

$$\dot{\varepsilon} = A * tr(\dot{\sigma})\delta_{ij} + \frac{1}{2G_1}\dot{\sigma}_{ij} + B * tr(\sigma)\delta_{ij} + \frac{1}{2\eta_s}\sigma_{ij} - \frac{G_2}{\eta_s}\left[\varepsilon_{ij} - \varepsilon_{1_{ij}}\right] - \left[B * K_2 + \frac{1}{2\eta_s}\left(K_2 - \frac{2G_2}{3}\right)\right] tr(\varepsilon - \varepsilon_1)\delta_{ij} \quad \text{(III-74)}$$

$$\dot{\varepsilon} = A * tr(\dot{\sigma})\delta_{ij} + \frac{1}{2G_1}\dot{\sigma}_{ij} + B * tr(\sigma)\delta_{ij} + \frac{1}{2\eta_s}\sigma_{ij} - \frac{G_2}{\eta_s}\varepsilon_{ij} + \frac{G_2}{\eta_s}\left[\left(\frac{1}{9K_1} - \frac{1}{6G_1}\right) * tr(\sigma)\delta_{ij} + \frac{1}{2G_1}\sigma_{ij}\right] - C * tr(\varepsilon)\delta_{ij} + C * \frac{1}{9K_1}tr(\sigma)\delta_{ij} \quad \text{(III-75)}$$

$$C = \left[B * K_2 + \frac{1}{2\eta_s}\left(K_2 - \frac{2G_2}{3}\right)\right] \quad \text{(III-76)}$$

$$\dot{\varepsilon} = A * tr(\dot{\sigma})\delta_{ij} + \frac{1}{2G_1}\dot{\sigma}_{ij} - \frac{G_2}{\eta_s}\varepsilon_{ij} - C * tr(\varepsilon)\delta_{ij} + D * tr(\sigma)\delta_{ij} + E * \sigma_{ij} \quad \text{(III-77)}$$

$$D = \left[B + C * \frac{1}{9K_1} + \frac{G_2}{\eta_s} * \left(\frac{1}{9K_1} - \frac{1}{6G_1}\right)\right] \qquad E = \frac{1}{2\eta_s}\left(1 + \frac{G_2}{G_1}\right) \quad \text{(III-78)}$$

L'influence de la température θ, à travers le coefficient d'expansion thermique α, est prise en compte à l'aide des changements de variables spécifiés par l'équation (III-79) et aboutit à l'expression (III-80).

$$\begin{cases} \varepsilon_{ij} \to \varepsilon_{ij} - \alpha\delta_{ij}(\theta - \theta_0) \\ tr(\varepsilon) \to tr(\varepsilon) - 3\alpha(\theta - \theta_0) \\ \dot{\varepsilon}_{ij} \to \dot{\varepsilon}_{ij} - \alpha\delta_{ij}\dot{\theta} \end{cases} \quad \text{(III-79)}$$

$$A * tr(\dot{\sigma})\delta_{ij} + \frac{1}{2G_1}\dot{\sigma}_{ij} + D * tr(\sigma)\delta_{ij} + E * \sigma_{ij} = \frac{G_2}{\eta_s}\varepsilon_{ij} + C * tr(\varepsilon)\delta_{ij} + \dot{\varepsilon}_{ij} - \alpha\delta_{ij}\dot{\theta} - 3\alpha C(\theta - \theta_0)\delta_{ij} - \alpha\frac{G_2}{\eta_s}\delta_{ij}(\theta - \theta_0) \quad \text{(III-80)}$$

Une méthode de différences finies est maintenant appliquée selon l'équation (III-81) et permet d'écrire l'expression (III-82) en intégrant les incréments des champs locaux (entre les itérations *k* et *k+1*). Finalement, la loi constitutive du modèle de Zener 3D s'exprime selon l'équation (III-83).

$$\begin{cases} {\varepsilon_{ij}}^{k+1} \to {\varepsilon_{ij}}^{k} + \Delta\varepsilon_{ij}, \qquad tr\left(\varepsilon^{k+1}\right) \to tr\left(\varepsilon^{k}\right) + \Delta tr(\varepsilon) \\ \dot{\varepsilon}_{ij} \to \frac{\Delta\varepsilon_{ij}}{\Delta t} \\ \theta^{k+1} \to \theta^{k} + \Delta\theta, \qquad \dot{\theta} \to \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \\ {\sigma_{ij}}^{k+1} \to {\sigma_{ij}}^{k} + \Delta\sigma_{ij}, \qquad tr\left(\sigma^{k+1}\right) \to tr\left(\sigma^{k}\right) + \Delta tr(\sigma) \\ \dot{\sigma}_{ij} \to \frac{\Delta\sigma_{ij}}{\Delta t}, \qquad tr(\dot{\sigma}) \to \frac{\Delta tr(\sigma)}{\Delta t} \end{cases} \quad \text{(III-81)}$$

$$A * \Delta tr(\sigma)\delta_{ij} + \frac{1}{2G_1}\Delta\sigma_{ij} + D\Delta t * tr(\sigma)\delta_{ij} + D\Delta t * \Delta tr(\sigma)\delta_{ij} + E\Delta t\sigma_{ij} + E\Delta t\Delta\sigma_{ij} = \Delta t\frac{G_2}{\eta_s}\varepsilon_{ij} + \Delta t\frac{G_2}{\eta_s}\Delta\varepsilon_{ij} + C\Delta t * tr(\varepsilon)\delta_{ij} + C\Delta t * \Delta tr(\varepsilon)\delta_{ij} + \Delta\varepsilon_{ij} - \alpha\delta_{ij}\Delta\theta - 3\alpha C(\theta + \Delta\theta - \theta_0)\delta_{ij} - \alpha\frac{G_2}{\eta_s}\delta_{ij}(\theta + \Delta\theta - \theta_0) \quad \text{(III-82)}$$

$$
\begin{aligned}
&[A + D\Delta t]\Delta tr(\sigma)\delta_{ij} + \left[\frac{1}{2G_1} + E\Delta t\right]\Delta\sigma_{ij} + [D\Delta t]tr(\sigma)\delta_{ij} + [E\Delta t]\sigma_{ij} \\
&\qquad = \left[\Delta t\frac{G_2}{\eta_s}\right]\varepsilon_{ij} + \left[\Delta t\frac{G_2}{\eta_s} + 1\right]\Delta\varepsilon_{ij} + [C\Delta t]tr(\varepsilon)\delta_{ij} + [C\Delta t]\Delta tr(\varepsilon)\delta_{ij} \\
&\qquad - \alpha\Delta t\delta_{ij}\Delta\theta\left[\frac{1}{\Delta t} + 3C + \frac{G_2}{\eta_s}\right] - \alpha\Delta t(\theta - \theta_0)\delta_{ij}\left[3C + \frac{G_2}{\eta_s}\right]
\end{aligned}
\tag{III-83}
$$

L'implémentation de cette dernière équation n'est dans un modèle numérique n'est pas aisée. Il en effet nécessaire d'exprimer clairement l'incrément de contrainte $\Delta\sigma$ en fonction de celui de déformation $\Delta\varepsilon$. En outre, une définition claire du module tangent est indispensable à l'implémentation de la loi constitutive dans un modèle micromécanique.

Il apparaît ici plus facile de scinder le problème en deux en déterminant séparément les contraintes normales et de cisaillement qui résultent de la consigne en déformation. Afin d'obtenir les contraintes normales, l'équation (III-83) est écrite pour $i = j = 1$, $i = j = 2$ et $i = j = 3$. Les trois expressions obtenues sont alors sommées membre à membre pour obtenir l'équation (III-84). Cette dernière équation peut alors être simplifiée sous la forme (III-85) par l'introduction d'un scalaire F, formulé selon (III-86).

$$
\begin{aligned}
&3A * \Delta tr(\sigma) + \frac{1}{2G_1}\Delta tr(\sigma) + 3D\Delta t * tr(\sigma) + 3D\Delta t * \Delta tr(\sigma) + E\Delta t * tr(\sigma) + E\Delta t\Delta tr(\sigma) \\
&\qquad = \Delta t\frac{G_2}{\eta_s}tr(\varepsilon) + \Delta t\frac{G_2}{\eta_s}\Delta tr(\varepsilon) + 3C\Delta t * tr(\varepsilon) + 3C\Delta t * \Delta tr(\varepsilon) + \Delta tr(\varepsilon) - 3\alpha\Delta\theta \\
&\qquad - 9\alpha C\Delta t(\theta + \Delta\theta - \theta_0) - 3\alpha\frac{G_2}{\eta_s}\Delta t(\theta + \Delta\theta - \theta_0)
\end{aligned}
\tag{III-84}
$$

$$
\begin{aligned}
F * \Delta tr(\sigma) = {} & tr(\varepsilon)\left[\Delta t\frac{G_2}{\eta_s} + 3C\Delta t\right] + \Delta tr(\varepsilon)\left[\Delta t\frac{G_2}{\eta_s} + 3C\Delta t + 1\right] - tr(\sigma)[3D\Delta t + E\Delta t] \\
& - \Delta\theta\left[3\alpha\Delta t(\frac{1}{\Delta t} + 3C + \frac{G_2}{\eta_s})\right] - (\theta - \theta_0)\Delta t\left[3\alpha(3C + \frac{G_2}{\eta_s})\right]
\end{aligned}
\tag{III-85}
$$

$$
F = \left[3A + \frac{1}{2G_1} + 3D\Delta t + E\Delta t\right] \tag{III-86}
$$

En prenant arbitrairement $i = j = 1$ dans l'équation (III-83), et en y réinjectant l'équation (III-85) en remplaçant $\Delta tr(\boldsymbol{\sigma})$, il est alors possible d'obtenir une expression de $\Delta\sigma_{11}$ en fonction de toutes les autres grandeurs connues (III-87). Cette dernière équation est factorisée afin de faire apparaître clairement les coefficients devant chaque contrainte, déformation ou température en jeu (III-88). Les grandeurs $\Delta\sigma_{22}$ et $\Delta\sigma_{33}$ sont obtenues de manière analogue par permutation circulaire des indices.

$$
\begin{aligned}
&[D\Delta t + E\Delta t]\sigma_{11} + [D\Delta t](\sigma_{22} + \sigma_{33}) + \left[\frac{1}{2G_1} + E\Delta t\right]\Delta\sigma_{11} \\
&\quad + \frac{(A + D\Delta t)}{F}\left[tr(\varepsilon)\left[\Delta t\frac{G_2}{\eta_s} + 3C\Delta t\right] + \Delta tr(\varepsilon)\left[\Delta t\frac{G_2}{\eta_s} + 3C\Delta t + 1\right]\right. \\
&\quad \left. - tr(\sigma)[3D\Delta t + E\Delta t] - \Delta\theta\left[3\alpha(1 + 3C + \frac{G_2}{\eta_s})\right] - (\theta - \theta_0)\left[3\alpha(3C + \frac{G_2}{\eta_s})\right]\right] \\
&\quad = \left[\Delta t\frac{G_2}{\eta_s} + C\Delta t\right]\varepsilon_{11} + \left[\Delta t\frac{G_2}{\eta_s} + 1 + C\Delta t\right]\Delta\varepsilon_{11} + [C\Delta t](\varepsilon_{22} + \varepsilon_{33}) + [C\Delta t](\Delta\varepsilon_{22} \\
&\quad + \Delta\varepsilon_{33}) - \alpha\Delta t\Delta\theta\left[\frac{1}{\Delta t} + 3C + \frac{G_2}{\eta_s}\right] - \alpha\Delta t(\theta - \theta_0)\left[3C + \frac{G_2}{\eta_s}\right]
\end{aligned}
\tag{III-87}
$$

$$
\begin{aligned}
&\left[D\Delta t + E\Delta t - \frac{(A + D\Delta t)(3D\Delta t + E\Delta t)}{F}\right]\sigma_{11} + \left[D\Delta t - \frac{(A + D\Delta t)(3D\Delta t + E\Delta t)}{F}\right](\sigma_{22} + \sigma_{33}) \\
&\quad + \left[\frac{1}{2G_1} + E\Delta t\right]\Delta\sigma_{11} \\
&\quad = \left[\Delta t\frac{G_2}{\eta_s} + C\Delta t - \frac{(A + D\Delta t)}{F}\left(\Delta t\frac{G_2}{\eta_s} + 3C\Delta t\right)\right]\varepsilon_{11} \\
&\quad + \left[\Delta t\frac{G_2}{\eta_s} + 1 + C\Delta t - \frac{(A + D\Delta t)}{F}\left(\Delta t\frac{G_2}{\eta_s} + 3C\Delta t + 1\right)\right]\Delta\varepsilon_{11} \\
&\quad + \left[C\Delta t - \frac{(A + D\Delta t)}{F}\left(\Delta t\frac{G_2}{\eta_s} + 3C\Delta t\right)\right](\varepsilon_{22} + \varepsilon_{33}) \\
&\quad + \left[C\Delta t - \frac{(A + D\Delta t)}{F}\left(\Delta t\frac{G_2}{\eta_s} + 3C\Delta t + 1\right)\right](\Delta\varepsilon_{22} + \Delta\varepsilon_{33}) \\
&\quad - \alpha\Delta t\Delta\theta\left[\frac{1}{\Delta t} + 3C + \frac{G_2}{\eta_s} - 3\frac{(A + D\Delta t)}{F}\left(\frac{1}{\Delta t} + 3C + \frac{G_2}{\eta_s}\right)\right] \\
&\quad - \alpha\Delta t(\theta - \theta_0)\left[3C + \frac{G_2}{\eta_s} - 3\frac{(A + D\Delta t)}{F}\left[3C + \frac{G_2}{\eta_s}\right]\right]
\end{aligned}
\tag{III-88}
$$

Afin d'obtenir les contraintes de cisaillement, l'équation (III-83) est écrite pour $i \neq j$ et se simplifie grandement (III-89). Un dernier scalaire H est introduit selon l'expression (III-90).

$$H * \Delta\sigma_{ij} + [E\Delta t]\sigma_{ij} = \left[\Delta t\frac{G_2}{\eta_s}\right]\frac{\gamma_{ij}}{2} + \left[\Delta t\frac{G_2}{\eta_s} + 1\right]\frac{\Delta\gamma_{ij}}{2} \tag{III-89}$$

$$H = \left(\frac{1}{2G_1} + E\Delta t\right) \tag{III-90}$$

Pour des raisons de simplicité, les équations (III-88) et (III-89) sont rassemblées et réécrites de manière tensorielle selon la formulation (III-91). $\boldsymbol{L_t}$ représente le module tangent, $\boldsymbol{L_E}$ et $\boldsymbol{L_S}$ des tenseurs d'ordre 4, et $\boldsymbol{L_{\Delta\theta}}$ et $\boldsymbol{L_\theta}$ des tenseurs d'ordre 2. Ces grandeurs sont décrites par le jeu d'équations (III-92). $\boldsymbol{I_2}$ et $\boldsymbol{I_4}$ sont respectivement le tenseur identité d'ordre 2 et 4. $\boldsymbol{I_{(vol)}}$ est introduit par l'équation (III-93). La loi constitutive de la matrice et de l'enrobage est maintenant pleinement définie. Il ne reste plus qu'à définir l'influence de l'endommagement sur ces deux phases.

$$\Delta\sigma = L_t.\Delta\varepsilon + L_E.\varepsilon + L_S.\sigma + L_{\Delta T}.\Delta T + L_T.(T - T_0) \tag{III-91}$$

$$\begin{cases} L_t = \frac{1}{H}\left[\left(C\Delta t - \frac{(A+D\Delta t)}{F}\left(\Delta t\frac{G_2}{\eta_s} + 3C\Delta t + 1\right)\right)3I_{(vol)} + \left(\Delta t\frac{G_2}{\eta_s} + 1\right)I_4\right] \\ L_E = \frac{1}{H}\left[\left(C\Delta t - \frac{(A+D\Delta t)}{F}\left(\Delta t\frac{G_2}{\eta_s} + 3C\Delta t\right)\right)3I_{(vol)} + \left(\Delta t\frac{G_2}{\eta_s}\right)I_4\right] \\ L_S = -\frac{1}{H}\left[\left(D\Delta t - \frac{(A+D\Delta t)(3D\Delta t + E\Delta t)}{F}\right)3I_{(vol)} + (E\Delta t)I_4\right] \\ L_{\Delta\theta} = -\frac{\alpha}{H}\left(1 + 3C\Delta t + \Delta t\frac{G_2}{\eta_s}\right)\left(1 - 3\frac{(A+D\Delta t)}{F}\right)I_2 \\ L_\theta = -\frac{\alpha}{H}\Delta t\left(3C + \frac{G_2}{\eta_s}\right)\left(1 - 3\frac{(A+D\Delta t)}{F}\right)I_2 \end{cases} \quad \text{(III-92)}$$

$$I_{(vol)_{ijkl}} = \frac{1}{3}\delta_{ij}\delta_{kl}. \quad \text{(III-93)}$$

vi. Influence des lois d'évolution de l'endommagement

La loi d'évolution de la microfissuration matricielle définit un paramètre d'endommagement d_m. Celui-ci va réduire la fraction volumique de matrice c_m au profit de celle des vides c_v, accordement à l'équation (III-94). ${c_m}^0$ correspond à la fraction volumique initiale de matrice. À noter qu'il peut y avoir une concentration de vides initiale ${c_v}^0$.

$$c_m = (1 - d_m){c_m}^0 \qquad c_v = d_m\,{c_m}^0 + {c_v}^0 \quad \text{(III-94)}$$

Par ailleurs, la loi d'endommagement de l'interface fibre/matrice a une influence sur le comportement mécanique de l'enrobage. En effet, l'interphase est une zone naturelle de concentration de contraintes dans les matériaux composites. Une dégradation de l'interface crée automatiquement des défauts dans l'interphase, notamment sous la forme de microfissures. Ces dernières n'ont pas de sens préférentiel et partent dans toutes les directions depuis la décohésion interfaciale. C'est pourquoi le paramètre d'endommagement de l'interface d_{int} est supposé impliquer un adoucissement isotrope de l'enrobage. Le module tangent de l'interphase $\boldsymbol{L_t}$ est alors réduit proportionnellement du pourcentage d'endommagement, en partant d'une valeur initiale $\boldsymbol{{L_t}^0}$, comme indiqué par l'équation (III-95).

$$L_t = (1 - d_{int}){L_t}^0 \quad \text{(III-95)}$$

Le paramètre d'endommagement ici utilisé correspond ainsi au taux de microfissuration de l'enrobage. Cet endommagement atteint une valeur maximale d_{crit} (< 1) qui correspond au taux critique de microdiscontinuités de l'enrobage. La saturation en endommagement définit alors le moment où le transfert de charge vers les fibres devient inexistant, ce qui est introduit par l'équation (III-96) avec un endommagement relatif d^*, accordement à l'expression (II-31).

$$\widetilde{\Psi}(d^*) = \widetilde{\Psi}\left(\frac{d_{int}}{d_{crit}}\right) \quad \text{(III-96)}$$

4. Influence de l'endommagement sur le comportement effectif du matériau composite

a. Scénarios d'endommagement

Cette section vise à résumer le couplage enter le modèle multi-échelles et les lois d'évolution des différents mécanismes d'endommagement. L'implémentation de ces mécanismes est fidèle aux observations expérimentales d'Arif [8] [9] [29], bien qu'ils soient implémentés séparément et de manière concomitante. Le scénario d'endommagement proposé par Arif est illustré pour un VER représentatif du PA66-GF30 sur la Figure III.24. Le modèle ici développé permet de représenter un tel scénario à travers les cinétiques des trois mécanismes d'endommagement implémentés, gouvernées par les critères locaux associés. Pour d'autres conditions environnementales, une microstructure différente ou un chargement spécifique, le scénario d'endommagement résultant peut être prédit en fonction des champs de contraintes locaux et de leurs taux de triaxialité à l'échelle des mécanismes.

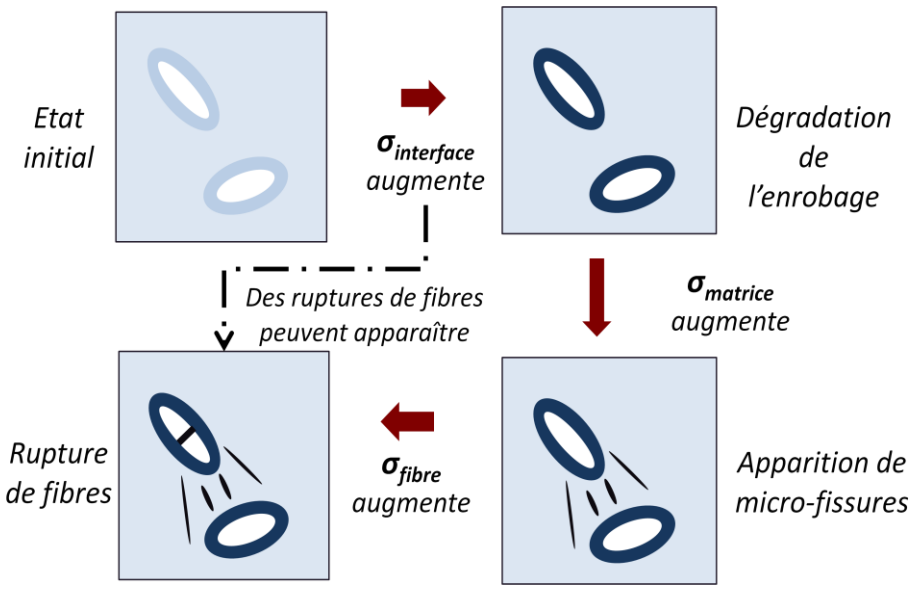


Figure III.24 – Scénario standard de l'évolution de l'endommagement au sein du VER.

Dans le scenario proposé, le premier mécanisme d'endommagement activé est la rupture des interfaces. Une dégradation significative de ces interfaces induit nécessairement, au travers de la réduction du transfert des charges, une diminution des contraintes dans les fibres. Tant que ces interfaces n'ont pas atteint un endommagement critique, les contraintes dans les fibres sont encore importantes et le mécanisme de rupture peut encore être activé. Une fois que les interfaces sont sévèrement endommagées, le transfert de charge est dégradé. Il induit donc un niveau de contrainte faible dans les fibres. La contrainte macroscopique est par conséquent majoritairement supportée par la matrice, ce qui favorise le mécanisme de fissuration de la matrice. Une cinétique d'endommagement calibrée permet l'évolution de cette fissuration, en suivant une accélération de sa cinétique. En effet, l'apparition de vides se fait au détriment de la fraction volumique de matrice, ce qui tend à augmenter encore le niveau de contrainte dans cette phase (report de charge). Une évolution exponentielle de l'endommagement par fissuration traduit alors la coalescence des fissures et la méso-fissuration, menant à la ruine finale du matériau.

De plus, ce scénario est également sensible aux conditions environnementales, dont notamment la température et l'humidité relative. Ainsi, les paramètres des critères d'endommagement évoqués sont susceptibles d'être modifiés en conséquence. L'une des pistes pour intégrer l'effet de l'humidité relative de manière intrinsèque est proposée par Billon [227]. Il s'agit d'intégrer les équivalences des effets couplés entre vitesse de déformation $\dot{\varepsilon}$ et température $(T\text{-}T_g)$.

b. Impact sur le comportement effectif

De manière générale, l'influence des nombreux phénomènes couplés ayant lieu à l'échelle microscopique du PA66-GF30 rend impossible la description analytique directe de la perte de raideur. Ceci est principalement dû au comportement non linéaire et visco-endommageable du composite. Il est donc complexe d'écrire un endommagement macroscopique anisotrope pertinent à travers une loi d'évolution unique, ce qui justifie d'ailleurs la modélisation développée dans ce chapitre. Le module effectif du VER $\boldsymbol{L_{eff}}$ peut cependant être écrit sur la base de l'équation (III-13), comme le montre l'expression (III-97). Toutes les propriétés sont celles initiales à l'exception des paramètres d'endommagement. Les tenseurs de concentrations en déformations $\boldsymbol{A}$ sont obtenus avec les équations micromécaniques de Mori-Tanaka spécifiques aux particules enrobées. Les indices *m*, *v*, *f*, *e*, *fr* et *er* correspondent respectivement à la matrice, aux vides, aux fibres, aux enrobages, aux fibres cassées et à leurs enrobages. Θ correspond à une famille d'orientation et $\boldsymbol{L}$ à un module tangent ($\boldsymbol{L_v}$ est donc un tenseur nul mais est écrit par souci de simplicité).

$$\begin{aligned} L_{eff} = {} & [c_m(1-d_m)]L_m.A_m + [c_v + c_m.d_m]L_v.A_v + \sum_{\Theta}\left[{c^{\Theta}}_f\left(1-{d^{\Theta}}_f\right){L^{\Theta}}_f.{A^{\Theta}}_f\right] \\ & + \sum_{\Theta}\left[{c^{\Theta}}_e\left(1-{d^{\Theta}}_f\right).{L^{\Theta}}_e\left(1-{d^{\Theta}}_{int}\right).{A^{\Theta}}_e\right] \\ & + \sum_{\Theta}\left[\left({c^{\Theta}}_{fr} + {c^{\Theta}}_f.{d^{\Theta}}_f\right){L^{\Theta}}_{fr}.{A^{\Theta}}_{fr}\right] \\ & + \sum_{\Theta}\left[\left({c^{\Theta}}_{er} + {c^{\Theta}}_c.{d^{\Theta}}_f\right).{L^{\Theta}}_{er}\left(1-{d^{\Theta}}_{int,er}\right).{A^{\Theta}}_{er}\right] \end{aligned} \qquad \text{(III-97)}$$

5. Conclusion

Une étude bibliographique critique a été menée afin de cerner les différentes approches existantes pour modéliser le comportement de thermoplastiques renforcées par des fibres de verre courtes. Les conclusions des deux chapitres précédents mettent en avant l'intérêt d'avoir une bonne connaissance des champs locaux afin de pouvoir implémenter les mécanismes d'endommagement de manière pertinente. Ce constat écarte d'office la grande majorité des modèles phénoménologiques au profit de ceux multi-échelles. Parmi ces derniers, l'approche initiée par Eshelby s'avère la plus pertinente en terme de rapport entre précision et temps de calcul. En effet, elle permet une implémentation relativement aisée tout en permettant une transition d'échelle cohérente.

Le problème de l'inclusion équivalente d'Eshelby, détaillé dans la section 2, permet de définir le comportement d'un matériau homogène comportant une hétérogénéité. La résolution de ce

problème correspond à une homogénéisation à champs moyens, dans laquelle les champs de déformation et de contrainte sont constants à l'intérieur d'une même phase. Cette méthode définit une relation entre ces champs locaux et des grandeurs de références associées à la matrice environnante. Ces valeurs de références sont définies par la méthode micromécanique choisie. Le choix s'est ici porté sur la méthode de Mori-Tanaka, étendue à un milieu à N-phases. Cette approche permet notamment de prendre en compte une interaction entre les différentes inclusions au sens où les grandeurs de référence ne sont pas celles du milieu homogénéisé mais celles de la matrice, dont la déformation tient compte de la perturbation causée par les hétérogénéités. Cette approche est finalement écrite de manière incrémentale afin de prendre en compte le caractère non linéaire du comportement du matériau composite résultant du couplage entre endommagement et viscosité.

Par ailleurs, l'étude des mécanismes d'endommagement met en évidence la présence d'une interphase entre la fibre et la matrice. Une phase d'enrobage est donc créée autour de la fibre. Les équations micromécaniques sont alors développées pour prendre en compte le fait qu'une phase joue le rôle d'intermédiaire entre la matrice et l'inclusion. Le volume élémentaire représentatif comprend au final *(2+4N)* phases : la matrice, les vides, et *N* familles orientées contenant les fibres, les fibres rompues ainsi que leurs enrobages respectifs. la loi d'endommagement liée à la microfissuration matricielle alimente la fraction volumique de vide au dépend de celle de la matrice. Celle définie pour les ruptures de fibres diminue les concentrations des fibres et de leurs enrobages au profit de celles des fibres rompues et de leurs enrobages, à orientation donnée.

Le modèle micromécanique nécessite la définition d'une loi constitutive pour chaque phase. Les fibres et les vides sont naturellement assumés élastiques isotropes linéaire. Le comportement des fibres rompues est défini comme étant isotrope transverse. La matrice et l'enrobage suivent la même loi viscoélastique. Celle-ci est issue d'un modèle rhéologique 3D de type Zener. À la différence de la matrice, le module tangent de l'enrobage dépend de manière proportionnelle à l'endommagement de son interface avec la fibre, calculé selon la loi dédiée définie dans le chapitre précédent. Les trois mécanismes d'endommagement sont implémentés de manière concurrente et interviennent donc simultanément. Le scénario d'endommagement dépend alors des paramètres des lois d'évolution, avec pour objectif de reproduire ce qui a été observé lors de l'investigation expérimentale et de prédire des scénarios pour des cas de chargements complexes.

IV. Implémentation numérique du modèle micromécanique

Le modèle multi-échelles est à présent défini et formulé. La méthode micromécanique est désormais choisie, et les lois de comportement et d'endommagement ont été déterminées pour chaque phase et chaque mécanisme d'endommagement. Il convient donc de les implémenter numériquement selon des schémas et algorithmes numériques appropriés. Dans le cadre de ces travaux de thèse, toute une gamme de librairies a été codée en C++ afin de pouvoir simuler le comportement thermomécanique d'un VER. L'enjeu de ces algorithmes est de pouvoir simuler la réponse de tout type de matériau à un chargement thermomécanique quelconque. Ce dernier peut alors être monotone, cyclique, multiaxial ou encore non proportionnel.

Cette approche est conçue de manière très hiérarchisée, ce qui permet d'échanger rapidement une loi de comportement, d'endommagement ou même la méthode d'homogénéisation. Le nombre de comportements matériaux simulables dépasse ainsi largement le cas seul du PA66-GF30. L'ensemble des librairies créées a été rassemblé sous la dénomination *SMART+*, et est désormais partiellement open source sous licence GNU GPL. À noter que *SMART+* permet à l'équipe de capitaliser son savoir-faire en termes de formulation et d'implémentation de lois de comportement de matériaux. Il intègre donc d'autres modules et outils mathématiques dépassant le cadre des présents travaux de thèse.

Les modalités de l'implémentation numérique sont rappelées dans la première section de ce chapitre. Elles permettent de donner une vue d'ensemble de ce qu'il se passe lors de la résolution du comportement effectif du matériau composite pendant sa sollicitation. Un aperçu de l'étendue des capacités de *SMART+* est ensuite présenté. La deuxième partie est dédiée à la validation des équations du modèle micromécanique. Le chapitre se clôt ensuite sur une analyse de sensibilité du modèle implémenté, mettant en valeur les aspects présentés dans les précédentes parties.

1. Formulation et développement de l'approche numérique

Pour un maximum de clarté, cette section est rédigée en s'appuyant sur le schéma global de l'implémentation du modèle du PA66-GF30, représenté sur la Figure IV.1. La première sous-section détaille son architecture tandis que les suivantes se focalisent sur les différentes parties du schéma. Celles-ci comprennent notamment les fichiers d'entrée nécessaires au modèle, la structure du modèle micromécanique et les rotations de repères nécessaires.

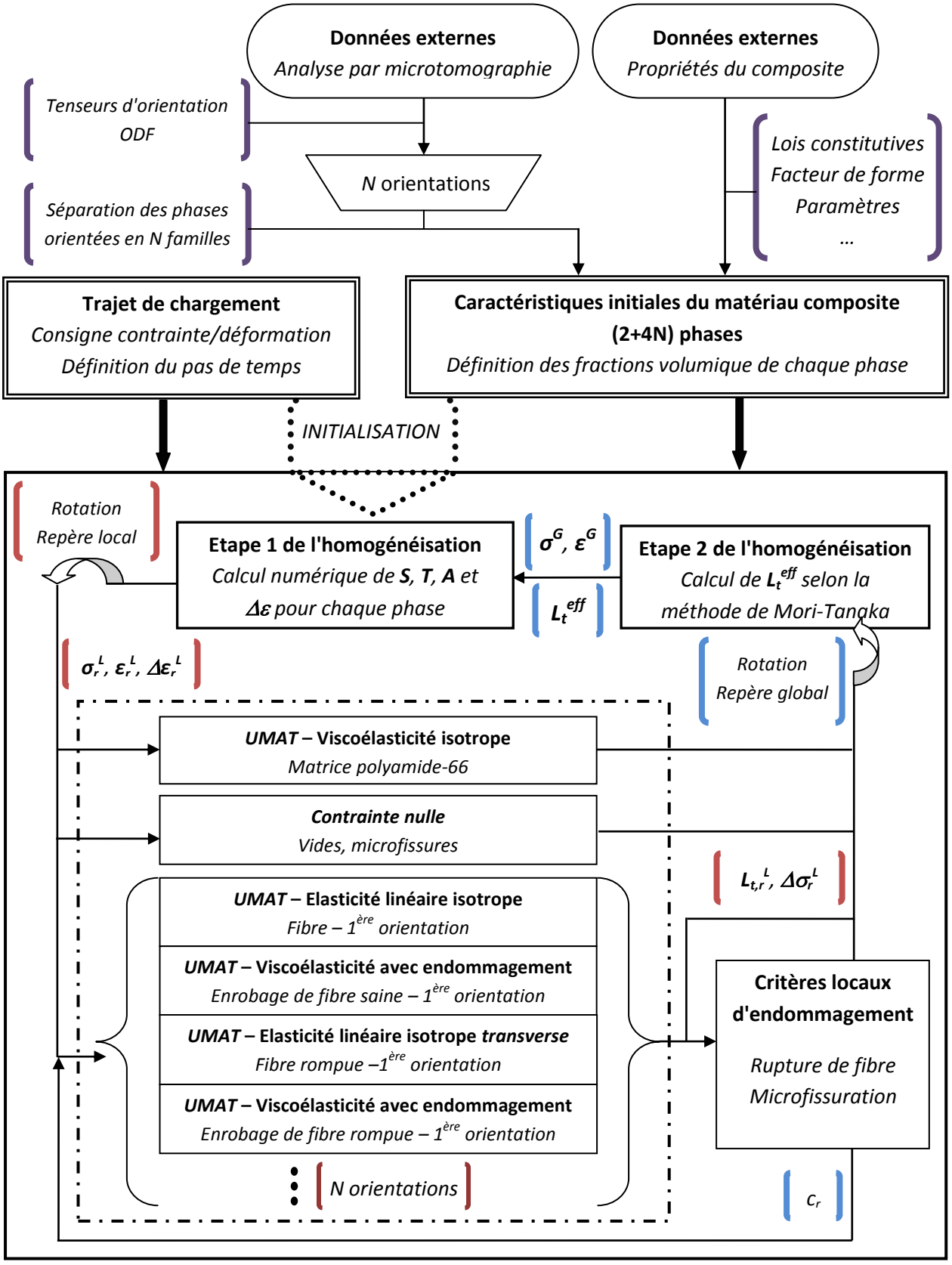


Figure IV.1 – Schéma général de l'implémentation du modèle multi-échelles pour la résolution du comportement effectif du PA66-GF30. Les étapes d'homogénéisation sont réitérées jusqu'à convergence.

a. Fichiers d'entrée de l'algorithme de simulation de comportement matériau

i. Propriétés du matériau et de la simulation

Il convient dans un premier temps d'indiquer les caractéristiques des différentes phases du composite, ainsi que les données guidant le programme. Un premier fichier d'entrée évalue la loi de comportement voulue pour le VER et le nombre de variables internes nécessaire. Ce fichier contient également les propriétés spécifiques à la loi de comportement du VER. Dans le cas d'une méthode micromécanique, il s'agit du nombre de phases différentes et du nombre de points pour l'intégration numérique du tenseur d'Eshelby [228], nécessaire dans le cas général d'une inclusion ellipsoïdale et d'un comportement qui n'est pas forcément isotrope. Ce calcul est détaillé dans la partie suivante.

Un second fichier contient toutes les informations sur les différentes phases et la microstructure du VER. Plus particulièrement, chaque famille d'orientation y est présente. Pour le modèle du PA66-GF30, en notant *N* le nombre d'orientations retenu, ce document contient donc les propriétés des *(2+4N)* phases (matrice, vides ainsi que fibres saine/rompues et leurs enrobages pour une orientation donnée). Les propriétés suivantes sont données pour chaque phase :

- Un numéro d'identification.
- Le numéro de la phase dont elle est éventuellement l'enrobage.
- Une loi de comportement.
- Une fraction volumique.
- L'orientation microstructurale de la phase (texture), selon trois angles.
- L'orientation de l'inclusion ellipsoïdale selon deux angles ϑ et φ.
- Les demi-axes ellipsoïdaux (dont seul le ratio entre eux est d'intérêt).
- Le nombre de variables internes de la loi de comportement.
- Le nombre de propriétés de la loi de comportement et les valeurs initiales correspondantes.

À noter que comme précisé dans le chapitre I, un 3^{e} angle d'orientation n'est pas nécessaire pour les inclusions car celles-ci possèdent ici un axe de révolution. Les enrobages sont intrinsèquement dans le même cas de figure. En outre et afin de pouvoir balayer toutes les configurations dans l'espace, il n'est pas nécessaire de dépasser une valeur de 180° pour les deux angles d'Euler considérés en raison de la symétrie géométrique des ellipsoïdes.

ii. Choix du nombre de familles d'orientation

Lors de la phase préparatoire de la simulation, il faut également choisir le nombre de familles d'orientations et donc déterminer la fraction volumique de chacune des phases ainsi créées. Un algorithme a été développé à cet effet et permet de transcrire les fonctions de distribution d'orientation (ODF). Il peut prendre en entrée soit une fonction analytique avec comme variable l'angle ϑ et/ou φ, soit une distribution discrète de valeurs, assimilables à une ODF non normée. Les propriétés thermomécaniques des différentes phases sont naturellement les mêmes d'une orientation à l'autre.

L'algorithme permet alors de décomposer une phase en plusieurs autres, en répartissant judicieusement les fractions volumiques. L'intégration de l'ODF se fait par la méthode de Simpson. À noter que l'intégration est réalisée de façon à avoir une famille d'orientation centrée sur 0°. Les autres familles se répartissent équitablement. Le Tableau IV.1 donne un exemple arbitraire d'un échantillon discret du nombre de fibres selon leur orientation, pour un seul angle et avec une précision de 5°. La distribution est assumée symétrique au delà de 90°. Soit quatre le nombre de familles d'orientation choisies. Les fractions volumiques de la fibre et de l'enrobage sont alors données selon le Tableau IV.2, en partant de valeurs initiales respectives de 20% et 16%.

Angles	0°	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°	90°
Nombre de fibres	1000	500	250	100	50	50	100	150	200	250

Tableau IV.1 – Tableau du nombre de fibres selon leur orientation (valeurs arbitraires).

Angle retenu	0°	45°	90°	135°
Amplitude angulaire concernée	]-22,5°; 22,5°]	]22,5°; 67,5°]	]67,5°; 112,5°]	]112,5°; 157,5°]
Fraction volumique de fibre	11,7 %	2,0 %	4,3 %	2 %
Fraction volumique d'enrobage	9,4 %	1,6 %	3,4 %	1,6 %

Tableau IV.2 – Découpage des phases de fibres et d'enrobages selon 4 familles d'orientation, à partir des valeurs du Tableau IV.1.

iii. Elaboration du trajet de chargement

Un troisième fichier d'entrée permet de donner le trajet de chargement de la simulation. Il contient tout d'abord la température initiale et l'orientation selon laquelle le chargement est appliqué, selon les trois angles d'Euler. Un nombre de blocs est également défini. Chaque bloc consiste en un certain nombre d'étapes et contient le nombre de fois que celles-ci sont répétées. Chaque étape contient quant à elle sa durée en secondes, un nombre d'incréments, la consigne en température et la consigne mécanique sous la forme d'un tenseur de contrainte, de déformation ou d'un mixte entre les deux.

La consigne à l'instant t = 0 est toujours un tenseur de contraintes nul. À l'aide du nombre d'incrément, le programme va ensuite interpoler le chargement entre le début et la fin d'une étape. En fonction de la nature de chargement, cette interpolation peut suivre une consigne linéaire ou sinusoïdale. À noter que le chargement peut également être défini pour chaque pas de temps à l'aide d'un fichier dédié, ce qui devient pratique pour une comparaison avec des données expérimentales afin de respecter à la lettre le chargement imposé. Ces dernières peuvent alors directement servir de consigne. Finalement, cette approche permet de décrire n'importe quel chargement thermomécanique monotone ou cyclique, quelque soit le mode de sollicitation. En outre, il permet de décrire des chargements multiaxiaux non-proportionnels et/ou multi-blocs.

b. *Architecture du modèle micromécanique*

La partie précédente définit les données nécessaires à l'initialisation de l'algorithme. Le mode de fonctionnement du programme principal est maintenant détaillé. Il s'agit en fait de la loi de comportement choisi pour le VER. Etant donné que le PA66-GF30 est ici modélisé à l'aide d'une méthode micromécanique, cette loi de comportement est une méta-routine (appelée ici méta-UMAT), c'est à dire une loi constitutive qui en appelle d'autres. En avant-propos, il est à noter qu'un programme supplémentaire est utilisé, le « *solver* ». Celui-ci harmonise l'utilisation des fichiers d'entrée, calcule les incréments de la consigne et appelle la loi de comportement appropriée en fonction des données d'entrée et du type de comportement. Dans le cas d'un chargement mixte ou en contrainte, il assure également sa conversion en un chargement en déformation à l'aide d'une boucle prédiction-correction dédiée. Il ne peut pas faire de calcul de structure et ne s'intéresse qu'au comportement d'un point matériel. Sa philosophie de résolution est très proche des analyses par éléments finis en approche déplacement. Il s'agit ainsi d'un outil de test avant d'utiliser les routines sur un logiciel d'analyse par éléments finis comme Abaqus.

On s'intéresse alors à la réponse en contrainte tant au niveau local qu'à celui macroscopique, ainsi qu'au module tangent effectif du matériau composite. L'utilisation d'un langage orienté objet, le C++, permet de gérer chaque phase comme une entité à part entière (un objet), directement utilisable comme n'importe quelle variable. Les propriétés des différentes phases sont notamment récupérées dans de tels objets. Les tenseurs initiaux de contraintes, de déformations et d'incréments de déformations sont ensuite transcris dans la notation de Voigt (cf. annexe C). Celle-ci permet en effet une manipulation plus aisée des données, notamment en ce qui concerne les tenseurs d'ordre 4 et leurs rotations. D'un point de vue de l'implémentation numérique, elle est ainsi bien plus simple et approprié pour traiter des opérations d'algèbre linéaire. Afin de permettre leur visibilité dans toutes les parties du code, ces tenseurs sont également sauvegardés en tant que variables internes. La gestion des opérations d'algèbre linéaire est par ailleurs réalisée grâce à une bibliothèque dédiée et essentielle à *SMART+*, Armadillo, majoritairement développée par le National Information Communications Technology Australia (NICTA) [229].

L'incrément de déformation que subit chaque phase est dans un premier temps approximé de manière élastique, et exprimé par défaut dans le repère du VER. Au début de la simulation, les champs locaux sont initialisés à 0 et le module tangent de chaque phase est calculé à l'aide de la loi de comportement appropriée. La boucle de convergence associée à la méthode de Mori-Tanaka incrémentale est ensuite lancée.

À chaque itération, chaque phase se voit attribuer un tenseur d'Eshelby calculé par intégration numérique. La méthode d'intégration correspondante est donnée par Gavazzi et Lagoudas [228]. Le tenseur d'Eshelby $\boldsymbol{S}$ est donné par les équations (IV-1) et (IV-2) [189] en utilisant le tenseur de Green $\boldsymbol{G}$. $\boldsymbol{L_0}$ correspond au tenseur de rigidité du milieu infini, et les a_i aux demi-axes ellipsoïdaux selon l'axe x_i. ζ_3 et w représentent des variables d'intégration. ϵ est le tenseur de permutation.

$$S_{ijkl} = \frac{1}{8\pi} L_{0_{mnkl}} \int_{-1}^{+1} d\zeta_3 \int_{0}^{2\pi} \left[G_{imjn}(\bar{\xi}) + G_{jmin}(\bar{\xi}) \right] dw \qquad \text{(IV-1)}$$

$$avec \begin{cases} G_{ijkl}(\bar{\xi}) = \bar{\xi}_k \bar{\xi}_l \dfrac{Z_{ij}(\bar{\xi})}{R(\bar{\xi})} \\ \bar{\xi}_i = \dfrac{\zeta_i}{a_i} \qquad \zeta_1 = \sqrt{1-{\zeta_3}^2}\, cos(w) \qquad \zeta_2 = \sqrt{1-{\zeta_3}^2} sin\,(w) \\ Z_{ij}(\bar{\xi}) = \in_{mnl} K_{m1} K_{n2} K_{l3} \quad R(\bar{\xi}) = \frac{1}{2} \in_{ikl} \in_{jmn} K_{km} K_{ln} \quad K_{ik} = L_{0_{ijkl}} \bar{\xi}_j \bar{\xi}_l \end{cases} \tag{IV-2}$$

Gavazzi et Lagoudas utilisent alors une méthode de quadrature de Gauss pour calculer le tenseur d'Eshelby (IV-3). ***W*** correspond aux coefficients de quadrature, ou poids. *P* et *Q* sont les nombres de points d'intégration respectifs de ζ_3 et *w*. Dans l'algorithme, l'utilisateur rentre directement ces valeurs en tant que propriétés de la loi de comportement du VER, comme spécifié précédemment. À noter que ***S*** est intrinsèquement exprimé dans le repère local de la phase.

$$S_{ijkl} = \frac{1}{8\pi} \sum_{p=1}^{P} \sum_{q=1}^{Q} \{ L_{0_{mnkl}} [G_{imjn}(w_q, \zeta_{3,p}) + G_{jmin}(w_q, \zeta_{3,p})] W_{pq} \} \tag{IV-3}$$

Il s'en suit le calcul des tenseurs d'interaction ***T***, comme exprimé dans la section (III.2.b). Si la phase concernée est l'enrobage d'une autre, les deux tenseurs d'interaction correspondants sont calculés accordement à la partie (III.2.e.ii). À noter que toute inversion matricielle/tensorielle se fait numériquement, et est traitée directement par la librairie Armadillo. Afin d'obtenir les tenseurs d'interaction dans le repère global, une nouvelle rotation est opérée. Celle-ci est également appliquée à l'incrément de déformation. Les tenseurs de localisation en déformation ***A*** propres au modèle de Mori-Tanaka sont alors calculés, ainsi que les déformations de chaque phase dans le repère global. Après une nouvelle rotation de ces derniers, l'incrément de déformation de chaque phase est déterminé dans son repère. Il convient alors d'appeler les UMATs concernées afin de calculer la réponse en contrainte de chaque phase ainsi que son module tangent. Afin de prévenir une éventuelle instabilité de l'algorithme, ce module est finalement défini avec une méthode semi-implicite tel que décrit par l'équation (IV-4), avec *И* un coefficient entre 0 et 1.

$$L_t^{\,incrément\ n} = (1 - И) L_t^{\,incrément\ (n-1)} + И . L_t^{\,incrément\ n} \tag{IV-4}$$

Cette méthode ralentit mais stabilise la convergence de l'algorithme, accordement au critère (III-37). Ici, *И* est fixé à 2/3, accordement aux analyses de Doghri et Ouaar [230]. Enfin, une dernière rotation des modules tangents dans le repère global est réalisée. Une fois que l'erreur de la boucle d'incrémentation a été réduite en dessous d'un certain seuil, ou que le nombre d'itération dépasse une valeur limite prédéfinie, la boucle de convergence s'arrête et le module effectif du VER est finalement calculé. Le champ de contrainte effectif est également déterminé et renvoyé au « *solver* ».

La méta-UMAT de Mori-Tanaka s'arrête sur la mise à jour des différentes variables internes afin de pouvoir traiter l'incrément de déformation suivant. La validation de l'implémentation de ce modèle se fera à travers des cas types de la littérature dans la section 2. de ce chapitre.

c. *Rotations et repères*

Comme le souligne le paragraphe précédent, de nombreuses rotations de tenseurs sont réalisés. Si elles apparaissent simples en ce qui concerne les champs de contraintes et de déformations, elles sont moins évidentes pour les tenseurs d'ordre 4 comme par exemple les modules de rigidité ou de souplesse. En outre, la notation de Voigt comporte ses particularités. Afin de gagner en temps de calcul, les rotations de vecteurs et de tenseurs se font directement dans la notation de Voigt. Ces opérations méritent d'être détaillées.

Considérons l'inclusion sphéroïdale de la Figure IV.2. Au vu des restrictions d'orientations précisées précédemment, 3 systèmes de coordonnées peuvent être définis :

- Le repère global du VER.
- Un repère intermédiaire après une première rotation d'axe 3 et d'angle ϑ.
- Le repère local de la particule sphéroïdale après une seconde rotation d'axe 2 et d'angle φ.

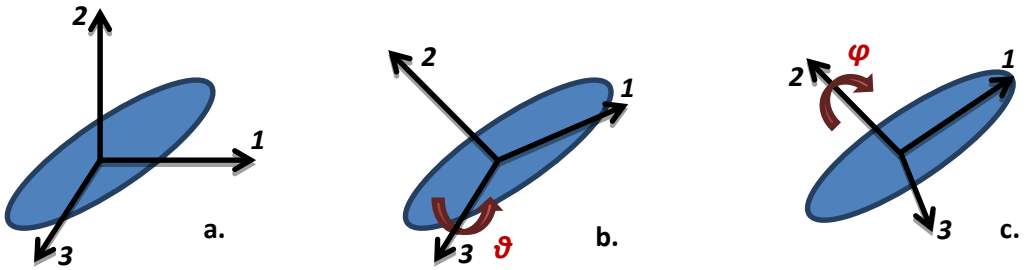


Figure IV.2 – Schéma des 3 repères envisagés pour une inclusion ellipsoïdale.
a. Repère global **b.** Repère intermédiaire **c.** Repère local.

De manière conventionnelle, une matrice de rotation $\boldsymbol{Q}$ s'exprime selon l'équation (IV-5). Elle constitue un tenseur orthogonal d'ordre 2 ($Q^{-1} = Q^T$), et ses coefficients doivent donc être définis en conséquence. En notant « c » et « s » le cosinus et le sinus de l'angle de rotation considéré, $\boldsymbol{Q}$ devient $\boldsymbol{Q_3}$. Soient respectivement $\boldsymbol{\varepsilon'}$ et $\boldsymbol{\sigma'}$ les tenseurs de déformations et de contraintes dans le repère tourné. Ces grandeurs s'écrivent alors en fonction de celles du repère initial selon l'équation (IV-6).

$$Q = \begin{pmatrix} q_{11} & q_{12} & q_{13} \\ q_{21} & q_{22} & q_{23} \\ q_{31} & q_{32} & q_{33} \end{pmatrix} \qquad Q_3 = \begin{pmatrix} c & s & 0 \\ -s & c & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{IV-5}$$

$$\sigma' = Q.\sigma.Q^T \qquad \varepsilon' = Q.\varepsilon.Q^T \tag{IV-6}$$

Intéressons-nous désormais aux matrices de rotation dans le cadre de la notation de Voigt. Ces matrices $\boldsymbol{Q_\sigma}$ et $\boldsymbol{Q_\varepsilon}$ s'écrivent selon l'équation (IV-7), et selon celle (IV-8) pour une rotation autour de l'axe 3. À noter que ces tenseurs sont liés par la relation (IV-9).

$$\begin{cases} Q_\sigma = \begin{pmatrix} {q_{11}}^2 & {q_{12}}^2 & {q_{13}}^2 & 2q_{11}q_{12} & 2q_{11}q_{13} & 2q_{12}q_{13} \\ {q_{21}}^2 & {q_{22}}^2 & {q_{23}}^2 & 2q_{21}q_{22} & 2q_{21}q_{23} & 2q_{22}q_{23} \\ {q_{31}}^2 & {q_{32}}^2 & {q_{33}}^2 & 2q_{31}q_{32} & 2q_{31}q_{33} & 2q_{32}q_{33} \\ q_{11}q_{21} & q_{12}q_{22} & q_{13}q_{23} & q_{12}q_{21}+q_{11}q_{22} & q_{13}q_{21}+q_{11}q_{23} & q_{13}q_{22}+q_{12}q_{23} \\ q_{11}q_{31} & q_{12}q_{32} & q_{13}q_{33} & q_{12}q_{31}+q_{11}q_{32} & q_{13}q_{31}+q_{11}q_{33} & q_{13}q_{32}+q_{12}q_{33} \\ q_{21}q_{31} & q_{22}q_{32} & q_{23}q_{33} & q_{22}q_{31}+q_{21}q_{32} & q_{23}q_{31}+q_{21}q_{33} & q_{23}q_{32}+q_{22}q_{33} \end{pmatrix} \\ Q_\varepsilon = \begin{pmatrix} {q_{11}}^2 & {q_{12}}^2 & {q_{13}}^2 & q_{11}q_{12} & q_{11}q_{13} & q_{12}q_{13} \\ {q_{21}}^2 & {q_{22}}^2 & {q_{23}}^2 & q_{21}q_{22} & q_{21}q_{23} & q_{22}q_{23} \\ {q_{31}}^2 & {q_{32}}^2 & {q_{33}}^2 & q_{31}q_{32} & q_{31}q_{33} & q_{32}q_{33} \\ 2q_{11}q_{21} & 2q_{12}q_{22} & 2q_{13}q_{23} & q_{12}q_{21}+q_{11}q_{22} & q_{13}q_{21}+q_{11}q_{23} & q_{13}q_{22}+q_{12}q_{23} \\ 2q_{11}q_{31} & 2q_{12}q_{32} & 2q_{13}q_{33} & q_{12}q_{31}+q_{11}q_{32} & q_{13}q_{31}+q_{11}q_{33} & q_{13}q_{32}+q_{12}q_{33} \\ 2q_{21}q_{31} & 2q_{22}q_{32} & 2q_{23}q_{33} & q_{22}q_{31}+q_{21}q_{32} & q_{23}q_{31}+q_{21}q_{33} & q_{23}q_{32}+q_{22}q_{33} \end{pmatrix} \end{cases} \quad \text{(IV-7)}$$

$$Q_{\sigma_3} = \begin{pmatrix} c^2 & s^2 & 0 & 2cs & 0 & 0 \\ s^2 & c^2 & 0 & -2cs & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -cs & cs & 0 & c^2-s^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c & s \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -s & c \end{pmatrix} \quad Q_{\varepsilon_3} = \begin{pmatrix} c^2 & s^2 & 0 & cs & 0 & 0 \\ s^2 & c^2 & 0 & -cs & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -2cs & 2cs & 0 & c^2-s^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c & s \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -s & c \end{pmatrix} \quad \text{(IV-8)}$$

$$Q_\sigma{}^{-1} = Q_\varepsilon{}^T \qquad Q_\varepsilon{}^{-1} = Q_\sigma{}^T \quad \text{(IV-9)}$$

Dans le nouveau repère et en notation de Voigt, les tenseurs de contraintes et de déformations s'expriment maintenant selon l'équation (IV-10). La relation constitutive liée à l'élasticité linéaire permet alors d'écrire l'équation (IV-11). En notant ***L'*** le tenseur de rigidité dans le repère tourné, ce dernier s'écrit donc selon l'expression (IV-12). Les tenseurs ***M'*** et ***T'*** se formulent de manière analogue (IV-13).

$$\sigma' = Q_\sigma \sigma \qquad \varepsilon' = Q_\varepsilon \varepsilon \quad \text{(IV-10)}$$

$$\sigma' = Q_\sigma \sigma = Q_\sigma L \varepsilon = Q_\sigma L Q_\varepsilon{}^{-1} \varepsilon' = Q_\sigma L Q_\sigma{}^T \varepsilon' \quad \text{(IV-11)}$$

$$L' = Q_\sigma L Q_\sigma{}^T \quad \text{(IV-12)}$$

$$M' = Q_\varepsilon M Q_\varepsilon{}^T \qquad T' = Q_\varepsilon T Q_\sigma{}^T \quad \text{(IV-13)}$$

d. Développement d'une solution logicielle libre : SMART+

Comme indiqué précédemment, cette thèse a été le point de départ de la création d'une gamme de librairies C++ qui permet d'aller plus loin que la seule modélisation d'un composite renforcé par des fibres de verre courtes. Cette librairie a été l'occasion de rassembler les travaux de l'équipe SMART sur un même format, pour former un outil de simulation avancé et cohérent. Une version libre de cette solution logicielle open source, *SMART+*, est hébergée et téléchargeable sur le site web *http://www.lem3.fr/chemisky/smartplus/*. *SMART+* est avant tout conçu pour mettre à disposition les outils nécessaires à la communauté pour faciliter l'implémentation de lois constitutives complexes pour l'analyse de la mécanique des matériaux ainsi que pour des simulations en éléments finis.

À ce jour, les différents types de lois matériaux implémentés se subdivisent en deux catégories : les UMATs simples, ou lois de comportements, et les méta-UMATs, ou lois de transitions

d'échelles. Dans la première catégorie se trouvent diverses lois d'élasticité, d'endommagement, d'élasto-plasticité, de viscoélasticité, de viscoplasticité et de lois dédiées aux alliages à mémoire de forme. Dans la seconde figurent la méthode de Mori-Tanaka, le modèle auto-cohérent, l'homogénéisation périodique pour des stratifiés. À noter qu'en outre, *SMART+* a été optimisé pour tirer parti du nombre de processeurs à disposition en utilisant le « *multithreading* ». Plus particulièrement, pour les méthodes micromécaniques, les appels des sous-routines de comportement et d'intégration numérique du tenseur d'Eshelby sont parallélisés pour les différentes phases, ce qui permet un gain de temps considérable.

Par ailleurs, une librairie dédiée à la mécanique des milieux continus permet d'utiliser rapidement les fonctions usuelles appliquées à un tenseur de déformation ou de contrainte, comme par exemple les invariants et les contraintes équivalentes telle que celle de Von Mises. En outre, une librairie de relations constitutives permet de construire les tenseurs classiques de la mécanique des matériaux à partir d'un minimum de données. De plus, une librairie de lois d'endommagement permet d'écrire les différentes lois d'évolutions de paramètres d'endommagement en fonction de grandeurs prédéfinies. Finalement, une librairie orientée mathématiques définit par exemple les rotations ou encore l'appel à des fonctions statistiques. Une librairie d'identification/optimisation est aussi disponible. Elle permet par exemple d'identifier les paramètres de lois de comportement d'un alliage à mémoire de forme à partir de mesures de champs cinématiques en configuration hétérogène [231] [232].

La principale force de *SMART+* réside dans l'utilisation efficace d'objets dédiés. Chaque phase devient ainsi une variable à part entière, qui est elle-même rattachée à d'autres objets qui contiennent par exemple les variables d'état dans un repère donné. Le trajet de chargement est également implémenté de cette manière, chaque bloc étant un objet comportant d'autres objets de type étape du chargement. Les connections entre les grandeurs en jeu sont finalement plus lisibles et se définissent de manière plus intuitive. Des méthodes d'objet dédiées permettent en outre toutes les opérations nécessaires à une simulation pratique et performante de comportements matériaux.

2. Validation générale du modèle

a. *Validation de l'implémentation micromécanique*

La méthode de Mori-Tanaka se propose d'homogénéiser un matériau hétérogène à travers la prédiction de ses propriétés effectives. Cette partie vise à donner une idée du comportement d'un matériau composite, tout en vérifiant la bonne implémentation des équations micromécaniques. Les matériaux qui sont ici étudiés possèdent une matrice élastique isotrope, ainsi que des inclusions élastiques isotropes. Tous les renforts sont orientés dans la même direction. Le comportement du matériau composite possède donc une symétrie de révolution, de telle sorte qu'il peut être défini comme isotrope transverse. On peut ainsi définir le module effectif longitudinal E_L, celui transverse E_T, un coefficient de Poisson effectif v_{eff}, le module de cisaillement effectif transversal G_{TT} et celui longitudinal G_{LT}. L'homogénéisation est menée, à titre d'exemple, sur une matrice et des fibres (2 phases) en considérant :

- Une matrice époxy avec un comportement élastique isotrope :
    - Un module d'Young E_m = 3,45 GPa.
    - Un coefficient de Poisson v_m = 0,30.
- Des renforcements en fibre de verre avec un comportement élastique isotrope :
    - Un module d'Young E_f = 73 GPa.
    - Un coefficient de Poisson v_f = 0,22.
- Ou des renforcements en fibre de carbone. Il est important de mentionner que le comportement des fibres de carbone est élastique isotrope transverse. Cependant, pour des raisons de comparaison avec l'ouvrage de Berthelot [233], un comportement élastique isotrope est ici adopté, avec :
    - Un module d'Young E_f = 380 GPa.
    - Un coefficient de Poisson v_f = 0,33.

La fraction volumique de fibres est de 60%. Les grandeurs théoriques sont recalculées analytiquement à l'aide de formules issues de la littérature [233]. Elles sont valables dans le cas de fibres continues. Au niveau de la simulation, un facteur de forme de 100 est choisi pour les fibres, dans le sens longitudinal. Les résultats sont résumés dans le Tableau IV.3. Les grandeurs effectives sont directement extraites du tenseur de rigidité effectif. Il en résulte une bonne corrélation entre théorie et simulation, avec une erreur relative toujours inférieure à 1%. Le comportement effectif d'un VER est donc bien représenté par le modèle.

	Fibres de verre			***Fibres de carbone***		
Grandeurs effectives	Valeurs théoriques [233]	Valeurs simulées	Erreur relative (%)	Valeurs théoriques [233]	Valeurs simulées	Erreur relative (%)
E_L ***(GPa)***	45,2	45,2	0	229,4	229,4	0
E_T ***(GPa)***	10,8	10,7	0,93	12	11,93	0,58
v_{eff}	0,25	0,25	0	0,32	0,32	0
G_{LT} ***(GPa)***	4,57	4,54	0,66	5,14	5,16	0,39
G_{TT} ***(GPa)***	3,96	3,97	0,25	4,32	4,35	0,69

Tableau IV.3 – Comparaison des grandeurs effectives théoriques [233] et simulées pour un matériau composite unidirectionnel.

b. *Variation des modules effectifs selon la microstructure*

i. *Evolution en fonction de la fraction volumique de fibre*

Une plus ample vérification est menée afin de vérifier le comportement effectif du VER en fonction de la concentration de fibres. L'intérêt est porté sur les évolutions du module longitudinal et de celui transverse. Les résultats théoriques sont issus des formules analytiques utilisées préalablement [233], et ceux simulés sont obtenus comme précédemment. La validation du comportement effectif est représentée sur la Figure IV.3. La corrélation est excellente (erreur relative < 1%). À noter que le module longitudinal suit une loi des mélanges, ce qui est toujours le cas pour des renforts continus ou des fibres présentant un rapport de forme très élevé.

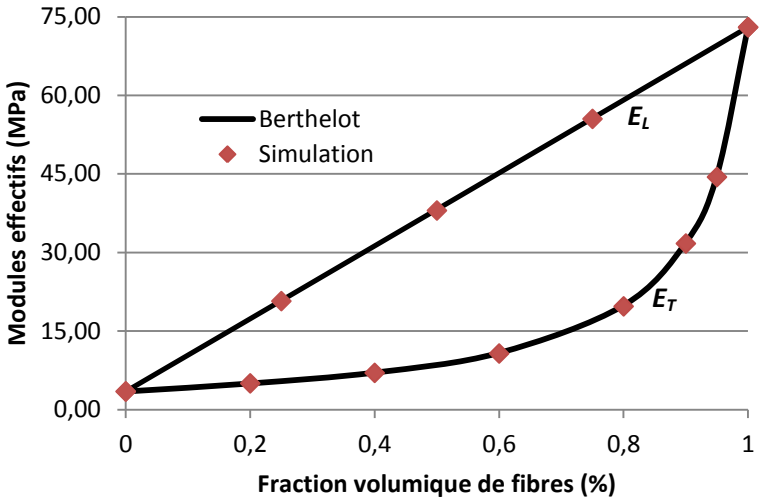


Figure IV.3 – Modules longitudinal et transverse théoriques et simulés, en fonction de la concentration de fibres.

ii. Evolution en fonction de l'orientation des fibres

Le modèle développé permet également d'orienter les différentes phases. Il convient donc de vérifier le comportement effectif d'un VER d'un matériau composite en variant l'orientation de ses fibres. Une matrice époxy renforcée par des fibres de verre est ici considérée, telle que définie dans la partie (a) de cette section. Le module de l'axe longitudinal est ici évalué. La notion « longitudinale » est relative aux fibres orientées à 0°. La simulation est comparée à un résultat de la littérature qui opère une rotation sur le chargement plutôt que sur les fibres [233], ce qui revient au même. Les résultats sont reportés sur la Figure IV.4. Comme attendu, le module considéré évolue du module longitudinal du composite à son module transverse lorsque l'orientation des fibres varie de 0° à 90°. La simulation reste très proche de la théorie, avec une erreur relative maximale de 1,1%. La rotation des différentes phases est ainsi validée.

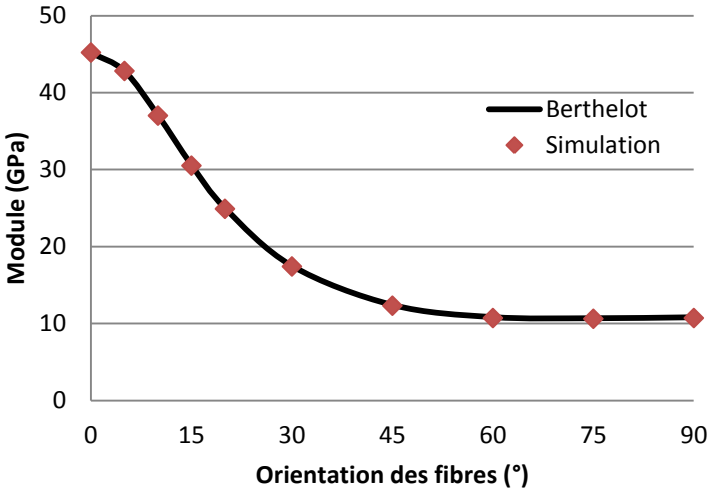


Figure IV.4 – Module suivant l'axe défini comme longitudinal pour des fibres orientées à 0°, théorique et simulé, en fonction de l'orientation des fibres.

Il faut noter que les légères différences observées sont liées à la méthode de Mori-Tanaka et notamment à l'évaluation numérique du tenseur d'Eshelby d'un ellipsoïde ayant un rapport de forme fini, en considérant un certain nombre de points d'intégrations dans les directions longitudinales et transverses des ellipsoïdes (par exemple, ici 20 et 20 respectivement). En considérant plus de points d'intégrations, et une fibre avec un ratio plus élevées, les différences obtenues seraient minimisées, mais augmenteraient significativement le temps de calcul. Un très bon compromis performance-précision est ici obtenu.

iii. Evolution en fonction du rapport de forme des fibres

Un autre aspect de la microstructure est maintenant validé à travers la vérification de l'évolution du comportement effectif en fonction du facteur de forme des fibres. Des travaux menés par Tandon et Weng servent de référence [181]. Le matériau composite considéré est biphasé et possède les propriétés suivantes :

- Une matrice époxy élastique isotrope avec :
    - Un module d'Young égal à 2,76 GPa.
    - Un coefficient de Poisson de 0,35.
- Des inclusions ellipsoïdales (fibres de verre élastiques isotropes) avec :
    - Un module d'Young égal à 72,4 GPa.
    - Un coefficient de Poisson de 0,2.
    - Une orientation aléatoire dans un plan donné (un seul des deux angles varie, l'autre est fixé à 0°).

On s'intéresse au module effectif de cisaillement dans le plan d'orientation en faisant varier le rapport de forme des fibres, pour différentes fractions volumiques de fibre. Afin d'avoir une orientation pseudo-aléatoire, 18 phases de fibres sont créées entre 0° et 170°. Le graphe comparatif entre les équations de Tandon et Weng et la simulation micromécanique se trouve sur la **Figure IV.5**. 5 facteurs de formes différents sont utilisés : 0,01 - 0,1 - 1 - 10 et 100.

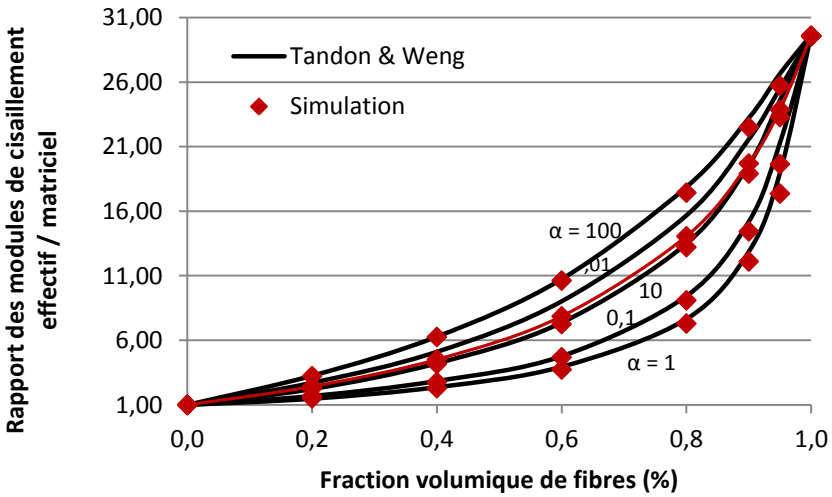


Figure IV.5 – Module de cisaillement effectif par rapport à celui de la matrice, en fonction de la fraction volumique de fibre et pour différents facteurs de formes.

La corrélation entre les deux simulations est excellente, excepté pour les fibres dont le rapport de forme est de 0,01. Cette dernière courbe donne des prévisions légèrement moins rigide que celle de Tandon et Weng. Dans le cadre de ces travaux de thèses, ce n'est pas important du fait que les fibres concernées ont un facteur de forme supérieur à 1. À noter que les résultats sont d'autant plus similaires que la fraction volumique est faible. Au delà de 60% de fibres, l'erreur relative commence à dépasser 2%, du fait des hypothèses inhérentes à la méthode de Mori-Tanaka.

c. *Validation du modèle à particules enrobées*

La prochaine étape de validation concerne le comportement des inclusions enrobées. Il s'agit ici de vérifier le comportement effectif d'un matériau composite comportant 3 phases : la matrice, les fibres et l'enrobage de ces dernières. Afin de ne considérer que ce problème, les conditions suivantes sont appliquées :

- Les fibres ainsi que leurs enrobages sont sphériques et ne sont donc pas orientés.
- L'enrobage induit les hypothèses et les formules vues dans le chapitre III.
- La somme des fractions volumiques de fibres et de leurs enrobages est de 20%.
- Les coefficients de Poisson des 3 phases sont égaux à 0,3.
- Le module de cisaillement des fibres est 6 fois plus grand que celui de la matrice.

Une comparaison des résultats est faite avec la solution analytique exacte proposée par Hervé et Zaoui [234]. Les trois phases ont un comportement élastique isotrope. Le ratio du module de cisaillement effectif sur celui matriciel sert de base de comparaison. Les résultats sont reportés sur la Figure IV.6. Les courbes théoriques sont réalisées pour plusieurs valeurs de β qui correspond au ratio entre les modules de cisaillement de l'enrobage et celui de la matrice.

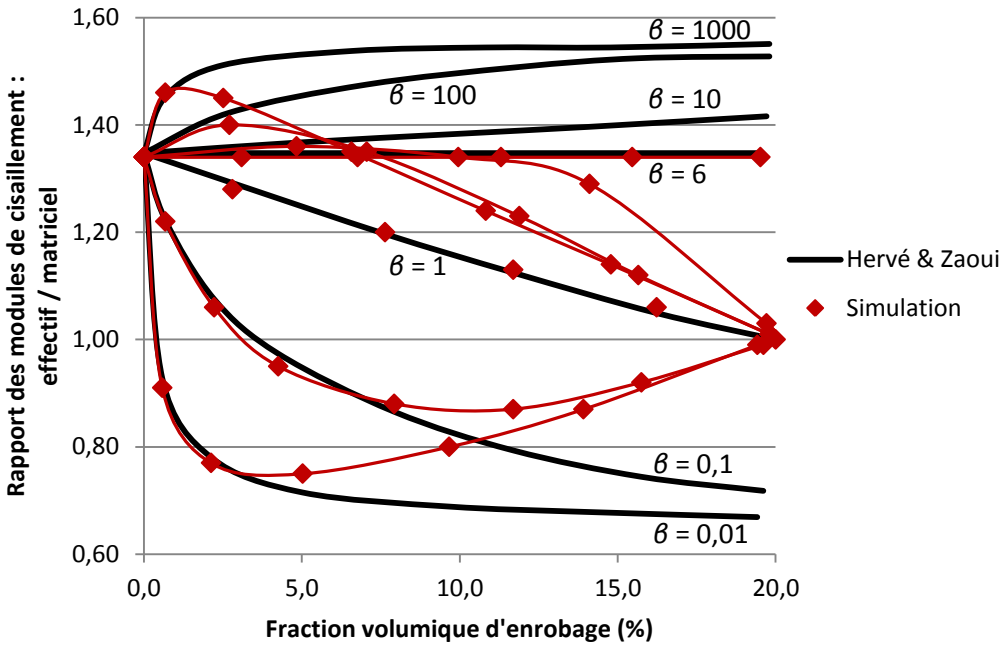


Figure IV.6 – Module de cisaillement effectif par rapport à celui de la matrice dans le cas d'un modèle trois phases avec enrobage. Comparaison entre le modèle développé et des équations analytiques.

La tendance initiale est fidèle à la théorie, tant que la fraction volumique de l'enrobage n'excède pas 1,5%. Cependant, il y a une erreur de convergence lorsque celle-ci augmente et que la concentration d'inclusion tend vers 0. Le module effectif converge alors vers le module de la matrice, indépendamment des propriétés mécaniques de l'enrobage. Ce résultat n'est pas satisfaisant au vu de l'utilisation souhaitée dans le cadre de la modélisation choisie.

Cet écart résulte de l'une des hypothèses faites dans les travaux de Cherkaoui *et al.* [194]. En effet, il y est fait l'approximation des couches minces – soit une fraction volumique d'enrobage faible devant celle de l'inclusion. En analysant de plus près les équations de leur article, et en considérant un cas type où le volume de l'enrobage n'est pas négligeable face à celui des fibres, une correction est apportée en considérant que la fraction volumique de l'enrobage impacte l'interaction entre l'inclusion et l'enrobage. Elles sont indiquées en gras dans les équations (IV-14) à (IV-21), qui proviennent des équations (III-23) à (III-30).

- Dans le cas non-homothétique :

$$\begin{aligned}\varepsilon^I = \bar{\varepsilon} - \Big[& T_c(L_0)(L_I - L_0) + \frac{c_c}{\boldsymbol{c_I + c_c}} T_I(L_0)(L_c - L_0) T_I(L_c)(L_I - L_c) \\ & + \frac{c_c}{\boldsymbol{c_I + c_c}} \big(T_I(L_c) - T_I(L_0)\big)(L_I - L_c) \Big] \varepsilon^I \\ & + [I + T_I(L_0)(L_c - L_0)][T_c(L_c) - T_I(L_c)](L_I - L_c)\varepsilon^I\end{aligned} \tag{IV-14}$$

$$\varepsilon^c = \varepsilon^I + \left[T_I(L_c) - \frac{\boldsymbol{c_I + c_c}}{c_c} (T_c(L_c) - T_I(L_c)) \right] (L_I - L_c)\varepsilon^I \tag{IV-15}$$

$$A_I = \begin{bmatrix} I + T_c(L_0)(L_I - L_0) - [I + T_I(L_0)(L_c - L_0)][T_c(L_c) - T_I(L_c)](L_I - L_c) \\ + \frac{c_c}{\boldsymbol{c_I + c_c}} \Big(T_I(L_0)(L_c - L_0) T_I(L_c) + \big(T_I(L_c) - T_I(L_0)\big) \Big) (L_I - L_c) \end{bmatrix}^{-1} \tag{IV-16}$$

$$A_c = \left[I + \left[T_I(L_c) - \frac{\boldsymbol{c_I + c_c}}{c_c} \big(T_c(L_c) - T_I(L_c)\big) \right] (L_I - L_c) \right] A_I \tag{IV-17}$$

- Dans le cas homothétique :

$$\begin{aligned}\varepsilon^I = \bar{\varepsilon} - \Big[& T_I(L_0)(L_I - L_0) + \frac{c_c}{\boldsymbol{c_I + c_c}} T_I(L_0)(L_c - L_0) T_I(L_c)(L_I - L_c) \\ & + \frac{c_c}{\boldsymbol{c_I + c_c}} \big(T_I(L_c) - T_I(L_0)\big)(L_I - L_c) \Big] \varepsilon^I\end{aligned} \tag{IV-18}$$

$$\varepsilon^c = \varepsilon^I + T_I(L_c)(L_I - L_c)\varepsilon^I \tag{IV-19}$$

$$A_I = \left[I + T_I(L_0)(L_I - L_0) + \frac{c_c}{\boldsymbol{c_I + c_c}} \Big(T_I(L_0)(L_c - L_0) T_I(L_c) + \big(T_I(L_c) - T_I(L_0)\big) \Big) (L_I - L_c) \right]^{-1} \tag{IV-20}$$

$$A_c = [I + T_I(L_c)(L_I - L_c)] A_I \tag{IV-21}$$

Le modèle à particules enrobées modifié donne de meilleurs résultats, comme indiqué par la Figure IV.7. Le module de cisaillement est plus fidèle à celui théorique sur tous les points, avec une erreur relative moyenne de 0,79%, systématiquement inférieure à 3%. Les tenseurs effectifs sont

pertinents dans le cas limite où la fraction volumique de l'inclusion tend vers 0; la comparaison étant menée avec un cas à deux phases sans inclusion. Les fondements de cette nouvelle formule analytique ne sont pas démontrés dans le cadre de ces travaux, mais feront l'attention de travaux ultérieurs dans l'équipe, au vu de la précision des résultats obtenus. Notons que l'hypothèse des couches minces à l'origine des travaux de Cherkaoui a notamment été supprimée dans le cadre d'une approche similaire réalisée par Bonfoh *et al.* [235].

À titre de comparaison, un graphe comportant des courbes issues de simulations n'utilisant aucune équation spécifique pour l'enrobage (considéré alors comme une troisième phase classique) est présenté en Figure IV.8. On peut alors juger de la pertinence d'un modèle à inclusions enrobées. En effet, la présence d'une interface à faible module, par exemple, pénalise le transfert de charge vers les renforcements, diminuant la rigidité du matériau composite. Cet aspect important n'est pas pris en charge et par conséquent non détectable par un modèle classique.

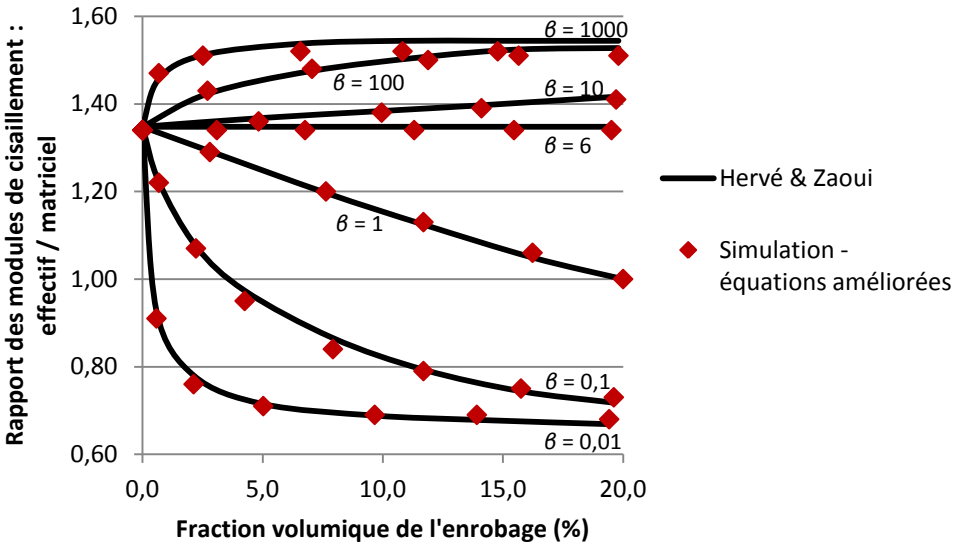


Figure IV.7 – Module de cisaillement effectif par rapport à celui de la matrice dans le cas d'un modèle trois phases avec enrobage. Comparaison entre le modèle amélioré et des équations analytiques.

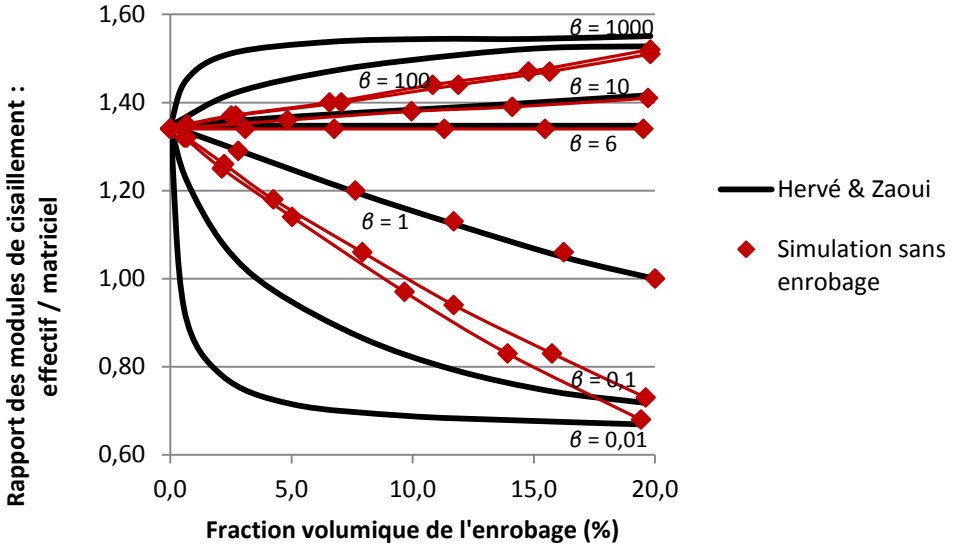


Figure IV.8 – Module de cisaillement effectif par rapport à celui de la matrice dans le cas d'un modèle trois phases sans enrobage. Comparaison entre le modèle et des équations analytiques.

d. Limite de l'approche de Mori-Tanaka

L'étape de validation suivante concerne le comportement d'un matériau composite de 3 phases, avec des inclusions de formes différentes. La vérification se fait ici en comparant notre modèle avec les résultats donnés par Benveniste *et al.* [236], également issus de méthodes micromécaniques. Le matériau composite comprend les phases suivantes :

- Une matrice Ti_3Al avec :
  - Une fraction volumique égale à 55%.
  - Un module d'Young de 96,5 GPa.
  - Un coefficient de Poisson équivalent à 0,3.
- Des inclusions en carbone sous forme de disque, dont la normale est parallèle à la direction 3, telles que :
  - Leur concentration est égale à 25%.
  - Leur module d'Young est de 34,4 GPa.
  - Leur coefficient de Poisson équivaut à 0,2.
- Des fibres continues en carbure de silicium SiC alignées dans la direction 3, telles que:
  - Leur concentration est égale à 20%.
  - Leur module d'Young est de 431,0 GPa.
  - Leur coefficient de Poisson équivaut à 0,25.

Toutes les phases ont un comportement élastique isotrope. Les auteurs donnent le tenseur de rigidité effectif $\bar{\boldsymbol{L}}$ du composite, exprimé par l'équation (IV-22).

$$\bar{L} = \begin{pmatrix} 123{,}62 & 43{,}84 & 35{,}89 & 0 & 0 & 0 \\ 43{,}84 & 123{,}62 & 35{,}89 & 0 & 0 & 0 \\ 21{,}89 & 21{,}89 & 124{,}05 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 39{,}89 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 33{,}04 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 33{,}04 \end{pmatrix} \quad \text{(IV-22)}$$

En ce qui concerne notre modèle, les facteurs de forme sont choisis afin de respecter au mieux la géométrie indiquée. Pour la deuxième phase, le ratio de l'axe 3 par rapport aux deux autres axes est fixé à 1/100. Pour la troisième phase, le ratio de l'axe 3 par rapport aux deux autres est fixé à 1000. La simulation donne alors le tenseur de rigidité effectif $\bar{\boldsymbol{L}}$ selon l'équation (IV-23).

$$L = \begin{pmatrix} 123{,}47 & 43{,}69 & 35{,}84 & 0 & 0 & 0 \\ 43{,}69 & 123{,}47 & 35{,}84 & 0 & 0 & 0 \\ 21{,}88 & 21{,}88 & 123{,}9 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 39{,}89 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 33{,}13 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 33{,}13 \end{pmatrix} \quad \text{(IV-23)}$$

La moyenne de l'erreur relative entre les deux tenseurs, pour les coefficients non nuls, est de 0,16%. Puisque les méthodes d'homogénéisation utilisées sont les mêmes, il est logique de retrouver des résultats identiques, aux erreurs d'arrondis près. Cela valide également une nouvelle fois l'implémentation du modèle. Cependant, les travaux de Benveniste *et al.* n'ont pas été pris au hasard car ils mettent en exergue un problème dans la méthode d'homogénéisation basée sur le schéma de

Mori-Tanaka. En effet, le tenseur effectif obtenu n'est pas symétrique, ce qui n'est physiquement pas possible de par la définition du tenseur effectif venant de l'expression de l'énergie de déformation.

Comme souligné par les auteurs, la méthode de Mori-Tanaka donne un module effectif non symétrique si l'on considère plusieurs phases comprenant des facteurs de forme différents (matrice exclue). Ce résultat est donc ici contraignant si l'on souhaite implémenter des enrobages non-homothétiques ou des distributions de facteur de forme selon l'orientation des fibres. Comme démontré dans la littérature et testé dans *SMART+*, la méthode auto-cohérente n'assure pas non plus la symétrie du tenseur de rigidité effectif. En pratique, l'erreur commise est moins importante que celle illustrée par l'équation (IV-23). Il s'agit ici d'un cas extrême où les facteurs de formes des deux phases correspondent à des disques d'une part et des cylindres d'autre part.

Ce verrou scientifique peut être résolu de plusieurs manières, bien que l'implémentation du modèle en l'état ne perturbe pas la détermination et l'évolution des champs locaux. Dans un premier temps, il est possible d'utiliser un schéma différentiel, comme suggéré par Benveniste *et al.* [236]. Il s'agit ici d'évaluer les propriétés effectives du matériau composite en réalisant plusieurs homogénéisations successives. Cette approche a notamment été appliquée par Zouari *et al.* [237]. Tout d'abord, la matrice est homogénéisée avec l'une des autres phases. Le matériau homogène obtenu sert alors de matrice à la prochaine homogénéisation, qui considère alors une nouvelle famille d'inclusions. Il convient de choisir avec soin les fractions volumiques de chaque phase à chaque itération, afin de se retrouver avec les bonnes concentrations lors de l'homogénéisation finale. Cependant, le résultat de ce schéma différentiel dépend de l'ordre d'homogénéisation des différentes phases, et modifie en quelque sorte la façon dont les inclusions perçoivent la matrice. Cette méthode fournit néanmoins un tenseur de rigidité effectif symétrique.

Dans un second temps, il est possible d'utiliser des techniques dites de symétrisation. Il est admis que le module d'élasticité effectif n'est pas symétrique parce que les tenseurs de localisation en déformation ne le sont pas non plus. Le problème pourrait donc être résolu en modifiant ces derniers, comme l'a par exemple fait Li [238]. Cela revient à définir une nouvelle méthode micromécanique, dont les tenseurs de localisation en déformation $\boldsymbol{A}^{Li}$ s'expriment en fonction de ceux $\boldsymbol{A}^{SC}$ issus de l'approche auto-cohérente, comme formulé par l'équation (IV-24). Cette méthode semble prometteuse et mériterait une plus ample investigation.

$$A_r{}^{Li} = A_r{}^{SC}\left[c_0 I_4 + \sum_{r=1}^{N} c_r A_r{}^{SC}\right]^{-1} \tag{IV-24}$$

Finalement, il est également possible de remédier à ce problème en changeant de philosophie pour l'approche multi-échelles. Le modèle pseudo-grain développé par Kammoun *et al.* permet par exemple d'obtenir un comportement effectif représentatif sans avoir cette incohérence [92] [186]. Dans le cadre de ces travaux, les simulations réalisées ont toujours présenté un tenseur effectif symétrique ou montrant une faible perte de symétrie. L'approche de Mori-Tanaka est donc amplement suffisante et permet de bien représenter les champs locaux. L'effet de dissymétrie est en effet uniquement prononcé pour d'importants contrastes de propriétés matériaux, combinée à une microstructure fortement orientée.

3. Analyse de sensibilité

Cette section a pour but d'étudier l'impact des différentes lois de comportement et d'évolution sur le matériau composite. Une première partie réalise une liste de tous les paramètres nécessaires au modèle micromécanique développé dans le cadre de la simulation du comportement du PA66-GF30. Un jeu de paramètre sert de base à l'analyse de sensibilité. Il est choisi arbitrairement de façon à pouvoir mettre en valeur les différentes lois d'endommagement, bien que les paramètres utilisés pour les lois de comportement des différentes phases soient proches de ceux réels pour le PA66-GF30 conditionné à 50% d'humidité relative.

a. Simulation type d'un thermoplastique renforcé par des fibres courtes

i. Paramètres du modèle et jeu arbitraire pour l'analyse de sensibilité

Le modèle développé possède de nombreux paramètres qui définissent des lois qui interagissent entre elles. Une première catégorie de paramètres concerne les données d'entrée, qui consistent à décrire la microstructure du VER ainsi que le trajet de chargement. Chaque phase possède un facteur de forme, une fraction volumique ainsi qu'une orientation dans le cas des inclusions. Pour d'une géométrie de type sphéroïdale, seuls deux angles d'Euler sont nécessaires pour décrire l'orientation d'un renfort. Aucune des phases ne subit ici un effet de texture. Il n'y a en effet pas d'orientation privilégiée des matériaux, seule l'orientation de l'inclusion importe.

Une seconde catégorie de paramètres donne les propriétés des lois de comportement des différentes phases. Ces paramètres peuvent être déterminés en analysant chaque phase séparément. Les fibres et les vides sont considérés élastiques et se voient donc attribués un module de Young E ainsi qu'un coefficient de Poisson ν. Les fibres rompues ont un comportement élastique isotrope transverse, défini par un module longitudinal E_L, un module transverse E_T, un coefficient de Poisson transverse ν_{TT}, un coefficient de Poisson longitudinal-transverse ν_{LT} et un module de cisaillement longitudinal-transverse G_{LT}. La matrice est viscoélastique selon un modèle de Zener 3D nécessitant 6 paramètres, définis selon la section (III.3.b). La loi de comportement de l'enrobage est similaire à celle de la matrice à laquelle a été ajouté un mécanisme d'endommagement.

La troisième catégorie de paramètres concerne les trois lois d'évolution liées aux mécanismes d'endommagement. Ils doivent être estimés si possible avec des données adéquates permettant de découpler les différents phénomènes en jeu lors de la sollicitation du PA66-GF30. Ceci est en pratique complexe et l'identification se fait alors par des méthodes de rétro-ingénierie, telles que présentées dans le chapitre V. Cependant, de récents progrès dans l'analyse de données par microtomographie laissent envisager un futur découplage de l'effet des différents mécanismes et permettra une identification plus directe. La loi d'évolution des ruptures de fibres nécessite 4 paramètres, celle de la microfissuration de la matrice en requiert 6 et enfin la loi de dégradation de l'interface a besoin de 5 coefficients.

Trois familles d'orientation sont ici adoptées. Elles sont centrées sur 0°, 45° et 90°. Ces angles correspondent aux principales orientations choisies lors de la mise en œuvre d'essais sur le PA66-GF30. Afin de déterminer les fractions volumiques des fibres et de leurs enrobages pour chaque orientation, une ODF arbitraire est fournie sur la Figure IV.9. La fraction volumique initiale

des fibres est prise à 18% [8], et celle des enrobages est fixée à 24%. Un seul angle d'orientation ϑ est considéré. Le Tableau IV.4 et le Tableau V.4 définissent le jeu de paramètres arbitraire servant de base à l'analyse de sensibilité. Le RVE considéré peut alors être assimilé à ce qu'il se passe en peau d'une plaque de PA66-GF30 moulée par injection. Les valeurs des propriétés des différentes lois de comportement ont été choisies afin de se rapprocher du comportement des phases du PA66-GF30, pour une température de 23°C et une humidité relative de 50%. À noter que le module longitudinal des fibres rompues est drastiquement réduit par rapport à celui des fibres saines. Cela impacte également leur module de cisaillement longitudinal. Pour le modèle de Zener 3D, un module K_2 élevé dénote que l'effet visqueux est isochore [226]. Cela implique également que la valeur du coefficient η_b n'a plus d'influence. Celle-ci est donc fixée arbitrairement.

En ce qui concerne les lois d'évolutions des ruptures de fibre et de la microfissuration de la matrice, le coefficient β peut être approché par la résistance en traction de la phase concernée. La contrainte normale à rupture de l'interface est fixée en fonction de la littérature [137], et celle de cisaillement est ajustée selon le critère de Tresca. Le facteur d'échelle est choisi arbitrairement. Le seuil d'endommagement de la loi correspondante est choisi proche de 0, de par les conclusions du chapitre I à propos de l'absence de cycle stabilisé. Par ailleurs, pour simplifier l'analyse de sensibilité, les cinétiques d'endommagement sont ici mises en avant pour provoquer une rupture du matériau plus rapide que dans un cas réel. Pour chaque mécanisme, la constante de temps λ est définie à 1s.

<table>
<tr><th rowspan="2">Phase</th><th rowspan="2">Fraction volumique initiale</th><th rowspan="2">Facteur de forme</th><th colspan="2">Orientation</th><th rowspan="2">Propriétés de la loi de comportement</th></tr>
<tr><th>ϑ</th><th>φ</th></tr>
<tr><td>Vides</td><td>0 %</td><td>1</td><td>0°</td><td>0°</td><td>E = 1 MPa
v = 0,36</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Fibres</td><td>13,9 %</td><td rowspan="3">22</td><td>0°</td><td rowspan="3">0°</td><td rowspan="3">E = 72,4 GPa
v = 0,22</td></tr>
<tr><td>4,0 %</td><td>45°</td></tr>
<tr><td>0,1 %</td><td>90°</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Fibres rompues</td><td rowspan="3">0 %</td><td rowspan="3">11</td><td>0°</td><td rowspan="3">0°</td><td rowspan="3">E_L = 100 MPa; v_{TL} = 0,22
E_T = 72,4 GPa; v_{TT} = 0,22
G_{LT} = 40 MPa</td></tr>
<tr><td>45°</td></tr>
<tr><td>90°</td></tr>
<tr><td>Matrice</td><td>58 %</td><td>1</td><td>0°</td><td>0°</td><td rowspan="7">K_1 = 3600 MPa
G_1 = 550 MPa
K_2 = 10^6 MPa
G_2 = 2000 MPa
η_s = 1900 MPa.s^{-1}
η_b = 10^{-2} MPa.s^{-1}</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Enrobage des fibres</td><td>18,5 %</td><td rowspan="3">15</td><td>0°</td><td rowspan="3">0°</td></tr>
<tr><td>5,4 %</td><td>45°</td></tr>
<tr><td>0,1%</td><td>90°</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Enrobage des fibres rompues</td><td rowspan="3">0 %</td><td rowspan="3">7,5</td><td>0°</td><td rowspan="3">0°</td></tr>
<tr><td>45°</td></tr>
<tr><td>90°</td></tr>
</table>

Tableau IV.4 – Jeu de paramètres correspondant à la définition de la microstructure ainsi qu'aux propriétés des différentes phases, pour l'analyse de sensibilité.

Rupture de fibre				Microfissuration de la matrice						Dégradation de l'interface					
β	α	γ	δ	β	α	γ	δ	η	ζ	η_{int}	$\sigma_{rupture}$	$\tau_{rupture}$	ω	a	κ
3000 MPa	3,5	1	6	100 MPa	4,5	1	4	6	4	12	118 MPa	56 MPa	1	2	0,1%

Tableau IV.5 – Jeu de paramètres correspondant aux trois lois d'évolutions des mécanismes d'endommagement, pour l'analyse de sensibilité.

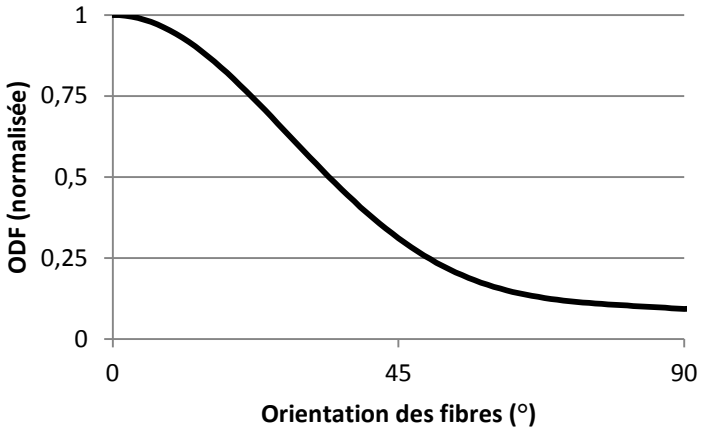


Figure IV.9 – Fonction de densité d'orientation des fibres, arbitraire et normalisée, définissant pour l'analyse de sensibilité une distribution d'orientation caractéristique de la couche en peau d'une plaque de PA66-GF30 moulée par injection.

Enfin, le trajet de chargement par défaut sera une sollicitation cyclique sinusoïdale selon l'axe longitudinal, sur quelques milliers de cycles. Les contraintes suivant les deux autres axes, ainsi que celles de cisaillement, sont maintenues nulles. La fréquence appliquée est de 1 Hz, la contrainte maximale est de 80 MPa et le rapport de charge est égal à 0,1. Cette consigne est illustrée sur la Figure IV.10. Chaque cycle est subdivisé en dix incréments de temps. L'effet du type de chargement sera également brièvement analysé dans une partie ultérieure de cette analyse.

Pour cette simulation, le tenseur d'Eshelby est calculé numériquement selon 20 points pour chaque variable d'intégration [228]. Le nombre de variables internes requis pour faire tourner la méta-umat avec les quatorze phases envisagées atteint 2731.

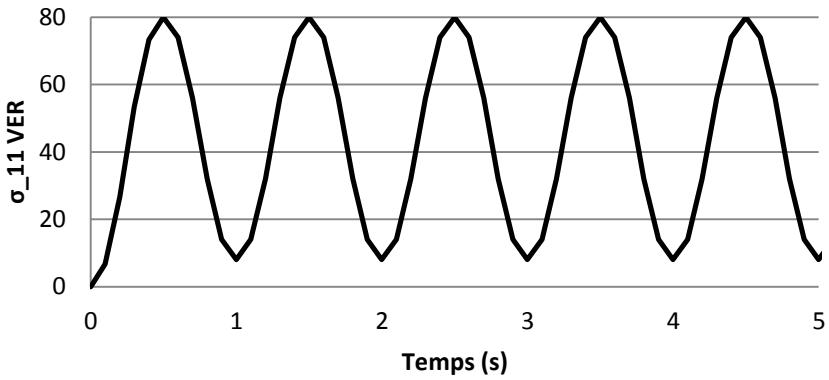


Figure IV.10 – Chargement cyclique appliqué au VER dans le cadre de l'analyse de sensibilité.

ii. Analyse détaillée de la réponse type du matériau composite

Une première simulation est faite avec le jeu de paramètres exposé précédemment. La présentation des résultats du modèle est faite selon un ordre croissant de l'échelle des phénomènes en présence. Ceci permet de comprendre pas à pas la réponse du matériau composite. Intéressons-nous donc tout d'abord aux mécanismes d'endommagement. L'évolution des fractions volumiques des différentes phases est représentée sur la Figure IV.11. Les phases orientées à 90° ne sont pas ici représentées par souci de clarté, au vu des faibles fractions volumiques en jeu. L'endommagement des interfaces et les ratios de transfert de charge *RTC* pour les fibres sont donnés sur la Figure IV.12. L'endommagement maximum de l'enrobage pour une interface totalement décollée est défini à 50%. Bien que cette valeur n'ait pas pu être déterminée expérimentalement, l'ordre de grandeur correspond à la limite utilisé dans le cadre de la théorie continue de l'endommagement [107]. Il est alors assumé que l'enrobage ne permet plus le transfert de charge lorsqu'il contient 50% de fissures.

Afin de comprendre précisément ce qu'il ce passe à l'échelle microscopique, les analyses de ces deux dernières figures doivent se faire simultanément. Sur la première, on peut tout d'abord remarquer que les ruptures de fibres (orientées selon le chargement) et la microfissuration de la matrice apparaissent dès le début de la sollicitation. Les lois associées diminuent les fractions volumiques correspondantes. Cet endommagement s'incrémente de plus en plus lentement et atteint un seuil de saturation, plus particulièrement pour les ruptures de fibres. Les concentrations volumiques de l'enrobage, des vides, des fibres rompues et de l'enrobage des fibres rompues évoluent en conséquence de ces cinétiques.

En parallèle, la Figure IV.12 montre que l'interface fibre/enrobage orientée à 0° se dégrade, comme en témoigne l'indicateur d'endommagement correspondant. Cette dégradation a dans un premier temps un impact marginal sur le transfert de charge effectif vers les fibres. Puis, vers le 600^{e} cycle et jusqu'au 1000^{e} environ, la décohésion interfaciale devient telle que les fibres ne peuvent plus recevoir la même part du chargement. Leur participation au comportement effectif décroît et la charge est reprise par les autres phases. L'endommagement des autres familles de fibres commence alors à s'accroître. La matrice voit également ses contraintes augmenter de manière drastique, ce qui intensifie sa microfissuration et pousse sa loi d'endommagement vers une nouvelle étape, observable sur la Figure IV.11.

En effet, à partir du moment où la majorité des interfaces des fibres longitudinales lâchent, les microfissures matricielles s'accumulent et s'auto-entretiennent. Ce point d'inflexion est observé sur l'évolution de la fraction volumique de la matrice autour du 1200^{e} cycle. Il s'en suit une accélération de l'endommagement de la matrice, jusqu'à un seuil où celui-ci augmente de manière exponentielle. Cela correspond physiquement à un changement de mode de rupture de la matrice, de ductile à fragile. La ruine du matériau est numériquement définie quand le paramètre d'endommagement de la matrice atteint 90%, ce qui est le cas au cours du 1542^{e} cycle. À noter que la fraction volumique de vides augmente au détriment de celle de la matrice de manière symétrique.

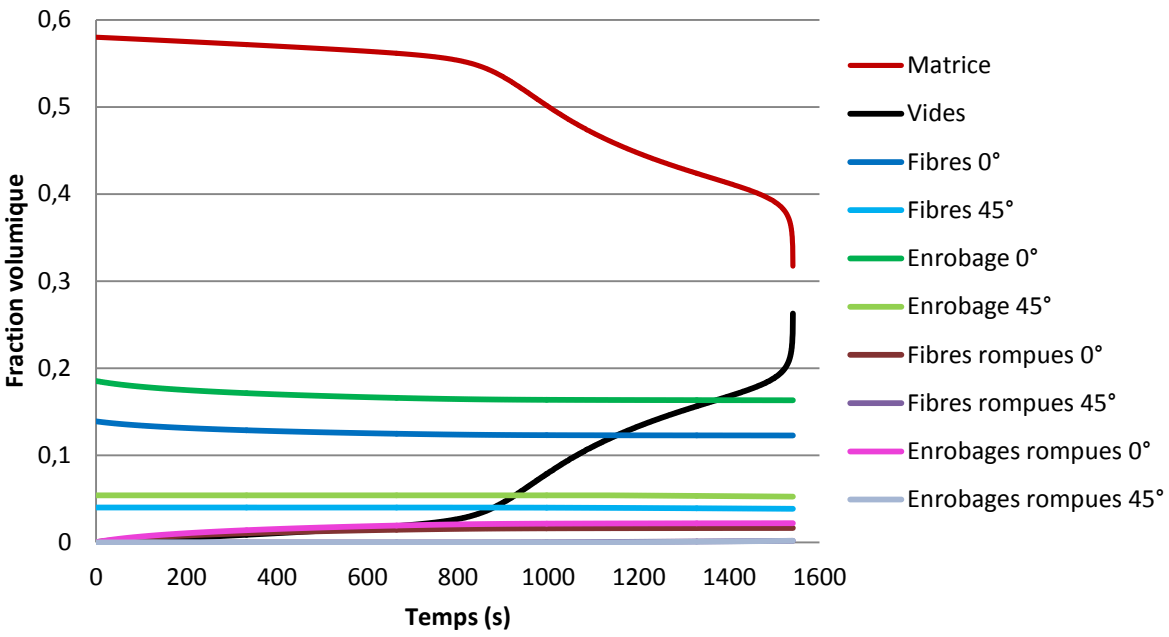


Figure IV.11 – Evolution des fractions volumiques des différentes phases pour l'analyse de sensibilité.

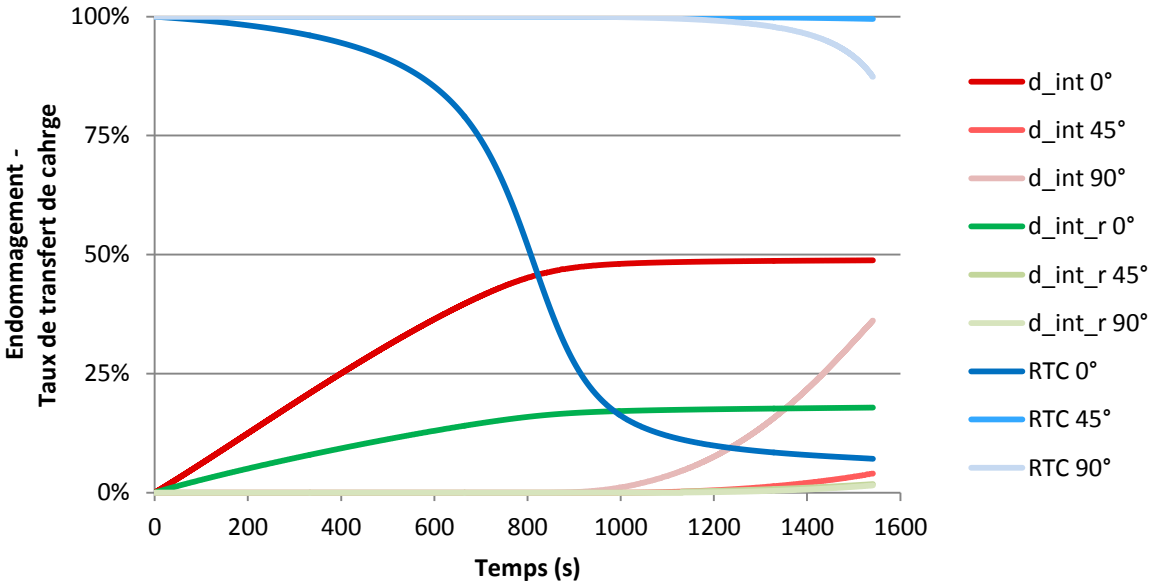


Figure IV.12 – Evolution de l'endommagement aux interfaces et du taux de transfert de charge pour l'analyse de sensibilité.

Les observations précédentes sont corroborées par le suivi des champs locaux. Pour des raisons de simplicité, seules les contraintes et déformations suivant l'axe longitudinal sont ici considérées, et ce uniquement pour la matrice (m), les fibres orientées à 0° (f) ainsi que leurs enrobages (e). Afin d'améliorer la lisibilité du graphique, chaque phase se voit attribuer deux courbes. L'une d'elle correspond à la valeur de la déformation ou de la contrainte minimum sur un cycle, et l'autre à celle maximale. Les déformations correspondantes sont reportées sur la Figure IV.13. Les contraintes sont tracées sur la Figure IV.14.

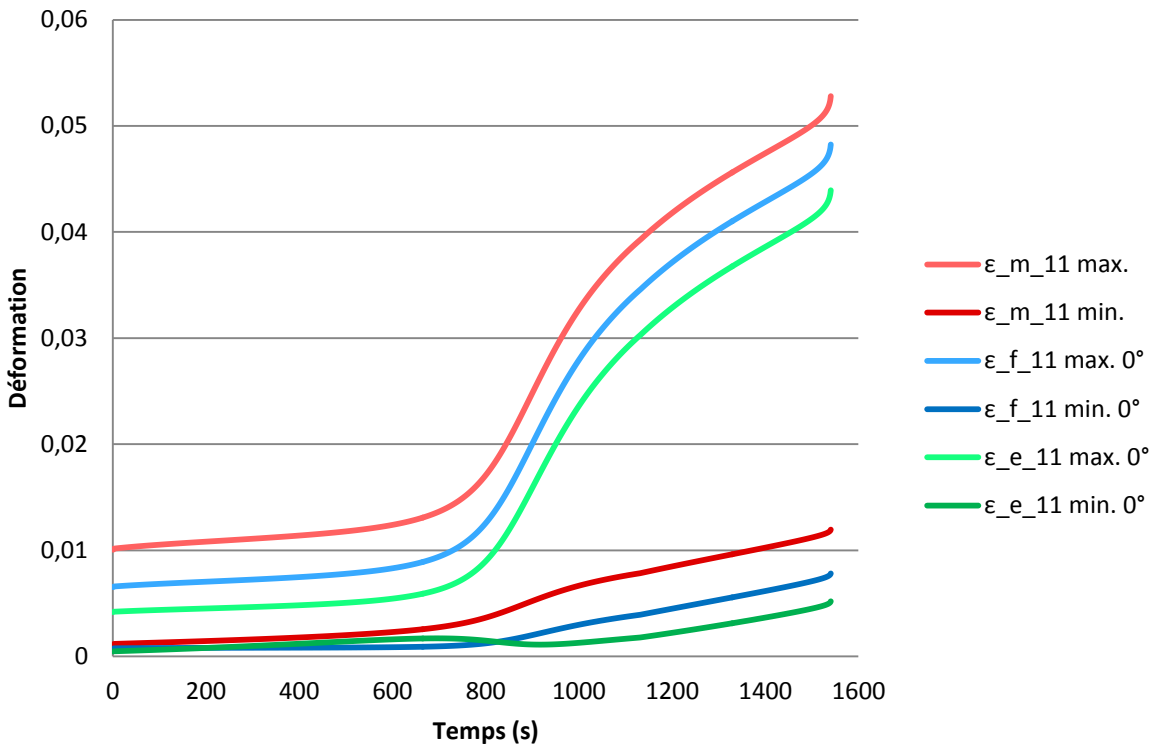


Figure IV.13 – Evolution de la déformation de la matrice, de celle des fibres longitudinales et de celle des enrobages correspondants, pour l'analyse de sensibilité.

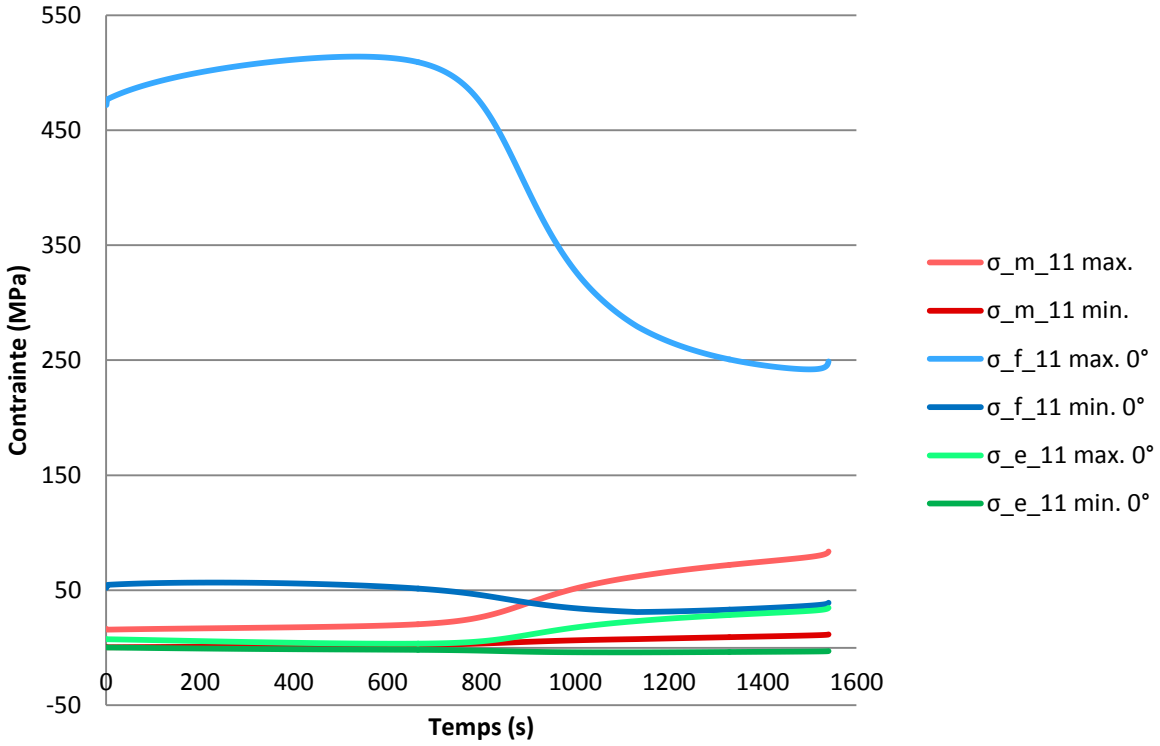


Figure IV.14 – Evolution de la contrainte dans la matrice, dans les fibres longitudinales et dans les enrobages correspondants, pour l'analyse de sensibilité.

Au début du chargement, les ruptures de fibres et la microfissuration de la matrice provoquent une montée de la contrainte dans les fibres et également dans la matrice, dans une moindre mesure. En effet, il reste en quelque sorte moins de fibres et de matrice pour se répartir la charge. Une fois que la dégradation des interfaces commence à se faire ressentir, autour du 800^{e} cycle, la contrainte moyenne dans les fibres chute de moitié. Cela provoque une profonde restructuration de la distribution champs locaux au sein du composite. En ce qui concerne plus particulièrement la matrice, la contrainte et la déformation sont quadruplées. C'est d'ailleurs ce phénomène qui provoque l'accélération de la microfissuration matricielle, qui mènera à la ruine du matériau. Une remarque peut ici être faite sur l'un des aspects du modèle à particules enrobées. Ce dernier gère de concert la déformation de l'enrobage et de la phase enrobée. Il en résulte que les fibres se déforment plus que de raison lorsque les interfaces lâchent. Ceci est dû au fait que l'enrobage est alors beaucoup moins rigide d'une part, et que la baisse du taux transfert de charge affecte également la rigidité des fibres en tant que phase dans la méthode de Mori-Tanaka. Cette montée de la déformation des fibres explique aussi pourquoi la contrainte correspondante ne chute pas autant qu'elle le devrait, c'est à dire proportionnellement au taux de transfert de charge. Bien que cet aspect du modèle soit physiquement discutable lorsque ces deux phases sont prises à part, l'ensemble {enrobage + inclusion} se comporte finalement de manière réaliste.

Le comportement effectif du VER est maintenant analysé. La réponse en déformation est tracée sur la Figure IV.15, tandis que l'évolution du coefficient L_{t_11} du module tangent effectif est représentée sur la Figure IV.16. L'interprétation de ces courbes découle des observations locales précédentes. La déformation moyenne du VER augmente au fur et à mesure du chargement. Celle-ci est plutôt lente au début mais s'accentue lorsque les interfaces commencent à lâcher, autour du 600^{e} cycle. À partir du 800^{e} cycle, elle s'accélère grandement, et ce jusqu'à la ruine du matériau. Le module tangent suit quant à lui la tendance inverse. Il est particulièrement marqué par les ruptures de fibres au début du chargement. La décohésion des interfaces accélère brutalement sa chute. Lors de la ruine du matériau, il atteint finalement une valeur six fois inférieure à celle initiale.

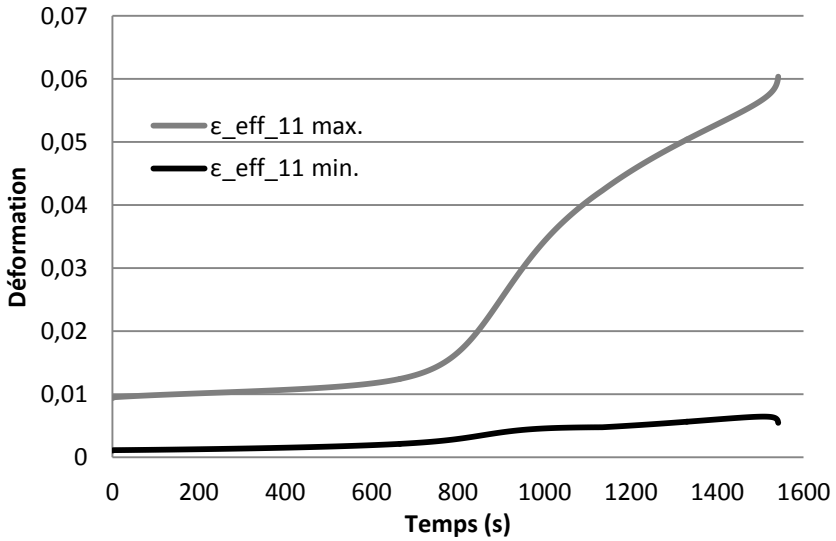


Figure IV.15 – Evolution de la déformation effective du VER pour l'analyse de sensibilité.

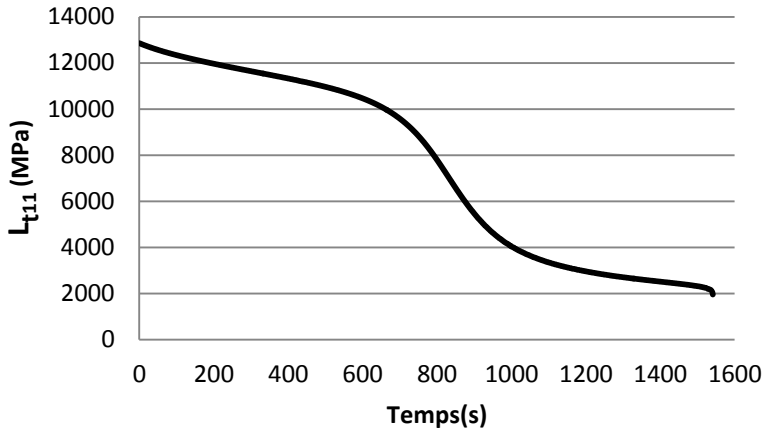


Figure IV.16 – Evolution du coefficient 11 du module de rigidité effectif du VER, pour l'analyse de sensibilité.

Avant d'enchaîner avec la sensibilité du modèle aux différents paramètres, il convient de préciser qu'une telle simulation, sur à peu près 1500 cycles, peut prendre une dizaine de minutes. L'étape la plus longue de ce calcul est de loin la détermination laborieuse et systématique du tenseur d'Eshelby pour toutes les phases et à tous les incréments. Ceci est particulièrement exacerbé dans le cas d'un modèle à particules enrobées. C'est pourquoi dans le cas présent et pour les simulations qui vont suivre, ce tenseur d'Eshelby n'est déterminé que deux fois par cycle (à son sommet et à son minimum). Le tenseur d'Eshelby évolue en effet uniquement lorsque le module tangent des phases évolue, et les modules varient peu au cours d'un cycle. Cela permet d'effectuer des simulations approximativement 5 fois plus rapides. Pour un calcul de fatigue à haut nombre de cycles, il serait également possible d'envisager une mise à jour encore moins fréquente de ce tenseur, ou bien seulement lorsque cela s'avère nécessaire comme par exemple lorsque l'endommagement modifie significativement la microstructure.

Maintenant que le comportement cyclique du matériau composite a été analysé pour le jeu de paramètres initial, l'analyse de sensibilité au sens propre peut débuter. Il s'agit ici d'observer la variation du comportement local et/ou effectif lorsque l'on modifie une loi de comportements, la microstructure du matériau ou encore la cinétique d'un mécanisme d'endommagement. Cette section présente également une quantification de l'indépendance du comportement du matériau composite au temps cinématique.

b. *Influence du type de renfort*

i. *Renforts plus rigides*

Une première comparaison est effectuée en remplaçant les fibres de verre par des renforts plus rigides. Comme réalisé précédemment dans ce chapitre, ces renforts ont des propriétés assimilables aux fibres de carbone telles que décrites par Berthelot [233]. Pour des raisons de simplicité et de comparaison, ces nouvelles inclusions sont donc considérées élastiques isotropes bien que le modèle peut intégrer un comportement élastique isotrope transverse pour une application réelle. Le module d'Young des renforts est alors de 380 GPa pour un coefficient de Poisson égal à 0,33. Le coefficient β de la loi d'évolution des ruptures de fibres est également

impacté par ce changement, puisque lié à la résistance en traction des renforts. Sa nouvelle valeur est alors définie à 4500 MPa. De la même façon, la résistance de l'interface se doit d'être augmentée. $\sigma_{rupture}$ est alors accrue selon un ratio similaire et est ici égale à 168 MPa. $\tau_{rupture}$ est également fixée à 84 MPa selon un critère de type Tresca.

Muni de fibres bien plus rigides, le VER possède de meilleures propriétés mécaniques qui mènent a une durée de vie améliorée. Chargé en fibre de carbone, le matériau ne se rompt qu'au bout du 4922^{e} cycle. La contrainte moyenne maximale (sur un cycle) des fibres est représentée sur la Figure IV.17. Les déformations de la matrice et des fibres sont indiquées de manière similaire par la Figure IV.18. Les renforts en carbone ne subissent qu'à peine plus de contrainte que ceux en verre. Ceci est dû au fait que les déformations de chaque phase sont sensiblement plus faibles que pour la configuration initiale. Les fibres de carbones ayant un module d'Young élevé, elles se déforment effectivement quatre fois moins pour supporter une charge du VER égale. De fait, la déformation de la matrice est également réduite. Par ailleurs, comme mentionné pour la configuration initiale, le mécanisme de rupture de fibres va induire une augmentation des contraintes dans les fibres lors de la première partie de la vie du matériau.

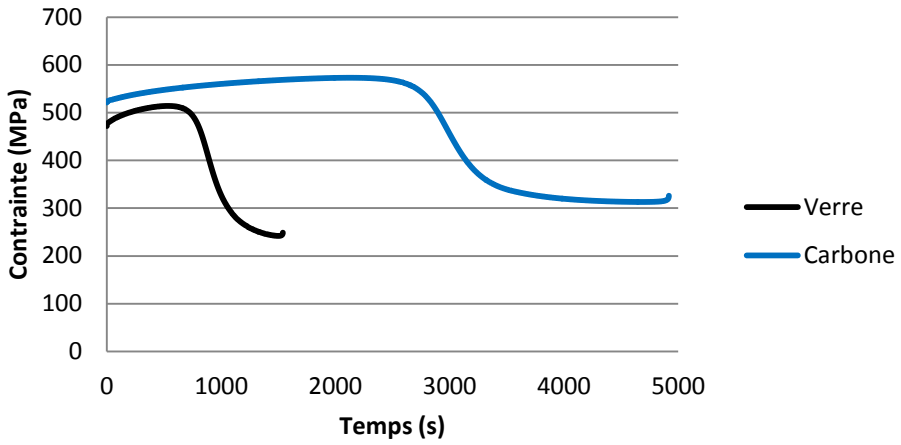


Figure IV.17 – Evolution de la contrainte maximale dans les fibres en changeant le type de fibre. Seules les valeurs de la famille d'orientation à 0° sont représentées.

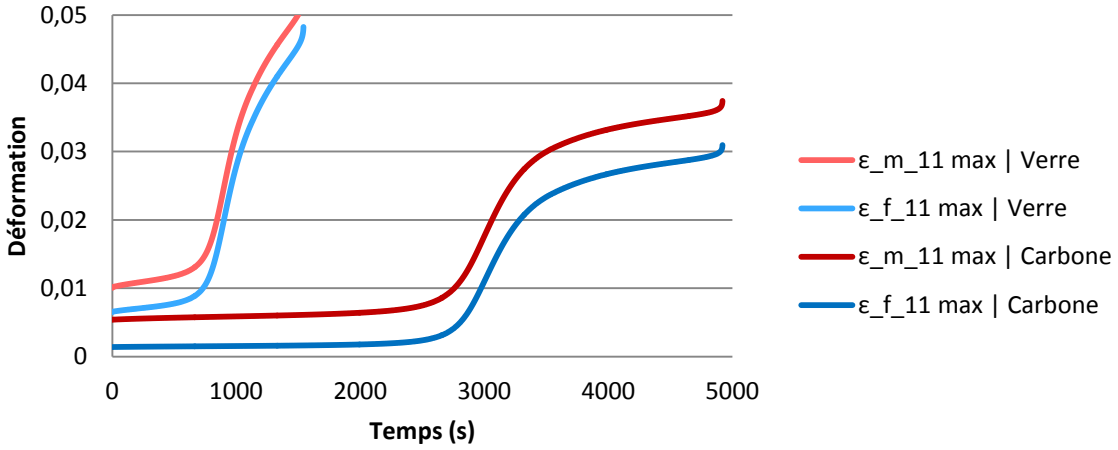


Figure IV.18 – Evolution de la déformation maximale de la matrice et des fibres en changeant le type de fibre. Seules les valeurs de la famille d'orientation à 0° sont représentées.

Ces observations sur les champs locaux permettent de comprendre les cinétiques d'endommagement alors en jeu. La décohésion de l'interface est illustrée sur la Figure IV.19, tandis que l'évolution des fractions volumiques de fibre et de matrice est indiquée sur la Figure IV.20. Etant donné que les seuils en contrainte des ruptures de fibres et de la dégradation à l'interface ont été augmentés pour le cas des inclusions de carbone, et que le champ de contrainte dans les fibres ne s'est que marginalement accrue, il en résulte une cinétique plus lente pour ces deux mécanismes d'endommagement. De la même façon, la matrice subit moins de contraintes et sa fissuration s'en trouve ralentie.

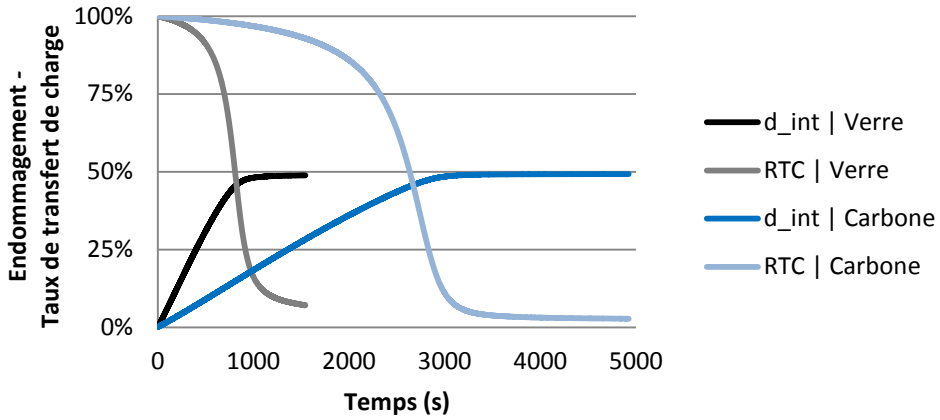


Figure IV.19 – Evolution de l'endommagement à l'interface et du taux de transfert de charge en changeant le type de fibre. Seules les valeurs de la famille d'orientation à 0° sont représentées.

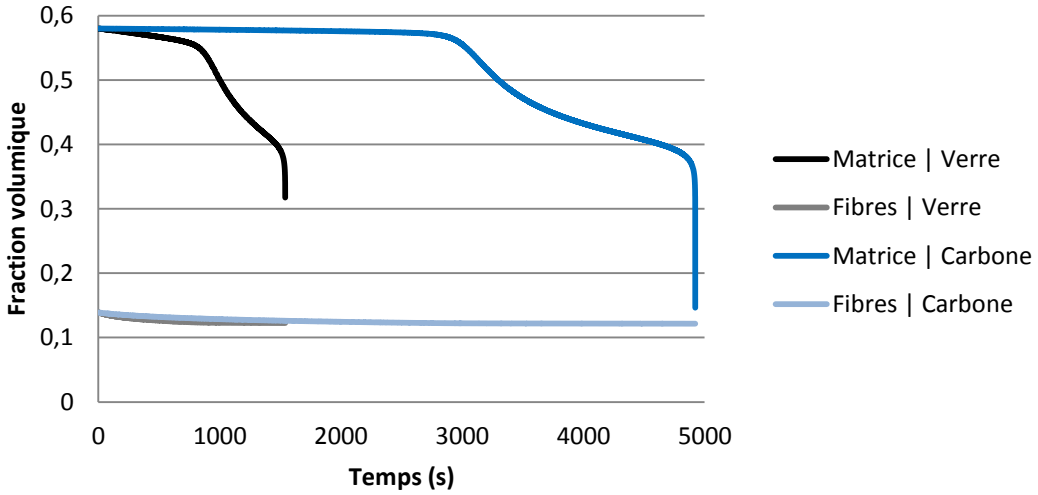


Figure IV.20 – Evolution des fractions volumiques de la matrice et des fibres en changeant le type de fibre. Seules les valeurs de la famille d'orientation à 0° sont représentées.

L'impact du changement du type de renfort se ressent également au niveau du comportement effectif. L'évolution du module de rigidité effectif, représentée sur la Figure IV.21, est conforme à l'analyse précédente. À noter que ce module est intrinsèquement bien plus élevé avec des fibres de carbone qu'avec des fibres en verre. En conclusion et sans surprise, le choix du matériau pour le renfort d'un composite est primordial. Il se fait alors en fonction du cahier des charges, et peut radicalement changer la donne en terme de réponse effective.

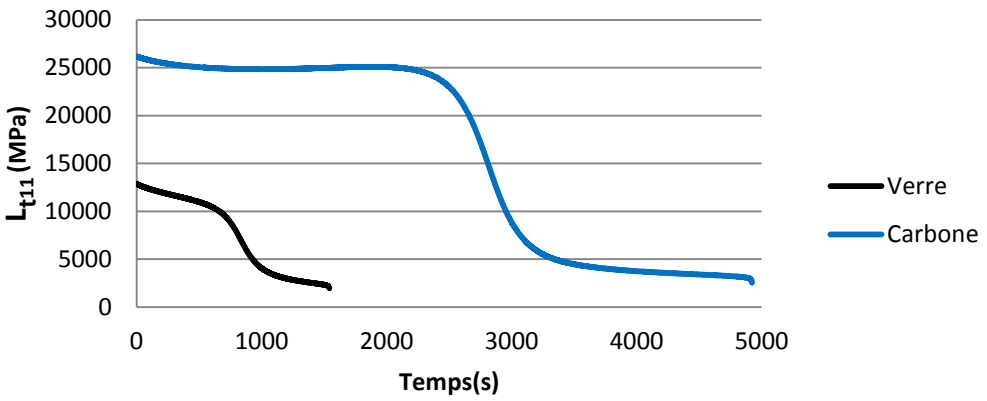


Figure IV.21 – Evolution du coefficient 11 du module de rigidité effectif en changeant le type de fibre.

ii. Impact du facteur de forme

Le facteur de forme des inclusions est un paramètre déterminant dans le comportement effectif d'un matériau composite. En effet, il est admis que pour un composite unidirectionnel avec des fibres plus rigides que la matrice, le module longitudinal est bien plus important que celui transverse. C'est pourquoi deux nouveaux facteurs de forme sont ici testés pour les fibres : 10 et 44. Ceux des enrobages correspondants sont alors respectivement définis à 6 et 30. À noter que les facteurs de formes pour les fibres rompues et leurs enrobages sont toujours divisés par deux par rapport aux phases saines. Intéressons-nous tout d'abord à l'évolution de l'endommagement à l'interface, représentée sur la Figure IV.22, et sur ses conséquences sur la contrainte longitudinale au sein des fibres, illustrées sur la Figure IV.23. Lorsque les fibres sont deux fois plus allongées, la distribution des contraintes est telle qu'elles sont soumises à une contrainte plus importante. Leur facteur de forme élevé leur assure un bon taux de transfert de charge même si la décohésion de l'interface est prononcée. En ce qui concerne les fibres avec un faible facteur de forme, elles ne peuvent pas récupérer autant de contraintes que dans le cas standard. La décohésion de l'interface impacte plus vite le taux de transfert de charge des fibres courtes. Cependant, le champ de contrainte moins élevé dans ces fibres est suffisant pour permettre à la dégradation de l'interface d'être plus lente que dans le cas initial.

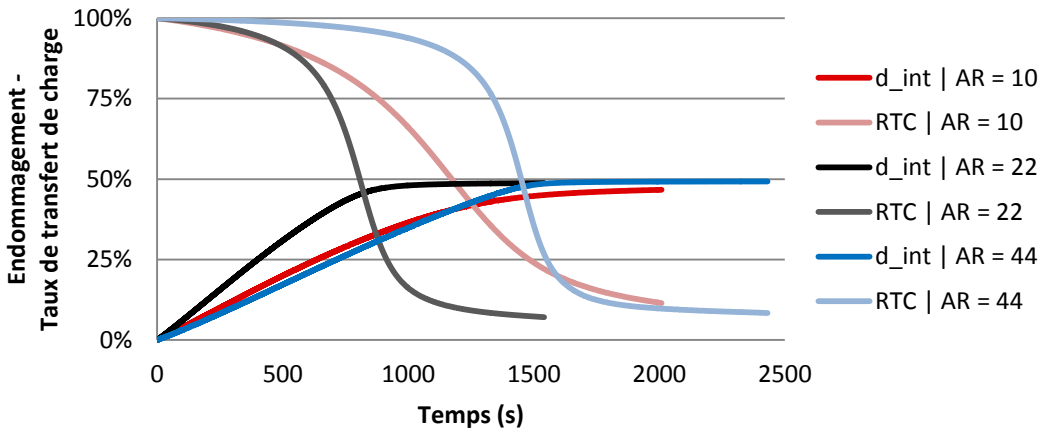


Figure IV.22 – Evolution de l'endommagement à l'interface et du taux de transfert de charge selon le facteur de forme des fibres. Seules les valeurs de la famille d'orientation à 0° sont représentées.

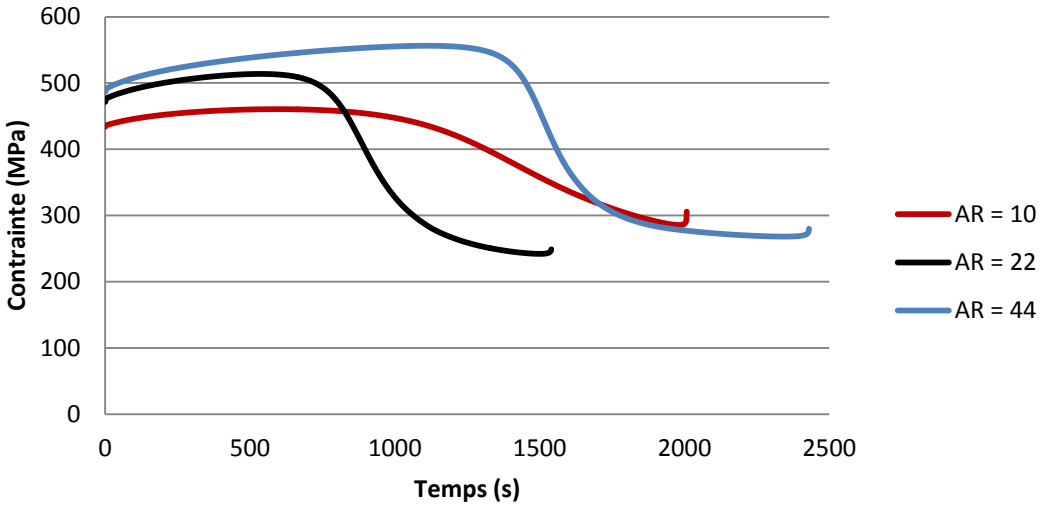


Figure IV.23 – Evolution de la contrainte maximale dans les fibres selon leur facteur de forme. Seules les valeurs de la famille d'orientation à 0° sont représentées.

Ces phénomènes impactent directement les contraintes subies par la matrice. Celle-ci a un effet direct sur la fraction volumique du thermoplastique, qui est représenté sur la Figure IV.24. Ainsi, bien que les fibres moins allongées s'endommagent au final moins vite que celles standards, la matrice en subit le contrecoup. Elle supporte en effet des contraintes plus importantes ce qui accélère grandement son endommagement initial. Cependant, les effets couplés entre l'évolution du transfert de charge (ralentie dans le cas de fibres courtes) et la cinétique de la microfissuration de la matrice prédisent une durée de vie en fatigue supérieure à celle du matériau standard. Ce type de comportement devra être validé expérimentalement pour déterminer la pertinence de la loi d'évolution du taux de transfert de charge dans des cas complexes. La configuration avec les fibres longues permet à la matrice de ne subir que peu d'endommagement le temps que les interfaces cèdent. Une fois ce dernier seuil dépassé, la course vers la ruine du matériau est analogue au cas initial. À noter également que le facteur de forme n'a qu'un impact limité sur la cinétique des ruptures de fibres. Les trois courbes de fractions volumiques de fibres sont en effet presque superposées, même s'il y a plus de ruptures de fibre avec un facteur de forme plus élevé.

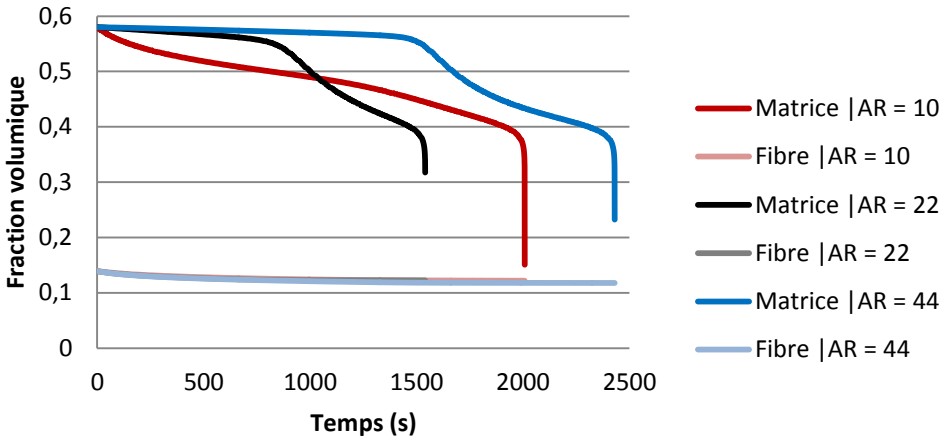


Figure IV.24 – Evolution des fractions volumiques de la matrice et des fibres selon le facteur de forme de ces dernières. Seules les valeurs de la famille d'orientation à 0° sont représentées.

Afin de conclure sur l'influence du facteur de forme des fibres sur le comportement effectif du matériau composite, le coefficient 11 du module de rigidité effectif est représenté sur la Figure IV.25. Comme attendu, sa valeur initiale est d'autant plus importante que le facteur de forme des fibres est grand. Au début du chargement, il évolue accordement aux chutes de fractions volumiques de fibre et de matrice. Une transition vers des valeurs basses s'opère lorsque les interfaces cèdent et que les fibres reprennent beaucoup moins de contrainte. Les cinétiques des lois d'évolutions des mécanismes d'endommagement permettent à L_{t11} de marquer cette transition plus tard pour un faible rapport de forme que pour celui initial.

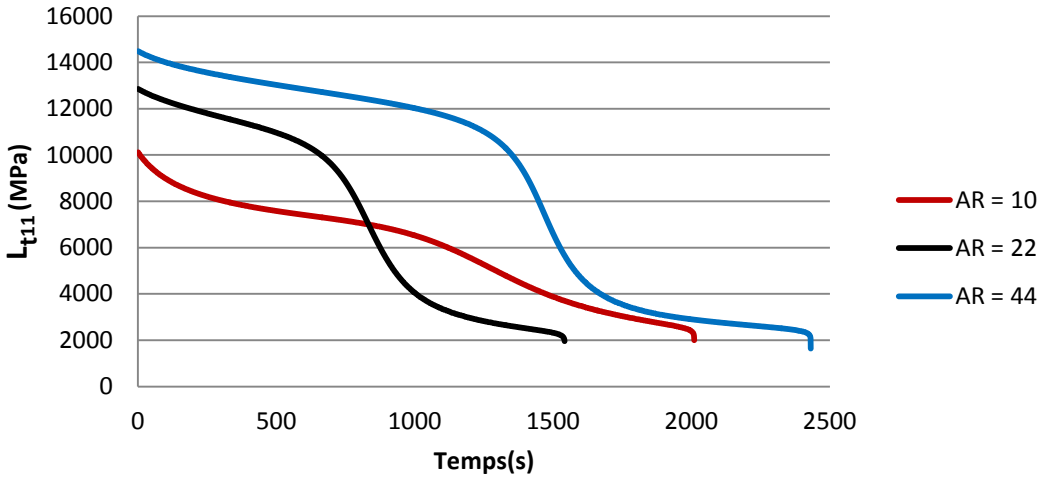


Figure IV.25 – Evolution du coefficient 11 du module effectif selon le facteur de forme des fibres.

Finalement, le facteur de forme des fibres joue un rôle déterminant dans la tenue en fatigue du matériau composite. Il influe sur la répartition des contraintes entre les différentes phases et à ce titre sur les lois d'évolutions des différents mécanismes d'endommagement. Ainsi, un matériau moins rigide en apparence (*AR* = 10) permet ici de mieux équilibrer les différentes cinétiques d''endommagement pour n'aboutir à la ruine du matériau qu'au 2010^{e} cycle. Néanmoins et de manière logique, des fibres plus longues garantissent une meilleure tenue mécanique des interfaces et donc du matériau composite, et permettent ici au VER de tenir jusqu'au 2432^{e} cycle.

c. *Effet de la microstructure*

La microstructure est l'âme d'un matériau composite. L'agencement et la fraction volumique des fibres sont au cœur des propriétés microstructurales et impactent le composite à tous les niveaux. Dans cette partie, une première étude se concentre sur l'influence du taux de fibre, et une seconde s'intéresse aux répercussions d'un changement de leur tendance d'orientation.

i. *Impact de la fraction volumique de fibre*

Deux fractions volumiques différentes sont ici testées : 8% et 30%, et la distribution de leur orientation suit l'ODF présentée Figure IV.9, les concentrations des différentes phases se répartissent alors selon le Tableau IV.6.

Taux de fibre	Fraction volumique						
	Matrice	*Fibres*			*Enrobage*		
		0°	*45°*	*90°*	*0°*	*45°*	*90°*
8%	0,813	0,061	0,018	0,001	0,082	0,024	0,001
30%	0,31	0,232	0,067	0,001	0,3	0,089	0,001

Tableau IV.6 – Répartition des fractions volumiques des différentes phases lorsque le taux de fibre change.

Sans surprise, ces deux changements de microstructure ont un impact de premier ordre sur la tenue en fatigue du matériau composite. Avec une fraction volumique de fibres de 8%, le matériau se rompt au bout du 236^{e} cycle, alors que pour une concentration de fibre de 30%, la rupture n'intervient qu'au 6362^{e} cycle. Au final, la majorité des courbes tracées pour la configuration standard ressemblent à celles ici obtenues - si ce n'est que les phénomènes sont resserrés sur 236 cycles ou étendus sur 6362 cycles. Deux grandeurs méritent tout de même une analyse plus fine de ces simulations. Il s'agit de la contrainte dans les fibres, illustrée par la Figure IV.26, et du coefficient 11 du module de rigidité effectif donné sur la Figure IV.27. Le premier graphe représente le fait que plus les fibres sont nombreuses, plus elles se répartissent la charge. Pour une faible fraction volumique, les fibres subissent ainsi des contraintes très élevées, qui vont rapidement dégrader l'interface, ce qui finit par mener à la ruine du matériau. Néanmoins, la cinétique de rupture de fibres n'est ici pas tellement impactée par ces considérations. En effet, même si la contrainte moyenne dans les fibres diminue grandement avec le nombre de fibres, celles-ci sont nettement plus nombreuses à être susceptibles de se rompre. Il en résulte un équilibre entre ces deux phénomènes. La part de fibres cassées du composite à 8% est cependant nettement supérieure à celle du composite constitué de 30% de renforts. En ce qui concerne le comportement effectif du VER, sa rigidité est directement impactée par le taux de fibre, et passe du simple au triple pour les trois configurations testées. L'évolution du comportement effectif ramené à son nombre de cycle à rupture suit une tendance comparable pour les trois configurations, ce qui est pertinent au vu des remarques précédentes.

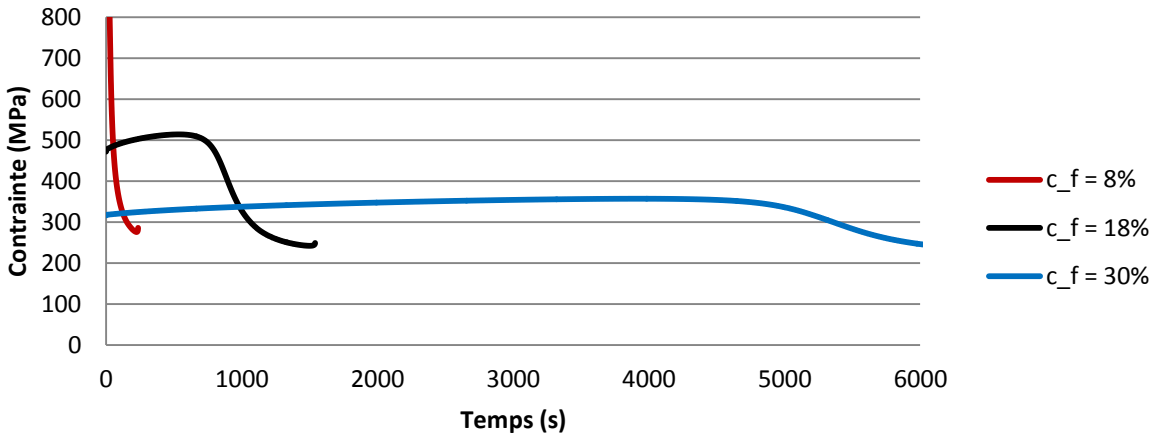


Figure IV.26 – Evolution de la contrainte maximale dans les fibres selon la fraction volumique de fibre. Seules les valeurs de la famille d'orientation à 0° sont représentées.

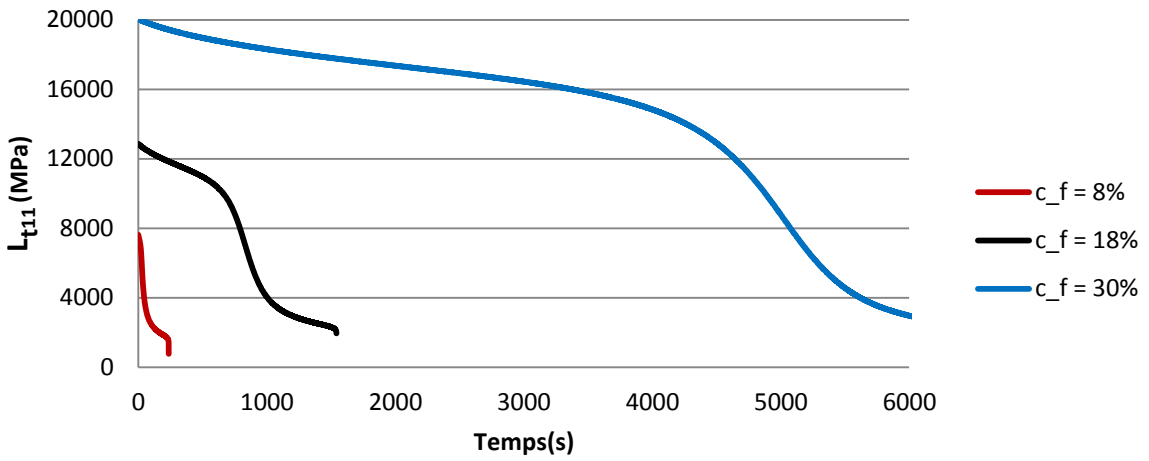


Figure IV.27 – Evolution du coefficient 11 du module de rigidité effectif, selon la concentration de fibres.

En conclusion, ce n'est pas anodin si la dénomination d'un matériau composite, comme le PA66-GF30 par exemple, donne une indication directe sur la fraction volumique de renforts. Celle-ci est à la base des performances mécaniques du matériau, et la modifier change drastiquement la tenue en fatigue de celui-ci. Nous avons vu que le modèle développé permettait de prendre en compte les effets liés à la microstructure : taux de renforts, forme des renforts, rigidités des phases. La cinétique d'endommagement est en général profondément affectée par ces paramètres. Le chapitre 5 va ensuite s'attacher à valider expérimentalement, du moins en partie, la pertinence et la capacité de prédiction du modèle multi-échelles développé.

ii. Impact de l'orientation des fibres

L'influence de l'orientation des fibres est ici testée en faisant varier l'orientation du chargement. L'effet est alors le même que si l'on pivotait le matériau composite. Ce type de chargement peut facilement être réalisé expérimentalement sur une éprouvette découpée selon un axe formant un angle avec la direction d'injection et soumise à de la traction uniaxiale. Deux nouvelles configurations sont ici analysées et correspondent à un matériau composite préférentiellement orienté à 45° ou 90°, dans le plan d'orientation des fibres. Lorsqu'il est sollicité hors de son axe longitudinal, le modèle prédit que la durée de vie d'un tel matériau composite est réduite. Ainsi, pour un chargement décalé de 45°, la rupture a lieu au 783^{e} cycle. Dans le cas d'une sollicitation transverse, elle intervient lors du 1259^{e} cycle. Cet écart, à priori non intuitif, est expliqué dans l'analyse détaillée suivante.

Lorsque l'on modifie l'orientation du chargement, les phénomènes les plus intéressants se passent au niveau des interfaces, selon les différentes orientations. L'endommagement de celles-ci et leur impact sur le transfert de charge sont représentés sur la Figure IV.28. À titre de comparaison, le même graphe pour le cas initial a été présenté Figure IV.12. Dans le cas du décalage de 45°, l'interface des fibres orientées à 0° et 90° deviennent toutes deux désaxées de 45°, mais dans une direction perpendiculaire l'une par rapport à l'autre. Cependant, les inclusions sont bien plus nombreuses dans la direction longitudinale. Dans ce cas, la déformation dans la matrice est fortement impactée par cette phase à forte fraction volumique. C'est les conditions en déformation

de la matrice qui “pilote” alors le comportement des fibres transverses. Ces dernières se retrouvent alors soumises à un fort champ de contraintes pour accommoder les conditions aux limites en déformation de la matrice correspondant au schéma de Mori-Tanaka. La décohésion de l'interface de ces fibres est donc rapide.

Dans le cas du chargement transverse, ce phénomène est encore plus marqué car ces fibres sont orientées suivant la direction du chargement. Elles subissent alors une contrainte telle que la dégradation de l'interphase est presque immédiate. Dans les deux configurations, ce sont donc les fibres à 45° qui sont le plus à même de reprendre la charge, ce que traduit leur propension à s'endommager. Bien évidemment, la matrice est plus contrainte dans le cas de la sollicitation transverse. Finalement, en ce qui concerne les fibres longitudinales, leurs interfaces ne sont que peu impactées dans les deux cas de figures, voire pas du tout lorsque sollicitées transversalement. Ceci est tout à fait logique puisqu'elles ne supportent que peu de contraintes.

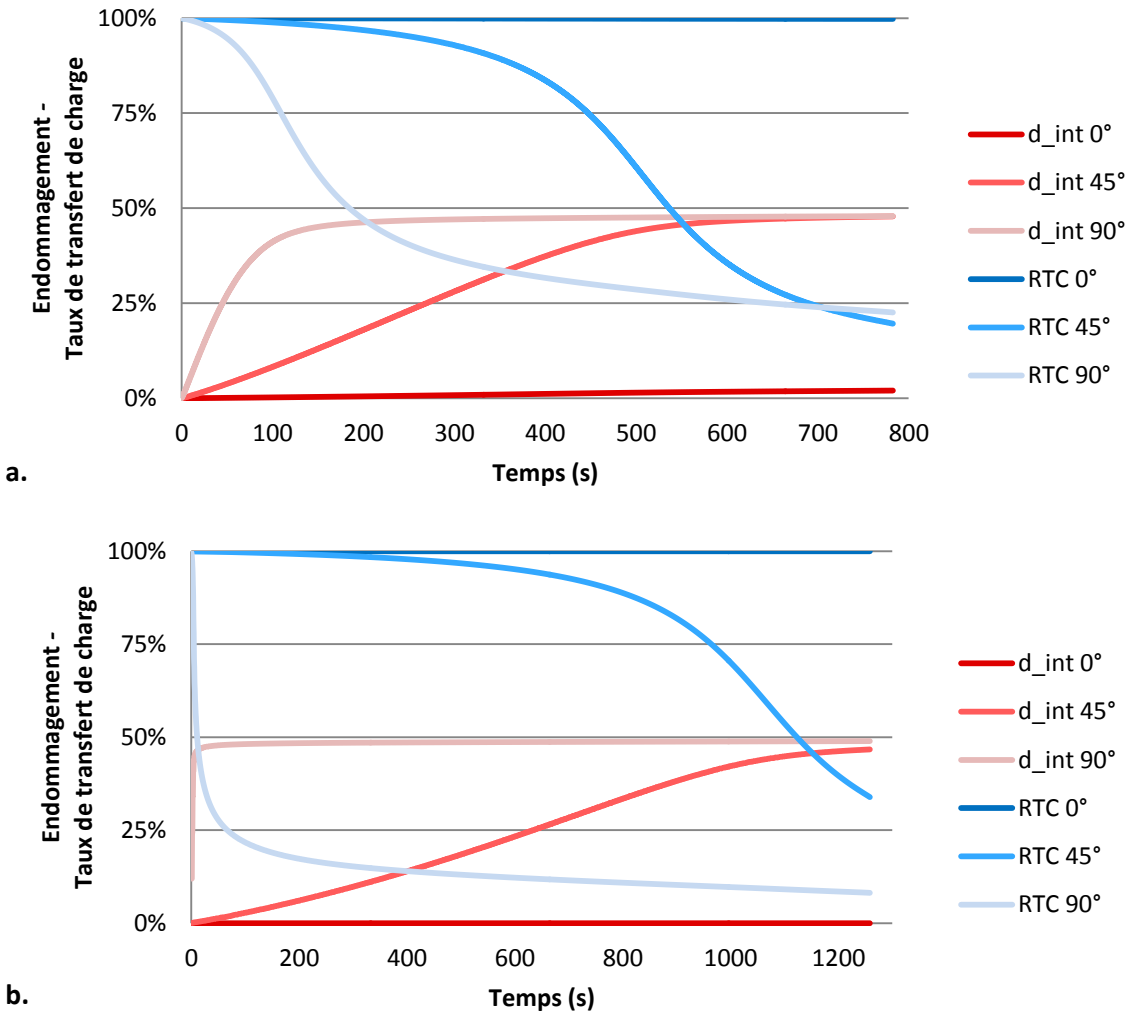


Figure IV.28 – Evolution de l'endommagement à l'interface et du taux de transfert de charge selon l'orientation du chargement. **a.** Traction cyclique décalée de 45° **b.** Sollicitation transverse.

Ces considérations se traduisent directement au niveau des fractions volumiques des phases de fibre et de matrice, dont les évolutions sont tracées sur la Figure IV.29. À titre d'information, les courbes issues de la configuration standard ont été données sur la Figure IV.11. Comme mentionné

précédemment, la matrice est soumise à une contrainte plus importante lorsque la sollicitation est désaxée, car il n'y a alors pas de part importante de fibres orientées dans la direction de la charge. La fraction volumique de matrice diminue donc rapidement dès le premier cycle. Etant donné que l'interface des fibres à 45° cède plus rapidement pour le chargement aligné selon leur orientation, la matrice supporte plus de charge que dans l'autre cas, et se dégrade alors plus rapidement. En parallèle et conformément aux conclusions précédentes, il est à noter que les fibres orientées à 0° ne se brisent quasiment pas. Par contre, environ 12% de celles alignées à 45° se fracturent entre le début du chargement et la rupture du matériau.

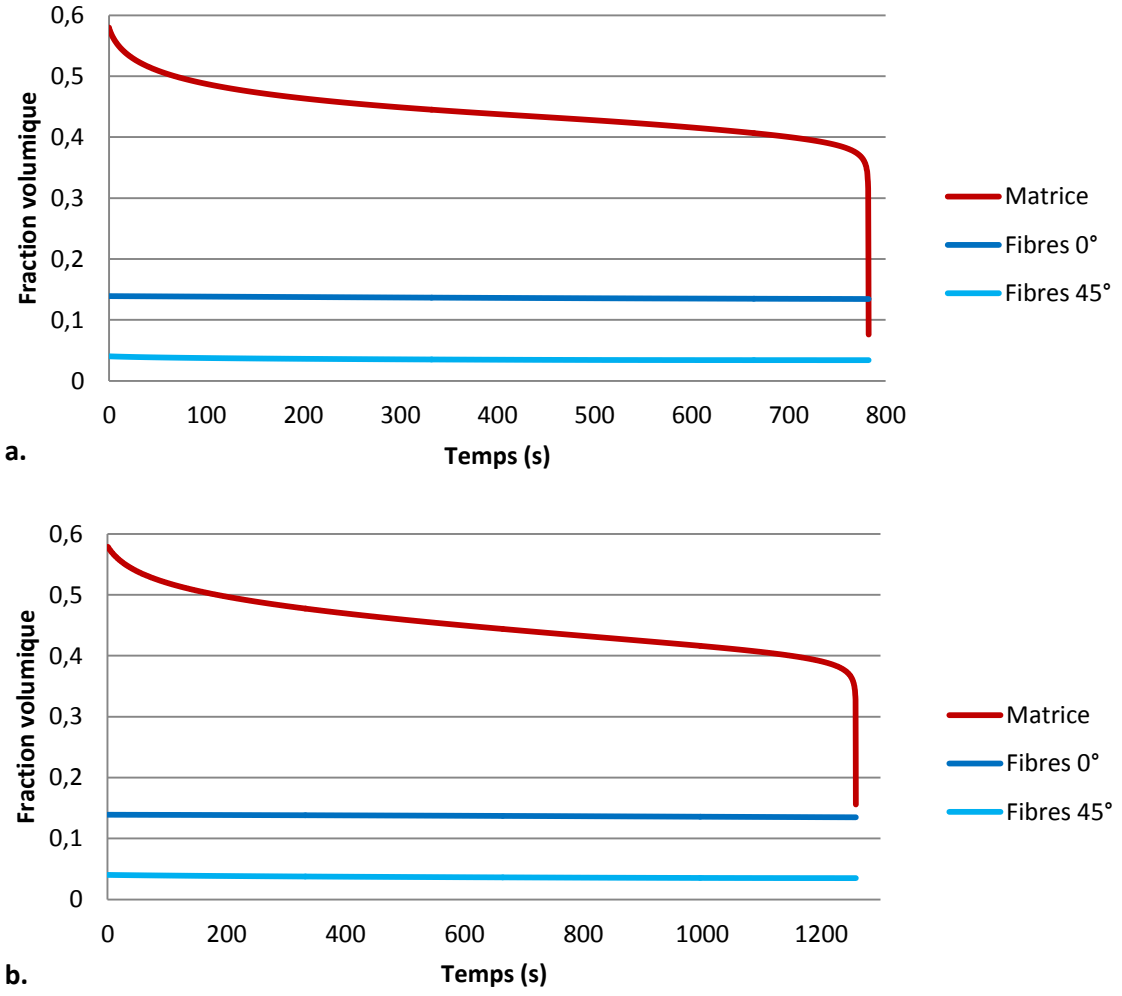


Figure IV.29 – Evolution des fractions volumiques selon l'orientation du chargement. **a.** Traction cyclique décalée de 45° **b.** Sollicitation transverse.

Ces phénomènes ont un impact sur le comportement effectif. Le coefficient 11 du module de rigidité effectif est reporté sur la Figure IV.30 pour les trois configurations. Bien qu'il ne corresponde bien sûr pas au module correspondant à la direction de chargement pour chacun des cas, cette valeur commune permet de juger de la perte de rigidité effective du VER. Celle-ci est la plus rude pour la configuration orientée à 45°, ce qui conforte les conclusions précédentes. Il est important de constater que la baisse de rigidité ne souffre pas de la transition caractéristique du cas longitudinal. Celle-ci est en effet due à la perte de la majorité des interfaces fibres/enrobages, alors que dans les autres cas, la plupart des fibres (orientées longitudinalement) ont une interface peu dégradée.

L'orientation du VER et/ou du chargement a donc un rôle de premier ordre sur le fonctionnement du modèle. La tenue du matériau composite est d'autant meilleure que ses fibres sont alignées avec la direction du chargement. Les mécanismes d'endommagement développent une cinétique bien différente en fonction de la répartition des champs locaux, qui est ici grandement impactée. Pour finir, la déformation effective du VER n'est pas représentée mais il aisément concevable que la déformation moyenne effective augmente nettement pour les deux configurations hors axe.

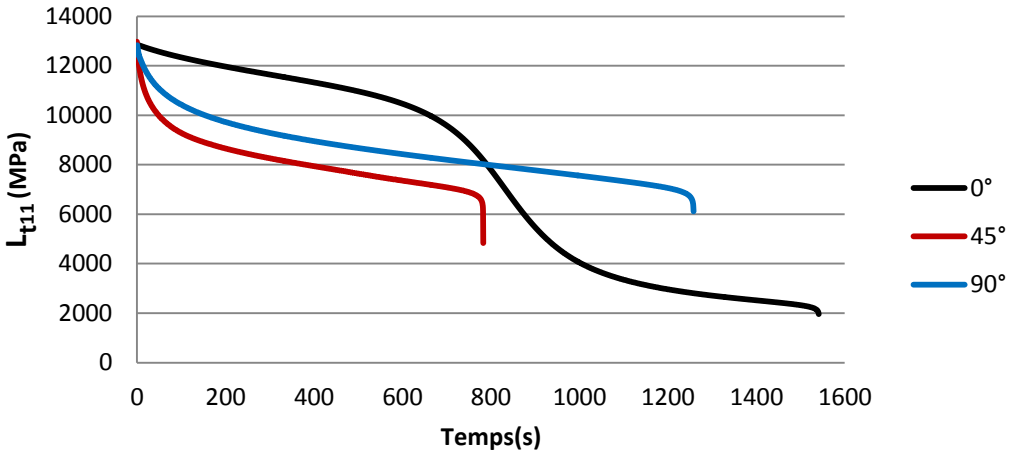


Figure IV.30 – Evolution du coefficient 11 du module effectif selon l'orientation du chargement.

d. *Analyse de l'influence des mécanismes d'endommagement*

i. *Rupture de fibres*

La rupture de fibres est le mécanisme d'endommagement qui a le moins d'impact sur la tenue en fatigue du matériau composite. En effet, ce mécanisme n'est pas suffisamment prononcé pour entraîner une redistribution des contraintes et des déformations au sein des différentes phases pour la configuration initiale choisie. Néanmoins, les fibres étant responsables de la tenue mécanique du matériau composite, une diminution de quelques pourcents du taux de fibres entraîne une modification importante du module tangent effectif et impacte la durée de vie.

L'influence de ce phénomène est ici étudiée en s'intéressant à trois des paramètres de la loi d'évolution implémentée. Il s'agit des coefficients α, γ et δ. Pour rappel, le premier est le facteur de forme de la distribution de Weibull. Les deux autres définissent la phase de saturation du paramètre d'endommagement, de manière linéaire pour γ et puissance pour δ. Les nouvelles valeurs testées pour ces coefficients sont rassemblées dans le Tableau IV.7.

	α	γ	δ
Valeur d'origine	*3,5*	*1*	*6*
Valeur 1	2	0,5	4
Valeur 2	4	4	8

Tableau IV.7 – Valeurs des différents paramètres pour l'étude de l'influence de la rupture de fibre.

Ces nouvelles conditions perturbent directement le mécanisme de rupture de fibre. La fraction volumique des inclusions est représentée sur la Figure IV.31. Les paramètres testés contrôlent notamment la pente initiale de l'endommagement, ainsi que la valeur pour laquelle le phénomène commence à saturer. À noter que ce mécanisme peut devenir déterminant pour le comportement effectif, comme dans le cas $\alpha = 2$. Le taux de fibres rompues dépasse alors 33% et provoque une augmentation drastique des contraintes dans les autres phases, ce qui active la ruine du matériau.

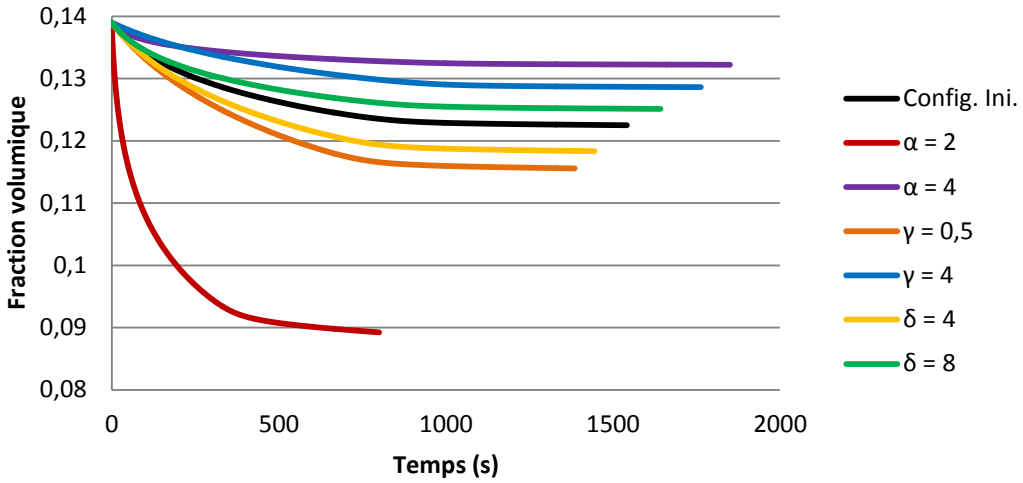


Figure IV.31 – Evolution de la fraction volumique des fibres en fonction des paramètres de la loi d'évolution des ruptures de fibres. Seules les valeurs pour les fibres orientées à 0° sont représentées.

Les nombres de cycles à rupture de ces essais sont reportés dans le Tableau IV.8. γ et δ ont une influence minime bien que notable sur le moment de la ruine du matériau. Le paramètre α a un impact bien plus important puisqu'une valeur faible contribuera à une chute plus rapide du module, du fait d'une proportion importante de fibres rompues. Néanmoins, l'allure du comportement effectif ne change pas en fonction de ces paramètres. Ceci est illustré par la Figure IV.32. Les différentes courbes s'apparentent en effet à des homothéties de celle initiale.

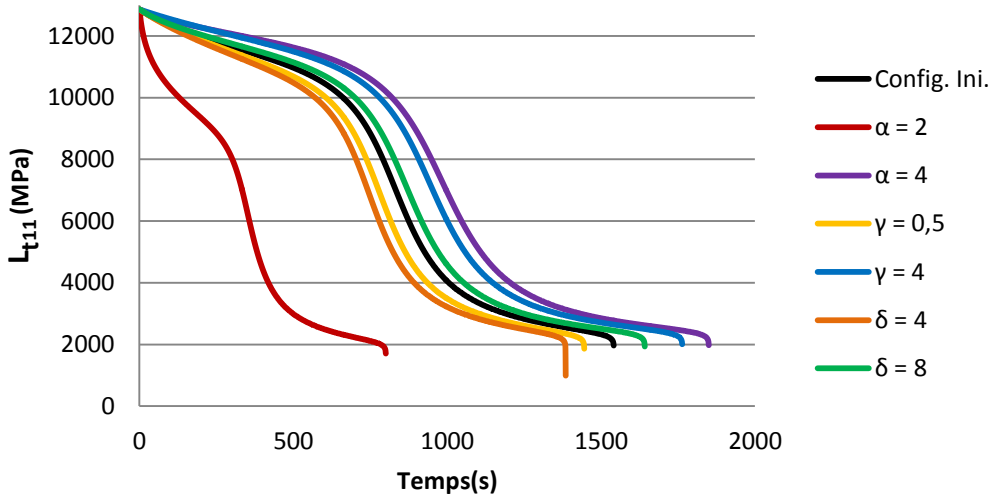


Figure IV.32 – Evolution du coefficient 11 du module de rigidité effectif pour différents paramètres de la loi d'évolution des ruptures de fibres.

Paramètres	*α*		*γ*		*δ*	
	2	***4***	***0,5***	***4***	***4***	***8***
Nombre de cycles à rupture	801	1851	1386	1764	1146	1643

Tableau IV.8 – Nombres de cycles à rupture pour les différentes valeurs des paramètres de la loi d'évolution des ruptures de fibres.

ii. Fissuration matricielle

La fissuration matricielle peut apparaître marginale au premier abord. À l'instar des ruptures de fibres, elle ne dicte pas les l'évolution des phénomènes d'endommagement à l'échelle microscopique. Cependant, c'est ce mécanisme qui détermine la ruine finale du matériau. Ses paramètres doivent donc être choisis judicieusement car si la matrice ne s'endommage pas suffisamment lorsqu'elle récupère la charge, le matériau ne cassera pas. Ceci explique le fait que le paramètre β soit aussi faible, bien qu'il soit de toute façon inspiré de la résistance en traction du polyamide. De plus, la loi d'évolution comporte une partie exponentielle qui ne manquera pas d'auto-entretenir l'endommagement une fois un certain seuil de microfissuration atteint.

Ce paragraphe vise à étudier l'impact de cette loi d'évolution sur la réponse cyclique du matériau composite. Pour ce faire, trois paramètres sont modifiés : α, η et ζ. De nouveau, α correspond au facteur de forme de la distribution de Weibull correspondante. η et ζ pilotent de concert la dégradation accélérée de la matrice lors de l'accumulation de l'endommagement. Contrairement à l'étude des ruptures de fibres, γ et δ ne sont ici pas analysés car ils ne jouent que sur le ralentissement du mécanisme d'endommagement lors de la première partie de la vie du matériau. Cet aspect est du coup indirectement traité par le paragraphe précédent. Les nouvelles valeurs envisagées pour les coefficients α, η et ζ sont rassemblées dans le Tableau IV.9.

	α	***{η; ζ}***
Valeur d'origine	*4,5*	*{6; 4}*
Valeur 1	3	*{9; 4}*
Valeur 2	5,5	*{5; 5}*

Tableau IV.9 – Valeurs des différents paramètres pour l'étude de l'influence de la fissuration de la matrice.

Ces coefficients ont une influence directe sur la microfissuration de la matrice, dont la fraction volumique est représentée sur la Figure IV.33. α est le paramètre le plus influent et contrôle la cinétique d'endommagement. Une valeur faible de ce coefficient provoque une accumulation rapide de microfissures qui devient rapidement fatal au matériau composite. Au contraire, une valeur élevée bloque quasiment l'accumulation d'endommagement au sein de la matrice pour des contraintes faibles. La microfissuration ne débute alors que lorsque les interfaces fibres/enrobages cèdent et que la matrice récupère une part importante du chargement, autour du 900^{e} cycle. La cinétique s'en trouve tout de même ralentie jusqu'à la rupture totale du matériau. En ce qui

concerne le couple de paramètres η et ζ, ils n'ont aucune influence sur l'accumulation initiale de l'endommagement. Ils ne contrôlent en effet que la coalescence des vides ainsi que le passage d'une propagation des fissures d'un mode ductile à un mode fragile. Ainsi, ils ne font dévier la courbe de la configuration initiale que proche lorsque la rupture du matériau est proche, et pilotent la rapidité à laquelle la microfissuration s'entretient.

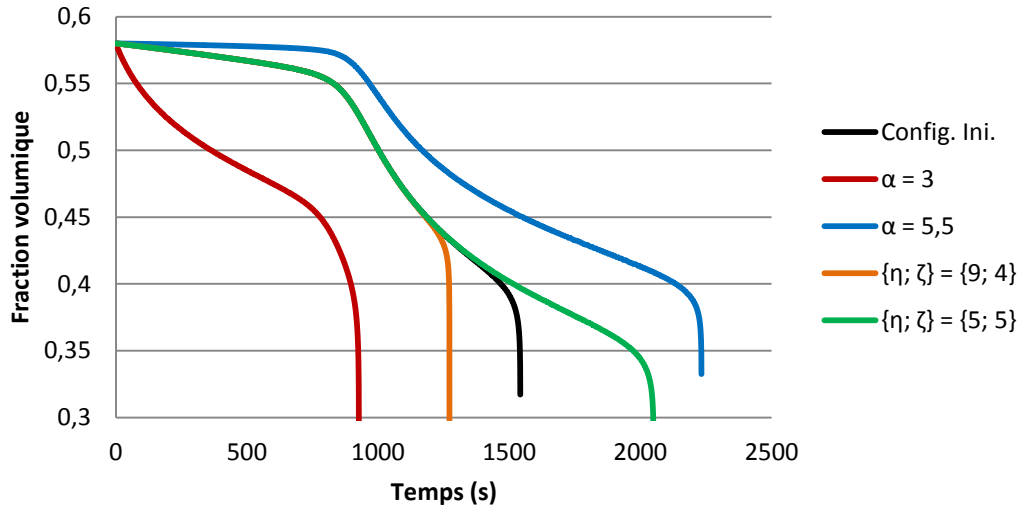


Figure IV.33 – Evolution de la fraction volumique de la matrice en fonction des paramètres de la loi d'évolution de la microfissuration matricielle.

Les nombres de cycles à rupture de ces essais sont indiqués dans le Tableau IV.10. Tous les coefficients étudiés influencent grandement la durée de vie du matériau composite. Toutefois, cette conclusion est à mettre en relief avec le fait que la ruine du matériau est en premier lieu provoquée par la rupture des interfaces. C'est ce phénomène qui va forcer la matrice à récupérer une partie non négligeable de la charge. Les paramètres étudiés ici n'influencent ainsi véritablement la cinétique de dégradation qu'avant et après cet évènement, pour peu bien sûr que la valeur d'α soit suffisamment élevée pour ne pas provoquer directement une fissuration complète de la matrice. Ces considérations sont appuyées par la Figure IV.34 qui représente le module effectif du VER. Les paramètres η et ζ ont alors effectivement un impact réduit et concentré sur la fin de vie du composite. α possède bien un rôle plus central, mais la courbe pour α = 5,5 met en exergue que c'est bien la rupture de l'interface qui va piloter la dégradation générale du comportement effectif du matériau composite, comme observé pour le jeu de paramètres initial. Pour conclure, la microfissuration de la matrice n'est cependant pas une loi à prendre à la légère, surtout si l'on ne s'intéresse qu'au nombre du cycle à rupture. En effet, c'est finalement cette cinétique qui sert de critère de rupture à l'ensemble du VER.

Paramètres	***α***		***{η; ζ}***	
	3	***5,5***	***{9; 4}***	***{5; 5}***
Nombre de cycles à rupture	928	2333	1273	2051

Tableau IV.10 – Nombre de cycles à rupture pour les différentes valeurs de paramètres de la loi d'évolution de la microfissuration de la matrice.

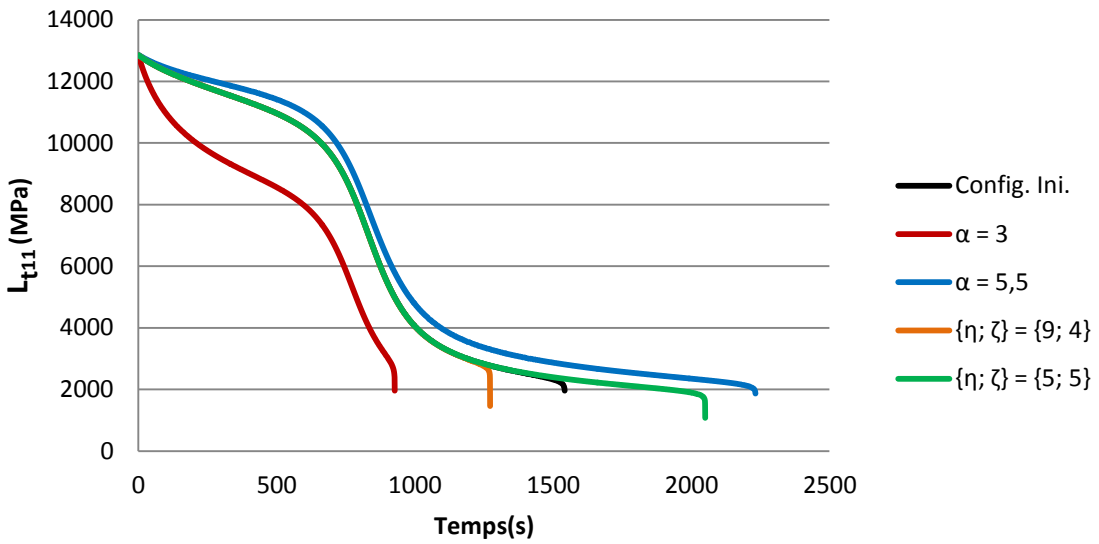


Figure IV.34 – Evolution du coefficient 11 du module de rigidité effectif pour différents paramètres de la loi d'évolution de la microfissuration de la matrice.

iii. Dégradation de l'interface/interphase

La décohésion de l'interface est un mécanisme qui contrôle la majeure partie de l'évolution des propriétés effective et la duré de vie en fatigue du matériau composite. D'une part, elle dicte la qualité du transfert des charges de la matrice vers les fibres, par l'intermédiaire des enrobages. D'autre part, elle représente la quantité d'endommagement à laquelle est soumise l'interphase. Lorsque la décohésion à l'interface atteint un seuil critique, une véritable redistribution des champs locaux s'opère au sein du VER. Afin d'étudier ces impacts plus en détails, 3 paramètres de la loi d'évolution de la dégradation de l'interface sont analysés : ω, a et η_{int}. ω représente la propension de l'endommagement à s'autolimiter ou s'auto-entretenir, selon qu'il est négatif ou positif. a est le facteur de forme lié au critère de rupture quadratique de l'interface. η_{int} correspond au facteur d'échelle lié à la considération de particules enrobées ainsi qu'à la formulation probabiliste d'un critère de rupture, comme décrit au chapitre II. Les différentes valeurs expérimentées sont indiquées dans le Tableau IV.11.

	a	η_{int}	ω
Valeur d'origine	*2*	*12*	*1*
Valeur 1	1,5	8,5	2
Valeur 2	2,5	15	-1

Tableau IV.11 – Valeurs des différents paramètres pour l'étude de l'influence de la dégradation des interphases.

Les trois coefficients étudiés se révèlent avoir un énorme impact sur la tenue du matériau composite. Leur influence sur le taux de décohésion de l'interface et donc sur le transfert de charge est donnée sur la Figure IV.35. Les paramètres a et $\sigma_{rupture}$ ont un effet similaire sur le comportement du matériau composite, bien qu'ils aient un sens physique différent. Ils permettent de gérer la cinétique de dégradation de l'interface. Au vu des similitudes de comportement pour les jeux de

paramètres évalués, notamment au début et à la fin du chargement, il apparaît également qu'ils n'ont pas exactement le même effet sur la transition du taux de transfert de charge. Lorsque $\sigma_{rupture}$ augmente, cette transition démarre plus lentement mais se termine plus brutalement - et vice-versa. L'effet contraire est visible lors de la modification de a. Par ailleurs, ω détient un rôle tout particulier dans la cinétique de cette transition. Une valeur plus grande lui permet de ralentir la propagation de la décohésion de l'interface, au fur et à mesure de son avancement. Au contraire, une valeur négative d'ω accélère cette propagation et précipite la chute des propriétés mécaniques de l'interphase. Finalement, un point de détail n'est ici pas représenté par souci de clarté du graphique. Lorsque a et $\sigma_{rupture}$ sont relativement bas, cela laisse en fait le temps aux interfaces fibres/enrobages des autres familles d'orientation de s'endommager sensiblement.

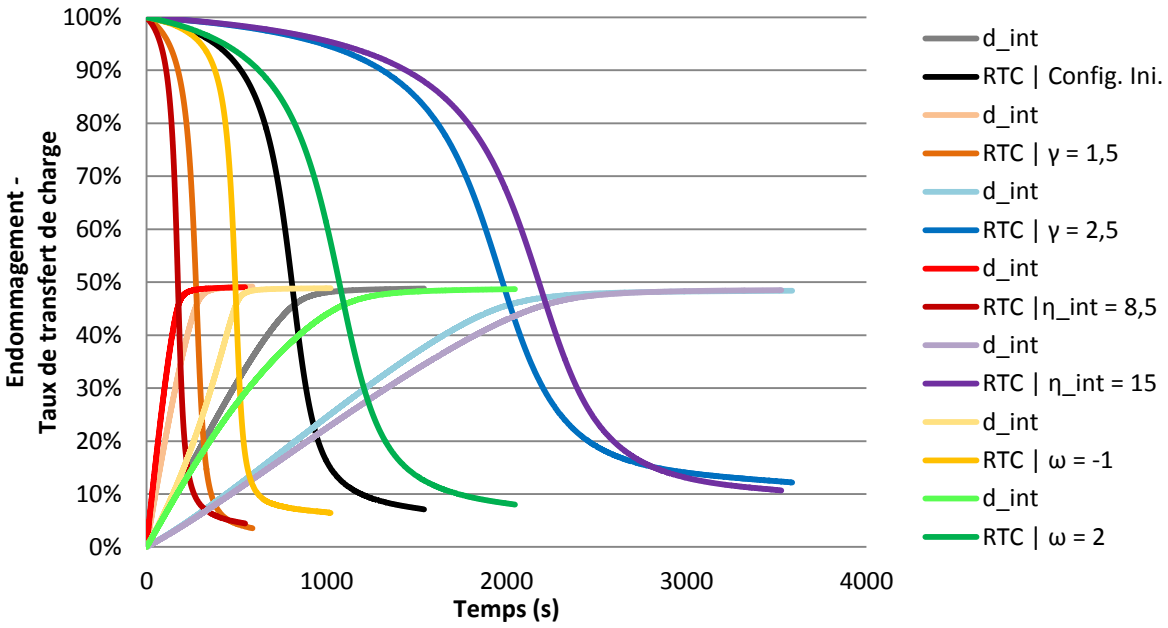


Figure IV.35 – Evolution de l'endommagement à l'interface et du taux de transfert de charge selon les paramètres de la loi d'évolution de la décohésion de l'interface. Seules les valeurs liées à la famille d'orientation à 0° sont représentées.

Une nouvelle fois, les paramètres envisagés ont un impact considérable sur la tenue mécanique du matériau composite. Ceci est d'autant plus vrai qu'ils pilotent le mécanisme d'endommagement dominant, principalement responsable de la redistribution des champs locaux au cours du chargement. Leur influence sur le comportement effectif est illustrée sur la Figure IV.36. Les nombres de cycles à rupture pour ces différents jeux de paramètres sont recensés dans le Tableau IV.12. L'analyse de ces courbes découle des observations précédentes. ω n'a aucune influence sur le comportement effectif au début du chargement. Ensuite, il permet d'accélérer ou de freiner la propagation de la décohésion et donc la capacité des fibres à participer à la tenue mécanique du matériau composite. a et $\sigma_{rupture}$ participent de concert au déclenchement de cette transition.

Paramètres	***a***		***η_{int}***		***ω***	
	1,5	***2,5***	***8,5***	***15***	***-1***	***2***
Nombre de cycles à rupture	589	3589	548	3527	1023	2048

Tableau IV.12 – Nombres de cycles à rupture pour les différents paramètres de la loi d'évolution de la décohésion de l'interface.

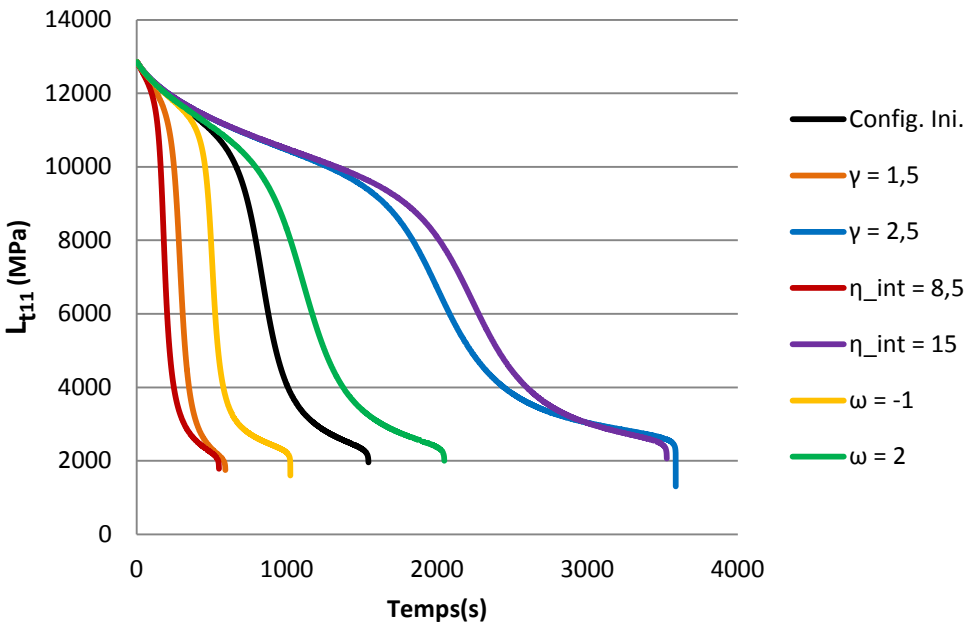


Figure IV.36 – Evolution du coefficient 11 du module de rigidité effectif pour différents paramètres de la loi de dégradation de l'interface.

e. Sensibilité au pas de temps

Lors de la conception d'un modèle incrémentale, une attention particulière se doit d'être portée à l'influence du temps cinématique. En effet, le comportement du matériau composite ne doit pas être dépendant de la taille des incréments de temps, dans la mesure où sont ceux-ci sont raisonnablement petits devant les temps caractéristiques des différents phénomènes en jeu. Néanmoins, diviser ou multiplier ce nombre d'incréments, pour un même chargement, aura toujours quelques conséquences. Il est important d'en être conscient afin de garder un équilibre entre précision et vitesse d'exécution de l'algorithme.

Jusqu'à maintenant, 10 incréments ont été utilisés par cycle. Il s'agit du nombre minimum d'incréments pouvant garantir une allure sinusoïdale au chargement. Dans cette partie, le comportement du matériau composite sera étudié dans des conditions identiques, mais avec un nombre d'incréments par cycle multiplié par deux puis par quatre. Les grandeurs témoins choisies sont la fraction volumique de la matrice et le coefficient 11 du module de rigidité effectif du VER. En effet, il s'agit de deux variables qui dépendent directement ou indirectement de l'ensemble des lois de comportement et d'évolution. En particulier, chaque mécanisme d'endommagement finira par avoir son influence sur ces propriétés.

Les résultats sont présentés sur la Figure IV.37 et la Figure IV.38. La tendance initiale est strictement identique. Ceci indique que ni les lois de comportement des différentes phases, ni les lois d'évolution liées aux ruptures de fibre et à la microfissuration matricielle ne sont vraiment altérées par un changement de temps cinématique. Néanmoins, lorsque la dégradation des interfaces commence à être effective, un écart se dessine entre les différentes courbes. Il y a convergence vers un comportement unique au fur et à mesure que le nombre d'incréments par cycle augmente. Ceci

est très probablement dû au fait que la loi d'évolution de la décohésion de l'interface est particulièrement sensible lorsque le cycle atteint son sommet. En effet, en discrétisant les cycles de manière trop grossière, les extrema sont toujours simulés mais le manque de points intermédiaires accentue leur poids dans le cycle.

L'erreur reste toutefois minime et est surtout conservatrice. Le nombre de cycles à rupture était initialement de 1542. Doubler le nombre d'incréments le porte à 1650, et le quadrupler à 1688. Bien que cela n'ait aucune influence qualitative sur l'analyse de sensibilité menée jusqu'ici, il semblerait donc qu'au final la vitesse d'exécution de l'algorithme ait été légèrement privilégiée par rapport à sa précision.

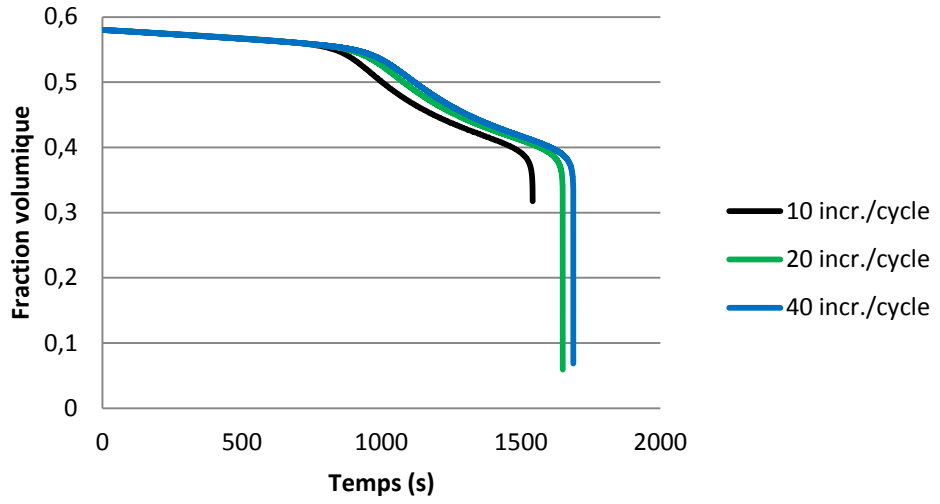


Figure IV.37 – Evolution de la fraction volumique de matrice pour différents temps cinématiques.

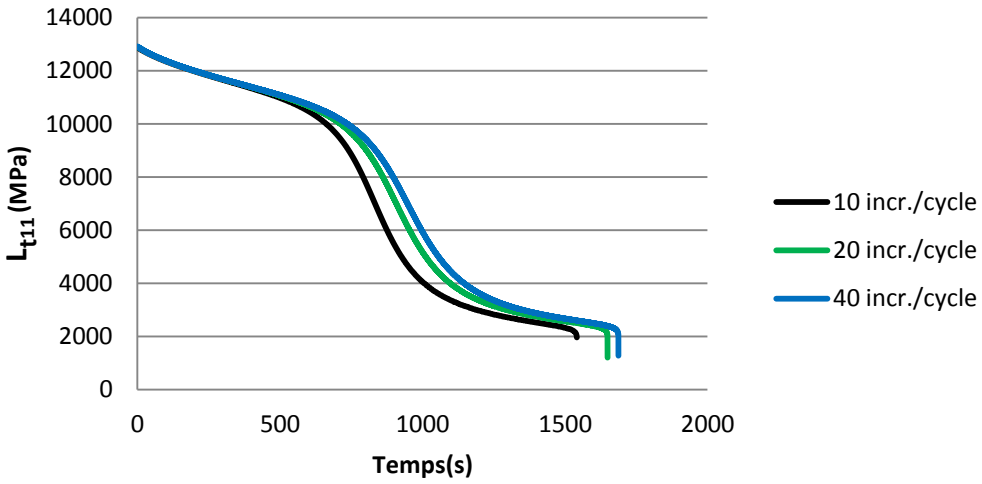


Figure IV.38 – Evolution du coefficient 11 du module de rigidité effectif pour différents temps cinématiques.

f. *Effet du chargement*

Dans cette dernière partie un peu à part de l'analyse de sensibilité, d'autres cas de chargements sont envisagés. Ils utilisent le même jeu de paramètres arbitraire défini dans la première partie de cette section. Ils ne sont pas directement comparables à la simulation cyclique type qui y est obtenue, mais les réponses du matériau composite sont riches d'enseignement vis à vis des capacités du modèle.

i. *Chargement multi-blocs*

Lors d'un premier test, le matériau est soumis à une sollicitation cyclique semblable à celle de l'analyse de sensibilité, si ce n'est que plusieurs blocs de chargement successifs sont appliqués. Chaque bloc consiste en 200 cycles. La contrainte maximale du premier bloc est fixée à 20 MPa et elle augmente de 20 MPa à chaque nouveau bloc. Le rapport de charge est de 0,1 et la fréquence est égale à 1 Hz. Une phase de repos à contrainte nulle de 50 secondes est placée entre chaque bloc. Cette consigne en contrainte est représentée sur la Figure IV.39. La réponse du VER en déformation s'y trouve également. Celle-ci augmente avec la montée en contrainte de bloc en bloc. Les différents endommagements progressent de plus en plus vite et diminuent la part des fibres dans le comportement effectif. Il s'en suit un accroissement de la déformation moyenne du VER pour un même bloc, signe que la matrice a récupérée une bonne partie de la charge. La microfissuration qui en résulte ne tarde alors pas à signer la fin de la vie du matériau composite, peu après son entrée dans le 6^{e} bloc.

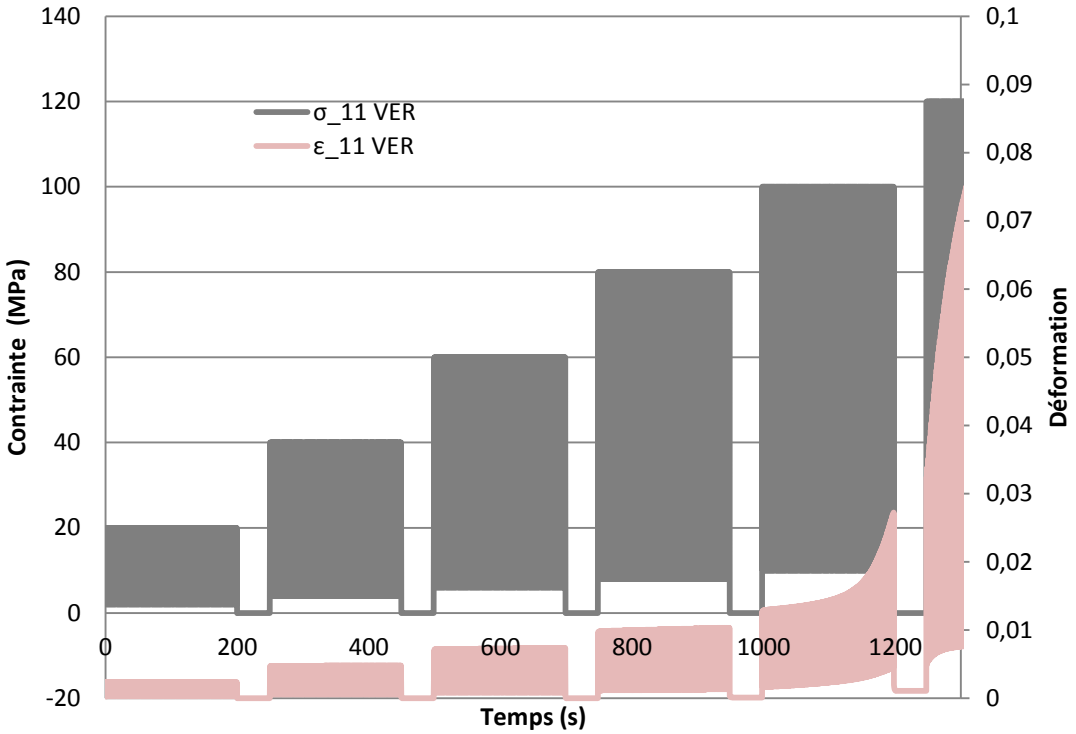


Figure IV.39 – Contrainte et déformation longitudinales effectives du VER dans le cas du chargement multi-blocs.

Il est également intéressant de regarder de plus près ce qu'il se passe à l'échelle locale. Pour ce faire, la dégradation des interfaces est représentée sur la Figure IV.40, et l'évolution des fractions volumiques des différentes phases est donnée par la Figure IV.41. L'endommagement est imperceptible sur le premier bloc. Puis, la décohésion de l'interface commence timidement tout au long du second. Le troisième bloc voit l'apparition tangible de la microfissuration matricielle ainsi que les premières ruptures de fibres. L'endommagement à l'interface devient également perceptible. Les deux blocs suivants voient ces trois mécanismes d'endommagement s'accélérer. Ils n'ont pas encore d'impact significatif, à l'exception de la dégradation de l'interface lors du cinquième bloc. Le transfert de charge vers les fibres commence en effet à se réduire drastiquement. Le début du dernier bloc achève l'interface des fibres longitudinales et entame sérieusement celle des fibres orientées à 45°. Une redistribution des contraintes s'opère en parallèle et la matrice ne peut pas supporter sa nouvelle charge : sa fissuration s'emballe et mène à la ruine du matériau.

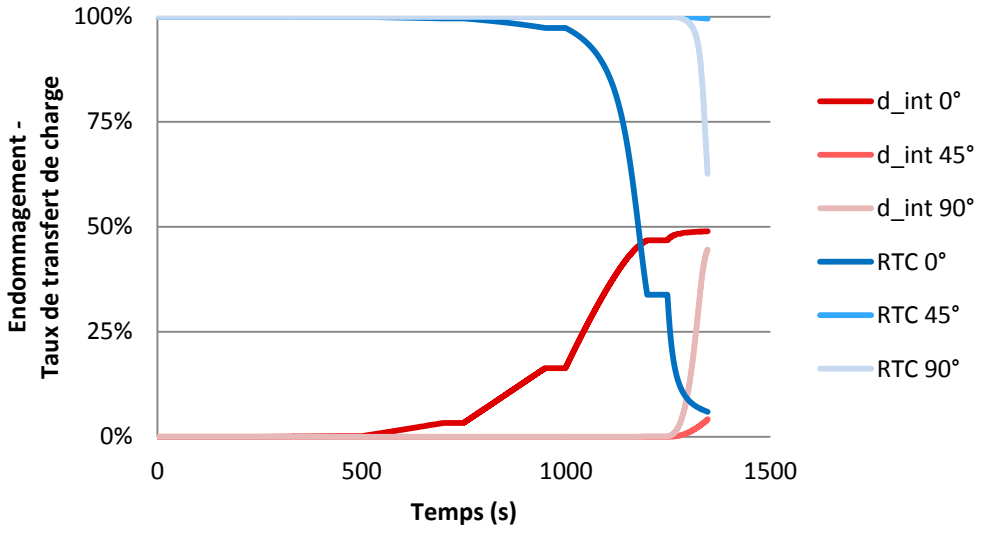


Figure IV.40 – Evolution de l'endommagement à l'interface et du taux de transfert de charge lors du chargement multi-blocs.

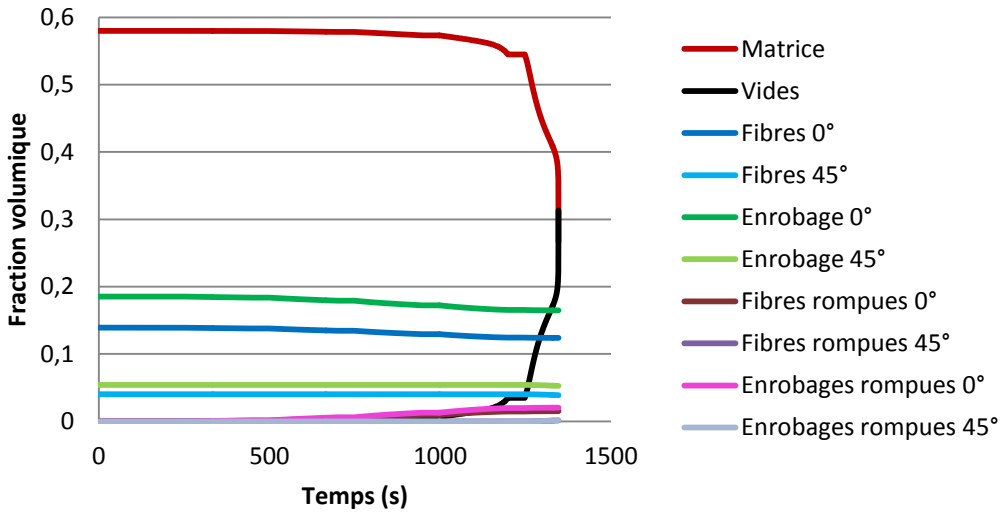


Figure IV.41 – Evolution des fractions volumiques des différentes phases lors du chargement multi-blocs.

L'effet de ce scénario d'endommagement se traduit directement sur le module de rigidité effectif du matériau composite. Celui est tracé sur la Figure IV.42. Comme pressenti par les observations précédentes, les deux premiers blocs n'ont quasiment aucun impact sur le module tangent effectif. L'endommagement généré lors du troisième bloc provoque une réduction faible du module de rigidité. Ce n'est que lors du cinquième bloc, alors que les interfaces sont de plus en plus endommagées, que le module tangent est fortement réduit. La suite logique est déjà donnée plus haut : le matériau est alors arrivé en fin de vie et ne supporte pas longtemps les champs imposés par le dernier bloc.

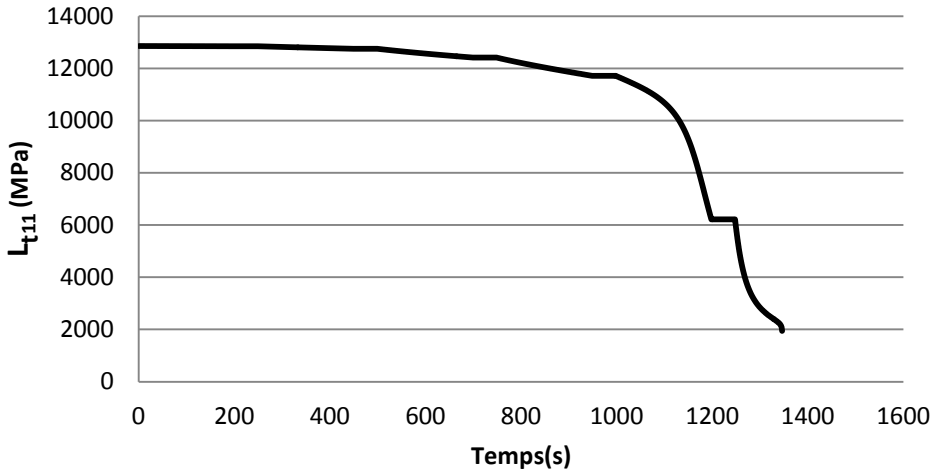


Figure IV.42 – Evolution du coefficient 11 du module de rigidité effectif lors du chargement multi-blocs.

ii. Chargement multiaxial non-proportionnel déphasé

Un second essai est réalisé afin de tester les capacités du modèle en terme de chargement cyclique complexe. Le matériau composite est ici sollicité longitudinalement de manière identique à l'analyse de sensibilité. À ce chargement uniaxial est ajoutée une deuxième consigne en contrainte selon l'axe transverse dans le plan d'orientation des fibres. Il s'agit également d'une sollicitation cyclique, de fréquence 1 Hz, de rapport de charge 0,1 et avec une contrainte maximale de 40 MPa. À cela s'ajoute le fait que cette consigne est déphasée d'un quart de seconde avec la première (l'angle de déphasage est de $\pi/2$). Ce chargement multiaxial est donné sur la Figure IV.43.

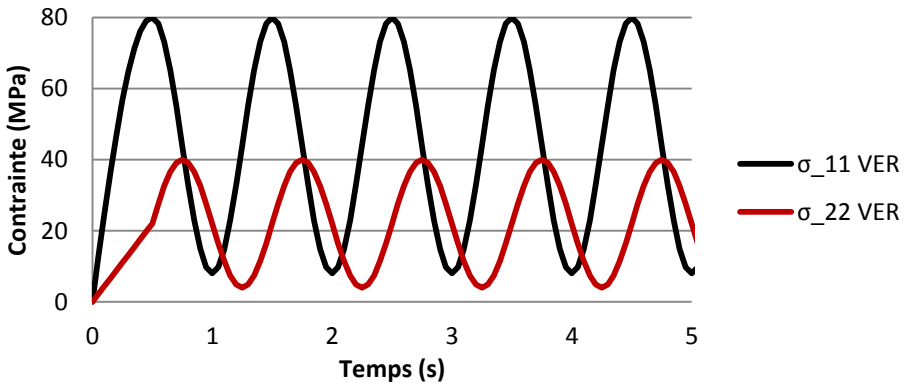


Figure IV.43 – Consigne en contrainte du chargement multiaxial non-proportionnel déphasé.

L'influence de ce chargement sur les cinétiques d'endommagement est ici détaillée et comparée au cas uniaxial. Dans un premier temps, il convient de préciser que la durée de vie du matériau composite est ici de 2673 cycles. C'est plus de 1000 cycles supplémentaires par rapport au chargement uniaxial, ce qui est à priori contre intuitif. L'étude des champs locaux permet alors d'expliquer ce phénomène. Les contraintes maximales dans la matrice et dans les fibres sont données sur la Figure IV.44. Il apparaît alors que le chargement multiaxial permet une légère redistribution des contraintes au sein des différentes phases. Les fibres longitudinales, et donc leurs interfaces, sont soulagées d'une part de leur charge. Celles orientées à 45° en reprennent la majeure partie, et le reste est ajouté à la matrice.

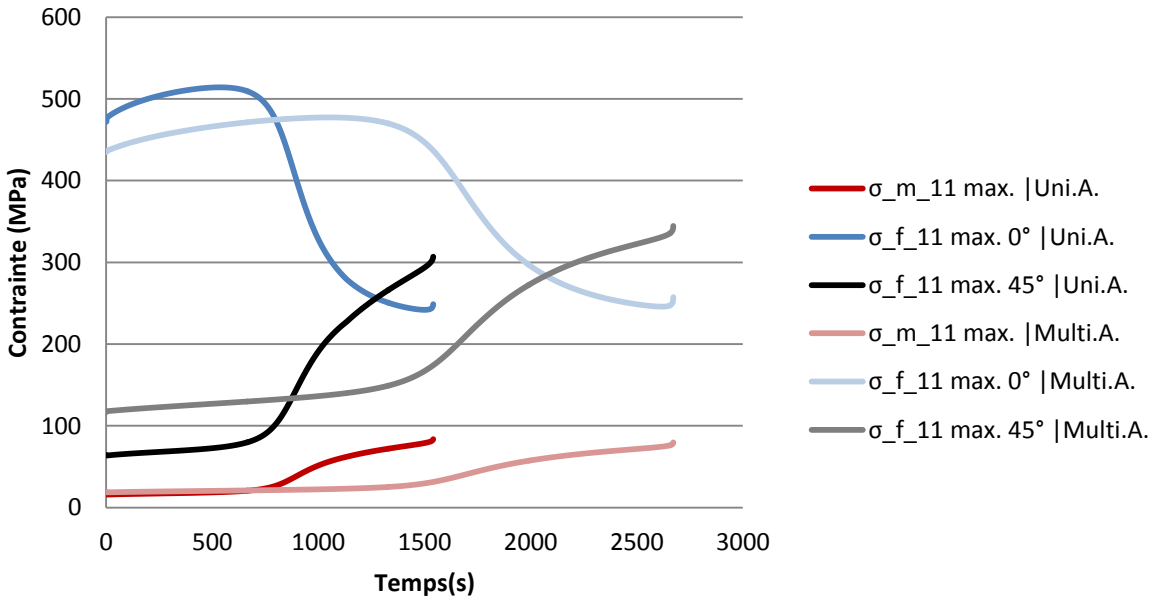


Figure IV.44 – Evolution des contraintes dans la matrice et les fibres lorsque le cycle de consigne longitudinal est à son sommet, pour comparaison avec le chargement multiaxial. En légende, Uni.A. correspond au chargement uniaxial, et Multi.A. à celui multiaxial.

Ce nouvel état de contrainte n'est pas sans affecter les cinétiques des différents mécanismes d'endommagement. La baisse du taux de transfert de charge est représentée sur la Figure IV.45. Il apparaît que la redistribution des contraintes locales permet à l'interface des fibres orientées à 0° de se dégrader moins vite. En contrepartie, celles des fibres alignées à 45° se détériorent bien plus vite dans le cas multiaxial, avec une décohésion initiale de l'interface supérieure à celle de la configuration uniaxiale. Ceci explique alors le gain en terme de durée de vie du matériau composite. Ces conclusions sont également appuyées par le graphe d'évolution des fractions volumiques, donné sur la Figure IV.46. Les fibres orientées à 0° ont tendance à se rompre moins rapidement dans le cas multiaxial, contrairement à celles alignées à 45°. La concentration de matrice baisse également plus vite du fait qu'elle supporte des contraintes plus élevées, liées à la charge selon l'axe transverse effectivement moins bien reprise par les fibres. Néanmoins, dans le cas multiaxial, la matrice ne supporte la majeure partie de la charge que tardivement, du fait de la bonne tenue des interfaces. Ainsi, l'accumulation et la propagation des microfissures s'en trouvent freinées et cela permet au final d'améliorer la tenue mécanique du VER.

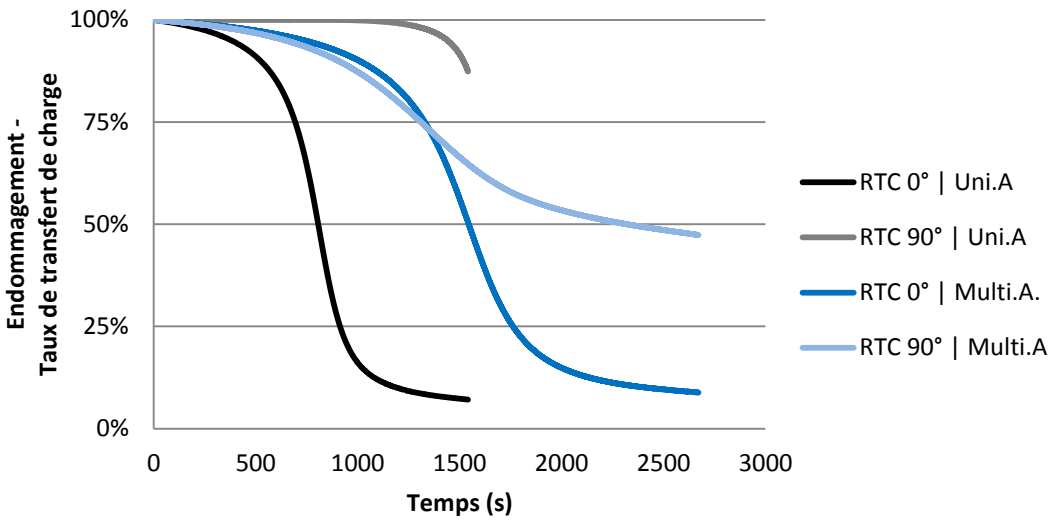


Figure IV.45 – Evolution du taux de transfert de charge pour les fibres orientées à 0° et 90°, pour comparaison avec le cas de chargement multiaxial. En légende, Uni.A. correspond au chargement uniaxial, et Multi.A. à celui multiaxial.

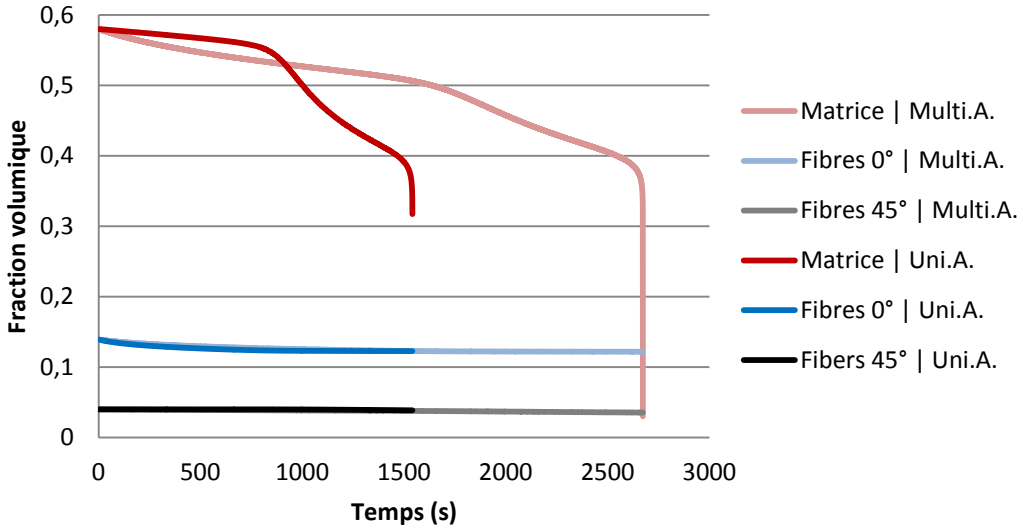


Figure IV.46 – Evolution des fractions volumiques de matrice et des fibres orientées à 0° et 45°, pour comparaison avec le cas de chargement multiaxial. En légende, Uni.A. correspond au chargement uniaxial, et Multi.A. à celui multiaxial.

En conclusion, ce cas multiaxial complexe permet à nouveau de jauger les nombreux phénomènes intriqués qui se déroulent aux différentes échelles d'un matériau composite renforcé par des fibres courtes. Il est également important de préciser que le fait que la durée de vie est ici meilleure que celle du cas uniaxial. De tels résultats ont par exemple été aussi obtenus par Klimkeit *et al.* lors de leur comparaison entre des essais uniaxiaux en fatigue réalisés sur des éprouvettes haltères et sur des éprouvettes tubulaires [52]. Ces dernières, de par leur géométrie communément surnommée « diabolo », subissent en effet un champ de contrainte multiaxial lors de cette sollicitation. Les courbes de Wöhler obtenues indiquent ainsi une meilleure tenue en fatigue de ces éprouvettes atypiques.

4. Conclusion

Le modèle micromécanique développé dans le chapitre III, qui comprend notamment les lois d'évolutions des différents mécanismes d'endommagement, a été implémenté avec succès dans un algorithme dédié. Ce code C++ permet notamment de simuler le comportement du volume élémentaire représentatif d'un matériau composite, pour une large gamme de chargements monotones ou cycliques. La microstructure et les propriétés liées à la loi de comportement effective peuvent être facilement modifiées selon les besoins. La gestion du choix d'un nombre défini de familles d'orientation est simplifiée par un programme consacré à la détermination des fractions volumiques de fibre et d'enrobage pertinentes.

Cet algorithme a nécessité la création d'une vaste bibliothèque de fonctions, issues aussi bien de la mécanique des matériaux que des mathématiques. L'ensemble des fonctionnalités développées a alors été conçu harmonieusement afin de pouvoir être compatible avec les librairies déjà existantes concernant des matériaux totalement différents, comme par exemple les alliages à mémoire de forme. Toutes les bibliothèques créées ne relevant pas du secret industriel ont été rassemblées sous la dénomination *SMART+*, et mises en ligne sous licence libre GNU GPL afin de potentiellement s'enrichir de la contribution de la communauté.

La bonne implémentation du modèle micromécanique pour un composite renforcé par des fibres courtes a ensuite été vérifiée avec la littérature. Cette opération nécessaire permet également de donner une idée des performances mécaniques de matériaux composites ayant des constituants différents. Les influences de la fraction volumique, de l'orientation et du facteur de forme des fibres sont en outre jaugées et validées. Les limites du modèle à particules enrobées ont également été mises en évidence. L'approximation des couches minces faite par Cherkaoui *et al.* [194] rend le modèle difficilement exploitable pour des enrobages volumineux. Une amélioration des équations micromécaniques est alors proposée et validée avec la littérature. Finalement, une limite de la méthode de Mori-Tanaka est également mise en valeur, en accord avec les travaux de Benveniste *et al.* [236]. Il s'agit d'un problème de symétrie du tenseur de rigidité effectif du VER lorsqu'il y a au moins deux phases d'inclusions avec des facteurs de formes différents. Cette difficulté ne gêne cependant pas l'évolution des champs locaux et ne perturbe que peu la loi de comportement effective pour les cas étudiés. La richesse des informations locales dont le modèle tire parti pour définir les lois d'évolution de l'endommagement local est ici le facteur de choix prédominant dans l'évaluation de la méthode micromécanique à retenir.

La deuxième partie de ce chapitre est consacrée à une analyse de sensibilité du modèle implémenté. Un jeu initial de paramètres, inspiré du comportement du PA66-GF30, sert de base à la comparaison. Celle-ci est faite aux différentes échelles du matériau composite. Le type de renfort et la microstructure du VER, en termes de taux de fibres, de leur orientation et de leur facteur de forme, sont ainsi placés au cœur du comportement local et effectif du composite. Par ailleurs, les cinétiques des différentes lois d'évolution de l'endommagement sont modifiées afin de mesurer les conséquences de la prédominance ou de la sujétion d'un mécanisme d'endommagement donné. Les ruptures de fibres réduisent ainsi les performances mécaniques du composite mais ne sont pas à l'origine de la ruine du matériau. La microfissuration de la matrice pilote la fin de vie du matériau composite et a une grande sensibilité au champ de contrainte locale de la matrice. Finalement, c'est

la décohésion de l'interface qui dirige les grandes tendances du comportement local et effectif. Elle détermine en effet le moment et la vitesse à laquelle les interfaces cèdent, ce qui déclenche une transition du comportement mécanique aux différentes échelles.

Les résultats présentés dans ce chapitre permettent aussi de mesurer la capacité du modèle à prédire le comportement lors de sollicitations multi-blocs ou multiaxiales et non-proportionnelles. Dans ce dernier cas, le modèle prévoie la variation du comportement pour un chargement transverse ou désaxé qui impacte l'évolution du comportement pour un éventuel chargement dans une autre direction. Le modèle prévoie aussi l'impact du chargement multiaxial et non-proportionnel sur la durée de vie du matériau, avec des tendances qui ont été également observées expérimentalement. Il en résulte que l'approche développée est parfaitement capable de prendre en compte l'effet du trajet de chargement, ainsi qu'une sollicitation tridimensionnelle.

Dans le cadre de cette analyse, la sensibilité au temps cinématique est également vérifiée. Il s'agit de s'assurer que diviser un chargement avec des incréments de temps différents n'influence pas la réponse du matériau, que ce soit à l'échelle microscopique ou macroscopique. Il s'avère que le comportement est ici sensiblement le même, bien que la précision de l'algorithme peut être légèrement altérée si les cycles sont morcelés de façon trop grossière.

Pour conclure sur cette analyse de sensibilité, il convient de mentionner l'un de ses grands absents. Il s'agit de l'influence de la viscosité du polyamide 6,6. Cet effet visqueux de la matrice est l'un des phénomènes qui perturbe le plus la bonne modélisation d'un thermoplastique renforcé par des fibres courtes. En effet, elle apporte une déformation élastique variable avec le temps et contribue ainsi à la dépendance des champs locaux à l'histoire de chargement. En outre, la viscosité provoque un déphasage de la contrainte et de la déformation de la matrice, et donc du VER. Il s'agit également de la principale source de dissipation énergétique. De plus, lorsque les mécanismes d'endommagement entre en jeu, l'effet visqueux peut provoquer un couplage qui modifie le comportement effectif du matériau composite. On parle alors de visco-endommagement. Malheureusement, le modèle de Zener 3D ne permet pas d'influer rigoureusement sur cette dissipation et c'est pourquoi cet aspect n'est pas traité ici. Il en va de même pour l'influence de la fréquence (effet de vitesse). Néanmoins, différentes viscosités sont présentées dans le chapitre suivant dans le cadre de l'identification de la loi de comportement de la matrice. Cela permet ainsi d'estimer la sensibilité des champs locaux à l'effet visqueux.

Maintenant que la modélisation du PA66-GF30 est parfaitement définie, implémentée et testée, il convient d'identifier rigoureusement toutes les propriétés du matériau composite à partir des données expérimentales. C'est donc l'enjeu du dernier chapitre.

V. Identification du modèle micromécanique

Afin d'appliquer le modèle développé pour la prédiction du comportement thermomécanique du composite de l'étude, à savoir le PA66-GF30, il convient d'identifier rigoureusement ses paramètres. Ces derniers sont les propriétés associées à sa microstructure, à la loi constitutive de la matrice ainsi qu'aux paramètres des lois d'évolutions des différents mécanismes d'endommagement. Pour ce faire, des algorithmes de rétro-ingénierie sont utilisés. Fondés sur les méthodes inverses, ils constituent des outils d'optimisation puissants et versatiles permettant d'extraire les paramètres d'une loi pilotant un système à partir de la seule analyse de ses réponses. La première section de ce chapitre est ainsi dédiée aux algorithmes de rétro-ingénierie utilisés dans le cadre de cette thèse. La seconde établit la modélisation de la microstructure en accord avec les observations expérimentales, et la troisième détermine le comportement rhéologique de la matrice polyamide. Finalement, les lois d'évolutions des mécanismes d'endommagement sont identifiées sur des courbes de comportement macroscopiques.

1. Outils d'optimisation

a. Algorithme génétique

L'architecture de l'algorithme d'optimisation ici développé est basée sur les algorithmes génétiques. Ceux-ci ont été initiés par Holland dans les années 1970 et consiste en une méthode heuristique qui imite le processus de sélection naturelle [239], tel que décrit par Charles Darwin au 19^{e} siècle [240]. Cette approche s'appuie directement sur des techniques dérivées de la génétique, et plus particulièrement sur les notions de mutation, de sélection, de croisement et d'hérédité. Elle est en fait analogue à l'étude d'une population d'individus qui doit s'acclimater à son environnement. Ces individus engendrent de nouvelles générations qui sont de plus en plus adaptées aux conditions de vie imposées. En effet, ils sont remplacés au fur et à mesure par ceux qui sont les plus aptes à « survivre ». Au final, il ne reste plus que les solutions les plus compétitives face au problème donné. Ce genre de méthode a connu un essor dans les années 1990, grâce notamment à la vulgarisation faite par Goldberg [241]. C'est aujourd'hui une technique d'optimisation établie. Bien qu'elle ne puisse garantir l'unicité et donc l'exactitude de la solution, elle est particulièrement appréciée pour son efficacité et sa versatilité.

Intéressons-nous désormais plus en détail au déroulement de cette approche évolutionnaire. De par son analogie avec la génétique, le vocabulaire usuellement employé par de tels algorithmes est proche de celui de cette discipline. Les explications suivantes sont à rapprochées du schéma de la Figure V.1. Tout commence avec la création de la population initiale, qui comprend un nombre fini d'individu. Chaque individu possède un génome, qui correspond à une solution particulière au problème donné. Chaque gène détient en fait une valeur pour l'un des paramètres du problème d'optimisation. Un génome comporte ainsi autant de gènes qu'il y a de paramètres à optimiser. L'adaptabilité de chaque génome est ensuite estimée via une fonction coût dédiée. Les individus de la population initiale peuvent dès lors être classés selon leur aptitude à satisfaire cette fonction coût. Ensuite, des individus sont sélectionnés aléatoirement afin de se reproduire. Lors de cette sélection, il est possible de donner un poids à chaque génome en fonction de son adaptabilité, de manière à favoriser les individus les plus aptes. Des opérateurs de croisement sont ensuite appliqués aux

individus sélectionnés. Ainsi, deux parents permettent par exemple la création d'un nouveau génome, qui est une combinaison des leurs. Chaque gène de l'enfant a également une probabilité de muter, c'est à dire de prendre une nouvelle valeur aléatoire. Ce dernier mécanisme permet d'assurer une diversité génétique constante afin d'explorer tous les domaines de définition du problème, quelle que soit la population initiale. Les enfants sont finalement évalués selon la fonction coût. Si l'enfant le plus adapté donne des résultats suffisamment bons, accordement à un critère de convergence, son génome est gardé en tant que solution optimisée du problème. Sinon, une nouvelle population est définie et regroupe les meilleurs individus parmi les enfants et les parents de la génération précédente. Une nouvelle sélection peut alors débuter afin de former une nouvelle génération. À noter que le critère de convergence peut aussi être simplement un nombre fixe de générations à atteindre.

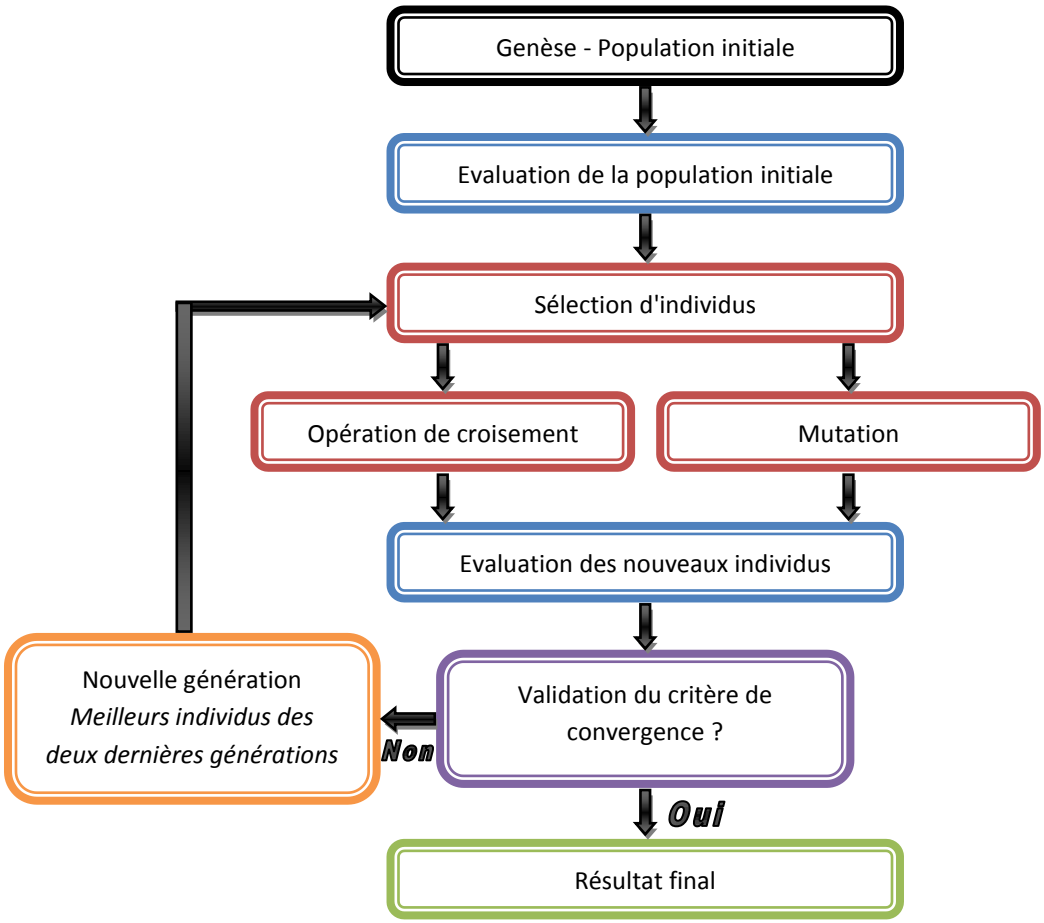


Figure V.1 – Schéma de la structure d'un algorithme génétique.

En conclusion, les avantages d'un algorithme génétique sont multiples. Tout d'abord, il peut résoudre n'importe quel problème d'optimisation à partir du moment où les paramètres et la fonction coût sont pleinement définis. Il n'y a également pas de difficulté supplémentaire s'il n'y pas unicité de la solution. Par ailleurs, la résolution ne se faisant pas de manière analytique, la technique est applicable à un domaine de définition multidimensionnel où la fonction coût peut être non dérivable et/ou non continue. La méthode n'a à ce propos pas de prédisposition à tomber dans le piège des extrema locaux de la fonction coût. De plus, cette dernière peut ne pas être paramétrée, c'est à dire par exemple le résultat d'un autre algorithme. Ainsi, dans le cas d'une identification d'une

loi constitutive d'un matériau, il est possible de simuler un VER pour chaque génome (jeu de paramètres) et de comparer sa réponse au comportement attendu. Enfin, la méthode reste simple de compréhension et d'utilisation, et ne requiert que peu de modification d'un cas à un autre.

Il y a tout de même quelques inconvénients à l'utilisation de tels algorithmes évolutionnaires. La fonction coût est parfois difficile à définir et ne permet pas vraiment aux générations successives de s'améliorer. En outre, il n'y pas non plus la garantie de converger vers un optimum global. Par ailleurs, les ressources et le temps requis pour l'optimisation peuvent également être particulièrement plus importants que pour les méthodes traditionnelles déterministes, en plus d'être totalement différents d'une simulation à l'autre. Cette inconstance empêche notamment une application embarquée de telles méthodes, qui sont donc réservées à des utilisations ponctuelles.

b. Méthode de Levenberg-Marquardt

La méthode de Levenberg-Marquardt est également ici utilisée en tant qu'outil d'optimisation. C'est l'un des algorithmes d'optimisation les plus utilisés. Il mixe une itération de Gauss-Newton avec un algorithme classique basé sur le calcul du gradient correspondant à la plus forte pente. Il s'agit ici de minimiser une fonction coût *F* non linéaire formulée en moindres carrés d'écarts. *F* est alors exprimée par une forme quadratique suivant l'équation (V-1). ***x*** est ici un vecteur de *n* paramètres, et *f* est une fonction de $\mathbb{R}^n$ vers $\mathbb{R}$. *m* correspond au nombre de points expérimentaux, et y_i à la valeur à comparer avec f_i au point *i* considéré. Une fonction *r* peut alors être définie par l'écart entre les points expérimentaux et simulés, tel qu'introduit par l'équation (V-2).

$$F(x) = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{m}(f_i(x) - y_i)^2 \tag{V-1}$$

$$F(x) = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{m} r_i(x)^2 \tag{V-2}$$

La matrice jacobienne ***J*** de *r* définie selon l'expression (V-3), en faisant varier *i* entre 1 et *m*, et *j* entre 1 et *n*. Une fois cette matrice définie, il est possible de calculer la matrice hessienne ***H*** en dérivant les éléments de ***J*** par rapport à ***x*** (V-4). ***H*** est une matrice carrée d'ordre *n*. En négligeant les termes d'ordre 2 et plus, ***H*** peut être approximé selon l'équation (V-5). En écriture tensorielle, ***H*** est finalement calculé selon la formule (V-6).

$$J_{ij}(x) = \frac{\partial r_i(x)}{\partial x_j} \tag{V-3}$$

$$H_{jk}(x) = \sum_{i=1}^{m}\left(\frac{\partial^2 r_i(x)}{\partial x_j \partial x_k} + r_i(x)\frac{\partial^2 r_i(x)}{\partial x_j \partial x_k}\right) \tag{V-4}$$

$$H_{jk}(x) \approx \sum_{i=1}^{m} J_{ij}(x) J_{ik}(x) \tag{V-5}$$

$$H(x) \approx J(x)^T J(x) \tag{V-6}$$

Intéressons-nous désormais à l'optimisation en elle-même. L'algorithme du gradient est une technique simple et intuitive permettant de trouver le minimum d'une fonction *r*. Il consiste en une itération sur les valeurs du vecteur ***x*** en fonction du gradient de *r* et d'un paramètre λ_g, tel que décrit par l'équation (V-7) pour le cas *k+1*. Ce calcul nécessite la définition d'un vecteur initial $\boldsymbol{x_0}$.

$$x^{(k+1)} = x^{(k)} - \lambda_g \nabla r\left(x^{(k)}\right) \tag{V-7}$$

De par sa simplicité, cette approche ne converge pas toujours correctement. De manière évidente et contrairement à ce qui est décrit par la dernière équation, les incréments sur ***x*** devraient être importants quand la pente est douce et inversement, afin de se rapprocher efficacement du minima local, mais sans le dépasser. De plus, dans un cas multidimensionnel, la pente n'est pas la même selon les différentes directions et l'algorithme utilise alors le plus fort gradient dans une direction unique (d'où l'appellation usuelle « *steepest gradient descent* »), ce qui peut provoquer de nouveaux dilemmes d'incrémentation.

Afin d'améliorer cela, il est possible d'utiliser les dérivées secondes de *r*. C'est alors qu'entre en jeu la méthode de Gauss-Newton, afin de résoudre l'équation (V-8). Celle-ci correspond en effet à la détermination d'un optimum pour *r* et donc pour *F*. Une expansion en série de Taylor autour d'un point $\boldsymbol{x_k}$ permet notamment d'écrire la relation (V-9). En utilisant ces deux dernières équations et en négligeant les termes d'ordre supérieur à 1, on obtient la valeur de ***x*** à l'incrément *k+1* tel que décrit par l'équation (V-10). Puisque la méthode de Gauss-Newton n'utilise pas les termes d'ordre supérieur à 1, la matrice hessienne n'a pas besoin d'être précisément évalué. L'approximation de l'équation (V-4) peut donc être utilisée. Une telle méthode converge relativement vite, bien qu'elle soit particulièrement dépendante de la valeur de $\boldsymbol{x_0}$.

$$\nabla r(x) = 0 \tag{V-8}$$

$$\nabla r(x) = \nabla r(x_k) + (x - x_k)^T \nabla^2 r(x_k) + o(x - x_k) \tag{V-9}$$

$$x_{k+1} = x_k - H(x_k)^{-1}.\nabla r(x_k) \tag{V-10}$$

Finalement, les méthodes de Gauss-Newton et du gradient sont complémentaires. C'est pourquoi Levenberg propose un algorithme basé sur les deux approches et définit la procédure itérative donnée par l'équation (V-11) [242]. À noter que la valeur de λ_g est ajustée dynamiquement en fonction de l'évolution de l'erreur, donnée par la fonction coût. Ceci permet notamment de tirer efficacement profit de la combinaison des deux approches.

$$x_{k+1} = x_k - \left[H(x_k) + \lambda_g I\right]^{-1} \nabla r(x_k) \tag{V-11}$$

Par ailleurs, Marquardt a remarqué que lorsque le paramètre λ_g est élevé, la matrice hessienne n'a que peu d'influence. Il a alors enrichi l'approche de Levenberg selon l'équation (V-12) [243]. Cette modification permet intrinsèquement de donner des incréments plus amples selon les directions où le gradient est faible et vice-versa, corrigeant l'un des principaux défauts de la méthode précédente. C'est ainsi qu'est créé l'algorithme de Levenberg-Marquardt. Il s'agit d'une forme de régularisation du problème.

$$x_{k+1} = x_k - \left[H(x_k) + \lambda_g diag\left(H(x_k)\right)\right]^{-1} \nabla r(x_k) \tag{V-12}$$

Il convient de préciser que cet algorithme n'est pas une méthode optimale pour le calcul d'un minimum global. À contrario de l'algorithme génétique, c'est une méthode dite déterministe « locale ». En pratique, elle fonctionne particulièrement bien si la fonction coût n'admet qu'un seul minimum. De manière générale, elle permet d'atteindre un minimum local rapidement et de façon assez précise. Cependant, elle tombe inévitablement dans le piège des extrema locaux et est donc très dépendante de la valeur initiale choisie. De plus, elle nécessite de nombreuses inversions de matrices qui peuvent se révéler coûteuses en ressources si le modèle comprend beaucoup de paramètres. D'un point de vue numérique, cette méthode s'implémente selon la Figure V.2. Le paramètre λ_g est ajusté à chaque itération en fonction de l'amélioration ou non de l'erreur calculé selon la fonction coût, généralement d'un facteur 10 [231].

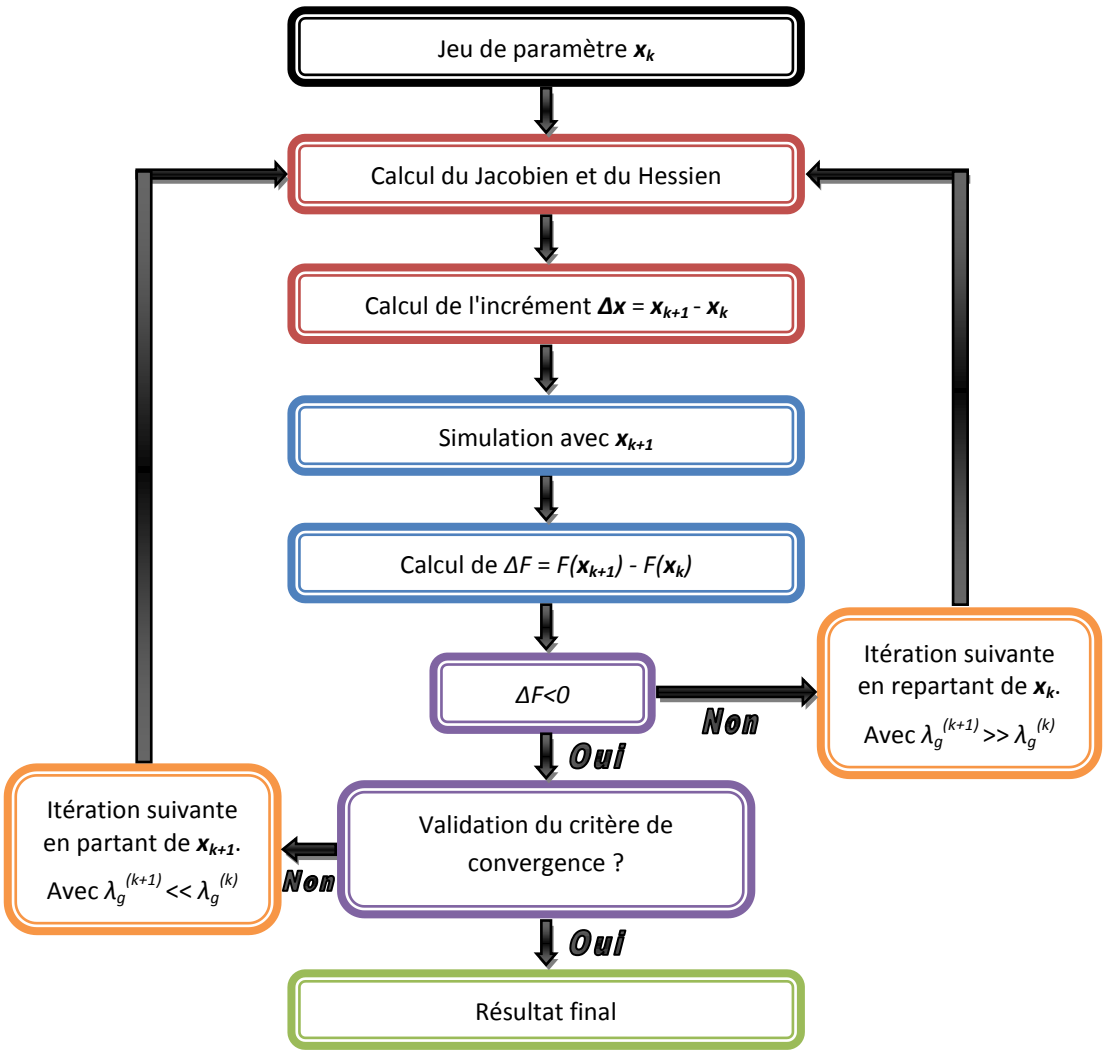


Figure V.2 – Schéma de l'optimisation itérative de Levenberg Marquardt.

c. Développement d'un outil d'optimisation

i. Combinaison d'un algorithme génétique et d'une méthode de Levenberg-Marquardt

L'outil d'optimisation final résulte d'une combinaison entre les deux méthodes détaillées précédemment. Le but est de combiner la versatilité de l'algorithme génétique, qui est capable de scanner efficacement l'intégralité de l'espace de définition des paramètres et d'optimiser des solutions de façon non analytique, avec la méthode de Levenberg-Marquardt, qui permet de faire converger des solutions potentielles vers les minima locaux. Cette approche est maintenant détaillée dans le cas de l'optimisation d'une loi de comportement matériau, ce qui est presque toujours le cas dans le cadre de cette thèse. Les données expérimentales servant de base à l'identification peuvent par exemple correspondre à la réponse en contrainte à une sollicitation en déformation. L'outil d'identification ici utilisé correspond à l'algorithme défini par Chemisky *et al.* [232] qui a été implémenté dans la librairie *SMART+*. Il a notamment servi à déterminer les paramètres matériau d'un alliage à mémoire de forme en se basant sur des mesures de champs cinématiques. L'implémentation a cependant été revue en détail dans ce travail de thèse afin d'intégrer la possibilité d'identifier des paramètres matériau dans un contexte de modélisation multi-échelles. Une discussion plus étendue sur les avantages de la méthode combinée génétique/gradient par rapport à d'autres approches est donnée par Chemisky *et al.* [232]. Afin de faciliter la compréhension de la méthode d'identification adoptée et des paramètres de contrôle utilisés, seule cette méthode est ici décrite.

L'implémentation numérique se déroule selon le schéma de la Figure V.3. L'architecture est celle de l'algorithme génétique. Au début, les paramètres à optimiser sont déterminés. Des bornes minimales et maximales sont associées à chacun d'entre eux. Il convient ensuite de définir la population initiale, d'une taille d'individus N_{ini}. Chaque individu se voit attribué un jeu de paramètres dédié. Celui-ci est soit déterminé aléatoirement en fonction des bornes choisies, soit défini par l'utilisateur, soit représentatif d'un maillage complet de l'espace des paramètres (auquel cas le nombre N_{ini} est directement lié au nombre de points de ce maillage).

La capacité de chaque individu à correspondre à l'objectif fixé est ensuite calculée via une fonction coût dédiée. Celle-ci représente l'écart des moindres carrés entre les données de référence et celles simulées pour l'individu concerné. Ces dernières peuvent par exemple être les résultats du solver présenté dans le chapitre IV, ou directement ceux d'une simulation par éléments finis sous Abaqus. Les meilleurs éléments sont ensuite retenus afin d'être soumis à un affinement de leurs paramètres. Ce point constitue l'originalité du travail de Chemisky *et al.* [232] par rapport à d'autres algorithmes combinant analyse génétique et méthode du Gradient [244], où, l'algorithme du gradient est utilisé à la fin de l'analyse avec l'algorithme génétique.

L'optimisation des paramètres des meilleurs éléments d'une génération peut se faire soit par dichotomie multivariables comme dans l'analyse du modèle rhéologique de la matrice (chapitre III), soit selon la méthode de Levenberg-Marquardt, ce qui sera systématique dans ce chapitre. En général, le nombre N_{gold} d'individus retenus pour cette optimisation est faible devant celui de la génération concernée.

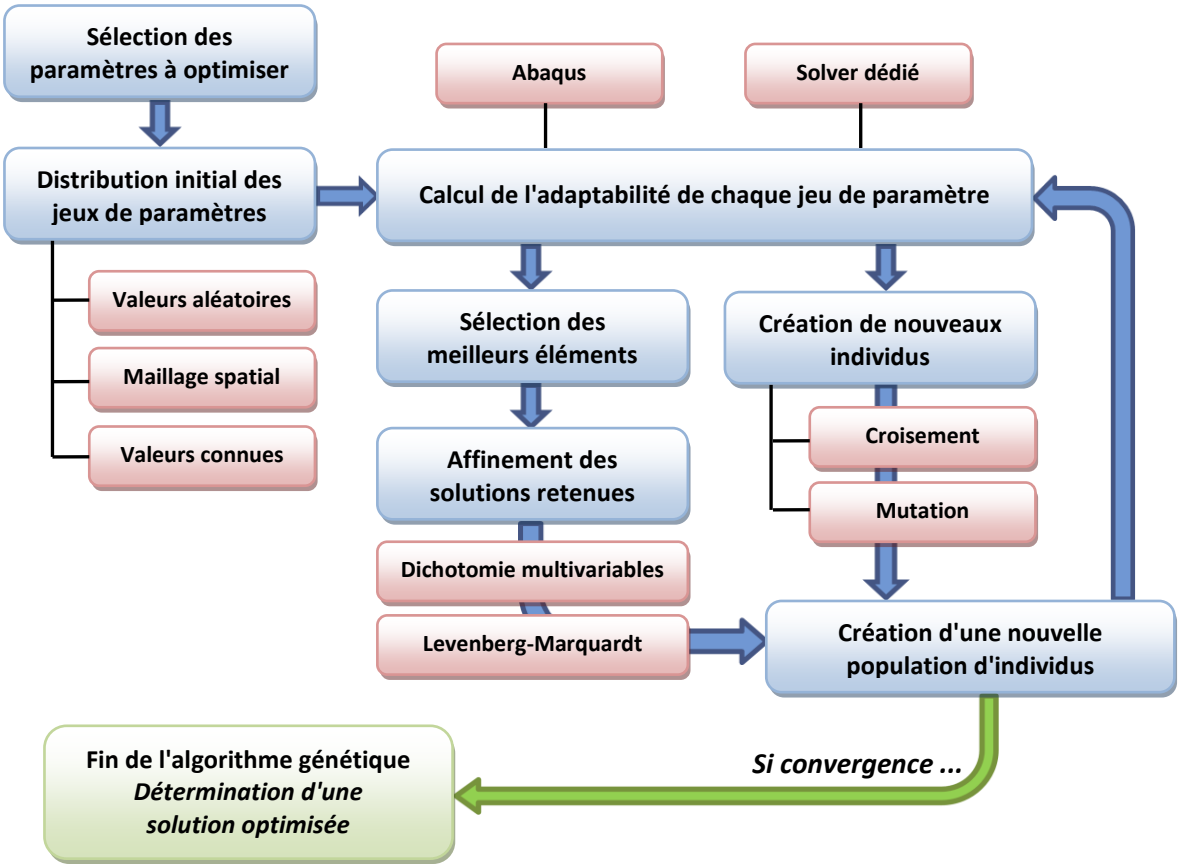


Figure **V.3 –** Schéma de l'algorithme d'optimisation développé.

En parallèle de ces calculs, des individus sont sélectionnés dans la génération en cours afin de se reproduire. Pour chaque enfant, deux parents sont sélectionnés. Ensuite, pour chaque gène, la probabilité de mutation est testée. S'il y a mutation, le paramètre prend une valeur aléatoire entre les bornes correspondantes. Dans le cas contraire, la nouvelle valeur est une combinaison linéaire de celles de ses parents. Un tel calcul est illustré par l'équation (V-13), dans le cas d'un paramètre x_j. Le scalaire a est choisi aléatoirement dans l'intervalle [-0,05; 1,05]. Cela permet de donner une valeur du paramètre le plus souvent comprise entre celles des parents, mais avec 10% de chance de sortir de cet intervalle. Cela supporte notamment la diversité génétique chez les enfants, moyennant une vérification que la nouvelle valeur se trouve bien entre les bornes appropriées. Cette opération est réitérée jusqu'à ce que N_{pop} enfants soient créés.

$$x_j^{(enfant)} = a x_j^{(père)} + (1-a) x_j^{(mère)} \qquad \text{(V-13)}$$

Les parents, les enfants et les individus améliorés sont ensuite rassemblés au sein d'une même population. L'adaptabilité des enfants, la seule alors manquante, est calculée. Il s'en suit une comparaison entre les adaptabilités de tous ces individus, et seuls les N_{pop} meilleurs survivent et créent la population initiale suivante. L'opération peut alors recommencer, et ce jusqu'à ce qu'un critère de convergence soit atteint. Celui-ci est soit une valeur de la fonction coût suffisamment faible pour le meilleur individu, soit un nombre maximum de générations. Le génome du meilleur individu de la dernière génération est alors la solution du problème d'optimisation.

Il y encore un correctif à apporter cette approche. En effet, le Jacobien ne peut souvent pas être calculé analytiquement. Ceci est particulièrement vrai lorsque la fonction coût n'est pas une fonction analytique mais directement le résultat d'une simulation à part entière. Il convient alors de calculer ce que l'on appelle une matrice de sensibilité $\boldsymbol{S_{LM}}$, qui remplace la matrice jacobienne. En considérant un jeu de paramètre $\boldsymbol{x}$, cette matrice correspond à la variation des données simulées lorsque l'on modifie légèrement les paramètres x_j un à un, conformément à l'équation (V-14) pour un point *i* donné. C'est donc une matrice avec autant de lignes que de points expérimentaux à comparer et autant de colonnes que de paramètres. En pratique, le coefficient Δ est égal à 1%. Néanmoins, une valeur fixe de Δ peut empêcher la bonne convergence de l'algorithme de Levenberg-Marquardt. C'est pourquoi pour une génération donnée, si la solution trouvée n'est pas meilleure que celle de départ, ce coefficient est divisé par deux de manière successive. Il peut également être redéfini à une valeur aléatoire entre 0,5% et 3% s'il devient inférieur à 0,2%.

$$S_{LM\,ij} = \frac{f_i(x_1, \dots, x_n) - f_i(x_1, \dots, x_k(1+\Delta), \dots, x_n)}{x_k.\Delta} \tag{V-14}$$

Les paramètres caractéristiques de l'algorithme d'optimisation ont été gardés relativement constants d'une identification à l'autre. Ceux-ci peuvent être ajustés en fonction du nombre de paramètres à optimiser. Le nombre maximum de génération est défini à 150. La population initiale N_{ini} est généralement plus élevée que celle des générations suivantes, et est ici prise à 240. N_{pop} est quant à lui restreint à une cinquantaine d'individus. N_{gold} n'a pas besoin d'avoir une valeur élevée et est ici égal à 3. En effet, seuls les meilleurs individus sont boostés avec l'algorithme de Levenberg-Marquardt. La probabilité de mutation est quant à elle fixée à 15%, ce qui est assez élevé et ralentit le processus d'évolution naturelle, mais permet de garder une bonne diversité génétique afin de ne pas rater le minimum global. Le coefficient λ_g est ici assez faible (0,0001) afin de favoriser la méthode du gradient sur les premiers incréments de l'algorithme de Levenberg-Marquardt.

Pour conclure sur l'implémentation de cet outil d'optimisation, il est également possible de mener une identification simultanée sur plusieurs fichiers de référence. Le jeu de paramètres optimisé doit alors par exemple satisfaire les données expérimentales issues d'une part d'un chargement monotone et d'autre part d'une sollicitation cyclique. Il est également possible de donner un poids différent à chaque fichier ainsi identifié.

Par ailleurs, un script dédié a été codé afin de connecter cet algorithme à un cluster de calcul, décuplant sa puissance et sa rapidité d'exécution. C'est d'ailleurs tout l'avantage de cette approche, car elle permet d'effectuer en parallèle le calcul de matrices de sensibilité (pour la méthode déterministe) et le calcul des individus « enfants » de la nouvelle génération. En pratique, les simulations associées à chaque nouvel individu peuvent être lancées en parallèle sur des lames de calcul différentes. Cela permet de calculer toute une génération pendant le temps nécessaire à une unique simulation.

ii. Optimisation sous contraintes

Il reste un point de détail qui n'a pas été abordé par le paragraphe précédent. Il s'agit du couplage entre des paramètres bornés et l'utilisation d'un algorithme de Levenberg-Marquardt. En effet, lors de l'optimisation, ce dernier ne vérifie pas s'il dépasse le domaine de définition d'un paramètre donné. Il est alors nécessaire de réaliser une optimisation sous contraintes. Dans le cas présent, ces contraintes se présentent sous la forme d'inégalités (bornes). Seule la résolution de ce cas est ici abordée, bien qu'il existe une méthode similaire pour les contraintes d'égalités.

Dans la version implémentée dans *SMART+,* la gestion de l'optimisation sous contraintes s'inspire des méthodes de pénalisation lors de la résolution du contact en éléments finis [245]. Soit un problème d'optimisation soumis à un nombre *q* de contraintes *g*. Il s'agit ici de minimiser une fonction *F(x)* tel que la condition $g_p(x) \leq 0$ soit vérifiée pour tout *p* compris entre 1 et *q*. Les fonctions g_p sont de classe C^1 sur l'ensemble de définition. Le problème d'optimisation (V-1) peut alors être défini par l'équation (V-15), avec une nouvelle fonction G à minimiser. Les coefficients $\boldsymbol{\lambda^L}$ sont les multiplicateurs de Lagrange. La minimisation de *G(x)* est alors équivalente à celle de *F(x)* s'il existe un vecteur de paramètres $\boldsymbol{x^*}$ et des coefficients $\boldsymbol{\lambda^L}$ tels que le système d'équations (V-16) est vérifié.

$$G(x) = F(x) + \sum_{p=1}^{q} {\lambda^L}_p g_p(x) \tag{V-15}$$

$$\begin{cases} \nabla F(x^*) + \sum_{p=1}^{q} {\lambda^L}_p \nabla g_p(x^*) = 0 \\ {\lambda^L}_p g_p(x^*) = 0 \qquad \forall p \in [\![1, q]\!] \end{cases} \tag{V-16}$$

En pratique, dans le cadre de paramètres x_k situés entre deux bornes ${x_k}^{min}$ et ${x_k}^{max}$, le problème est soumis à *2n* contraintes telles que définies par le jeu d'équations (V-17). Si une contrainte donnée est vérifiée, le coefficient $\boldsymbol{\lambda^L}$ correspondant est défini nul. Dans le cas contraire, il lui est attribué une valeur qui croît de manière exponentielle avec l'écart de la contrainte avec 0. Les fonctions implémentées sont décrites par l'équation (V-18) dans le cas d'une borne minimum et l'équation (V-19) dans le cas d'une borne maximum. D'un point de vue implémentation numérique, ces multiplicateurs de Lagrange pénalisent le gradient de *F* ainsi que les coefficients diagonaux de sa matrice hessienne (qui nécessite quant à elle la dérivée première des $\boldsymbol{\lambda^L}$). Une illustration de la somme d'un ${\lambda^L}_k{}^{min}$ et d'un ${\lambda^L}_k{}^{max}$, pour un paramètre *k* donné, est faite sur la Figure V.4. Les bornes minimum et maximum sont arbitrairement fixées à 2 et 2,1. On constate ainsi que la pénalisation est assez agressive lorsque le paramètre concerné sort de son domaine de définition.

$$\begin{cases} {x_k}^{min} - x_k \leq 0 \\ x_k - {x_k}^{max} \leq 0 \end{cases} \qquad \forall k \in [\![1, n]\!] \tag{V-17}$$

$${\lambda^L}_k{}^{min} = \frac{10}{e-1}\left[10^3\left(1 - \frac{x_k}{{x_k}^{min}}\right) + 1\right]\left[e^{10^3\left(1-\frac{x_k}{{x_k}^{min}}\right)+1} - 1\right] \tag{V-18}$$

$${\lambda^L}_k{}^{max} = \frac{10}{e-1}\left[10^3\left(\frac{x_k}{{x_k}^{max}} - 1\right) + 1\right]\left[e^{10^3\left(\frac{x_k}{{x_k}^{max}}-1\right)+1} - 1\right] \tag{V-19}$$

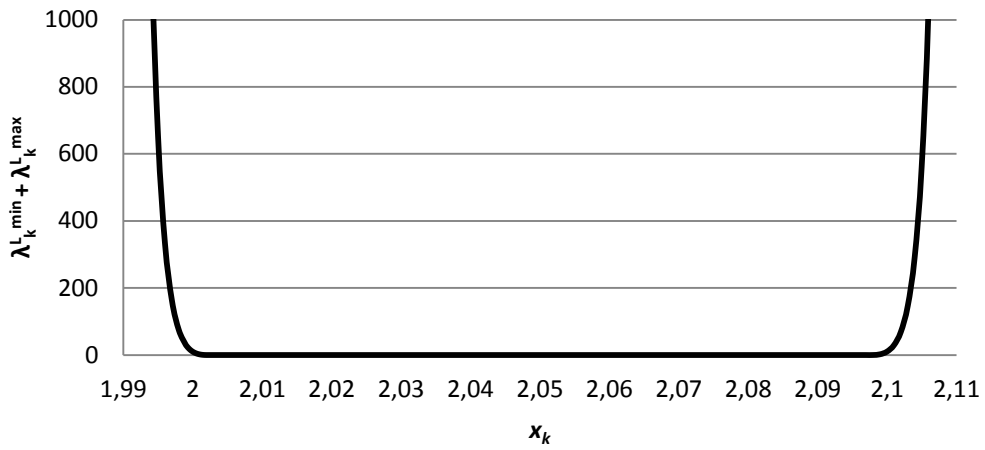


Figure V.4 – Illustration des multiplicateurs de Lagrange dans le cadre de la pénalisation du problème d'optimisation sous contraintes.

2. Identification de la microstructure

La première partie de l'identification du PA66-GF30 concerne sa microstructure. Il s'agit dans un premier temps de bien définir le modèle avec enrobage, et dans un second temps de décrire fidèlement l'orientation des fibres au sein des différentes couches de la structure cœur-peau-surface. Le facteur de forme des fibres a été précédemment fixé à 22, et leur fraction volumique à 18% (cf. chapitre I).

a. Propriétés de l'enrobage

i. Interdépendance des propriétés

Tout comme la fibre qu'il enveloppe, l'enrobage possède un facteur de forme, une fraction volumique et une orientation. Cette dernière est identique à celle de la fibre. Pour des raisons de simplicité, les propriétés géométriques des enrobages sont par ailleurs assumées indépendantes de la famille d'orientation. En ce qui concerne le facteur de forme de l'interphase, il est en fait étroitement lié avec sa fraction volumique, comme nous allons ici le montrer. À noter que cette identification est la seule de ce chapitre qui ne nécessite pas l'outil d'optimisation développé dans la section précédente.

Tout d'abord, l'hypothèse est faite que la surface de l'enrobage est équidistante avec celle de la fibre, résultant des observations microscopiques au MEB décrites dans le chapitre I. La Figure V.5 illustre ce point. Il est alors important de concevoir l'enrobage comme la zone matricielle dans laquelle l'endommagement est uniquement dû à la décohésion de l'interface de l'inclusion. En effet, la surconcentration de contraintes dans l'interphase va nécessairement mener à une microfissuration du polyamide 6,6, mais cette tendance s'estompe avec la distance à l'interface. À noter que cette observation n'est valable que dans le cas d'une matrice où la propagation des fissures est ductile (au moins initialement) et dont la rupture n'est alors pas provoquée par la propagation d'une fissure unique.

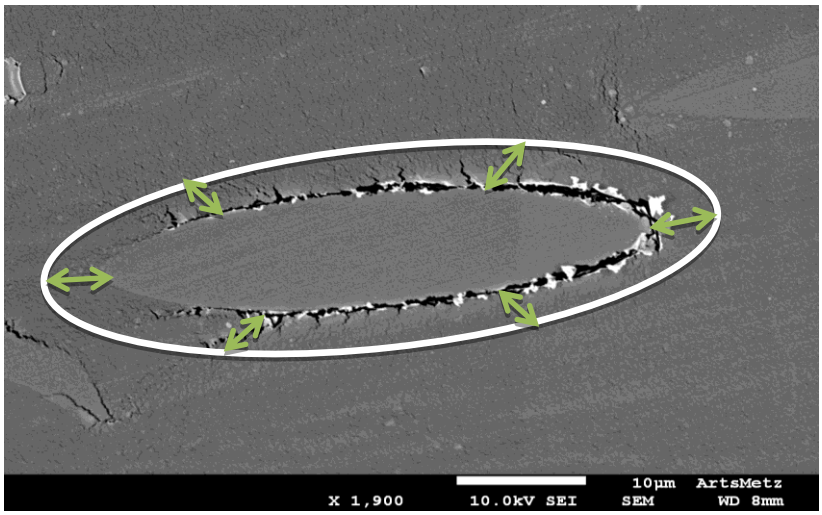


Figure V.5 – Image prise au MEB et illustrant l'écart constant entre les limites de l'endommagement autour d'une inclusion et l'interface fibre/matrice.

L'hypothèse d'écart constant implique nécessairement que la fibre et l'enrobage ne soient pas homothétiques. En considérant le fait que l'enrobage doit être ellipsoïdal d'après la méthode micromécanique, il est possible de positionner son enveloppe à une distance fixe de celle de la fibre selon les 3 axes de l'ellipsoïde. La condition d'équidistance des frontières de l'enrobage et de la fibre se gère alors en définissant les demi-axes du premier comme étant égaux à ceux de la seconde plus une constante χ_f. Il s'agit cependant d'une approximation. En effet, la détermination de l'intersection entre la normale à la surface de la fibre en un point donné et l'enveloppe de l'enrobage permet de calculer cette distance en chaque point. Dans le cas d'un facteur de forme des fibres élevé, cette distance diminue près des extrémités de la fibre (exception faite de l'extrémité en elle même). Cette baisse peut atteindre 50% de χ_f pour un rapport de forme de 22. Cette approche est néanmoins celle retenue ici, de par les contraintes géométriques imposées par la solution d'Eshelby, pour des raisons de simplicité et parce que l'approximation de l'équidistance reste décente dans la majorité des cas. Un aperçu de ce phénomène est donné sur la Figure V.6 (les repères sont orthonormés pour faciliter l'interprétation visuelle).

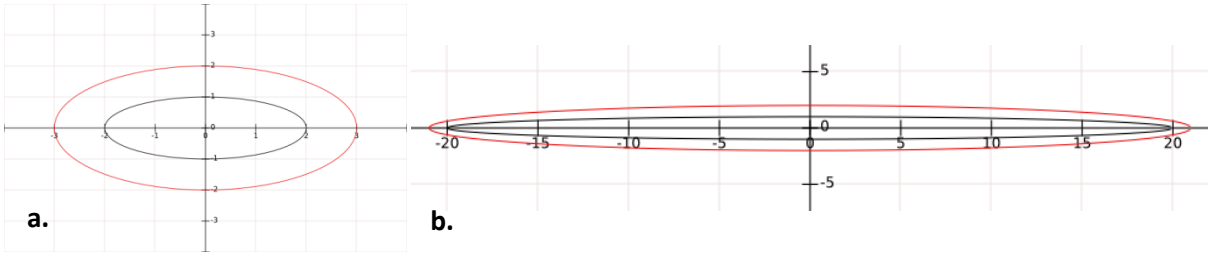


Figure V.6 – Illustration de l'équidistance des enveloppes de la fibre et de l'enrobage, pour un facteur de forme des fibres égal à **a.** 2 et **b.** 20. χ_f est ici égal à 1.

La constante χ_f est estimée à partir des données expérimentales, comme détaillé dans le paragraphe suivant. D'une part, cela permet de fixer le facteur de forme des enrobages AR_e en fonction de celui des fibres AR_f. La fibre et son enrobage étant des sphéroïdes, cette relation s'exprime selon l'équation (V-20) en notant χ le rapport entre χ_f et le rayon de la fibre (c'est à dire un demi-axe transverse). D'autre part, cela détermine également la fraction volumique de l'interphase.

En effet, donner des valeurs aux demi-axes de l'enrobage permet d'estimer le volume de l'ensemble {enrobage + fibre}. La connaissance de la fraction volumique de la fibre c_f permet alors de fixer celle de l'enrobage c_e, tel que décrit par l'équation (V-21). V représente le volume d'un ellipsoïde, en notant a_1, a_2 et a_3 les trois demi-axes correspondants.

$$AR_e = \frac{AR_f + \chi}{1 + \chi} \tag{V-20}$$

$$c_e = \frac{V_{enrobage} - V_{fibre}}{V_{fibre}} . c_f \qquad\qquad V = \frac{4}{3}\pi\, a_1 a_2 a_3 \tag{V-21}$$

ii. Evaluation des propriétés de l'enrobage

Afin de déterminer les propriétés des interphases, il suffit donc d'estimer χ. Ceci peut être fait à l'aide des images prise au MEB lors des essais de flexion décrits dans le chapitre I. Il a ici été choisi de définir χ constant quelles que soient les conditions d'humidité et l'orientation préférentielle des fibres. Une cinquantaine d'images ont ainsi été extraites d'essais longitudinaux et transverses à RH = 0% et RH = 100%. Le critère de sélection de ces photos est de pouvoir estimer de manière fiable la distance à laquelle s'étend l'endommagement lorsqu'il y a décohésion de l'interface. La Figure V.7 présente deux des images retenues. Il apparaît que dans la majorité des cas, la zone d'enrobage est sous l'influence de plusieurs fibres. Ceci est cependant caractéristique du matériau composite, et c'est pourquoi il est au final préférable de mixer les valeurs alors obtenues avec celles, plus rares, d'interphases isolées. À noter que chaque image permet plusieurs mesures. Finalement, la taille de l'enrobage a été quantifiée à partir d'environ 450 estimations. Chacune d'entre elles consiste à mesurer la taille en µm de la plus grande fissure partant de l'interface. Si celle-ci relie deux fibres, la distance retenue est à mi-chemin entre les deux inclusions. La valeur de χ est finalement estimée en divisant la longueur mesurée par le rayon moyen des fibres, soit 5 µm.

Pour chaque estimation, il convient de pondérer la valeur obtenue pour χ par l'état d'endommagement supposé du matériau composite au moment de la prise de l'image. En effet, la zone endommagée est vraisemblablement différente entre le début de la décohésion de l'interface et la ruine du matériau. L'hypothèse est ici faite d'un endommagement de l'enrobage linéaire avec la progression de la contrainte macroscopique. Chaque valeur de χ est donc divisée par le pourcentage défini par le rapport entre la contrainte au moment de la prise d'image et celle à rupture de l'essai concerné.

Au terme de ces calculs, la valeur moyenne de χ est de 25%. Cette estimation recèle un dernier biais à corriger. En effet, cette mesure ne s'intéresse intrinsèquement qu'aux interphases endommagées. Cependant, une part non négligeable des enrobages ne présente pas ou peu de défauts. Il apparaît alors nécessaire d'estimer la proportion d'interphases réellement endommagées. Ceci est fait à partir d'images MEB prises à un grossissement plus faible, ce qui permet alors d'estimer cette répartition. Une quinzaine de clichés, dont l'un d'entre eux est présenté Figure V.8, sont ainsi retenus. Bien entendu, ils sont choisis afin d'observer des configurations proches de la rupture du matériau. Ils permettent d'examiner entre 10 et 100 interfaces chacun. Il apparaît qu'en moyenne, 82% des interfaces sont destinées à s'endommager de manière notable. La valeur finale de χ est donc ajustée à 20,5%.

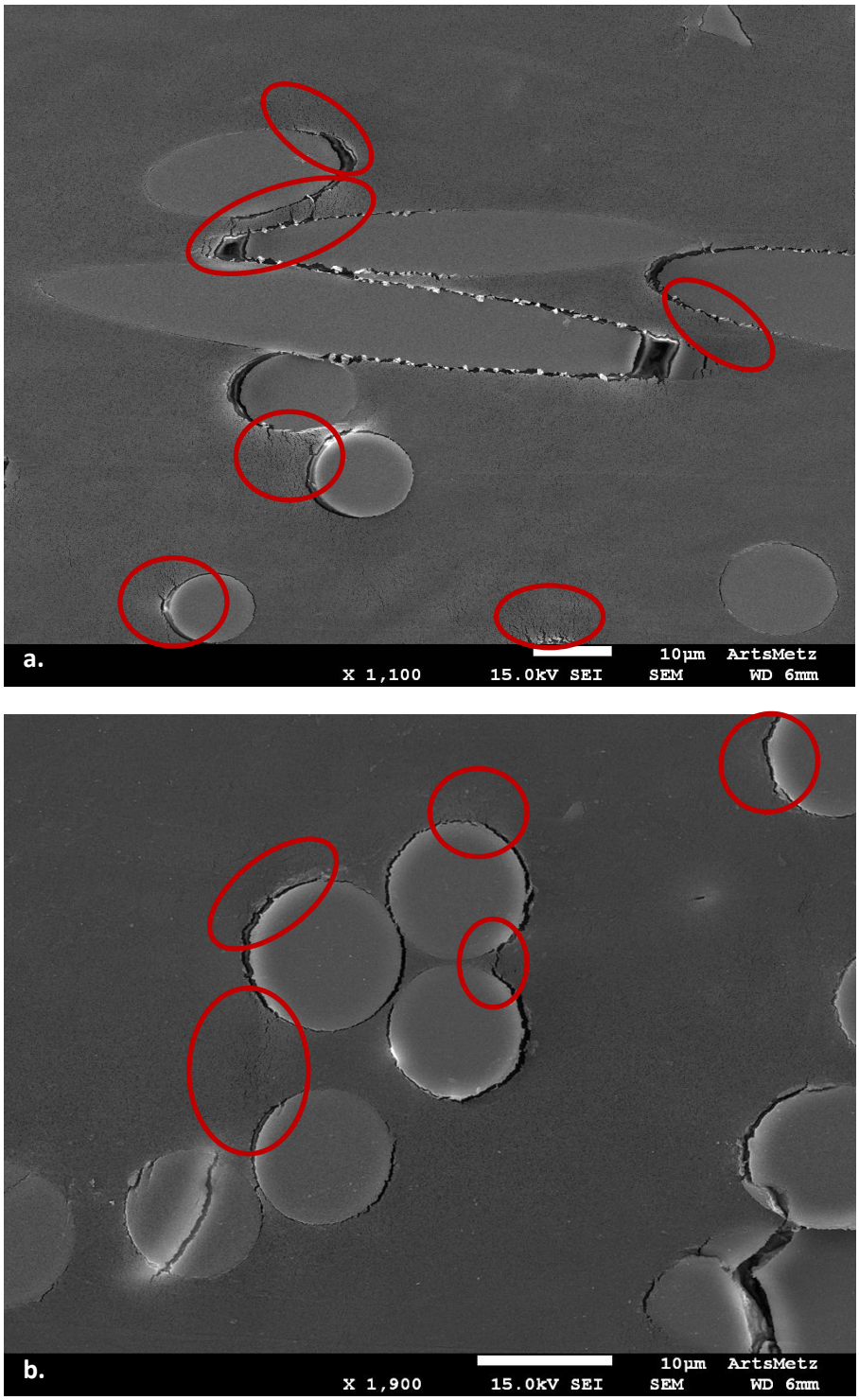


Figure V.7 – Exemples de photos prises au MEB ayant servies à estimer la taille de l'enrobage. **a.** Image d'un échantillon longitudinal saturé en eau subissant une contrainte égale à 81% de celle à rupture **b.** Image d'un échantillon transverse sec subissant une contrainte égale à 79% de celle à rupture. Les zones les plus intéressantes sont cerclées de rouge.

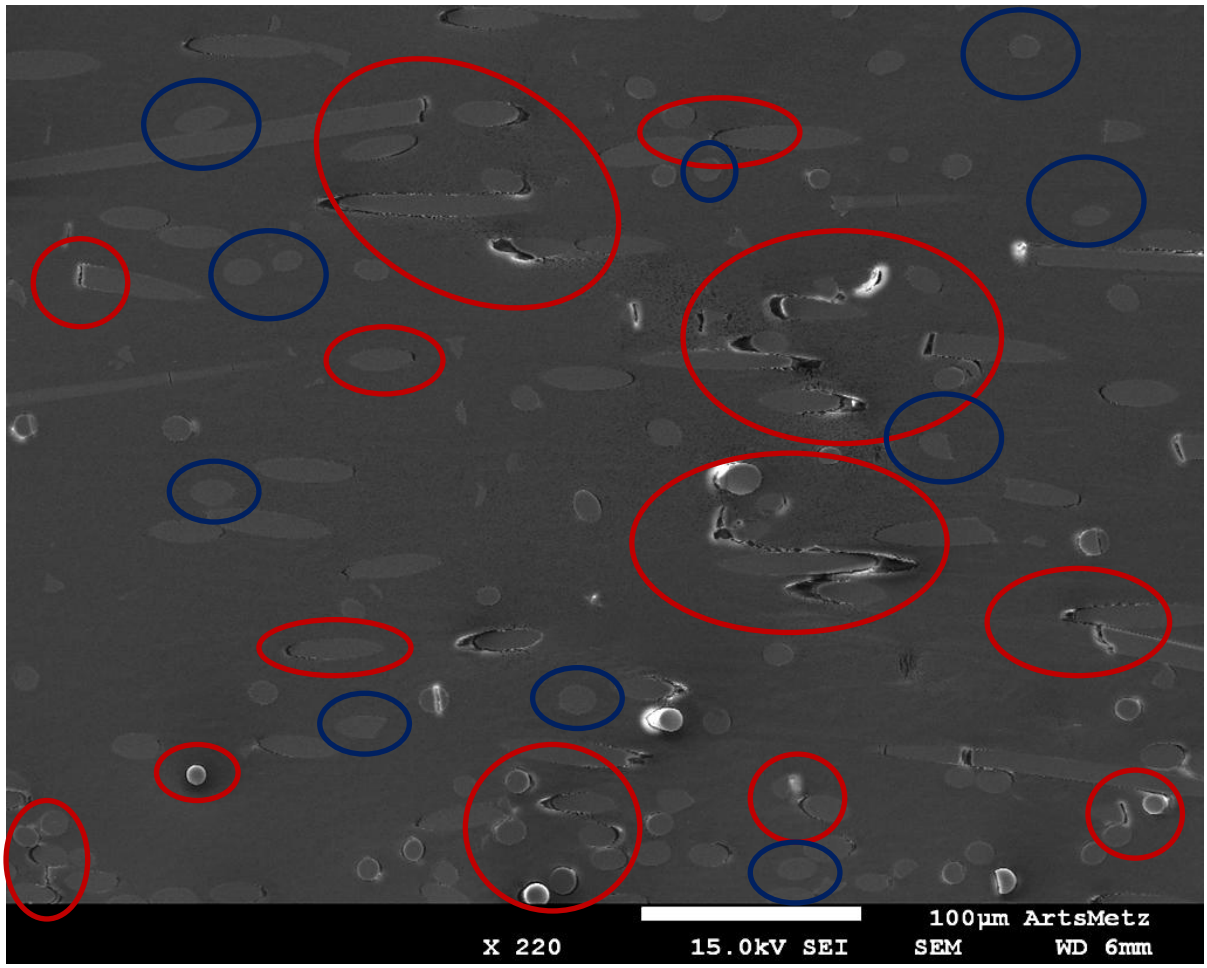


Figure V.8 – Exemple d'image prise au MEB retenue pour estimer la proportion d'enrobages endommagés (dont une partie est encerclée en rouge) par rapport au nombre total d'interphases. Des exemples d'enrobages sains sont cerclés de bleu.

Il est désormais possible de déterminer les propriétés de l'enrobage. En considérant une longueur de fibre moyenne de 220 µm pour un diamètre de 10 µm, le facteur de forme des enrobages est déterminé par l'équation (V-20) et est égal à 18,4. Cette valeur fixe la fraction volumique de l'enrobage à 8,5%, accordement à l'équation (V-21) et à un taux de fibre de 18%. À noter que la concentration d'enrobage prise lors de l'analyse de sensibilité était sensiblement plus élevée du fait d'une valeur de χ alors définie à 50%. Cette valeur avait été choisie en ne considérant arbitrairement que la Figure V.5.

b. Orientation des fibres

Afin de décrire fidèlement la microstructure du PA66-GF30, il reste à prendre en compte l'orientation des fibres. Les données issues de la microtomographie aux rayons X et obtenues dans le cadre de la thèse d'Arif [8] sont alors utilisées. Pour rappel, il s'agit de l'analyse de deux échantillons prélevés à deux positions différentes d'une plaque de PA66-GF30 moulée par injection.

i. Post-traitement des données issues de la microtomographie

L'étude microtomographique permet notamment de compter les fibres à l'intérieur du volume analysé. Cette opération est réalisée avec le logiciel AVISO, et sépare les fibres de la matrice en considérant les niveaux de gris [8]. Pour chaque élément considéré comme une fibre, il est possible de déterminer son volume, sa longueur, sa largeur, son facteur de forme, les coordonnées spatiales de son barycentre ainsi que ses angles d'orientation ϑ et φ (accordement à la Figure I.14). Une telle analyse permet ici d'isoler plus de 150 000 éléments dans le volume considéré. Elle n'est cependant pas à l'abri de biais numériques, et certains éléments sont en effet des artefacts. C'est pourquoi un filtre est mis en place afin de récupérer les informations réellement liées aux fibres. Tout élément possédant un facteur de forme inférieur à 4 ou un volume 3D inférieur à 240 μm^3 n'est pas gardé. Ce filtrage n'est pas négligeable car le volume total des éléments « fibres » est alors diminué de 32%. De plus, l'orientation de ces artefacts est majoritairement à 90°, ce qui ne manquerait pas de perturber l'ODF dont l'enjeu est notamment de déterminer la proportion de fibres longitudinales par rapport à celles transverses.

Maintenant que toutes les fibres sont identifiées, il est possible de post-traiter les données afin de les discriminer selon leur orientation et leur profondeur (c'est à dire la position de leur barycentre selon l'épaisseur). Les fibres sont triées par tranche de 20 µm selon l'épaisseur et divisées en différentes familles d'orientation en utilisant un pas angulaire de 10°. Afin de pouvoir travailler avec des grandeurs comparables, seul le volume cumulé des éléments fibres est retenu pour une orientation et une profondeur données. En effet, l'analyse numérique des données microtomographiques ne permet pas déterminer le contour physique de la fibre et peut alors la morceler en plusieurs éléments.

Tout d'abord, on cherche à définir les épaisseurs de chacune des couches de la structure cœur-peau surface. Pour rappel, l'échantillon fait 3,2 mm d'épaisseur et on ne s'intéresse qu'à la moitié de celui-ci. Deux indicateurs sont alors utilisés. Dans un premier temps, la moyenne de l'angle d'orientation par épaisseur est déterminée. L'écart type de la distribution par rapport à cette moyenne est ensuite calculé. Les résultats sont représentés sur la Figure V.9. La distribution de l'échantillon situé vers le fond du moule est plus dispersée que celle pour celui situé près de la porte d'injection. En ce qui concerne la surface et la peau, l'angle moyen reste proche de 0°, bien qu'il soit autour de -20° pour la surface de l'échantillon éloigné du dispositif d'injection. Le passage du cœur vers la peau se marque par un changement de l'angle moyen, qui se traduit également par l'augmentation de l'indicateur de l'écart type. La valeur de l'angle moyen à cœur, ici entre 30° et 60°, devrait être en théorie plus élevée (autour de 70° comme le montreront les paragraphes suivants). Ceci est dû au fait que les angles ont ici été définis entre -90° et 90°, modulo π. Cela n'a cependant aucun impact sur l'évaluation de l'épaisseur des différentes couches.

En partant de la surface, la peau n'est pas atteinte avant une stabilisation de l'écart type. De la même manière, la peau se termine quand l'écart type augmente de nouveau. La couche de transition est alors initialisée, et le cœur ne commence que lorsque l'angle moyen se stabilise et que l'écart type rechute. Les épaisseurs calculées sont données dans le Tableau V.1. La peau est la couche la plus affectée par la position de prélèvement. Elle rétrécit au profit de la surface et de la couche de transition. À noter que l'épaisseur du cœur est ici disproportionnée par rapport aux autres. En effet, cette couche n'a pas de symétrique par rapport au milieu de l'épaisseur et n'est donc représentée

qu'une fois. La couche à cœur n'est par ailleurs pas forcément centrée au milieu de l'échantillon (qui correspond à 1,6 mm de profondeur).

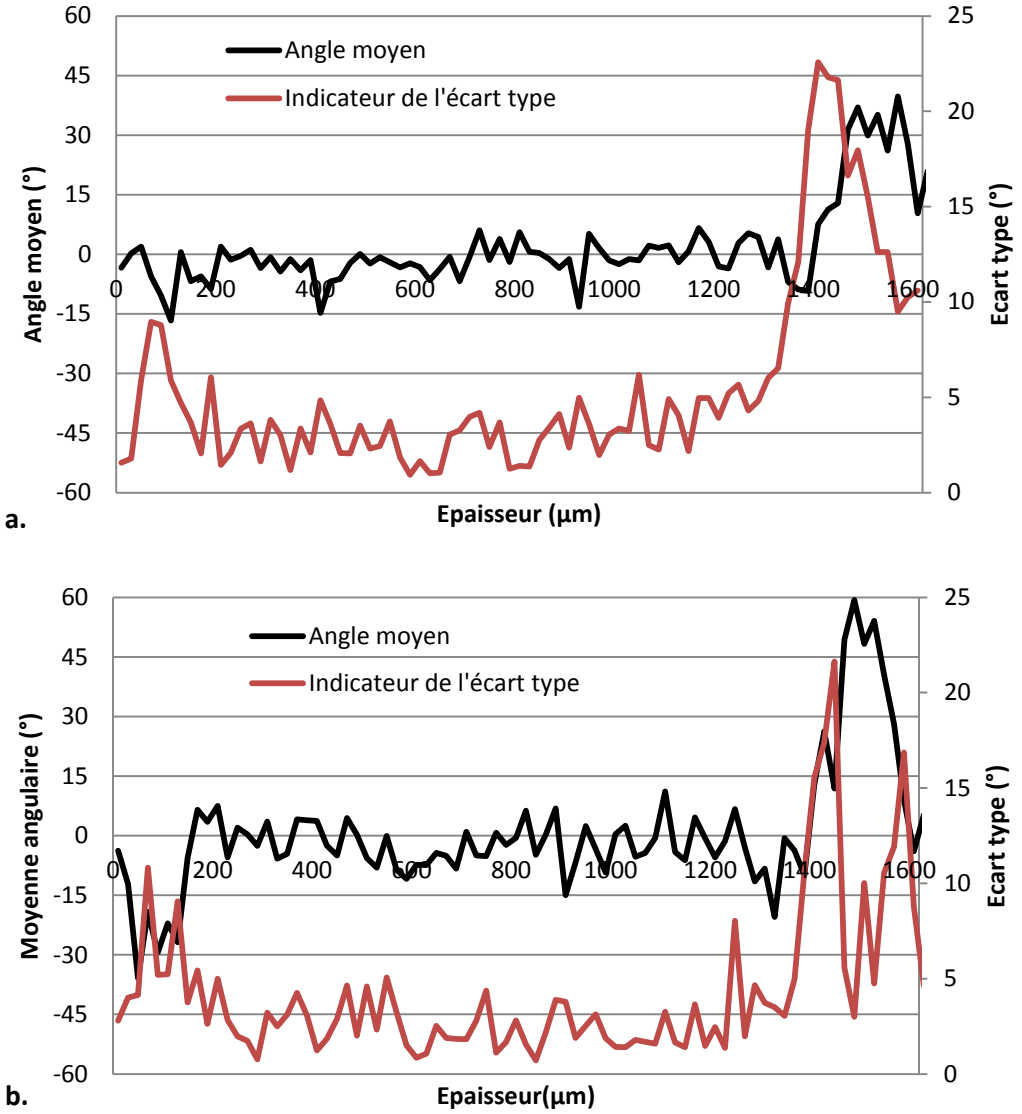


Figure V.9 – Indicateurs de la moyenne angulaire des fibres et de l'écart type de la distribution par rapport à 0°, en fonction de la position de la fibre suivant l'épaisseur de l'échantillon. **a.** Echantillon A (près du dispositif d'injection). **b.** Echantillon B (près du fond du moule).

Echantillon	*Surface*	*Peau*	*Transition*	*Cœur*
A	120 µm	1180 µm	100 µm	200 µm
B	200 µm	1040 µm	180 µm	160 µm

Tableau V.1 – Estimation de l'épaisseur des différentes couches du PA66-GF30.

Maintenant que les épaisseurs des différentes couches ont été identifiées, intéressons-nous aux fonctions de densités d'orientation (ODF) indispensables pour l'exploitation du modèle développé. La méthode pour trier les fibres est la même, mais le découpage selon l'épaisseur est maintenant réalisé selon la position des différentes couches.

ii. Estimation de la distribution d'orientation selon φ

La fonction de densité d'orientation selon angle φ est tout d'abord examinée. φ correspond à l'angle que fait la fibre avec le plan d'injection. Une orientation longitudinale ou transverse telle que définie jusqu'à maintenant aura donc un angle φ égal à 0. Les résultats du post-traitement des données issues de la microtomographie sont présentés sur la Figure V.10. Pour ce calcul, le pas angulaire a été ramené à 5°. La conclusion de ces résultats est que l'angle φ n'a pas vraiment d'impact sur la distribution d'orientation des fibres. En effet, pour toutes les couches, il est fortement concentré autour de 0°. Seuls le cœur et éventuellement la couche de transition ont une distribution à peine moins resserrée autour de la valeur nulle.

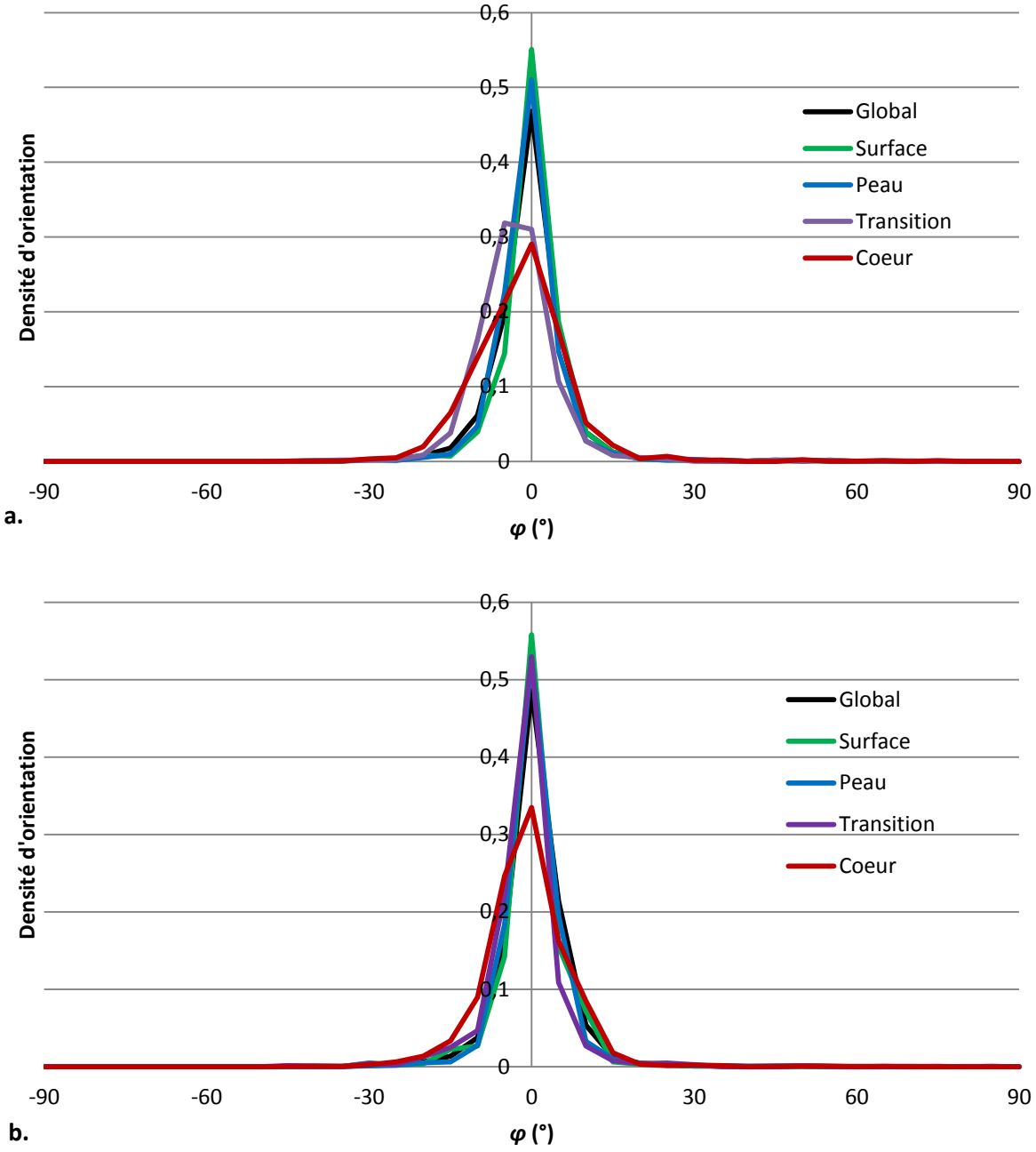


Figure V.10 – Fonction de densité d'orientation de l'angle φ des fibres, en fonction de la couche considérée. **a.** Echantillon A. **b.** Echantillon B.

Ces résultats poussent à considérer φ comme étant nul dans le cas du PA66-GF30, ce qui conforte les résultats obtenus par Fu et Lauke mentionnés au chapitre I [246]. Cela permet également de réduire drastiquement le nombre de famille d'orientations, puisque celui-ci ne sera plus basé que sur l'angle ϑ. Cette hypothèse est tout de même quantifiée en déterminant la proportion de fibres qui sont alors recentrées. Pour l'échantillon A, il y a notamment 5,7% de fibres qui possèdent un angle φ supérieur à 12,5° (dont 13,2% des fibres à cœur). En ce qui concerne l'échantillon B, il y en a 4,7% (et 8,3% à cœur). L'hypothèse faite est donc raisonnable.

iii. Identification des fonctions de densités d'orientation selon ϑ

Intéressons-nous désormais à la principale motivation de ce post-traitement. Il s'agit de déterminer précisément la fonction de densité d'orientation dans le plan d'injection, caractérisée par l'angle ϑ. Les résultats du post-traitement des données issues de la microtomographie sont donnés sur la Figure V.11 pour un pas angulaire de 5°. Ils mettent en valeur les orientations préférentielles du cœur et de la peau, respectivement autour de 0° et de 70°. Au niveau de la surface et de la couche de transition, l'orientation est bien plus dispersée mais à tendance à se resserrer autour de 0°. Ces conclusions sont conformes aux observations expérimentales menées dans le chapitre I.

Ces fonctions de densités d'orientations peuvent être représentées mathématiquement par des fonctions analytiques. La forme des pics obtenus est analogue à ce qu'on peut observer lors de l'analyse d'un matériau cristallin par diffraction des rayons X. C'est pourquoi les fonctions analytiques usuelles de cette technique ont ici été testées. Il s'agit alors d'ajuster des courbes de Gauss, de Lorentz, de pseudo-Voigt ou de Pearson VII et d'observer laquelle correspond le mieux aux ODF obtenues. Il s'avère que la fonction de Pearson VII est ici la plus adaptée. Sa densité de probabilité est donnée par l'équation (V-22). ϑ_0 correspond à l'angle moyen, M à un paramètre de forme, I_{max} à la valeur atteinte par la fonction en ϑ_0, et K est corrélé à l'inverse de la largeur du pic. Les densités de probabilité des autres courbes types sont données dans l'annexe F. Il est alors possible de modéliser l'ODF avec une fonction combinant deux pics de Pearson VII. Ceci est réalisé sur la totalité de l'épaisseur de l'échantillon, en considérant simultanément les deux spécimens. La Figure V.12 présente cette identification pour un pas angulaire de 10°. Les paramètres obtenus sont indiqués dans le Tableau V.2 et donnent une excellente corrélation. La modélisation permet de bien récupérer les deux pics dus aux fibres longitudinales (en peau) et transverses (à cœur). C'est donc cette fonction qui sera utilisée pour la suite de l'identification du comportement du PA66-GF30.

$$Pearson\ VII(\vartheta) = I_{max}\left[1 + K^2\,\frac{(\vartheta - \vartheta_0)}{M}\right]^{-M} \tag{V-22}$$

Afin de faciliter les simulations du comportement effectif, seules trois familles d'orientation seront choisies. Celles-ci sont arbitrairement prises à 0°, 45° et 90°. En conséquence, les fractions volumiques des fibres alignées à 0°, 45° et 90° sont respectivement définies à 12,7%, 3,9% et 1,4%. L'équation (V-21) permet alors de calculer les fractions volumiques des enrobages orientées à 0°, 45° et 90°, qui sont respectivement de 6%, 1,9% et 0,6%. Au vu des résultats de cette section, la simulation pourrait aussi éventuellement se limiter à utiliser deux familles d'orientation placées à 0° et 70°. Le nombre limité de familles d'orientations est imposé par la durée importante des simulations en sollicitation cyclique.

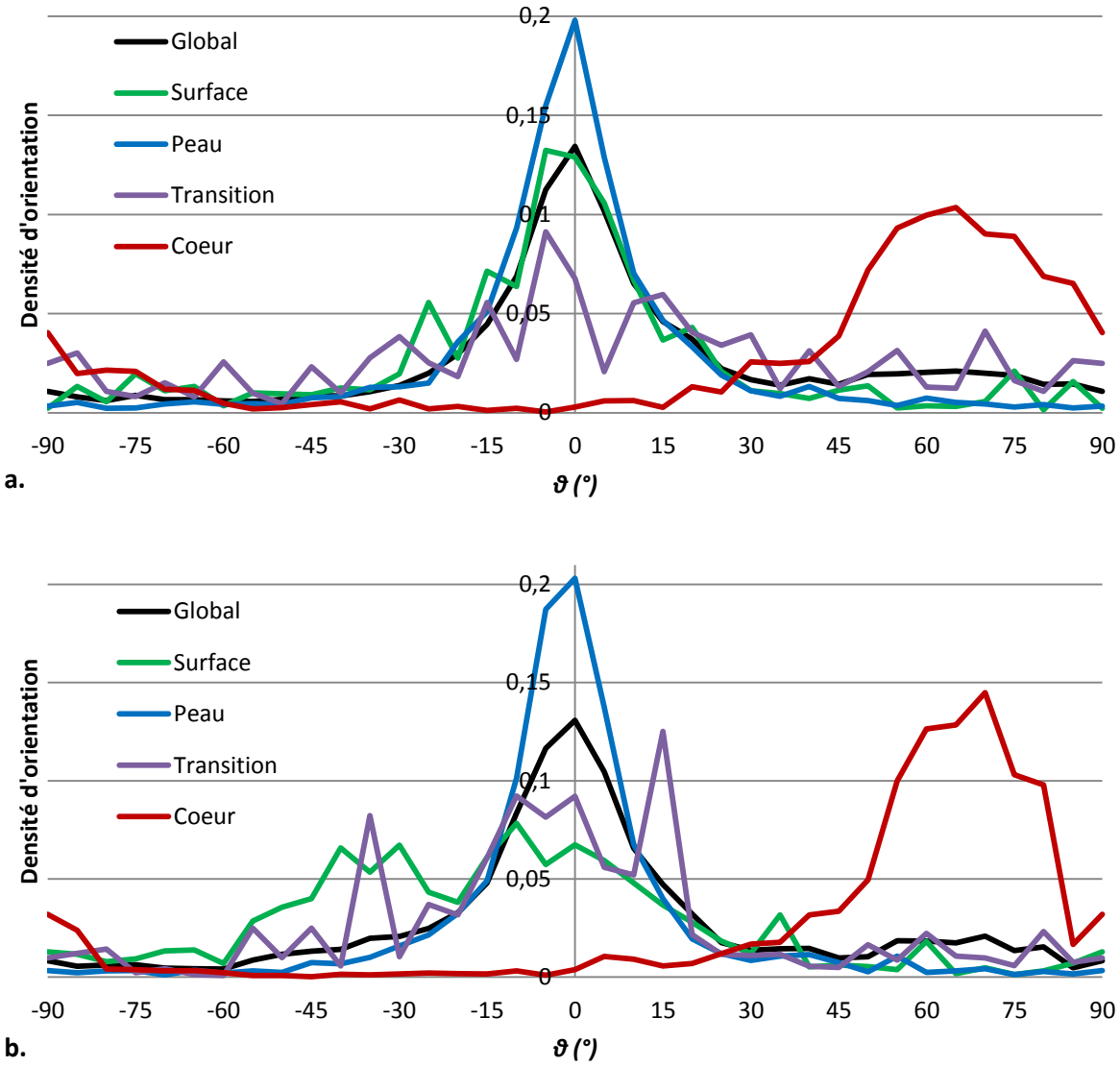


Figure V.11 – Fonction de densité d'orientation de l'angle ϑ des fibres, en fonction de la couche considérée. **a.** Echantillon A. **b.** Echantillon B.

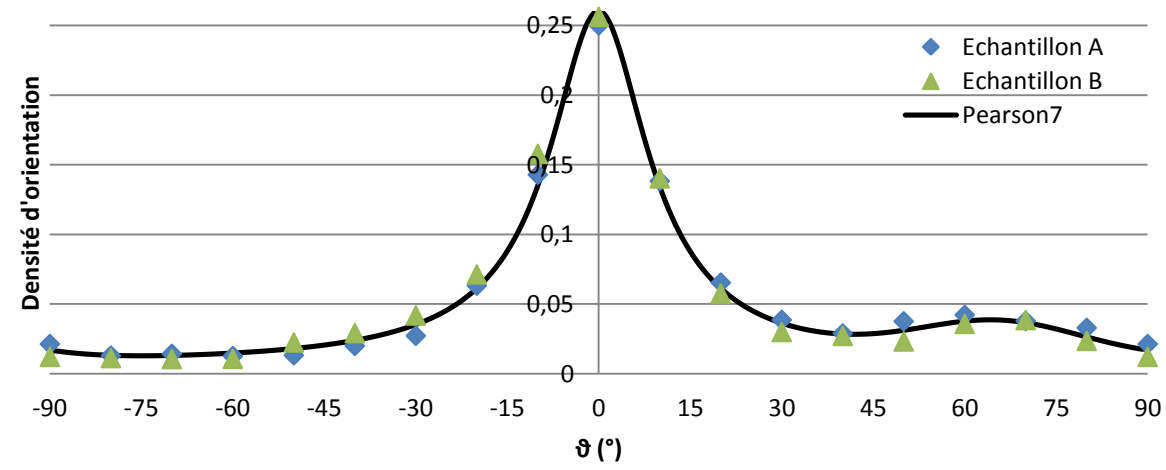


Figure V.12 – Modélisation de la fonction de densité d'orientation selon l'angle ϑ des fibres par une fonction de type Pearson VII.

Pearson VII	ϑ_0	I_{max}	*K*	*M*
Premier pic	0°	0,251	0,088	0,961
Second pic	66°	0,029	0,051	11,99

Tableau V.2 – Valeurs des paramètres des fonctions de Pearson VII pour l'identification des deux pics de l'ODF des fibres selon l'angle ϑ.

iv. Distribution du taux de fibre selon l'épaisseur

Avant de clore cette section dédiée à l'identification de la microstructure, il convient de s'intéresser à un résultat collatéral de l'analyse précédente. En effet, les données microtomographiques permettent également d'avoir une fonction de densité de fibre selon l'épaisseur de la plaque injectée. En recalant cette dernière par rapport à la fraction volumique attendue des fibres, on est alors capable de tracer l'évolution du taux de fibres avec l'épaisseur. Ces observations sont représentées par la Figure V.13. Il apparaît alors que la fraction volumique évolue notablement en fonction de la position selon l'épaisseur. En l'occurrence, les fibres sont plus nombreuses en surface et à cœur, alors que la concentration de fibre peut descendre à 12% en peau.

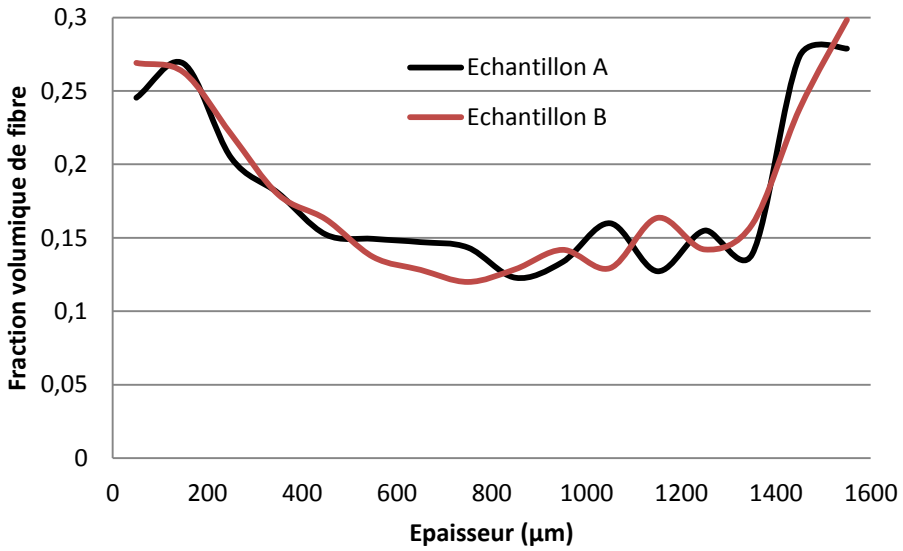


Figure V.13 – Evolution de la fraction volumique de fibre en fonction de l'épaisseur.

Ce résultat est à garder en mémoire si l'on souhaite modéliser des VER du matériau composite à différentes profondeurs. Ces résultats peuvent servir à alimenter un modèle de type multicouche composé de VER différents selon leur position dans l'épaisseur de la plaque injectée. Il est alors également possible de tirer profit de l'identification des ODF pour chaque couche. Ce type de simulation pourra être particulièrement intéressant dans le cadre d'une analyse éléments finis sur des structures, en couplant ce modèle avec des données issues d'une simulation numérique du procédé d'injection.

3. Optimisation des paramètres rhéologiques de la matrice

La loi de comportement de la matrice polyamide, ici un modèle de Zener 3D, doit également être identifiée afin de pouvoir simuler le comportement du PA66-GF30. En effet, comme précisé dans le chapitre III, l'identification sur un diagramme Cole-Cole ne permet pas d'identifier les constantes de temps caractéristiques de la viscoélasticité. Des essais quasi-statiques et cycliques réalisés par Solvay sur des éprouvettes de polyamide 6,6 conditionné à 50% d'humidité relative ont ainsi été utilisés.

a. Identification des paramètres en quasi-statique

En ce qui concerne les essais quasi-statiques, le pilotage se fait en déformation à une vitesse de 10^{-4} s^{-1}, à température ambiante. La Figure V.14 présente la courbe contrainte déformation correspondante. Les déformations selon les axes transverses sont également enregistrées et données par la Figure V.15.

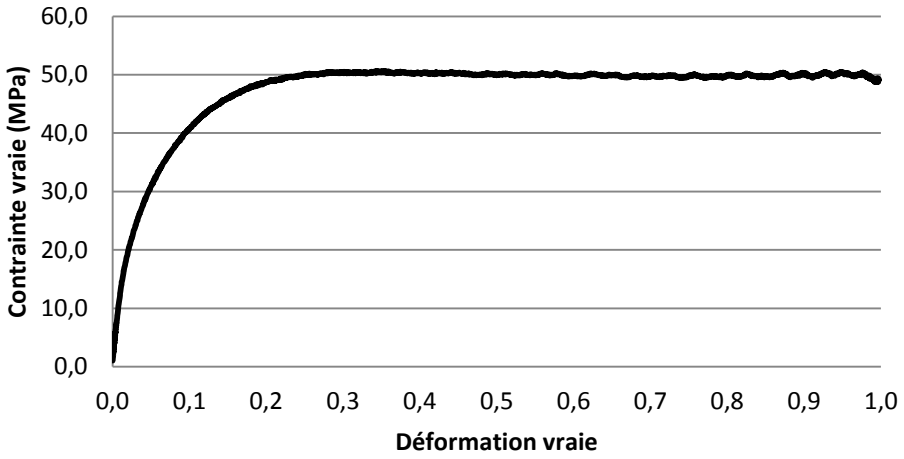


Figure V.14 – Courbe contrainte-déformation du polyamide 6,6 à RH = 50% et sollicité en traction quasi-statique à température ambiante.

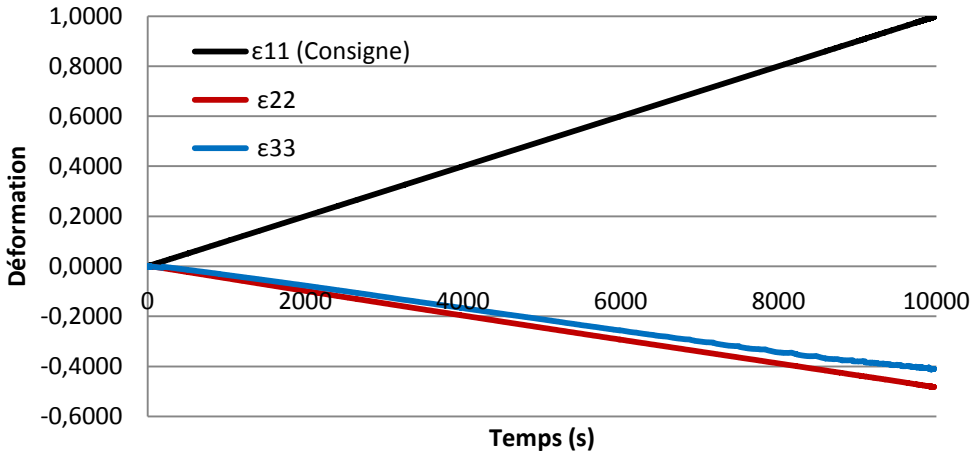


Figure V.15 – Evolution des déformations suivants les trois axes lors d'un essai quasi-statique à température ambiante sur le polyamide 6,6 à RH = 50%.

Le comportement du polyamide 6,6 est viscoélastique-viscoplastique. Seule la partie viscoélastique nous intéresse ici. En effet, dans le cadre d'utilisation de pièces en PA66-GF30, le niveau de contraintes atteint pour la matrice n'est pas suffisant pour déclencher des déformations plastiques importantes. Lors d'un essai quasi-statique, la composante visqueuse de la déformation élastique est cependant presque nulle. C'est pourquoi dans ce cas, l'identification ne concerne que la partie élastique de la courbe contrainte-déformation ainsi que les déformations suivants les axes transverses. L'optimisation des paramètres est réalisée sur les trois courbes simultanément. Elle est présentée sur la Figure V.16 et la Figure V.17, et montre une bonne corrélation. Le fait que la contrainte simulée soit perturbée en dessous de 6 MPa est dû au fait que la déformation expérimentale enregistrée l'est également et sert directement de consigne pour l'identification. Il est alors intéressant de remarquer que l'algorithme d'identification cherche à optimiser la viscosité du polyamide afin de s'ajuster aux irrégularités de la contrainte expérimentale. En ce qui concerne les déformations transverses, le modèle est bien capable de les capturer en même temps que le comportement en traction. À noter que le modèle étant isotrope, les déformations simulées suivants ces deux axes sont égales.

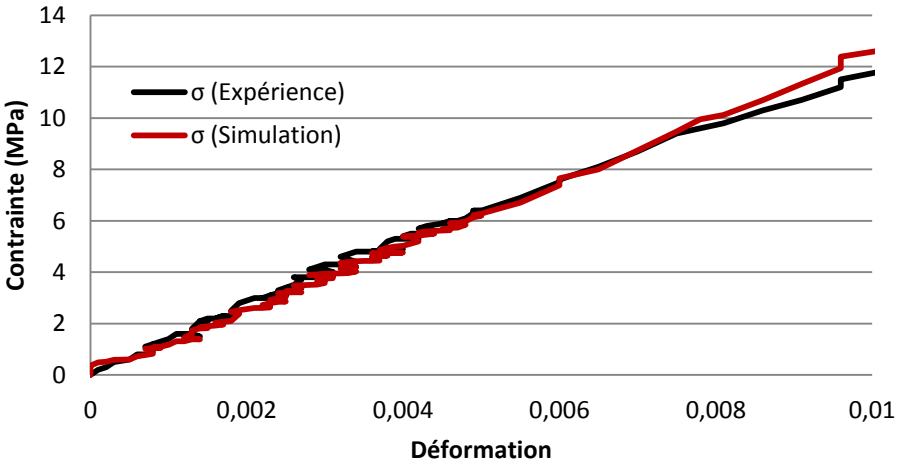


Figure V.16 – Identification élastique de la courbe contrainte-déformation du polyamide 6,6 à RH = 50% et sollicité en traction quasi-statique à température ambiante.

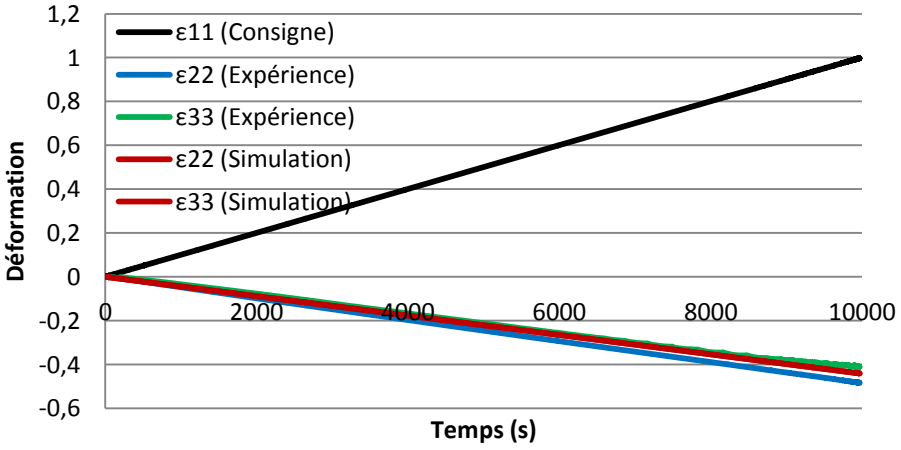


Figure V.17 – Identification élastique des déformations suivants les deux axes transverses lors d'un essai quasi-statique à température ambiante sur le polyamide 6,6 à RH = 50%.

b. *Identification des paramètres sur essais cycliques*

Considérons maintenant les essais cycliques où la viscosité entre en jeu. Trois cas de chargements différents sont étudiés (f_r correspond à la fréquence et R au rapport de charge) :

- f_r = 1Hz et R = 0,1.
- f_r = 1Hz et R = 0,5.
- f_r = 5Hz et R = 0,5.

Le pilotage se fait en déformation à température ambiante. Chaque configuration est répétée trois fois. Les identifications du modèle à partir de la réponse en contrainte se font également en utilisant les données quasi-statiques relatives aux déformations transverses. Cela permet de garantir la pertinence du modèle 3D identifié. Les valeurs identifiées dans cette section sont données dans le Tableau V.3. La corrélation entre ces données et la simulation est toujours excellente et identique à ce qui est déjà représenté sur la Figure V.17. Pour les deux premières configurations présentées sur la Figure V.18 et la Figure V.19, les 3 essais sont quasiment identiques et leur identification peut donc être menée de front. Le troisième chargement à 5Hz, représenté sur la Figure V.20, n'a par contre pas donné d'essais répétables. Ceci semble difficilement dû à la différence entre les trois consignes appliquées en déformation, qui est faible bien qu'existante. La source de ce problème est donc probablement le matériau, ce qui soulève un certain nombre de questions quant à la faisabilité d'une identification fiable du comportement du polyamide 6,6 à partir d'une certaine fréquence de sollicitation.

Quelle que soit la configuration, la corrélation entre simulation et données expérimentales est impeccable. L'effet visqueux, qui impacte tout particulièrement le premier pic, est bien capturé. En ce qui concerne le 3^{e} chargement, l'identification aboutie à un jeu de paramètres différent pour chaque essai mais la qualité de l'optimisation reste la même. Le comportement du polyamide 6,6 est donc capturé par un modèle de Zener 3D. Cependant, ce modèle n'est pas conçu pour pouvoir capturer une variation de l'effet de vitesse. Il est donc difficile de garantir un jeu de paramètres indépendant de la fréquence, du rapport de chargement, de la contrainte maximale et des conditions hygrothermiques.

Des jeux de paramètres différents, représentant l'évolution du comportement en fonction de la vitesse de déformation, de l'hygrométrie et de la température, sont alors utilisés. À noter que l'utilisation d'approches plus évolués, comme par exemple le modèle VENU [223] [224] [225] en cours d'implémentation dans *SMART+*, est envisagé dans le cadre du projet DURAFIP afin de prendre en compte ces aspects dans un même modèle.

Zener 3D	G_1	G_2	η_s
f_r = 1Hz et R = 0,1	430	1688	799
f_r = 1Hz et R = 0,5	399	1691	2393
f_r = 5Hz et R = 0,5 (1)	437	1699	547
f_r = 5Hz et R = 0,5 (2)	627	1888	717
f_r = 5Hz et R = 0,5 (3)	679	3213	946

Tableau V.3 – Valeurs des paramètres du modèle de Zener 3D pour l'identification du comportement de la matrice lors d'essais cycliques.

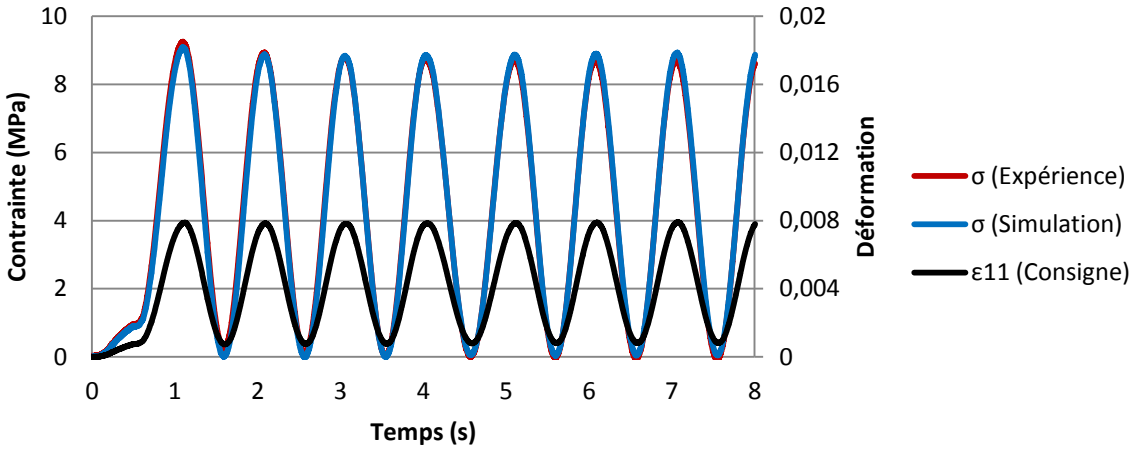


Figure V.18 – Identification du comportement cyclique du polyamide 6,6 à RH = 50%, pour un chargement de fréquence 1Hz et avec un rapport de charge de 0,1.

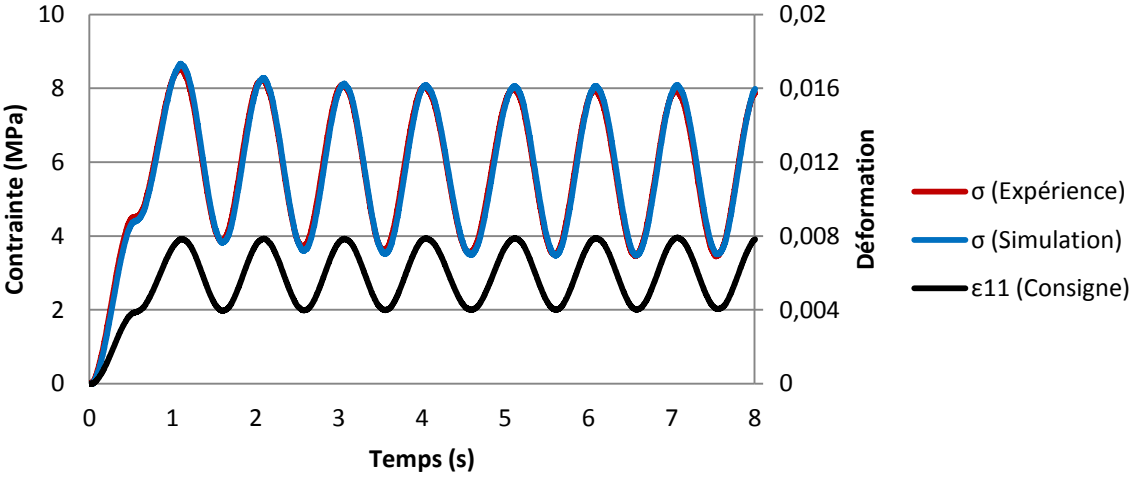


Figure V.19 – Identification du comportement cyclique du polyamide 6,6 à RH = 50%, pour un chargement de fréquence 1Hz et avec un rapport de charge de 0,5.

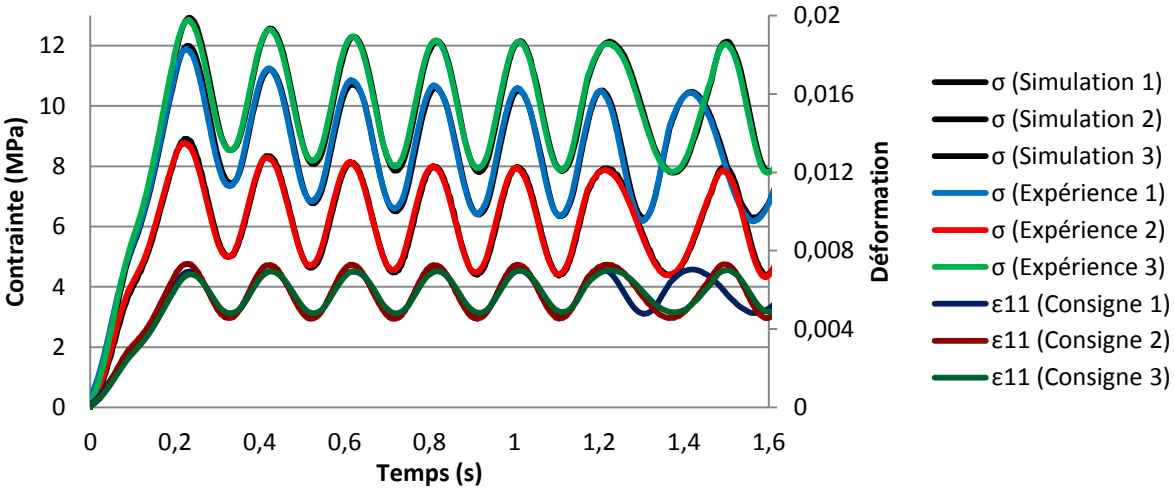


Figure V.20 – Identification du comportement cyclique du polyamide 6,6 à RH = 50%, pour un chargement de fréquence 5Hz et avec un rapport de charge de 0,1. Trois essais différents sont représentés.

4. Evaluation des paramètres d'endommagement

Il ne reste plus désormais qu'à identifier les paramètres des lois d'endommagements. Ces paramètres devraient idéalement être obtenus après analyse des données expérimentales à l'échelle microscopique, ce qui permettrait de découpler les différents mécanismes d'endommagement. C'est cependant difficile en pratique, bien que les derniers progrès en microtomographie aux rayons X assistée par ordinateur permettront une caractérisation fine des champs locaux et des mécanismes physiques à l'échelle microscopique dans ce type de composites. C'est à ce propos l'un des enjeux de la thèse de Rolland, débutée pendant les présents travaux de thèse et également menée dans le cadre du projet FUI-DURAFIP [247] [248]. Ainsi, dans cette section, seules des courbes macroscopiques sont utilisées pour une l'identification des paramètres d'endommagement. A fortiori, une identification complète sur des essais en fatigue s'avère particulièrement coûteuse en temps de calcul, en raison du nombre important de cycles à simuler. C'est pourquoi celle-ci se fait ici sur des essais atypiques mais potentiellement intéressants en ce qui concerne les cinétiques d'endommagement. Ces essais ont été réalisés par notre partenaire PSA Peugeot-Citroën dans le cadre du projet FUI-DURAFIP. Ils ont notamment été exploités dans le cadre des travaux de thèse de Launay [3] [15]. Les résultats pour les éprouvettes longitudinales de PA66-GF30 conditionnées à RH = 50% sont ici utilisés.

a. Courbes macroscopiques issues de chargements atypiques

Trois types de chargements uniaxiaux différents sont considérés. Le premier, ici dénommé RS (relaxations successives), consiste en un essai piloté en déformation, où la consigne comporte une succession d'échelons de plus en plus importants et qui sont maintenus, formant des paliers de relaxation. Lorsqu'une déformation de 2% est atteinte, la consigne en déformation suit le chemin inverse jusqu'à atteindre une déformation nulle sur le dernier palier. Cette consigne, ainsi que la réponse macroscopique en contrainte, sont représentées sur la Figure V.21. Cette expérience a été sélectionnée pour l'identification car elle mêle remarquablement viscosité et endommagement du matériau composite.

En effet, le comportement viscoélastique est ici bien marqué. Une relaxation importante de la contrainte lors des plateaux ascendants est notamment observée. Cependant, il n'est pas le seul responsable de l'évolution non-linéaire de la contrainte en fonction de la déformation imposée au cours de l'essai. Ceci est particulièrement visible lors du pic central de déformation. Cette consigne abrupte provoque un niveau de contraintes qui favorise l'endommagement au sein du matériau composite. Cette accélération de la dégradation peut être constatée en comparant le niveau de contrainte asymptotique (à long terme) des plateaux avant et après ce pic. Cet écart ne peut pas être dû à la seule viscosité et témoigne donc directement d'une évolution de la microstructure due à l'endommagement. En outre, l'endommagement apparaît également lorsque l'on compare deux plateaux de relaxation symétriques (en dehors de ceux décrits juste avant). L'écart supposé entre les asymptotes en contrainte confirme le constat précédent. Il y a donc un couplage entre viscosité et endommagement qui provoque une évolution complexe de la contrainte et la rend dissymétrique entre charge et en décharge. L'évolution de l'endommagement est à la cause de ce changement de comportement. D'une part, ceux-ci sont en effet plus enclins à se déclencher lors de la charge du

matériau. D'autre part, il s'agit ici d'un pilotage en déformation. Ainsi, si l'endommagement est tel que les fibres ne supportent plus aucune charge, la matrice est alors soumise à des contraintes plus importantes, ce qui va privilégier l'aspect viscoélastique du comportement et accélérer l'endommagement par fissuration. Pour conclure sur cet essai, il est à noter que pour le dernier palier à déformation imposée nulle, le matériau composite subit des contraintes de compression. Ceci peut s'expliquer par la déformation anélastique due soit à l'endommagement, soit à la plasticité de la matrice si les fibres ne supportent plus la charge du matériau.

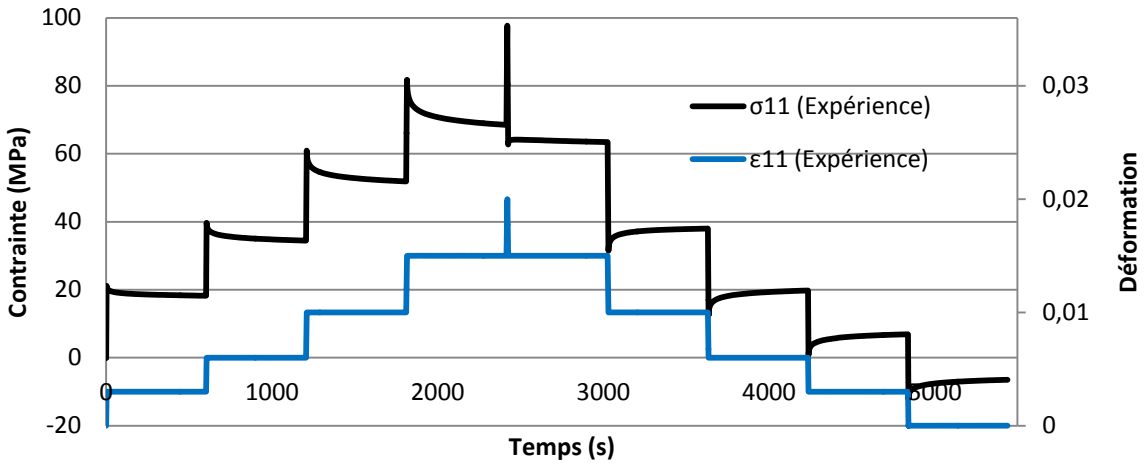


Figure V.21 – Contrainte et déformation macroscopique pour le premier chargement considéré (RS) dans le cadre de l'identification des lois d'évolution de l'endommagement.

Le second chargement utilisé, baptisé FS (fluages successifs), correspond à une succession de fluages à des paliers de contraintes de plus en plus élevées. Ces paliers sont séparés par des périodes de repos à contrainte nulle. La consigne en contrainte ainsi que la réponse macroscopique du matériau composite en déformation sont données par la Figure V.22. Ce type d'essai est tout aussi intéressant que le précédent car il permet également de mettre en avant le visco-endommagement du composite, tout en étant ici piloté en contrainte.

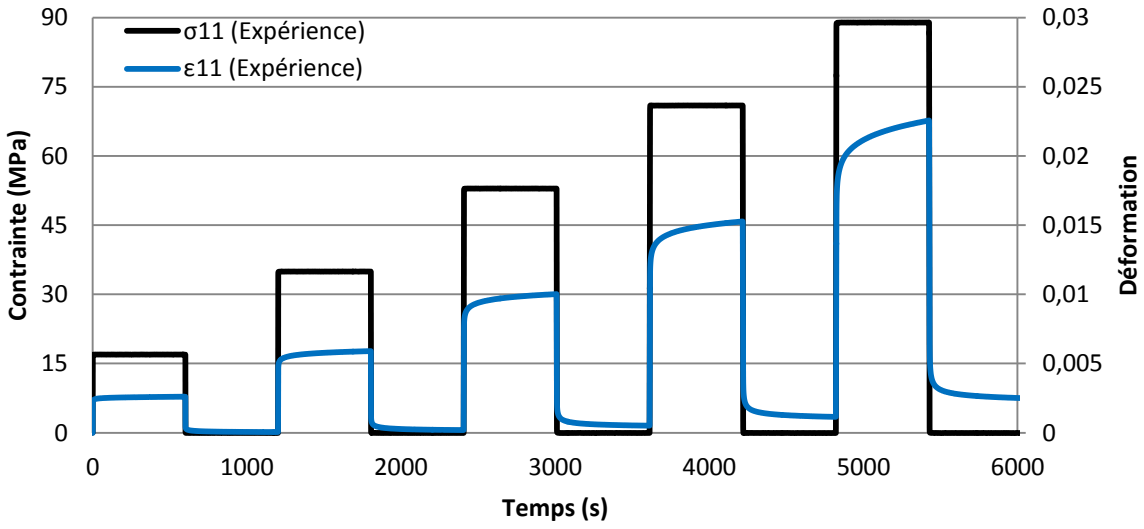


Figure V.22 – Contrainte et déformation macroscopique pour le second chargement considéré (FS) dans le cadre de l'identification des lois d'évolution de l'endommagement.

La viscoélasticité de la matrice, mise en évidence par le fluage du composite dès le premier palier, est de plus en plus prononcée avec l'augmentation du palier de la contrainte. Cependant et comme précédemment, il est possible de voir que la rhéologie de la matrice n'est pas seule responsable de l'évolution de la déformation tout au long du chargement. En effet, une comparaison de l'effet visqueux au moment de la charge et de la décharge indique qu'un autre phénomène est en jeu. En outre, la présence d'une déformation résiduelle lors des phases de repos révèle la présence d'un ou plusieurs mécanismes anélastiques. Deux hypothèses apparaissent alors comme les plus probables. Ces effets peuvent être dus à de l'endommagement et/ou de la viscoplasticité. Dans le cas présent, seul l'endommagement est retenu sur la base des résultats des chapitres 1 et 2. L'existence de la viscoplasticité n'est pas remise en cause mais est probablement trop faible pour expliquer les observations précédentes. En effet, conformément à la méthode micromécanique de Mori-Tanaka et dans un cas purement élastique, la contrainte dans la matrice ne devrait pas excéder 20 MPa au niveau du dernier palier du chargement FS. En considérant le comportement de la matrice sous sollicitation quasi-statique, tel que décrit par la Figure V.14, la déformation viscoplastique ne devrait alors pas être marquée pour les niveaux de contrainte en jeu. Le couplage entre viscoélasticité et endommagement semble donc être le principal responsable de l'allure de la courbe de déformation macroscopique.

Un dernier chargement, ici référencé DOS (déformations oligocycliques successives), est considéré dans le cadre de cette étude. La sollicitation consiste à enchaîner une déformation cyclique imposée pendant 5 cycles avec une phase de relaxation à déformation nulle. Après chaque relaxation, un nouveau chargement cyclique est appliqué avec une déformation maximale de plus en plus grande. Cette dernière est maintenue pendant 10 secondes à chaque sommet de cycle. La déformation minimale et la vitesse de déformation sont constantes d'un bloc à l'autre et respectivement égales à 0,3% et 10^{-3} s^{-1}. La consigne ainsi que la contrainte macroscopique sont représentées sur la Figure V.23. Une nouvelle fois, cet essai a été considéré dans le cadre de l'identification du PA66-GF30 de par le couplage visco-endommagement intéressant qui s'y profile. En outre, l'aspect cyclique de cet essai permet de valider la prise en compte de ce type de comportement du modèle développé pour le PA66-GF30.

En effet, bien que la vitesse de déformation soit relativement faible, l'aspect visqueux du comportement reste notable, notamment au niveau des premiers cycles ou encore lors de la décharge. La présence d'une déformation anélastique est également révélée par le fait que le matériau subisse une contrainte de compression (à long terme) lors du retour de la déformation à 0. En outre, la contrainte sur les trois derniers blocs reste à peu près constante alors que la déformation maximale augmente de 2% à 3%. Ces phénomènes traduisent la présence de mécanismes d'endommagement et/ou de plasticité. Les rôles de ces deux derniers sont plus difficiles à séparer pour ce dernier chargement, puisque leurs conséquences seraient ici similaires. Dans le cadre des présents travaux de thèse, la loi de comportement de la matrice est seulement viscoélastique. Ainsi, et conformément aux observations précédentes, seule l'influence de l'endommagement est ici envisagée.

Ces trois chargements atypiques vont ainsi permettre de tester la validité du modèle développé via l'identification des lois d'évolutions de l'endommagement. Comme précisé dans cette section, il serait néanmoins intéressant de pouvoir découpler les différents mécanismes d'endommagement en tirant profit d'analyses quantitatives à l'échelle microscopique afin de pouvoir

estimer l'influence réelle de la plasticité dans le comportement effectif du matériau composite, en se servant alors des courbes étudiées ici.

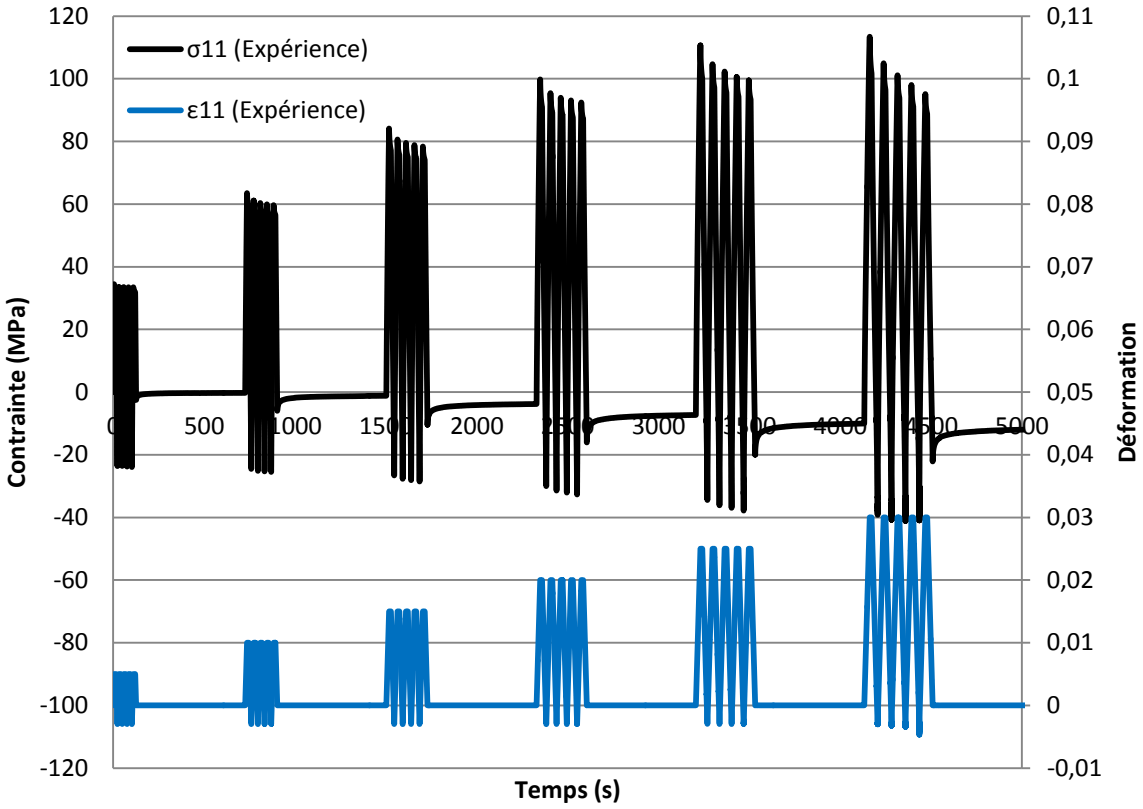


Figure V.23 – Contrainte et déformation macroscopique pour le troisième chargement considéré (DOS) dans le cadre de l'identification des lois d'évolution de l'endommagement.

b. Optimisation en considérant uniquement la dégradation de l'interphase

Dans un premier temps, l'optimisation des paramètres n'est faite qu'en considérant la décohésion de l'interface fibre/enrobage ainsi que ses conséquences. En effet, l'analyse de sensibilité présentée au chapitre IV a montré que ce mécanisme gouvernait l'évolution du comportement effectif du matériau composite. L'idée est alors ici de mesurer si ce mécanisme seul est à même de représenter fidèlement l'évolution du comportement pour les trois types d'essais complexes. Cela permet également d'observer ces répercussions dans le cas particulier du PA66-GF30, notamment en terme de création intrinsèque de déformation anélastique. D'un point de vue de la modélisation multi-échelles, une telle déformation est en effet générée lorsque l'endommagement s'incrémente. Ceci est dû au fait qu'une baisse du module de rigidité lors du chargement s'accompagne d'une déformation anélastique qui résulte de la redistribution des champs locaux, contrôlée par les lois micromécaniques de la localisation.

En préambule, il convient de préciser que le comportement de la matrice a été de nouveau identifié afin de corréler au mieux les courbes expérimentales et simulées au niveau du premier palier/cycle de chaque chargement, où l'endommagement est négligeable voire inexistant. Un seul

jeu de paramètres a été utilisé pour les trois configurations. Dans chaque cas, une simulation avec un comportement viscoélastique sans endommagement a été réalisée à des fins de comparaison.

En ce qui concerne le chargement DOS, la contrainte effective des différentes simulations est comparée à celle expérimentale sur la Figure V.24. Le comportement cyclique est relativement bien simulé. Au niveau de la valeur de la contrainte lors des cycles, seuls les blocs deux et trois s'écartent des données expérimentales. Ils surestiment la contrainte effective. Ceci est possiblement dû à l'absence des mécanismes de ruptures de fibres et de microfissuration de la matrice, dont la cinétique est plus rapide au début de la vie du matériau. Par ailleurs, la contrainte résiduelle dans les phases à déformation imposée nulle est bien récupérée. Ceci indique que la déformation anélastique peut être en majorité imputée aux mécanismes d'endommagement en jeu. Comme attendu, la simulation viscoélastique surestime fortement les contraintes calculées par le modèle.

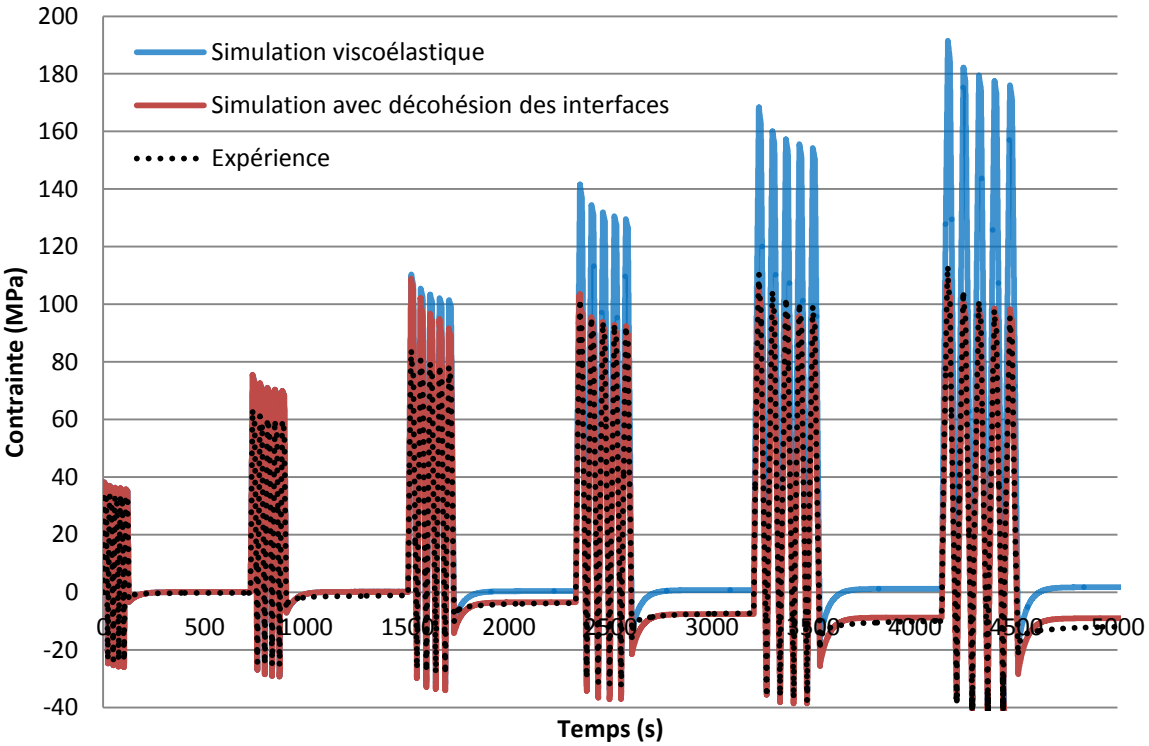


Figure V.24 – Contrainte macroscopique pour le chargement DOS, pour une simulation purement viscoélastique et une simulation prenant en compte la décohésion des interfaces.

Les résultats de l'identification pour les chargements FS et RS sont respectivement donnés sur la Figure V.25 et la Figure V.26. Dans les deux cas, la réponse viscoélastique est loin d'être suffisante pour approcher le comportement du PA66-GF30. En outre, l'absence d'un mécanisme ayant lieu dans la première moitié des chargements est évidente. La décohésion de l'interface n'est alors pas en mesure d'expliquer seule la baisse de rigidité qui y a lieu. L'algorithme d'identification pousse alors les paramètres de la décohésion interfaciale à déclencher la rupture des interfaces au moment qui lui apparaît le plus opportun, de manière assez brutale. La cinétique de décohésion est en effet ajustée afin de pouvoir rattraper la baisse de rigidité tout en essayant de capturer la déformation/contrainte résiduelle à l'aide de la déformation anélastique due à l'endommagement. Ceci a lieu lors du dernier palier de fluage pour le chargement FS et aux alentours du pic de déformation maximum pour celui RS.

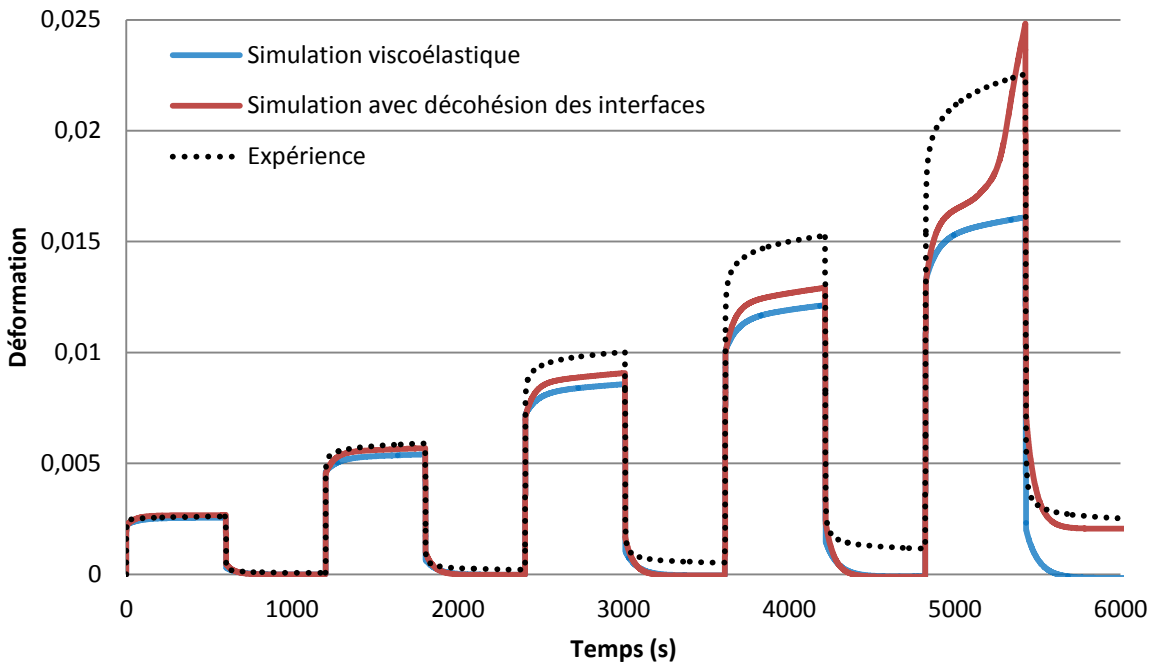


Figure V.25 – Déformation macroscopique pour le chargement FS, pour une simulation purement viscoélastique et une simulation prenant en compte la décohésion des interfaces.

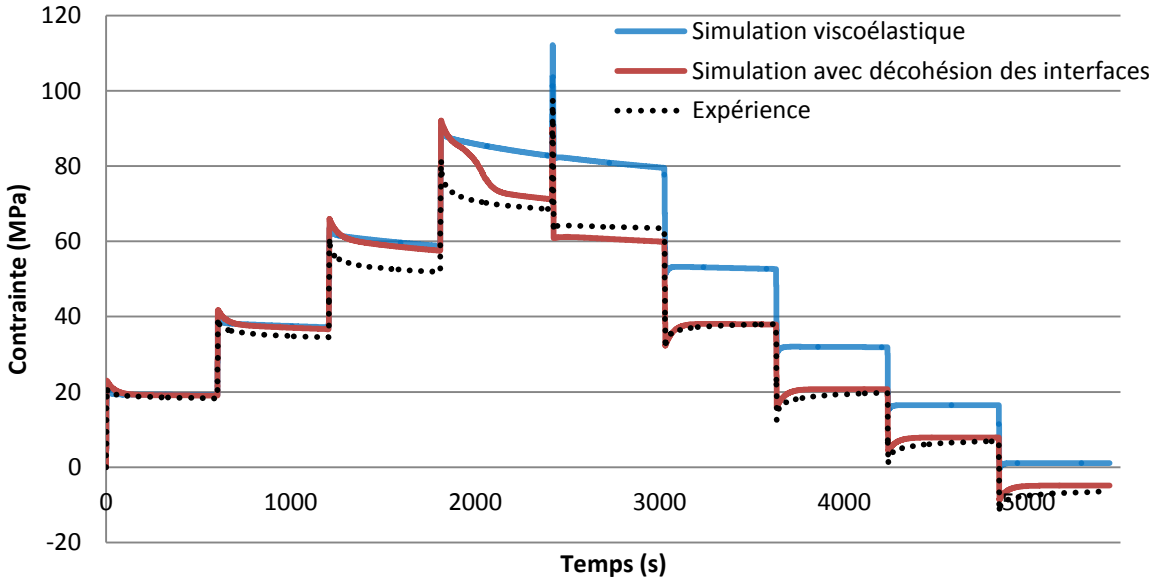


Figure V.26 – Contrainte macroscopique pour le chargement RS, pour une simulation purement viscoélastique et une simulation prenant en compte la décohésion des interfaces.

En conclusion de ce paragraphe, il apparaît clairement que la modélisation du PA66-GF30 ne peut pas se limiter au seul comportement viscoélastique de la matrice. En effet, en reprenant l'analyse des résultats expérimentaux effectués plus haut, des mécanismes anélastiques et adoucissants apparaissent nettement au cours de ces essais. De plus, les simulations intégrant le seul mécanisme de la décohésion de l'interface ne permettent pas non plus de représenter correctement

l'évolution du comportement effectif du matériau dans des sollicitations complexes. L'intégration de mécanismes supplémentaires va alors permettre de discriminer le rôle de l'endommagement et de la déformation anélastique. Bien que moins impactant sur les phénomènes en jeu au sein du matériau, les deux autres mécanismes sont tout de même nécessaires à la modélisation développée, comme montré lors de l'analyse de sensibilité. Dans le cas du PA66-GF30, la prochaine section va permettre de valider leur contribution à la simulation de la réponse effective du VER, sans imposer à la loi d'évolution de la dégradation de l'interface de représenter des comportements qui ne peuvent lui être attribués.

c. Optimisation avec les trois mécanismes d'endommagement

L'étape finale de la modélisation du PA66-GF30 concerne donc la détermination simultanée des lois d'évolution des trois mécanismes d'endommagement. Dans cette section, les valeurs identifiées des paramètres sont données dans le Tableau V.4. En ce qui concerne le chargement RS, les résultats sont représentés sur la Figure V.27. La contrainte macroscopique est bien mieux simulée que dans le paragraphe précédent. Deux secteurs sont un peu moins bien capturés. Il s'agit des paliers où la déformation est maximale ainsi que du palier final. Dans le premier cas, c'est principalement dû au processus de décohésion de l'interface, dont la cinétique est identifiée telle que la progression de l'endommagement est retardée dans l'histoire du chargement. Celle-ci doit cependant être effective lorsque la décharge progressive débute. Dans le second cas, la contrainte résiduelle de compression due à la déformation anélastique est sous-estimée. Cela sous-entend que la dégradation de l'interphase n'est pas allée assez loin pour pouvoir la reproduire. Par ailleurs, les ruptures de fibres et la fissuration de la matrice permettent de reproduire le comportement endommageable initial.

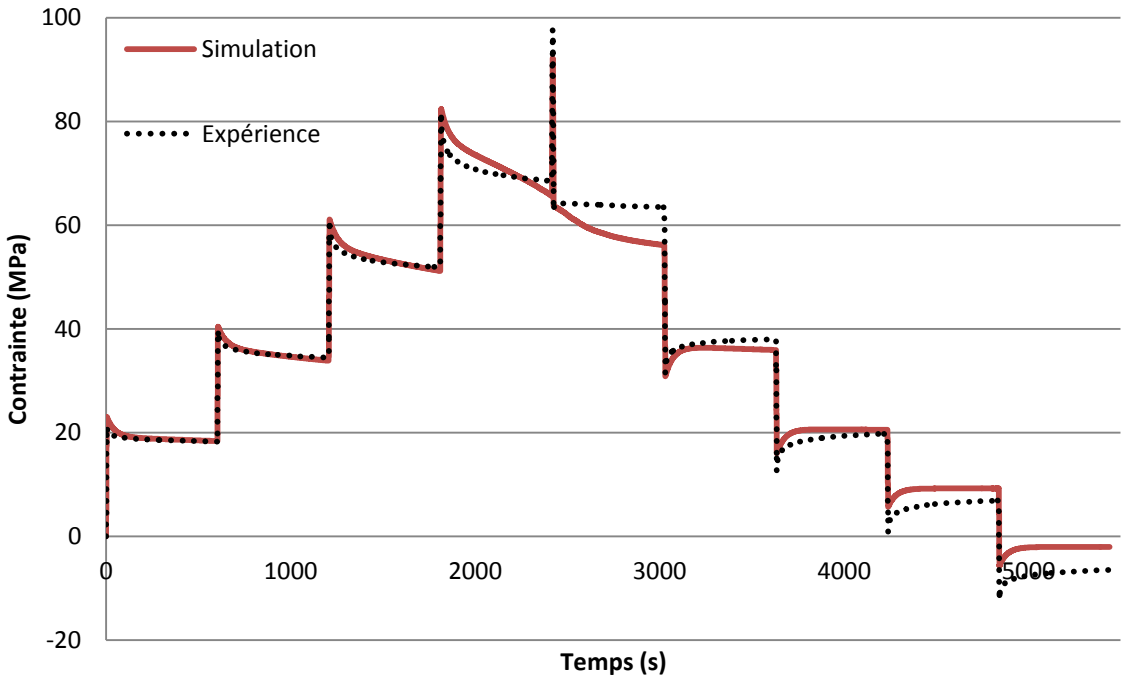


Figure V.27 – Contrainte macroscopique pour le chargement RS, pour une simulation prenant en compte les trois mécanismes d'endommagement.

Les résultats pour le chargement FS sont donnés sur la Figure V.28. La déformation macroscopique simulée est particulièrement fidèle à celle expérimentale, pour chacun des paliers de chargement. Une nouvelle fois, l'ajout des ruptures de fibres et de la fissuration matricielle permet de reproduire la baisse de rigidité ayant lieu au début du chargement. La décohésion de l'interface se fait ensuite de plus en plus prononcée alors que des paliers à contrainte plus élevée sont appliqués. Son influence est alors particulièrement ressentie sur les deux derniers blocs. Cependant, la déformation résiduelle n'est ici pas récupérée. Ceci est dû au fait que les interfaces ne sont pas assez endommagées au terme de la simulation, et que l'algorithme a privilégié les deux autres mécanismes pour identifier la majorité de la courbe macroscopique.

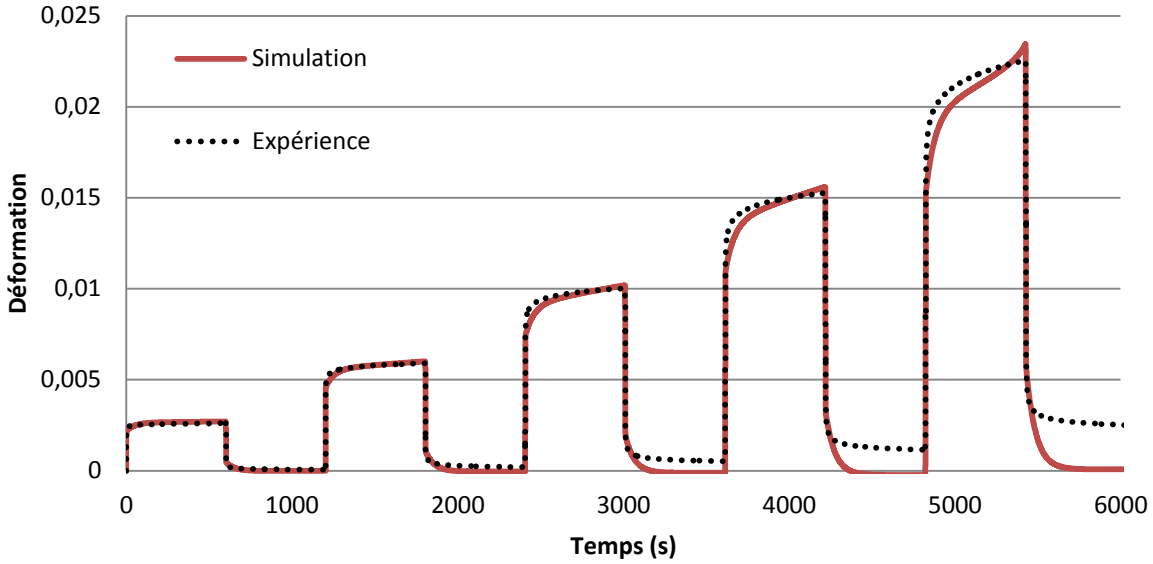


Figure V.28 – Déformation macroscopique pour le chargement FS, pour une simulation prenant en compte les trois mécanismes d'endommagement.

La réponse macroscopique en contrainte pour le dernier chargement (DOS) est représentée sur la Figure V.29. L'ajout des ruptures de fibres et de la fissuration matricielle permet de capturer la contrainte cyclique lors des 2^e et 3^e blocs, contrairement aux résultats de la partie précédente. La corrélation entre données expérimentales et simulées est donc bonne. Cependant, la décohésion interfaciale est ralentie par rapport au cas précédent, ce qui perturbe l'obtention de la contrainte due à la déformation anélastique. Ceci explique l'écart au niveau des paliers à déformation imposée nulle. Un mécanisme de déformation anélastique semble alors nécessaire afin de prendre correctement en compte l'évolution de la déformation non recouvrable observée dans cet essai.

En conclusion, le modèle choisi pour le PA66-GF30, et plus particulièrement les lois d'évolution des mécanismes d'endommagement, peuvent être identifiés sur des courbes macroscopiques. De plus, ces mécanismes ne sont pas redondants et participent chacun de manière différente à l'évolution du comportement. Les cas atypiques ici choisis, de par la diversité de leur sollicitation, servent dans une certaine mesure de cas-test uniaxial au modèle. Les résultats sont toutefois corrects, bien qu'il y ait une marge d'amélioration. En effet, sans informations supplémentaires à l'échelle microscopique, l'algorithme d'optimisation ne peut pas facilement découpler les différents mécanismes d'endommagement, ce qui abouti dans chacun des cas à la surestimation ou à la sous-estimation de certaines cinétiques.

En outre, du fait de contraintes temporelles et logistiques, les identifications réalisées dans cette section pourraient être affinées et donner des résultats plus précis. Cependant, ceci se fait au prix d'une utilisation conséquente de ressources numériques. En effet, le problème d'optimisation global comporte 15 paramètres à identifier, et ce uniquement pour les lois d'évolution de l'endommagement. Afin de mener les simulations correspondantes dans les temps, ce nombre a été ici artificiellement réduit à 10, en fixant arbitrairement les coefficients les moins influents (pour la rupture de fibre : γ = 1, pour la fissuration de la matrice : γ = 1 et ξ = 5, et pour la décohésion des interfaces : $\sigma_{rupture}$ = 118 MPa [137] et ω = 1).

Avant d'aller plus loin dans la modélisation micromécanique du PA66-GF30, il apparaît alors crucial de pouvoir valider les cinétiques d'endommagement par une analyse fine de la caractérisation expérimentale de l'évolution de l'endommagement à l'échelle microscopique. En ce sens, les résultats quantitatifs d'essais in-situ en microtomographie seraient un apport considérable.

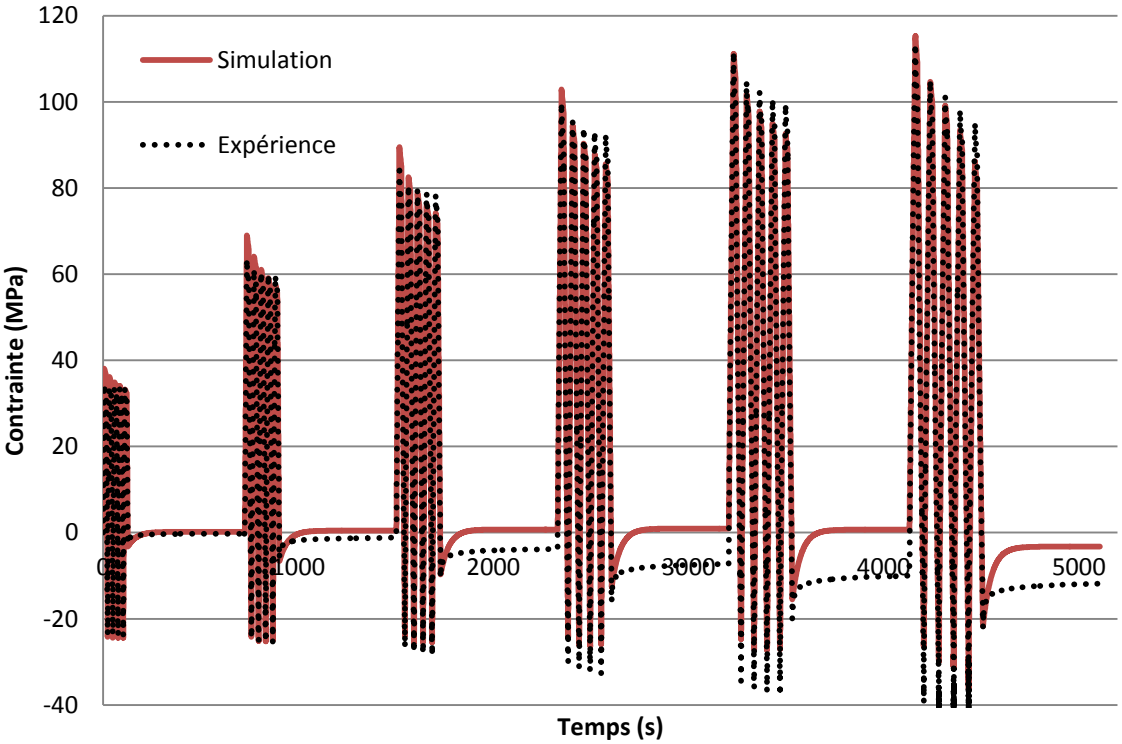


Figure V.29 – Contrainte macroscopique pour le chargement DOS, pour une simulation prenant en compte les trois mécanismes d'endommagement.

Chargement	*Rupture de fibre*			*Microfissuration de la matrice*				*Dégradation de l'interface*		
	β (MPa)	α	δ	β (MPa)	α	δ	η	η_{int}	a	κ (%)
RS	5500	1,54	4,63	280	4,40	5,01	2,1	17,9	1,53	0,03
FS	2100	1,92	2,8	140	5,67	1,60	9,24	20,3	1,87	0,05
DOS	9000	1,07	3,70	99	2,79	5,17	1,10	23,9	1,05	0,14

Tableau V.4 – Jeu de paramètres correspondant aux trois lois d'évolutions des mécanismes d'endommagement, pour l'analyse de sensibilité.

5. Conclusion

Au cours de ce dernier chapitre, le modèle multi-échelles développé jusqu'ici a été adapté au PA66-GF30. Pour ce faire, des algorithmes d'optimisation poussés ont été utilisés. Il s'agit de méthodes avancées de rétro-ingénierie qui permettent de résoudre un problème d'optimisation complexe sans passer par une solution analytique. Ainsi, un algorithme génétique a été combiné avec celui de Levenberg-Marquardt. D'une part, l'outil d'optimisation créé permet alors de tirer profit de l'efficacité de l'algorithme génétique. En effet, cette méthode excelle à scanner l'espace des solutions potentielles et à amener des groupes de solutions aux alentours des différents minima locaux. D'autre part, la méthode de Levenberg-Marquardt permet de faire converger les solutions les plus prometteuses vers ces minima, et donc a fortiori de déterminer précisément une solution optimale.

Ce type de modèle, caractérisé par un temps de simulation important et un nombre raisonnable de paramètres à identifier (moins de 30), serait tout à fait adapté pour tirer profit de méthodes d'optimisation de type méta-modèles, en utilisant par exemples de fonctions de Kriging. C'est l'une des perspectives envisagées de ce travail de thèse, qui pourrait aussi faciliter l'analyse de sensibilité aux paramètres en ayant accès à une approximation analytique de la réponse du modèle (en terme de fonction coût) sur tout l'espace des paramètres.

Dans un premier temps, l'identification du modèle s'intéresse à la microstructure du PA66-GF30. Il s'agit tout d'abord de déterminer les caractéristiques de la phase qui enrobe les fibres, en termes notamment de fraction volumique et de facteur de forme. De par les observations microscopiques réalisées au MEB, il apparaît que la fibre et son enrobage ne sont pas homothétiques mais que leurs enveloppes restent approximativement équidistantes en tout point. Ceci définit alors les demi-axes ellipsoïdaux de l'enrobage comme étant égaux à ceux de la fibre plus une constante. Cette dernière est alors estimée à partir d'une étude poussée de la zone endommageable autour d'une inclusion, à partir des essais in-situ réalisés au MEB. Cette analyse permet donc de déterminer la taille et le facteur de forme de l'enrobage. Indirectement, elle fixe alors également la fraction volumique de l'enrobage.

La prochaine étape d'identification concerne la distribution d'orientation des fibres, à classer selon un certain nombre de familles d'orientation dans le modèle micromécanique. La microstructure cœur-peau du composite est divisible en 4 couches successives : la surface, la peau, une couche de transition et le cœur. Chacune d'entre elles est caractérisée par une distribution d'orientation spécifique. Il est alors intéressant de pouvoir déterminer l'épaisseur de ces différentes strates, ce qui est ici réalisé à l'aide de l'analyse des données issues de la microtomographie aux rayons X. Par ailleurs, l'écart angulaire des fibres avec le plan d'injection est démontré comme étant négligeable. Seule l'orientation des fibres dans le plan est alors nécessaire pour décrire la microstructure. L'ODF correspondante est déterminée pour chacune des couches du matériau composite. Il s'avère que la distribution d'orientation est modélisable par une combinaison de fonction de Pearson VII. Cette approche permet d'obtenir une représentation fidèle des ODF expérimentales obtenues. Dans le cadre de cette thèse, seule l'ODF globale du matériau est considérée, et 3 familles d'orientation sont retenues (à 0°, 45° et 90°).

L'identification se poursuit avec la détermination des paramètres de la loi constitutive de la matrice. Le polyamide 6,6 est modélisé par un modèle de Zener 3D. Les algorithmes de rétro-

ingénierie sont utilisés sur des données issues d'essais de traction quasi-statiques et cycliques pilotés en déformation. Les premiers servent à valider le caractère tridimensionnel du modèle en élasticité, tandis que le second permet d'évaluer le comportement viscoélastique de la matrice lors d'une sollicitation cyclique. La corrélation entre données expérimentales et simulées est bonne, bien qu'une identification différente soit requise pour chaque cas de chargement envisagé. L'une des limites du modèle de Zener 3D est effectivement de ne pas être sensible à l'effet de vitesse.

La dernière étape de l'identification concerne la détermination des paramètres des lois d'évolution associées aux trois mécanismes d'endommagement implémentés. Pour ce faire, trois chargements atypiques sont utilisés. Ils se caractérisent par une influence particulièrement importante de l'histoire de chargement, ce qui se traduit par un couplage fort entre viscosité et endommagement. Cet environnement complexe est alors intéressant pour tester une identification poussée des cinétiques d'endommagement.

Dans un premier temps, il est mis en valeur que l'utilisation de la dégradation de l'interphase seule ne permet pas de modéliser rigoureusement le comportement macroscopique. Les deux autres mécanismes d'endommagement, à savoir les ruptures de fibres et la microfissuration de la matrice, sont nécessaires afin de pouvoir calibrer les lois sur les bons phénomènes à l'échelle microscopique. En l'absence de données permettant le découplage des différents processus d'endommagement, il est alors nécessaire de les identifier simultanément. Cette tâche s'avère particulièrement ardue, étant donné le nombre de paramètres en jeu. En outre, les effets des différents mécanismes s'enchevêtrent partiellement à l'échelle macroscopique, ce qui complique d'autant plus l'identification. Les résultats obtenus sont néanmoins corrects et le comportement macroscopique est dans l'ensemble bien capturé.

Finalement, l'identification du comportement macroscopique a montré tout le potentiel de l'approche multi-échelles en termes de capacités de prédiction du comportement du PA66-GF30. En effet, la formulation de lois d'endommagement, basée sur des mécanismes physique ayant lieu à une autre échelle (microscopique), permet de correctement représenter le comportement macroscopique. Si la simulation du comportement macroscopique peut encore être améliorée, l'approche développée dans ce travail de thèse, fondée sur un couplage fort entre simulation et caractérisation multi-échelles, reste très pertinente. Avant de pouvoir valider plus avant le modèle et la démarche d'identification basée sur des essais à l'échelle macroscopique, et plus tard développer une modélisation prédictive en fatigue, il semble nécessaire de pouvoir identifier séparément les différentes cinétiques d'endommagement. L'étape suivante sera alors une optimisation fine des paramètres à partir de données obtenues pour des chargements à grand nombre de cycles, avant de passer à une validation du modèle en prévoyant le comportement du composite dans le cas de chargements en fatigue différents. Ces derniers seraient par exemple caractérisés par une autre contrainte maximale ou encore un angle de sollicitation différent.

Conclusion générale

Le présent mémoire de thèse signe l'aboutissement des travaux initiés en 2011 avec le doctorat de Muhamad Fatikul Arif. Ces deux études se sont déroulées dans le cadre du projet structurant DURAFIP cofinancé par le FUI-DGCIS. Arif a mené une investigation expérimentale avancée sur le polyamide 6,6 renforcé par des fibres de verre courtes à hauteur de 30% en masse. Le but était alors de confirmer ou d'infirmer l'existence et éventuellement le rôle central de l'endommagement au sein du comportement du matériau composite, pour des chargements monotones ou cycliques. L'étude mêle alors habilement des essais de flexion in-situ au MEB ainsi qu'une analyse fine par microtomographie aux rayons X assistée par ordinateur. Les observations faites prennent en compte la microstructure du matériau ainsi que les conditions hygrothermiques. La deuxième partie de ce projet, et l'enjeu principal de la présente thèse, consiste alors à tirer profit de cette caractérisation fine à l'échelle microscopique ainsi que d'autres résultats issus du travail collaboratif du projet DURAFIP, afin de proposer un modèle multi-échelles incluant la loi d'évolution de l'endommagement et pouvant être appliqué en fatigue.

Ce travail débute donc par une analyse approfondie de tous les phénomènes qui se déroulent lors de la sollicitation mécanique du PA66-GF30, en prenant pour appui les références bibliographiques correspondantes. La compréhension du comportement de ce matériau composite commence par une étude attentive de ces différents constituants et de la microstructure du matériau. Il est alors mis en valeur que le comportement du polyamide 6,6 est fortement viscoélastique, ce qui impacte notablement la réponse effective du composite. En outre, ce thermoplastique est particulièrement sensible aux conditions environnementales, dont notamment la température et l'humidité relative. Par ailleurs, le procédé de fabrication utilisé dans le cadre du projet DURAFIP pour le PA66-GF30 est le moulage par injection. Ce dernier induit une microstructure particulière du matériau composite et impacte par conséquent son comportement. Cette structure cœur-peau comporte en effet une majorité de fibres alignées avec la direction d'injection, et seules celles situées au cœur lui sont orthogonales. Dans ce premier chapitre, l'étude se porte également sur le comportement global du matériau composite. Celui-ci s'avère particulièrement sensible à l'histoire de chargement, que ce soit pour des sollicitations monotones ou cycliques. En outre, les résultats de la thèse d'Adil Benaarbia, qui s'est également déroulée dans le cadre de ce projet, mettent en exergue l'absence de cycle stabilisé au cours d'un essai en fatigue sur la base de l'étude du bilan énergétique. Il s'agit d'un résultat fort qui a des conséquences sur l'ensemble de la modélisation.

Cette première partie se clôt sur l'analyse des mécanismes d'endommagement du matériau composite. Arif confirme l'importance de leur rôle dans le comportement du PA66-GF30. En effet, l'endommagement est particulièrement diffus lors de la sollicitation de ce matériau. Il retrouve les principaux résultats de la littérature et les enrichit avec une analyse poussée au MEB et en microtomographie. Il étudie également l'influence de l'humidité relative du matériau sur le scénario d'endommagement, qui se révèle déterminante. Au terme de ces travaux, trois mécanismes d'endommagement sont retenus pour une implémentation numérique. Il s'agit des ruptures de fibres, de la microfissuration de la matrice ainsi que de la décohésion de l'interface. En outre, ce dernier phénomène se trouve avoir un impact non négligeable sur l'ensemble d'une zone entourant

la fibre, communément appelée interphase. Il est alors choisi de s'orienter vers un modèle pouvant traiter des inclusions enrobées. Finalement, ce matériau composite est le siège de nombreux effets couplés. Il est effectivement sous l'emprise d'une forte interaction entre la microstructure induite par le procédé d'injection, le trajet de chargement, la viscosité du polyamide, les mécanismes d'endommagement et les conditions environnementales.

La suite de l'étude porte sur la formulation et la détermination des lois d'évolutions des différents mécanismes d'endommagement. Une étude bibliographique approfondie aboutit à deux constats. D'une part, l'endommagement d'un matériau composite renforcé par des fibres courtes est diffus. Ceci mène à une considération probabiliste de l'évolution de la dégradation. Par exemple dans le cadre des ruptures de fibres, il s'agit de pouvoir donner le pourcentage d'inclusions susceptibles de se rompre pour un champ de contraintes donné. L'approche retenue pour les ruptures de fibres et la microfissuration de la matrice est alors basée sur un critère de type Weibull. Dans les deux cas, les observations expérimentales statuent qu'après une phase d'accumulation relativement rapide au début de la vie du matériau, l'endommagement de ces deux mécanismes arrive à un stade de saturation. En ce qui concerne plus particulièrement la fissuration de la matrice, une troisième étape d'endommagement peut apparaître. Elle correspond à la coalescence des vides ainsi qu'à une transition du mode de la propagation des fissures de ductile à fragile. Ce phénomène n'apparaît que lorsque le paramètre d'endommagement correspondant est suffisamment élevé, et mène rapidement à la ruine du matériau.

D'autre part, la revue bibliographique met en exergue l'importance du rôle de l'interface, pilier du comportement du matériau composite. En effet, c'est elle qui assure la répartition des rôles des différents constituants, permettant entre autres aux fibres d'assurer la tenue mécanique du matériau. L'étude de son influence, notamment lorsqu'elle n'est plus parfaite due à de la décohésion, a une place privilégiée au sein de la littérature. Dans le cadre de ces travaux de thèse, deux phénomènes sont modélisés. Dans un premier temps, il est nécessaire de définir l'étendue de la décohésion de l'interface à travers une loi probabiliste basée sur un critère de rupture. Celle-ci est alors estimée sur l'ensemble de l'enveloppe de l'inclusion, ce qui permet d'évaluer rigoureusement la position de la décohésion initiale en fonction du champ de contrainte à l'intérieur de la fibre. Dans un second temps, l'endommagement déterminé peut être réutilisé pour calculer la réduction du taux de transfert de charge entre la fibre et la matrice. Ceci est fait en modifiant et en enrichissant astucieusement l'approche du shear lag model initialement développé par Cox dans les années 1950. Celle-ci permet à la base de calculer les contraintes dans chaque section d'une fibre courte. L'ajout de l'endommagement permet ici de s'affranchir de la détermination absolue de la contrainte en y préférant une estimation des répercussions d'une baisse de la surface effective disponible sur le transfert de charge. Cette approche originale est validée à travers les résultats de travaux issus de la littérature mais aussi avec des simulations par éléments finis. La décohésion de l'interface est simulée dans ce cas en utilisant des éléments cohésifs. La pertinence de la méthode est démontrée avec des résultats expérimentaux issus de la littérature. Ensuite, l'approche développée est validée sur des simulations pouvant s'approcher du comportement du PA66-GF30.

Les lois d'évolution développées pour l'endommagement nécessitent la définition d'un modèle multi-échelles approprié. Une étude bibliographique étendue fait alors ressortir l'intérêt de la méthode micromécanique de Mori-Tanaka. En effet, cette approche permet de donner un équivalent homogène au milieu hétérogène caractéristique du matériau composite, tout en restant

relativement fidèle aux champs locaux pour chaque phase pour un temps de simulation décent. Cette méthode est donc étudiée puis étendue au cas de plusieurs phases. La présence d'un enrobage modifie à ce titre les équations micromécaniques, qui sont alors adaptées en se basant sur la littérature. Afin de pouvoir être appliqué à tout type d'histoire de chargement, le modèle est finalement formulé de manière incrémentale.

Comme précisé précédemment, une méthode micromécanique modélise un volume élémentaire représentatif. Dans le cas du PA66-GF30, il est constitué de *(2+4N)* phases. *N* correspond au nombre de familles d'orientation nécessaire à la description de la microstructure. Les deux phases non orientées sont la matrice ainsi que les vides dues à l'endommagement. Chaque famille d'orientation comprend quant à elle 4 phases : les fibres, les fibres rompues ainsi que leurs enrobages respectifs. Les vides et les fibres se voient attribués un comportement élastique isotrope linéaire. Les fibres rompues sont considérées comme élastiques isotropes transverses. La matrice et les enrobages adoptent un modèle constitutif viscoélastique linéaire isotrope de type Zener tridimensionnel. La loi de comportement de l'interphase est également impactée de manière linéaire par l'endommagement de l'interface. Ce modèle viscoélastique reste limité pour traduire une variation de la vitesse de déformation ou de la température du matériau, avec en toile de fond la microstructure du polymère. Ceci est notamment l'enjeu du travail de l'équipe de Noëlle Billon au sein du projet DURAFIP, à travers le modèle VENU. Une autre limite de la modélisation proposée est sa difficulté à estimer rigoureusement la dissipation, et plus généralement le bilan énergétique du matériau composite. L'approche finale devra donc également être pertinente d'un point de vue thermodynamique afin de pouvoir garantir la justesse des énergies en jeu. Ce travail se fait notamment avec la collaboration de l'équipe d'André Chrysochoos, toujours dans le cadre du projet DURAFIP. Ce troisième chapitre se clôt avec le couplage entre le modèle micromécanique choisi et les lois d'évolutions des différents mécanismes d'endommagement préalablement déterminées.

La quatrième partie détaille l'implémentation numérique de l'ensemble du modèle multi-échelles. Celle-ci a en fait été le point de départ d'un effort de l'équipe SMART du LEM3 pour l'intégration des codes existants sous forme d'une bibliothèque codée en C++. Ce travail de thèse a largement contribué à la formalisation de cette libraire, notamment dans la partie micromécanique qui permet de soumettre un VER quelconque, homogène ou hétérogène, à tout type de chargement. Une large gamme de lois constitutives sont implémentées et utilisent de nombreuses fonctions issues de la mécanique des milieux continus, de la micromécanique ou encore des mathématiques. La force de ce package, baptisé *SMART+*, est de tirer profit du langage orienté objet pour définir les différentes phases ou encore le trajet de chargement. *SMART+* est aujourd'hui un outil de simulation de comportement matériau puissant et versatile dont l'utilisation dépasse le cadre de cette seule thèse. Une version limitée de ce code est disponible en ligne gratuitement, sous licence GNU GPL. L'architecture de *SMART+* a ici été utilisée à son plein potentiel pour implémenter le modèle micromécanique dans son ensemble.

La validation des équations micromécaniques est ensuite réalisée à travers les données issues de la littérature, et permet de mener une première analyse de sensibilité des propriétés effectives d'un matériau composite en fonction de sa microstructure. La variation du tenseur de rigidité effectif est notamment étudiée en fonction de la fraction volumique, de l'orientation et du rapport de forme des fibres. En outre, le modèle à particules enrobées est également validé avec la littérature, moyennant une modification substantielle des équations micromécaniques

correspondantes. Les limites de la méthode de Mori-Tanaka sont également mises en valeur, notamment en terme de non-symétrie du tenseur de rigidité effectif lorsque les phases possèdent des facteurs de forme différents. Les répercussions de cette erreur sont cependant minimes puisque les champs locaux n'en sont en pratique pas affectés et leur estimation reste cohérente.

Ce chapitre se clôt par une analyse de sensibilité approfondie qui permet de cerner avec précision l'ensemble des phénomènes ayant lieu aux diverses échelles du matériau composite lors de sa sollicitation cyclique. Une simulation type, utilisant un jeu de paramètres arbitraire, est alors discutée et analysée. L'influence des mécanismes d'endommagement sur les champs locaux est notamment mise en valeur. Celle-ci se répercute également sur le comportement effectif. Il s'en suit une étude relativement exhaustive de la sensibilité du modèle au type de renfort, au facteur de forme des fibres, à leur orientation préférentielle et à leur fraction volumique. Chacune de ses études met en évidence l'importance de la microstructure en terme de durée de vie du matériau composite. L'analyse de sensibilité se poursuit avec l'étude de l'impact de chaque mécanisme d'endommagement. Il en ressort que la dégradation de l'interphase est déterminante en ce qui concerne l'évolution des champs locaux au fur et à mesure de la vie en fatigue. Les ruptures de fibres et la microfissuration matricielle ont certes un impact plus réduit sur la redistribution des champs au sein du matériau, mais elles sont toutes les deux prouvées comme importantes pour le comportement effectif. Le nombre de fibres rompues a en effet des conséquences sur la rigidité globale du matériau composite. La fissuration matricielle contrôle quant à elle intrinsèquement le critère de rupture du VER. Cette partie se clôt par une vérification de l'indépendance du comportement au pas de temps cinématique, ainsi que par une brève étude de l'effet du trajet de chargement. Il est alors mis en valeur la versatilité de l'approche développée, ainsi que la capacité du modèle à capturer des phénomènes multiaxiaux complexes.

Le dernier chapitre s'intéresse finalement à l'identification du modèle micromécanique dans le cas du PA66-GF30. Dans un premier temps, les propriétés de l'enrobage sont déterminées à partir d'une analyse approfondie des images obtenues lors des tests de flexion in-situ au MEB. Celle-ci est faite rigoureusement afin de pouvoir estimer le volume, le facteur de forme ainsi que la fraction volumique de l'interphase. Le reste de l'identification du modèle ne peut pas se faire directement et nécessite des méthodes de rétro-ingénierie. Pour ce faire, des outils d'optimisation avancés sont développés et adaptés à l'approche multi-échelles, en utilisant une combinaison entre un algorithme génétique et la méthode de Levenberg-Marquardt. Le but est de tirer parti de l'efficacité du premier dans le cadre d'un problème d'optimisation non-linéaire et multidimensionnel, tout en gardant l'avantage d'une convergence rapide et précise du second vers les minima locaux. De plus, l'algorithme est développé afin d'être utilisé dans un cadre de calcul massivement parallèle. L'identification se poursuit alors avec la détermination des fonctions de densité d'orientation des fibres au sein du matériau composite. Ce sont ici les données issues de la microtomographie aux rayons X qui sont mises à contribution. Conformément aux observations de la littérature, une plaque de PA66-GF30 moulée par injection possède quatre couches différentes : la surface, la peau, une couche de transition et le cœur. Une première analyse permet de séparer les fibres selon leur appartenance à l'une de ces couches. Une seconde met en valeur l'indépendance de 95% des fibres à l'angle entre l'axe longitudinal des ellipsoïdes et le plan d'injection. Ce constat permet de fixer la valeur de cet angle à 0° et de diminuer sensiblement le nombre de familles d'orientation. Une dernière étude se concentre sur la distribution d'orientation des fibres dans le plan d'injection. Celle-ci est rigoureusement obtenue pour chacune des strates. La fonction de densité d'orientation globale

est également modélisée avec justesse par une combinaison de deux fonctions de Pearson VII. L'étape suivante de l'identification consiste en la détermination du modèle rhéologique viscoélastique de la matrice polyamide. L'optimisation des paramètres correspondants est fructueuse et le comportement du thermoplastique est parfaitement simulé pour un chargement donné.

Le chapitre se termine par l'identification des mécanismes d'endommagement. Celle-ci nécessiterait en théorie des données à l'échelle microscopique permettant de séparer les influences des trois phénomènes modélisés. Cependant et malgré de nombreux progrès récents réalisés en ce sens par le partenaire industriel, Solvay, et par Héloïse Rolland dans le cadre de sa thèse au sein du projet DURAFIP, ceci n'est pas encore réalisable. Il est alors nécessaire d'identifier simultanément les trois lois d'évolution de l'endommagement sur des courbes macroscopiques. Cette opération est particulièrement coûteuse en temps de calcul et en ressources numériques, et c'est pourquoi elle n'est pas menée de front avec des essais en fatigue. Des essais uniaxiaux atypiques réalisés par PSA Peugeot-Citroën sont alors utilisés dans ce but. Ils ont été sélectionnés de par un couplage particulièrement intéressant entre histoire du chargement, viscosité et endommagement. À noter que la plasticité y joue aussi probablement un rôle, bien qu'ici non modélisé et assumé moins impactant que celui des autres phénomènes. En préambule à l'optimisation globale des paramètres, un test de l'identification du modèle est réalisé en ne considérant que la décohésion interfaciale. Cette analyse fait suite d'une part aux observations expérimentales statuant qu'il s'agit du processus d'endommagement dominant, et d'autre part à l'analyse de sensibilité qui confirme ce fait mais souligne l'importance indirecte des deux autres mécanismes. Les résultats obtenus ne sont effectivement pas réellement concluants, et une identification simultanée des trois lois d'évolutions est inévitable. Celle-ci donne alors de bons résultats qui se révèlent encourageants pour une analyse sur un comportement en fatigue à grand nombre de cycles, bien que le couplage entre les différentes cinétiques d'endommagement complique le processus d'identification. Chaque mécanisme trouve bien sa place par rapport au comportement local et effectif, mais empiète inévitablement plus au moins sur le rôle des deux autres au niveau de la réponse macroscopique pour ces essais.

En conclusion, le modèle multi-échelles développé permet de simuler et de comprendre en profondeur les phénomènes couplés qui se déroulent pendant la vie d'un thermoplastique renforcé par des fibres de verre courtes, et plus particulièrement du PA66-GF30. Ce modèle reste cependant perfectible au moyen de quelques étapes à franchir afin de le rendre rigoureusement prédictif en fatigue. Ces étapes consistent principalement à déterminer et à valider les lois d'évolutions des différents mécanismes d'endommagement à l'aide de données microscopiques dédiées. Il sera alors possible d'optimiser tous les paramètres par rapport à des essais en fatigue connus. L'étape finale de la modélisation du PA66-GF30 sera alors d'en prédire le comportement en fatigue pour des conditions arbitraires.

Perspectives

En plus des perspectives soulignées dans le dernier paragraphe de la conclusion générale (à propos notamment d'une identification découplée des différentes cinétiques d'endommagement), le travail fourni dans le cadre de cette thèse a permis d'ouvrir la voie vers de nouveaux axes de recherche.

1. Amélioration du modèle rhéologique de la matrice

La perspective la plus intéressante de ces travaux consiste en une meilleure modélisation du comportement de la matrice. Cette démarche a notamment été entamée dans le cadre de cette thèse à travers l'identification du diagramme Cole-Cole pour le polyamide 6,6. La possibilité de modéliser ce thermoplastique avec un modèle de Zener généralisé, ne comportant que 4 paramètres, est séduisante. Elle passe cependant par la résolution d'équations aux dérivés fractionnaires, qui doit être de surcroît généralisée en trois dimensions. Bien que non relatée dans ce mémoire, cette étape analytique complexe a déjà été résolue en supposant un comportement viscoélastique isotrope. Elle nécessite alors une identification utilisant simultanément les diagrammes Cole-Cole en traction et en cisaillement. Cependant, cette étude n'a pas encore pu être finalisée, notamment en ce qui concerne la détermination du module tangent et des autres tenseurs de rigidité typiques de la viscoélasticité (de manière analogue à ce qui est fait pour un modèle de Zener simple).

Une autre piste pour la modélisation du polyamide 6,6 consiste à utiliser le modèle VENU développé au sein du CEMEF, préalablement mentionné dans ce manuscrit. Ce modèle original permet de simuler le comportement d'un thermoplastique de manière remarquablement précise tout en s'attachant à décrire la physique du polymère semi-cristallin. Cette approche, initialement conçue en grandes déformations, est actuellement étendue à l'hypothèse des petites perturbations dans le cadre d'un post-doctorat au sein de l'équipe, toujours dans le cadre du projet DURAFIP. Celui-ci est mené par Dimitrios Anagnostou, et se fait en collaboration entre le CEMEF et le LEM3 au campus messin des Arts et Métiers.

Enfin, il pourrait être également nécessaire d'étendre la loi de comportement de la matrice à la viscoplasticité. Ce constat résulte de l'accumulation singulière de la déformation anélastique lors des essais atypiques présentés dans la partie V, ou encore pendant des essais en fatigue oligo-cyclique caractérisée par une forte amplitude de chargement. L'endommagement est à même d'en expliquer une partie mais il apparaît probable que la plasticité du thermoplastique n'est pas négligeable. Une quantification plus approfondie de celle-ci semble en tout cas nécessaire.

2. Couplage thermomécanique fort

Le choix d'un modèle rhéologique de Zener 3D pour le polyamide 6,6 soulève un autre problème. Celui-ci consiste en l'approximation imparfaite du comportement dissipatif du thermoplastique. Cet aspect peut alors être corrigé en implémentant rigoureusement le couplage thermomécanique. Le solver utilisé dans le cadre de ces travaux de thèse a déjà été étendu à des

chargements thermomécaniques. Il reste donc à s'assurer de la pertinence du modèle visqueux choisi pour le polyamide en fonction du bilan énergétique observé expérimentalement. Ces travaux sont menés par Adil Benaarbia dans le cadre d'un post-doctorat entre le LMGC à Montpellier (Laboratoire de Mécanique et Génie Civil) et le LEM3 au campus messin des Arts et Métiers. Ils font directement suite à son doctorat sur l'analyse énergétique du comportement thermomécanique du PA66 chargé de fibres de verre.

Le principal intérêt de cet axe de recherche se situe dans les cas où la rupture en fatigue est thermiquement activé. Dans le cas de la fatigue à haut nombre de cycle, seule la considération de la fatigue mécanique est nécessaire. Mais comme mentionné dans ce manuscrit, le PA66-GF30 peut rompre en fatigue thermique au bout de quelques milliers de cycles à peine. Il y a alors toute une gamme de durées de vie où la fatigue mécanique est influencée par l'auto-échauffement. C'est pourquoi un couplage thermo-mécanique fort, à travers l'écriture d'un bilan énergétique rigoureux, devient primordial afin de rendre prédictive la modélisation développée.

3. Intégration de sauts de cycles

Les simulations en sollicitation cyclique présentées dans le cadre de cette thèse peuvent rapidement se révéler fastidieuse. Si l'on souhaite modéliser précisément un matériau composite comportant plusieurs orientations des renforts, des inclusions enrobées ainsi que des lois d'endommagement complexes, il faut compter quelques heures au bas mot pour quelques dizaines de milliers de cycles. La simulation peut alors devenir particulièrement longue dans le cas de la fatigue à haut nombre de cycles.

Une solution pour pallier à ce problème est alors d'organiser des sauts de cycles lors de la simulation du comportement du matériau composite. Cette approche n'est pas nouvelle mais reste toujours délicate à mettre en œuvre, notamment dans le cas d'un comportement fortement non-linéaire. Dans le cas présent, les premières réflexions en ce sens envisagent un tel saut de cycles en considérant l'évaluation de variables internes choisies ainsi que de l'estimation de leurs dérivées première et seconde. La validation d'un saut de cycles se ferait alors en simulant quelques cycles avant et après le saut et en comparant l'évolution simulée de ces variables avec celles attendues par l'algorithme de saut. Cette esquisse d'approche nécessite à l'évidence encore de nombreux approfondissements, mais il est certain que l'intégration d'une méthode de saut de cycles est une perspective à part entière de la prédiction du comportement en fatigue du PA66-GF30.

Une approche originale et particulièrement intéressante a par ailleurs été développée par Sarra Haouala pour remédier à ce problème de saut de cycles [249] [250]. Ce travail de thèse a également été réalisé dans le cadre du projet Durafip, à l'UCL (Université Catholique de Louvain). Il s'agit en fait d'une homogénéisation 4D se basant astucieusement sur la résolution combinée d'un problème viscoélastique à une échelle temporelle de l'ordre du cycle, et d'un problème viscoplastique pour un temps macroscopique. Une telle méthode se révèle alors intéressante dans le cas du PA66-GF30.

4. Intégration dans une suite logicielle d'éléments finis

Les simulations réalisées dans le cadre de cette thèse se font à chaque fois à l'échelle d'un VER. Cependant, toutes les lois de comportement ont été conçues sous la forme d'User MATerials (UMAT). Ceci a été fait afin qu'à terme, la loi constitutive du PA66-GF30 soit implémentée dans une suite logicielle d'éléments finis. L'un des objectifs du projet DURAFIP est notamment l'implémentation du modèle développé au sein du code commercial de calcul par éléments finis DIGIMAT, développé par e-Xstream. De telles simulations restent donc encore à faire. Qui plus est, une telle approche permettrait de prendre en compte la variabilité du VER en fonction de sa position dans le matériau composite. Par exemple, le chapitre V de ce mémoire met en évidence une variation des propriétés microstructurales en fonction de la position considérée selon l'épaisseur.

5. Identification multi-échelles complète et « *Material by Design* »

La méthode d'identification exploite ici partiellement les résultats de la caractérisation multi-échelles effectuée par les membres du projet DURAFIP. En particulier, des essais complémentaires en microtomographie ont permis d'analyser plus finement l'évolution locale des mécanismes d'endommagement. De plus, une analyse thermomécanique a permis d'observer l'évolution des énergies stockées et dissipées lors d'un essai de fatigue sur le PA66-GF30. Cette caractérisation, qui pourrait être encore complétée par l'identification fine de l'évolution du comportement par analyses ultrasonores, pourra permettre d'établir une méthodologie cohérente de caractérisation multi-échelles et multi-physiques du modèle présenté dans cette thèse. Ce type d'analyse tirera alors pleinement profit de cette caractérisation poussée, d'outils d'identification performants et de moyens de simulation avancés s'appuyant sur des structures de calcul compétitives.

Une stratégie d'optimisation de la microstructure du matériau composite pourra alors être développée dans un second temps afin de limiter l'évolution de l'endommagement, en appliquant une méthode de rétro-ingénierie combinant les outils développés. Cette méthode, dénommée « *Material by Design* » dans la littérature anglo-saxonne, trouvera son plein potentiel en reliant les paramètres de microstructures optimaux en terme de durée de vie à ceux du procédé d'injection.

6. Suite du projet FUI-DGCIS DURAFIP

Avec l'aboutissement de cette thèse, c'est le projet DURAFIP qui touche à sa fin. À travers la collaboration de 14 partenaires industriels et académiques, notamment par l'intermédiaire de nombreuses thèses, il a permis d'énormément affiner la connaissance, la compréhension et la modélisation de l'ensemble des phénomènes couplés qui régissent le comportement du PA66-GF30, pour un chargement monotone comme en fatigue. La suite d'un tel projet fédérateur et structurant pour la thématique, bien évidemment laissée à la discrétion de ces principaux instigateurs, pourrait s'intéresser à des aspects encore insuffisamment traités. Par exemple, l'effet du vieillissement, en milieu aqueux ou autre, pourrait être plus amplement étudié. Par ailleurs, la compréhension et la modélisation du comportement dynamique, par exemple dans le cas d'un chargement de type impact, restent également à approfondir.

Liste des tableaux

Tableau I.1 – *Propriétés des fibres de verres de type E pour application en thermoplastique renforcé. 8*
Tableau I.2 – *Propriétés physiques du PA66 sec, à température ambiante [11]. 9*
Tableau I.3 – *Variation de la température de transition vitreuse du PA66 en fonction de l'humidité relative, à 4°C près. 10*
Tableau I.4 – *Propriétés physiques du PA66, du PA66-GF10, du PA66-GF30 et du PA66-GF50. Données issues des fiches techniques Solvay pour matériau sec à 23°C. 12*
Tableau I.5 – *Propriétés physiques du PA66 et du PA66-GF30 (Données issues des fiches techniques Solvay). Données pour matériau sec et conditionné, à 23°C. 12*
Tableau I.6 – *Module de traction en fonction de l'orientation des fibres [6]. 12*
Tableau I.7 – *Propriétés physiques du PA66 et du PA66-30 (Données issues des fiches techniques Solvay). Données pour matériau sec et conditionné à 23°C. 43*
Tableau II.1 – *Taux de triaxialité des chargements tests appliqués à l'inclusion. 70*
Tableau II.2 – *Probabilités de trouver l'un des angles u ou v d'une ZEP proche ou au niveau de l'extrémité d'une fibre. 72*
Tableau II.3 – *Probabilités de trouver une ZEP proche ou au niveau de l'extrémité d'une fibre. 73*
Tableau II.4 – *Propriétés des matériaux composites analysés (Lee et Pyo [100] [105]). 74*
Tableau II.5 – *Valeurs identifiées pour les paramètres de la loi de décohésion de l'interface pour la validation de cette dernière à travers les travaux issus de la littérature. 76*
Tableau II.6 – *Propriétés assimilées au PA66-GF30 pour la simulation par éléments finis intégrant des éléments cohésifs. 79*
Tableau II.7 – *Valeurs identifiées pour les paramètres de la loi de décohésion de l'interface pour la validation de cette dernière à travers les simulations impliquant des éléments cohésifs. Les matériaux 1 et 2 font référence à ceux présentés dans le Tableau II.4. ..... 84*
Tableau III.1 – *Comparaison de la qualité de l'interpolation des diagrammes Cole-Cole expérimentaux en fonction des modèles rhéologiques envisagés. 114*
Tableau IV.1 – *Tableau du nombre de fibres selon leur orientation (valeurs arbitraires). 128*
Tableau IV.2 – *Découpage des phases de fibres et d'enrobages selon 4 familles d'orientation, à partir des valeurs du Tableau IV.1. ..... 128*
Tableau IV.3 – *Comparaison des grandeurs effectives théoriques [233] et simulées pour un matériau composite unidirectionnel. 134*
Tableau IV.4 – *Jeu de paramètres correspondant à la définition de la microstructure ainsi qu'aux propriétés des différentes phases, pour l'analyse de sensibilité. 143*
Tableau IV.5 – *Jeu de paramètres correspondant aux trois lois d'évolutions des mécanismes d'endommagement, pour l'analyse de sensibilité. 144*
Tableau IV.6 – *Répartition des fractions volumiques des différentes phases lorsque le taux de fibre change. . 155*
Tableau IV.7 – *Valeurs des différents paramètres pour l'étude de l'influence de la rupture de fibre. 159*
Tableau IV.8 – *Nombres de cycles à rupture pour les différentes valeurs des paramètres de la loi d'évolution des ruptures de fibres. 161*
Tableau IV.9 – *Valeurs des différents paramètres pour l'étude de l'influence de la fissuration de la matrice. . 161*
Tableau IV.10 – *Nombre de cycles à rupture pour les différentes valeurs de paramètres de la loi d'évolution de la microfissuration de la matrice. 162*
Tableau IV.11 – *Valeurs des différents paramètres pour l'étude de l'influence de la dégradation des interphases. 163*
Tableau IV.12 – *Nombres de cycles à rupture pour les différents paramètres de la loi d'évolution de la décohésion de l'interface. 164*
Tableau V.1 – *Estimation de l'épaisseur des différentes couches du PA66-GF30. ..... 190*

Tableau V.2 – *Valeurs des paramètres des fonctions de Pearson VII pour l'identification des deux pics de l'ODF des fibres selon l'angle ϑ. 194*
Tableau V.3 – *Valeurs des paramètres du modèle de Zener 3D pour l'identification du comportement de la matrice lors d'essais cycliques. 197*
Tableau V.4 – *Jeu de paramètres correspondant aux trois lois d'évolutions des mécanismes d'endommagement, pour l'analyse de sensibilité. 207*

Liste des figures

Figure 0.1 – *Place des matériaux composites dans le monde des matériaux en considérant leur ratio module d'Young / masse volumique (Document Granta Design).* *1*
Figure 0.2 – *Part des matériaux composites dans la fabrication d'avion d'Airbus ou d'hélicoptères d'Eurocopter (Documents Airbus et Eurocopter).* *2*
Figure 0.3 – *Pièces automobiles structurelles fabriquées en polyamide 6,6 renforcé par des fibres de verre courtes. a. Pare-choc avant. b. Support moteur. Ces photos sont reproduites avec l'autorisation de Solvay Engineering Plastics.* *3*
Figure I.1 – *Courbes de Wöhler pour différents thermoplastiques renforcés [10].* *7*
Figure I.2 – *Représentation moléculaire a. du groupe caractéristique des polyamides et b. du motif élémentaire du polyamide 6,6.* *9*
Figure I.3 – *Courbe type contrainte nominale / déformation nominale dans les polymères semi-cristallins [13].* *10*
Figure I.4 – *Allongement du PA6 (A) et du PA66 (B) en fonction de leur teneur en eau [16].* *11*
Figure I.5 – *Fonction de distribution de la longueur de fibre au sein du PA66-GF30 [20].* *13*
Figure I.6 – *Illustration des options de fabrication du matériau composite à base thermoplastique ou thermodurcissable en fonction du type de renfort [5].* *14*
Figure I.7 – *Procédés de moulage* ***a.*** *par compression [5] et* ***b.*** *par injection[21].* *14*
Figure I.8 – *Schéma du procédé d'extrusion à double hélices [5].* *15*
Figure I.9 – *Organisation des lamelles cristallines en sphérolites [13].* *15*
Figure I.10 – *Visualisation du mécanisme d'orientation des fibres au cours du moulage par injection. a. Représentation 3D de la vitesse des fibres lors de l'injection [6]. b. Impact du gradient de vitesse sur le taux de cisaillement lors de l'injection [5].* *16*
Figure I.11 – *Microstructure type du PA-GF : effet cœur/peau [6].* *16*
Figure I.12 – *Observation par µCT de la microstructure du PA66-GF30 [8].* *18*
Figure I.13 – *Valeurs normalisées du tenseur d'orientation par rapport à la profondeur de l'échantillon. La valeur a_{11} correspond à la direction d'injection, a_{22} à la direction orthogonale dans le plan d'injection et a_{33} à la direction orthogonale suivant l'épaisseur [8] [29].* *18*
Figure I.14 – *Angles d'Euler pour une fibre ellipsoïdale.* *19*
Figure I.15 *– Exemples de tenseurs d'orientations d'ordre 2 correspondant à différentes orientations typiques de fibres au sein d'un matériau composite [32].* *20*
Figure I.16 *– Courbes contrainte-déformation pour des éprouvettes de PA66-GF30 longitudinales et transverses [8]. La contrainte est normalisée selon la contrainte à rupture maximale.* *22*
Figure I.17 *– Courbes de déformation selon la direction de chargement (1), la direction orthogonale à (1) dans le plan d'injection (2), et l'épaisseur de l'échantillon (3); pour des échantillons* ***a.*** *longitudinaux et* ***b.*** *transverses [8].* *22*
Figure I.18 – *Courbes contraintes-déformations du PA66-GF30 pour différentes vitesses de déformation et différentes températures [8].* *23*
Figure I.19 – *Courbes contraintes-déformations du PA66-GF33 pour différentes vitesses de déformation et différentes orientations :* ***a.*** *longitudinale et* ***b.*** *transverse [34].* *24*
Figure I.20 – *Courbes contraintes-déformations du PA66-GF35 pour différentes températures et différentes orientations [35].* *24*
Figure I.21 – *Courbes S-N du PA66-GF30 pour des éprouvettes longitudinales et transverses [8].* *25*
Figure I.22 – *Effet de l'orientation des échantillons sur les durées de vie en fatigue du PA6GF [41], démontrant ainsi le rôle primordial de la microstructure.* *26*
Figure I.23 – *Pertes de raideur du PA66-GF30 au cours d'essais de fatigue pour un PA66 sec* ***a.*** *vitreux* ***b.*** *en transition vitreuse* ***c.*** *sur la plateau caoutchouteux [13].* *26*

Figure I.24 – *Graphe mettant en valeur la relation entre rapport de charge R, contrainte moyenne σ_m et amplitude de chargement σ_a. **a.** Diagramme de Haigh **b.** Courbes S-N [42].* 27
Figure I.25 – *Courbes d'échauffement du PA66-GF30 pour différents niveaux de contraintes en fatigue uniaxiale [13]. **a.** T = 25 °C < Tg – **b.** T = 65 °C ≈ Tg – **c.** T = 140 °C > Tg.* 28
Figure I.26 – *Courbes de Wöhler du PA66-GF pour une fréquence de 10 Hz en rouge (▲) et 2 Hz en bleu (♦) [46].* 28
Figure I.27 – *Exemples de boucles d'hystérèse pour différentes zones d'une éprouvette de PA66 sèche soumise à un essai cyclique de traction-traction uniaxial [46].* 29
Figure I.28 – *Evolution des paramètres de la boucle charge/décharge d'un échantillon de PA66-GF30 soumis un à essai cyclique de traction-traction uniaxial. Les résultats sont acquis pour 3 humidités relatives et 2 fréquences différentes et présentent l'évolution de **a.** l'aire d'hystérèse, **b.** la pente moyenne et **c.** la déformation moyenne [46].* 29
Figure I.29 – *Evolution des boucles d'hystérèse lors d'un essai cyclique de traction sur du PA66-GF30 sec, pour une température de **a.** 25°C **b.** 65°C **c.** 140°C.* 30
Figure I.30 – *Courbes S-N du PA66-GF33 sec à différentes températures ambiantes pour une fréquence de 20 Hz [47].* 31
Figure I.31 – *Photo d'une éprouvette cruciforme chargée en traction biaxiale jusqu'à rupture.* 32
Figure I.32 – *Scénario et chronologie d'endommagement d'un matériau composite à matrice polyamide renforcée par des fibres de verre courtes [1].* 33
Figure I.33 – *Mécanismes locaux de rupture en fatigue proposés par Horst [57].* 34
Figure I.34 – *Endommagement observé par microtomographie aux rayons X assistée par ordinateur sur un échantillon longitudinal de PA66-GF30 conditionné à RH = 50%, préalablement chargé en traction [8]. **a.** Décohésion en tête de fibre. **b.** Décohésion de l'interface. **c.** Rupture de fibre. **d.** Microfissuration de la matrice.* 35
Figure I.35 – *Facteur de forme des vides en fonction de leur orientation et de leur position à cœur ou en peau, pour une éprouvette sèche de PA66-GF30 **a.** longitudinale **b.** transverse, soumise à un essai de fatigue [8].* 36
Figure I.36 – *Répartition des volumes de vides selon leur orientation au sein d'éprouvettes de PA66-GF30 sèches, chargées en fatigue à différents nombres de cycles : **a.** 0% N_f **b.** 50% N_f **c.** 75% N_f **d.** 100% N_f [8].* 37
Figure I.37 – *Températures moyennes et courbes contrainte-déformations d'échantillons longitudinaux et transverses de PA66-GF30 secs pendant un essai de traction [8].* 38
Figure I.38 – *Présentation de la machine de flexion in-situ 3 points utilisée avec le MEB [8].* 39
Figure I.39 – *Surface d'éprouvette sèche longitudinale de PA66-GF30, non chargée, observée au MEB.* 40
Figure I.40 – *Observation au MEB de l'initiation de l'endommagement d'éprouvettes de PA66-GF30 conditionnées à **a.** RH = 0% et **b.** RH = 100%. La contrainte appliquée est respectivement égale à 35% et 29% de celle à rupture.* 40
Figure I.41 – *Observation au MEB de la propagation de la décohésion le long de l'interface fibre/matrice et de la microfissuration de la matrice autour de l'interface endommagée, pour une éprouvette longitudinale de PA66-GF30 conditionnée à RH = 100% et chargée à 88% de la contrainte à rupture.* 41
Figure I.42 – *Observation au MEB de la microfissuration généralisée de la matrice d'une éprouvette de PA66-GF30 conditionnée à 50% d'humidité relative. L'image est prise juste avant la rupture, dans une zone éloignée de la fissure principale.* 41
Figure I.43 – *Ruptures de fibres observées au MEB, sur des échantillons de PA66-GF30 **a.** secs et **b.** conditionnée à RH = 100%, pour des contraintes respectives égales à 41% et 89% de la contrainte à rupture.* 42
Figure I.44 – *Observation au MEB de l'évolution de l'endommagement sur une éprouvette en PA66-GF30 conditionnée à 100 % d'humidité relative. La contrainte appliquée est exprimée en pourcentage de celle à rupture et est de : **a.** 0%, **b.** 29%, **c.** 50%, **d.** 71%, **e.** 89%, **f.** 99%. Les ellipses rouges indiquent l'initiation de l'endommagement, les rectangles bleus indiquent la propagation de la décohésion de l'interface et l'apparition de microfissures dans la matrice environnante, le losange jaune indique la création de la méso-fissure par coalescence des microfissures matricielle et les triangles violets représentent les ruptures de fibres.* 44

Figure I.45 – *Endommagement au sein d'une éprouvette transverse de PA66-GF30 saturée en eau et chargée à 69% de sa contrainte à rupture.* *45*
Figure I.46 – *Etude qualitative de l'endommagement dans les échantillons longitudinaux et transverses, obtenue par analyse d'images prises au MEB [8].* *46*
Figure I.47 – *Observation au MEB d'une décohésion de l'interface dans la zone de compression, pour une éprouvette longitudinale de PA66-GF30 saturée en eau et chargée jusqu'à rupture.* *46*
Figure I.48 – *Observation au MEB d'une décohésion de l'interface impactant la matrice tout autour de la fibre, dans une zone formant un enrobage autour de l'inclusion.* *48*
Figure II.1 – *Evolution du module de cisaillement effectif, en fonction de l'endommagement à l'interface, pour un composite unidirectionnel à matrice époxyde et renforcé par des fibres de carbone. L'axe des abscisses correspond au degré d'imperfection de l'interface [76].* *51*
Figure II.2 – *Modèle constitutif cohésif de l'interface (loi contrainte/séparation). Le stade I correspond à une dilatation élastique de l'interface, le deuxième à une décohésion partielle et le dernier à une rupture complète de l'interface [83].* *52*
Figure II.3 – *Evolution du paramètre d'endommagement en traction uniaxiale selon l'approche développée par Meraghni et al. [4].* *53*
Figure II.4 - *Evolution d'un volume représentatif d'un composite à renforts sphériques en fonction des états d'endommagement successifs des interfaces fibres matrices [105].* ***a.*** *Etat initial, composite sain à deux phases.* ***b.*** *Matériau composite légèrement endommagé, à trois phases.* ***c.*** *Homogénéisation sur quatre phases avec deux niveaux d'endommagement des interface fibres/matrices.* ***d.*** *Ajout d'une cinquième phase représentant les vides correspondant aux fibres dont l'interface est totalement rompue.* *55*
Figure II.5 – *Effet des paramètres de formes sur la fonction de répartition de Weibull à deux paramètres.* *56*
Figure II.6 – *Critères de Tresca et de Von Mises pour des contraintes planes.* *57*
Figure II.7 – *Evolution type du taux de fibres rompues en fonction des paramètres α, γ et δ. La valeur de λ est fixée à 0,1.* *59*
Figure II.8 – *Evolution type du taux de microfissuration de la matrice en fonction des paramètres ζ et η. La valeur de λ est fixée à 0,1, et celles de α, γ et δ respectivement à 1,5, 5 et 5.* *60*
Figure II.9 – *Evolution type du taux de microfissuration de la matrice lors d'un chargement cyclique.* *61*
Figure II.10 – *Ellipsoïde paramétrée selon deux angles : a. u dans le plan x0y et b. v dans le plan x0z.* *62*
Figure II.11 – *Calcul des contraintes normales et tangentielles à l'interface fibre/matrice [95].* *63*
Figure II.12 – *Taux d'endommagement donnés par la loi d'endommagement de l'interface, en fonction des contraintes normales et tangentielles qui y règnent. Les paramètres de forme et de seuil sont respectivement de a. 0,5 et 0,5, b. 0,5 et 0, c. 1 et 0, d. 2 et 0.* *64*
Figure II.13 – *Visualisation du transfert de charge pour chaque section d'une fibre de longueur 220 µm, en fonction de l'endommagement de l'interface. Pour des raisons de symétrie, seule une moitié de fibre est analysée.* *67*
Figure II.14 – *Taux de transfert de charge moyen pour une fibre en fonction de l'endommagement de son interface avec la matrice.* *67*
Figure II.15 – *Application de la loi d'endommagement à l'interface sur une fibre arbitraire. La fibre est chargée a. en traction longitudinale b. en cisaillement longitudinal/transverse c. en cisaillement transverse/transverse d. avec un tenseur de contraintes aléatoire.* *69*
Figure II.16 – *ODF de l'angle u des ZEP selon le type de chargement.* *71*
Figure II.17 – *ODF de l'angle v des ZEP selon le type de chargement.* *71*
Figure II.18 – *Illustration de la proximité d'une ZEP avec une pointe de fibre lorsque l'écart angulaire est au maximum de 10° ou 30°. Il s'agit d'une coupe azimutale d'une inclusion dans son repère local. Le rapport de forme est de 22. Le repère n'est ici pas normé mais les échelles sont respectées.* *72*
Figure II.19 – *ODF de l'écart angulaire des ZEP avec une pointe de fibre, selon le type de chargement.* *73*
Figure II.20 – *ODF l'écart angulaire des ZEP avec la pointe de fibre, moyenné sur tous les types de chargement.* *73*

Figure II.21 – *Influence de l'endommagement aux interfaces sur le comportement effectif d'un matériau composite à matrice Mg-Al et renforcé par des particules de carbure de silicium. 75*
Figure II.22 – *Influence de l'endommagement aux interfaces sur le comportement effectif d'un matériau composite à matrice aluminium et renforcé par des particules d'oxyde d'aluminium. 75*
Figure II.23 – *Influence de l'endommagement aux interfaces sur le comportement effectif d'un matériau composite à matrice céramique CAS et renforcé par du carbure de silicium. 76*
Figure II.24 – *Volumes élémentaires représentatifs utilisées dans le cadre des simulations par éléments finis avec éléments cohésifs.* ***a.*** *Inclusions sphériques* ***b.*** *Inclusions ellipsoïdales. 77*
Figure II.25 - Tests indicatifs pilotés en déplacement de la loi constitutive liée à un élément cohésif. $\phi_n = 100\ N.m^{-1}$, $\phi_t = 200\ N.m^{-1}$, $\sigma_{crit} = 4\ MPa$, $\tau_{crit} = 3\ MPa$, $\alpha = 5$, $\beta = 6$, $\lambda_n = \lambda_t = 0{,}005$. *..... 79*
Figure II.26 – *Visualisation par éléments finis de la décohésion de l'interface fibre/matrice d'un matériau composite avec inclusions sphériques, chargé à 5% de déformation. 80*
Figure II.27 – *Visualisation par éléments finis de la décohésion de l'interface fibre/matrice d'un matériau composite avec inclusions ellipsoïdales, orientées selon le sens du chargement. Seule la moitié supérieure du VER est représentée. Le composite est soumis à de la traction uniaxiale à 3% de déformation. La déformée est ici représentée avec un facteur d'échelle de 4. ..... 81*
Figure II.28 – *Courbes contraintes/déformations du composite* ***a.*** *à matrice aluminium et renforcé par des particules de carbure de silicium et* ***b.*** *à matrice Mg-Al et renforcé par des particules d'oxyde d'aluminium. Les courbes obtenues par éléments finis utilisent les éléments cohésifs. 82*
Figure II.29 – *Comparaison entre résultats expérimentaux et simulation par éléments finis impliquant des éléments cohésifs. 83*
Figure II.30 – *Courbes contraintes/déformations du PA66-GF30 avec l'effet de la décohésion à l'interface. Les courbes obtenues par éléments finis utilisent les éléments cohésifs. 83*
Figure III.1 – *Schéma rhéologique 1D du modèle constitutif de Launay et al. [3]. 88*
Figure III.2 – *Comparaison entre des résultats expérimentaux à amplitude variable et ceux prédits par le modèle constitutif proposé Launay et al. en 1D [3]. 88*
Figure III.3 – *Schéma d'un VER du PA66-GF30, avec les différentes phases et leur loi de comportement. 93*
Figure III.4 – *Schéma de l'homogénéisation du VER d'un milieu hétérogène en micromécanique. 94*
Figure III.5 – *Schéma de l'influence du choix de la méthode micromécanique sur le processus d'homogénéisation d'un matériau hétérogène. 96*
Figure III.6 – *Comparaison entre les prédictions du modèle DSGZ et les données expérimentales pour le PMMA recuit [203]. 103*
Figure III.7 – *Graphe comparatif entre données expérimentales (chargement uniaxial cyclique à taux de déformation et extrema de contraintes contrôlés) et simulation numérique selon le modèle de Hizoum et al. [210]. 104*
Figure III.8 – *Elément basique du modèle de Hizoum et al. [210]. 104*
Figure III.9 – *Diagramme Cole-Cole (plan complexe) comparant données expérimentales et simulation par rapport au comportement viscoélastique du PMMA [211]. 105*
Figure III.10 – *Diagramme Cole-Cole du module de traction du PA66 de l'étude. 107*
Figure III.11 – *Diagramme Cole-Cole du module de cisaillement du PA66 de l'étude. 107*
Figure III.12 – *Coefficient de perte du module de traction complexe. 108*
Figure III.13 – *Coefficient de perte du module de cisaillement complexe. 108*
Figure III.14 – *Evolution du module de conservation en traction en fonction de la température. 109*
Figure III.15 – *Evolution du module de conservation en cisaillement en fonction de la température. 109*
Figure III.16 – *Modèle rhéologique de Zener généralisé. 110*
Figure III.17 – *Modèle Extended Fractional Solid [211]. L'encadré rouge équivaut à un modèle de Zener généralisé. 112*
Figure III.18 – *Comparaison de diagrammes Cole-Cole type entre les différents modèles 112*
Figure III.19 – *Exemple de redécoupage, avec ici un pas de 2 MPa. 113*

Figure III.20 – *Interpolation du diagramme de Cole-Cole du module de traction par les 3 modèles les plus performants. 115*
Figure III.21 – *Interpolation du diagramme de Cole-Cole du module de cisaillement par les 3 modèles les plus performants. 115*
Figure III.22 – *Interpolation du diagramme de Cole-Cole sur deux pics du module de traction par le modèle EFS. 115*
Figure III.23 – *Représentation du modèle rhéologique de Zener extrapolé en 3 dimensions. 116*
Figure III.24 – *Scénario standard de l'évolution de l'endommagement au sein du VER. 121*
Figure IV.1 – *Schéma général de l'implémentation du modèle multi-échelles pour la résolution du comportement effectif du PA66-GF30. Les étapes d'homogénéisation sont réitérées jusqu'à convergence..... 126*
Figure IV.2 – *Schéma des 3 repères envisagés pour une inclusion ellipsoïdale. a. Repère global b. Repère intermédiaire c. Repère local..... 131*
Figure IV.3 – *Modules longitudinal et transverse théoriques et simulés, en fonction de la concentration de fibres. 135*
Figure IV.4 – *Module suivant l'axe défini comme longitudinal pour des fibres orientées à 0°, théorique et simulé, en fonction de l'orientation des fibres..... 135*
Figure IV.5 – *Module de cisaillement effectif par rapport à celui de la matrice, en fonction de la fraction volumique de fibre et pour différents facteurs de formes. 136*
Figure IV.6 – *Module de cisaillement effectif par rapport à celui de la matrice dans le cas d'un modèle trois phases avec enrobage. Comparaison entre le modèle développé et des équations analytiques..... 137*
Figure IV.7 – *Module de cisaillement effectif par rapport à celui de la matrice dans le cas d'un modèle trois phases avec enrobage. Comparaison entre le modèle amélioré et des équations analytiques. 139*
Figure IV.8 – *Module de cisaillement effectif par rapport à celui de la matrice dans le cas d'un modèle trois phases sans enrobage. Comparaison entre le modèle et des équations analytiques. 139*
Figure IV.9 – *Fonction de densité d'orientation des fibres, arbitraire et normalisée, définissant pour l'analyse de sensibilité une distribution d'orientation caractéristique de la couche en peau d'une plaque de PA66-GF30 moulée par injection..... 144*
Figure IV.10 – *Chargement cyclique appliqué au VER dans le cadre de l'analyse de sensibilité. 144*
Figure IV.11 – *Evolution des fractions volumiques des différentes phases pour l'analyse de sensibilité. 146*
Figure IV.12 – *Evolution de l'endommagement aux interfaces et du taux de transfert de charge pour l'analyse de sensibilité..... 146*
Figure IV.13 – *Evolution de la déformation de la matrice, de celle des fibres longitudinales et de celle des enrobages correspondants, pour l'analyse de sensibilité. 147*
Figure IV.14 – *Evolution de la contrainte dans la matrice, dans les fibres longitudinales et dans les enrobages correspondants, pour l'analyse de sensibilité. 147*
Figure IV.15 – *Evolution de la déformation effective du VER pour l'analyse de sensibilité. 148*
Figure IV.16 – *Evolution du coefficient 11 du module de rigidité effectif du VER, pour l'analyse de sensibilité. 149*
Figure IV.17 – *Evolution de la contrainte maximale dans les fibres en changeant le type de fibre. Seules les valeurs de la famille d'orientation à 0° sont représentées. 150*
Figure IV.18 – *Evolution de la déformation maximale de la matrice et des fibres en changeant le type de fibre. Seules les valeurs de la famille d'orientation à 0° sont représentées. 150*
Figure IV.19 – *Evolution de l'endommagement à l'interface et du taux de transfert de charge en changeant le type de fibre. Seules les valeurs de la famille d'orientation à 0° sont représentées. 151*
Figure IV.20 – *Evolution des fractions volumiques de la matrice et des fibres en changeant le type de fibre. Seules les valeurs de la famille d'orientation à 0° sont représentées. 151*
Figure IV.21 – *Evolution du coefficient 11 du module de rigidité effectif en changeant le type de fibre..... 152*
Figure IV.22 – *Evolution de l'endommagement à l'interface et du taux de transfert de charge selon le facteur de forme des fibres. Seules les valeurs de la famille d'orientation à 0° sont représentées. 152*
Figure IV.23 – *Evolution de la contrainte maximale dans les fibres selon leur facteur de forme. Seules les valeurs de la famille d'orientation à 0° sont représentées. 153*

Figure IV.24 – *Evolution des fractions volumiques de la matrice et des fibres selon le facteur de forme de ces dernières. Seules les valeurs de la famille d'orientation à 0° sont représentées.* *153*
Figure IV.25 – *Evolution du coefficient 11 du module effectif selon le facteur de forme des fibres.* *154*
Figure IV.26 – *Evolution de la contrainte maximale dans les fibres selon la fraction volumique de fibre. Seules les valeurs de la famille d'orientation à 0° sont représentées.* *155*
Figure IV.27 *– Evolution du coefficient 11 du module de rigidité effectif, selon la concentration de fibres.* *156*
Figure IV.28 – *Evolution de l'endommagement à l'interface et du taux de transfert de charge selon l'orientation du chargement.* ***a.*** *Traction cyclique décalée de 45°* ***b.*** *Sollicitation transverse.* *157*
Figure IV.29 – *Evolution des fractions volumiques selon l'orientation du chargement.* ***a.*** *Traction cyclique décalée de 45°* ***b.*** *Sollicitation transverse.* *158*
Figure IV.30 – *Evolution du coefficient 11 du module effectif selon l'orientation du chargement.* *159*
Figure IV.31 – *Evolution de la fraction volumique des fibres en fonction des paramètres de la loi d'évolution des ruptures de fibres. Seules les valeurs pour les fibres orientées à 0° sont représentées.* *160*
Figure IV.32 – *Evolution du coefficient 11 du module de rigidité effectif pour différents paramètres de la loi d'évolution des ruptures de fibres.* *160*
Figure IV.33 – *Evolution de la fraction volumique de la matrice en fonction des paramètres de la loi d'évolution de la microfissuration matricielle.* *162*
Figure IV.34 – *Evolution du coefficient 11 du module de rigidité effectif pour différents paramètres de la loi d'évolution de la microfissuration de la matrice.* *163*
Figure IV.35 – *Evolution de l'endommagement à l'interface et du taux de transfert de charge selon les paramètres de la loi d'évolution de la décohésion de l'interface. Seules les valeurs liées à la famille d'orientation à 0° sont représentées.* *164*
Figure IV.36 – *Evolution du coefficient 11 du module de rigidité effectif pour différents paramètres de la loi de dégradation de l'interface.* *165*
Figure IV.37 – *Evolution de la fraction volumique de matrice pour différents temps cinématiques.* *166*
Figure IV.38 – *Evolution du coefficient 11 du module de rigidité effectif pour différents temps cinématiques.* *166*
Figure IV.39 – *Contrainte et déformation longitudinales effectives du VER dans le cas du chargement multi-blocs.* *167*
Figure IV.40 – *Evolution de l'endommagement à l'interface et du taux de transfert de charge lors du chargement multi-blocs.* *168*
Figure IV.41 – *Evolution des fractions volumiques des différentes phases lors du chargement multi-blocs.* *168*
Figure IV.42 – *Evolution du coefficient 11 du module de rigidité effectif lors du chargement multi-blocs.* *169*
Figure IV.43 – *Consigne en contrainte du chargement multiaxial non-proportionnel déphasé.* *169*
Figure IV.44 – *Evolution des contraintes dans la matrice et les fibres lorsque le cycle de consigne longitudinal est à son sommet, pour comparaison avec le chargement multiaxial. En légende, Uni.A. correspond au chargement uniaxial, et Multi.A. à celui multiaxial.* *170*
Figure IV.45 – *Evolution du taux de transfert de charge pour les fibres orientées à 0° et 90°, pour comparaison avec le cas de chargement multiaxial. En légende, Uni.A. correspond au chargement uniaxial, et Multi.A. à celui multiaxial.* *171*
Figure IV.46 – *Evolution des fractions volumiques de matrice et des fibres orientées à 0° et 45°, pour comparaison avec le cas de chargement multiaxial. En légende, Uni.A. correspond au chargement uniaxial, et Multi.A. à celui multiaxial.* *171*
Figure V.1 – *Schéma de la structure d'un algorithme génétique.* *176*
Figure V.2 – *Schéma de l'optimisation itérative de Levenberg Marquardt.* *179*
Figure ***V.3 –*** *Schéma de l'algorithme d'optimisation développé.* *181*
Figure V.4 – *Illustration des multiplicateurs de Lagrange dans le cadre de la pénalisation du problème d'optimisation sous contraintes.* *184*
Figure V.5 – *Image prise au MEB et illustrant l'écart constant entre les limites de l'endommagement autour d'une inclusion et l'interface fibre/matrice.* *185*

Figure V.6 – *Illustration de l'équidistance des enveloppes de la fibre et de l'enrobage, pour un facteur de forme des fibres égal à* ***a.*** *2 et* ***b.*** *20.* χ_f *est ici égal à 1. ..... 185*
Figure V.7 – *Exemples de photos prises au MEB ayant servies à estimer la taille de l'enrobage.* ***a.*** *Image d'un échantillon longitudinal saturé en eau subissant une contrainte égale à 81% de celle à rupture* ***b.*** *Image d'un échantillon transverse sec subissant une contrainte égale à 79% de celle à rupture. Les zones les plus intéressantes sont cerclées de rouge. 187*
Figure V.8 – *Exemple d'image prise au MEB retenue pour estimer la proportion d'enrobages endommagés (dont une partie est encerclée en rouge) par rapport au nombre total d'interphases. Des exemples d'enrobages sains sont cerclés de bleu. 188*
Figure V.9 – *Indicateurs de la moyenne angulaire des fibres et de l'écart type de la distribution par rapport à 0°, en fonction de la position de la fibre suivant l'épaisseur de l'échantillon.* ***a.*** *Echantillon A (près du dispositif d'injection).* ***b.*** *Echantillon B (près du fond du moule). 190*
Figure V.10 – *Fonction de densité d'orientation de l'angle φ des fibres, en fonction de la couche considérée.* ***a.*** *Echantillon A.* ***b.*** *Echantillon B. 191*
Figure V.11 – *Fonction de densité d'orientation de l'angle ϑ des fibres, en fonction de la couche considérée.* ***a.*** *Echantillon A.* ***b.*** *Echantillon B. 193*
Figure V.12 – *Modélisation de la fonction de densité d'orientation selon l'angle ϑ des fibres par une fonction de type Pearson VII. 193*
Figure V.13 – *Evolution de la fraction volumique de fibre en fonction de l'épaisseur. 194*
Figure V.14 – *Courbe contrainte-déformation du polyamide 6,6 à RH = 50% et sollicité en traction quasi-statique à température ambiante. 195*
Figure V.15 – *Evolution des déformations suivants les trois axes lors d'un essai quasi-statique à température ambiante sur le polyamide 6,6 à RH = 50%. 195*
Figure V.16 – *Identification élastique de la courbe contrainte-déformation du polyamide 6,6 à RH = 50% et sollicité en traction quasi-statique à température ambiante. 196*
Figure V.17 – *Identification élastique des déformations suivants les deux axes transverses lors d'un essai quasi-statique à température ambiante sur le polyamide 6,6 à RH = 50%. 196*
Figure V.18 – *Identification du comportement cyclique du polyamide 6,6 à RH = 50%, pour un chargement de fréquence 1Hz et avec un rapport de charge de 0,1. ..... 198*
Figure V.19 – *Identification du comportement cyclique du polyamide 6,6 à RH = 50%, pour un chargement de fréquence 1Hz et avec un rapport de charge de 0,5. ..... 198*
Figure V.20 – *Identification du comportement cyclique du polyamide 6,6 à RH = 50%, pour un chargement de fréquence 5Hz et avec un rapport de charge de 0,1. Trois essais différents sont représentés. 198*
Figure V.21 – *Contrainte et déformation macroscopique pour le premier chargement considéré (RS) dans le cadre de l'identification des lois d'évolution de l'endommagement. 200*
Figure V.22 – *Contrainte et déformation macroscopique pour le second chargement considéré (FS) dans le cadre de l'identification des lois d'évolution de l'endommagement. 200*
Figure V.23 – *Contrainte et déformation macroscopique pour le troisième chargement considéré (DOS) dans le cadre de l'identification des lois d'évolution de l'endommagement. 202*
Figure V.24 – *Contrainte macroscopique pour le chargement DOS, pour une simulation purement viscoélastique et une simulation prenant en compte la décohésion des interfaces. 203*
Figure V.25 – *Déformation macroscopique pour le chargement FS, pour une simulation purement viscoélastique et une simulation prenant en compte la décohésion des interfaces. 204*
Figure V.26 – *Contrainte macroscopique pour le chargement RS, pour une simulation purement viscoélastique et une simulation prenant en compte la décohésion des interfaces. 204*
Figure V.27 – *Contrainte macroscopique pour le chargement RS, pour une simulation prenant en compte les trois mécanismes d'endommagement. 205*
Figure V.28 – *Déformation macroscopique pour le chargement FS, pour une simulation prenant en compte les trois mécanismes d'endommagement. 206*

Figure V.29 – *Contrainte macroscopique pour le chargement DOS, pour une simulation prenant en compte les trois mécanismes d'endommagement. 207*

Références bibliographiques

[1] N. Sato, T. Kurauchi, S. Sato et O. Kamigaito, «Microfailure behaviour of randomly dispersed short fibre reinforced thermoplastic composites obtained by direct SEM observation,» *J. of Materials Science,* vol. 26, n°114, pp. 3891-3898, 1991.

[2] J. J. Horst, «Influence of fibre orientation on fatigue of short glassfibre reinforced Polyamide,» thèse de doctorat, Technische Universiteit Delft, Pays-Bas, 1997.

[3] A. Launay, M. H. Maitournam, Y. Marco, I. Raoult et F. Szmytka, «Cyclic behaviour of short glass fibre reinforced polyamide: Experimental study and constitutive equations,» *International Journal of Plasticity,* vol. 27, pp. 1267-1296, 2011.

[4] H. Nouri, F. Meraghni et P. Lory, «Fatigue damage model for injection-molded short glass fibre reinforced thermoplastics,» *Int. J. of Fatigue,* vol. 31, n°15, pp. 934-942, 2009.

[5] S. Peters, Handbook of composites, Mountain View, California, USA : Chapman & Hall, 1998.

[6] B. Klimkeit, «Etude expérimentale et modélisation du comportement en fatigue multiaxiale d'un polymère renforcé pour application automobile,» thèse de doctorat, 2009.

[7] F. Desrumaux, F. Meraghni et M. L. Benzeggagh, «Generalized Mori-Tanaka Scheme to Model Anisotropic Damage Using Numerical EshelbyTensor,» *Journal of Composite Materials,* vol. 62, n°116, pp. 603-624, 2001.

[8] M. F. Arif, Damage mechanisms in short glass fiber reinforced polyamide-66 under monotonic and fatigue loading: Effect of relative humidity and injection molding induced microstructure, Metz: Thèse de doctorat, Arts&Métiers ParisTech, 2014.

[9] M. F. Arif, F. Meraghni, Y. Chemisky, N. Despringre et G. Robert, «In situ damage mechanisms investigation of PA66/GF30 composite : effect of relative humidity,» *J. of Composite Part B,* 2013.

[10] J. M. Dally et D. H. Carillo, «Fatigue Behavior of Glass-Fiber Fortified Thermoplastics,» *Polymer Engineering and science,* vol. 9, n°16, p. 434, 1969.

[11] B. Guérin, "Polyamides PA," *Techniques des l'ingénieur,* 1994.

[12] G. Sims et W. Broughton, Glass Fiber Reinforced Plastics-Properties, Oxford: In Anthony Kelly and Carl Zweben,, 2000.

[13] E. Mourglia Seignobos, «Compréhension des mécanismes physiques de fatigue dans le polyamide vierge et renforcé de fibres de verre,» thèse de doctorat, 2009.

[14] B. Mouhmid, A. Imad, S. Benseddiq, S. Benmedkhène et A. Maazouz, «A study of the mechanical behaviour of a glass fibre reinforced polyamide 6,6: Experimental investigation,» *Polymer Testing,* vol. 25, pp. 544-552, 2006.

[15] A. Launay, Y. Marco, M. H. Maitournam et I. Raoult, «Modelling the influence of temperature and relative humidity on the time-dependent mechanical behaviour of a short glass fibre reinforced polyamide,» *Mechanics of Materials,* 2012.

[16] Techniques de l'ingénieur, «Polyamides (PA) élaboration et propriétés,» 2015.

[17] L. Monson, M. Braunwarth et C. W. Extrand, «Moisture absorption by various polyamides and their associated dimensional changes,» *Journal of Applied Polymer Science,* vol. 107, n°11, pp. 355-363, 2008.

[18] J. N. Goodier, «Concentration of Stress Around Spherical and Cylindrical Inclusions and Flaws,» *J. of Applied Mechanics,* vol. 55, n°17, pp. 39-44, 1933.

[19] V. A. Matonis et N. C. Small, «A Macroscopic Analysis of CompositesContaining Layered Spherical Inclusions,» *Polymer Engineering and Science,* vol. 9, n°12, 1968.

[20] A. Hassan, N. Salleh, R. Yahya et M. Sheikh, «Fiber length, thermal, mechanical and dynamic mechanical properties of injection-molded glass-fiber/polyamide 6,6: plasticization effect,» *Journal of Reinforced Plastics and Composites,* vol. 30, n°16, pp. 488-498, 2011.

[21] A. Wilkinson et A. Ryan, Polymer processing and structure development, Kluwer Academic Publishers, 1998.

[22] A. Bernasconi, P. Davoli, A. Basile et A. Filippi, «Effect of fibre orientation on the fatigue behaviour of a short glass fibre reinforced polyamide-6,» *Int. J. of Fatigue,* vol. 29, pp. 199-208, 2007.

[23] S. Fu and B. Lauke, “Effects of fiber length and fiber orientation distribution on the tensile strength of short fiber reinforced polymers.,” *Compos Sci. Technol.,* pp. 56-1179, 1996.

[24] C. Eberhardt and A. Clarke, “Fibre-orientation measurements in short-glass-fibre composites. Part I: automated, high-angular-resolution measurement by confocal microscopy.,” *Composites Science and Technology,* vol. 61, no. 10, pp. 1389-1400, 2001.

[25] D. Dray, Prédiction des propriétés thermo-élastiques d'un composite injecté et chargé de fibres courtes., Thèse de doctorat, Arts&Métiers ParisTech, 2006.

[26] G. Vélez-Garcia, P. Wapperom, D. Baird et A. Kunc, «Unambiguous orientation in short fiber composites over sampling area in a center gated disk,» *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing,* vol. 43, n°11, pp. 104-113, 2012.

[27] C. Eberhardt, A. Clarke, M. Vincent, T. Giroud et S. Flouret, «Fibre-orientation measurements in short-glass-fibre composites—II: a quantitative error estimate of the 2D image analysis

technique,» *Composites Science and Technology,* vol. 61, n°113, pp. 1961-1974, 2001.

[28] H. Shen, S. Nutt et D. Hull, «Direct observation and measurement of fiber architecture in short fiber-polymer composite foam through micro-CT imaging,» *Composites science and technology,* pp. 2113-2120, 2004.

[29] M. Arif, N. Saintier, F. Meraghni, J. Fitousi, Y. Chemisky and G. Robert, "Multiscale fatigue damage characterization in short glass fiber reinforced polyamide-66," *Composites: Part B,* vol. 61, pp. 55-65, 2014.

[30] G. L. Hand, A theory of anisotropic fluids, Cambridge: Thèse de doctorat, 1961.

[31] S. Advani et C. Tucker, «The use off tensors to describe and predict fiber orientation in short fiber composites,» *Journal of Rheology,* vol. 31, pp. 751-784, 1987.

[32] D. Chung et T. Kwon, «Fiber orientation in the processing of polymer composites,» *Korea-Australia Rheology Journal,* vol. 14, n°14, pp. 175-188, 2002.

[33] A. Redjeb, Simulation num´erique de l'orientation de fibres en injection de thermoplastique renforcé, Paris: Thèse de doctorat, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris, 2007.

[34] Y. Zhou et P. Mallick, «A non-linear damage model for the tensile behavior of an injection molded short E-glass fiber reinforced polyamide-6,6,» *Materials Science and Engineering: A,* vol. 393, n°11-2, pp. 303-309, 2005.

[35] J. Brunbauer, A. Mosenbacher, C. Guster et G. Pinter, «Fundamental Influences on Quasistatic and Cyclic Material Behavior of Short Glass Fiber Reinforced Polyamide Illustrated on Microscopic Scale,» *Journal of Applied Polymer Science,* p. DOI: 10.1002/app.40842, 2014.

[36] M. Akay, "Moisture absorption and its influence on the tensile properties of glass-fibre reinforced polyamide 6,6.," *Polymers and Polymer Composites,* vol. 2, no. 6, pp. 349-354, 1994.

[37] A. Maurel-Pantel, E. Baquet, J. Bikard et N. Billon, «Coupled thermo mechanical characterisation of polymers based on inverse analyses and IR measurements,» *Applied Mechanics and Materials,* vol. 70, pp. 393-398, 2011.

[38] Y. Zhou and P. Mallick, "Fatigue performance of an injection-molded short E-glass fiber-reinforced polyamide 6,6. I. Effects of orientation, holes, and weld line.," *Polymer Composites,* vol. 27, no. 2, pp. 230-237, 2006.

[39] M. De Monte, E. Moosbrugger and M. Quaresimin, "Influence of temperature and thickness on the off-axis behaviour of short glass fibre reinforced polyamide 6.6 - Quasi-static loading.," *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing,* vol. 41, no. 7, pp. 859-871, 2010.

[40] B. Esmaeillou, J. L. A. Fitoussi and Tcharkhtchi, "Multi-scale experimental analysis of the tension-tension fatigue behavior of a short glass fiber reinforced polyamide composite.,"

Procedia Engineering, vol. 10, pp. 2117-2122, 2011.

[41] B. Esmaeillou, P. Fereirra, V. Bellenger and A. Tcharkhtchi, “Fatigue behavior of polyamide 66/glass fiber under various kinds of applied load.,” *Polymer Composites,* vol. 33, no. 4, pp. 540-547, 2012.

[42] A. Bernasconi, P. Davoli, A. Basile et A. Filippi, «Effect of fibre orientation on the fatigue behaviour of a short glass fibre reinforced polyamide-6,» *Int. J. of Fatigue,* vol. 29, pp. 199-208, 2007.

[43] P. K. Mallick et Y. Zhou, «Effect of mean stress on the stress-controlled fatigue of a short E-glass fiber reinforced polyamide 6,6,» *Int. J. of Fatigue,* vol. 26, n°19, pp. 941-946, 2004.

[44] M. G. Wyzgoski, G. E. Novak et D. L. Simon, «Fatigue fracture of nylon polymers,» *J. of Materials Science,* vol. 25, n°110, pp. 4501-4510, 1990.

[45] A. Bernasconi et M. Kulin, «Effect of Frequency Upon Fatigue Strength of a Short Glass Fiber Reinforced Polyamide 6: A Superposition Method Based on Cyclic Creep Parameters,» *Polymer Composites,* vol. 30, n°12, pp. 154-161, 2009.

[46] V. Bellenger, A. Tcharkhtchi and P. Castaing, “Thermal and mechanical fatigue of a PA66/glass fibers composite material.,” *International Journal of Fatigue,* vol. 28, no. 10, pp. 1348-1352, 2006.

[47] A. Benaarbia, Analyse énergétique du comportement thermomécanique du PA6,6 chargé de fibres de verre, Montpellier: Thèse de doctorat, 2014.

[48] K. Handa, A. Kato et I. Narisawa, «Fatigue Characteristics of a Glass-Fiber-Reinforced Polyamide,» *Journal of Applied Polymer Science,* vol. 72, pp. 1783-1793, 1999.

[49] S. Barbouchi, V. BEllenger, A. Tcharkhtchi, P. Castaing et T. Jollivet, «Effect of water on the fatigue behaviour of a pa66/glass fibers composite materials,» *Journal of Material Science,* vol. 42, pp. 2181-2188, 2007.

[50] A. Bergeret, I. Pires, M. Foulc, B. Abadie, L. Ferry and A. Cespy, “The hygrothermal behaviour of glass-fibre-reinforced thermoplastic composites: a prediction of composite lifetime.,” *Polymer Testing,* vol. 20, no. 7, pp. 753-763, 2001.

[51] M. Quaresimin, L. Susmel et R. Talreja, «Fatigue behaviour and life assessment of composite laminates under multiaxial loadings,» *International Journal of Fatigue,* vol. 32, pp. 2-16, 2010.

[52] B. Klimkeit, Y. Nadot, S. Castagnet, C. Nadot-Martin, C. Dumas, S. Bergamo, C. Sonsino et A. Büter, «Multiaxial fatigue life assessment for reinforced polymers,» *International Journal of Fatigue,* vol. 33, n°16, pp. 766-780, 2011.

[53] E. Moosbrugger, M. De Monte, K. Jaschek, J. Fleckenstein and A. Büter, “Multiaxial fatigue behaviour of a short-fibre reinforced polyamide - experiments and calculations.,”

Materialwissenschaft und Werkstofftechnik, vol. 42, no. 10, pp. 950-957, 2011.

[54] M. De Monte, E. Moosbrugger, K. Jaschek and M. Quaresimin, “Multiaxial fatigue behaviour of a short-fibre reinforced - Fatigue and fracture behaviour.,” *International Journal of Fatigue,* vol. 32, pp. 17-28, 2010.

[55] J. Fitoussi, M. Bocquet et F. Meraghni, «Effect of the matrix behavior on the damage of ethylene–propylene glass fiber reinforced composite subjected to high strain rate tension,» *Composites Part B: Engineering,* vol. 45, n°11, pp. 1181-1191, 2013.

[56] R. Lang, J. Manson et R. Hertzberg, «Mechanisms of fatigue fracture in short glass fibre-reinforced polymers,» *Journal of Materials Science,* vol. 22, pp. 4015-4030, 1987.

[57] J. J. Horst et J. Spoormaker, «Mechanisms of Fatigue in Short Glass Fiber Reinforced Polyamide 6,» *Polymer Engineering and Science,* vol. 36, n°122, pp. 2718-2726, 1996.

[58] J. J. Horst et J. Spoormaker, «Fatigue fracture mechanisms and fractography of short glassfibre-reinforced polyamide 6,» *J. of Materials Science,* vol. 32, n°114, pp. 3641-3651, 1997.

[59] K. Noda, A. Takahara et T. Kajiyama, «Fatigue failure mechanisms of short glass-fiber reinforced nylon 66 based on nonlinear dynamic viscoelastic measurement,» *Polymer,* vol. 42, n°113, pp. 5803-5811, 2001.

[60] B. Mouhmid, A. Imad, N. Benseddiq et D. Lecompte, «An experimental analysis of fracture mechanisms of short glass fibre reinforced polyamide 6,6 (SGFR-PA66),» *Composites Science and Technology,* vol. 69, pp. 2521-2526, 2009.

[61] J. Casado, F. Gutiérrez-Sùolana, J. Polanco and I. Carrascal, “The assessment of fatigue damage on short-fiber-glass reinforced polyamides (PA) through the surface roughness evolution.,” *Polymer Composites,* vol. 27, no. 4, pp. 349-359, 2006.

[62] S. Günzel, S. Hickmann, C. Wittemeyer and V. Trappe, “Effects of Fiber Orientation and Moisture on the Crack Growth in Short Glass Fiber Reinforced Polyamide.,” *Advanced Engineering Materials,* vol. 14, no. 10, pp. 867-872, 2012.

[63] F. Meraghni, «Identification expérimentale des mécanismes d'endommagement contribuant à la modélisation micromécanique du comportement élastique-endommageable des composites à fibres discontinues orientées aléatoirement,» *Thèse de doctorat, Université de Technologie de Compiègne,* 1994.

[64] F. Meraghni et Benzeggagh, «Micromechanical modelling of damage mechanisms in randomly oriented discontinuous fibre composite,» *Proceedings of ICCM-10, Whistler, B.C., Canada,* pp. 487-494, 1995.

[65] S. Barré et M. Benzeggagh, «On the use of acoustic emission to investigate damage mechanisms in glass-fibre-reinforced polypropylene,» *Composites Science and Technology,* vol.

52, n°13, pp. 369-376, 1994.

[66] J. Bohse, «Acoustic emission characteristics of micro-failure processes in polymer blends and composites,» *Composite Science and Technology,* vol. 60, n°18, pp. 1213-1226, 2000.

[67] L. Jegou, Caractérisation rapide des propriétés en fatigue d'un polymère renforcé par des fibres courtes, pour une application automobile., Brest: Thèse de doctorat, Université de Bretagne Occidentale, 2012.

[68] J. Little, X. Yuan and M. Jones, "Characterisation of voids in fibre reinforced composite materials.," *NDT & E International,* vol. 46, pp. 122-127, 2012.

[69] F. Cosmi and A. Bernasconi, "Micro-CT investigation on fatigue damage evolution in short fibre reinforced polymers.," *Composites Science and Technology,* vol. 79, pp. 70-76, 2013.

[70] P. Schilling, B. Karedla, A. Tatiparthi, M. Verges and P. Herrington, "X-ray computed microtomography of internal damage in fiber reinforced polymer matrix composites.," *Composites Science and Technology,* vol. 65, no. 14, pp. 2071-2078, 2005.

[71] M. Quaresimin, L. Susmel et R. Talreja, «Fatigue behaviour and life assessment of composite laminates under multiaxial loadings,» *Int. J. of Fatigue,* vol. 32, pp. 2-16, 2010.

[72] M. Miner, «Cumulative damage in fatigue,» *Journal of Applied Mechanics,* vol. 12, pp. 159-164, 1945.

[73] C. Sonsino et E. Moosbrugger, «Fatigue design of highly loaded short-glass-fibre reinforced polyamide parts in engine compartments,» *International Journal of Fatigue,* vol. 30, pp. 1279-1288, 2008.

[74] K. Reifsnider et A. Talug, «Analysis of fatigue damage in composite laminates,» *International Journal of Fatigue,* pp. 3-11, 1980.

[75] R. Christensen et K. Lo, «Solutions for effective shear properties in three phase sphere and cylinder models,» *Journal of the Mechanics and Physics of Solids,* vol. 34, p. 639, 1979.

[76] Z. Hashin, «Thermoelastic properties of fiber composites with imperfect interface,» *Mechanics of Materials,* vol. 8, n°14, pp. 333-348, 1990.

[77] Z. Hashin, «Thin interphase/imperfect interface in elasticity with application to coated fiber composites,» *Journal of the Mechanics and Physics of Solids,* vol. 50, n°112, pp. 2509-2537, 2002.

[78] N. Pagano et G. Tandon, «Modeling of imperfect bonding in fiber reinforced brittle matrix composites,» *Mechanics of Materials,* vol. 9, pp. 49-64, 1990.

[79] Hazanov, «On micromechanics of imperfect interfaces in heterogeneous bodies smaller than the representative volume,» *International Journal of Engineering Science,* vol. 37, n°17, pp.

847-861, 1999.

[80] Y. Benveniste et T. Miloh, «Imperfect soft and stiff interfaces in two-dimensional elasticity,» *Mechanics of Materials,* vol. 33, n°16, pp. 309-323, 2001.

[81] J. D. Eshelby, «The determination of the elastic field of an ellipsoidal inclusion, and related problems,» 1957.

[82] S. Subramanian, K. Reifsnider et W. Stinchcomb, «A cumulative damage model to predict the fatigue life of composite laminates including the effect of a fibre-matrix interphase,» *International Journal of Fatigue,* vol. 17, n°15, pp. 343-351, 1995.

[83] H. Tan, Y. Huang, C. Liu et P. Geubelle, «The Mori–Tanaka method for composite materials with nonlinear interface debonding,» *International Journal of Plasticity,* vol. 21, pp. 1890-1918, 2005.

[84] A. Matzenmiller, J. Lubliner et R. Taylor, «A constitutive model for anisotropic damage in fiber-composites,» *Mechanics of Materials,* vol. 20, pp. 125-152, 1995.

[85] Z. Hashin, «Failure Criteria for Unidirectional Fiber Composites,» *Journal of Applied Mechanics,* vol. 47, pp. 329-34, 1980.

[86] J. Chaboche, «Continuous damage mechanics: A tool to descripe phenomena before crack initiation,» *Nuclear Engineering and Design,* vol. 64, pp. 233-247, 1981.

[87] D. Notta-Cuvier, F. Lauro, B. Bennani et R. Balieu, «Damage of short-fibre reinforced materials with anisotropy induced by complex fibres orientations,» *Mechanics of Materials,* vol. 68, pp. 193-206, 2014.

[88] D. Notta-Cuvier, F. Lauro et B. Bennani, «Modelling of progressive fibrematrix debonding in short-fibre reinforced composites up to failure,» *International Journal of Solids and Structures,* vol. 66, pp. 140-150, 2015.

[89] H. Huang et R. Talreja, «Numerical simulation of matrix micro-cracking in short fiber reinforced polymer composites: Initiation and propagation,» *Composites Science and Technology,* vol. 66, pp. 2743-2757, 2006.

[90] J. Rice et D. Tracey, «On the ductile enlargement of voids in triaxial stress fields,» *J. Mech. Phys. Solids,* vol. 17, pp. 201-217, 1969.

[91] F. Meraghni, H. Nouri, N. Bourgeois, C. Czarnota et P. Lory, «Parameters identification of fatigue damage model for short glass fiber reinforced polyamide (PA6-GF30) using digital image correlation,» *Proceddia Engineering,* vol. 10, pp. 2110-2116, 2011.

[92] S. Kammoun, I. Doghri, L. Adam, G. Robert et L. Delannay, «First pseudo-grain failure model for inelastic composites with misaligned short fibers,» *Composites: Part A,* vol. 42, pp. 18992-1902,

2011.

[93] I. Doghri et L. Tinel, «Micromechanical modeling and computation of elasto-plastic materials reinforced with distributed-orientation fibers,» *International Journal of Plasticity,* vol. 21, pp. 1919-1940, 2005.

[94] J. Fitoussi, G. Gua and D. Baptiste, "Determination of a tridimensionnal failure criterion at the fibre/matrix interface of an organic-matric/discontinuous reinforcements composite," *Composites Science and Technology,* vol. 56, pp. 755-760, 1996.

[95] F. Meraghni, C. Blakeman et M. Benzeggagh, «Effect of interfacial decohesion on stiffness reduction in a random discontinuous-fibre composite containing matrix microcracks,» *Composites Science and Technology,* vol. 56, n°15, pp. 541-555, 1996.

[96] T. Mori, «Average stress in matrix and average elastic energy of materials with misfitting inclusions,» *Acta Metall Mater,* vol. 21, pp. 567-629, 1973.

[97] F. Meraghni et Benzeggagh, «Micromechanical modelling of matrix degradation in randomly oriented discontinuous-fibre composites,» *Composites Science and Technology,* vol. 55, pp. 171-186, 1995.

[98] K. Derrien, J. Fitoussi, G. Guo et D. Baptiste, «Prediction of the effective damage properties and failure properties of nonlinear anisotropic discontinuous reinforced composites,» *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.,* vol. 185, pp. 93-107, 2000.

[99] B. Yang, B. Kim et H. Lee, «Micromechanics-based viscoelastic damage model for particle-reinforced polymeric composites,» *Acta. Mech.,* vol. 223, pp. 1307-1321, 2012.

[100] H. Lee et S. Pyo, «Micromechanics-based elastic damage modeling of particulate composites with weakened interfaces,» *International Journal of Solids and Structures,* vol. 44, n°125-26, pp. 8390-8406, 2007.

[101] F. Zaïri, M. Naït-Abdelaziz, J. Gloaguen, A. Bouaziz et J. Lefebvre, «Micromechanical modelling and simulation of chopped random fiber reinforced polymer composites with progressive debonding damage,» *International Journal of Solids and Structures,* vol. 45, pp. 5220-5236, 2008.

[102] F. Desrumaux, F. Meraghni et M. L. Benzeggagh, «Generalized Mori-Tanaka Scheme to Model Anisotropic Damage Using Numerical Eshelby Tensor,» *Journal of Composite Materials,* vol. 62, n°116, pp. 603-624, 2001.

[103] F. Meraghni, F. Desrumaux et M. Benzeggagh, «Implementation of a constitutive micromechanical model for damage analysis in glass mat reinforced composite structures,» *Composites Science and Technology,* vol. 62, pp. 2087-2097, 2002.

[104] C. Sun et S. Yamada, «Strength distribution of a unidirectional fibre composite,» *Journal of*

Composite Materials, vol. 12, pp. 169-176, 1978.

[105] H. Lee et S. Pyo, «Multi-level modeling of effective elastic behavior and progressive weakened interface in particulate composites,» *Composites Science and Technology,* vol. 68, pp. 387-397, 2008.

[106] W. Weibull, «A statistical distribution function of wide applicability,» *ASME Journal of Applied Mechanics,* vol. 18, n°13, pp. 293-297, 1951.

[107] J. Lemaître, J.-L. Chaboche, A. Benallal et R. Desmorat, Mécanique des matériaux solides, Dunod, 2009.

[108] R. Hill, «A theory of the yielding and plastic flow of anisotropic metals,» *Proc. Roy. Soc. London,* vol. 193, pp. 281-297, 1948.

[109] D. Drucker et W. Prager, «Soil mechanics and plastic analysis for limit design,» *Quart. Appl. Math.,* vol. 10, pp. 157-165, 1952.

[110] P. Camanho, «Failure criteria for fibre-reinforced polymer composites,» Departamento de Engenharia Mecânica e Gestão Industrial, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, 2002.

[111] M. Quaresimin, L. Susmel et R. Talreja, «Fatigue behaviour and life assessment of composite laminates under multiaxial loadings,» *2010,* vol. 32, pp. 2-16, 2010.

[112] M. Kober et A. Kühhorn, «Comparison of different failure criteria for fiber-reinforced plastics in terms of fracture curves for arbitrary stress combinations,» *Composites Science and Technology,* vol. 72, pp. 1941-1951, 2012.

[113] S. Tsai, «Strength Characteristics of Composite Materials,» *NASA CR-224,* 1965.

[114] O. Hoffman, «The Brittle Strength of Orthotropic Materials,» *Journal of Composite Materials,* vol. 1, pp. 200-206, 1967.

[115] A. Puck et W. Schneide, «On failure mechanisms and failure criteria of filament-wound glass-fibre/resin composites,» *Plastics and Polymers,* vol. 37, n°1127, pp. 33-43, 1969.

[116] S. Tsai et E. Wu, «A general theory of strength for anisotropic materials,» *Journal of Composite Materials,* vol. 5, pp. 58-80, 1971.

[117] Z. Hashin et A. Rotem, «A Fatigue Failure Criterion for Fibre Reinforced Materials,» *J. Composite Materials,* vol. 7, pp. 448-464, 1973.

[118] Z. Jendli, F. Meraghni, J. Fitoussi et D. Baptiste, «Multi-scales modelling of dynamic behaviour for discontinuous fibre SMC composites, Composites Science and Technology,» *Composites Science and Technology,* vol. 69, n°11, pp. 97-103, 2009.

[119] H. Cox, «The elasticity and strength of paper on other fibrous materials,» *Br. J. Appl. Phys.,* vol. 3, p. 72, 1952.

[120] J. Nairn, «On the use of shear-lag methods for analysis of stress transfer in unidirectional composites,» *Mechanics of Materials,* vol. 26, pp. 63-80, 1997.

[121] L. McCartney, Stress Transfer for Multiple Perfectly Bonded Concentric Cylinder Models of Unidirectional Composites, Teddington, UK: National Physical Laboratory Report DMM(A)129, 1993.

[122] A. Nayfeh, «Thermodynamically induced interfacial stresses in fibrous composites,» *Fibre Science & Tech.,* vol. 10, p. 195, 1977.

[123] C. Hsueh, «Analytical analyses of stress transfer in fiber reinforced composites with bonded and debonded ends,» *Journal of Materials Science,* vol. 24, pp. 4475-4482, 1989.

[124] T. Clyne, «A Simple Development of the Shear Lag Theory Appropriate for Composites with a Relatively Small Modulus Mismatch,» *Materials Science and Engineering,* vol. 122, n°12, pp. 183-192, 1989.

[125] Y. Zhao et G. Weng, «A theory of inclusion debonding and its influence on the stress–strain relations of a ductile matrix,» *International Journal of Damage Mechanics,* vol. 4, pp. 196-211, 1995.

[126] C. Zhou, W. Yang et D. Fang, «Mesofracture of metal matrix composites reinforced by particles of large volume fraction,» *Theoretical and Applied Fracture Mechanics,* vol. 41, pp. 311-326, 2004.

[127] B. Sørensen, «Effect of fibre roughness on the overall stress-transverse strain response of ceramic composite,» *Scripta Metallurgica et Materiala,* vol. 28, pp. 435-439, 1993.

[128] J. Ju et H. Lee, «A micromechanical damage model for effective elastoplastic behavior of partially debonded ductile matrix composites,» *International Journal of Solids and Structures,* vol. 38, pp. 6307-6332, 2001.

[129] M. Qidwai, P. Entchev, D. Lagoudas et V. DeGiorgi, «Modeling of the thermomechanical behavior of porous shape memory alloys,» *International Journal of Solids and Structures,* vol. 38, pp. 8653-8671, 2001.

[130] S. Li et A. Wongsto, «Unit cells for micromechanical analyses of particle-reinforced composites,» *Mechanics of Materials,* vol. 36, n°17, pp. 543-572, 2004.

[131] P.-E. Petersson, Crack growth and development of fracture zones in plain concreteand similar materials, Lund University: Ph.D. thesis, 1981.

[132] S. Song, G. Paulino et W. Buttlar, «A bilinear cohesive zone model tailored for fracture of asphalt concrete considering viscoelastic bulk material,» *Engineering Fracture Mechanics,* vol.

73, n°118, pp. 2829-2848, 2006.

[133] D. Spring et G. Paulino, «A growing library of three-dimensional cohesive elements for use in ABAQUS,» *Engineering Fracture Mechanics,* vol. 126, pp. 190-216, 2014.

[134] K. Park et G. Paulino, «Cohesive Zone Models: A Critical Review of Traction-Separation Relationships Across Fracture Surfaces,» *Applied Mechanics Review,* vol. 64, n°16, 2013.

[135] K. Park et G. Paulino, «Computational implementation of the PPR potential-based cohesive model in ABAQUS: Educational perspective,» *Engineering Fracture Mschanics,* vol. 93, pp. 239-262, 2012.

[136] K. Park, G. Paulino et J. Roesler, «A unified potential-based cohesive model of mixed-mode fracture,» *Journal of the Mechanics and Physics of Solids,* vol. 57, n°16, pp. 891-908, 2009.

[137] C. Starke, W. Beckert et B. Lauke, «Charakterisierung des Delaminationsverhaltens von Schichtverbunden unter Mode I- und Mode II-Belastungen,» *Mat. wiss.,* vol. 27, pp. 80-89, 1996.

[138] S. Mortazavian et A. Fatemi, «Fatigue behavior and modeling of short fiber reinforced polymer composites: A literature review,» *International Journal of Fatigue,* vol. 70, pp. 297-321, 2015.

[139] H. Nouri, «Modélisation et identification de lois de comportement avec endommagement en fatigue polycyclique de matériaux composite a matrice thermoplastique,» *Thèse de doctorat, Arts et Métiers ParisTech,* 2009.

[140] «Experimental Parameters Identification of Fatigue Damage Model for Short Glass Fiber Reinforced Thermoplastics GFRP,» *Design and Modeling of Mechanical Systems, Lecture Notes in Mechanical Engineering,* pp. 523-530, 2013.

[141] H. Halverson, W. Curtin et K. Reifsnider, «Fatigue life of individual composite specimens based on intrinsic fatigue behavior,» *International Journal of Fatigue,* vol. 19, n°15, pp. 369-377, 1996.

[142] M. Jabbado et M. Maitournam, «A high-cycle fatigue life model for variable amplitude multiaxial loading,» *Fatigue Fract. Engng. Mater. Struct.,* vol. 31, pp. 67-75, 2008.

[143] M. Poncelet, C. Doudard, S. Calloch, B. Weber et F. Hild, «Probabilistic multiscale models and measurements of self-heating under multiaxial high cycle fatigue,» *Journal of the Mechanics and Physics of Solids,* vol. 58, pp. 578-593, 2010.

[144] Y. Rémond, «Constitutive modelling of viscoelastic unloading of short glass fibre-reinforced polyethylene,» *Composite Science and Technology,* vol. 65, pp. 421-428, 2005.

[145] V. Oshmyan, S. Patlazhan et Y. Rémond, «Principles of structural-mechanicl modeling of polymers and composites,» *Polymer Science,* vol. 48, n°19, pp. 1004-1013, 2006.

[146] M. Xia, H. Hamada et Z. Maekawa, «Flexural stiffness of injection molded glass fiber reinforced thermoplastics,» *Int. Polym. Process,* vol. 10, pp. 74-81, 1995.

[147] W. Chin, H. Liu et Y. Lee, «Effects of fiber length and orientation distribution on the elastic modulus of short fiber reinforced thermoplastics,» *Polym. Compos.,* vol. 9, pp. 27-35, 1988.

[148] S. Fu et B. Lauke, «The elastic modulus of misaligned short-fiber reinforced polymers,» *Composites Science and Technology,* vol. 58, pp. 389-400, 1998.

[149] D. Notta-Cuvier, F. Lauro, B. Bennani et R. Balieu, «An efficient modelling of inelastic composites with misaligned short fibres,» *International Journal of Solids and Structures,* vol. 50, pp. 2857-2871, 2013.

[150] D. Notta-Cuvier, F. Lauro et B. Bennani, «An original approach for mechanical modelling of short-fibre reinforced composites with complex distributions of fibre orientation,» *Composites: Part A,* vol. 62, pp. 60-66, 2014.

[151] J. Horst, N. Salienko et J. Spoormaker, «Fibre-matrix debonding stress analysis for short fibre-reinforced materials with matrix plasticity, finite element modelling and experimental verification,» *Composites Part A,* vol. 29A, pp. 525-531, 1998.

[152] C. Regrain et L. Laiarinandrasana, «Multi-mechanism models for semi-crystalline polymer: Constitutive relations and finite element implementation,» *Inernation Journal of Plasticity,* vol. 25, n°17, pp. 1253-1279, 2009.

[153] F. Feyel, «A multilevel finite element method (FE2) to describe the response of highly non-linear structures using generalized continua,» *Comp. Meth. Appl. Mech. Engrg.,* vol. 192, pp. 3233-3244, 2003.

[154] L. Brassart, L. Stainier, I. Doghri et L. Delannay, «Homogenization of elasto-(visco) plastic composites based,» *International Journal of Plasticity,* vol. 36, pp. 86-112, 2012.

[155] J. Guilleminot, C. Soize, D. Kondo et C. Binetruy, «Theoretical framework and experimental procedure for modelling mesoscopic volume fraction stochastic fluctuations in fiber reinforced composites,» *International Journal of Solids and Structures,* vol. 45, n°121, pp. 5567-5583, 2008.

[156] F. Zaïri, M. Naït-Abdelaziz, J. Gloaguen, A. Bouaziz et J. Lefebvre, «Micromechanical modelling and simulation of chopped random fiber reinforced polymer composites with progressive debonding damage,» *International Journal of Solids and Structures,* vol. 45, pp. 5220-5236, 2008.

[157] R. Hill, «A self-consistent mechanics of composite materials,» *J. Mech. Phys. Solids,* vol. 13, p. 231, 1965.

[158] B. Budiansky, «On the elastic moduli of some heterogeneous materials,» *J. Mech. Phys. Solids,*

vol. 13, p. 223, 1965.

[159] R. Roscoe, «The viscosity of suspensions of rigid spheres,» *Brit. J. Appl. Phys.,* vol. 3, p. 267, 1952.

[160] R. Roscoe, «Isotropic composites with elastic or viscoelastic phases: General bounds for the moduli and solutions for special geometries,» *Rheol. Acta.,* vol. 12, p. 404, 1973.

[161] Y. Benveniste, «A new approach to the application of Morl Tanaka's theory in composite material,» *Mech. Materials,* vol. 6, pp. 147-157, 1987.

[162] Z. Hashin et S. Shtrikman, «A variational approach to the theory of the elastic behavior of multiphase materials,» *J. Mech. Phys. Solids,* vol. 11, pp. 127-140, 1963.

[163] F. Jacquemin, S. Freour et R. Guillén, «A Hygro-Elastic Self-Consistent Model for Fiber-Reinforced Composites,» *Journal of Reinforced Plastics and Composites,* vol. 24, n°15, pp. 485-502, 2005.

[164] S. Freour, F. Jacquemin et R. Guillén, «On an Analytical Self-consistent Model for Internal Stress Prediction in Fiber-reinforced Composites Submitted to Hygroelastic Load,» *Journal of Reinforced Plastics and Composites,* vol. 24, n°113, pp. 1365-1377, 2005.

[165] Z. Youssef, F. Jacquemin, D. Gloaguen et R. Guillén, «A multi-scale analysis of composite structures: Application to the design of accelerated hygrothermal cycles,» *Composite Structures,* vol. 82, n°12, pp. 302-309, 2008.

[166] G. Youssef, S. Freour et F. Jacquemin, «Stress-dependent Moisture Diffusion in Composite Materials,» *Journal of Composite Materials,* vol. 43, n°115, pp. 1621-1637, 2009.

[167] S. Nemat-Nasser, T. Iwakuma et M. Hejazi, «On composites with periodic structures,» *Mech. Materials,* vol. 1, p. 239, 1982.

[168] E. Sanchez-Palencia, «Non-homogeneous media and vibration theory,» *Lecture Notes in Physics, Springer-Verlag,* vol. 127, 1978.

[169] L. Tartar, «Nonlinear constitutive relations and homogenization,» *Contemporary Developments in Continuum Mechanics and Partial Diferential Equations, North-Holland,* vol. 30, pp. 472-484, 1978.

[170] P. Ponte Castaneda, «New variational principles in plasticity and their application to composite materials,» *J. Mech. Phys. Solids,* vol. 40, n°18, pp. 1757-1788, 1992.

[171] N. Lahellec et P. Suquet, «On the effective behavior of nonlinear inelastic composites: I. Incremental variational principles,» *Journal of the Mechanics and Physics of Solids,* vol. 55, pp. 1932-1963, 2007.

[172] L. Brassart, L. Stainier, I. Doghri et L. Delannay, «A variational formulation for the incremental homogenization of elasto-plastic composites,» *Journal of the Mechanics and Physics of Solids,* vol. 59, pp. 2455-2475, 2011.

[173] A. Gurson, «Continuum theory of ductile rupture by void nucleation and growth: Part I – yield criteria and flow rules for porous ductile media,» *ASME J. Eng. Mater. Technol.,* vol. 99, pp. 2-15, 1977.

[174] L. Morin, J.-B. Leblond et D. Kondo, «A Gurson-type criterion for plastically anisotropic solids containing arbitrary ellipsoidal voids,» *International Journal of Solids and Structures,* vol. 77, n°115, pp. 86-101, 2015.

[175] L. Dormieux, D. Kondo et F.-J. Ulm, Microporomechanics, Wiley, 2006.

[176] J. Fitoussi, G. Guo et D. Baptiste, «A statistical micromechanical model of anisotropic damage for S.M.C. composites,» *Composites Science and Technology,* vol. 58, pp. 759-763, 1998.

[177] J. Li et G. Weng, «Starin-rate sensitivity, relaxation behavior, and complex moduli of a class of isotropic viscoelastic composites,» *J. Eng. Mater. Technol.,* vol. 116, pp. 495-504, 1994.

[178] M. Lévesque, K. Derrien et L. Mishnaevski., «A micromechanical model for nonlinear viscoelastic particle reinforced polymeric composite materials-undamaged state,» *Composite Part A Appl. Sci.,* vol. 35, pp. 905-913, 2004.

[179] F. Desrumaux, F. Meraghni et M. Benzeggagh, «Micromechanical modelling coupled to a reliability approach for damage evolution prediction in composite materials,» *Applied Composite Materials,* vol. 7, n°14, pp. 231-250, 2000.

[180] F. Meraghni, F. Desrumaux et M. Benzeggagh, «Damage analysis in sandwich beams with cellular core using a reliability approach and micromechanics,» *Journal of Sandwich Structures & Materials,* vol. 6, n°16, p. 463, 2004.

[181] G. Tandon et G. Weng, «Average Stress in the Matrix and Effective Moduli of Randomly Oriented Composites,» *Composites Science and Technology,* vol. 27, pp. 111-132, 1986.

[182] M. Hori et S. Nemat-Nasser, «Double-inclusion model and overall moduli of multiphase composites,» *Mechanics of Materials,* vol. 14, pp. 189-206, 1993.

[183] C. Friebel, I. Doghri et V. Legat, «General mean-field homogenization schemes for viscoelastic composites containing multiple phases of coated inclusions,» *International Journal of Solids and Structures,* vol. 43, pp. 2513-2541, 2006.

[184] L. Brinson et W. Lin, «Comparison of micromechanics methods for effective properties of multiphase viscoelastic composites,» *Composite Structure,* vol. 41, pp. 353-367, 1998.

[185] L. Wu, L. Noels, L. Adam et I. Doghri, «A multiscale mean-field homogenization method for fiber-reinforced composites with gradient-enhanced damage models,» *Comput. Methods Appl.*

Mech. Engrg., Vols.1 sur2233-236, pp. 167-179, 2012.

[186] S. Kammoun, I. Doghri, L. Brassart et L. Delannay, «Micromechanical modeling of the progressive failure in short glass–fiber reinforced thermoplastics – First Pseudo-Grain Damage model,» *Composites: Part A,* vol. 73, pp. 166-175, 2015.

[187] A. Jain, S. Lomov, Y. Abdin, I. Verpoest et W. Paepegem, «Pseudo-grain discretization and full Mori Tanaka formulation for random heterogeneous media: Predictive abilities for stresses in individual inclusions and the matrix,» *Composites Science and Technology,* vol. 18, pp. 86-93, 2013.

[188] G. Carman et K. Reifsnider, «Micromechanics of short-fiber composites,» *Composites Science and Techonology,* vol. 43, pp. 137-146, 1992.

[189] T. Mura, Micromechanics of Defects in Solids, Boston: Martinus Nijhoff Pub., 1987.

[190] S. Nemat-Nasser et M. Hori, Micromechanics: Overall Properties of Heterogeneous Materials, New York: North-Holland, 1993.

[191] J. Qu et M. Cherkaoui, Fundamentals of micromechanics of solids, Hoboken, New Jersey: John Wiley & Sons, 2006.

[192] M. Taya et T. Mura, «The stiffness and strength of an aligned short-fiber reinforced composite containing fiber-end cracks under uniaxial applied stress.,» *Journa of Applied Mechanics,* vol. 43, pp. 361-367, 1981.

[193] G. Weng, «Some elastic properties of reinforced solids, with special reference to isotropic ones containing spherical inclusions,» *International Journal of Engineering Sciences,* vol. 22, pp. 845-856, 1984.

[194] M. Cherkaoui, H. Sabar et M. Berveiller, «Elastic composites with coated reinforcements: a micromechanical approach for nonhomothetic topology,» *Int. J. Engng Sci.,* vol. 33, n°16, pp. 829-843, 1995.

[195] R. Hill, «Continuum micro-mechanics of elastoplastics polycrystals,» *J. Mech. Phys. Solids,* vol. 13, pp. 89-101, 1965.

[196] G. Tandon et R. Weng, «A theory of particle-reinforced plasticity,» *J. Appl. Mech. Trans. ASME,* vol. 55, pp. 126-135, 1998.

[197] Y. Rougier, C. Stolz et A. Zaoui, «Self-consistent modelling of elastic-viscoplastic polycrystals,» *C.R. Acad. Sci. Paris,* vol. 318, pp. 145-151, 1994.

[198] R. Masson, M. Bornert, P. Suquet et A. Zaoui, «An affine formulation for the prediction of the effective properties of nonlinear composites and polycrystals,» *Journal of the Mechanics and Physics of Solids,* vol. 48, n°16-7, pp. 1203-1227, 2000.

[199] I. Doghri, L. Adam et N. Biler, «Mean-field homogenization of elasto-viscoplastic composites based on a general incrementally affine linearization method,» *International Journal of Plasticity,* vol. 26, n°12, pp. 219-238, 2010.

[200] B. Miled, I. Doghri, L. Brassard et L. Delannay, «Micromechanical modeling of coupled viscoelastic–viscoplastic composites based on an incrementally affine formulation,» *International Journal of Solids and Structures,* vol. 50, n°110, pp. 1755-1769, 2013.

[201] P. Gilormini, «A critical evaluation of various nonlinear extensions of the self-consistent model,» *Micromechanics of Plasticity and Damage of Multiphase Materlal,* pp. 67-74, 1996.

[202] D. C. Lagoudas, A. C. Gavazzi et H. Nigam, «Elastoplastic behavior of metal matrix composites based on incremental plasticity and the Mori-Tanaka averaging scheme,» *Computational Mechanics,* vol. 8, pp. 193-203, 1991.

[203] Y. Duan, A. Saigal et R. Greif, «A Uniform Phenomenological Constitutive Model for Glassy and Semicrystalline Polymers,» *Polymer Engineering and Science,* vol. 41, n°18, pp. 1322-1328, 2001.

[204] C. G'Sell et J. Jonas, «Determination of the plastic behaviour of solid polymers at constant true strain rate,» *J. Mater. Sci.,* vol. 14, pp. 583-591, 1979.

[205] G. Johnson et W. Cook, «Fracture characteristics of three metals subjected to various strains, strain rates, temperatures and pressures,» *Engineering Fracture Mechanics,* vol. 21, n°11, pp. 31-48, 1985.

[206] W. Brostow et R. Corneliussen, Failure of plastics, New York: Macmillan Pub, 1986.

[207] J. Brooks, «Thermo-Mechanical Processing: Theory, Modeling and Practice,» *A Conference Organized in Celebration of the 75th Anniversary,* 1996.

[208] Y. Duan, A. Saigal, R. Greif et M. Zimmerman, «Analysis of multiaxial impact behavior of polymers,» *Polym. Eng. Sci.,* vol. 42, n°12, pp. 395-402, 2002.

[209] N. Achour, G. Chatzigeorgiou, F. Meraghni, Y. Chemisky et J. Fitoussi, «Implicit implementation and consistent tangent modulus of a viscoplastic model for polymers,» *International Journal of Mechanical Sciences ,* vol. 103, pp. 297-305, 2015.

[210] K. Hizoum, Y. Rémond et S. Patlazhan, «Coupling of Nanocaivtation With Cyclic Deformation Behavior od High-Density Polyethylene Below the Yield Point,» *J. of Engineering Materials and Technology,* vol. 133, n°13, 2011.

[211] M. Alcoutlabi et J. J. Martinez-Vega, «Modeling of the viscoelastic behavior of amorphous polymers by the differential and integration fractional method: the relaxation spectrum H(τ),» *Polymer,* vol. 44, n°123, pp. 7199-7208, 2003.

[212] M. Mateos, J. Arakama, L. Gornet, P. Rozycki et J. Aurrekoetxea, «Time discretisation method involving fractional operators for hysteretic shear behavior modelling of fibre-reinforced composites,» chez *11th World Congress on Computational Mechanics*, Barcelone, Espagne, 2014.

[213] L. Gornet, O. Westphal, M. Mateos, A. Krasnobrizha, P. Rozycki, C. Peyrac et F. Lefebvre, «High cycle fatique mechanical properties of carbon fibre eposy matrix composite materials. Determination of the fatigue limit by the self heating test method,» *Revue des Composites et des Matériaux Avancés,* vol. 25, n°12, pp. 181-200, 2015.

[214] R. Schapery, «A simple collocation method for fitting viscoelastic models to experimental data,» California Institute of Technology, Pasadena, CA, 1962.

[215] S. Park et R. Schapery, «Methods of interconversion between linear viscoelastic material functions. Part I - a numerical method based on Prony series,» *International Journal of Solids and Structures,* vol. 36, pp. 1653-1675, 1999.

[216] R. Bradshaw et L. Brinson, «A sign control method for fitting and interconverting material functions for linearly viscoelastic solids,» *Mechanics of Time-Dependent Materials,* vol. 1, pp. 85-108, 1997.

[217] K. Cole et R. Cole, «Dispersion and Absorption in Dielectrics - I Alternating Current Characteristics,» *J. Chem. Phys.,* vol. 9, pp. 341-352, 1941.

[218] C. Huet, «Viscoelastic properties of polymers,» *Ann. Ponts et Chaussées,* vol. 6, n°15, pp. 373-429, 1965.

[219] J. Cavaillé, J. Perez et G. Johari, «Molecular theory for the rheology of glasses and polymers,» *Phys. Rev. B,* vol. 39, p. 2411, 1989.

[220] S. Havriliak et S. Negam, «A complex plan representation of dielectric and mechanical relaxation processes in some polymers,» *Polymer,* vol. 8, pp. 161-210, 1967.

[221] F. Dubois, A.-C. Galucio et N. Point, «Introduction à la dérivation fractionnaire - Théorie et application,» *Techniques de l'ingénieur,* 2010.

[222] H. Schiessel, R. Metzler, A. Blumen et T. Nonnenmacher, «Generalized viscoelastic models: their fractional equations with solutions,» *J. Phys. A: Math. Gen.,* vol. 28, pp. 6567-6584, 1995.

[223] E. Baquet, Modélisation thermomécanique visco-hyperélastique du comportement d'un polymère semi-cristallin : application au cas d'une matrice polyamide 6.6, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris, 2011.

[224] N. Billon, «New Constitutive Modeling for Time-Dependent Mechanical Behavior of Polymers Close to Glass Transition: Fundamentals and Experimental Validation,» *Journal of Applied Polymer Science,* vol. 125, pp. 4390-4401, 2012.

[225] A. Maurel-Pantel, E. Baquet, J. Bikard, J. Bouvard et N. Billon, «A thermo-mechanical large deformation constitutive model for polymers based on material network description: Application to a semi-crystalline polyamide 66,» *International Journal of Plasticity,* vol. 67, pp. 102-126, 2015.

[226] F. Richter, «Upsetting and Viscoelasticity of Vitreous SiO2: Experiments, Interpretation and Simulation,» Ph.D Thesis, Berlin, 2006.

[227] N. Billon, Interviewee, *Communication privée lors des comités techniques DURAFIP..* [Interview]. 2015.

[228] A. C. Gavazzi et D. C. Lagoudas, «On the numerical evaluation of Eshelby's tensor and its application to elastoplatic fibrous composites,» *Computational mechanics,* vol. 7, pp. 13-19, 1990.

[229] C. Sanderson, «Armadillo: An Open Source C++ Linear Algebra Library for Fast Prototyping and Computationally Intensive Experiments,» *Technical Report, NICTA,* 2010.

[230] I. Doghri et A. Ouaar, «Homogenization of two-phase elasto-plastic composite materials and structures. Study of tangent operators, cyclic plasticity and numerical algorithms,» *International Journal of Solids and Structures,* vol. 40, pp. 1681-1712, 2003.

[231] F. Meraghni, Y. Chemisky, B. Piotrowski, R. Echchrofi, N. Bourgeois et E. Patoor, «Parameter identification of a thermodynamic model for superelastic shape memory alloys using analytical calculation of the sensitivity matrix,» *European Journal of Mechanics A/Solids,* vol. 45, pp. 226-237, 2014.

[232] Y. Chemisky, F. Meraghni, N. Bourgeois, S. Cornell, R. Echchorfi et E. Patoor, «Analysis of the deformation paths and thermomechanical parameter identification of a shape memory alloy using digital image correlation over heterogeneous tests,» *International Journal of Mechanical Sciences,* Vols.1 sur296-97, pp. 13-24, 2015.

[233] J.-M. Bertholot, Matériaux Composites - Comportement mécanique et analyse de structures, 3 éd., TEC & DOC, 1999, pp. 149-210.

[234] E. Hervé et A. Zaoui, «n-Layered inclusion-based micromechanical modelling,» *Int. J. Engng Sci.,* vol. 31, n°11, pp. 1-10, 1993.

[235] N. Bonfoh, V. Hounkpati et H. Sabar, «New micromechanical approach of the coated inclusion problem: Exact solution and applications,» *Computational Materials Science,* vol. 62, pp. 175-183, 2012.

[236] Y. Benveniste, G. J. Dvorak et T. Chen, «On diagonal and elastic symmetry of the approximate effective stiffness tensor of heterogenous media,» *J. Mech. Phys. Solids,* vol. 39, n°17, pp. 927-946, 1991.

[237] R. Zouari, A. Benhamida et D. H., «A micromechanical iterative approach for the behavior of polydispersed composites,» *International Journal of Solids and Structures,* vol. 45, n°111-12, pp. 3139-3152, 2008.

[238] J. Li, «On micromechanics approximation for the effective thermoelastic moduli of multi-phase composite materials,» *Mechanics of Materials,* vol. 31, pp. 149-159, 1999.

[239] J. Holland, «Adaptation in Natural and Artificial Systems,» MA: MIT Press, Cambridge, 1992.

[240] C. Darwin, On the Origin of Species, Londres: John Murray, 1859.

[241] D. Goldberg, Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning, Boston: Addison-Wesley, 1989.

[242] K. Levenberg, «A Method for the Solution of Certain Problems in Least Squares,» *Quart. Appl. Math.,* vol. 2, pp. 164-168, 1944.

[243] D. Marquardt, «An Algorithm for Least-Squares Estimation of Nonlinear Parameters,» *SIAM J. Appl. Math.,* vol. 11, pp. 431-441, 1963.

[244] B. Chaparro, S. Thuillier, L. Menezes, P. Manach et J. Fernandes, «Material parameters identification: Gradient-based, genetic and hybrid optimization algorithms,» *Computational Materials Science,* vol. 44, n°12, pp. 339-346, 2008.

[245] R. Cook, D. Malkus, M. Plesha et R. Witt, Concepts and applications of finite element analysis, New York: John Wiley & sons, 2002.

[246] S. Fu et B. Lauke, «Effects of fiber length and fiber orientation distribution on the tensile strength of short fiber reinforced polymers,» *Compos Sci. Technol.,* pp. 56-1179, 1996.

[247] H. Rolland, N. Saintier et G. Robert, «Damage mechanisms into short glass fibre reinforced thermoplastics during in-situ microtomographic tensile tests,» chez *16th European Conference on Composite Materials*, Séville, 2014.

[248] H. Rolland, N. Saintier et G. Robert, «Fatigue mechanisms description in short glass fibre reinforced thermoplastic by microtomographic observations,» chez *20th International Conference on Composite Materials*, Copenhague, 2015.

[249] S. Haouala et I. Doghri, «Two-scale Time Homogenization for Isotropic Viscoelastic-Viscoplastic Homogeneous Solids Under Large Numbers of Cycles,» *Procedia Engineering,* vol. 66, pp. 598-607, 2013.

[250] S. Haouala et I. Doghri, «Modeling and algorithms for two-scale time homogenization of viscoelastic-viscoplastic solids under large numbers of cycles,» *International Journal of Plasticity,* vol. 70, pp. 98-125, 2015.

ANNEXES

Annexe A : *Calcul de la normale à la surface d'un ellipsoïde*

Cette annexe détaille l'obtention du vecteur directeur unitaire de la droite normale à un ellipsoïde, en un point quelconque. Ce calcul est nécessaire afin de pouvoir projeter le champ de contrainte de l'inclusion ellipsoïdale et déterminer les composantes normales et tangentielles à l'interface, au point considéré. L'équation standard d'un ellipsoïde est donné par l'équation (A-1) en notant *a*, *b* et *c* les demi-axes ellipsoïdaux. Il est possible d'en donner une équation paramétrée (A-2) en fonction de deux angles *u* et *v*, comme précisé par la Figure II.10.

$$\left(\frac{x}{a}\right)^2 + \left(\frac{y}{b}\right)^2 + \left(\frac{z}{c}\right)^2 = 1 \tag{A-1}$$

$$\begin{cases} x = a\ cos(u)\ sin\ (v) \\ y = b\ \ sin(u)\ sin\ (v) \\ z = c\ cos\ (v) \end{cases} \qquad \begin{matrix} u\ \epsilon\ [0;\ 2\pi] \\ v\ \epsilon\ [0;\ \pi] \end{matrix} \tag{A-2}$$

Soit f la fonction de trois variables correspondant à l'ellipsoïde, telle que décrite par l'expression (A-3). Considérons maintenant un point *M* {x_0, y_0, z_0} appartenant à l'ellipsoïde, et décrit par deux angles u_0 et v_0. f est différentiable en *M* ce qui garantit l'existence du plan tangent à l'ellipsoïde en ce point. L'équation du plan tangent est alors obtenue en exprimant les dérivées partielles de f comme indiqué par l'équation (A-4). On peut alors écrire l'équation (A-5)., qui se simplifie sous la forme (A-6) en utilisant (A-1) au point *M*.

$$f(x,y,z) = \left(\frac{x}{a}\right)^2 + \left(\frac{y}{b}\right)^2 + \left(\frac{z}{c}\right)^2 - 1 \tag{A-3}$$

$$(x-x_0)\frac{\partial f}{\partial x}(x_0,y_0,z_0) + (y-y_0)\frac{\partial f}{\partial y}(x_0,y_0,z_0) + (z-z_0)\frac{\partial f}{\partial z}(x_0,y_0,z_0) = 0 \tag{A-4}$$

$$(x-x_0)\frac{2x_0}{a^2} + (y-y_0)\frac{2y_0}{b^2} + (z-z_0)\frac{2z_0}{c^2} = 0 \tag{A-5}$$

$$\frac{x.x_0}{a^2} + \frac{y.y_0}{b^2} + \frac{z.z_0}{c^2} - 1 = 0 \tag{A-6}$$

L'équation obtenue est bien celle d'un plan de l'espace, dont la normale est définie selon le vecteur $\vec{t}$ exprimé par (A-7). Le vecteur unitaire $\vec{n}$ correspondant est alors donné par (A-8).

$$\vec{t}\ \left(\frac{x_0}{a^2}, \frac{y_0}{b^2}, \frac{z_0}{c^2}\right) \tag{A-7}$$

$$\vec{n}\ \left(\frac{\frac{x_0}{a^2}}{\|\vec{t}\|}, \frac{\frac{y_0}{b^2}}{\|\vec{t}\|}, \frac{\frac{z_0}{c^2}}{\|\vec{t}\|}\right) \tag{A-8}$$

Annexe B : *Problème de l'inclusion d'Eshelby*

Le problème de l'inclusion d'Eshelby correspond à un milieu infini comportant une inclusion ellipsoïdale hétérogène. L'intérêt est de calculer les champs moyens dans chaque phase à partir de leurs propriétés mécaniques. Eshelby établit que ce problème équivaut à considérer que l'inclusion a les même propriétés que la matrice, mais est en plus soumise à une déformation anélastique uniforme $\boldsymbol{\varepsilon^*}$. Ceci vaut à condition que l'état de contrainte au sein de l'inclusion reste identique. $\boldsymbol{\varepsilon^*}$ est communément appelée eigenstrain ou déformation propre. La résolution du problème implique de trouver les champs de contraintes locaux au niveau de l'inclusion et de la matrice environnante.

La solution d'Eshelby consiste tout d'abord à retirer virtuellement l'inclusion de la matrice. Celle-ci se retrouve donc libre de toute contrainte et se déforme librement. Le but est alors d'appliquer une pression sur la surface de l'inclusion de telle manière à ce qu'elle puisse se replacer dans la matrice du fait de sa déformation en compression. La résolution des conditions aux limites se fait à l'aide des fonctions de Green. Ces forces de tractions sont ensuite annulées par des forces opposées à la surface de l'inclusion, qui permettent l'équilibre du milieu. Eshelby est alors en mesure de déterminer la déformation totale de l'inclusion $\boldsymbol{\varepsilon}$ en fonction de la déformation propre $\boldsymbol{\varepsilon^*}$ par l'intermédiaire d'une relation linéaire, représentée par le tenseur dit d'Eshelby $\boldsymbol{S}$, d'ordre 4, comme décrit par l'équation (B-1). La contrainte dans l'inclusion est définie en conséquence selon l'équation (B-2), en notant $\boldsymbol{L}$ le tenseur de rigidité du matériau. Le tenseur d'Eshelby dépend des propriétés de la matrice (uniquement de son coefficient de Poisson dans le cas de matrice isotrope) ainsi que de la forme de l'inclusion, à savoir les demi-axes de l'ellipsoïde. Des expressions analytiques exactes de $\boldsymbol{S}$ peuvent être écrites dans le cas de matériaux linéaires isotropes comportant une inclusion sphérique ou cylindrique, respectivement indiqués par les équations (B-3) et (B-4). L'axe de révolution du cylindre est arbitrairement orienté selon la direction 1. ν indique le coefficient de Poisson de la matrice. La notation de Voigt est ici utilisée pour l'écriture du tenseur $\boldsymbol{S}$. Elle est détaillée dans l'annexe C. La formulation du tenseur d'Eshelby pour une inclusion ellipsoïdale quelconque est donnée ci-après, avec d'autres expressions analytiques approximées pour certaines géométries particulières.

$$\varepsilon = S.\varepsilon^* \tag{B-1}$$

$$\sigma = L(\varepsilon - \varepsilon^*) = L(S.\varepsilon^* - \varepsilon^*) \tag{B-2}$$

$$S_{sphère} = \begin{pmatrix} \frac{7-5\nu}{15(1-\nu)} & \frac{5\nu-1}{15(1-\nu)} & \frac{5\nu-1}{15(1-\nu)} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{5\nu-1}{15(1-\nu)} & \frac{7-5\nu}{15(1-\nu)} & \frac{5\nu-1}{15(1-\nu)} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{5\nu-1}{15(1-\nu)} & \frac{5\nu-1}{15(1-\nu)} & \frac{7-5\nu}{15(1-\nu)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2\frac{4-5\nu}{15(1-\nu)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2\frac{4-5\nu}{15(1-\nu)} & {}^{2}0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2\frac{4-5\nu}{15(1-\nu)} \end{pmatrix} \tag{B-3}$$

$$S_{cylindre} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\nu}{2(1-\nu)} & \frac{5-4\nu}{8(1-\nu)} & \frac{4\nu-1}{8(1-\nu)} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\nu}{2(1-\nu)} & \frac{4\nu-1}{8(1-\nu)} & \frac{5-4\nu}{8(1-\nu)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2\frac{3-4\nu}{8(1-\nu)} \end{pmatrix} \quad \text{(B-4)}$$

Ce problème de l'inclusion équivalente a été proposé par Eshelby pour résoudre le cas d'une inclusion ellipsoïdale hétérogène. Il s'agit alors de déterminer la déformation propre équivalente à l'effet d'une variation de propriétés mécaniques de l'inclusion. Lorsque le matériau est homogène et donc en l'absence de déformation propre, les champs de contraintes $\boldsymbol{\sigma^0}$ et de déformations $\boldsymbol{\varepsilon^0}$ sont évidemment identiques en tout point du solide et liées linéairement selon l'équation (B-5). $\boldsymbol{L_0}$ correspond au tenseur de rigidité de la matrice (et $\boldsymbol{L_1}$ à celui de l'inclusion). Soit $\boldsymbol{\sigma_p}$ la perturbation en contrainte due à la présence de l'hétérogénéité. La contrainte dans le milieu $\boldsymbol{\sigma_t}$ s'exprime alors par l'équation (B-6). $\boldsymbol{\sigma_p}$ dépend de la phase considérée. Dans les deux cas, la contrainte dans la matrice s'exprime de manière identique, à travers un principe de superposition linéaire (B-7). La contrainte dans l'inclusion est exprimée pour chacun des cas (B-8). Le principe d'équivalence d'Eshelby s'exprime alors selon l'équation (B-9) qui égalise la contrainte dans l'inclusion dans les deux cas de figure. L'eigenstrain peut alors s'exprimer en fonction des tenseurs de rigidité des deux composants ainsi que du tenseur d'Eshelby (B-10).

$$\sigma^0 = L_0\varepsilon^0 \quad \text{(B-5)}$$

$$\sigma_t = \sigma^0 + \sigma_p \quad \text{(B-6)}$$

$$\sigma_t{}^{matrice} = L_0\varepsilon^0 + L_0\varepsilon \quad \text{(B-7)}$$

$$\begin{cases} \sigma_t{}^{inclusion\ équivalente} = L_0\varepsilon^0 + L_0(\varepsilon - \varepsilon^*) \\ \sigma_t{}^{hétérogénéité} = L_1\varepsilon^0 + L_1\varepsilon \end{cases} \quad \text{(B-8)}$$

$$L_0(\varepsilon_0 + S.\varepsilon^* - \varepsilon^*) = L_1(\varepsilon_0 + S.\varepsilon^*) \quad \text{(B-9)}$$

$$\varepsilon^* = -[S + (L_1 - L_0)^{-1}L_0]^{-1}\varepsilon_0 \quad \text{(B-10)}$$

La déformation totale dans l'inclusion ε_t s'écrit alors suivant l'équation (B-11), et introduit la définition du tenseur d'interaction $\boldsymbol{T}$. Ce dernier est alors défini selon l'équation (B-12), en notant $\boldsymbol{I_4}$ le tenseur d'identité d'ordre 4. Finalement, les champs de contrainte et de déformation dans l'hétérogénéité sont identifiés et exprimés en fonction du tenseur d'Eshelby ainsi que des tenseurs de rigidité de la matrice et de l'inclusion. Dans le cas d'un milieu non infini, il reste cependant à exprimer $\boldsymbol{\varepsilon^0}$ (respectivement $\boldsymbol{\sigma^0}$) en fonction de la déformation (respectivement la contrainte) appliquée aux limites du VER. Plus précisément, il s'agit de déterminer la relation entre la déformation ou la contrainte de chaque phase avec son équivalent pour le milieu homogénéisé.

$$\varepsilon_t = \varepsilon^0 + \varepsilon = \varepsilon^0 + S.\varepsilon^* = T\varepsilon^0 \quad \text{(B-11)}$$

$$T = \left[I_4 + S.{L_0}^{-1}(L_1 - L_0)\right]^{-1} \quad \text{(B-12)}$$

Le tenseur d'Eshelby ***S*** est donc au cœur du calcul du comportement homogénéisé d'un matériau hétérogène. Les équations suivantes visent à donner les formules du tenseur d'Eshelby dans le cas général d'un renfort ellipsoïdal ainsi que pour des géométries particulières de l'inclusion. Les formules sont valides dans le cas de matériaux isotropes, en notant *v* le coefficient de poisson de la matrice. Ces équations sont tirées du livre de Qu et Cherkaoui [191]. a_1, a_2 et a_3 dénote les demi-axes ellipsoïdaux selon les directions 1, 2 et 3 respectivement. Comme précisé dans le corps du manuscrit, le cas général doit être intégré numériquement, tandis que les configurations particulières ici décrites bénéficient de formules analytiques exactes qui doivent être à ce titre utilisées autant que faire se peut. Elles permettent en effet un gain de temps de calcul considérable lié à l'absence de l'étape d'intégration numérique. Lorsque les méthodes sont appliquées dans un schéma incrémental et dans le cas d'un comportement non-linéaire, le module tangent est en général anisotrope et l'utilisation d'une estimation numérique est inévitable. À noter que le tenseur d'Eshelby n'est a priori pas symétrique.

- Ellipsoïde - cas général ($a_1 > a_2 > a_3$) :

$$\begin{aligned} S_{1111} &= \frac{3}{8\pi(1-\nu)} {a_1}^2 I_{11} + \frac{1-2\nu}{8\pi(1-\nu)} I_1 \\ S_{1122} &= \frac{1}{8\pi(1-\nu)} {a_2}^2 I_{12} - \frac{1-2\nu}{8\pi(1-\nu)} I_1 \\ S_{1133} &= \frac{1}{8\pi(1-\nu)} {a_3}^2 I_{13} - \frac{1-2\nu}{8\pi(1-\nu)} I_1 \\ S_{1212} &= \frac{{a_1}^2 + {a_2}^2}{16\pi(1-\nu)} I_{12} + \frac{1-2\nu}{16\pi(1-\nu)} (I_1 + I_2) \end{aligned} \tag{B-13}$$

Les équations (B-13) restent vraies dans le cas d'une permutation circulaire des indices 1, 2 et 3. Les composantes de ***S*** qui ne peuvent pas être obtenues par permutation circulaire sont nulles. Les grandeurs I_1 et I_3 sont définies ci-après par les équations (B-14) et (B-15). I_2 est déterminé selon l'expression (B-16). Finalement, les coefficients I_{ij} sont calculés à l'aide du jeu d'équation (B-17), qui reste vrai dans le cas d'une permutation circulaire des indices 1, 2 et 3.

$$\begin{aligned} I_1 &= \frac{4\pi a_1 a_2 a_3}{({a_1}^2 - {a_2}^2)({a_1}^2 - {a_3}^2)^{1/2}} [F(\theta,k) - E(\theta,k)] \\ I_3 &= \frac{4\pi a_1 a_2 a_3}{({a_2}^2 - {a_3}^2)({a_1}^2 - {a_3}^2)^{1/2}} \left[\frac{a_2({a_1}^2 - {a_3}^2)^{1/2}}{a_1 a_3} - E(\theta,k) \right] \end{aligned} \tag{B-14}$$

$$\begin{aligned} F(\theta,k) &= \int_0^\theta \frac{dw}{(1 - k^2 sin^2 w)^{1/2}} \\ E(\theta,k) &= \int_0^\theta (1 - k^2 sin^2 w)^{1/2} dw \end{aligned} \tag{B-15}$$

$$\theta = sin^{-1}(1 - {a_3}^2/{a_1}^2)^{1/2}, \qquad k = [({a_1}^2 - {a_2}^2)/({a_1}^2 - {a_3}^2)]^{1/2}$$

$$I_1 + I_2 + I_3 = 4\pi \tag{B-16}$$

$$
\begin{aligned}
3I_{11} + I_{12} + I_{13} &= \frac{4\pi}{a_1^2} \\
3a_1^2 I_{11} + a_2^2 I_{12} + a_3^2 I_{13} &= 3I_1 \\
I_{12} &= \frac{I_2 - I_1}{(a_1^2 - a_2^2)}
\end{aligned}
\tag{B-17}
$$

Pour chaque cas particulier suivant, le calcul n'est pas détaillé et seules les valeurs des composants du tenseur d'Eshelby sont indiquées.

- Sphère ($a_1 = a_2 = a_3$) :

$$
\begin{aligned}
S_{1111} = S_{2222} = S_{3333} &= \frac{7 - 5\nu}{15(1-\nu)} \\
S_{1122} = S_{2233} = S_{3311} = S_{1133} = S_{2211} = S_{3322} &= \frac{5\nu - 1}{15(1-\nu)} \\
S_{1212} = S_{2323} = S_{3131} &= \frac{4 - 5\nu}{15(1-\nu)}
\end{aligned}
\tag{B-18}
$$

- Cylindre elliptique ($a_3 \to \infty$) :

$$
\begin{aligned}
S_{3333} = S_{3322} = S_{3311} &= 0 \\
S_{1111} &= \frac{1}{2(1-\nu)}\left[\frac{{a_2}^2 + 2a_1a_2}{(a_1 + a_2)^2} + (1-2\nu)\frac{a_2}{a_1 + a_2}\right] \\
S_{2222} &= \frac{1}{2(1-\nu)}\left[\frac{{a_1}^2 + 2a_1a_2}{(a_1 + a_2)^2} + (1-2\nu)\frac{a_1}{a_1 + a_2}\right] \\
S_{1122} &= \frac{1}{2(1-\nu)}\left[\frac{{a_2}^2}{(a_1 + a_2)^2} - (1-2\nu)\frac{a_2}{a_1 + a_2}\right] \\
S_{2211} &= \frac{1}{2(1-\nu)}\left[\frac{{a_1}^2}{(a_1 + a_2)^2} - (1-2\nu)\frac{a_1}{a_1 + a_2}\right] \\
S_{1133} &= \frac{1}{2(1-\nu)}\frac{2\nu a_2}{a_1 + a_2} \\
S_{2233} &= \frac{1}{2(1-\nu)}\frac{2\nu a_1}{a_1 + a_2} \\
S_{1212} &= \frac{1}{2(1-\nu)}\left[\frac{{a_1}^2 + {a_2}^2}{2(a_1 + a_2)^2} + \frac{(1-2\nu)}{2}\right] \\
S_{2323} &= \frac{a_1}{2(a_1 + a_2)} \\
S_{3131} &= \frac{a_2}{2(a_1 + a_2)}
\end{aligned}
\tag{B-19}
$$

- Cylindre plat (« penny shape ») ($a_1 = a_2 >> a_3$) :

$$S_{1111} = S_{2222} = \pi \frac{a_3}{a_1} \frac{13 - 8\nu}{32(1-\nu)}$$
$$S_{3333} = 1 - \frac{\pi a_3}{4a_1} \frac{1-2\nu}{1-\nu}$$
$$S_{1122} = S_{2211} = \pi \frac{a_3}{a_1} \frac{8\nu - 1}{32(1-\nu)}, \qquad S_{1133} = S_{2233} = \pi \frac{a_3}{a_1} \frac{2\nu - 1}{8(1-\nu)} \tag{B-20}$$
$$S_{3311} = S_{3322} = \frac{\nu}{1-\nu}\left(1 - \pi \frac{a_3}{a_1} \frac{4\nu + 1}{8\nu}\right)$$
$$S_{1212} = \pi \frac{a_3}{a_1} \frac{7 - 8\nu}{32(1-\nu)}$$
$$S_{1313} = S_{2323} = \frac{1}{2}\left(1 + \frac{\pi a_3}{4a_1} \frac{\nu - 2}{1-\nu}\right)$$

Dans les deux derniers cas particuliers, seuls les gradeurs I_i et I_{ij} sont indiquées, pour des raisons de lisibilité. Elles sont utilisables avec les équations (B-13).

- Sphéroïde allongé ($a_1 = a_2 > a_3$) :

$$I_1 = I_2 = \frac{2\pi a_1^2 a_3}{(a_1^2 - a_3^2)^{3/2}}\left[cos^{-1}\left(\frac{a_3}{a_1}\right) - \frac{a_3}{a_1}\left(1 - \frac{a_3{}^2}{a_1{}^2}\right)^{1/2}\right]$$
$$I_3 = 4\pi - 2I_1$$
$$I_{11} = I_{22} = I_{12} = \frac{\pi}{a_1{}^2} - \frac{I_1 - I_3}{4(a_3^2 - a_1^2)} \tag{B-21}$$
$$I_{13} = I_{23} = \frac{I_1 - I_3}{(a_3^2 - a_1^2)}$$
$$I_{33} = \frac{4\pi}{3a_3{}^2} - \frac{2}{3} I_{13}$$

- Sphéroïde aplati ($a_1 > a_2 = a_3$) :

$$I_2 = I_3 = \frac{2\pi a_3^2 a_1}{(a_1^2 - a_3^2)^{3/2}}\left[\frac{a_1}{a_3}\left(\frac{a_1{}^2}{a_3{}^2} - 1\right)^{1/2} - cosh^{-1}\left(\frac{a_1}{a_3}\right)\right]$$
$$I_1 = 4\pi - 2I_3$$
$$I_{13} = I_{23} = \frac{\pi}{a_3{}^2} - \frac{(I_3 - I_1)}{4(a_1^2 - a_3^2)} \tag{B-22}$$
$$I_{22} = I_{33} = I_{23} = \frac{4\pi}{3a_3{}^2} - \frac{I_{23}}{3} - \frac{I_3 - I_1}{3(a_1^2 - a_3^2)}$$
$$I_{11} = \frac{4\pi}{3a_1{}^2} - \frac{2}{3} I_{12}$$

Annexe C : *Notation de Voigt*

En mécanique des milieux continus, la notation de Voigt est une façon d'écrire les tenseurs symétriques en réduisant leur ordre. Un tenseur d'ordre 4 peut alors s'écrire sous la forme d'une matrice, et un tenseur d'ordre 2 sous celle d'un vecteur. Dans le cadre de ce mémoire de thèse ainsi que du code *SMART+,* elle est principalement utilisée pour décrire les champs de contraintes $\boldsymbol{\sigma}$, ceux de déformations $\boldsymbol{\varepsilon}$, les tenseurs de souplesse $\boldsymbol{M}$ et de rigidité $\boldsymbol{L}$, le tenseur d'Eshelby $\boldsymbol{S}$, les tenseurs d'interaction $\boldsymbol{T}$ ainsi que les tenseurs de localisation en déformation $\boldsymbol{A}$. Bien entendu, les relations entre ces grandeurs sont conservées dans la nouvelle notation.

Cette notation inclut la définition de certaines conventions. En effet, elle implique d'une part la présence de facteurs 2 qui sont généralement sous-entendus, ce qui peut prêter à confusion. D'autre part, l'ordre en notation de Voigt des composants d'un tenseur ne fait pas consensus. C'est ici la convention utilisée par le logiciel de calcul éléments finis Abaqus qui est utilisée. Cette annexe a alors pour but de définir rigoureusement la notation employée dans le cadre des présents travaux, en explicitant la conversion des tenseurs dans chaque cas (équations (C-1) à (B-13)(C-5)). Les tenseurs $\boldsymbol{T}$ et $\boldsymbol{A}$ s'expriment de manière similaire à $\boldsymbol{S}$. Pour plus de détails, il est possible de consulter l'ouvrage de Qu et Cherkaoui [191].

$$\sigma = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{12} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{13} & \sigma_{23} & \sigma_{33} \end{pmatrix} \Rightarrow \sigma^{(Voigt)} = \begin{pmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{23} \end{pmatrix} \tag{C-1}$$

$$\varepsilon = \begin{pmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{12} & \varepsilon_{22} & \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{13} & \varepsilon_{23} & \varepsilon_{33} \end{pmatrix} \Rightarrow \varepsilon^{(Voigt)} = \begin{pmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ 2\varepsilon_{12} \\ 2\varepsilon_{13} \\ 2\varepsilon_{23} \end{pmatrix} \tag{C-2}$$

$$L^{(Voigt)} = \begin{pmatrix} L_{1111} & L_{1122} & L_{1133} & L_{1112} & L_{1113} & L_{1123} \\ L_{1122} & L_{2222} & L_{2233} & L_{2212} & L_{2213} & L_{2223} \\ L_{1133} & L_{233} & L_{3333} & L_{3312} & L_{3313} & L_{3323} \\ L_{1112} & L_{2212} & L_{3312} & L_{1212} & L_{1213} & L_{1223} \\ L_{1113} & L_{2213} & L_{3313} & L_{1213} & L_{1313} & L_{1323} \\ L_{1123} & L_{2223} & L_{3323} & L_{1223} & L_{1323} & L_{2323} \end{pmatrix} \tag{C-3}$$

$$M^{(Voigt)} = \begin{pmatrix} M_{1111} & M_{1122} & M_{1133} & 2M_{1112} & 2M_{1113} & 2M_{1123} \\ M_{1122} & M_{2222} & M_{2233} & 2M_{2212} & 2M_{2213} & 2M_{2223} \\ M_{1133} & M_{2233} & M_{3333} & 2M_{3312} & 2M_{3313} & 2M_{3323} \\ 2M_{1112} & 2M_{2212} & 2M_{3312} & 4M_{1212} & 4M_{1213} & 4M_{1223} \\ 2M_{1113} & 2M_{2213} & 2M_{3313} & 4M_{1213} & 4M_{1313} & 4M_{1323} \\ 2M_{1123} & 2M_{2223} & 2M_{3323} & 4M_{1223} & 4M_{1323} & 4M_{2323} \end{pmatrix} \tag{C-4}$$

$$S^{(Voigt)} = \begin{pmatrix} S_{1111} & S_{1122} & S_{1133} & S_{1112} & S_{1113} & S_{1123} \\ S_{2211} & S_{2222} & S_{2233} & S_{2212} & S_{2213} & S_{2223} \\ S_{3311} & S_{3322} & S_{3333} & S_{3312} & S_{3313} & S_{3323} \\ 2S_{1211} & 2S_{1222} & 2S_{1233} & 2S_{1212} & 2S_{1213} & 2S_{1223} \\ 2S_{1311} & 2S_{1322} & 2S_{1333} & 2S_{1312} & 2S_{1313} & 2S_{1323} \\ 2S_{2311} & 2S_{2322} & 2S_{2333} & 2S_{2312} & 2S_{2313} & 2S_{2323} \end{pmatrix} \tag{C-5}$$

Annexe D : *Théorèmes de la micromécanique*

Les équations micromécaniques abordées dans les présents travaux de thèse nécessitent plusieurs théorèmes. Cette annexe sert à les expliciter et les démontrer, sur la base des travaux de Qu et Cherkaoui [191]. Le champ de contrainte est supposé statiquement admissible, et le champ de déformation est supposé cinématiquement admissible.

- Théorème de la moyenne en contrainte :

La contrainte moyenne sur un domaine arbitraire *D* de volume *V* est définie par l'équation (D-1).

$$\bar{\sigma}_{ij} = \frac{1}{V}\int_D \sigma_{ij} dV \tag{D-1}$$

Soit $\boldsymbol{\sigma^0}$ le tenseur de contrainte moyen appliqué sur le contour *S* de *D*. Le vecteur de traction $\boldsymbol{t^0}$ s'appliquant sur *S* est tel que $t^0_i = \sigma^0_{ij}\, n_j$ avec $\boldsymbol{n}$ le vecteur normal au point considéré. S'il n'y a pas de force volumique, le théorème de la moyenne en contrainte indique que la moyenne volumique de la contrainte à l'intérieur de *D* est égale à la contrainte aux limites. On a alors l'équation (D-2).

$$\bar{\sigma}_{ij} = {\sigma^0}_{ij} \tag{D-2}$$

Démontrons désormais ce théorème. L'équation (D-1) permet d'écrire l'expression (D-3). Le second terme de la dernière intégrale est ici nul du fait de l'absence de force volumique s'exerçant sur *D*. L'application successive du théorème de flux-divergence (théorème de Green) permet alors d'écrire l'équation (D-4) puis (D-5),ce qui complète ici la démonstration.

$$\bar{\sigma}_{ij} = \frac{1}{V}\int_D \sigma_{ik}\delta_{jk} dV = \frac{1}{V}\int_D \sigma_{ik} x_{j,k} dV = \frac{1}{V}\int_D \left[\left(\sigma_{ik} x_j\right)_{,k} - \sigma_{ik,k} x_j\right] dV \tag{D-3}$$

$$\bar{\sigma}_{ij} = \frac{1}{V}\int_S \sigma_{ik} x_j n_k dS = \frac{{\sigma^0}_{ik}}{V}\int_S x_j n_k dS \tag{D-4}$$

$$\bar{\sigma}_{ij} = \frac{{\sigma^0}_{ik}}{V}\int_D x_{j,k} dV = \frac{{\sigma^0}_{ik}}{V}\int_D \delta_{jk} dV = {\sigma^0}_{ij} \tag{D-5}$$

- Théorème de la moyenne en déformation :

La déformation moyenne sur un domaine arbitraire *D* de volume *V* est définie selon l'équation (D-6).

$$\bar{\varepsilon}_{ij} = \frac{1}{V}\int_D \varepsilon_{ij} dV \tag{D-6}$$

Soit $\boldsymbol{\varepsilon^0}$ le tenseur de déformation moyen appliqué sur le contour *S* de *D*. Le vecteur de déplacement $\boldsymbol{u^0}$ s'appliquant sur *S* est tel que $u^0_i = \varepsilon^0_{ij}\, n_j$. Le théorème de la moyenne en déformation indique que la moyenne volumique de la déformation à l'intérieur de *D* est égale à la déformation aux limites. On a alors l'équation (D-7).

$$\bar{\varepsilon}_{ij} = {\varepsilon^0}_{ij} \tag{D-7}$$

Démontrons désormais ce théorème. L'équation (D-6) permet d'écrire l'expression (D-8) en considérant la définition de la déformation en fonction du vecteur déplacement ***u***. L'application successive du théorème de flux-divergence permet alors d'écrire l'équation (D-9) puis (D-10), ce qui achève la démonstration du théorème de la moyenne en déformation.

$$\bar{\varepsilon}_{ij} = \frac{1}{V}\int_D \frac{1}{2}\left(u_{i,j} + u_{j,i}\right)dV = \frac{1}{2V}\int_D u_{i,j}dV + \frac{1}{2V}\int_D u_{j,i}dV \tag{D-8}$$

$$\bar{\varepsilon}_{ij} = \frac{1}{2V}\int_S u_i n_j dS + \frac{1}{2V}\int_S u_j n_i dS = \frac{1}{2V}\int_S {\varepsilon^0}_{ik} x_k n_j dS + \frac{1}{2V}\int_S {\varepsilon^0}_{jk} x_k n_i dS \tag{D-9}$$

$$\bar{\varepsilon}_{ij} = \frac{1}{2V}\int_S {\varepsilon^0}_{ik} x_{k,j} dS + \frac{1}{2V}\int_S {\varepsilon^0}_{jk} x_{k,i} dS = \frac{1}{2}\left({\varepsilon^0}_{ij} + {\varepsilon^0}_{ji}\right) = {\varepsilon^0}_{ij} \tag{D-10}$$

- Théorème de Hill-Mandel :

Le théorème de Hill-Mandel statue que sur un domaine *D* de volume *V*, la moyenne du produit de la contrainte et de la déformation est égale au produit de la contrainte moyenne et de la déformation moyenne. Ceci est représenté par l'équation (D-11), qui est au cœur de la définition d'un comportement effectif et particulièrement important lors de l'évaluation de l'énergie de déformation.

$$\overline{\sigma_{ij}\varepsilon_{ij}} = \bar{\sigma}_{ij}\bar{\varepsilon}_{ij} \tag{D-11}$$

Intéressons-nous à la démonstration de ce théorème. Tout d'abord, l'écart entre les deux grandeurs concernées peut s'exprimer selon l'équation (D-12). L'application du théorème de flux-divergence aboutit alors à l'expression (D-13), puis (D-14) et finalement (D-15). Cela permet alors d'écrire l'équation (D-16). Il est important de noter que trois conditions aux limites particulières permettent de retrouver l'égalité (D-11), en appliquant les conditions aux limites en traction ou en déplacement vues précédemment, ou encore avec des conditions aux limites périodiques. On trouve alors l'expression (D-17) qui démontre le théorème d'Hill-Mandel.

$$\overline{\sigma_{ij}\varepsilon_{ij}} - \bar{\sigma}_{ij}\bar{\varepsilon}_{ij} = \frac{1}{V}\int_D \sigma_{ij}\varepsilon_{ij}dV - \frac{\bar{\sigma}_{ij}\bar{\varepsilon}_{ik}}{V}\int_D \delta_{jk}dV = \frac{1}{V}\int_D u_{i,j}\sigma_{ij}dV - \frac{\bar{\sigma}_{ij}\bar{\varepsilon}_{ik}}{V}\int_D \delta_{jk}dV \tag{D-12}$$

$$\overline{\sigma_{ij}\varepsilon_{ij}} - \bar{\sigma}_{ij}\bar{\varepsilon}_{ij} = \frac{1}{V}\int_S u_i\sigma_{ij}n_j dS - \frac{\bar{\sigma}_{ij}\bar{\varepsilon}_{ik}}{V}\int_S n_k x_j dS \tag{D-13}$$

$$\overline{\sigma_{ij}\varepsilon_{ij}} - \bar{\sigma}_{ij}\bar{\varepsilon}_{ij} = \frac{1}{V}\int_S u_i\sigma_{ij}n_j dS - \frac{\bar{\sigma}_{ij}}{V}\int_V u_{i,j}dV = \frac{1}{V}\int_S u_i\sigma_{ij}n_j dS - \frac{1}{V}\int_S u_i\bar{\sigma}_{ij}n_j dS \tag{D-14}$$

$$\overline{\sigma_{ij}\varepsilon_{ij}} - \bar{\sigma}_{ij}\bar{\varepsilon}_{ij} = \frac{1}{V}\int_S u_i\sigma_{ij}n_j dS - \frac{\bar{\varepsilon}_{ij}}{V}\int_V \bar{\sigma}_{ij}dV = \frac{1}{V}\int_S u_i\sigma_{ij}n_j dS - \frac{1}{V}\int_S \bar{\varepsilon}_{ij}\bar{\sigma}_{ik}n_k x_j dS \tag{D-15}$$

$$\overline{\sigma_{ij}\varepsilon_{ij}} - \bar{\sigma}_{ij}\bar{\varepsilon}_{ij} = \frac{1}{V}\int_S \left(u_i - x_j\bar{\varepsilon}_{ij}\right)(\sigma_{ik}n_k - \bar{\sigma}_{ik}n_k)dS \tag{D-16}$$

$$\overline{\sigma_{ij}\varepsilon_{ij}} - \bar{\sigma}_{ij}\bar{\varepsilon}_{ij} = 0 \tag{D-17}$$

Annexe E : *Méthode auto-cohérente et solution de l'inclusion diluée*

La méthode de Mori-Tanaka n'est pas la seule approche micromécanique couramment utilisée. Cette annexe vise à résumer succinctement les deux autres grandes méthodes micromécaniques usuelles, à savoir l'approximation de l'inclusion diluée et le schéma auto-cohérent.

La méthode de Mori-Tanaka implique une perturbation des champs locaux de la matrice du fait de la présence des inclusions. Le comportement de chaque renfort est alors calculé comme si la déformation et le module tangent environnants étaient ceux de la matrice. En ce qui concerne l'approximation du milieu dilué, la déformation propre pour chaque inclusion est assumée indépendante de la présence d'autre renforts. La déformation de référence est alors celle du VER et le tenseur de rigidité de référence est celui de la matrice. Pour ce qui est de la méthode auto-cohérente, elle assume qu'une seule inclusion n'a qu'un effet négligeable sur le comportement effectif du VER, du fait de la présence d'une multitude de renforts. Le tenseur de rigidité de référence est alors celui du milieu homogénéisé. La déformation de référence est également définie comme étant celle du VER. Les hypothèses sur le comportement de référence pour une inclusion sont résumées dans le Tableau E-1 pour les trois méthodes micromécaniques. Ces hypothèses ont des conséquences sur les tenseurs de localisation en déformation ***A*** et en contrainte ***B***, comme indiqué par le Tableau E-2. Au final, l'approximation du milieu dilué ne s'applique que pour des fractions volumiques de renforts faibles de l'ordre de 5%. Le modèle de Mori-Tanaka permet quant à lui de considérer des concentrations de fibre plus élevées, mais commence à montrer ses limites autour de 30% d'inclusions. De son côté, le modèle auto-cohérent n'est pas réellement limité par cette fraction volumique, mais est intrinsèquement plus adapté à des matériaux organisés sous forme de grains, comme des matériaux polycristallins par exemple. En effet, l'hypothèse d'un milieu de référence correspondant au comportement effectif est bien adaptée à un matériau composé d'un nombre important de grains, ce qui n'est pas le cas pour un milieu comportant peu de phases.

Méthode micromécanique	Mori-Tanaka	Milieu dilué	Auto-cohérent
$\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\boldsymbol{Réf}}$	$\bar{\varepsilon}_{matrice}$	$\bar{\varepsilon}_{VER}$	$\bar{\varepsilon}_{VER}$
$\boldsymbol{L}_{\boldsymbol{Réf}}$	$L_{matrice}$	$L_{matrice}$	$\bar{L}_{VER}$

Tableau E-1 - Déformation et tenseur de rigidité de référence pour les différentes méthodes micromécaniques.

Méthode micromécanique	Mori-Tanaka	Milieu dilué	Auto-cohérent
$\boldsymbol{A_r}$	$T_r\left(\sum_{r=0}^{N} \boldsymbol{c_r} T_r\right)^{-1}$	T_r	$\bar{T}_r = [I_4 + \bar{S}_r \bar{M}(L_r - \bar{L})]^{-1}$
$\boldsymbol{B_r}$	$L_r T_r M_0 \left(\sum_{r=0}^{N} \boldsymbol{c_r} L_r T_r M_0\right)^{-1}$	$L_r T_r M_0$	$L_r \bar{T}_r \bar{M}$

Tableau E-2 - Tenseurs de localisation en déformation et en contrainte pour les différentes méthodes micromécaniques. *r* correspond à une phase donnée, en supposant *N* phases. *c* est une fraction volumique. ***T*** est un tenseur d'interaction et $\boldsymbol{M_0}$ est le tenseur de souplesse de la matrice.

Annexe F : *Fonctions analytiques utilisées en diffraction des rayons X*

La détermination des fonctions de densité d'orientation (ODF) a permis de constater que la forme des pics obtenus est similaire à ce que l'on peut observer en diffraction des rayons X pour un matériau cristallin. Il est alors légitime de modéliser les ODF avec les fonctions analytiques usuelles de cette technique. Celles-ci correspondent à une courbe de Gauss, de Lorentz, de pseudo-Voigt ou encore de Pearson VII. Cette annexe a donc pour objectif de présenter les densités de probabilités associées à chacune de ces fonctions.

- ✓ Fonction gaussienne :

Une fonction gaussienne est une fonction en exponentielle de l'opposé du carré de l'abscisse. La loi normale est un exemple connu de densité de probabilité gaussienne. Dans le cas présent, l'ODF se voit attribuée trois paramètres : une amplitude *H*, une moyenne *m* et un écart type α. La densité de probabilité correspondante s'exprime alors selon l'équation (F-1).

$$Gauss(\vartheta) = \frac{H}{\alpha\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\vartheta - m}{\alpha}\right)^2} \quad \text{(F-1)}$$

- ✓ Fonction lorentzienne :

La fonction lorentzienne permet de décrire des pics à la fois plus fins et plus évasés à leur base que ceux d'une courbe de Gauss. Elle nécessite également trois paramètres : une amplitude *H*, une moyenne *m* et coefficient *K* lié à la largeur du pic. La densité de probabilité correspondante est donnée par l'expression (F-2).

$$Lorentz(\vartheta) = \frac{H.K}{2\pi\left[(\vartheta - m)^2 + \frac{K^2}{4}\right]} \quad \text{(F-2)}$$

- ✓ Fonction de pseudo-Voigt :

Une fonction de Voigt est le produit de convolution d'une gaussienne et d'une lorentzienne ayant le même sommet. Une approximation de cette fonction est donnée par une simple somme de ces deux dernières fonctions. On parle alors de courbe de pseudo-Voigt. L'avantage est ici de permettre plus de souplesse au niveau de la forme du pic en combinant linéairement les deux courbes précédentes avec un paramètre dédié. Une fonction de pseudo-Voigt comporte alors 5 paramètres : une amplitude *H*, une moyenne *m*, un écart type gaussien α, une largeur de pic lorentzienne *K* et un facteur de proportionnalité η. La densité de probabilité correspondante est donnée par l'équation (F-3). Pour un facteur de proportionnalité unitaire, on retrouve une lorentzienne. Lorsqu'il est nul, c'est une gaussienne qui apparaît.

$$PseudoVoigt(\vartheta) = \eta.Lorentz(\vartheta) + (1 - \eta).Gauss(\vartheta) \quad \text{(F-3)}$$

✓ Fonction de Pearson VII :

Une fonction de Pearson VII est en fait une autre approximation d'une fonction de Voigt. Elle permet une variabilité de pic encore plus grande que celle de pseudo-Voigt. Elle nécessite 4 paramètres : une valeur maximale I_{max}, une moyenne m, un coefficient ω lié à la largeur de pic et un facteur de forme β. La densité de probabilité s'exprime alors selon l'expression (F-4). Il s'agit d'une version simplifiée de la fonction originale. Pour un facteur de forme inférieur à 1, on parle de courbe super-lorentzienne. On retrouve une fonction de Lorentz lorsque ce paramètre est égal à 1, et une fonction gaussienne quand il tend vers l'infini.

$$PearsonVII(\vartheta) = I_{max}\left[1 + K^2\frac{(\vartheta - m)^2}{M}\right]^{-M} \qquad \text{(F-4)}$$

La Figure F-1 réalise une comparaison à titre indicatif des quatre types de densité de probabilité abordés dans cette annexe. Les paramètres sont choisis afin de faire coïncider le sommet du pic et de montrer au mieux les disparités de forme du pic. Le facteur de proportionnalité de la courbe de pseudo-Voigt est ici pris à 0,5. Par ailleurs, la courbe de Pearson VII représentée est classée dans la catégorie des super-lorentziennes.

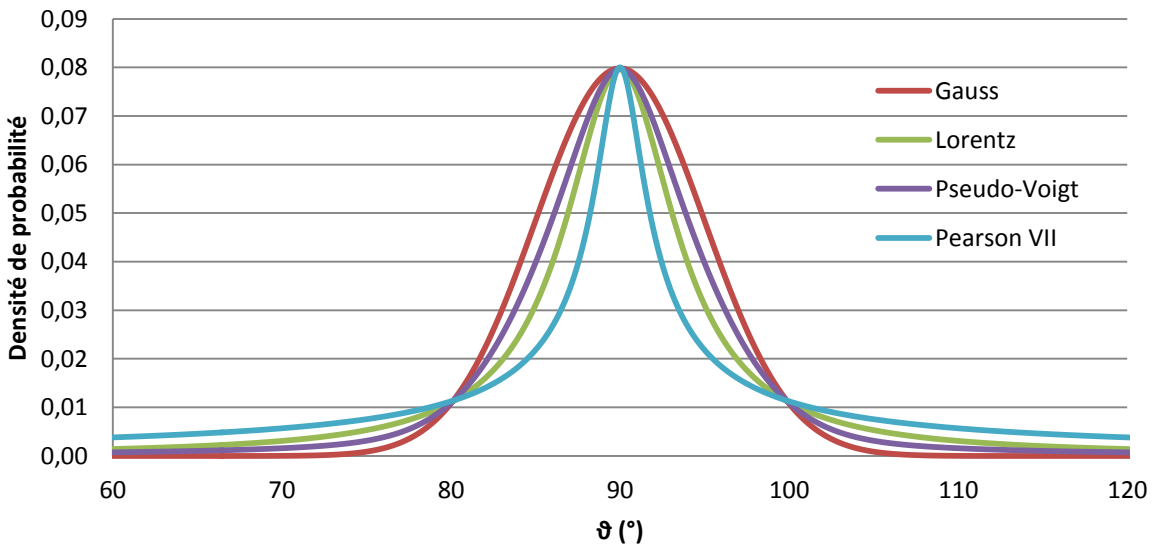


Figure F-1 - Comparaison des densités de probabilité des fonctions gaussienne, lorentzienne, de pseudo-Voigt et de Pearson V.

Analyse et modélisation des mécanismes d'endommagement et de déformation en fatigue multiaxiale de matériaux composites : polyamide renforcé par des fibres courtes

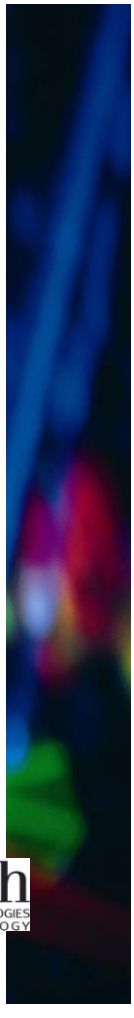
RESUME : Le présent travail de thèse se consacre au développement d'un nouveau modèle micromécanique pour les composites en thermoplastique renforcé par des fibres de verre courtes. L'objectif est notamment la modélisation du comportement visco-endommageable en fatigue du PA66-GF30. Ce matériau, particulièrement utilisé dans l'industrie automobile, est sujet à une microstructure spécifique issue du procédé de moulage par injection. L'approche multi-échelles développée consiste en une méthode de Mori-Tanaka modifiée, appliquée à des renforts avec enrobage et prenant en compte l'évolution de l'endommagement à l'échelle microscopique. La description des mécanismes d'endommagement se base sur une investigation expérimentale poussée préalablement menée au sein de l'équipe. Des scénarios d'endommagement ont été proposés et incluent trois processus locaux différents : la décohésion de l'interface, la microfissuration de la matrice et les ruptures de fibres. Ceux-ci sont spécialement affectés par la microstructure. L'approche développée intègre ces cinétiques d'endommagement ainsi que la viscoélasticité non-linéaire de la matrice et la distribution d'orientation des inclusions due au procédé de fabrication. Chaque mécanisme d'endommagement est modélisé par une loi d'évolution basée sur les contraintes locales calculées à l'échelle microscopique. La loi constitutive finale, à l'échelle du volume élémentaire représentatif, est implémentée dans une bibliothèque scientifique en C++, *SMART+*, et est conçue pour être compatible avec une analyse de structures par éléments finis. L'identification du modèle est réalisée par rétro-ingénierie, en tirant profit de résultats expérimentaux multi-échelles, dont notamment des tests in-situ au MEB ainsi qu'une analyse qualitative et quantitative par µCT.

Mots clés : Matériau composite, thermoplastique, fibre de verre courte, fatigue, modélisation multi-échelles, visco-endommagement

Analysis and modeling of the damage and deformation mechanisms under multiaxial fatigue of thermoplastic composites: polyamide reinforced by short fibers

ABSTRACT: The current work focuses on a new micromechanical high cycle fatigue visco-damage model for short glass fiber reinforced thermoplastic composites, namely: PA66/GF30. This material, extensively used for automotive applications, has a specific microstructure which is induced by the injection process. The multi-scale developed approach is a modified Mori-Tanaka method that includes coated reinforcements and the evolution of micro-scale damage processes. Their description is based on the experimental investigations of damage mechanisms previously performed by the team. Damage chronologies have been proposed involving three different local degradation processes: fiber-matrix interface debonding/coating degradation, matrix microcracking and fiber breakage. Their occurrence strongly depends on the microstructure. The developed model integrates these damage kinetics and accounts for the complex matrix viscoelasticity and the reinforcement orientation distributions induced by the process. Each damage mechanism is introduced through an evolution law involving local stress fields computed at the microscale. The developed constitutive law at the representative volume element scale is implemented into a C++ scientific library, *SMART+*, and is designed to work with Finite Element Methods. The model identification is performed via reverse engineering, taking advantage of the multiscale experimental results: in-situ SEM tests as well as quantitative and qualitative µCT investigations.

Keywords : Polymer-based composite, short glass fiber, fatigue, multiscale modeling, visco-damage



ARTS ET MÉTIERS ParisTech

ParisTech INSTITUT DES SCIENCES ET TECHNOLOGIES PARIS INSTITUTE OF TECHNOLOGY