Caractérisation de la perte dépendante de la polarisation de filtres optiques ultrafins

Vincent Henry

▶ **To cite this version:**

Vincent Henry. Caractérisation de la perte dépendante de la polarisation de filtres optiques ultrafins. Optique / photonique. Télécom ParisTech, 2014. Français. NNT : 2014ENST0077 . tel-01397421

HAL Id: tel-01397421
https://pastel.hal.science/tel-01397421

Submitted on 15 Nov 2016

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

ParisTech
INSTITUT DES SCIENCES ET TECHNOLOGIES
PARIS INSTITUTE OF TECHNOLOGY

TELECOM ParisTech

2014-ENST-0077

EDITE - ED 130

Doctorat ParisTech

T H È S E

pour obtenir le grade de docteur délivré par

TELECOM ParisTech

Spécialité « Électronique et communications »

présentée et soutenue publiquement par

Vincent HENRY

le 5 décembre 2014

Caractérisation de la perte dépendante de la polarisation de filtres optiques ultrafins

Directeur de thèse : **Renaud GABET**
Co-encadrement de la thèse : **Alain POUDOULEC**

Jury

M. Yves JAOUEN, Professeur, LTCI, Télécom ParisTech	Président du jury
Mme Frédérique DE FORNEL, Professeur, ICB, Université de Bourgogne	Rapporteur
M. Philippe GRAVEY, Professeur, Télécom Bretagne	Rapporteur
M. Christophe PEUCHERET, Professeur, FOTON, ENSSAT	Examinateur
M. Douglas BANEY, Ingénieur de recherche, Keysight Technologies	Examinateur
M. Michiel VAN DER KEUR, Président Directeur Général, Yenista Optics	Invité

TELECOM ParisTech
école de l'Institut Mines-Télécom - membre de ParisTech
46 rue Barrault 75013 Paris - (+33) 1 45 81 77 77 - www.telecom-paristech.fr

T H È S E

Sommaire

Remerciements **ix**

Abstract **xi**

Résumé **xi**

Introduction 3

1 Les filtres optiques ultrafins **3**

1.1 Le filtrage optique dans le contexte des systèmes WDM 3

1.1.1 Caractérisation d'un filtre passe-bande 4

1.1.2 Le filtrage ultrafin 5

1.2 Les filtres XTx 6

I Polarisation 9

2 Action d'un élément optique **11**

2.1 Le champ électrique 11

2.1.1 Approche scalaire 12

2.1.2 Le vecteur champ électrique 15

2.1.3 Transformation du champ – hypothèse linéaire 15

2.2 Bras et kets 17

2.2.1 Représentation d'un état 18

2.2.2 Produit scalaire 18

2.2.3 Produit dyadique 19

2.3 Opérateurs 19

2.3.1 Opérateur de transformation du champ 20
2.3.2 Opérateurs normaux 21
2.3.3 Opérateurs unitaires 22
2.3.4 Opérateurs hermitiens 22
2.3.5 Décomposition polaire d'un opérateur 23
2.3.6 Expansion de Pauli 23

3 Description de la polarisation 25
3.1 Le formalisme de Jones 25
3.1.1 Vecteurs de Jones 25
3.1.2 L'ellipse de polarisation 26
3.1.3 Les différentes polarisations 28
3.1.4 Matrices de Jones 30
3.2 Le formalisme de Mueller 32
3.2.1 Vecteurs de Stokes 32
3.2.2 La sphère de Poincaré 34
3.2.3 Matrice de Mueller 36
3.3 Connexions entre les formalismes de Jones et Mueller 37
3.3.1 Relations entre états 37
3.3.2 Relation entre les matrices 38

II Perte dépendante de la polarisation 41

4 Définition de la perte dépendante de la polarisation 43
4.1 Pertes d'insertion 43
4.2 Pertes dépendante de la polarisation 45

5 État de l'art de la mesure de la perte dépendante de la polarisation 49
5.1 Balayage de la sphère de Poincaré 50
5.1.1 Balayage pseudo-aléatoire 50
5.1.2 Balayage déterministe 51
5.2 Analyse de Jones 51
5.3 Analyse de Mueller 52
5.3.1 Protocole à 4 états 53

5.3.2 Protocole à 6 états 54
5.4 Choix de la méthode 54

6 Contributions à la méthode de Mueller 57
6.1 Description vectorielle de la méthode de Mueller 57
6.1.1 Le vecteur de PDL 57
6.1.2 Expression du vecteur de PDL à partir des coefficients de la matrice de Mueller 58
6.1.3 Concaténation des vecteurs de PDL 59
6.1.4 Compensation de la PDL par calibration 60
6.2 Approche alternative de la méthode de Mueller 64
6.3 Implications de l'approche alternative 65
6.3.1 Nouvelles stratégies de calcul et de mesure 65
6.3.2 Mesure sans polarimètre 68
6.4 Calcul amélioré du coefficient m_{00} dans le cas le protocole à 6 états . . 69

III Mesure de la perte dépendante de la polarisation 73

7 Validation du dispositif de mesure 75
7.1 Présentation du protocole expérimental 75
7.1.1 Source 75
7.1.2 Détecteurs 76
7.1.3 Contrôleur de polarisation 76
7.1.4 Coupleur 76
7.2 Mesure de références de PDL 77
7.2.1 Protocole à deux détecteurs 77
7.2.2 Implémentation à 1 détecteur 82
7.2.3 Implémentation alternative 83
7.3 Estimation des incertitudes 84
7.3.1 Répétabilité 84
7.3.2 Reproductibilité 86
7.3.3 Influence de la biréfringence 87
7.3.4 Incertitude propagée 89
7.3.5 Incertitude liée à la répétabilité de la longueur d'onde 90

8 Application à la mesure de filtres ultrafins **91**

8.1 Principe des filtres XTx 91

8.2 Modélisation de l'influence de la polarisation sur le gabarit 92

8.2.1 Modèle gaussien 92

8.2.2 Cas supergaussien 97

8.3 Mesure de filtres XTX 98

8.4 Application du modèle 100

8.5 L'XTx wide 104

9 Implémentation de la mesure de PDL dans un appareil commercial **111**

9.1 Présentation du CT400 111

9.2 Principe de fonctionnement du CT400 111

9.2.1 Bloc Mach-Zehnder 112

9.2.2 Bloc référencement en longueur d'onde 113

9.2.3 Bloc détection et acquisition 113

9.3 Vitesse de la mesure 113

9.4 Implémentation de la mesure de la PDL dans le CT400 115

9.4.1 Augmentation de la résolution 115

9.4.2 Intégration du contrôleur de polarisation 115

9.4.3 Définition du protocole de mesure 115

9.5 Mesures de PDL avec le CT400 117

9.5.1 Tests sur des références de PDL 117

9.5.2 Tests sur un filtre ultrafin 117

Conclusion **123**

10 Bilan et perspectives **123**

Références **125**

Table des figures **129**

Liste des tableaux **133**

Annexes **135**

A Incertitude de mesure **137**

A.1 Concept et enjeux 137

A.2 Vocabulaire métrologique (VIM) 137

A.3 Évaluation des incertitudes 139

A.3.1 Incertitudes de type A 139

A.3.2 Incertitudes de type B 141

A.3.3 Incertitude-type composée 141

A.3.4 Incertitude élargie 142

B Documents de spécifications **145**

Remerciements

Je tiens tout d'abord à remercier Renaud Gabet qui a été mon directeur de thèse tout au long de ces trois années.

Ma gratitude va également à Michiel Van Der Keur et Alain Poudoulec qui m'ont accueilli au sein de la société Yenista Optics et m'ont donné les moyens de mener à bien ce projet. Je salue par la même occasion tous les collègues de travail que j'ai pu côtoyer au cours de cette période.

Mes remerciements chaleureux vont à Frédérique de Fornel et Phillipe Gravey qui ont pris le temps de juger mon travail et également à Yves Jaouen, Christophe Peucheret ainsi que Douglas Baney qui ont accepté de faire partie de mon jury de thèse.

Je remercie vivement Yaneck Gottesman et Isabelle Zaquine qui ont pris part à ma soutenance à mi-parcours.

J'exprime aussi ma reconnaissance envers les différents professeurs qui ont jalonné ma scolarité et ont tous contribué à leur manière à m'orienter vers la voie que j'ai empruntée.

Une pensée pour tous les amis avec qui j'ai pu partager de bons (et de moins bons) moments.

Je remercie enfin toute ma famille qui m'a toujours soutenu durant toutes ces longues années d'étude.

Abstract

The increasing bit rate of WDM networks strengthens the constraints on the optical devices which constitute them. Strict monitoring of phenomena such as chromatic dispersion and polarization sensitivity becomes critical. In the case of optical filters, bandwidth reduction combined with steeper roll-offs unveil effects which were previously negligible. The Yenista Optics company encounters difficulties to control the polarization dependent loss of its optical filters during the manufacturing process. The goal of this thesis is to define a method which allows to accurately characterize polarization dependent loss of ultra-narrowband filters, that is filters whose the bandwidth is a few tens of picometers and the steepness is several hundreds of decibels per nanometer.

The first part of this thesis is the theoretical one. It aims at giving all the keys needed for the comprehension of all the notions which will be presented along the manuscript. The essential mathematical concepts for studying polarization are presented: vectors, operators etc. The physical meaning of the deduced properties is given in the context of two well-known descriptions of polarization which are the Jones and Mueller formalisms.

The second part is focused on polarization dependent loss. After having given its definition, a review of the state of the art concerning PDL measurement is made. We then give further details on the Mueller Matrix Method which is the most adapted for us. We present an analysis of PDL based on a vectorial approach. Revisiting the Mueller method with it, we give for the first time, in the state of our knowledge, an explicit formula which explains the calibration process. We also propose original implementations of the method.

The third and last part is oriented on experimentation. We first use the vectorial analysis to characterize elements whose the PDL is known and the results are compared to those get with the matrix method. It is then applied to ultra-narrowband optical filters. We present simulations based on a gaussian model which put in evidence behaviors specific to ultra-narrowband filters. The models are confirmed by measurements. Eventually, we present an implementation of the vectorial PDL measurement in a commercial device.

Résumé

L'augmentation des débits des réseaux WDM impose des contraintes de plus en plus restrictives sur les composants optiques qui les constituent. La maîtrise rigoureuse des phénomènes tels que la dispersion chromatique ou la sensibilité à la polarisation prend une importance capitale. Dans le cas des filtres optiques, la combinaison de la réduction de la bande passante et de l'accentuation des pentes tend à faire apparaître des effets auparavant négligeables. La société Yenista Optics rencontre des difficultés à contrôler la perte dépendante de la polarisation (PDL) de ses filtres au cours du processus de fabrication. L'objectif de cette thèse est de définir une méthode permettant

de caractériser correctement un filtre optique dit ultrafin, c'est à dire dont la bande passante est de l'ordre de la dizaine de picomètres et les pentes de l'ordre de plusieurs centaines de dB par nanomètre.

La première partie de la thèse se concentre sur la description du cadre théorique. Elle a pour vocation à donner toutes les clés nécessaires à la compréhension des notions abordées dans la suite du manuscrit. Les concepts mathématiques indispensables à l'étude de la polarisation dans le cadre d'une description algébrique sont présentés : vecteurs, opérateurs etc. Le sens physique des propriétés déduites est explicité dans le contexte des descriptions classiques de la polarisation que sont les formalismes de Jones et de Mueller.

La deuxième partie est focalisée sur la perte dépendante de la polarisation. Après en avoir donné sa définition, on effectue une revue de l'état de l'art des méthodes qui permettent de la mesurer. On procède ensuite à une étude plus approfondie de la méthode de Mueller qui s'avère être celle qui est la plus adaptée pour répondre à notre problématique. Nous présentons ensuite une description de la PDL basée sur une interprétation vectorielle. Une analyse de la méthode de Mueller basée sur cette dernière nous permet de donner pour la première fois à notre connaissance des formules analytiques explicitant le processus de calibration. Elle nous permet également de proposer des implémentations originales de la méthode.

La troisième et dernière partie est orientée sur l'expérimentation. Tout d'abord, l'analyse vectorielle décrite dans la partie précédente est mise en oeuvre pour caractériser des éléments dont la PDL est connue et les résultats sont comparés avec ceux obtenus au moyen de la méthode classique. Nous l'appliquons ensuite pour caractériser des filtres ultrafins. Nous présentons des modèles basés sur une simulation gaussienne qui permettent de mettre en évidence des comportements spécifiques aux filtres ultrafins. Les modèles sont confortés par les mesures expérimentales. Pour finir, nous présentons une implémentation de la méthode vectorielle dans un appareil commercial.

Introduction

Section 1

Les filtres optiques ultrafins

Le domaine des télécommunications optiques peut être considéré comme faisant partie des champs technologiques qui ont connu des révolutions majeures au cours des dernières décennies et dont les évolutions contribuent encore à façonner nos usages au quotidien. Depuis la première démonstration expérimentale du potentiel de la fibre optique en tant que guide d'onde pour la lumière en 1966, l'obsession des chercheurs et des ingénieurs a toujours été d'y faire transiter de plus en plus d'information, de plus en plus loin. Les progrès ont été rendus possibles par les évolutions conjuguées du matériel (diodes lasers, fibres à faible atténuation, fibre monomode) et des méthodes. La plus fameuse d'entre elles est certainement la technique du multiplexage en longueur d'onde (*Wavelength Division Multiplexing*, WDM) qui consiste à coder l'information sur différents canaux qui sont transmis dans une même fibre. Un réseau exploitant la technologie WDM est constitué d'un ensemble d'éléments hétérogènes, chacun assurant une fonction spécifique. L'augmentation des débits a pour conséquence de rendre le système d'autant plus sensible aux effets tels que la dispersion chromatique ou la polarisation. Cela implique que les caractéristiques des éléments optiques qui constituent le réseau soient rigoureusement contrôlées.

1.1 Le filtrage optique dans le contexte des systèmes WDM

Les filtres optiques font partie des briques de base des systèmes WDM. Dans ce contexte d'utilisation, on peut distinguer deux catégories principales : les filtres « passe-bande » et les filtres « coupe-bande ». Les premiers ne transmettent qu'une bande spectrale particulière et rejettent le reste du signal, tandis que les seconds assurent la fonction complémentaire. Dans le cadre de cette thèse, nous nous intéresserons à l'étude des filtres « passe-bande ».

1.1.1 Caractérisation d'un filtre passe-bande

Pour caractériser le gabarit d'un filtre passe-bande, il faut introduire un certain nombre de paramètres (cf. fig. 1.1).

— *L'atténuation de référence*. Sa signification est ambiguë. Elle peut en fonction du contexte se rapporter à l'atténuation minimale du filtre, l'atténuation à une fréquence (ou longueur d'onde) de référence ou encore être une donnée purement nominale.
— *La bande passante*. C'est l'intervalle de fréquence (ou de longueur d'onde) dans lequel l'atténuation est de moins de 3 dB par rapport à l'atténuation de référence.
— *La fréquence (ou longueur d'onde) centrale*. Elle ne fait vraiment sens lorsque que le filtre est symétrique. C'est la fréquence (ou longueur d'onde) située au centre de la bande passante.
— *la dynamique*. Elle correspond à la différence entre le niveau de bruit et l'atténuation de référence.
— *la raideur*. Elle est définie comme la pente du filtre sur son flanc entre deux niveaux d'atténuation particuliers.

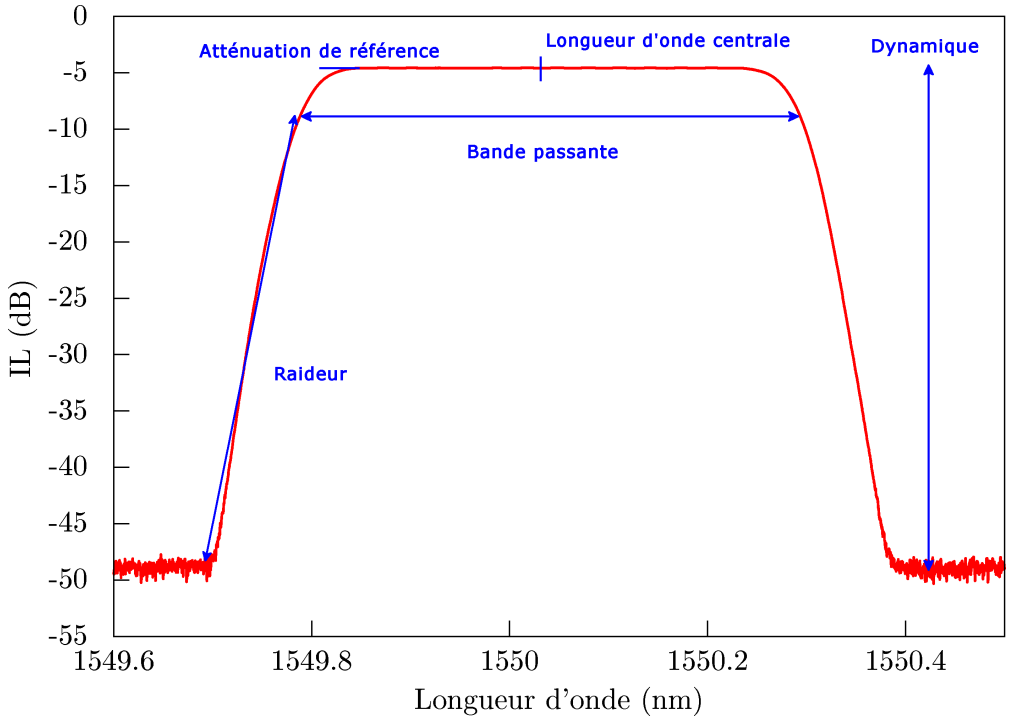


FIGURE 1.1 – Profil spectral d'un filtre optique passe-bande.

Les propriétés désirées d'un filtre sont très liées à l'usage que l'on souhaite en faire. Dans le cadre des premiers réseaux optiques WDM, l'accent a tout d'abord été mis sur une faible atténuation, une bande passante étroite et une raideur importante.

1.1.2 Le filtrage ultrafin

Les premières solutions retenues pour augmenter les débits des réseaux WDM ont été l'augmentation du nombre de canaux. Cela s'est traduit par l'extension de la bande passante exploitée, permise en particulier par les évolutions des lasers et des fibres, et la densification des grilles, acquise par la réduction de la largeur et de l'espacement des canaux. Les travaux récents mettent quant à eux l'accent sur la notion d'efficacité spectrale. Il s'agit de maximiser la quantité d'information pouvant être transmise dans un intervalle spectral donné. De nouvelles approches sont massivement étudiées, basées notamment sur la détection cohérente et les nouveaux formats de modulation. L'une d'entre elle, l'OFDM, revient à découper un canal en différents sous-canaux, ce qui nécessite l'utilisation de filtre dits « ultrafins ». Ce que nous appelons filtre ultrafin est un filtre dont la bande passante est de l'ordre de quelques gigahertz, soit quelques dizaines de picomètres dans le domaines des longueurs d'onde des bandes télécom, et pour lequel la raideur est supérieure à plusieurs centaines de dB par nanomètre (cf. fig. 1.2).

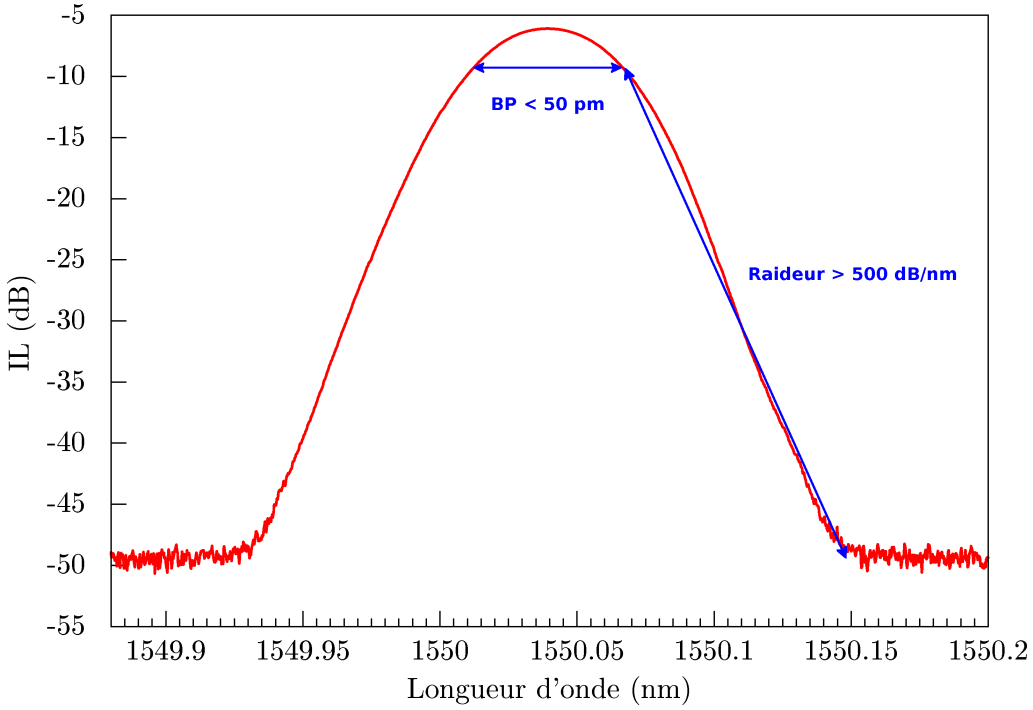


FIGURE 1.2 – Profil spectral d'un filtre optique passe-bande ultrafin.

La réduction de la bande passante et l'augmentation de la raideur est la réponse directe à la densification des canaux WDM, mais les nouveaux réseaux optiques mettent à profit des techniques nouvelles pour décupler le débit, notamment la détection cohérente, les nouveaux formats de modulation etc. Les filtres ne se doivent plus seulement d'être fins et raides, mais leur dispersion chromatique et leur sensibilité à la polarisation doit être strictement contrôlée.

1.2 Les filtres XTx

La société Yenista Optics a développé toute une gamme de filtres optiques ultrafins accordables en longueur d'onde et en bande passante. La plage d'accordabilité en longueur d'onde couvre au choix la bande « O », de 1260 nm à 1360 nm ou les bandes « C » et « L », de 1450 nm à 1650 nm. L'accordabilité en bande passante descend jusque 32 pm pour les modèles les plus fins et jusque 5 nm pour le modèle étendu.

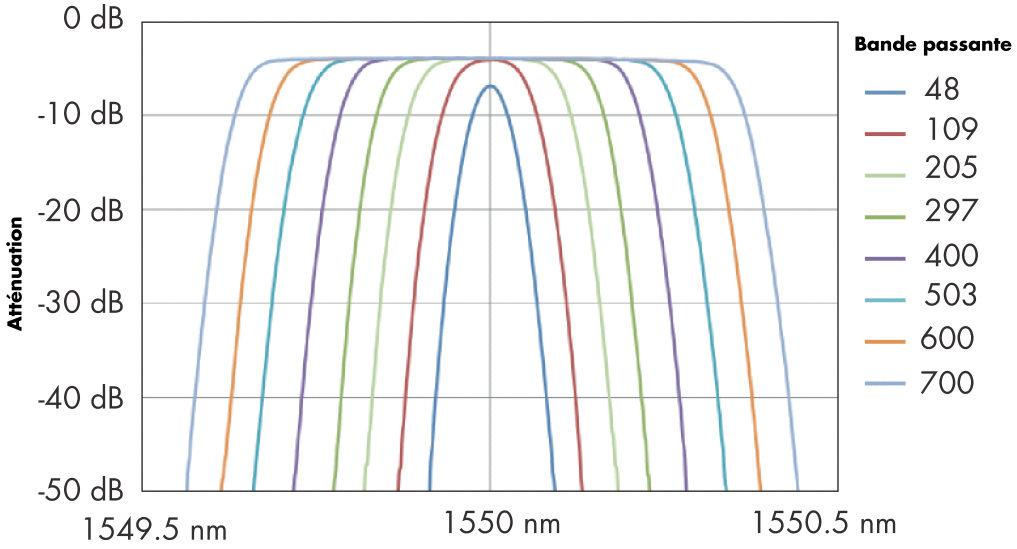


FIGURE 1.3 – Profil en transmission d'un filtre XTx pour différentes bandes passantes

Au fur et à mesure que la largeur des filtres a décru, il est apparu qu'il devenait de plus en plus difficile d'assurer une bonne reproductibilité des propriétés optiques. Cela se manifestait en particulier sur la sensibilité à la polarisation du filtre. Il s'est avéré que certains processus de fabrication et de mesure n'étaient pas adaptés au cas des filtres ultrafins. Le cadre dans lequel s'inscrit le travail de thèse qui va être présenté dans ce document est donc d'une part l'identification des phénomènes propres à la mesure des filtres ultrafins et d'autre part le développement d'une solution de mesure pouvant être mise à profit dans un cadre industriel au sein de la société Yenista Optics.

La première partie sera consacrée à la mise en place du cadre théorique. Tout d'abord, nous présenterons les concepts physiques indispensables à l'étude de la lumière, en particulier les lois de propagation du champ électromagnétique qui permettront d'aboutir aux prémices de la notion de polarisation. Dans le cadre de l'optique linéaire, nous verrons que les transformations du champ peuvent être décrites à l'aide de matrices, ce qui suggère un traitement algébrique des phénomènes physiques associés. Le formalisme de Dirac, qui est celui que nous avons adopté, s'inscrit tout à fait dans ce cadre. Une fois présentées les règles de base des objets manipulés, nous établirons un certain nombre de propriétés qui en découlent et dont le sens physique sera donné en l'appliquant aux deux formalismes classiques de description de la polarisation : les formalismes de Jones et de Mueller. Les concepts spécifiques à la polarisation seront finalement détaillés.

La deuxième partie va préciser la signification des paramètres optiques étudiés dans le cadre de cette thèse. Nous introduirons en particulier le concept de perte d'insertion et celui de perte dépendante de la polarisation. Une revue de l'état de l'art des méthodes de mesure de la perte dépendante de la polarisation sera effectuée. Nous mettrons en exergue les spécificités de chacune des méthodes, ce qui nous permettra de justifier les raisons pour lesquelles notre choix s'est porté sur la méthode de Mueller. Une analyse plus détaillée de celle-ci va nous conduire à proposer une vision alternative de la mesure qui se base sur l'adoption d'un point de vue vectoriel, par opposition à l'interprétation classique qui se veut une analyse matricielle. Cette approche va nous permettre de proposer de nouvelles façons de calculer la perte dépendante de la polarisation tout en restant dans le cadre de la méthode de Mueller.

La troisième et dernière partie se focalise sur l'implémentation pratique du protocole de Mueller. Dans un premier temps, nous validerons les hypothèses formulées dans la partie précédente en caractérisant des éléments dont la perte dépendante de la polarisation est connue. On donnera aussi une estimation des incertitudes du banc de mesure mis en place. On passera ensuite à la caractérisation des filtres ultrafins. A l'aide d'un modèle, nous reproduirons les profils de perte dépendante de la polarisation mesurés pour mettre en évidence les différentes facettes sous lesquelles peut se manifester la perte dépendante de la polarisation dans le cas des filtres ultrafins. Enfin, nous implémenterons notre protocole dans un appareil commercial : le CT400. Nous montrerons qu'en dépit de performances dégradées par rapport au banc de mesure, il est néanmoins apte à la caractérisation des filtres ultrafins.

Première partie

Polarisation

Section 2

Action d'un élément optique

Cette première section est consacrée à la mise en place des outils qui nous serviront de support dans la suite du manuscrit. Nous débuterons par une brève mise au point sur les concepts physiques indispensables à l'étude de la lumière. Nous présenterons ensuite le formalisme de Dirac [1] que nous avons adopté dans la continuité de la littérature récente qui aborde la polarisation sous un angle algébrique [2, 3]. Les mécanismes et propriétés utiles des objets manipulés (bras, kets, opérateurs) seront détaillés.

2.1 Le champ électrique

La compréhension des phénomènes que nous allons étudier dans la suite du document passe par une description rigoureuse des mécanismes sous-jacents. Nous allons donc commencer par énoncer quelques principes sur le comportement de la lumière. En tant qu'onde électromagnétique, elle obéit aux équations de Maxwell [4]. Toutefois, puisque seul l'aspect propagatif nous intéresse, nous ne nous attarderons pas sur l'obtention des équations de propagation à partir des équations fondamentales mais nous nous contenterons directement des résultats.

Le modèle considéré sera celui de la propagation d'une onde électromagnétique dans un milieu diélectrique linéaire et isotrope. Ce choix se justifie par le fait que le contexte de ce travail de thèse est celui de l'optique fibrée et que du verre s'assimile en première approximation à un tel milieu. Dans ce cadre, une onde électromagnétique possède localement une structure d'onde plane. Les champ électrique et le champ magnétique sont orthogonaux, contenus dans le plan transverse à la direction de propagation. Ils forment un trièdre direct avec le vecteur d'onde (voir fig. 2.1).

Sachant que les expressions du champ électrique et du champ magnétique sont liées par les équations de Maxwell et que la connaissance de l'une permet d'en déduire l'autre, nous nous contenterons dans la suite du manuscrit de la description du champ électrique.

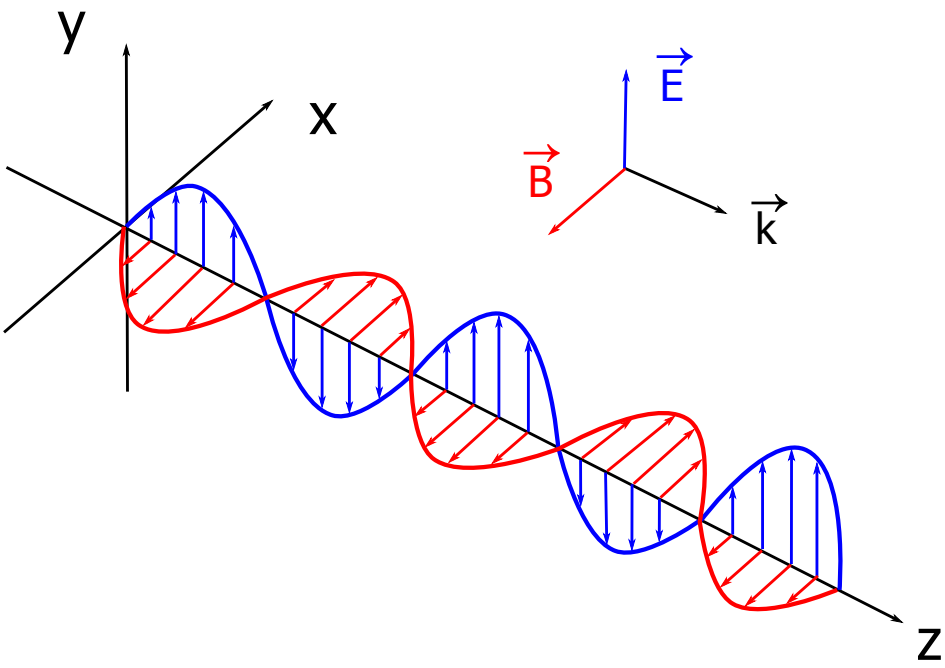


FIGURE 2.1 – Propagation du champ électromagnétique dans un milieu diélectrique linéaire, homogène et isotrope. Le champ électrique $\vec{\mathrm{E}}$ et le champ magnétique $\vec{\mathrm{B}}$ sont contenus dans le plan transverse à la direction de propagation. $\vec{k}$, le vecteur d'onde, $\vec{\mathrm{E}}$ et $\vec{\mathrm{B}}$ forment un trièdre direct.

2.1.1 Approche scalaire

La solution générale la plus simple de l'équation de propagation est la somme de deux ondes planes progressives monochromatiques (OPPM) donnant naissance à une onde stationnaire [5]. L'amplitude du champ électrique pour une OPPM se propageant selon l'axe z vers les z positifs est donnée en un point de l'axe par

$$\mathrm{E}^{+}(z,t) = \mathrm{E}_0^{+} \cos\left(\omega t - kz + \varphi\right), \tag{2.1}$$

ou sous forme exponentielle par

$$\mathrm{E}^{+}(z,t) = \frac{1}{2}\left\{\mathrm{E}_0^{+} \exp\left[i\left(\omega t - kz + \varphi\right)\right] + \mathrm{E}_0^{+} \exp\left[-i\left(\omega t - kz + \varphi\right)\right]\right\}. \tag{2.2}$$

— ω est la *pulsation* de l'onde. Elle est reliée à la fréquence f et à la longueur d'onde dans le vide λ_0 par

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi c}{\lambda_0 n(\omega)}, \tag{2.3}$$

où $c = 299\,792\,458$ m/s est la vitesse de la lumière dans le vide et $n(\omega)$ est l'*indice de réfraction* du milieu à la pulsation ω.

— k est le *nombre d'onde*. Il est relié à la pulsation par la relation de dispersion

$$k = \frac{\omega n(\omega)}{c}. \tag{2.4}$$

— φ est un facteur de phase.

Le qualificatif monochromatique se rapporte au fait qu'une telle onde ne possède qu'une seule fréquence pure, f. Cependant, c'est un modèle physiquement irréaliste car cela implique une densité spectrale d'énergie infinie. Une représentation plus convenable et physiquement acceptable est celle du *paquet d'ondes* qui est une combinaison linéaire, ou une superposition, d'OPPMs

$$\mathrm{E}^+(z,t) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\mathrm{A}^+(\omega)}{2} \{\mathrm{E}_0^+ \exp\left[i\left(\omega t - kz + \varphi\right)\right] + \mathrm{E}_0^+ \exp\left[-i\left(\omega t - kz + \varphi\right)\right]\} \mathrm{d}\omega. \tag{2.5}$$

$\mathrm{A}^+(\omega)$ est le *spectre* de l'onde. Mathématiquement, il représente le poids relatif de chacune des composantes spectrales qui constituent le paquet. Dans le cas d'une onde monochromatique, le spectre est un δ de dirac (voir fig. 2.2), c'est à dire tel que

$$\delta(\omega - \omega_0) = \begin{cases} 0 & \omega \neq \omega_0 \\ 1 & \omega = \omega_0 \end{cases} . \tag{2.6}$$

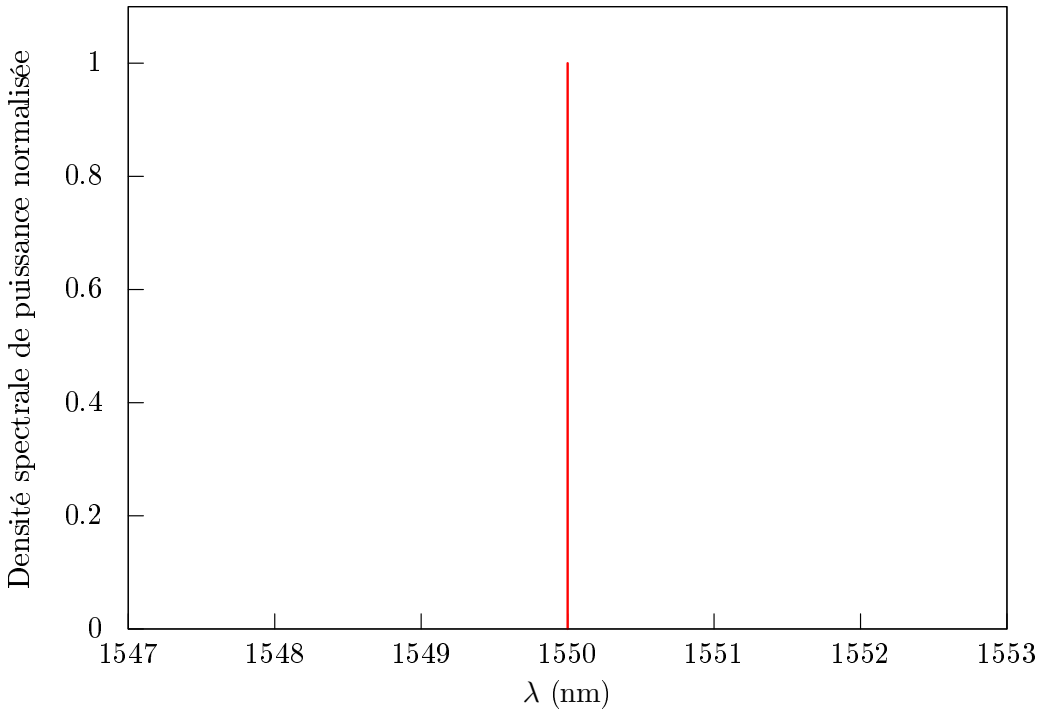


FIGURE 2.2 – Le spectre d'une OPPM est un δ de Dirac. Toute l'énergie de l'onde est concentrée dans une bande spectrale infiniment fine, ce qui est physiquement irréaliste.

Pour un paquet d'onde, une modélisation fréquemment rencontrée est celle du paquet d'onde gaussien (voir fig. 2.3)

$$\mathrm{A}^+(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left[\frac{(\omega - \omega_0)^2}{2\sigma^2}\right]. \tag{2.7}$$

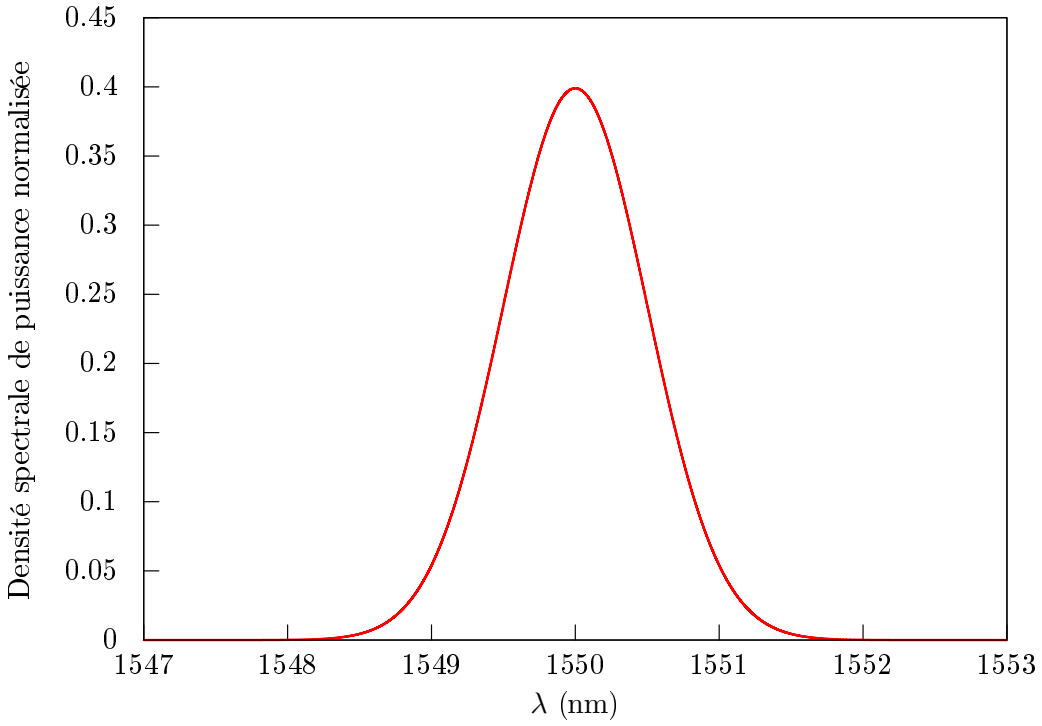


FIGURE 2.3 – Un paquet d'onde gaussien est une superposition d'OPPM dont les poids relatifs sont répartis selon une loi normale.

Maintenant, si on pose

$$\begin{cases} \mathrm{E}_1^+(z,\omega) = \dfrac{\mathrm{A}^+(\omega)}{2}\mathrm{E}_0^+ \exp\left[-i\left(kz-\varphi\right)\right] \\ \mathrm{E}_2^+(z,\omega) = \dfrac{\mathrm{A}^+(\omega)}{2}\mathrm{E}_0^+ \exp\left[i\left(kz-\varphi\right)\right] \end{cases}, \tag{2.8}$$

on peut alors écrire

$$\mathrm{E}^+(z,t) = \int_{-\infty}^{\infty} \left\{\mathrm{E}_1^+(z,\omega)\exp(i\omega t) - \mathrm{E}_2^+(z,-\omega)\exp(i\omega t)\right\}\,\mathrm{d}\omega, \tag{2.9}$$

soit

$$\mathrm{E}^+(z,t) = \int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{E}^+(z,\omega)\exp(i\omega t)\,\mathrm{d}\omega, \tag{2.10}$$

où

$$\mathrm{E}^+(z,\omega) = \mathrm{E}_1^+(z,\omega) - \mathrm{E}_2^+(z,-\omega). \tag{2.11}$$

On a donc une relation de type Fourier entre $\mathrm{E}^+(z,t)$ et $\mathrm{E}^+(z,\omega)$

$$\begin{cases} \mathrm{E}^+(z,t) = \displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{E}^+(z,\omega)\exp(i\omega t)\,\mathrm{d}\omega = \sqrt{2\pi}\,\mathcal{F}^{-1}\left\{\mathrm{E}^+(z,\omega)\right\} \\ \mathrm{E}^+(z,\omega) = \displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{E}^+(z,t)\exp(-i\omega t)\,\mathrm{d}t = \sqrt{2\pi}\,\mathcal{F}\left\{\mathrm{E}^+(z,t)\right\} \end{cases}, \tag{2.12}$$

où $\mathcal{F}\{.\}$ est la transformation de Fourier.

Pour une onde se propageant vers les z négatifs, on a

$$\mathrm{E}^-(z,t) = \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \mathrm{E}_1^-(z,\omega)\exp(i\omega t) - \mathrm{E}_2^-(z,-\omega)\exp(i\omega t) \right\} \mathrm{d}\omega, \tag{2.13}$$

avec

$$\begin{cases} \mathrm{E}_1^-(z,\omega) = \dfrac{\mathrm{A}^-(\omega)}{2}\mathrm{E}_0^- \exp\left[i\left(kz+\varphi\right)\right) \\ \mathrm{E}_2^-(z,\omega) = \dfrac{\mathrm{A}^-(\omega)}{2}\mathrm{E}_0^- \exp\left[-i\left(kz+\varphi\right)\right] \end{cases}. \tag{2.14}$$

La solution générale de l'équation de propagation est donc

$$\boxed{\begin{cases} \mathrm{E}(z,t) = \mathrm{E}^+(z,t) + \mathrm{E}^-(z,t) \\ \mathrm{E}(z,\omega) = \mathrm{E}^+(z,\omega) + \mathrm{E}^-(z,\omega) \end{cases}.} \tag{2.15}$$

2.1.2 Le vecteur champ électrique

Le champ électrique n'est pas un simple champ scalaire mais un champ vectoriel. Dans un milieu diélectrique linéaire et isotrope, on a déjà signalé qu'il était contenu dans le plan transverse à la direction de propagation. Autrement dit, on peut complètement le caractériser à l'aide d'un vecteur de dimension 2 (voir fig. 2.4). Une base de décomposition du champ est donnée par la projection sur deux vecteurs unitaires orthogonaux $\vec{\varepsilon_n}$ et $\vec{\varepsilon_m}$

$$\boxed{\begin{cases} \vec{\mathrm{E}}(z,t) = \mathrm{E}_n(z,t)\vec{\varepsilon_n} + \mathrm{E}_m(z,t)\vec{\varepsilon_m} \\ \vec{\mathrm{E}}(z,\omega) = \mathrm{E}_n(z,\omega)\vec{\varepsilon_n} + \mathrm{E}_m(z,\omega)\vec{\varepsilon_m} \end{cases}.} \tag{2.16}$$

2.1.3 Transformation du champ – hypothèse linéaire

Cas scalaire

En restant dans le cadre de l'optique linéaire, on peut considérer un composant optique comme étant un système linéaire [6], c'est à dire qui respecte *le principe de superposition*. Si $\mathcal{R}$ est la fonction réponse du sytème, c'est à dire telle que pour un stimulus $x(t)$ la réponse $y(t)$ est de la forme

$$y(t) = \mathcal{R}\{x(t)\}, \tag{2.17}$$

alors on doit avoir

$$\mathcal{R}\{\alpha x_1(t) + \beta x_2(t)\} = \alpha y_1(t) + \beta y_2(t), \tag{2.18}$$

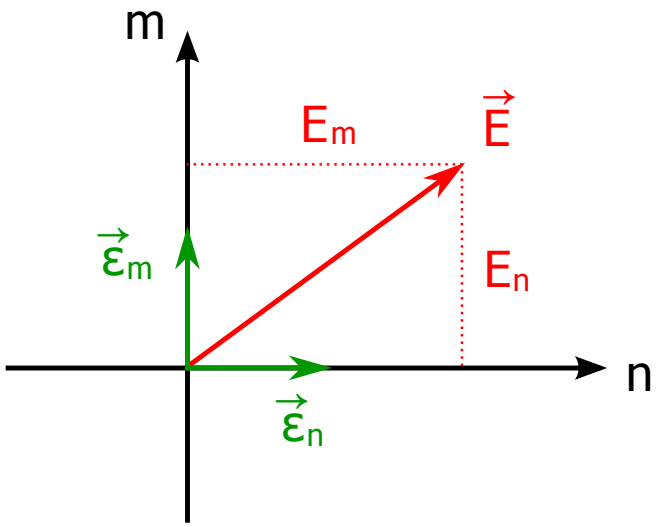


FIGURE 2.4 – Décomposition du vecteur champ électrique de dimension 2 sur une base formée de deux vecteurs unitaires orthogonaux du plan transverse à la direction de propagation.

où α et β sont des scalaires. Si on admet en outre que les propriétés du système étudié sont invariantes dans le temps [1], alors on peut décrire son action par une opération de convolution

$$\mathrm{E}(z_{out},t) = \mathrm{E}(z_{in},t) * \mathrm{G}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{E}(z_{in},\tau)\mathrm{G}_{z_{in},z_{out}}(t-\tau)\,\mathrm{d}\tau. \tag{2.19}$$

$\mathrm{G}_{z_{in},z_{out}}(t)$ est la *réponse impulsionnelle*, ou *fonction de Green*, du système. Si on se place dans le domaine de Fourier, la convolution devient une simple multiplication, et on a alors

$$\boxed{\mathrm{E}(z_{out},\omega) = \mathrm{G}_{z_{in},z_{out}}(\omega)\mathrm{E}(z_{in},\omega),} \tag{2.20}$$

où

$$\mathrm{G}_{z_{in},z_{out}}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{G}_{z_{in},z_{out}}(t)\exp(i\omega t)\,\mathrm{d}\omega = \sqrt{2\pi}\,\mathcal{F}\left\{\mathrm{G}_{z_{in},z_{out}}(t)\right\} \tag{2.21}$$

est la *fonction de transfert* (voir fig. 2.5). De manière générale, elle est complexe et peut se mettre sous la forme

$$\boxed{\mathrm{G}(\omega) = |\mathrm{G}(\omega)|\exp[i\phi(\omega)].} \tag{2.22}$$

$|\mathrm{G}(\omega)|$ est la *réponse en fréquence* et $\exp[i\phi(\omega)]$ est la *réponse en phase*.

Généralisation vectorielle de la fonction de transfert

Soit le vecteur associé au champ électrique

$$\vec{\mathrm{E}} = \begin{pmatrix} \mathrm{E}_n \\ \mathrm{E}_m \end{pmatrix}. \tag{2.23}$$

1. Tout du moins ne varient pas pendant la mesure.

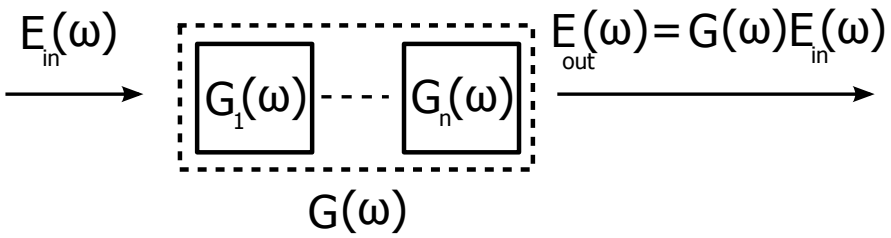


FIGURE 2.5 – Modélisation de l'action d'un composant linéaire sur une composante scalaire du champ électrique. La fonction de transfert $\mathrm{G}(\omega)$ du système est le produit des fonctions de transfert des parties qui le composent.

C'est un vecteur de dimension 2 et l'action d'un composant sur le champ est alors décrite par

$$\boxed{\vec{\mathrm{E}}' = \widehat{\mathrm{G}}(\omega)\vec{\mathrm{E}},} \tag{2.24}$$

où

$$\widehat{\mathrm{G}}(\omega) = \begin{pmatrix} g_{nn}(\omega) & g_{nm}(\omega) \\ g_{mn}(\omega) & g_{mm}(\omega) \end{pmatrix} \tag{2.25}$$

est une matrice 2×2 appelée *matrice de transfert* qui généralise la notion de fonction de transfert. Dans le cas où les deux valeurs propres sont non nulles, elles sont de la forme

$$\boxed{\begin{cases} \mathrm{G}_n(\omega) = |\mathrm{G}_n(\omega)| \exp[i\phi_n(\omega)] \\ \mathrm{G}_m(\omega) = |\mathrm{G}_m(\omega)| \exp[i\phi_m(\omega)] \end{cases},} \tag{2.26}$$

de telle sorte qu'il existe une décomposition

$$\widehat{\mathrm{G}}(\omega) = \begin{pmatrix} \mathrm{G}_n(\omega) & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \mathrm{G}_m(\omega) \end{pmatrix} = \widehat{\mathrm{G}}_n(\omega)\widehat{\mathrm{G}}_m(\omega). \tag{2.27}$$

Au niveau de l'interprétation, cela revient à dire qu'on peut considérer qu'il existe deux sous-éléments indépendants de matrice de transfert respective $\widehat{\mathrm{G}}_n(\omega)$ et $\widehat{\mathrm{G}}_m(\omega)$ qui agissent sur une seule composante du champ électrique et laissent l'autre invariante. Cela signifie que l'on peut dans ce cas dissocier l'action d'un élément optique sur les deux composantes orthogonales du champ qui peuvent alors être traitées séparément comme dans le cas scalaire.

2.2 Bras et kets

Pour décrire le champ et l'action d'un élément optique sur celui-ci, nous allons adopter à partir de maintenant le formalisme de Dirac. Son intérêt est multiple. Tout d'abord, sa concision permet de conserver des notations allégées et donc de ne pas surcharger inutilement le propos. Ensuite, son niveau d'abstraction élevé lui donne la possibilité d'établir ou d'exploiter des résultats à portée très générale que l'on peut

par la suite choisir d'appliquer à des cas spécifiques. Cette approche algébrique de la polarisation a déjà été explorée depuis un certain temps [7] mais tend à se généraliser seulement récemment [2, 3, 8].

Nous allons dans un premier temps présenter les objets manipulés par le formalisme puis les règles qui s'y appliquent.

2.2.1 Représentation d'un état

Un état physique est représenté par un ket $|s\rangle$. Mathématiquement, un ket est un vecteur appartement à un espace complexe de dimension N

$$|s\rangle = \begin{pmatrix} s_1 \\ \vdots \\ s_{\mathrm{N}} \end{pmatrix}. \tag{2.28}$$

Les $\{s_n\}$ sont des nombres complexes qui correspondent aux composantes du ket rapportées à une base de l'espace. L'ensemble des kets physiquement accessibles au système constitue l'*espace des états*.

Un bra est l'adjoint (transposé-conjugué) d'un ket

$$\langle s| = (|s\rangle)^\dagger = \begin{pmatrix} s_1^* & \cdots & s_{\mathrm{N}}^* \end{pmatrix}. \tag{2.29}$$

Il est la représentation du même état physique que son ket associé mais dans l'espace dual.

2.2.2 Produit scalaire

Le produit scalaire est défini comme

$$\langle a|b\rangle = \begin{pmatrix} a_1^* & \cdots & a_{\mathrm{N}}^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_{\mathrm{N}} \end{pmatrix} = \sum_{n=1}^{\mathrm{N}} a_i^* b_i. \tag{2.30}$$

Deux états $|a\rangle$ et $|b\rangle$ sont orthogonaux si et seulement si leur produit scalaire est nul

$$|a\rangle \text{ orthogonal à } |b\rangle \quad \Longleftrightarrow \quad \langle a|b\rangle = 0. \tag{2.31}$$

Une famille d'états $\{|s_n\rangle\}$ forment une base orthogonale si et seulement si

$$\langle s_n|s_m\rangle = |\alpha_n|^2 \delta_{nm}, \tag{2.32}$$

où δ est le symbole de kronecker

$$\delta_{nm} = \begin{cases} 1 \text{ si } n = m \\ 0 \text{ sinon} \end{cases}. \tag{2.33}$$

Si $|\alpha_n|^2 = 1 \ \forall n$, alors la base est orthonormée.

2.2.3 Produit dyadique

Le produit dyadique (produit tensoriel) est défini comme

$$|a\rangle\langle b| = \begin{pmatrix} a_1 b_1^* & \cdots & a_1 b_{\mathrm{N}}^* \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{\mathrm{N}} b_1^* & \cdots & a_{\mathrm{N}} b_{\mathrm{N}}^* \end{pmatrix}. \tag{2.34}$$

Un cas particulier est celui du projecteur, qui est le produit dyadique d'un vecteur avec lui-même

$$|s\rangle\langle s| = \begin{pmatrix} |s_1|^2 & s_1 s_2^* & \cdots & s_1 s_{\mathrm{N}}^* \\ s_2 s_1^* & |s_2|^2 & \cdots & s_2 s_{\mathrm{N}}^* \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ s_{\mathrm{N}} s_1^* & s_{\mathrm{N}} s_2^* & \cdots & |s_{\mathrm{N}}|^2 \end{pmatrix}. \tag{2.35}$$

Étant donnée une base formée par la famille $\{|s_n\rangle\}$, on a la relation de fermeture

$$\sum_{n=1}^{\mathrm{N}} |s_n\rangle\langle s_n| = \mathbf{1}. \tag{2.36}$$

Ceci permet d'écrire formellement pour tout état $|t\rangle$

$$|t\rangle = \sum_{n=1}^{\mathrm{N}} |s_n\rangle\langle s_n|t\rangle = \sum_{n=1}^{\mathrm{N}} \alpha_n |s_n\rangle, \tag{2.37}$$

qui correspond à la décomposition d'un état $|t\rangle$ sur une base de l'espace, les coefficients étant $\alpha_n = \langle s_n|t\rangle$.

Une dernière propriété intéressante qui lie le produit scalaire et le produit dyadique est

$$\mathrm{tr}(|b\rangle\langle a|) = \langle a|b\rangle. \tag{2.38}$$

2.3 Opérateurs

Nous venons de voir les propriétés élémentaires des bras et des kets qui représentent les états physique du système. Il reste maintenant à définir comment ceux-ci se transforment. Les objets qui permettent de décrire les transformations sont les opérateurs. Le grand intérêt des opérateurs est qu'ils retranscrivent une transformation abstraite indépendamment du choix d'une base de représentation. Les propriétés des opérateurs sont intimement liées avec la nature des éléments dont ils décrivent l'action. Dans cette partie, nous présenterons les classes d'opérateurs qui nous seront utiles, tandis que leur interprétation physique sera donnée dans une partie suivante.

2.3.1 Opérateur de transformation du champ

Un ket se transforme sous l'action d'un opérateur T suivant la formule

$$|s'\rangle = \mathrm{T}|s\rangle, \tag{2.39}$$

tandis que le la transformation du bra met en jeu l'opérateur adjoint $\mathrm{T}^\dagger$

$$\langle s'| = \langle s|\mathrm{T}^\dagger. \tag{2.40}$$

Mathématiquement, un opérateur est une application de l'espace des états dans lui-même. Sa représentation dans une base quelconque d'un espace de dimension N prend la forme d'une matrice $\mathrm{N} \times \mathrm{N}$

$$\mathrm{T} = \begin{pmatrix} t_{11} & \cdots & t_{1\mathrm{N}} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ t_{\mathrm{N}1} & \cdots & t_{\mathrm{NN}} \end{pmatrix}, \tag{2.41}$$

La représentation d'un opérateur dépend donc de la dimension de cette représentation et du choix de la base.

Vecteurs propres et valeurs propres

Un *vecteur propre* d'un opérateur est un état $|s\rangle$ tel que

$$\mathrm{T}|s\rangle = t|s\rangle. \tag{2.42}$$

Autrement dit, ce sont les vecteurs qui restent globalement invariants sous l'effet de la transformation, à un facteur d'échelle près. t est un nombre complexe qui est la *valeur propre* associée à l'état propre $|s\rangle$. Physiquement, cela signifie que si un système physique se trouve dans un état propre relativement à l'opérateur associé à une transformation, alors il reste dans le même état à l'issue de cette transformation. Les vecteurs propres et valeurs propres de l'opérateur l'adjoint sont donnés par

$$\langle s|\mathrm{T}^\dagger = t^*\langle s|. \tag{2.43}$$

Ses vecteurs propres sont donc les bras associés aux kets propres de T et ses valeurs propres sont les complexes conjugués des valeurs propres de T.

Si T est inversible, alors les vecteurs propres constituent une base de l'espace des états. Cela signifie que pour tout état $|t\rangle$ il existe une décomposition unique de la forme (2.37) qui s'appuie sur ces vecteurs propres.

Trace et déterminant

La trace d'un opérateur est définie comme la somme de ses valeurs propres

$$\mathrm{tr}\,(\mathrm{T}) = \sum_i t_i, \tag{2.44}$$

et le déterminant est quant à lui le produit des valeurs propres

$$\det(\mathrm{T}) = \prod_i t_i. \tag{2.45}$$

Un opérateur est inversible si et seulement si son déterminant est non nul.

$$\mathrm{T} \text{ est inversible} \quad \Longleftrightarrow \quad \det(\mathrm{T}) \neq 0. \tag{2.46}$$

En conséquence, un opérateur n'est pas inversible si au moins une de ses valeurs propres est nulle.

Maintenant que nous avons vu les notions élémentaires se rapportant aux opérateurs, nous allons décrire quelques classes particulières dont nous donnerons les propriétés spécifiques. Nous montrerons par la suite qu'elles correspondent à des situations physiques précises.

2.3.2 Opérateurs normaux

Les opérateurs normaux sont ceux qui commutent avec leur adjoint

$$\mathrm{N}\mathrm{N}^\dagger = \mathrm{N}^\dagger\mathrm{N}. \tag{2.47}$$

Le *théorème spectral* permet d'affirmer que ces opérateurs sont diagonalisables dans une base orthonormée. Autrement dit, il existe une matrice unitaire U [2] telle que

$$\mathrm{D} = \mathrm{U}^{-1}\mathrm{N}\mathrm{U}, \tag{2.48}$$

où D est une matrice diagonale. Soient $\{|s_n\rangle\}$ les vecteurs propres de N, on a

$$\langle s_n | s_m \rangle = \delta_{nm}, \tag{2.49}$$

ce qui signifie que les sous-espaces propres sont orthogonaux.

Le produit de deux opérateurs normaux est un opérateur normal si et seulement si ils sont diagonalisables dans la même base. Dans ce cas, les sous-espaces de l'opérateur produit sont inchangés et ses valeurs propres sont le produit des valeurs propres.

Deux sous-classes d'opérateurs normaux sont particulièrement importantes : les opérateurs unitaires et les opérateurs hermitiens.

2. La définition d'une matrice unitaire est donnée la partie suivante.

2.3.3 Opérateurs unitaires

Un opérateur unitaire U vérifie la propriété

$$\mathrm{U}^\dagger\mathrm{U} = \mathrm{I} \quad \Longleftrightarrow \quad \mathrm{U}^{-1} = \mathrm{U}^\dagger. \tag{2.50}$$

Une matrice unitaire conserve l'orthonormalité d'une base. Soit $\{|s_n\rangle\}$ une famille de vecteurs de base tels que $\langle s_n|s_m\rangle = \delta_{nm}$, on trouve en effet

$$\langle s_n|\mathrm{U}^\dagger\mathrm{U}|s_m\rangle = \langle s_n|s_m\rangle = \delta_{nm}. \tag{2.51}$$

Les valeurs propres d'un opérateur unitaires sont de norme unité. Sachant que

$$\det(\mathrm{U}^\dagger\mathrm{U}) = \det(\mathrm{U}^\dagger)\det(\mathrm{U}) = \det(\mathrm{U})^*\det(\mathrm{U}), \tag{2.52}$$

on en déduit que

$$|\det(\mathrm{U})| = 1 \quad \Longleftrightarrow \quad \det(\mathrm{U}) = \exp(i\phi). \tag{2.53}$$

Puisque le déterminant d'un opérateur est le produit de ses valeurs propres, ce dernier résultat implique que celles-ci sont nécessairement distribuées sur le cercle unité.

Il existe un sous-groupe d'opérateurs unitaires spéciaux qui préservent l'orientation de l'espace. Il sont définis par la propriété

$$\det(\mathrm{U}') = 1. \tag{2.54}$$

Sachant que

$$\det(\alpha\mathrm{U}) = \alpha\det(\mathrm{U}) \tag{2.55}$$

et compte tenu de (2.53), il est toujours possible de se ramener à un opérateur U' tel que

$$\mathrm{U}' = \exp(-i\phi)\mathrm{U} \tag{2.56}$$

qui vérifie (2.54).

2.3.4 Opérateurs hermitiens

Un opérateur hermitien H est un opérateur normal qui est égal son adjoint, c'est à dire tel que

$$\mathrm{H}^\dagger = \mathrm{H}. \tag{2.57}$$

Puisque les valeurs propres de l'opérateur conjugué sont les conjuguées des valeurs propres, celles d'un opérateur hermitien sont nécessairement réelles. Ceci implique notamment que la trace et le déterminant d'un opérateur hermitien sont réels.

Un opérateur hermitien préserve l'orthogonalité d'une base, mais pas nécessairement l'orthonormalité. Soit $\{|s_n\rangle\}$ une famille de vecteurs de base tels que $\langle s_n|s_m\rangle = \delta_{nm}$, alors

$$\langle s_n|\mathrm{H}^\dagger\mathrm{H}|s_m\rangle = \langle s_n|\alpha_n\alpha_m|s_m\rangle = \alpha_n\delta_{nm}. \tag{2.58}$$

On a

$$\alpha_n^2 = 1 \; \forall n \quad \Longrightarrow \quad |\det(\mathrm{H})| = 1. \tag{2.59}$$

A l'instar de la construction de la partie précédente, on peut toujours trouver un opérateur

$$\mathrm{H}' = \frac{1}{\det(\mathrm{H})}\mathrm{H} = \frac{1}{\alpha}\mathrm{H} \tag{2.60}$$

tel que

$$\det(\mathrm{H}') = 1. \tag{2.61}$$

2.3.5 Décomposition polaire d'un opérateur

Le théorème de décomposition polaire [9, 10] stipule que tout opérateur peut se décomposer comme le produit d'un opérateur unitaire et d'un opérateur hermitien semi-défini positif [3]

$$\mathrm{G} = \mathrm{UH}, \tag{2.62}$$

avec

$$\mathrm{UU}^\dagger = \mathrm{I} \quad \text{et} \quad \mathrm{H} = \mathrm{H}^\dagger. \tag{2.63}$$

Si G est inversible, alors la décomposition est unique et H est défini positif [4].

En vertu des résultats précédemment établis, on peut toujours trouver un opérateur de la forme

$$\mathrm{G} = \alpha \exp(i\phi)\mathrm{U}'\mathrm{H}', \tag{2.64}$$

où $\det(\mathrm{U}') = \det(\mathrm{J}') = 1$, ϕ est un facteur global de phase et α est un facteur global d'atténuation. G est normal si et seulement si U′ et H′ sont diagonalisables dans la même base.

2.3.6 Expansion de Pauli

Il existe une décomposition générale des opérateurs 2D de la forme

$$\mathrm{G} = \sum_{i=0}^{3} g_i \sigma_i, \tag{2.65}$$

où

$$\sigma_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \sigma_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma_3 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \tag{2.66}$$

sont les matrices de Pauli et

$$g_i = \frac{1}{2}\mathrm{tr}\left(\sigma_i \mathrm{G}\right). \tag{2.67}$$

3. C'est à dire dont les valeurs propres sont positives.
4. C'est à dire dont les valeurs propres sont strictement positives.

Explicitement,

$$\mathrm{G} = \begin{pmatrix} g_0 + g_1 & g_2 - ig_3 \\ g_2 + ig_3 & g_0 - g_1 \end{pmatrix}. \tag{2.68}$$

Les coefficients g_i sont complexes dans le cas général et réels si et seulement si G est une matrice hermitienne. On a par ailleurs

$$\begin{cases} \mathrm{tr}\,(\mathrm{G}) = 2g_0 \\ \det(\mathrm{G}) = g_0^2 - (g_1^2 + g_2^2 + g_3^2) \end{cases}. \tag{2.69}$$

Maintenons que nous avons présenté les concepts et notations associées que nous allons utiliser, nous allons les mettre en application dans le cadre de la description de la polarisation de la lumière.

Section 3

Description de la polarisation

Nous allons introduire les deux formalismes qui sont le plus couramment utilisés pour décrire la polarisation de la lumière. Il s'agit des formalismes de Jones et de Stokes. Nous emploierons la notation de Dirac pour formuler les concepts, ce qui nous permettra d'une part d'appliquer les résultats précédemment établis et d'autre part de mettre en évidence la connexion intime qui existe entre ces deux descriptions.

3.1 Le formalisme de Jones

C'est un formalisme introduit en 1941 par R.C. Jones [11, 12, 13, 14, 15, 16, 17]. Historiquement, c'est celui qui a popularisé l'approche matricielle pour la description de la polarisation : les états de polarisation sont représentés par des vecteurs complexes de dimension 2 et les éléments optiques linéaires correspondent à des matrices 2×2. Un des intérêts de la description est qu'elle reste malgré tout très proche de l'expérience ce qui permet de formaliser un certain nombre de comportements accessibles par l'intuition, en particulier au niveau géométrique. Elle constitue donc une bonne entrée en matière pour se familiariser avec la polarisation.

3.1.1 Vecteurs de Jones

Soit une onde électromagnétique se propageant selon l'axe z vers les z positifs. En un point donné de l'axe de propagation, les deux composantes orthogonales du champ électrique dans le plan transverse sont données par

$$\begin{cases} \mathrm{E}_n = \mathrm{E}_{n,0}\exp[i(kz-\omega t+\phi_n)] \\ \mathrm{E}_m = \mathrm{E}_{m,0}\exp[i(kz-\omega t+\phi_m)] \end{cases}, \tag{3.1}$$

À partir de celles-ci, on forme le ket

$$|e\rangle = \begin{pmatrix} \mathrm{E}_{n,0}\exp[i(kz-\omega t+\phi_n)] \\ \mathrm{E}_{m,0}\exp[i(kz-\omega t+\phi_m)] \end{pmatrix}. \tag{3.2}$$

Il y a 4 degrés de liberté : deux amplitudes absolues et 2 phases absolues. En éliminant la dépendance temporelle et la phase globale, puis en posant

$$\begin{cases} \widetilde{\mathrm{E}}_{n,0} = \mathrm{E}_{n,0}/\sqrt{\mathrm{E}_{n,0}^2 + \mathrm{E}_{m,0}^2} \\ \widetilde{\mathrm{E}}_{m,0} = \mathrm{E}_{m,0}/\sqrt{\mathrm{E}_{n,0}^2 + \mathrm{E}_{m,0}^2} \end{cases} \tag{3.3}$$

de manière à ce que

$$\widetilde{\mathrm{E}}_{n,0}^2 + \widetilde{\mathrm{E}}_{m,0}^2 = 1, \tag{3.4}$$

on construit le ket

$$|\widetilde{e}\rangle = \begin{pmatrix} \widetilde{\mathrm{E}}_{n,0} \\ \widetilde{\mathrm{E}}_{m,0} \exp[i\,(\phi_m - \phi_n)] \end{pmatrix} \tag{3.5}$$

qui est le vecteur de Jones du champ.

Il n'y a donc plus que 2 degrés de liberté qui sont l'amplitude relative $\widetilde{\mathrm{E}}_{m,0}/\widetilde{\mathrm{E}}_{n,0}$ et le déphasage $\phi_m - \phi_n$.

L'espace de Jones

Toute paire de vecteurs de Jones orthogonaux forme une base de l'espace et un état de polarisation quelconque est une superposition cohérente de ces deux états

$$|s\rangle = \alpha|s_n\rangle + \beta|s_m\rangle \tag{3.6}$$

avec

$$\begin{cases} |\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1 \\ \langle s_n|s_m\rangle = 0 \end{cases} . \tag{3.7}$$

3.1.2 L'ellipse de polarisation

Il est possible de définir une représentation graphique de la polarisation qui correspond à la trajectoire décrite par le champ électrique dans le plan transverse à la direction de propagation.

Soit les composantes réelles du champ

$$\begin{cases} \mathrm{E}_n = \mathrm{E}_{n,0}\cos(\phi_0 + \phi_n) \\ \mathrm{E}_m = \mathrm{E}_{m,0}\cos(\phi_0 + \phi_m) \end{cases} . \tag{3.8}$$

On a donc

$$\begin{cases} \dfrac{\mathrm{E}_n}{\mathrm{E}_{n,0}} = \cos(\phi_0)\cos(\phi_n) - \sin(\phi_0)\sin(\phi_n) \\ \dfrac{\mathrm{E}_m}{\mathrm{E}_{m,0}} = \cos(\phi_0)\cos(\phi_m) - \sin(\phi_0)\sin(\phi_m) \end{cases} , \tag{3.9}$$

soit

$$\begin{cases} \dfrac{\mathrm{E}_n}{\mathrm{E}_{n,0}}\sin(\phi_m) + \dfrac{\mathrm{E}_m}{\mathrm{E}_{m,0}}\sin(\phi_n) = \cos(\phi_0)\sin(\phi_m - \phi_x) \\ \dfrac{\mathrm{E}_n}{\mathrm{E}_{n,0}}\cos(\phi_m) + \dfrac{\mathrm{E}_m}{\mathrm{E}_{m,0}}\cos(\phi_n) = \sin(\phi_0)\sin(\phi_m - \phi_x) \end{cases} . \tag{3.10}$$

En combinant, on arrive à

$$\left(\frac{\mathrm{E}_n}{\mathrm{E}_{n,0}}\right)^2 + \left(\frac{\mathrm{E}_m}{\mathrm{E}_{m,0}}\right)^2 - 2\frac{\mathrm{E}_n\mathrm{E}_m}{\mathrm{E}_{n,0}\mathrm{E}_{m,0}}\cos\delta = \sin^2\delta, \tag{3.11}$$

avec $\delta = \phi_m - \phi_n$. On aboutit donc à l'équation caractéristique d'une ellipse. Elle est inscrite dans un rectangle dont les dimensions sont $2\mathrm{E}_{n,0}$ et $2\mathrm{E}_{m,0}$ (voir fig. 3.1). Les deux autres paramètres qui la caractérisent sont l'orientation (l'angle du demi-grand axe par rapport à l'horizontale ou du demi-petit axe par rapport à la verticale) et l'excentricité.

Le premier paramètre est donné par

$$\tan(2\psi) = \frac{2\mathrm{E}_{n,0}\mathrm{E}_{m,0}}{\mathrm{E}_{n,0}^2 - \mathrm{E}_{m,0}^2}\cos\delta \qquad 0 \leq \psi \leq \pi, \tag{3.12}$$

et le second par

$$\sin(2\chi) = \frac{2\mathrm{E}_{n,0}\mathrm{E}_{m,0}}{\mathrm{E}_{n,0}^2 + \mathrm{E}_{m,0}^2}\sin\delta \qquad -\pi/4 \leq \chi \leq \pi/4. \tag{3.13}$$

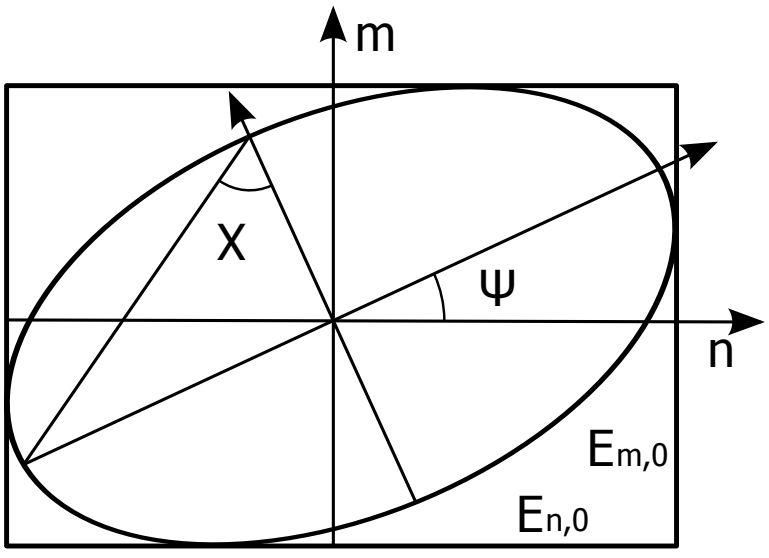


FIGURE 3.1 – L'ellipse de polarisation est la représentation géométrique de la trajectoire décrite par le champ électrique au cours de sa propagation.

Par l'intermédiaire de l'ellipse, il est possible de visualiser graphiquement les différents cas particulier de polarisation.

3.1.3 Les différentes polarisations

Polarisation linéaire

Dans le cas où le déphasage entre composantes est nul, c'est à dire $\phi_n = \phi_m$, alors la polarisation du champ est linéaire. Le vecteur de Jones est de la forme

$$|\widetilde{e}\rangle = \begin{pmatrix} \widetilde{\mathrm{E}}_{n,0} \\ \widetilde{\mathrm{E}}_{m,0} \end{pmatrix}, \tag{3.14}$$

ou encore

$$|\widetilde{e}\rangle = \begin{pmatrix} \cos\theta \\ \sin\theta \end{pmatrix}, \tag{3.15}$$

avec θ l'angle formé par le champ électrique avec l'axe n.

On définit classiquement 4 polarisations linéaires particulières :
— la polarisation linéaire horizontale (voir fig. 3.2)

$$|\mathrm{h}\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}; \tag{3.16}$$

— la polarisation linéaire verticale (voir fig. 3.3)

$$|\mathrm{v}\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}; \tag{3.17}$$

— la polarisation linéaire diagonale (voir fig. 3.4)

$$|+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|\mathrm{h}\rangle + |\mathrm{v}\rangle\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}; \tag{3.18}$$

— la polarisation linéaire antidiagonale

$$|-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|\mathrm{h}\rangle - |\mathrm{v}\rangle\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}. \tag{3.19}$$

Polarisation circulaire

Dans le cas où le déphasage est égal à $\pm\pi/2$, la polarisation est dite circulaire. Le vecteur de Jones et de la forme

$$|\widetilde{e}\rangle = \begin{pmatrix} \cos\theta \\ \pm i\sin\theta \end{pmatrix}. \tag{3.20}$$

Les deux cas particuliers sont :
— la polarisation circulaire droite (voir fig. 3.5)

$$|\mathrm{l}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|\mathrm{h}\rangle + i|\mathrm{v}\rangle\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix}; \tag{3.21}$$

— la polarisation circulaire gauche

$$|\mathrm{r}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|\mathrm{h}\rangle - i|\mathrm{v}\rangle\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix}. \tag{3.22}$$

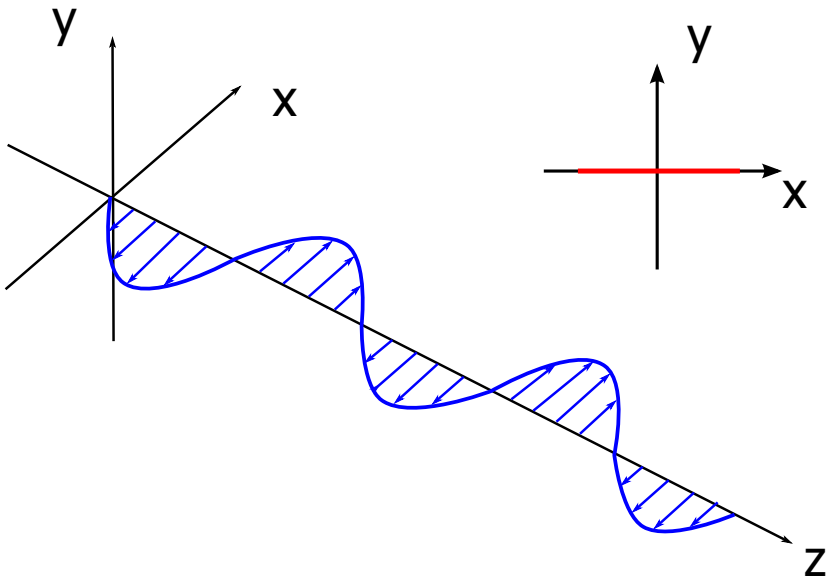


FIGURE 3.2 – Dans le cas d'une polarisation horizontale, l'oscillation du champ électrique décrit une trajectoire rectiligne selon l'axe x.

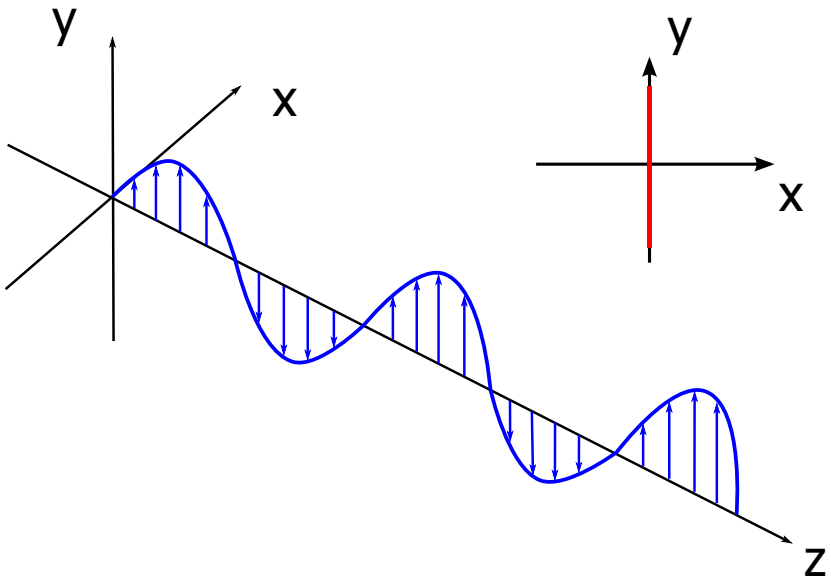


FIGURE 3.3 – Dans le cas d'une polarisation horizontale, l'oscillation du champ électrique décrit une trajectoire rectiligne selon l'axe y.

Polarisation elliptique

Dans le cas général, la polarisation est dite elliptique. Le vecteur de Jones est de la forme

$$|\widetilde{e}\rangle = \begin{pmatrix} \cos\theta \\ \exp(i\delta)\sin\theta \end{pmatrix}. \tag{3.23}$$

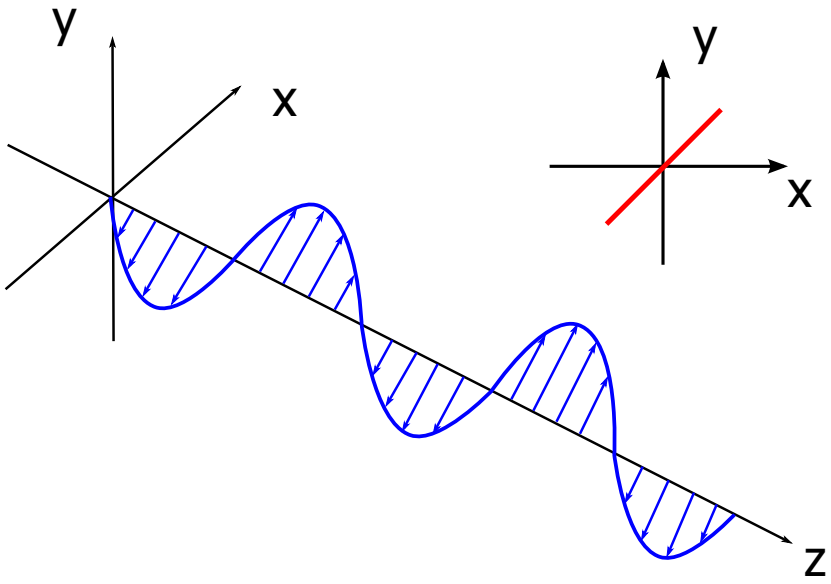


FIGURE 3.4 – Dans le cas d'une polarisation diagonale, le champ possède deux composantes selon les axes x et y de même amplitude et en accord de phase. La trajectoire décrite par le vecteur au cours de sa propagation est donc rectiligne avec un angle de 45° par rapport à l'axe x.

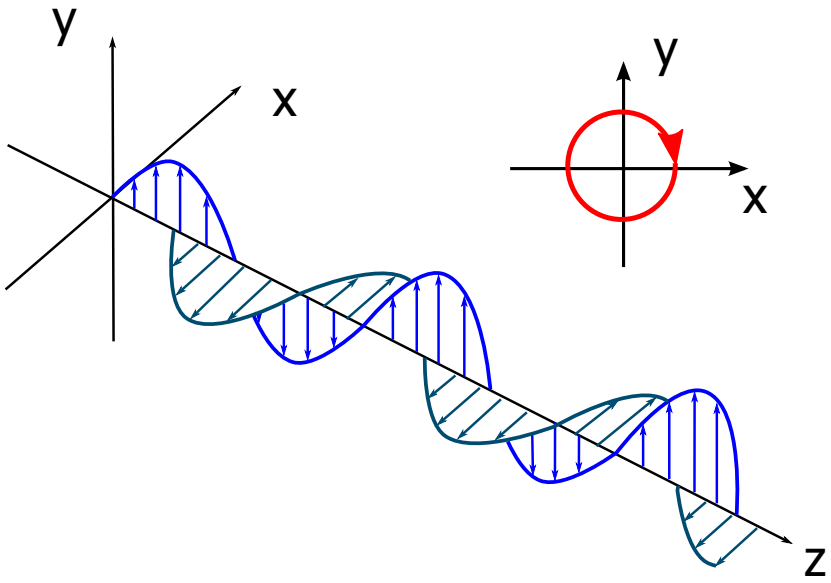


FIGURE 3.5 – Dans le cas d'une polarisation circulaire, le champ possède deux composantes selon les axes x et y de même amplitude et en quadrature de phase. La trajectoire décrite par le vecteur au cours de sa propagation est donc circulaire.

3.1.4 Matrices de Jones

Un vecteur de Jones se transforme sous l'action d'une matrice de Jones

$$|e'\rangle = \mathrm{M}|e\rangle. \tag{3.24}$$

La matrice de Jones s'avère être équivalente à la matrice de transfert (2.25). On peut donc lui appliquer les raisonnements déjà établis sur les opérateurs et donner leur signification physique.

Cas unitaire

On a vu que les valeurs propres d'un opérateur unitaire sont nécessairement de norme unité, c'est à dire qu'elles sont de la forme

$$\lambda(\mathrm{U}_n) = \exp(i\phi_n). \tag{3.25}$$

En d'autres termes, un élément optique dont l'opérateur est unitaire ne peut introduire que du déphasage entre composantes du champ : c'est un *retardeur pur*.

On a aussi vu qu'on pouvait toujours se ramener, en multipliant par une phase globale, à un opérateur dont le déterminant était égal à 1

$$\mathrm{U}' = \exp(-i\beta)\mathrm{U}. \tag{3.26}$$

Puisqu'un vecteur de Jones est défini à un phase globale près, alors cet opérateur représente une transformation physique équivalente. Sachant qu'on est dans le cas à 2 dimensions, il s'ensuit que les valeurs propres de U′ sont nécessairement conjuguées l'une de l'autre

$$\begin{cases} \lambda(\mathrm{U}'_1) = \exp[i(\phi_1 - \beta)] = \exp[i\phi'] \\ \lambda(\mathrm{U}'_2) = \exp[i(\phi_2 - \beta)] = \exp[-i\phi'] \end{cases}. \tag{3.27}$$

La principale implication est que les états propres sont ceux pour lesquels le déphasage est maximal.

Le cas limite est celui d'une unique valeur propre doublement dégénérée égale à 1 qui correspond à un composant totalement neutre (matrice identité).

Cas hermitien

Les valeurs propres sont réelles, donc un élément optique dont l'opérateur est hermitien ne peut que provoquer des pertes : c'est un *diatténuateur pur*.

De plus dans le cas à deux dimensions, le théorème de Rayleigh-Ritz nous apprend que les états de transmission extrémale sont orthogonaux.

Dans le cas où une des valeurs propres est nulle, alors le composant est un polariseur parfait.

Cas général

Suivant la décomposition polaire, tout composant peut être vu comme la concaténation d'un retardeur pur et d'un diatténuateur pur, le retard et la diatténuation étant respectivement donnés par les opérateurs respectifs

$$\begin{cases} \mathcal{R}(\mathrm{G}) = \mathcal{R}(\mathrm{U}) \\ \mathcal{D}(\mathrm{G}) = \mathcal{D}(\mathrm{H}) \end{cases}. \tag{3.28}$$

G est un opérateur normal si et seulement si U et H partagent les mêmes sous-espaces propres. Les valeurs propres de G sont alors le produit des valeurs propres de U et H. Dans ce cas de figure, les états propres ont simultanément la transmission et le déphasage extrémaux. Dans le cas contraire, les états propres ne sont donc extrémaux ni pour la transmission, ni pour le déphasage.

Le formalisme de Jones est donc une description en dimension 2 de la polarisation. Il présente deux limitations : il ne peut décrire que de la lumière complètement polarisée et il manipule l'amplitude du champ électrique qui n'est pas une quantité directement accessible expérimentalement. Un autre formalisme permet de contourner ses limitations : le formalisme de Mueller.

3.2 Le formalisme de Mueller

C'est un formalisme qui a été développé à partir de 1943 par Hans Mueller [18]. A l'instar du formalisme de Jones, il adopte une approche matricielle, mais la dimension est plus élevée : 4 au lieu de 2. Mathématiquement, cela implique qu'on a ajouté des degrés de liberté au système. En pratique, cela se traduit par la possibilité de traiter les cas où la lumière est partiellement polarisée. Autre différence, les quantités manipulées ne sont plus des amplitudes, mais des intensités qui sont des grandeurs facilement mesurables expérimentalement. En contrepartie, le niveau d'abstraction supérieur rend moins aisé une visualisation intuitive des phénomènes.

3.2.1 Vecteurs de Stokes

Un état de polarisation est défini par un vecteur *réel* de dimension 4 appelé *vecteur de Stokes*,

$$\widehat{s} = \begin{pmatrix} s_0 \\ s_1 \\ s_2 \\ s_3 \end{pmatrix}, \tag{3.29}$$

où $\{s_0, s_1, s_2, s_3\}$ sont les *paramètres de Stokes*.

Note Techniquement, un état de Mueller est également assimilable à un ket dans un espace de dimension supérieure à celui de Jones et on devrait adopter la même notation $|.\rangle$ que pour un état de Jones. Cependant, la suite du manuscrit va nécessiter de mélanger les deux représentations dans la même expression et cela nécessiterait d'introduire en indice la dimensionnalité du ket pour bien mettre en évidence les différences. Afin d'alléger les notations et pour éviter la confusion entre un état dans sa représentation de Jones et sa représentation de Stokes, on va utiliser la notation $\widehat{.}$ dans ce dernier cas. Ce choix est en outre répandu dans la littérature.

La définition des paramètres de Stokes à partir des amplitudes du champ est

$$\begin{cases} s_0 = |\mathrm{E}_n|^2 + |\mathrm{E}_m|^2 \\ s_1 = |\mathrm{E}_n|^2 - |\mathrm{E}_m|^2 \\ s_2 = \mathrm{E}_n\mathrm{E}_m^* + \mathrm{E}_n^*\mathrm{E}_m \\ s_3 = \mathrm{E}_n\mathrm{E}_m^* - \mathrm{E}_n^*\mathrm{E}_m \end{cases} . \tag{3.30}$$

n et m font référence à deux polarisations orthogonales. Les paramètres de Stokes ne sont pas uniquement déterminés pour un faisceau lumineux car leur expression dépend du choix de la base. En général, n et m coïncident avec les polarisation linéaires horizontale et verticale (voir fig. 3.6). Dans ce cas, s_1 est la différence d'intensité entre les polarisations linéaires horizontale et verticale, s_2 est la différence d'intensité entre les polarisations diagonale et antidiagonale et s_3 est la différence d'intensité entre les polarisations circulaires. Si un de ces coefficients est nul, cela signifie qu'il y a statistiquement autant des deux polarisations orthogonales et donc qu'il n'y a pas de composante effective de polarisation selon cet axe. s_0 représente quant à lui l'intensité totale du faisceau lumineux.

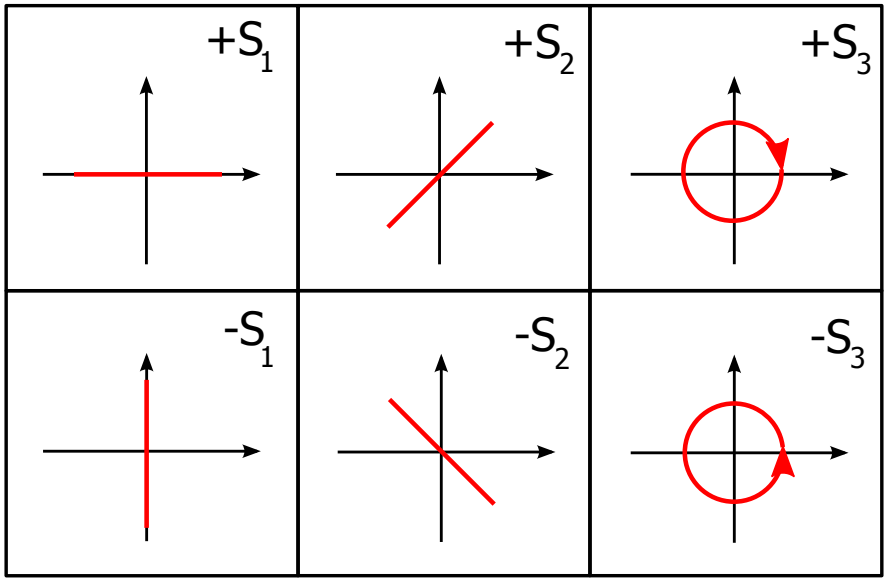


FIGURE 3.6 – Ellipse de polarisation associée aux états de Stokes canoniques lorsque la base est constituée des polarisations linéaires horizontales et verticales.

Degré de polarisation

Au contraire du formalisme de Jones, le formalisme de Mueller permet nativement de décrire le cas d'une lumière partiellement polarisée, le *degré de polarisation* est défini comme

$$p = \frac{\sqrt{s_1^2 + s_2^2 + s_3^2}}{s_0}. \tag{3.31}$$

3.2.2 La sphère de Poincaré

L'interprétation géométrique naturelle qui découlait de l'approche de Jones était celle de l'ellipse de polarisation. Son avantage résidait dans le fait qu'elle était une représentation intuitive de la trajectoire du champ, même si elle possédait quelques limitations. Dans le cas du formalisme de Mueller, il existe aussi une construction géométrique associée : la sphère de Poincaré(voir fig. 3.7).

Les paramètres de Stokes peuvent en effet se mettre sous la forme

$$\begin{cases} s_0 = \mathrm{I} \\ s_1 = p\mathrm{I}\cos(2\psi)\cos(2\chi) \\ s_2 = p\mathrm{I}\sin(2\psi)\cos(2\chi) \\ s_3 = p\sin(2\chi) \end{cases} \tag{3.32}$$

qui sont les coordonnées sphériques d'un vecteur de longueur $\sqrt{p\mathrm{I}}$, de latitude 2χ et de longitude 2ψ.

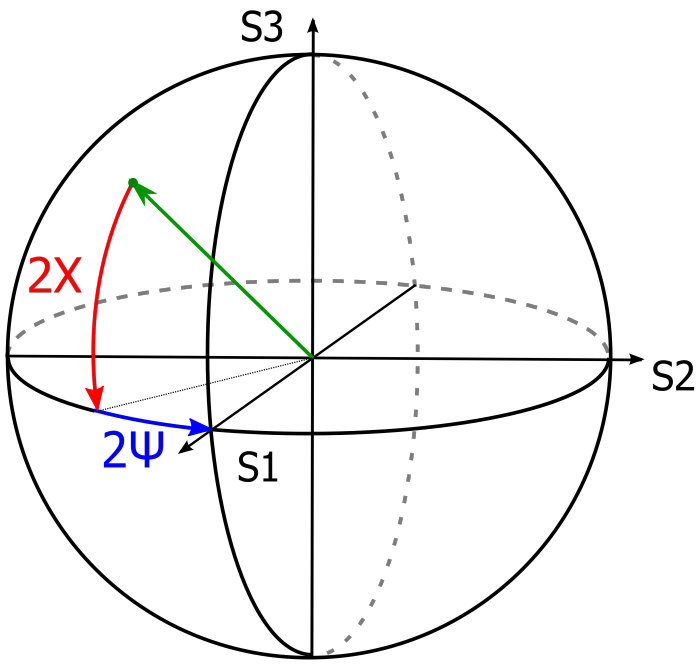


FIGURE 3.7 – Représentation d'un état complètement polarisé sur la sphère de Poincaré. Le vecteur représentatif est de norme unité ; sa latitude est de 2χ et sa longitude de 2ψ.

Conventionnellement, le grand cercle décrit par l'intersection du plan équatorial et de la sphère de Poincaré définit les polarisations linéaires. Les polarisations circulaires correspondent aux pôles. On a vu que toute paire de vecteurs orthogonaux de l'espace de Jones constituait une base. Rapporté à la sphère de Poincaré, cela signifie que toute paire de vecteurs opposés par rapport au centre est une base.

Une transformation d'un état de polarisation est équivalente, à une homothétie près, à une rotation de la sphère de Poincaré. Elle est exactement une rotation lorsque le degré de polarisation est inchangé. Le degré d'abstraction atteint par le formalisme de Mueller est plus important que celui de Jones, car il est plus difficile de se représenter l'action d'une transformation sur les composantes du champ électrique.

Lien avec l'ellipse de polarisation

On peut relier les paramètres de Stokes à l'ellipse de polarisation. On a

$$\begin{cases} s_0 = \mathrm{E}_{n,0}^2 + \mathrm{E}_{m,0}^2 \\ s_1 = \mathrm{E}_{n,0}^2 - \mathrm{E}_{m,0}^2 \\ s_2 = 2\mathrm{E}_{n,0}\mathrm{E}_{m,0}\cos\delta \\ s_3 = 2\mathrm{E}_{n,0}\mathrm{E}_{m,0}\sin\delta \end{cases} . \tag{3.33}$$

L'orientation et l'excentricité sont alors données respectivement par

$$\tan(2\psi) = \frac{s_2}{s_1} \tag{3.34}$$

et

$$\sin(2\chi) = \frac{s_3}{\sqrt{s_1^2 + s_2^2}}. \tag{3.35}$$

Lorsque l'ellipse de polarisation représentative d'un état est caractérisée par une orientation ψ, alors la longitude de son vecteur de Stokes associé sur la sphère de Poincaré est égale à 2ψ. De même, une excentricité de χ devient une latitude de 2χ. Une conséquence particulière de ce doublement des angles est que deux états de polarisation qui sont orthogonaux dans l'espace de Jones sont colinéaires dans l'espace de Stokes (en particulier opposés) et donc sur la sphère de Poincaré. D'autre part, une lacune de l'ellipse de polarisation est qu'elle ne permet pas de discriminer les deux hélicités d'un état de polarisation, étant donné que cela correspond à un changement de signe de l'excentricité et qu'une ellipse est invariante sous une telle transformation. La sphère de Poincaré permet quant à elle de représenter deux fois plus d'états et les deux hélicités sont situées de part et d'autre du plan équatorial.

Quelques états de Stokes

Les états de polarisation canoniques sont (voir fig. 3.8) :
— la polarisation linéaire horizontale / verticale

$$\begin{pmatrix} 1 \\ \pm 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}; \tag{3.36}$$

— la polarisation linéaire diagonale / antidiagonale

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \pm 1 \\ 0 \end{pmatrix}; \tag{3.37}$$

— la polarisation linéaire circulaire droite / gauche

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \pm 1 \end{pmatrix}. \tag{3.38}$$

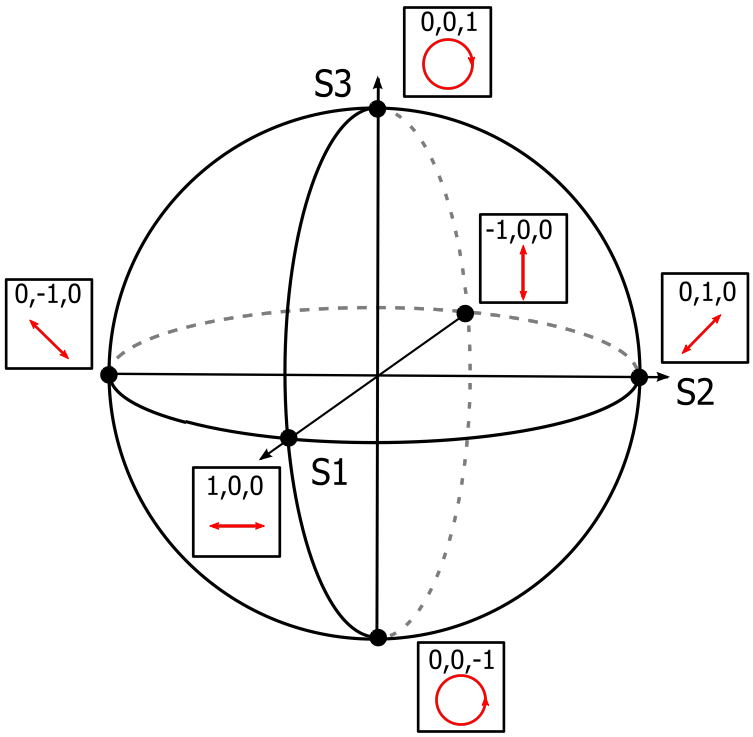


FIGURE 3.8 – Localisation des états de Stokes canoniques sur la sphère de Poincaré.

3.2.3 Matrice de Mueller

Un état de Stokes se transforme sous l'action d'une matrice de Mueller

$$\widehat{t} = \mathrm{M}\widehat{s}, \tag{3.39}$$

avec

$$\mathrm{M} = \begin{pmatrix} m_{00} & m_{01} & m_{02} & m_{03} \\ m_{10} & m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{20} & m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ m_{30} & m_{32} & m_{32} & m_{33} \end{pmatrix}, \tag{3.40}$$

les coefficients étant *réels*.

Sachant que la puissance totale est représentée par le coefficient s_0 d'un état de Stokes, alors le calcul du coefficient de transmission n'implique que la première ligne de la matrice

$$s_0' = m_{00}s_0 + m_{01}s_1 + m_{02}s_2 + m_{03}s_3 \tag{3.41}$$

d'où

$$\mathcal{T} = \frac{s_0'}{s_0} = m_{00} + m_{01}\frac{s_1}{s_0} + m_{02}\frac{s_2}{s_0} + m_{03}\frac{s_3}{s_0}. \tag{3.42}$$

3.3 Connexions entre les formalismes de Jones et Mueller

Nous avons vu qu'il était possible de mettre en relation les deux formalismes de Jones et de Stokes. L'explication vient du fait que ce sont en réalité des représentations en différentes dimensions d'un même groupe de transformations abstrait. Nous allons établir plus clairement le lien qui existe entre les deux représentations.

3.3.1 Relations entre états

Soit un vecteur de Jones

$$|e\rangle = \begin{pmatrix} e_x \\ e_y \end{pmatrix}. \tag{3.43}$$

Son opérateur densité associé est donc

$$|e\rangle\langle e| = \begin{pmatrix} |e_n|^2 & e_n e_m^* \\ e_n^* e_m & |e_m|^2 \end{pmatrix}. \tag{3.44}$$

C'est une matrice 2×2 et on peut donc lui appliquer l'expansion de Pauli (2.65)

$$|e\rangle\langle e| = \sum_{n=0}^{3} g_n \sigma_n. \tag{3.45}$$

Si on écrit explicitement l'expression des $\{g_n\}$ on a

$$\begin{cases} g_0 = (|e_n|^2 + |e_m|^2)/2 = s_0/2 \\ g_1 = (|e_n|^2 - |e_m|^2)/2 = s_1/2 \\ g_2 = (e_n^* e_m + e_n e_m^*)/2 = \mathrm{Re}(e_n e_m) = s_2/2 \\ g_3 = (e_n^* e_m - e_n e_m^*)/2 = \mathrm{Im}(e_n e_m) = s_3/2 \end{cases}. \tag{3.46}$$

Ce sont donc à un facteur près les paramètres de Stokes.

À tout état de Jones on peut donc associer un état de Stokes

$$|e\rangle \quad \Longrightarrow \quad \widehat{s} = \frac{1}{2}\mathrm{tr}(\vec{\sigma}|e\rangle\langle e|) = \frac{1}{2}\langle e|\vec{\sigma}|e\rangle = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} \langle e|\sigma_1|e\rangle \\ \langle e|\sigma_2|e\rangle \\ \langle e|\sigma_3|e\rangle \end{pmatrix}, \tag{3.47}$$

où

$$\vec{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \end{pmatrix} \tag{3.48}$$

est un vecteur de matrices appelé *vecteur de spin* ou *vecteur de Pauli*. Puisqu'un état de Jones ne peut représenter qu'un état pur, c'est à dire de la lumière totalement polarisée, alors l'état de Stokes doit respecter la contrainte

$$s_1^2 + s_2^2 + s_3^2 = s_0^2. \tag{3.49}$$

La construction réciproque n'est pas vraie, car un état de Stokes peut représenter un état de lumière partiellement polarisée. Un état de Stokes est donc plus « général » qu'un état de Jones.

3.3.2 Relation entre les matrices

Soit un opérateur J agissant dans l'espace de Jones

$$|t\rangle = \mathrm{J}|s\rangle \tag{3.50}$$

et son équivalent M dans l'espace de Stokes

$$\widehat{t} = \mathrm{M}\widehat{s}. \tag{3.51}$$

On a donc

$$\vec{\sigma}|t\rangle = \vec{\sigma}\mathrm{J}|s\rangle, \tag{3.52}$$

puis

$$\langle t|\vec{\sigma}|t\rangle = \langle s|\mathrm{J}^\dagger\vec{\sigma}\mathrm{J}|s\rangle. \tag{3.53}$$

Or on a

$$\langle t|\vec{\sigma}|t\rangle = \mathrm{M}\langle s|\vec{\sigma}|s\rangle. \tag{3.54}$$

On peut montrer compte tenu des propriétés de $\vec{\sigma}$ que

$$\mathrm{M}\langle s|\vec{\sigma}|s\rangle = \langle s|\mathrm{M}\vec{\sigma}|s\rangle \tag{3.55}$$

et donc

$$\langle s|\mathrm{J}^\dagger\vec{\sigma}\mathrm{J}|s\rangle = \langle s|\mathrm{M}\vec{\sigma}|s\rangle \tag{3.56}$$

pour tout ket $|s\rangle$. Il s'ensuit que

$$\mathrm{J}^\dagger\vec{\sigma}\mathrm{J} = \mathrm{M}\vec{\sigma}. \tag{3.57}$$

Ce résultat signifie qu'il existe deux transformations dans l'espace de Jones qui ont la même action dans l'espace de Stokes.

Forme explicite

En explicitant les composantes, on trouve

$$t_n = \langle s|\mathrm{J}^\dagger\sigma_n\mathrm{J}|s\rangle = \mathrm{tr}(\mathrm{J}|s\rangle\langle s|\mathrm{J}^\dagger\sigma_n). \tag{3.58}$$

Sachant qu'en vertu de l'expansion de Pauli on a

$$|s\rangle\langle s| = \frac{1}{2}\langle s|s\rangle(\sigma_0 + \widehat{s}\cdot\vec{\sigma}), \tag{3.59}$$

il vient

$$t_n = \frac{1}{2}\langle s|s\rangle\mathrm{tr}[\mathrm{J}(\sigma_0 + \widehat{s}\cdot\vec{\sigma})\mathrm{J}^\dagger\sigma_n], \tag{3.60}$$

ce qui amène en explicitant le produit scalaire $\widehat{s}\cdot\vec{\sigma}$, en posant $s_m = \langle s|s\rangle\widehat{s}_m$ et en réindexant

$$t_n = \frac{1}{2}\sum_{m=0}^{3}\mathrm{tr}(\mathrm{J}\sigma_m\mathrm{J}^\dagger\sigma_n)s_m. \tag{3.61}$$

En identifiant cette dernière équation au produit matriciel $t_n = \sum_{m=0}^{3} m_{nm}s_m$, on trouve finalement [19, 20]

$$m_{nm} = \frac{1}{2}\mathrm{tr}(\mathrm{J}\sigma_m\mathrm{J}^\dagger\sigma_n). \tag{3.62}$$

Si on s'intéresse aux coefficients de la première ligne, qui définissent la transmission du composant, alors on a

$$m_{0m} = \frac{1}{2}\mathrm{tr}(\mathrm{J}\sigma_m\mathrm{J}^\dagger) = \frac{1}{2}\mathrm{tr}(\sigma_m\mathrm{J}^\dagger\mathrm{J}), \tag{3.63}$$

où on a utilisé la propriété de la trace $\mathrm{tr(AB)} = \mathrm{tr(BA)}$. Ceux-ci coïncident donc exactement avec les coefficients issus de l'expansion de Pauli de la matrice $\mathrm{J}^\dagger\mathrm{J}$, soit explicitement

$$\begin{cases} m_{00} = \frac{1}{2}[(|j_{xx}|^2 + |j_{yy}|^2 + |j_{yx}|^2 + |j_{xy}|^2)] \\ m_{01} = \frac{1}{2}[(|j_{xx}|^2 - |j_{yy}|^2) + (|j_{yx}|^2 - |j_{xy}|^2)] \\ m_{02} = \frac{1}{2}[(j_{xx}^* j_{xy} + j_{xx}j_{xy}^*) + (t_{yy}t_{yx}^* + t_{yy}^* t_{yx})] \\ m_{03} = \frac{i}{2}[(j_{xx}^* j_{xy} - j_{xx}j_{xy}^*) + (t_{yy}t_{yx}^* - t_{yy}^* t_{yx})] \end{cases}. \tag{3.64}$$

En se servant des relations (2.69), on obtient

$$\boxed{\begin{cases} \mathrm{tr}(\mathrm{J}^\dagger\mathrm{J}) = 2m_{00} \\ \det(\mathrm{J}^\dagger\mathrm{J}) = m_{00}^2 - (m_{01}^2 + m_{02}^2 + m_{03}^2) \end{cases}}. \tag{3.65}$$

On vient de montrer le lien intime qui existe entre les formalismes de Jones et de Mueller. Ceci nous permettra dans le suite de jongler indifféremment entre les deux descriptions pour obtenir la description la plus simple possible d'un phénomène.

Deuxième partie

Perte dépendante de la polarisation

Section 4

Définition de la perte dépendante de la polarisation

Maintenant que le formalisme est bien établi, nous allons pouvoir nous attaquer à la partie expérimentale. La grandeur physique qui nous intéresse particulièrement est la perte dépendante de la polarisation (*Polarization Dependent Loss*, PDL). Dans un premier temps, nous allons préciser sa signification et donner son expression dans les deux formalismes de Jones et de Mueller. Celle-ci nous fournira les éléments nécessaires à la compréhension des protocoles expérimentaux qui suivront. Enfin, nous achèverons cette partie par une présentation de l'état de l'art en matière de caractérisation de la PDL. Après avoir précisé nos attentes vis-à-vis de la mesure, nous justifierons notre choix de la méthode à implémenter pour notre banc.

4.1 Pertes d'insertion

On ne peut pas dissocier la perte dépendante de la polarisation de la grandeur plus fondamentale qu'est la perte d'insertion (*Insertion Loss*, IL). Nous allons commencer par la définir et montrer comment la sensibilité à la polarisation aboutit naturellement au concept de PDL.

La perte d'insertion quantifie la puissance perdue par un signal optique lorsqu'il traverse cet élément. Tout composant passif réel présente des pertes d'insertion, même très faibles. Si P_i est la puissance initiale du signal optique et P_f la puissance finale, alors on définit la perte d'insertion comme

$$\mathrm{IL} = 10 \log \left(\frac{\mathrm{P}_f}{\mathrm{P}_i} \right) = 10 \log \mathcal{T}, \tag{4.1}$$

où $\mathcal{T}$ est le *coefficient de transmission*.

Établissons l'expression de la perte d'insertion dans le cadre du formalisme opérationnel. Soit l'opérateur de transfert G. Le coefficient de transmission associé au ket

$|s\rangle$ est défini comme

$$\mathcal{T}_{|s\rangle} = \frac{\langle s|\mathrm{G}^\dagger\mathrm{G}|s\rangle}{\langle s|s\rangle}. \tag{4.2}$$

Le coefficient de transmission d'un vecteur propre $|s_n\rangle$ de l'opérateur $\mathrm{H} = \mathrm{G}^\dagger\mathrm{G}$ est

$$\mathcal{T}_{|s_n\rangle} = \frac{\langle s_n|\mathrm{H}|s_n\rangle}{\langle s_n|s_n\rangle} = \mathrm{H}_n. \tag{4.3}$$

H est par construction un opérateur hermitien dont les états propres sont donc orthogonaux et constituent une base de l'espace. Un état quelconque de lumière complètement polarisée peut donc s'écrire comme la superposition cohérente des deux kets propres de H

$$|s\rangle = \alpha|s_n\rangle + \beta|s_m\rangle \quad \text{avec} \quad |\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1. \tag{4.4}$$

$\alpha = \langle s_n|s\rangle$ et $\beta = \langle m_n|s\rangle$ sont des nombres complexes. La transmission correspondant à un état quelconque est donc

$$\mathcal{T} = |\alpha|^2\mathrm{H}_n + |\beta|^2\mathrm{H}_m. \tag{4.5}$$

On peut constater que le coefficient de transmission dépend explicitement de α et β, autrement dit de la polarisation de la lumière. Cela signifie qu'il est nécessaire d'introduire une autre grandeur pour quantifier la sensibilité à la polarisation, qui est la PDL.

On peut toutefois obtenir une expression qui soit indépendante de la polarisation, il faut $|\alpha|^2 = |\beta|^2$. Sachant qu'on a aussi $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$, cela ne laisse que les solutions de la forme

$$|s\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left[|s_n\rangle + \exp(i\delta)|s_m\rangle\right], \tag{4.6}$$

qui sont les états dont la norme de la projection sur chacun des états propres est identique.

$$\begin{cases} |\langle s_n|s\rangle| = 1/\sqrt{2} \\ |\langle s_m|s\rangle| = \left|\exp(i\delta)/\sqrt{2}\right| = 1/\sqrt{2} \end{cases}. \tag{4.7}$$

La transmission est alors

$$\boxed{\mathcal{T}_{\text{mean}} = \frac{\mathrm{H}_n + \mathrm{H}_m}{2} = \frac{\mathrm{tr}\,(\mathrm{H})}{2} = \frac{\mathrm{tr}\left(\mathrm{G}^\dagger\mathrm{G}\right)}{2}.} \tag{4.8}$$

Alternativement, considérons l'état orthogonal à $|s\rangle$, c'est à dire l'état $|s^\dagger\rangle$ tel que $\langle s|s^\dagger\rangle = 0$. Physiquement, c'est l'état $|s\rangle$ dont l'ellipse a subi une rotation d'angle $\pi/2$ et dont le sens de rotation a changé. On doit donc avoir à un changement de signe global près

$$|s^\dagger\rangle = \beta^*|s_n\rangle - \alpha^*|s_m\rangle. \tag{4.9}$$

Le facteur de transmission est

$$\mathcal{T}^\dagger = |\beta|^2\mathrm{H}_n + |\alpha|^2\mathrm{H}_m. \tag{4.10}$$

On s'aperçoit alors que

$$\frac{\mathcal{T}+\mathcal{T}^{\dagger}}{2}=\frac{\mathrm{H}_n+\mathrm{H}_m}{2}=\mathcal{T}_{\mathrm{mean}}. \tag{4.11}$$

En d'autres termes, la transmission moyenne de toute paire d'états orthogonaux est égale à la transmission d'une lumière non polarisée.

Expression dans le formalisme de Jones

Puisque la matrice de transfert G est formellement équivalente à la matrice de Jones J, on aboutit directement à

$$\mathcal{T}_{\mathrm{mean}}=\frac{\mathrm{tr}\left(\mathrm{J}^{\dagger}\mathrm{J}\right)}{2}. \tag{4.12}$$

Sachant que

$$\mathrm{J}^{\dagger}\mathrm{J}=\begin{pmatrix}|j_{11}|^2+|j_{21}|^2 & j_{11}^{*}j_{12}+j_{22}j_{21}^{*}\\ j_{11}j_{12}^{*}+j_{22}^{*}j_{21} & |j_{22}|^2+|j_{12}|^2\end{pmatrix}, \tag{4.13}$$

on obtient

$$\mathrm{tr}\left(\mathrm{J}^{\dagger}\mathrm{J}\right)=|j_{11}|^2+|j_{22}|^2+|j_{12}|^2+|j_{21}|^2, \tag{4.14}$$

et finalement

$$\boxed{\mathcal{T}_{\mathrm{mean}}=\frac{|j_{11}|^2+|j_{22}|^2+|j_{12}|^2+|j_{21}|^2}{2}.} \tag{4.15}$$

Expression dans le formalisme de Mueller

En utilisant les relations (3.65), on trouve que l'expression du facteur de transmission moyen en termes des coefficients de la matrice de Mueller est simplement

$$\boxed{\mathcal{T}_{\mathrm{mean}}=m_{00}.} \tag{4.16}$$

4.2 Pertes dépendante de la polarisation

On vient de voir que le facteur de transmission dépendait de la polarisation de la lumière. La perte dépendante de la polarisation est la grandeur physique qui quantifie ce phénomène. Elle est définie en échelle linéaire comme

$$\mathrm{PDL}=\frac{\mathcal{T}_{\mathrm{max}}-\mathcal{T}_{\mathrm{min}}}{\mathcal{T}_{\mathrm{max}}+\mathcal{T}_{\mathrm{min}}}, \tag{4.17}$$

et en échelle logarithmique par

$$\mathrm{PDL}_{\mathrm{dB}}=10\log\left(\frac{\mathcal{T}_{\mathrm{max}}}{\mathcal{T}_{\mathrm{min}}}\right), \tag{4.18}$$

où $\mathcal{T}_{\max}$ et $\mathcal{T}_{\min}$ sont respectivement le maximum et le minimum de transmission parmi toutes les états de polarisation possibles.

Établissons son expression dans le formalisme opérationnel. Dans le cas d'une transformation

$$\mathrm{E}' = \mathrm{GE} \tag{4.19}$$

on a vu que le facteur de transmission est

$$\mathcal{T} = \frac{\langle e|\mathrm{G}^\dagger\mathrm{G}|e\rangle}{\langle e|e\rangle}. \tag{4.20}$$

On a

$$\langle e|e\rangle = ||e||^2 = \mathcal{I}, \tag{4.21}$$

avec $\mathcal{I}$ l'intensité du champ et $||.||$ dénote la norme. Ceci revient à dire

$$||e|| = \sqrt{\mathcal{I}}, \tag{4.22}$$

ce qui permet d'écrire

$$\mathcal{T} = \langle \frac{e}{\sqrt{\mathcal{I}}}|\mathrm{G}^\dagger\mathrm{G}|\frac{e}{\sqrt{\mathcal{I}}}\rangle, \tag{4.23}$$

soit

$$\mathcal{T} = \langle \widetilde{e}|\mathrm{H}|\widetilde{e}\rangle, \tag{4.24}$$

où $\mathrm{H} = \mathrm{G}^\dagger\mathrm{G}$ est une matrice hermitienne et $|\widetilde{e}\rangle$ est tel que $\langle\widetilde{e}|\widetilde{e}\rangle = 1$. L'intérêt de cette écriture est de mettre en évidence le fait que $\mathcal{T}$ est exactement la définition du champ des valeurs de H, c'est à dire l'image de la sphère unité par la forme quadratique induite par H. Dans le cas hermitien, on peut montrer que les valeurs extrémales coïncident exactement avec les valeurs propres de la matrice (en vertu du théorème de Rayleigh-Ritz). Autrement dit, le calcul de la PDL se réduit à la détermination des valeurs propres de $\mathrm{H} = \mathrm{G}^\dagger\mathrm{G}$. Soient $\lambda_{1,2}(\mathrm{H})$ les valeurs propres de H et $\lambda_1 > \lambda_2$, alors la PDL est

$$\mathrm{PDL} = \frac{\lambda_1(\mathrm{H}) - \lambda_2(\mathrm{H})}{\lambda_1(\mathrm{H}) + \lambda_2(\mathrm{H})}. \tag{4.25}$$

D'autre part, les valeurs propres de H coïncident avec le carré des valeurs singulières [1] s_n de G. Autrement dit, la PDL peut s'écrire également

$$\mathrm{PDL} = \frac{s_1^2(\mathrm{G}) - s_2^2(\mathrm{G})}{s_1^2(\mathrm{G}) + s_2^2(\mathrm{G})}. \tag{4.26}$$

Pour déterminer les valeurs propres, on va employer le théorème d'Hamilton-Cayley. $\mathrm{G}^\dagger\mathrm{G}$ étant une matrice 2×2, on sait que le polynome caractéristique est

$$\chi = \mathrm{X}^2 - \mathrm{tr}(\mathrm{G}^\dagger\mathrm{G})\mathrm{X} + \det(\mathrm{G}^\dagger\mathrm{G}), \tag{4.27}$$

1. Les valeurs singulières peuvent être vues comme une généralisation du concept de valeurs propres appliqué au cas où les matrices ne sont pas nécessairement carrées. Une valeur singulière d'une matrice A quelconque peut s'écrire comme $s_n(\mathrm{A}) = \lambda_i((\mathrm{A}^\dagger\mathrm{A})^{1/2})$ où λ_i désignent les valeurs propres. Si A est carrée, $s_n^2(\mathrm{A}) = \lambda_i(\mathrm{A}^\dagger\mathrm{A})$. Il existe plus généralement une décomposition de matrices en valeurs singulières d'une matrice.

ou encore

$$\chi = \mathrm{X}^2 - \mathrm{tr}(\mathrm{G}^\dagger\mathrm{G})\mathrm{X} + |\det \mathrm{G}|^2. \tag{4.28}$$

L'expression des valeurs propres est donnée par les valeurs de X qui annulent χ. Une simple résolution d'une équation du second degré nous permet d'aboutir à

$$\begin{cases} \lambda_1 = \dfrac{\mathrm{tr}(\mathrm{G}^\dagger\mathrm{G}) + \sqrt{(\mathrm{tr}(\mathrm{G}^\dagger\mathrm{G}))^2 - 4|\det \mathrm{G}|^2}}{2} \\ \lambda_2 = \dfrac{\mathrm{tr}(\mathrm{G}^\dagger\mathrm{G}) - \sqrt{(\mathrm{tr}(\mathrm{G}^\dagger\mathrm{G}))^2 - 4|\det \mathrm{G}|^2}}{2} \end{cases}. \tag{4.29}$$

On en déduit que l'expression de la PDL se réduit à [9]

$$\boxed{\mathrm{PDL} = \sqrt{1 - 4\frac{|\det \mathrm{G}|^2}{(\mathrm{tr}(\mathrm{G}^\dagger\mathrm{G}))^2}}.} \tag{4.30}$$

Expression dans le formalisme de Jones

Puisque G = J, considérant (4.14) et puisque

$$\det(\mathrm{J}) = j_{11}j_{22} - j_{12}j_{21}, \tag{4.31}$$

on en déduit que

$$\boxed{\mathrm{PDL} = \sqrt{1 - \frac{4|j_{11}j_{22} - j_{12}j_{21}|^2}{(|j_{11}|^2 + |j_{22}|^2 + |j_{12}|^2 + |j_{21}|^2)^2}}.} \tag{4.32}$$

Expression dans le formalisme de Mueller

En utilisant une nouvelle fois les relations (3.65), on obtient [21]

$$\boxed{\mathrm{PDL} = \frac{\sqrt{m_{01}^2 + m_{02}^2 + m_{03}^2}}{m_{00}}.} \tag{4.33}$$

Cette partie a permis de définir 3 manières d'exprimer la PDL. Tout d'abord, on a sa définition en tant que variation maximale du facteur de transmission lorsque l'on fait varier la polarisation. Ensuite, par l'intermédiaire du formalisme opérationnel, on a aboutit à deux nouvelles expressions respectivement dans le formalisme de Jones et de Mueller. Ces 3 visions de la PDL aboutissent chacune à la définition d'un protocole de mesure spécifique que nous allons maintenant présenter.

Section 5

État de l'art de la mesure de la perte dépendante de la polarisation

Avant de débuter la revue de l'état de l'art, nous allons prendre quelques instants pour préciser les caractéristiques souhaitées pour notre banc de mesure. On considère dans l'ordre :

— l'exactitude du résultat ;
— la rapidité d'exécution ;
— la simplicité d'implémentation.

Le critère prioritaire est l'exactitude de la mesure. La première raison est liée à la nécessité que nous avons déjà évoquée dans l'introduction de connaître avec précision les propriétés optiques d'un composant afin d'estimer adéquatement son impact sur le système dans lequel il est intégré. La seconde est liée aux problématiques de production de nos propres filtres. On conçoit aisément qu'une condition indispensable à la réalisation d'un produit avec des caractéristiques optimisées est la possibilité de le mesurer correctement. On espère pouvoir atteindre des performances comparables aux dispositifs commerciaux équivalents actuels (cf. annexe B), c'est à dire une incertitude de l'ordre du centième de dB.

Ceci étant dit, la rapidité de la mesure ne doit pas être négligée. Quand bien même la bande d'analyse est relativement restreinte, la résolution nécessaire pour atteindre l'exactitude souhaitée implique qu'un grand nombre de points doit être échantillonné. Si la mesure est trop lente, alors elle peut potentiellement être perturbée par des effets de dérive entre son début et sa fin. En outre, dans le cadre de la production de filtre, dans lequel s'inscrit mon travail de thèse au sein de la société Yenista Optics, une vision « instantanée » des propriétés du filtre est un atout considérable puisqu'elle permettrait à l'opérateur de contrôler en temps réel l'impact de ces réglages sur les performances du composant, ce qui apporterait à la fois un gain de temps et de qualité.

Enfin, la simplicité de l'implémentation est à privilégier. Considérant que la complexité du système tend à multiplier les sources d'imperfection du système, on cherchera à la limiter autant que possible.

5.1 Balayage de la sphère de Poincaré

5.1.1 Balayage pseudo-aléatoire

La technique la plus directe et a priori la plus simple pour estimer la PDL est celle qui se base sur sa définition en tant que rapport entre les pertes maximale et minimale lorsque l'on fait varier la polarisation. Elle a été adoptée comme standard sous la dénomination *TIA/EIA-455-157: FOTP-157* [22]. Le principe consiste à couvrir le plus exhaustivement possible la sphère de Poincaré et à mesurer en chaque « point » quelle est la transmission associée, de manière à déterminer les valeurs maximale et minimale. Il existe deux déclinaisons de la méthode :

— la *polarization-scanning method* qui repose sur un balayage asynchrone avec des trajectoires continues ;
— la *random all-states method* qui est une version discrétisée avec une détection synchrone.

Dans tous les cas, cette technique nécessite simplement une source laser accordable, un *scrambler* de polarisation et un puissancemètre (voir fig. 5.1).

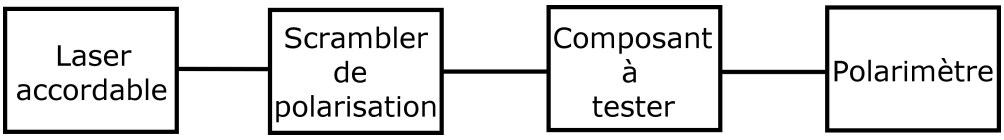


FIGURE 5.1 – Montage expérimental simplifié pour la méthode de balayage en polarisation. La PDL est déduite de la variation de puissance relevée sur le puissancemètre quand le scrambler balaie la sphère de Poincaré. En faisant varier la longueur d'onde du laser accordable, on caractérise spectralement le composant à tester.

L'incertitude relative sur la PDL ε dépend du temps entre deux mesures Δt et de la durée du balayage T [23, 24]

$$\mathrm{T} = \frac{\pi \Delta t}{\varepsilon}. \tag{5.1}$$

Une mesure ne permet toutefois d'obtenir la PDL que pour une seule et unique longueur d'onde. Imaginons que l'on souhaite caractériser une bande spectrale de largeur $\Delta\lambda$ avec un résolution $\delta\lambda$, le temps total nécessaire est

$$\mathrm{T_{tot}} = \frac{\pi \Delta t}{\varepsilon} \frac{\Delta\lambda}{\delta\lambda}. \tag{5.2}$$

Considérons une plage $\Delta\lambda = 1$ nm et une résolution de mesure $\delta\lambda = 0,1$ pm, situation qu'on serait amenée à rencontrer dans le cadre de la production des filtres chez Yenista Optics. Les facteurs principaux qui influencent le temps entre deux mesures sont le temps nécessaire au contrôleur de polarisation pour faire varier les états et le temps d'intégration des détecteurs. On verra que le contrôleur de polarisation dont nous disposons nous limite à choisir Δt de l'ordre de 1 ms. Enfin, on vise pour fixer les idées une incertitude relative de $\varepsilon = 1\%$. On trouve au final $\mathrm{T_{tot}} = 3141$ s soit plus de 50 min ! Dans nos cas, il est donc impensable d'utiliser cette méthode.

5.1.2 Balayage déterministe

Cette méthode est similaire au balayage pseudo-aléatoire à ceci près que l'on parcourt un ensemble d'états déterminé, à défaut d'être précisément connus. L'avantage de cette approche est de pouvoir contrôler plus précisément les zones visitées et donc de s'assurer en particulier que la sphère est uniformément densément peuplée au bout d'un temps de mesure optimisé en fonction du temps de mesure choisi et donc de l'incertitude cible.

5.2 Analyse de Jones

L'analyse de Jones appliquée à la mesure de la PDL met à profit la propriété qu'elle est obtenue en déterminant les valeurs singulières la matrice de Jones

$$\mathrm{J} = \begin{pmatrix} j_{11} & j_{12} \\ j_{21} & j_{22} \end{pmatrix} \tag{5.3}$$

suivant la formule (4.26).

Le principe de la méthode [25] consiste à générer les trois états

$$|\mathrm{E}_1\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \ , \ |\mathrm{E}_2\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \ \text{ et } \ |\mathrm{E}_3\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \tag{5.4}$$

qui sont respectivement les états polarisés à 0°, 90° et 45°, et à mesurer pour chacun la réponse du système. Les vecteurs réponses $|\mathrm{E}'_1\rangle$, $|\mathrm{E}'_2\rangle$ et $|\mathrm{E}'_3\rangle$ sont respectivement

$$|\mathrm{E}'_1\rangle = \begin{pmatrix} j_{11} \\ j_{21} \end{pmatrix} \ , \ |\mathrm{E}'_2\rangle = \begin{pmatrix} j_{12} \\ j_{22} \end{pmatrix} \ , \ |\mathrm{E}'_3\rangle = \begin{pmatrix} j_{11} + j_{12} \\ j_{21} + j_{22} \end{pmatrix} \tag{5.5}$$

La mesure pratique par l'intermédiaire d'un polarimètre (voir fig. 5.2) permet d'obtenir les rapports

$$k_1 = \frac{j_{11}}{j_{21}} \ , \ k_2 = \frac{j_{12}}{j_{22}} \ \text{ et } \ k_3 = \frac{j_{11} + j_{12}}{j_{21} + j_{22}}. \tag{5.6}$$

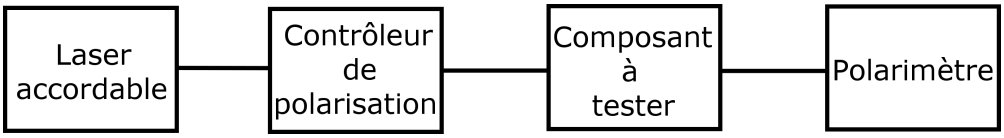


FIGURE 5.2 – Montage expérimental simplifié pour la méthode de Jones. On génère trois états prédéterminés avec le contrôleur de polarisation et la réponse du composant à tester est mesurée à l'aide d'un polarimètre.

Moyennant quelques substitutions élémentaires, on trouve que la matrice de Jones peut s'écrire sous la forme

$$\mathrm{J} = j_{22} \begin{pmatrix} k_1 k_4 & k_2 \\ k_4 & 1 \end{pmatrix} \tag{5.7}$$

où $k_4 = (k_3 - k_2)/(k_1 - k_3)$. Comme on a mesuré que 3 états, on n'a en réalité accès explicitement qu'à la matrice

$$\mathrm{J}' = \begin{pmatrix} k_1 k_4 & k_2 \\ k_4 & 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{j_{22}}\mathrm{J}. \tag{5.8}$$

Cependant, on

$$s_i(\mathrm{J}')^2 = \frac{1}{|j_{22}|^2} s_i(\mathrm{J})^2, \tag{5.9}$$

et le facteur inconnu se factorise pour permettre d'aboutir à

$$\mathrm{PDL} = \frac{s_1^2(\mathrm{J}') - s_2^2(\mathrm{J}')}{s_1^2(\mathrm{J}') + s_2^2(\mathrm{J}')}. \tag{5.10}$$

La connaissance explicite de j_{22} n'est donc pas utile pour le calcul de la PDL.

En résumé, La méthode de Jones implique seulement l'analyse de 3 états de polarisation par longueur d'onde, la mesure étant de nature polarimétrique. Le temps de mesure par rapport aux méthodes de balayage en polarisation est considérablement réduit [1] ce qui rend la méthode adaptée à la caractérisation spectrale de la PDL. [25] obtient des incertitudes de l'ordre de quelques centièmes de dB pour des PDL mesurée de l'ordre de quelques dizaines de dB.

5.3 Analyse de Mueller

Suivant l'expression (4.33), la mesure de la PDL en exploitant le formalisme de Mueller revient à déterminer les 4 coefficients m_{00}, m_{01}, m_{02} et m_{03} qui constituent la première ligne de la matrice de Mueller. Or, on a vu que ces coefficients sont impliqués dans le calcul du coefficient de transmission, selon la formule (3.42). Cela signifie qu'en mesurant la transmission d'un certain nombre d'états et en combinant les résultats, on est en mesure de retrouver les différents coefficients. Cette méthode a été adoptée comme standard sous la dénomination *TIA-455-198: FOTP-198* [26]. C'est celle qui est mise en oeuvre par le *National Institute of Standards and Technology* américain pour la caractérisation de leurs étalons de PDL [27].

Formellement, la situation se réduit à la résolution d'un système d'équations à 4 inconnues. Il a été établi deux protocoles standards pour aboutir au résultat.

1. Le chiffrage à l'instar de ce qui a été présenté dans le cas des méthodes de balayage de la sphère de Poincaré n'est pas possible à faire simplement, considérant que la vitesse de mesure dépend d'un certain nombre de considérations expérimentales qui ne sont pas présentées. Toutefois, à performances équivalentes, la méthode de Jones est globalement de plusieurs ordres de grandeur plus rapide suivant [25].

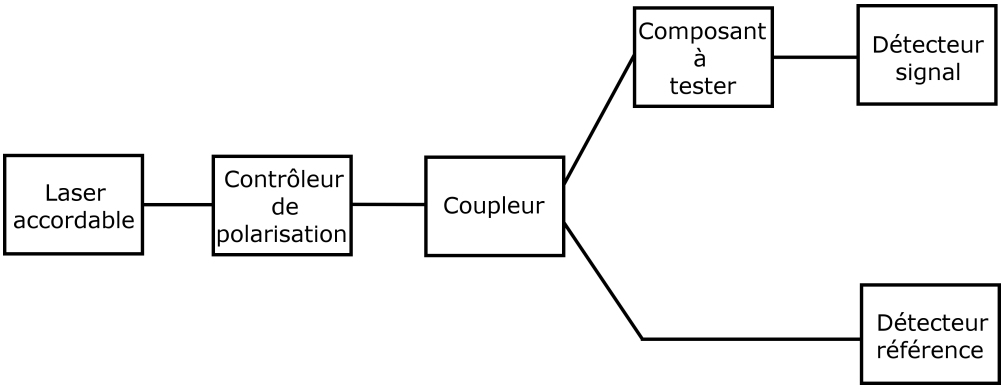


FIGURE 5.3 – Montage expérimental simplifié de la méthode de Mueller. On génère quatre ou six états prédéterminés avec le contrôleur de polarisation et la puissance transmise est mesurée à l'aide d'un puissancemètre. Un détecteur de référence permet de s'affranchir des fluctuations de puissance du laser.

5.3.1 Protocole à 4 états

Pour résoudre le système, il faut au minimum 4 équations indépendantes, ce qui se traduit physiquement par la mesure du coefficient de transmission de 4 états de polarisation [21] (voir fig. 5.3). Usuellement, on choisit les polarisations linéaires à 0°, 90°et 45°, ainsi que la polarisation circulaire droite dont les vecteurs de Stokes sont respectivement

$$\mathrm{S}_a = \begin{pmatrix} \mathrm{I} \\ \mathrm{I} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \ \mathrm{S}_b = \begin{pmatrix} \mathrm{I} \\ -\mathrm{I} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \ \mathrm{S}_c = \begin{pmatrix} \mathrm{I} \\ 0 \\ \mathrm{I} \\ 0 \end{pmatrix} \text{ et } \mathrm{S}_d = \begin{pmatrix} \mathrm{I} \\ 0 \\ 0 \\ \mathrm{I} \end{pmatrix}. \tag{5.11}$$

I est l'intensité totale initiale du faisceau.

On commence par faire une série de mesures sans le composant à tester (*Device Under Test*, DUT). Les puissances mesurées pour chacun des états sont respectivement $\mathrm{P}_1, \mathrm{P}_2, \mathrm{P}_3, \mathrm{P}_4$. On connecte ensuite le DUT et on effectue une nouvelle série de mesures. On obtient cette fois $\mathrm{P}_a, \mathrm{P}_b, \mathrm{P}_c, \mathrm{P}_d$. L'expression des coefficients de la matrice est alors

$$\begin{cases} m_{00} &= \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{\mathrm{P}_a}{\mathrm{P}_1} + \dfrac{\mathrm{P}_b}{\mathrm{P}_2}\right) \\ m_{01} &= \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{\mathrm{P}_a}{\mathrm{P}_1} - \dfrac{\mathrm{P}_b}{\mathrm{P}_2}\right) \\ m_{02} &= \dfrac{\mathrm{P}_c}{\mathrm{P}_3} - \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{\mathrm{P}_a}{\mathrm{P}_1} + \dfrac{\mathrm{P}_b}{\mathrm{P}_2}\right) \\ m_{03} &= \dfrac{\mathrm{P}_d}{\mathrm{P}_4} - \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{\mathrm{P}_a}{\mathrm{P}_1} + \dfrac{\mathrm{P}_b}{\mathrm{P}_2}\right) \end{cases}. \tag{5.12}$$

5.3.2 Protocole à 6 états

Le protocole à 4 états est la méthode la plus « naturelle » pour calculer la PDL en passant par le formalisme de Mueller. Ceci étant, le fait de n'utiliser que 4 états le rend sensible à certains effets, en particulier la biréfrigence et la PDL parasite [28]. Un des points-clé pour réduire les incertitudes consiste en effet à effectuer une calibration du système, c'est à dire à mesurer la réponse du système en l'absence du DUT. A cause de la biréfringence, les états vus par le composant à tester sont différent de ceux mesurés en son absence si on ne modifie pas les réglages du contrôleur de polarisation entre temps. Ils subissent en effet une rotation, en conséquence de quoi la puissance mesurée lors de l'étape de calibration n'est pas exactement celle escomptée, l'écart étant d'autant plus important que la PDL parasite ou la biréfringence est importante. Par ailleurs, la PDL parasite a un autre effet délétère : elle tend à détruire l'orientation relative entre les différents états.

Une manière d'améliorer l'exactitude de la mesure est de mesurer des états supplémentaires de manière à couvrir plus uniformément la sphère de Poincaré. Une variation du protocole à 4 états est donc le protocole à 6 états. On conserve les mêmes 4 états en y ajoutant généralement la polarisation linéaire à -45° et circulaire gauche. L'expression des coefficients de la première ligne de la matrice de Mueller devient alors

$$\begin{cases} m_{00} &= \frac{1}{2}\left(\frac{\mathrm{P}_a}{\mathrm{P}_1}+\frac{\mathrm{P}_b}{\mathrm{P}_2}\right) \\ m_{01} &= \frac{1}{2}\left(\frac{\mathrm{P}_a}{\mathrm{P}_1}+\frac{\mathrm{P}_b}{\mathrm{P}_2}\right) \\ m_{02} &= \frac{1}{2}\left(\frac{\mathrm{P}_c}{\mathrm{P}_3}+\frac{\mathrm{P}_e}{\mathrm{P}_5}\right) \\ m_{03} &= \frac{1}{2}\left(\frac{\mathrm{P}_d}{\mathrm{P}_4}+\frac{\mathrm{P}_f}{\mathrm{P}_6}\right) \end{cases} . \tag{5.13}$$

La méthode de Mueller est très semblable sur le principe à la méthode de Jones en ce sens qu'elle n'implique la mesure que d'un ensemble réduit d'états de polarisation, en l'occurrence 4 ou 6. La principale différence se situe au niveau du fait que la méthode de Mueller repose sur des mesures de puissance. Les incertitudes que l'on peut espérer obtenir sont de quelques millièmes de dB [29, 30] pour des PDL de quelques dixième de dB. La vitesse de mesure est du même ordre que la méthode de Jones.

5.4 Choix de la méthode

Compte tenu de toutes ses considérations, la méthode qui nous a semblé la plus appropriée est la méthode de Mueller. C'est celle pour laquelle la littérature rapporte les plus faibles valeurs d'incertitude lors de [24, 31]. En termes de vitesse, elle permet une caractérisation sur des bandes spectrales étendues. Enfin, elle est relativement facile

à mettre en oeuvre puisqu'elle n'implique que des mesures de puissance. En d'autre termes, c'est la méthode de Mueller qui offre le meilleur compromis parmi les aspects recherchés.

D'autre part, elle offre un polyvalence remarquable. En vérité, ce que l'on appelle « méthode de Mueller » ne se rapporte pas spécifiquement à un dispositif expérimental particulier mais constitue plutôt ce qu'on pourrait appeler un *framework*. Elle décrit les paramètres nécessaires à la mesure en faisant abstraction de la façon dont les résultats sont obtenus. On peut ensuite envisager une multitude d'implémentations plus ou moins sophistiquées qui respectent les conditions de la méthode. En fonction des priorités recherchées, on peut aussi mettre l'accent sur certains aspects au détriments d'autres, par exemple privilégier l'exactitude ou plutôt la vitesse, et vice-versa. Les améliorations que l'on peut apporter sont donc à deux niveaux différents : au niveau du *framework* lui-même, auquel cas ceux-ci peuvent s'appliquer indépendamment du contexte ; spécifiquement à une implémentation.

Je vais maintenant présenter une description originale de la mesure de PDL avec la méthode de Mueller et m'en servir pour décrire différentes implémentations du protocole qui en découlent.

Section 6

Contributions à la méthode de Mueller

Nous allons introduire une approche alternative de la mesure de la PDL par rapport à l'interprétation classique matricielle. Elle consiste à raisonner en termes de vecteurs et de concaténation de vecteurs. Les déductions issues de cette analyse vont permettre dans un premier temps d'expliciter la procédure de compensation de PDL accomplie par la méthode de Mueller, ce qui a notre connaissance n'avait jamais été réalisée. En poussant plus loin le raisonnement on aboutira à un calcul alternatif de la PDL dont nous présenterons plusieurs variations et dont nous justifierons ultérieurement la pertinence à l'aide de comparaisons expérimentales avec la méthode classique.

6.1 Description vectorielle de la méthode de Mueller

La méthode de Mueller tire son nom du fait qu'elle intimement liée au formalisme du même nom. Comme c'est une description de nature matricielle, alors la méthode de mesure est par extension également qualifiée comme telle. Dans l'interprétation classique, la mesure de PDL revient à déterminer les coefficients d'une matrice. Une analyse un peu plus subtile du problème aboutit à la conclusion que la quantité que l'on cherche à mesurer ne borne pas à la détermination de 4 coefficients mais plus généralement à la détermination de la norme d'un vecteur. Cette interprétation permet d'apporter un certain nombre d'éclairages sur les propriétés de la mesure et permet d'autre part d'envisager des approches alternatives.

6.1.1 Le vecteur de PDL

L'existence du vecteur de PDL [32] est une conséquence directe de la décomposition polaire (2.62) et de l'expansion de Pauli (2.65). La décomposition polaire nous apprend

que l'action de la PDL se décrit à l'aide d'un opérateur hermitien H. L'expansion de Pauli nous indique qu'on peut l'écrire sous la forme

$$\mathrm{H} = h_0\sigma_0 + \vec{h}\cdot\vec{\sigma}, \tag{6.1}$$

où $\vec{h} = (h_1\ h_2\ h_3)$ est un vecteur de l'espace complexe $\mathbb{C}^3$: c'est le vecteur de PDL. Puisque H est hermitien, tous les coefficients h_i sont réels et $\vec{h}$ est en conséquence un vecteur de l'espace réel $\mathbb{R}^3$. Il est donc *représentable sur la sphère de Poincaré*.

6.1.2 Expression du vecteur de PDL à partir des coefficients de la matrice de Mueller

Le facteur de transmission obtenu à partir de la matrice de Mueller peut s'écrire comme

$$\mathcal{T} = m_{00} + \sum_{i=1}^{3} m_{0i}\mathrm{s}_j \tag{6.2}$$

où

$$\sum_{i=1}^{3} m_{0i}\mathrm{s}_j = \vec{m}\cdot\vec{s} \tag{6.3}$$

s'assimile au produit scalaire entre deux vecteurs 3D :

$$\vec{s} = \begin{pmatrix} s_1 = \mathrm{S}_1/\mathrm{S}_0 \\ s_2 = \mathrm{S}_2/\mathrm{S}_0 \\ s_3 = \mathrm{S}_3/\mathrm{S}_0 \end{pmatrix} \tag{6.4}$$

qui est le vecteur de Stokes (normalisé) de l'état de polarisation incident et

$$\vec{m} = \begin{pmatrix} m_{01} \\ m_{02} \\ m_{03} \end{pmatrix} \tag{6.5}$$

dont la norme est égale à

$$||\vec{m}|| = \sqrt{m_{01}^2 + m_{02}^2 + m_{03}^2}. \tag{6.6}$$

Il s'ensuit que l'expression de la PDL peut s'écrire

$$\mathrm{PDL} = 10\log\left(\frac{m_{00} + ||\vec{m}||}{m_{00} - ||\vec{m}||}\right). \tag{6.7}$$

ou encore

$$\mathrm{PDL} = 10\log\left(\frac{1 + ||\vec{\Gamma}||}{1 - ||\vec{\Gamma}||}\right). \tag{6.8}$$

avec

$$\vec{\Gamma} = \begin{pmatrix} m_{01}/m_{00} \\ m_{02}/m_{00} \\ m_{03}/m_{00} \end{pmatrix} \tag{6.9}$$

qui le vecteur de PDL, ou vecteur de diatténuation [10].

Ce résultat met en évidence le fait que ce que l'on cherche à mesurer avec la méthode de Mueller est en fait la norme du vecteur de PDL. Sachant cela, on va pouvoir exploiter les règles de concaténation des vecteurs de PDL [32] pour mieux comprendre comment le dispositif expérimental influence le résultat de la mesure et mettre à profit cette analyse pour envisager d'autres approches au calcul de la PDL.

6.1.3 Concaténation des vecteurs de PDL

Lorsque l'on concatène deux éléments possédant de la PDL, la PDL totale n'est pas la somme des deux PDL individuelles. Il y a deux raisons à cela. Dans un premier temps, on vient de montrer le caractère vectoriel de la PDL, ce qui implique que la somme est aussi de nature vectorielle, tandis que ce que l'on nomme communément « la PDL » est la norme d'un vecteur. Or, la norme de la somme de deux vecteurs n'est de manière générale pas égale à la somme des normes. En outre, la somme n'est pas une simple somme. Soient deux vecteurs de PDL $\vec{\Gamma}_1$ et $\vec{\Gamma}_2$, la PDL résultante est de la forme

$$\vec{\Gamma}_{1+2} = \frac{\sqrt{1-\Gamma_2^2}}{1+\vec{\Gamma}_1\cdot\vec{\Gamma}_2}\vec{\Gamma}_1 + \frac{1+\vec{\Gamma}_1\cdot\vec{\Gamma}_2\left(1-\sqrt{1-\Gamma_2^2}\right)/\Gamma_2^2}{1+\vec{\Gamma}_1\cdot\vec{\Gamma}_2}\vec{\Gamma}_2. \tag{6.10}$$

Cette expression est formellement équivalente à celle de la composition des vitesses en relativité restreinte [1]. Ceci est en fait dû à la topologie de l'espace de Stokes qui possède une métrique de Minkowski.

Considérons le cas où $||\vec{\Gamma}_2|| \ll 1$, alors l'expression se réduit à

$$\vec{\Gamma}_{1+2} = \alpha\left(\vec{\Gamma}_1 + \vec{\Gamma}_2\right). \tag{6.11}$$

avec

$$\alpha = (1 - \vec{\Gamma}_1\cdot\vec{\Gamma}_2) \tag{6.12}$$

un facteur de couplage, tel que

$$0 \leq \alpha \leq 1. \tag{6.13}$$

Le point particulièrement important à relever est la dépendance du facteur de couplage en le produit scalaire entre les deux vecteurs de PDL $\vec{\Gamma}_1\cdot\vec{\Gamma}_2$. Cela signifie que la direction et la norme du vecteur résultat dépendent de l'orientation relative des deux vecteurs de PDL concaténés. La concaténation est égale à une somme vectorielle classique, c'est à dire $\alpha = 1$, si et seulement si les deux vecteurs sont orthogonaux.

1. Ceci signifie notamment que le vecteur de PDL est l'analogue de la vitesse en relativité, plus précisément du vecteur $\vec{\beta} = \vec{v}/c$.

6.1.4 Compensation de la PDL par calibration

Un des avantages de la méthode de Mueller est qu'elle permet une calibration efficace du système de mesure de manière à réduire considérablement l'influence de la PDL parasite sur la mesure finale. Pour ce faire, on effectue un double référencement du système. Pour s'affranchir des fluctuations instantanées du systèmes, on utilise simultanément deux détecteurs qui sont chacun reliés à une voie d'un coupleur. L'une des voie est la voie « signal », qui est celle qui contiendra le DUT, et l'autre est la voie « référence ». Une mesure unitaire est systématiquement le rapport entre les deux signaux. Pour réduire la dépendance à la polarisation du système de mesure, on effectue une première série de mesures sans le DUT. On fait ensuite une nouvelle fois le rapport entre les mesures avec et sans le DUT.

Cette méthode est très documentée, mais il n'existe pas à notre connaissance d'expression analytique qui permette de se faire une idée précise de l'efficacité de la calibration. Par l'intermédiaire de l' approche vectorielle, nous sommes en mesure de la fournir. En effet, on a montré que le protocole expérimental revenait à mesurer expérimentalement les composantes d'une vecteur puis d'en calculer la norme. En couplant cette observation avec les règles de concaténation, on peut aboutir à une expression compacte de ce que l'on mesure en pratique et de l'action de la calibration.

Modélisation de l'influence du coupleur

On a vu que le système de mesure était scindé en deux voies par l'intermédiaire d'un coupleur. Son influence sur la mesure est fondamentale et mérite qu'on s'y attarde. Pour un état de polarisation donné, la puissance mesurée par chacun des détecteurs est

$$\begin{cases} \mathrm{P}^a = \mathrm{P}_0 \mathcal{T}_c \mathcal{T}_a \\ \mathrm{P}^b = \mathrm{P}_0 \mathcal{T}_c \mathcal{T}_b \end{cases}, \tag{6.14}$$

où P_0 est la puissance de sortie du laser, $\mathcal{T}_c$ est le facteur de transmission du chemin commun, $\mathcal{T}_a$ et $\mathcal{T}_b$ sont les transmissions respectives des deux voies séparées. En explicitant, on a

$$\begin{cases} \mathrm{P}^a = \alpha \mathrm{P}_0 m_{00}^c m_{00}^a \left(1+\Gamma^c\right)\left(1+\Gamma^a\right) \\ \mathrm{P}^b = \beta \mathrm{P}_0 m_{00}^c m_{00}^b \left(1+\Gamma^c\right)\left(1+\Gamma^b\right) \end{cases}. \tag{6.15}$$

Γ^c est la PDL sur la partie commune. Pour une longueur d'onde donnée, elle est en première approximation constante indépendamment de l'état de polarisation choisi. Γ^a et Γ^b sont les PDL respectives des deux voies de mesure. En regroupant tous les termes indépendants de l'état de polarisation et communs aux deux expressions dans un facteur ζ, on peut donc écrire

$$\begin{cases} \mathrm{P}^a = \zeta \alpha m_{00}^a \left(1+\Gamma^a\right) \\ \mathrm{P}^b = \zeta \beta m_{00}^b \left(1+\Gamma^b\right) \end{cases}. \tag{6.16}$$

Une mesure atomique correspond au rapport de ces deux transmissions, soit

$$\mathcal{T} = \frac{\alpha}{\beta} \frac{m_{00}^a \left(1+\Gamma^a\right)}{m_{00}^b \left(1+\Gamma^b\right)}. \tag{6.17}$$

Ce faisant, on constate qu'on a éliminé l'influence de la PDL de la partie commune. En considérant

$$\mathcal{T}^{\dagger} = \frac{\alpha}{\beta}\frac{m_{00}^{a}\left(1-\Gamma^{a}\right)}{m_{00}^{b}\left(1-\Gamma^{b}\right)} \tag{6.18}$$

le rapport des puissances pour l'état orthogonal, on peut ensuite écrire

$$\frac{\mathcal{T}-\mathcal{T}^{\dagger}}{\mathcal{T}+\mathcal{T}^{\dagger}} = \frac{\Gamma^{a}-\Gamma^{b}}{1-\Gamma^{a}\Gamma^{b}}. \tag{6.19}$$

À ce stade, on remarque que le rapport α/β, qui est la répartition du coupleur, disparaît. Si on fait l'hypothèse qu'au moins une des deux PDL est petite devant 1, $\Gamma^{a} \ll 1$ ou $\Gamma^{b} \ll 1$, on a alors

$$\boxed{\frac{\mathcal{T}-\mathcal{T}^{\dagger}}{\mathcal{T}+\mathcal{T}^{\dagger}} = \Gamma^{a}-\Gamma^{b}+\left(\Gamma^{a}\right)^{2}\Gamma^{b}-\Gamma^{a}\left(\Gamma^{b}\right)^{2}.} \tag{6.20}$$

Utiliser un coupleur revient donc à l'ordre zéro à effectuer une soustraction entre la PDL de chacun des deux bras. Le résultat de la mesure s'apparente donc plutôt à une *pseudo-PDL* qu'à une PDL réelle. En particulier, on constate que si les PDL des deux voies étaient vectoriellement égales, alors le résultat de la mesure en l'absence de DUT serait une PDL nulle, bien que les PDL invididuelles soient non nulles. Lorsque l'on calibre le dispositif de mesure, on cherche en fait à calculer cette pseudo-PDL parasite qui trouve son origine dans le déséquilibre en PDL des deux voies du coupleur, de façon à la soustraire de la pseudo-PDL mesurée en présence du composant à tester. Cette interprétation m'amène à proposer à une méthode alternative pour le calcul de la PDL à partir des résultats de la mesure par rapport à l'approche classique.

Cas avec calibration

Commençons par examiner le résultat équivalent obtenu si on raisonnait avec l'approche matricielle. Retranscrit en termes vectoriel, le résultat du calcul est

$$\Gamma = \sqrt{\sum_{i=1}^{3}\Gamma_{i}^{2}} = \sqrt{\sum_{i=1}^{3}\left(\frac{\mathcal{T}_{|s_i\rangle}/\mathcal{T}^{c}_{|s_i\rangle} - \mathcal{T}_{|s_i^{\dagger}\rangle}/\mathcal{T}^{c}_{|s_i^{\dagger}\rangle}}{\mathcal{T}_{|s_i\rangle}/\mathcal{T}^{c}_{|s_i\rangle} + \mathcal{T}_{|s_i^{\dagger}\rangle}/\mathcal{T}^{c}_{|s_i^{\dagger}\rangle}}\right)^{2}}, \tag{6.21}$$

où $\mathcal{T}_{|s_i\rangle}$ et $\mathcal{T}^{c}_{|s_i\rangle}$ sont le rapport des puissances mesurées entre les deux voies respectivement en présence et en absence de DUT pour l'état $|s_i\rangle$. Écrit autrement,

$$\Gamma = \sqrt{\sum_{i=1}^{3}\left(\frac{\dfrac{\mathrm{P}^{a+d}_{|s_i\rangle}}{\mathrm{P}^{b}_{|s_i\rangle}}\dfrac{\mathrm{P}^{b,c}_{|s_i\rangle}}{\mathrm{P}^{a,c}_{|s_i\rangle}} - \dfrac{\mathrm{P}^{a+d}_{|s_i\dagger\rangle}}{\mathrm{P}^{b}_{|s_i\dagger\rangle}}\dfrac{\mathrm{P}^{b,c}_{|s_i\dagger\rangle}}{\mathrm{P}^{a,c}_{|s_i\dagger\rangle}}}{\dfrac{\mathrm{P}^{a+d}_{|s_i\rangle}}{\mathrm{P}^{b}_{|s_i\rangle}}\dfrac{\mathrm{P}^{b,c}_{|s_i\rangle}}{\mathrm{P}^{a,c}_{|s_i\rangle}} + \dfrac{\mathrm{P}^{a+d}_{|s_i\dagger\rangle}}{\mathrm{P}^{b}_{|s_i\dagger\rangle}}\dfrac{\mathrm{P}^{b,c}_{|s_i\dagger\rangle}}{\mathrm{P}^{a,c}_{|s_i\dagger\rangle}}}\right)^{2}}. \tag{6.22}$$

Si $\vec{\Gamma}^a$ et $\vec{\Gamma}^d$ sont respectivement les vecteurs de PDL parasite sur la voie signal et la PDL « vraie » du DUT, alors on considère que ce que l'on mesure en réalité lorsque le DUT est présent est la concaténation de ces deux vecteurs de PDL, c'est à dire $\vec{\Gamma}^{a+d}$ avec

$$\vec{\Gamma}^{a+d} = \vec{\Gamma}^d + \vec{\Gamma}^a - \left(\vec{\Gamma}^a \cdot \vec{\Gamma}^d\right) \Gamma_i^d, \tag{6.23}$$

au premier ordre en $\vec{\Gamma}^a$. D'autre part, on a respectivement

$$\begin{cases} \mathcal{T}_{|s_i\rangle} = \dfrac{m_{00}^{a+d}\left(1+\Gamma_i^{a+d}\right)}{m_{00}^{b}\left(1+\Gamma_i^{b}\right)} \\ \mathcal{T}^c_{|s_i\rangle} = \dfrac{m_{00}^{a,c}\left(1+\Gamma_i^{a,c}\right)}{m_{00}^{b,c}\left(1+\Gamma_i^{b,c}\right)} \end{cases}, \tag{6.24}$$

de telle sorte qu'un terme de la forme $\mathcal{T}_{|s_i\rangle}/\mathcal{T}^c_{|s_i\rangle}$ est égal à

$$\frac{\mathcal{T}_{|s_i\rangle}}{\mathcal{T}^c_{|s_i\rangle}} = \frac{m_{00}^{a+d}}{m_{00}^{b}} \frac{m_{00}^{b,c}}{m_{00}^{a,c}} \frac{1+\Gamma_i^{a+d}}{1+\Gamma_i^{a,c}} \frac{1+\Gamma_i^{b,c}}{1+\Gamma_i^{b}}. \tag{6.25}$$

Dans le cas idéal où on suppose $\Gamma_i^b = \Gamma_i^{b,c}$ et $\Gamma_i^a = \Gamma_i^{a,c}$, c'est à dire que la reproductibilité de la mesure est parfaite, une composante du vecteur de PDL mesuré est donc donnée par

$$\Gamma_i = \frac{\Gamma_i^{a+d} - \Gamma_i^a}{1 - \Gamma_i^{a+d}\Gamma_i^a}, \tag{6.26}$$

soit

$$\Gamma_i = \Gamma_i^{a+d} - \Gamma_i^a + \left(\Gamma_i^{a+d}\right)^2 \Gamma_i^a. \tag{6.27}$$

En utilisant (6.23) on trouve,

$$\Gamma_i = \Gamma_i^d - \left(\vec{\Gamma}^a \cdot \vec{\Gamma}^d\right) \Gamma_i^d + \left(\Gamma_i^d\right)^2 \Gamma_i^a \tag{6.28}$$

ce qui signifie que le vecteur mesuré est

$$\boxed{\vec{\Gamma} = \vec{\Gamma}^d - \left(\vec{\Gamma}^a \cdot \vec{\Gamma}^d\right) \vec{\Gamma}^d + \vec{\Gamma}^d \circ \vec{\Gamma}^d \circ \vec{\Gamma}^a,} \tag{6.29}$$

où $\circ$ dénote le produit de Hadamard [2]. Lorsque la PDL parasite est faible, on vérifie le fait que la calibration permet de la soustraire efficacement de la PDL du composant que l'on cherche à mesurer. En outre, si cette dernière est également petite, alors l'approximation est encore mieux vérifiée. Ce calcul permet d'établir que la méthode de Mueller est particulièrement adaptée à la mesure des faibles PDL, c'est à dire de l'ordre de quelques dixièmes de dB et moins..

2. Le produit de Hadamard entre deux vecteurs est le produit termes à termes.

Considérons maintenant le cas où $\Gamma_i^b \neq \Gamma_i^{b,c}$ et $\Gamma_i^a \neq \Gamma_i^{a,c}$, qui tient compte du fait que l'on a dû perturber le dispositif expérimental entre la calibration et la mesure du DUT. En ne conservant que les termes d'ordre 1, on obtient pour une composante

$$\Gamma_i = \frac{\Gamma_i^{a+d} - \Gamma_i^{a,c} - \left(\Gamma_i^b - \Gamma_i^{b,c}\right)}{1 - \Gamma_i^{a+d}\left[\Gamma_i^{a,c} + \left(\Gamma_i^b - \Gamma_i^{b,c}\right)\right]}. \tag{6.30}$$

On pose $\delta\Gamma_i^b = \Gamma_i^b - \Gamma_i^{b,c}$ et $\delta\Gamma_i^a = \Gamma_i^a - \Gamma_i^{a,c}$, et on aboutit à

$$\Gamma_i = \frac{\Gamma_i^{a+d} - \Gamma_i^a + \delta\Gamma_i^a - \delta\Gamma_i^b}{1 - \Gamma_i^{a+d}\Gamma_i^a + \Gamma_i^{a+d}\left(\delta\Gamma_i^a - \delta\Gamma_i^b\right)}. \tag{6.31}$$

En admettant que $\delta\Gamma_i \sim \Gamma_i$, alors en ne conservant que les termes jusqu'à l'ordre 1

$$\Gamma_i = \Gamma_i^{a+d} - \Gamma_i^a + \delta\Gamma_i^a - \delta\Gamma_i^b + \left(\Gamma_i^{a+d}\right)^2\left[\Gamma_i^a - \left(\delta\Gamma_i^a - \delta\Gamma_i^b\right)\right]. \tag{6.32}$$

L'hypothèse $\delta\Gamma_i \sim \Gamma_i$ se justifie par le fait que la PDL parasite propre à chacune des voies est en général de quelques centièmes de dB, car elle n'intègre que la PDL entre la sortie du contrôleur de polarisation et le détecteur. On peut donc imaginer que les perturbations engendrées par les déconnexions et reconnexions du dispositif soient du même ordre. Pour la même raison, il faut souligner que le terme $\delta\Gamma_i^a - \delta\Gamma_i^b$ ne tient pas compte d'une perturbation sur la voie commune mais uniquement des perturbations indépendantes. On peut finalement écrire

$$\boxed{\vec{\Gamma} = \vec{\Gamma}^d + \delta\vec{\Gamma}^c - \left(\vec{\Gamma}^a \cdot \vec{\Gamma}^d\right)\vec{\Gamma}^d + \vec{\Gamma}^d \circ \vec{\Gamma}^d \circ \left(\vec{\Gamma}^a - \delta\vec{\Gamma}^c\right),} \tag{6.33}$$

où $\delta\vec{\Gamma}^c$ est un vecteur tel que $\delta\Gamma_i^c = \delta\Gamma_i^a - \delta\Gamma_i^b$.

Cas sans calibration

Admettons que l'on omette la calibration du dispositif et qu'on se contente des rapports de puissance entre la voie signal et la voie de référence. On peut calculer la PDL comme étant

$$\Gamma = \sqrt{\sum_{i=1}^{3}\left(\frac{\mathrm{P}_{|s_i\rangle}^{a+d}/\mathrm{P}_{|s_i\rangle}^{b} - \mathrm{P}_{|s_i^\dagger\rangle}^{a+d}/\mathrm{P}_{|s_i^\dagger\rangle}^{b}}{\mathrm{P}_{|s_i\rangle}^{a+d}/\mathrm{P}_{|s_i\rangle}^{b} + \mathrm{P}_{|s_i^\dagger\rangle}^{a+d}/\mathrm{P}_{|s_i^\dagger\rangle}^{b}}\right)^2}, \tag{6.34}$$

On aboutit à

$$\Gamma_i = \frac{\Gamma_i^{a+d} - \Gamma_i^b}{1 - \Gamma_i^{a+d}\Gamma_i^b}, \tag{6.35}$$

c'est à dire

$$\Gamma_i = \Gamma_i^{a+d} - \Gamma_i^b + \left(\Gamma_i^d\right)^2\Gamma_i^b, \tag{6.36}$$

soit

$$\Gamma_i = \Gamma_i^d - \left(\vec{\Gamma}^a \cdot \vec{\Gamma}^d\right) \Gamma_i^d + \left(\Gamma_i^d\right)^2 \Gamma_i^b + \Gamma_i^a - \Gamma_i^b. \tag{6.37}$$

Finalement

$$\boxed{\vec{\Gamma} = \vec{\Gamma}^d - \left(\vec{\Gamma}^a \cdot \vec{\Gamma}^d\right) \vec{\Gamma}^d + \vec{\Gamma}^d \circ \vec{\Gamma}^d \circ \vec{\Gamma}^b + \vec{\Gamma}^a - \vec{\Gamma}^b.} \tag{6.38}$$

Par rapport au cas calibré (6.29), on a un terme supplémentaire $\vec{\Gamma}^a - \vec{\Gamma}^b$ qui quantifie le déséquilibre en PDL des deux voies du coupleur. C'est bien la preuve que la calibration permet d'éliminer ce terme.

6.2 Approche alternative de la méthode de Mueller

Soit un état de polarisation $|s_i\rangle$. Le facteur de transmission de cet état est donné par la formule

$$\mathcal{T}_{|s_i\rangle} = m_{00}\left(1 + \Gamma_i\right) \tag{6.39}$$

où Γ_i est la projection du vecteur de PDL sur l'état $|s_i\rangle$. Considérons maintenant l'état orthogonal $|s_i^\dagger\rangle$, c'est à dire tel que $\langle s_i | s_i^\dagger\rangle = 0$, on a

$$\mathcal{T}_{|s_i^\dagger\rangle} = m_{00}\left(1 - \Gamma_i\right) \tag{6.40}$$

On en déduit que

$$\begin{cases} \left(\mathcal{T}_{|s_i\rangle} - \mathcal{T}_{|s_i^\dagger\rangle}\right)/2 = m_{00}\Gamma_i \\ \left(\mathcal{T}_{|s_i\rangle} + \mathcal{T}_{|s_i^\dagger\rangle}\right)/2 = m_{00} = \mathcal{T}_{\text{mean}} \end{cases}. \tag{6.41}$$

On est capable d'isoler une composante Γ_i du vecteur de PDL en prenant le quotient entre la différence et la somme des transmissions de deux états orthogonaux

$$\Gamma_i = \frac{\mathcal{T}_{|s_i\rangle} - \mathcal{T}_{|s_i^\dagger\rangle}}{\mathcal{T}_{|s_i\rangle} + \mathcal{T}_{|s_i^\dagger\rangle}}. \tag{6.42}$$

Pour mesurer les autres composantes, il faut trouver une famille de vecteurs qui forment une base orthonormale dans l'espace de Stokes, c'est à dire tels que

$$\widehat{s}_i \cdot \widehat{s}_j = \delta_{ij} \tag{6.43}$$

où $\widehat{s}_i$ est l'état de Mueller associé à l'état de Jones $|s_i\rangle$. La norme du vecteur de PDL mesuré est alors donnée par

$$\boxed{\Gamma = \sqrt{\sum_{i=1}^{3} \left(\frac{\mathcal{T}_{|s_i\rangle} - \mathcal{T}_{|s_i^\dagger\rangle}}{\mathcal{T}_{|s_i\rangle} + \mathcal{T}_{|s_i^\dagger\rangle}}\right)^2}.} \tag{6.44}$$

La double condition nécessaire et suffisante sur les états de polarisation est

$$\boxed{\begin{cases} \widehat{s}_i \cdot \widehat{s}_j &= \delta_{ij} \\ \langle s_i | s_i^\dagger \rangle &= 0 \end{cases}.} \tag{6.45}$$

Nous avons vu que les quantités que l'on cherche à déterminer sont les coordonnées du vecteur de PDL, soit les rapports $\{m_{0i}/m_{00}\}_{i=0\ldots3}$. Lorsque l'on se place dans le cadre classique, la procédure revient dans un premier temps à calculer explicitement les 4 coefficients $\{m_{0i}\}_{i=0\ldots3}$ de façon séparée, puis dans un second temps à en déduire implicitement les rapports. Ce faisant, on est susceptible de propager des erreurs expérimentales sur m_{00} puisqu'il est utilisé pour calculer tous les rapports. En revanche, si on les calcule suivant la formule 6.42, alors *chaque composante du vecteur de PDL est calculée de manière indépendante*. Ceci n'est encore une fois possible que dans le cas du protocole à 6 états puisque cela revient à déterminer 3 fois m_{00}.

6.3 Implications de l'approche alternative

6.3.1 Nouvelles stratégies de calcul et de mesure

Implémentation standard à 2 détecteurs

Compte tenu des remarques précédentes, on arrive à la conclusion qu'on peut mesurer séparement la pseudo-PDL en l'absence et en présence du DUT puis effectuer la soustraction. L'expression du calcul est alors

$$\Gamma = \sqrt{\sum_{i=1}^{3} \left(\frac{\mathrm{P}^{a+d}_{|s_i\rangle}/\mathrm{P}^{b}_{|s_i\rangle} - \mathrm{P}^{a+d}_{|s_i^\dagger\rangle}/\mathrm{P}^{b}_{|s_i^\dagger\rangle}}{\mathrm{P}^{a+d}_{|s_i\rangle}/\mathrm{P}^{b}_{|s_i\rangle} + \mathrm{P}^{a+d}_{|s_i^\dagger\rangle}/\mathrm{P}^{b}_{|s_i^\dagger\rangle}} - \frac{\mathrm{P}^{a,c}_{|s_i\rangle}/\mathrm{P}^{b,c}_{|s_i\rangle} - \mathrm{P}^{a,c}_{|s_i^\dagger\rangle}/\mathrm{P}^{b,c}_{|s_i^\dagger\rangle}}{\mathrm{P}^{a,c}_{|s_i\rangle}/\mathrm{P}^{b,c}_{|s_i\rangle} + \mathrm{P}^{a,c}_{|s_i^\dagger\rangle}\mathrm{P}^{b,c}_{|s_i^\dagger\rangle}} \right)^2}. \tag{6.46}$$

Ce qui amène

$$\Gamma_i = \frac{\Gamma_i^{a+d} - \Gamma_i^b}{1 - \Gamma_i^{a+d}\Gamma_i^b} - \frac{\Gamma_i^{a,c} - \Gamma_i^{b,c}}{1 - \Gamma_i^{a,c}\Gamma_i^{b,c}}, \tag{6.47}$$

qui correspond à la situation

$$\Gamma_i = \Gamma_i^{a+d} - \Gamma_i^a + \delta\Gamma^a - \delta\Gamma^b + \left(\Gamma_i^{a+d}\right)^2 \Gamma_i^b. \tag{6.48}$$

On aboutit à

$$\Gamma_i = \Gamma_i^d + \delta\Gamma^a - \delta\Gamma^b - \left(\vec{\Gamma}^a \cdot \vec{\Gamma}^d\right) \Gamma_i^d + \left(\Gamma_i^d\right)^2 \Gamma_i^b \tag{6.49}$$

et finalement

$$\boxed{\vec{\Gamma} = \vec{\Gamma}^d + \delta\vec{\Gamma}^c - \left(\vec{\Gamma}^a \cdot \vec{\Gamma}^d\right) \vec{\Gamma}^d + \vec{\Gamma}^d \circ \vec{\Gamma}^d \circ \vec{\Gamma}^b.} \tag{6.50}$$

On vérifie que le résultat est identique au premier ordre au cas matriciel (6.33). La différence se situe au niveau des termes d'ordres supérieurs.

On peut envisager aussi le cas encore plus général

$$\Gamma = \sqrt{\sum_{i=1}^{3} \left[\frac{\mathrm{P}^{a+d}_{|s_i\rangle} - \mathrm{P}^{a+d}_{|s_i^\dagger\rangle}}{\mathrm{P}^{a+d}_{|s_i\rangle} + \mathrm{P}^{a+d}_{|s_i^\dagger\rangle}} - \frac{\mathrm{P}^{b}_{|s_i\rangle} - \mathrm{P}^{b}_{|s_i^\dagger\rangle}}{\mathrm{P}^{b}_{|s_i\rangle} + \mathrm{P}^{b}_{|s_i^\dagger\rangle}} - \left(\frac{\mathrm{P}^{a,c}_{|s_i\rangle} - \mathrm{P}^{a,c}_{|s_i^\dagger\rangle}}{\mathrm{P}^{a,c}_{|s_i\rangle} + \mathrm{P}^{a,c}_{|s_i^\dagger\rangle}} - \frac{\mathrm{P}^{b,c}_{|s_i\rangle} + \mathrm{P}^{b,c}_{|s_i^\dagger\rangle}}{\mathrm{P}^{b,c}_{|s_i\rangle} + \mathrm{P}^{b,c}_{|s_i^\dagger\rangle}} \right) \right]^2}. \quad (6.51)$$

qui amène

$$\Gamma_i = \Gamma_i^{a+d} - \Gamma_i^a + \delta\Gamma^a - \delta\Gamma^b, \quad (6.52)$$

soit

$$\Gamma_i = \Gamma_i^d + \delta\Gamma^a - \delta\Gamma^b - \left(\vec{\Gamma}^a \cdot \vec{\Gamma}^d \right) \Gamma_i^d. \quad (6.53)$$

et enfin

$$\boxed{\vec{\Gamma} = \vec{\Gamma}^d + \delta\vec{\Gamma}^c - \left(\vec{\Gamma}^a \cdot \vec{\Gamma}^d \right) \vec{\Gamma}^d.} \quad (6.54)$$

Ce que l'on peut constater en examinant les différentes formes présentées est que lorsqu'on calcule une PDL en utilisant un ratio de puissance, alors on introduit numériquement un terme de couplage entre les différentes PDL. La formule classique (6.33) est la forme avec le plus fort couplage car celui-ci implique les PDL des deux voies, à la fois avec et sans le DUT. La dernière forme proposée dans ce travail de thèse est a contrario totalement découplée (6.54). Au niveau intermédiaire, la formule (6.50) couple les PDL des deux voies mais considère indépendamment les étapes de calibration et de mesure du DUT.

D'un point de vue physique, le seul couplage pertinent est celui entre la voie signal et la voie de référence, car le coupleur l'opère physiquement. Il permet de se prémunir contre les fluctuations instantanées de la puissance. En revanche, il n'existe pas de couplage physique entre l'étape de calibration et de mesure du DUT. Or, une expression qui tient compte d'un couplage non physique tend théoriquement à dégrader le résultat car il introduit un terme de couplage sans le compenser par un gain par ailleurs. Notre conclusion est donc que la formule classique (6.33) est la moins bonne. Le choix entre (6.50) et (6.54) dépend des paramètres pratiques, en particulier de la stabilité du laser et de la reproductibilité des états de polarisation.

Implémentations alternatives

On peut envisager une autre approche qui induit une modification du montage expérimental. Supposons que le contrôleur de polarisation ne soit plus avant le coupleur mais sur la voie signal (voir fig. 6.1).

Dans ce cas de figure, la puissance mesurée par la voie de référence est indépendante de l'état de polarisation puisque le détecteur voit toujours le même. Formellement, cela

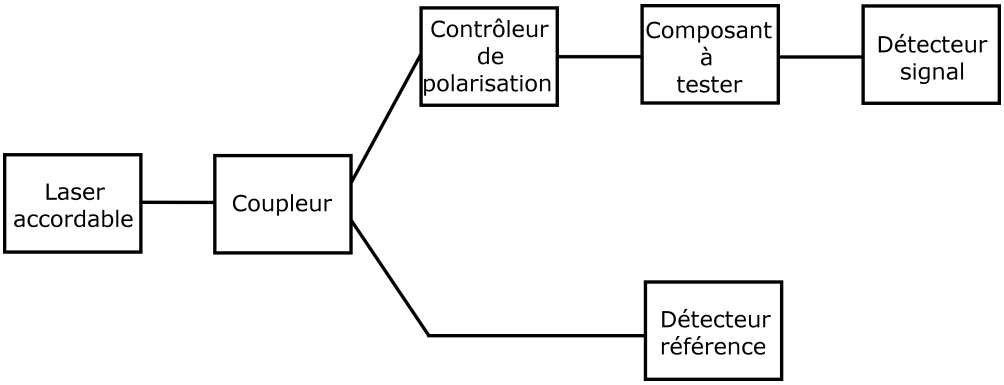


FIGURE 6.1 – Montage expérimental simplifié pour la méthode alternative de Mueller. Le détecteur de référence ne voit plus les états générés par le contrôleur de polarisation.

est équivalent à écrire

$$\begin{cases} \mathrm{P}^a = \zeta \alpha m_{00}^a \left(1 + \Gamma^a\right) \\ \mathrm{P}^b = \zeta' \beta m_{00}^b \end{cases} . \tag{6.55}$$

avec $\zeta' = \zeta \left(1 + \Gamma^b\right)$.

Dans le cas idéal, on a

$$\mathrm{P}^b_{|s_i\rangle} = \mathrm{P}^b_{|s_i^\dagger\rangle} \quad \text{et} \quad \mathrm{P}^{b,c}_{|s_i\rangle} = \mathrm{P}^{b,c}_{|s_i^\dagger\rangle}; \tag{6.56}$$

on trouve alors,

$$\Gamma = \sqrt{\sum_{i=1}^{3} \left(\frac{\mathrm{P}^{a+d}_{|s_i\rangle} - \mathrm{P}^{a+d}_{|s_i^\dagger\rangle}}{\mathrm{P}^{a+d}_{|s_i\rangle} + \mathrm{P}^{a+d}_{|s_i^\dagger\rangle}} - \frac{\mathrm{P}^{a,c}_{|s_i\rangle} - \mathrm{P}^{a,c}_{|s_i^\dagger\rangle}}{\mathrm{P}^{a,c}_{|s_i\rangle} + \mathrm{P}^{a,c}_{|s_i^\dagger\rangle}} \right)^2} . \tag{6.57}$$

La situation est en fait formellement équivalente au cas de figure où on aurait qu'un seul puissancemètre (voir fig. 6.2). La différence pratique se situe au niveau du fait qu'avec le second puissancemètre, on est capable de se prémunir contre les fluctuations de puissance indésirables.

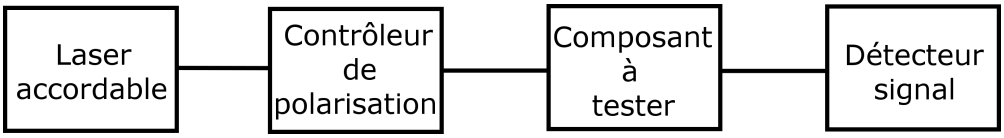


FIGURE 6.2 – Montage expérimental simplifié pour la méthode de Mueller à 1 détecteur. Il n'y a plus de voie de référence.

Finalement, on a

$$\Gamma_i = \Gamma_i^{a+d} - \Gamma_i^{a,c}, \tag{6.58}$$

soit

$$\Gamma_i = \Gamma_i^d + \delta\Gamma_i^a - \left(\vec{\Gamma}^a \cdot \vec{\Gamma}^d\right) \Gamma_i^d \tag{6.59}$$

et donc

$$\boxed{\vec{\Gamma} = \vec{\Gamma}^d + \delta\vec{\Gamma}^a - \left(\vec{\Gamma}^a \cdot \vec{\Gamma}^d\right)\vec{\Gamma}^d.} \tag{6.60}$$

Un point notable par rapport aux cas précédents est que la PDL parasite Γ^a intègre cette fois la PDL du contrôleur de polarisation.

6.3.2 Mesure sans polarimètre

La méthode classique préconise généralement d'envoyer les états de Stokes linéaire à 0°, 90°, 45° et circulaire droit. Dans ce cas, les rapports m_{0i}/m_{00} sont les coordonnées du vecteur de PDL relativement à la base canonique $\{(1,0,0),(0,1,0),(0,0,1)\}$ de $\mathbb{R}^3$. La contrainte imposée est qu'il faut en conséquence intégrer un polarimètre dans le dispositif de manière à pouvoir contrôler l'état de polarisation. À cause de la dépendance en longueur d'onde généralement exhibée par le contrôleur de polarisation et de la variation de l'état de polarisation en entrée de celui-ci due à la biréfringence, le maintien des états de sortie passe par l'établissement d'une table de calibration.

Sachant que la biréfringence pure entraîne une rotation globale de la sphère de Poincaré, cela signifie qu'elle ne perturbe pas les relations angulaires entre états. Or nous avons mentionné que, seule l'orientation relative entre les états est importante pour que la PDL mesurée en un point donné soit correcte. L'interprétation matricielle est que le système d'équation que l'on obtient à l'issue de la mesure doit être constitué d'équations linéaires indépendantes. L'interprétation vectorielle est géométrique : la quantité mesurée est la norme d'un vecteur qui est invariante par changement de base orthogonale.

Pour le prouver, écrivons différemment $||\vec{\Gamma}|| = \sqrt{\vec{\Gamma}\cdot\vec{\Gamma}}$. La décomposition orthogonale de $\vec{\Gamma}$ sur une base de Stokes quelconque $\{\widehat{s}_i\}_{i=1..3}$ donne

$$\vec{\Gamma} = \sum_{i=1}^{3} (\vec{\Gamma}\cdot\widehat{s}_i)\widehat{s}_i \tag{6.61}$$

On a alors

$$\sqrt{\vec{\Gamma}\cdot\vec{\Gamma}} = \sqrt{\left(\sum_{i=1}^{3}(\vec{\Gamma}\cdot\widehat{s}_i)\widehat{s}_i\right)\cdot\left(\sum_{j=1}^{3}(\vec{\Gamma}\cdot\widehat{s}_j)\widehat{s}_j\right)} \tag{6.62}$$

$$= \sqrt{\sum_{i,j=1}^{3}\left(\vec{\Gamma}\cdot\widehat{s}_i\right)\left(\vec{\Gamma}\cdot\widehat{s}_j\right)\widehat{s}_i\cdot\widehat{s}_j}. \tag{6.63}$$

Puisque les $\{\widehat{s}_i\}$ forment une base orthogonale, on a $\widehat{s}_i\cdot\widehat{s}_j = \delta_{ij}$ et

$$\sqrt{\vec{\Gamma}\cdot\vec{\Gamma}} = \sqrt{\sum_{i=1}^{3}\left(\vec{\Gamma}\cdot\widehat{s}_i\right)^2}. \tag{6.64}$$

Soit maintenant $\delta\mathcal{T}_i$ la différence de transmission entre deux états orthogonaux qui sont par définition s_i et $-s_i$. On a

$$\delta\mathcal{T}_i/2 = \vec{\Gamma} \cdot \widehat{s_i}. \tag{6.65}$$

En reportant ce résultat dans l'équation précédente on trouve finalement que

$$||\vec{\Gamma}|| = \frac{1}{2}\sqrt{\sum_{i=1}^{3}(\delta\mathcal{T}_i)^2}, \tag{6.66}$$

indépendamment de la base de mesure choisie. Les composantes du vecteur de PDL mesurée sont donc relatives à une base qui a subie une rotation inconnue par rapport à la base canonique. En théorie, ce résultat signifie que si les états vérifient les bonnes relations angulaires en un point, alors on peut ignorer les dérives dues à la longueur d'onde. À la limite, les états peuvent être différents pour chaque longueur d'onde. En pratique, ce n'est pas tout à fait exact. Dans un premier temps, il existe un couplage entre la PDL parasite et la biréfringence qui tend à briser les relations angulaires quand la longueur d'onde varie. Ensuite, la dépendance spectrale du contrôleur de polarisation n'équivaut pas nécessairement à une rotation globale des états.

Ces considérations impliquent aussi que la mesure de la PDL ne nécessite pas la connaissance absolue des états de polarisation et on peut donc envisager de se dispenser de l'emploi d'un polarimètre. Il faut toutefois s'assurer de retrouver par construction les mêmes états de polarisation pour une longueur d'onde donnée entre l'étape de calibration et la mesure en présence du composant à tester, afin que la compensation de la PDL composante par composante puisse s'effectuer correctement.

6.4 Calcul amélioré du coefficient m_{00} dans le cas le protocole à 6 états

Au passage, on propose une amélioration du calcul matriciel classique dans le cadre du protocole à 6 états. Quand on analyse la signification des coefficients, on s'aperçoit que m_0 correspond au facteur de transmission moyen. Or, on a déjà evoqué le fait qu'on pouvait l'obtenir en prenant la moyenne de la transmission de toute paire d'états orthogonaux. Alors que dans le cadre du protocole à 4 états il n'y a qu'une seule paire, on en a 3 quand on utilise 6 états. Cela signifie qu'on a 3 mesures du coefficient m_0. En outre, les états sont répartis uniformément sur la sphère de Poincaré de telle façon que ces 3 mesures sont le moins corrélées possible. On diminue donc l'incertitude de la mesure en prenant la moyenne des 3 quantités calculées. Cette observation n'est pas mise à profit dans l'expression (5.13). Les nouveaux coefficients pour le protocole à 6

états sont

$$\begin{cases} m_{00} &= \frac{1}{6}\left(\frac{\mathrm{P}_a}{\mathrm{P}_1}+\frac{\mathrm{P}_b}{\mathrm{P}_2}+\frac{\mathrm{P}_c}{\mathrm{P}_3}+\frac{\mathrm{P}_d}{\mathrm{P}_4}+\frac{\mathrm{P}_e}{\mathrm{P}_5}+\frac{\mathrm{P}_f}{\mathrm{P}_6}\right) \\ m_{01} &= \frac{1}{2}\left(\frac{\mathrm{P}_a}{\mathrm{P}_1}+\frac{\mathrm{P}_b}{\mathrm{P}_2}\right) \\ m_{02} &= \frac{1}{2}\left(\frac{\mathrm{P}_c}{\mathrm{P}_3}+\frac{\mathrm{P}_e}{\mathrm{P}_5}\right) \\ m_{03} &= \frac{1}{2}\left(\frac{\mathrm{P}_d}{\mathrm{P}_4}+\frac{\mathrm{P}_f}{\mathrm{P}_6}\right) \end{cases} . \tag{6.67}$$

Dans cette partie, nous avons adopté une approche vectorielle de la PDL pour analyser la méthode de Mueller. Celle-ci nous a tout d'abord permis d'expliciter la procédure de compensation de PDL par calibration, ce qui n'avait à notre connaissance jamais été réalisé. Ensuite, nous avons proposé plusieurs façons originales de calculer la PDL pour lesquelles la théorie nous indique que le résultat obtenu ne diffère de la méthode classique qu'au niveau des termes perturbatifs (voir table 6.1). Nous allons maintenant mettre à l'épreuve nos différentes hypothèses en les implémentant et en comparant les résultats obtenus.

Schéma	Caractéristiques de l'implémentation
6.2	Nombre de détecteurs : 1 Avantages : — Economique : un seul détecteur — Pas de pseudo-PDL Inconvénients : — Sensible aux fluctuations du laser — Sensible aux fluctuations dues au contrôleur de polarisation[1]
6.1	Nombre de détecteurs : 2 Avantages : — Insensible aux fluctuations du laser — Pas de pseudo-PDL Inconvénients : — Sensible aux fluctuations dues au contrôleur de polarisation[1]
5.3	Nombre de détecteurs : 2 Avantages : — Insensible aux fluctuations du laser — Insensible aux fluctuations dues au contrôleur de polarisation[1] Inconvénients : — 2 PDL indépendantes

[1] On considère ici spécifiquement les fluctuations de puissance induites par le polariseur intégré au contrôleur de polarisation.

TABLE 6.1 – Tableau comparatif des différentes implémentations de la méthode de Mueller.

Troisième partie

Mesure de la perte dépendante de la polarisation

Section 7

Validation du dispositif de mesure

7.1 Présentation du protocole expérimental

Pour effectuer nos mesures, on va implémenter la méthode de Mueller à 6 états avec scans multiples sans contrôle des états absolus. Le choix de la méthode à 6 états vient de notre souhait de privilégier l'exactitude de la mesure. Le protocole initial a été développé avec 4 états, mais des remarques postérieures ont mis en évidence le fait qu'utiliser 6 états rendait la méthode plus robuste vis-à-vis des effets parasites du dispositif de mesure [28]. On cherchera toutefois à estimer les gains réels de façon à déterminer si cette décision est justifiée dans notre cas.

7.1.1 Source

La source que nous avons utilisée est un laser accordable (tunable laser source, TLS) Agilent 81640A. Le choix d'une telle source plutôt qu'une source large bande s'impose naturellement pour nous car on devrait dans ce dernier cas de figure utiliser un filtre auxiliaire pour découper le spectre de la source à l'image de [30] qui emploie un filtre de 700 pm. Cette configuration nous pose deux problèmes. Tout d'abord, un tel filtre devrait posséder une bande passante typiquement 10 à 100 fois plus étroite que le filtre que l'on cherche à caractériser, de manière à ce que l'échantillonnage soit satisfaisant, tout en étant accordable sur la même plage de longueur d'onde. Un tel filtre n'est pas disponible. Quand bien même ce serait le cas, les résultats de la mesure pourraient alors être influencés par ce filtre auxiliaire et on ne saurait pas nécessairement faire la part des choses entre le comportement du composant à tester et les effets parasites.

La vitesse de balayage minimale est de 0,5 nm/s. Cette caractéristique va s'avérer importante car on va voir que le taux d'échantillonnage de nos détecteurs est limité, ce qui implique qu'on va devoir diminuer la vitesse du laser pour atteindre des résolutions subpicométriques. Les données de longueurs d'onde seront issues de la fonction « lambda-logging » du laser, dont la résolution maximale de 0,1 pm, la reproductibilité étant typiquement de 0,5 pm.

7.1.2 Détecteurs

Nous utilisons deux détecteurs Agilent 81634B. Leur principal atout est de posséder faible PDL intrinsèque, inférieure à 0,005 dB, qui est ce qui est disponible de meilleur sur le marché.

Leur temps d'intégration minimal est de 100 µs, ce qui correspond à une fréquence d'échantillonnage de 10 kHz. Dans ce cas, la vitesse de balayage maximale admissible pour le laser si l'on veut atteindre une résolution de 0,1 pm est donc théoriquement de 1 nm/s.

7.1.3 Contrôleur de polarisation

Nous allons utiliser un contrôleur de polarisation General Photonics PSG-001. Il est capable de générer les 6 états de Stokes canoniques. Le contrôle des états est discret, c'est à dire qu'il n'y a pas possibilité de les ajuster individuellement : les relations angulaires entre états sont donc fixées par construction. Cette configuration est cohérente avec notre état d'esprit qui est de ne pas chercher à connaître les états de polarisation absolus mais de seulement nous intéresser aux orientations relatives entre états. En adoptant ce contrôleur de polarisation, on se déleste totalement des problématiques de génération des états de polarisation. Toutefois, le système est dans la pratique optimisé pour une seule longueur d'onde [1] qui correspond à une situation pour laquelle les conditions (6.45) sont respectées au mieux. La situation se dégrade graduellement quand on s'en éloigne ce qui va nuire à la qualité de la mesure. On cherchera à estimer cet impact.

La répétabilité angulaire absolue est de $\pm 0{,}1^\circ$ sur la sphère de Poincaré, ce qui est dans notre cas une assurance de la bonne répétabilité des orientations relatives. Le temps d'établissement d'un état est de 250 µs, ce qui correspond à une fréquence de rafraîchissement des états de 4 kHz.

7.1.4 Coupleur

On utilise un coupleur 50/50 de manière à obtenir deux voies de mesure simultanées. Le choix du taux de couplage est dicté par notre souhait d'obtenir une puissance sensiblement équivalente sur les deux voies. On appellera « voie signal » le chemin de mesure qui est susceptible de contenir le DUT et » voie référence » le chemin de mesure relié directement à un puissancemètre. La PDL maximale du coupleur est typiquement de 0,01 dB mais on verra plus tard que son influence est plus subtile qu'il n'y parait .

1. Autour de 1540 nm dans notre cas, mais dépend toutefois légèrement de la température.

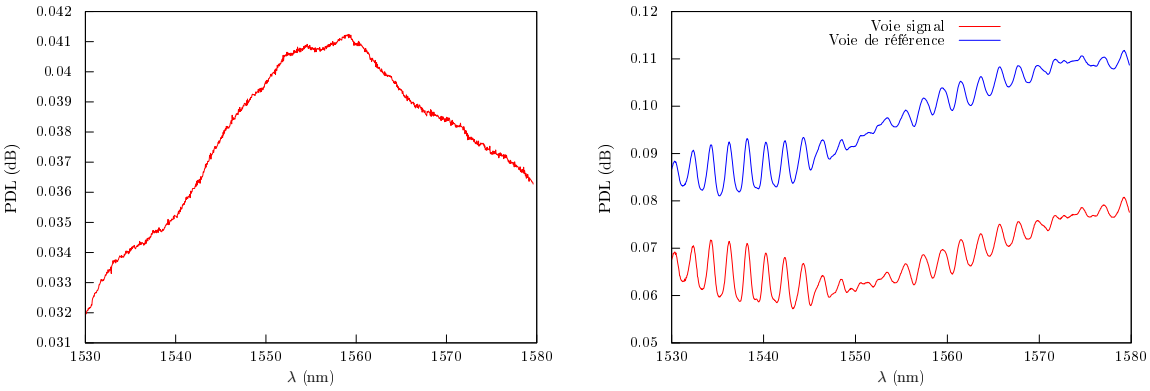
7.2 Mesure de références de PDL

On va tester nos hypothèses sur deux cas pratiques : des étalons de PDL nominalement à 0,2 dB et 0,5 dB.

7.2.1 Protocole à deux détecteurs

Étalon à 0,5 dB

On débute par l'étape de calibration, c'est à dire en l'absence du composant à tester. On obtient pour commencer une mesure de ce que l'on appelé la pseudo-PDL parasite qui correspond à la différence de PDL entre les deux voies de mesure (voir fig. 7.1a). On peut constater d'une part qu'elle n'est pas nulle mais comprise entre 0,03 dB et 0,04 dB et d'autre part qu'elle présente des variations de l'ordre du centième de dB sur la plage de mesure. Cela confirme qu'il existe bel et bien deux PDL indépendantes du fait que chacune des voies est soumise des contraintes propres.



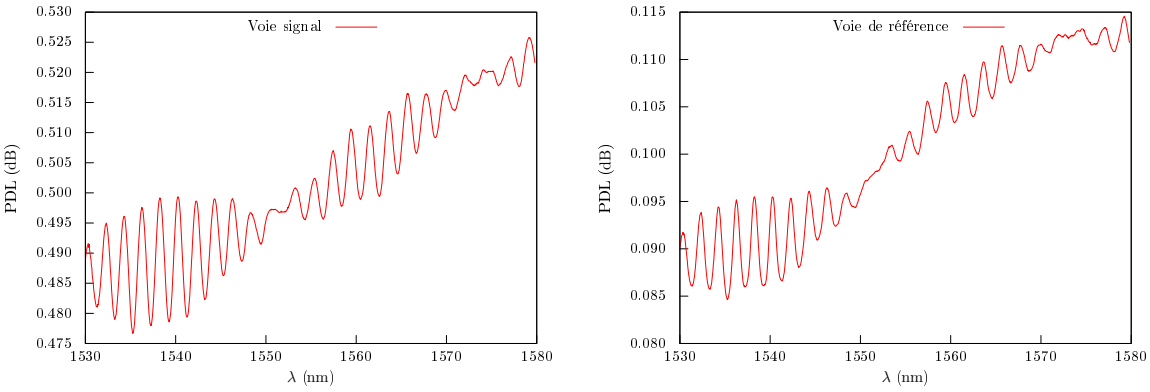
(a) (b)

FIGURE 7.1 – Étalon à 0,5 dB. (a) Pseudo-PDL obtenue lors de la calibration. Elle correspond à la norme d'un vecteur fictif qui serait la différence des vecteurs de PDL associés à chacune des voies de mesure. On constate qu'elle est non nulle et présente des variations de l'ordre du centième de dB sur la bande d'analyse. (b) PDL totale des deux voies mesurées à la calibration. On peut remarquer des fluctuations sinusoïdales fortement corrélées entre les deux voies, ce qui tend à nous indiquer qu'elles proviennent de la voie commune. En pratique, elles sont issues du contrôleur de polarisation.

On peut ensuite calculer la PDL *totale* sur chacune des deux voies (voir fig. 7.1b). Elle est de l'ordre de 0,1 dB sur la voie de référence et de 0,07 dB sur la voie signal. Cette PDL intègre une contribution de la voie commune et c'est la raison pour laquelle on peut retrouver des comportements similaires sur les deux courbes. Bien qu'elle ne correspond pas à la PDL parasite telle qu'on l'a définie qui n'intègre pas la contribution de la voie commune, on peut toutefois s'en servir pour justifier certaines de nos hypothèses. En effet, la plupart des développements limités que nous avons effectués dans la section

6.2 sont valables si les PDL parasites sont petites devant 1 en échelle linéaire. Ce que l'on constate, c'est que les PDL totales peuvent déjà être considérées comme telles. En échelle linéaire, elle sont en effet de l'ordre de 0,01 pour la voie de référence et 0,007 pour la voir signal. Ce que signifie que si on était en mesure d'isoler les PDL parasites, on trouverait des valeurs encore plus faibles. En outre, la PDL à mesurer est de l'ordre de 0,05 en échelle linéaire et on a déjà évoqué le fait que nos approximations étaient d'autant plus vraies que celles-ci était petite. Autrement dit, nous sommes parfaitement dans le cadre de nos hypothèses.

On peut ensuite passer à l'étape où on insère le DUT sur la voie signal. La nouvelle PDL totale sur cette voie est logiquement plus élevée et de l'ordre de la PDL attendue, soit 0,5 dB (voir fig. 7.2a). On observe qu'elle présente toujours des variations sinusoïdales très similaires à celles que l'on observait lorsque le DUT n'était pas présent. Comme attendu, la PDL totale sur la voie de référence a très peu varié (voir fig. 7.2b) et on peut attribuer la différence à la reproductibilité de la mesure.



(a) (b)

FIGURE 7.2 – Étalon à 0,5 dB. (a) PDL totale de la voie signal en présence du DUT. Elle est de l'ordre de la PDL attendue et on retrouve des variations très similaires à celles qui existaient déjà sur la voie signal en l'absence du DUT. (b) PDL totale de la voie de référence en présence du DUT. Elle est sensiblement identique à celle obtenue lors de la calibration, l'écart pouvant être mis sur le compte de la reproductibilité de la mesure.

On peut maintenant calculer d'une part la PDL « non calibrée », c'est à dire la pseudo-PDL qui ne corrige pas du déséquilibre entre les deux voies et la PDL « calibrée » qui en tient compte (voir fig. 7.3). On peut remarquer que les effets de battement que l'on pouvait observer sur la PDL totale de la voie signal ont été quasi-complètement éliminés. Cela prouve qu'ils provenaient d'une contribution sur la voie commune et qu'ils ont donc été logiquement compensés [2]. Dans le cas présent, la PDL non calibrée aurait tendance à sous-évaluer la PDL d'environ 0,03 dB. Si on se rapporte au certificat de calibration de l'étalon (voir fig. 7.4), on devrait trouver une valeur comprise entre 0,483 dB ± 0,007 dB à 1 530 nm et 0,487 dB ± 0,005 dB à 1 580 nm, la PDL variant erratiquement de quelques millièmes de dB entre ces deux points. La valeur calibrée

2. Il s'agit en vérité de la dépendance à la polarisation du contrôleur de polarisation lui-même.

est donc celle qui est la plus proche de la vérité, avec un biais compris entre 0,01 dB et 0,02 dB par rapport à la valeur attendue.

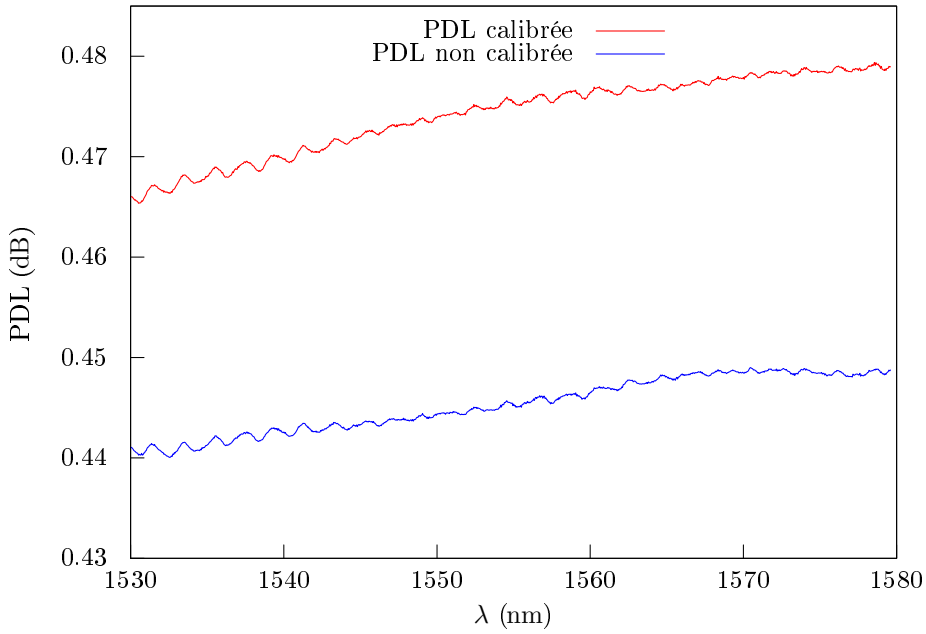


FIGURE 7.3 – Étalon à 0,5 dB. Comparaison entre la PDL calibrée et non calibrée. La PDL non calibrée correspond à la pseudo-PDL en présence du DUT, c'est à dire qu'elle intègre le déséquilibre en PDL des voies de mesure en plus de la PDL vraie du DUT. Ici, la PDL non calibrée tend à sous-estimer la PDL vraie de quelques centièmes de dB.

Wavelength (nm)	PDL (dB)	Uncertainty (dB)
1500	0.478	0.005
1510	0.474	0.005
1520	0.476	0.003
1530	0.483	0.007
1540	0.487	0.009
1550	0.484	0.005
1560	0.485	0.006
1570	0.486	0.008
1580	0.487	0.005

FIGURE 7.4 – Certificat de calibration de l'étalon à 0,5 dB.

Maintenant, si on compare la PDL « calibrée » avec la PDL que l'on obtient par l'intermédiaire du calcul de Mueller classique, alors les deux courbes sont superposées et indistinguables visuellement. Si on trace la différence relative (voir fig. 7.5), alors cela se confirme numériquement, celle-ci étant de l'ordre de la cinquantaine de ppm.

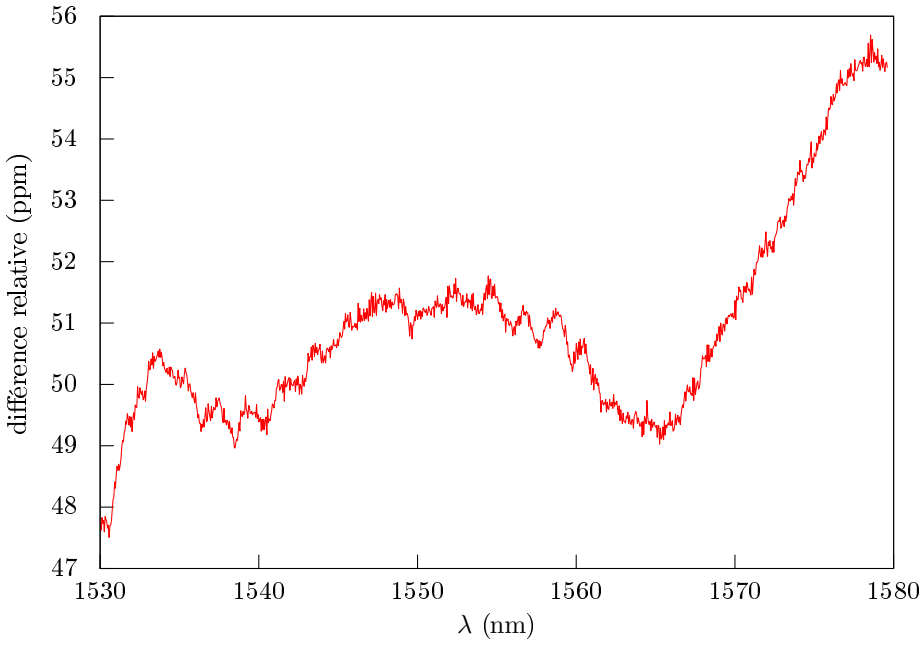


FIGURE 7.5 – Étalon à 0,5 dB. Différence relative entre la PDL calculée dans le cas matriciel et le cas vectoriel. L'écart est de l'ordre de la cinquantaine de ppm.

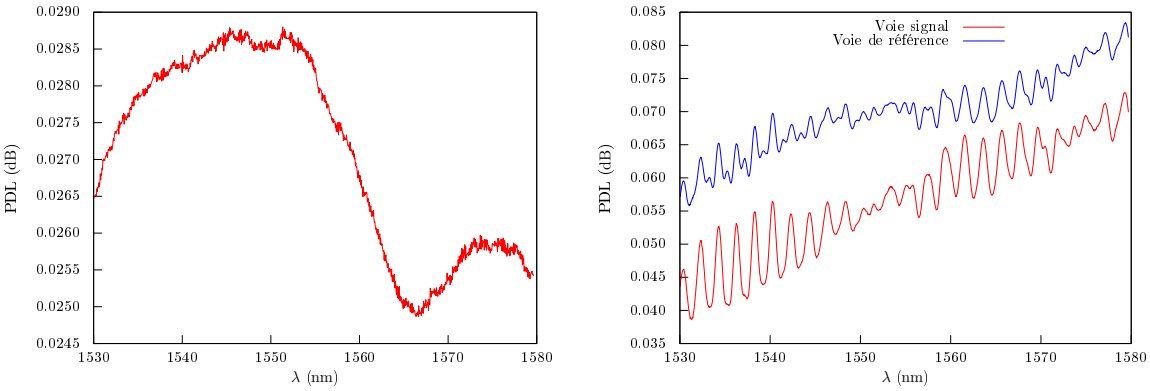
Étalon à 0,2 dB

On effectue le même test sur second étalon, nominalement à 0,2 dB. Une mesure de calibration montre que la pseudo-PDL parasite (voir fig. 7.6) n'est pas strictement identique au cas précédent (voir fig. 7.1). Elle varie désormais entre 0,025 dB et 0,03 dB, c'est à dire qu'elle est en moyenne plus petite. On peut observer également une différence au niveau de la PDL totale sur chacune des voies (voir fig. 7.6). Elles sont là aussi en moyenne inférieures à la situation précédente, respectivement de l'ordre de 0,5 dB et 0,7 dB pour la voie signal et la voie référence. Les variations sinusoïdales sont quant à elles ressemblantes mais pas tout à fait identiques aux mesures précédentes (voir fig. 7.1). Ces évolutions s'expliquent simplement par le fait que les contraintes subies par les différents éléments du dispositif de mesure ont évolué indépendemment à cause des perturbations engendrées par la manipulation du système et également sous l'influence des variations environnementales.

Ces deux résultats s'expliquent par le fait que les mesures des deux étalons n'ont pas été obtenues lors de la même campagne de mesure, le dispositif expérimental étant toutefois identique. Cela illustre la nécessité de recalibrer périodiquement le dispositif.

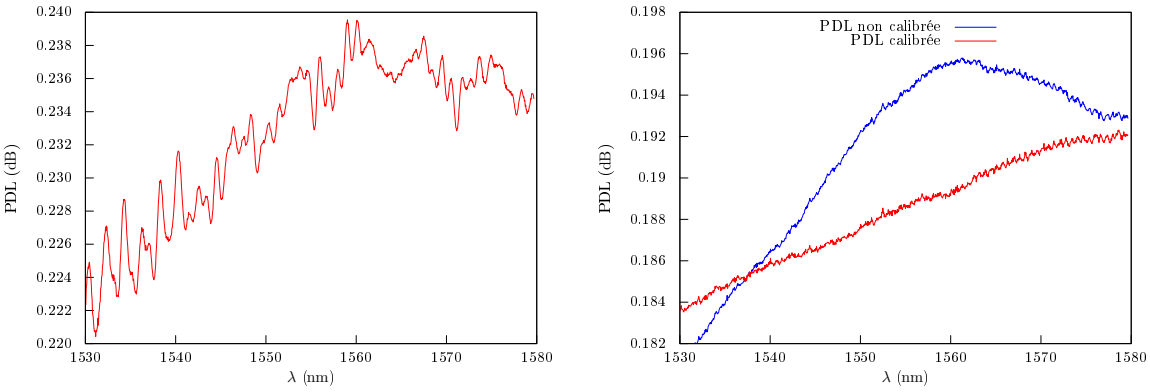
La nouvelle PDL totale permet d'aboutir à deux nouvelles PDL calibrées et non calibrées (voir fig. 7.7). Le certificat de calibration (voir fig. 7.8) nous indique qu'on devrait trouver une valeur comprise entre 0,197 dB$\pm$0,005 dB à 1 530 nm et 0,198 dB$\pm$ 0,005 dB à 1 580 nm, avec une pointe à 0,200 dB $\pm$ 0,005 dB à 1 570 nm. Le biais est donc de moins de 0,01 dB.

Une nouvelle fois, la PDL compensée s'avère indistinguable de la PDL mesurée avec



(a) (b)

FIGURE 7.6 – Étalon à 0,2 dB.(a) Pseudo-PDL obtenue lors de la calibration. On obtient un profil différent par rapport à celui trouvé dans le cas de l'étalon à 0,5 dB. (b) PDL totale des deux voies mesurées à la calibration. On retrouve des fluctuations sinusoïdales similaires mais pas strictement identiques à celles mesurées dans cas de l'étalon à 0,5 dB.



(a) (b)

FIGURE 7.7 – Étalon à 0,2 dB. (a) PDL totale de la voie signal en présence du DUT. On retrouve une PDL proche de la PDL attendue. (b) Comparaison entre la PDL calibrée et non calibrée.

Wavelength (nm)	PDL (dB)	Uncertainty (dB)
1500	0.196	0.004
1510	0.195	0.004
1520	0.196	0.003
1530	0.197	0.005
1540	0.197	0.005
1550	0.197	0.004
1560	0.196	0.004
1570	0.200	0.005
1580	0.198	0.005

FIGURE 7.8 – Certificat de calibration de l'étalon à 0,2 dB.

la méthode classique (voir fig. 7.9), l'écart relatif étant cette fois de l'ordre de 20 ppm.

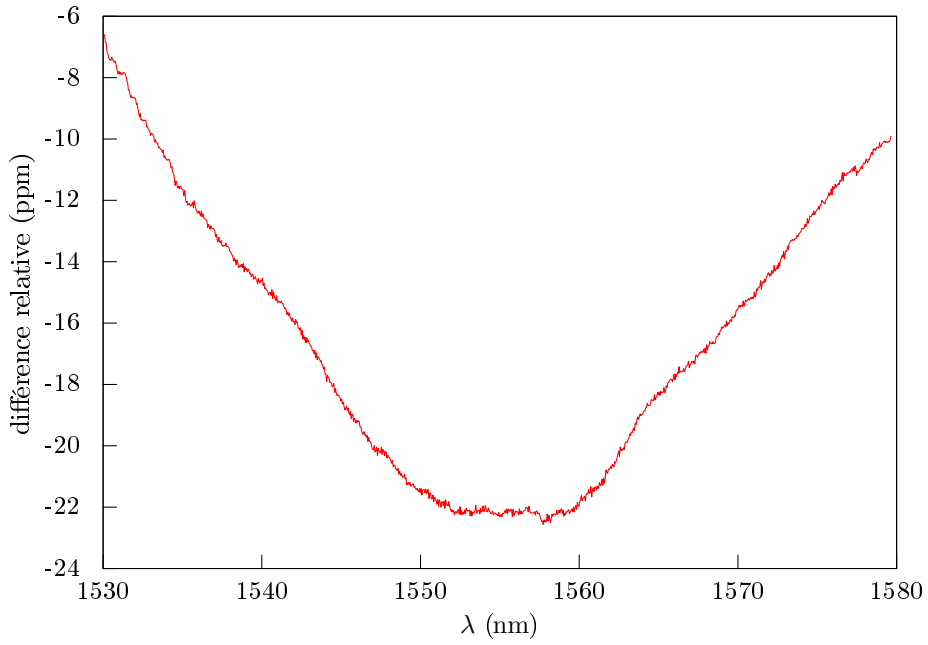


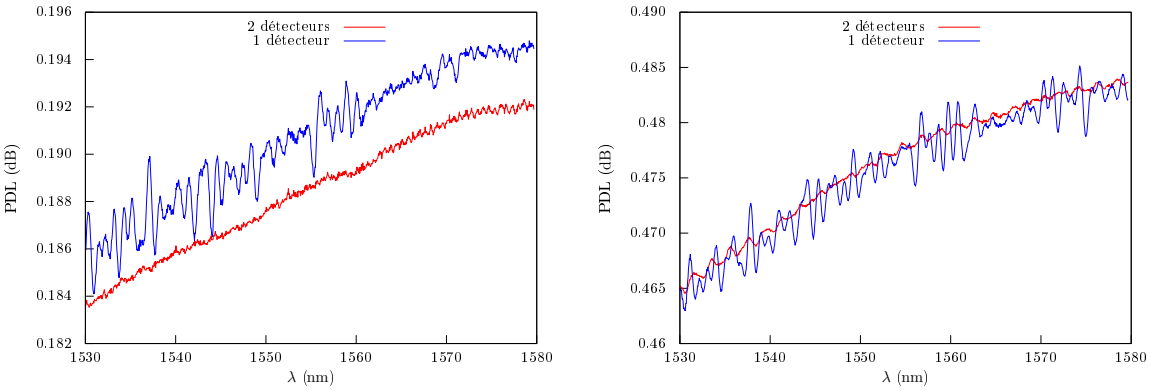
FIGURE 7.9 – Étalon à 0,2 dB. Différence relative entre la PDL calculée dans le cas matriciel et le cas vectoriel. L'écart est de l'ordre de la vingtaine de ppm, c'est à dire du même ordre de grandeur que celui relevé dans le cas de l'étalon à 0,5 dB.

Ce que l'on peut en conclure est que ces résultats valident notre approche vectorielle. Dans le cadre de nos hypothèses, qui est toutefois très large puisqu'il englobe la quasi-majorité des situations pratiques, on ne peut pas distinguer le calcul de la PDL obtenu par la méthode de Mueller classique, qui se base sur une approche matricielle, de notre méthode qui consiste à calculer indépendamment les différentes pseudo-PDL pour aboutir à une PDL compensée.

7.2.2 Implémentation à 1 détecteur

Pour tester l'implémentation à 1 détecteur, on peut simplement reprendre les résultats obtenus avec le montage à deux détecteurs mais ignorer les résultats du second détecteur dans le calcul. De cette façon on peut effectuer la comparaison entre les deux méthodes.

Pour les deux étalons, on constate une augmentation notable du bruit de la mesure (voir fig. 7.10). Alors que les fluctuations locales sur la PDL sont empiriquement très inférieures au millième de dB pour l'implémentation à deux détecteurs, elles sont de l'ordre de plusieurs millièmes de dB dans le cas à un détecteur. Sur l'exemple à 0,2 dB, on voit aussi un petit biais de 0,02 dB entre les PDL obtenues par les deux méthodes. La tendance reste toutefois à chaque fois identique.

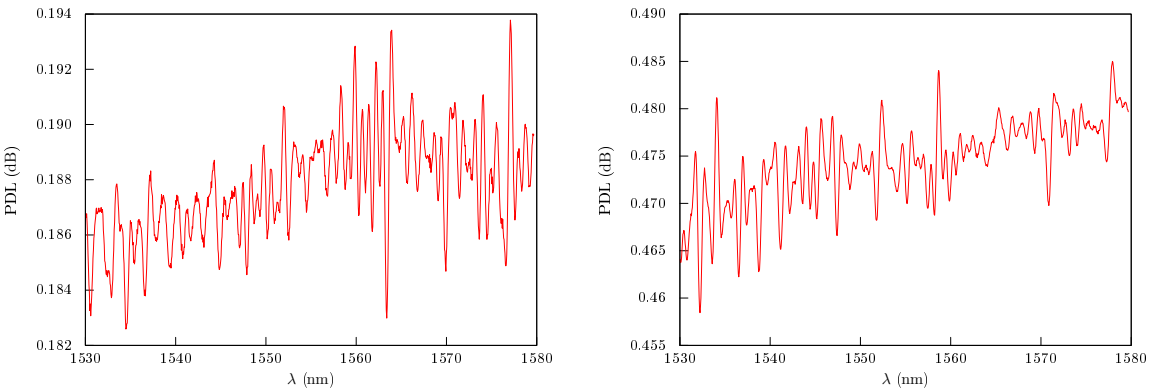


(a) (b)

FIGURE 7.10 – PDL obtenue avec le protocole à 1 détecteur. (a) Étalon à 0,2 dB. (b) Étalon à 0,5 dB. Le bruit de la mesure est significativement augmenté quand on utilise qu'un seul détecteur. On observe aussi un léger biais respectivement de 0,02 dB et 0,01 dB dans le cas de l'étalon à 0,2 dB et 0,5 dB.

7.2.3 Implémentation alternative

On teste ensuite le dispositif alternatif en changeant la position du contrôleur de polarisation. On constate (voir fig. 7.11) que les mesures sont assez similaires au cas à 1 détecteur. Ceci s'explique par la nature de notre contrôleur de polarisation qui possède un polariseur à son entrée. La reproductibilité par nature imparfaite des états de polarisation se traduit par une fluctuation de la puissance sur la voie signal qui n'est pas compensée par la voie de référence. Ce raisonnement s'applique aussi au cas à 1 détecteur. En conséquence, ces fluctuations se traduisent par du bruit sur la PDL. Une analyse rapide de la répétabilité montre qu'elle est effectivement considérablement dégradée par rapport au montage de référence.



(a) (b)

FIGURE 7.11 – PDL obtenue avec le protocole alternatif. (a) Étalon à 0,2 dB. (b) Étalon à 0,5 dB. On observe un comportement similaire au cas à 1 détecteur. On retrouve en moyenne le bon résultat, mais avec une très mauvaise reproductibilité

Cela signifie que les deux approches alternative et à 1 détecteur ne sont pas intéressantes compte tenu de notre cas pratique. Néanmoins, c'est n'est pas nécessairement le cas si on utilisait par exemple un autre contrôleur de polarisation. Elles peuvent aussi être utilisées dans des situations contraintes.

D'un point de vue théorique, on a fait la démonstration de la compensation effective de la PDL parasite par la méthode de Mueller. D'un point de vue pratique, notre contribution permet de montrer que la stratégie de calcul n'est pas unique mais peut être adaptée en fonction de considérations pratiques.

7.3 Estimation des incertitudes

On va déterminer trois incertitudes de type A (voir annexe A):
— la répétabilité ;
— la reproductibilité ;
— l'influence de biréfringence.
On va au passage mettre en évidence le gain apporté par la méthode à 6 états par rapport au 4 états.

Avant de débuter l'analyse, nous devons préciser un point crucial quant à la manière de calculer la PDL selon que l'on choisisse le protocole à 4 états ou à 6 états. Lorsque l'on effectue la mesure de 6 états, il existe une *unique* façon de calculer la PDL à partir des données recueillies. Il n'y a en effet qu'une seule manière de choisir 3 paires d'états qui respectent les conditions (6.45), c'est à dire qui correspondent à 3 paires d'états orthogonales indépendantes. En revanche, il y a *plusieurs* façons de calculer la PDL en n'en choisissant que 4. Précisément, il y en a 12 : on a d'abord 3 choix de paires orthogonales indépendantes puis ensuite 4 possibilités pour choisir 2 états parmi les 4 restants. Expérimentalement, on observe le fait que la moyenne des PDL obtenues par les différents calculs à 4 états converge vers la PDL obtenue avec 6 états. En fonction de la nature de l'incertitude que l'on va chercher à analyser, on précisera dans le cas du 4 état si on considère une seule façon de calculer la PDL ou bien la totalité.

7.3.1 Répétabilité

On va commencer par estimer la répétabilité (cf. A.2) du système, c'est à dire la dispersion des résultats lorsque l'on effectue des mesures consécutives sans perturber le dispositif expérimental. Dans ce cadre, on ne va considérer pour le 4 état une seule façon de calculer la PDL.

Dans le cas du 6 états, on peut constater que l'incertitude-type semble grossièrement indépendante de la longueur d'onde (voir fig. 7.12). Dans le cas de l'étalon à 0,2 dB, elle croît lentement de 0,05 mdB à 0,1 mdB entre 1530 nm et 1580 nm, tandis qu'elle décroît de 0,25 mdB à 0,15 mdB pour l'étalon à 0,5 dB en oscillant. Si on s'intéresse à l'incertitude-type relative, elle est en moyenne sur la bande de mesure de l'ordre de 0,04 % dans les deux cas.

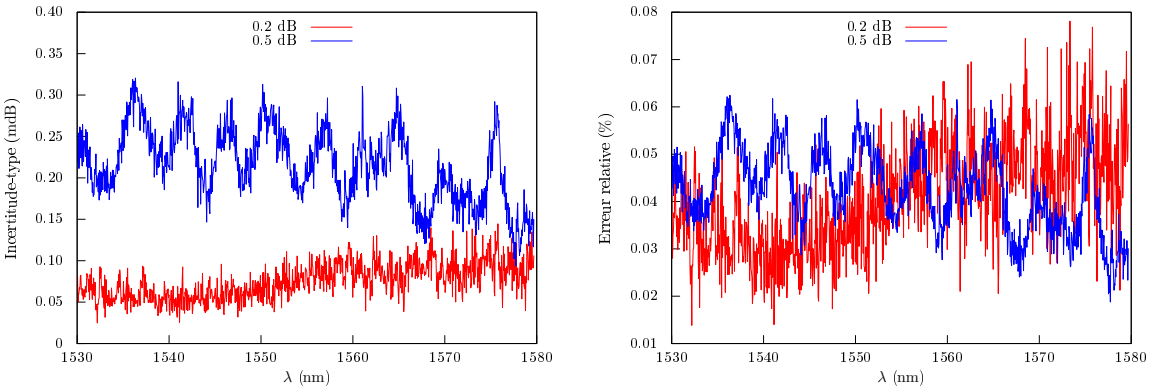


FIGURE 7.12 – Dispersion de la mesure dans des conditions de répétabilité avec le protocole à 6 états. On observe que l'erreur commise est grossièrement constante sur toute la bande de mesure. L'erreur relative est essentiellement identique pour une PDL mesurée de 0,2 dB et 0,5 dB.

Dans la cas du 4 états (voir fig. 7.13), on observe un comportement assez similaire à celui du 6 états. Dans le cas de l'étalon à 0,2 dB, La PDL croît encore lentement de 0,1 mdB à 0,2 mdB entre 1530 nm et 1580 nm. Dans le cas de l'étalon à 0,5 dB, elle décroît de 0,25 mdB à 0,20 mdB en oscillant. Au niveau de l'incertitude relative, elle est sensiblement équivalente aux environs de 1530 nm avec une valeur de l'ordre de 0,05 % puis un petit écart tend à apparaître. À 1580 nm, elle est de 0,04 % pour l'étalon à 0,2 dB et 0,1 % pour l'étalon à 0,5 dB. Globalement, les niveaux d'incertitudes sont un peu supérieurs à ceux du 6 états.

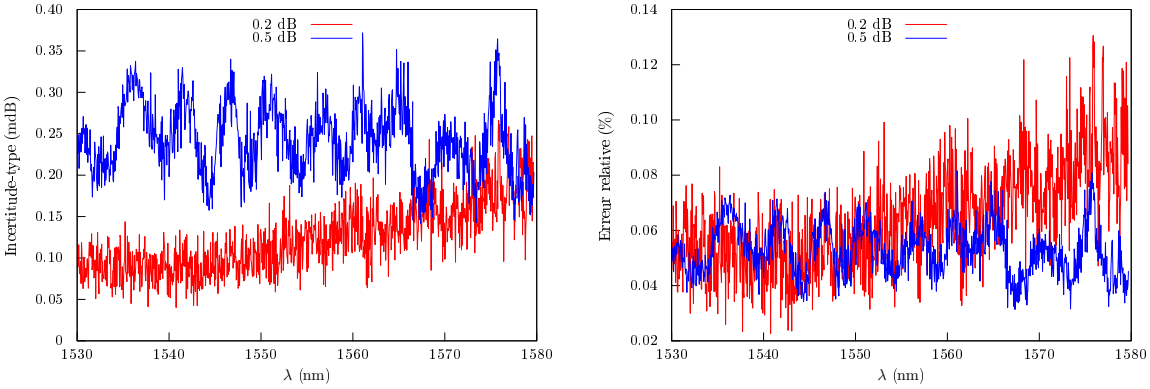


FIGURE 7.13 – Dispersion de la mesure dans des conditions de répétabilité avec le protocole à 4 états. L'erreur commise est de nouveau grossièrement constante sur toute la bande de mesure. L'erreur relative est encore essentiellement identique pour une PDL mesurée de 0,2 dB et 0,5 dB.

La répétabilité peut aussi s'interpréter comme la résolution du système de mesure, car on peut la voir comme la quantité en deçà de laquelle on ne peut pas distinguer statistiquement deux résultats. Cela signifie que la résolution que l'on peut espérer avec de dispositif est meilleure que le mdB pour des PDL inférieures à 2 dB.

7.3.2 Reproductibilité

On cherche ensuite à estimer la reproductibilité (cf. A.2). Pour ce faire, on effectue à la fois une nouvelle mesure de calibration et une mesure avec le DUT pour chaque série. Autrement dit, on a déconnecté et reconnecté le DUT avant chaque mesure. Ce faisant, on cherche à estimer en particulier l'influence de la connectique. Sous les conditions de reproductibilité, on doit considérer toutes les façons de mesurer la PDL pour la 4 états.

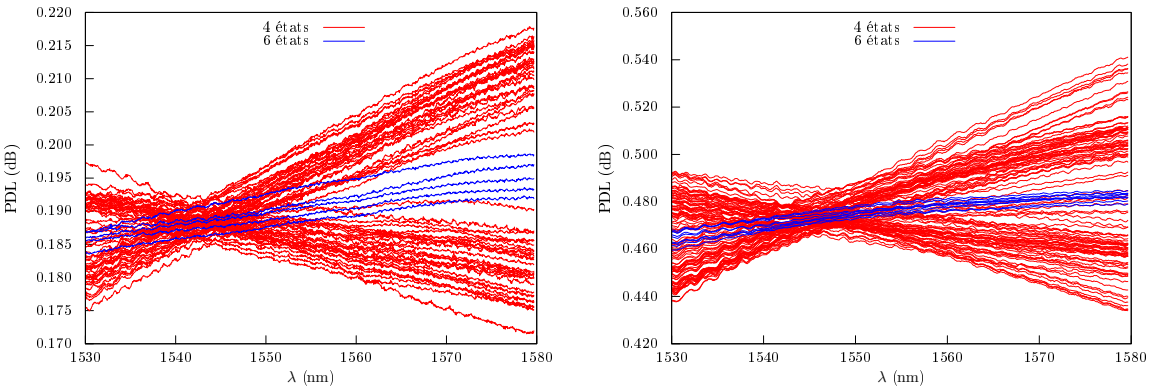


FIGURE 7.14 – Reproductibilité de la mesure pour l'étalon à 0,2 dB et 0,5 dB. Dans le cas du protocole à 4 états, on observe que la dispersion est minimale pour une longueur d'onde située entre 1540 nm et 1550 nm puis tend à augmenter de façon symétrique de part et d'autre. La dispersion est nettement plus faible avec le protocole à 6 états et paraît grossièrement indépendante de la longueur d'onde.

On peut observer une nette différence qualitative et quantitative de la dispersion des mesures entre le protocole à 6 états et à 4 états (voir fig. 7.14). Dans le premier cas (voir fig. 7.15), il ne semble pas y avoir de dépendance évidente avec la longueur d'onde. Dans le cas de l'étalon à 0,2 dB, la dispersion semble croître linéairement de 1,3 mdB à 2,7 mdB entre 1530 nm et 1580 nm. Cette tendance est contredite par l'étalon à 0,5 dB pour lequel l'incertitude-type décroît de 3 mdB à 1,8 mdB entre 1530 nm et 1550 nm puis reste constante. L'incertitude relative est presque identique à 1530 nm avec une valeur de 0,7 % puis l'écart augmente continuellement jusqu'à atteindre un facteur 3 à 1580 nm, avec 1,4 % pour l'étalon à 0,2 dB et 0,4 % pour l'étalon à 0,5 dB.

Dans le cas du protocole à 4 états (voir fig. 7.16), c'est tout autre chose. On peut constater dans les deux cas que la dispersion minimale est atteinte pour une bande très restreinte de longueurs d'onde puis croît de façon linéaire quand on s'en éloigne. Les incertitudes-type minimales sont respectivement de 1,7 mdB et 4,3 mdB pour les étalons à 0,2 dB et à 0,5 dB, celles-ci étant atteintes respectivement autour de 1543 nm et 1546 nm. Le maximum culmine respectivement à 15,1 mdB et 29,9 mdB, dans les deux cas pour une longueur d'onde de 1580 nm. Si on s'intéresse à l'incertitude relative, alors on remarque qu'elles sont sensiblement égales : elle de 0,9 % au minimum.

Ce profil reproduit en fait la perte des relations angulaires optimales des états générés par le contrôleur de polarisation (cf fig. 7.17). L'offset en longueur d'onde est

en fait dû à la dépendance en température du contrôleur de polarisation qui tend à déplacer le point de fonctionnement optimal.

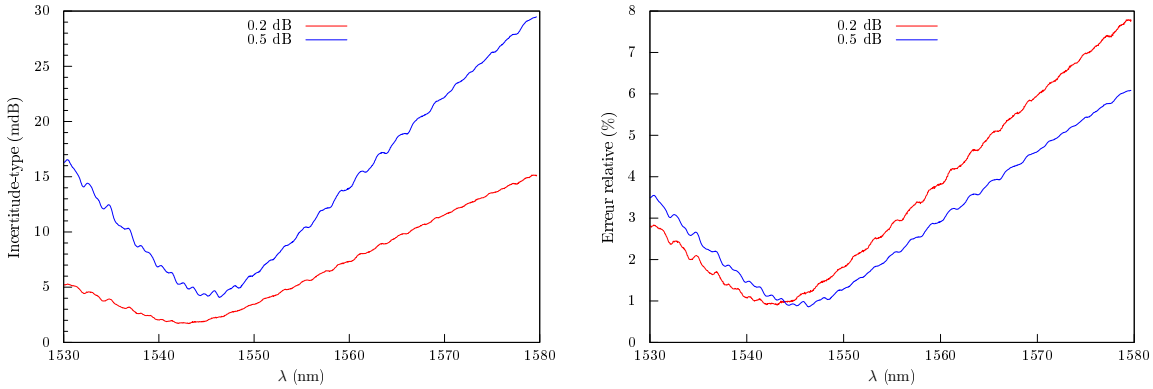


FIGURE 7.15 – Dispersion de la mesure dans des conditions de reproductibilité pour le protocole à 4 états. On observe très nettement la symétrie de l'incertitude-type de part et d'autre d'un minimum. On constate aussi que l'erreur relative est très proche pour les deux étalons à 0,2 dB et à 0,5 dB.

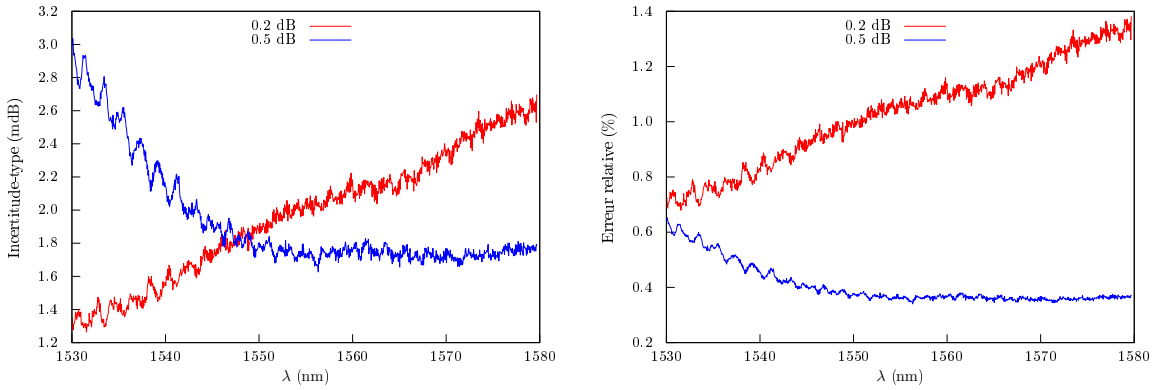
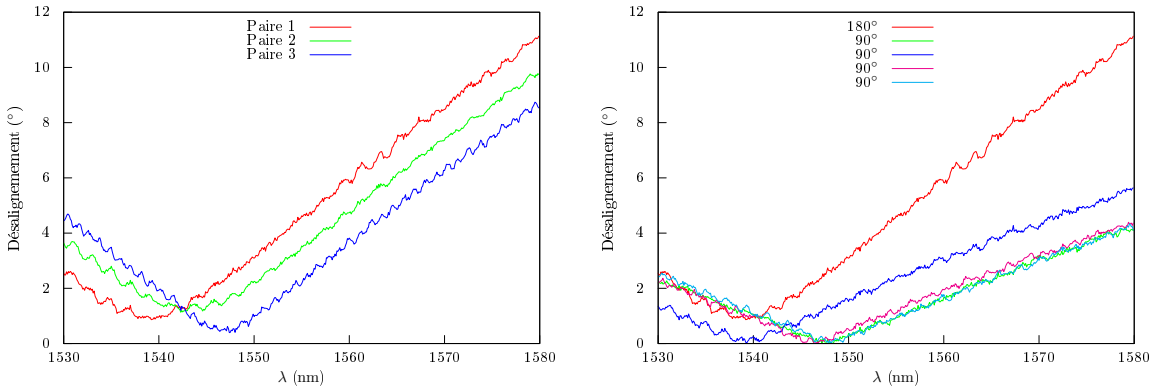


FIGURE 7.16 – Dispersion de la mesure dans des conditions de reproductibilité pour le protocole à 6 états. Contrairement au cas du protocole à 4 états, on ne détecte pas vraiment de tendance pour l'incertitude-type. Elle ne paraît pas non plus corrélée à la PDL mesurée.

7.3.3 Influence de la biréfringence

Pour aller plus loin par rapport au cas précédent, on va essayer d'estimer plus précisément l'influence de la biréfringence en faisant varier les états de polarisation vus par le DUT. Pour ce faire, nous allons introduire des boucles de Lefèvre à la sortie du contrôleur de polarisation (donc sur la voie commune pour éliminer sa contribution en PDL). Pour ne pas perturber le montage, on va considérer uniquement des PDL non compensées. On fera donc juste varier les états de polarisation entre chaque nouvelle mesure. On contrôle la bonne uniformité des états envoyés grâce à un polarimètre. Dans le cas du 4 état, on ne considérera qu'une seule façon de calculer la PDL.



(a) (b)

FIGURE 7.17 – (a) Désalignement angulaire des 3 paires d'états à 180° générées par le contrôleur de polarisation. (b) Étant donné un état, désalignement angulaire relativement aux 5 autres. Le comportement est à chaque fois similaire : l'angle attendu n'est vérifié que pour une plage très restreinte de longueurs d'onde et l'erreur angulaire croît linéairement quand on s'en éloigne. On peut remarquer que le point de fonctionnement optimal est différent pour chaque paire considérée.

Cette fois, on peut constater le résultat est qualitativement identique indépendamment du protocole utilisé et ressemble au résultat obtenu dans le cas du 4 états dans la section précédente. Dans le cas du 6 états, l'erreur minimale est de 0,4 mdB pour l'étalon à 0,2 dB et de 0,8 mdB pour l'étalon à 0,5 dB, ce qui correspond à une erreur relative de 0,1 %.

Pour le 4 états, l'erreur minimale est de 1,1 mdB pour l'étalon à 0,2 dB et de 3,6 mdB pour l'étalon à 0,5 dB. L'incertitude-relative n'est plus exactement égale comme dans le cas à 6 avec un minimum à 0,8 % pour l'étalon à 0,5 dB et 0,6 % pour l'étalon à 0,2 dB. En tous cas, l'erreur est plus important que dans le cas à 6 états.

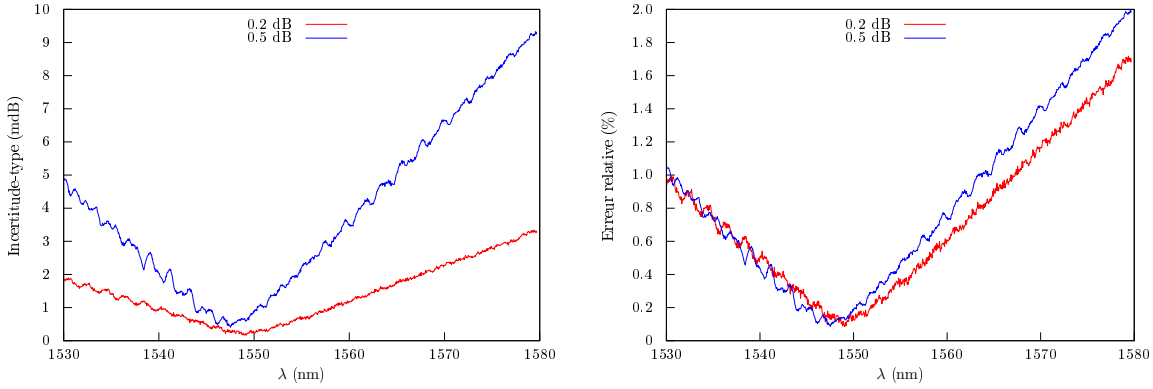


FIGURE 7.18 – Dispersion de la mesure pour le protocole à 6 états avec des états d'entrée variables. Contrairement au cas de l'analyse de la reproductibilité, on retrouve l'influence du désalignement angulaire du PSG. L'erreur commise est clairement corrélée à la PDL mesurée.

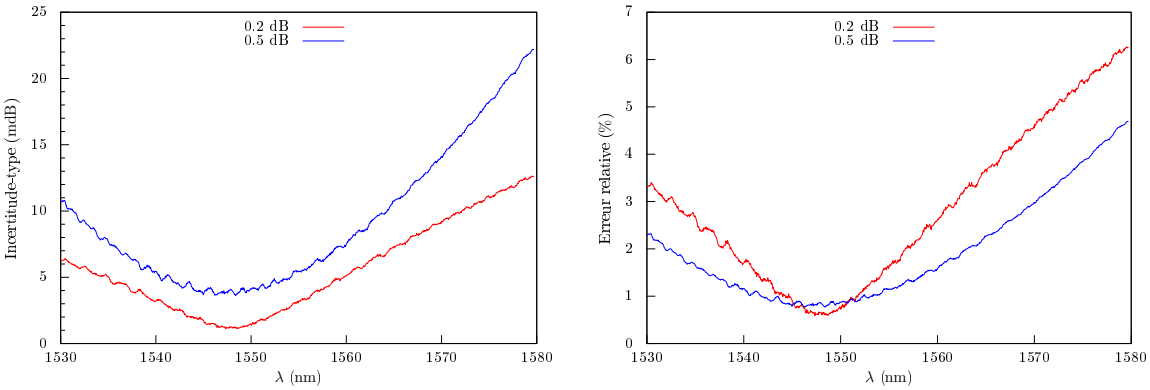


FIGURE 7.19 – Dispersion de la mesure pour le protocole à 4 états avec des états d'entrée variables. On retrouve un comportement similaire à celui déjà observé dans le cadre de l'analyse de la reproductibilité, mais avec une erreur un peu moindre. Par comparaison au protocole à 6 états, l'erreur est entre 2 et 3 fois plus importante.

7.3.4 Incertitude propagée

On va d'abord s'intéresser à l'incertitude-type que l'on obtient dans le cas le plus favorable, c'est à dire dans la situation pour laquelle les relations angulaires attendues pour le protocole de Mueller sont les mieux vérifiées. Cette information nous renseignera sur les limites de notre dispositif de mesure.

Avec le protocole à 6 états , l'incertitude-type propagée estimée est
— $\sqrt{0{,}000\,05^2 + 0{,}001\,8^2 + 0{,}000\,4^2} = 0{,}001\,8$ dB pour l'étalon à 0,2 dB ;
— $\sqrt{0{,}000\,25^2 + 0{,}001\,8^2 + 0{,}000\,8^2} = 0{,}002\,0$ dB pour l'étalon à 0,5 dB.

Avec le protocole à 4 états, on trouve
— $\sqrt{0{,}000\,1^2 + 0{,}001\,7^2 + 0{,}001\,1^2} = 0{,}002\,0$ dB pour l'étalon à 0,2 dB ;
— $\sqrt{0{,}000\,25^2 + 0{,}004\,3^2 + 0{,}003\,6^2} = 0{,}005\,6$ dB pour l'étalon à 0,5 dB.

On constate dans le cas du protocole à 6 états que c'est la contribution due à la reproductibilité de la mesure qui est largement dominante. Comme il a été mesuré expérimentalement qu'elle n'était pas corrélée à la PDL mesurée, il en résulte que l'incertitude-type est presque équivalente dans les deux situations expérimentales. Ce n'est plus tout à fait le cas pour le protocole à 4 états, car la contribution de le biréfringence n'est plus négligeable. Les performances sont toutefois satisfaisantes et semblables à celles reportées par [30].

La situation optimale n'est évidemment pas représentative des incertitudes qu'on va rencontrer dans la pratique. On va maintenant considérer l'incertitude-type obtenue à 1580 nm, ce qui correspond à la limite spécifiée par le constructeur pour l'utilisation raisonnable du contrôleur de polarisation. Compte tenu de la symétrie de l'erreur par rapport au point de fonctionnement optimal, on considérera que l'erreur à 1500 nm, qui est l'autre borne, n'est pas fondamentalement différente.

Avec le protocole à 6 états , l'incertitude-type propagée estimée est
— $\sqrt{0{,}000\,1^2 + 0{,}002\,7^2 + 0{,}003\,8^2} = 0{,}004\,7$ dB pour l'étalon à 0,2 dB ;

— $\sqrt{0{,}000\,15^2 + 0{,}001\,8^2 + 0{,}008\,4^2} = 0{,}008\,6$ dB pour l'étalon à 0,5 dB.

Avec le protocole à 4 états, on trouve

— $\sqrt{0{,}000\,2^2 + 0{,}015\,1^2 + 0{,}012\,6^2} = 0{,}019\,7$ dB pour l'étalon à 0,2 dB ;

— $\sqrt{0{,}000\,2^2 + 0{,}029\,9^2 + 0{,}022\,2^2} = 0{,}037\,2$ dB pour l'étalon à 0,5 dB.

Il apparaît clairement que la méthode à 6 états est considérablement plus robuste que la méthode à 4 états compte tenu des spécificités de notre contrôleur de polarisation. L'incertitude-type obtenue avec le protocole à 6 états reste très correcte. En revanche, elle explose littéralement quand on utilise le protocole à 4 états.

7.3.5 Incertitude liée à la répétabilité de la longueur d'onde

Dans le contexte de la caractérisation des filtres ultrafins, il y a un dernier type d'incertitude à considérer : la répétabilité de la longueur d'onde. Si on la traite à part c'est qu'on ne peut pas complètement l'imputer au dispositif de mesure mais plutôt au composant que l'on cherche à caractériser : elle est proportionnelle à la pente locale du facteur de transmission. La raison pour laquelle notre étude précédente des incertitudes a été menée sur des étalons de PDL est que leur PDL peut être considérée comme localement constante et la contribution de la répétabilité de la longeur d'onde peut être négligée. Dans le cadre de la caractérisation des filtres ultrafins, elle est négligeable au centre où la pente est proche de 0 et tend à prendre de l'importance plus on s'en éloigne. La seule manière de minimiser son impact est d'avoir la meilleure répétabilité de la longueur d'onde possible.

Pour notre banc de mesure, les conclusions que l'on peut tirer de cette section est que le protocole à 6 états s'impose si on veut conserver une incertitude due au dispositif inférieure au centième de dB sur la bande spécifiée de notre contrôleur de polarisation. Pour caractériser spécifiquement un filtre ultrafin, on a aussi intérêt à posséder la meilleure répétabilité de la longueur d'onde possible.

D'un point de vue plus général, on a démontré la supériorité évidente de la méthode à 6 états dans le cas où le système présente des imperfections impliquant l'orientation des états de polarisation.

Section 8

Application à la mesure de filtres ultrafins

8.1 Principe des filtres XTx

Le principe du filtrage repose sur le passage multiple du faisceau lumineux sur un réseau de diffraction, ce qui permet d'obtenir une grande dispersion (voir fig. 8.1). L'accordabilité en longueur d'onde est assurée par la rotation d'un dièdre dont la sélectivité angulaire ne transmet à l'étage supérieur qu'une fraction de la ligne de diffraction issue du réseau. Celle-ci est ensuite découpée au moyen d'une fente de filtrage. La largeur de la fente n'est pas constante et l'accordabilité en bande passante est obtenue en faisant varier sa hauteur.

Une particularité des filtres XTx est que le faisceau est séparé en les deux polarisations propres par l'intermédiaire d'un bloc de calcite en exploitant le principe de double réfraction. Les chemins optiques vus par les deux polarisations sont donc différents, ce qui a des conséquences sur la PDL.

Chaque polarisation subit un filtrage physiquement différent : il existe deux sous-filtres qui ont une atténuation, une bande passante et une longueur d'onde centrale propre. Le profil de PDL va dépendre de la position relative des différents sous-filtres et de leurs caractéristiques. On peut différencier trois situations « canoniques » (voir fig. 8.2).

- Le cas où la PDL est purement due à une différence d'atténuation.
- Le cas où la PDL est due à un décalage en longueur d'onde. On parle alors de longueur d'onde centrale dépendante de la polarisation (*Polarization Dependent Central Wavelength*, PDCW).
- Le cas où la PDL à une différence de bande passante. On parle alors de bande passante dépendante de la polarisation (*Polarization Dependent Bandwidth*, PDB).

Dans le cas général, la PDL est une combinaison des trois phénomènes.

Nous allons maintenant modéliser la PDL que l'on est susceptible d'obtenir en fonction des situations sus-citées.

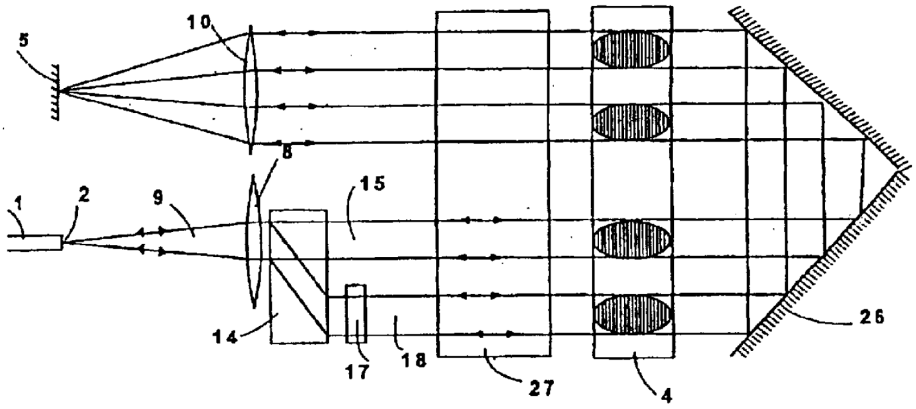


FIGURE 8.1 – US Patent 6,832,022 [33]. Trajet optique dans un filtre XTx. Le faisceau incident est séparé en ses deux composantes orthogonales à l'aide d'un bloc de calcite (14). Elles voient donc un chemin optique physiquement distinct. Une lame à retard $\lambda/2$ (17) permet d'obtenir finalement deux polarisations identiques de manière à ce que les deux faisceaux subissent les même effets sur le réseau de diffraction (4).

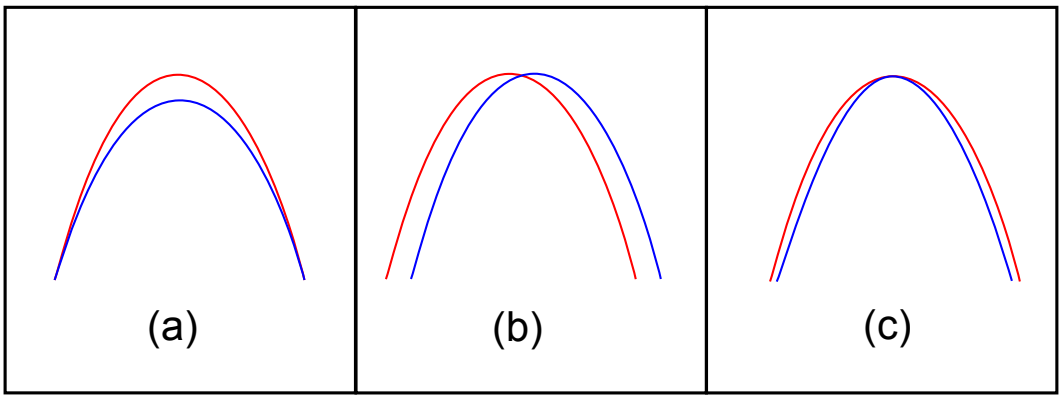


FIGURE 8.2 – Configurations canoniques des sous-filtres propres. (a) Différence d'atténuation. (b) Décalage en longueur d'onde centrale. (c) Différence de bande passante.

8.2 Modélisation de l'influence de la polarisation sur le gabarit

8.2.1 Modèle gaussien

Un filtre peut se représenter comme étant la concaténation de 2 sous-filtres agissant indépendamment sur les 2 modes propres de polarisation. Dans le cas des filtres XTx, cette hypothèse reflète une situation bien physique. Le choix du modèle gaussien se justifie par le fait qu'il s'avère être en général une bonne approximation des filtres XTx et que ses « bonnes propriétés » nous autorisent à déduire des formules analytiques pour la PDL. On peut donc écrire

$$\mathrm{F}_g = \mathrm{F}_{g,n}\mathrm{F}_{g,m}, \tag{8.1}$$

avec

$$\mathrm{F}_{g,n} = \begin{pmatrix} \alpha_n \exp\left[-2\ln 2\left(\dfrac{\omega-\omega_{c,n}}{\omega_{b,n}-\omega_{a,n}}\right)^2\right] & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{8.2}$$

et

$$\mathrm{F}_{g,m} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \alpha_m \exp\left[-2\ln 2\left(\dfrac{\omega-\omega_{c,m}}{\omega_{b,m}-\omega_{a,m}}\right)^2\right] \end{pmatrix} \tag{8.3}$$

Il y a 3 paramètres qui définissent les propriétés de chaque sous-filtres :
— l'atténuation α,
— la fréquence centrale ω_c,
— la bande passante $\Delta = \omega_a - \omega_b$.

Avec le modèle gaussien, on peut directement obtenir des expression analytiques pour l'IL et PDL. Dans le cas de la PDL, on donnera les expressions à la fois en échelle linéaire et logarithmique, car la PDL en dB n'est pas simplement le passage au logarithme de la PDL linéaire.

En toute généralité, les pertes d'insertion du filtre sont en échelle linéaire

$$\mathrm{IL} = \frac{1}{2}\left\{\alpha_n^2 \exp\left[-4\ln 2\left(\frac{\omega-\omega_{c,n}}{\Delta_n}\right)^2\right] + \alpha_m^2 \exp\left[-4\ln 2\left(\frac{\omega-\omega_{c,m}}{\Delta_m}\right)^2\right]\right\}. \tag{8.4}$$

La PDL en échelle linéaire est de la forme

$$\mathrm{PDL} = \frac{\alpha_n^2 \exp\left[-4\ln 2\left(\dfrac{\omega-\omega_{c,n}}{\Delta_n}\right)^2\right] - \alpha_m^2 \exp\left[-4\ln 2\left(\dfrac{\omega-\omega_{c,m}}{\Delta_m}\right)^2\right]}{\alpha_n^2 \exp\left[-4\ln 2\left(\dfrac{\omega-\omega_{c,n}}{\Delta_n}\right)^2\right] + \alpha_m^2 \exp\left[-4\ln 2\left(\dfrac{\omega-\omega_{c,m}}{\Delta_m}\right)^2\right]}. \tag{8.5}$$

La PDL en dB est

$$\mathrm{PDL}_{\mathrm{dB}} = 10\log\left\{\frac{\alpha_n^2 \exp\left[-4\ln 2\left(\dfrac{\omega-\omega_{c,n}}{\Delta_n}\right)^2\right]}{\alpha_m^2 \exp\left[-4\ln 2\left(\dfrac{\omega-\omega_{c,m}}{\Delta_m}\right)^2\right]}\right\}, \tag{8.6}$$

soit

$$\mathrm{PDL}_{\mathrm{dB}} = 20\log\frac{\alpha_n}{\alpha_m} - 40\log 2\left[\left(\frac{\omega-\omega_{c,n}}{\Delta_n}\right)^2 - \left(\frac{\omega-\omega_{c,m}}{\Delta_m}\right)^2\right]. \tag{8.7}$$

Atténuation dépendante de la polarisation

On a $\omega_{c,n} = \omega_{c,m} = \omega_c$ et $\Delta_n = \Delta_m = \Delta$, soit

$$\mathrm{IL} = \frac{\alpha_n^2 + \alpha_m^2}{2} \exp\left[-4\ln 2 \left(\frac{\omega - \omega_c}{\Delta}\right)^2\right]. \tag{8.8}$$

On constate que le filtre moyen est aussi un filtre gaussien de pulsation centrale ω_c et de bande passante Δ.

Pour la PDL, on a

$$\mathrm{PDL} = \frac{\alpha_n^2 - \alpha_m^2}{\alpha_n^2 + \alpha_m^2} \tag{8.9}$$

et

$$\mathrm{PDL_{dB}} = 20\log\frac{\alpha_n}{\alpha_m}. \tag{8.10}$$

Dans ce cas de figure, la PDL est constante puisque l'écart entre la transmission maximale et la transmission minimale est la même à toutes les fréquences.

Fréquence centrale dépendante de la polarisation

On a $\alpha_n = \alpha_m = \alpha$ et $\Delta_n = \Delta_m = \Delta$, soit

$$\mathrm{IL} = \frac{\alpha^2}{2}\left\{\exp\left[-4\ln 2\left(\frac{\omega - \omega_{c,n}}{\Delta}\right)^2\right] + \exp\left[-4\ln 2\left(\frac{\omega - \omega_{c,m}}{\Delta}\right)^2\right]\right\}. \tag{8.11}$$

On peut écrire

$$\mathrm{IL} = \frac{\alpha^2}{2}\exp\left[-4\ln 2\left(\frac{\omega - \omega_{c,n}}{\Delta}\right)^2\right]\left\{1 + \exp\left[-4\ln 2\frac{(\omega - \omega_{c,m})^2 - (\omega - \omega_{c,n})^2}{\Delta^2}\right]\right\}, \tag{8.12}$$

ce qui amène

$$\mathrm{IL} = \frac{\alpha^2}{2}\exp\left[-4\ln 2\left(\frac{\omega - \omega_{c,n}}{\Delta}\right)^2\right]\left\{1 + \exp\left[-8\ln 2\frac{\delta_\omega(\omega_c' - \omega)}{\Delta^2}\right]\right\}, \tag{8.13}$$

où on a posé $\delta_\omega = \omega_{c,m} - \omega_{c,n}$ l'écart entre les pulsations centrales et $\omega_c' = (\omega_{c,n} + \omega_{c,m})/2$ la pulsation centrale moyenne.

Pour la PDL, il faut différencier deux cas. Lorsque $\omega < \omega_c'$, on a

$$\mathrm{PDL} = \frac{1 - \exp\left[-8\ln 2\frac{\delta_\omega(\omega_c' - \omega)}{\Delta^2}\right]}{1 + \exp\left[-8\ln 2\frac{\delta_\omega(\omega_c' - \omega)}{\Delta^2}\right]}, \tag{8.14}$$

soit

$$\mathrm{PDL} = -\tanh\left[4\ln 2\frac{\delta_\omega(\omega_c' - \omega)}{\Delta^2}\right]. \tag{8.15}$$

Lorsque $\omega > \omega_c'$

$$\mathrm{PDL} = \frac{\exp\left[-8\ln 2\frac{\delta_\omega(\omega_c' - \omega)}{\Delta^2}\right] - 1}{1 + \exp\left[-8\ln 2\frac{\delta_\omega(\omega_c' - \omega)}{\Delta^2}\right]}, \tag{8.16}$$

c'est à dire

$$\mathrm{PDL} = \tanh\left[4\ln 2\frac{\delta_\omega(\omega_c' - \omega)}{\Delta^2}\right]. \tag{8.17}$$

On a donc

$$\mathrm{PDL} = \tanh\left|4\ln 2\frac{\delta_\omega(\omega_c' - \omega)}{\Delta^2}\right|. \tag{8.18}$$

En échelle logarithmique, on obtient en raisonnant de manière équivalente

$$\mathrm{PDL_{dB}} = \left|80\log 2\frac{\delta_\omega(\omega_c' - \omega)}{\Delta^2}\right|. \tag{8.19}$$

Ce résultat montre que lorsqu'on exprime en dB la PDL, un effet de dépendance en polarisation de la fréquence centrale se traduit par une PDL nulle en un point, qui est celui qui correspond à la fréquence centrale moyenne, et une croissance linéaire de part et d'autre. La croissance est d'autant plus rapide que l'écart entre les fréquences centrales des modes propres est importante (voir fig 8.3) et aussi que la bande passante est petite (voir fig 8.4). Dans le cas du filtre gaussien, cette dépendance est de plus quadratique. On peut généraliser cette observation en affirmant que plus le filtre est d'ordre élevé, c'est à dire plus la pente est raide, plus la croissance de la PDL est rapide. Autrement dit, cet effet est d'autant plus sensible que l'on travaille avec des filtres fins et avec des pentes importantes.

Bande passante dépendante de la polarisation

On a $\alpha_n = \alpha_m = \alpha$ et $\omega_{c,n} = \omega_{c,m} = \omega_c$, soit

$$\mathrm{IL} = \frac{\alpha^2}{2}\left\{\exp\left[-4\ln 2\left(\frac{\omega - \omega_c}{\Delta_n}\right)^2\right] + \exp\left[-4\ln 2\left(\frac{\omega - \omega_c}{\Delta_m}\right)^2\right]\right\}. \tag{8.20}$$

On a alors

$$\mathrm{IL} = \frac{\alpha^2}{2}\exp\left[-4\ln 2\left(\frac{\omega - \omega_c}{\Delta_n}\right)^2\right]\left\{1 + \exp\left[-4\ln 2(\omega - \omega_c)^2\left(\frac{1}{\Delta_m^2} - \frac{1}{\Delta_n^2}\right)\right]\right\}, \tag{8.21}$$

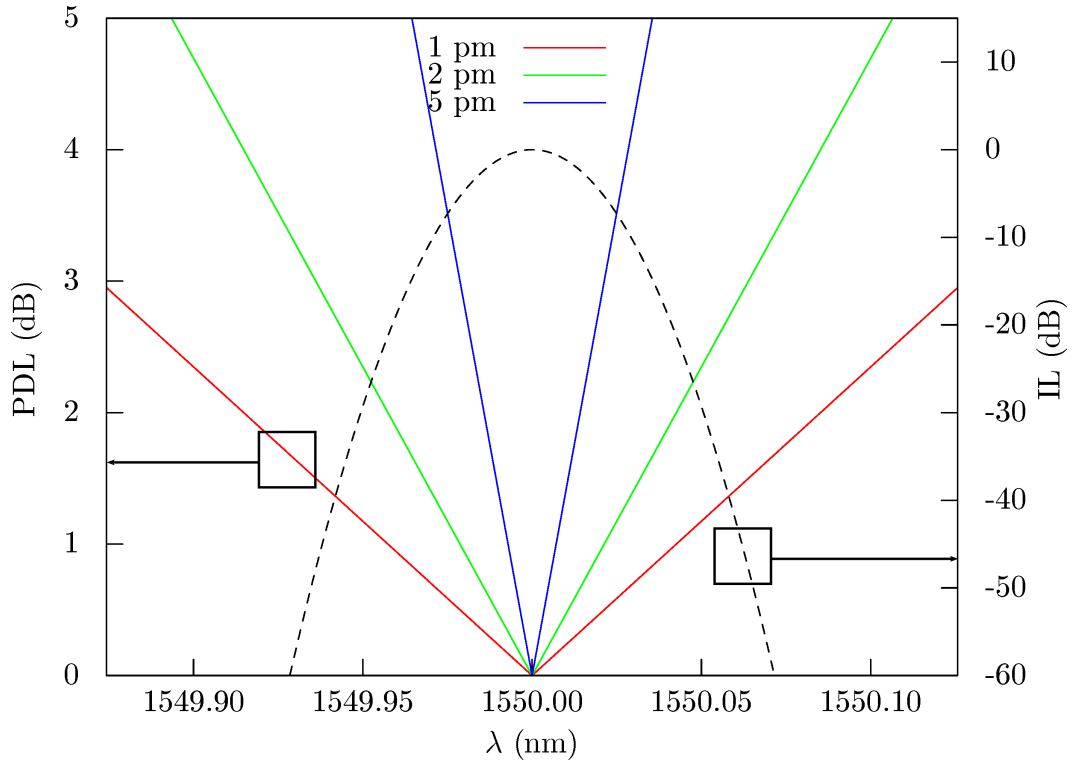


FIGURE 8.3 – PDL simulées pour différents décalages de la longueur d'onde centrale des sous-filtres propres dans le cas d'un filtre de 32 pm de bande passante (en pointillés). Plus le décalage est important, plus la PDL croît rapidement autour du minimum.

donc

$$\mathrm{IL} = \frac{\alpha^2}{2} \exp\left[-4\ln 2 \left(\frac{\omega-\omega_c}{\Delta_n}\right)^2\right] \left\{1 + \exp\left[8\ln 2(\omega-\omega_c)^2 \frac{\delta_\Delta \Delta'}{\Delta_n^2 \Delta_m^2}\right]\right\}, \tag{8.22}$$

où on a posé $\delta_\Delta = \Delta_m - \Delta_n$ et $\Delta' = (\Delta_n + \Delta_m)/2$.

Pour ce qui concerne la PDL, on a

$$\mathrm{PDL} = \frac{1 - \exp\left[8\ln 2(\omega-\omega_c)^2 \frac{\delta_\Delta \Delta'}{\Delta_n^2 \Delta_m^2}\right]}{1 + \exp\left[8\ln 2(\omega-\omega_c)^2 \frac{\delta_\Delta \Delta'}{\Delta_n^2 \Delta_m^2}\right]}, \tag{8.23}$$

soit

$$\mathrm{PDL} = \tanh\left[4\ln 2(\omega-\omega_c)^2 \frac{\delta_\Delta \Delta'}{\Delta_n^2 \Delta_m^2}\right]. \tag{8.24}$$

On trouve aussi

$$\mathrm{PDL_{dB}} = 80\log 2(\omega-\omega_c)^2 \frac{\delta_\Delta \Delta'}{\Delta_n^2 \Delta_m^2} \tag{8.25}$$

On remarque que dans le cas d'une bande passante dépendante de la polarisation, la croissance de la PDL (en dB) n'est plus linéaire comme c'était le cas pour la dépendance à la polarisation de la fréquence centrale mais quadratique. La croissance est une

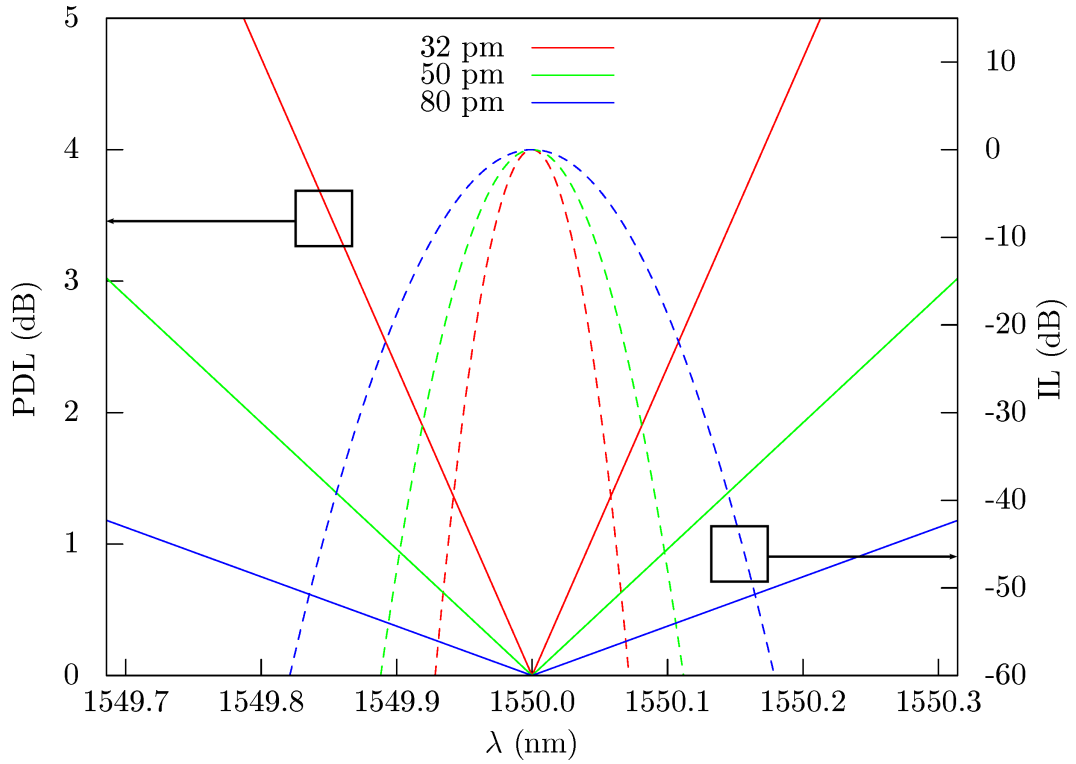


FIGURE 8.4 – PDL simulées pour 3 largeurs de filtre en considérant un décalage de la longueur d'onde centrale des sous-filtres propres de 1 pm. La croissance de la PDL est d'autant plus rapide que le filtre est étroit.

nouvelle fois d'autant plus rapide que l'écart entre les bandes passantes est important (voir fig 8.5) et que que le filtre est fin (voir fig 8.6).

8.2.2 Cas supergaussien

Pour tenir compte des situations pour lesquelles l'approximation gaussienne n'est pas nécessairement adéquate, on introduit un profil plus général dit *supergaussien*, tel que

$$\mathrm{F}^n(\omega) = \alpha \exp\left(-2\ln 2 \left|\frac{\omega-\omega_c}{\omega_b-\omega_a}\right|^n\right) \exp(i\phi), \tag{8.26}$$

où n est l'ordre du filtre. Avec ce modèle on ne peut pas établir en toute généralité de formules analytiques simples pour la perte d'insertion et la perte dépendante de la polarisation, mais on peut néanmoins combiner les solutions numériques obtenues lors du lissage de chaque sous-filtre afin d'en déduire une solution numérique pour l'IL et la PDL.

Nous allons maintenant effectuer des mesures pratiques sur quelques filtres pour illustrer nos propos. On essaiera ensuite de leur appliquer les deux modèles présentés.

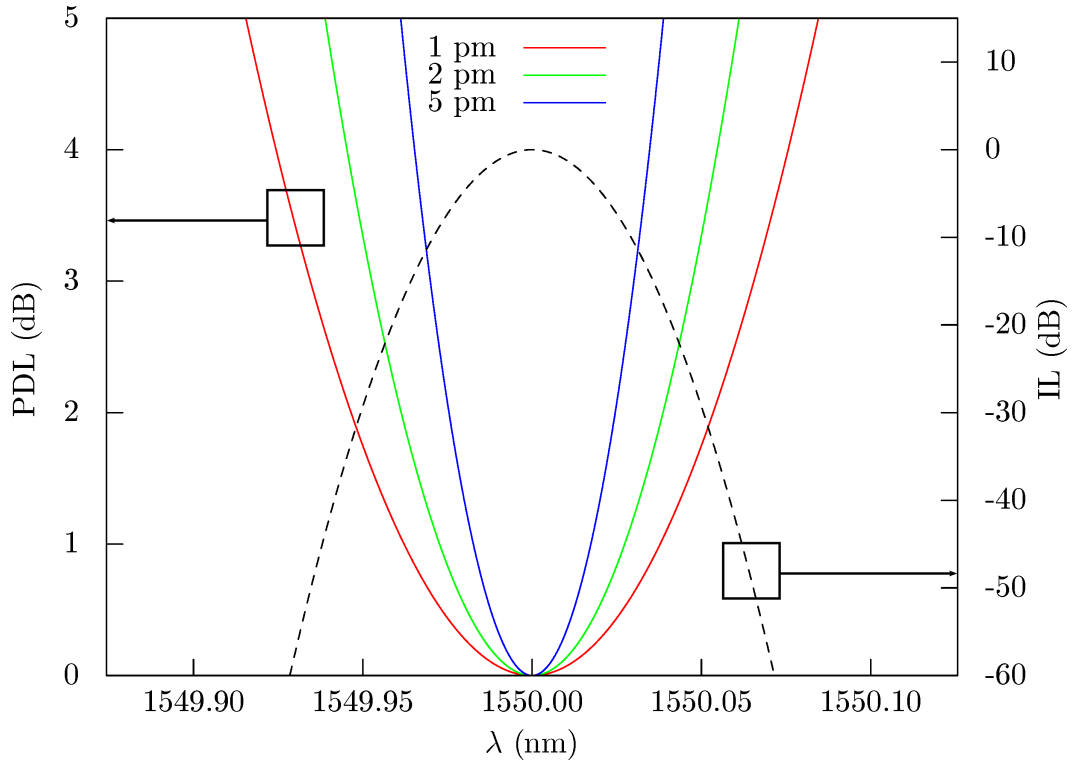


FIGURE 8.5 – PDL simulées pour différents écarts en bande passante des sous-filtres propres dans le cas d'un filtre d'une largeur de 32 pm. Encore une fois, plus l'écart est important, plus la PDL croît rapidement autour du minimum.

8.3 Mesure de filtres XTX

On effectue une mesure de l'IL et de la PDL pour 3 filtres (voir fig. 8.7, fig. 8.8 et fig. 8.9). Le deux premiers filtres sont de modèle identique, à savoir des XTx-50. Ils permettent d'atteindre une bande passante minimale de l'ordre de 50 pm. Le dernier est un XTx-32 qui possède une bande passante minimale de 32 pm. Pour comparer, on choisit une même bande passante dans les 3 cas : 45 pm. Dans ce régime, les trois filtres présentent un profil que l'on peut approcher par une gaussienne. C'est un peu moins vrai pour le modèle XTx-32 dont la pente est un peu plus raide du fait de sa conception.

À titre de comparaison, on a tracé les résultats obtenus à l'aide d'un OCA Agilent N7788B (voir fig. B.1).

On peut observer un comportement qualitativement différent de la PDL dans les trois cas de figure, en dépit du fait que les fonctions de transfert soient au contraire semblables. Dans les deux premiers cas, la PDL a un profil « pointu » avec un minimum très proche de zéro. La croissance autour de ce minimum est toutefois différente dans les deux situations. Dans le troisième cas, le profil possède toujours un minimum proche de zéro mais il est plus « arrondi ».

Cette observation pose d'emblée la question de la définition que l'on doit donner à

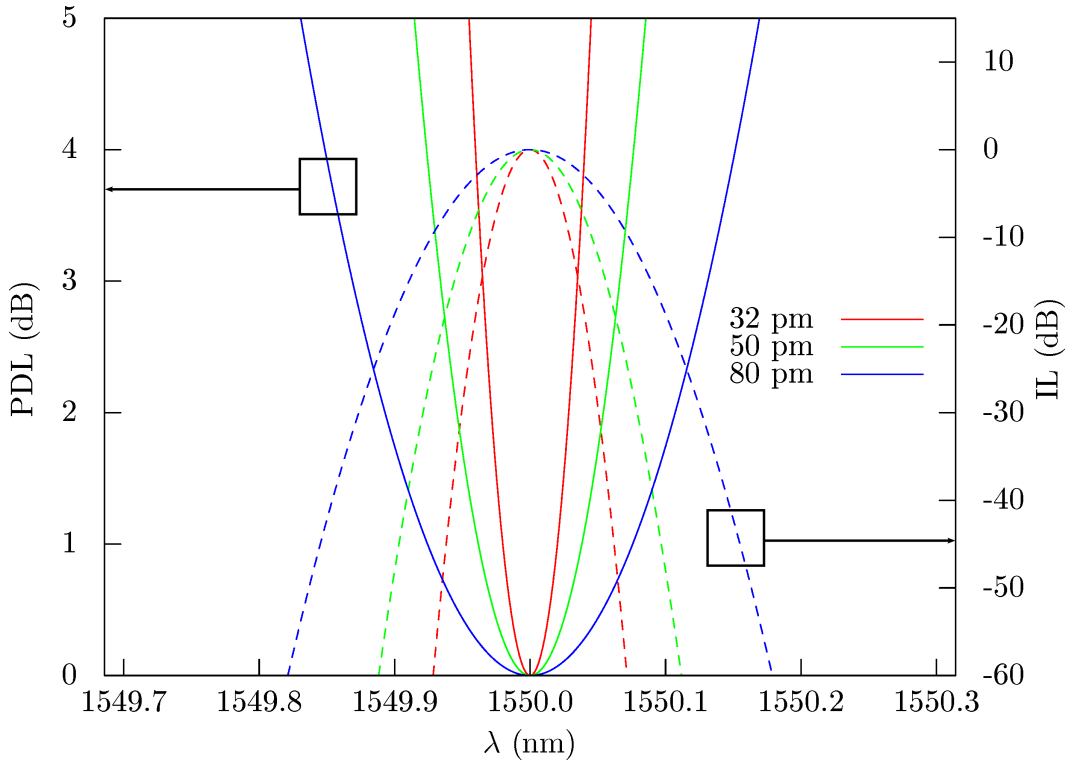


FIGURE 8.6 – PDL simulées pour 3 largeurs de filtre en considérant un écart en bande passante des sous-filtres propres de 1 pm. Une nouvelle fois, la croissance de la PDL est d'autant plus rapide que le filtre est étroit.

la PDL pour un filtre ultrafin. A l'opposé d'un composant large bande, on ne peut pas définir un domaine significatif sur lequel la PDL reste raisonnablement constante. Pire, les variations sont conséquentes même sur la bande passante du filtre (voir table 8.1).

	fc inf.	fc sup.
1er filtre	1.073	1.443
2^{e} filtre	1.995	2.687
3^{e} filtre	0.642	1.190

TABLE 8.1 – PDL en dB aux fréquences de coupure inférieure et supérieure pour chacun des filtres. On note à la fois les valeurs élevées et la variabilité.

Le deux premiers filtres sont sans ambiguïté des cas avec 1 croisement (voir fig. 8.10, fig. 8.11). On observe une net décalage en longueur d'onde entre les gabarits des sous-filtres. La PDL induite présente un minimum unique qui devrait être théoriquement nul mais ne l'est pas en pratique compte tenu des imperfections de la mesure.

Le dernier filtre (voir fig. 8.12) est un cas plus litigieux. Si on diminue la bande passante à 30 pm, alors la situation devient plus claire (voir fig. 8.13) : la PDL au minimum n'est pas nulle, ce qui signifie qu'il n'y a pas de croisement. L'espacement est net quand on trace les sous-filtres (voir fig. 8.14).

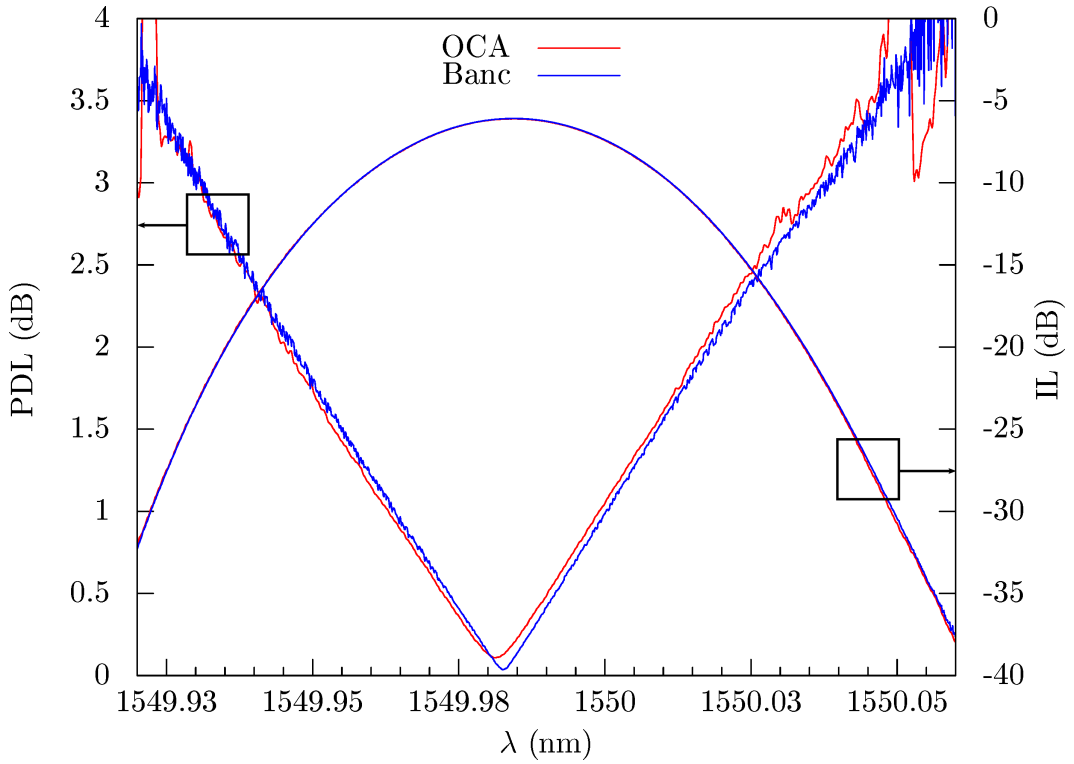


FIGURE 8.7 – PDL et IL de l'XTx-50 n° 1 avec une bande passante de 45 pm. On note le bon accord entre les résultats obtenus avec l'OCA et notre banc, aussi bien au niveau de l'IL que de la PDL.

La différence de profil de PDL constatée entre les deux premiers filtre et le dernier s'explique donc par le fait que son origine est différente. Le phénomène dominant dans le premier cas est la *fréquence centrale dépendante de la polarisation* (polarization dependent center wavelength, PDCW) ; dans le second cas, c'est la *bande passante dépendante de la polarisation* (polarization dependent bandwidth, PDB).

8.4 Application du modèle

On va essayer de lisser les profils de filtres obtenus avec les modèles gaussiens et supergaussiens de manière à vérifier si les simulations permettent de retrouver les résultats pratiques.

Filtre XTx-50 n° 1

On constate que le modèle supergaussien converge vers le modèle gaussien (voir table 8.2). L'écart en bande passante est respectivement de 0 pm et 0,2 pm, l'écart en longueur d'onde centrale est de 4,8 pm dans les deux cas. L'effet dominant est donc

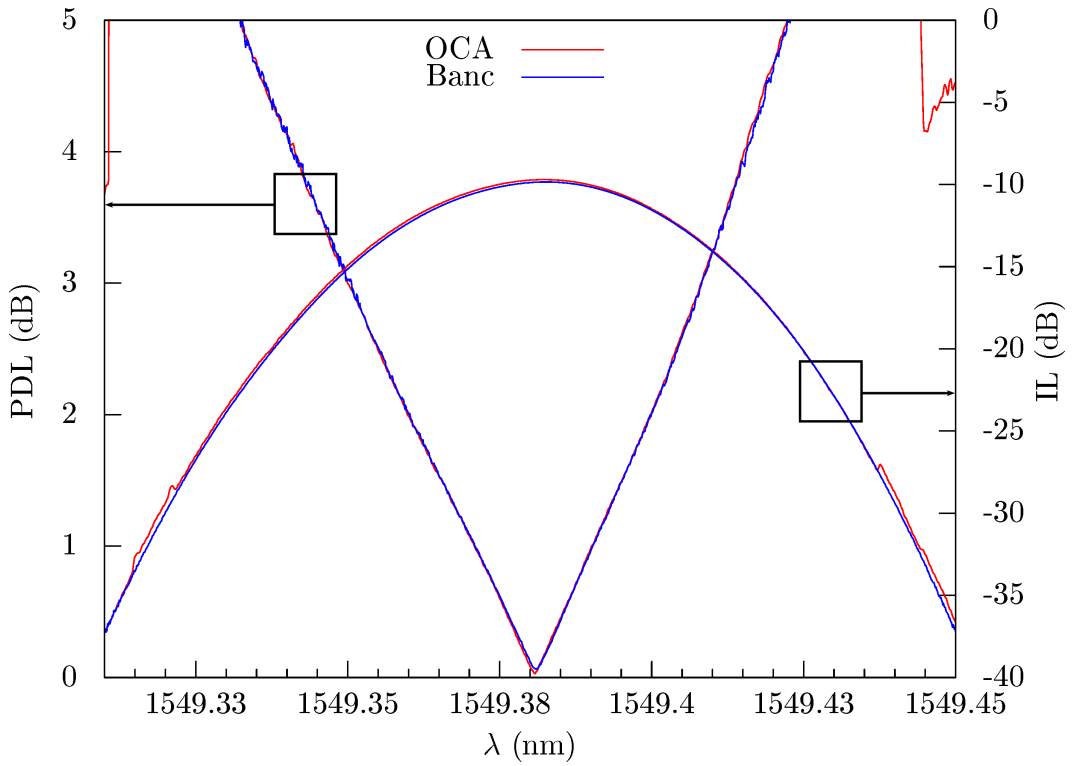


FIGURE 8.8 – PDL et IL de l'XTx-50 n° 2 avec une bande passante de 45 pm.

clairement celui de la PDCW. La PDL simulée est en bon accord avec la mesure (voir fig. 8.15).

	λ_c (nm)	bande pass. (pm)	att min. (dB)
1er sous-filtre	1 549,982 1	45,8	6,07
2e sous-filtre	1 549,986 9	45,8	5,95

	λ_c (nm)	bande pass. (pm)	att min. (dB)	ordre
1er sous-filtre	1 549,982 3	45,6	6,05	1,99
2e sous-filtre	1 549,987 1	45,4	5,91	1,98

TABLE 8.2 – Résultats du lissage gaussien (en haut) et supergaussien (en bas) pour l'XTx-50 n° 1

Filtre XTx-50 n° 2

On constate que l'approximation supergaussienne converge toujours vers le modèle gaussien (voir table 8.3). L'écart en bande passante est respectivement de 0, 1 pm et 0,2 pm, l'écart en longueur d'onde centrale est de 9,4 pm dans les deux cas. L'effet dominant est encore la PDCW. Il est cependant encore plus prononcé que le cas précédent. Une nouvelle fois la PDL simulée est en bon accord avec la mesure (voir fig. 8.16).

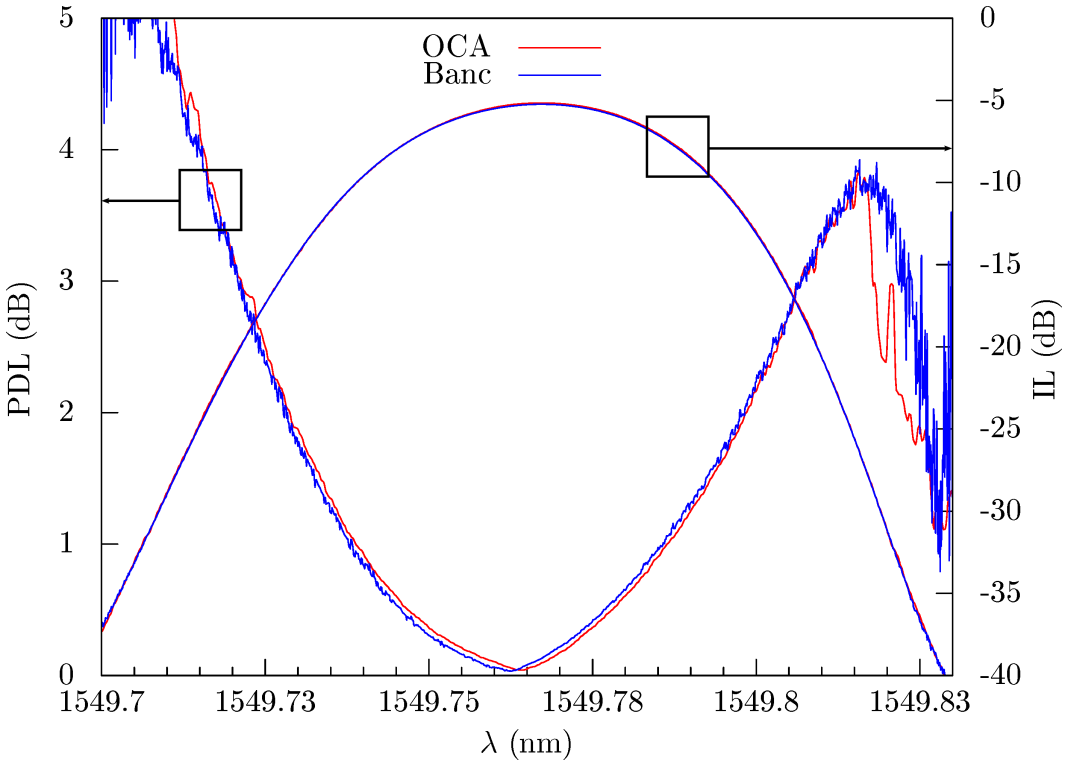


FIGURE 8.9 – PDL et IL de l'XTx-32 avec une bande passante de 45 pm.

	λ_c (nm)	bande pass. (pm)	att min. (dB)
1er sous-filtre	1 549,376 8	46,3	9,79
2e sous-filtre	1 549,386 2	46,4	9,64

	λ_c (nm)	bande pass. (pm)	att min. (dB)	ordre
1er sous-filtre	1 549,376 8	46,2	9,76	1,98
2e sous-filtre	1 549,386 2	46,4	9,69	2,02

TABLE 8.3 – Résultats du lissage gaussien (en haut) et supergaussien (en bas) pour l'XTx-50 n° 2

Filtre XTx-32

Dans ce cas, l'approximation gaussienne est moins bien vérifiée car le modèle supergaussien converge vers l'ordre 2,25 (voir table 8.4). Ce résultat n'est pas surprenant car ce filtre est de conception différente et possède par construction des pentes plus prononcées. L'écart en bande passante est respectivement de $4,2$ pm et 3,8 pm, l'écart en longueur d'onde centrale est de respectivement 0,6 pm et 0,5 pm. Cette fois, l'effet dominant est la PDB. En simulant la PDL, on retrouve bien le profil plus arrondi tel que mesuré. En dépit des divergences des deux modèles, ils donnent des résultats finalement assez proches.

Une conséquence pratique de la séparation des polarisations dans les filtres XTx

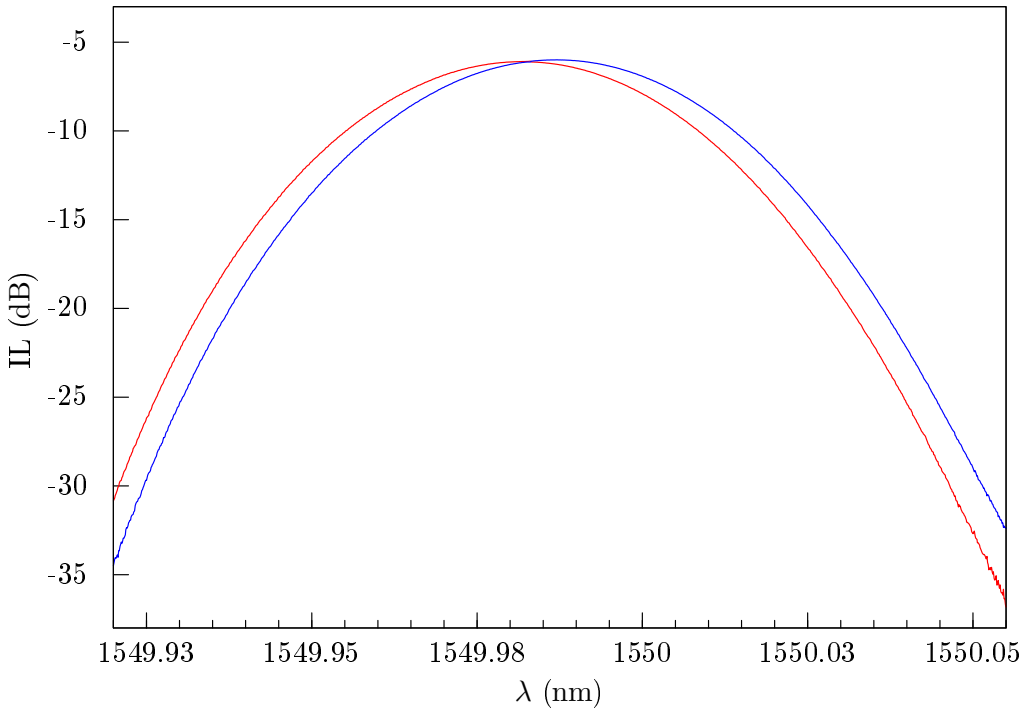


FIGURE 8.10 – Sous-filtres propres de l'XTx-50 n° 1 avec une bande passante de 45 pm. On observe clairement un décalage de la longueur d'onde centrale.

	λ_c (nm)	bande pass. (pm)	att min. (dB)
1er sous-filtre	1 549,766 4	41,7	4,67
2e sous-filtre	1 549,765 8	37,5	4,76

	λ_c (nm)	bande pass. (pm)	att min. (dB)	ordre
1er sous-filtre	1 549,766 1	42,5	5,10	2,25
2e sous-filtre	1 549,765 6	38,7	5,28	2,25

TABLE 8.4 – Résultats du lissage gaussien (en haut) et supergaussien (en bas) pour l'XTx-32

est que le processus d'optimisation de la PDL au cours de la fabrication des filtres est délicat puisque chaque réglage a une influence potentiellement différente sur chaque sous-filtre, tandis qu'une mesure naïve de la PDL, c'est à dire une mesure de la variation de puissance maximale, apporte une information qui ne couvre qu'une facette des manifestations de la PDL. Un écart en bande passante ou en longueur d'onde centrale de plusieurs picomètres est loin d'être rare, ce qui n'est pas du tout négligeable lorsque la bande passante est de quelques dizaines de picomètres. Considérant en outre que les pentes peuvent atteindre des valeurs de l'ordre de 800 dB/nm, les conséquences sont encore aggravées.

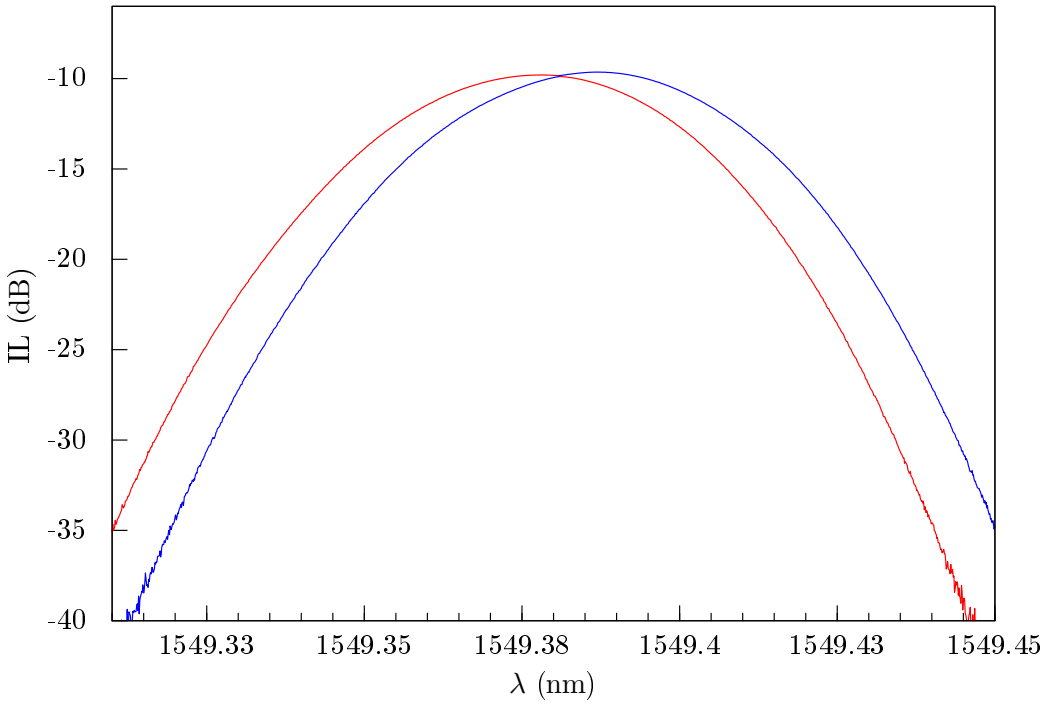


FIGURE 8.11 – Sous-filtres propres de l'XTx-50 n° 2 avec une bande passante de 45 pm. On constate un décalage en longueur d'onde centrale encore plus prononcé que dans la cas de l'XTx-50 n° 1.

8.5 L'XTx wide

Nous allons pour clôturer cette partie présenter un filtre qui représente une des dernières évolutions de la société Yenista Optics en termes de filtrage optique. Grâce à un meilleur contrôle de la symétrie du trajet optique, on arrive à limiter considérablement les effets de PDB et PDCW. En conséquence, l'accroissement de la PDL autour de sa valeur minmale est très largement réduit par rapport aux autres modèles (voir fig. 8.18). Les valeurs de PDL obtenues de part et d'autre de la bande passante ne dépassent pas les quelques dixièmes de dB ; dans le cas présent, on relève 0,079 8 dB et 0,133 7 dB. Dans le même temps, la valeur au centre est de l'ordre de quelques centièmes de dB seulement.

L'analyse des filtres propres est très révélatrice du gain qualitatif. En appliquant les lissages gaussien et supergaussien, on peut constater que les effets de PDCW et PDB sont quasi inexistants (voir table 8.5). Avec le lissage gaussien, l'écart entre fréquences centrale est de 0,1 pm tandis qu'il n'y pas de différence de bande passante. Avec le modèle supergaussien, l'écart entre fréquences centrale est nul et la différence de bande passante est de 0,1 pm. Au passage, on remarque que le lissage supergaussien converge vers une gaussienne, ce qui est cohérent avec le fait qu'un XTx wide possède la même fente qu'un XTx-50.

La PDL simulée issue des deux modèles est en accord avec la PDL mesurée sur la

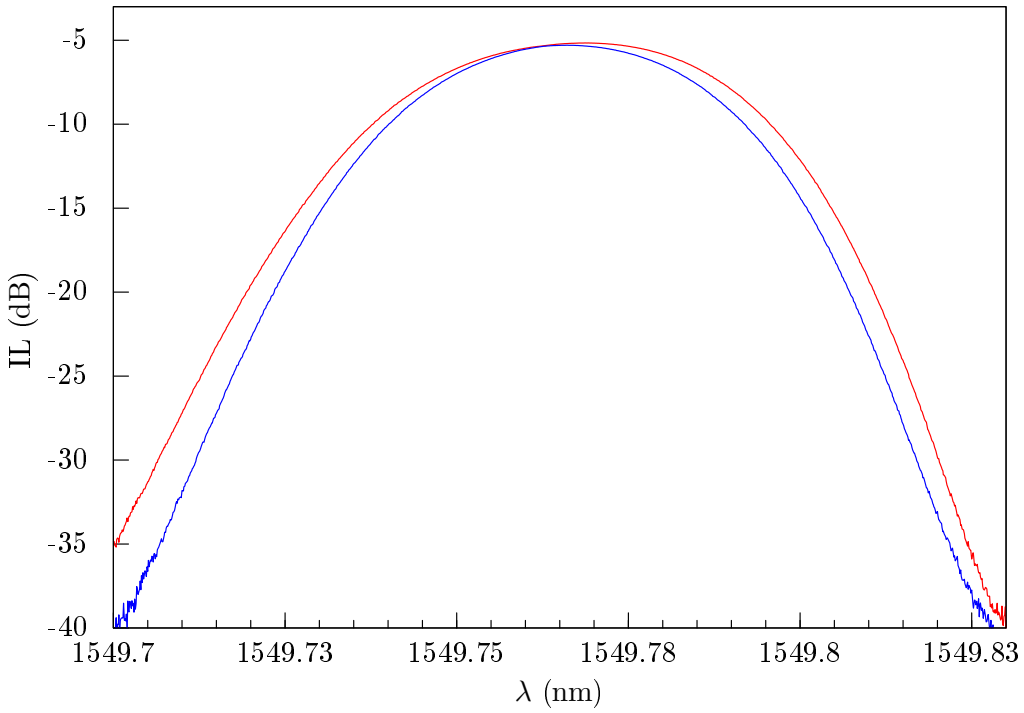


FIGURE 8.12 – Sous-filtres propres de l'XTx-32 pour une largeur de 45 pm. Cette fois, on a affaire à un écart en bande passante entre les deux sous-filtres.

	λ_c (nm)	bande pass. (pm)	att min. (dB)
1er sous-filtre	1 549,992 3	47,9	6,40
2e sous-filtre	1 549,992 2	47,9	6,47

	λ_c (nm)	bande pass. (pm)	att min. (dB)	ordre
1er sous-filtre	1 549,992 2	48,7	6,44	2,03
2e sous-filtre	1 549,992 2	48,8	6,53	2,04

TABLE 8.5 – Résultats du lissage gaussien (en haut) et supergaussien (en bas) pour l'XTx wide

bande passante. On constate que le lissage supergaussien reproduit un peu mieux le comportement au niveau des bords (voir fig. 8.19).

Les résultats présentés dans cette partie illustrent les difficultés spécifiques rencontrées lorsque l'on cherche à caractériser des filtres ultrafins. En premier lieu, le comportement de la PDL est le reflet de la configuration relative des sous-filtres propres. C'est le contrôle précis de leurs caractéristiques qui permet d'aboutir à un contrôle total sur la PDL. Ensuite, grâce à un modèle théorique reproduisant les PDL mesurées, on a mis évidence que des écarts de la longueur d'onde centrale ou de la bande passante de quelques picomètres seulement ont un impact significatif sur le résultat. On peut aussi s'attendre à ce que la sensibilité aux imperfections soit de plus en plus importante au fur et à mesure que les pentes deviennent plus raides et la bande passante plus étroite.

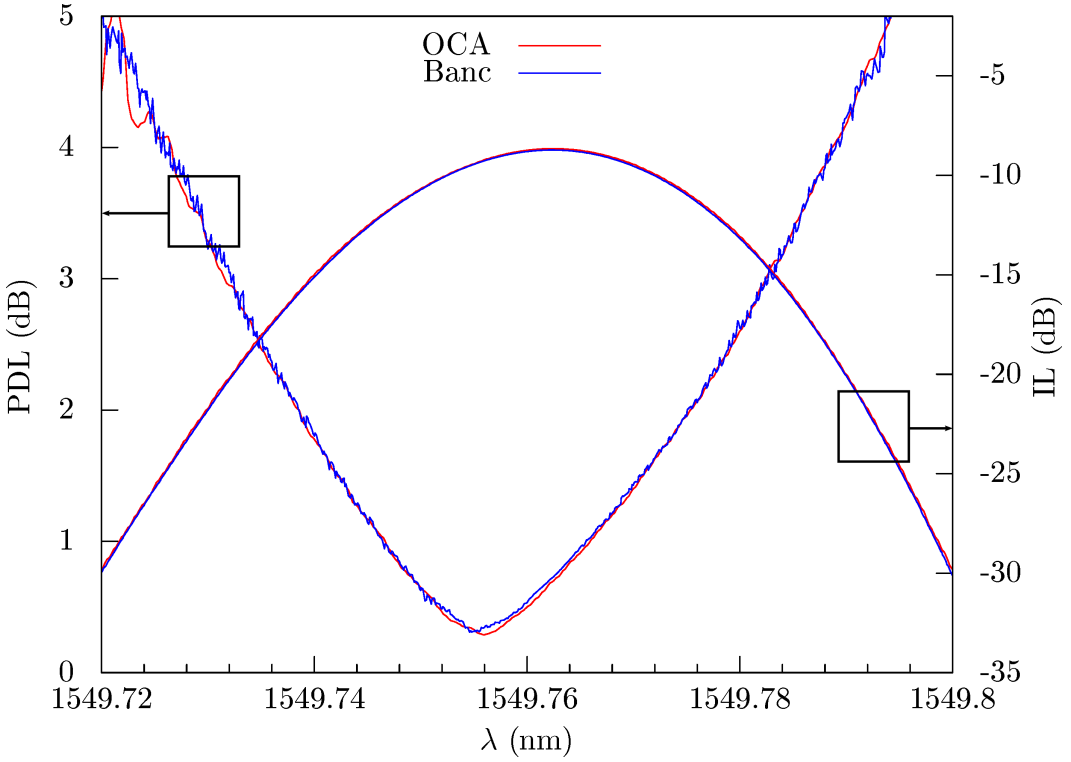


FIGURE 8.13 – PDL et IL de l'XTx-32 avec une bande passante de 30 pm.

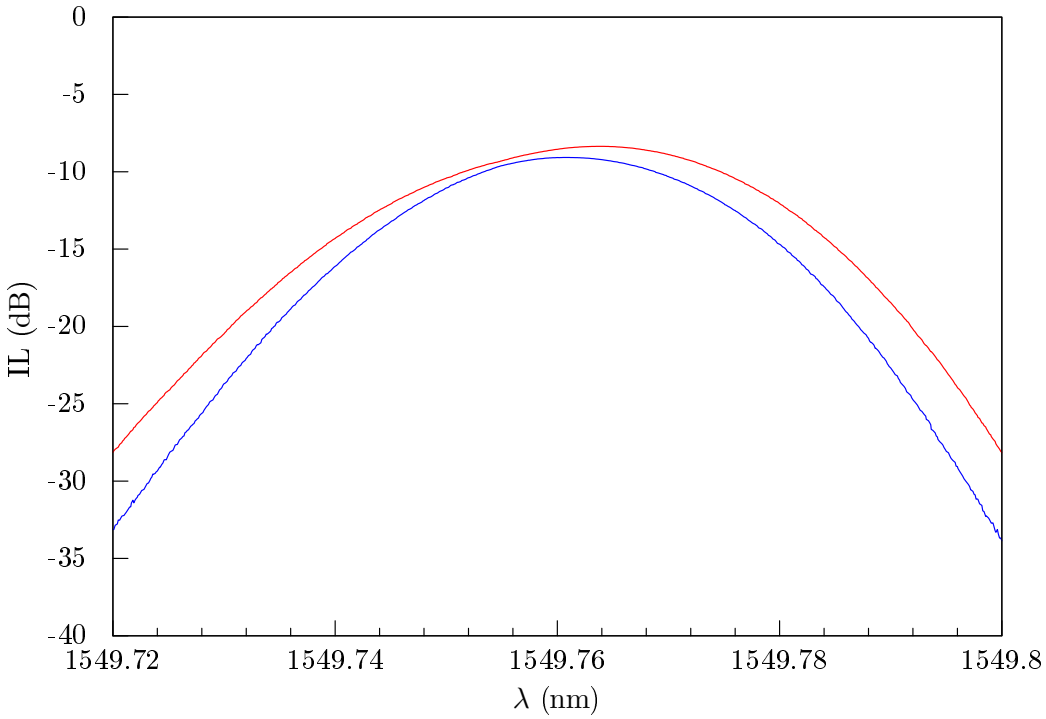


FIGURE 8.14 – Sous-filtres propres de l'XTx-32 pour une largeur de 30 pm. L'écart en bande passante apparaît sans ambiguïté.

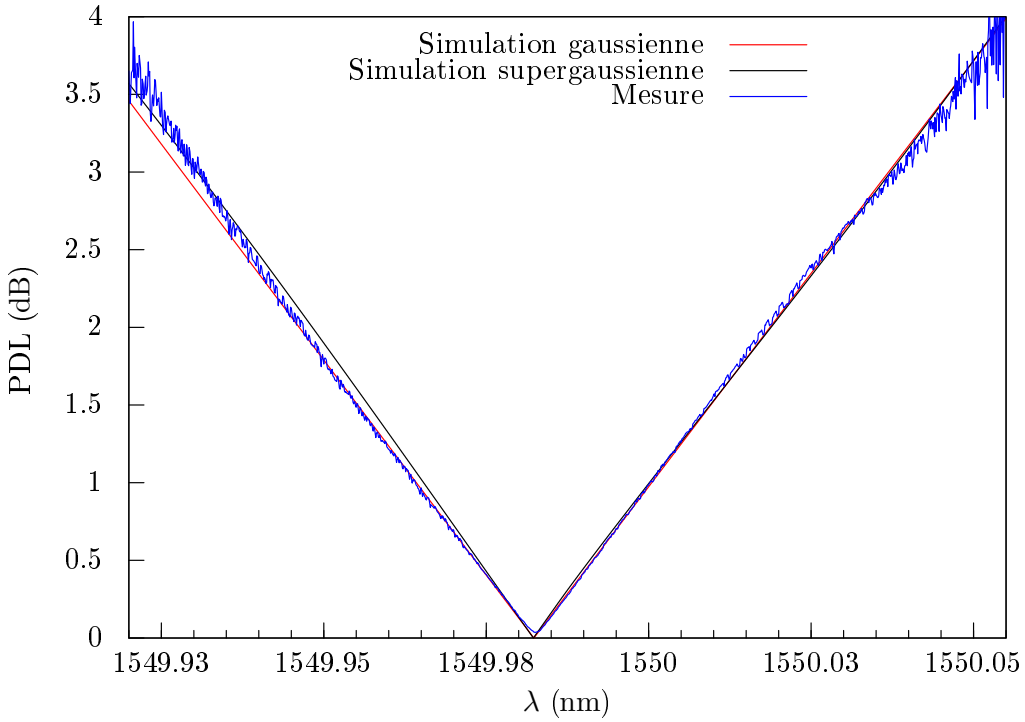


FIGURE 8.15 – Comparaison entre la PDL simulée et la PDL mesurée pour l'XTx-50 n° 1. Les simulations approximent correctement les résultats de la mesure.

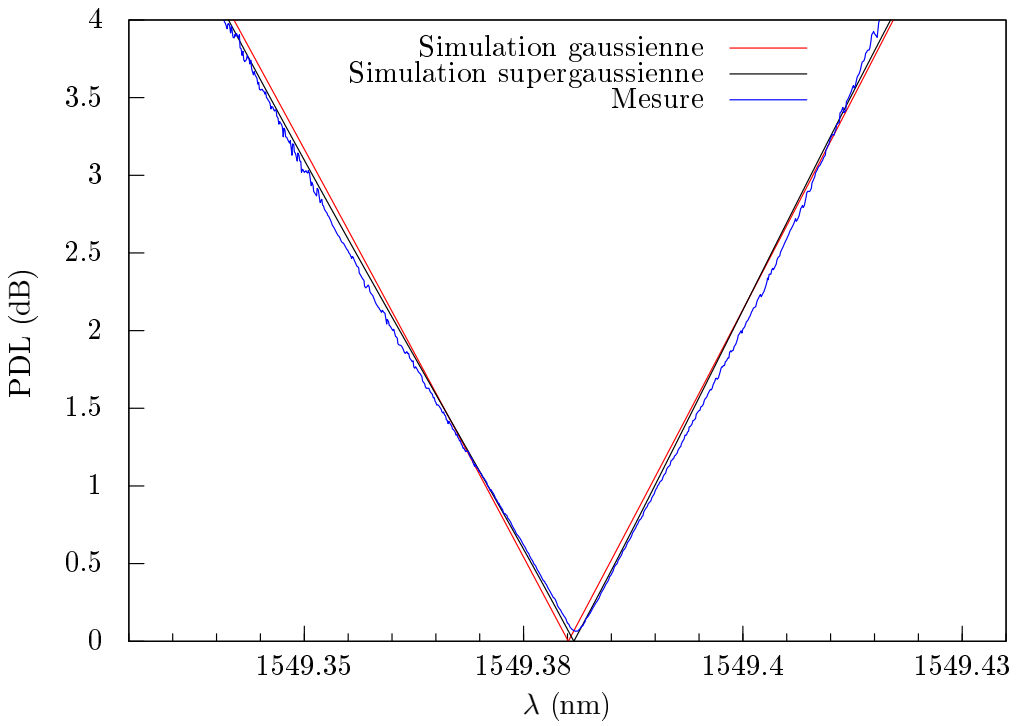


FIGURE 8.16 – Comparaison entre la PDL simulée et la PDL mesurée pour l'XTx-50 n° 2. La simulation et la mesure coïncident encore.

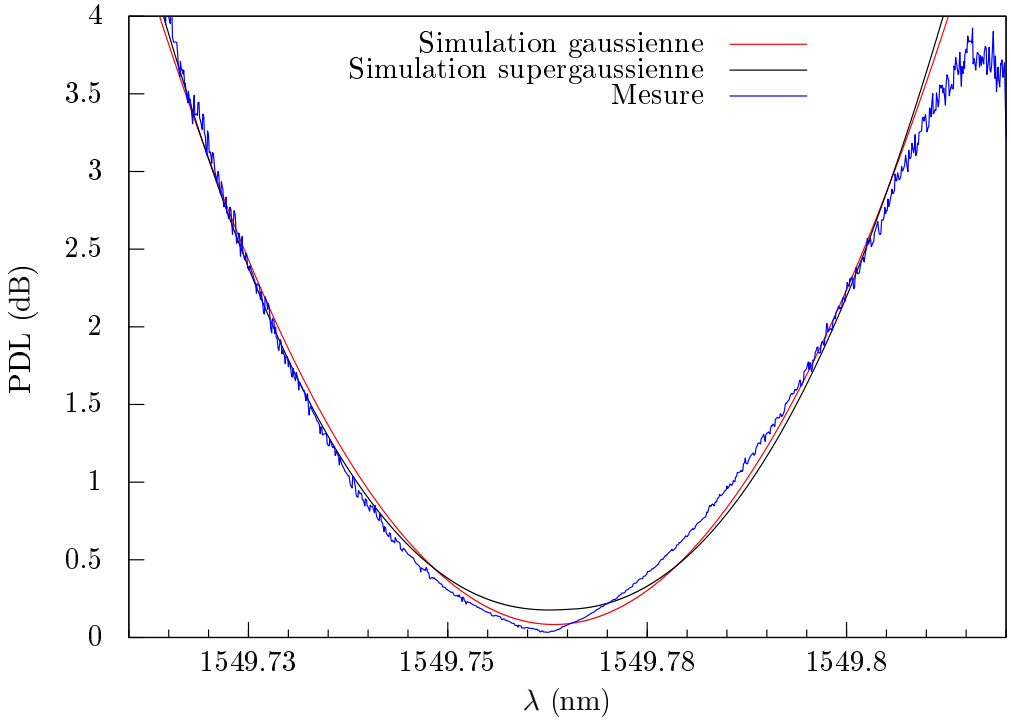


FIGURE 8.17 – Comparaison entre la PDL simulée et la PDL mesurée pour l'XTx-32. Le modèle retranscrit plutôt bien le profil mesuré avec un petit bémol proche du minimum.

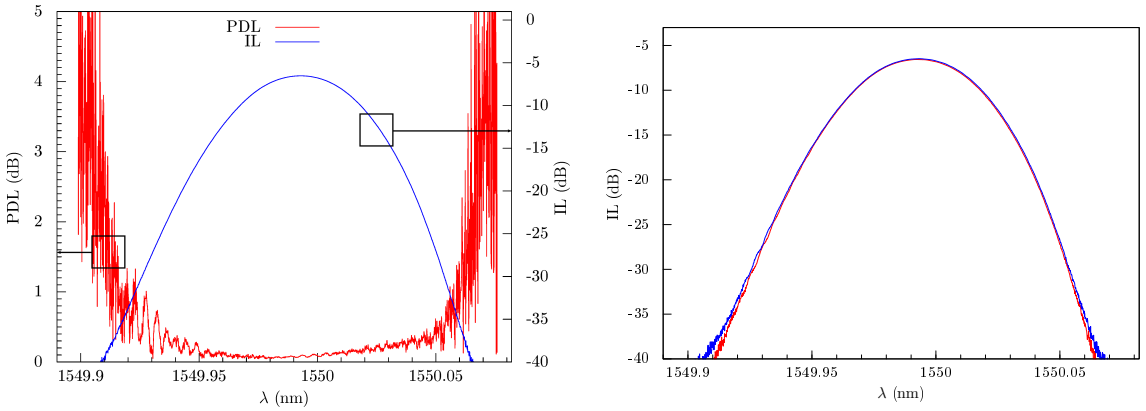


FIGURE 8.18 – (a) PDL et IL de l'XTx wide avec une bande passante de 48 pm. La PDL conserve une valeur inférieure à quelques dixièmes de dB sur l'intégralité de la bande passante. (b) Filtres propres de l'XTx wide avec une bande passante de 48 pm. Visuellement, les sous-filtres propres semblent superposés.

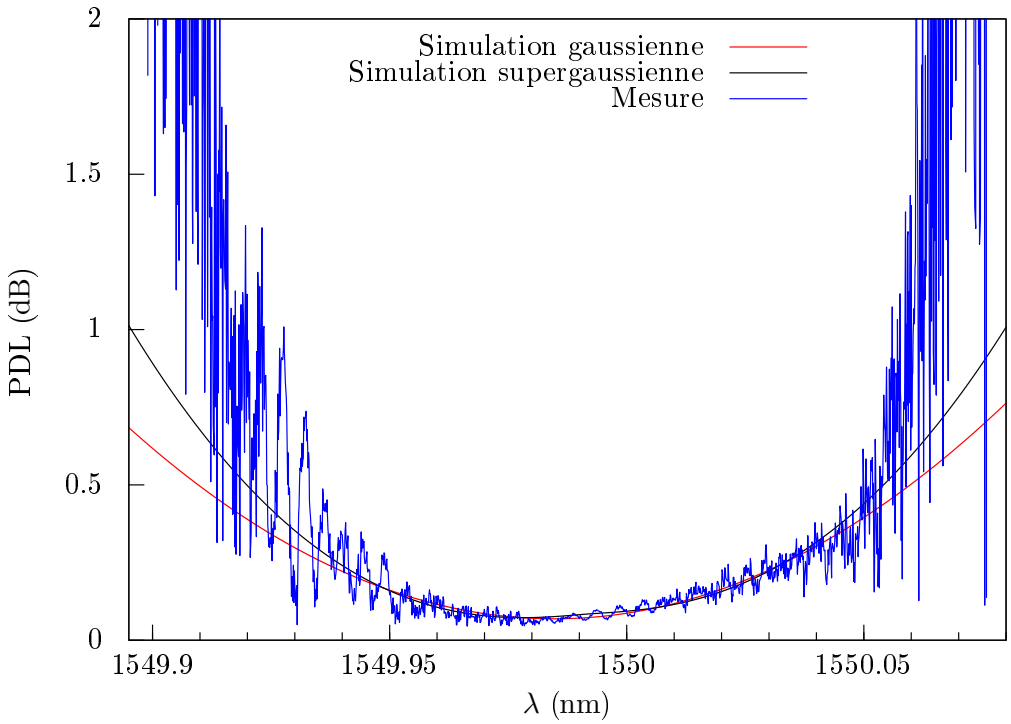


FIGURE 8.19 – Comparaison entre la PDL simulée et la PDL mesurée pour l'XTx wide. Les simulations retranscrivent bien la PDL mesurée. La modèle supergaussien est plus efficace sur les bords.

Section 9

Implémentation de la mesure de PDL dans un appareil commercial

9.1 Présentation du CT400

Le CT400 est un testeur de composants optiques dont la plage de mesure s'étend de 1260 nm à 1650 nm (voir fig. B.3). Sa particularité est qu'il peut piloter simultanément jusqu'à 4 lasers de façon à rendre transparent à l'utilisateur le basculement entre sources lorsque la plage de mesure demandée est à cheval sur plusieurs lasers (voir fig. 9.1).

Le CT400 est un appareil relativement ancien qui avait été initialement conçu pour mesurer uniquement la perte d'insertion. Sachant qu'il existait une demande pour une version évoluée qui aurait également la possibilité de mesurer la perte dépendante de la polarisation, c'était une bonne opportunité de mettre en application le protocole de mesure développé au cours de cette thèse dans un contexte pratique. Un tel instrument serait également une plus-value appréciable dans le cadre de la fabrication des filtres au sein de la société Yenista Optics. Actuellement, le réglage de la PDL s'obtient en effectuant une mesure manuelle de variation de puissance en quelques points discrets de la bande passante. Or, les observations de la section 8 montrent clairement que cette approche est notoirement insuffisante car ces quelques points ne sont pas nécessairement représentatifs du comportement de la PDL sur l'ensemble de la bande passante. Disposer d'un instrument permettant une visualisation de la dépendance spectrale de la PDL serait une avancée. L'idéal serait que la mesure soit suffisamment rapide pour que le rafraîchissement de la mesure permette un réglage « en temps réel », c'est à dire avec une latence très faible entre l'action de l'opérateur et la mise à jour de la mesure.

9.2 Principe de fonctionnement du CT400

Nous allons décrire succinctement le fonctionnement du base du CT400, de manière à donner un aperçu des contraintes qui se sont présentées lors de l'implémentation de

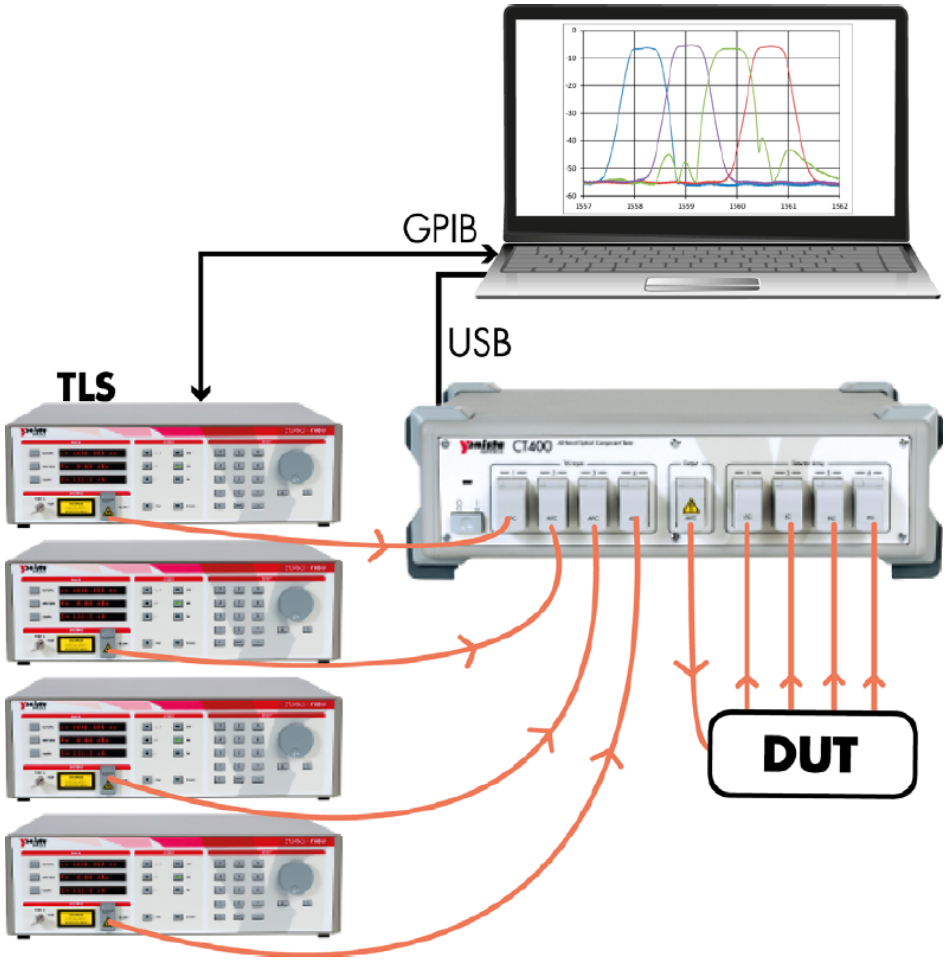


FIGURE 9.1 – Configuration typique de fonctionnement du CT400.

la mesure de PDL. Le CT400 peut être grossièrement décomposé en trois bloc logiques qui assurent chacun une fonction spécifique.

9.2.1 Bloc Mach-Zehnder

Un interféromètre de Mach-Zehnder fibré fait office d'horloge optique pour la chaîne d'acquisition. Il est simplement constitué de deux coupleurs 1 vers 2 inversés dont les voies ont été soudées entre elles. Il existe une différence de longueur entre les deux bras de manière à obtenir une figure d'interférence. Si ΔL est la différence de longueur de fibre entre les deux bras de l'interféromètre, alors l'intervalle spectrale libre est donné par

$$\mathrm{ISL} = \frac{c}{n\Delta L}, \tag{9.1}$$

avec n l'indice de réfraction effectif vu par la lumière et c la vitesse de la lumière. Sachant que pour une fibre SMF on a $n \approx 1,46$ et que ΔL est de l'ordre de 2 m, alors on trouve ISL $\approx$ 100 MHz.

Un système de capture se charge de détecter les fronts montants ou descendants de la puissance optique en sortie de l'interféromètre. Ce signal est transmis à un microcrontrôleur qui déclenche une mesure sur les détecteurs. L'intervalle spectral libre de l'interféromètre définit donc la résolution du CT400. Une conséquence de ce système est que les mesures sont donc uniformément réparties en fréquence et non pas en longueur d'onde. La résolution varie d'environ 0,5 pm aux alentours de 1260 nm à 0,9 pm aux alentours de 1650 nm.

9.2.2 Bloc référencement en longueur d'onde

La précision en longueur d'onde absolue est assurée par un composant de type Fabry-Pérot dont l'intervalle spectral libre est de 100 GHz. La longueur d'onde de chaque pic est connue avec une précision meilleure que le picomètre. Un algorithme de détection de pic permet d'attribuer à chaque maximum rencontré au cours d'un balayage en longueur d'onde un index sur l'échelle des tops émis par le Mach-Zehnder. Un autre algorithme prend le relai pour en déduire ensuite la longueur d'onde de tous les tops optiques et donc la longeur d'onde de tous les points de mesure.

9.2.3 Bloc détection et acquisition

Le coeur du système est un microcontrôleur de type DSP (Digital Signal Processor). C'est lui qui coordonne le traitement des différentes captures, déclenche une acquisition et stocke les données en mémoire.

Les valeurs de puissance issues des photodiodes sont converties en données numériques par l'intermédiaire d'un ADC (Analogic to Digital Converter) sur 12 bits ce qui signifie qu'elles ne peuvent prendre que 4096 valeurs. Elles sont ensuite stockées sous la forme de valeurs entières codées sur 16 bits. Sachant que la dynamique de la chaîne d'acquisition est de 80 dB, alors le bruit dû à la quantification est de l'ordre de 0,02 dB. Il existe en outre un bruit de conversion qui est empiriquement de ± 1 unités ADC. Cela signifie que qu'on ne pourra pas espérer mieux qu'une incertitude sur la PDL de l'ordre de plusieurs centièmes de dB.

9.3 Vitesse de la mesure

Un des atouts majeurs du CT400 originel est sa vitesse de mesure : on peut obtenir une mesure de près de 400 nm en quelques secondes. Comme annoncé, on a a cherché à conserver cette caractéristique dans la mesure du possible. Pour comprendre les choix qui ont été fait, on doit d'abord analyser les différentes phases de la mesure. On doit en particulier distinguer deux périodes : l'acquisition des points proprement dite et le rapatriement des données de la mémoire de l'appareil vers le PC.

Acquisition des points

Cette période correspond à la phase de balayage en longueur d'onde par un laser. Pour un laser dont la vitesse de scan est v et une mesure dont la longueur d'onde de départ est λ_1 et la longueur d'onde finale λ_2, alors le temps de balaye théorique est

$$\mathrm{T}^b = \frac{\lambda_2 - \lambda_1}{v}. \tag{9.2}$$

Cette expression ne tient pas compte des temps d'accélération et de freinage du laser.

Transfert des données

Après avoir été mises en mémoire locale par le DSP, les données recueillies par le CT400 sont envoyées vers un PC . La liaison est de type USB avec un débit théorique de 921 600 o/s. Dans la pratique, le taux de transfert est de l'ordre de D = 600 ko/s. Quand on utilise m détecteurs, une mesure nécessite de stocker $m + 2$ points : une valeur de puissance pour chaque détecteur, une valeur de la puissance de référence et une valeur d'horloge. Étant donnée une résolution δf, le nombre de points à stocker pour une mesure entre les longueurs d'onde λ_1 et λ_2 est

$$\mathrm{N} = (m+2)\,\frac{\lambda_2 - \lambda_1}{\lambda_1 \lambda_2}\frac{c}{\delta f}. \tag{9.3}$$

Les données étant d'une taille de 16 bits, le temps de transfert est donc

$$\mathrm{T}^{tr} = 16\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{D}}. \tag{9.4}$$

Temps total de mesure

En omettant les phases incompressibles d'initialisation de l'appareil, le temps utile de mesure pour un laser est

$$\mathrm{T}^{tot} = \mathrm{T}^b + \mathrm{T}^{tr} = (\lambda_2 - \lambda_1)\left[\frac{1}{v} + (m+2)\,\frac{16}{\mathrm{D}}\frac{1}{\lambda_1\lambda_2}\frac{c}{\delta f}\right]. \tag{9.5}$$

Ce qui va nous intéresser est en fait le rapport entre les temps de balayage et de transfert des données. On trouve

$$\frac{\mathrm{T}^{tr}}{\mathrm{T}^b} = \frac{16}{\mathrm{D}}\,(m+2)\,\frac{v}{\lambda_1\lambda_2}\frac{c}{\delta f}. \tag{9.6}$$

Pour fixer les idées, le temps de transfert le plus petit est obtenu pour un scan avec un seul détecteur entre 1645 nm et 1650 nm. Dans ce cas, on a $\mathrm{T}^{tr} \approx 1{,}8$ s. Simultanément, avec la vitesse de balayage minimale de 10 nm/s, le temps de balayage théorique est de $\mathrm{T}^b \approx 0{,}5$ s. Ce résultat signifie que le temps nécessaire pour transférer les données est toujours largement supérieur au temps de balayage. Cela signifie qu'on a intérêt à *minimiser les transferts de données* pour obtenir la vitesse de mesure la plus rapide.

9.4 Implémentation de la mesure de la PDL dans le CT400

9.4.1 Augmentation de la résolution

Nous avons vu que la répétabilité de la longueur d'onde était un paramètre essentiel pour minimiser les incertitudes de mesure lorsqu'on cherchait à mesurer des filtres ultrafins. Dans le cas du CT400, l'incertitude relative sur la longueur d'onde est équivalente à la résolution de le mesure. Nous avons donc choisi de multiplier dans un premier temps par 2 la différence de longueur entre les bras de l'interféromètre de Mach-Zehnder, ce qui a donc pour conséquence de diviser l'ISL par 2. En outre, en programmant l'appareil de façon à déclencher une mesure à la fois sur les fronts montants et les fronts descendants de la figure d'interférence, ce qui était une fonction existente mais non active, on gagne de nouveau un facteur 2. La résolution du nouvel appareil sera donc de l'ordre de 25 MHz, c'est à dire au pire 0,25 pm aux alentours de 1650 nm.

Ce faisant nous avons atteint quelques limites au niveau du taux d'échantillonnage. Le CT400 avait été initialement dimensionné pour fonctionner avec des lasers dont la vitesse de balayage peut aller jusqu'à 100 nm/s. En augmentant la résolution, nous nous sommes aperçu que le DSP n'était plus en mesure de traiter les données suffisamment rapidement. La vitesse maximale que nous pouvons utiliser dans ce cas est abaissée à des valeurs aux alentours de 50 nm/s [1]. Nous avons toutefois vu que ce sacrifice a au final un impact assez limité sur la vitesse globale de la mesure de la PDL.

9.4.2 Intégration du contrôleur de polarisation

Le contrôleur de polarisation est pilotable par le biais d'une logique TTL (Transistor-Transistor Logic) sur 8 bits. Le DSP possédait plusieurs GPIO (General Purpose Input/Output) disponibles permettant de s'interfacer directement avec le module. En reprogrammant le microprocesseur, j'ai fait en sorte qu'il puisse commander la génération d'états de polarisation à la demande.

9.4.3 Définition du protocole de mesure

On va de nouveau implémenter le protocole de Mueller à 6 états avec 6 scans distincts. Sans se soucier des considérations de vitesse de mesure, la stratégie la plus simple consisterait à stocker en mémoire tous les points de tous les scans et à effectuer un transfert de données final, ce qui revient à conserver 6 valeurs pour une longueur d'onde. En contrepartie, on limite fortement la plage de mesure à résolution maximale. Une meilleure méthode est plutôt de transférer les points entre chaque scan, ce qui permet de conserver la plage de mesure la plus grande possible tandis que le nombre de valeurs transférées par longueur d'onde est toujours de 6.

1. La vitesse exacte dépend de certains réglages qui ne sont pas essentiels à notre étude.

Pour améliorer la vitesse, on a intérêt, compte tenu de nos observations précédentes, à minimiser le nombre de points à transférer de la mémoire de l'appareil vers le PC. Sachant que la résolution est 4 fois meilleure par rapport à un CT400 classique, cela signifie que lorsqu'on effectue une mesure de PDL, on obtient 24 fois plus de données quand dans le cas d'une mesure classique pour une plage de longueur d'onde équivalente. La solution évidente semble donc de faire exécuter le calcul de la PDL par le DSP et de ne transmettre qu'un seul point par longueur d'onde. Le premier problème qui survient est que le microprocesseur n'embarque qu'une unité arithmétique à virgule fixe permettant d'effectuer seulement les opérations de base que sont l'addition, la soustraction, la multiplication et la division euclidiennne, alors qu'on a besoin de faire des calculs sur des nombres à virgule flottante (Γ le vecteur de PDL a une norme comprise entre 0 et 1). En outre, les détecteurs sont logarithmiques, ce qui signifie qu'une valeur ADC sur 16 bits est de la forme $\mathrm{ADC} = \alpha \log_n \mathrm{P}$, où α est un facteur inconnu et n est la base du logarithme, a priori aussi inconnue. Sachant que les calculs s'opèrent sur des quantités en échelle linéaire, cela implique de disposer d'une fonction logarithme, mais celle-ci n'existe pas nativement. Une solution utilisant une libraire émulant de l'arithmétique en virgule flottante a été testée, mais le résultat s'est avéré plutôt insatisfaisant, en particulier du point de vue de la précision du résultat. Il a donc été décidé que les calculs seraient effectués par le PC, le DSP se contentant d'enregistrer les points.

En tenant compte de l'interprétation vectorielle de la PDL, on peut toutefois envisager une optimisation conséquente. Il suffit de se rappeler dans un premier temps que ce que l'on mesure sont les 3 composantes du vecteur de PDL, c'est à dire qu'on peut théoriquement reconstruire complètement la PDL en ne conservant que 3 valeurs par longueur d'onde. Le problème qui semble se poser est qu'on paraît revenir à une situation où on doit effectuer des calculs dans le DSP. Cependant, il s'avère qu'il est possible de n'allouer qu'une seule case mémoire à une composante de PDL à faible coût temporel et sans perte d'information. Lorsque l'on soustrait deux valeurs ADC, cela revient à obtenir le logarithme des rapports des valeurs de puissance en échelle linéaire. Soient $\mathrm{ADC}_1 = \alpha \log_n \mathrm{P}_1$ et $\mathrm{ADC}_2 = \alpha \log_n \mathrm{P}_2$ les valeurs sur 16 bits obtenues lors des mesures de deux états orthogonaux, on a

$$\mathrm{ADC}_1 - \mathrm{ADC}_2 = \alpha \log_n \frac{\mathrm{P}_1}{\mathrm{P}_2}. \tag{9.7}$$

Une calibration préalable des détecteurs permet d'obtenir l'équivalent d'une fonction F telle que

$$\mathrm{F}\left(\alpha \log_n \frac{\mathrm{P}_1}{\mathrm{P}_2}\right) = 10 \log \left[\frac{\mathrm{P}_1}{\mathrm{P}_2}\right] = \beta. \tag{9.8}$$

Ensuite, on obtient

$$\frac{1 - 10^{\beta/10}}{1 + 10^{\beta/10}} = \frac{\mathrm{P}_1 - \mathrm{P}_2}{\mathrm{P}_1 + \mathrm{P}_2}, \tag{9.9}$$

qui est une composante de PDL. En résumé, on a besoin que de stocker et de transférer 3 valeurs par longueur d'onde sans perte de précision. Cela permet un gain de 50% par rapport aux cas précédents. Il est à noter que seule l'interprétation vectorielle de la

PDL nous permet cette optimisation, car les calculs des coefficients m_{0i} de l'approche matricielle implique des sommes et des différences de quantités linéaires, opérations qu'on ne peut pas effectuer à l'aide des opérations arithmétiques de base dans le DSP. La seule approche possible aurait été de transférer les 6 points par longueur d'onde.

La perte d'insertion moyenne est aussi une information utile. Il dans ce cas nécessaire de stocker et transférer une 4^{e} valeur. Celle-ci est simplement la moyenne des valeurs ADC relevées pour chacun des états.

9.5 Mesures de PDL avec le CT400

9.5.1 Tests sur des références de PDL

On va reprendre nos deux étalons de PDL pour évaluer les performance du CT400. On observe nettement dans les deux cas de figure (voir fig. 9.2) que le bruit est singulièrement plus important qu'auparavant (voir fig. 7.3 et fig. 7.7). Un manière rapide de l'estimer est de calculer l'écart-type des valeurs sur la bande d'analyse. On peut en effet observer empiriquement que les mesures semblent fluctuer autour de la valeur attendue de la PDL. D'autre part, l'amplitude des fluctuations est de quelques centièmes de dB, tandis que la valeur attendue des étalons n'est censée varier que de quelques millièmes de dB, cela signifie qu'on peut attribuer la majeure partie des variations au bruit. L'écart-type est de 0,023 dB dans les deux cas, ce qui est cohérent avec notre intuition initiale compte tenu de la limitation en précision des mesures de puissance. Les PDL moyennes sont respectivement de 0,491 dB et 0,197 dB, soit un écart de moins de 0,01 dB par rapport à la moyenne des valeurs attendues. Ces valeurs n'ont pas vocation à être considérées comme de réelles estimations des incertitudes mais permettent néanmoins de mettre en évidence la différence qualitative des performances avec le banc de mesure, où des mesures similaires donnent un écart-type de l'ordre de 0,002 dB avec un biais de moins de 0,01 dB pour l'étalon à 0,02 dB, et écart-type de l'ordre de 0,004 dB avec encore un biais de 0,01 dB pour l'étalon à 0,02 dB. Autrement dit, le bruit un d'un ordre supérieur avec le CT400 PDL. Comme craint, on sévèrement handicapé par les mauvaises performances de la chaîne d'acquisition. Ces incertitudes sont néanmoins du même ordre que celles des appareils disponibles sur le marché.

On va chercher maintenant à voir ce qu'il en est dans le cas d'un filtre ultrafin.

9.5.2 Tests sur un filtre ultrafin

On va caractériser un filtre ultrafin avec le CT400 PDL et comparer les résultats avec ceux obtenus sur ce même filtre au moyen du banc de mesure étudié dans les sections précédentes. On a estimé que les performances de ce dernier étaient une incertitude de l'ordre du millième de dB et le biais de l'ordre de quelques centième de dB. Sachant qu'on vient de voir que l'incertitude du CT400 était également de l'ordre de quelques centièmes de dB, alors cela signifie qu'on peut considérer que la valeur mesurée par le

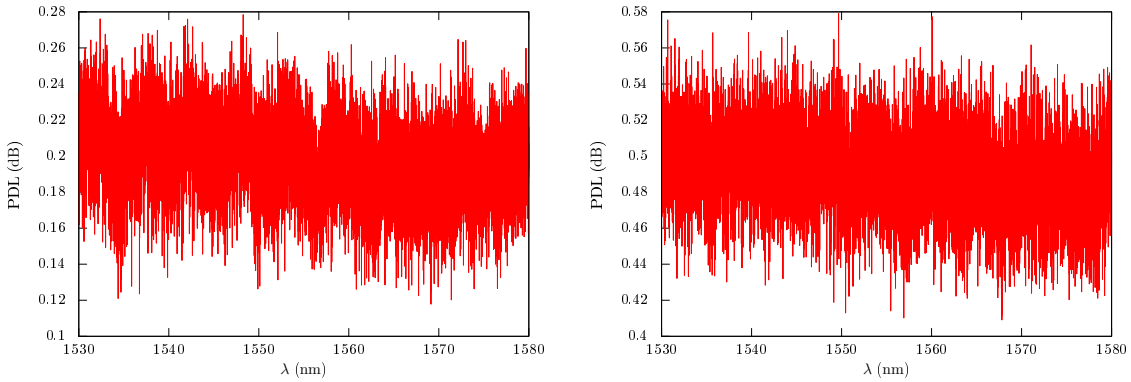


FIGURE 9.2 – (a) Mesure de la référence de PDL à 0,2 dB avec le CT400 PDL. (b) Mesure de la référence de PDL à 0,5 dB avec le CT400 PDL. Par rapport au banc de mesure, le bruit est significativement augmenté, mais la valeur moyenne du résultat reste très proche de la valeur vraie.

banc est une *valeur vraie* du point de vue du CT400 dans le sens où celui-ci n'est pas capable de différencier statistiquement les résultats du banc.

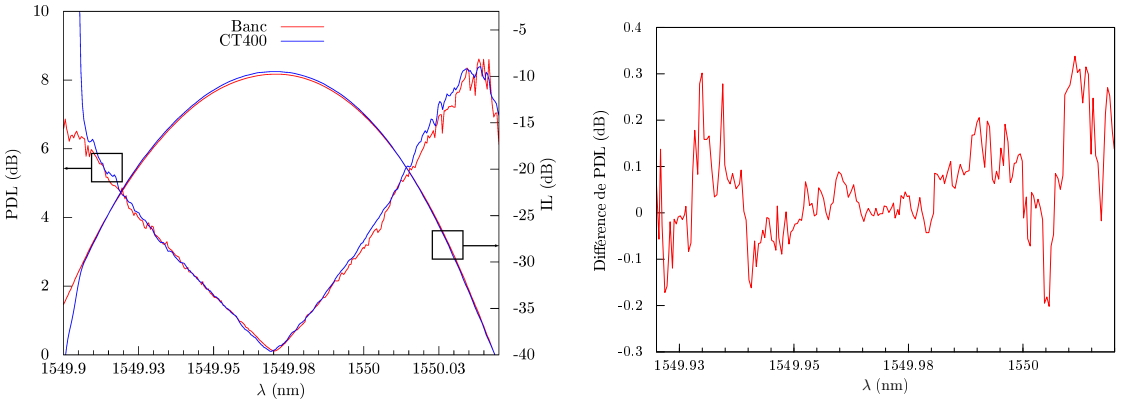


FIGURE 9.3 – (a) Mesure d'un filtre ultrafin de bande passante 32 pm avec le CT400 PDL et comparaison avec le banc de mesure. (b) Différence des PDL mesurées. Compte tenu des incertitudes de mesure propres à chaque dispositif, les résultats sont comparables. Grâce à sa très bonne répétabilité en longueur d'onde, le CT400 permet la mesure de filtres ultrafins.

D'un point de vue qualitatif, on constate que le profil de PDL mesuré avec le CT400 est similaire à celui que l'on obtient avec le banc de mesure. Si on trace la différence entre les PDL mesurées (voir fig. 9.3), on remarque d'abord que l'écart est de l'ordre de quelques centièmes de dB seulement sur la bande passante du filtre puis tend à augmenter à quelques dixièmes de dB sur les bords. On remarque aussi que l'écart change régulièrement de signe, ce qui tend à indiquer que la valeur de PDL mesurée par le CT400 oscille autour de la valeur vraie. Ce comportement est cohérent avec celui observé sur les étalons.

L'écart de l'ordre du centième de dB obtenu sur la bande passante est aussi cohérent

avec le bruit obtenu sur les étalons de PDL. Dans cette zone, la pente de l'IL est localement faible, ce qui signifie qu'on peut négliger la contribution de l'erreur due à la reproductibilité de la longueur d'onde entre les différents balayage. En revanche, c'est d'autant moins vraie qu'on s'éloigne du centre où cette contribution devient de plus en plus dominante. De ce point de vue, l'incertitude relative sur la longueur d'onde du CT400 est théoriquement meilleure que celle du banc de mesure, c'est à dire 0,25 pm contre 0,5 pm. C'est la raison de la bonne tenue du CT400 dans le cas des filtres ultrafins.

Au final, on peut en conclure que les performances du CT400 PDL sont honorables. On peut estimer son incertitude à quelques centièmes de dB, qui sont des performances comparables aux appareils commerciaux équivalent actuellement disponibles (cf annexe B), et sa grande résolution lui permet d'être adapté à la mesure des filtres ultrafins. Il souffre cependant de deux défauts par rapport à nos exigences : le premier tient à ce que sa bande de mesure est limitée à une plage d'une centaine de nanomètres, du fait des limitations du contrôleur de polarisation. Sachant qu'une de ses utilisation potentielle était la fabrication de filtres et que l'accordabilité de ceux-ci est typiquement 2 plus plus importante, il ne pourrait pas être utilisé pour les caractériser complètement. D'autre part, en dépit des optimisations en terme de stockage et de transferts de points, le temps de transfert des données à résolution maximale n'est pas suffisamment rapide pour permettre un réglage en temps réel comme espéré.

Conclusion

Section 10

Bilan et perspectives

Nous voici arrivé au bout de notre travail. Nous allons maintenant synthétiser les résultats que nous avons obtenus et les mettre en regard avec les objectifs initiaux de la thèse de manière à déterminer si nous avons répondu aux problématiques de départ.

La principale raison qui avait motivé cette thèse était la difficulté pour la société Yenista Optics à produire des filtres ultrafins dont les caractéristiques étaient suffisamment contrôlées, notamment au niveau de la perte dépendante de la polarisation. Dans ce cadre, nous avons cherché à mettre en place un banc de mesure optimisé par la caractérisation des filtres ultrafins. Après avoir comparé les différentes méthodes de mesure de la perte dépendante de la polarisation disponibles, le choix de la méthode de Mueller est apparu comme étant celui nous offrant les meilleures garanties de réussite. Les tests menés sur des éléments de PDL connue a conforté ce choix. Dans les conditions optimales, les incertitudes de mesure sont de l'ordre du millième de dB, ce qui est au niveau de ce que l'on peut relever dans la littérature. Les limitations de notre contrôleur de polarisation ne permettent cependant pas d'assurer ces performances sur une plage supérieure à la centaine de nanomètre : la perte rapide des bonnes relations angulaires entre les états de polarisation tend à dégrader la mesure. Ce défaut nous a toutefois permis de mettre clairement en évidence la supériorité de la méthode à 6 états par rapport à la méthode à 4 états dans les cas perturbés.

Nous avons ensuite pu identifier des comportements spécifiques aux filtres ultrafins. Au contraire des composants à large bande pour lesquels les effets tels que la longueur d'onde centrale dépendante de la polarisation et la bande passante dépendante de la polarisation peuvent être négligés, la compréhension pleine et entière du comportement de la PDL dans le cas des filtres ultrafins passe par une analyse des sous-filtres propres, la PDL étant le reflet de leurs configurations relatives. A l'aide d'un modèle de filtre, nous avons été capable de reproduire par simulation les comportements en PDL observés par la mesure. Les projections réalisées à l'aide du modèle ont clairement mis en évidence que la sensibilité aux imperfections était d'autant plus importante que les filtres étaient fins et pentus.

Nous avons aussi proposé une vision alternative de la mesure de la PDL basée sur une approche vectorielle. Celle-ci nous a permis d'expliciter analytiquement la procé-

dure de compensation de la PDL parasite, ce qui n'avait jamais été accompli à notre connaissance, et d'établir par la même occasion des stratégies de mesure alternatives. Notre proposition principale, qui laisse inchangé le dispositif expérimental et qui diffère théoriquement de la méthode de calcul classique sur les termes perturbatifs s'avère expérimentalement indistinguable de cette dernière. Même si les autres stratégies, qui impliquent elles des modifications du dispositif de mesure, se sont avérées moins performantes dans notre cas précis, notamment à cause de la nature de notre contrôleur de polarisation, elle peuvent néanmoins être considérées comme des alternatives crédibles, par exemple si on utilisait un autre contrôleur de polarisation

Au fur et à mesure de notre progression, nous nous sommes aperçu des limites de notre contrôleur de polarisation. Si la raison pour laquelle il avait été choisi est sa simplicité de pilotage, la contrepartie est que ses performances pour la génération d'états qui vérifient les conditions nécessaires pour la méthode de Mueller ne sont optimales que sur une plage très restreinte de longueurs d'onde et se dégradent de façon notable en dehors. La plage sur laquelle le résultat peut être considéré comme suffisamment fiable est de l'ordre de 100 nm. Cela peut poser problème dans le cadre de la conception des filtres chez Yenista Optics pour lesquels la plage de fonctionnement est typiquement deux fois supérieure. La solution pour remédier à ce problème serait d'adopter une autre technologie de contrôleur de polarisation, basée sur le Niobate de Lithium, qui permettrait d'assurer de bonnes performances sur toutes les plages souhaitées. Cette technologie est par ailleurs connue pour ses performances très élevées en termes de vitesse, ce qui pourrait ouvrir la voie à des implémentations de la méthode de Mueller avec un seul balayage.

La second objectif de la thèse était de valoriser industriellement le banc de mesure mis en place. L'implémentation de la mesure de la PDL dans un appareil existant mais dépourvu de cette possibilité, le CT400, est apparue naturellement. Cela permettait simultanément de répondre à une demande de la part de clients de la société Yenista Optics et potentiellement d'améliorer les processus de fabrication des filtres. En s'adaptant aux contraintes spécifiques à l'appareil, nous sommes parvenu à intégrer cette fonctionnalité. En raison des faibles performances de la chaîne détection du CT400, les incertitudes de mesure que nous avons obtenues sont de l'ordre de quelques centièmes de dB, soit d'un ordre de grandeur supérieur par rapport au banc de mesure, mais elles restent toutefois équivalentes à celles des appareils commerciaux similaires.

Toutefois, cet aspect venant s'ajouter aux limites déjà évoquées du contrôleur de polarisation, notamment en termes de plage réduite et de faible vitesse, le résultat ne s'avère pas réellement satisfaisant par rapport à nos exigences. L'élaboration du prototype a néanmoins permis de tirer un certain nombre de leçons pour une future évolution du CT400 qui intégrerait nativement la mesure de PDL.

Références

[1] P. A. M. Dirac : A new notation for quantum mechanics. *Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*, 35:416–418, 7 1939.

[2] J. P. Gordon et H. Kogelnik : PMD fundamentals: Polarization mode dispersion in optical fibers. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 97(9):4541–4550, 2000.

[3] The Spin-Vector Calculus of Polarization. *In Polarization Optics in Telecommunications*, volume 101 de *Springer Series in Optical Sciences*, pages 37–78. Springer New York, 2005.

[4] John David Jackson : *Classical electrodynamics*. Wiley, New York, NY, 3rd ed. édition, 1999.

[5] M Born et E Wolf : *Principles of Optics*. Cambridge University Press, 7 édition, 1999.

[6] Mark Froggatt, Brian Soller, Eric Moore et Matthew Wolfe : Optical System Characterization : A Linear System Approach. Rapport technique, Luna Technologies, 2002.

[7] Cynthia Whitney : Pauli-Algebraic Operators in Polarization Optics. *Journal of Optical Society of America*, 61(9):1207–1213, Sep 1971.

[8] Tiberiu Tudor : Interaction of light with the polarization devices: a vectorial Pauli algebraic approach. *Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical*, 41(41):415303, 2008.

[9] Shih-Yau Lu et Russell A. Chipman : Homogeneous and inhomogeneous Jones matrices. *Journal of Optical Society of America A*, 11(2):766–773, Feb 1994.

[10] Shih-Yau Lu et Russell A. Chipman : Interpretation of Mueller matrices based on polar decomposition. *Journal of Optical Society of America A*, 13(5):1106–1113, May 1996.

[11] R. Clark Jones : A New Calculus for the Treatment of Optical Systems – I. Description and Discussion of the Calculus. *Journal of Optical Society of America*, 31(7):488–493, Jul 1941.

[12] Henry Hurwitz et R. Clark Jones : A New Calculus for the Treatment of Optical Systems – II. proof of three general equivalence theorems. *Journal of Optical Society of America*, 31(7):493–495, Jul 1941.

[13] R. Clark Jones : A New Calculus for the Treatment of Optical Systems – III. The Sohncke Theory of Optical Activity. *Journal of Optical Society of America*, 31(7):500–503, Jul 1941.

[14] R. Clark Jones : A New Calculus for the Treatment of Optical Systems – IV. *Journal of Optical Society of America*, 32(8):486–493, Aug 1942.

[15] R. Clark Jones : A New Calculus for the Treatment of Optical Systems – V. A more general formulation, and description of another calculus. *Journal of Optical Society of America*, 37(2):107, Feb 1947.

[16] R. Clark Jones : A New Calculus for the Treatment of Optical Systems – VI. Experimental determination of the Matrix. *Journal of Optical Society of America*, 37(2):110, Feb 1947.

[17] R. Clark Jones : A New Calculus for the Treatment of Optical Systems – VII. Properties of the N-Matrices. *Journal of Optical Society of America*, 38(8):671–683, Aug 1948.

[18] Hans Mueller : Memorandum on the polarization optics of the photoelastic shutter. *Report No. 2 of the OSRD project OEMsr-576*, Nov. 1943.

[19] K. Kim, L. Mandel et E. Wolf : Relationship between Jones and Mueller matrices for random media. *Journal of Optical Society of America A*, 4(3):433–437, Mar 1987.

[20] Donald G. M. Anderson et Richard Barakat : Necessary and sufficient conditions for a Mueller matrix to be derivable from a Jones matrix. *Journal of Optical Society of America A*, 11(8):2305–2319, Aug 1994.

[21] D.L. Favin, B.M. Nyman et G.M. Wolter : US Patent 5,371,597 – System and Method for Measuring Polarization Dependent Loss, 1994.

[22] TIA/EIA-455-157 – EN-FOTP-157 Measurement of Polarization Dependent loss (PDL) of Single-Mode Fiber Optic Components.

[23] Measuring Polarization Dependent Loss of Passive Optical Components. Rapport technique, Agilent Technologies, 2008.

[24] Yihong Zhu, E. Simova, Pierre Berini et C.P. Grover : A comparison of wavelength dependent polarization dependent loss measurements in fiber gratings. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 49(6):1231–1239, 2000.

[25] B.L. Heffner : Deterministic, Analytically Complete Measurement of Polarization-Dependent Transmission Through Optical Devices. *IEEE Photonics Technology Letters*, 4(5):451–454, May 1992.

[26] TIA-455-198 – EN-FTOP-198 Measurement of Polarization Dependence of Insertion Loss of Single-Mode Fiberoptic Components by a Mueller Matrix Method.

[27] Rex M. Craig et Chih-Ming Wang : Measurement Assurance Program for Wavelength Dependence of Polarization Dependent Loss in Fiber Optic Devices over the Wavelength Range from 1535 nm to 1560 nm (NIST Special Publication 250-60). Rapport technique, NIST, 2003.

[28] R.M. Craig : Visualizing the Limitations of Four-State Measurement of PDL and Results of a Six-State Alternative. *In Tech. Dig., Symp. on Optical Fiber Meas.*, pages 121 – 124, September 2002.

[29] R.M. Craig, S.L. Gilbert et P.D. Hale : High-Resolution, Nonmechanical Approach to Polarization-Dependent Transmission Measurements. *Journal of Lightwave Technology*, 16(7):1285–1294, Jul. 1998.

[30] R.M. Craig : Accurate Spectral characterization of Polarization-Dependent Loss. *Journal of Lightwave Technology*, 21(2):432–437, Feb. 2003.

[31] Yihong Zhu : Wavelength-Dependent Polarization Dependent Loss and Polarization Mode Dispersion Measurements in Fiber-Optic Devices. Mémoire de D.E.A., Ottawa-Carleton Institute for Electrical Engineering, September 1999.

[32] N. Gisin : Statistics of polarization dependent losses. *Optics Communications*, 114(5-6):399 – 405, 1995.

[33] Hervé Lefevre : US Patent 6,832,022 B1– Rectangular response optical filter for partitioning a limited spectral interval, 2004.

Table des figures

1.1 Profil spectral d'un filtre optique passe-bande. 4
1.2 Profil spectral d'un filtre optique passe-bande ultrafin. 5
1.3 Profil en transmission d'un filtre XTx pour différentes bandes passantes 6

2.1 Propagation du champ électromagnétique. 12
2.2 Spectre d'une OPPM. 13
2.3 Paquet d'onde gaussien. 14
2.4 Le vecteur champ électrique. 16
2.5 Modélisation de l'action d'un composant linéaire. 17

3.1 L'ellipse de polarisation. 27
3.2 Polarisation horizontale. 29
3.3 Polarisation verticale. 29
3.4 Polarisation à 45°. 30
3.5 Polarisation circulaire. 30
3.6 Ellipse de polarisation associée aux états de Stokes canoniques. 33
3.7 Représentation d'un état complètement polarisé sur la sphère de Poincaré. 34
3.8 Localisation des états de Stokes canoniques sur la sphère de Poincaré. . 36

5.1 Montage expérimental pour la méthode de balayage en polarisation. . . 50
5.2 Montage expérimental pour la méthode de Jones. 51
5.3 Montage expérimental de la méthode de Mueller. 53

6.1 Montage expérimental pour la méthode alternative de Mueller. 67
6.2 Montage expérimental pour la méthode de Mueller à 1 détecteur. . . . 67

7.1 Étalon à 0,5 dB – Pseudo-PDL parasite et PDL totale des voies de mesure. 77
7.2 Étalon à 0,5 dB – PDL totale des voies de mesure avec le DUT. 78

7.3 Étalon à 0,5 dB – Comparaison entre PDL calibrée et non calibrée. . . 79
7.4 Étalon à 0,5 dB – Certificat de calibration. 79
7.5 Étalon à 0,5 dB - Comparaison entre méthode matricielle et vectorielle. 80
7.6 Étalon à 0,2 dB – PDL totale des voies de mesure avec le DUT. 81
7.7 Étalon à 0,2 dB – PDL totale de la voie signal avec le DUT et comparaison entre PDL calibrée et non calibrée. 81
7.8 Étalon à 0,2 dB – Certificat de calibration. 81
7.9 Étalon à 0,2 dB - Comparaison entre méthode matricielle et vectorielle. 82
7.10 PDL obtenue avec le protocole à 1 détecteur. 83
7.11 PDL obtenue avec le protocole à alternatif. 83
7.12 Répétabilité du protocole à 6 états. 85
7.13 Répétabilité du protocole à 4 états. 85
7.14 Reproductibilité du protocole à 4 et 6 états. 86
7.15 Incertitude-type de la reproductibilité du protocole à 4 états. 87
7.16 Incertitude-type de la reproductibilité du protocole à 6 états. 87
7.17 Désalignement angulaire du générateur d'états de polarisation. 88
7.18 Incertitude-type due à la biréfringence pour le protocole à 6 états. . . . 88
7.19 Incertitude-type due à la biréfringence pour le protocole à 4 états. . . . 89

8.1 Trajet optique dans un filtre XTx. 92
8.2 Configurations canoniques des sous-filtres propres. 92
8.3 Simulation de PDCW pour une filtre de 32 pm de bande passante. . . . 96
8.4 Simulation de PDCW pour trois largeurs de filtre. 97
8.5 Simulation de PDBW pour une filtre de 32 pm de bande passante. . . . 98
8.6 Simulation de PDBW pour trois largeurs de filtre. 99
8.7 PDL et IL de l'XTx-50 n° 1 avec une bande passante de 45 pm. 100
8.8 PDL et IL de l'XTx-50 n° 2 avec une bande passante de 45 pm. 101
8.9 PDL et IL de l'XTx-32 avec une bande passante de 45 pm. 102
8.10 Sous-filtres propres de l'XTx-50 n° 1 avec une bande passante de 45 pm. 103
8.11 Sous-filtres propres de l'XTx-50 n° 2 avec une bande passante de 45 pm. 104
8.12 Sous-filtres propres de l'XTx-32 avec une bande passante de 45 pm. . . 105
8.13 PDL et IL de l'XTx-32 avec une bande passante de 30 pm. 106
8.14 Sous-filtres propres de l'XTx-32 avec une bande passante de 30 pm. . . 106
8.15 Comparaison entre la PDL simulée et la PDL mesurée pour l'XTx-50 n° 1. 107

8.16 Comparaison de la PDL simulée avec la PDL mesurée pour l'XTx-50 n° 2. 107
8.17 Comparaison de la PDL simulée avec la PDL mesurée pour l'XTx-32. . 108
8.18 PDL et IL et filtres propres de l'XTx wide avec une bande passante de 48 pm. 108
8.19 Comparaison de la PDL simulée avec la PDL mesurée pour l'XTx wide. 109

9.1 Configuration typique de fonctionnement du CT400. 112
9.2 Mesure de références de PDL avec le CT400. 118
9.3 Comparaison entre le banc de mesure et le CT400 PDL. 118

A.1 Valeurs classiques du facteur d'élargissement pour une loi gaussienne. . 144

B.1 Spécifications de l'Agilent N7788B OCA 146
B.2 Spécifications du JDSU SWS2000 147
B.3 Spécifications du CT400 148

Liste des tableaux

6.1 Comparatif des implémentations de la méthode de Mueller 71

8.1 PDL de différents filtres aux fréquences de coupure 99
8.2 Lissage de l'XTx-50 n° 1 101
8.3 Lissage de l'XTx-50 n° 2 102
8.4 Lissage de l'XTx-32 103
8.5 Lissage de l'XTx wide 105

Annexes

Annexe A

Incertitude de mesure

A.1 Concept et enjeux

Le concept d'*incertitude* est tout à fait fondamental en *métrologie*, ou science de la mesure. Il dénote le fait que tout *système de mesure* est par essence imparfait et qu'il n'est par conséquent capable que de nous fournir une estimation de la *valeur vraie* d'une *mesurande*, une valeur approchée. Dans ce contexte, l'incertitude de mesure est ce qui quantifie *le degré de croyance* que l'on peut accorder à une valeur mesurée, sous la forme d'un intervalle de confiance, d'un écart-type etc. Elle se veut la traduction honnête de notre connaissance incomplète du système à mesurer ; à ce titre, elle n'a aucune connotation négative.

Au-delà des considérations purement formelles, il faut insister sur l'aspect éminemment pratique du concept. Dans un contexte où les données s'échangent avec de plus en plus de facilité à l'échelle internationale, il y a une évidente nécessité de disposer d'instruments de comparaison objectifs puissants, permettant de juger la qualité de résultats de mesure d'origines diverses et de les mettre en compétition. L'incertitude de mesure répond parfaitement à ce besoin, en tant qu'outil de mesure quantitatif de l'exactitude d'une méthode. Néanmoins, en dépit du consensus sur le caractère critique de l'évaluation des incertitudes, il reste courant que chaque individu ou entité possède sa propre conception de ce qu'elles sont en pratique, ainsi que la méthode pour les obtenir. Outre le fait que ces recettes sont en général fondées sur des arguments statistiques ou empiriques dont la validité est sujette à caution, cette disparité est un obstacle à l'établissement d'une véritable cohérence entre les différents acteurs.

A.2 Vocabulaire métrologique (VIM)

La métrologie fait usage de termes bien spécifiques et porteurs de sens. Bien que la plupart du temps ceux-ci ont un une signification proche du langage courant, il peut y avoir cependant quelques subtilités de nature à provoquer des confusions, en particulier quand on jongle entre différentes langues. On veillera donc à employer les

termes et expressions appropriées dans les situation opportunes. À titre d'illustration, voici quelques définitions tirées du VIM de termes employés dans ce document et leur traduction anglaise officielle.

- **Grandeur** (*quantity*) : propriété d'un phénomène, d'un corps ou d'une substance, que l'on peut exprimer quantitativement sous forme d'un nombre et d'une référence.
- **Mesurande** (*measurand*) : grandeur que l'on veut mesurer.
- **Mesurage** (*measurement*) : processus consistant à obtenir expérimentalement une ou plusieurs valeurs que l'on peut raisonnablement attribuer à une grandeur.
- **Valeur vraie** (*true value*) : valeur d'une grandeur compatible avec la définition de la grandeur.
- **Incertitude** (*uncertainty*) : paramètre non négatif qui caractérise la dispersion des valeurs attribuées à un mesurande, à partir des informations utilisées.
- **Erreur de mesure** (*measurement error*) : différence entre la valeur mesurée d'une grandeur et une valeur de référence.
- **Fidélité** (*precision*) : aptitude d'une méthode à fournir des résultats très voisins les uns des autres.
- **Justesse** (*trueness*) : étroitesse de l'accord entre les indications ou les valeurs mesurées obtenues par des mesurages répétés du même objet ou d'objets similaires dans des conditions spécifiées.
- **Exactitude** (*accuracy*): étroitesse de l'accord entre une valeur mesurée et une valeur vraie d'un mesurande.
- **Répétabilité** (*repeatability*) : fidélité de mesure selon un ensemble de conditions de répétabilité.
- **Condition de répétabilité** (*repeatability condition*) : condition de mesurage dans un ensemble de conditions qui comprennent la même procédure de mesure, les mêmes opérateurs, le même système de mesure, les mêmes conditions de fonctionnement et le même lieu, ainsi que des mesurages répétés sur le même objet ou des objets similaires pendant une courte période de temps.
- **Reproductibilité** (*reproductibility*) : fidélité de mesure selon un ensemble de conditions de reproductibilité.
- **Condition de reproductibilité** (*reproductibility condition*) : condition de mesurage dans un ensemble de conditions qui comprennent des lieux, des opérateurs et des systèmes de mesure différents, ainsi que des mesurages répétés sur le même objet ou des objets similaires.

Un exemple de confusion possible entre des termes métrologiques et du langage courant : « fidélité », « justesse », « exactitude » et « précision ». Communément, on les traite comme des synonymes. En métrologie, ils ont chacun un sens bien précis, comme on peut le voir dans les définitions. Ainsi, une mesure fidèle se caractérise par une incertitude faible, mais potentiellement une erreur de mesure élevée. Une mesure juste se caractérise par une erreur de mesure faible, mais potentiellement une incertitude élevée. Une mesure exacte est une mesure fidèle *et* juste, elle se caractérise par une faible incertitude *et* une faible erreur de mesure. Le terme français « précision » n'a quant à lui pas de sens du point de vue métrologique, mais il signifie « fidélité » en anglais ! La rigueur sémantique n'est donc pas un luxe en métrologie.

A.3 Évaluation des incertitudes

Dans un très grand nombre de situations, le mesurage d'une grandeur n'est pas direct, et on cherche plutôt à obtenir une estimation du mesurande par l'intermédiaire d'autres grandeurs qui lui sont liées. Le mesurage peut donc se modéliser comme une relation fonctionnelle entre le mesurande, Y, et un ensemble de *grandeurs d'entrée* $\{X_1, X_2, \ldots, X_n\}$:

$$Y = f(X_1, X_2, \ldots, X_n). \tag{A.1}$$

Les grandeurs d'entrée sont celles dont dépendent le mesurande dans le cadre de la méthode de mesure choisie et f est la relation entre ces grandeurs. Bien que dans les cas simples il soit possible de trouver une expression analytique pour f, on ne peut pas forcément l'écrire explicitement. En outre, les grandeurs d'entrée peuvent être elles-mêmes envisagées comme mesurandes et donc être le résultat d'une relation fonctionnelle f_i. f est alors une combinaison des fonctionnelles $\{f_i\}$ et récursivement. Dans tous les cas, f est considérée comme établissant la relation entre toutes les grandeurs susceptibles de contribuer à une composante significative de l'incertitude du résultat de mesure, y compris toutes les corrections d'erreurs systématiques. À ce titre, si f ne permet pas de modéliser le mesurage avec l'exactitude requise, alors il est nécessaire d'introduire de nouvelles grandeurs d'entrée qui peuvent refléter la connaissance incomplète d'un phénomène qui affecte le mesurande.

L'estimation du mesurande est donnée par

$$y = f(x_1, x_2, \ldots, x_n), \tag{A.2}$$

où les $\{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$ sont les estimations des grandeurs d'entrée. Dans le cas de mesure répétées, y est généralement la moyenne arithmétique de k mesurages de Y, chacun d'entre eux ayant la même incertitude puisqu'étant fondées sur le même ensemble de valeurs d'entrées.

$$y = \overline{Y} = \frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k} Y_k = \frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k} f(X_1^i, X_2^i, \ldots, X_n^i). \tag{A.3}$$

L'*incertitude-type composée* $u_c(y)$ associée à l'estimation du mesurande est un écart-type estimé, calculé à partir de l'estimation des écarts-types individuels associés aux estimation des grandeurs d'entrée, c'est à dire leur *incertitude-type* $u(x_i)$. Les estimations des X_i et leur incertitude-type associée est obtenue à partir d'une loi de probabilité. Elle peut provenir d'une distribution de fréquences, acquise notamment par des mesures répétées, ou bien être une loi *a priori* fondée sur des informations raisonnablement crédibles collectées de façons diverses. Dans le premier cas, on aura des incertitudes de type A, et d'incertitudes de type B dans le second.

A.3.1 Incertitudes de type A

En général, la meilleure estimation de l'espérance mathématique μ_q d'une grandeur q pour laquelle on a obtenu n observations indépendantes q_i dans les mêmes conditions

de mesure, est la moyenne arithmétique des n observations répétées :

$$\overline{q} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} q_i. \tag{A.4}$$

Sous l'effet de *grandeurs d'influences* et d'effets aléatoires, les observations individuelles q_i diffèrent entre elles. On estime alors la variance σ^2 de la loi de probabilité réelle de q par une variance expérimentale, ou empirique,

$$s^2(q_i) = \frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^{n} (q_j - \overline{q})^2 . \tag{A.5}$$

On utilise l'estimateur non biaisé de la variance [1]. L'écart-type expérimental, ou empirique, est la racine carrée de $s^2(q_i)$. Il caractérise la variabilité, ou la dispersion, des valeurs observées autour de leur valeur moyenne.

La meilleure estimation de la variance de la moyenne, $\sigma^2(\overline{q}) = \sigma^2/n$, est donnée par

$$s^2(\overline{q}) = \frac{s^2(q_i)}{n}. \tag{A.6}$$

La variance expérimentale de la moyenne et l'écart-type expérimental de la moyenne quantifient la façon dont $\overline{q}$ estime au mieux l'espérance mathématique μ_q de q. En d'autres termes, ils sont une mesure de l'incertitude de $\overline{q}$.

Il faut s'attarder sur le fait que $\overline{q}$ et $s^2(\overline{q})$ sont respectivement des *estimateurs* de l'espérance mathématique μ_q et de la variance de la moyenne $\sigma^2(\overline{q})$ de la loi de probabilité de q. Il faut donc s'assurer que le nombre d'observations n soit suffisamment grand de façon à ce qu'ils soient raisonnablement fiables. En outre, il faut prendre en compte la différence entre $s^2(\overline{q})$ et $\sigma^2(\overline{q})$ lorsqu'il est question de bâtir des intervalles de confiance. Dans le cas où q suit une loi normale, la différence est prise en compte au travers de la loi de Student, ou loi t.

Lorsqu'on évalue des incertitudes de type A, on devrait toujours spécifier le nombre de *degrés de liberté* associé à l'incertitude-type, que l'on définit comme le nombre de termes dans la somme moins le nombre de contraintes sur les termes. Si l'incertitude-type $u(x_i)$ de l'estimation x_i d'une grandeur d'entrée X_i est obtenue par l'intermédiaire de la formule $u(x_i) = s(\overline{\mathrm{X}_i})$, où $x_i = \overline{\mathrm{X}_i}$, et à partir de n mesures répétées et indépendantes, alors le nombre de degrés de liberté est de $n - 1$.

Enfin, il faut tenir compte du fait que si les valeurs observées sont corrélées entre elles, alors la moyenne et l'écart-type expérimental tels que donnés précédemment peuvent être des estimateurs impropres. Il faut alors utiliser des méthodes spécialement conçues pour ce cas de figure.

1. Le dénominateur est $n - 1$ au lieu de n.

A.3.2 Incertitudes de type B

Dans le cas où l'estimation d'une grandeur n'a pas été obtenue par des observations expérimentales, la variance estimée doit être évaluée par un jugement raisonné de toutes les informations disponibles sur la variabilité de cette grandeur. Cela peut comprendre :

— des résultats de mesures antérieures ;
— l'expérience ou la connaissance générale du comportement et des propriétés des matériaux et instruments utilisés ;
— les spécifications du fabricant ;
— les données fournies par des certificats d'étalonnage ou autres certificats ;
— l'incertitude assignée à des valeurs de référence provenant d'ouvrages et manuels.

Dans tous les cas, l'évaluation correcte des informations disponibles se fonde à la fois sur la perspicacité issue de l'expérience et sur les connaissances générales. C'est donc une compétence qui s'acquiert et se bonifie par la pratique. Il convient enfin de signaaler qu'une incertitude de type B peut être aussi fiable qu'une incertitude de type A, a fortiori si cette dernière a été obtenue sur un faible nombre d'observations.

A.3.3 Incertitude-type composée

Loi de propagation des incertitudes

Soit une grandeur de sortie y dépendante de N valeurs d'entrée $\{x_i\}$ telle que

$$y = f(x_1, x_2, \ldots, x_N). \tag{A.7}$$

Effectuons un développement de Taylor autour de $\mu_i = \mathrm{E}(x_i)$, espérance mathématique de x_i

$$y = f(\mu_1, \mu_2, \ldots, \mu_N) + \sum_{i=1}^{N} (x_i - \mu i) \left.\frac{\partial f}{\partial x_i}\right|_{x_i=\mu_i}. \tag{A.8}$$

Par définition, $f(\mu_1, \mu_2, \ldots, \mu_N)$ est l'espérance mathématique μ_y de y. Réarrangeons les termes et prenons le carré

$$(y - \mu_y)^2 = \left[\sum_{i=1}^{N} (x_i - \mu_i) \frac{\partial f}{\partial x_i}\right]^2, \tag{A.9}$$

c'est à dire

$$(y - \mu_y)^2 = \sum_{i=1}^{N} (x_i - \mu_i)^2 \left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)^2 + 2 \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=i+1}^{N-1} (x_i - \mu_i)(x_j - \mu_j) \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{\partial f}{\partial x_j}. \tag{A.10}$$

Prenons l'espérance de chacun des deux termes, on a en particulier $\mathrm{E}[(y - \mu_y)^2] = \sigma_y^2$ et $\mathrm{E}[(x_i - \mu_i)^2] = \sigma_i^2$. On trouve alors

$$\sigma_y^2 = \sum_{i=1}^{N} \sigma_i^2 \left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)^2 + 2 \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=i+1}^{N-1} \rho_{ij} \sigma_i^2 \sigma_j^2 \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{\partial f}{\partial x_j}, \tag{A.11}$$

où

$$\rho_{ij} = \frac{\mathrm{E}[(x_i - \mu_i)(x_j - \mu_j)]}{\sqrt{\sigma_i^2 \sigma_j^2}} \tag{A.12}$$

est le coefficient de corrélation de x_i et x_k, $\mathrm{E}[(x_i - \mu_i)(x_j - \mu_j)]$ étant la covariance. Cette équation s'appelle la *loi de propagation générale des incertitudes de mesure.*

Cas des mesures non corrélées (indépendantes) On a $\rho_{ij} = 0$ et la loi se réduit simplement à l'expression bien connue

$$u_c(y)^2 = \sum_{i=1}^{N} u(x_i)^2 \left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)^2. \tag{A.13}$$

Il y a donc addition des variances, adjointes d'un coefficient multiplicatif $(\partial f/\partial x_i)^2$ dont la racine est parfois appelée le coefficient de sensibilité. Ceux-ci traduisent la façon dont varie l'estimation de sortie y sous l'effet d'une petite variation des paramètres d'entrée :

$$\Delta y = \sum_{i=1}^{N} \frac{\partial f}{\partial x_i} \Delta x_i. \tag{A.14}$$

Ils peuvent être déterminés soit par le calcul soit expérimentalement.

Cas des mesures corrélées En pratique, il y a souvent une corrélation entre les mesures, ne serait-ce que parce qu'on utilise en général le même instrument pour les réaliser. Dans ce cas, il faut estimer la covariance entre les différentes grandeurs d'entrée.

Dans le cas particulier où toutes les grandeurs d'entrée sont corrélées entre elles avec un coefficient de corrélation égal à 1, alors on a

$$u_c(y)^2 = \left(\sum_{i=1}^{N} u(x_i) \frac{\partial f}{\partial x_i}\right)^2, \tag{A.15}$$

soit

$$u_c(y) = \sum_{i=1}^{N} u(x_i) \frac{\partial f}{\partial x_i}. \tag{A.16}$$

ce qui correspond à une situation où ce sont les écarts-types qui s'additionnent.

A.3.4 Incertitude élargie

Bien que le CIPM préconise l'utilisation de l'incertitude-type en tant qu'outil quantitatif pour l'expression des incertitudes de mesure, il existe cependant des cas pour lequel il peut être nécessaire de définir un intervalle dans lequel on s'attend à trouver les valeurs du mesurande avec un certain degré de confiance. Cette exigence a été reconnue et il existe donc des recommandations en la matière.

On parle alors d'*incertitude élargie*, U, lorsqu'on exprime l'incertitude en termes d'intervalle de confiance. Elle correspond simplement à l'incertitude-type composée telle que définie précédemment multipliée par une *facteur d'élargissement* k

$$\mathrm{U} = k \cdot u_c(y) \tag{A.17}$$

L'expression d'un résultat peut alors s'écrire sous la forme $\mathrm{Y} = y \pm \mathrm{U}$, ce qui signifie que y est la meilleure estimation que l'on peut faire du mesurande Y sachant qu'une proportion élevée des valeurs mesurées se trouvent entre $y - \mathrm{U}$ et $y + \mathrm{U}$. Le terme d'« intervalle de confiance » a un sens particulier en statistique qui ne peut pas être transposé directement quand on exprime des incertitudes. Une condition nécessaire est par exemple que toutes les incertitudes-types aient été estimées par une évaluation de type A. « Niveau de confiance » est aussi un terme possédant un sens précis en anglais en tant que « *confidence level* », mais il peut aussi être traduit comme « *level of confidence* » qui est plus générique. On préférera donc utiliser le terme « niveau de confiance » avec ce dernier sens, que l'on note p. Il doit être estimé et donné chaque fois que cela est possible. De cette manière, le résultat pourra être utilisé en tant qu'incertitude de type B sans perte de précision.

Le choix du facteur d'élargissement k à appliquer à l'incertitude-type, étant donné un niveau de confiance p, dépend de la loi suivie par la grandeur. Une des raisons pour laquelle il faut autant que possible éviter l'expression de l'incertitude sous la forme d'un intervalle de confiance est précisément que cela implique une connaissance étendue de la loi de probabilité sous-jacente. Si on ne peut pas faire autrement, la donnée de k et de p est donc très fortement conseillée.

Position du problème

Soit un mesurande Y dépendant de N grandeurs d'entrées $\{\mathrm{X}_i\}$, dont la moyenne expérimentale y et l'écart-type expérimental $u_c(y)$ ont été déterminés au moyen de n observations indépendantes. Sans faire d'autres hypothèses, on peut déjà écrire que

$$y = \sum_{i=1}^{n} c_i x_i, \tag{A.18}$$

où c_i et x_i sont respectivement le coefficient de sensibilité et la valeur estimé de la grandeur X_i. De même, on a

$$u_c(y)^2 = \sum_{i=1}^{n} c_i u_c(x_i)^2, \tag{A.19}$$

avec $u_c(x_i)^2$ la variance de la grandeur X_i. L'équation A.18 traduit le fait que Y est une somme de variables aléatoires et donc que sa loi est la convolution (aux facteurs près) des lois des X_i. En pratique, la convolution est une opération coûteuse et en définitive peu utile. Même dans les cas « simples » où on connaît les lois des X_i , celles-ci sont généralement des approximations, ce qui signifie que leur convolution sera

également une approximation. Dans les cas plus compliqués, elle nécessite une approche numérique. À la place, on va utiliser d'autres approximations, notamment celles fondées sur le théorème central limite.

Théorème central limite

Énoncé Soit Y une variable aléatoire telle que $\mathrm{Y} = \sum_{i=1}^{N} c_i \mathrm{X}_i$, où les $\{\mathrm{X}_i\}$ sont des variables aléatoires indépendantes d'espérance $\mathrm{E}(\mathrm{X}_i)$ et de variance $\sigma^2(\mathrm{X}_i)$, non nécessairement normales. Si N est grand et si $\sigma^2(\mathrm{Y})$ est plus grand que tous les $c_i\mathrm{X}_i$ où X_i n'est pas normale, alors la loi de Y tend vers une loi normale d'espérance mathématique $\mathrm{E}(\mathrm{Y}) = \sum_{i=1}^{\mathrm{N}} c_i \mathrm{E}(\mathrm{X}_i)$ et de variance $\sigma^2(\mathrm{Y}) = \sum_{i=1}^{\mathrm{N}} c_i^2 \sigma^2(\mathrm{X}_i)$.

En particulier, si les $\{\mathrm{X}_i\}$ ont tous pour espérance μ_i et variance σ_i^2, alors la loi suivie par la variable aléatoire $\overline{\mathrm{Y}} = \left(\sum_{i=1}^{\mathrm{N}} \mathrm{X}_i\right)/\mathrm{N}$ est une loi normale d'espérance $\mu_y = \mu_i$ et de variance $\sigma_y^2 = \sigma^2(\mathrm{X}_i)/\mathrm{N}$.

Une des conséquences pratiques de ce théorème est que dans le cas où on a fait un nombre d'observations suffisamment grand, alors la loi suivie par $\overline{Y}$ est une loi normale indépendamment des lois des grandeurs d'entrée. De ce fait, on peut établir un intervalle de confiance en se basant sur la répartition des quantiles de la loi gaussienne.

Niveau de confiance p (pourcentage)	**Facteur d'élargissement** k_p
68,27	1
90	1,645
95	1,960
95,45	2
99	2,576
99,73	3

FIGURE A.1 – Valeurs classiques du facteur d'élargissement pour une loi gaussienne.

Annexe B

Documents de spécifications

Specifications [1] N7788B Optical Component Analyzer

Wavelength		
Specification wavelength range	1270 nm to 1375 nm (Opt. 300, O-Band)	
	1270 nm to 1375 nm, 1460 nm to 1620 nm (Opt. 400, O/C/L-Band)	
	1460 nm to 1620 nm (Opt. 500, C/L-Band)	
Operating wavelength range [2]	1260 nm to 1640 nm	
Differential group delay		
DGD uncertainty [3]	Resolution 2.0 nm	± (30 fs + 3.0% * DGD)
	Resolution 0.1 nm	± (30 fs + 3.0% * DGD)
DGD measurement range [3]	0 ps to 1000 ps	
PMD uncertainty [4]	± (30 fs + 2.0% * DGD)	
PMD repeatability (typical)	± 3 fs	
PMD measurement range [4]	0 ps to 300 ps	
Loss		
PDL uncertainty [5]	C-Band	± (0.05 dB + 4% * PDL)
	O-Band	± (0.10 dB + 4% * PDL)
PDL repeatability (typical)	± 0.005 dB	
Insertion loss uncertainty (typical) [3]	C/L-Band	± 0.03 dB
	O-Band	± 0.07 dB
Insertion loss dynamic range (typical) [3]	> 41 dB (for higher TLS power levels, increase value accordingly)	
Polarization analysis		
SOP uncertainty (typical) [6, 7]	1.5°	
DOP uncertainty [6]	± 2.0 %	
DOP uncertainty after user calibration (typical) [6, 8]	± 0.5 %	
Maximum sampling rate	1 MHz	
Optical power measurement		
Relative power uncertainty [6]	C/L-Band: ± -.03 dB (± 0.02 dB typical)	
	O-Band: ± 0.07 dB (± 0.04 dB typical)	
Input power range	-50 dBm to +7 dBm	
Maximum safe optical input power	+12 dBm	

1. *Ambient temperature change max ± 0.5 °C since normalization. Valid for 81600B Tunable Laser Source Family. TLS power set to -6 dBm. Sweep over specification wavelength range. Specification does not include instability in test device. Specified loss ranges include loss of test device and any additional switches or connections in the optical path. Specification valid on day of calibration.*
2. *SOP/DOP measurements are only possible outside the specification wavelength range if the user performs a manual calibration.*
3. *DUT properties: Insertion loss < 30 dB, PDL < 1 dB, DGD < 150 ps. Specification is typical for DGD > 150 ps.*
4. *DUT properties: Insertion loss < 41 dB, PDL < 3 dB, PMD < 50 ps. Applies for highly mode-coupled devices such as single mode fibers. Specification applies for PMD being averaged DGD over a wavelength span of 100 nm. Specification is typical for PMD > 50 ps.*
5. *DUT properties: Insertion loss < 25 dB, PDL < 6 dB. Note: DUT connectors are considered as being part of the DUT. Thus, angled connectors will add to the device PDL.*
6. *6. Input power > -30 dBm*
7. *7. DOP > 95%*
8. *8. User calibration requires a source with 100% DOP and is valid for a fixed wavelength.*

FIGURE B.1 – Spécification de l'Agilent N7788B OCA

4

SWS2000 Specifications

Parameter	Single Output Source Optics Module
Wavelength range	C+L-band 1520 to 1630 nm
Absolute wavelength accuracy	±2 pm
Measurement resolution[1]	1 pm
Wavelength sampling resolution	3 pm
Insertion loss (IL) measurement accuracy	±0.05 dB (0 to 25 dB device IL)
including polarization state averaged IL[2,3]	±0.10 dB (25 to 45 dB device IL), ± 0.20 dB (45 to 65 dB device IL)
Dynamic range[3]	>70 dB
Loss measurement repeatability[2,3,4]	±0.02 dB
Loss measurement resolution	0.01 dB
Return loss (RL) measurement range[3,5]	60 dB
Polarization dependent loss (PDL) measurement accuracy	±0.05 dB (0 to 20 dB device IL)
using standard detector module SWS15107[2]	±0.10 dB (20 to 40 dB device IL)
PDL measurement accuracy	±0.01 dB (0 to 20 dB device IL)
with 13-point smoothing and 4 averages[2]	±0.03 dB (20 to 40 dB device IL)
PDL measurement repeatability[2,3,4]	±0.01 dB
PDL measurement resolution[1]	0.01 dB
Maximum slope resolution	10 dB/pm (0 to 35 dB device IL)
Measurement time	9 s ±0.5 s per channel
Maximum scan speed[6,7]	40 nm/s
Fiber type (to device-under-test)	SMF-28
Maximum outputs from device under test (DUT) measured	128
Measurement stations per transmitter	Up to 8, in 1, 2, 4, or 8 steps
Detector adapters	FC, SC, ST, LC, bare fiber
Input voltage	110 to 230 V AC , 50 to 60 Hz
Receiver control	Custom interface for Windows 95/98/2000/XP
Receiver communication with computer	National Instruments™ PCI interface card
Operating temperature[8]	15 to 30°C
Storage temperature	0 to 70°C
Operating humidity	80% RH maximum, non-condensing
Dimensions (W x H x D)	
Source optics module(SOM) (SWS20010-B-2)	48.3 x 13.3 x 37.5 cm
Tunable laser source (SWS17101)	48.3 x 13.3 x 43.2 cm
Receiver chassis (OWB10002)	48.3 x 13.3 x 46.0 cm
Control and detector modules	Plugged into chassis

1. Wavelength resolution defined as the minimum calculated center wavelength shift.
2. Does not include influence of connector.
3. Device IL range/dynamic range both reduced for multiple output SOM.
4. Measurement repeatability conditions:
   a. Polarization state averaged insertion loss.
   b. Loss less than 20 dB.
   c. Measurement performed within 15 minutes of taking reference.
   d. Measurement performed within ±3 °C of referencing temperature and within the operating temperature range.
5. RL module SWS20005 required.
6. 10 and 20 nm/s also selectable.
7. All other specifications are maintained when using a scan speed of 20 nm/s.
8. Temperature range over which the SWS equipment may be safely operated and within which measurement accuracy can be expected. Stability or repeatability of measurements made relative to a reference taken at a given temperature cannot be guaranteed across entire operating temperature range.

FIGURE B.2 – Spécifications du JDSU SWS2000

www.yenista.com

Specifications

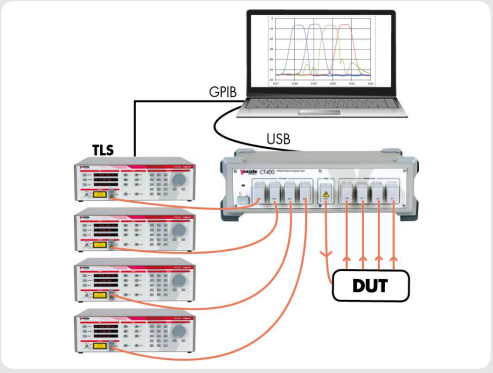
General Characteristics	Number of Laser Inputs	1 to 4
	Number of Detectors	1 to 4
Wavelength	Operating Wavelength Range	1240-1680 nm
	Absolute Wavelength Accuracy*1	±5 pm
	Relative Wavelength Accuracy	±1 pm
Power	Detection Range	Minimum Input Power on Detectors: -60 dBm Maximum Input Power on Detectors: 7 dBm
	Transfer Function Accuracy*2*3	±0.2 dB
	Dynamic Range*4	> 65 dB
Sampling Characteristics	Resolution	1 pm - 2 pm - 4 pm - 8 pm - 16 pm - 32 pm - 64 pm - 128 pm
	Points per Scan	Up to 250,000 with 1 detector operation Up to 166,666 with 2 detectors operation Up to 125,000 with 3 detectors operation Up to 100,000 with 4 detectors operation
	Measurement Speed	From 10 to 100 nm/s sweep
Optical Connectors	Laser Ports	FC/APC or SC/APC
	Detector Ports	FC/PC or SC/PC
Environment	Operating Temperature Range/RH	+15 °C to +30 °C / < 80% (non condensing)
	Storage Temperature Range	-10 °C to +60 °C
	Power Supply	AC 100 to 240 V (50 to 60 Hz)
	Dimensions (W x H x D) in mm	335 x 110 x 320
	Weight	4 kg
PC Requirements	Operating System	Windows XP, Windows 7
	Interfaces	USB port and GPIB interface card

*1: For wide scan: typical 100 nm.
*2: For incident power on detectors > -30 dBm. Accuracy: +/- 0.5 dB for power between -30 dBm and -60 dBm.
*3: 1260-1640 nm.
*4: > 60 dB on models with 3 or 4 detectors.

Measurement Set-up

Tunable Laser Source Requirements	
Remote Control*	GPIB & USB
Output Power	Any value between 1 mW and 10 mW
Mode Hops	No mode hop is best but the instrument is able to detect and still operates with a few mode hops
Laser Sweep Speed	From 10 nm/s to 100 nm/s

*: Remote operation through binary signal on rear side BNC input is provided as an alternative to GPIB.



Yenista OPTICS

Contacts
Americas sales-am@yenista.com +1 805 367 4075
Asia Pacific sales-apac@yenista.com +65 6631 8520
China sales-china@yenista.com +86 21 6225 3573
EMEA sales-emea@yenista.com +33 2 9648 3716

Information and specifications are subject to change without notice
CT400_DS_3.05v1.1 (2014-9)

FIGURE B.3 – Spécifications du CT400

CARACTERISATION DE LA PERTE DEPENDANTE DE LA POLARISATION DE FILTRES OPTIQUES ULTRAFINS

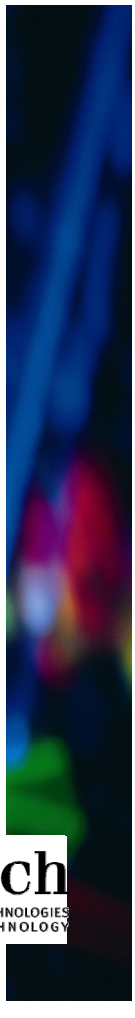
Vincent HENRY

RESUME : L'augmentation des débits des réseaux WDM impose des contraintes de plus en plus restrictives sur les composants optiques qui les constituent. La maîtrise rigoureuse des phénomènes tels que la dispersion chromatique ou la sensibilité à la polarisation prend une importance capitale. Dans le cas des filtres optiques, la combinaison de la réduction de la bande passante et de l'accentuation des pentes tend à faire apparaître des effets auparavant négligeables. La société Yenista Optics rencontre des difficultés à contrôler la perte dépendante de la polarisation (PDL) de ses filtres au cours du processus de fabrication. L'objectif de cette thèse est de définir une méthode permettant de caractériser correctement un filtre optique dit ultrafin, c'est à dire dont la bande passante est de l'ordre de la dizaine de picomètres et les pentes de l'ordre de plusieurs centaines de dB par nanomètre.

MOTS-CLEFS : Filtre optique, PDL, Caractérisation, Méthode de Mueller, Fibre optique, WDM

ABSTRACT : The increasing bit rate of WDM networks strengthens the constraints on the optical devices which constitute them. Strict monitoring of phenomena such as chromatic dispersion and polarization sensitivity becomes critical. In the case of optical filters, bandwidth reduction combined with steeper roll-offs unveil effects which were previously negligible. The Yenista Optics company encounters difficulties to control the polarization dependent loss of its optical filters during the manufacturing process. The goal of this thesis is to define a method which allows to accurately characterize polarization dependent loss of ultra-narrowband filters, that is filters whose the bandwidth is a few tens of picometers and the steepness is several hundreds of decibels per nanometer.

KEY-WORDS : Optical filter, PDL, Characterization, Mueller Method, Optical fiber, WDM



TELECOM ParisTech

EDiTE

ParisTech
INSTITUT DES SCIENCES ET TECHNOLOGIES
PARIS INSTITUTE OF TECHNOLOGY