Étude des rayonnements Bétatron et Compton dans l'accélération d'électrons par sillage laser.

Julien Ferri

▶ **To cite this version:**

Julien Ferri. Étude des rayonnements Bétatron et Compton dans l'accélération d'électrons par sillage laser.. Physique des plasmas [physics.plasm-ph]. Université Paris Saclay (COmUE), 2016. Français. NNT : 2016SACLX094 . tel-01504381

HAL Id: tel-01504381

https://pastel.hal.science/tel-01504381

Submitted on 10 Apr 2017

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

NNT : 2016SACLX094

Thèse de doctorat de l'Université Paris-Saclay préparée Commissariat à l'énergie atomique et aux énergies alternatives

Ecole doctorale n°572
Ondes et Matière (EDOM)
Spécialité de doctorat : Physique des plasmas

par

M. Julien Ferri

Étude des rayonnements Bétatron et Compton dans l'accélération d'électrons par sillage laser.

Thèse présentée et soutenue à Palaiseau, le 25 novembre 2016.

Composition du Jury :

M.	Guy Bonnaud	INSTN	(Président du jury)
M.	Philippe Balcou	CELIA	(Rapporteur)
M.	Emmanuel d'Humières	CELIA	(Rapporteur)
M.	Jerôme Faure	LOA	(Examinateur)
M.	Vladimir Tikhonchuk	CELIA	(Examinateur)
M.	Xavier Davoine	CEA, DAM, DIF	(Encadrant CEA)
M.	Agustin Lifschitz	LOA	(Directeur de thèse)

Remerciements

Les trois années que j'ai passées au CEA pour effectuer cette thèse ont été très agréables ; je voudrais donc remercier en premier lieu ceux qui m'ont accueilli au sein du departement : merci à Daniel et Catherine, Franck et Florian et à Luc. Merci aussi à Sylvie et à Brigitte pour leur gentillesse et leur aide dans la réalisation des démarches administratives.

Je voudrais ensuite remercier tout particulièrement Xavier, qui malgré ce premier coup d'essai m'a encadré tout à la fois avec sérieux et souplesse ; je n'aurai donc pas eu l'impression d'essuyer les plâtres. Merci pour m'avoir communiqué ton enthousiasme et ta vision du domaine, et d'avoir su répondre avec patience à mes questions parfois redondantes. Sur un autre plan, merci aussi de m'avoir servi de taxi pour rentrer de ces contrées lointaines. Un grand merci également à Agustin, mon directeur de thèse, pour ses conseils et pour avoir toujours été prêt à m'aider et à me guider pendant cette thèse.

Je remercie bien sûr mes deux rapporteurs, Emmanuel et Philippe pour avoir accepté ce travail et pour avoir pris le temps de relire mon manuscrit avec attention. Merci aussi à mes autres examinateurs : Guy, Vladimir et Jerôme, pour avoir pris part à mon jury et pour vos conseils sur le manuscrit.

Outre le soutien de mes encadrants, une partie du travail présenté dans ce manuscrit a été obtenue en collaboration avec d'autres équipes, et je tiens donc à remercier les différentes personnes avec lesquelles j'ai eu l'occasion de travailler durant cette thèse. Merci donc à Sylvain et Jean-Claude de l'INRS au Canada, j'ai eu plaisir à échanger avec vous pendant cette thèse. Merci aussi à Sergei, pour son apport théorique et les discussions engagées que nous avons pu avoir sur certains phénomènes physiques, et à Annaig pour le travail sur les sources Compton du CEA.

Merci également à toute l'équipe du LOA, avec laquelle j'ai eu l'occasion de collaborer ou tout simplement aussi de discuter dans une ambiance agréable. Merci donc à Victor, Kim, Sébastien, Andréas et Cédric. Merci aussi pour les visites guidées des installations expérimentales du laboratoire.

Je tiens évidemment à remercier tous les collègues du CEA pour la bonne ambiance dans laquelle ma thèse s'est déroulée. Merci à Laurent pour ses conseils sur CALDER et ses conseils gastronomiques, à Serge et Benoît pour animer le couloir, à Didier pour le partage de ses dernières acquisitions high-tech, à Jean-Etienne pour son humour décapant... Merci aussi aux divers post-doctorants et doctorants que j'ai eu la chance de croiser au CEA pendant ma thèse : merci à Arnaud, Aurélie (avec laquelle le partage d'un demi-bureau s'est effectué sans soucis), Guillaume et Witold, et à Jérémie, Julien M., Charles, Sébastien, Mathieu (merci pour les quelques descentes de pistes immaculées en ta compagnie !), Pédro, Simon, Vivien, Bertrand et Alisée. Merci également aux stagiaires qui sont restés moins longtemps dans les couloirs, et qui – pour certains – reprendront courageusement la

relève par la suite : Alexandre, Paul, Antoine, Jérémie, Giacomo, Thibault, Adélie, Pierre-Louis, Victor, Maxime et Pauline... Enfin, merci à mon co-bureau Philippe qui m'aura supporté pendant 3 ans, et aura bien fait chauffer le bureau à coup de calculs durant les longues journées d'été chaudes et sans clim... (j'espère n'avoir oublié personne, et que les éventuels absents de cette liste excuseront ma mémoire chancelante !)

Les conférences et autres workshops font partie intégrante des rites d'initiation des thésards ; je tiens donc à remercier les diverses personnes que j'ai pu rencontrer au cours de ces voyages. Merci à Pierre, Loann, Emma, Mathieu et Nesrine avec lesquels j'aurai vécu quelques moments très agréables pendant une école d'été en Crète. Merci à Patrick, avec lequel j'ai partagé pas mal de repas en conférences. Merci aussi à Maxence et à Florian pour des randonnées dans les îles tropicales.

Sur un plan plus personnel, je voudrais finir par remercier les personnes extérieures au domaine, qui m'ont aidé à passer ces trois années de thèse dans la bonne humeur sans perdre pied : merci à mon groupe d'amis (je ne mettrai pas de noms pour ne pas faire de jaloux !) et merci à ma famille. Plus particulièrement merci à Jacques et Sophie pour leur participation au pot de thèse.

Enfin merci à Fanny, pour avoir partagé ces trois années avec moi. Merci d'avoir relu ma thèse (un travail ô combien difficile...) et divers documents en anglais pour m'apporter ton expérience dans les langues de Molière et de Shakespeare. Sur un autre plan, tes pâtisseries ont aussi été appréciées pendant le pot de thèse et par les collègues au CEA !

Table des matières

Remerciements **3**

Table des matières **7**

I Introduction **8**
I.1 Contexte 8
I.2 Objectifs de la thèse 11
I.3 Organisation du manuscrit 12

II L'accélération par sillage laser - Éléments théoriques **14**
II.1 Notions de base sur l'interaction laser-plasma 14
II.1.1 Plasma 14
II.1.2 Laser 15
II.1.3 Interaction laser-plasma 18
II.2 Accélération d'électrons par sillage laser 21
II.2.1 Création de l'onde de sillage 21
II.2.2 Piégeage et accélération 25
II.2.3 Injection et *beamloading* 28
II.3 Modélisation tri-dimensionnelle du sillage laser 33
II.3.1 Régime du *blowout* 33
II.3.2 Mouvement transverse dans le régime de la bulle 36
II.4 La source de rayonnement bétatron 38
II.4.1 Rayonnement d'une particule chargée relativiste 38
II.4.2 Rayonnement synchrotron d'une particule en mouvement circulaire instantané 43
II.4.3 Rayonnement bétatron 44

III Modélisation : le code Particle-in-Cell (PIC) **52**
III.1 Fonctionnement d'un code PIC 52
III.1.1 Principe général de la méthode PIC 52
III.1.2 La boucle PIC 55
III.1.3 CALDER-Circ et autres codes 60
III.2 Implémentation du calcul du rayonnement 63
III.2.1 Incohérence du rayonnement 64
III.2.2 Fréquence limite 65
III.2.3 Code 'tout-en-un' ou post-traitement ? 66
III.2.4 Validation du code 67
III.2.5 Rayonnement classique et rayonnement quantique 74

IV Rayonnement bétatron dans le régime kilojoule. **78**
IV.1 Accélération en régime auto-modulé 79

IV.1.1 Le régime auto-modulé 79
IV.1.2 Accélération d'électrons dans le régime auto-modulé avec le laser PETAL 80
IV.2 Accélération en régime de la bulle 82
IV.2.1 Discussion sur les lois d'échelle 82
IV.2.2 Accélération d'électrons dans le régime de la bulle 84
IV.3 Influence du régime d'accélération sur la source bétatron 87
IV.3.1 Spectre du rayonnement 87
IV.3.2 Distribution angulaire 89
IV.3.3 Comparaison des sources dans chaque régime 89

V Influence des aberrations laser dans un cas réaliste 93
V.1 Présentation de l'expérience 94
V.2 Reconstruction de la phase 96
V.2.1 L'algorithme de Gerchberg-Saxton 96
V.2.2 Reconstruction de la phase : application à l'expérience. . . . 97
V.3 Influence physique des aberrations laser 99
V.3.1 Focalisation laser et accélération électronique 99
V.3.2 Effets des inhomogénéités laser sur l'émission X 102
V.3.3 Stabilité de pointé 105

VI Amélioration de l'efficacité des sources bétatrons 110
VI.1 Gradient transverse 111
VI.1.1 Présentation du schéma 111
VI.1.2 L'injection transverse 112
VI.1.3 Sortie du gradient et initiation des oscillations 117
VI.1.4 Effets sur le rayonnement 119
VI.1.5 Perspectives : injections multiples dans un capillaire 122
VI.2 Marche de densité plasma 127
VI.2.1 Présentation du schéma 127
VI.2.2 Défocalisation du faisceau d'électrons 128
VI.2.3 Effet sur le rayonnement 131
VI.2.4 Variations des paramètres de la marche de densité 132
VI.3 Transition vers le régime de sillage plasma 133
VI.3.1 Expérience du LOA 133
VI.3.2 Simulation de l'expérience : augmentation du rayonnement bétatron 136
VI.3.3 Simulation de l'expérience : régime de sillage plasma 137
VI.3.4 Perspectives avec le laser APOLLON 143

VII Conclusion 150
VII.1 Travail réalisé pendant la thèse 150

VII.2Perspectives 152

Annexe A – Table des notations utilisées **157**

Annexe B – Émission synchrotron quantique **160**

I Introduction

I.1 Contexte

De l'intérêt de l'accélération de particules

En physique relativiste, le terme 'd'accélération de particules' est trompeur. En effet, par rapport aux capacités des accélérateurs de particules, une relativement faible accélération est nécessaire pour qu'une particule atteigne une valeur proche de c, la vitesse de la lumière. Après cela, on n'augmente plus guère sa vitesse, mais on peut néanmoins augmenter considérablement son énergie. C'est dans ce sens d'accroissement de l'énergie qu'il faut donc comprendre le terme d'accélération de particules.

L'intérêt d'étudier ce sujet est double. D'un côté les particules accélérées peuvent être directement utilisées dans de multiples domaines : dans l'industrie par exemple, la lithographie à faisceau d'électrons utilise ces particules à faibles énergies pour la gravure de circuits imprimés. À bien plus hautes énergies, la collision de particules est aussi utile en physique fondamentale pour chercher à valider – ou à infirmer – des théories avancées (modèle standard, supersymétrie...) comme l'a montré la découverte du boson de Higgs en 2012 sur le LHC. À des énergies intermédiaires, le domaine médical fait également une utilisation abondante de particules accélérées en tant que sources pour traiter des cancers par la radiothérapie. D'un autre côté, toute particule chargée soumise à une accélération émet un rayonnement, et il est aussi possible de tirer profit indirectement de ces particules en exploitant le rayonnement qu'elles produisent. Ce rayonnement peut-être hautement énergétique – avec une énergie photonique supérieure au keV : c'est ce que Röntgen a appelé les rayons X en les découvrant en 1895, ce type de radiations étant alors inconnu. Très rapidement utilisés en dentisterie – quelques mois après leur découverte seulement – les rayons X sont de nos jours bien sûr utilisés en médecine pour des radiographies ou des radiothérapies, mais aussi dans des domaines très variés pour diagnostiquer la matière : spectroscopie X, imagerie d'œuvres d'art, diagnostics pour la chimie ou la biologie, imagerie moléculaire ou encore l'application à la sécurité pour scanner le contenu de sacs sans les ouvrir.

Les accélérateurs conventionnels

Si les applications en sont aujourd'hui multiples, l'accélération de particules a initialement été motivée dans les années 1930 par les besoins de particules suffisamment énergétiques pour pouvoir enclencher des désintégrations atomiques. Pour accélérer des particules chargées (électrons, ions, positrons...), il est nécessaire de s'appuyer sur l'utilisation de champs électriques de très haute amplitude ; d'après la force de Lorentz, un champ magnétique ne pourra lui que dévier la particule. De

plus, pour courber la trajectoire de la particule, le champ magnétique devra être d'autant plus fort que la particule est énergétique. Ainsi dans les cyclotrons, mis au point dans les années 30, le champ magnétique était constant et les électrons étaient accélérés périodiquement par un champ électrique selon une trajectoire en spirale. Après la seconde guerre mondiale, ce principe a été amélioré dans les synchrotrons avec la mise en place d'un champ magnétique variable adapté à l'énergie de la particule permettant d'avoir des trajectoires circulaires et d'atteindre des énergies plus importantes. Cependant ces accélérateurs, dits conventionnels, sont limités par deux facteurs :

- les particules sont accélérées dans des cavités radio-fréquences. Or les champs électriques maximaux soutenus par ces cavités sont inférieurs à 100 MV/m, limités par la rupture des constituants de la cavité et l'ionisation des parois pour de plus grandes valeurs de champs. Ainsi pour atteindre des énergies importantes, il faut alors accélérer les particules sur des distances conséquentes (un électron devra être accéléré sur plus de 1 kilomètre pour gagner une énergie de 100 GeV).
- les particules en mouvement circulaire subissent une accélération transverse et dissipent une partie de leur énergie sous forme de rayonnement. L'énergie maximale qu'elles peuvent atteindre est limitée par le rayon de leur trajectoire. Ainsi, l'atteinte d'énergies élevées nécessite des installations de grandes tailles, et donc coûteuses que celles-ci soit circulaires ou non.

L'accélération par sillage laser

C'est ici que se justifie le développement d'une nouvelle méthode d'accélération de particules par interaction laser-plasma. Un plasma est un état de la matière partiellement ou totalement ionisé : la matière a été fortement chauffée, et des atomes ont perdu certains de leurs électrons qui ne leur sont plus liés. Ces milieux déjà ionisés sont donc à priori adaptés pour soutenir de très hauts champs électriques.

Proposée en 1979 [Tajima & Dawson, 1979], l'accélération par sillage laser (ou LWFA, de l'anglais Laser WakeField Acceleration) consiste à envoyer une impulsion laser ultra-courte et ultra-intense sur un jet de gaz. Devant les fortes intensités en jeu, le gaz est ionisé par le début de l'impulsion laser et la grande majorité de l'impulsion laser interagit avec le plasma ainsi créé. À l'instar de la vague créée dans le sillage d'un navire, le laser va créer une onde plasma dans son sillage , caractérisée par une modulation de la densité électronique et l'apparition de champs électromagnétiques de grande ampleur. L'ordre de grandeur des champs accélérateurs créés est en effet de 100 GeV/m : la distance nécessaire pour atteindre une énergie donnée est de trois ordres de grandeur inférieure à celle des accélérateurs conventionnels ! Certains électrons du plasma sont susceptibles d'être piégés et accélérés dans cette onde de sillage en suivant l'impulsion laser. Avec cette technique les distances d'accélération sont très souvent de l'ordre du millimètre ou du cen-

timètre. Si, aujourd'hui, les énergies maximales obtenues (quelques GeV pour les électrons) ne sont pas encore prêtes à venir concurrencer les très hautes énergies obtenues dans les accélérateurs conventionnels, elles sont néanmoins considérées comme prometteuses à court terme pour des applications médicales nécessitant des électrons de quelques dizaines ou centaines de MeV.

Les sources de rayonnement par sillage laser

Un autre avantage de l'accélération par sillage laser tient aux caractéristiques du faisceau d'électrons émis, qui est plus court et plus fin que ceux émis dans les accélérateurs conventionnels. Si on utilise le rayonnement émis par ce faisceau, dont la durée et la taille de source peuvent en général être similaires à celles du faisceau émetteur, on pourrait obtenir une meilleure résolution spatiale et temporelle pour des applications de radiographie. On peut distinguer différents types de sources X basées sur l'accélération d'électrons par sillage laser [Corde *et al.*, 2013a]. Parmi eux, le rayonnement bétatron [Esarey *et al.*, 2002, Rousse *et al.*, 2004] est le plus simple de tous à obtenir car il est émis intrinsèquement lors de l'accélération. En effet, en plus d'être accélérés longitudinalement, les électrons oscillent transversalement dans le sillage, ce qui émet un rayonnement X appelé rayonnement bétatron. C'est donc une source facile à mettre en œuvre et très compacte. C'est le type de rayonnement qui sera principalement étudié dans ce manuscrit. Le rayonnement Compton [Esarey *et al.*, 1993, Schwoerer *et al.*, 2006] est une autre source qui va être rencontrée au cours de cette thèse : une fois les électrons accélérés, ils rencontrent un deuxième laser contra-propagatif, et vont fortement osciller dans ce champ laser. Les difficultés d'un schéma à deux lasers rendent cette source plus compliquée à mettre en œuvre. Ce schéma fournit par contre un rayonnement plus énergétique. Il est également possible d'envoyer un faisceau d'électrons issu de l'accélération par sillage laser sur un onduleur conventionnel dont le champ magnétique va les forcer à osciller. Cette technique est moins compacte et difficile à réaliser.

Enfin, le faisceau d'électrons accéléré peut être envoyé sur une cible solide. Contrairement aux rayonnements précédents, le rayonnement émis dans ce cas n'est pas dû à des oscillations transverses des électrons, mais à leurs collisions avec les noyaux des électrons de la cible. Dans ce schéma, les électrons sont progressivement déviés et ralentis lors de ces collisions, d'où le nom de rayonnement 'bremsstrahlung' (rayonnement de freinage). Si cette source peut produire des photons très énergétiques, les électrons diffusent dans la cible, conduisant à des tailles de sources plus élevées.

I.2 Objectifs de la thèse

Les dernières années ont été propices au développement de l'accélération par sillage laser et des sources de rayonnement qui en dérivent, avec l'obtention de plusieurs résultats novateurs. Un élément important pour ce développement a été l'observation en 2004 des premiers faisceaux d'électrons quasi-monoénergétiques par trois équipes différentes [Faure *et al.*, 2004, Geddes *et al.*, 2004, Mangles *et al.*, 2004]. L'énergie atteinte, alors proche de 100 MeV a par la suite continuellement augmenté, dépassant le GeV en 2006 [Leemans *et al.*, 2006] grâce à l'utilisation de capillaires, jusqu'au record actuel de 4.2 GeV [Leemans *et al.*, 2014]. Ce progrès expérimental a été porté par la compréhension et l'étude théorique de régimes propices à l'accélération, comme le régime du *blowout* [Lu *et al.*, 2007] ou le régime dit "de la bulle" [Gordienko & Pukhov, 2005], établissant des critères à respecter liant les paramètres lasers et plasmas. Parallèlement, l'amélioration des conditions expérimentales ou du contrôle de la méthode d'injection du faisceau d'électrons dans l'onde de sillage donnaient des expériences plus stables et reproductibles [Faure *et al.*, 2006, Mangles *et al.*, 2007, Osterhoff *et al.*, 2008], ce qui est primordial pour toute application. Ces progrès sur l'accélération des électrons ont dans le même temps permis le développement des sources X. En 2004, le rayonnement bétatron était pour la première fois mis en évidence dans une expérience d'accélération par sillage laser [Rousse *et al.*, 2004]. Différentes études ont par la suite amélioré les caractéristiques de cette source de rayonnement : émission dans des gammes d'énergies plus élevées, réduction de la divergence de la source et augmentation de sa brillance [Kneip *et al.*, 2010]. Cette source devenait alors suffisamment maîtrisée afin de pouvoir l'utiliser pour réaliser des tests d'imagerie par contraste de phase d'échantillons biologiques [Fourmaux *et al.*, 2011a, Kneip *et al.*, 2011].

Cette thèse s'inscrit dans la continuité de ces progrès. Le travail y est essentiellement numérique, et se base sur les outils de choix que sont les codes Particle-in-Cell (codes PIC) CALDER et CALDER-Circ. Avec ces outils, nous allons tout particulièrement nous intéresser au rayonnement bétatron. L'étude de celui-ci, dû aux oscillations transverses du faisceau, est intimement liée à l'étude de l'accélération elle-même [Ta Phuoc *et al.*, 2006]. Pour ce faire, il faudra donc premièrement s'intéresser aux caractéristiques du faisceau d'électrons accéléré. Ainsi, les premiers travaux présentés dans cette thèse portent sur l'extension des schémas d'accélération qui ont été développés avec des impulsions lasers d'énergie ~ 1 J, et de durée ~ 30 fs, à des impulsions laser kilojoules et picosecondes attendus sur de grandes installations mondiales (comme PETAL sur le LMJ, ou ARC sur le NIF). Ce travail permettra aussi de faire le lien entre le régime utilisé pour l'accélération du faisceau d'électrons et les caractéristiques de la source de rayonnement bétatron produite. Le rôle des simulations numériques est ainsi de prévoir les résultats de futures expériences. Pour que ces résultats soient crédibles, il est donc primordial que les codes puissent reproduire les expériences le plus fidèlement possible. La

reproduction de résultats expérimentaux n'est cependant pas toujours facile : d'un côté la mesure des paramètres expérimentaux peut être peu précise à cause des incertitudes, et de l'autre des approximations doivent être faites dans les codes afin de pouvoir effectuer les calculs. Un des objectifs de cette thèse sera de voir comment les processus d'accélération et d'émission de rayonnement peuvent être dégradés par la façon dont est modélisé le laser. Ces résultats seront alors jugés en fonction de leur accord avec les résultats expérimentaux.

Enfin, avec les progrès accomplis dans les dernières années, des perspectives à moyen terme pour l'utilisation du rayonnement bétatron dans le domaine médical se dessinent. Un prérequis reste encore l'augmentation du nombre de photons émis à des énergies comprises entre 30 keV et 50 keV, le nombre de photons émis par tir laser dans les sources bétatrons étant actuellement de l'ordre de $10^8 - 10^9$, alors qu'il en faudrait de 10 à 100 fois plus pour les applications visées. Outre l'augmentation globale de la charge électronique accélérée, l'augmentation du nombre de photons passe par le contrôle du mouvement transverse des électrons pendant leur accélération : plus cette oscillation est de grande amplitude, plus le nombre et l'énergie des photons sont grands. Une méthode utilisée dernièrement pour augmenter ce rayonnement vise à faire interagir le faisceau d'électrons accélérés avec l'arrière de l'impulsion laser au cours de l'accélération [Németh *et al.*, 2008, Cipiccia *et al.*, 2011, Huang *et al.*, 2016]. Il a cependant été montré que ce phénomène devait être simulé avec beaucoup de précautions dans les codes PIC [Lehe *et al.*, 2014]. Dans cette thèse nous choisissons plutôt d'influencer la source bétatron en manipulant le profil de densité du plasma dans lequel se fait l'accélération. Nous présentons ainsi trois méthodes différentes visant à augmenter l'amplitude des oscillations des électrons pour améliorer le rendement de la source de rayonnement bétatron à partir d'une même charge électronique, et des mêmes paramètres lasers.

I.3 Organisation du manuscrit

Outre cette introduction, ce manuscrit est organisé en cinq parties.

Dans la partie II, les concepts théoriques nécessaires à la compréhension de l'accélération par sillage laser seront tout d'abord établis. La création du sillage, l'injection et l'accélération des électrons seront décrits. Puis dans un second temps nous détaillerons le mouvement transverse des électrons au cours de leur accélération et les caractéristiques du rayonnement bétatron.

Ensuite nous présenterons dans la partie III le fonctionnement des outils numériques qui ont servis tout au long de cette thèse : les codes CALDER [Lefebvre *et al.*, 2003] et CALDER-Circ [Lifschitz *et al.*, 2009]. On s'intéressera alors particulièrement à la méthode de calcul du rayonnement bétatron, à sa validation et à ses contraintes.

Nous étudierons la possibilité de générer une source bétatron sur le futur laser PETAL dans la partie IV. Cette étude sera l'occasion de présenter deux régimes

différents d'accélération par sillage laser : le régime de cavitation (*blowout*) et le régime auto-modulé. On montrera les différences induites dans les caractéristiques de la source bétatron en fonction du régime choisi.

La partie V permettra de parler de l'accord entre expérience et simulation. En s'appuyant sur des expériences réalisées à l'INRS au Canada, nous montrerons qu'un accord bien plus grand est obtenu lorsqu'un profil laser fidèle à l'expérience et présentant des aberrations est utilisé. Pour ce faire, nous utiliserons non seulement la tâche laser mesurée expérimentalement mais aussi la phase expérimentale du laser en entrée de simulation, alors qu'habituellement le profil d'un faisceau gaussien est utilisé.

Pour finir, nous proposerons en partie VI trois méthodes pour augmenter le rayonnement bétatron émis – tout en gardant une énergie laser constante. Dans la première, le faisceau laser est envoyé sur un gradient transverse avec un faible angle d'incidence, ce qui provoque un sillage asymétrique. La seconde propose d'augmenter l'amplitude de l'oscillation transverse des électrons accélérés en les faisant passer dans une courte zone où la densité plasma est augmentée, ce qui peut par exemple être produit par un second jet de gaz. Enfin la troisième méthode montre qu'une augmentation de la densité du plasma à la fin du processus d'accélération peut également être utilisée pour booster le nombre de photons émis. Malgré l'accélération de la déplétion laser dans la densité plus élevée, la transition vers un régime de sillage généré par le faisceau d'électrons lui-même (sillage plasma) permet de maintenir l'émission X pendant un temps plus long et d'accroître l'énergie rayonnée.

II L'accélération par sillage laser - Éléments théoriques

Dans cette partie, nous introduirons les concepts nécessaires à la compréhension de la physique de l'accélération par sillage laser, ainsi que les principaux éléments théoriques sur lesquels reposeront les résultats qui seront présentés par la suite. Afin de comprendre les mécanismes de l'interaction laser-plasma, nous commencerons d'abord par présenter quelques notions de base concernant les plasmas et les lasers. Ceci nous permettra de comprendre comment l'interaction laser-plasma peut créer une onde plasma propice à l'accélération de particules, et différents modèles seront présentés pour comprendre le mécanisme d'accélération d'électrons par sillage laser. Ensuite nous étudierons le mouvement transverse des électrons au cours de leur accélération – appelé mouvement bétatron –, et nous verrons que ce mouvement transverse leur permet d'émettre un rayonnement X communément appelé 'rayonnement bétatron'. Pour finir, nous regarderons quelles sont les principales caractéristiques d'une source X bétatron, et comment il est possible de calculer ce rayonnement à partir des trajectoires des électrons.

II.1 Notions de base sur l'interaction laser-plasma

II.1.1 Plasma

Souvent présenté comme le quatrième état de la matière, un plasma est un milieu constitué au moins partiellement de particules chargées, telles que des électrons libres ou des ions. Un plasma peut par exemple s'obtenir en chauffant suffisamment un gaz, de manière à arracher certains des électrons des atomes qui constituent le gaz. Pour l'atome le plus simple, l'hydrogène, l'énergie à fournir pour arracher l'électron – appelée énergie d'ionisation – est de 13.6 eV, correspondant à une température d'ionisation de plus de 100000 K. On voit tout de suite que ces valeurs sortent du cadre auquel nous sommes habitués sur notre planète. En effet, si le plasma est l'état de la matière qui constitue très majoritairement notre univers, il se rencontre difficilement à l'état naturel sur Terre (sauf dans les hautes couches de l'atmosphère), et il est nécessaire de recourir à quelques astuces pour le créer.

La grande majorité des plasmas est globalement neutre. Ainsi, si dans un plasma constitué de deux espèces de particules, par exemple des ions et des électrons, on écarte un petit volume δV d'électrons de sa position initiale, ceci crée un déséquilibre local de charge dans le plasma ainsi que des champs électriques s'opposant à ce déséquilibre. Le déplacement d'un petit volume de charge sur une distance dx engendre un champ $E = en_e dx/\varepsilon_0$, avec e la charge fondamentale, ε_0 la permittivité du vide et n_e la densité particulaire des électrons. Les électrons

sont alors soumis à la force de rappel :

$$F_x = m_e \ddot{dx} = e\frac{en_e}{\varepsilon_0} dx,$$

où m_e est la masse de l'électron. On reconnait l'équation d'un oscillateur harmonique et les électrons oscillent autour de leur position initiale à la pulsation

$$\omega_p = \sqrt{\frac{n_e e^2}{\varepsilon_0 m_e}}. \tag{1}$$

Le terme ω_p est appelé la pulsation plasma électronique, et dépend de la densité du plasma n_e : plus le plasma est dense, plus les électrons oscillent rapidement. On peut de la même manière définir une pulsation pour l'oscillation des ions :

$$\omega_{pi} = \sqrt{\frac{n_i e^2}{\varepsilon_0 m_i}} = \sqrt{Z\frac{m_e}{m_i}}\omega_p, \tag{2}$$

où m_i est la masse de l'ion concerné, Z est le degré d'ionisation de cet ion par rapport à l'atome dans son état fondamental, et où la densité ionique $n_i = Zn_e$, afin de respecter la neutralité globale du plasma. On constate que la pulsation ω_{pi} est bien inférieure à ω_p ($\sqrt{Zm_e/m_i} \lesssim 0.02$).

L'accélération par sillage laser tire partie de cette grande différence entre la fréquence plasma ionique (basse fréquence) et la fréquence plasma électronique (haute fréquence). Il s'agira de déplacer les électrons, en excitant leur pulsation ω_p, pour créer une perturbation de densité qui engendrera elle-même des champs très intenses, propices à l'accélération de particules. Ainsi pour prendre des valeurs typiques, si on considère un plasma de densité de l'ordre de 5×10^{18} cm^{-3} et qu'on vide de ses électrons une petite sphère d'une taille de $2\pi c/\omega_p \sim 10$ μm (où c est la vitesse de la lumière), on obtient un champ généré $E = 300$ GV/m. Ces valeurs énormes de champs pouvant être générées dans des plasmas montrent leur avantage par rapport aux champ générés dans les cavités radiofréquences des accélérateurs conventionnels, qui sont de 3 ordres de grandeur inférieurs.

Il se pose alors deux questions : comment peut-on facilement déplacer des électrons au sein d'un plasma et comment peut-on tirer partie des champs ainsi générés afin d'accélérer des faisceaux d'électrons ? L'accélération par sillage laser propose de répondre à ces deux questions par le biais d'une impulsion laser ultra-intense et ultra-courte.

II.1.2 Laser

Un laser (de l'acronyme anglais pour 'Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation') est un dispositif qui crée un rayonnement directif et cohérent.

Le principe du laser est de jouer sur la désexcitation coordonnée d'atomes excités au préalable par une source d'énergie extérieure (phénomène de pompage) pour produire un rayonnement électromagnétique amplifié.

La propagation dans le vide de l'onde laser est calculée au moyen des équations de Maxwell, qui s'écrivent pour les champs électriques $\boldsymbol{E}$ et magnétiques $\boldsymbol{B}$:

$$\nabla \cdot \boldsymbol{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}, \tag{3}$$

$$\nabla \cdot \boldsymbol{B} = 0, \tag{4}$$

$$\nabla \times \boldsymbol{E} = -\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t}, \tag{5}$$

$$\nabla \times \boldsymbol{B} = \mu_0 \boldsymbol{J} + \frac{1}{c^2}\frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t}, \tag{6}$$

avec ρ la densité de charge, $\boldsymbol{J}$ la densité de courant et μ_0 la perméabilité du vide.

D'autre part , les champs $\boldsymbol{E}$ et $\boldsymbol{B}$ du laser peuvent être dérivés à partir du potentiel vecteur $\boldsymbol{A}$ et du potentiel scalaire Φ par

$$\boldsymbol{E} = -\boldsymbol{\nabla}\Phi - \frac{\partial \boldsymbol{A}}{\partial t}, \tag{7}$$

$$\boldsymbol{B} = \boldsymbol{\nabla} \times \boldsymbol{A}, \tag{8}$$

où, dans le vide, $\Phi = 0$, et les champs $\boldsymbol{E}$ et $\boldsymbol{B}$ s'écrivent alors seulement en fonction du potentiel vecteur $\boldsymbol{A}$.

Dans le cas de l'accélération par sillage laser, le laser prend la forme d'une impulsion temporelle très courte (typiquement de l'ordre de 30 fs), ce qui permet d'obtenir des puissances très élevées (térawatt, pétawatt) même si les énergies en jeu restent modestes ($\sim 1 - 10$ J). Le spectre de cette impulsion est centré autour d'une longueur d'onde λ_0 (on définit alors sa pulsation laser $\omega_0 = 2\pi c/\lambda_0$). Pour des questions de propagation dans les cavités amplificatrices lasers, l'impulsion laser en sortie se retrouve sous la forme de modes électromagnétiques transverses (notés TEM_{mn} avec m et n des entiers définissant l'ordre des modes). Le plus simple d'entre eux, TEM_{00} correspond à un faisceau gaussien. Dans le cadre de l'interaction par sillage laser, on approxime très souvent le laser expérimental par un faisceau gaussien idéal. Si on considère un tel faisceau se propageant dans la direction $+x$ et en définissant $r = \sqrt{y^2 + z^2}$ pour la direction transverse, alors son potentiel vecteur dans le vide est donné par

$$\boldsymbol{A}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{r}, \boldsymbol{t}) = A_0(x, r, t)\Re(e^{i(\omega_0 t - k_0 x)}\boldsymbol{e}_\perp),$$

avec $\boldsymbol{e}_\perp$ décrivant la direction de polarisation du laser, et $k_0 = \omega_0/c$. Pour une polarisation linéaire, on convient par exemple que $\boldsymbol{e}_\perp = \boldsymbol{e_y}$. Dans ce cas, le champ électrique oscille selon $\boldsymbol{e_y}$ tandis que le champ magnétique oscille selon $\boldsymbol{e_z}$. On rencontrera aussi le cas d'une polarisation circulaire, pour laquelle $\boldsymbol{e}_\perp = 1/\sqrt{2}(\boldsymbol{e_y} +$

$i\boldsymbol{e_z}$), et où les champs $\boldsymbol{E}$ et $\boldsymbol{B}$ tournent autour de l'axe de propagation. Pour le faisceau gaussien, schématisé en figure 1, on peut expliciter $A_0(x,r,t)$ de la manière suivante :

$$A_0(x,r,t) = a_0 \exp\left(-2\ln(2)\frac{(x-ct)^2}{c^2\tau_0^2}\right)\frac{W_0}{W(x)}\exp\left(-\frac{r^2}{W^2(x)} - i\frac{k_0 r^2}{2R(x)}\right)\exp(i\phi(x)).$$

Ici, a_0 est le maximum du potentiel vecteur, τ_0 est la durée FWHM (durée totale à mi-hauteur, de l'anglais 'Full Width at Half Maximum') de l'intensité de l'impulsion et W_0 est le waist du faisceau, c'est-à-dire son rayon transverse à $1/e$ du champ électrique maximal. L'évolution de la taille transverse du faisceau est alors donnée par

$$W(x) = W_0\sqrt{1+\frac{x^2}{Z_R^2}}, \tag{9}$$

avec $Z_R = \pi W_0^2/\lambda_0$ définie comme la longueur de Rayleigh. Cette valeur définit la distance à partir de laquelle le faisceau laser commence à être significativement défocalisé. Ainsi plus on essaie de focaliser un laser donné en un plan (donc plus W_0 sera petit), plus ce laser diverge rapidement par la suite. On utilisera aussi dans cette thèse la largeur à mi-hauteur de l'intensité $w_0 = \sqrt{2\ln(2)}W_0$ à la place de W_0.

$R(x)$ représente le rayon de courbure du front d'onde à une distance x du plan focal. Il est défini par

$$R(x) = x\left(1+\frac{Z_R^2}{x^2}\right). \tag{10}$$

$\phi(x) = \arctan(x/Z_R)$ représente la phase de Gouy du laser. Cette phase additionnelle varie de π lorsque l'onde passe de convergente en $x = -\infty$ à divergente en $x = +\infty$.

Le terme $\exp\left(-2\ln(2)\frac{(x-ct)^2}{c^2\tau_0^2}\right)$ représente la partie temporelle de l'impulsion laser, qui est aussi gaussienne.

Enfin le terme $\frac{W_0}{W(x)}\exp\left(-\frac{r^2}{w^2(x)} - i\frac{k_0 r^2}{2R(x)}\right)$ décrit la distribution spatiale transverse du champ laser. Elle est obtenue en résolvant l'équation d'onde dans l'approximation paraxiale, qui suppose une faible divergence du faisceau par rapport à l'axe optique, et qui devient fausse lorsque $W_0 \sim \lambda_0$.

Il est utile pour la suite de noter quelques relations intéressantes vérifiées par le laser gaussien, liant la puissance du laser P_0, son énergie E_0, son intensité maximale I_0 (définie comme la moyenne temporelle du vecteur de Poynting, soit $I_0 = E_0^2/\mu_0 c$)

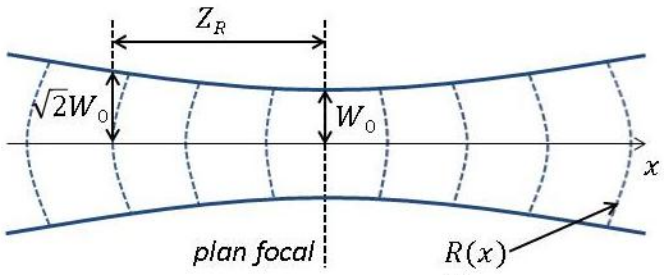

FIGURE 1 – Caractéristiques du faisceau gaussien. En bleu, $W(x)$, le rayon du champ à $1/e$ de sa valeur maximale. En pointillés, la forme du front d'onde représenté par $R(x)$.

et le potentiel vecteur a_0 normalisé à $m_e c/e$:

$$P_0 = 2\sqrt{\frac{\ln(2)}{\pi}}\frac{E_0}{\tau_0}, \tag{11}$$

$$I_0 = \frac{2P_0}{\pi W_0^2}, \tag{12}$$

$$a_0^2 = \frac{I_0\lambda_0^2}{2\pi^2\varepsilon_0 c^3}. \tag{13}$$

Cette dernière relation est souvent écrite de manière pratique avec les unités usuelles

$$a_0 = 0.855\sqrt{I_0[10^{18}\ \mathrm{W.cm^{-2}}]}\lambda_0[\mu\mathrm{m}]. \tag{14}$$

II.1.3 Interaction laser-plasma

Dans le cas de l'accélération par sillage laser, le plasma est créé en envoyant une impulsion laser gaussienne ultra-courte sur un jet de gaz, qui est souvent constitué de gaz léger tel que l'hélium.

Durant leur interaction avec le laser, les électrons des atomes du gaz sont soumis au potentiel coulombien de l'atome, ainsi qu'au champ laser. Le potentiel total est donné par :

$$V_{tot}(r) = -\frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 r} - eE_0 r.$$

On peut définir le potentiel d'ionisation E_i comme la valeur maximale atteinte par ce potentiel (en un certain $r_{max} = \sqrt{Ze/4\pi\varepsilon_0 E_0}$), et on peut alors calculer l'intensité laser nécessaire pour l'ionisation :

$$I_0 = \frac{\pi^2\varepsilon_0^3 c}{2e^6 Z^2}E_i^4. \tag{15}$$

Les valeurs d'ionisation pour les deux électrons de l'hélium sont respectivement $E_i(He^+) = 24.6$ eV et $E_i(He^{2+}) = 54.4$ eV. Ainsi l'intensité demandée pour ioniser

totalement l'atome d'hélium est déterminée par l'énergie d'ionisation du deuxième électron, et on obtient une intensité laser nécessaire $I_0 = 8.78 \times 10^{15}$ W/cm^{-2}.

En prenant des valeurs typiques de l'accélération par sillage laser, soit une énergie $E_0 \sim 1$ J, un waist $W_0 \sim 10$ μm ainsi qu'une durée $\tau_0 \sim 30$ fs, on obtient une intensité de l'ordre de 2×10^{18} W/cm^{-2}, c'est-à-dire une intensité près de 3 ordres de grandeur supérieure à celle nécessaire pour ioniser totalement le gaz d'hélium.

De plus, si on considère que le laser ionise totalement les atomes se trouvant dans un rayon de l'ordre de son waist pendant sa propagation, et en prenant une distance de propagation $D \sim 1$ cm – longueur typique d'accélération dans notre cas – dans un gaz de densité 5×10^{18} cm^{-3}, l'énergie laser consommée pour l'ionisation des particules est donnée par :

$$E_{ioni} = 2\pi W_0^2 D n_e (E_i(He^+) + E_i(He^{2+})) = 400 \ \mu\text{J}.$$

La proportion d'énergie laser perdue dans l'ionisation du plasma est ainsi minime.

Ces observations ont deux conséquences quant-au traitement de l'interaction du laser avec le gaz. Premièrement, l'intensité présente dans le piédestal de l'impulsion laser est déjà suffisante pour ioniser l'hélium. On peut donc considérer que la quasi-totalité de l'impulsion laser interagit avec un plasma déjà formé. Deuxièmement, on pourra négliger l'énergie laser perdue dans l'ionisation du gaz. Ainsi en pratique, on ne prendra pas en compte l'état gazeux, et on considèrera directement l'interaction d'un laser avec un plasma déjà totalement ionisé. Cette hypothèse permet notamment de réduire les ressources nécessaires pour les simulations numériques, le calcul de l'ionisation étant évité (on ne s'intéressera pas dans cette thèse à l'utilisation d'espèces atomiques de haut Z).

On s'intéresse à présent à la propagation du laser au sein du plasma. Le laser y vérifie l'équation de dispersion suivante :

$$\omega_0^2 = \omega_p^2 + c^2 k_0^2. \tag{16}$$

Deux cas de figures peuvent se présenter : Si $\omega_p > \omega_0$, alors k_0 est complexe, et l'onde laser ne pourra pas se propager dans le milieu : elle sera réfléchie et donnera une onde évanescente dans le plasma. Physiquement, cela signifie que le temps caractéristique de mouvement des électrons est plus petit que la période laser : les électrons auront le temps de réagir aux oscillations du champ laser et pourront écranter sa propagation. Un tel plasma est dit sur-dense.

Si $\omega_p < \omega_0$, alors à l'inverse, k_0 est réel, et l'impulsion laser peut se propager dans le plasma. Physiquement, les électrons n'auront pas le temps de réagir aux oscillations rapides du champ laser, et ne pourront pas s'opposer à la propagation du laser. Un tel plasma est dit sous-dense et c'est ce genre de plasma qui nous intéresse dans l'accélération par sillage laser.

Pour un laser donné, la transition entre les régimes sous-dense et sur-dense est donnée par la densité critique n_c :

$$n_c = \frac{\omega_0^2 m_e \varepsilon_0}{e^2}. \tag{17}$$

Pour une longueur d'onde $\lambda_0 = 800$ nm, caractéristique des lasers Ti :Saphir utilisés dans notre cas, on obtient $n_c = 1.75 \times 10^{21}$ cm^{-3}. Les densités utilisées en accélération par sillage laser sont généralement $< 0.01\ n_c$.

Par ailleurs, la relation de dispersion permet d'obtenir les vitesses de phase v_ϕ et de groupe v_g de l'onde laser

$$v_\phi = \frac{\omega_0}{k_0} = \sqrt{c^2 + \frac{\omega_p^2}{k_0^2}} > c, \tag{18}$$

$$v_g = \frac{d\omega_0}{dk_0} = \eta c = \frac{c}{\sqrt{1 + \omega_p^2/\omega_0^2}}, \tag{19}$$

où η est l'indice optique du plasma :

$$\eta = \frac{c}{v_\phi} = \frac{1}{\sqrt{1 + \omega_p^2/c^2 k_0^2}} \simeq 1 - \frac{1}{2}\frac{\omega_p^2}{\omega_0^2}. \tag{20}$$

Cette expression de l'indice de réfraction est valable dans le cas d'une onde électromagnétique de faible amplitude de pulsation ω_0. Dans un cadre moins général (mais toujours dans un cas faiblement relativiste avec $a^2 << 1$), l'expression de l'indice de réfraction se complique pour devenir [Esarey *et al.*, 1996, Mori, 1997] :

$$\eta = \left(1 - \frac{1}{2}\frac{\omega_p^2}{\omega_0^2}\left[1 + \frac{\delta n}{n} - \frac{\langle a^2 \rangle}{2} - 2\frac{\delta\omega_0}{\omega_0}\right]\right), \tag{21}$$

avec n la densité du plasma non perturbée, δn la perturbation de densité, $\langle a \rangle$ le potentiel vecteur normalisé du laser moyenné sur un cycle optique, ω_0 la pulsation centrale du laser et $\delta\omega_0/\omega_0$ qui exprime sa largeur de bande spectrale. L'indice est alors modifié en fonction de trois termes : le premier $\delta n/n$ est dû à la perturbation de densité engendrée par le laser, le deuxième $\langle a^2 \rangle/2$ provient des effets relativistes car le laser accélère les électrons, et le troisième $\delta\omega_0/\omega_0$ correspond à la prise en compte de la largeur de bande spectrale du laser. Cette expression de l'indice de réfraction permet notamment d'étudier les phénomènes de guidage du laser lors de sa propagation dans le plasma.

Comme on utilise des densités $n_e << n_c$, on est dans un cas où $v_g \sim c$, ce qui a une grande importance comme on le verra dans la suite.

II.2 Accélération d'électrons par sillage laser

II.2.1 Création de l'onde de sillage

Théorie linéaire

On considère maintenant que seuls les électrons sont en mouvement, tandis que les ions constituent un fond immobile et neutralisant, cette hypothèse étant justifiée dans la suite. On suppose de plus que le plasma peut être considéré comme un fluide froid, l'énergie thermique des électrons étant faible par rapport à l'énergie gagnée du laser. Cette hypothèse permet de supprimer le terme de pression dans l'équation de conservation de l'impulsion. Ainsi, en considérant seulement l'interaction des électrons avec le champ électromagnétique du laser, celle-ci pourra s'écrire :

$$m_e \frac{\partial \boldsymbol{v}}{\partial t} + m_e(\boldsymbol{v}\cdot\nabla)\boldsymbol{v} = -e(\boldsymbol{E} + \boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B}). \tag{22}$$

En utilisant les expressions des champs en fonction des potentiels scalaires et vecteurs fournies dans les équations (7) et (8), cette équation peut se mettre sous la forme :

$$\frac{\partial \boldsymbol{v}}{\partial t} + (\boldsymbol{v}\cdot\nabla)\boldsymbol{v} = -\frac{e}{m_e}\left(-\nabla\Phi - \frac{\partial \boldsymbol{A}}{\partial t} + \boldsymbol{v}\times(\nabla\times\boldsymbol{A})\right). \tag{23}$$

En se plaçant dans la limite linéaire ($|a| = e|A|/m_e c << 1$) [Kruer, 1988, Esarey *et al.*, 1996], et en considérant l'équation (23) au premier ordre, on obtient la vitesse $\boldsymbol{v_0}$:

$$\boldsymbol{v_0} = \frac{e\boldsymbol{A}}{m_e} = c\boldsymbol{a}. \tag{24}$$

Le mouvement rapide des électrons consiste à suivre les oscillations transverses du laser, mais la moyenne temporelle de cette vitesse sur un cycle optique est nulle. Ce mouvement n'a donc pas d'influence quant-à l'excitation d'une onde de sillage. On peut néanmoins réinjecter cette solution dans (23) sous la forme $\boldsymbol{v} = \boldsymbol{v_0} + \boldsymbol{v_1}$ pour obtenir le mouvement au second ordre :

$$\frac{\partial \boldsymbol{v_1}}{\partial t} = -(\boldsymbol{v_0}\cdot\nabla)\boldsymbol{v_0} - \frac{e}{m_e}\boldsymbol{v_0}\times(\nabla\times\boldsymbol{A}), \tag{25}$$

$$= c^2\frac{\nabla a^2}{2}. \tag{26}$$

Le terme obtenu $m_e c^2 \nabla a^2/2$ est appelé la force pondéromotrice du laser, noté $\boldsymbol{F_p}$. Cette force correspond au mouvement moyen des électrons sur une période laser, et elle est responsable de la mise en mouvement des électrons. En effet, elle conduit à l'éjection des électrons des zones de champs forts, et en particulier, ceux-ci sont donc expulsés latéralement et longitudinalement lors du passage de l'impulsion laser. Son expression est valable pour d'autres particules (à condition de remplacer m_e par la masse appropriée, et de prendre en compte la charge éventuelle $Z \neq 1$

pour les ions). On peut noter que cette force varie quadratiquement avec la charge et que la direction de F_p ne dépend pas de la particule considérée. Cependant, la présence de la masse au dénominateur rend cette force inefficace pour la mise en mouvement des ions ou des protons, bien plus lourds que les électrons. Ceci, ajouté au fait qu'on utilise une impulsion laser dont la durée est choisie pour être couplée avec la pulsation électronique ($\tau_0 \sim 2\pi/\omega_p$, mais $\tau_0 << 2\pi/\omega_{pi}$), justifie l'hypothèse d'ions immobiles.

Toujours dans la limite faiblement relativiste ($a_0 << 1$), on se place dans l'hypothèse d'une faible perturbation de densité δn. On peut écrire la densité électronique $n_e = n_0 + \delta n$, où n_0 est la densité du plasma non perturbé (c'est-à-dire la densité ionique), et telle que $|\delta n|/n_0 << 1$. Alors, à partir de l'équation de Poisson (3), de l'équation de continuité

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \nabla \cdot (nv) = 0, \tag{27}$$

et de l'équation (23) moyennée sur une période laser, on peut aboutir à l'équation du second ordre suivante [Gorbunov & Kirsanov, 1987] portant sur la densité plasma :

$$\frac{\partial^2 \delta n}{\partial t^2} + \omega_p^2 \delta n = c^2 n_0 \frac{\langle \boldsymbol{a}^2 \rangle}{2}. \tag{28}$$

On reconnait l'équation d'un oscillateur harmonique à la fréquence ω_p. De plus on peut voir que cette oscillation est excitée par la force pondéromotrice. Le passage du laser entraîne donc la création d'une onde plasma.

Quant-au potentiel électrostatique normalisé $\phi = e\Phi/m_e c^2$, il vérifie l'équation suivante :

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} + \omega_p^2 \phi = \omega_p^2 \frac{\langle \boldsymbol{a}^2 \rangle}{2}. \tag{29}$$

On effectue ensuite l'approximation quasi-statique, qui consiste à considérer que le temps d'évolution de l'enveloppe laser est grand devant le temps de transit d'un électron dans l'impulsion laser, ce qui permet de supposer que toutes les grandeurs dans le sillage vont dépendre uniquement de $\xi = x - v_g t$. Dans cette approximation, v_g est à la fois la vitesse de groupe du laser et la vitesse de phase de l'onde plasma. Si de plus, on considère un plasma très sous-dense tel que $v_g \sim c$, l'équation (29) devient alors

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial \xi^2} + k_p^2 \phi = k_p^2 \frac{\langle \boldsymbol{a}(\xi)^2 \rangle}{2}, \tag{30}$$

avec $k_p = \omega_p/c$. À partir de l'expression de $\langle \boldsymbol{a}(\xi)^2 \rangle$ dépendant de la forme de l'enveloppe laser choisie, on peut alors obtenir le potentiel électrostatique de l'onde de sillage en intégrant (30), tout en considérant la condition aux limites $\lim_{\xi \to +\infty} \phi(\xi) = 0$, car il n'y a pas de perturbation avant le passage du laser. L'expression de ϕ est

alors :

$$\phi = \frac{k_p}{2}\int_{\xi}^{\infty} \langle \boldsymbol{a}(\xi)^2 \rangle(\xi') \sin(k_p(\xi - \xi'))d\xi'. \tag{31}$$

Dans le cas de notre impulsion laser gaussienne tel que décrite en section II.1.2, on trouve l'expression du potentiel et des champs dans l'onde de sillage :

$$\phi = -\sqrt{2\pi}a_0^2(\xi)\frac{k_p\sigma_x}{4}e^{-k_p^2\sigma_x^2/2}e^{-2r^2/W_0^2}\sin(k_p\xi), \tag{32}$$

$$E_z = -\frac{\partial\phi}{\partial\xi} = E_p\sqrt{2\pi}a_0^2(\xi)\frac{k_p\sigma_x}{4}e^{-k_p^2\sigma_x^2/2}e^{-2r^2/W_0^2}\cos(k_p\xi), \tag{33}$$

$$E_r = -\frac{\partial\phi}{\partial r} = -E_p\sqrt{2\pi}a_0^2(\xi)\frac{\sigma_x r}{W_0}e^{-k_p^2\sigma_x^2/2}e^{-2r^2/W_0^2}\sin(k_p\xi), \tag{34}$$

avec $\sigma_x = c\tau_0/2\sqrt{2\ln 2}$. $E_p = m_e c\omega_p/e$ est le champ maximal atteint par l'onde plasma dans le régime linéaire, lorsque la perturbation de densité δn est totale. On constate de plus que l'excitation de l'onde de sillage est résonnante pour $k_p\sigma_x = 1$ (résonnance entre l'excitation pondéromotrice du laser et la fréquence plasma). Le champ E_z oscille sinusoïdalement selon ξ à la longueur d'onde plasma $\lambda_p = 2\pi c/\omega_p$, alternant zones accélératrices et décélératrices pour les électrons. De même pour le champ E_r qui définit des zones focalisantes et défocalisantes. Pour l'accélération de particules, il est nécessaire d'avoir une zone à la fois focalisante et accélératrice ; dans la théorie linéaire, sa longueur est $\lambda_p/4$.

Théorie non-linéaire

La théorie linéaire précédente permet de comprendre assez simplement les mécanismes mis en jeu qui conduisent à la formation de l'onde de sillage. Cependant le modèle physique est assez limité, et un modèle non-linéaire et relativiste est utile.

Dans le cas unidimensionnel où les quantités ne vont dépendre que de la direction x et du temps t, la relation $\boldsymbol{p}_\perp = m_e c\boldsymbol{A}$ est vérifiée. De plus on se place dans le cadre de l'hypothèse quasi-statique, et on introduit $\xi = x - v_g t$. Alors on peut aboutir à une équation non-linéaire sur le potentiel ϕ créé dans le plasma [Berezhiani & Murusidze, 1992, Esarey & Pilloff, 1995] :

$$\frac{1}{\omega_p^2}\frac{\partial^2\phi}{\partial\xi^2} = \gamma_g^2\left[\beta_g\left(1 - \frac{1 + a^2/2}{\gamma_g^2(1+\phi)^2}\right)^{-1/2} - 1\right], \tag{35}$$

où $\beta_g = v_g/c$ est la vitesse de groupe du laser normalisée à c, et $\gamma_g = 1/\sqrt{1-\beta_p^2}$ est le facteur de Lorentz associé.

En supposant ici un plasma très sous-dense et donc que $\gamma_g >> 1$ et $\beta_g \approx 1$,

alors cette équation se simplifie en

$$\frac{1}{\omega_p^2}\frac{\partial^2\phi}{\partial\xi^2} = \frac{1}{2}\left(\frac{1+a^2/2}{(1+\phi)^2} - 1\right). \tag{36}$$

De plus, dans la limite d'un laser de faible amplitude (et donc $\phi << 1$), ce qui revient à supposer une faible perturbation de la densité, on retrouve bien l'équation (30) qui avait été obtenue dans le régime linéaire.

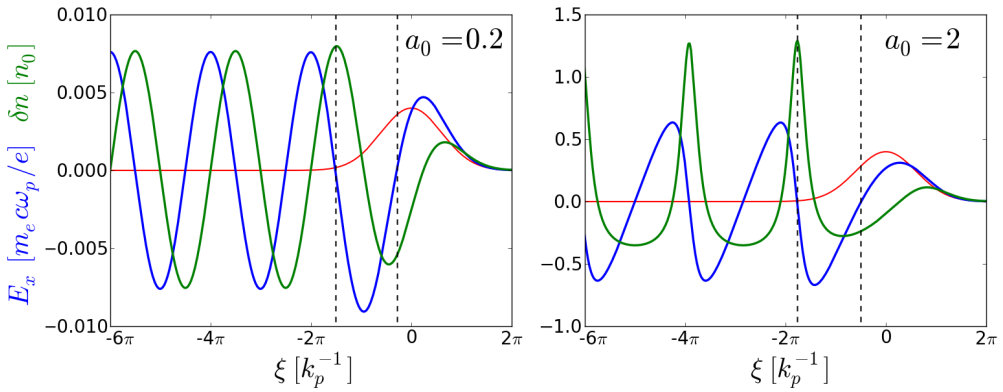

FIGURE 2 – Ondes de sillage créées par une impulsion laser (enveloppe représentée en rouge) de 30 fs dans une densité plasma de 5×10^{18} cm^{-3} en 1D. On représente la modulation électronique δn en vert, et le champ E_x en bleu. Les pointillés noirs délimitent la première zone de champ accélérateur pour les électrons.

En figure 2, on montre les résultats fournis par l'intégration numérique de l'équation (36) dans le cas d'une impulsion laser de $\tau_0 = 30$ fs se propageant dans un plasma de densité 5×10^{18} cm^{-3}. Le cas $a_0 = 0.2$ représente un cas linéaire où l'intégration de l'équation (30) donne les mêmes résultats. La perturbation de densité reste très faible avec δn de l'ordre de 10^{-2}. Elle est sinusoïdale, et oscille à la longueur d'onde $\lambda_p = 2\pi c/\omega_p$: l'impulsion laser a donc créé une oscillation du plasma à ω_p. Dans le cas $a_0 = 2$, il est nécessaire de passer au modèle non-linéaire, car la modulation de la densité est maintenant non négligeable. La densité électronique présente des pics importants à chaque période plasma (avec λ_p qui est maintenant supérieure à $2\pi c/\omega_p$ à cause des effets relativistes), et le champ accélérateur se raidit. Dans chacun des cas, la zone accélératrice de la première période plasma est délimitée par les pointillés noirs.

Cette zone accélératrice, ainsi que tout le sillage et le laser, se propage dans le plasma à la vitesse v_g définie par l'équation (19), ce qui correspond à un facteur de Lorentz $\gamma_g = 18.7$ pour cette densité de 5×10^{18} cm^{-3}. Si on arrive à placer dans cette zone des électrons possédant une énergie suffisante ($E > \gamma_g m_e c^2 = 9.6$ MeV), alors ils pourront se déplacer en phase avec l'onde de sillage, et profiter du champ accélérateur pendant de longues distances pour en théorie atteindre des énergies considérables. La manière de piéger ces électrons dans les zones de

champs accélérateurs est appelée 'injection', et elle sera étudiée plus en détail dans la section suivante.

Cependant, cette théorie unidimensionnelle ne rend pas compte des effets transverses. Par exemple comme déjà vu dans le cas linéaire, là où le champ E_x est accélérateur, mais où δn est positive, alors le surplus de charge a tendance à créer un champ E_r défocalisant et à éjecter transversalement les électrons. Aussi, dans ce modèle 1D, la perturbation de densité minimale que l'on peut obtenir est $\delta n_{min} = -0.5\ n_0$. En effet, la stationnarité de l'écoulement donne $n(\xi)|d\xi/dt| = n_0 v_g$, et les électrons se déplaçant à une vitesse $dx/dt > -c$, on obtient $d\xi/dt \sim dx/dt - v_g > -2c$, et donc $n(\xi) > n_0/2$. L'origine de cette limitation est purement due à la dimension 1 du calcul : une meilleure compréhension de la physique de l'accélération par sillage laser passe donc par des modèles multi-dimensionnels.

II.2.2 Piégeage et accélération

Dans les sections précédentes, nous avons montré que la propagation d'une impulsion laser suffisamment intense dans un plasma sous dense générait une onde de sillage apte à accélérer sur de courtes distances des particules à des énergies élevées. Considérons maintenant un électron dans l'onde de sillage décrite précédemment. Si cet électron a une impulsion longitudinale $p_x = \gamma m_e v_x$ initiale insuffisante, alors il ne se déplacera pas avec l'onde, et verra une succession sinusoïdale de champs accélérateurs et décélérateurs, qui le feront osciller en gardant la même position moyenne. Il ne pourra ainsi pas gagner une énergie conséquente. Cependant, si cet électron possède une énergie initiale plus importante et possède ainsi une vitesse $v > v_g$, il se déplacera légèrement plus rapidement que l'onde, et pourra rester pendant un temps important dans la même période accélératrice du champ. Ce sont ces électrons qui sont véritablement accélérés.

Dans le cadre de la théorie quasi-statique, on peut montrer que l'hamiltonien H d'un électron est donné par [Fubiani *et al.*, 2004] :

$$H(\xi, p_x) = \sqrt{\gamma_\perp^2(\xi) + p_x^2} - \beta_g p_x - \phi(\xi), \tag{37}$$

où $\gamma_\perp = \sqrt{1 + a_0^2}$ est le facteur relativiste transverse de l'électron. Dans cette théorie, le mouvement de l'électron est déterminé par les équations suivantes :

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} = \frac{\partial H}{\partial p_x} = \frac{p_x}{\sqrt{\gamma_\perp^2(\xi) + p_x^2}} - p_x, \tag{38}$$

$$\frac{\partial p_x}{\partial t} = -\frac{\partial H}{\partial \xi} = \frac{\partial \phi}{\partial \xi} - \frac{1}{2\sqrt{\gamma_\perp^2(\xi) + p_x^2}} \frac{\partial \gamma_\perp^2}{\partial \xi}. \tag{39}$$

L'hamiltonien d'une particule étant invariant, $H(t) = H_0$, et on a

$$p_x(\xi) = \beta_g \gamma_g^2 (H_0 + \phi) \pm \gamma_g \sqrt{\gamma_g^2 (H_0 + \phi)^2 - \gamma_\perp^2}. \tag{40}$$

Cette équation nous donne la trajectoire de l'électron dans l'espace des phases (ξ, p_x). En supposant que le plasma est initialement froid avant le passage du laser, on trouve la condition $H_0 = 1$, et on définit ainsi l'orbite fluide décrite par les électrons de ce plasma :

$$p_{x,f}(\xi) = \beta_g \gamma_g^2 (1 + \phi) \pm \gamma_g \sqrt{\gamma_g^2 (1 + \phi)^2 - \gamma_\perp^2}. \tag{41}$$

Dans la figure 3, on trace l'impulsion longitudinale donnée par l'équation (40) pour quelques électrons possédant différentes valeurs de H_0 dans l'onde de sillage créée par l'impulsion laser considérée dans la section précédente avec $a_0 = 2$. On remarque qu'on peut distinguer deux types d'électrons différents. Les électrons qui possèdent une impulsion initiale faible (ou pareillement, ceux possédant une impulsion initiale très grande) ont des orbites ouvertes dans l'espace de phase (ξ, p_x). À l'instar des électrons fluides, ces électrons glissent sur l'onde de sillage, mais ne restent pas dans une même période du champ accélérateur : ils ne tireront pas efficacement d'énergie de l'onde de sillage. Au contraire, certains électrons possèdent une orbite fermée : ils vont se propager avec l'onde de sillage et rester dans une même période de champ accélérateur. En considérant un électron initialement situé au point indiqué en bleu sur la figure 3, cet électron est plus lent que l'onde de sillage. Il va donc glisser en arrière par rapport à la phase de l'onde de sillage – on dit qu'il déphase. Ce faisant, il va être accéléré par le champ longitudinal jusqu'à ce que sa vitesse dépasse celle de l'onde plasma. L'électron va alors se déplacer vers l'avant du sillage en continuant à être accéléré, jusqu'à ce qu'il entre dans la zone décélératrice du champ. Le phénomène inverse va alors se produire : sa vitesse va diminuer jusqu'à devenir plus petite que celle de l'onde plasma, et l'électron se déplace à nouveau vers l'arrière du sillage, et ainsi de suite. De tels électrons sont dits piégés, et ce sont ces électrons que l'on cherche à produire en sillage laser : dans le cas présent, ils pourront être accélérés à des énergies proches de 500 MeV (point le plus haut atteint par leur orbite fermée).

D'après l'équation (40), l'impulsion $p_x(\xi)$ est définie en tout point du sillage si la condition $H_0 \geq \gamma_\perp/\gamma_g - \phi_{\min}$ (où ϕ_{min} est le potentiel minimal dans l'onde de sillage) est vérifiée. L'hamiltonien $H_{sep} = \gamma_\perp/\gamma_g - \phi_{min}$ définit l'hamiltonien de la séparatrice, qui sépare les électrons piégés et les électrons non-piégés. Si $H_0 > H_{sep}$, alors p_x est définie pour tout ξ, et les électrons ont une orbite ouverte, comme les électrons du plasma ambiant qui suivent la trajectoire fluide. Pour pouvoir accélérer ces électrons, ils faut donc leur faire franchir la séparatrice pour les faire passer à l'état piégé (avec $H_0 < H_{sep}$, ces électrons suivront alors les orbites fermées). Ce processus est appelé injection, et différentes méthodes ont été

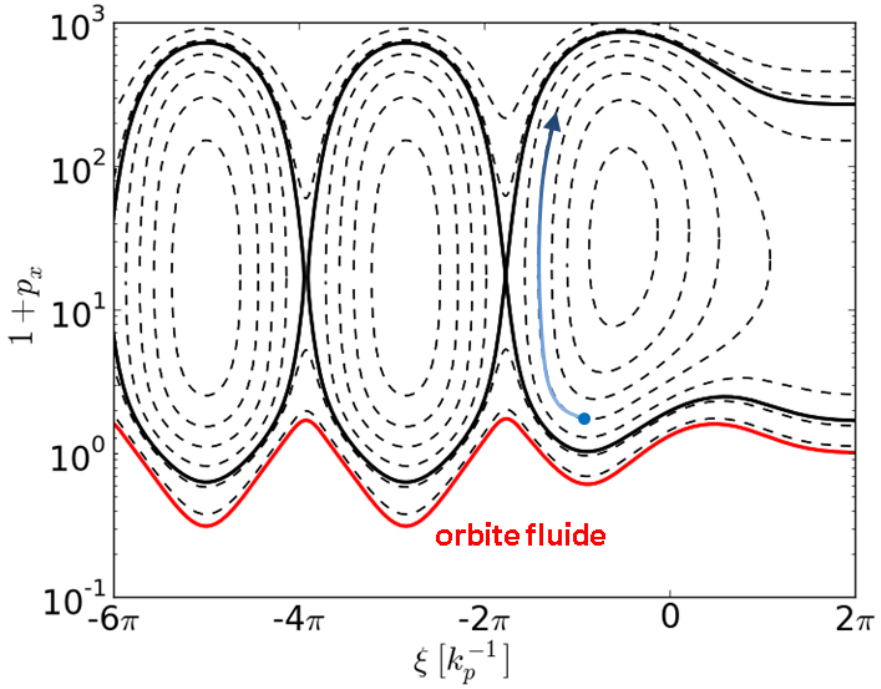

FIGURE 3 – Trajectoires de quelques électrons dans l'espace de phase (ξ, p_x) pour une impulsion laser de 30 fs dans une densité plasma de 5×10^{18} cm^{-3}. La courbe rouge représente la trajectoire des électrons fluides donnée par l'équation (41). La séparatrice est tracée en trait plein noir.

proposées pour le réaliser.

La distance d'accélération qui va permettre auxx électrons de transiter de leur point le plus bas vers leur point le plus haut de leur orbite fermée dans la figure 3 (c'est-à-dire d'atteindre leur énergie maximale après l'injection), est appelée distance de déphasage L_{dph} des électrons. On peut la calculer en supposant que c'est la distance nécessaire pour que les électrons, qui se déplacent à c, déphasent de $\lambda_p/2$ dans l'onde de sillage. On a, alors :

$$L_{dph} = c\frac{\lambda_p/2}{c - v_g} = \gamma_g^2 \lambda_p. \tag{42}$$

L'expression de la longueur de déphasage est susceptible de changer en passant à des dimensions supérieures. Néanmoins dans notre cas 1D, pour une densité de 5×10^{24} m^{-3}, on trouve $L_d \sim 5$ mm. L_{dph} peut même dépasser le mètre pour des valeurs de densités plasmas $< 10^{23}$ m^{-3}. Ces valeurs sont bien supérieures à λ_p : l'impulsion laser et son sillage ainsi que les électrons accélérés se déplacent à des valeurs très proches de c. Le déphasage s'effectue donc très lentement, ce qui permet d'atteindre des énergies aussi élevées.

II.2.3 Injection et *beamloading*

L'injection est un phénomène important en accélération par sillage laser. En effet, beaucoup des paramètres finaux du faisceau d'électrons accélérés dépendent de la méthode utilisée pour l'injection. Selon que l'on veut maximiser la charge du faisceau d'électrons, privilégier la stabilité tir-à-tir, viser une faible dispersion énergétique ou encore minimiser la divergence de celui-ci, la méthode d'injection pourra différer.

Auto-injection

Lors de la propagation de lasers suffisamment intenses dans un plasma, il est nécessaire de prendre en compte les effets relativistes dans le calcul de l'indice de réfraction du plasma, comme indiqué par l'équation (21). Dans l'hypothèse faiblement relativiste et de petites perturbations de densité δn, on peut alors écrire la vitesse de phase du laser sous la forme :

$$v_\phi = c\left(1 + \frac{1}{2}\frac{\omega_p^2}{\omega_0^2}\left[1 + \frac{\delta n}{n} - \frac{\langle a^2\rangle}{2} - 2\frac{\delta\omega_0}{\omega_0}\right]\right), \tag{43}$$

En particulier, pour notre impulsion gaussienne, a décroit radialement, donc $\partial v_\phi/\partial r > 0$. En conséquence, la vitesse de phase au bord de l'impulsion laser est plus élevée qu'en son centre, ce qui courbe le front d'onde du laser : l'impulsion est focalisée par le plasma. On parle d'auto-focalisation relativiste. Ce phénomène peut donc être à l'origine d'une diminution du waist laser, et d'une augmentation de a_0. La succession de cycles d'auto-focalisation et de défocalisation, ainsi que la modification de la forme temporelle de l'impulsion laser lors de sa propagation conduisent à modifier la force pondéromotrice et l'expulsion des électrons, ce qui peut conduire à un (ou des) rallongement(s) de la cavité ionique – la cavité vidée d'électrons par la force pondéromotrice – derrière le laser [Kalmykov *et al.*, 2009] (on rappelle que dans le régime non-linéaire, λ_p augmente avec a_0). Les électrons qui sont proches de la séparatrice dans la cavité accélératrice pendant qu'elle s'étend bénéficient d'un temps plus long pour pouvoir acquérir une énergie suffisante afin d'atteindre la vitesse nécessaire pour se propager à la vitesse de l'onde plasma, et peuvent ainsi être injectés. Ce phénomène est appelé auto-injection car il ne nécessite aucun artifice extérieur et se produit naturellement pendant l'accélération. C'est le principe d'injection le plus simple à réaliser, à condition d'avoir des lasers d'intensités suffisantes. Cependant, c'est un mécanisme très difficile à contrôler, car reposant sur l'évolution optique non-linéaire de l'impulsion laser, et les résultats sont difficilement reproductibles avec ce schéma d'injection. Pour cette raison, d'autres mécanismes d'injection ont été développés, visant à contrôler précisément le phénomène d'injection, ou à le rendre accessible à d'autres régimes.

Injection par gradient

En se basant sur le même principe d'injection par expansion de la cavité ionique, il est possible de maîtriser l'injection en contrôlant l'expansion de la bulle. En effet, la taille de la cavité ionique est directement proportionnelle à λ_p et varie donc avec la densité du plasma. Une méthode proposée par [Bulanov *et al.*, 1998] consiste à faire se propager le laser à travers un gradient de densité descendant ; l'injection se produit lorsque le laser passe d'un plasma de densité $n_{e,1}$ à un autre de densité $n_{e,2} < n_{e,1}$. Expérimentalement, cette méthode a été démontrée par [Geddes *et al.*, 2008] dans la rampe descendante d'un jet de gaz, permettant de générer des faisceaux avec de faibles dispersions énergétiques.

Injection optique

Les deux méthodes d'injection qui viennent d'être décrites exploitent l'allongement de la cavité accélératrice. D'autres techniques ne jouent pas sur la modification de la structure accélératrice elle même, mais sur les forces ressenties par les électrons. Les schémas d'injection optique font intervenir, en plus du laser qui génèrent le sillage, un second laser qui vient perturber localement les champs ressentis par les électrons. Le premier schéma d'injection optique [Umstadter *et al.*, 1996] proposait de faire interagir un second laser se propageant orthogonalement au laser créant le sillage, et dont la force pondéromotrice donnerait un supplément d'accélération suffisant aux électrons pour leur faire franchir la séparatrice. Par la suite, un schéma faisant intervenir 3 lasers a été proposé [Esarey *et al.*, 1997] : le laser principal créant le sillage, un laser copropagatif suivant l'impulsion principale, et un contra-propagatif entrant en collision avec ce dernier au niveau du sillage. Les battements d'onde ainsi créés accélèrent les électrons pour leur faire franchir la séparatrice. Ce dernier schéma a par la suite été simplifié en supprimant la deuxième impulsion co-propagative, l'onde de battement étant créée directement par l'interaction entre le laser contra-propagatif et le laser principal [Fubiani *et al.*, 2004, Kotaki *et al.*, 2004]. C'est ce schéma qui a été utilisé avec succès expérimentalement [Faure *et al.*, 2006], démontrant la première injection externe réalisée en accélération par sillage laser. Enfin, en utilisant un laser de polarisation circulaire, un autre schéma d'injection optique a été proposé [Davoine *et al.*, 2009] qui permet d'injecter un paquet d'électrons du plasma sans trop augmenter leur relativement faible dispersion en énergie initiale, d'où le nom d'injection 'froide'. Ces différentes techniques d'injection optique sont schématisées en figure 4.

La technique d'injection optique, bien que permettant une grande stabilité du faisceau injecté et d'en adapter l'énergie en modifiant la position de collision, est très difficile à mettre en œuvre car nécessite expérimentalement un alignement précis des divers faisceaux lasers. Pour cette raison, la technique d'injection par ionisation lui est maintenant préférée.

Injection par ionisation

En accélération par sillage laser, le gaz dans lequel s'effectue la propagation et l'accélération des électrons est habituellement un gaz de faible numéro atomique Z (très souvent He, ou alors H_2). Dans le schéma d'injection par ionisation [Pak *et al.*, 2010, McGuffey *et al.*, 2010], on mélange à ce gaz une faible proportion d'un gaz de Z plus élevé, tel que le diazote N_2. Si, comme indiqué dans la section II.1.3, les énergies d'ionisation pour un gaz comme l'hélium sont assez basses, elles sont néanmoins substantiellement plus élevées dans le cas des dernières couches électroniques de l'atome d'azote : en particulier, en utilisant la formule (15), on calcule une intensité laser nécessaire $I_0 = 7.5\times10^{15}$ W/cm^{-2} pour ioniser l'azote en N^{5+}, contre $I_0 = 7.6 \times 10^{18}$ W/cm^{-2} pour l'ioniser en N^{6+}. Comme pour l'hélium, le début de l'impulsion laser arrache facilement les cinq premiers électrons de l'azote. Cependant, les deux derniers électrons sont arrachés beaucoup plus près du pic d'intensité maximale de l'impulsion laser. En conséquence, ces électrons voyagent plus longtemps avec les ions, et ne sont pas sensibles pendant ce temps au champ décélérateur présent à l'avant de la cavité ionique. Ils acquièrent donc plus facilement l'énergie nécessaire pour être injectés.

Cette méthode d'injection est actuellement très utilisée : car elle est premièrement très simple à réaliser, et de plus elle permet d'injecter des charges importantes. Cependant, le fait d'injecter une grande quantité de charge tout au long de la propagation de l'impulsion laser ne permet pas, par exemple, d'obtenir des faisceaux mono-énergétiques de bonne qualité. Pour remédier à ce problème, certaines expériences tendent maintenant à découpler le processus d'injection et d'accélération [Pollock *et al.*, 2011, Liu *et al.*, 2011].

Enfin un dernier schéma, qui n'a à notre connaissance pas encore été démontré expérimentalement, propose d'utiliser un champ magnétique transverse externe [Vieira *et al.*, 2011]. En présence d'un champ magnétique suffisamment puissant (quelques teslas à plusieurs centaines de teslas), l'onde de sillage est déformée. Des gradients de champs magnétiques peuvent donc modifier la taille de la cavité accélératrice en certains points, et provoquer l'injection.

Effet de la charge de plasma : le *Beamloading*

Les schémas d'injection précédents conduisent à piéger des électrons qui se déplacent avec l'onde de sillage et génèrent leurs propres champs électromagnétiques. Jusqu'à présent, il n'a pas été tenu compte de cet effet dans les équations, mais il est évident que si cette charge devient trop importante, alors les champs présents dans l'onde de sillage peuvent être substantiellement modifiés. C'est cet effet, appelé '*beamloading*' en anglais, que nous allons introduire à présent.

On considère maintenant qu'on ne peut pas négliger le champ créé par la charge accélérée. En reprenant la théorie de création de l'onde de sillage, mais en consi-

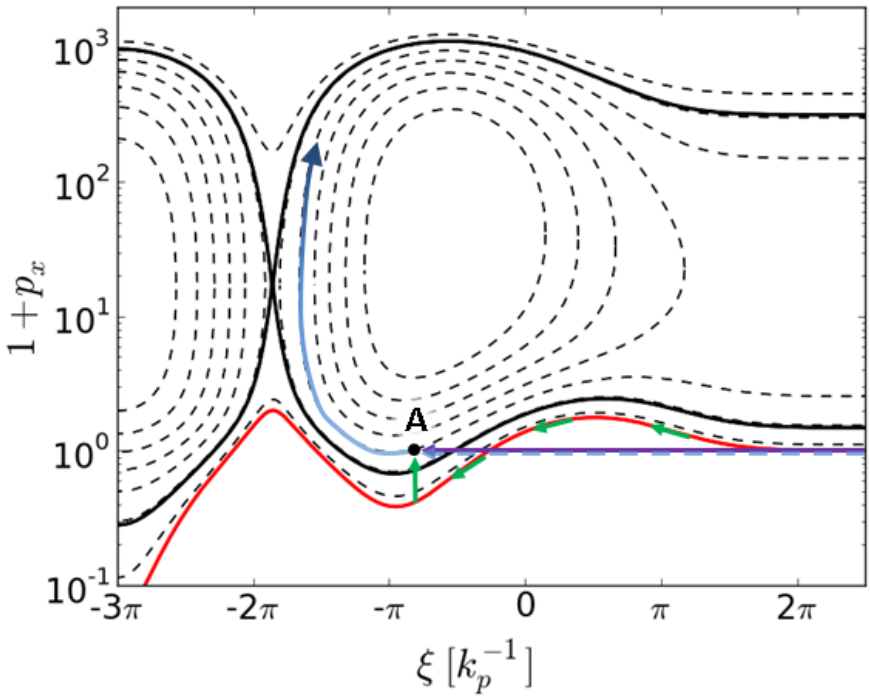

FIGURE 4 – Injection d'un électron du plasma au point A par différentes méthodes sans modification du sillage. En vert, la trajectoire d'un électron dans les injections optiques classiques et en violet dans l'injection optique froide. En pointillés bleus on représente la trajectoire de l'électron dans la méthode d'injection par ionisation (l'électron n'est libéré qu'au point A, et est lié à l'ion auparavant).

dérant maintenant $n_e = n_0 + n_f + \delta n$, où l'on a rajouté le terme n_f qui est la densité du faisceau accéléré, l'équation (35) portant sur la création du sillage est alors modifiée en :

$$\frac{1}{\omega_p^2}\frac{\partial^2\phi}{\partial\xi^2} = \gamma_g^2\left[\beta_g\left(1-\frac{1+a^2/2}{\gamma_g^2(1+\phi)^2}\right)^{-1/2} - 1\right] + \frac{n_f(\xi)}{n_0}. \tag{44}$$

De même que pour le laser, on prend ici un profil temporel gaussien pour la distribution électronique du faisceau accéléré, de sorte qu'on a $n_f(\xi) = n_{f,0}\exp[(\xi - \xi_{0,f})^2/2\sigma_{x,f}^2]$, avec $n_{f,0}$ la densité maximale du faisceau en son centre positionné à $\xi_{0,f}$, et où $\sigma_{x,f}/c$ est la durée RMS du faisceau. En prenant les mêmes paramètres que pour la création de l'onde de sillage présentée en figure 2 avec $a_0 = 2$, on trace en figure 5 l'onde de sillage créée lorsqu'un faisceau d'électrons de durée $\sigma_{x,f} = 2.1$ fs est présent à l'arrière de la première cavité accélératrice. On peut y voir que la présence d'un faisceau chargé modifie l'onde de sillage, et plus particulièrement diminue le champ accélérateur vu par l'arrière du faisceau accéléré [Katsouleas & Su, 1987]. En effet, les particules du faisceau initient leur propre sillage, qui est décélérateur là où le faisceau se situe, et qui tend à s'opposer et à

amortir le sillage créé par le laser dans cet exemple. Le champ décélérateur créé par le faisceau se superposant à l'onde de sillage du laser, l'arrière du faisceau subit un champ longitudinal moins fort et n'accélère pas autant qu'en l'absence de *beamloading*, tandis que les électrons à l'avant du faisceau sont accélérés par le champ de l'onde de sillage laser encore non-perturbée.

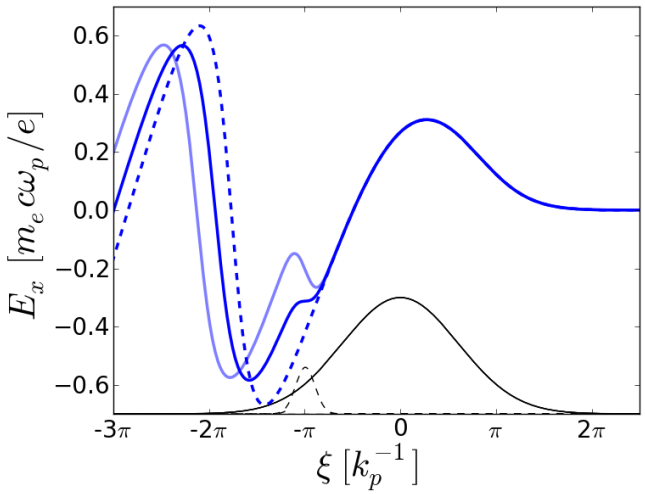

FIGURE 5 – Effet de la charge du faisceau. Champ longitudinal créé dans le sillage d'une impulsion laser (trait plein noir) et d'un faisceau d'électrons accélérés (pointillés noirs). Le champ E_x est tracé pour différents faisceaux d'électrons : laser seul (pointillés), $n_{f,0} = 0.2$ (bleu foncé) et $n_{f,0} = 0.4$ (bleu clair). La durée du faisceau d'électrons est de $\sigma_{x,f} = 2.1$ fs.

S'il s'avère néfaste sur l'énergie finale qui va pouvoir être atteinte dans les expériences, cet effet peut néanmoins être exploité de manière avantageuse sur certains points. Mis en évidence expérimentalement par [Rechatin *et al.*, 2009], certaines études cherchent à exploiter cet effet de *beamloading* pour réduire la dispersion énergétique finale des électrons et ainsi améliorer la qualité du faisceau d'électrons [Tzoufras *et al.*, 2009, Davoine, 2009]. En effet, l'étalement longitudinal du faisceau dans la cavité accélératrice, conjugué au gradient longitudinal du champ accélérateur, induit une accélération différente des électrons selon l'amplitude du champ à leur position (ceux de l'arrière du faisceau voient en théorie un champ plus fort en absence de *beamloading*). Pour une distance d'accélération égale, ce phénomène conduit à une énergie plus grande pour les électrons de l'arrière du faisceau. Cependant, grâce aux effets de *beamloading*, il est possible d'annuler cette tendance et d'aplanir le champ accélérateur au niveau du faisceau (cf figure 5 avec $n_{f,0} = 0.2$). De très faibles dispersions énergétiques peuvent alors être obtenues.

II.3 Modélisation tri-dimensionnelle du sillage laser

II.3.1 Régime du *blowout*

Les progrès technologiques constants dont ont fait preuve les lasers depuis les années 2000, avec plus d'énergie disponible sur des durées plus courtes, ont conduit à des expériences en régime fortement non-linéaire avec non plus des perturbations modérées de la densité électronique au passage du laser, mais des expulsions quasi-totales des électrons (on parle de phénomène de cavitation) [Sun *et al.*, 1987, Pukhov & Meyer-ter Vehn, 2002]. Pour comprendre l'accélération dans ces régimes et proposer des lois d'échelle à respecter pour maximiser les paramètres de sortie (principalement l'énergie du faisceau), plusieurs modèles ont été proposés tels que celui de la bulle [Kostyukov *et al.*, 2004, Gordienko & Pukhov, 2005] ou celui du *blowout* [Lu *et al.*, 2006a,b, 2007].

Nous nous baserons dans la suite sur les lois d'échelle établies dans le régime du *blowout*. Pour cela nous allons en présenter les principales caractéristiques dans cette partie. Un schéma du début de l'onde de sillage dans ce régime est représenté en figure 6. Les électrons sont totalement éjectés transversalement par la force pondéromotrice du laser. Une cavité ionique est formée immédiatement après le laser, ce qui va exercer une force de rappel sur les électrons. Ceux-ci vont alors revenir vers l'axe de propagation du laser sous la forme d'une couche mince autour de cette cavité ionique. Dans ce régime fortement non-linéaire, il n'est pas rare que l'onde de sillage soit très rapidement atténuée au delà de cette première cavité ionique, à laquelle nous nous intéresserons dorénavant. Néanmoins dans certains cas, des phénomènes intéressants tels qu'une injection massive peuvent survenir dans les cavités suivantes [Guillaume *et al.*, 2015a].

[Lu *et al.*, 2006a,b] ont déterminé la forme exacte que prenait la cavité ionique sous certaines hypothèses (choix des paramètres laser et plasma contraints, et supposition que la totalité des électrons éjectés de la cavité se retrouvent dans la couche mince autour de celle-ci). Particulièrement, lorsque l'intensité laser est suffisamment intense ($a_0 > 4$), il est possible d'obtenir une cavité ionique de forme quasi-sphérique de rayon R, d'où l'appellation de 'régime de la bulle'. Pour cela, en équilibrant la force pondéromotrice transverse exercée par le laser avec la force de rappel exercée par la cavité, on peut trouver une relation à respecter qui lie les paramètres lasers et la densité plasma : $k_p w_0 \sim \sqrt{a_0}$. De manière plus détaillée, [Lu *et al.*, 2007] ont affiné empiriquement cette relation à l'aide de simulations PIC, et ont abouti au résultat suivant :

$$k_p R \simeq k_p w_0 = 2\sqrt{a_0}. \tag{45}$$

Cette relation est aussi celle qui assure que l'impulsion laser pourra bien rester auto-focalisée de manière suffisamment stable sur de longues distances, afin d'assurer que l'accélération plasma ne soit pas limitée par la diffraction du laser.

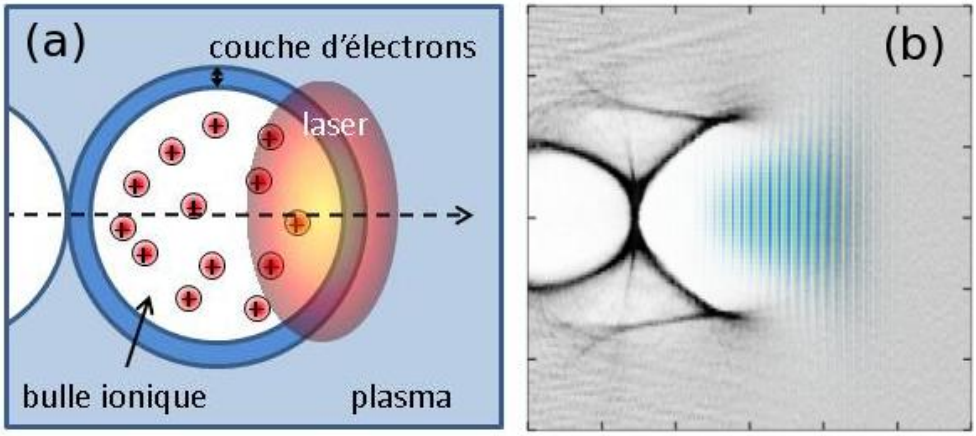

FIGURE 6 – (a) Schéma de la cavité accélératrice en régime du *blowout*. (b) Observation de *blowout* dans une simulation PIC. Dans cette simulation, les paramètres lasers sont $\lambda_0 = 0.8$ μm, $a_0 = 2.32$, $\tau_0 = 30$ fs, $W_0 = 15.2$ μm, et la densité plasma est de 6.4×10^{18} cm^{-3}. La densité électronique est donnée en gris, et le champ laser en nuances bleu-vert. Dans les deux images, les impulsions lasers se propagent vers la droite.

On considère dorénavant que la cavité est parfaitement sphérique. En se plaçant en symétrie cylindrique et en reprenant l'approximation quasi-statique, les champs plasmas présents dans la cavité se réduisent à :

$$\frac{E_x}{E_p} = \frac{k_p \xi}{2}, \quad \frac{E_r}{E_p} = \frac{k_p r}{4}, \tag{46}$$

$$\frac{B_\theta}{E_p} = -\frac{k_p r}{4c}, \tag{47}$$

avec $\xi = 0$ au centre de la bulle, et $E_p = m_e c \omega_p / e$. Comme mentionné précédemment, un électron injecté avec une énergie suffisante à l'arrière de la cavité ionique pourra être accéléré en 'surfant' sur le champ accélérateur E_x. Cependant deux longueurs essentielles vont limiter l'énergie maximale qui peut être obtenue.

Tout d'abord, le laser perd de l'énergie pour mettre en mouvement les électrons du plasma et pour créer l'onde de sillage. Ce phénomène est connu sous le nom de déplétion laser : le front avant de l'impulsion laser s'érode à la vitesse de déplétion laser $v_d = c\omega_p^2/\omega_0^2$, calculée en se basant sur la théorie non-linéaire 1D [Decker *et al.*, 1996]. Ceci permet d'estimer la longueur de déplétion L_d de l'impulsion laser

$$L_d = \frac{\omega_0^2}{\omega_p^2} c\tau_0, \tag{48}$$

définie comme la longueur de plasma sur laquelle le laser pourra se propager avant d'avoir dissipé toute son énergie dans la création de l'onde de sillage . La vitesse réelle du sillage est alors $v_{\phi,s} = v_g - v_d$, où v_g est la vitesse de groupe linéaire du

laser donnée par l'équation (19), soit $v_{\phi,s} = 1 - 3\omega_p^2/2\omega_0^2$.

Ensuite, les électrons accélérés gagnent de l'énergie et se déplacent plus rapidement que l'onde laser. Comme dans le cas 1D, il sont alors progressivement déphasés de l'arrière de la bulle, là où ils sont injectés et où le champ E_x est accélérateur, vers le centre de la bulle, espacé d'une distance R, où E_x devient décélérateur. On peut également recalculer L_{dph} pour ce régime, en supposant toujours que les électrons se déplacent à une vitesse proche de c :

$$L_{dph} = \frac{c}{c - v_{\phi,s}} R = \frac{2\omega_0^2}{3\omega_p^2} R \tag{49}$$

L_{dph} est donc la distance de plasma sur laquelle il faut propager le laser pour que les électrons atteignent leur énergie maximale en négligeant les phénomènes de diffraction du laser.

Les lois d'échelles de [Lu *et al.*, 2007] proposent que la longueur de déphasage soit égale à la longueur de déplétion du laser ($L_{dph} \approx L_d$), afin d'assurer une utilisation optimale de l'énergie laser lorsque les électrons atteignent leur énergie maximale. Cette contrainte conduit à une autre condition à respecter, liant la durée du laser et sa taille transverse, à savoir

$$c\tau_0 \approx \frac{2}{3} R. \tag{50}$$

En respectant les conditions (45) et (50), ainsi que $a_0 > 4$ (même si [Lu *et al.*, 2007] indiquent que leurs lois d'échelle restent valables pour $a_0 > 2$), on peut calculer l'énergie maximale qui est atteinte par les électrons. Pour cela, on sait que les électrons sont accélérés de l'arrière de la bulle jusqu'à son centre donc sur une distance R, et que le champ accélérateur moyen auquel ils sont soumis est $E_{x,m}/E_p = \sqrt{a_0}/2$. Cela nous conduit à un gain d'énergie :

$$\Delta E = e E_{x,m} L_{dph} = \frac{2}{3} m_e c^2 \frac{\omega_0^2}{\omega_p^2} a_0, \tag{51}$$

$$\Delta E \text{ [GeV]} = 1.7 \left(\frac{P \text{ [TW]}}{100} \right)^{1/3} \left(\frac{10^{18}}{n_e \text{ [cm}^{-3}]} \right)^{2/3} \left(\frac{0.8}{\lambda_0 \text{ [}\mu\text{m]}} \right)^{4/3}. \tag{52}$$

Cette dernière formule indique qu'une énergie électronique plus importante est atteinte lors d'une diminution de la densité plasma (mais les relations (45) et (50) limitent le choix de la densité si on veut rester dans le cadre d'application de ces lois d'échelle, et si on souhaite rester à énergie laser constante) – il faudra cependant être capable de maintenir la structure accélératrice plus longtemps en assurant un bon guidage de l'impulsion laser, car L_{dph} augmente aussi.

Pour une impulsion gaussienne de durée FWHM 30 fs et de longueur d'onde $\lambda_0 = 0.8$ μm, ces lois d'échelle conduisent aux paramètres suivants : $w_0 = 13.5$ μm,

$E_0 = 2.3$ J, et une densité plasma de 2.5×10^{18} cm^{-3}, où l'on a pris la valeur minimale $a_0 = 4$. On estime alors que les électrons obtiennent une énergie maximale $E_{max} = 822$ MeV en étant accélérés sur une distance $L_d = 6.3$ mm.

II.3.2 Mouvement transverse dans le régime de la bulle

On a ainsi caractérisé l'accélération des électrons dans ce régime. On va maintenant calculer le mouvement transverse des électrons (cf figure 7), ce qui revêt une importance primordiale pour la compréhension et le calcul du rayonnement X émis par les électrons accélérés, et auquel on va s'intéresser dans la suite.

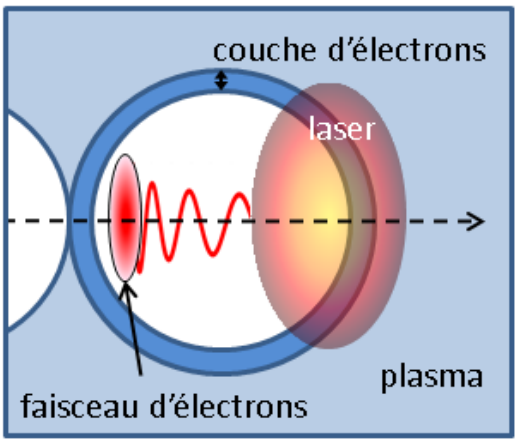

FIGURE 7 – (a) Schéma de l'accélération d'un faisceau d'électrons en régime du *blowout*. Le mouvement transverse au cours de la propagation d'une des particules du faisceau est tracé en rouge.

L'équation sur les composantes transverses du mouvement est :

$$\frac{d\boldsymbol{p}_\perp}{dt} = -e(\boldsymbol{E}_\perp + (\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B})_\perp). \tag{53}$$

En négligeant l'interaction directe entre les électrons accélérés et le champ laser qui est souvent peu intense à l'arrière de la bulle, là où les électrons sont injectés et accélérés, et en reprenant les expressions (46) et (47) décrivant les champs de la bulle, on obtient

$$\frac{d^2\boldsymbol{x}_\perp}{dt^2} + \left(\frac{1}{\gamma}\frac{d\gamma}{dt}\right)\frac{d\boldsymbol{x}_\perp}{dt} = -\frac{\omega_p^2}{2\gamma}\boldsymbol{x}_\perp. \tag{54}$$

Cette équation est celle d'un oscillateur harmonique amorti dont le taux d'amortissement τ est donné par $2/\tau = (1/\gamma)d\gamma/dt$. Ce taux d'amortissement diminue au cours de l'accélération. L'oscillation se fait à la pulsation caractéristique $\omega_\beta = \omega_p/\sqrt{2\gamma(t)}$, et décroit progressivement lorsque les électrons acquièrent de l'énergie. $\boldsymbol{E}_\perp + (\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B})_\perp$ induit donc une force transverse focalisante dont l'amplitude varie linéairement avec la position transverse : un électron injecté sur l'axe

de propagation ne va pas osciller transversalement. Cependant, les électrons sont toujours injectés légèrement hors axe, ou alors avec une vitesse transverse non nulle, et ont donc ce mouvement d'oscillation.

On a de plus sur l'axe de propagation :

$$\frac{d\gamma v_x}{dt} = -\frac{e}{m_e} E_x.$$

On suppose que l'angle d'oscillation de l'électron autour de l'axe de propagation reste faible, ce qui est justifié par le fait que les électrons sont principalement accélérés vers l'avant par le champ E_x. Ceci nous permet d'écrire que $\gamma v_x \simeq \gamma c$, et on réécrit alors l'équation (54) sous la forme

$$\frac{d^2\boldsymbol{x}_\perp}{dt^2} - \left(\frac{eE_x}{\gamma m_e c}\right)\frac{d\boldsymbol{x}_\perp}{dt} = -\omega_\beta^2 \boldsymbol{x}_\perp. \tag{55}$$

La résolution de cette équation est possible pour un profil d'accélération adiabatique (c'est-à-dire tel que $(1/\omega_\beta^2)d\omega_\beta/dt << 1$), et on peut alors utiliser l'approximation WKB (Wentzel-Kramers-Brillouin) et montrer que (55) admet des solutions données par [Kostyukov *et al.*, 2004, Glinec, 2006, Corde, 2012] :

$$y = y_0 \left(\frac{\gamma_0}{\gamma(t)}\right)^{1/4} \cos\left(\int_{t_0}^{t} \omega_\beta(t')dt' + \psi_y\right), \tag{56}$$

$$z = z_0 \left(\frac{\gamma_0}{\gamma(t)}\right)^{1/4} \cos\left(\int_{t_0}^{t} \omega_\beta(t')dt' + \psi_z\right), \tag{57}$$

où ψ_y et ψ_z sont des phases dépendant des conditions initiales. Ces équations décrivent le mouvement transverse des électrons au cours de l'accélération dans la cavité ionique. Ce mouvement transverse, qu'on appelle mouvement bétatron, consiste en des oscillations sinusoïdales à la fréquence ω_β. De plus on remarque que l'amplitude des oscillations décroît à partir de l'amplitude initiale proportionnellement à $\gamma^{-1/4}$. À partir des équations (56) et (57), on peut obtenir l'évolution des angles de trajectoire de l'électron au cours de l'accélération :

$$\theta_y = -\frac{k_p y_0}{\sqrt{2\gamma_0}} \left(\frac{\gamma_0}{\gamma(t)}\right)^{3/4} \sin\left(\int_{t_0}^{t} \omega_\beta(t')dt' + \psi_y\right), \tag{58}$$

$$\theta_z = -\frac{k_p z_0}{\sqrt{2\gamma_0}} \left(\frac{\gamma_0}{\gamma(t)}\right)^{3/4} \sin\left(\int_{t_0}^{t} \omega_\beta(t')dt' + \psi_z\right), \tag{59}$$

où on a supposé que $\theta_y \simeq v_y/c$ et $\theta_z \simeq v_z/c$ (toujours avec l'hypothèse de faibles angles). Les expressions de ces angles montrent que la divergence diminue proportionnellement à $\gamma^{-3/4}$. En conséquence, les électrons accélérés à de très hautes énergies finissent par être très collimatés autour de l'axe (on rappelle qu'on se

place dans l'hypothèse où les interactions entre les électrons et l'arrière de l'impulsion laser sont négligées). Typiquement, pour des énergies électroniques de l'ordre de quelques centaines de mégaélectronvolts, les électrons sont collimatés sur des angles de l'ordre de la dizaine de milliradians.

Ce mouvement transverse des électrons au cours de leur accélération est appelé mouvement ou oscillation bétatron des électrons, et va être à l'origine de leur production de rayonnement, qui est ainsi appelé source ou rayonnement bétatron. C'est ce phénomène qui va nous intéresser dans cette thèse, et nous allons l'étudier plus en détail dans la prochaine section.

II.4 La source de rayonnement bétatron

Afin de mieux comprendre les propriétés de la source bétatron, le début de cette partie introduira tout d'abord dans un cadre plus général le calcul du rayonnement d'une particule chargée en mouvement. Avant de se lancer dans les équations physiques décrivant ce rayonnement, donnons premièrement un exemple assez simple pour comprendre cette notion. Supposons un électron initialement au repos ; les lignes de champs électriques partent de cet électron en ligne droite dans toutes les directions. Faisons maintenant subir à cet électron un changement de vitesse Δv sur un intervalle de temps Δt. On représente sur la figure 8 le champ électrique de l'électron à un temps t postérieur à cette accélération. À cause de la vitesse finie de la propagation de l'information, le champ électrique émis ne va pas s'adapter instantanément en tout point de l'espace à l'accélération de l'électron (l'information va se déplacer à partir de l'électron source à la vitesse c). Ainsi une perturbation du champ prend naissance, et un observateur placé en un point éloigné de la particule voit cette perturbation comme une onde se propageant vers lui à la vitesse c. Cette zone de transition du champ correspond à la propagation d'un rayonnement électromagnétique émis par la particule.

Si les vitesses mises en jeu dans le mouvement de la particule sont faibles, la déformation du champ sera peu importante, et on comprend pourquoi des vitesses relativistes sont requises pour émettre un rayonnement variant rapidement sur une courte période temporelle ou spatiale, c'est-à-dire un rayonnement à haute fréquence associé à des photons de haute énergie. De plus, cet argument simple permet de comprendre que le rayonnement d'une particule chargée est lié à la vitesse finie de la propagation de l'information, et donc à la notion de champ retardé, que nous allons introduire dans la suite.

II.4.1 Rayonnement d'une particule chargée relativiste

Potentiels de Liénard-Wiechert et champs retardés

Dans cette partie, nous établirons les équations du rayonnement pour une particule chargée relativiste. Les principaux résultats et idées du calcul seront donnés,

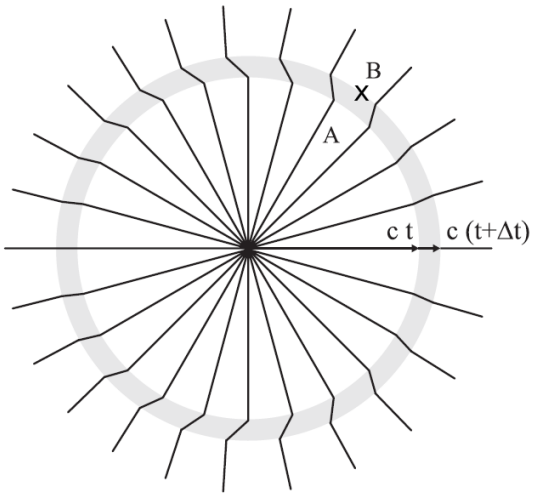

FIGURE 8 – Champ électrique d'un électron à un temps t après une accélération $\Delta v/\Delta t$ et initialement au repos. La zone grisée correspond à la zone de transition du champ et se propage à la vitesse c vers l'extérieur. Un observateur en B au temps t ne perçoit donc pas encore le nouveau champ électrique émis par l'électron : il le percevra en $c(t + \Delta t)$. *Figure tirée de [Khan, 2008].*

mais pour plus de détail, le lecteur est invité à se reporter à l'ouvrage [Jackson, 1975] dont sont tirés les calculs.

L'émission d'un champ électromagnétique par une particule relativiste devant être analysée, il est plus facile de recourir au formalisme usuel impliquant les quadri-vecteurs. On localise ainsi une particule par sa quadri-position $x = (x_0, \boldsymbol{x})$, où $x_0 = ct$. L'équation d'onde quadri-dimensionelle satisfaite par le quadri-potentiel $A^\alpha = (\phi, \boldsymbol{A})$ dans la jauge de Lorentz ($\partial_\alpha A^\alpha = 0$) est donnée par

$$\Box A^\alpha = \mu_0 J^\alpha, \tag{60}$$

avec $J^\alpha = (c\rho, \boldsymbol{J})$, où ρ est la densité de charge, et $\boldsymbol{J}$ la densité de courant, et $\Box = \partial^2/c^2\partial t^2 - \nabla^2$ désigne l'opérateur d'alambertien.

Il est possible d'exprimer la solution de l'équation (60) à l'aide de la fonction de Green retardée D_r, sous la forme

$$A^\alpha(x) = \mu_0 \int D_r(x - x') J^\alpha(x') d^4x', \tag{61}$$

avec $D_r(x-x') = (1/2\pi)\theta(x_0 - x'_0)\delta[(x-x')^2]$, où $\delta(x)$ est la distribution de Dirac, et $\theta(x)$ la fonction de Heaviside. D_r est appelée fonction de Green retardée, car elle est nulle en tout point d'observation x_0 antérieur au point source x'_0.

De plus, en considérant un électron à une quadri-position $r(\tau)$ (τ est le temps

propre de l'électron), le quadri-vecteur courant associé en un point x est :

$$J^\alpha(x) = -ec \int u^\alpha(\tau)\delta^{(4)}[x - r(\tau)]d\tau, \tag{62}$$

où $u^\alpha = (\gamma c, \gamma \boldsymbol{v})$ est le quadri-vecteur vitesse de l'électron.

En injectant les formules pour le quadri-vecteur courant (62) et pour la fonction de Green dans l'expression du quadri-vecteur potentiel (61), et en intégrant sur la quadri-position $\delta^{(4)}(x')$, on arrive à l'expression des potentiels de Liénard-Wiechert :

$$A^\alpha(x) = -\frac{e}{4\pi\varepsilon_0}\frac{u^\alpha(\tau)}{u \cdot [x - r(\tau)]}\bigg|_{\tau=\tau_0}. \tag{63}$$

Dans cette équation, τ_0 est le temps retardé, donné par la contrainte du cône de lumière $x^0 - r^0(\tau_0) = |\boldsymbol{x} - \boldsymbol{r}(\tau_0)| = R$. En utilisant cette contrainte, on peut reformuler l'équation (63) pour donner une expression plus agréable des potentiels scalaire et vecteur en notation non-covariante :

$$\phi(\boldsymbol{x}, t) = -\frac{e}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{1}{(1 - \boldsymbol{\beta}\cdot\boldsymbol{n})R}\right]_{ret}, \tag{64}$$

$$\boldsymbol{A}(\boldsymbol{x}, t) = -\frac{\mu_o ce}{4\pi}\left[\frac{\beta}{(1 - \boldsymbol{\beta}\cdot\boldsymbol{n})R}\right]_{ret}. \tag{65}$$

où $\boldsymbol{n}$ est un vecteur unitaire dans la direction de $\boldsymbol{x} - \boldsymbol{r}(\tau)$, $\boldsymbol{\beta} = \boldsymbol{v}/c$ est la vitesse normalisé, et où le subscript 'ret' indique que les quantités doivent être calculées au temps retardé τ_0. Ces expressions tiennent compte du fait que le champ en x au temps τ a été émis par l'électron en un temps antérieur $\tau - R/c$.

À partir des formules sur les potentiels (64) et (65), et en utilisant (7) et (8), on accède aux champs électromagnétiques générés par l'électron :

$$E(\boldsymbol{x}, t) = -\frac{e}{4\pi\varepsilon_0}\left[\left(\frac{\boldsymbol{n} - \boldsymbol{\beta}}{\gamma^2(1 - \boldsymbol{\beta}\cdot\boldsymbol{n})^3R^2}\right)_{ret} + \frac{1}{c}\left(\frac{\boldsymbol{n} \times [(\boldsymbol{n} - \boldsymbol{\beta}) \times \dot{\boldsymbol{\beta}}]}{(1 - \boldsymbol{\beta}\cdot\boldsymbol{n})^3R}\right)_{ret}\right], \tag{66}$$

$$B(\boldsymbol{x}, t) = \frac{1}{c}[\boldsymbol{n} \times \boldsymbol{E}]_{ret}, \tag{67}$$

avec $\dot{\boldsymbol{\beta}} = d\boldsymbol{\beta}/dt$ l'accélération normalisée.

Ces champs se divisent naturellement en deux termes. Le premier terme (champ de vitesse), qui décroit en $1/R^2$, est un terme statique, tandis que le deuxième (champ d'accélération) décroît en $1/R$ est est un terme radiatif. L'observation étant réalisé loin de la source, c'est ce terme qui prédomine dans nos calculs de rayonnement. Dans la suite, on ne considèrera que ce terme dans les calculs, et le terme statique sera négligé.

On va maintenant dériver plusieurs formules utiles pour le calcul du rayonnement.

Puissance rayonnée

Dans le cas où la particule est faiblement relativiste, alors l'expression du champ électrique de la particule obtenue dans l'équation (66) se réduit à

$$\boldsymbol{E} = \frac{e}{4\pi c\varepsilon_0}\left(\frac{\boldsymbol{n}\times(\boldsymbol{n}\times\dot{\boldsymbol{\beta}})}{R}\right)_{ret}. \tag{68}$$

On peut alors calculer le vecteur de Poynting :

$$\boldsymbol{\Pi} = \frac{1}{\mu_0}\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{B}. \tag{69}$$

La puissance rayonnée sur une surface Σ s'obtient en calculant le flux du vecteur de Poynting à travers cette surface. On peut donc calculer $dP/d\Omega$, la puissance rayonnée par unité d'angle solide $d\Omega$:

$$\frac{dP}{d\Omega} = \frac{e^2}{16\pi^2 c\varepsilon_0}|\boldsymbol{n}\times(\boldsymbol{n}\times\dot{\boldsymbol{\beta}})|^2. \tag{70}$$

En notant θ l'angle formé par le vecteur accélération normalisé $\dot{\boldsymbol{\beta}}$ et la direction d'observation $\boldsymbol{n}$, alors cette formule se réduit à $dP/d\Omega = (e^2/16\pi^2c^3\varepsilon_0)|\dot{\boldsymbol{v}}|^2\sin^2\theta$, et on peut calculer la puissance rayonnée instantanée totale P par intégration sur l'angle solide :

$$P = \frac{e^2}{6\pi c^3\varepsilon_0}|\dot{\boldsymbol{v}}|^2. \tag{71}$$

Cette expression de la puissance est la formule de Larmor valable pour une charge accélérée non-relativiste. En utilisant le fait que P est un invariant de Lorentz, il est possible de généraliser cette formule au cas relativiste (cf [Jackson, 1975]), pour aboutir à

$$P = \frac{e^2}{6\pi c^3\varepsilon_0}\gamma^6[(\dot{\boldsymbol{\beta}})^2 - (\boldsymbol{\beta}\times\dot{\boldsymbol{\beta}})^2]. \tag{72}$$

Énergie rayonnée par unité d'angle solide et par unité de fréquence

Pour une particule relativiste en mouvement accéléré quelconque, on peut écrire la puissance rayonnée par unité d'angle solide sous la forme générale

$$\frac{dP(t)}{d\Omega} = |\boldsymbol{A}(t)|^2, \tag{73}$$

$$\boldsymbol{A}(t) = (c\varepsilon_0)^{1/2}[R\boldsymbol{E}]_{ret}. \tag{74}$$

Comme déjà précisé, l'observation est réalisée loin de la source. On suppose que cette distance est suffisante pour que le vecteur $\boldsymbol{n}$ varie peu au cours du mouvement et puisse être considéré comme constant. De plus, on suppose que le

rayonnement s'effectue sur un intervalle de temps fini (ou que le mouvement de la particule est borné), de sorte que l'énergie rayonnée est finie. Alors on définit $\boldsymbol{A}(\omega)$ la transformée de Fourier de $\boldsymbol{A}(t)$:

$$\boldsymbol{A}(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \boldsymbol{A}(t) e^{i\omega t} dt. \tag{75}$$

On peut alors montrer à l'aide du théorème de Parseval que l'énergie rayonnée totale par unité d'angle solide $dI/d\Omega$ vérifie

$$\frac{dI}{d\Omega} = \int_{-\infty}^{\infty} |\boldsymbol{A}(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{\infty} |\boldsymbol{A}(\omega)|^2 d\omega.$$

Il est maintenant possible de définir l'énergie rayonnée par unité d'angle solide et par unité de fréquence $d^2I/d\omega d\Omega$:

$$\frac{dI}{d\Omega} = \int_0^{\infty} \frac{d^2I}{d\omega d\Omega} d\omega = \int_0^{\infty} (|\boldsymbol{A}(\omega)|^2 + |\boldsymbol{A}(-\omega)|^2) d\omega = 2\int_0^{\infty} |\boldsymbol{A}(\omega)|^2 d\omega,$$

en utilisant le fait que $\boldsymbol{A}$ est une quantité réelle.

En injectant l'expression du champ électrique rayonné (66) dans l'équation précédente, et en utilisant l'expression de $\boldsymbol{A}$ (74), on obtient :

$$\frac{d^2I}{d\omega d\Omega} = \frac{e^2}{16\pi^3 c\varepsilon_0} \left| \int_{-\infty}^{\infty} \left[\frac{\boldsymbol{n} \times [(\boldsymbol{n} - \boldsymbol{\beta}) \times \dot{\boldsymbol{\beta}}]}{(1 - \boldsymbol{\beta} \cdot \boldsymbol{n})^3} \right]_{ret} e^{i\omega t} dt \right|^2. \tag{76}$$

Il reste à effectuer le changement de variable $t = t' + R(t')/c$ du temps retardé au temps d'observation, et d'approximer R par $R_0 + \boldsymbol{n} \cdot \boldsymbol{r}(t')$, en utilisant le fait que l'observation se fait suffisamment loin de la source, pour obtenir

$$\frac{d^2I}{d\omega d\Omega} = \frac{e^2}{16\pi^3 c\varepsilon_0} \left| \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\boldsymbol{n} \times [(\boldsymbol{n} - \boldsymbol{\beta}(t)) \times \dot{\boldsymbol{\beta}}(t)]}{(1 - \boldsymbol{\beta}(t) \cdot \boldsymbol{n})^2} e^{i\omega(t - \boldsymbol{n} \cdot \boldsymbol{r}(t)/c)} dt \right|^2. \tag{77}$$

Cette expression nous donne l'énergie rayonnée par unité d'angle solide et par unité de fréquence au cours du mouvement d'une particule chargée accélérée. Il suffit donc d'avoir la connaissance de la trajectoire de la particule $\boldsymbol{r}(t)$, de $\boldsymbol{\beta}(t)$ et $\dot{\boldsymbol{\beta}}(t)$ pour pouvoir calculer le rayonnement émis à une fréquence ω dans la direction $\boldsymbol{n}$.

De plus, la présence du terme $(1-\boldsymbol{\beta}\cdot\boldsymbol{n})^2$ au dénominateur assure que l'émission se fait préférentiellement dans la direction de déplacement de la particule et ce d'autant plus que la particule est énergétique. Plus précisément, on peut montrer que le rayonnement instantané est majoritairement émis dans un cône d'angle $1/\gamma$ centré autour de la direction de propagation de la particule.

Il est également possible de montrer que pour des forces de même intensité

appliquées longitudinalement $\boldsymbol{F}_{\parallel}$ ou transversalement $\boldsymbol{F}_{\perp}$ sur la particule, alors le rayonnement émis grâce à la contribution de la force transverse contient une énergie qui est plus grande d'un facteur γ^2. Cette observation est à l'origine de plusieurs conséquences. Par exemple, c'est pour cette raison que les aimants ajoutés dans les synchrotrons de troisième génération ont pour but de faire osciller transversalement les électrons accélérés. Enfin, dans le cas qui nous intéresse de la source de rayonnement bétatron, le rayonnement ne va donc pas provenir de l'accélération longitudinale de nos électrons, mais de leur accélération et mouvement transverse dans la cavité ; ceci montre l'importance de contrôler celui-ci en plus des autres caractéristiques intrinsèquement liées à l'accélération (charge injectée, énergie atteinte...)

II.4.2 Rayonnement synchrotron d'une particule en mouvement circulaire instantané

Les formules sur le rayonnement obtenues jusqu'ici sont valables pour un mouvement arbitraire de la particule. Nous allons maintenant supposer que la particule se déplace en suivant un mouvement circulaire instantané. Pour un mouvement fini, en intégrant par parties, l'équation (77) peut s'écrire sous la forme :

$$\frac{d^2I}{d\omega d\Omega} = \frac{e^2\omega^2}{16\pi^3 c\varepsilon_0}\left|\int_{-\infty}^{\infty} \boldsymbol{n}\times(\boldsymbol{n}\times\boldsymbol{\beta})e^{i\omega(t-\boldsymbol{n}\cdot\boldsymbol{r}(t)/c)}dt\right|^2. \tag{78}$$

On considère une particule dont le mouvement s'effectue dans le plan (x, y), et qui à un instant t se dirige vers $+x$. On note ρ le rayon de courbure instantané de sa trajectoire. L'observation s'effectue dans le plan (y, z), et on note θ l'angle entre $\boldsymbol{n}$ et l'axe x. On suppose de plus que cette particule est très relativiste ($\beta \sim 1$). On peut alors écrire :

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{n}\times(\boldsymbol{n}\times\boldsymbol{\beta}) &= \beta\left[-\boldsymbol{e}_{\parallel}\sin\left(\frac{vt}{\rho}\right) + \boldsymbol{e}_{\perp}\cos\left(\frac{vt}{\rho}\right)\sin\theta\right],\\
t - \frac{\boldsymbol{n}\cdot\boldsymbol{r}(t)}{c} &= t - \frac{\rho}{c}\sin\left(\frac{vt}{\rho}\right)\cos\theta,
\end{aligned}$$

où $\boldsymbol{e}_{\parallel}$ est un vecteur unitaire dans la direction y et $\boldsymbol{e}_{\perp} = \boldsymbol{n}\times\boldsymbol{e}_{\parallel}$.

Pour une particule relativiste, on a vu que le rayonnement était dirigé dans la direction du mouvement. On considère ainsi que $\theta << 1$ sur les zones ou le rayonnement est significatif. Avec cette hypothèse, on effectue des développements limités sur θ et pour un laps de temps t petit pour aboutir à :

$$\frac{d^2I}{d\omega d\Omega} = \frac{e^2\omega^2}{16\pi^3 c\varepsilon_0}\left|-\boldsymbol{e}_{\parallel}A_{\parallel}(\omega) + \boldsymbol{e}_{\perp}A_{\perp}(\omega)\right|^2 \tag{79}$$

où les termes $A_{\parallel}(\omega)$ et $A_{\perp}(\omega)$ sont donnés par :

$$A_{\parallel}(\omega) = \frac{c}{\rho}\int_{-\infty}^{\infty} t\exp\left(i\frac{\omega}{2}\left[\left(\frac{1}{\gamma^2}+\theta^2\right)t+\frac{c^2t^3}{3\rho^2}\right]\right)dt,$$
$$A_{\perp}(\omega) = \theta\int_{-\infty}^{\infty} t\exp\left(i\frac{\omega}{2}\left[\left(\frac{1}{\gamma^2}+\theta^2\right)t+\frac{c^2t^3}{3\rho^2}\right]\right)dt.$$

En posant le changement de variable $x = ct/(\rho\sqrt{1/\gamma^2+\theta^2})$, et en introduisant le paramètre $\zeta = (\omega\rho/3c)(1/\gamma^2+\theta^2)^{3/2}$, on aboutit à la formule suivante :

$$\frac{d^2I}{d\omega d\Omega} = \frac{e^2}{12\pi^3 c\varepsilon_0}\left(\frac{\omega\rho}{c}\right)^2\left(\frac{1}{\gamma^2}+\theta^2\right)^2\left[K_{2/3}^2(\zeta)+\frac{\theta^2}{(1/\gamma^2)+\theta^2}K_{1/3}^2(\zeta)\right] \tag{80}$$

où K_ν est la fonction de Bessel modifiée du second ordre d'indice ν.

La décroissance des fonctions de Bessel modifiées implique que l'énergie rayonnée est négligeable à tout angle pour $\zeta >> 1$. On définit la fréquence critique ω_c telle que $\zeta = 1/2$ sur l'axe (ζ étant minimal pour $\theta = 0$, le rayonnement est émis à plus hautes fréquences sur l'axe) :

$$\omega_c = \frac{3}{2}\gamma^3\frac{c}{\rho}. \tag{81}$$

La plus grande part de l'énergie rayonnée est donc émise à des fréquences inférieures à ω_c.

En intégrant l'expression (80) sur tout l'angle solide, on obtient la distribution fréquentielle de l'énergie rayonnée :

$$\frac{dI}{d\omega} = \sqrt{3}\frac{e^2}{4\pi c\varepsilon_0}\gamma\frac{\omega}{\omega_c}\int_{\omega/\omega_c}^{\infty}K_{5/3}(x)dx = \sqrt{3}\frac{e^2}{4\pi c\varepsilon_0}\gamma S(\omega/\omega_c) \tag{82}$$

Ces fonctions sont valables pour une particule en mouvement circulaire instantané. Le type de rayonnement émis dans ce cas, et décrit dans les équations précédentes, est nommé rayonnement synchrotron, car il a été observé pour la première fois dans un synchrotron à la fin des années 40 [Elder *et al.*, 1947]. La courbe d'émission synchrotron est tracée en figure 9 à titre d'exemple. Dans la suite, nous étudions plus précisément le cas d'une source bétatron, et montrons comment elle se rapporte à un rayonnement synchrotron.

II.4.3 Rayonnement bétatron

Composante fréquentielle du spectre : onduleur et *wiggler*

On considère dans un premier temps un électron en mouvement sinusoïdal d'amplitude y_0 et pour lequel $\gamma = cste$. Ce cas correspond au mouvement bétatron où l'on néglige l'accélération. Il correspond aussi au mouvement que subit

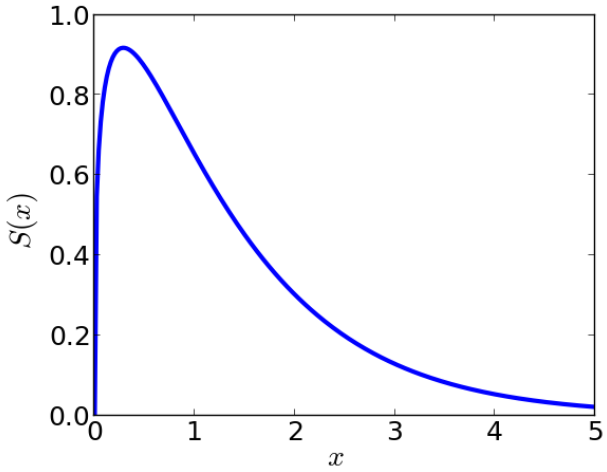

FIGURE 9 – Fonction d'émission synchrotron $S(x) = x \int_x^\infty K_{5/3}(\xi)d\xi$.

l'électron dans les structures magnétiques d'insertion des synchrotrons de troisième génération, où des aimants font osciller transversalement les électrons en sortie d'accélérateur. On introduit le paramètre de force de l'oscillation $K = \gamma\psi$, où ψ est l'angle maximal entre l'axe de propagation et la direction du mouvement atteint au cours de l'oscillation (cf figure 10a). On a donc $\psi = \max(dy/dx) = k_\beta y_0$, avec $k_\beta = \omega_\beta/c$, de sorte que

$$y(x) = y_0 \sin(k_\beta x) = \frac{K}{\gamma k_\beta} \sin(k_\beta x). \tag{83}$$

L'énergie de l'électron étant constante, les vitesses transverses et longitudinales de l'électron sont couplées par l'équation :

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta_x^2 - \beta_y^2}}, \tag{84}$$

avec $\beta_x = v_x/c$ et $\beta_y = v_y/c$. En injectant la valeur de β_y, on trouve

$$\beta_x^2 = 1 - \frac{1}{\gamma^2} - \frac{K^2}{\gamma^2} \sin^2(k_\beta x),$$

et dans la limite ou l'oscillation est assez faible ($\psi << 1$), on obtient

$$\beta_x \simeq 1 - \frac{1}{2\gamma^2} - \frac{K^2}{2\gamma^2} \sin^2(k_\beta x).$$

En moyennant la vitesse longitudinale sur une période, ceci donne :

$$\bar{\beta_x} = 1 - \frac{2 + K^2}{4\gamma^2}.$$

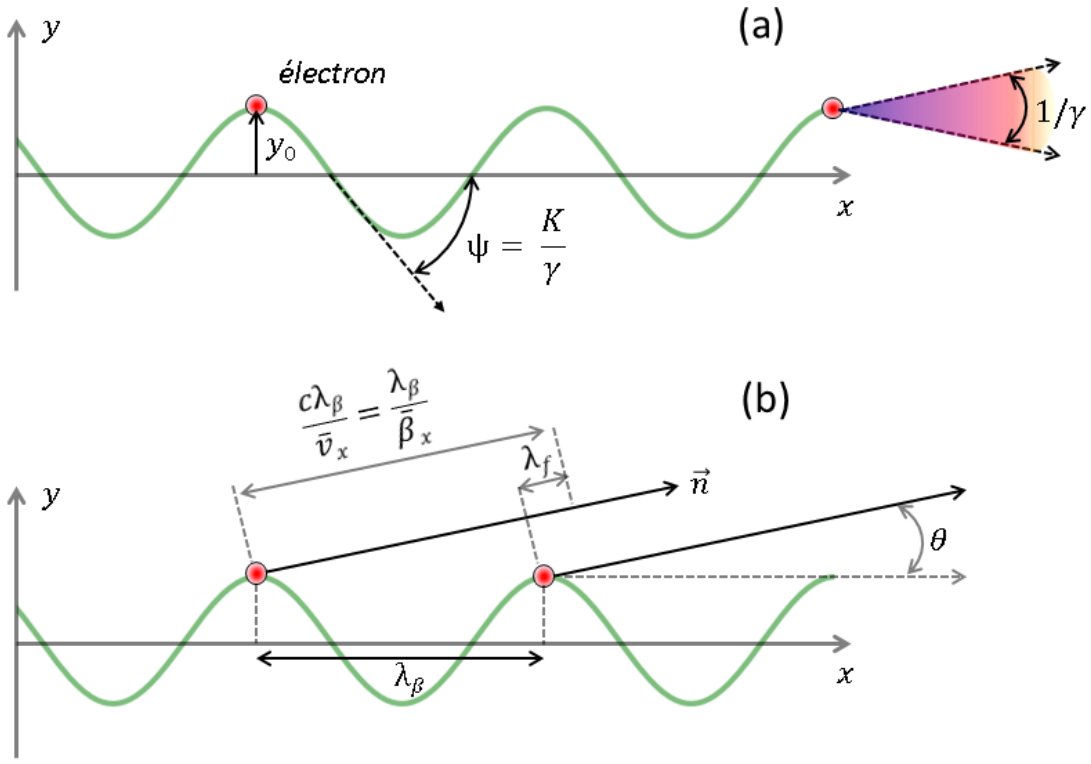

FIGURE 10 – (a) Illustration de l'émission de rayonnement synchrotron d'un électron oscillant transversalement et sinusoïdalement. La trajectoire de l'électron est tracée en vert, et le cône violet représente son émission de rayonnement. (b) Schéma pour le calcul de la longueur d'onde fondamentale du rayonnement λ_f émise dans la direction $\boldsymbol{n}$ formant un angle θ avec l'axe de propagation de l'électron x. La figure (b) est adaptée de [Corde, 2012].

Le rayonnement émis par l'électron se propage dans la direction du mouvement de l'électron. Comme indiqué sur la figure 10b, on considère l'émission dans la direction n qui forme un angle θ avec l'axe x. En une oscillation bétatron – donc sur une distance $\lambda_\beta = 2\pi/k_\beta$ –, le rayonnement émis s'est propagé à c pendant une durée égale à $\lambda_\beta/\bar{v_x}$, soit sur une longueur $c\lambda_\beta/\bar{v_x} = \lambda_\beta/\bar{\beta}_x$. Il se trouve donc en avance sur l'électron d'une longueur λ_f, qui est donnée par :

$$\lambda_f = \lambda_\beta \left(\frac{1}{\bar{\beta}_x} - \cos\theta \right) \simeq \frac{\lambda_\beta}{2\gamma^2} \left(1 + \frac{K^2}{2} + \gamma^2\theta^2 \right), \tag{85}$$

en supposant que l'angle θ est petit.

Le rayonnement émis par cet électron dans la direction $\boldsymbol{n}$ va être constitué de la longueur d'onde fondamentale λ_f donnant une pulsation fondamentale $\omega_f = 2\pi c/\lambda_f$, et de ses harmoniques $\omega_n = n\omega_f$. Ces pulsations diminuent avec l'angle, mais augmentent avec l'énergie électronique. Selon la valeur de K, on distingue deux types de régimes pour le mouvement.

Si $K << 1$, alors l'électron rayonne globalement dans des directions ayant un

angle variant peu, et toutes incluses dans le cône d'ouverture $1/\gamma$. Le spectre du rayonnement sera principalement constitué de la fréquence fondamentale, donnée sur l'axe par $\lambda_f \simeq \lambda_\beta/2\gamma^2$. La présence du terme $2\gamma^2$ au dénominateur traduit l'effet Doppler relativiste entre l'observateur qui perçoit le rayonnement dans le référentiel du laboratoire, et la particule qui émet le rayonnement en se déplaçant dans sa direction. Avec un tel paramètre de force $K << 1$, on parlera de 'régime d'onduleur' par analogie avec les éléments d'insertion des synchrotrons.

Si $K >> 1$, la direction du mouvement de l'électron varie de K/γ, ce qui est supérieur à l'angle d'ouverture du cône d'émission du rayonnement $(1/\gamma)$. Ainsi, un observateur placé dans la direction $\boldsymbol{n}$ ne voit pas ce rayonnement en continu, mais pendant des impulsions très brèves et répétitives lorsque la direction du vecteur vitesse de l'électron est proche de $\boldsymbol{n}$, à un angle $1/\gamma$ près. En conséquence, le rayonnement émis dans sa direction sera constitué non seulement de la fréquence fondamentale, mais aussi de nombreuses harmoniques. Dans ce cas, on parle de 'régime de *wiggler*'.

On note également que dans ce deuxième régime, l'émission totale se fait dans un cône d'ouverture K/γ dans la direction de l'oscillation de l'électron, contre $1/\gamma$ dans la direction perpendiculaire.

Analogie avec le rayonnement synchrotron

En négligeant l'accélération longitudinale de l'électron, il est possible de décrire le rayonnement émis par ce pseudo-mouvement bétatron en termes de rayonnement synchrotron décrit dans la section précédente. On peut pour cela calculer le rayon de courbure pour la trajectoire sinusoïdale de l'électron (on rappelle que pour une trajectoire $y = f(x)$, le rayon de courbure est défini par $\rho(x) = |(1 + y'^2)^{3/2}/y''|$) :

$$\rho = \frac{1}{k_\beta \psi} \frac{[1 + \psi^2 \cos^2(k_\beta x)]^{3/2}}{|\sin(k_\beta x)|}. \tag{86}$$

La valeur maximale du rayon de courbure est obtenue aux extrema de la trajectoire, et est définie par $\rho_{max} = 1/(k_\beta \psi) = \gamma/(k_\beta K)$. En injectant cette valeur dans l'équation (81), il est possible de confondre le rayonnement émis avec un rayonnement de type synchrotron à la fréquence critique [Esarey *et al.*, 2002] :

$$\omega_c = \frac{3}{2} K \gamma^2 \omega_\beta \tag{87}$$

Le spectre du rayonnement sera donc constitué d'une suite d'harmoniques. En intégrant sur l'angle solide, l'amplitude en sera déterminée par la fonction $S(\omega/\omega_c)$ précédemment définie.

À partir du mouvement bétatron de l'électron caractérisé dans la section II.3.2,

on peut définir la pulsation et le paramètre de force du mouvement bétatron par :

$$\omega_\beta = \frac{\omega_p}{\sqrt{2\gamma}}, \tag{88}$$

$$K = \gamma k_\beta y_0 = k_p y_0 \sqrt{\frac{\gamma}{2}} \tag{89}$$

Pour une source bétatron, c'est le régime de *wiggler* qui nous intéresse, car c'est celui qui est naturellement atteint expérimentalement, et de plus c'est le régime qui permet d'atteindre des puissances rayonnées et des énergies de photons plus grandes, grâce à l'émergence des harmoniques. Dans ce cas, on obtient les relations suivantes pour le paramètre de force et la fréquence critique du rayonnement émis :

$$K = 1.33 \times 10^{-10} \sqrt{\gamma n_e[\mathrm{cm}^{-3}]} r_\beta[\mu\mathrm{m}], \tag{90}$$

$$\hbar\omega_c \ [\mathrm{keV}] = 5.24 \times 10^{-24} \gamma^2 n_e[\mathrm{cm}^{-3}] r_\beta[\mu\mathrm{m}]. \tag{91}$$

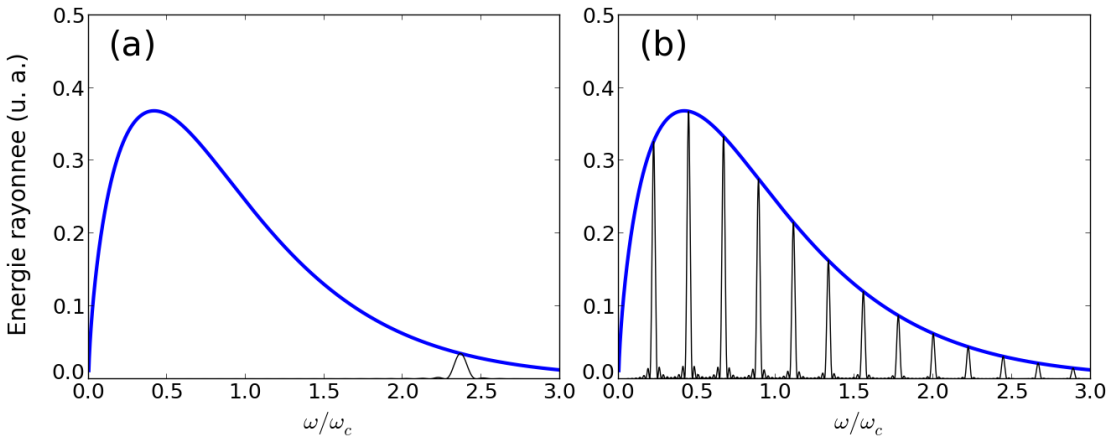

FIGURE 11 – Énergie rayonnée par unité d'angle solide et par unité de fréquence $d^2I/d\omega d\Omega$ dans le cas onduleur (a) et dans le cas *wiggler* (b) dans la direction de l'axe, en noir. En bleu, l'enveloppe donnée par $(\omega/\omega_c)^2 K_{2/3}^2$ (selon la formule (80), dans la direction de l'axe uniquement).

Dans une direction donnée, le spectre est donc constitué d'une succession d'harmoniques s'atténuant au-delà de la fréquence ω_c (cf figure 11b). Dans le cas des sources bétatrons que nous rencontrerons dans cette ouvrage, ce qui nous intéresse n'est pas $d^2I/d\omega d\Omega$ en tant que tel, mais son intégration sur l'angle solide pour obtenir les spectres fréquentiels. Même dans ce cas où on ne considère qu'un seul électron d'énergie constante, les fréquences d'émission dépendant de l'angle d'observation, cette intégration fait disparaître cette discrétisation fréquentielle de l'énergie pour faire apparaître un spectre continu et lisse, dont l'enveloppe est donnée par l'équation (82). Par la suite, les spectres $dI/d\omega$ obtenus seront souvent comparés à cette fonction synchrotron théorique. La nature synchrotron de

la source de rayonnement bétatron a d'ailleurs été démontrée récemment expérimentalement [Fourmaux *et al.*, 2011b].

Pour décrire un mouvement bétatron idéal, il faudrait considérer l'accélération des électrons en même temps que leur oscillation. Dans ce cas, le spectre obtenu s'obtient en écrivant le mouvement total sous la forme d'une somme de mouvements définis sur des intervalles de temps Δt_i sur lesquels $\gamma_i \approx cste$. Il est donc possible d'approximer la distribution $dI/d\omega$ émise pendant l'intervalle de temps Δt_i par un spectre synchrotron de forme $S(\omega/\omega_{c,i})$. Dans ce cas, on obtient une forme de spectre légèrement modifiée [Thomas, 2010] :

$$S'(x) = x^2 \int_{-1}^{1} \frac{1}{(1-\mu^2)^{3/2}} K_{2/3}^2(x[1-\mu^2]^{-7/4}) d\mu \tag{92}$$

Cependant, l'utilisation de la formule $S(\omega/\omega_c)$ pour comparer les spectres de sources bétatrons en utilisant les paramètres maximaux atteints par les électrons pendant leur accélération est une approximation suffisamment bonne pour déterminer les propriétés de la source bétatron, notamment sa fréquence critique, même si cette formule sous-estime l'émission à basse fréquence (qui se produit en partie lorsque les électrons n'ont pas encore atteint leur énergie maximale).

Exemple de calcul de rayonnement

Des exemples de calcul de trajectoires bétatrons, obtenues à partir de l'intégration numérique de l'équation (53), sont tracés en figure 12. Pour tracer ces courbes, on a supposé que l'électron était injecté à l'arrière de la bulle (à une position $\xi = -R = -2\sqrt{a_0}/k_p$) créée par un laser ayant pour maximum de son potentiel vecteur normalisé $a_0 = 4$ dans un plasma de densité $n_e = 5 \times 10^{18}$ cm^{-3}, les champs de la bulle étant estimés théoriquement à l'aide des lois d'échelle. Dans les deux cas, l'électron a une impulsion initiale $p_{x,0} = 30\ m_e c$, et selon les conditions transverses initiales, l'intégration de l'équation du mouvement conduit à une trajectoire confinée dans un plan (fig. 12a) ou à un mouvement tri-dimensionnel hélicoïdal (fig. 12b). Pour les deux mouvements, les oscillations sont atténuées au cours du mouvement en $\gamma^{-1/4}$ lorsque l'électron gagne de l'énergie. On trace en figure 12c,d les distributions angulaires $dI/d\Omega$ correspondantes du rayonnement émis. Comme l'émission est principalement émise dans la direction du vecteur vitesse de l'électron, cette distribution dépend fortement de la trajectoire. Expérimentalement, les informations fournies par la source bétatron permettent d'ailleurs d'imager les trajectoires électroniques [Ta Phuoc *et al.*, 2006, 2008a]. Enfin, sur la distribution angulaire émise par l'électron dans un mouvement plan, on retrouve les caractéristiques citées plus tôt sur l'émission, avec une largeur de tâche de K/γ dans la direction d'oscillation, et de $1/\gamma$ dans la direction orthogonale ($K \sim 8$ et $\gamma \sim 900$ à la fin de l'accélération).

En figure 12e, on trace également la distribution fréquentielle $dI/d\omega$ du rayonnement correspondant à la figure 12c. Avec l'intégration angulaire, la discrétisation fréquentielle de l'énergie a disparu, et l'émission de rayonnement se fait sur une large bande spectrale, avec une émission significative au delà de 10 keV. En effet, l'énergie critique du rayonnement à la fin de l'oscillation est donnée par $\omega_c \sim 18$ keV.

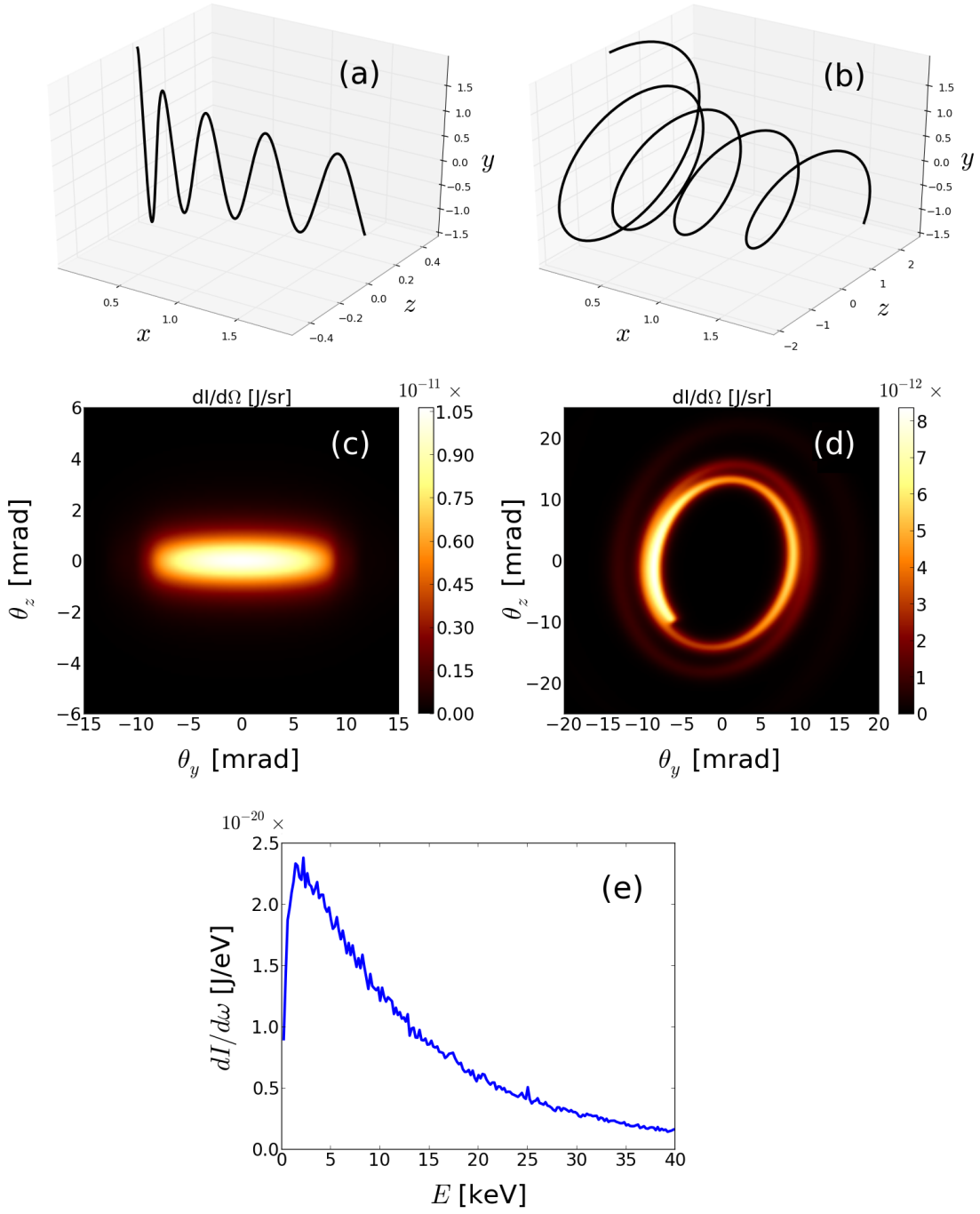

FIGURE 12 – Trajectoires bétatrons d'un électron d'impulsion initiale $p_{x,0} = 30\, m_e c$ en accélération selon l'axe x, pour des conditions transverses initiales $y_0 = 2$ μm, $z_0 = 0$, $p_{y,0} = p_{z,0} = 0$ (a) et $y_0 = 2$ μm, $z_0 = 0$, $p_{y,0} = 0$ et $p_{z,0} = 5 m_e c$ (b). Les figures (c) et (d) représentent respectivement les distributions angulaires $dI/d\Omega$ rayonnées par les électrons qui suivent les trajectoires (a) et (b). (e) Distribution fréquentielle du rayonnement $dI/d\omega$ pour l'électron qui suit la trajectoire (a).

III Modélisation : le code Particle-in-Cell (PIC)

Le domaine de la simulation des plasmas est généralement compartimenté en deux approches. Lorsque les interactions coulombiennes dominent devant les effets cinétiques (si la densité d'énergie potentielle électrostatique est supérieure à la densité d'énergie cinétique), le plasma est dit couplé, ou dense, et présente des propriétés proches d'un fluide. Pour de très petits échantillons, il est possible de traiter les N^2 interactions nécessaires pour résoudre le problème à N corps ; c'est le cas dans les codes de dynamique moléculaire. Lorsque la taille de l'échantillon augmente, cette méthode devient trop coûteuse, et on résout alors les équations fluides du plasma. Dans le cas contraire, si les effets cinétiques sont prépondérants devant les interactions coulombiennes, le plasma est dit cinétique. Un grand nombre de données est alors nécessaire pour résoudre correctement le problème : on résout en fait la fonction de distribution de chaque espèce de particules qui est définie dans un espace à 6 dimensions (positions et impulsions). Les codes qui traitent de ce genre de plasmas sont les codes Vlasov et les codes particulaires. Les fonctions de distribution des différentes espèces sont discrétisées sur un maillage dans les codes Vlasov, et sur leurs caractéristiques dans les codes particulaires. Dans le cas des plasmas considérés en accélération par sillage laser, les codes utilisés appartiennent à cette dernière catégorie, et sont appelés codes PIC (pour Particle-In-Cell). Dans cette partie, nous allons tout d'abord présenter les caractéristiques générales des deux codes PIC qui ont été utilisés dans ce manuscrit, et que sont CALDER [Lefebvre *et al.*, 2003] et CALDER-Circ [Lifschitz *et al.*, 2009]. Ensuite, nous décrirons et validerons la méthode de calcul du rayonnement.

III.1 Fonctionnement d'un code PIC

III.1.1 Principe général de la méthode PIC

Prenons des ordres de grandeur typiques d'une simulation d'accélération par sillage laser. Afin de pouvoir prendre en compte la formation du sillage ainsi que la distribution transverse du laser, et en supposant une densité de 5×10^{18} cm^{-3}, le plasma qui doit être simulé peut être assimilé à une boîte carrée d'environ 100 μm de côté, ce qui représente $N = 5 \times 10^{12}$ particules.

Le nombre de particules n'est pas seulement trop grand pour pouvoir considérer les N^2 interactions entre particules ; il l'est déjà pour simplement traiter les N particules individuellement. Ainsi, plutôt que de considérer les N_i particules de l'espèce i, on considère la fonction de distribution f_i pour cette espèce. $f_i(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{p}, t)\delta V \delta p^3$ représente alors le nombre de particules de l'espèce i présentes dans un petit volume δV centré en $\boldsymbol{x}$ et dans un petit volume de l'espace des impulsions δp^3 centré en $\boldsymbol{p}$ à un temps t. Dans l'approche cinétique et en négligeant

les collisions entre particules, l'évolution de f_i est alors donnée par l'équation de Vlasov :

$$\frac{\partial f_i}{\partial t} + \boldsymbol{v_i}\nabla f_i + q_i(\boldsymbol{E} + \boldsymbol{v_i} \times \boldsymbol{B})\frac{\partial f_i}{\partial \boldsymbol{p_i}} = 0, \tag{93}$$

avec q_i la charge de l'espèce i. L'équation de Vlasov décrit l'évolution de la répartition des particules soumises à la force de Lorentz, qui dépend des champs électromagnétiques présents. Afin de pouvoir totalement résoudre le système (particules+champs), elle doit donc être couplée avec les équations de Maxwell (3)-(6).

Les équations de Maxwell permettent alors de décrire l'évolution des champs à partir des termes sources que sont la densité de courant $\boldsymbol{J}$ et de charge ρ. Ces densités de charge totale et de courant total sont obtenues en sommant les deux premiers moments des distributions f_i pour chaque espèce i :

$$\rho = \sum_i \rho_i = \sum_i q_i \int f_i(x, p, t) d\boldsymbol{p}, \tag{94}$$

$$\boldsymbol{J} = \sum_i \boldsymbol{J_i} = \sum_i q_i \int \boldsymbol{v} f_i(x, p, t) d\boldsymbol{p}. \tag{95}$$

Toutes ces équations forment le système de Maxwell-Vlasov et suffisent à décrire complètement l'évolution du système (particules+champs). Cependant, la résolution numérique de l'équation de Vlasov sur un maillage des coordonnées $\boldsymbol{x}$ et des impulsions $\boldsymbol{p}$ serait trop coûteuse et limitée à 2×2 dimensions. Au lieu de cela, dans l'approche PIC, la résolution de Vlasov se fait en discrétisant la fonction de distribution f_i pour chaque espèce :

$$f_i(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{p}, t) = \sum_j^{N_m} W_j \delta(\boldsymbol{x} - \boldsymbol{x_j}(t))\delta(\boldsymbol{p} - \boldsymbol{p_j}(t)). \tag{96}$$

C'est-à-dire que la fonction de distribution est maintenant définie comme une somme finie de diracs de poids W_j et centrés aux coordonnées $(\boldsymbol{x_j}(t), \boldsymbol{p_j}(t))$ au temps t, que l'on appelle macro-particules. Une macro-particule regroupe ainsi plusieurs particules ayant des coordonnées très proches dans l'espace des phases 6D et pouvant être approximées par $(\boldsymbol{x_j}(t), \boldsymbol{p_j}(t))$. Elle possède un poids W_j qui détermine le nombre d'électrons réels qu'elle représente. On peut alors résoudre l'équation de Vlasov par la méthode des caractéristiques en remarquant que f_i se conserve le long des trajectoires $(\boldsymbol{x_j}(t), \boldsymbol{p_j}(t))$. En conséquence de l'application de cette méthode, la macro-particule suit une trajectoire $(\boldsymbol{x_j}(t), \boldsymbol{p_j}(t))$ identique à celle qu'aurait suivie une particule réelle initialement placée à la même position. Ceci permet d'identifier les trajectoires des macro-particules à des trajectoires physiques.

Les équations de Maxwell sont quant-à elles en général résolues à l'aide d'un schéma aux différences finies, sur un maillage discrétisant l'espace. Ceci implique

d'interpoler successivement les champs connus aux points de ce maillage vers les positions des macro-particules $\boldsymbol{x_j}(t)$, puis de projeter les charges et les courants des macro-particules connues aux positions $\boldsymbol{x_j}(t)$ sur les points du maillage.

Au final, la résolution numérique du système impose de répéter les opérations suivantes à chaque itération temporelle (cf figure 13) :

- interpolation des champs $\boldsymbol{E}(t)$ et $\boldsymbol{B}(t)$ du maillage vers les positions des macro-particules $\boldsymbol{x_j}(t)$.
- résolution des équations du mouvement des macro-particules pour calculer les nouvelles positions $\boldsymbol{x_j}(t + \Delta t)$.
- projection des densités de charge $\rho_j(t + \Delta t)$ et de courant $\boldsymbol{J_j}(t + \Delta t)$ vers les nœuds du maillage
- résolution des équations de Maxwell pour le calcul des champs $\boldsymbol{E}(t + \Delta t)$ et $\boldsymbol{B}(t + \Delta t)$.

La simplicité de ce schéma rend la méthode PIC assez intuitive à implémenter, ce qui, avec la variété des problèmes physiques qu'elle permet de représenter, explique son succès en physique des plasmas à partir des années 60 [Dawson, 1983, Hockney & Eastwood, 1988, Birdsall & Langdon, 2004]. Après avoir vu le fonctionnement global de la méthode PIC, nous allons dans la suite développer successivement les différentes étapes de la boucle PIC pour introduire différents paramètres numériques importants.

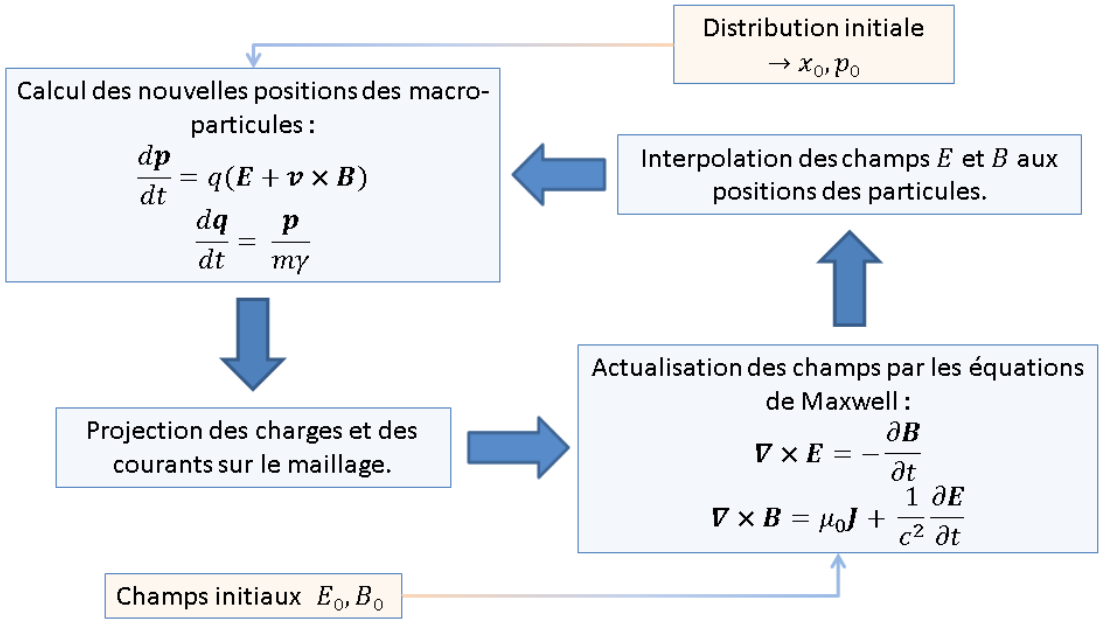

FIGURE 13 – Schéma de la boucle PIC. La boucle principale réalisée à chaque itération est représentée en bleu, et en orange sont indiquées les conditions initiales pour la première itération. À noter que les conditions aux limites qui interviennent dans la résolution du mouvement des particules et des équations de Maxwell en bord de boîte de simulation ne sont pas prises en compte dans ce schéma.

III.1.2 La boucle PIC

Nous allons maintenant voir le fonctionnement plus précis de la boucle PIC. La résolution des équations de Maxwell impliquant un maillage spatial, on introduit les pas spatiaux $\Delta x, \Delta y$ et Δz dans les 3 directions de l'espace, ainsi que le pas de temps Δt. De plus, on introduit la notation $\boldsymbol{E}^n_{i,j,k}$ pour les champs, qui désigne le champ $\boldsymbol{E}$ au temps $n\Delta t$ et au point de maillage $(i\Delta x, j\Delta y, k\Delta z)$. De même, on introduit la notation $(\boldsymbol{x}^n_m, \boldsymbol{p}^n_m)$ pour la macro-particule m (où on a abandonné la notation concernant le numéro de l'espèce).

La résolution des équations de Maxwell se fait en général en utilisant un schéma aux différences finies de type saute-mouton appelé schéma de Yee [Yee *et al.*, 1966]. Cette méthode de résolution implique de connaître $\boldsymbol{E}$ et $\boldsymbol{B}$ de manière décalée dans le temps d'un demi pas de temps $\Delta t/2$. De plus, les différentes composantes des champs $\boldsymbol{E}$ et $\boldsymbol{B}$ ne sont pas connues en des points spatiaux identiques, mais en des points pouvant être décalés d'une demi maille selon le champ et la direction considérée, comme indiqué en figure 14. De la même manière, les positions des particules et leur impulsions sont connues à des temps séparés de $\Delta t/2$. Ces décalages spatiaux et temporels facilitent l'obtention de schémas centrés d'ordre 2.

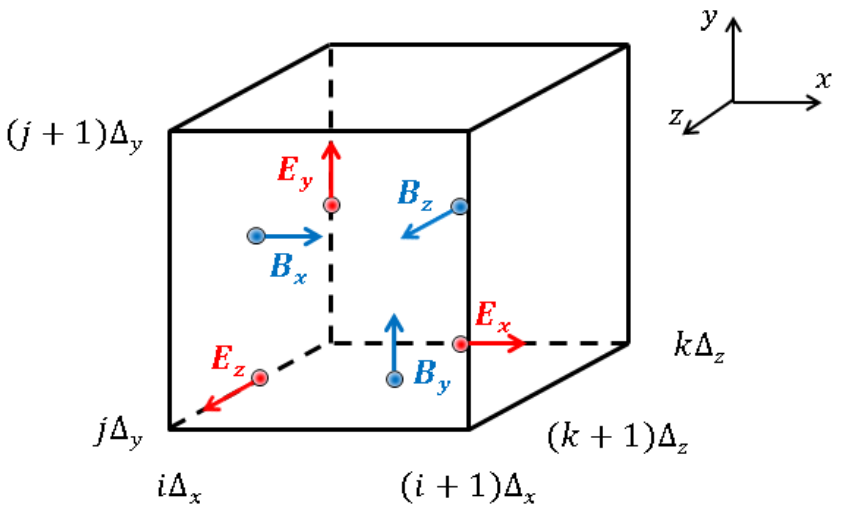

FIGURE 14 – Représentation de la maille dans le schéma de Yee. Le maillage représenté est le maillage primal passant par les nœuds i, j, k. On parle de maillage dual pour celui défini par les nœuds $i+1/2, j+1/2, k+1/2$.

Interpolation des champs

Les équations de Maxwell étant résolues sur un maillage spatial, les champs $\boldsymbol{E}$ et $\boldsymbol{B}$ sont uniquement connus en certains points de ce maillage. Avec les notations définies précédemment, on a un accès direct dans le code aux valeurs calculées aux

points du maillage : $E^n_{x_{i+1/2,j,k}}$, $E^n_{y_{i,j+1/2,k}}$, $E^n_{z_{i,j,k+1/2}}$, $B^{n+1/2}_{x_{i,j+1/2,k+1/2}}$, $B^{n+1/2}_{y_{i+1/2,j,k+1/2}}$ et $B^{n+1/2}_{z_{i+1/2,j+1/2,k}}$.

Une macro-particule m étant libre d'évoluer dans tout l'espace, on interpole les champs en $\boldsymbol{x_m^n}$ pour calculer son mouvement. On donne l'exemple de l'interpolation des champs E_x et B_x :

$$E_x^n(\boldsymbol{x_m^n}) = \sum_{i,j,k} E^n_{x_{i+\frac{1}{2},j,k}} W_m S^\alpha(\boldsymbol{x_m^n}, \boldsymbol{x_{i+\frac{1}{2},j,k}}), \tag{97}$$

$$B_x^n(\boldsymbol{x_m^n}) = \sum_{i,j,k} B^n_{x_{i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}}} W_m S^\alpha(\boldsymbol{x_m^n}, \boldsymbol{x_{i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}}}), \tag{98}$$

où une interpolation temporelle linéaire est généralement effectuée pour obtenir $\boldsymbol{B^n}$: $\boldsymbol{B^n} = (\boldsymbol{B^{n-1/2}} + \boldsymbol{B^{n+1/2}})/2$. Les autres composantes des champs $\boldsymbol{E}$ et $\boldsymbol{B}$ sont interpolées de manière similaire. La fonction S^α est appelée facteur de forme d'ordre α. En théorie, la sommation se fait sur tous les points du maillage, mais en pratique, l'ordre du facteur de forme choisi limite la sommation sur les quelques nœuds les plus proches de la particule.

Le facteur de forme le plus basique S^0 consiste à ne prendre en compte que le nœud le plus proche. On parle alors de méthode NGP (de l'anglais Nearest Grid Point) : en une dimension, $S^0(x_m, x_i) = 1$ si x_m est compris dans l'intervalle $[x_i - 1/2, x_i + 1/2]$ et 0 sinon. Les facteurs de forme d'ordres supérieurs sont alors construits récursivement par produits de convolution : $S^{\alpha+1}(x_m, x_i) = S^\alpha(x_m, x_i) * S^0(x_m - x_i, 0)$.

Dans le code CALDER utilisé dans cette thèse, il est possible de choisir entre les trois premiers ordres d'interpolation. L'augmentation du facteur de forme conduit à une diminution du bruit numérique, au détriment du temps de calcul.

Mouvement des particules et pousseur

Au terme de l'étape précédente, on a donc connaissance des champs $\boldsymbol{E^n}(\boldsymbol{x})$ et $\boldsymbol{B^n}(\boldsymbol{x}) = (\boldsymbol{B^{n+1/2}}(\boldsymbol{x}) + \boldsymbol{B^{n-1/2}}(\boldsymbol{x}))/2$. Les équations du mouvement peuvent être résolues de plusieurs manières. Un choix classique est de les résoudre à l'aide du pousseur de Boris [Boris, 1970]. Selon ce schéma, l'impulsion $\boldsymbol{p^{n+1/2}}$ est calculée à partir de l'impulsion $\boldsymbol{p^{n-1/2}}$ par

$$\begin{aligned}
\frac{\boldsymbol{p_m^1} - \boldsymbol{p_m^{n-1/2}}}{\Delta t/2} &= q_m \boldsymbol{E^n}, \\
\frac{\boldsymbol{p_m^2} - \boldsymbol{p_m^1}}{\Delta t} &= q_m \frac{\boldsymbol{p_m^2} + \boldsymbol{p_m^1}}{2 m_m \gamma_m^1} \times \boldsymbol{B^n}, \\
\frac{\boldsymbol{p_m^{n+1/2}} - \boldsymbol{p_m^2}}{\Delta t/2} &= q_m \boldsymbol{E^n},
\end{aligned}$$

avec $\gamma_m^1 = \sqrt{1 + \boldsymbol{p_m^1}^2}$. La mise en pratique de ce schéma implicite sépare l'action du champ électrique et la rotation due au champ magnétique en trois temps :

- une impulsion intermédiaire $\boldsymbol{p^1}$ est calculée après l'action du champ électrique pendant $\Delta t/2$,
- à partir de $\boldsymbol{p^1}$, une deuxième impulsion intermédiaire $\boldsymbol{p^2}$ est calculée après l'action du champ magnétique sur tout le pas de temps Δt,
- enfin, l'impulsion finale $\boldsymbol{p^{n+1/2}}$ est calculée à partir de l'action du champ électrique pendant le demi pas de temps restant sur $\boldsymbol{p_2}$.

La nouvelle impulsion connue, il suffit de mettre à jour la position des macroparticules par :

$$\boldsymbol{x^{n+1}} = \boldsymbol{x^n} + \Delta t \frac{\boldsymbol{p}^{n+\frac{1}{2}}}{m_e \gamma^{n+\frac{1}{2}}}. \tag{99}$$

D'autres pousseurs peuvent également être employés, notamment celui défini dans [Vay, 2008], qui réduit certains effets numériques néfastes lorsque les particules dérivent à une vitesse proche de c [Lobet, 2015].

Projection des charges et des courants

Cette étape permet de déterminer des densités de charge $\rho_{i,j,k}^{n+1}$ et de courant $\boldsymbol{J_{i,j,k}^{n+1/2}}$ sur les nœuds du maillage à partir de la nouvelle position des particules $\boldsymbol{x_m^{n+1}}$. Cette projection se fait en utilisant le même facteur de forme que dans l'étape d'interpolation des champs :

$$\rho = \sum_m q_m W_m S^\alpha(\boldsymbol{x_{i,j,k}}, \boldsymbol{x_m}), \tag{100}$$

$$\boldsymbol{J} = \sum_m q_m \boldsymbol{v_m} W_m S^\alpha(\boldsymbol{x_{i,j,k}}, \boldsymbol{x_m}). \tag{101}$$

Pour être valide physiquement, la projection des charges et des courants sur les nœuds de maillage doit néanmoins respecter l'équation de continuité ($\partial\rho/\partial t + \nabla \boldsymbol{J} = 0$). Cette méthode de projection faisant intervenir les facteurs de forme S^α n'inclut cependant pas la vérification de cette équation. Afin de respecter cette condition, la méthode de projection du courant couramment utilisée à la place est connue sous le nom d'algorithme d'Esirkepov [Esirkepov, 2001].

Résolution de Maxwell : Schéma de Yee

Une fois les termes de charge $\rho_{i,j,k}^{n+1}$ et de courant $\boldsymbol{J_{i,j,k}^{n+1/2}}$ connus, il reste maintenant à calculer les nouveaux champs $\boldsymbol{E^{n+1}}$ et $\boldsymbol{B^{n+3/2}}$ avec les équations de Maxwell. Celles-ci sont résolues par le schéma de Yee [Yee *et al.*, 1966], qui présente la structure de calcul suivante :

$$\frac{E^{n+1}_{x_{i+\frac{1}{2},j,k}} - E^{n}_{x_{i+\frac{1}{2},j,k}}}{\Delta t} = \frac{B^{n+\frac{1}{2}}_{z_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k}} - B^{n+\frac{1}{2}}_{z_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k}}}{\Delta y} - \frac{B^{n+\frac{1}{2}}_{y_{i+\frac{1}{2},j,k+\frac{1}{2}}} - B^{n+\frac{1}{2}}_{y_{i+\frac{1}{2},j,k+\frac{1}{2}}}}{\Delta z} - J^{n+\frac{1}{2}}_{x_{i+\frac{1}{2},j,k}},$$

$$\frac{E^{n+1}_{y_{i,j+\frac{1}{2},k}} - E^{n}_{y_{i,j+\frac{1}{2},k}}}{\Delta t} = \frac{B^{n+\frac{1}{2}}_{x_{i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}}} - B^{n+\frac{1}{2}}_{x_{i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}}}}{\Delta z} - \frac{B^{n+\frac{1}{2}}_{z_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k}} - B^{n+\frac{1}{2}}_{z_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k}}}{\Delta x} - J^{n+\frac{1}{2}}_{y_{i,j+\frac{1}{2},k}},$$

$$\frac{E^{n+1}_{z_{i,j,k+\frac{1}{2}}} - E^{n}_{z_{i,j,k+\frac{1}{2}}}}{\Delta t} = \frac{B^{n+\frac{1}{2}}_{y_{i+\frac{1}{2},j,k+\frac{1}{2}}} - B^{n+\frac{1}{2}}_{y_{i+\frac{1}{2},j,k+\frac{1}{2}}}}{\Delta x} - \frac{B^{n+\frac{1}{2}}_{x_{i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}}} - B^{n+\frac{1}{2}}_{x_{i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}}}}{\Delta y} - J^{n+\frac{1}{2}}_{z_{i,j,k+\frac{1}{2}}},$$

$$\frac{B^{n+\frac{3}{2}}_{x_{i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}}} - B^{n+\frac{1}{2}}_{x_{i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}}}}{\Delta t} = \frac{E^{n+1}_{z_{i,j,k+\frac{1}{2}}} - E^{n+1}_{z_{i,j,k+\frac{1}{2}}}}{\Delta y} - \frac{E^{n+1}_{y_{i,j+\frac{1}{2},k}} - E^{n+1}_{y_{i,j+\frac{1}{2},k}}}{\Delta z},$$

$$\frac{B^{n+\frac{3}{2}}_{y_{i+\frac{1}{2},j,k+\frac{1}{2}}} - B^{n+\frac{1}{2}}_{y_{i+\frac{1}{2},j,k+\frac{1}{2}}}}{\Delta t} = \frac{E^{n+1}_{x_{i+\frac{1}{2},j,k}} - E^{n+1}_{x_{i+\frac{1}{2},j,k}}}{\Delta z} - \frac{E^{n+1}_{z_{i,j,k+\frac{1}{2}}} - E^{n+1}_{z_{i,j,k+\frac{1}{2}}}}{\Delta x},$$

$$\frac{B^{n+\frac{3}{2}}_{z_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k}} - B^{n+\frac{1}{2}}_{z_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k}}}{\Delta t} = \frac{E^{n+1}_{y_{i,j+\frac{1}{2},k}} - E^{n+1}_{y_{i,j+\frac{1}{2},k}}}{\Delta x} - \frac{E^{n+1}_{x_{i+\frac{1}{2},j,k}} - E^{n+1}_{x_{i+\frac{1}{2},j,k}}}{\Delta y},$$

À noter que seules les équations (5) et (6) sont résolues par ce schéma pour le calcul des champs. Il faut cependant vérifier les deux autres équations de Maxwell. Le calcul de $\boldsymbol{B^{n+3/2}}$ par ces équations assure la conservation de la divergence du champ magnétique, ainsi si (4) est vérifiée au temps initial, elle le restera tout au long de la simulation. De même, si l'équation (3) est initialement vérifiée, alors on peut montrer qu'elle reste vérifiée si l'équation de continuité l'est aussi. L'utilisation de l'algorithme d'Esirkepov pour la projection des courants assure donc sa vérification.

La résolution des équations de Maxwell par le schéma de Yee impose certaines contraintes numériques sur les paramètres à utiliser. La méthode de Von Neumann permet d'analyser la stabilité de ce schéma aux différences finies, et d'en déduire la condition de Courant-Friedrichs-Levy (condition CFL) à vérifier :

$$c\Delta t \leq \sqrt{\frac{1}{\frac{1}{\Delta x^2} + \frac{1}{\Delta y^2} + \frac{1}{\Delta z^2}}}. \tag{102}$$

La condition CFL liée au schéma de Yee limite le pas de temps Δt, pour assurer la stabilité du schéma. En pratique, pour l'étude du sillage laser, on doit résoudre longitudinalement la longueur d'onde laser, tandis que transversalement, on doit résoudre la longueur d'onde plasma $\lambda_p >> \lambda_0$ dans les plasmas sous-denses considérés. On prend alors généralement $\Delta x << \Delta y = \Delta z$, et on se retrouve avec une condition CFL du type $c\Delta t < \Delta x$.

Une autre condition limite le choix de ces paramètres numériques. Dans le

code, la vitesse de l'impulsion laser est en effet légèrement faussée, car la relation de dispersion numérique d'une onde électromagnétique n'est pas strictement équivalente à la relation de dispersion physique. En considérant une onde de la forme $\exp(i\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r} - i\omega t)$, on peut écrire sa relation de dispersion numérique dans le vide :

$$\frac{1}{c^2\Delta t^2}\sin^2\left(\frac{\omega\Delta t}{2}\right) = \frac{1}{c^2\Delta x^2}\sin^2\left(\frac{k_x\Delta x}{2}\right) + \frac{1}{c^2\Delta y^2}\sin^2\left(\frac{k_y\Delta y}{2}\right) + \frac{1}{c^2\Delta z^2}\sin^2\left(\frac{k_z\Delta z}{2}\right).$$

En simplifiant à une onde plane se propageant selon x, on peut alors calculer une vitesse de groupe numérique dans le vide donnée par

$$\frac{v_{g,n}}{c} = \frac{\partial\omega}{c\partial k_x} = \frac{\cos(k_x\Delta x/2)}{\sqrt{1 - \frac{\Delta t^2}{\Delta x^2}\sin^2(k_x\Delta x/2)}}. \tag{103}$$

La vitesse numérique calculée est égale à la vitesse physique dans le vide si la condition $c\Delta t = \Delta x$ est respectée. On a vu que la condition CFL imposait de prendre $c\Delta t < \Delta x$, donc le schéma de Yee impose $v_{g,n} < c$. Cette restriction est gênante, car elle provoque une sous-estimation de la vitesse du laser, et donc une sous-estimation de celle de l'onde de sillage. Bien que très petite, cette sous-estimation de la vitesse du laser et des modes électromagnétiques en général peut avoir des conséquences néfastes, pour principalement trois raisons : (i) la vitesse de déphasage $c - v_g$ des électrons dans l'onde de sillage peut être mal modélisée si l'erreur $v_{g,n} - v_g$ est du même ordre de grandeur, ce qui conduira à mal estimer l'énergie finale des électrons ; (ii) les électrons relativistes peuvent avoir une vitesse supérieure à la vitesse de phase des ondes électromagnétiques même dans le vide, ce qui conduit à l'émission d'un rayonnement Cerenkov numérique non physique, et peut perturber significativement l'évolution du faisceau accéléré [Lehe *et al.*, 2013] ; et (iii) la vitesse réduite du laser peut produire une injection d'électrons artificielle et mener à une surestimation de la charge piégée. Dans les simulations utilisant le schéma de Yee, il est donc nécessaire d'utiliser un pas de temps Δt le plus proche possible de $\Delta x/c$ afin de reproduire correctement la physique de l'accélération par sillage laser, même si utiliser $c\Delta t << \Delta x$ ne provoquera pas de divergence du calcul.

Cependant, la vitesse des particules accélérées peut-être très proche de c, et cette dernière condition ne suffit pas forcément à faire disparaître l'effet Cerenkov numérique, qui entraîne alors une croissance fallacieuse de l'émittance dans les simulations par rétro-action sur les électrons accélérés (l'émittance normalisée ϵ est définie dans la direction transverse y par $\epsilon_y = (1/m_e c)\sqrt{\langle y\rangle^2\langle p_y\rangle^2 - \langle y p_y\rangle^2}$, où $\langle\cdot\rangle$ désigne la moyenne établie sur les électrons du faisceau). De manière générale, la rétroaction sur le faisceau des champs électromagnétiques créés par l'effet Cerenkov numérique a tendance à perturber le mouvement transverse des électrons, et donc leur oscillation bétatron. Au final, ceci peut conduire à une mauvaise estima-

tion du rayonnement émis. Pour calculer un mouvement des particules correct, en s'affranchissant de ces conditions, un autre schéma numérique pour la résolution de Maxwell a été implémenté dans CALDER, et peut être utilisé quand ces effets entrent en considération [Lehe *et al.*, 2013].

III.1.3 CALDER-Circ et autres codes

La partie précédente a présenté le fonctionnement général d'un code PIC cartésien tel que CALDER. Afin d'accélérer les calculs, ce code a été massivement parallélisé à l'aide de la bibliothèque MPI, ce qui permet d'utiliser les ressources des super-calculateurs : le code est lancé sur de nombreux processeurs qui se partagent le calcul en découpant le maillage spatial en sous-domaines. Pour les simulations habituelles de sillage laser, on ne simule pas toute l'étendue du plasma à chaque pas de temps, mais on utilise une fenêtre glissante qui suit l'impulsion laser pour minimiser la taille du maillage nécessaire.

Cependant, même avec ces techniques et avec les moyens numériques croissants qui sont à disposition, les études complètes en 3 dimensions restent très coûteuses, et restent par exemple inaccessibles pour réaliser des simulations lorsque la densité du plasma est très faible, ce qui implique des accélérations sur de plus grandes distances, ou lorsque la durée du laser considéré devient grande (sachant qu'il faut toujours résoudre la longueur d'onde laser dans la direction de propagation). Pour ces raisons, l'amélioration des codes PIC passe non seulement par l'implémentation d'effets nouveaux (collisions, ionisation, effets d'électrodynamique quantique...), mais aussi par le développement de nouveaux codes réduits permettant d'accélérer le calcul en profitant d'approximations pouvant être réalisées dans certains cas. Nous présentons dans la suite les autres codes qui ont été utilisés au cours de cette thèse.

Code PIC en géométrie cylindrique : CALDER-Circ

L'importance de considérer une géométrie 3D pour la modélisation de l'accélération par sillage laser, ainsi que le coût élevé des simulations 3D ont motivé l'élaboration de codes réduits. Pour le sillage laser, il est possible de tirer partie de la symétrie de révolution de l'enveloppe du laser ainsi que des champs plasma présents dans son sillage pour se "rapprocher" d'une géométrie cylindrique et réduire le coût des calculs. Cette approche a été utilisée pour la première fois par [Lifschitz *et al.*, 2009] dans le code CALDER-Circ.

Le fonctionnement de ce code est basé sur la décomposition en séries de Fourier des champs électromagnétiques. Pour cela, les champs sont exprimés dans le repère cylindrique (r, θ, x), où x désigne toujours la direction de propagation, et on peut

écrire pour un champ quelconque F :

$$F(r,\theta,x) = \Re\left(\sum_{l=0}^{\infty} \tilde{F}^l(r,x)e^{-il\theta}\right), \tag{104}$$

où

$$\tilde{F}^0(r,x) = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} F(r,\theta,x)d\theta, \tag{105}$$

$$\tilde{F}^l(r,x) = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} F(r,\theta,x)e^{il\theta}d\theta, \qquad l>0. \tag{106}$$

Ici F représente n'importe quelle composante des champs $\boldsymbol{E}, \boldsymbol{B}$ et $\boldsymbol{J}$ ou ρ, et $\tilde{F}^l$ est le coefficient de Fourier du mode l. Pour ces coefficients de Fourier, on a la relation suivante reliant les coefficients de $\partial\tilde{F}/\partial\theta$ avec ceux de $\tilde{F}$:

$$\frac{\partial(\tilde{F}^l(r,x)e^{-ilx})}{\partial\theta} = -il\tilde{F}^l(r,x)e^{ilx} \tag{107}$$

ce qui fait que pour chaque mode l, on peut écrire les équations de Maxwell (5) et (6) sous la forme :

$$\begin{aligned}
\frac{1}{c^2}\frac{\partial\tilde{E}_r^l}{\partial t} &= -\frac{il}{r}\tilde{B}_x^l - \frac{\partial\tilde{B}_\theta^l}{\partial x} - \mu_0\tilde{J}_r^l,\\
\frac{1}{c^2}\frac{\partial\tilde{E}_\theta^l}{\partial t} &= \frac{\partial\tilde{B}_r^l}{\partial x} - \frac{\partial\tilde{B}_x^l}{\partial r} - \mu_0\tilde{J}_\theta^l,\\
\frac{1}{c^2}\frac{\partial\tilde{E}_x^l}{\partial t} &= \frac{1}{r}\frac{\partial(r\tilde{B}_\theta^l)}{\partial r} + \frac{il}{r}\tilde{B}_r^l - \mu_0\tilde{J}_x^l,\\
\frac{\partial\tilde{B}_r^l}{\partial t} &= \frac{il}{r}\tilde{E}_x^l + \frac{\partial\tilde{E}_\theta^l}{\partial x},\\
\frac{\partial\tilde{B}_\theta^l}{\partial t} &= -\frac{\partial\tilde{E}_r^l}{\partial x} + \frac{\partial\tilde{E}_x^l}{\partial r},\\
\frac{\partial\tilde{B}_x^l}{\partial t} &= -\frac{1}{r}\frac{\partial(r\tilde{E}_\theta^l)}{\partial r} - \frac{il}{r}\tilde{E}_r^l.
\end{aligned}$$

Chaque équation ne fait intervenir qu'un seul mode, ce qui en facilite la résolution, puisqu'on pourra les calculer pour chaque mode indépendamment. Ceci permet aussi de tronquer la série et de ne garder qu'un nombre de modes fini, même si le couplage avec le plasma rend non nuls l'ensemble des modes a priori.

Dans notre cas, la structure axisymétrique (donc indépendante de θ) de l'onde de sillage permet de la décrire uniquement à l'aide du mode $l = 0$. De même, si on considère une impulsion laser de polarisation quelconque selon $\boldsymbol{e_\psi} = \cos\psi\boldsymbol{e_y} + \sin\psi\boldsymbol{e_z}$, on peut écrire le champ laser dans les coordonnées cylindriques sous la

forme :

$$\begin{aligned}\boldsymbol{E}(r,\theta,x) = E_0(r,x)\boldsymbol{e_\psi} &= E_0(r,x)[\cos\psi(\cos\theta\boldsymbol{e_r} - \sin\theta\boldsymbol{e_\theta}) + \sin\psi(\sin\theta\boldsymbol{e_r} + \cos\theta\boldsymbol{e_\theta})] \\ &= \Re(\tilde{E}_r^1(r,x)e^{-i\theta})\boldsymbol{e_r} + \Re(\tilde{E}_\theta^1(r,x)e^{-i\theta})\boldsymbol{e_\theta}.\end{aligned}$$

où l'on a utilisé la définition (104) et identifié $\tilde{E_r}^1(r,x) = E_0(r,x)e^{i\psi}$ et $\tilde{E_\theta}^1(r,x) = -iE_0(r,x)e^{i\psi}$. Le mode $l = 1$ est donc suffisant pour décrire une impulsion laser dont l'enveloppe est axisymétrique.

Dans ces hypothèses, on voit donc que les deux premiers modes de Fourier sont suffisants pour décrire l'interaction globale entre le laser et le plasma.

En pratique, l'utilisation de CALDER-Circ avec deux modes pour la décomposition de Fourier permet de réduire fortement le temps de calcul (les modes $\tilde{F}^l(r,x)$ sont discrétisés sur un maillage 2D, ce qui permet de réduire considérablement le nombre de mailles et donc de macro-particules, même si en contrepartie, certaines étapes du calcul comme celles de projection des courants ou d'interpolation des champs devront être faites autant de fois qu'il y a de modes). Un nombre de modes plus élevé permet cependant d'augmenter la complexité des phénomènes physiques étudiés dans la simulation, avec par exemple la simulation d'impulsions non-axisymétriques [Corde *et al.*, 2013b].

Plus de détails sur ce modèle réduit, ainsi que sa validation quant-au nombre de modes utilisés, et par comparaison avec des simulation tri-dimensionnelles effectuées avec CALDER 3D, peuvent se trouver dans [Lifschitz *et al.*, 2009, Davoine, 2009]. À noter que la condition CFL à respecter dans CALDER-Circ est légèrement modifiée pour devenir

$$c\Delta_t \leq \sqrt{\frac{1}{\frac{1}{\Delta x^2} + \frac{l_{max}^2}{\Delta r^2}}} \tag{108}$$

où l_{max} est le mode le plus élevé gardé dans la troncature de la série de Fourier, et Δr désigne le pas spatial radial. Le pas de temps à utiliser diminue donc lorsque le nombre de modes considérés augmente.

Code PIC en approximation quasi-statique : WAKE

Afin de pouvoir réaliser des études paramétriques ou dans les cas plus coûteux pour étudier la propagation (longue impulsion laser, faible densité plasma), il est possible d'accélérer encore davantage le calcul en recourant à des approximations fortes supplémentaires. Le code relativiste et cinétique WAKE, qui a été développé par [Mora & Antonsen, 1997], en est un exemple.

Utilisant aussi la symétrie de révolution de l'enveloppe laser autour de son axe de propagation, ce code utilise de plus l'approximation quasi-statique : les électrons sont supposés interagir avec l'impulsion laser durant un temps faible devant le temps caractéristique d'évolution de celle-ci. Ceci permet de supprimer une di-

mension supplémentaire au problème en travaillant avec la variable $\xi = x - ct$, plutôt qu'avec x et t indépendamment. Cependant, cette approximation ne permet plus de modéliser l'injection des électrons. De plus une équation d'enveloppe est utilisée pour le laser, ce qui permet l'utilisation d'un maillage plus grossier car la longueur d'onde du laser ne doit plus être résolue (on doit alors seulement résoudre λ_p).

La géométrie de révolution réclamée par ce modèle ainsi que l'utilisation de l'approximation quasi-statique qui interdit d'étudier les phénomènes d'injections rend ce code adapté à l'étude de la propagation du laser et des phénomènes d'autofocalisation ou de déplétion. Excepté en cas d'auto-injection où le code peut diverger, les résultats donnés restent bien physiques malgré le temps de calcul très réduit, ce qui fait de WAKE un outil de choix pour étudier le guidage laser et l'évolution de l'onde de sillage.

En dehors des codes utilisés dans cette thèse, et présentés jusqu'ici, beaucoup d'autres codes PIC sont rencontrés dans la littérature. Une liste fournie de ces codes peut être trouvée dans [Lobet, 2015].

L'arrivée de nouvelles générations de calculateurs, mais aussi de nouvelles installations laser plus puissantes requérant des simulations plus robustes et modélisant des plasmas plus longs placent les codes PIC en pleine période de mutation. L'amélioration future de leurs performances passe par un travail d'optimisation des codes [Fonseca *et al.*, 2013] avec une meilleure répartition de la charge de travail entre les processeurs (load balancing) et l'adaptation à de nouvelles architectures [Nakashima, 2015, Surmin *et al.*, 2016]. Parallèlement à cette optimisation numérique, la décomposition azimutale des champs telles que présentée dans CALDER-Circ peut être complétée avec le développement d'un algorithme spectral [Lehe *et al.*, 2016], où les équations de Maxwell ne sont plus résolues par différences finies, ce qui est prometteur pour l'utilisation de codes PIC non plus dans le référentiel du laboratoire, mais en référentiel accéléré (on parle de boosted frame) [Vay, 2007, Martins *et al.*, 2010], ce qui réduirait drastiquement les temps de calcul.

III.2 Implémentation du calcul du rayonnement

Les codes PIC présentés ci-dessus permettent la simulation de l'interaction laser-plasma et le calcul de l'accélération des électrons. On a vu dans la partie II.4 que seule la trajectoire de la particule était nécessaire pour calculer le rayonnement émis ; la connaissance des champs appliqués sur la particule est donc superflue.

Le calcul du rayonnement est basé sur la formule (77) que l'on rappelle ici :

$$\frac{d^2I}{d\omega d\Omega} = \frac{e^2}{16\pi^3 c\varepsilon_0}\left|\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\boldsymbol{n}\times[(\boldsymbol{n}-\boldsymbol{\beta})\times\dot{\boldsymbol{\beta}}]}{(1-\boldsymbol{\beta}\cdot\boldsymbol{n})^3} e^{i\omega(t-\boldsymbol{n}\cdot\boldsymbol{r}(t)/c)}dt\right|^2 . \tag{109}$$

Cette formule permet de calculer l'énergie rayonnée par un électron par unité de fréquence et par unité d'angle solide. Même si elle paraît plus simple, car elle évite notamment de calculer l'accélération, on n'utilise pas la formule (78), car il a été montré qu'elle conduisait à un calcul du rayonnement incorrect à cause de l'influence des termes de bords négligés [Chen *et al.*, 2013](correspondant au début et à la fin du mouvement) lorsque le nombre d'oscillations est petit < 10, ce qui est le cas dans le calcul du rayonnement émis par une source bétatron.

Le calcul du rayonnement bétatron ne nécessitant pas plus d'informations que la trajectoire de la particule, deux solutions sont possibles : l'implémentation directe dans le code PIC, ou bien le calcul en post-traitant les trajectoires des particules accélérées qui ont été préalablement enregistrées pendant la simulation PIC. Dans cette section, nous allons voir comment calculer le rayonnement, et quelles sont les conditions qui s'appliquent pour que ce calcul soit correct.

III.2.1 Incohérence du rayonnement

Pour pouvoir calculer le rayonnement émis par tout le faisceau électronique, il est nécessaire de faire une hypothèse sur la nature du rayonnement. En effet, le rayonnement total s'écrit comme la somme du rayonnement émis par chacun des N_e électrons :

$$\frac{d^2 I_{tot}}{d\omega d\Omega} = \frac{e^2}{16\pi^3 c\varepsilon_0} \left| \sum_{i=1}^{N_e} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\boldsymbol{n} \times [(\boldsymbol{n} - \boldsymbol{\beta_i}) \times \dot{\boldsymbol{\beta}}_{\boldsymbol{i}}]}{(1 - \boldsymbol{\beta_i} \cdot \boldsymbol{n})^3} e^{i\omega(t - \boldsymbol{n}\cdot\boldsymbol{r_i}(t)/c)} dt \right|^2 , \tag{110}$$

où on remarque que la somme est effectuée avant le calcul du module : il faut considérer que les contributions de chaque électron peuvent s'ajouter de manière cohérente ou non.

On peut simplifier le raisonnement en supposant que les électrons partent de positions initiales différentes, mais suivent ensuite le même mouvement, et donc émettent tous le même rayonnement, à un facteur de phase près. On considère l'émission à une longueur d'onde $\lambda_\delta = 2\pi c/\omega_\delta$. Si la distribution des électrons est uniforme, alors les maxima de l'onde électromagnétique émise par un électron en x_e vont se compenser avec les minima de l'onde émise par l'électron situé en $x_e + \lambda_\delta/2$, et le rayonnement total sera nul.

À l'inverse, si les électrons sont regroupés périodiquement, tous les λ_δ, en faisceaux de longueur très courte devant λ_δ (ou si la taille totale du faisceau d'électrons est très petite devant λ_δ), les champs émis vont se superposer et se sommer, et le rayonnement sera cohérent. Dans ce cas, l'énergie rayonnée totale sera proportionnelle au nombre de particules au carré :

$$\frac{d^2 I_{tot}}{d\omega d\Omega} = N_e^2 \frac{d^2 I_e}{d\omega d\Omega}, \tag{111}$$

où I_e désigne l'énergie rayonnée par un seul électron.

Dans le cas intermédiaire où la distribution électronique est aléatoire, alors le rayonnement total est incohérent ; l'énergie totale correspond à la somme des énergies émises par chaque électron et devient ainsi :

$$\frac{d^2 I_{tot}}{d\omega d\Omega} = N_e \frac{d^2 I_e}{d\omega d\Omega}, \tag{112}$$

Dans le cas du rayonnement bétatron, on peut considérer que les électrons sont aléatoirement répartis sur la longueur du faisceau qui est de l'ordre de la longueur d'onde plasma λ_p. Le rayonnement émis est donc incohérent pour toutes les longueurs d'ondes d'intérêt (de l'ordre de $2\pi c/\omega_c << \lambda_p$). On fera cette hypothèse dans la suite pour le calcul du rayonnement.

III.2.2 Fréquence limite

L'implémentation du rayonnement total peut donc être déterminée à partir des équations (110) et (112), en tenant compte que la sommation doit se faire non pas sur les N_e électrons mais sur les N_m macro-particules, ce qui donne :

$$\frac{d^2 I_{tot}}{d\omega d\Omega} = \frac{e^2}{16\pi^3 c\varepsilon_0} \sum_{m=1}^{N_m} W_m \left| \sum_{n'=1}^{N_T} \frac{\boldsymbol{n} \times [(\boldsymbol{n} - \boldsymbol{\beta}_{\boldsymbol{m}}^{\boldsymbol{n'}}) \times \dot{\boldsymbol{\beta}}_m^{n'}]}{(1 - \boldsymbol{\beta}_{\boldsymbol{m}}^{\boldsymbol{n'}} \cdot \boldsymbol{n})^3} e^{i\omega(t - \boldsymbol{n}\cdot\boldsymbol{r}_{\boldsymbol{m}}^{\boldsymbol{n'}}(t)/c)} \Delta t' \right|^2, \tag{113}$$

où le mouvement des électrons a été échantillonné selon un intervalle de temps $\Delta t'$, N_T désignant le nombre total de pas de temps et $X_m^{n'}$ la grandeur X pour la macro-particule m considérée au pas de temps $n'\Delta t'$. On rappelle que W_m est le poids de la macro-particule m.

La trajectoire des particules étant échantillonnée, il existe une fréquence limite au delà de laquelle on ne pourra pas calculer le rayonnement à cause du phénomène de repliement de spectre rencontré en théorie du signal. La fréquence d'échantillonnage de la trajectoire est $1/\Delta t'$, ce qui correspond à une fréquence de Nyquist $1/(2\Delta t')$. Dans le référentiel du laboratoire d'observation des électrons, cette fréquence devient $\gamma^2/\Delta t'$ par effet Doppler relativiste (de même que dans la formule (85)), ce qui, en terme de pulsation, se traduit par

$$\omega_l = \frac{2\pi\gamma^2}{\Delta t'}. \tag{114}$$

Dans le calcul du rayonnement, on filtrera le rayonnement émis aux pulsations supérieures à la pulsation limite ω_l caractéristique de chaque électron d'énergie γ.

Pour une simulation d'accélération par sillage laser réalisée par un code PIC, il faut résoudre λ_0 dans la direction de propagation, c'est-à-dire choisir $\Delta x \sim \lambda_0/50$, ce qui implique l'utilisation d'un pas de temps Δt de l'ordre de $0.1\ \omega_0^{-1}$ en suivant la condition CFL (102). La pulsation limite associée à cet échantillonnage

des trajectoires due à la méthode des différences finies du code PIC est donc $\omega_l \sim 20\pi\gamma^2\omega_0$. La pulsation critique du rayonnement bétatron émis par le même électron est donnée par l'équation (87), donc on a la relation suivante :

$$\frac{\omega_l}{\omega_c} \sim \frac{80}{y_0\omega_0/c}\frac{\omega_0^2}{\omega_p^2}$$

L'amplitude du mouvement bétatron étant inférieure à la dizaine de microns, on a donc généralement $\omega_l/\omega_c > \omega_0^2/\omega_p^2 >> 1$. Le pas de temps du code PIC permet donc de calculer l'intégralité du spectre bétatron. En pratique, les trajectoires calculées par le code PIC sont même re-échantillonnées sur de plus grands intervalles de temps $\Delta t' > \Delta t$ afin d'accélérer le calcul, sans perdre d'informations sur le rayonnement. Cependant, il est nécessaire de faire attention à cette fréquence limite lors du choix de $\Delta t'$, en particulier pour le calcul d'autres types de rayonnement émis à plus hautes fréquences alors que des énergies électroniques similaires sont utilisées, comme pour le calcul du rayonnement Compton [Ta Phuoc *et al.*, 2012].

III.2.3 Code 'tout-en-un' ou post-traitement ?

Plusieurs possibilités s'offrent à nous pour l'implémentation de l'équation (113). Dans le code parallélisé CALDER, chaque processeur s'occupe d'une partie du maillage. Ainsi, dans les cas d'accélération par sillage laser, la forte charge électronique (représentée par un nombre important de macro-particules) qui se retrouve de manière très localisée à l'arrière de la cavité accélératrice confère une surcharge de travail aux quelques cœurs qui traitent cette région. Cette surcharge de quelques cœurs ralentit le calcul global. Ce sont de plus ces électrons qui émettent le rayonnement bétatron, et il n'y a pas d'intérêt à calculer le rayonnement émis par les électrons du plasma ambiant. Seuls les électrons ayant dépassé une énergie seuil sont comptabilisés dans le calcul du rayonnement. Le calcul du rayonnement, qui est assez lourd à cause de la discrétisation du résultat selon la fréquence ω et l'angle solide Ω (qui implique de calculer l'expression (113) pour chaque point fréquentiel et d'angle solide voulu) a pour effet d'accentuer drastiquement cette surcharge de travail pour les quelques cœurs traitant les particules accélérées. Il n'est pas viable d'un point de vue calculatoire de modéliser directement le rayonnement bétatron dans une simulation PIC.

Dans le cas du rayonnement bétatron, il est donc préférable d'enregistrer les positions des particules énergétiques au cours de leur accélération, et de calculer le rayonnement dans un module de post-traitement dont la parallélisation a pour effet de redistribuer les macro-particules vers tous les processeurs. C'est ce choix qui sera fait dans la suite du manuscrit, à chaque fois qu'un calcul de rayonnement bétatron sera présenté. Cependant, dans certains cas, l'implémentation directe dans le code

PIC du calcul du rayonnement peut présenter l'avantage de promouvoir un code 'tout-en-un', sans pour autant dégrader complètement le coût du calcul. C'est par exemple le cas pour le calcul de certaines sources comme le rayonnement Compton : l'interaction d'un faisceau d'électrons seul (i.e. sans plasma autour) avec une impulsion laser permet de bien répartir l'ensemble des particules dans la boîte de simulation, de manière à avoir une répartition homogène de la charge de calcul. Nous avons donc tout de même implémenté l'équation (113) dans les codes CALDER et CALDER-Circ, même si l'intérêt est limité pour l'étude des sources bétatrons. La modélisation d'une source Compton avec CALDER-Circ est en cours, en collaboration avec un autre groupe du CEA. Cependant cette étude n'est pas encore assez avancée pour être présentée dans cette thèse. Le travail préparatoire à cette étude, qui a consisté à implémenter et valider le calcul du rayonnement synchrotron dans CALDER et CALDER-Circ est néanmoins présenté dans la partie qui suit.

III.2.4 Validation du code

Premier test : rayonnement synchrotron

Pour valider le module de rayonnement implémenté dans CALDER et CALDER-Circ, on s'intéresse au rayonnement émis par les trajectoires de quelques particules tests. Pour commencer, on considère le cas d'une particule en mouvement synchrotron idéal, c'est-à-dire dans le vide et soumise uniquement à un champ magnétique B_z statique et uniforme. L'électron considéré possède une impulsion initiale p_0 selon l'axe y, et sa trajectoire est donc circulaire dans le plan (x, y), son rayon étant le rayon de Larmor $R_L = p_0/eB_z$.

Dans le régime relativiste, la pulsation fondamentale du rayonnement est donnée par $\omega_{f,theo} = c/R_L$ et le rayonnement est émis à la pulsation $\omega_{f,theo}$ et aux harmoniques $\omega_n = n\omega_{f,theo}$, avec n entier naturel. D'après l'équation (80) appliquée dans le plan (x,y), l'amplitude de ces harmoniques est modulée par une enveloppe de la forme :

$$\frac{d^2I}{d\omega d\Omega} = \frac{e^2}{12\pi^3 c\varepsilon_0}\left(\frac{\omega}{\omega_f}\right)\frac{1}{\gamma^4}K_{2/3}^2\left(\frac{\omega}{3\gamma^3\omega_f}\right). \tag{115}$$

Sur la figure 15, on peut voir les résultats de simulations CALDER-Circ avec différents paramètres, choisis de manière à ce que le rayon de Larmor reste constant. L'observation est réalisée dans la direction $\boldsymbol{n} = -\boldsymbol{e_x}$, et on peut voir que le rayonnement est effectivement émis uniquement à certaines pulsations. De plus, le nombre d'harmoniques présentes dans le spectre augmente rapidement avec l'énergie de l'électron (on rappelle que la pulsation critique ω_c du rayonnement est proportionnelle à γ^3). Pour le cas où $p_0 = 1.25\ m_e c$, l'amplitude des harmoniques ne correspond pas à celle prédite par l'enveloppe théorique (cf equation (115)). En effet, ce cas est encore faiblement relativiste, avec $\beta = 0.78$, si bien que l'hypo-

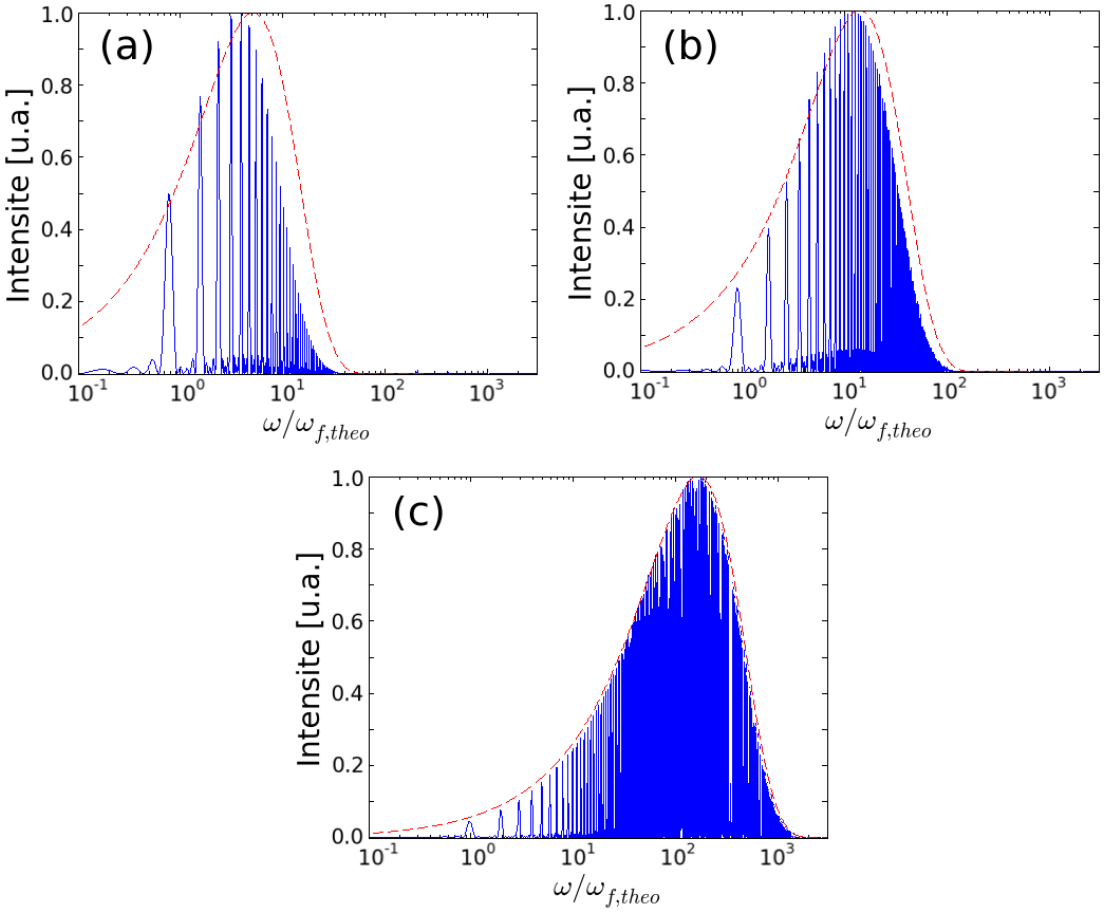

FIGURE 15 – Spectre rayonné dans le plan (x, y) par un électron dans un champ magnétique B_z uniforme et constant. En bleu, la simulation de l'énergie rayonnée par unité d'angle solide et par unité de fréquence $d^2I/d\omega d\Omega$ pour un électron en mouvement synchrotron de rayon de Larmor $R_L = c/\omega_f$. (a) $B_z = 1.25\ m_e\omega_f/e$ et $p_{y,0} = 1.25\ m_ec$, (b) $B_z = 2\ m_e\omega_f/e$ et $p_{y,0} = 2\ m_ec$. et (c) $B_z = 5\ m_e\omega_f/e$ et $p_{y,0} = 5\ m_ec$. En pointillés rouges, l'enveloppe théorique donnée par l'équation (115).

thèse $\beta \sim 1$ n'est pas vérifiée. En conséquence, la théorie surestime la pulsation fondamentale, comme on peut le constater, avec $\omega_{f,obs}/\omega_{f,theo} < 1$. Cependant, on peut voir que lorsque la particule devient plus relativiste, alors $\omega_{f,obs}/\omega_{f,theo} \sim 1$ et l'amplitude des harmoniques épouse la forme de l'enveloppe théorique (l'écart entre $\omega_{f,obs}$ et $\omega_{f,theo}$ et alors inférieur au millième, c'est-à-dire de l'ordre du pas de discrétisation du spectre dans la simulation).

Deuxième test : rayonnement Compton

Le test précédent réalisé dans le cas d'un mouvement simple a validé la forme du spectre rayonné, avec une émission X aux harmoniques attendues, et avec une

amplitude relative de ces harmoniques correcte. On réalise maintenant un test un peu plus compliqué, impliquant l'émission de rayonnement par un électron énergétique soumis à une onde laser contra-propagative, générant ainsi une source appelée source Compton. Dans ce schéma, les électrons oscillent fortement dans le champ laser et émettent un rayonnement fortement collimaté dans leur direction de propagation.

Pour des faisceaux d'électrons accélérés par sillage laser, l'avantage d'un tel schéma est de produire un rayonnement beaucoup plus énergétique que celui émis par la source bétatron, tout en conservant la petite taille et la courte durée de source issues du faisceau d'électrons. De plus, avec des faisceaux d'électrons monoénergétiques et une impulsion laser contra-propagative d'intensité modérée ($a_0 << 1$), il peut potentiellement conduire à l'obtention de rayonnement quasi-monoénergétique, contrairement à l'émission large bande de la source bétatron [Esarey *et al.*, 1993, Powers *et al.*, 2014]. Cependant, sa réalisation expérimentale nécessite deux impulsions lasers [Schwoerer *et al.*, 2006] et est donc plus complexe, même si la technique du miroir plasma permet d'utiliser la même impulsion pour accélérer les électrons et générer la source Compton [Ta Phuoc *et al.*, 2012].

On considère donc maintenant l'interaction d'un électron d'énergie initiale γ_0, et de vecteur vitesse selon $\boldsymbol{e_x}$ avec une onde plane contra-propagative polarisée linéairement selon y, telle que son potentiel vecteur normalisé est donné par $\boldsymbol{A} = A_0(\omega_0 t + k_0 x)\boldsymbol{e_y}$, avec $A_0 = \tilde{A}_0(\omega_0 t + k_0 x)\cos(\omega_0 t + k_0 x)$ où $\tilde{A}_0$ est l'enveloppe temporelle de l'impulsion laser. Dans la suite, les impulsions sont normalisées à $m_e c$. En utilisant les symétries du problème et le théorème de Noether, il est possible de montrer la conservation de l'impulsion généralisée transverse, de qui conduit à $p_y(t) = A_0(\omega_0 t + k_0 x(t))$, où $x(t)$ est la position de la particule, ainsi que la conservation de la quantité $\gamma + p_x$ [Esarey *et al.*, 1993]. On pose $C = \gamma_0 + p_{x,t=0} = \gamma_0 + \sqrt{\gamma_0^2 - 1}$, et on a alors $(p_x - C)^2 = \gamma^2 = 1 + p_x^2 + A_0^2(\omega_0 t + k_0 x)$, puis $p_x = (C^2 - 1 - A_0^2(\omega_0 t + k_0 x))/2C$. En injectant ce résultat dans $\gamma = C - p_x$, on obtient finalement :

$$\gamma = \frac{1 + C^2 + A_0^2(\omega_0 t + k_0 x)}{2C}. \tag{116}$$

Si on considère maintenant une impulsion laser de faible amplitude, telle que $a_0 << 1 << \gamma_0$, alors $\gamma \sim \gamma_0$ est constant durant l'interaction, et la position transverse de l'électron peut être décrite localement par une sinusoïde d'amplitude $\tilde{A}_0/C$, et de longueur d'onde $\lambda_u = \lambda_0/2$. De plus, le paramètre de force K de l'oscillation est égal à $\tilde{A}_0$, et correspond donc à l'enveloppe de p_y.

Ceci peut être vérifié dans la figure 16, qui présente les résultats d'une simulation CALDER avec $\gamma_0 = 34.3$ pour l'électron, et où l'impulsion laser est une onde plane décrite par $\lambda_0 = 1.064$ μm, $\tau_{rms} = 100$ fs et $a_0 = 0.008$. Au centre de la gaussienne (avec $\tilde{A}_0 = a_0$), les électrons atteignent bien les valeurs attendues avec

$y_{max}\omega_0/c = 1.17 \times 10^{-4} = a_0/2\gamma$ et $p_{y,max}/m_e c = 0.008 = a_0$.

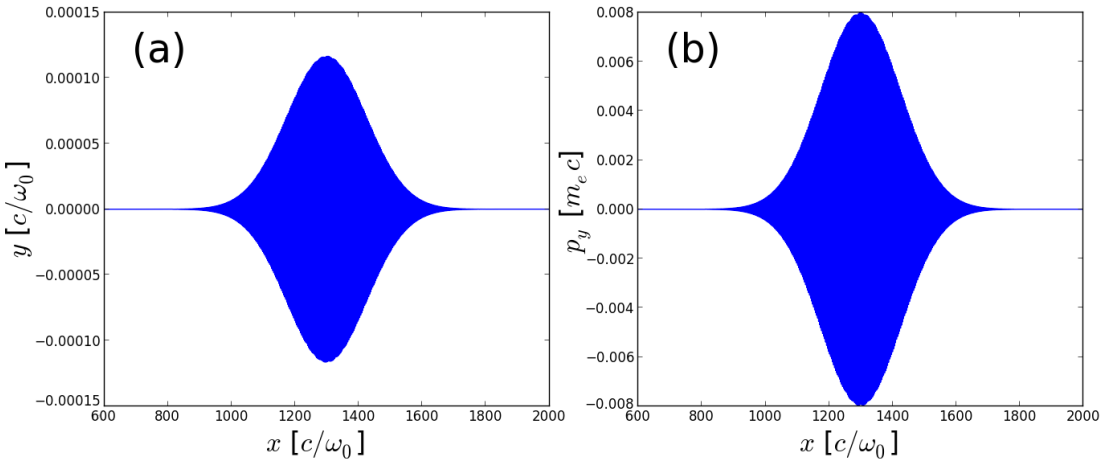

FIGURE 16 – Mouvement de l'électron lors de son interaction avec une onde plane contra-propagative. (a) Position transverse y et (b) impulsion transverse p_y en fonction de la position longitudinale x normalisée.

On peut donc écrire le mouvement transverse de l'électron sous la forme :

$$y(x) = \frac{K}{\gamma k_u}\cos(k_u x), \tag{117}$$

avec $k_u = 2\pi/\lambda_u$. La trajectoire est la même que celle qui a permis d'établir les caractéristiques de la source bétatron en considérant une énergie de l'électron constante. On peut donc appliquer le même raisonnement que dans la section II.4, avec $\lambda_\beta \to \lambda_u$, pour obtenir que le rayonnement Compton se fait à la pulsation fondamentale ω_f et ses harmoniques $n\omega_f$, avec n entier naturel, jusqu'à une pulsation critique ω_c où :

$$\omega_f = 2\gamma^2\omega_u\left(1 + \frac{K^2}{2} + \gamma^2\theta^2\right)^{-1} = 4\gamma^2\omega_0\left(1 + \frac{a_0^2}{2} + \gamma^2\theta^2\right)^{-1}, \tag{118}$$

$$\omega_c = \frac{3}{2}K\gamma^2\omega_u = 3\gamma^2 a_0\omega_0, \tag{119}$$

avec θ l'angle d'émission du rayonnement par rapport à l'axe x.

De plus, en injectant l'expression du mouvement de la particule dans l'équation (72), on aboutit à la puissance moyenne rayonnée sur une oscillation dans le cas Compton :

$$\bar{P} = \frac{4\pi e^2 c}{3\varepsilon_0}\frac{\gamma^2 a_0^2}{\lambda_0^2}. \tag{120}$$

Dans la simulation précédente, on calcule le rayonnement uniquement pour une faible portion de la trajectoire de l'électron, lorsque son interaction avec l'impul-

sion laser est maximale ($\tilde{A}_0 \sim a_0$). La trajectoire concernée est représentée sur la figure 17. Sur cette distance, la trajectoire peut-être approximée comme sinusoïdale d'amplitude a_0/C. La puissance moyenne rayonnée calculée dans le code à l'aide de l'équation (113) est de $\bar{P} = 2.3 \times 10^{-7}$ W, ce qui correspond à l'estimation fournie par l'équation (120). Ainsi l'énergie rayonnée est correcte.

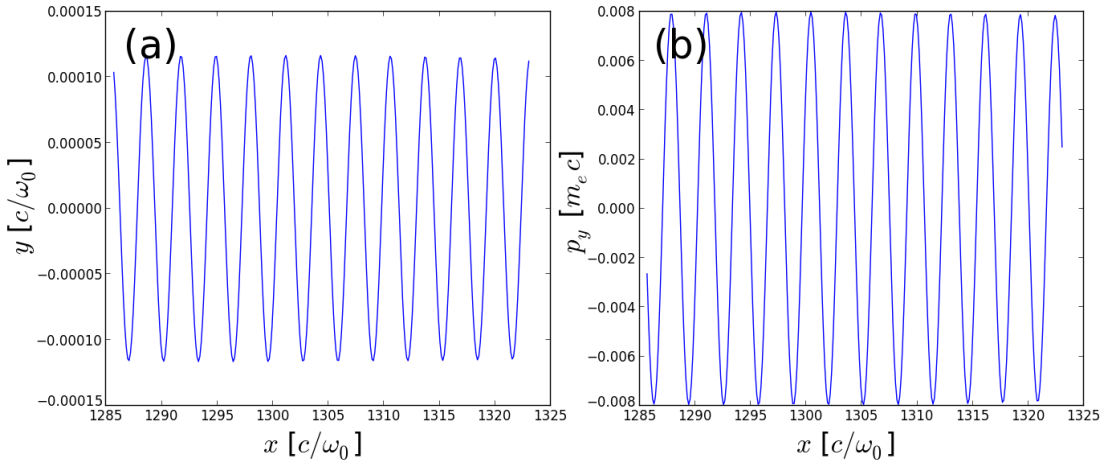

FIGURE 17 – Mouvement de l'électron lors de son interaction avec une onde plane contra-propagative au maximum de l'amplitude de cette onde. (a) Position transverse y et (b) impulsion transverse p_y en fonction de la position longitudinale x normalisée.

Le calcul théorique fournit de plus l'expression de l'énergie rayonnée sur l'axe de la n-ième harmonique par unité de fréquence et par unité d'angle [Esarey *et al.*, 1993] :

$$\left.\frac{d^2 I_n}{d\Omega d\omega}\right|_{\theta=0,\omega=\omega_n} = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0} k_0 N_0 M_0^2 F_n(a_0) G_n(\omega), \tag{121}$$

avec N_0 le nombre d'oscillations de l'électron, $M_0 = (\gamma(1+\beta)^2)/(1+\frac{a_0^2}{2})$, $F_n(a_0) = n\alpha_n[J_{(n-1)/2}(\alpha_n) - J_{(n+1)/2}(\alpha_n)]^2$ et $G(\omega) = \frac{1}{\Delta\omega}\mathrm{sinc}(\omega - nM_0\omega_0\overline{T})$ où J désigne la fonction de Bessel de première espèce, $\alpha_n = \frac{a_0^2}{4}(1 + a_0^2/2)$, $\Delta\omega = \omega_n/nN_0$ et $\overline{T} = L_0/2cM_0$, L_0 étant la longueur d'interaction. Dans notre cas, $a_0 << 1$ et $\gamma >> 1$, et le rayonnement est seulement émis à la pulsation fondamentale, qui sur l'axe est donnée par $\omega_f \sim 4\gamma^2\omega_0$. Cette formule se simplifie, pour donner :

$$\left.\frac{d^2 I_f}{d\Omega d\omega}\right|_{\theta=0}(\omega_f) = \frac{e^2(4\gamma_0^2)^2 N_0^2}{2\varepsilon_0\lambda_0\omega_f}\alpha_1[J_0(\alpha_1) - J_1(\alpha_1)]^2. \tag{122}$$

On montre en figure 18, le résultat du calcul du rayonnement sur la portion de trajectoire indiquée dans la figure 17. La figure 18a montre le nombre de photons émis par unité d'angle solide et par unité de fréquence sur l'axe. L'énergie du pic d'émission correspond à celle prévue pour l'harmonique fondamentale par

l'équation (118) ($E_f = 5.5$ keV). De plus, en cette valeur, on obtient la valeur $\max(d^2I/d\Omega d\omega) = 1.2 \times 10^{-20} J/eV/sr$, qui est à comparer avec la valeur théorique prévue issue de l'équation (122) appliquée à 12 oscillations d'un électron : $d^2I/d\Omega d\omega(\theta = 0, \omega = \omega_f) = 1.3 \times 10^{-20} J/eV/sr$. Les valeurs sont très proches, la faible différence s'expliquant aussi par le fait qu'on a moins de 12 oscillations complètes sur la portion de trajectoire considérée dans la simulation.

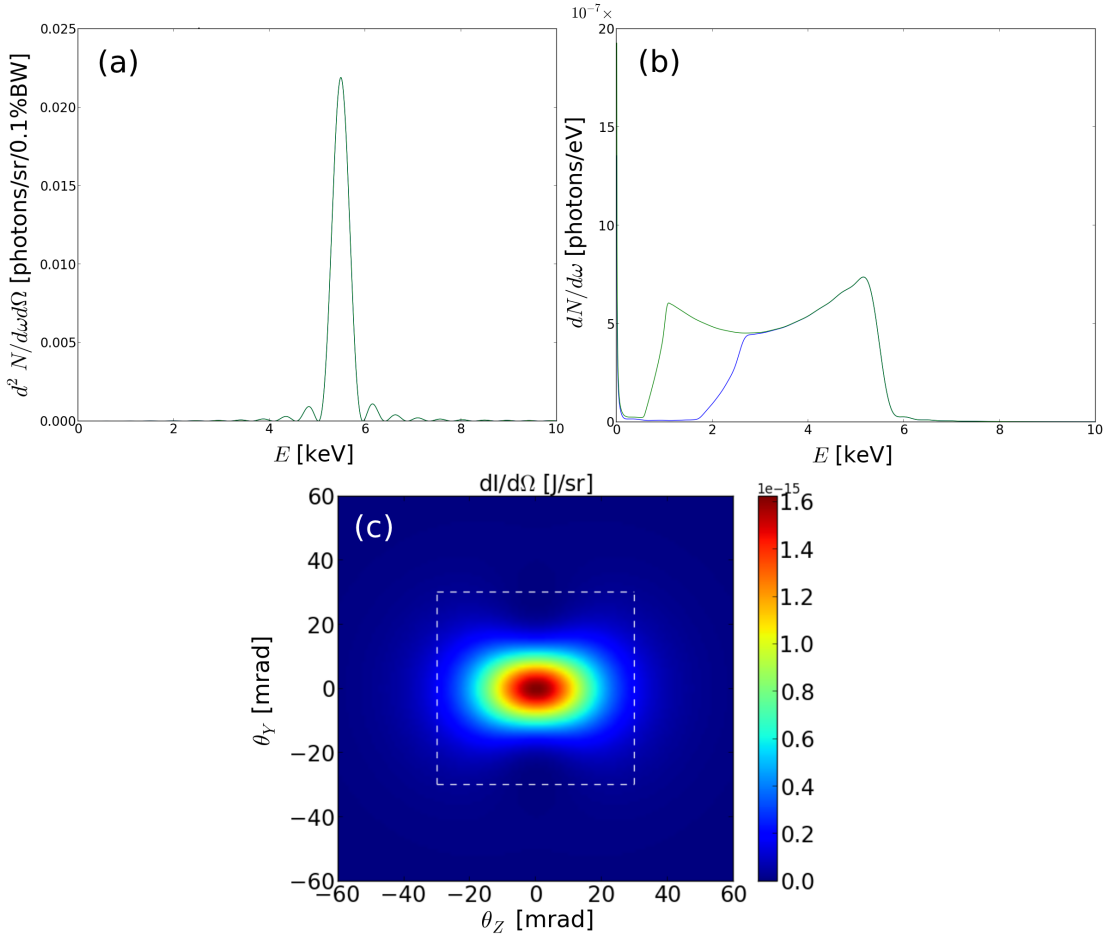

FIGURE 18 – Rayonnement Compton calculé par le code CALDER à partir de la trajectoire représentée en figure 17. (a) Nombre de photons émis par unité d'angle solide et par unité de fréquence $d^2N/d\omega d\Omega$ sur l'axe. (b) Distributions fréquentielles photoniques $dN/d\omega$ émises en intégrant les photons contenus dans un angle de 30×30 mrad^2 (bleu) et 60×60 mrad^2 (vert). (c) Énergie rayonnée par unité d'angle solide $dI/d\Omega$; les pointillés blancs délimitent l'angle de 30×30 mrad^2.

En intégrant $d^2N/d\omega d\Omega$ sur l'angle solide, on obtient le nombre de photons émis par unité de fréquence $dN/d\omega$, représentée en figure 18b. On remarque que plus l'angle d'intégration est important, plus l'émission de photons de basse énergie augmente. Les photons émis loin de l'axe de propagation sont d'énergie inférieure à ceux étant émis proches de l'axe (ω_f diminue avec θ). Malgré leur grand nombre, ils

contribuent peu à l'énergie totale rayonnée. On peut néanmoins montrer qu'en intégrant sur tout l'angle solide, l'énergie moyenne des photons émis est de $\hbar\omega_{f,\theta=0}/2$, et que par conséquent, le nombre total de photons émis par oscillation est [Corde *et al.*, 2013a] :

$$N_X = \frac{2\pi}{3}\alpha_F a_0^2, \tag{123}$$

avec $\alpha_F = e^2/(4\pi\varepsilon_0\hbar c)$ la constante de structure fine. Le nombre total de photons émis sur l'angle de 60×60 mrad^2 par oscillation est $N_X = 7.4 \times 10^{-7}$ ($N_X = 5.1 \times 10^{-7}$ pour un angle de 30×30 mrad^2). Pour obtenir le nombre de photons théorique total ($N_X = 9.8 \times 10^{-7}$), il faudrait intégrer sur tout l'angle solide. Ce processus est fastidieux à réaliser avec CALDER, et n'est généralement pas comparable avec les chiffres obtenus dans les expériences, où les photons sont comptés par caméra CCD sur des petits angles d'émission. C'est pourquoi, dans la suite, le nombre de photons sera calculé en coupant l'intégration sur l'angle, quitte à perdre une partie des photons émis à plus basse énergie. Cependant, comme on peut le voir sur la figure 18b, cette restriction à de petits angles ne change pas la description du spectre à hautes fréquences.

Enfin en intégrant fréquentiellement $d^2I/d\omega d\Omega$, on peut obtenir l'énergie angulaire rayonnée $dI/d\Omega$, qui est donnée sur la figure 18c. On peut voir que l'ouverture typique du faisceau dans la direction z orthogonale à la direction de polarisation, et donc au mouvement transverse de l'électron, est de l'ordre de $1/\gamma$ (~ 30 mrad). C'est un peu plus compliqué dans la direction de polarisation : lorsque $a_0 > 1$, alors l'angle typique d'émission est de l'ordre de K/γ. Ici $a_0 << 1$, et on peut montrer qu'un minimum de rayonnement est atteint en un angle $1/\gamma$, créant un angle d'émission inférieur (mais qui reste tout de même proche de $1/\gamma$), ce qui est bien vérifié dans la simulation.

Finissons par quelques considérations sur les spécificités du calcul numérique du rayonnement Compton. On a vu précédemment que compte tenu de l'échantillonnage des trajectoires, le rayonnement calculé devait être coupé pour une fréquence limite ω_l. Cette fréquence n'était pas gênante dans le cas du rayonnement bétatron, mais elle devient plus problématique pour le rayonnement Compton, plus énergétique. Si on veut maintenant pouvoir décrire la fréquence fondamentale du rayonnement, comme dans notre cas, on doit vérifier $\omega_f < \omega_l$, ce qui implique la condition suivante :

$$c\Delta t' < \frac{\lambda_0}{4}, \tag{124}$$

où $\Delta t'$ désigne l'échantillonnage des trajectoires électroniques. La résolution de λ_0 dans le code menant à $\Delta x \approx c\Delta t \sim \lambda_0/50$ implique que (124) est nécessairement vérifiée. La condition se durcit lorsqu'on passe à l'interaction avec un laser plus

énergétique, avec $a_0 > 1$, car on doit maintenant satisfaire $\omega_c < \omega_l$, ce qui donne :

$$c\Delta t' < \frac{\lambda_0}{3a_0}. \tag{125}$$

Lorsque a_0 devient trop important (de l'ordre de la dizaine), il devient ainsi nécessaire de diminuer le pas de temps de la simulation pour pouvoir résoudre la partie du rayonnement émis à haute énergie.

Un autre problème émerge lorsque a_0 devient trop grand. Selon les formules classiques précédentes, des photons peuvent être émis à des énergies qui sont de l'ordre de celle de l'électron émetteur, voire qui la dépassent (ceci est amplifié pour γ_0 et a_0 grand). L'implémentation classique du rayonnement telle qu'elle a été présentée jusqu'à maintenant ne respecte en fait pas la conservation de l'énergie (l'énergie rayonnée n'est pas retranchée à l'énergie cinétique de l'électron), et n'est plus adaptée pour étudier ce phénomène. Il est nécessaire de passer vers une nouvelle description du phénomène : c'est l'approche électrodynamique quantique (QED) du rayonnement.

III.2.5 Rayonnement classique et rayonnement quantique

Dans l'approche QED du rayonnement, l'émission se fait sous forme d'émissions particulaires de photons : au cours de sa trajectoire, un électron va émettre un ou plusieurs photons d'énergies différentes, au lieu d'une distribution continue. Il est aussi nécessaire de prendre en compte la perte énergétique subie par l'électron qui vient d'émettre un photon. Ces processus ont été implémentés en détail dans CALDER [Lobet, 2015].

Deux méthodes de calcul sont disponibles dans CALDER pour prendre en compte ces effets. Une première méthode implique seulement la perte d'énergie continue des électrons due à un terme d'auto-force : l'électron est soumis au champ électromagnétique qu'il génère ; lorsque les particules deviennent très relativistes, ce champ est suffisamment fort pour perturber l'électron en retour, et cette interaction ne peut plus être négligée. Cette situation correspond à l'émission d'un très grand nombre de photons ayant chacun une faible énergie devant celle de l'électron, mais le cumul des énergies de ces photons représente tout de même une fraction significative de celle de l'électron, conduisant à la perte d'énergie continue de ce dernier. Une deuxième méthode implique l'émission discrète de photons numériques, modélisés par des macro-particules de photons dans CALDER. Cette émission discrète conduit à une perte d'énergie instantanée lors de l'émission du photon.

Dans le cadre de cette thèse, seule la première méthode a été implémentée dans CALDER-Circ pour calculer l'auto-force (à l'instar de ce qui avait été fait dans CALDER), ainsi que le calcul du rayonnement alors émis. Pour implémenter l'auto-force, on utilise le modèle de Sokolov [Sokolov *et al.*, 2009], dans lequel

les équations du mouvement des particules sont modifiées pour donner, avec les notations utilisant les quadri-vecteurs :

$$\frac{dp^\mu}{d\tau} = \frac{e}{c}F^{\mu\nu}\frac{dx_\nu}{d\tau} - 4\pi\varepsilon_0\frac{Ip^\mu}{mc^2}, \tag{126}$$

$$\frac{dx^\mu}{d\tau} = \frac{p^\mu}{m_e} + \tau_0\frac{I}{I_E}\frac{eF^{\mu\nu}p_\nu}{m_e^2 c}, \tag{127}$$

où p^μ et x^μ sont les quadri-vecteurs impulsion et position, τ est le temps propre, $\tau_0 = 2e^2/(3m_e c^3)$, $F^{ik} = \partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu$ est le tenseur électromagnétique, et $I = g(\eta)I_E$ avec $I_E = \tau_0 e^2|F_{\mu\nu}p^\nu|^2/(4\pi\varepsilon_0 m_e^3)$ l'intensité d'émission classique. Le calcul de la fonction g est effectué selon la formule d'électrodynamique quantique :

$$g(\eta) = \frac{3\sqrt{3}}{2\pi\eta^2}\int_0^\infty G(\eta,\chi)d\chi, \tag{128}$$

où la valeur de G, qui représente l'émissivité quantique [Erber, 1966, Kirk *et al.*, 2009], est tabulée en entrée de code (cf Annexe B), et où η et χ sont des invariants de Lorentz associés respectivement à l'électron et au photon et sont donnés par :

$$\eta = \frac{e\hbar}{m_e^3 c^4}|F_{\mu\nu}p^\nu| \quad \text{et} \quad \chi = \frac{e\hbar^2}{m_e^3 c^4}|F_{\mu\nu}k^\nu|, \tag{129}$$

avec $\hbar k^\nu$ désignant le quadri-vecteur impulsion du photon.

Les termes les plus à droite dans les équations (126) et (127) sont ceux qui sont ajoutés par rapport aux équations du mouvement standard, et qui permettent la prise en compte de l'auto-force. Une fois la correction des équations du mouvement implémentée, il est relativement aisé de calculer l'émission du rayonnement. En effet, la puissance rayonnée par un électron P est déduite à partir de la fonction g introduite pour calculer l'auto-force :

$$P(\eta) = \frac{2}{3}\alpha_F\eta^2 m_e c^2\frac{m_e c^2}{\hbar}g(\eta) \tag{130}$$

On considère que cette puissance est émise dans la direction de propagation de l'électron (en négligeant le cône d'ouverture de $1/\gamma$), et qu'elle est émise avec un spectre dont la distribution est décrite par la fonction G. Dans cette approche quantique, les phénomènes d'interférence sont négligés, ce qui fait disparaître les structures relatives aux harmoniques dans le spectre. On conserve cependant une bonne description du spectre, car l'amplitude de ces harmoniques est bien décrite par la fonction G. À ce titre, lorsque le régime classique s'applique encore, G tend vers la distribution classique donnée par l'équation (82). Dans la figure 19a, on montre la différence entre les spectres classiques et quantiques obtenus dans le cas d'un électron en mouvement synchrotron, avec $p_0 = 500\ m_e c$ et $B_z = 500\ m_e\omega_{f,theo}/e$. Selon le modèle quantique, l'énergie est rayonnée à des fréquences

inférieures à celles prévues dans l'approche classique. Ceci est particulièrement vrai à hautes énergies de photons : le modèle quantique empêche l'émission de photons d'énergies supérieures à celle de l'électron.

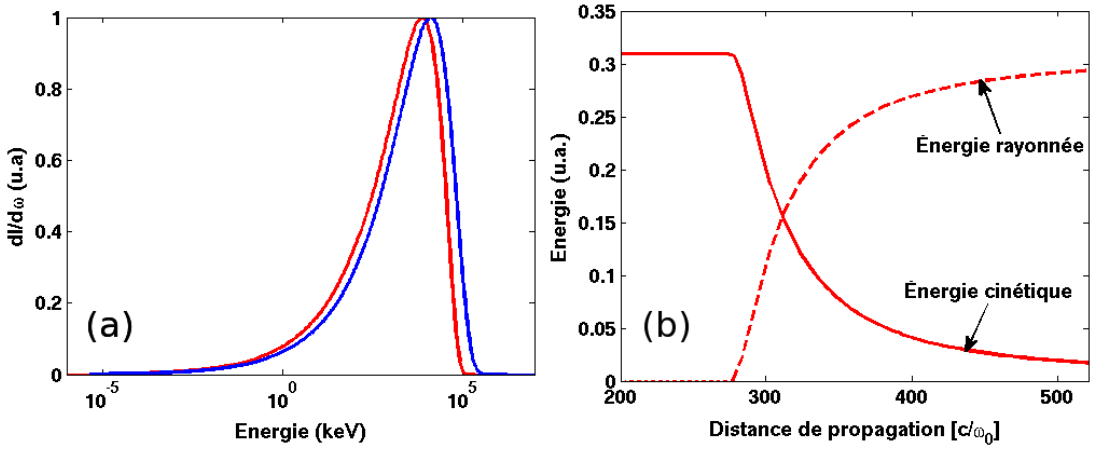

FIGURE 19 – (a) Comparaison de la distribution fréquentielle $dI/d\omega$ de l'énergie rayonnée dans le cas d'un électron énergétique ($p_0 = 500\ m_e c$) en mouvement dans un champ magnétique constant ($B_z = 500\ m_e \omega_{f,theo}/e$). En rouge, l'émission calculée par le modèle quantique, et en bleu, l'enveloppe classique prévue par la formule (82). (b) Conséquence de la prise en compte de l'auto-force dans CALDER-Circ : Évolution de l'énergie rayonnée (pointillés rouges) et de l'énergie cinétique des électrons (traits rouges pleins) dans un cas de rayonnement Compton, avec $p_{x,t=0} = 4000\ m_e c$ et une onde plane de $a_0 = 72.9$.

On montre également en figure 19b la conséquence de la prise en compte de l'auto-force dans le régime quantique. Dans cet exemple, on considère la simulation avec CALDER-Circ de l'interaction d'électrons ayant tous une énergie initiale $p_{x,t=0} = 4000\ m_e c$ avec une onde plane contra-propagative de maximum de potentiel vecteur normalisé $a_0 = 72.9$. Le faisceau d'électrons, cylindrique de dimension longitudinale 2 c/ω_0 avec un rayon de 3 c/ω_0, croise l'onde plane à partir de 280 ω_0^{-1}. L'amplitude du laser est alors constante. On constate que l'énergie cinétique des particules décroît rapidement dès que le faisceau de particules interagit avec le laser. Cette perte d'énergie des électrons compense l'énergie produite dans le rayonnement, de telle sorte que la conservation de l'énergie est maintenant bien observée.

Ces modèles QED sont très en vogue actuellement, puisqu'ils permettent l'étude de l'interaction laser-plasma à ultra-hautes intensités, et donc de phénomènes comme la création de paires électrons-positrons. Cependant, leur utilisation n'est pas pertinente dans les cas présentés dans la suite de cette thèse : l'énergie rayonnée reste bien inférieure à l'énergie électronique (facteur $\sim 10^{-3} - 10^{-4}$), donc le modèle classique reste valide. De plus, les approximations réalisées dans le modèle

quantique (unidirectionnalité de l'émission, simplification du spectre, etc.) sont trop grossières pour nos cas : la divergence de la source bétatron n'est par exemple pas bien décrite par ce modèle. Pour toutes ces raisons, on préfère utiliser le modèle classique dans cette thèse. Cependant, il faut garder à l'esprit les limites qu'il peut présenter à haute énergie.

IV Rayonnement bétatron dans le régime kilojoule.

Dans cette partie, nous étudions la création d'une source bétatron à l'aide du laser PETAL. Ce laser, couplé à l'installation du Laser Méga-Joule (LMJ) en fin de construction près de Bordeaux, peut créer des impulsions de quelques kilojoules sur des durées comprises entre 0.5 ps et 5 ps [Blanchot *et al.*, 2013, Batani *et al.*, 2013]. Si l'accélération par sillage laser et les sources de rayonnement associées ont été jusqu'à présent abondamment étudiées dans le cas de laser de durées inférieures à 100 fs, on trouve peu de références sur de tels lasers qui approchent la picoseconde. En effet, d'après les lois d'échelle de la bulle (cf équations (45) et (50)), l'utilisation d'une impulsion laser avec une 'grande' durée implique de focaliser le laser sur une 'grande' tâche focale, tout en conservant une intensité suffisante ($a_0 > 4$), ce qui nécessite une 'grande' puissance laser, proportionnellement à τ_0^2. La première expérience de source synchrotron réalisée avec un laser pétawatt et de durée proche de la picoseconde [Kneip *et al.*, 2008] était ainsi obligée d'utiliser des densités très élevées comparées aux valeurs prédites par les lois d'échelle, afin d'optimiser la source de rayonnement : la durée d'une picoseconde ne permet pas d'entrer dans un régime de bulle, malgré une puissance disponible proche du pétawatt (à l'inverse des études réalisées avec des lasers pétawatt de durées ~ 30 fs, qui permettent ainsi d'atteindre des énergies électroniques multi-GeV [Kim *et al.*, 2013, Wang *et al.*, 2013, Leemans *et al.*, 2014]). Néanmoins une charge électronique importante avait été accélérée (de l'ordre de 2 nC), et une source brillante avait été générée ($\sim 10^{17}$ photons/s/mm^2/mrad^2/0.1%BW, où BW signifie largeur de bande, de l'anglais bandwidth), ce qui constitue un résultat prometteur avec ce type de laser.

Le laser PETAL, plus puissant, paraît mieux adapté à l'accélération par sillage laser. Dans cette étude, nous simulons numériquement deux régimes distincts d'accélération. Tout d'abord, similairement à l'expérience de *Kneip et al*, un premier régime d'accélération – appelé régime auto-modulé – est possible à haute densité. La plus grande puissance du laser PETAL nous permet par contre de baisser la densité plasma pour se placer dans un régime proche de celui de cavitation (terme français pour le régime de *blowout* défini en section II.3.1). Ces deux régimes conduisent à des caractéristiques différentes du faisceau accéléré, et donc également de la source bétatron.

Les caractéristiques des sources bétatrons, courtes, de petites tailles et avec un spectre large, les rendent très intéressantes pour la radiographie ou la spectroscopie résolues en temps. En particulier, grâce au laser PETAL, ainsi qu'à d'autres lasers pétawatt aux caractéristiques similaires, tels que ARC, actuellement en construction au *National Ignition Facility* (NIF) aux États-Unis, ces sources pourraient être adaptées au sondage de la matière dense dans les expériences de fusion par confinement inertiel (ICF) ou plus généralement dans le domaine de la *warm dense*

matter réalisées sur ces installations. Pour cette raison, les possibilités de diagnostics par sources bétatrons avec des lasers de types picosecondes commencent à être explorées par la communauté [Lemos *et al.*, 2016].

IV.1 Accélération en régime auto-modulé

IV.1.1 Le régime auto-modulé

Dans le régime de cavitation qui a été présenté en section II.3.1, la longueur de l'impulsion laser est plus courte que la période plasma ($c\tau_0 < \lambda_p$), ce qui permet d'exciter une onde plasma de très grande amplitude. Historiquement, ce n'est pas le premier régime d'accélération par sillage laser qui a été exploré. Les installations lasers existantes n'avaient alors pas la durée suffisamment courte et l'énergie nécessaire pour se placer dans ce régime. Lorsque l'impulsion laser est plus longue que la période plasma ($c\tau_0 > \lambda_p$), l'impulsion laser ne se propage pas de manière stable, car son profil temporel évolue fortement. Certaines parties de l'impulsion laser vont se trouver dans des zones où la perturbation de densité δn est positive, et se propagent donc dans un plasma plus dense que les parties de l'impulsion situées dans des zones où $\delta n < 0$. L'indice optique de ces zones plus denses étant plus faible, les portions de l'impulsion laser qui s'y situent se propagent moins vite que celles situées dans les zones moins denses, ce qui a pour conséquence de concentrer l'énergie laser dans les zones où δn est négatif. Au cours de sa propagation, le laser est ainsi progressivement modulé, puis découpé en plusieurs impulsions successives séparées de λ_p. Ce train d'impulsion plus courtes excite alors plus efficacement l'onde plasma, et le phénomène de couplage s'amplifie. On parle de régime d'auto-modulation, rencontré dans la littérature sous les initiales SM ou SM-LWFA (pour Self-Modulated Laser WakeField Acceleration).

La variation de l'indice de réfraction engendre non seulement une modulation de la vitesse de groupe mais aussi de la vitesse de phase du laser. En conséquence, cette modulation spatiale du faisceau s'accompagne également d'une modulation spectrale. Ce phénomène général d'interaction d'une onde électromagnétique de pulsation ω_0 avec une onde plasma de pulsation ω_p engendrant une onde électromagnétique de pulsation légèrement décalée $\omega_0 \pm \omega_p$ est nommé diffusion Raman. Le régime d'auto-modulation a été abondamment étudié théoriquement dans les années 90 [Andreev, 1992, Antonsen & Mora, 1992, Sprangle *et al.*, 1992] puis expérimentalement, lorsque [Modena *et al.*, 1995] ont pour la première fois réussi à accélérer des électrons auto-injectés jusqu'à une énergie maximale de 44 MeV avec un laser de 0.8 ps et 25 TW. Pour être complet, on peut mentionner que ce phénomène mentionné ci-dessus dans la direction longitudinale est en réalité amplifié lorsqu'on considère les directions transverses par les effets d'auto-focalisation et de défocalisation qui dépendent aussi du signe de δn.

IV.1.2 Accélération d'électrons dans le régime auto-modulé avec le laser PETAL

On considère les paramètres physiques suivants pour le laser PETAL : une longueur d'onde $\lambda_0 = 1$ μm, une durée FWHM $\tau_0 = 0.5$ ps et une puissance $P_0 = 2.2$ PW, donnant une énergie $E_0 = 1.17$ kJ. Le laser est polarisé circulairement, et focalisé à l'entrée du plasma sur un waist $W_0 = 42$ μm, ce qui correspond au waist attendu expérimentalement. Ces paramètres aboutissent à un maximum du potentiel vecteur normalisé $a_0 = 7.5$. Un plasma pré-ionisé est utilisé dans la simulation, sa densité variant entre $n_e = 2.8 \times 10^{17}$ cm^{-3} et $n_e = 2.8 \times 10^{18}$ cm^{-3}. La période plasma correspondante varie ainsi entre 63 μm et 20 μm, ce qui assure qu'on est bien dans un cadre propice au régime auto-modulé ($\lambda_p < c\tau_0 = 150$ μm). Le profil du plasma est constitué d'une rampe linéaire montante de 1 mm, puis d'un plateau à la densité maximale.

Numériquement, l'étude est très contraignante à cause de la grande durée du laser, alors qu'il est toujours nécessaire de résoudre λ_0 dans la direction longitudinale. La simulation étant trop coûteuse pour être réalisée en 3 dimensions avec CALDER, on utilise ici le code quasi-cylindrique CALDER-Circ. Les pas spatiaux choisis sont $\Delta x = 0.125\ c/\omega_0 \sim \lambda_0/50$ dans la direction longitudinale et $\Delta r = 4\ c/\omega_0$ dans la direction radiale. Afin de respecter la condition CFL et de limiter la dispersion numérique, on prend $\Delta t = 0.124\ \omega_0^{-1}$ comme pas temporel. De plus on utilise 12 macro-particules par maille, avec un facteur de forme d'ordre 3. Enfin, les 3 premiers modes de Fourier sont utilisés pour la décomposition des champs et des courants. Cependant même avec CALDER-Circ, les simulations restent très coûteuses (la boîte de simulation mesure 32000×400 mailles) et les simulations ne sont pas effectuées jusqu'à la fin de l'interaction (i.e. la déplétion totale de l'énergie laser), mais sont stoppées après 4 cm de propagation dans le plasma (ce qui correspond à 2×10^6 pas de temps). Une telle simulation correspond ainsi à un calcul de près de 250 heures sur 8000 cœurs.

Les figures 20a à 20d présentent l'enveloppe laser à différents instants de la simulation pour une densité plasma $n_e = 1.1 \times 10^{18}$ cm^{-3}. On observe que dans un premier temps, le laser s'auto-focalise rapidement, atteignant un a_0 maximum de 19 après 3.9 mm de propagation. Ensuite, le phénomène d'auto-modulation se met en place et décompose graduellement le faisceau laser en un train de 4 impulsions lasers successives, chacune mesurant approximativement $\lambda_p = 30$ μm. Cette modulation de l'impulsion laser amplifie à son tour l'onde plasma générée : le champ électrique longitudinal augmente entre les figures 20f et 20g, alors même que a_0 diminue fortement. On remarque que chaque impulsion secondaire est ainsi située dans une zone du champ décélérateur pour les électrons (voir les figures 20d et 20h). Le champ accélérateur est de plus suffisamment intense pour provoquer le piégeage et l'accélération des électrons, indiqués sur les figures 20i à 20l. Cependant la modulation du laser crée une structure de sillage complexe et surtout très

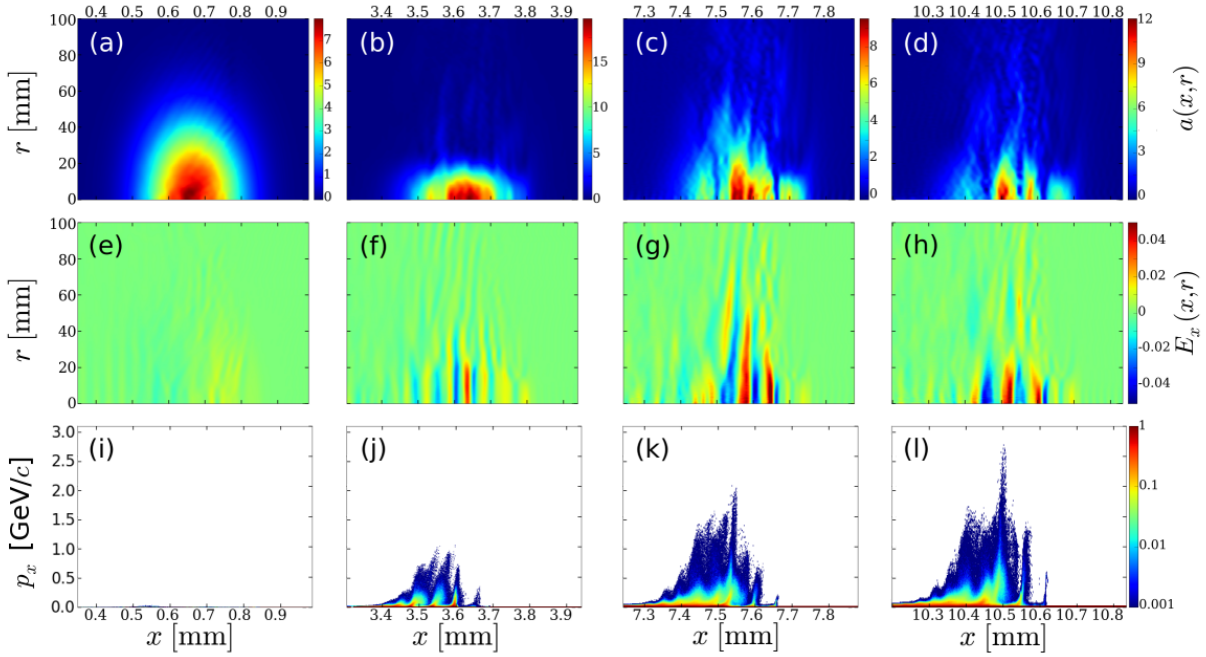

FIGURE 20 – Génération d'électrons chauds dans le plasma en régime SM-LWFA à une densité $n_e = 1.1 \times 10^{18}$ cm^{-3}. De la droite vers la gauche, les colonnes correspondent respectivement à des distances de propagation de 0.9 mm, 3.9 mm, 7.9 mm et 10.8 mm. La première ligne présente l'évolution de l'enveloppe du potentiel vecteur normalisé du laser (a)-(d), la deuxième celle du champ électrique longitudinal normalisé à $m_e c\omega_0/e$ (e)-(h), et la dernière celle de l'espace des phases longitudinal (i)-(l).

changeante. En conséquence, les zones où le champ est accélérateur ne restent pas à des positions stables au cours de la propagation sur de longues distances, ce qui provoque un déphasage rapide des électrons par rapport à ces zones accélératrices. Les principales conséquences sont une limitation de l'énergie maximale obtenue, ainsi que l'obtention d'un spectre électronique de type maxwellien.

La charge électronique piégée dans le sillage (i.e. charge Q au dessus de 70 MeV) en fonction de la distance de propagation est montrée en figure 21a pour différentes densités du plasma. On constate que plus la densité est élevée, plus la charge piégée maximale augmente. Pour le plasma de plus haute densité ($n_e = 2.8 \times 10^{18}$ cm^{-3}), on obtient ainsi une charge très élevée proche de 50 nC après 1.5 cm d'accélération. À ce point l'énergie laser est déjà fortement déplétée, de sorte que la charge piégée commence à décroître. Cette diminution de charge s'explique par une éjection latérale des électrons qui sortent donc de la boîte de simulation, plutôt que par une perte de leur énergie. En utilisant des densités plasma plus faibles, le maximum de charge est plus faible et est atteint plus tardivement, mais la perte de charge après ce maximum est également plus lente. Pour cette raison, utiliser la densité maximale n'est pas forcément idéal pour la génération d'une source bétatron. Pour

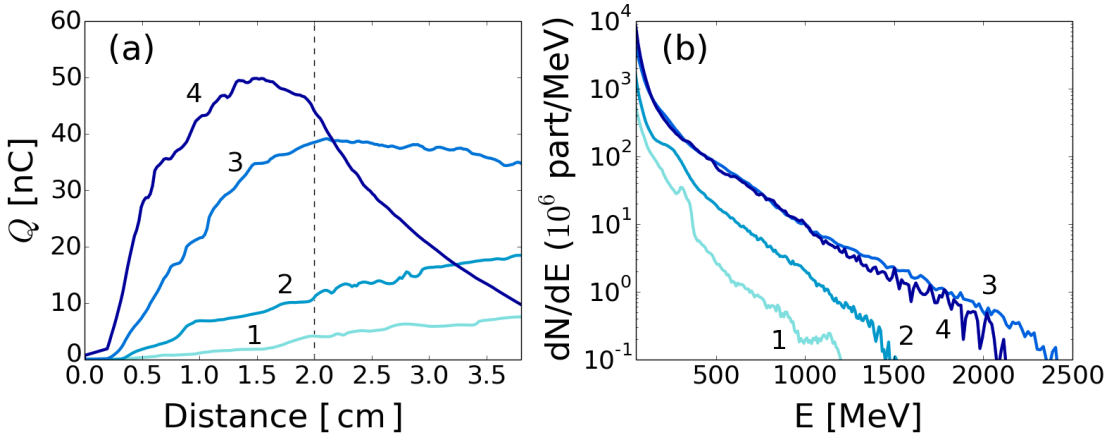

FIGURE 21 – Évolution des charges électroniques piégées dans le sillage et génération de spectres électroniques maxwelliens. (a) Charges Q au dessus de 70 MeV piégées dans le sillage au cours de la simulation. (b) Distributions énergétiques des électrons après 2 cm de propagation. De bleu clair à bleu foncé : $n_e = 2.8 \times 10^{17}$ cm^{-3} (1), $n_e = 5.6 \times 10^{17}$ cm^{-3} (2), $n_e = 1.1 \times 10^{18}$ cm^{-3} (3), $n_e = 2.8 \times 10^{18}$ cm^{-3} (4).

les densités les plus faibles testées ici, $n_e = 2.8 \times 10^{17}$ cm^{-3} et $n_e = 5.6 \times 10^{17}$ cm^{-3}, la charge maximale n'est pas encore atteinte après 4 cm de propagation, et les processus d'injection et d'accélération pourraient encore continuer sur plusieurs centimètres supplémentaires si un plasma plus long avait été simulé.

En figure 21b, on montre les spectres électroniques après 2 cm d'accélération. On constate une distribution quasi-maxwelienne caractéristique des régimes automodulés [Kneip *et al.*, 2008]. Une température électronique a ainsi été calculée pour les électrons au-delà de 200 MeV et augmente avec la densité plasma (de 110 MeV pour $n_e = 2.8 \times 10^{17}$ cm^{-3} à 200 MeV pour $n_e = 2.8 \times 10^{18}$ cm^{-3}). Pour la plus grande densité testée, la charge observée au delà du GeV reste importante (> 1 nC). Pour la densité testée la plus faible, on distingue une composante quasi-monoénergétique vers 300 MeV, au sein de la distribution maxwellienne. À cette densité, l'impulsion laser ne s'étend que sur environ deux longueurs d'onde plasma, ce qui stabilise l'évolution de l'impulsion laser et donc du sillage. Une réduction supplémentaire de la densité plasma conduirait ainsi à un renforcement de cette tendance, et à une transition vers un régime d'accélération plus proche du régime de cavitation. C'est ce que nous explorons dans la prochaine section.

IV.2 Accélération en régime de la bulle

IV.2.1 Discussion sur les lois d'échelle

Les lois d'échelle présentées dans la section sur le régime de cavitation ont été obtenues à partir de considérations physiques et affinées par des simulations

PIC. Il faut bien comprendre qu'il ne faut pas les prendre comme des contraintes à respecter strictement, mais comme une indication plutôt flexible. Même si ces lois d'échelle ne font aucun prérequis sur la durée du laser (tant que son waist et son énergie sont choisis en accord avec cette durée), elles n'ont jusqu'à maintenant été testées que pour des impulsions laser ayant des durées de quelques dizaines de femtosecondes. Dans cette section, nous proposons d'étudier pour la première fois le régime de cavitation généré par un laser picoseconde du type de PETAL.

Pour savoir si le laser PETAL est réellement adapté à un régime de cavitation, nous commençons par reformuler les lois d'échelle. En considérant un laser gaussien d'énergie E_0 tel que décrit dans la première partie, il est possible d'exprimer l'énergie laser en fonction du waist W_0, de la durée FWHM τ_0 du laser et du maximum du potentiel vecteur normalisé a_0 sous la forme :

$$E_0\ [\mathrm{kJ}] = 2.3 \times 10^{-5} \tau_0\ [\mathrm{ps}] (W_0/\lambda_0)^2 a_0^2. \tag{131}$$

On considère maintenant que les paramètres sont choisis en accord avec les lois d'échelle ($a_0 = a_m$ et $W_0 = W_m$), tels que $W_m = 2\sqrt{a_m}(c/\omega_p)$ (cf équation (45)) où $a_m >> 1$. Alors en exprimant la durée du laser sous la forme $\tau_0 = \kappa W_m/c$, où κ est un paramètre libre, on aboutit à l'expression suivante :

$$E_0[\mathrm{kJ}] \gtrsim \frac{2a_m^2}{\kappa^2} \frac{\tau_0^3[\mathrm{ps}]}{\lambda_0^2[\mu\mathrm{m}]}, \tag{132}$$

En général $\kappa \lesssim 1.5$ est nécessaire afin de respecter la condition $c\tau_0 \lesssim \lambda_p$. Cette condition assure de ne pas entrer dans un régime auto-modulé. De plus, une durée suffisamment courte ($c\tau_0 < \lambda_p$) favorise généralement l'auto-injection des électrons, qui peut ainsi débuter après une plus courte propagation dans le plasma. À partir de cette équation, on peut vérifier que si on choisit de dépléter l'impulsion laser au moment où les électrons atteignent leur énergie maximale, donc en choisissant $\kappa = \sqrt{2}/3$ – ce qui est la condition choisie par [Lu *et al.*, 2007] afin de déterminer les lois d'échelle, car ce choix maximise le rendement énergétique du processus d'accélération par sillage laser –, on obtient une énergie laser requise de 10 kJ (pour $\tau_0 = 0.5$ ps, $a_m = 3$ et $\lambda_0 = 1$ μm), ce qui est bien au-delà des capacités de PETAL. En prenant au contraire l'énergie disponible sur PETAL ($E = 1.1$ kJ), et en l'injectant dans cette équation, on obtient à l'inverse un facteur $\kappa \approx 1.4$ avec $a_m = 3$ ou $\kappa \approx 1.9$ avec $a_m = 4$, ce qui définit une fenêtre d'opération pour des expériences avec PETAL. En effet, utiliser un a_m plus bas correspond à une transition vers un régime non-linéaire pour lequel la cavitation n'est pas totale tandis qu'à l'inverse un a_m plus grand mène vers un régime SM-LWFA avec modulation longitudinale de l'impulsion laser. En considérant $a_m = 3$, les autres paramètres laser et plasma donnés par les lois d'échelle sont alors $n_e = 2.8 \times 10^{16}$ cm^{-3} et $W_m = 110$ μm. De plus, ces lois d'échelle permettent d'attendre

un gain de 40 GeV sur une distance de 3 m d'accélération.

IV.2.2 Accélération d'électrons dans le régime de la bulle

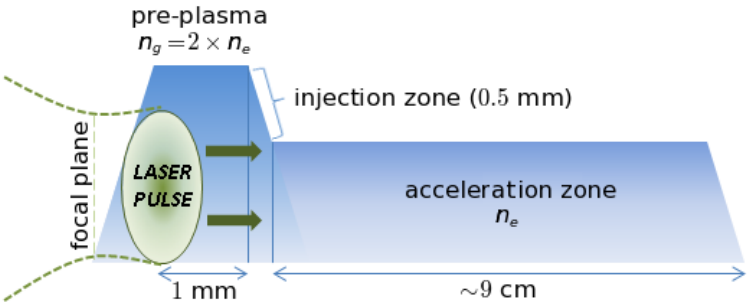

FIGURE 22 – Schéma du profil plasma utilisé pour la simulation en régime de cavitation, avec $n_e = 2.8 \times 10^{16}$ cm^{-3}.

Une simulation CALDER-Circ de ce régime a été réalisée avec la densité déterminée précédemment $n_e = 2.8 \times 10^{16}$ cm^{-3}, mais en augmentant légèrement l'intensité laser avec $a_0 = 4$ et donc $W_0 = 80$ μm. Cette augmentation de a_0 a pour but d'augmenter l'amplitude du sillage afin de faciliter l'injection des électrons. Les paramètres numériques utilisés sont les mêmes que dans la section précédente, excepté qu'on utilise deux modes de Fourier au lieu de trois pour la décomposition des champs et courants. L'évolution lente de la structure d'accélération à ces basses densités, ainsi que la vitesse de phase ultra-relativiste du sillage (correspondant à la vitesse de groupe du laser, qui est associée à un facteur de Lorentz $\gamma_g = 200$) rendent très difficile l'auto-injection des électrons froids du plasma [Kalmykov *et al.*, 2011]. Afin de provoquer et de pouvoir contrôler l'injection, nous avons choisi d'utiliser la méthode d'injection par gradient descendant dans cette simulation. Le profil plasma utilisé, incluant ce gradient, est montré en figure 22. La densité plasma diminue de $n_g = 2n_e$ à n_e en 0.5 mm, ce qui provoque une extension de la bulle suffisante pour provoquer l'injection d'électrons. Aucune injection ne se produit après le passage dans ce gradient descendant. Cette méthode permet d'injecter une charge de 820 pC au dessus de 50 MeV. La charge est contrôlable en modifiant les paramètres du gradient. Une étude menée avec une résolution numérique moins bonne ($\Delta x = 0.25\ c/\omega_0$) a montré que la charge injectée pouvait être contrôlée entre 0 et 1.1 nC en faisant varier la densité n_g utilisée entre n_e et $3n_e$. Selon cette étude, la charge injectée était cependant de 350 pC en utilisant $n_g = 2n_e$. Si une telle résolution est souvent suffisante pour des lasers de 30 fs, l'utilisation d'une plus longue impulsion laser accentue les problèmes numériques. Avec un pas Δx trop grand, les électrons ont en effet tendance à acquérir un moment angulaire fallacieux lors de leur interaction avec l'impulsion laser polarisée circulairement. En conséquence, la cavité ionique ne se ferme pas totalement en

son arrière, ce qui peut modifier fortement l'injection. Néanmoins, on peut aussi attendre une injection plus forte avec un gradient plus raide et de meilleurs paramètres numériques : un gradient plus raide diminue l'énergie que les électrons doivent atteindre pour être injectés.

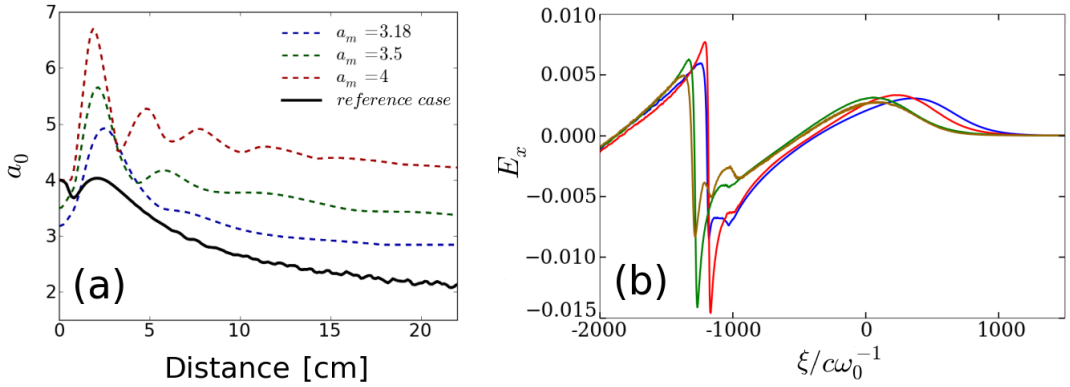

FIGURE 23 – Evolution à long terme de l'impulsion laser et du sillage dans le régime de cavitation. (a) Évolution du maximum du potentiel vecteur normalisé sur 22 cm pour les paramètres correspondant au cas de référence simulé avec CALDER-Circ ($a_0 = 4$ et $n_e = 2.8 \times 10^{16}$ cm^{-3}, noir) et pour des paramètres tels que $a_m = 4$ et $n_e = 6.6 \times 10^{16}$ cm^{-3} (pointillés rouges), $a_m = 3.5$ et $n_e = 4.4 \times 10^{16}$ cm^{-3} (pointillés verts) et $a_m = 3.18$ et $n_e = 3.3 \times 10^{16}$ cm^{-3} (pointillés bleus). (b) Champ E_x normalisé à $m_e c\omega_0/e$ obtenu dans la simulation CALDER-Circ de référence sur l'axe de propagation après 1.5 cm (bleu), 4 cm (rouge), 6.5 cm (vert) et 9 cm (jaune) de propagation. L'impulsion laser est centrée en $\xi = x - ct = 0$.

Avec les paramètres physiques choisis, l'auto-focalisation du laser n'est pas suffisante pour maintenir la cavitation pendant la distance nécessaire au déphasage des électrons ($L_{dph} \simeq 3$ m). Pour le montrer, on étudie la propagation du laser sur une vingtaine de centimètres avec le code WAKE afin de pouvoir réaliser des simulations rapides. L'injection n'étant pas modélisée dans WAKE, le gradient est omis dans ces simulations. En figure 23a, ces simulations montrent qu'en utilisant les mêmes paramètres physiques que pour CALDER-Circ, l'intensité laser décroît graduellement jusqu'à être réduite d'un facteur 4 après 20 cm de propagation dans le plasma, ce qui indique ici une transition du régime de cavitation vers un régime non-linéaire sans cavitation. D'autres simulations WAKE montrent qu'avec des paramètres différents pour le waist laser et la densité plasma, un meilleur guidage de l'impulsion laser sur les 20 premiers centimètres peut être obtenu. Cependant ces paramètres correspondent à $\kappa > 2$ et donc à un régime proche du SM-LWFA. La diminution du champ accélérateur qui résulte de la défocalisation du laser dans la simulation CALDER-Circ est montrée en figure 23b. La densité étant très basse, on peut considérer que l'impulsion laser reste centrée en $\xi = x - ct = 0$ car $v_g \approx c$. Le champ E_x passe de 20 GeV/m à 1.5 cm de propagation (courbe

bleue) à 11 GeV/m après 9 cm de propagation (courbe jaune). Ainsi l'énergie maximale atteinte sera beaucoup plus faible que ne le laissent prévoir les lois d'échelle ($\sim$ 40 GeV après 3 m d'accélération), d'autant que E_x devrait davantage se réduire sur les prochains centimètres. Enfin, on peut apercevoir des effets liés au *beamloading* avec l'aplanissement, voire le changement de pente, de E_x autour de $\xi = -1000\ c\omega_0^{-1}$, où est positionné le faisceau d'électrons.

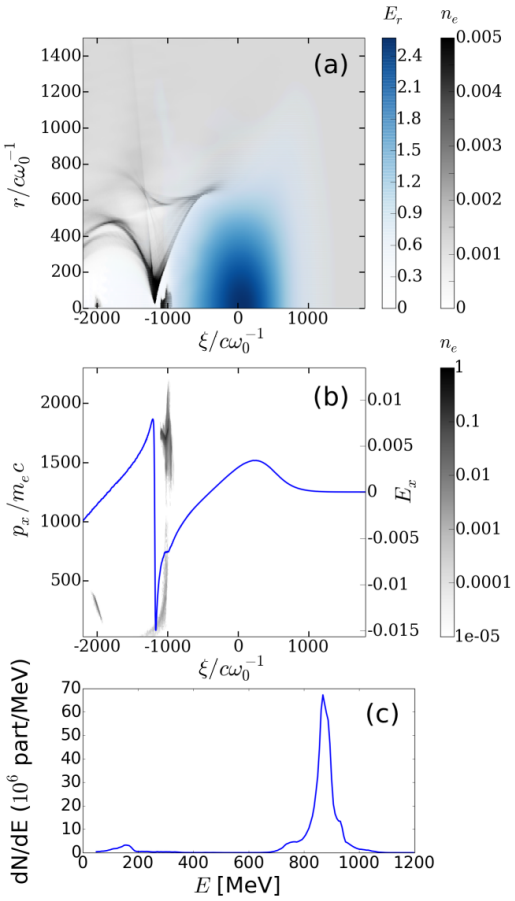

FIGURE 24 – Simulation du régime de cavitation avec CALDER-Circ. Résultats après 4 cm de propagation. (a) Densité électronique (gris) et champ laser normalisé à $m_e c\omega_0/e$ (bleu). (b) Champ électrique longitudinal E_x pris sur l'axe de propagation, et normalisé à $m_e c\omega_0/e$ (bleu) ; densité électronique normalisée dans l'espace des phases longitudinal (gris). (c) Distribution en énergie des électrons.

La figure 24a montre la densité électronique et le champ laser après 4 cm de propagation dans la simulation CALDER-Circ. On peut voir dans la première cavité accélératrice des électrons qui ont été injectés lors du passage dans le gradient descendant. Ils sont proches de l'arrière de la cavité, car à peine plus d'un pourcent de la distance de déphasage a été parcourue. La charge injectée est de 820 pC au dessus de 50 MeV, et présente une forte composante monoénergétique autour de 0.9 GeV (cf figs. 24b et 24c). Cette différence importante avec l'allure du spectre

obtenu dans le régime auto-modulé vient de la stabilité de la structure accélératrice dans le régime de cavitation, et de la méthode d'injection utilisée : l'injection des électrons est réduite en temps et en espace, donc ceux-ci subissent un champ accélérateur semblable pendant leur propagation dans le plateau de densité, créant cette structure quasi-monoénergétique dans le spectre.

La simulation est finalement arrêtée après 9 cm de propagation. La distribution énergétique des électrons à cet instant est donnée en figure 25. Les électrons les plus énergétiques ont une énergie de 1.6 GeV, ce qui correspond à un champ accélérateur moyen de 14 GeV/m entre les points à 4 cm et à 9 cm de propagation, et corrobore donc la réduction du champ E_x. Si le spectre électronique présente toujours un caractère monoénergétique, la dispersion énergétique a augmenté passant de $\Delta E_{FWHM} = 5.9\%$ après 4 cm à $\Delta E_{FWHM} = 8.9\%$ après 9 cm. Cependant cet élargissement spectral n'a que peu d'influence sur la génération de rayonnement.

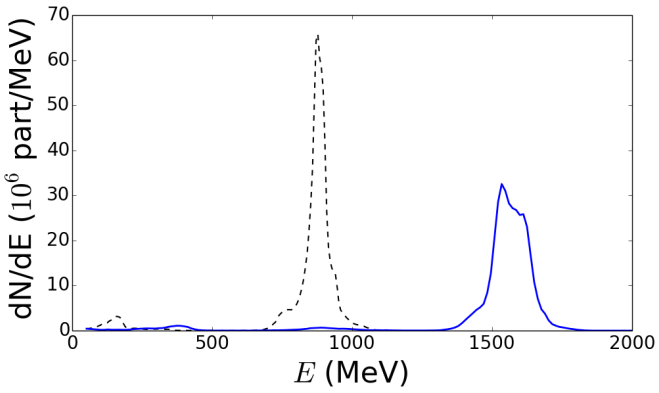

FIGURE 25 – Évolution de la distribution d'énergie électronique dans le régime de cavitation. Spectres après 4 cm de propagation (pointillés noirs) et 9 cm (bleu).

IV.3 Influence du régime d'accélération sur la source bétatron

Selon le régime choisi pour l'accélération des électrons, auto-modulation ou régime de cavitation, les faisceaux accélérés ont des propriétés bien différentes : charges importantes et spectres maxwelliens en régime auto-modulé, contre moins de charge mais un spectre monoénergétique à plus haute énergie en régime de cavitation. Dans cette section, nous montrons que les profils des sources bétatrons générées sont eux-aussi très dépendants du choix du régime.

IV.3.1 Spectre du rayonnement

Le rayonnement a été calculé par post-traitement des trajectoires des électrons accélérés pour chaque simulation. L'énergie critique du rayonnement bétatron est

donnée par l'équation (91). En l'appliquant à des électrons de 50 MeV et d'amplitude d'oscillation $r_0 \sim 20$ μm, proche de la valeur typique mesurée dans les simulations, on obtient une énergie critique comprise entre 0.2 keV et 2 keV selon la densité plasma utilisée. Le rayonnement émis par les électrons moins énergétiques aura donc peu de répercussions sur le spectre rayonné au delà de cette énergie. En conséquence, le rayonnement est calculé uniquement pour les particules les plus énergétiques ($E > 50$ MeV), ce qui réduit le coût numérique.

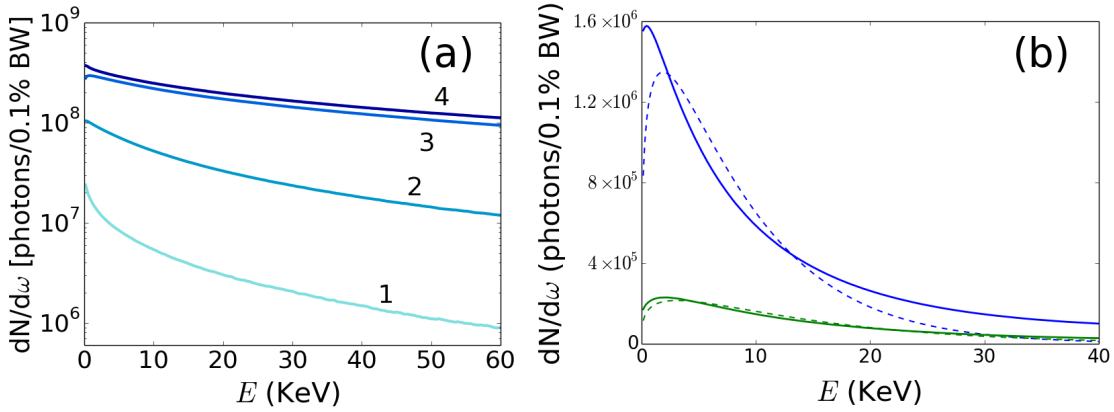

FIGURE 26 – (a) Distribution photonique par 0.1%BW obtenue dans le régime SM-LWFA. De bleu clair à bleu foncé : $n_e = 2.8 \times 10^{17}$ cm^{-3} (1), $n_e = 5.6 \times 10^{17}$ cm^{-3} (2), $n_e = 1.1 \times 10^{18}$ cm^{-3} (3), $n_e = 2.8 \times 10^{18}$ cm^{-3} (4). (b) Distribution photonique par 0.1%BW obtenue dans le régime de cavitation. Distribution totale (bleu) et émise lors de la propagation dans le dernier centimètre du plasma (vert). Les fits synchrotrons correspondants sont tracés en courbes pointillées. Le nombre de photons est intégré sur un angle d'émission de 100×100 mrad^2.

Les spectres photoniques obtenus dans chaque régime sont montrés en figure 26. La figure 26a, correspondant au régime auto-modulé, montre une émission X sur une large bande spectrale, significative jusqu'à plusieurs dizaines de keV, en particulier pour les plus hautes densités testées. Le nombre total de photons émis sur l'intervalle 0-60 keV est maximisé pour $n_e = 2.8 \times 10^{18}$ cm^{-3}, soit la plus grande densité testée. Ceci n'est pas surprenant car c'est pour cette densité qu'on avait obtenu la charge la plus élevée, ainsi qu'une accélération quasiment aux plus hautes énergies. Cependant l'énergie laser étant rapidement déplétée pour des densités plasmas $n_e > 1.1 \times 10^{18}$ cm^{-3}, l'accélération d'une plus grande charge est compensée par une accélération et une émission sur une plus courte distance, ce qui explique que l'émission X semble saturer au-delà de cette densité. Il faut toutefois noter que pour les plus faibles densités, davantage d'émission X serait observée en augmentant la distance de propagation. Dans le régime de cavitation, l'émission X présente le même genre de profil à large bande, mais s'étend moins vers les hautes énergies. De plus, le spectre électronique étant de profil quasi-monoénergétique, le spectre X obtenu a pu être comparé avec un spectre synchrotron théorique suivant

la distribution $S(\omega/\omega_c)$ définie en section II.4. Le rayonnement émis pendant la totalité de la propagation peut être approximé par un spectre synchrotron ayant une énergie critique $E_c = 6.6$ keV (courbe en pointillés bleus sur la figure 26b). La différence entre les courbes est liée au gain d'énergie des électrons dans l'accélérateur laser-plasma, alors que la distribution théorique $S(\omega/\omega_c)$ a été obtenue en supposant une énergie constante. À l'inverse, le spectre émis pendant le dernier centimètre de propagation (courbe verte pleine sur la figure 26b) est bien approximé par un spectre synchrotron théorique avec $E_c = 10.9$ keV. En utilisant cette valeur dans la formule (91), et en considérant des électrons de 1.6 GeV, on obtient un rayon d'oscillation $r_\beta = 7.6$ μm, ce qui est proche de la valeur obtenue dans la simulation (voir la table 1, où on suppose que la taille transverse du faisceau correspond au rayon d'oscillation des électrons). Cette valeur peut également être comparée à l'énergie critique $E_c = 26$ keV, obtenue par un fit synchrotron de la simulation en régime auto-modulé avec $n_e = 1.1 \times 10^{18}$ cm^{-3}, ce qui confirme que des photons de plus haute énergie sont produits en régime auto-modulé. Cette dernière estimation est cependant assez grossière : étant donnée la nature maxwellienne du spectre électronique obtenu dans le régime auto-modulé, le nombre de photons émis à haute énergie est fortement sous-estimé.

IV.3.2 Distribution angulaire

En figure 27 est présentée la distribution angulaire de l'énergie rayonnée dans le régime auto-modulé. Dans ce régime, l'augmentation de la densité provoque une augmentation de la divergence du rayonnement : l'angle FWHM de l'émission passe de 18 mrad pour $n_e = 2.8 \times 10^{17}$ cm^{-3} à 75 mrad pour $n_e = 2.8 \times 10^{18}$ cm^{-3}. Selon l'équation (89), le paramètre de force de l'oscillation est proportionnel à $r_\beta k_p \sqrt{\gamma}$. Dans les simulations, r_β ne varie quasiment pas avec la densité dans ce régime (voir table 1), donc $K \propto \sqrt{n_e \gamma}$. Ainsi l'augmentation de densité conduisant à une augmentation de l'énergie électronique, elle conduit aussi à une augmentation de l'angle d'émission. On rappelle que l'accélération étant stoppée après 4 cm, ceci défavorise les cas avec une plus faible densité, et pour lesquels les électrons sont toujours en train de gagner de l'énergie après 4 cm de propagation.

Dans le régime de cavitation, les électrons interagissent moins avec l'impulsion laser, car ils sont positionnés à l'arrière de celle-ci, en fin de cavité ionique, dans une zone où le champ laser est faible. En conséquence, la divergence de la source X est fortement réduite par rapport au régime auto-modulé (divergence de l'ordre de 4 mrad seulement, cf figure 28).

IV.3.3 Comparaison des sources dans chaque régime

Les paramètres des sources bétatrons obtenues dans les deux régimes d'accélération sont résumés dans la table 1. Indépendamment du régime d'accélération, le

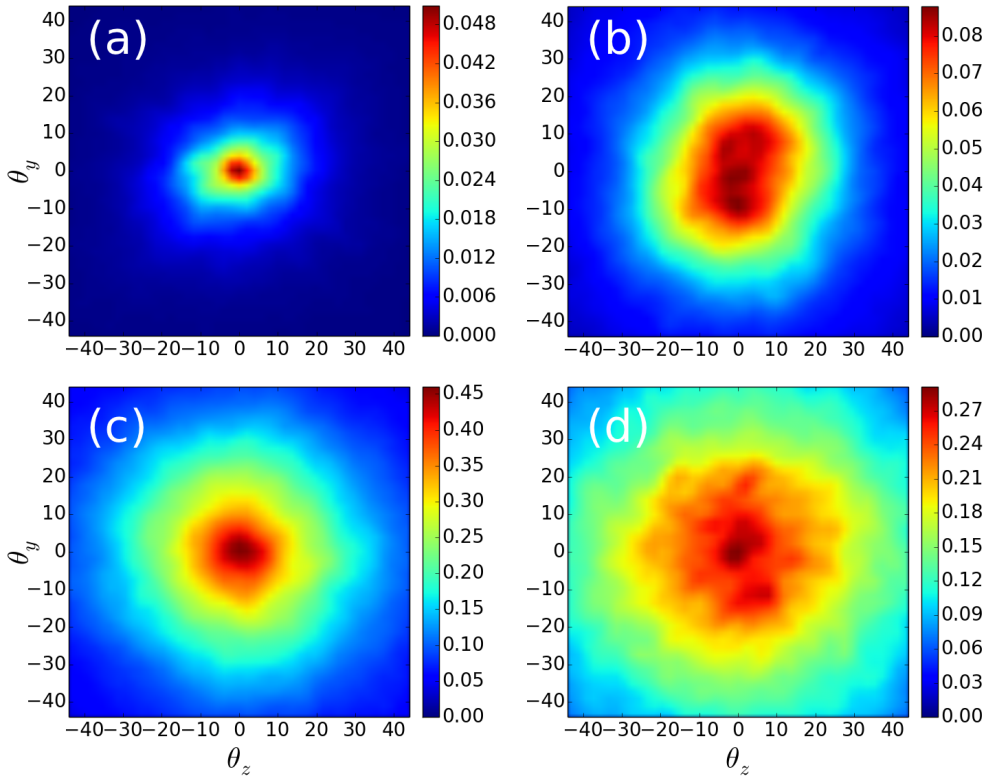

FIGURE 27 – Distribution angulaire $dI/d\Omega$ de l'énergie rayonnée (joules par steradian) dans le cas du régime auto-modulé pour les densités $n_e = 2.8 \times 10^{17}$ cm^{-3} (a), $n_e = 5.6 \times 10^{17}$ cm^{-3} (b), $n_e = 1.1 \times 10^{18}$ cm^{-3} (c), et $n_e = 2.8 \times 10^{18}$ cm^{-3} (d). Les angles sont indiqués en milliradians.

nombre de photons émis sur l'intervalle 0-60 keV augmente avec la densité plasma utilisée. N_X est ainsi multiplié par un ordre de grandeur entre le régime de cavitation et le régime auto-modulé avec la densité la plus faible, puis encore d'un facteur 20 avec le régime auto-modulé et la densité la plus élevée. Ces photons étant de plus émis à des énergies plus grandes, on retrouve la même tendance pour l'énergie totale émise et donc pour l'efficacité de conversion énergétique η des 1.1 kJ laser vers le rayonnement. On trouve ainsi $\eta = 2.7 \times 10^{-9}$ pour le régime de cavitation, contre $\eta = 1.6 \times 10^{-6}$ pour le régime auto-modulé avec $n_e = 2.8 \times 10^{18}$ cm^{-3}, soit près de 3 ordres de grandeurs de différence. Ces taux de conversion, plutôt faibles par rapport à ceux qui seront trouvés par la suite pour des lasers femtosecondes, indiquent que PETAL n'est a priori pas optimal pour réaliser ce genre de sources, même s'il permet d'obtenir tout de même une source intéressante. D'un point de vue énergétique, il faut donc privilégier le régime auto-modulé. D'autre part, cette efficacité très faible pour le régime de cavitation s'explique par le fait qu'on utilise ce régime sans guider le laser. En guidant le laser (c'est-à-dire en utilisant un capillaire, ou une densité plasma plus haute), alors on pourrait facilement propager

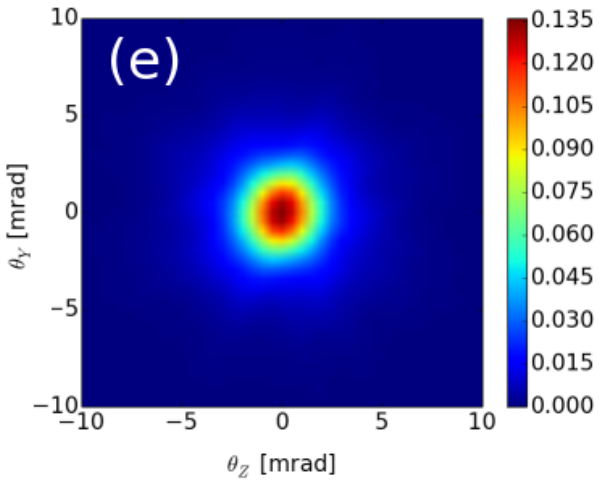

FIGURE 28 – Distribution angulaire $dI/d\Omega$ de l'énergie rayonnée (joules par steradian) dans le régime de cavitation.

le laser sur une distance 10 fois plus élevée, donc atteindre une énergie ~ 10 fois plus grande, et augmenter l'efficacité d'un facteur ~ 100.

La table 1 indique aussi la taille transverse rms de la source, ainsi que sa durée rms. Si ces deux paramètres ne varient quasiment pas pour les différentes simulations réalisées en régime auto-modulé, on obtient une taille de source bien plus petite (facteur 3 à 4) et une durée de source également beaucoup plus faible (facteur >10) dans le régime de cavitation. Le faisceau accéléré est plus court dans ce dernier cas, car il est contenu dans la partie arrière d'une seule cavité accélératrice, alors qu'il est distribué dans plusieurs périodes plasmas en régime auto-modulé. Avec de plus une divergence du rayonnement bien inférieure en régime de cavitation, la source bétatron est ainsi plus brillante dans ce régime (cf table 1). En outre, même si elle est beaucoup moins énergétique, cette source bétatron possède une taille beaucoup plus compacte, ce qui favorise l'obtention d'une meilleure résolution spatiale et temporelle pour les applications. Cependant, on comprend aisément que cette dernière méthode est plus difficile à mettre en œuvre, en particulier parce qu'elle requiert un schéma d'injection par gradient qui complexifie sa réalisation expérimentale. C'est aussi un régime moins robuste que le régime auto-modulé : de faibles variations des paramètres ou une mauvaise qualité du laser pourront facilement dégrader voire empêcher le fonctionnement de la source.

Cette étude [Ferri *et al.*, 2016b] a permis de démontrer l'extension de l'accélération par sillage laser à un nouveau type de laser (kJ, PW, ps), qui n'avait jusqu'à présent pas encore été franchement considéré pour l'accélération d'électrons, et pour la création de sources bétatrons. À travers l'étude de l'accélération dans deux types de régimes différents, nous avons montré que des lasers picosecondes tels que PETAL sur le LMJ, ou ARC sur le NIF sont des sources potentielles d'impulsions

n_e (cm^{-3})	Q_{max} (nC)	N_X	Θ_{FWHM}	L_{rms} (μm)	D_{rms} (fs)	E_X (mJ)	B
cavitation							
2.8×10^{16}	0.82	7.0×10^{9}	4	7.1	20	0.003	8.8×10^{21}
auto-modulé							
2.8×10^{17}	6.9	7.6×10^{10}	18	25.3	255	0.03	3.8×10^{19}
5.6×10^{17}	18.2	4.6×10^{11}	42	25.6	257	0.31	6.0×10^{19}
1.1×10^{18}	38.7	1.5×10^{12}	47	25.7	257	1.52	3.7×10^{20}
2.8×10^{18}	49.8	1.8×10^{12}	75	29.0	291	1.76	1.2×10^{20}

TABLE 1 – Résumé des paramètres des sources X émises dans les régimes auto-modulé (longueur de plasma de 4 cm) et de cavitation (longueur de plasma de 9 cm). Q_{max} est la charge maximale contenue dans le sillage au cours de la propagation, seuls les électrons ayant une énergie supérieure à 70 MeV étant pris en compte. N_X est le nombre de photons émis sur l'intervalle 0-60 keV et dans l'angle solide 100×100 mrad^2. Θ_{FWHM} est l'angle FWHM de l'émission (mrad) et E_X l'énergie totale rayonnée. L_{rms} est la taille transverse rms de la source et D_{rms} sa durée rms. B est la brillance à 30 keV (photons/s/mm^2/mrad^2/0.1%BW).

de rayonnement synchrotron à haute brillance, et peuvent ainsi se transformer en outils de diagnostics X ultra-rapides et à ultra-hautes résolutions pour les plasmas à hautes densités d'énergies rencontrés sur de telles installations.

Cette section a aussi permis de présenter au lecteur un cas concret et réaliste d'accélération, car celui-ci s'appuie sur les paramètres physiques réellement attendus pour le laser PETAL. Dans la prochaine section, nous présentons le scénario inverse : au lieu de prévoir numériquement les résultats d'une future expérience, nous cherchons à interpréter des résultats expérimentaux déjà fournis. Ceci nous permettra de constater le désaccord qu'il peut y avoir entre simulation numérique et expérience, et de proposer un moyen d'y remédier au moins partiellement.

V Influence des aberrations laser dans un cas réaliste

Expérimentalement, le nombre de données qui peuvent être collectées est souvent plutôt limité. Si les paramètres finaux (nombre de particules, divergence, spectre, etc. à la fois pour le faisceau d'électrons et la source bétatron) sont assez facilement accessibles, il est difficile de diagnostiquer l'accélération et les processus prenant place dans le plasma, notamment à cause de leur très courte durée (de l'ordre de seulement quelques picosecondes pour la durée totale de l'interaction, donc bien inférieure pour certains phénomènes comme l'injection), de leur taille microscopique et du fait que le sillage se déplace à une vitesse proche de c. Des techniques expérimentales basées sur l'utilisation de sondes lasers ultra-courtes [Buck *et al.*, 2011, Sävert *et al.*, 2015] ont commencé à émerger récemment afin d'imager le sillage au cours de la progression du laser, et la reconstruction directe des champs par imagerie du sillage à partir de faisceau d'électrons femtosecondes a été proposée [Zhang *et al.*, 2016]. Cependant, ces techniques nécessitent encore des développements, et la principale méthode de compréhension expérimentale consiste à faire varier les paramètres d'entrée (propriétés du laser et du plasma) et d'observer leur influence sur les résultats finaux. Ceci peut être délicat à mettre en œuvre et n'est souvent pas suffisant, de sorte que la compréhension approfondie des expériences s'appuie très souvent sur des simulations numériques, dans lesquelles on peut accéder dans le détail aux champs, aux paramètres du plasma et aux propriétés des faisceaux à n'importe quel moment.

Pour ne pas aboutir à des interprétations erronées des expériences, il est donc impératif que les simulations les reproduisent de la manière la plus précise possible. Cette fidélité ne peut être obtenue qu'en considérant des conditions initiales proches des conditions expérimentales. Un facteur notable qui n'est souvent pas pris en compte dans les simulations est la qualité de la tâche laser. Par exemple, dans une étude très récente, il a été montré que la présence d'un halo transverse autour de la tâche focale du laser dégrade fortement les paramètres du faisceau d'électrons [Nakanii *et al.*, 2016]. Parallèlement à la distribution d'intensité transverse, la distorsion du front d'onde dans le plan focal – par exemple des aberrations comatiques – a une influence sur l'émittance du faisceau électronique ainsi que sur l'émission X [Mangles *et al.*, 2009, Cummings & Thomas, 2011]. De plus, dans une expérience récente sur un laser à haut taux de répétition [He *et al.*, 2015], le front d'onde du laser a été optimisé par rapport à la qualité du faisceau d'électrons plutôt que par rapport à la qualité de la tâche laser dans le plan focal. La meilleure qualité du faisceau d'électrons n'était pas obtenue pour la meilleure tâche focale, ce qui montre que les propriétés de l'impulsion laser hors du plan focal sont un élément important pour le sillage laser.

La plupart des études théoriques et numériques sur le sillage laser se basent sur des profils transverses de l'intensité qui sont Gaussien idéaux, voire Laguerre-Gaussien [Vieira *et al.*, 2012]. Des distributions plus réalistes correspondant aux impulsions mesurées expérimentalement [Corde *et al.*, 2013b] commencent tout de même à être utilisées dans certaines études. Dans cette partie, nous interprétons les résultats d'une expérience réalisée à l'INRS au Canada à l'aide de simulations utilisant non seulement la distribution transverse de l'intensité laser mesurée expérimentalement, mais aussi de son front d'onde, déduit de l'expérience [Ferri *et al.*, 2016a]. On montre que l'amélioration successive de la description du laser (ajout du profil d'intensité réaliste, puis ajout du front d'onde réaliste) rapproche les prédictions de la simulation des résultats expérimentaux, mais dégrade les performances de l'accélération par sillage laser et de la source bétatron.

V.1 Présentation de l'expérience

Cette étude vise à reproduire les résultats obtenus dans une expérience réalisée sur l'installation ALLS (Advanced Laser Light Source) à l'INRS-EMT au Québec. Dans cette expérience, un système laser Ti :Saphir de longueur d'onde 800 nm et de durée FWHM 30 fs, capable de délivrer 2.5 J, est focalisé sur une tâche focale $w_0 = 18$ μm à l'entrée d'une buse de gaz d'Hélium. Un schéma de l'expérience est montré en figure 29. Dans cette expérience, différentes buses sont utilisées, leur longueur variant de 3 à 7 mm, tandis que la densité est gardée proche de 6×10^{18} cm^{-3}. De plus, pour chaque buse, la position du plan focal est choisie de manière à optimiser le signal X émis. Le spectromètre utilisé pour déterminer la charge et l'énergie du faisceau d'électrons possède une énergie de coupure à 140 MeV. Le but de cette expérience était d'optimiser expérimentalement la source X délivrée sur cette installation laser.

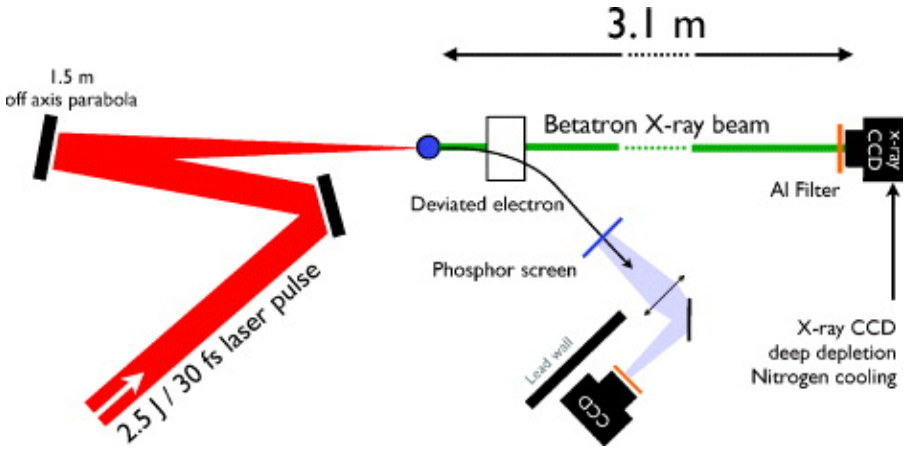

FIGURE 29 – Schéma du dispositif expérimental pour la création d'une source bétatron dans l'expérience réalisée sur l'ALLS. *Tiré de [Fourmaux et al., 2011b].*

La table 2 présente quelques uns des paramètres expérimentaux, ainsi que les principaux résultats (moyennés sur 10 tirs à cause de la fluctuation tir-à-tir). La lecture de ce tableau fait se dégager deux questions principales :

- Les résultats expérimentaux montrent un accroissement du nombre de photons avec la longueur de la buse. Cependant pour les paramètres lasers et plasma utilisés, les longueurs de déplétion laser L_d et de déphasage des électrons L_{dph} sont de $L_d = 2.6$ mm et $L_{dph} = 1.3$ mm, donc beaucoup plus courtes que les longueurs de plasma considérées dans l'expérience. Pourquoi un allongement de ces longueurs bien au-delà de L_d et L_{dph} conduit à l'accroissement du nombre de photons observé expérimentalement ?
- Pour obtenir ces résultats, la position optimale du plan focal recule significativement dans le plasma (de près de trois longueurs de Rayleigh) lorsque la longueur des buses augmente. Pourquoi ce changement de position focale ?

Pour comprendre ces résultats quelque peu contre-intuitifs, nous avons réalisé des simulations 3D avec CALDER dans lesquelles nous utilisons un laser fidèle à l'expérience en utilisant une technique de reconstruction du front de phase. Ce travail a été motivé par l'obtention de premiers résultats non-concluants : l'expérience a d'abord été modélisée à l'aide de CALDER-Circ en décrivant le laser par un faisceau Gaussien idéal, mais ni les résultats quantitatifs, ni même les tendances qualitatives décrites ci-dessus n'ont pu être reproduites. Nous avons alors cherché à modéliser le laser de manière plus réaliste, ce point nous semblant être la cause la plus probable du désaccord.

buse	n_e [cm^{-3}]	plateau [mm]	rampe [mm]	plan focal [mm]	Q [pC]	E_{max} [MeV]	N_X [10^8]	E_c [keV]
3 mm	6.2×10^{18}	3.1	0.5	-0.5	202 ± 60	224 ± 19	1.8 ± 0.3	12.3 ± 0.7
5 mm	6.4×10^{18}	5.6	0.5	0.3	230 ± 57	250 ± 18	2.5 ± 0.9	12.3 ± 0.9
7 mm	5.8×10^{18}	7.5	0.65	2	303 ± 93	348 ± 31	4.9 ± 1.8	15 ± 0.9

TABLE 2 – Données expérimentales : densité électronique n_e ; longueurs du plateau et de la rampe caractérisant le profil de densité du plasma (la longueur de la rampe est la même en entrée et sortie de plasma) ; position optimale du plan focal pour l'émission de rayonnement, indiquée relativement au début du plateau, le signe $-$ signifiant que le plan focal est avant le début du plateau ; charge électronique $Q > 140$ MeV ; énergie maximale des électrons E_{max} ; nombre de photons N_X et énergie critique E_c du rayonnement X. Les propriétés des faisceaux émis (Q, E_{max}, N_X et E_c) sont moyennées sur 10 tirs. La valeur indiquée par $\pm$ indique la déviation standard.

V.2 Reconstruction de la phase

V.2.1 L'algorithme de Gerchberg-Saxton

La phase est reconstruite à partir de la distribution d'intensité expérimentale en deux plans distincts par l'algorithme de Gerchberg-Saxton [Gerchberg & Saxton, 1972] (GSA). Largement utilisé dans le domaine de l'optique, il a également été récemment employé en accélération par sillage laser avec des lasers mJ [Beaurepaire *et al.*, 2015]. Un schéma du fonctionnement de l'algorithme est montré en figure 30. Cet algorithme utilise comme données d'entrée les mesures expérimentales du profil d'intensité transverse faites dans différents plans (au minimum 2) proches du plan focal. Prenons l'exemple de deux mesures effectuées dans un plan 1 et un plan 2. À partir de la distribution d'intensité expérimentale dans le plan 1 et d'une phase de départ supposée nulle, le GSA propage le faisceau (dans le vide) et en déduit un profil d'intensité et de phase dans le plan 2. La propagation dans le vide se fait à l'aide d'une décomposition du champ en modes de Fourier. Il utilise alors cette phase calculée et la distribution d'intensité expérimentale dans le plan 2 pour en déduire par propagation inverse une nouvelle phase dans le plan 1. Ces aller-retours entre les deux plans sont itérés jusqu'à convergence de la phase calculée. L'algorithme peut bien sûr utiliser plus de deux plans comme données d'entrée, l'utilisation de plus de plans augmentant la précision de la reconstruction. Une fois la convergence atteinte, l'algorithme peut déduire le profil d'intensité et de phase dans n'importe quel plan.

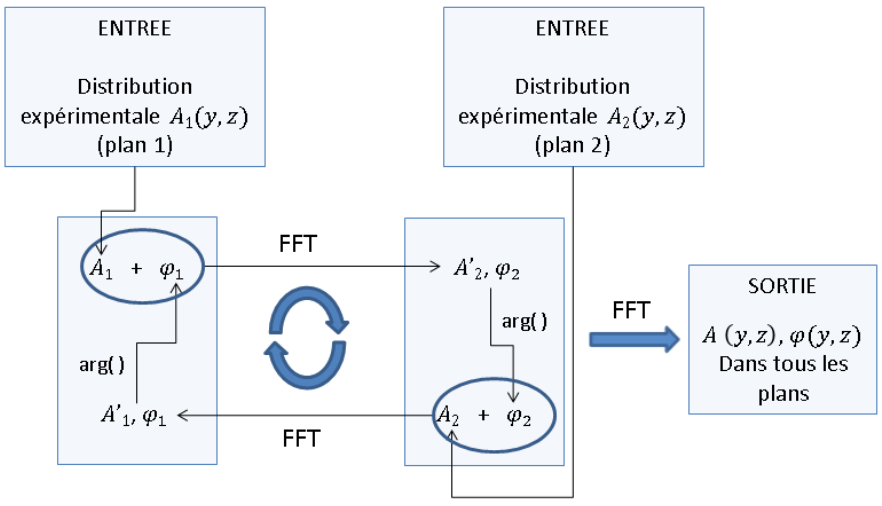

FIGURE 30 – Schéma du fonctionnement de l'algorithme de Gerchberg-Saxton. A_n est le profil d'intensité mesuré expérimentalement au plan n. A'_n et ϕ_n sont respectivement le profil d'intensité et la phase calculés par l'algorithme au plan n.

La validation de l'algorithme a été effectuée avec succès sur des profils gaussiens, mais présente peu d'intérêt. On montre plutôt en figure 31 l'application

du GSA à l'expérience présentée plus haut. Les figures 31a et 31b correspondent aux profils d'intensités mesurés expérimentalement respectivement au plan focal et 5 mm après le plan focal. Le GSA est appliqué à ces deux profils, et la figure 31c montre l'intensité calculée dans le plan à +5 mm par l'algorithme après une ultime propagation de l'intensité expérimentale combinée à la phase calculée dans le plan focal. On peut voir que la différence entre les intensités expérimentales et reconstruites est faible, ce qui montre la convergence de l'algorithme. La différence restante est inévitable et est liée à la précision requise pour stopper la boucle d'itération de l'algorithme.

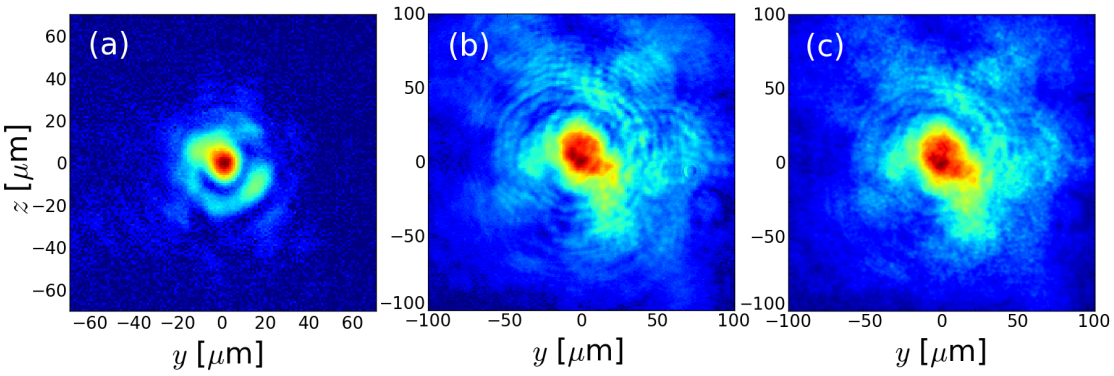

FIGURE 31 – Distributions d'intensités expérimentales (a) dans le plan focal et (b) 5 mm après le plan focal. (c) Distribution d'intensité calculée par l'algorithme 5 mm après le plan focal, après une dernière propagation du profil d'intensité dans le plan focal associé à la phase calculée en ce plan.

On effectue également un deuxième test pour valider la propagation du laser dans l'algorithme et l'initialisation du laser dans CALDER. Dans ce test, on initie le laser dans CALDER avec le profil d'intensité et le front de phase calculés dans le plan focal par le GSA, et on compare la propagation de l'impulsion dans le vide avec celle donnée par le GSA. Les résultats après 2 longueurs de Rayleigh ($Z_R = 0.92$ mm) sont montrés en figure 32. Un très bon accord est trouvé entre la propagation de l'impulsion laser par l'algorithme et par CALDER (fig. 32a et 32b). On montre également la propagation par CALDER du même profil d'intensité associé à un front de phase supposé nul, qui aboutit à un résultat différent après 2 Z_R : l'utilisation du front d'onde réaliste conduit à une distribution d'intensité plus complexe après le plan focal.

V.2.2 Reconstruction de la phase : application à l'expérience.

Les figures 33a et 33b présentent les distributions d'intensités mesurées expérimentalement dans le plan focal, et 5 mm après le plan focal. À partir de ces deux tâches, le GSA a reconstruit la phase en ces deux mêmes plans (figs. 33d et 33e). On remarque que le front de phase n'est pas nul dans le plan focal, contrairement à

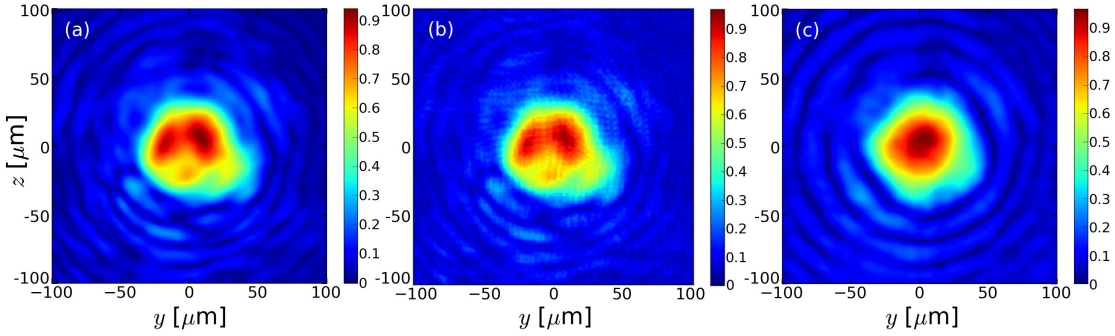

FIGURE 32 – Tâches laser (potentiel vecteur normalisé) après une propagation dans le vide sur 2 Z_R à partir du plan focal calculées par (a) CALDER en utilisant le front d'onde reconstruit, (b) l'algorithme de Gerchberg-Saxton et (c) CALDER en utilisant un front d'onde nul.

ce qui se passe pour un laser gaussien idéal. On montre aussi la tâche laser reconstruite (figure 33c) 5 mm avant le plan focal à titre d'exemple. Il devient visible que le comportement du laser autour du plan focal est très asymétrique : au plan focal et après, la tâche laser est inhomogène, avec la présence de tâches secondaires ou d'anneaux. À l'inverse, la tâche reconstruite avant le plan focal est beaucoup plus homogène. On va voir dans la suite que ces observations auront leur importance sur le processus d'accélération.

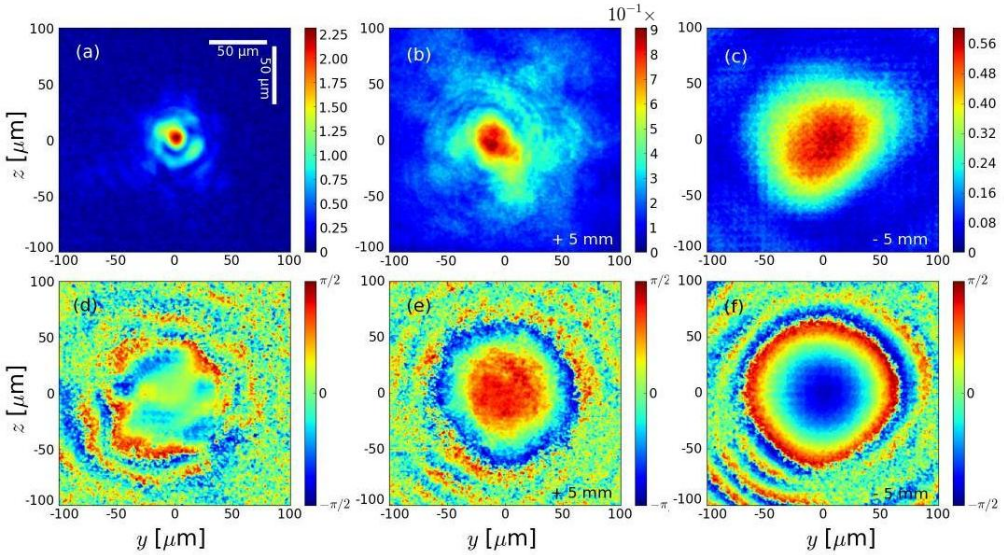

FIGURE 33 – (a) et (b) sont les distributions transverses (en termes de potentiels vecteurs normalisés) mesurées expérimentalement respectivement dans le plan focal et 5 mm après. (d) et (e) sont les phases reconstruites avec le GSA, correspondant respectivement à (a) et (b). (c) (resp. (f)) montre la distribution transverse (resp. la phase) du laser calculée par le GSA, 5 mm avant le plan focal.

De plus, on comprend également qu'un laser gaussien n'est qu'une approxi-

mation très grossière d'un tel laser. Pour comprendre précisément le rôle de ces imperfections lasers, on réalise, pour chaque buse utilisée, trois simulations différentes. Le laser est dans tous les cas modélisé par une impulsion de 30 fs en polarisation linéaire, avec une énergie de 1.35 J (ce qui correspond à l'énergie utile contenue expérimentalement dans la tâche laser). Cependant trois options différentes sont testées pour la simulation du profil transverse :

- un laser gaussien avec $w_0 = 18$ μm, correspondant à la taille moyenne de la tâche laser expérimentale, ce qui conduit à $a_0 = 2.32$,
- la distribution transverse d'intensité calculée par le GSA est utilisée, mais on suppose que le front de phase est idéal (i.e. nul dans le plan focal, et légèrement courbé, comme pour un faisceau gaussien, dans les autres plans),
- la distribution transverse d'intensité et le front de phase reconstruits sont utilisés.

Les profils transverses étant différents, la valeur du pic d'intensité laser varie suivant les cas, de sorte que la puissance laser soit conservée. Ce pic d'intensité varie cependant peu, sa valeur variant de moins de 5% entre les différentes options. Ainsi dans cette étude, les principaux paramètres lasers (énergie, durée, puissance et taille transverse moyenne) sont gardés constants contrairement à d'autres travaux précédents [Vieira *et al.*, 2012]. Ceci permet d'affirmer que seules les imperfections lasers pourront expliquer les différences observées. Les paramètres du plasma pour les simulations sont ceux décrits dans le tableau 2. Les pas spatiaux utilisés dans les simulations sont $\Delta x = 0.25\ c/\omega_0$, $\Delta y = \Delta z = 4\ c/\omega_0$ avec un pas temporel $\Delta t = 0.248\ \omega_0^{-1}$.

V.3 Influence physique des aberrations laser

V.3.1 Focalisation laser et accélération électronique

La position du plan focal étant différente pour chaque buse (0.5 mm avant le début du plateau de densité pour la buse de 3 mm, et respectivement 0.3 mm et 2 mm après pour les buses de 5 mm et de 7 mm), la forme de la tâche laser est différente à l'entrée du plasma pour chacune des buses. La figure 34 montre la forme de ces tâches à l'entrée de chaque buse, dans le cas du laser gaussien comme du laser réaliste.

Afin de comprendre l'effet des aberrations laser, on commence par étudier la focalisation, le guidage et l'évolution du laser pour les trois profils laser considérés. La figure 35, montre l'évolution du maximum du potentiel vecteur normalisé pour les trois longueurs de buses. Dans tous les cas, l'intensité maximale commence par augmenter lors de l'auto-focalisation du laser à l'entrée du plasma. Ensuite des périodes d'auto-focalisation et de défocalisation se succèdent sur environ 3 mm, auxquelles s'ajoute une compression temporelle de l'impulsion laser, ce qui donne lieu à des modulations de a_0. Lorsque la buse est suffisamment longue, la valeur

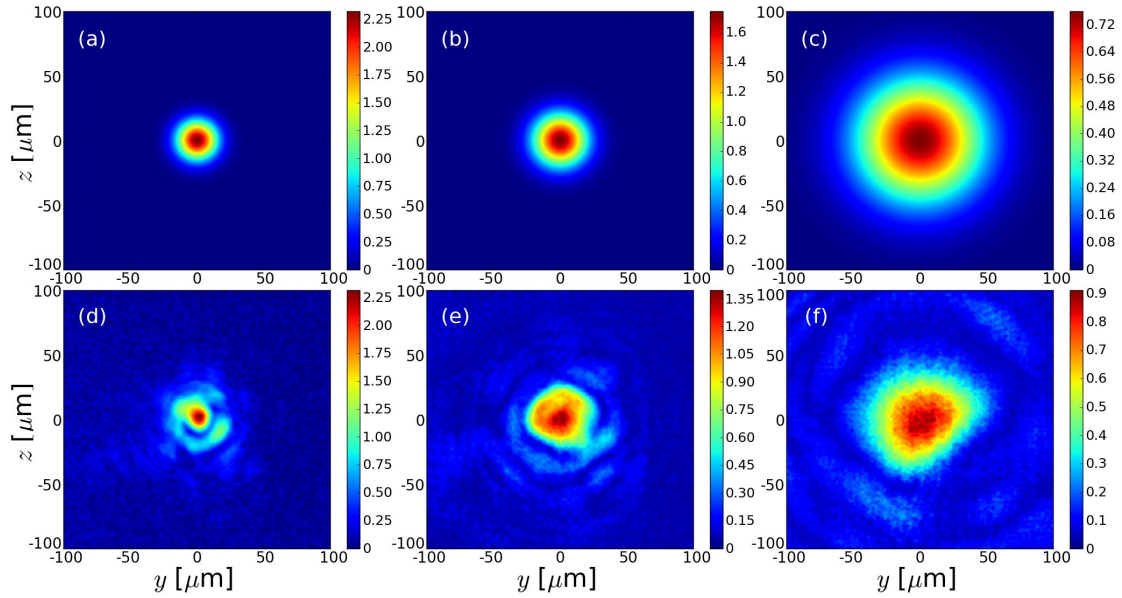

FIGURE 34 – Tâches lasers (potentiel vecteur normalisé) en début de simulation avec le laser gaussien pour les buses de 3 mm (a), 5 mm (b) et 7 mm (c). Les figures (d), (e) et (f) correspondent aux tâches en début de simulation avec le profil d'intensité réaliste pour les mêmes buses (resp. 3 mm, 5 mm et 7 mm).

maximale de a_0 décroît, indiquant que l'énergie laser est déplétée et que l'impulsion n'est plus auto-focalisée, la valeur approximative d'une propagation sur 3 mm étant en accord avec la valeur théorique de 2.6 mm pour la longueur de déplétion.

Pour la buse de 3 mm, on peut voir (figure 35a) que l'intensité maximale atteinte par le laser est plus basse lorsque le laser n'est pas gaussien. L'énergie contenue dans l'anneau en dehors de la tâche centrale, n'est en fait pas auto-focalisée de manière efficace : l'impulsion laser qui est guidée par auto-focalisation contient moins d'énergie et atteint donc une intensité moindre. À cause de cela, la conversion de l'énergie laser dans l'onde plasma de sillage est moins efficace avec ce laser plus réaliste [Genoud *et al.*, 2013]. On peut aussi remarquer que l'auto-focalisation laser prend plus de temps lorsque le laser n'est pas idéal. À cause des inhomogénéités du laser (figure 34d), le laser ayant un profil d'intensité et de phase réaliste est complètement focalisé 1 mm après le laser gaussien. La distribution d'énergie transverse du laser s'homogénéise durant 1 mm dans le plasma avant que l'impulsion puisse s'auto-focaliser et démarrer l'injection et l'accélération des électrons. Cette longueur n'est pas négligeable pour la buse de 3 mm.

Au contraire, pour la buse de 5 mm, le processus d'auto-focalisation commence à un temps semblable quelque soit le profil laser (cf fig. 35b). Ceci est dû à la position du plan focal qui a été repoussée dans le plasma : dans ce cas, le profil d'intensité en entrée est plus homogène, donc plus semblable à un laser gaussien (figures 34b et 34e). Cependant, les inhomogénéités de la tâche laser conduisent tout de même à une intensité maximale inférieure à celle atteinte avec un profil

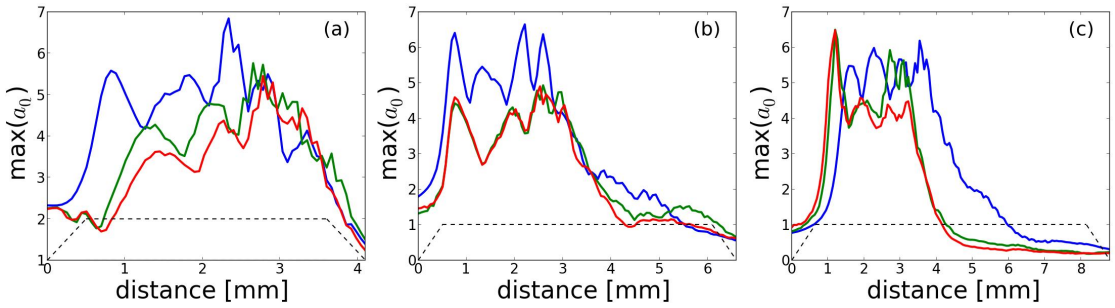

FIGURE 35 – Évolution de a_0 pour les buses de 3 mm (a), 5 mm (b) et 7 mm (c). Les courbes bleues (resp. vertes et rouges) correspondent aux lasers gaussiens (resp. avec seulement le profil d'intensité réaliste et avec les profils d'intensité et de phase réalistes).

gaussien, car une fraction de l'énergie laser n'est pas efficacement auto-focalisée. La même tendance se retrouve pour la buse de 7 mm, mais de manière moins prononcée. Le a_0 maximum atteint est semblable quelque soit le profil laser utilisé. Pour cette buse, on peut considérer que le laser gaussien est une assez bonne approximation du laser réel.

Les effets de focalisation et de propagation du laser entraînent une différence au niveau de l'injection et de l'accélération du faisceau d'électrons. On se concentre maintenant sur les résultats de la buse de 5 mm. La distribution en énergie du faisceau accéléré après 3.5 mm de propagation est montrée dans la figure 36a. En ce point, la charge du faisceau est maximale pour les trois profils lasers. En effet, au delà de cette distance, on n'a plus de transfert d'énergie du laser (qui est fortement déplété) vers les électrons, et ceux-ci vont alors perdre de l'énergie en créant leur propre sillage. Dans le cas du laser gaussien, la charge à cet instant est d'environ 1600 pC, avec une partie du faisceau engendrant un pic à haute énergie vers 450 MeV. En utilisant un laser plus réaliste, la charge est réduite d'un facteur proche de 3, et la partie à haute énergie disparaît. L'auto-focalisation moins efficace conduit à un sillage de plus faible amplitude, qui à son tour accélère moins efficacement les électrons. Dans le cas présent cependant, la plupart de la charge et de l'énergie gagnée par les électrons accélérés est perdue lors de la propagation dans le reste de la buse, où la création du sillage est assurée par le faisceau d'électrons. Ainsi, à la fin de l'accélération, la différence entre les spectres obtenus avec un laser gaussien ou réaliste est faible (cf fig. 36b). On note cependant qu'en ajoutant des précisions sur le profil laser, on reproduit mieux l'énergie maximale observée expérimentalement, avec une coupure du spectre entre 350 et 400 MeV.

Physiquement, le cas de la buse de 7 mm est très proche de celui de la buse de 5 mm : à l'accélération par sillage laser des électrons succède leur perte d'énergie après la déplétion du laser. Cependant pour la buse de 3 mm, la longueur du plateau du profil plasma est proche de la longueur de déplétion théorique du laser.

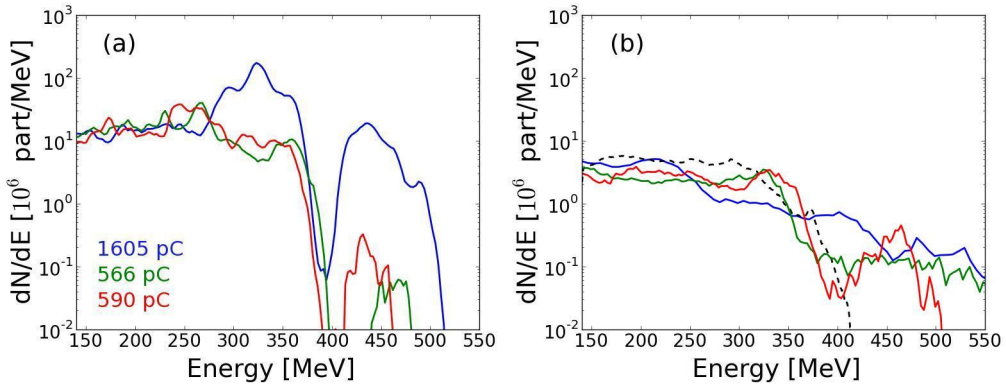

FIGURE 36 – (a) (resp. (b)) Distribution électronique pour la buse de 5 mm lorsque le gain d'énergie maximum est atteint, soit après 3.5 mm de propagation (resp. en sortie de buse, après 6.6 mm de propagation). Les courbes bleues (resp. vertes et rouges) correspondent aux lasers gaussiens (resp. avec seulement le profil d'intensité réaliste et avec les profils d'intensité et de phase réalistes). La distribution électronique expérimentale moyennée sur 10 tirs est tracée en pointillés noirs.

L'accélération a le temps d'arriver quasiment à son terme avec le laser gaussien, alors que le moins bon couplage entre le laser et l'onde plasma s'additionne avec le retard d'un millimètre pris pour auto-focaliser le laser dans le cas réaliste, ce qui retarde d'autant l'injection et l'accélération. Ainsi, le laser atteint le bord du plasma avant que la phase d'injection et d'accélération ne se termine. On a donc une grande différence entre les spectres finaux obtenus avec un laser gaussien qui surestime grandement la charge accélérée (1357 pC contre 202 pC expérimentalement) ou avec un laser réaliste donnant un résultat plus proche de la charge expérimentale (475 pC).

V.3.2 Effets des inhomogénéités laser sur l'émission X

Énergie rayonnée

Ici encore, le rayonnement X est calculé par post-traitement des trajectoires des particules de plus de 50 MeV. La figure 37 montre la puissance P instantanée rayonnée au cours du temps et calculée avec l'équation (72), ainsi que l'énergie rayonnée définie par

$$I(t) = \int_0^{t_f} P(t)dt, \tag{133}$$

pour les différentes buses en fonction du profil laser utilisé.

Pour les buses de 5 mm et 7 mm, on peut voir que la puissance rayonnée est encore non-négligeable bien après le moment où le laser devient fortement déplété et n'est plus auto-focalisé (marqué par l'effondrement de l'intensité maximale dans la figure 35 après 3-4 mm). De plus, elle oscille dans les derniers millimètres de

propagation. À cause de la déplétion, le laser n'est progressivement plus assez intense pour créer un sillage efficace. Lorsque l'intensité laser devient insuffisante, le sillage créé par le laser disparaît, et on entre dans un second régime dans lequel c'est le faisceau d'électrons lui-même qui crée le sillage [Corde *et al.*, 2011]. Un tel sillage créé par un faisceau est alors capable à son tour d'accélérer des particules, on parle dans ce cas d'accélération par sillage plasma, ou PWFA (pour Plasma WakeField Acceleration). Ce phénomène est cependant limité dans notre cas, et nous l'étudierons plus en détail dans la section VI.3. Cette transition vers un sillage créé par le faisceau permet néanmoins d'émettre du rayonnement sur une distance significativement plus grande que la longueur de déplétion laser.

Enfin, juste avant que n'advienne la déplétion quasi-totale du laser, marquée par la baisse brutale de a_0, la compression temporelle du faisceau laser lors de sa propagation le réduit à seulement quelques cycles optiques. Le concept de force pondéromotrice, qui suppose une enveloppe lentement variable, n'est alors plus pertinent. Ceci se traduit par une éjection transverse non-symétrique des électrons du plasma de part et d'autre du laser lors de son passage : le champ laser déplace les électrons préférentiellement d'un côté ou de l'autre dans la direction de polarisation, en fonction de la direction du champ électrique dans le pic d'intensité du champ laser. Ce phénomène dépend naturellement de la phase du laser au sein de l'enveloppe. Cette éjection transverse non-symétrique engendre alors un sillage non-symétrique, qui se met à osciller transversalement dans la direction de polarisation en fonction de l'évolution de la phase du laser dans son enveloppe [Nerush & Kostyukov, 2009] ; on parle d'effets CEP (Carrier-Enveloppe Phase). En conséquence, ceci initie un mouvement d'oscillation transverse des électrons, qui se traduit par une oscillation de la puissance rayonnée sur les figures 37b et 37c.

Pour toutes les buses, la puissance rayonnée diminue fortement si le profil d'intensité expérimental est utilisé, et diminue encore plus lorsqu'on ajoute l'information sur la phase. Pour les buses de 3 et 5 mm, cette réduction est liée à l'auto-focalisation moins efficace, et retardée, dans le cas de lasers réalistes : l'injection démarre plus tardivement, moins de charge est accélérée et le gain d'énergie pour ces électrons est inférieur (cf fig. 36a). Ainsi l'émission X est aussi retardée par rapport au laser gaussien, et le nombre de photons émis ainsi que leur énergie sont bien inférieurs. L'énergie totale contenue dans la source est donc fortement réduite (fig. 37d et 37e). Dans le cas de la buse de 7 mm, les résultats sur l'émission X obtenus avec les différents profils laser sont plus proches, car le scénario d'auto-focalisation est similaire : l'énergie rayonnée est finalement différente d'un facteur 2 seulement (contre près d'un ordre de grandeur pour les autres buses). On peut alors comprendre l'intérêt de défocaliser le laser en entrée du plasma : pour le laser réaliste, dans le cas de la buse de 7 mm, on est ainsi bien plus proche du cas optimal (laser gaussien). La focalisation naturelle du laser couplée à son auto-focalisation lors de sa relativement longue propagation (~ 2 mm $> 2\ Z_R$) dans le

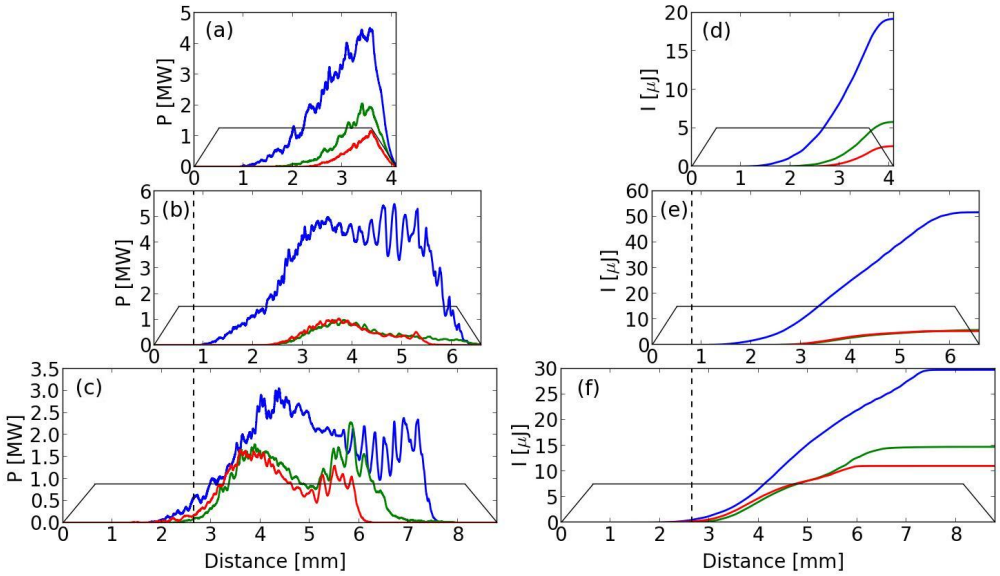

FIGURE 37 – (a),(b) et (c) : puissance P rayonnée pendant la propagation sur les buses de respectivement 3 mm, 5 mm et 7 mm. Les courbes bleues (resp. vertes et rouges) correspondent aux lasers gaussiens (resp. avec seulement le profil d'intensité réaliste et avec les profils d'intensité et de phase réalistes). (d), (e) et (f) montrent l'énergie rayonnée I correspondante. Les traits noirs représentent le profil plasma, et les pointillés noirs marquent la position du plan focal.

plasma avant d'atteindre le plan focal conduit à un lissage des inhomogénéités de la tâche laser et à un meilleur couplage avec le plasma, comme le montre la figure 35c. L'énergie rayonnée est alors plus grande que pour la buse de 5 mm. Ceci ne peut pas se comprendre avec le laser gaussien, pour lequel la défocalisation a des effets néfastes : l'énergie rayonnée est quasiment divisée par deux entre les buses de 5 mm et de 7 mm. La position optimale de focalisation pour le laser gaussien semble ainsi être proche de l'entrée du plasma.

Tous ces cas étant effectués avec la même énergie laser, on peut comparer l'efficacité finale de conversion de l'énergie laser en rayonnement X, $\eta_{l\to X}$. Pour la buse de 5 mm, on trouve une efficacité avec le laser gaussien ($\eta_{l\to X} = 3.8 \times 10^{-5}$) un ordre de grandeur supérieur à celle obtenue avec laser réaliste ($\eta_{l\to X} = 4.0 \times 10^{-6}$). Cet écart montre l'intérêt expérimental d'améliorer, à partir d'un laser d'une énergie donnée, le plus possible la qualité de la tâche focale. On peut par ailleurs noter que ces efficacités calculées sont bien meilleures que celle obtenues avec le laser PETAL.

Nombre de photons : reproduction et explication des résultats expérimentaux

Le tableau 3 synthétise le nombre de photons N_X obtenus pour les différents profils lasers pour chaque buse. De même que pour l'énergie rayonnée, N_X diminue

si un laser plus réaliste est utilisé. Pour la buse de 3 mm, le nombre de photons émis est surestimé d'un facteur ~ 6 dans le cas du laser gaussien par rapport au cas du laser le plus réaliste, et est encore surestimé d'un facteur > 2 lorsqu'on ne tient pas compte de l'information sur la phase. Seules les simulations qui utilisent le profil laser réaliste peuvent reproduire la tendance expérimentale d'augmentation du nombre de photons avec des buses plus longues (figure 38). Les simulations avec le laser réaliste permettent donc de comprendre précisément ce phénomène comme la conjonction de deux causes. Tout d'abord la transition vers un sillage généré par le faisceau d'électrons conduit à une émission X au-delà de la longueur de déplétion, d'où l'augmentation de N_X entre les buses de 3 mm et de 5 mm. Ensuite, commencer l'interaction laser-plasma alors que le laser n'est pas entièrement focalisé permet d'obtenir une tâche plus homogène, et plus efficacement auto-focalisée, ce qui conduit à une augmentation du nombre de photons si la longueur de la buse est suffisamment importante (car reculer le plan focal retarde l'injection et l'accélération) ; ceci explique l'augmentation du rayonnement entre les buses de 5 mm et de 7 mm.

buse	3 mm	5 mm	7 mm
Gaussien	5.1×10^9	7.2×10^9	4.5×10^9
dist. expérimentale	1.8×10^9	1.6×10^9	2.4×10^9
dist. expérimentale + phase	8.5×10^8	1.3×10^9	2.0×10^9

TABLE 3 – Nombre de photons N_X émis sur l'intervalle 0-30 keV dans les simulations CALDER selon les différents profils laser.

Enfin, les simulations utilisant à la fois la distribution d'intensité et la phase réaliste donnent un nombre de photons bien plus proche de celui de l'expérience. Même si le nombre de photons est encore surestimé d'un facteur $\sim 4-5$ par rapport à l'expérience, c'est bien mieux que la franche surestimation obtenue avec le laser gaussien (facteur ~ 20), d'autant plus qu'étant données les fluctuations tir-à-tir, l'écart quantitatif avec les plus hautes valeurs obtenues dans l'expérience n'est que d'un facteur 2. Par ailleurs, le but de l'expérience était initialement d'optimiser la source X, mais pas de comprendre l'influence des aberrations laser, d'où un nombre assez faible de diagnostics expérimentaux (mesure de l'intensité laser dans deux plans seulement, pas de mesure du front d'onde, etc.). Ainsi, il manque encore de nombreuses informations qui pourraient expliquer ce facteur : influence du profil temporel réel de l'impulsion laser (supposé gaussien dans les simulations), présence d'un chirp temporel ou spatial, etc.

V.3.3 Stabilité de pointé

La stabilité de pointé du faisceau d'électrons est un paramètre important pour pourvoir utiliser ultérieurement le faisceau d'électrons pour d'autres applications,

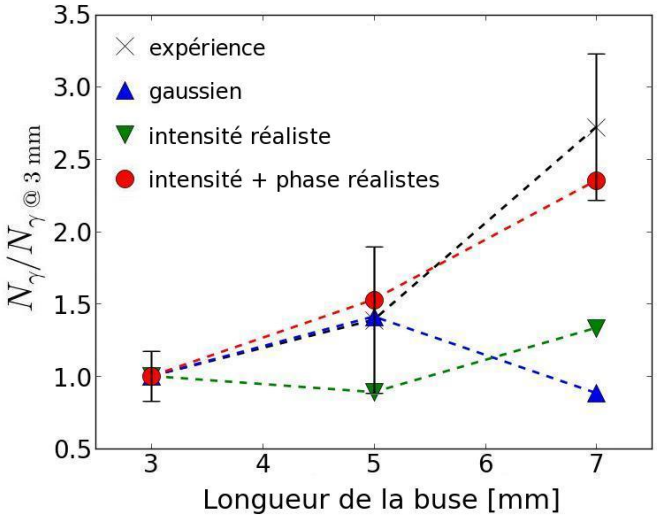

FIGURE 38 – Nombre de photons émis en fonction de la longueur de la buse. Les croix noires représentent les résultats expérimentaux, les triangles bleus (resp. les triangles verts et les ronds rouges) les résultats numériques avec le laser gaussien (resp. avec seulement le profil d'intensité réaliste et avec les profils d'intensité et de phase réalistes). Les lignes noires verticales représentent la déviation standard des mesures expérimentales. Les valeurs sont normalisées au nombre de photons émis avec la buse de 3 mm pour le même profil laser.

notamment lorsqu'il faut diriger le faisceau dans un dispositif de transport. La fluctuation de la direction d'émission du faisceau d'électrons, qui peut dévier expérimentalement de plusieurs milliradians par rapport à la direction de propagation du laser, est difficilement comprise actuellement, et n'est à priori pas liée à la fluctuation du pointé du laser, qui est généralement de l'ordre du microradian.

On montre en figure 39 l'évolution du pointé du faisceau d'électrons au cours de la propagation. Pendant la partie d'accélération par sillage laser classique qui se produit pour les 3-4 premiers millimètres, et en négligeant le premier millimètre où le pointé des électrons peut varier rapidement au cours de la phase d'injection, les simulations avec le laser gaussien présentent des oscillations irrégulières et rapides du pointé du faisceau. Ces variations s'expliquent par le mouvement bétatron des électrons et restent de faible amplitude par rapport aux oscillations qui suivent. Ces oscillations suivantes sont initiées par les effets de CEP qui apparaissent au delà de 4 mm de propagation lorsque le laser a été suffisamment comprimé temporellement pour ne plus posséder que quelques cycles optiques. Cet effet est uniquement visible dans la direction y de polarisation du laser et génère de fortes variations du pointé du faisceau d'électrons, qui peut atteindre jusqu'à 20 mrad. Au contraire, dans les simulations avec le laser réaliste, le faisceau est dévié de manière plus continue et l'amplitude de ces déviations pérennes peut atteindre des valeurs similaires, voire supérieures au cas gaussien. Si on stoppe les simulations après 4 mm (avant la

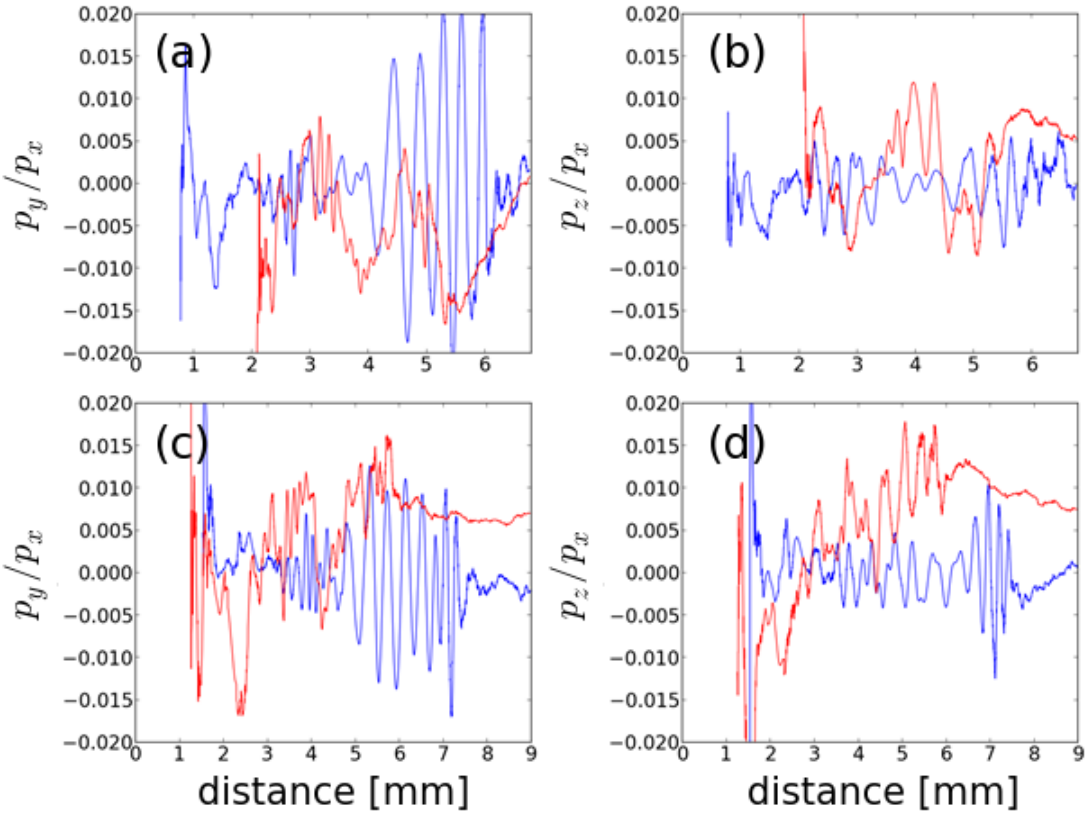

FIGURE 39 – Évolution du pointé du faisceau d'électrons pour les buses de 5 mm (a) et (b) et de 7 mm (c) et (d). Les figures (a) et (c) représentent le pointé dans la direction y : $\langle p_y/p_x \rangle$ et les figures (b) et (d) le pointé dans la direction z : $\langle p_z/p_x \rangle$, où $\langle \cdot \rangle$ représente la moyenne effectuée sur toutes les particules du faisceau. En bleu est tracé le cas du laser gaussien et en rouge le laser prenant en compte les profils d'intensité et de phase réalistes.

fin du régime de sillage laser pur), la déviation du pointé des électrons avec le faisceau gaussien est inférieure à quelques milliradians, tandis qu'avec le faisceau réaliste, les valeurs obtenues peuvent être supérieures à 10 mrad. Le front d'onde imparfait ainsi que les inhomogénéités dans la distribution d'intensité provoque une propagation du laser non rectiligne dans le plasma, ce qui entraîne le sillage et les électrons dans une direction autre que l'axe laser initial. Cet effet a déjà été mis en évidence pour un chirp spatial de l'impulsion laser [Popp *et al.*, 2010]. La prise en compte des inhomogénéités dans l'intensité et dans la phase du laser ainsi que les effets CEP semblent donc être un point important pour expliquer les fluctuations de pointé des faisceaux d'électrons observés dans de nombreuses expériences.

On peut vérifier ces résultats en regardant les distributions angulaires du rayonnement issues des simulations pour les différents profils lasers (cf fig. 40). Si la distribution angulaire de l'émission X est centrée autour de l'axe de propagation laser

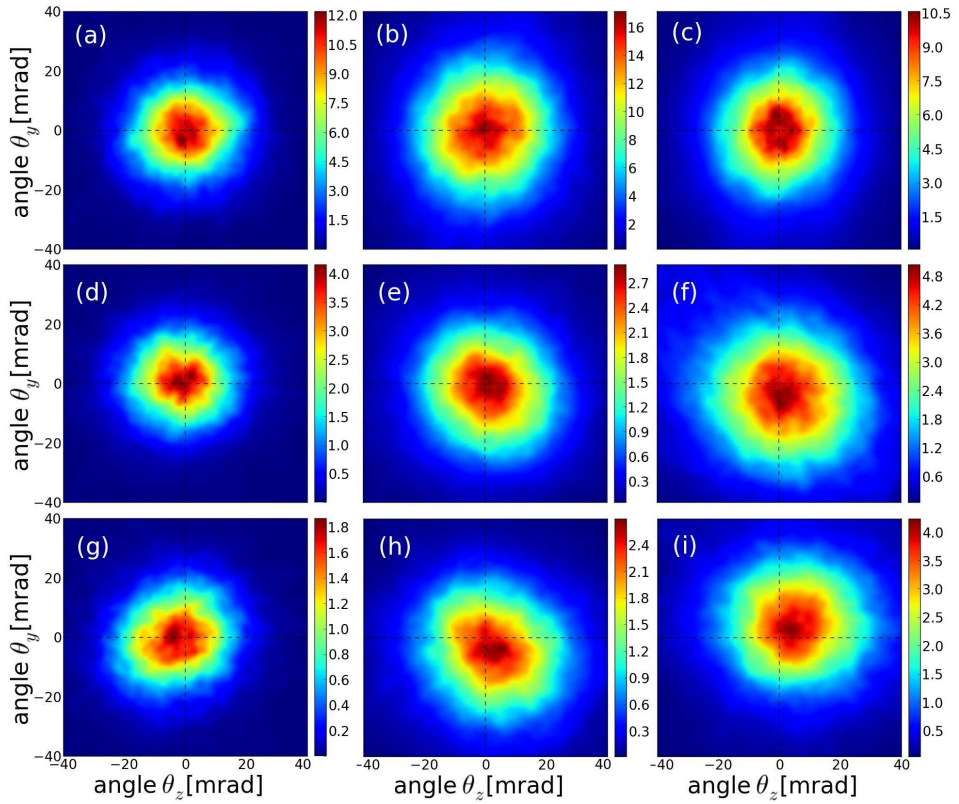

FIGURE 40 – Intensité rayonnée par unité d'angle solide (mJ/mrad^2). (a)-(c) dans le cas du laser gaussien, (d)-(f) pour le laser avec seulement le profil d'intensité réaliste et (g)-(i) pour le laser avec les profils d'intensité et de phase réalistes. (a), (d) et (g) montrent les résultats pour la buse de 3 mm, (b), (e) et (h) pour la buse de 5 mm et (c), (f) et (i) pour la buse de 7 mm.

lorsqu'on utilise un faisceau gaussien dans les simulations, elle a tendance à dévier de cette direction quand on ajoute des informations expérimentales précises sur le laser, tout particulièrement en ajoutant les informations sur la phase. En effet, la source X intègre le rayonnement émis au cours de toute la propagation ; pour connaître sa direction d'émission, c'est donc le pointé moyen du faisceau d'électrons qui compte, en non les fluctuations rapides bétatrons observées dans le cas gaussien. Pour le cas du laser réaliste, le pointé moyen du faisceau d'électrons au cours de la propagation est non nul, donc la tâche X rayonnée est non centrée. Ces déviations de la tâche X peuvent atteindre de l'ordre de 5 à 6 mrad dans les simulations (contre < 1 mrad avec le laser gaussien), ce qui est proche de l'observation expérimentale (pour la buse de 5 mm, cette déviation vaut 3.5 ± 2.1 mrad). Par ailleurs le simple fait de modifier la position du plan focal (ce qui est réalisé dans les simulations lorsque les longueurs de buse sont modifiées) change complètement la direction de cette déviation, ce qui la rend difficile à prévoir.

En conclusion, nous avons montré dans cette partie qu'il était nécessaire de

prendre en compte les imperfections laser dans les simulations pour reproduire pleinement les données expérimentales. L'utilisation d'un laser gaussien ne permet pas de reproduire finement certains traits expérimentaux tels que l'augmentation du nombre de photons avec la longueur de la buse ou l'oscillation du pointé du faisceau électronique. De plus, nous avons montré qu'ajouter les informations sur la distribution d'intensité transverse et la phase de l'impulsion laser réduit considérablement les performances de l'accélérateur plasma et de la source bétatron. On perd en effet un ordre de grandeur sur l'énergie de la source X entre le cas avec un laser gaussien et le cas avec le laser réaliste, ce qui conduit à un bien meilleur accord qualitatif et quantitatif avec l'expérience.

Jusqu'à maintenant, les solutions proposées pour conduire à une amélioration des sources bétatrons passent par un accroissement de la puissance laser où à une optimisation des cibles plasma utilisées. Cependant, cette étude suggère qu'une amélioration de la qualité du faisceau laser est aussi une voie prometteuse afin d'améliorer ces sources.

Après s'être intéressés à l'impulsion laser, nous allons manipuler le profil plasma dans la prochaine partie, afin de trouver des solutions permettant d'augmenter les performances des sources bétatrons sans avoir à recourir à des installations laser plus puissantes.

VI Amélioration de l'efficacité des sources bétatrons

Il n'est pas forcément nécessaire d'avoir une interaction laser-plasma pour produire un rayonnement bétatron dans un plasma. Un faisceau d'électrons relativistes (ou plus généralement de particules chargées) se propageant dans un plasma est également capable de repousser transversalement les électrons du plasma, par simple répulsion coulombienne, et de créer un sillage caractérisé par de forts champs électromagnétiques. La première observation expérimentale du rayonnement synchrotron émis par le mouvement bétatron des particules a ainsi été réalisée dans ce cadre en 2002, en utilisant un faisceau d'électrons accéléré à 28.5 GeV sur le SLAC [Wang *et al.*, 2002]. Deux ans plus tard, elle était démontrée au LOA dans le cas d'un sillage créé par laser [Rousse *et al.*, 2004]. Par la suite, cette thématique a été intensément étudiée, permettant de déterminer les principales caractéristiques d'une source bétatron. Une durée inférieure à 100 fs a été trouvée expérimentalement [Ta Phuoc *et al.*, 2007], mais les mesures effectuées sur le faisceau d'électrons présagent d'une durée réelle plutôt de l'ordre de quelques femtosecondes [Lundh *et al.*, 2011]. Une taille micrométrique a également été déterminée par différents groupes [Shah *et al.*, 2006, Kneip *et al.*, 2010], ainsi qu'une divergence de l'ordre de quelques dizaines de milliradians [Ta Phuoc *et al.*, 2006].

Dans ces dernières années, l'amélioration des technologies expérimentales a permis d'augmenter la collimation des sources bétatrons, parfois inférieure à 10 mrad [Kneip *et al.*, 2010], ainsi que la gamme d'énergie atteignable par les photons de cette source de quelques keV à la centaine de keV. La maîtrise de ces sources a augmenté à tel point qu'elles sont maintenant utilisées pour réaliser des radiographies dans divers domaines [Fourmaux *et al.*, 2011a, Kneip *et al.*, 2011]. De plus, la mesure du rayonnement bétatron permet d'accéder à une connaissance plus précise de l'évolution expérimentale du faisceau d'électrons dans l'accélérateur plasma, comme par exemple celle de son émittance transverse [Kneip *et al.*, 2012, Plateau *et al.*, 2012].

Pour de nombreuses applications, cependant, il est encore nécessaire d'augmenter le flux de photons émis par les sources bétatrons [Albert *et al.*, 2014], afin de pouvoir s'approcher des sources synchrotrons des accélérateurs conventionnels. Cette augmentation se fait naturellement à mesure que des lasers plus puissants sont développés. Cependant, pour que cette technologie reste accessible (moindre coût, petite taille de l'installation, plus haute cadence de tir, etc.), il est intéressant de pouvoir augmenter le flux de photons à énergie laser constante. Ceci peut être réalisé expérimentalement en améliorant la tâche transverse du laser, comme vu dans la section précédente. Une autre piste consiste à complexifier le dispositif expérimental afin d'ajouter de nouveaux effets ayant pour but d'amplifier le mouve-

ment bétatron. Par exemple, il est possible de faire interagir le faisceau d'électrons accéléré dans le sillage avec l'impulsion laser, le champ laser transverse amplifiant l'oscillation bétatron [Németh *et al.*, 2008]. Ceci peut se produire lorsque les électrons rattrapent l'arrière de l'impulsion laser en déphasant [Cipiccia *et al.*, 2011], ou bien en utilisant la technique d'injection par ionisation pour avancer la position d'injection [Huang *et al.*, 2016]. Donnant de bons résultats expérimentaux, ces méthodes peuvent néanmoins être difficilement reproductibles par les simulations, car l'interaction de l'impulsion laser avec le faisceau d'électrons accélérés peut être difficile à modéliser correctement dans les codes PIC [Lehe *et al.*, 2014]. De plus, ce couplage des électrons accélérés avec le laser est naturellement présent dans la plupart des expériences réalisées sur les sources bétatrons. Augmenter le flux passe donc soit par l'optimisation de ce phénomène, soit par la recherche d'autres méthodes.

Une autre possibilité consiste à jouer sur le profil du plasma utilisé pour l'accélération, afin de soit augmenter l'énergie électronique atteinte, soit accentuer l'oscillation des électrons [Ta Phuoc *et al.*, 2008b]. Dans cette partie, nous présentons tout d'abord deux méthodes basées sur des manipulations de ce profil afin d'augmenter le rayon d'oscillation des électrons dans l'onde de sillage. Dans la première, le laser est envoyé sur un gradient de densité montant avec un petit angle d'incidence. Ceci brise la symétrie du sillage et provoque une injection avec une grande impulsion transverse, conduisant à des oscillations bétatrons importantes. Dans le deuxième schéma, une marche de densité montante provoque un éclatement du faisceau d'électrons qui interagit avec des champs transverses défocalisants. En retournant à la densité initiale après la marche de densité, l'accélération reprend avec un rayon d'oscillation plus élevé pour les électrons ayant été défocalisés. Enfin, il est aussi possible d'utiliser cette marche de densité montante pour accélérer la déplétion du laser, et donc la transition vers un régime où le sillage est créé par le faisceau d'électrons. Dans ce régime, on a encore émission de rayonnement bétatron, similairement à l'expérience réalisée sur le SLAC en 2002 [Wang *et al.*, 2002], et l'émission peut même être augmentée car bénéficiant d'une densité plasma plus élevée.

VI.1 Gradient transverse

VI.1.1 Présentation du schéma

La physique du sillage laser présente une symétrie axiale qui conduit généralement à l'accélération sur l'axe d'un faisceau très focalisé, dont les électrons effectuent des oscillations bétatrons d'amplitude petite devant le rayon de la bulle accélératrice. Il semble ainsi intéressant de 'casser' cette symétrie, afin de provoquer une oscillation sur une plus grande zone à l'intérieur de la bulle. C'est pourquoi il nous a paru prometteur d'envisager l'interaction d'un laser avec un gradient de

densité transverse.

On considère donc à présent une impulsion laser d'énergie fixe $E_0 = 1.5$ J, de durée $\tau_0 = 30$ fs, de longueur d'onde $\lambda_0 = 800$ nm, et de polarisation linéaire selon y se propageant dans une direction proche de celle de l'axe x. Ce laser est focalisé sur un waist de $W_0 = 13.5$ μm en entrée de simulation, ce qui donne $a_0 = 2.86$. On considère l'interaction de ce laser avec un plasma de densité 3.5×10^{18} cm^{-3}. De plus, on ajoute un gradient de densité transverse : la densité, qui est constante et égale à 3.5×10^{18} cm^{-3} pour $y < 100\ c/\omega_0 \sim 13$ μm, augmente linéairement pour les positions $y > 13$ μm. De tels gradients raides et courts peuvent être par exemple générés en insérant une lame en sortie de jet de gaz, ce qui crée un choc dans le jet de gaz [Schmid *et al.*, 2010, Buck *et al.*, 2013, Guillaume *et al.*, 2015b]. Le laser est injecté en $y = -75\ c/\omega_0$ avec un angle α petit par rapport à la direction x. Il arrive donc en incidence rasante sur le gradient transverse (cf fig. 41a).

Une telle étude implique une asymétrie par rapport à la direction de propagation laser, on ne peut donc pas utiliser le code CALDER-Circ. Pour cette raison, on réalise des simulations 3D avec CALDER, et les paramètres numériques utilisés sont les mêmes que dans la partie précédente. La figure 41 présente l'évolution de la densité plasma au cours d'une simulation avec $\alpha = 3^\circ$, et pour un gradient de densité de 0.42×10^{18} cm$^{-3}/\mu$m (la densité est multipliée par 6 en 50 μm). Le laser se propage initialement vers la droite et vers le haut, selon l'angle α. Il est progressivement dévié dans le gradient avant de repartir vers le bas. Si on assimile le laser à une onde plane, il est en effet possible de montrer que celui-ci suit une trajectoire parabolique dans le gradient, et qu'il en sort en se propageant avec un angle $-\alpha$. On peut voir également qu'un faisceau d'électrons a été injecté dans le gradient, clairement visible à partir de la figure 41d. Après la sortie du gradient, ces électrons oscillent fortement dans le sillage, occasionnant un rayonnement intense.

Dans la suite nous allons étudier plus en détail comment se produit l'injection, et pourquoi les oscillation des électrons sont aussi marquées en sortie du gradient.

VI.1.2 L'injection transverse

L'injection dans un tel gradient transverse est différente de l'injection dans un gradient longitudinal classique. Ceci est dû en particulier à l'asymétrie du sillage créé dans ce schéma : en figure 42, on peut voir que le sillage n'est symétrique à aucun moment de la propagation dans le gradient. En entrée de gradient (fig. 42a), la partie haute de l'impulsion laser se propage dans un plasma de densité plus élevée que sa partie basse. Ainsi, la longueur d'onde plasma associée y est plus courte ($\lambda_p = 2\pi c/\omega_p$ dans le régime linéaire), et la bulle se referme plus rapidement que par le bas, ce qui crée cette forme de sillage asymétrique. Par la suite, l'asymétrie s'accroît : l'approximation du laser par un rayon optique est imparfaite. L'avant de l'impulsion laser se propage dans un plasma encore peu modifié, et suit donc une trajectoire parabolique dans le gradient, le gradient de

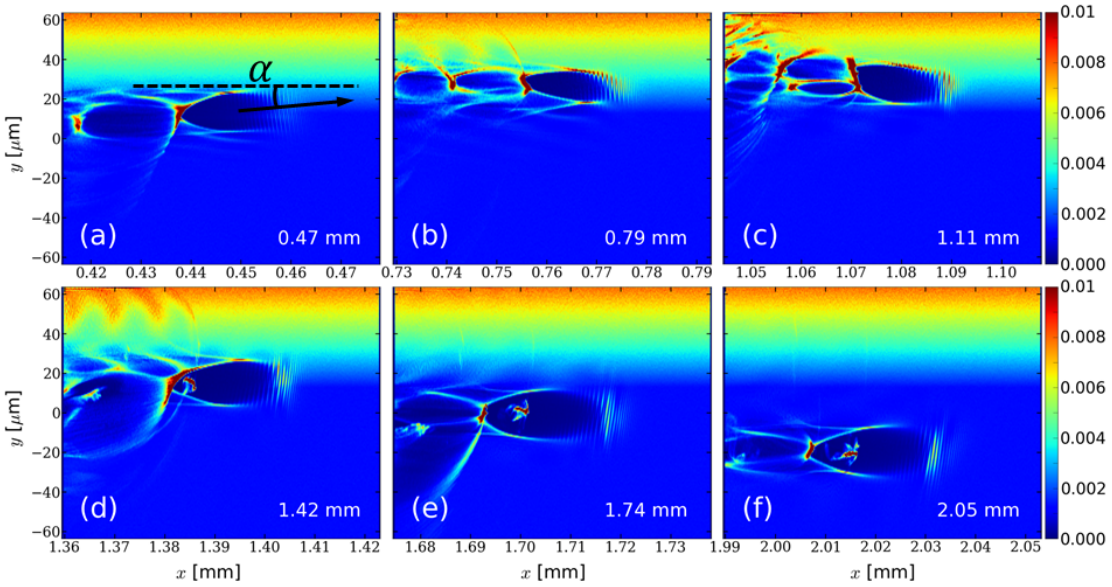

FIGURE 41 – Densité plasma à différents instants dans la simulation avec $\alpha = 3^\circ$, et un gradient de densité 0.42×10^{18} cm$^{-3}/\mu$m. Les différents traits de ce schéma sont visibles : déviation du laser par le gradient, l'injection des électrons, et leur oscillation postérieure.

densité provoquant une variation de l'indice optique. Au contraire, l'arrière de l'impulsion laser est situé dans la cavité ionique, zone quasiment vide d'électrons. Elle ne subit donc pas l'influence du gradient de densité, et n'est pas dévié de sa trajectoire rectiligne. En conséquence, l'impulsion laser se retrouve "tordue", sa partie arrière étant déviée plus tardivement, elle se décale vers le haut par rapport à la partie avant du laser. Sur la figure 42b, l'impulsion laser semble ainsi présenter une inclinaison proche de -45°, bien supérieure à l'angle maximal de -3° attendu. L'arrière de l'impulsion laser n'est finalement déviée par le plasma que lorsqu'elle atteint le haut de la cavité laser. Cependant, une partie de l'énergie laser peut être perdue au cours du processus (pour de grands angles α, typiquement $\alpha > 3^\circ$) car une partie de l'impulsion n'est alors pas déviée et se sépare lors de la propagation dans le gradient.

En conséquence de l'asymétrie du sillage, l'injection provoquée est également asymétrique. On représente en figure 43, la position d'injection des électrons pour le cas où $\alpha = 3^\circ$. Ce cas est comparé à un cas d'injection par gradient standard (i.e. gradient longitudinal), qu'on appellera dans la suite cas référence. Afin de pouvoir ensuite comparer les émissions de rayonnement à paramètres de faisceau d'électrons à peu près égaux, on n'utilise pas le même gradient dans les deux cas. Pour l'injection par gradient longitudinal, le gradient choisi dans les simulations est centré en 0.7 mm, avec des rampes d'entrée et de sortie linéaires de 70 μm (forme triangulaire), suivi par le plateau de densité. La densité maximale atteinte

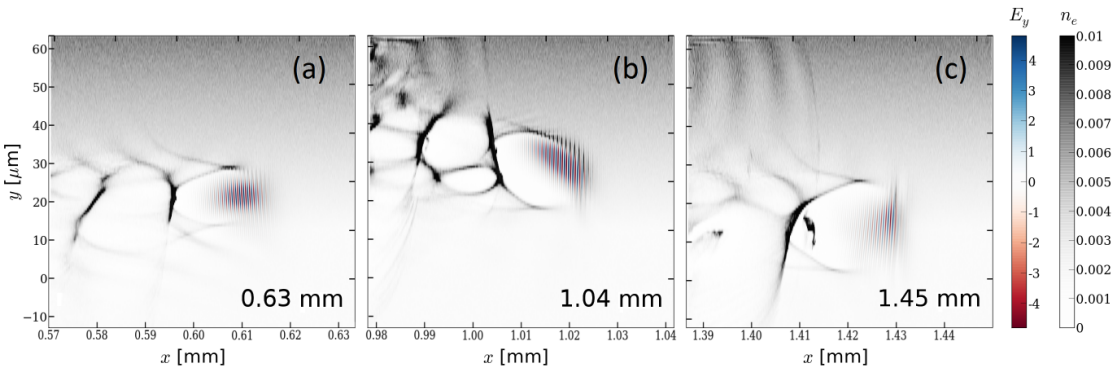

FIGURE 42 – Déviation du laser et asymétrie du sillage. Densité plasma (en gris), et champ laser (normalisé à $m_e c\omega_0/e$, rouge-bleu) à différents instants de la propagation du laser dans le gradient transverse. Le bas du gradient est situé en $y \sim 13$ μm.

au sommet du triangle est de 1.5 fois la densité du plateau. Les paramètres laser et numériques sont inchangés, le laser se propageant maintenant avec un angle nul. On verra qu'ainsi, on obtient des charges et des énergies électroniques similaires.

Dans le cas référence, l'injection est provoquée par le gradient longitudinal (qui entraîne un allongement de la première cavité du sillage), et présente surtout une symétrie de révolution autour de l'axe de propagation : tous les électrons sont originaires d'une région de faible épaisseur Δr située en un rayon $r \sim R$, où R est le rayon de la bulle (figure 43e). Ce résultat est conforme à ceux déjà présentés en détail dans plusieurs travaux [Pukhov & Meyer-ter Vehn, 2002, Kalmykov *et al.*, 2010]. Dans le cas du gradient transverse, la symétrie est brisée dans la direction du gradient y, tandis qu'elle est conservée selon z. On distingue deux injections successives. Une première injection, représentée en noir dans la figure 43, prend place lorsque le laser est encore en train de pénétrer plus profondément dans le gradient, vers $x = 0.7$ mm (fig. 43a). Ces électrons ont en moyenne une position initiale en y inférieure à celle du laser. Ensuite, une deuxième injection, représentée en bleu dans la figure 43, se produit entre 0 et 0.2 mm après que le laser a atteint sa position maximale en y. Ces électrons semblent au contraire provenir d'une position initiale y supérieure à celle du laser, et sont tous originaires d'une zone située à une distance $\sim R$ du centre de la bulle, mais uniquement dans le plan (x, z), i.e. à $y = y_b$ et $z = \pm R$, avec y_b la position du centre de la bulle selon la direction y. Cette symétrie différente pour les positions initiales de ces deux groupes d'électrons laisse présager un mécanisme d'injection différent. Il a déjà été montré que l'asymétrie de l'injection pouvait provenir de l'asymétrie de l'impulsion laser expérimentale [Corde *et al.*, 2013b], nous montrons dans la suite qu'elle trouve ici son origine dans l'asymétrie du sillage observée dans la figure 42.

Afin d'étudier plus précisément le mécanisme de la première injection, on trace dans la figure 44 la trajectoire d'une particule injectée, ainsi que celle d'une parti-

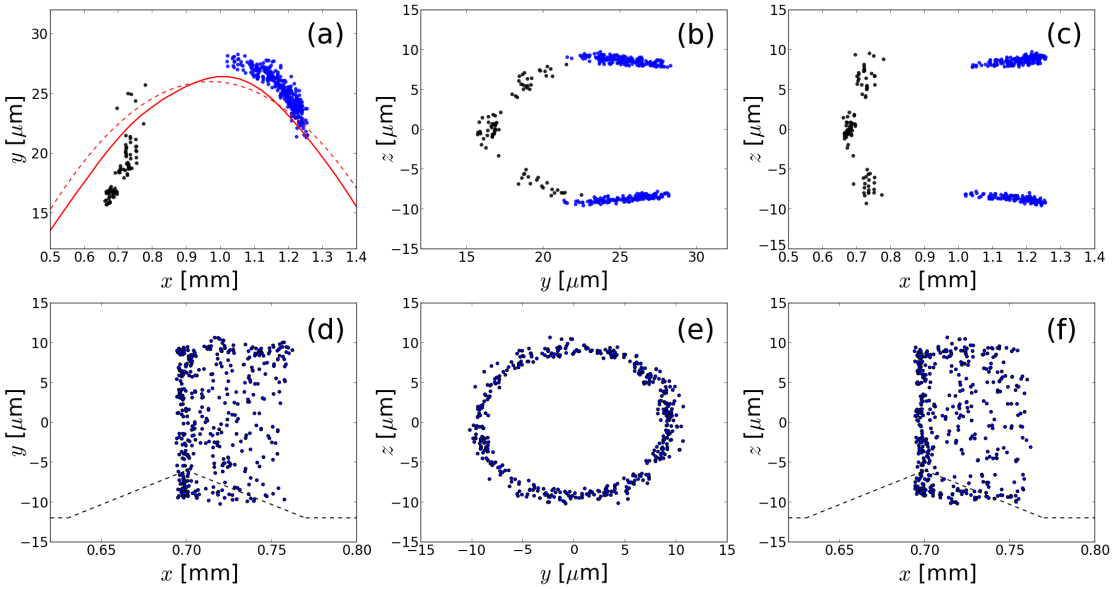

FIGURE 43 – Position initiale de quelques électrons injectés dans le gradient transverse (a)-(c) et dans le cas de référence (d)-(f). Position initiale dans le plan (x, y) (a) et (d), le plan (y, z) (b) et (e), et le plan (x, z) (c) et (f). La trajectoire du barycentre de l'impulsion laser obtenue dans la simulation est tracée en traits rouges pleins dans la figure (a), ainsi que la trajectoire théorique d'un rayon optique (pointillés rouges). Le profil plasma pour le gradient longitudinal utilisé dans le cas référence est tracé en pointillés noirs dans les figures (d) et (f). Pour le gradient transverse, les particules sont distinguées par deux couleurs selon leur position initiale en x : noir pour les électrons injectés lors de l'entrée du laser dans le gradient, et bleu pour les électrons injectés lors de sa sortie.

cule située symétriquement en y par rapport à l'impulsion laser. On y trace aussi les forces s'appliquant sur ces particules au cours de leur trajectoire. À cause de l'asymétrie du sillage, ces deux particules n'ont pas une trajectoire similaire lors de leur interaction avec le laser, puis avec le sillage. La particule injectée, représentée en bleu, est éjectée en dessous de l'impulsion laser par la force pondéromotrice, et suit donc le bord inférieur de la bulle. Ce faisant, elle traverse une zone de très fort champ accélérateur en arrière de cavité (cf fig. 44b), qui lui permet d'atteindre une énergie suffisante pour être injectée (on peut définir cette énergie comme celle associée au facteur de Lorentz lié à la vitesse de l'onde de sillage, définit par $\gamma_s = \sqrt{2/3}(\omega_0/\omega_p) = 18.2$, où on a utilisé l'expression de la vitesse de phase du sillage donnée dans la partie II.3.1). A l'inverse, la force pondéromotrice éjecte la particule représentée en rouge au dessus de l'impulsion laser, et cette particule qui suit le bord supérieur de la bulle ne reste pas longtemps dans la zone accélératrice à l'arrière de la bulle, ce qui ne lui permet pas d'être accélérée suffisamment pour être injectée. Nous verrons dans la suite que cette injection est la plus intéressante en termes d'émission de rayonnement.

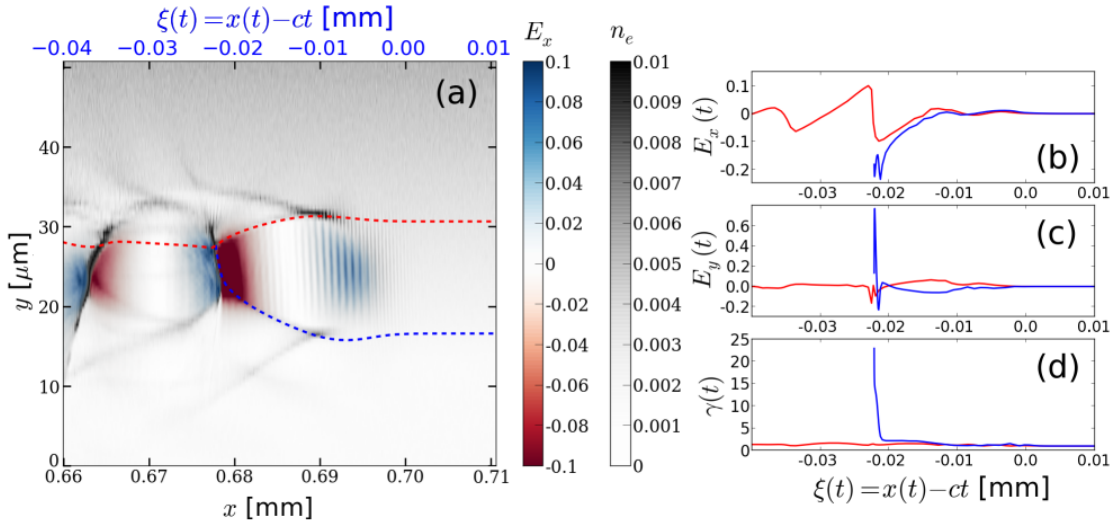

FIGURE 44 – Mécanisme de la première injection dans le gradient transverse. (a) Carte de la densité plasma (gris) et du champ accélérateur E_x après 0.71 mm d'accélération. Les trajectoires de deux particules, représentées en pointillés, montrent l'évolution au cours du temps de leur position $y(t)$ en fonction de leur coordonnée $\xi(t) = x(t) - ct$, avec l'origine du temps $t = 0$ définie de telle sorte que le pic du laser se trouve en $x = 0.7$ mm lorsque $t = 0$. (b) (resp. (c)) Champ accélérateur E_x (resp. champ transverse E_y) ressenti par les particules au cours de leur trajectoire. (d) Facteur de Lorentz des particules au cours de leur trajectoire. La trajectoire en bleu est celle d'une particule injectée, celle en rouge représente une particule non piégée. Les champs E_x et E_y sont normalisés à $m_e c\omega_0/e$.

La seconde injection présente un mécanisme plus classique, proche de l'injection par gradient descendant. Elle se produit en effet dans une zone où l'impulsion laser s'éloigne des fortes densités plasmas présentes dans le gradient transverse. La sillage expérimente donc aussi un gradient de densité descendant. Cependant, les effets d'asymétrie s'y superposent pour réaliser l'injection asymétrique observée dans la figure 43. En figure 45, on peut voir que similairement à ce qui se produit lors de l'injection dans un gradient descendant, la sortie du gradient transverse occasionne un allongement de la cavité ionique, ce qui provoque l'injection. Cependant, l'asymétrie de la bulle dans le gradient provoque l'asymétrie de l'injection observée dans la figure 43b et c.

Cette seconde injection est plus massive que la première, mais son rayonnement sera néanmoins plus faible. De même dans les simulations, on observe après la sortie du gradient transverse une troisième injection plus tardive. Cette dernière injection est réalisée par auto-injection classique. Dans les parties suivantes, nous montrons pourquoi le rayonnement émis par ces deux dernières injections est peu intéressant, malgré la charge plus importante concernée.

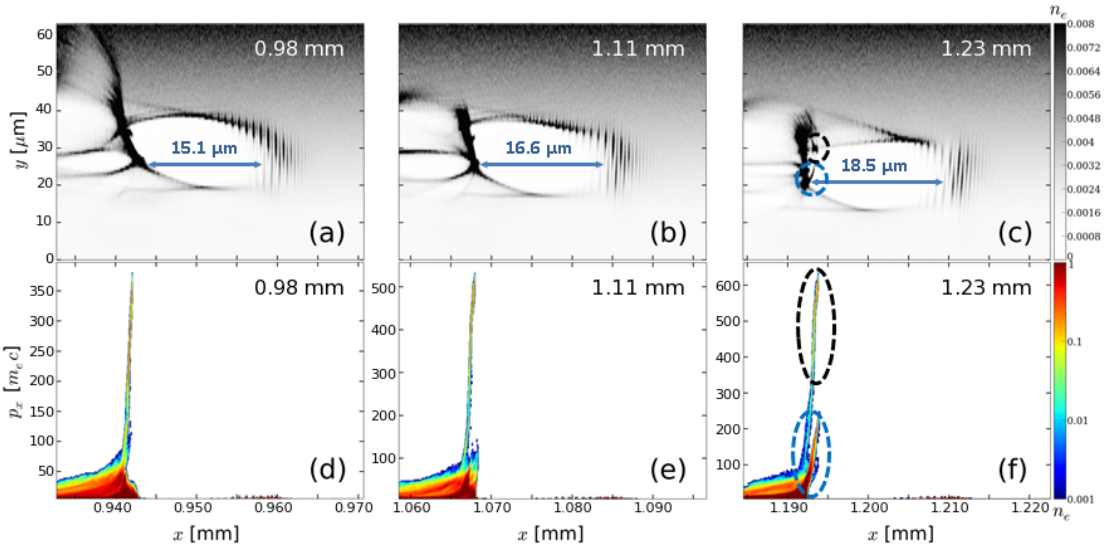

FIGURE 45 – Seconde injection en sortie de gradient transverse. Densité plasma après différentes distances d'accélération (a)-(c) et espaces des phases longitudinaux correspondants. Le faisceau d'électrons piégés lors de la première (resp. seconde) injection est entouré en noir (resp. bleu). L'augmentation visible de la taille de la bulle qui provoque l'injection est quantifiée par les flèches bleues (a)-(c).

VI.1.3 Sortie du gradient et initiation des oscillations

Jusqu'à présent nous avons expliqué le mécanisme d'injection dans le gradient transverse. Ce mécanisme n'explique cependant pas l'intérêt de ce schéma comparé à celui d'une injection par gradient descendant simple. Encore une fois, cet intérêt réside dans l'asymétrie du sillage pendant la propagation dans le gradient transverse. Après avoir atteint sa position extrémale en y, l'arrière de l'impulsion laser est donc elle aussi déviée, ce qui engendre un basculement rapide de la bulle (fig. 46a, 46b), et du champ transverse focalisant E_y associé. La position transverse où le champ E_y s'annule à l'arrière de la bulle est représentée en figure 46c. La vitesse de dérive de cette position est en moyenne de $-0.05\ c$, ce qui correspond à la vitesse de propagation attendue pour un angle de 3°. Cependant, la vitesse de dérive monte à $-0.13\ c$ en moyenne entre 1.2 mm et 1.3 mm, avec une pointe à près de $-0.2\ c$. Cette vitesse n'est donc pas uniquement due à l'angle de propagation de l'impulsion laser, et correspond, entre 1.2 mm et 1.3 mm, à une dérive moyenne de $0.08\ c$ dans le référentiel de la bulle incliné de 3°.

Cette dérive du champ E_y est capable de donner une impulsion significative au faisceau d'électrons déjà accéléré, c'est-à-dire celui piégé lors de la première injection. On trace en figure 47a l'évolution au cours de la propagation de l'impulsion transverse p_y de quelques électrons accélérés issus des différentes injections. Initialement, juste après l'injection, les électrons effectuent de petites oscillations autour du zéro du champ E_y et l'impulsion transverse reste modérée ($|p_y| < 10\ m_e c$). Après

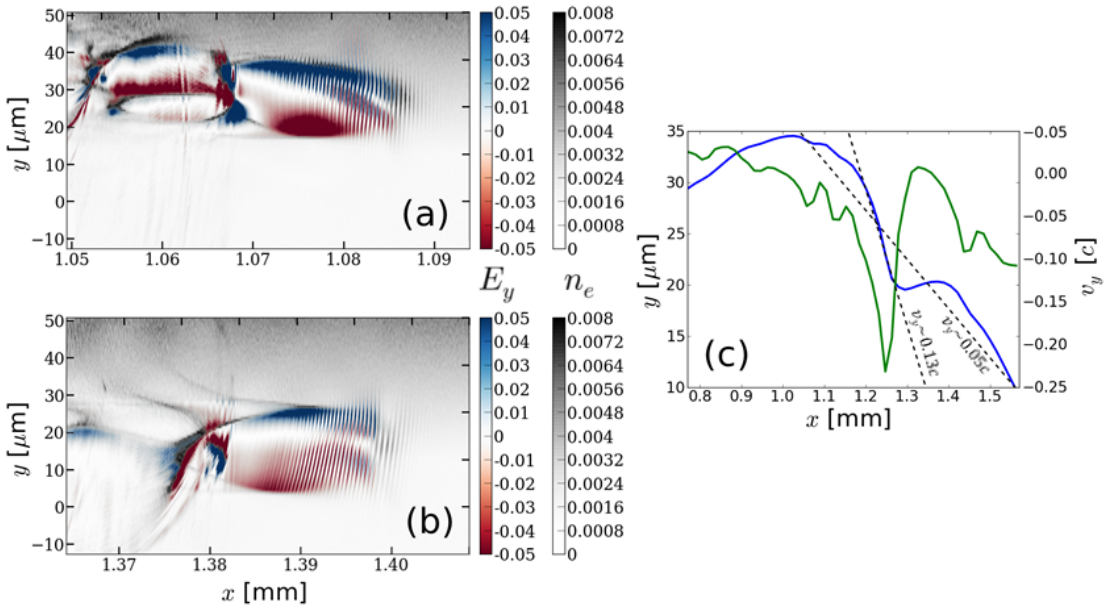

FIGURE 46 – Dérive du champ transverse en phase descendante du gradient transverse. Densité plasma (en gris) et champ transverse E_y (normalisé à $m_e c\omega_0/e$, rouge-bleu) après 1.09 mm (a) et 1.41 mm (b). Position transverse selon y du zéro du champ transverse E_y à l'arrière de la cavité accélératrice (bleu), et vitesse de dérive de ce point (vert).

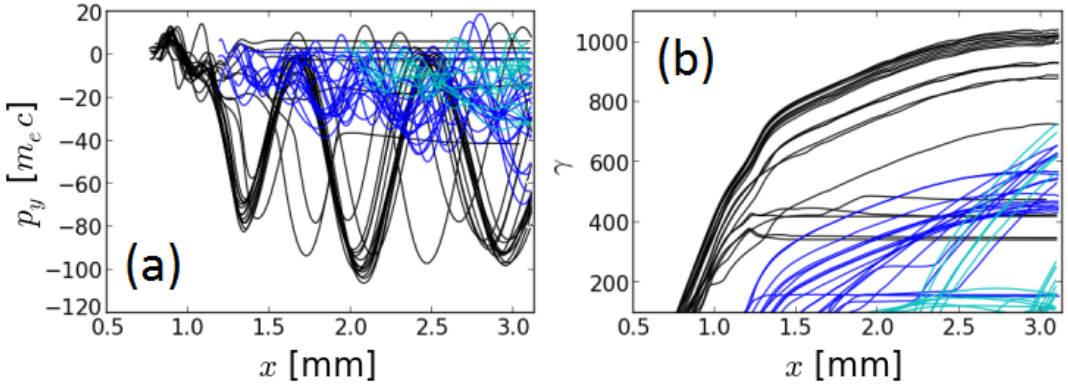

FIGURE 47 – Impulsion transverse p_y (a) et facteur de Lorentz γ (b) de quelques électrons injectés. En noir (resp. en bleu et en cyan), les électrons de la première (resp. seconde et troisième) injection. 20 électrons de chaque injection sont représentés, ce qui n'est pas représentatif de la charge concernée par chaque injection.

environ 1.1 mm de propagation, l'amplitude de l'impulsion p_y croît significativement, pour atteindre des valeurs $|p_y| \sim 100\ m_e c$, et les électrons oscillent alors en phase. Cette augmentation tire son origine de la dérive transverse du champ E_y. En effet, après 1.1 mm de propagation, les électrons du premier faisceau sont déjà fortement accélérés ($E \sim 200$ MeV). La bascule de l'onde de sillage qui a

lieu entre $x = 1.2$ mm et $x = 1.3$ mm s'effectue sur une période bien plus courte (100 μm) que la période d'oscillation bétatron des électrons (à la densité plasma considérée, $\lambda_\beta \simeq 500$ μm pour des électrons de 200 MeV). On peut donc considérer que les électrons se propagent en ligne droite pendant le basculement de l'onde de sillage, et gardent un angle moyen proche de 0 avec l'axe des x. L'onde de sillage se propageant alors avec un angle $\theta = v_y/c \sim 0.13$ rad lors de la bascule et les électrons étant focalisés au centre de la bulle, ils vont acquérir un angle moyen $\langle p_y \rangle / p_x \sim 0.13$ rad, soit $\langle p_y \rangle \sim 50\ m_e c$ pour des électrons de 200 MeV. Partant de $\langle p_y \rangle / p_x \sim 0$ avant la bascule, l'impulsion p_y va donc osciller avec une amplitude de 100 $m_e c$, comme observé dans la figure 47a (la valeur moyenne de p_y sur une oscillation dépend de l'énergie électronique et est proportionnelle à p_x). Ceci explique l'augmentation importante de l'amplitude de l'impulsion transverse des électrons entre 1.1 mm et 1.3 mm. Les électrons de la première injection sont donc capables de surfer transversalement sur ce champ E_y pour acquérir une impulsion p_y élevée, ce qui initie des oscillations importantes par la suite. Les électrons issus des autres injections ne bénéficient pas de l'effet de cette bascule, et restent à des valeurs de $|p_y|$ de l'ordre de 40 $m_e c$ pour la seconde injection, et inférieure à 30 $m_e c$ pour les électrons piégés lors de l'auto-injection tardive. Ces oscillations moins importantes, conjuguées à des énergies électroniques plus faibles conduisent à une émission X bien moindre pour ces deux dernières injections, comme nous allons le voir dans la suite.

VI.1.4 Effets sur le rayonnement

Comme précédemment, on calcule le rayonnement émis par les particules les plus énergétiques ($E > 50$ MeV). On commence par tracer en figure 48 le rayonnement émis dans cette configuration où $\alpha = 3^\circ$. La contribution des électrons piégés dans chacune des trois injections est séparée. Il est possible de voir que les trois quarts du rayonnement sont émis par les électrons de la première injection, qui ne représentent pourtant qu'une charge de 57 pC. Le quart restant est émis par les électrons de la seconde injection, pour une charge de 248 pC. Enfin, la contribution au rayonnement des électrons auto-injectés plus tard dans la simulation est négligeable (~ 500 pC). De plus la structure de la puissance instantanée rayonnée révèle des oscillations temporelles dues aux électrons de la première injection. Ces oscillations correspondent à celles de l'impulsion p_y observées précédemment dans la figure 47a, car les électrons oscillent en phase.

La première injection est donc majoritairement celle qui détermine le rayonnement total. A ce titre, l'injection par gradient transverse est intéressante vu qu'elle accroît le rayonnement émis par les électrons issu de cette injection. Ce schéma est de plus assez stable, et reproductible en faisant varier l'angle ou bien le gradient. Dans la figure 49, on trace la puissance et l'énergie rayonnée pour des angles α compris entre 2° et 3.5°, ainsi que pour le cas référence avec le gradient longitudi-

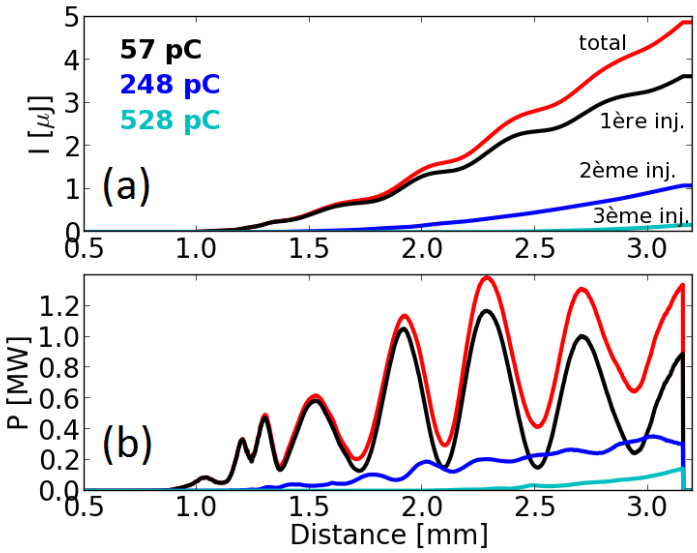

FIGURE 48 – (a) (resp. (b)) Energie (resp. puissance instantanée) rayonnée au cours de la propagation par les électrons piégés lors de la première injection (noir), de la deuxième injection (bleu) et de la troisième injection (cyan). Le rayonnement total obtenu en sommant les contributions des trois injections est représenté en rouge.

nal. On voit que la puissance rayonnée commence par augmenter avec l'angle α, à mesure que les effets d'asymétries s'intensifient. Un maximum de rayonnement est émis pour $\alpha = 3^\circ$, avant une décroissance pour les angles supérieurs. Lorsque les angles considérés deviennent trop grands, l'impulsion laser est en effet trop déformée dans le gradient transverse, et perd beaucoup d'énergie : la déviation de l'arrière de l'impulsion laser est très différente de celle de l'avant de l'impulsion, et le laser est étiré transversalement, puis filamente sous l'effet du plasma. Typiquement, avec le gradient utilisé ici, l'impulsion laser ne peut plus générer de sillage efficace en sortie de gradient pour des angles supérieurs à 4°, ce qui limite le domaine d'action de cette méthode. Les charges et énergies électroniques étant du même ordre pour les cas présentés – dans le cas de la simulation de référence, la charge est de 681 pC après 3.8 mm, car on laisse le laser se propager sur une distance accrue de 0.6 mm afin d'obtenir une énergie finale du faisceau d'électrons qui soit similaire dans les différents cas – on peut comparer les énergies rayonnées dans ces différents cas. Par rapport au cas de référence, on voit que tous les angles testés conduisent à une augmentation de l'énergie rayonnée, avec un facteur multiplicatif ~ 6 pour le cas $\alpha = 3^\circ$.

On constate également que la très grande majorité du rayonnement est émise après que le laser est sorti du gradient transverse (après ~ 1.5 mm de propagation pour $\alpha = 3^\circ$) : l'augmentation du rayonnement ne s'explique donc pas par la propagation dans une densité supérieure qui augmenterait la fréquence bétatron

$\omega_\beta \propto \omega_p/\sqrt{\gamma}$ et donc l'énergie rayonnée, mais bien par un mouvement transverse accru au cours de la propagation.

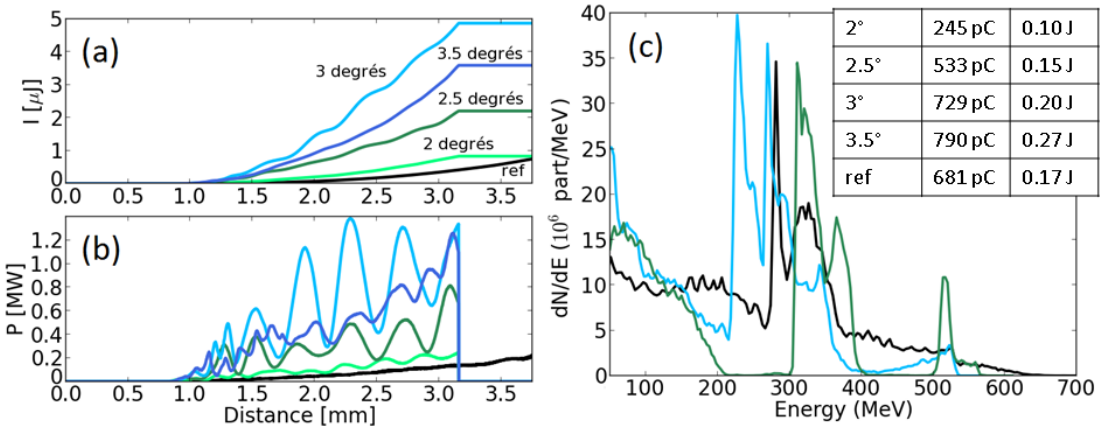

FIGURE 49 – Variation de l'énergie du rayonnement émis pour différents angles d'incidence du laser sur le gradient transverse et pour le cas référence. (a) (resp. (b)) Puissance instantanée (resp. énergie intégrée) rayonnée au cours de la propagation. (c) Distribution en énergie de la charge électronique à la fin des simulations. En noir : cas de référence (injection par gradient longitudinal), et cas d'injection par gradient transverse : $\alpha = 2^\circ$ (vert clair), $\alpha = 2.5^\circ$ (vert foncé), $\alpha = 3^\circ$ (bleu clair) et $\alpha = 3.5^\circ$ (bleu foncé). Le tableau en encart donne la charge et l'énergie finales du faisceau d'électrons dans les différentes simulations.

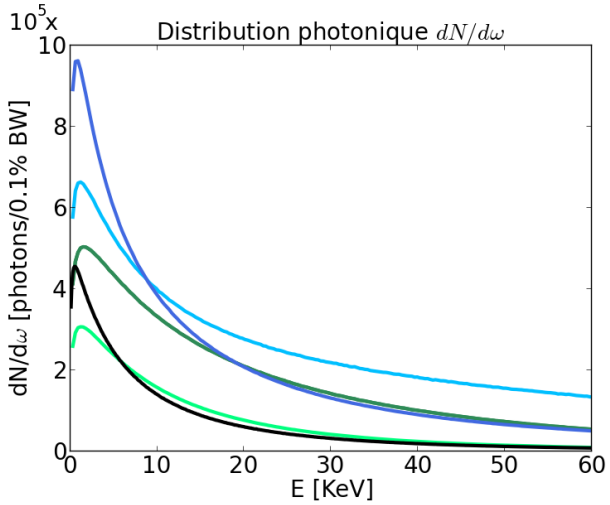

FIGURE 50 – Variation du nombre de photons émis pour différents angles d'incidence du laser sur le gradient transverse et pour le cas de référence (injection par gradient longitudinal). En noir : cas de référence (injection par gradient longitudinal), et cas d'injection par gradient transverse : $\alpha = 2^\circ$ (vert clair), $\alpha = 2.5^\circ$ (vert foncé), $\alpha = 3^\circ$ (bleu clair) et $\alpha = 3.5^\circ$ (bleu foncé).

Ce qui est intéressant est que cette augmentation de l'énergie rayonnée corres-

pond à une augmentation du nombre de photons émis à haute énergie (fig. 50). En effet le nombre total de photons émis sur l'intervalle 0-60 keV augmente peu entre le cas référence et le cas d'injection par gradient transverse avec $\alpha = 3^\circ$ ($\sim 30\%$). Cependant si on regarde le nombre de photons émis entre 30 keV et 60 keV, ce nombre passe de $N_X = 1.2 \times 10^7$ à $N_X = 7.7 \times 10^7$, soit une augmentation d'un facteur > 6. Pour les photons émis entre 50 keV et 60 keV, l'amélioration dépasse même un ordre de grandeur, ce qui représente une hausse significative à haute énergie. C'est justement cette gamme d'énergie qui nous intéresse car c'est l'énergie de photons visée pour développer certaines applications d'imagerie médicale.

Cette première méthode conduit donc à une amélioration de la source bétatron [Ferri & Davoine, 2017]. En se basant sur les mêmes paramètres lasers, on a montré que l'injection par gradient transverse permet d'améliorer l'énergie du rayonnement émis d'un facteur 6 par rapport à une distribution électronique comparable obtenue par injection dans un gradient longitudinal. Ce n'est pas l'injection en elle même qui est responsable de cette augmentation, mais la bascule transverse de l'onde de sillage. Ainsi il peut être intéressant d'étudier davantage ce schéma, en l'appliquant à des électrons préalablement accélérés, par exemple obtenu au préalable par injection par ionisation, par gradient ou même par auto-injection. Ce schéma présente néanmoins l'avantage d'une méthode 'tout-en-un' (injection et augmentation du rayonnement). De plus, cette méthode pourrait profiter de la bonne stabilité qui est généralement observée dans les expériences impliquant la méthode d'injection par gradient [Gonsalves *et al.*, 2011, Hansson *et al.*, 2015] ; mais cette affirmation doit bien sûr être mise à l'épreuve de l'expérience. Une autre perspective intéressante peut consister à propager le laser dans un canal plasma entouré par deux gradients de densité raides. L'arrivée du laser avec un petit angle lui permettrait ainsi de rebondir et d'osciller entre les deux gradients, ce qui produirait des bascules transverses successives de l'onde de sillage, et donc l'amplification du mouvement bétatron.

VI.1.5 Perspectives : injections multiples dans un capillaire

Plutôt que d'utiliser deux gradients parallèles comme proposé ci-dessus, on choisit dans les simulations d'utiliser un canal parabolique, ce qui est plus standard, et a déjà été réalisé expérimentalement. Dans ces canaux, la densité plasma présente un profil parabolique de la forme :

$$n = n_0 + \Delta n r^2 / W_0^2, \tag{134}$$

où $\Delta n = n(W_0) - n_0$ est la profondeur du canal. Créés le plus souvent par décharge dans un capillaire, ces canaux permettent un guidage de l'impulsion laser sur de longues distances (on parle de guidage assisté) [Butler *et al.*, 2002]. En effet la densité plasma augmente radialement en s'éloignant de l'axe du capillaire. Une

impulsion laser qui se propage le long de cet axe voit donc un indice optique plus faible sur ses bords latéraux, qui ont donc une vitesse de phase plus élevée. De même que dans le cas d'auto-focalisation relativiste, ceci courbe le front d'onde et accentue la focalisation du laser, permettant un meilleur guidage. L'utilisation de capillaires dans l'accélération par sillage laser permet ainsi d'augmenter l'énergie électronique finale à partir d'un même système laser. C'est d'ailleurs grâce à ce système que les premières énergies de l'ordre du GeV ont été obtenues [Leemans *et al.*, 2006].

L'idée d'envoyer l'impulsion laser hors axe pour tirer partie des oscillations qu'elle devrait suivre dans le capillaire n'est pas entièrement nouvelle. Ainsi, la propagation d'impulsions lasers peu intenses, légèrement inclinées par rapport à l'axe du capillaire ou alors avec une position transverse initiale non centrée, est utilisée expérimentalement pour évaluer les caractéristiques des capillaires [Gonsalves *et al.*, 2010]. Elle a également été proposée théoriquement pour la création d'onduleur plasma [Rykovanov *et al.*, 2015].

Dans notre cas, on focalise une impulsion laser de 0.9 J, 30 fs, sur un waist $W_0 = 10.1$ μm à l'entrée d'un capillaire, dont le profil est défini par $n_0 = 3.5 \times 10^{18}$ cm^{-3}, et $\Delta n = 0.48\ n_0$. L'impulsion laser est initialement centrée transversalement sur l'axe du capillaire, mais avec un angle d'inclinaison de 1.5° par rapport à cet axe. Ces simulations sont toujours réalisées avec CALDER 3D. Après 3.1 mm de propagation dans le capillaire (fig. 51), on peut voir que quatre faisceaux d'électrons distincts ont été injectés dans la cavité. Chaque faisceau d'électrons a été injecté lors d'une oscillation différente de l'impulsion laser. En conséquence, chaque faisceau est quasi-monoénergétique, et d'énergie différente (les paramètres sont résumés dans la table 4).

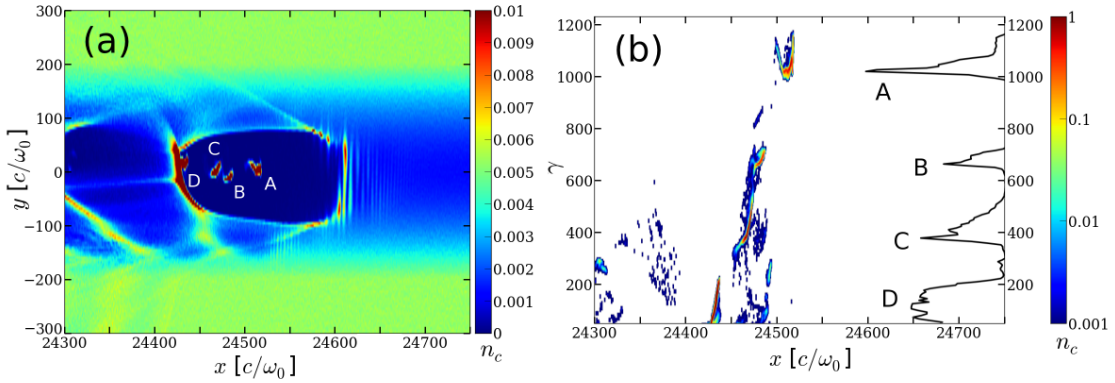

FIGURE 51 – Injection multiple de faisceaux quasi-monoénergétiques. (a) Densité plasma après 3.1 mm de propagation dans le capillaire. (b) Espace de phase longitudinal (x, p_x) des électrons et son intégration selon x pour donner la distribution énergétique en noir à droite. Les composantes quasi-monoénergétiques du faisceau accéléré sont distinguées par les lettres A, B, C et D.

faisceau	A	B	C	D
Q [pC]	100	39	94	158
E_{moy} [MeV]	532	346	213	77

TABLE 4 – Charge et énergie des faisceaux d'électrons accélérés visibles dans la figure 51.

Afin de déterminer le mouvement d'oscillation du laser au cours de sa propagation, on peut appliquer en première approximation les résultats obtenus pour des impulsions lasers moins intenses. Dans ce cas, un faisceau injecté hors axe oscille autour de l'axe du capillaire avec une longueur d'onde donnée par [Esarey *et al.*, 2009] :

$$\lambda_{os} = \pi Z_R \left(\frac{\Delta n}{\Delta n_c} \right), \tag{135}$$

où $\Delta n_c = 4\varepsilon_0 m_e c^2/(W_0^2 e^2)$ est la profondeur du capillaire permettant le guidage de l'impulsion laser avec conservation de sa taille transverse $W(x) = W_0$. En supposant que les électrons sont injectés près des maximas des oscillations laser, on peut déterminer la position d'injection, puis l'énergie atteinte par les électrons en assimilant l'onde de sillage créée par la propagation du laser dans le capillaire à un régime de cavitation idéal. En effet, le champ accélérateur est alors $E_x = \sqrt{a_0}(m_e c\omega_p/e)(\xi/R)$, avec $\xi = x - ct$ nul au centre de l'impulsion laser, et où on rappelle que $R \sim 2\sqrt{a_0}/k_p$ est le rayon de la bulle [Lu *et al.*, 2007]. On peut alors déterminer une énergie finale pour les particules :

$$E_f = (L_c - L_i)\sqrt{a_0}\frac{m_e c\omega_p}{e}\frac{2 + (L_i - L_c)/L_{dph}}{2} \tag{136}$$

où $L_c - L_i$ représente la longueur d'accélération des électrons, avec L_c la longueur du capillaire (ou ici la distance de propagation, $L_c = 3.1$ mm), L_i représente la position d'injection des électrons, et $\sqrt{a_0}(m_e c\omega_p/e)(2 + (L_i - L_c)/L_{dph})/2$ le champ moyen ressenti par l'électron, avec L_{dph} la longueur de déphasage donnée par l'équation (49).

La position d'injection des électrons est montrée dans la figure 52. Cette position est à comparer avec les positions des extrema de l'oscillation laser données par la théorie. Chaque faisceau d'électrons est bien injecté lors d'une demi-oscillation P_N différente, avec une énergie finale plus élevée lorsque N diminue, excepté pour la première partie de l'injection B, qui est en fait éjectée transversalement assez rapidement. Mis à part la dernière injection, on observe bien que la position transverse moyenne des faisceaux injectés varie, passant alternativement de $y > 0$ à $y < 0$. Cette observation confirme que l'injection des électrons est liée à l'oscillation du laser dans le capillaire. Une analyse approfondie montre que le processus d'injection est légèrement différent de celui décrit dans la section précédente : ici,

seule l'injection liée à la sortie du gradient transverse subsiste. Ceci s'explique par l'angle utilisé plus faible, par un gradient parabolique différent du précédent, et aussi par la perturbation de l'impulsion laser acquise lors des précédents rebonds du laser sur les bords du capillaire. De plus, pour ces mêmes raisons, la position d'injection observée dans la simulation est retardée par rapport à la position théorique (proche des lignes en pointillés noirs dans la figure 52).

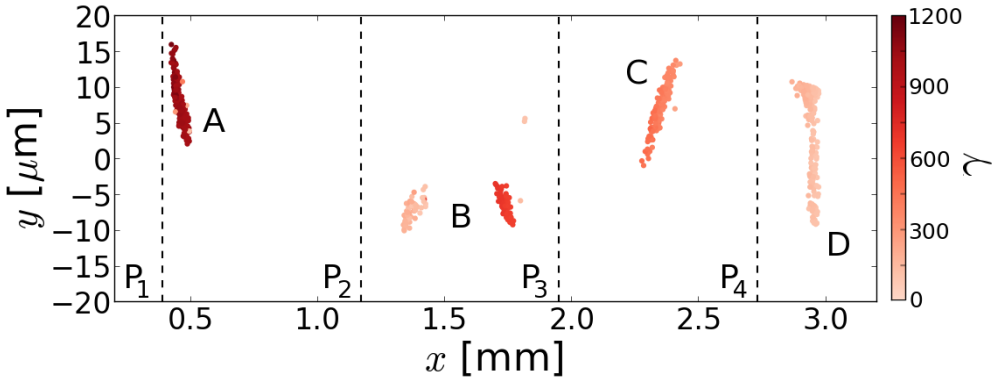

FIGURE 52 – Position d'injection des différentes composantes du faisceau accéléré. L'énergie maximale atteinte par les électrons est représentée en échelle de couleur rouge. Les droites en pointillés noirs notées P_N représentent la position du N-ième extremum théorique de l'oscillation de l'impulsion laser, qui est donnée par l'équation (135). Ces extrema se trouvent en $x = (\lambda_{os}/4)(1 + 2N)$, où N est un entier naturel.

Néanmoins, comme on peut le constater sur la figure 53, l'énergie finale calculée pour chaque faisceau est relativement proche de l'énergie théorique donnée par l'équation (136) malgré les approximations plutôt grossières effectuées. L'énergie théorique est néanmoins surestimée pour les composantes B, C et D, en accord avec une position d'injection plus précoce que dans la simulation. Pour la composante A, qui est injectée près de la position théorique, cette énergie est au contraire légèrement sous-estimée par la théorie.

D'après la théorie, la période d'oscillation λ_{os} est normalement indépendante de l'angle d'incidence du laser, même si on a vu dans la partie précédente que l'utilisation d'angle trop grand pouvait être néfaste à l'impulsion laser, car sa propagation devient alors fortement perturbée. Cependant, en testant des angles d'incidence compris entre 1° et 2°, on peut voir que λ_{os} est en effet relativement peu modifiée. On trace en figure 54, la distribution énergétique électronique obtenue pour l'angle précédent de 1.5°, que l'on compare à celles obtenues pour des angles de 1° et 2°. Le faisceau garde la même structure avec plusieurs composantes quasi-monoénergétiques, et le nombre d'injections observées pour une même distance de propagation reste le même. L'énergie finale de la composante B (et dans une moindre mesure, celle de la composante C) est également très proche dans les 3 cas. Cependant le changement plus significatif concerne l'énergie de la composante

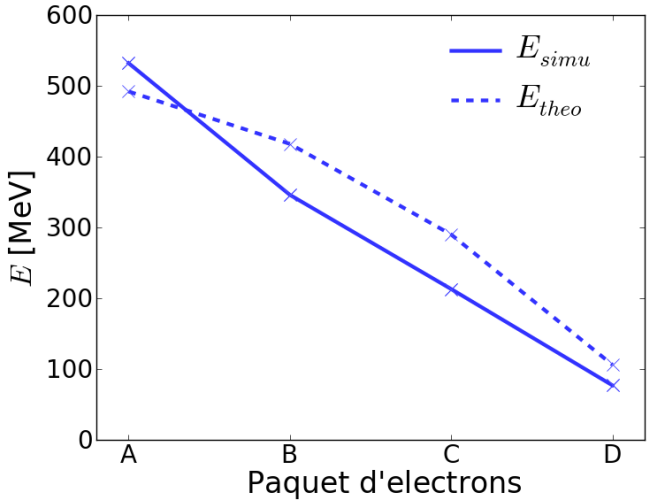

FIGURE 53 – Énergie théorique prévue par l'équation (136) (pointillés bleus) et énergie moyenne atteinte dans la simulation (traits pleins bleus) pour les différentes composantes quasi-monoénergétiques du faisceau accéléré.

A qui diminue lorsqu'on augmente l'angle d'incidence. Il faut prendre en compte que l'injection se fait à une distance r de l'axe du capillaire, où la densité $n_e(r) > n_0$. Les particules injectées à l'arrière de la bulle à cette position seront donc plus avancée dans la cavité accélératrice sur l'axe du capillaire, ce qui réduit le champ accélérateur E_x. Cet effet est d'autant plus grand que l'angle d'incidence de l'impulsion laser est important, et a tendance a s'atténuer pour les composantes du faisceau injectée plus tardivement, car les oscillations sont légèrement amorties.

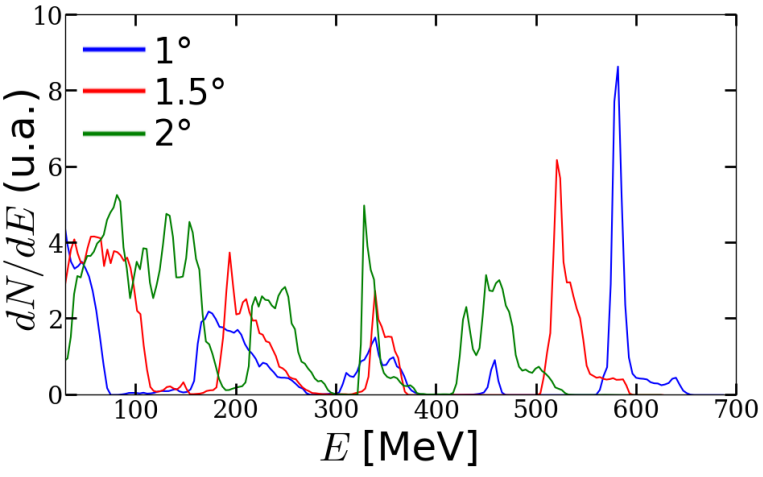

FIGURE 54 – Variation de la distribution énergétique électronique après 3.1 mm de propagation dans le capillaire avec l'angle d'incidence du laser (angles de 1° en bleu, de 1.5° en rouge et de 2° en vert.

Cette méthode permet donc de réaliser des injections multiples. Si l'énergie

finale des électrons n'est pas vraiment contrôlable en fonction des paramètres laser (comme l'angle d'incidence), il est néanmoins théoriquement possible de la contrôler en changeant les paramètres du capillaire (longueur, densité n_0, profondeur Δn...), même si une étude plus approfondie serait nécessaire pour déterminer la sensibilité des résultats à ces paramètres. Dans tous les cas, l'obtention de ces trains de faisceaux d'électrons d'énergies distinctes et réglables est intéressante. Par exemple dans le cadre d'un application aux sources Compton, chaque faisceau pourrait produire un pic de rayonnement centré sur une énergie de photon spécifique (qui varie en γ^2), conduisant à une émission polychromatique dans la gamme des rayons γ [Kalmykov *et al.*, 2016b,a] Ce rayonnement peut ensuite être utilisé pour l'imagerie : si la résolution spectrale du rayonnement Compton est suffisante, chaque composante donnera une image distincte à un temps légèrement différent, et avec un écart de quelques femtosecondes entre chaque flash (dû à la position longitudinale des différentes composantes du faisceau électronique), conduisant à une résolution temporelle extrême du phénomène observé.

Ce dernier schéma d'injection multiples dans un capillaire n'était qu'une extension de la méthode d'injection par gradient transverse ; il pourrait ne pas être particulièrement intéressant pour l'optimisation des sources bétatrons. En effet, le fort mouvement de bascule transverse de l'onde de sillage observé dans la partie précédente est fortement réduit ici à cause du profil parabolique du gradient, et à cause d'angles considérés plus faibles. Dans la suite, nous étudions une deuxième méthode de manipulation du profil plasma conduisant à l'augmentation du rayonnement bétatron.

VI.2 Marche de densité plasma

VI.2.1 Présentation du schéma

Dans ce deuxième schéma, on garde les mêmes paramètres laser que pour l'étude sur le gradient transverse : $E_0 = 1.5$ J, $\tau_0 = 30$ fs, $\lambda_0 = 800$ nm, et focalisation sur un waist de $W_0 = 13.5$ μm donnant $a_0 = 2.86$. De même, les paramètres numériques sont inchangés, avec des simulations CALDER 3D utilisant $\Delta x = 0.25\ c/\omega_0$, $\Delta y = \Delta z = 4\ c/\omega_0$ et $\Delta t = 0.248\ \omega_0^{-1}$. Le profil plasma est néanmoins différent. L'accélération des électrons est toujours réalisée dans un plasma de densité $n_{acc} = 3.5 \times 10^{18}$ cm^{-3}, mais on cherche à étudier l'effet d'une marche de densité de longueur finie. Un schéma semblable avait déjà était proposé dans [Ta Phuoc *et al.*, 2008b], cependant avec une marche de densité s'étendant jusqu'à la fin du plasma, contrairement à ce qu'on étudie ici. Le but de cette marche de densité étant d'augmenter le rayon d'oscillation des électrons, comme cela va être expliqué dans la suite, il faut au préalable injecter un faisceau. Afin d'avoir des résultats plus contrôlables qu'avec de l'auto-injection, on choisit ici, dans un

premier de temps, de réaliser cette injection dans un gradient longitudinal. Expérimentalement cette méthode d'injection peut rendre le schéma difficile à réaliser, avec un profil de densité plasma non trivial à reproduire (celui-ci est présenté en figure 55).

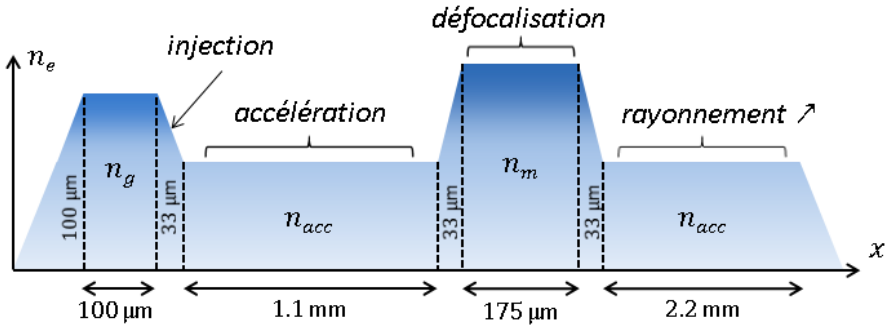

FIGURE 55 – Schéma du profil de densité plasma utilisé dans cette méthode d'augmentation du rayonnement par marche de densité.

La marche de densité utilisée pour l'injection par gradient longitudinal est située au début du jet de gaz principal, et présente une densité $n_g = 1.5\ n_{acc} = 5.25 \times 10^{18}$ cm^{-3}, avec un plateau de 100 μm de longueur, et des rampes linéaires d'entrée de 100 μm et de sortie de 33 μm. Par cette méthode, on injecte un faisceau de près de 170 pC. Plus loin, après une propagation sur 1.1 mm, on place la marche de densité qui va servir à amplifier le rayonnement bétatron émis. On considère dans un premier temps une marche de densité présentant une densité maximale $n_m = 1.5\ n_e$, avec un plateau de 175 μm, et des rampes d'entrée et de sortie de 33 μm. Le but est de réduire la taille de la bulle en augmentant la densité, afin de placer momentanément le faisceau d'électrons accélérés dans les champs transverses défocalisants présents en fin de cavité accélératrice pour faire diverger les électrons, avant de les re-piéger à la sortie de la marche, la défocalisation du faisceau d'électrons conduisant à une augmentation du mouvement bétatron.

VI.2.2 Défocalisation du faisceau d'électrons

Sur la figure 56, on peut voir qu'initialement, le faisceau d'électrons injecté dans le gradient longitudinal est focalisé près de l'axe de propagation, avec un rayon d'oscillation r_β de l'ordre du micron (fig. 56a). Lors du passage dans la marche de densité, $\lambda_p = 2\pi c/\omega_p$ diminue, et la taille de la cavité se réduit. Ainsi, une partie du faisceau d'électron qui se situait à l'arrière mais dans la cavité avant la marche se retrouve maintenant à l'extérieur de la cavité, dans le pic de densité électronique situé derrière la première cavité accélératrice (fig. 56b). Ce pic de densité électronique est associé à l'émergence des champs défocalisants pour le faisceau d'électrons accélérés, contrairement aux champs présents à l'intérieur de la cavité qui sont focalisants. En sortant de la marche de densité, le sillage reprend

sa forme initiale (aux effets de *beamloading*, et à l'évolution du laser près), et le faisceau d'électrons est 're-piégé' dans la première cavité. L'avant du faisceau, qui n'est pas sorti de la cavité lors du passage dans la marche de densité, est quasiment inchangé. La suite du faisceau qui présente une forme d'anneau, a été plus ou moins dispersée radialement selon sa position longitudinale, qui a conditionné l'évolution du champ défocalisant subi par les électrons.

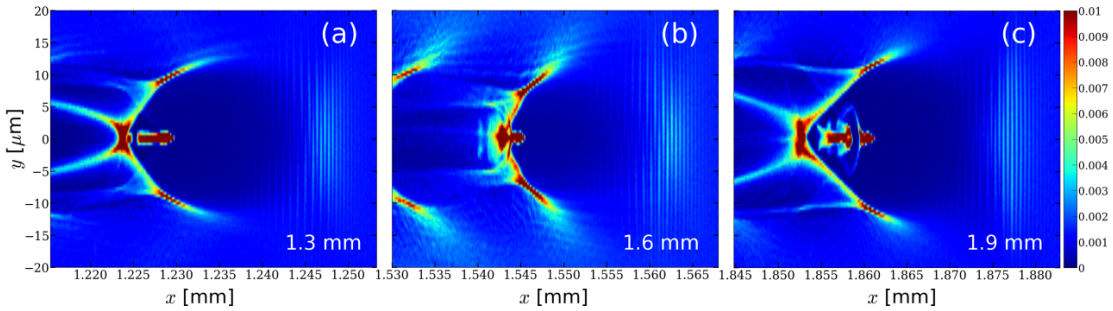

FIGURE 56 – Défocalisation du faisceau dans la marche de densité. Carte de la densité électronique avant la marche de densité, après 1.3 mm de propagation (a), pendant la marche, après 1.6 mm (b) et après la marche, après 1.9 mm (c).

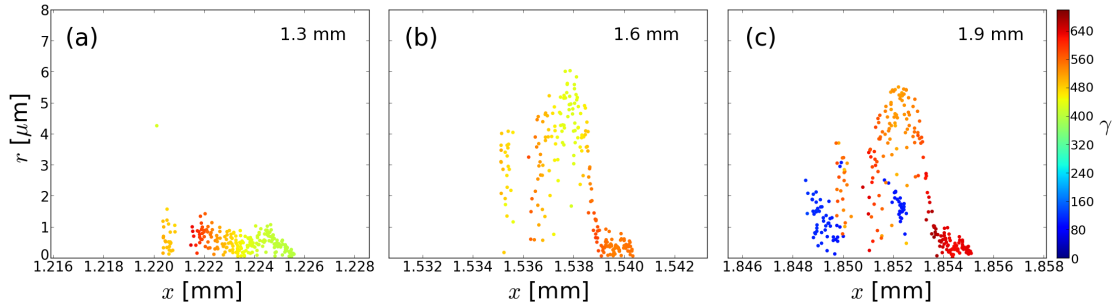

FIGURE 57 – Défocalisation du faisceau et perte d'énergie. Position radiale d'une sélection d'électrons accélérés en fonction de leur position longitudinale avant la marche de densité, après 1.3 mm de propagation (a), pendant la marche, après 1.6 mm (b) et après la marche, après 1.9 mm (c). L'échelle de couleur représente le facteur de Lorentz de l'électron.

Ceci est encore plus visible sur la figure 57 qui présente la position transverse d'une partie des électrons accélérés aux mêmes temps que dans la figure 56. Contrairement au cas d'injection par gradient transverse, le sillage est évidemment symétrique dans cette étude, et on peut donc considérer la position transverse selon r. On retrouve la forme de demi-anneau (fig. 57b et 57c) de la figure précédente pour les électrons situés dans la zone défocalisante. On peut également voir qu'une deuxième injection s'est produite dans la rampe descendante de la marche de densité, avec la présence d'électrons de basse énergie (particules bleues) dans la figure 57c. Ces électrons peu énergétiques auront cependant peu d'influence sur le

rayonnement émis. De plus, la défocalisation qui se produit dans le pic de densité s'accompagne d'une perte d'énergie pour les électrons défocalisés, car cette zone se caractérise aussi par un champ longitudinal décélérateur. Au contraire, les électrons de l'avant du faisceau qui restent dans la première cavité accélératrice lors du passage dans la marche de densité continuent à être accélérés. Initialement, les électrons ont un rayon d'oscillation r_β proche du micron. Pour les électrons les plus défocalisés, on obtient jusqu'à $r_\beta \sim 5$ μm après le passage dans la marche de densité.

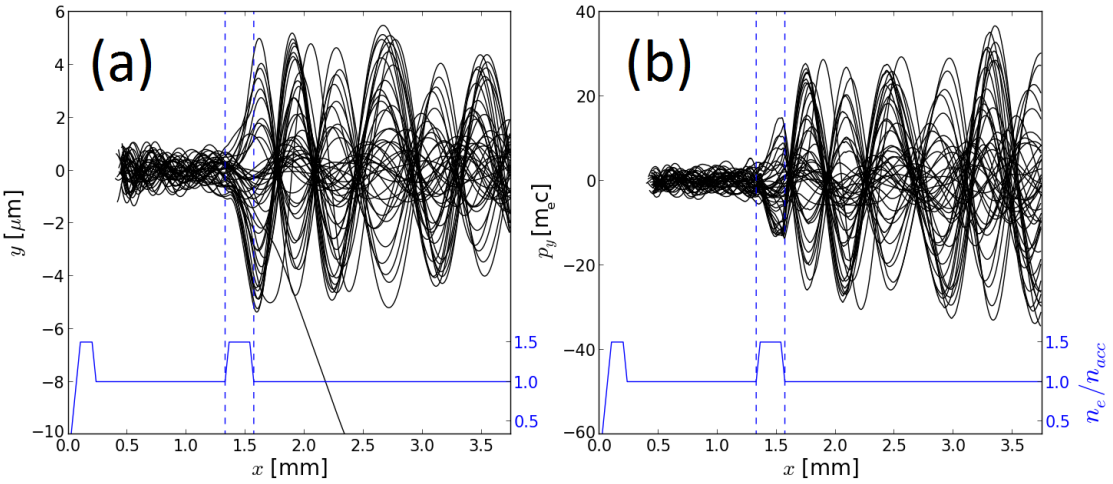

FIGURE 58 – Oscillations bétatrons d'une sélection d'électrons accélérés. Evolution de la position transverse y (a) et de l'impulsion transverse p_y (b) en fonction de la distance de propagation. Le profil de densité plasma normalisé à n_{acc} est tracé en bleu.

Enfin, le mouvement transverse de quelques électrons accélérés est représenté en figure 58. Ces électrons, injectés dans le gradient descendant en début de simulation, réalisent tout d'abord quelques oscillations bétatrons de faible amplitude. Ce rayon d'oscillation décroit légèrement avec l'accélération des électrons (décroissance en $\gamma^{-1/4}$ dans un cas idéal d'après les équations (56) et (57)). Ces oscillations sont ensuite stoppées lors du passage dans la marche de densité, la plupart des électrons étant alors repoussés loin de l'axe de propagation, exceptés les électrons qui restent dans la cavité accélératrice, et qui continuent à osciller. À la fin de la marche de densité, ces électrons sont donc repiégés avec un rayon d'oscillation plus grand, et reprennent leurs oscillations bétatrons avec une plus grande amplitude. Leur énergie déjà élevée permet de ne plus voir de décroissance du rayon d'oscillation par la suite.

Cette méthode permet donc de repiéger des électrons avec une grande énergie initiale et une position transverse élevée. Dans la suite, nous en montrons l'effet sur le rayonnement bétatron.

VI.2.3 Effet sur le rayonnement

On compare maintenant la source X générée par rapport à un cas de référence où la marche de densité n'est pas présente, tous les autres paramètres physiques comme numériques étant maintenus constants. Dans les deux cas, les charges électroniques finales sont similaires (fig 59a). La charge au-dessus de 400 MeV correspond à celle injectée dans le gradient en début de simulation. On peut voir l'effet du passage dans la marche de densité : perte de la queue de la distribution à haute énergie (> 600 MeV) et léger gain énergétique (~ 30 MeV) pour les électrons vers 500 MeV qui sont ceux qui restent dans la cavité lors du passage dans la marche de densité, et voient donc un champ accélérateur renforcé. La charge en-dessous de 400 MeV est la charge injectée à la sortie de la marche, ou par auto-injection tardive dans le cas de référence. L'effet de la marche de densité est en tous cas minime sur la distribution énergétique des électrons.

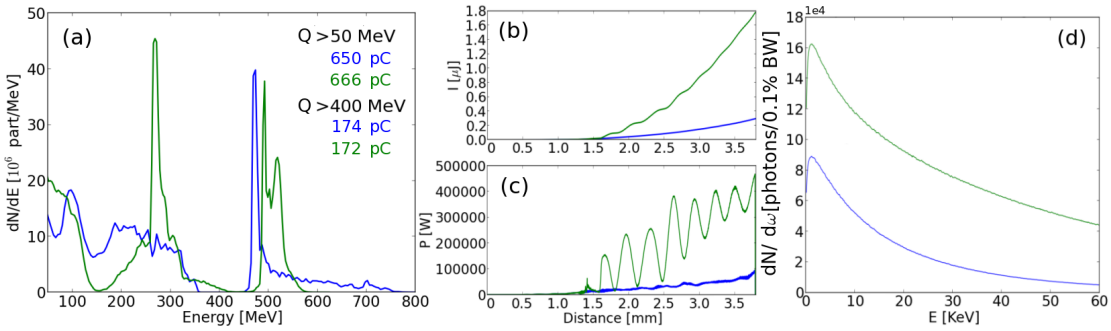

FIGURE 59 – Amélioration de la source bétatron : comparaison entre un cas référence sans marche de densité (bleu) avec un cas référence avec marche de densité (vert). (a) Distribution d'énergie finale des électrons après 3.8 mm de propagation. (b) (resp. (c)) Énergie (resp. puissance instantanée) rayonnée au cours de la simulation. (d) Distribution photonique sur l'intervalle 0-60 keV de la source bétatron générée.

L'évolution de la puissance instantanée et de l'énergie rayonnées est tracée dans les figures 59b et 59c. La distribution en énergie du faisceau d'électron varie peu entre le cas avec marche de densité et le cas de référence, et le rayonnement est principalement émis après la sortie de la marche de densité (~ 1.5 mm), l'augmentation du rayonnement n'est donc due ni à l'augmentation de l'énergie électronique, ni à la propagation dans une densité plus élevée. On peut en déduire que l'augmentation du rayonnement est uniquement due à la défocalisation des électrons. Comme dans le cas de l'injection par gradient transverse, les électrons qui oscillent en phase engendrent des oscillations de la puissance rayonnée instantanée. Ces oscillations disparaissent peu à peu car la synchronisation du mouvement bétatron des électrons se perd, la période d'oscillation bétatron λ_β variant en $\sqrt{\gamma}$ (équation (88)). À charges égales, on constate une augmentation importante de l'énergie rayonnée,

(facteur 6) par rapport au cas de référence sans marche de densité. Similairement à l'injection par gradient transverse, l'augmentation du nombre de photons se fait également à haute énergie de photons : le nombre de photons est augmenté d'un facteur 6 sur l'intervalle 30-60 keV, tandis qu'il ne fait que doubler sur l'intervalle 0-60 keV (fig 59d).

VI.2.4 Variations des paramètres de la marche de densité

Cette méthode présente néanmoins des désavantages qui peuvent nuire à son efficacité. Premièrement, la longueur de la zone défocalisante (zone où se trouve le pic de densité électronique en fin de cavité, de l'ordre du micron), peut être trop courte pour concerner l'ensemble du faisceau. C'est d'ailleurs ce qu'on a vu dans notre cas, la forme en anneau du faisceau montrant que seule une petite partie du faisceau interagit avec des champs défocalisants. Deuxièmement, les électrons défocalisés perdent de l'énergie pendant leur défocalisation (les champs longitudinaux sont décélérateurs là où les champs transverses sont défocalisants), ce qui réduit le nombre de photons émis ainsi que leur énergie. Il est donc nécessaire de régler la forme de la marche de densité avec précision afin d'éviter que l'une de ces contraintes ne prenne trop d'importance.

A présent, en faisant varier les paramètres de la marche de densité, nous montrons qu'il est nécessaire d'équilibrer ces effets (perte d'énergie, défocalisation correcte du faisceau d'électrons, etc.). Dans un premier temps, on montre dans la table 5, la variation du gain apporté par la marche de densité par rapport au cas de référence sur le nombre de photons entre 30 keV et 60 keV en fonction de la longueur de la marche de densité. Le cas 4 correspond au cas décrit précédemment, et on voit qu'une marche de densité plus courte fait chuter le gain. En effet, les électrons perdent certes moins d'énergie, mais le rayon d'oscillation final n'est pas suffisamment amplifié. A l'inverse, avec une marche de densité plus longue, la perte d'énergie devient importante, et de plus une partie du faisceau est trop défocalisée pour être repiégée ensuite, cette charge perdue faisant également chuter le gain.

Dans un second temps, on se propose d'étudier l'effet d'une variation de la densité plasma n_m de la marche de densité. On reprend les paramètres du cas 1 précédent, avec une longueur du plateau de 100 μm, n_m variant de 1.4 n_{acc} à 1.7 n_{acc}. La table 6 montre que l'accroissement de cette densité fait diminuer drastiquement le nombre de photons émis, avec une division par $\sim$ 4.5 de ce nombre lors du passage d'une densité de 1.4 n_{acc} à 1.7 n_{acc}. L'accroissement de la densité plasma dans la marche de densité détermine la réduction de la taille de la bulle, et donc détermine la position des champs défocalisants relativement à celle du faisceau d'électrons. Si cette densité est trop faible, les électrons restent dans la cavité accélératrice, et ne sont pas défocalisés. Quand la densité est trop forte, les électrons subissent des champs décélérateurs et défocalisants très importants, résultant en une grande perte de charge (moins de repiégeage) et d'énergie pour

cas	plateau (μm)	rampe (μm)	densité max n_m (n_{acc})	gain
1	100	33	1.5	3.3
2	125	33	1.5	4.2
3	150	33	1.5	4.8
4	175	33	1.5	4.8
5	200	33	1.5	4.3

TABLE 5 – Effet de la variation de la longueur de la marche de densité sur le nombre de photons émis entre 30 et 60 keV (gain indiqué par rapport au cas de référence). Le cas 4 correspond au cas décrit dans la section précédente. Le gain indiqué est différent du chiffre mentionné dans la section précédente, car les simulations sont légèrement plus courtes (stoppées à 3.2 mm contre 3.8 mm précédemment).

les électrons restants. On observe une chute assez nette du gain entre une densité de 1.5 n_{acc} et de 1.7 n_{acc} : ce schéma d'amélioration de la source bétatron semble assez sensible à ce facteur.

cas	plateau (μm)	rampe (μm)	densité max n_m (n_{acc})	gain
6	100	33	1.4	3.7
1	100	33	1.5	3.3
7	100	33	1.6	1.7
8	100	33	1.7	0.8

TABLE 6 – Effet de la variation de la densité plasma de la marche de densité. Gain sur le nombre de photons entre 30 et 60 keV par rapport au cas référence.

Comme dans la méthode d'injection par gradient transverse, la défocalisation des électrons par marche de densité conduit à un mouvement bétatron de plus grande amplitude. Ceci amène à augmenter l'énergie de la source bétatron d'un facteur ~ 6, avec une grande augmentation du nombre de photons à hautes énergies. Cependant, cette méthode est difficile à ajuster, et la modification des paramètres peut rapidement dégrader la source. Par rapport à nos simulations PIC quasi-idéales, cette méthode peut-être ainsi difficile à réaliser expérimentalement. C'est ce que nous allons voir dans la prochaine partie avec une expérience réalisée au LOA, où il faut de plus tenir compte de la déplétion laser.

VI.3 Transition vers le régime de sillage plasma

VI.3.1 Expérience du LOA

Dans la section précédente, le schéma n'est pas forcément aisé à mettre en œuvre expérimentalement à cause du profil plasma complexe nécessité par l'injec-

tion par gradient. Pour cette raison, sa mise en œuvre va être légèrement modifié dans l'expérience présenté maintenant, afin de se baser sur de l'auto-injection.

Cette expérience a été réalisée sur le laser Ti :Saphir de la salle jaune du LOA pour essayer d'augmenter le rayonnement émis en se basant sur ce principe de défocalisation du faisceau d'électrons à l'aide d'une marche de densité. C'est d'ailleurs cette expérience qui avait motivé l'étude présentée dans la partie précédente, dont le but était d'étudier ce concept dans un cadre idéal (injection contrôlée, marche de densité de longueur et de densité adaptable, etc.). Le système laser utilisé dans l'expérience délivre une énergie de 1.2 J sur une durée FWHM de 28 fs et le faisceau est focalisé sur une tâche focale de 12 μm. Dans cette expérience, le profil plasma peut être modifié en utilisant deux jets de gaz distincts, fabriqués par impression 3D [Döpp *et al.*, 2016]. Utilisé seul, le premier jet assure un plateau de densité $n_e \sim 10^{19}$ cm^{-3} constante sur 2 mm. Le deuxième jet, plus court, crée une marche de densité d'une longueur de 350 μm, où la densité est environ multipliée par un facteur 3. En faisant varier la position de ce second jet, il est donc possible de modifier la position de la marche de densité au sein du plateau généré par le premier jet.

Afin de s'affranchir des fluctuations tir-à-tir, les résultats sont moyennés sur 10 tirs pour chaque position du second jet. Lorsque seul le premier jet est actif, on obtient en sortie de l'expérience un faisceau d'électrons de 108±26 pC, et d'énergie moyenne $E_{moy} = 140 \pm 40$ MeV (fig. 60). Cependant, lorsque le second jet est activé, on voit que l'énergie moyenne obtenue décroit fortement, chutant à 107 MeV pour une marche de densité positionnée à 2 mm (par rapport au début du premier jet).

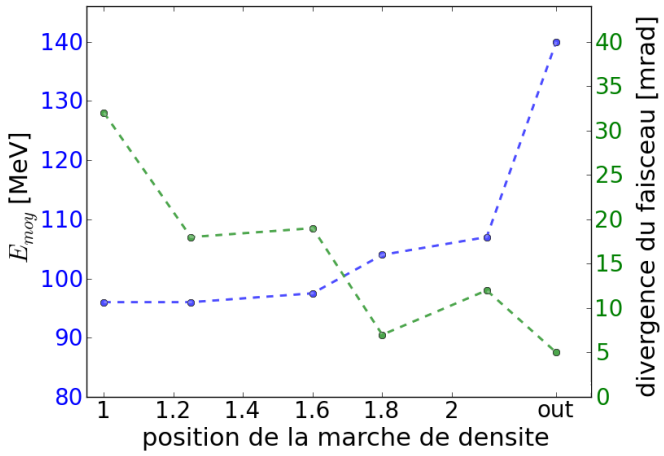

FIGURE 60 – Résultats expérimentaux : dépendance de l'énergie moyenne E_{moy} (bleu), et de la divergence (vert) du faisceau d'électrons avec la position de la marche de densité. La position de cette marche est donnée en prenant le début du premier jet de gaz comme référence. La position 'out' signifie que seul le premier jet de gaz est activé. *Figure tirée de [Döpp, 2016].*

E_{moy} continue ensuite à décroître quand la position de la marche de densité est décalée vers l'avant du premier jet de gaz. De plus, les résultats expérimentaux indiquent une tendance à l'augmentation de la divergence du faisceau d'électrons lorsque le second jet est activé, et sa position décalée vers l'avant.

Les résultats expérimentaux portant sur la source bétatron générée sont montrés en figure 61. On peut voir un fort accroissement de l'émission pour une position de la marche de densité vers 1.8 mm. Le signal X décroit pour une position de buse plus avancée ou plus reculée, mais est de toutes façons plus élevé lorsque le second jet de gaz est activé. L'émission X est ainsi clairement décorrélée de l'énergie moyenne électronique présentée en figure 60, il faut donc chercher ailleurs l'origine de l'accroissement du signal. L'augmentation de la divergence du faisceau semble de plus indiquer une augmentation de l'impulsion transverse des électrons, ce qui pourrait concorder avec une amplitude d'oscillation accrue.

Les résultats bruts de l'expérience semblent ainsi être expliqués par le phénomène de défocalisation expliqué dans la partie précédente. La section suivante montre qu'il en est autrement, et que d'autres phénomènes physiques entrent en jeu.

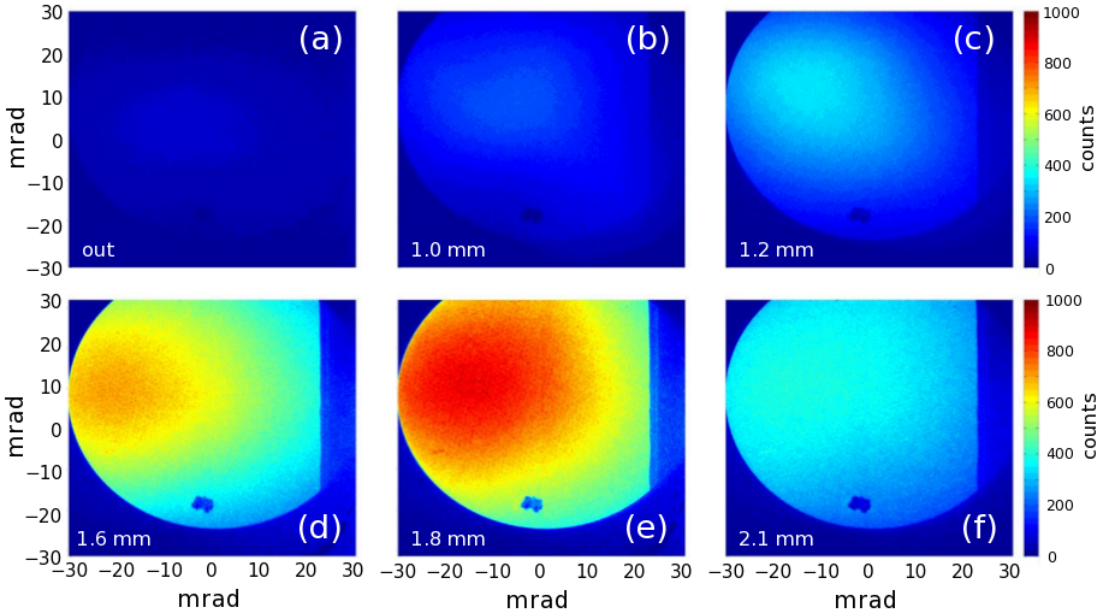

FIGURE 61 – Résultats expérimentaux : dépendance du signal X mesuré en fonction de la position de la marche de densité. Signaux X moyennés sur 10 tirs. *Figure tirée de [Döpp, 2016].*

VI.3.2 Simulation de l'expérience : augmentation du rayonnement bétatron

Pour comprendre les résultats de l'expérience, on réalise des simulations 3D avec CALDER. Le laser est modélisé par un faisceau gaussien en reprenant les paramètres donnés pour le laser expérimental. Pour le plasma, on utilise un plateau de densité $n_{acc} = 10^{19}$ cm^{-3} de 2 mm avec des rampes linéaires d'entrée et de sortie de 0.5 mm. La marche de densité présente un plateau de densité 3×10^{19} cm^{-3} pendant 350 μm, avec une rampe d'entrée de 0.1 mm, et de sortie de 0.5 mm. Dans les simulations, on fait varier la position de cette marche entre 1.6 mm et 2 mm. Les résultats seront comparés à un cas de référence sans marche. Les paramètres numériques restent inchangés.

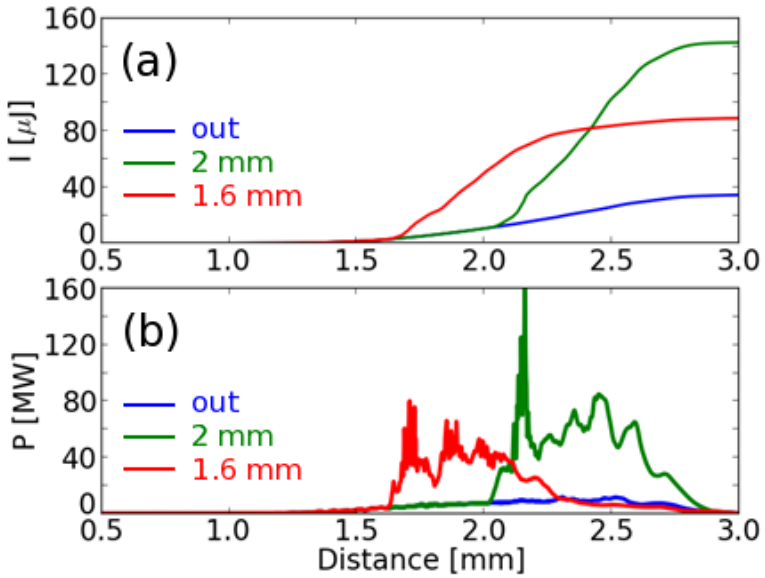

FIGURE 62 – Résultats numériques : dépendance de l'énergie (a) et de la puissance (b) rayonnées au cours de la propagation en fonction de la position de la marche de densité. En bleu : le cas référence sans marche de densité ; en vert (resp. rouge) : cas de la marche de densité se trouvant à 2 mm (resp. 1.6 mm).

Pour commencer, on montre en figure 62 l'énergie rayonnée par le faisceau d'électrons au cours des simulations. Sur cet aspect, la tendance expérimentale est bien reproduite, avec un fort accroissement de l'énergie rayonnée lorsqu'on ajoute la marche de densité. L'énergie émise est multipliée par un facteur 4 par rapport au cas de référence, passant de 36 μJ à 143 μJ pour une marche positionnée à 2 mm. On retrouve également la décroissance de l'émission X pour des positions de marche plus avancées, comme le montre le cas avec une marche positionnée à 1.6 mm. Par contre, contrairement à ce qui avait été observé dans les simulations de la partie précédente, la puissance rayonnée ne présente pas d'oscillations, ce qui signifie qu'on n'a pas d'oscillations synchronisées des électrons.

On montre en figure 63, l'évolution énergétique de certains électrons au cours de la propagation pour différentes positions de la marche de densité. Lors du passage dans la marche, on peut voir l'effet du rephasage des électrons par rapport à la phase de l'onde de sillage. Les électrons les plus énergétiques sont davantage accélérés lors de leur entrée dans la marche : ce sont ceux qui ont été injectés le plus tôt dans la simulation, ils sont donc à l'avant du faisceau d'électrons, proches du centre de la bulle, et subissent donc un champ accélérateur amoindri avant la marche. Dans la marche, ces électrons se retrouvent à l'arrière de la bulle, dont la taille a été réduite, et subissent donc un champ accélérateur de plus grande amplitude. À l'inverse, les électrons les moins énergétiques ont été injectés plus tardivement, et ils sortent de la cavité accélératrice dans la marche de densité. En conséquence, ils sont décélérés. Cet effet de rephasage est d'autant plus fort que la position de la marche de densité est avancée. Premièrement car les électrons ont alors moins déphasé au moment de la marche ; ils sont donc plus proches de la partie arrière de la cavité, et une plus grande partie du faisceau est décéléré pendant la marche. Deuxièmement car l'impulsion laser est moins déplétée, et permet donc de soutenir un sillage d'amplitude plus élevée sur une plus longue distance. On voit en effet que l'énergie laser diminue au cours de la propagation, et que cette tendance est accrue pendant la marche de densité. La longueur de déplétion étant en effet assez petite devant les distances de propagation ($L_d = 1.5$ mm, sans tenir compte de la marche de densité), il est nécessaire de prendre ce phénomène en compte. Cet effet n'avait pas autant d'importance dans la partie précédente, où avec une impulsion un peu plus longue et surtout avec une densité de propagation bien plus faible, la longueur de déplétion était plus grande ($L_d = 4.5$ mm).

En conséquence, la majorité de l'énergie laser est déplétée avant la fin de la simulation, et l'est même déjà lorsque le laser entre dans la marche de densité. Ceci conduit à perturber le phénomène de défocalisation des électrons dans la marche tel qu'il a été étudié dans la partie précédente, car on sort alors d'un régime de cavitation idéal. Certains électrons commencent même à être accélérés après 2 mm de propagation, à un moment où l'énergie laser est déjà très faible. Un nouveau régime d'accélération est nécessaire pour expliquer ce phénomène.

VI.3.3 Simulation de l'expérience : régime de sillage plasma

Similairement à ce qui avait été observé au chapitre V, lorsque l'énergie laser devient trop déplétée, le sillage créé par l'impulsion laser voit progressivement son amplitude diminuer, avant de disparaître. Ceci ouvre la porte à un régime d'accélérateur par sillage plasma, où le sillage est créé par le faisceau d'électrons. Une telle transition d'un régime de sillage laser vers un régime de sillage plasma a déjà été observée expérimentalement, provoquant un accroissement de l'énergie électronique atteinte [Masson-Laborde *et al.*, 2014]. C'est ce qui se produit dans notre cas ; en figure 64, on montre la densité plasma pour deux distances de propagation

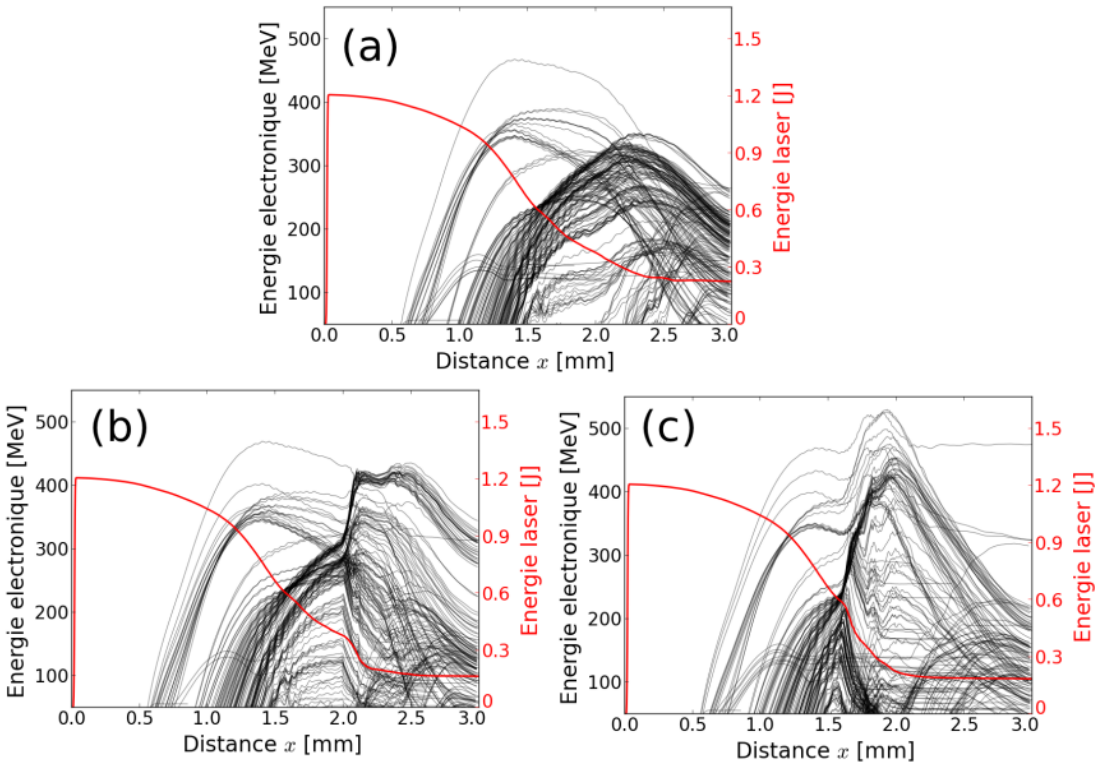

FIGURE 63 – Rephasage des électrons lors du passage dans la marche de densité. Évolution de l'énergie de quelques électrons accélérées (noir) et de l'énergie de l'impulsion laser (rouge) dans le cas de référence (a) et avec une marche de densité à 2 mm (b) et à 1.6 mm (c).

différentes. Après 1.3 mm (et donc avant la marche de densité située à 2 mm), le laser n'est pas encore suffisamment déplété, et c'est lui qui crée le sillage, le faisceau d'électrons étant situé dans la deuxième partie de la cavité. Cependant après 2.6 mm de propagation, l'énergie laser restante est trop faible, et la création du sillage est assuré par le faisceau d'électrons : on voit que la perturbation de densité commence à l'avant du faisceau d'électrons, dans la simulation avec la marche de densité située à 2 mm comme dans la simulation de référence.

Afin d'approfondir un peu plus cette transition entre les deux régimes d'accélération, on représente en figure 65 l'évolution au cours de la propagation du champ accélérateur E_x sur l'axe de propagation. Pour toutes les simulations, on peut distinguer 3 zones d'intérêt, qui sont représentées dans le cas de la marche de densité placée à 2 mm (fig. 65b). Dans la zone 1, on est en régime de sillage laser à la densité $n_{acc} = 10^{19}$ cm^{-3}. La vitesse de dérive du champ E_x en fonction de la coordonnée $\xi = x - ct$, visualisée par la pente en pointillés vert clair sur la figure 65b, est donnée par $d\xi/dt \sim -0.0075\ c$, ce qui est relativement proche de la vitesse de dérive théorique $v_{der} = v_{\phi,s} - c = -0.0085\ c$, où l'expression de la vitesse du sillage $v_{\phi,s}$ est donnée dans le premier chapitre de cette thèse. Dans la

zone 2, qui correspond au passage dans la marche de densité, la vitesse de dérive de E_x diminue, passant à des valeurs $v_{der}/c \sim -0.019$ (pointillés vert foncé), en accord avec un régime de sillage laser et le fait que $v_{der} \propto n_e$. Enfin dans la zone 3, la vitesse de dérive devient nulle, et le sillage se propage à c (pointillés noirs). Cette observation indique que le sillage n'est plus créé par une impulsion laser qui se déplète, mais par le faisceau d'électrons, dont la vitesse est très proche de c.

Il est également clair sur ces figures que la marche de densité accélère la déplétion du laser, et donc la transition vers un régime d'accélérateur plasma. Les deux phénomènes – défocalisation des électrons par la marche de densité, et transition vers un régime d'accélération par sillage plasma – cohabitent donc dans les simulations. Il va falloir discriminer entre ces deux effets pour déterminer l'origine de l'augmentation du rayonnement.

Dans le but de comprendre le rôle joué par la marche de densité dans l'émission de rayonnement, on coupe le faisceau d'électrons en deux parties selon la position longitudinale des électrons dans le faisceau. La partie avant du faisceau est celle qui reste dans la bulle, même lors du passage dans la marche de densité ($Q = 967$ pC), et la partie arrière est celle qui interagit avec le pic de densité à

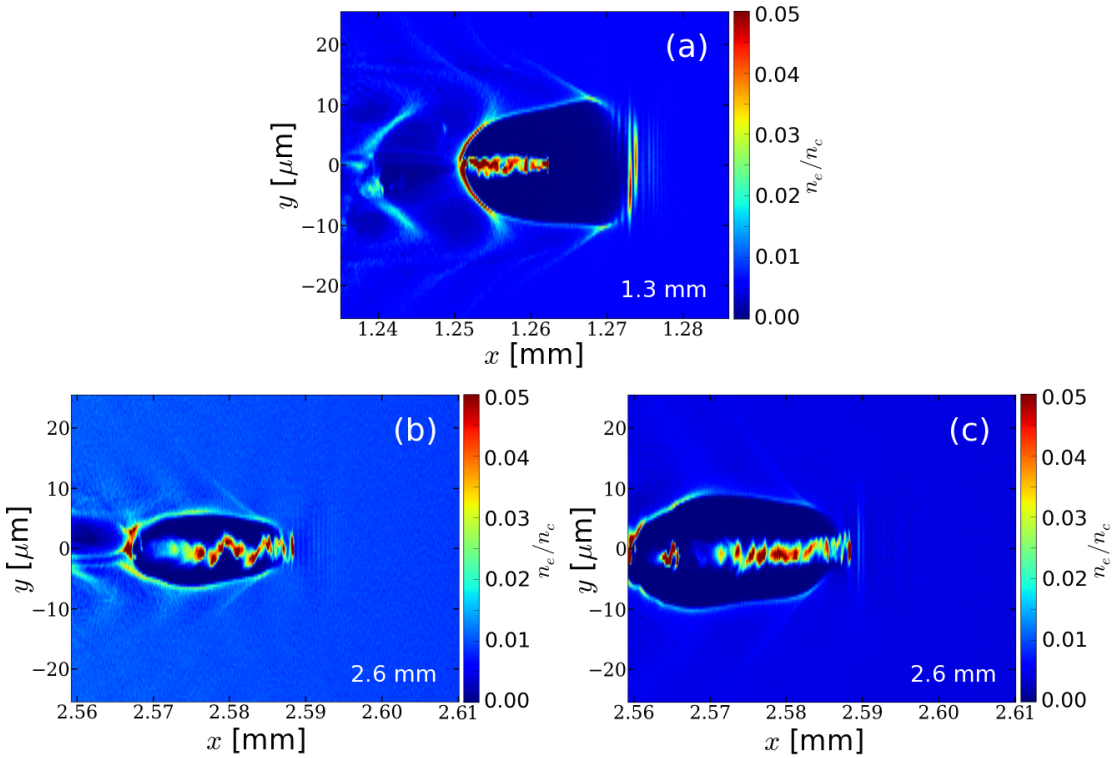

FIGURE 64 – Transition entre le régime de sillage laser et le régime de sillage plasma. Densité électronique après 1.3 mm de propagation (a), et après 2.6 mm de propagation pour le cas de référence (b) et pour le cas avec une marche de densité placée à 2 mm (c).

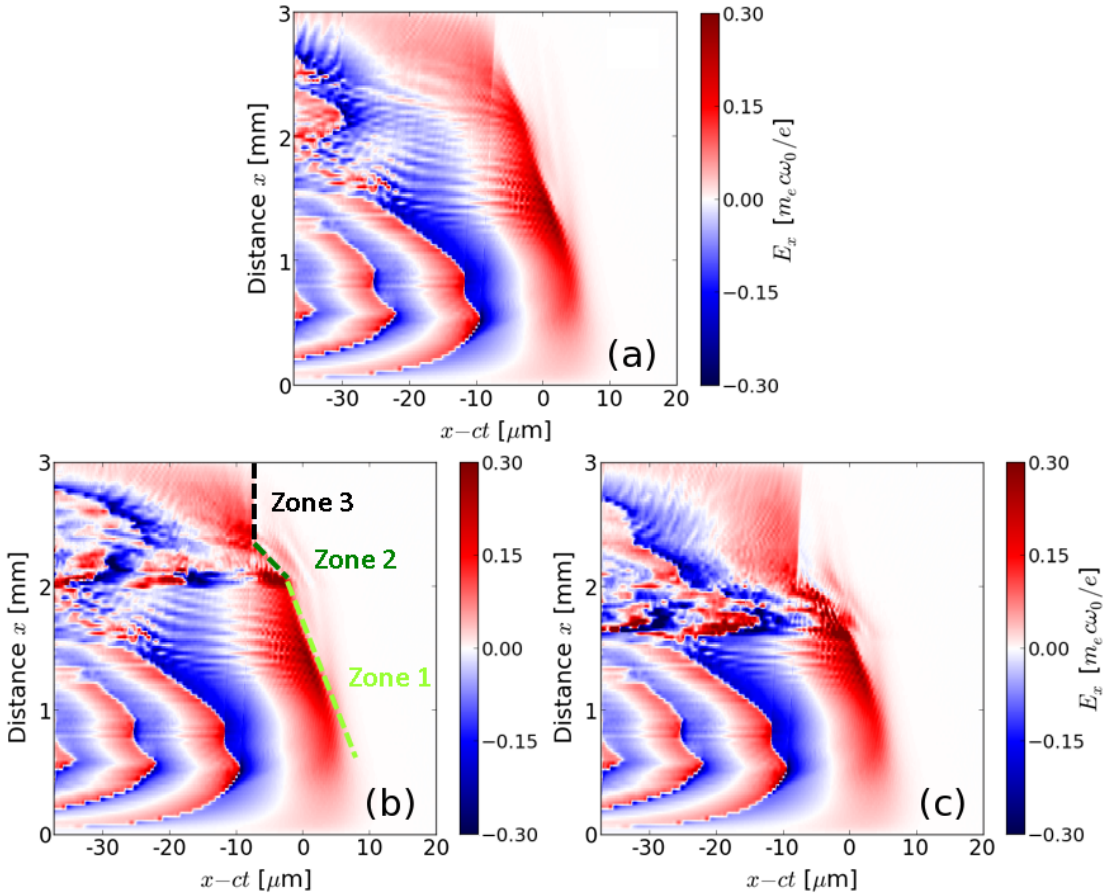

FIGURE 65 – Transition d'un régime de sillage laser vers un régime de sillage plasma. Évolution du champ accélérateur E_x sur l'axe de propagation (repéré par $\xi = x - ct$) en fonction de la distance de propagation. Le zéro des abscisses correspond au centre initial de l'impulsion laser. (a) Cas de référence, (b) cas avec une marche de densité en $x = 2$ mm et (c) cas avec une marche de densité en $x = 1.6$ mm. Sur la figure (b), les traits en pointillés représentent le front avant de la bulle.

l'arrière de la bulle, et donc avec les champs défocalisants lors de la marche de densité ($Q = 1116$ pC). En figure 66, on trace l'évolution de certains paramètres moyens de ces différentes parties du faisceau d'électrons dans la simulation de référence et pour une marche de densité à 2 mm. Le découpage du faisceau est le même dans les deux simulations. En comparant les évolutions du rayon d'oscillation moyen y_{moy} dans les deux cas, il est clair que la marche de densité induit une défocalisation des électrons interagissant avec le pic de densité à l'arrière de la bulle comme dans la section précédente. Pour la simulation avec la marche de densité à 2 mm, on obtient ainsi $y_{moy} \sim 3$ μm pour la partie arrière du faisceau après le passage dans la marche, à comparer avec $y_{moy} \sim 1$ μm au même instant pour le cas de référence. L'arrière du faisceau est défocalisé, en même temps qu'il perd de l'énergie, tandis que y_{moy} ne change quasiment pas pour l'avant du faisceau qui

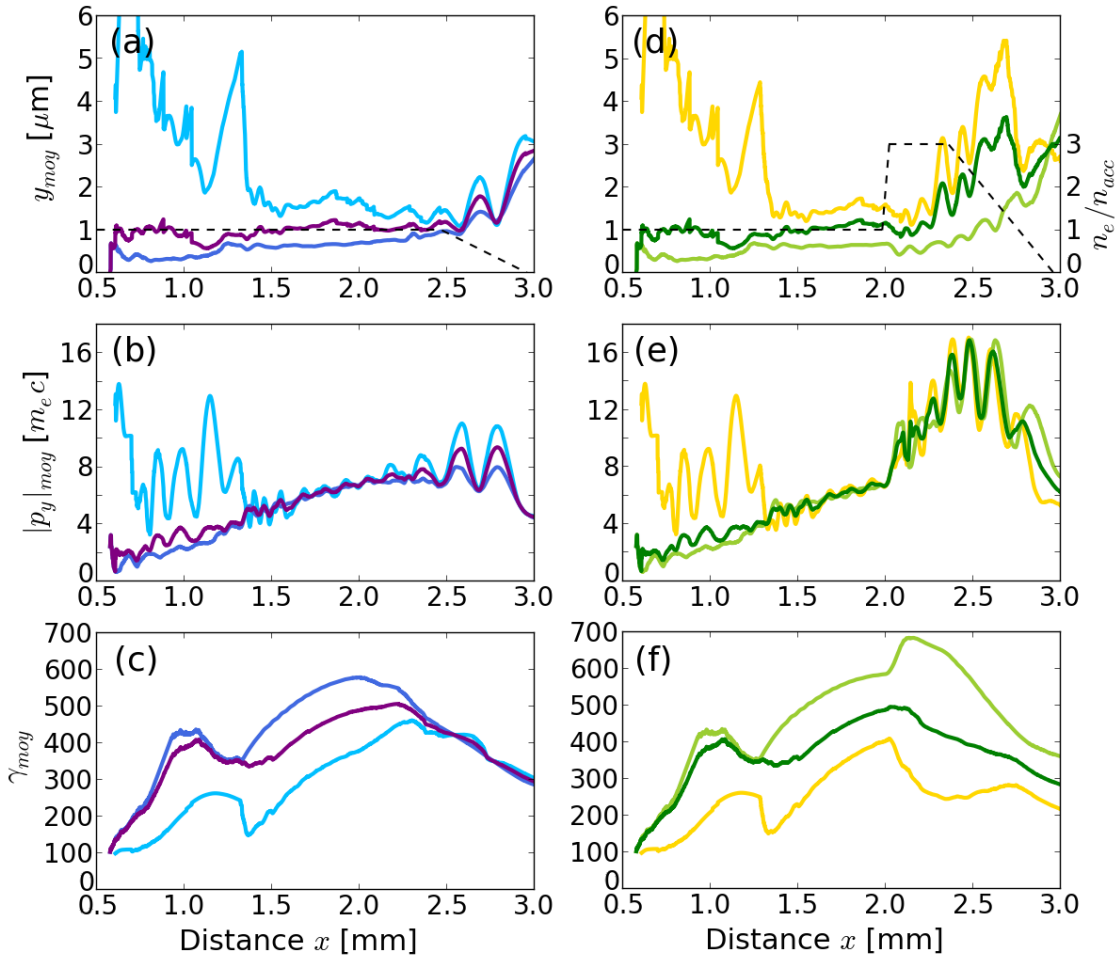

FIGURE 66 – Évolution des valeurs moyennes du rayon d'oscillation y_{moy} (a),(d), de l'impulsion transverse $|p_y|_{moy}$ (b),(e) et du facteur de Lorentz γ_{moy} (c),(f) en fonction de la distance de propagation dans la simulation référence (a)-(c) et pour une marche de densité située en $x = 2$ mm (d)-(f). Les courbes tracées correspondent à l'arrière du faisceau (bleu clair et jaune), à l'avant du faisceau (bleu foncé et vert clair) et à la totalité du faisceau d'électrons (violet et vert foncé). Le profil de densité plasma est tracé en pointillés noirs (a),(d).

gagne par contre de l'énergie, ce qui est conforme à ce qui avait été observé dans la figure 63. Cependant, contrairement à ce qui avait été vu dans la partie précédente, l'impulsion transverse $|p_y|_{moy}$ ne suit pas cette évolution. $|p_y|_{moy}$ augmente certes lors du passage dans la marche de densité, mais sur ce point, on ne peut pas distinguer l'avant de l'arrière du faisceau. L'augmentation de $|p_y|_{moy}$ est ainsi seulement due à l'augmentation de densité, qui provoque une augmentation de ω_β et de K. Pour les deux simulations, des oscillations coordonnées des électrons commencent à croître en fin de simulation, déclenchées par l'instabilité de hosing caractéristique du régime de sillage plasma [Whittum *et al.*, 1991].

Le rayonnement émis par une particule dépend principalement de son énergie

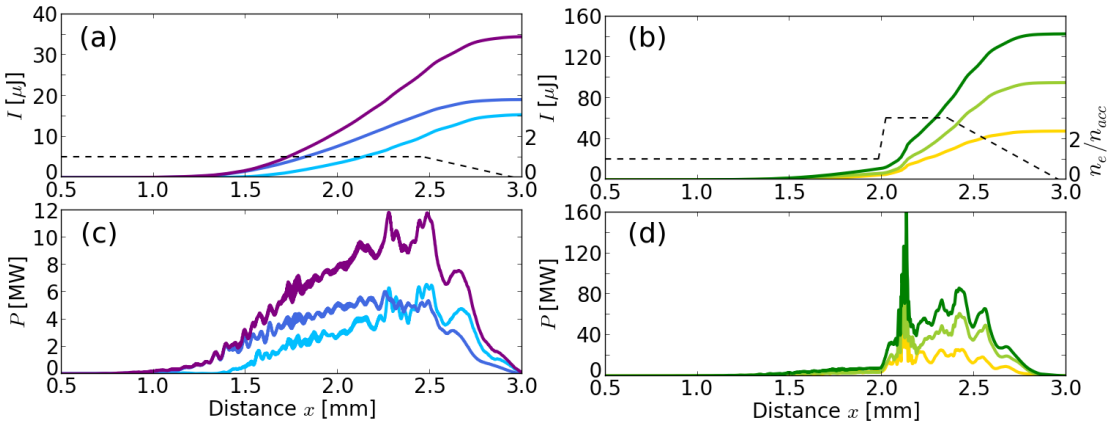

FIGURE 67 – Énergies (a),(b) et puissances instantannées (c),(d) rayonnées au cours de la simulation de référence (a),(c) et pour une marche de densité située en $x = 2$ mm (b),(d). Les courbes tracées correspondent à l'arrière du faisceau (bleu clair et jaune), à l'avant du faisceau (bleu foncé et vert clair) et à la totalité du faisceau d'électrons (violet et vert foncé). Le profil de densité plasma est tracé en pointillés noirs (a),(c).

et de son mouvement transverse. Dans le cas d'une marche de densité à 2 mm, les particules de l'avant du faisceau ont une impulsion transverse aussi importante que l'arrière du faisceau, et leur énergie est plus élevée. En conséquence, le rayonnement est principalement émis par ces particules. C'est ce qu'on peut voir sur la figure 67b, ou les deux tiers de l'émission X sont produits par l'avant du faisceau. Ainsi en ajoutant la marche, l'émission produite par les deux parties du faisceau d'électrons croit ; cependant, elle croit plus fortement à l'avant du faisceau qui n'est pas concerné par la défocalisation (la marche de densité amenant seulement une augmentation de $|p_y|_{moy}$ et une augmentation légère de γ). L'augmentation de rayonnement constatée dans ce cas ne s'explique donc pas par l'effet de défocalisation dans la marche, mais par l'émission réalisée dans le régime de sillage plasma. Sur la figure 67d, on voit que, excepté le pic d'émission autour de $x = 2.1$ mm lors de la transition entre les deux régimes (le sillage évolue rapidement à ce moment, et provoque des variations rapides des champs électromagnétiques), l'émission augmente en effet pendant le régime de sillage plasma à partir de 2.2 mm pour atteindre un maximum avant la rampe descendante.

En résumé, contrairement à ce qui a été présenté dans la partie précédente, l'effet défocalisant pour une partie des électrons ne contribue pas (ou peu) à l'augmentation de rayonnement. Par contre, l'augmentation de l'amplitude des champs accélérateurs et focalisants suite à l'augmentation de densité dans la marche conduit à accroître l'énergie ainsi que le paramètre de force $K \sim |p_y|_{moy}$ des électrons qui restent dans la bulle, et donc à augmenter l'énergie du rayonnement émis. Cet effet explique la diminution de la puissance rayonnée à la sortie de la marche de densité

située en $x = 1.6$ mm dans la figure 62 : la diminution de la densité stoppe cet effet. Ce résultat est contraire à ce qui avait été vu dans la partie précédente, où la puissance rayonnée restait importante même après la sortie de la marche (figure 59c). L'effet de défocalisation était alors prépondérant. Dans le cas présent, c'est la densité plus importante qui augmente le rayonnement. La marche de densité a aussi pour effet de dépléter très rapidement l'énergie laser : la transition vers un régime de sillage plasma qui est observée est primordiale pour continuer à émettre du rayonnement sur une plus longue distance.

Cet effet de la marche couplé à la transition vers un régime de sillage plasma offre des perspectives intéressantes pour la génération de rayonnement bétatron. Il permet de propager un faisceau dans une onde de sillage générée dans des densités plus hautes favorisant le rayonnement, mais qui sont inadaptées à de l'accélération par sillage laser, car conduisant à un déphasage des électrons et une déplétion du laser rapides, et à un faible gain en énergie. Dans la partie suivante, nous utiliserons cette technique avec une énergie laser plus élevée, afin de révéler le potentiel de ce régime.

VI.3.4 Perspectives avec le laser APOLLON

Régime de sillage laser : accélération des électrons

Dans le cas précédent de l'expérience réalisée au LOA, le faisceau d'électrons généré est assez peu énergétique, si bien que le régime de sillage plasma généré est assez peu durable et peu efficace. De plus, le courant du faisceau accéléré ne permet pas d'augmenter trop fortement la densité dans la marche. Il peut être intéressant de regarder des perspectives avec des lasers de plus haute énergie, qui devrait générer des faisceaux d'électrons plus chargés et plus énergétiques, eux-mêmes susceptibles de créer un sillage dans des densités plus élevées par la suite, une fois l'énergie laser déplétée.

On s'intéresse donc maintenant à une simulation utilisant les paramètres de l'un des faisceau du laser APOLLON sur le plateau de Saclay : $\tau_0 = 30$ fs, $\lambda_0 = 800$ nm, mais avec à présent 15 J focalisés sur une tâche focale $w_0 = 23$ μm, conduisant à $a_0 = 6$. Pour la phase d'accélération par sillage laser, il interagit tout d'abord avec un plasma de densité 1.75×10^{18} cm^{-3}, et de longueur 1.9 cm. Les rampes d'entrée et de sortie sont linéaires sur 200 μm. Ces simulations sont réalisées avec Calder-Circ, avec les paramètres numériques $\Delta x = 0.25\ c/\omega_0$, $\Delta r = 4\ c/\omega_0$, et $\Delta t = 0.249\ \omega_0^{-1}$.

Contrairement à l'accélération en régime de cavitation avec le laser PETAL présentée en partie IV, le laser APOLLON est bien adapté à l'accélération dans ce régime car sa durée est suffisamment courte. S'il dispose aussi d'une puissance de l'ordre du pétawatt ($P = 0.47$ PW), sa durée bien plus courte lui permet de respecter les lois d'échelles déjà définies. En effet, l'équation (132) appliquée aux

paramètres d'APOLLON avec un paramètre $\kappa = 1$ (condition plutôt restrictive) mène à une énergie laser $E_0 > 3$ J, ce qui est largement vérifié par APOLLON. On peut aussi calculer une longueur de déphasage $L_{dph} = 1.52$ cm pour les électrons. Dans la simulation, l'énergie maximale des électrons est atteinte après 1.49 cm de propagation, en très bon accord avec l'estimation de L_{dph}. À cette distance, l'énergie et la charge électroniques ainsi atteintes sont supérieures à celles qui avaient été obtenues avec PETAL, avec une charge de 5 nC obtenue au-delà de 350 MeV, et un pic mono-énergétique observé vers 1.8 GeV (fig. 68).

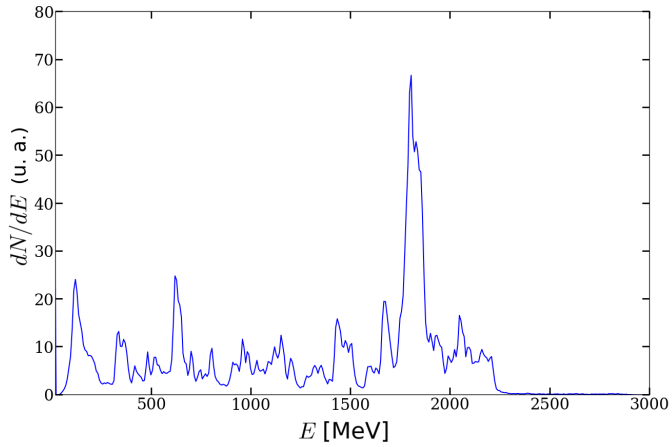

FIGURE 68 – Distribution en énergie des électrons après 1.5 cm de propagation, pour le faisceau laser de 15 J se propageant dans une densité $n_e = 1.75 \times 10^{18}$ cm^{-3}.

L'énergie contenue dans le faisceau est proche de 7.5 J, ce qui donne une efficacité de conversion de l'énergie laser de 50%. Il est nécessaire de prendre ce chiffre avec précautions. Expérimentalement, les meilleures efficacités de conversion sont de l'ordre de quelques pourcents. Il est courant que des simulations avec des paramètres optimisés dans le régime de la bulle montrent des efficacités de l'ordre de 10-20%. Cependant, l'efficacité obtenue dans notre cas est tout de même très élevée, et nécessiterait une étude numérique un peu plus approfondie, la charge étant sans-doute surestimée (la faible densité utilisée, couplée à une propagation sur une longue distance et la taille transverse du laser plus importante que pour des lasers de l'ordre du joule, rend ces simulations coûteuses et sensibles aux paramètres et options numériques). Par exemple, en réalisant la même simulation avec un filtrage des champs électromagnétiques à hautes fréquences (filtre polynomial), l'efficacité de conversion chute à 41%.

Régime de sillage plasma : génération d'une source bétatron intense

Dans un deuxième temps, on enregistre toutes les données concernant le faisceau d'électrons généré dans la simulation CALDER-Circ (pour le cas avec une efficacité de conversion de 50%) après 1.5 cm de propagation, c'est-à-dire à l'en-

droit où un maximum d'énergie est contenue dans le faisceau. Ce faisceau est ensuite réinjecté dans une simulation CALDER 3D en supprimant la partie de plus basse énergie ($E < 350$ MeV). Au bout de 65 μm de propagation dans le vide, il est alors envoyé sur un plasma de densité $n_e = 1.1 \times 10^{20}$ cm^{-3}, donc bien supérieure à celle utilisée dans la simulation Calder-Circ pour le régime d'accélération par sillage laser. La rampe de densité montante de ce plasma est très courte, de 25 μm. On ne laisse donc pas de propagation libre du faisceau qui conduirait à une expansion de sa taille transverse : pour des angles de quelques milliradians, la taille transverse du faisceau augmente seulement de quelques dixièmes de microns sur ces distances. On note que le faisceau laser n'est pas conservé, et est donc complètement supprimé lors du passage de CALDER-Circ à CALDER 3D. La haute densité $n_e = 1.1 \times 10^{20}$ cm^{-3} $= 0.063\ n_c$ contribuerait de toute manière à considérablement ralentir la vitesse de groupe du laser, qui se ferait rapidement doubler par le faisceau d'électrons. Expérimentalement, il est également possible de supprimer en grande partie le faisceau laser, à l'aide d'un miroir plasma créé par une fine cible solide [Ta Phuoc *et al.*, 2012].

Contrairement aux cas représentés jusqu'à présent, il n'est pas nécessaire de résoudre λ_0 dans les simulations de sillage plasma. En effet, le laser étant supprimé, la longueur minimale à résoudre est λ_p. Cependant, la densité utilisée étant plus élevée qu'habituellement, on a $\lambda_p = 3.2$ μm $\approx 25\ c/\omega_0$. La résolution correcte de λ_p dans les simulations implique donc des pas spatiaux proches de $\lambda_p/50$ dans toutes les directions de l'espace, et pour cette raison, les paramètres numériques utilisés pour la simulation tri-dimensionnelle sont $\Delta_x = \Delta_y = \Delta z = 0.5\ c/\omega_0$, et $\Delta_t = 0.288\ \omega_0^{-1}$ (même si le laser n'est plus présent dans cette simulation, les quantités restent normalisées en fonction des grandeurs liées au laser).

Le faisceau d'électrons injecté est capable de générer un sillage sur près de 3 mm, avant de perdre complètement son énergie. On montre en figure 69 le sillage généré par le faisceau peu après le début de la simulation au bout de 140 μm de propagation. Il est clair que c'est l'avant du faisceau qui éjecte les électrons du plasma ambiant. Comme dans le cas du sillage laser, ces électrons éjectés sont attirés par la cavité ionique formée, et oscillent dans le sillage du faisceau. Le faisceau d'électrons est plus long que la période d'oscillation des électrons, et selon sa position relative à la phase de l'onde de sillage, un électron du faisceau pourra être accéléré s'il est dans la moitié arrière d'une bulle ou décéléré s'il est dans la moitié avant. On peut faire ici l'analogie avec ce qui se passait en régime auto-modulé dans les simulations pour le laser PETAL. La densité du plasma est trop haute pour avoir $\lambda_p > l_f \approx 30$ μm, où l_f désigne la taille du faisceau d'électrons qui génère le sillage. En conséquence, de même que le faisceau laser était auto-modulé dans le cas de PETAL, le faisceau d'électrons va ici subir la rétro-action du sillage et être auto-modulé.

Ceci est visible sur la figure 70, où on trace l'espace de phase longitudinal (x, p_x)

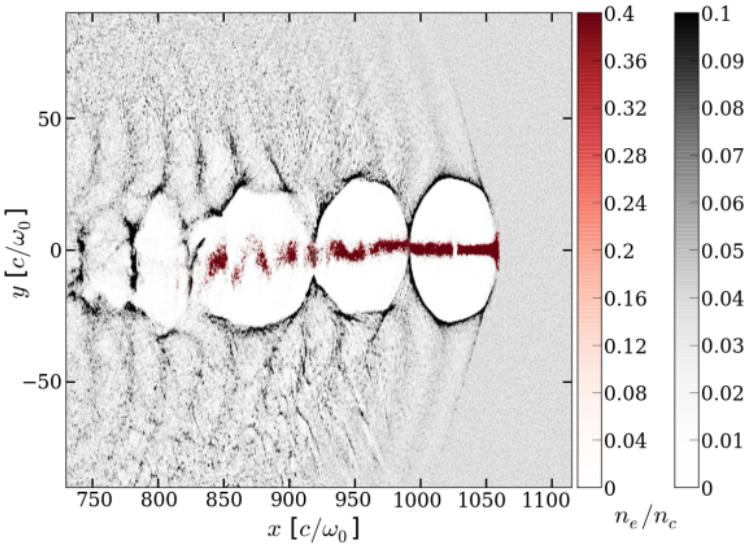

FIGURE 69 – Forme de l'onde de sillage (densité électronique) générée par le faisceau d'électrons après 140 μm de propagation. En rouge : faisceau d'électrons injecté de la simulation Calder-Circ. En gris : coupe 2D de la densité électronique du plasma ambiant (simulation CALDER 3D).

pour les électrons injectés. La figure 70a présente l'espace de phase au début de la simulation CALDER 3D. La distribution en énergie correspondante (fig. 70d) est similaire à celle donnée dans la figure 68, tirée de CALDER-Circ, sauf que le spectre a ici été coupé à 350 MeV. Après 370 μm de propagation, on peut voir que les électrons situés à l'avant des deux premières cavités accélératrices ont perdu de l'énergie, au profit de ceux présent à l'arrière de ces cavités. Ceci est encore plus visible après 740 μm de propagation. Les électrons de l'avant du faisceau ont perdu toute leur énergie, obtenant des vitesses $v < c$, et ont ainsi déphasé vers l'arrière de la cavité. Certains ont même commencé à être réaccélérés en arrière de cavité. Si l'énergie globale du faisceau d'électrons a diminué, on peut voir que l'énergie maximale a presque doublé, passant d'un peu plus de 2 GeV à un peu plus de 4 GeV, soit un champ accélérateur moyen de 2700 GeV/m. L'injection des électrons du plasma ambiant est par ailleurs négligeable.

Si ce doublement de l'énergie des électrons démontre le potentiel de ce régime pour l'accélération d'électrons, ce qui nous intéresse ici est plutôt l'émission de rayonnement par ces électrons. Dans la figure 71, on montre l'effet de la marche de densité sur le mouvement transverse des électrons. On voit qu'initialement, à la fin de l'étape d'accélération par sillage laser, l'impulsion transverse normalisée, qui correspond au paramètre de force K de l'onduleur est de l'ordre de la dizaine. Après l'entrée dans la marche de densité, au bout de 370 μm de propagation, K a fortement augmenté, passant à plusieurs dizaines, voire à l'ordre de la centaine pour certains électrons.

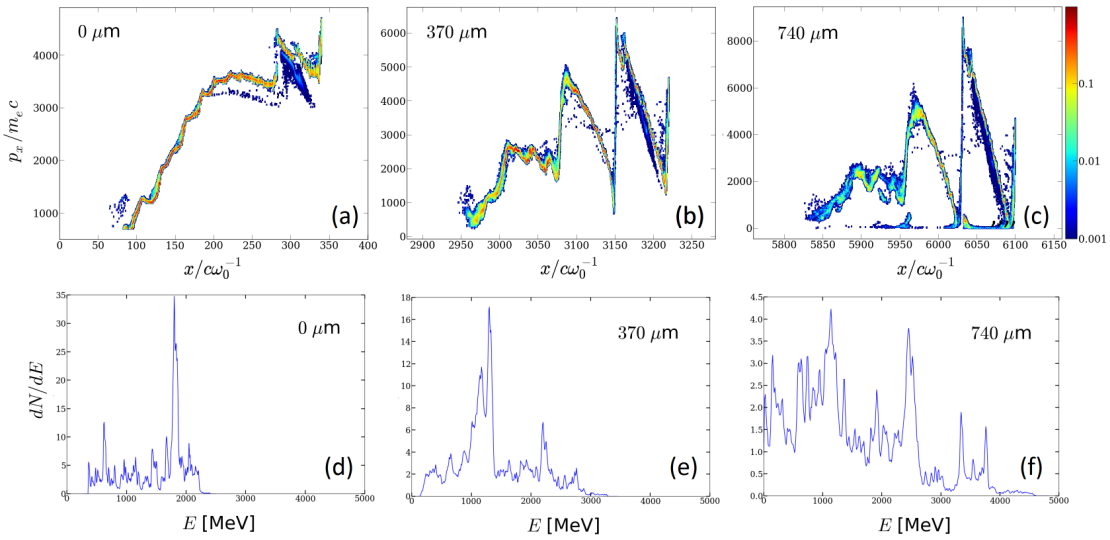

FIGURE 70 – Modulation du faisceau injecté dans le régime de sillage plasma. (a)-(c) : espaces de phase longitudinal (x, p_x) à différents instants de la propagation ; (d)-(e) : distributions énergétiques associées.

Cette augmentation de K conjuguée à une énergie électronique élevée présage d'une source bétatron de forte intensité, et contenant des photons de haute énergie. Les formules données pour le mouvement bétatron dans le cas d'un sillage créé par laser reste valable pour un sillage créé par un faisceau d'électrons. L'application de la formule (87) à un paramètre de force $K = 100$ et à une énergie électronique définie par $\gamma = 3000$ donne une énergie critique $E_c = 6$ MeV pour le rayonnement. On attend donc une émission significative jusqu'à plusieurs dizaines de MeV. C'est effectivement ce que l'on observe dans la simulation, après une propagation sur 3.3 mm, distance au bout de laquelle le faisceau d'électrons créant le sillage a dissipé la plus grande part de son énergie (plus de 90%). En figure 72a, on voit que l'émission est maximale autour de 1 MeV. L'énergie totale contenue dans le rayonnement est de 140 mJ, ce qui permet de calculer l'efficacité de conversion d'énergie du laser vers la source X, qui est de 0.9 %. Cette efficacité très haute est cependant peut-être un peu optimiste, compte-tenu de la grande énergie transférée par le laser au faisceau d'électrons dans l'étape d'accélération par sillage laser. En effet, un faisceau d'électrons moins énergétique ou moins chargé rayonnerait intrinsèquement moins, en plus de générer un sillage de moindre amplitude. Néanmoins, on peut tout de même constater que cette efficacité est supérieure, de plusieurs ordres de grandeurs, à celles obtenues dans les cas habituels de source bétatron, et au minimum de 2 à 3 ordres de grandeurs au dessus des efficacités obtenues dans les parties précédentes. Les électrons ne perdent donc pas seulement de l'énergie en créant le sillage, mais également en rayonnant : près de 2% de l'énergie du faisceau est transmise au rayonnement. On est ici proche de la limite du traitement clas-

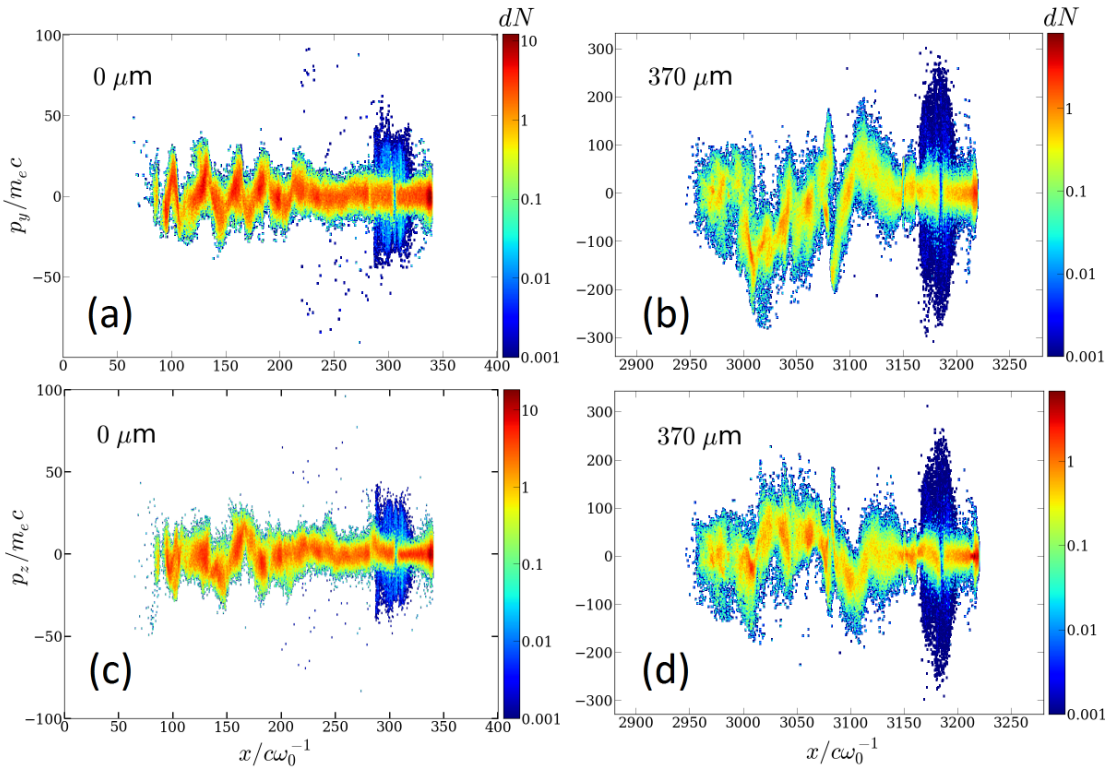

FIGURE 71 – Augmentation de l'impulsion transverse normalisée, correspondant au paramètre de force de l'onduleur. Distributions électroniques en fonction de la position longitudinale x et de l'impulsion transverse p_y (a),(b) et p_z (c),(d) mesurées au début de la simulation CALDER (a),(c), et après 370 μm de propagation dans la marche de densité (b),(d).

sique du rayonnement : pour des électrons à peine plus énergétiques obtenus avec un laser plus puissant, il faudrait passer à un module QED avec implémentation de l'auto-force, tel que discuté en section III.2.5.

Enfin, on peut calculer pour cette simulation un nombre de photons $N_X = 1.5 \times 10^{11}$ sur l'intervalle 0-30 MeV. Le rayonnement est collimaté sur un angle de 14×16 mrad^2 (fig. 72b). En considérant une taille de faisceau de 30 μm longitudinalement et de 2 μm transversalement, on obtient un pic de brillance à 1 MeV à 4.2×10^{23} photons/s/mm^2/mrad^{2}0.1%BW, en nette amélioration par rapport à ce qui est obtenu dans des expériences d'accélération par sillage laser, avec une brillance maximale à 10 keV de 10^{22} photons/s/mm^2/mrad^{2}0.1%BW obtenue dans l'expérience de [Kneip *et al.*, 2010].

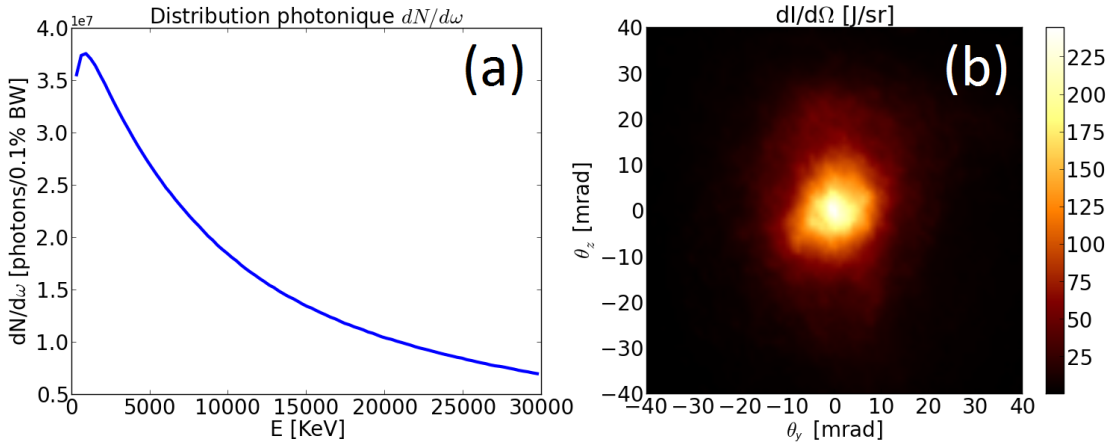

FIGURE 72 – Rayonnement émis dans la marche de densité en régime de sillage plasma. (a) Distribution photonique $dN/d\omega$ intégrée sur un angle solide de 80 × 80 mrad^2. (b) Distribution angulaire de l'énergie rayonnée $dI/d\Omega$.

VII Conclusion

VII.1 Travail réalisé pendant la thèse

Ce travail de doctorat s'est concentré autour de l'étude numérique de la source de rayonnement bétatron dans l'accélération d'électrons par sillage laser. Il a conduit à l'implémentation de ce phénomène dans les codes PIC CALDER et CALDER-Circ, à sa validation sur quelques cas d'émission de rayonnement pour des mouvements simples, et à son étude selon plusieurs axes, qui sont rappelés ci-dessous.

Les travaux réalisés par la communauté scientifique au cours de la dernière décennie ont permis d'authentifier la source de rayonnement bétatron, et de la poser en candidat crédible pour la réalisation de sources compactes pour l'imagerie X. L'intérêt de cette source est qu'elle hérite des paramètres du faisceau accéléré (taille micrométrique, durée femtoseconde), et pourrait donc conduire à des diagnostics ayant une très haute résolution temporelle et spatiale. Ces études se sont néanmoins concentrées sur la réalisation de sources bétatrons avec des lasers de durées avoisinant les 30 femtosecondes et des énergies de l'ordre du joule.

En travaillant avec les paramètres du laser PETAL, le premier axe de cette thèse a été de proposer la création d'une source bétatron avec un nouveau type de laser plus énergétique, mais de durée également plus longue (impulsion kilojoule et picoseconde). Le rayonnement émis étant indissociable du mécanisme d'accélération des électrons, ceci nous a poussé à simuler avec CALDER-Circ deux régimes d'accélération différents : le régime auto-modulé et le régime de cavitation. Dans le premier, la charge accélérée est plus grande (plusieurs dizaines de nanocoulombs), donnant naissance à un nombre de photons élevés ($\sim 10^{12}$). Dans le deuxième, le faisceau d'électrons accélérés moins chargé (~ 1 nC) donne naissance à un rayonnement qui contient moins d'énergie, mais de durée plus courte, de taille plus petite, et très brillant ($B \sim 4 \times 10^{22}$ photons/s/mm^2/mrad^2/0.1%BW). De plus, dans ce dernier régime, la source peut être a priori améliorée avec un meilleur guidage de l'impulsion laser, ce qui laisse supposer qu'une source plus brillante et plus énergétique peut potentiellement être créée.

Les résultats de cette étude ouvrent la voie à la création de sources bétatrons utilisables avec des lasers de ce type (PETAL, ARC, Vulcan...) sur des installations comme le LMJ ou le NIF. Ceci est très prometteur pour sonder la matière dense dans les expériences qui sont ou seront réalisées sur ces installations.

Ces 'résultats prévisionnels' ne peuvent bien sûr être pris au sérieux que si on a la garantie que les codes PIC sont un outil sûr pour la reproduction des résultats d'expériences. La reproduction et la compréhension de ceux-ci par les simulations

ne sont pourtant pas toujours directes, au vu des simplifications physiques (en plus des approximations numériques) présentées par le code. Un second axe de travail a donc été de chercher à étudier l'influence du profil spatial du laser sur l'accélération par sillage laser et sur la création d'une source bétatron. Dans cette étude, nous avons reproduit de manière la plus fidèle possible l'impulsion laser utilisée dans une expérience réalisée à l'ALLS au Canada.

À partir d'images expérimentales de la tâche laser, nous avons reconstruit le profil d'intensité transverse réaliste de l'impulsion laser, ainsi que son front de phase réaliste, incluant des aberrations. La prise en compte de ces aberrations expérimentales dans des simulations CALDER 3D a conduit à une forte baisse de performance de l'accélération d'électrons par sillage, ainsi que de la source bétatron. Par rapport à des simulations avec un laser de profil d'intensité gaussien, mais aux autres caractéristiques inchangées (durée, taille transverse moyenne, énergie totale), l'efficacité de conversion de l'énergie laser en énergie contenue dans le rayonnement X a été réduite d'un ordre de grandeur. Nous avons donc montré que cette plus grande précision de la description de l'impulsion laser dans la simulation n'est pas sans importance, d'autant plus qu'elle a permis un accord qualitatif et quantitatif avec les résultats de l'expérience, ce que ne permettait pas l'impulsion gaussienne.

Ce travail a donc montré l'importance de simuler fidèlement l'impulsion laser, mais aussi celle d'avoir une bonne qualité du faisceau laser expérimental, afin que l'énergie de l'impulsion soit utilisée le plus efficacement possible.

Après avoir travaillé autour de l'impulsion laser, un dernier axe de cette thèse a été de proposer différents schémas pour augmenter l'énergie des sources bétatrons. Ces schémas sont tous basés sur un travail autour de la manipulation du profil de densité du plasma utilisé au cours de l'accélération des électrons, avec pour but d'augmenter le paramètre de force de l'oscillation.

Dans le premier de ces schémas, nous avons utilisé un gradient de densité transverse, sur lequel l'impulsion laser arrive avec un angle d'incidence de quelques degrés. Le laser crée ainsi un champ asymétrique, dont les propriétés particulières permettent d'injecter des particules et de les accélérer transversalement quand l'asymétrie du sillage disparaît au moment où le laser quitte le gradient. En sortie de ce gradient, les oscillations électroniques sont accrues, ce qui permet d'augmenter fortement l'énergie rayonnée (facteur ~ 6) par rapport à une injection dans un gradient longitudinal. Le nombre de photons sur l'intervalle 30-60 keV était ainsi augmenté d'un ordre de grandeur. Il est également possible d'envisager l'application de ce schéma à des capillaires pour créer des injections multiples produisant des trains de paquets d'électrons contrôlables.

Des résultats équivalents ont été obtenus dans un deuxième schéma. Dans celui-ci, un faisceau d'électrons préalablement injectés traverse une marche de densité locale de plasma. Lors de la réduction de la taille de la cavité accélératrice dans la

marche, une partie de ces électrons se retrouve dans une zone de champs plasmas défocalisants ; les électrons sont donc écartés loin de l'axe. Après la marche de densité, la cavité ionique reprend sa taille initiale et les électrons reprennent leur oscillation bétatron, mais avec une plus grande amplitude. Nous avons montré que la densité plasma atteinte pendant cette marche ainsi que sa longueur permet de contrôler l'amplitude des oscillations des électrons en sortie. Ce schéma n'est cependant pas parfait, car une partie de la charge et/ou de l'énergie des électrons est perdue lors du passage dans la marche de densité.

Le schéma précédent tel qu'il a été présenté dans les simulations n'est pas forcément évident à réaliser expérimentalement puisqu'il requiert un jet de gaz pour l'accélération, puis des techniques pour réaliser une première marche de densité pour l'injection préalable d'un faisceau d'électrons et une seconde pour sa défocalisation. Ainsi une expérience réalisée au LOA proposait un schéma similaire, mais en modifiant la méthode d'injection. La compréhension de cette expérience, au travers de simulation, a montré que les propriétés de la marche, comme sa longueur et sa hauteur, jouaient un rôle important, venant changer le rôle de la marche de densité : l'augmentation de la densité conduit à une augmentation de la force transverse exercée sur les électrons accélérés, augmentant ainsi leur fréquence bétatron et leur paramètre d'ondulation K, ce qui booste le rayonnement émis. De plus, dans cette expérience, une fois le laser déplété, le faisceau d'électrons crée son propre sillage, ce qui allonge la distance d'émission du rayonnement.

En réutilisant ce schéma avec les paramètres attendus pour l'un des faisceaux du laser APOLLON, plus puissant (15 J, 30 fs), on a montré que la transition vers un régime de sillage plasma permettait l'émission d'un rayonnement bétatron très énergétique, jusqu'à plusieurs dizaines de MeV, de plus avec une très grande efficacité de conversion de l'énergie laser vers le rayonnement, de l'ordre du pourcent. Dans ce schéma, la transition entre le régime de sillage laser et le régime de sillage plasma est essentielle. La première étape, consistant à accélérer des électrons par sillage laser, permet de transférer au mieux l'énergie laser au faisceau d'électrons. Pour une accélération optimale, cette étape doit se faire à densité assez basse ($n_e \sim 10^{18}$ cm^{-3}) : une densité plus haute nuirait fortement aux paramètres du faisceau accéléré, en particulier à son énergie. La deuxième étape reposant sur une phase de sillage plasma permet ensuite de faire se propager le faisceau dans une bien plus haute densité ($n_e \sim 10^{20}$ cm^{-3}), afin d'augmenter le paramètre d'ondulation K ainsi que le nombre d'oscillations : c'est maintenant l'émission de rayonnement qui est maximisée.

VII.2 Perspectives

Dans cet ouvrage, nous avons exploré plusieurs pistes pour améliorer le rendement des sources bétatrons, mais il faut être conscient qu'il en existe d'autres qui n'ont pas été abordées. Ces pistes peuvent être résumées en analysant un des

paramètres clés de l'émission de rayonnement : son énergie critique $E_c \propto \gamma^2 n_e r_\beta$.

La première option consiste à jouer sur le facteur γ, et donc à augmenter l'énergie du faisceau d'électrons. Les travaux présentés dans les chapitres IV et V relèvent plutôt de cette option : maximiser γ dans le régime de cavitation avec PETAL, ou avec un laser gaussien par rapport à un laser expérimental présentant des aberrations. À mesure que des systèmes laser plus puissants, mais aussi plus performants et plus contrôlables sont mis en service, l'énergie des faisceaux d'électrons qu'il est possible d'obtenir augmente mécaniquement, comme en témoignent les progrès de ces dernières années. Outre les améliorations des installations laser, il est également possible d'utiliser un meilleur guidage du faisceau laser pour booster l'énergie électronique. La source bétatron simulée avec le laser PETAL dans le régime de cavitation pourrait ainsi bénéficier de l'utilisation d'un capillaire, ou au moins d'une densité plasma optimisée pour assurer un meilleur guidage. Dans le cas de lasers de plus courtes durées et de moindre énergie (40 fs, 1 J), il a été démontré que le guidage de l'impulsion laser par un capillaire permettait d'augmenter l'intensité rayonnée de plus d'un ordre de grandeur [Ju *et al.*, 2012].

Enfin, plutôt que d'améliorer chaque impulsion laser individuellement, les projets en vogue pour atteindre des énergies élevées impliquent des accélérations dans plusieurs étages successifs. Dans ces projets multi-étages, une fois l'impulsion laser déplétée, elle est remplacée par une autre impulsion pour créer l'onde de sillage dans un nouvel étage. Le faisceau d'électrons accélérés lors de l'étage précédent est réinjecté dans l'étage suivant, en phase avec la nouvelle onde de sillage, et peut ainsi atteindre des énergies supérieures à ce qui serait possible avec une seule impulsion. En multipliant ces étapes, un schéma récent prévoit de porter les électrons à des énergies de l'ordre du TeV pour créer un collisionneur [Schroeder *et al.*, 2010]. Une telle énergie électronique rend la source bétatron inhérente à ce schéma très intéressante, mais aussi problématique. Avec les paramètres prévus pour ce schéma, un faisceau d'électrons de 1 TeV devrait avoir une énergie critique de rayonnement au delà du GeV, voire plus si la réinjection se fait légèrement hors axe. Ces valeurs préfigurent un rayonnement important pouvant handicaper le gain énergétique prévu pour les électrons dans chaque étage. De plus, l'étude du rayonnement bétatron dans ce schéma devrait alors être faite à l'aide du modèle QED, ce qui est maintenant possible dans CALDER ou CALDER-Circ.

Une deuxième possibilité est de jouer sur n_e, la densité du plasma dans lequel se propage l'impulsion laser. D'un côté le rayonnement bétatron est d'autant plus élevé que la densité est importante, tandis que de l'autre, une meilleure accélération des électrons est plutôt obtenue à densité plus faible. Une réponse à ce problème a été trouvée dans la fin du chapitre VI avec la transition d'un régime de sillage laser pour accélérer le faisceau d'électrons, vers un régime de sillage plasma pour optimiser le rayonnement bétatron. La question qui se pose maintenant est de trouver

comment optimiser le rayonnement bétatron en régime de sillage plasma. Outre la densité utilisée dans ce régime, un autre facteur important est de contrôler la transition entre ces deux régimes. Ainsi, par rapport à l'étude présentée montrant les perspectives avec le laser APOLLON, si on laisse le faisceau d'électrons se propager dans le vide sur une plus grande distance entre les deux étapes successives, le faisceau d'électrons se trouverait légèrement défocalisé en entrée du plasma de haute densité et effectuerait des oscillations de plus grande amplitude, mais génèrerait peut être aussi un sillage moins ample. Il faudrait ainsi continuer les études sur la transition entre ces deux régimes. En outre, avec une plus grande efficacité, une grande proportion de l'énergie électronique serait convertie en rayonnement, et il faudrait ici aussi recourir aux modèles de QED impliquant la prise en compte de la force de friction.

La dernière option est de contrôler l'amplitude r_β des oscillations bétatrons. Pour cela, il est possible de manipuler le profil de densité du plasma, comme ce qui a été fait dans le chapitre VI de ce manuscrit, avec les méthodes du gradient transverse et de défocalisation par une marche de densité. Ces deux méthodes doivent maintenant être mises à l'épreuve expérimentalement. À l'inverse on peut aussi augmenter l'amplitude du rayonnement à partir d'interactions du faisceau avec des impulsions lasers. Une piste prometteuse est l'interaction du faisceau accéléré avec une impulsion laser co-propagative – que ce soit la même impulsion que celle créant l'onde de sillage ou non. Des études ont montré par exemple que cette interaction pouvait conduire à un accroissement du signal bétatron [Cipiccia *et al.*, 2011, Huang *et al.*, 2016], ou à un contrôle de la polarisation du rayonnement émis en fonction de la polarisation laser [Vieira *et al.*, 2016]. L'étude de la résonance entre le mouvement bétatron et la force transverse due au champ laser doit cependant être encore approfondie dans les simulations. Ce travail doit être mené avec précaution, car les schémas numériques utilisés dans les code PIC standards peuvent fortement surestimer l'amplification du mouvement bétatron due à cette résonance [Lehe *et al.*, 2014].

Pour conclure, il existe certes d'autres sources basées sur les accélérateurs par sillage laser, comme les sources Compton, ou des projets visant à injecter le faisceau accéléré dans un onduleur magnétique afin de produire un laser à électrons libres, ou encore des sources qui ne sont pas de type synchrotron, telle la source bremsstrahlung. La source bétatron est cependant la source la plus compacte, et la plus facile à réaliser, car intrinsèque à l'accélération elle-même. De plus, la durée et la taille de cette source sont plus petites que celles de la source bremsstrahlung, ce qui leur confère un avantage supplémentaire. Le contrôle des oscillations bétatrons qui régissent cette source de rayonnement repose sur la maîtrise de la physique de l'accélération par sillage laser, que ce soit pour optimiser la source de rayonnement elle-même, ou – au contraire de ce qui nous intéressait dans ce manuscrit –

pour diminuer certaines caractéristiques du faisceau d'électrons comme sa divergence ou son émittance transverse. L'amélioration de ces propriétés permettrait de pouvoir l'injecter plus facilement dans un onduleur magnétique ou un autre étage d'accélération.

Cette thèse s'inscrit ainsi dans l'ensemble des travaux visant à contrôler la qualité du faisceau accéléré par sillage laser, et qui devraient permettre dans les prochaines années d'étendre les applications concrètes de cette technique, telle que l'utilisation du faisceau d'électrons en radiothérapie, ou des sources de rayonnement qui en sont issues pour la spectroscopie, la tomographie, l'imagerie par contraste de phase ou l'imagerie de la matière dense, avec des débouchés dans des domaines s'étendant de la biologie à la physique des matériaux, voire des plasmas denses.

Annexe A – Table des notations utilisées

Constantes physiques	
c	vitesse de la lumière
e	charge élémentaire
ε_0	permittivité du vide
μ_0	perméabilité du vide
m_e	masse de l'électron
α_F	constante de structure fine
h	constante de Planck

Paramètres plasma	
n_e	densité particulaire des électrons
$n_c = \omega_0^2 m_e \varepsilon_0 / e^2$	densité critique
$\omega_p = \sqrt{n_e e^2 / \varepsilon_0 m_e}$	pulsation plasma
η	indice optique du plasma
$\boldsymbol{J}$	densité de courant
ρ	densité de charge
R	rayon de la cavité dans le régime de la bulle
L_{dph}	longueur de déphasage

Paramètres laser	
λ_0	longueur d'onde laser
E_0	énergie de l'impulsion
P_0	puissance de l'impulsion
τ_0	durée FWHM de l'impulsion
W_0	waist : rayon à $1/e$ du champ électrique maximum
$w_0 = \sqrt{2\log(2)}W_0$	taille transverse de l'impulsion
$Z_R = \pi W_0^2/\lambda_0$	longueur de Rayleigh
$\boldsymbol{E}$	champ électrique
$\boldsymbol{B}$	champ magnétique
Φ	potentiel scalaire
$\boldsymbol{A}$	potentiel vecteur
a_0	maximum du potentiel vecteur normalisé
v_ϕ	vitesse de phase
v_g	vitesse du groupe
L_d	longueur de déphasage

Paramètres du faisceau d'électrons	
$\boldsymbol{v}$	vitesse de l'électron
$\boldsymbol{\beta} = \boldsymbol{v}/c$	vitesse normalisée de l'électron
$\gamma = 1/\sqrt{1-\beta^2}$	facteur de Lorentz de l'électron
$\boldsymbol{p} = \gamma m_e \boldsymbol{v}$	impulsion de l'électron
$E = \gamma m_e c^2$	énergie de l'électron
Q	charge électronique

Paramètres du rayonnement bétatron	
$\omega_\beta = \omega_p/\sqrt{2\gamma}$	fréquence d'oscillation bétatron
y_0	amplitude de l'oscillation bétatron
$K = (\omega_p y_0/c)\sqrt{\gamma/2}$	paramètre de force de l'oscillation
I	énergie rayonnée
P	puissance instantanée rayonnée
ω	fréquence d'émission
$\omega_c = (3/2)K\gamma^2\omega_\beta$	fréquence critique d'émission
$\boldsymbol{n}$	direction d'émission du rayonnement
N_X	Nombre de photons émis
B	Brillance du rayonnement

Paramètres numériques	
Δt	pas temporel
$\Delta x,\ \Delta y,\ \Delta z$	pas spatiaux dans les directions x, y et z
Δr	pas radial (CALDER-Circ)

Annexe B – Émission synchrotron quantique

Cette annexe est tirée directement des travaux présentés dans les papiers [Erber, 1966, Kirk *et al.*, 2009].

L'importance des effets d'électrodynamique quantique agissant sur l'électron dépend directement de l'invariant de Lorentz pour l'électron :

$$\eta = \frac{e\hbar}{m_e^3 c^4} |F_{\mu\nu} p^\nu|.$$

Le taux de production de photons par un électron d'énergie $\gamma m_e c^2$ est donné par :

$$Q_{ph} = \int_0^\infty \frac{d^2 N}{d\chi dt} d\chi = \frac{\sqrt{3}\alpha_F c \eta}{2\pi \tau_c \gamma} \int_0^\infty \frac{G(\eta, \chi)}{\chi} d\chi,$$

où N représente le nombre de photons émis, $\tau_c = \hbar / m_e c$ est la longueur d'onde de Compton de l'électron, et où χ est un invariant de Lorentz pour le photon, qui représente l'énergie du photon émis :

$$\chi = \frac{e\hbar^2}{m_e^3 c^4} |F_{\mu\nu} k^\nu|,$$

avec $\hbar k^\nu$ le quadrivecteur impulsion du photon.

Le calcul de la fonction $G(\eta, \chi)$ représentant l'émission synchrotron quantique est donné par :

$$G(\eta, \chi) = \frac{8\chi^2}{3\sqrt{3}\pi\eta^4} \sum_{i=1}^{3} m_i(x) J_i(y)$$

où $x = \dfrac{2\chi}{\eta}$ et $y = \dfrac{2\chi}{3\eta(\eta - \chi)}$, et où on suppose que $\chi < \eta$, ce qui représente le fait que l'énergie du photon émis ne peut excéder celle de l'électron. Les coefficients apparaissant dans cette équation sont quant-à eux :

$$\begin{aligned} m_1(x) &= 1 + (1-x)^{-2}, \\ m_2(x) &= 2(1-x)^{-1}, \\ m_3(x) &= x^2 (1-x)^{-2}, \end{aligned}$$

ainsi que

$$\begin{aligned} J_1(y) &= \frac{1}{3y^2} \int_y^\infty \frac{u}{\sqrt{(u/y)^{2/3} - 1}} K_{2/3}^2(u) du, \\ J_2(y) &= \frac{1}{3y} \int_y^\infty \left(\frac{u}{y}\right)^{1/3} \sqrt{(u/y)^{2/3} - 1} K_{1/3}^2(u) du, \end{aligned}$$

$$J_3(y) = \frac{1}{3y^2} \int_y^\infty \frac{u}{\sqrt{(u/y)^{2/3} - 1}} K_{1/3}^2(u) du,$$

où K_m désigne la fonction de Bessel modifiée de deuxième espèce d'ordre réel m.

Ces calculs sont en réalité assez lourds à effectuer pour chaque particule à chaque pas de temps, c'est pour cela qu'on tabule la valeur des intégrales $\int_0^\infty \frac{G(\eta, \chi)}{\chi} d\chi$ et $\int_0^\infty G(\eta, \chi) d\chi$ en entrée de code.

Références

Albert, F., Thomas, A. G. R., Mangles, S. P. D., Banerjee, S., Corde, S., Flacco, A., Litos, M., Neely, D., Vieira, J., Najmudin, Z., Bingham, R., Joshi, C. & Katsouleas, T. (2014). *Laser wakefield accelerator based light sources : potential applications and requirements.* Plasma Physics and Controlled Fusion **56**, no. 8, p. 084015. 110

Andreev, N. (1992). *Resonant excitation of wakefields by a laser pulse.* JETP lett **55**, no. 10. 79

Antonsen, T. M. & Mora, P. (1992). *Self-focusing and raman scattering of laser pulses in tenuous plasmas.* Phys. Rev. Lett. **69**, p. 2204–2207. 79

Batani, D., Hulin, S., Ducret, J. E., d'Humières, E., Tikhonchuk, V., Caron, J., Feugeas, J.-L., Nicolai, P., Koenig, M., Bastiani-Ceccotti, S., Fuchs, J., Ceccotti, T., Dobosz-Dufrenoy, S., Szabo-Foster, C., Serani, L., Volpe, L., Perego, C., Lantuejoul-Thfoin, I., Lefebvre, E., Fontaine, A. C. L., Miquel, J.-L., Blanchot, N., Casner, A., Duval, A., Reverdin, C., Wrobel, R., Gazave, J., Dubois, J.-L., & Raffestin, D. (2013). *Development of the petal laser facility and its diagnostic tools.* Acta Polytechnica **53**, no. 2, p. 103. 78

Beaurepaire, B., Vernier, A., Bocoum, M., Böhle, F., Jullien, A., Rousseau, J.-P., Lefrou, T., Douillet, D., Iaquaniello, G., Lopez-Martens, R., Lifschitz, A. & Faure, J. (2015). *Effect of the laser wave front in a laser-plasma accelerator.* Phys. Rev. X **5**, p. 031012. 96

Berezhiani, V. I. & Murusidze, I. G. (1992). *Interaction of highly relativistic short laser pulses with plasmas and nonlinear wake-field generation.* Physica Scripta **45**, no. 2, p. 87. 23

Birdsall, C. K. & Langdon, A. B. (2004). *Plasma physics via computer simulation.* CRC Press. 54

Blanchot, N., Behar, G., Berthier, T., Busserole, B., Chappuis, C., Damiens-Dupont, C., Garcia, P., Granet, F., Grosset-Grange, C., Goossens, J.-P., Hilsz, L., Laborde, F., Lacombe, T., Laniesse, F., Lavastre, E., Luce, J., Macias, F., Mazataud, E., Miquel, J. L., Néauport, J., Noailles, S., Patelli, P., Perrot-Minot, E., Present, C., Raffestin, D., Remy, B., Rouyer, C. & Valla, D. (2013). *Overview of petal, the multi-petawatt project in the lmj facility.* EPJ Web of Conferences **59**, p. 07001. 78

Boris, J. (1970). *Relativistic plasma simulation-optimization of a hybrid code*. Dans *Proceeding of the Fourth Conference on Numerical Simulations of Plasmas, Naval Res. Lab, Wash. DC*, p. 3–67. 56

Buck, A., Nicolai, M., Schmid, K., Sears, C. M., Sävert, A., Mikhailova, J. M., Krausz, F., Kaluza, M. C. & Veisz, L. (2011). *Real-time observation of laser-driven electron acceleration*. Nature Physics **7**, no. 7, p. 543–548. 93

Buck, A., Wenz, J., Xu, J., Khrennikov, K., Schmid, K., Heigoldt, M., Mikhailova, J. M., Geissler, M., Shen, B., Krausz, F., Karsch, S. & Veisz, L. (2013). *Shock-front injector for high-quality laser-plasma acceleration*. Phys. Rev. Lett. **110**, p. 185006. 112

Bulanov, S., Naumova, N., Pegoraro, F. & Sakai, J. (1998). *Particle injection into the wave acceleration phase due to nonlinear wake wave breaking*. Phys. Rev. E **58**, p. R5257–R5260. 29

Butler, A., Spence, D. J. & Hooker, S. M. (2002). *Guiding of high-intensity laser pulses with a hydrogen-filled capillary discharge waveguide*. Phys. Rev. Lett. **89**, p. 185003. 122

Chen, M., Esarey, E., Geddes, C. G. R., Schroeder, C. B., Plateau, G. R., Bulanov, S. S., Rykovanov, S. & Leemans, W. P. (2013). *Modeling classical and quantum radiation from laser-plasma accelerators*. Phys. Rev. ST Accel. Beams **16**, p. 030701. 64

Cipiccia, S., M. R. Islam, Ersfeld, B., R. P. Shanks, Brunetti, E., Vieux, G., Yang, X., R. C. Issac, S. M. Wiggins, G. H. Welsh, M.-P. Anania, Maneuski, D., Montgomery, R., Smith, G., Hoek, M., D. J. Hamilton, N. R. C. Lemos, Symes, D., andV. O. Shea, P., J. M. Dias & D. A. Jaroszynski (2011). *Gamma-rays from harmonically resonant betatron oscillations in a plasma wake*. Nature Physics **7**, p. 867–871. 12, 111, 154

Corde, S. (2012). *Des accélérateurs laser-plasma aux sources de rayonnement X femtoseconde : étude, développement et applications*. Thèse de doctorat, École polytechnique. 37, 46

Corde, S., Ta Phuoc, K., Lambert, G., Fitour, R., Malka, V., Rousse, A., Beck, A. & Lefebvre, E. (2013a). *Femtosecond x rays from laser-plasma accelerators*. Rev. Mod. Phys. **85**, p. 1–48. 10, 73

Corde, S., Thaury, C., Lifschitz, A., Lambert, G., Phuoc, K. T., Davoine, X., Lehe, R., Douillet, D., Rousse, A. & Malka, V. (2013b).

Observation of longitudinal and transverse self-injections in laser-plasma accelerators. Nat. Comm. **4**, p. 1501. 62, 94, 114

Corde, S., Thaury, C., Phuoc, K. T., Lifschitz, A., Lambert, G., Faure, J., Lundh, O., Benveniste, E., Ben-Ismail, A., Arantchuk, L., Marciniak, A., Stordeur, A., Brijesh, P., Rousse, A., Specka, A. & Malka, V. (2011). *Mapping the x-ray emission region in a laser-plasma accelerator.* Phys. Rev. Lett. **107**, p. 215004. 103

Cummings, P. & Thomas, A. G. R. (2011). *A computational investigation of the impact of aberrated gaussian laser pulses on electron beam properties in laser-wakefield acceleration experiments.* Physics of Plasmas **18**, no. 5, p. 053110. 93

Davoine, X. (2009). *Accélération électronique par sillage laser et sources de rayonnements associées.* Thèse de doctorat, Université de Versailles Saint-Quentin-en-Yvelines. 32, 62

Davoine, X., Lefebvre, E., Rechatin, C., Faure, J. & Malka, V. (2009). *Cold optical injection producing monoenergetic, multi-gev electron bunches.* Phys. Rev. Lett. **102**, p. 065001. 29

Dawson, J. M. (1983). *Particle simulation of plasmas.* Rev. Mod. Phys. **55**, p. 403–447. 54

Decker, C. D., Mori, W. B., Tzeng, K.-C. & Katsouleas, T. (1996). *The evolution of ultra-intense, short-pulse lasers in underdense plasmas.* Physics of Plasmas **3**, no. 5, p. 2047–2056. 34

Döpp, A. (2016). Thèse de doctorat. 134, 135

Döpp, A., Guillaume, E., Thaury, C., Gautier, J., Phuoc, K. T. & Malka, V. (2016). *3d printing of gas jet nozzles for laser-plasma accelerators.* arXiv preprint arXiv :1605.01518 . 134

Elder, F. R., Gurewitsch, A. M., Langmuir, R. V. & Pollock, H. C. (1947). *Radiation from electrons in a synchrotron.* Phys. Rev. **71**, p. 829–830. 44

Erber, T. (1966). *High-energy electromagnetic conversion processes in intense magnetic fields.* Rev. Mod. Phys. **38**, p. 626–659. 75, 160

Esarey, E., Hubbard, R. F., Leemans, W. P., Ting, A. & Sprangle, P. (1997). *Electron injection into plasma wakefields by colliding laser pulses.* Phys. Rev. Lett. **79**, p. 2682–2685. 29

Esarey, E. & Pilloff, M. (1995). *Trapping and acceleration in nonlinear plasma waves.* Physics of Plasmas **2**, no. 5, p. 1432–1436. 23

Esarey, E., Ride, S. K. & Sprangle, P. (1993). *Nonlinear thomson scattering of intense laser pulses from beams and plasmas.* Phys. Rev. E **48**, p. 3003–3021. 10, 69, 71

Esarey, E., Schroeder, C. B. & Leemans, W. P. (2009). *Physics of laser-driven plasma-based electron accelerators.* Rev. Mod. Phys. **81**, p. 1229–1285. 124

Esarey, E., Shadwick, B., Catravas, P. & Leemans, W. (2002). *Synchrotron radiation from electron beams in plasma-focusing channels.* Physical Review E **65**, no. 5, p. 056505. 10, 47

Esarey, E., Sprangle, P., Krall, J. & Ting, A. (1996). *Overview of plasma-based accelerator concepts.* IEEE Trans. Plasm. Sci. **24**, no. 2, p. 252–288. 20, 21

Esirkepov, T. (2001). *Exact charge conservation scheme for particle-in-cell simulation with an arbitrary form-factor.* Computer Physics Communications **135**, no. 2, p. 144 – 153. 57

Faure, J., Glinec, Y., Pukhov, A., Kiselev, S., Gordienko, S., Lefebvre, E., J.P. Rousseau, Burgy, F. & Malka, V. (2004). *A laser-plasma accelerator producing monoenergetic electron beams.* Nature **431**, p. 541–544. 11

Faure, J., Rechatin, C., Norlin, A., Lifschitz, A., Glinec, Y. & Malka, V. (2006). *Controlled injection and acceleration of electrons in plasma wakefields by colliding laser pulses.* Nature **444**, p. 737–739. 11, 29

Ferri, J. & Davoine, X. (2017). *Enhancement of betatron x-rays through asymmetric laser wakefield generated in transverse density gradients.* Soumis à Physical Review Letters . 122

Ferri, J., Davoine, X., Fourmaux, S., Kieffer, J., Corde, S., Phuoc, K. T. & Lifschitz, A. (2016a). *Effect of experimental laser imperfections on laser wakefield acceleration and betatron source.* Scientific Reports **6**, no. 27846. 94

Ferri, J., Davoine, X., Kalmykov, S. Y. & Lifschitz, A. (2016b). *Electron acceleration and high-brilliance x-ray radiation in kilojoule, subpicosecond laser-plasma interactions.* Phys. Rev. Accel. Beams **19**, p. 101301. 91

Fonseca, R. A., Vieira, J., Fiuza, F., Davidson, A., Tsung, F. S., Mori, W. B. & Silva, L. O. (2013). *Exploiting multi-scale parallelism for large scale*

numerical modelling of laser wakefield accelerators. Plasma Physics and Controlled Fusion **55**, no. 12, p. 124011. 63

Fourmaux, S., Corde, S., K. Ta Phuoc, Lassonde, P., Lebrun, G., Payeur, S., Martin, F., Sebban, S., Malka, V., Rousse, A. & J. C. Kieffer (2011a). *Single shot phase contrast imaging using laser-produced betatron x-ray beams*. Opt. Lett. **36**, p. 2426–2428. 11, 110

Fourmaux, S., Corde, S., Phuoc, K. T., Leguay, P. M., Payeur, S., Lassonde, P., Gnedyuk, S., Lebrun, G., Fourment, C., Malka, V., Sebban, S., Rousse, A. & Kieffer, J. C. (2011b). *Demonstration of the synchrotron-type spectrum of laser-produced betatron radiation*. New Journal of Physics **13**, no. 3, p. 033017. 49, 94

Fubiani, G., Esarey, E., Schroeder, C. B. & Leemans, W. P. (2004). *Beat wave injection of electrons into plasma waves using two interfering laser pulses*. Phys. Rev. E **70**, p. 016402. 25, 29

Geddes, C., Toth, C., Van Tilborg, J., Esarey, E., Schroeder, C., Bruhwiler, D., Nieter, C., Cary, J. & Leemans, W. (2004). *High-quality electron beams from a laser wakefield accelerator using plasma-channel guiding*. Nature **431**, no. 7008, p. 538–541. 11

Geddes, C. G. R., Nakamura, K., Plateau, G. R., Toth, C., Cormier-Michel, E., Esarey, E., Schroeder, C. B., Cary, J. R. & Leemans, W. P. (2008). *Plasma-density-gradient injection of low absolute-momentum-spread electron bunches*. Phys. Rev. Lett. **100**, p. 215004. 29

Genoud, G., Bloom, M. S., Vieira, J., Burza, M., Najmudin, Z., Persson, A., Silva, L. O., Svensson, K., Wahlström, C.-G. & Mangles, S. P. D. (2013). *Increasing energy coupling into plasma waves by tailoring the laser radial focal spot distribution in a laser wakefield accelerator*. Phys. Plasmas **20**, no. 6, p. 064501. 100

Gerchberg, R. W. & Saxton, W. O. (1972). *A practical algorithm for the determination of phase from image and diffraction plane pictures*. Optik **35**, p. 227–246. 96

Glinec, Y. (2006). *Propagation d'une impulsion laser ultra-intense dans un plasma sous-dense : Génération de faisceaux d'électrons quasi monoénergétiques et développement d'applications*. Thèse de doctorat, École polytechnique. 37

Gonsalves, A., Nakamura, K., Lin, C., Panasenko, D., Shiraishi, S., Sokollik, T., Benedetti, C., Schroeder, C., Geddes, C., Van Tilborg, J. *et al.* (2011). *Tunable laser plasma accelerator based on longitudinal density tailoring*. Nature Physics **7**, no. 11, p. 862–866. 122

Gonsalves, A. J., Nakamura, K., Lin, C., Osterhoff, J., Shiraishi, S., Schroeder, C. B., Geddes, C. G. R., Tóth, C., Esarey, E. & Leemans, W. P. (2010). *Plasma channel diagnostic based on laser centroid oscillationsa)*. Physics of Plasmas **17**, no. 5, p. 056706. 123

Gorbunov, L. & Kirsanov, V. (1987). *Excitation of plasma waves by an electromagnetic wave packet*. Sov. Phys. JETP **66**, no. 290-294, p. 40. 22

Gordienko, S. & Pukhov, A. (2005). *Scalings for ultrarelativistic laser plasmas and quasimonoenergetic electrons*. Physics of Plasmas **12**. 11, 33

Guillaume, E., Döpp, A., Thaury, C., Lifschitz, A., Goddet, J.-P., Tafzi, A., Sylla, F., Iaquanello, G., Lefrou, T., Rousseau, P., Phuoc, K. T. & Malka, V. (2015a). *Physics of fully-loaded laser-plasma accelerators*. Phys. Rev. ST Accel. Beams **18**, p. 061301. 33

Guillaume, E., Döpp, A., Thaury, C., Ta Phuoc, K., Lifschitz, A., Grittani, G., Goddet, J.-P., Tafzi, A., Chou, S. W., Veisz, L. & Malka, V. (2015b). *Electron rephasing in a laser-wakefield accelerator*. Phys. Rev. Lett. **115**, p. 155002. 112

Hansson, M., Aurand, B., Davoine, X., Ekerfelt, H., Svensson, K., Persson, A., Wahlström, C.-G. & Lundh, O. (2015). *Down-ramp injection and independently controlled acceleration of electrons in a tailored laser wakefield accelerator*. Phys. Rev. ST Accel. Beams **18**, p. 071303. 122

He, Z.-H., Hou, B., Lebailly, V., Nees, J., Krushelnick, K. & Thomas, A. (2015). *Coherent control of plasma dynamics*. Nat. Comm. **6**, p. 7156. 93

Hockney, R. W. & Eastwood, J. W. (1988). *Computer simulation using particles*. CRC Press. 54

Huang, K., Li, Y., Li, D., Chen, L., Tao, M., Ma, Y., Zhao, J., Li, M., Chen, M., Mirzaie, M. *et al.* (2016). *Resonantly enhanced betatron hard x-rays from ionization injected electrons in a laser plasma accelerator*. Scientific reports **6**, p. 27633. 12, 111, 154

Jackson, J. D. (1975). *Classical Electrodynamics*. Wiley, New York. 39, 41

Ju, J., Svensson, K., Döpp, A., Ferrari, H. E., Cassou, K., Neveu, O., Genoud, G., Wojda, F., Burza, M., Persson, A., Lundh, O., Wahlström, C.-G. & Cros, B. (2012). *Enhancement of x-rays generated by a guided laser wakefield accelerator inside capillary tubes*. Applied Physics Letters **100**, no. 19, p. 191106. 153

Kalmykov, S., Davoine, X., Ghebregziabher, I. & Shadwick, B. (2016a). *Customizable electron beams from optically controlled laser plasma acceleration for γ-ray sources based on inverse thomson scattering.* Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A : Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment . 127

Kalmykov, S., Yi, S. A., Khudik, V. & Shvets, G. (2009). *Electron self-injection and trapping into an evolving plasma bubble.* Phys. Rev. Lett. **103**, p. 135004. 28

Kalmykov, S. Y., Beck, A., Yi, S. A., Khudik, V. N., Downer, M. C., Lefebvre, E., Shadwick, B. A. & Umstadter, D. P. (2011). *Electron self-injection into an evolving plasma bubble : Quasi-monoenergetic laser-plasma acceleration in the blowout regimea).* Physics of Plasmas **18**, no. 5, p. 056704. 84

Kalmykov, S. Y., Davoine, X., Ghebregziabher, I., Lehe, R., Lifschitz, A. F. & Shadwick, B. A. (2016b). *Controlled generation of comb-like electron beams in plasma channels for polychromatic inverse thomson γ-ray sources.* Plasma Physics and Controlled Fusion **58**, no. 3, p. 034006. 127

Kalmykov, S. Y., Yi, S. A., Beck, A., Lifschitz, A. F., Davoine, X., Lefebvre, E., Pukhov, A., Khudik, V., Shvets, G., Reed, S. A., Dong, P., Wang, X., Du, D., Bedacht, S., Zgadzaj, R., Henderson, W., Bernstein, A., Dyer, G., Martinez, M., Gaul, E., Ditmire, T. & Downer, M. C. (2010). *Numerical modelling of a 10-cm-long multi-gev laser wakefield accelerator driven by a self-guided petawatt pulse.* New Journal of Physics **12**, no. 4, p. 045019. 114

Katsouleas, S. W. T. & Su, J. D. J. (1987). *Beam loading efficiency in plasma accelerators.* Part. Accel **22**, p. 81–99. 31

Khan, S. (2008). *Free-electron lasers.* Journal of Modern Optics **55**, no. 21, p. 3469–3512. 39

Kim, H. T., Pae, K. H., Cha, H. J., Kim, I. J., Yu, T. J., Sung, J. H., Lee, S. K., Jeong, T. M. & Lee, J. (2013). *Enhancement of electron energy to the multi-gev regime by a dual-stage laser-wakefield accelerator pumped by petawatt laser pulses.* Phys. Rev. Lett. **111**, p. 165002. 78

Kirk, J. G., Bell, A. R. & Arka, I. (2009). *Pair production in counter-propagating laser beams.* Plasma Physics and Controlled Fusion **51**, no. 8, p. 085008. 75, 160

Kneip, S., McGuffey, C., Dollar, F., M. S. Bloom, Chvykov, V., Kalintchenko, G., Krushelnick, K., Maksimchuk, A., S. P. D. Mangles, Matsuoka, T., Najmudin, Z., C. A. J. Palmer, Schreiber, J., Schumaker, W., A. G. R. Thomas & Yanovsky, V. (2011). *X-ray phase contrast imaging of biological specimens with femtosecond pulses of betatron radiation from a compact laser plasma wakefield accelerator*. Appl. Phys. Lett. **99**. 11, 110

Kneip, S., McGuffey, C., J. L. Martins, S. F. Martins, Bellei, C., Chvykov, V., Dollar, F., Fonseca, R., Huntington, C., Kalintchenko, G., Maksimchuk, A., S. P. D. Mangles, Matsuoka, T., S. R. Nagel, C. A. J. Palmer, Schreiber, J., K. Ta Phuoc, A. G. R. Thomas, Yanovsky, V., L. O. Silva, Krushelnick, K. & Najmudin, Z. (2010). *Bright spatially coherent synchrotron X-rays from a table-top source*. Nature Physics **6**, p. 980 – 983. 11, 110, 148

Kneip, S., McGuffey, C., Martins, J. L., Bloom, M. S., Chvykov, V., Dollar, F., Fonseca, R., Jolly, S., Kalintchenko, G., Krushelnick, K., Maksimchuk, A., Mangles, S. P. D., Najmudin, Z., Palmer, C. A. J., Phuoc, K. T., Schumaker, W., Silva, L. O., Vieira, J., Yanovsky, V. & Thomas, A. G. R. (2012). *Characterization of transverse beam emittance of electrons from a laser-plasma wakefield accelerator in the bubble regime using betatron x-ray radiation*. Phys. Rev. ST Accel. Beams **15**, p. 021302. 110

Kneip, S., Nagel, S. R., Bellei, C., Bourgeois, N., Dangor, A. E., Gopal, A., Heathcote, R., Mangles, S. P. D., Marquès, J. R., Maksimchuk, A., Nilson, P. M., Phuoc, K. T., Reed, S., Tzoufras, M., Tsung, F. S., Willingale, L., Mori, W. B., Rousse, A., Krushelnick, K. & Najmudin, Z. (2008). *Observation of synchrotron radation from electrons accelerated in a petawatt-laser-generated plasma cavity*. Phys. Rev. Lett. **100**, p. 105006. 78, 82

Kostyukov, I., Pukhov, A. & Kiselev, S. (2004). *Phenomenological theory of laser-plasma interaction in "bubble" regime*. Physics of Plasmas **11**, no. 11. 33, 37

Kotaki, H., Masuda, S., Kando, M., Koga, J. K. & Nakajima, K. (2004). *Head-on injection of a high quality electron beam by the interaction of two laser pulses*. Physics of Plasmas **11**, no. 6. 29

Kruer, W. (1988). *The physics of laser plasma interactions*. Reading, MA (US) ; Addison-Wesley Publishing Co. 21

Leemans, W., Nagler, B., Gonsalves, A., Toth, C., Nakamura, K., Geddes, C., Esarey, E., Schroeder, C. & Hooker, S. (2006). *Gev electron beams from a centimetre-scale accelerator*. Nature physics **2**, no. 10, p. 696–699. 11, 123

Leemans, W. P., Gonsalves, A. J., Mao, H.-S., Nakamura, K., Benedetti, C., Schroeder, C. B., Tóth, C., Daniels, J., Mittelberger, D. E., Bulanov, S. S., Vay, J.-L., Geddes, C. G. R. & Esarey, E. (2014). *Multi-gev electron beams from capillary-discharge-guided subpetawatt laser pulses in the self-trapping regime*. Phys. Rev. Lett. **113**, p. 245002. 11, 78

Lefebvre, E., Cochet, N., Fritzler, S., Malka, V., Aléonard, M.-M., Chemin, J.-F., Darbon, S., Disdier, L., Faure, J., Fedotoff, A. *et al.* (2003). *Electron and photon production from relativistic laser–plasma interactions*. Nuclear Fusion **43**, no. 7, p. 629. 12, 52

Lehe, R., Kirchen, M., Andriyash, I. A., Godfrey, B. B. & Vay, J.-L. (2016). *A spectral, quasi-cylindrical and dispersion-free particle-in-cell algorithm*. Computer Physics Communications **203**, p. 66 – 82. 63

Lehe, R., Lifschitz, A., Thaury, C., Malka, V. & Davoine, X. (2013). *Numerical growth of emittance in simulations of laser-wakefield acceleration*. Phys. Rev. ST Accel. Beams **16**, p. 021301. 59, 60

Lehe, R., Thaury, C., Guillaume, E., Lifschitz, A. & Malka, V. (2014). *Laser-plasma lens for laser-wakefield accelerators*. Phys. Rev. ST Accel. Beams **17**, no. 12, p. 121301. 12, 111, 154

Lemos, N., Martins, J. L., Tsung, F. S., Shaw, J. L., Marsh, K. A., Albert, F., Pollock, B. B. & Joshi, C. (2016). *Self-modulated laser wakefield accelerators as x-ray sources*. Plasma Physics and Controlled Fusion **58**, no. 3, p. 034018. 79

Lifschitz, A. F., Davoine, X., Lefebvre, E., Faure, J., Rechatin, C. & Malka, V. (2009). *Particle-in-Cell modelling of laser-plasma interaction using Fourier decomposition*. J. Comp. Phys. **228**, p. 1803–1814. 12, 52, 60, 62

Liu, J. S., Xia, C. Q., Wang, W. T., Lu, H. Y., Wang, C., Deng, A. H., Li, W. T., Zhang, H., Liang, X. Y., Leng, Y. X., Lu, X. M., Wang, C., Wang, J. Z., Nakajima, K., Li, R. X. & Xu, Z. Z. (2011). *All-optical cascaded laser wakefield accelerator using ionization-induced injection*. Phys. Rev. Lett. **107**, p. 035001. 30

Lobet, M. (2015). *Radiative and quantum electrodynamics effects in extreme intensity laser-matter interaction*. Thèse de doctorat, Université de Bordeaux. 57, 63, 74

Lu, W., Huang, C., Zhou, M., Mori, W. B. & Katsouleas, T. (2006a). *Nonlinear theory for relativistic plasma wakefields in the blowout regime*. Phys. Rev. Lett. **96**, p. 165002. 33

Lu, W., Huang, C., Zhou, M., Tzoufras, M., Tsung, F. S., Mori, W. B. & Katsouleas, T. (2006b). *A nonlinear theory for multidimensional relativistic plasma wave wakefieldsa)*. Physics of Plasmas **13**, no. 5. 33

Lu, W., Tzoufras, M., Joshi, C., Tsung, F., Mori, W., Vieira, J., Fonseca, R. & Silva, L. (2007). *Generating multi-GeV electron bunches using single stage laser wakefield acceleration in a 3D nonlinear regime*. Phys. Rev. ST Accel. Beams **10**, p. 061301. 11, 33, 35, 83, 124

Lundh, O., Lim, J., Rechatin, C., Ammoura, L., Ben-Ismail, A., Davoine, X., Gallot, G., Goddet, J.-P., Lefebvre, E., Malka, V. *et al.* (2011). *Few femtosecond, few kiloampere electron bunch produced by a laser-plasma accelerator*. Nature Physics **7**, no. 3, p. 219–222. 110

Mangles, S., Murphy, C., Najmudin, Z., Thomas, A., Collier, J., Dangor, A., Divall, E., Foster, P., Gallacher, J., Hooker, C. *et al.* (2004). *Monoenergetic beams of relativistic electrons from intense laser–plasma interactions*. Nature **431**, no. 7008, p. 535–538. 11

Mangles, S. P. D., Genoud, G., Kneip, S., Burza, M., Cassou, K., Cros, B., Dover, N. P., Kamperidis, C., Najmudin, Z., Persson, A., Schreiber, J., Wojda, F. & Wahlström, C.-G. (2009). *Controlling the spectrum of x-rays generated in a laser-plasma accelerator by tailoring the laser wavefront*. Applied Physics Letters **95**, no. 18, p. 181106. 93

Mangles, S. P. D., Thomas, A. G. R., Lundh, O., Lindau, F., Kaluza, M. C., Persson, A., Wahlström, C.-G., Krushelnick, K. & Najmudin, Z. (2007). *On the stability of laser wakefield electron accelerators in the monoenergetic regime*. Physics of Plasmas **14**, no. 5. 11

Martins, S. F., Fonseca, R., Lu, W., Mori, W. & Silva, L. (2010). *Exploring laser-wakefield-accelerator regimes for near-term lasers using particle-in-cell simulation in lorentz-boosted frames*. Nature Physics **6**, no. 4, p. 311–316. 63

Masson-Laborde, P. E., Mo, M. Z., Ali, A., Fourmaux, S., Lassonde, P., Kieffer, J. C., Rozmus, W., Teychenné, D. & Fedosejevs, R. (2014). *Giga-electronvolt electrons due to a transition from laser wakefield acceleration to plasma wakefield acceleration*. Physics of Plasmas **21**, no. 12, p. 123113. 137

McGuffey, C., Thomas, A. G. R., Schumaker, W., Matsuoka, T., Chvykov, V., Dollar, F. J., Kalintchenko, G., Yanovsky, V., Maksimchuk, A., Krushelnick, K., Bychenkov, V. Y., Glazyrin, I. V. & Karpeev, A. V. (2010). *Ionization induced trapping in a laser wakefield accelerator.* Phys. Rev. Lett. **104**, p. 025004. 30

Modena, A., Najmudin, Z., Dangor, A., Clayton, C., Marsh, K., Joshi, C., Malka, V., Darrow, C., Danson, C., Neely, D. *et al.* (1995). *Electron acceleration from the breaking of relativistic plasma waves.* Nature **377**, no. 6550, p. 606–608. 79

Mora, P. & Antonsen, Jr., T. M. (1997). *Kinetic modeling of intense, short laser pulses propagating in tenuous plasmas.* Physics of Plasmas **4**, no. 1, p. 217–229. 62

Mori, W. B. (1997). *The physics of the nonlinear optics of plasmas at relativistic intensities for short-pulse lasers.* IEEE J. Quantum Electron., **33**, no. 11, p. 1942. 20

Nakanii, N., Hosokai, T., Iwasa, K., Pathak, N. C., Masuda, S., Zhidkov, A. G., Nakahara, H., Takeguchi, N., Mizuta, Y., Otsuka, T. P., Sueda, K., Nakamura, H. & Kodama, R. (2016). *Effect of halo on the stability of electron bunches in laser wakefield acceleration.* EPL (Europhysics Letters) **113**, no. 3, p. 34002. 93

Nakashima, H. (2015). *Manycore challenge in particle-in-cell simulation : How to exploit 1 tflops peak performance for simulation codes with irregular computation.* Computers & Electrical Engineering **46**, p. 81–94. 63

Németh, K., Shen, B., Li, Y., Shang, H., Crowell, R., Harkay, K. C. & Cary, J. R. (2008). *Laser-driven coherent betatron oscillation in a laser-wakefield cavity.* Phys. Rev. Lett. **100**, p. 095002. 12, 111

Nerush, E. N. & Kostyukov, I. Y. (2009). *Carrier-envelope phase effects in plasma-based electron acceleration with few-cycle laser pulses.* Phys. Rev. Lett. **103**, p. 035001. 103

Osterhoff, J., Popp, A., Major, Z., Marx, B., Rowlands-Rees, T. P., Fuchs, M., Geissler, M., Hörlein, R., Hidding, B., Becker, S., Peralta, E. A., Schramm, U., Grüner, F., Habs, D., Krausz, F., Hooker, S. M. & Karsch, S. (2008). *Generation of stable, low-divergence electron beams by laser-wakefield acceleration in a steady-state-flow gas cell.* Phys. Rev. Lett. **101**, p. 085002. 11

Pak, A., Marsh, K. A., Martins, S. F., Lu, W., Mori, W. B. & Joshi, C. (2010). *Injection and trapping of tunnel-ionized electrons into laser-produced wakes.* Phys. Rev. Lett. **104**, p. 025003. 30

Plateau, G. R., Geddes, C. G. R., Thorn, D. B., Chen, M., Benedetti, C., Esarey, E., Gonsalves, A. J., Matlis, N. H., Nakamura, K., Schroeder, C. B., Shiraishi, S., Sokollik, T., van Tilborg, J., Toth, C., Trotsenko, S., Kim, T. S., Battaglia, M., Stöhlker, T. & Leemans, W. P. (2012). *Low-emittance electron bunches from a laser-plasma accelerator measured using single-shot x-ray spectroscopy.* Phys. Rev. Lett. **109**, p. 064802. 110

Pollock, B. B., Clayton, C. E., Ralph, J. E., Albert, F., Davidson, A., Divol, L., Filip, C., Glenzer, S. H., Herpoldt, K., Lu, W., Marsh, K. A., Meinecke, J., Mori, W. B., Pak, A., Rensink, T. C., Ross, J. S., Shaw, J., Tynan, G. R., Joshi, C. & Froula, D. H. (2011). *Demonstration of a narrow energy spread, ~ 0.5 GeV electron beam from a two-stage laser wakefield accelerator.* Phys. Rev. Lett. **107**, p. 045001. 30

Popp, A., Vieira, J., Osterhoff, J., Major, Z., Hörlein, R., Fuchs, M., Weingartner, R., Rowlands-Rees, T. P., Marti, M., Fonseca, R. A., Martins, S. F., Silva, L. O., Hooker, S. M., Krausz, F., Grüner, F. & Karsch, S. (2010). *All-optical steering of laser-wakefield-accelerated electron beams.* Phys. Rev. Lett. **105**, p. 215001. 107

Powers, N. D., Ghebregziabher, I., Golovin, G., Liu, C., Chen, S., Banerjee, S., Zhang, J. & Umstadter, D. P. (2014). *Quasi-monoenergetic and tunable x-rays from a laser-driven compton light source.* Nature Photonics **8**, no. 1, p. 28–31. 69

Pukhov, A. & Meyer-ter Vehn, J. (2002). *Laser wake field acceleration : the highly non-linear broken-wave regime.* Applied Physics B **74**, no. 4, p. 355–361. 33, 114

Rechatin, C., Davoine, X., Lifschitz, A., Ismail, A. B., Lim, J., Lefebvre, E., Faure, J. & Malka, V. (2009). *Observation of beam loading in a laser-plasma accelerator.* Phys. Rev. Lett. **103**, p. 194804. 32

Rousse, A., K. Ta Phuoc, R. Shah, A. Pukhov, E. Lefebvre, V. Malka, S. Kiselev, F. Burgy, J.-P. Rousseau, D. Umstadter & D. Hulin (2004). *Production of a kev x-ray beam from synchrotron radiation in relativistic laser-plasma interaction.* Phys. Rev. Lett. **93**, p. 135005. 10, 11, 110

Rykovanov, S. G., Schroeder, C. B., Esarey, E., Geddes, C. G. R. & Leemans, W. P. (2015). *Plasma undulator based on laser excitation of wakefields in a plasma channel.* Phys. Rev. Lett. **114**, p. 145003. 123

Sävert, A., Mangles, S. P. D., Schnell, M., Siminos, E., Cole, J. M., Leier, M., Reuter, M., Schwab, M. B., Möller, M., Poder, K., Jäckel, O., Paulus, G. G., Spielmann, C., Skupin, S., Najmudin, Z. & Kaluza, M. C. (2015). *Direct observation of the injection dynamics of a laser wakefield accelerator using few-femtosecond shadowgraphy.* Phys. Rev. Lett. **115**, p. 055002. 93

Schmid, K., Buck, A., Sears, C. M. S., Mikhailova, J. M., Tautz, R., Herrmann, D., Geissler, M., Krausz, F. & Veisz, L. (2010). *Density-transition based electron injector for laser driven wakefield accelerators.* Phys. Rev. ST Accel. Beams **13**, p. 091301. 112

Schroeder, C. B., Esarey, E., Geddes, C. G. R., Benedetti, C. & Leemans, W. P. (2010). *Physics considerations for laser-plasma linear colliders.* Phys. Rev. ST Accel. Beams **13**, p. 101301. 153

Schwoerer, H., Liesfeld, B., Schlenvoigt, H.-P., Amthor, K.-U. & Sauerbrey, R. (2006). *Thomson-backscattered x rays from laser-accelerated electrons.* Phys. Rev. Lett. **96**, p. 014802. 10, 69

Shah, R. C., Albert, F., Ta Phuoc, K., Shevchenko, O., Boschetto, D., Pukhov, A., Kiselev, S., Burgy, F., Rousseau, J.-P. & Rousse, A. (2006). *Coherence-based transverse measurement of synchrotron x-ray radiation from relativistic laser-plasma interaction and laser-accelerated electrons.* Phys. Rev. E **74**, p. 045401. 110

Sokolov, I. V., Naumova, N. M., Nees, J. A., Mourou, G. A. & Yanovsky, V. P. (2009). *Dynamics of emitting electrons in strong laser fields.* Physics of Plasmas **16**, no. 9, p. 093115. 74

Sprangle, P., Esarey, E., Krall, J. & Joyce, G. (1992). *Propagation and guiding of intense laser pulses in plasmas.* Phys. Rev. Lett. **69**, p. 2200–2203. 79

Sun, G., Ott, E., Lee, Y. C. & Guzdar, P. (1987). *Self-focusing of short intense pulses in plasmas.* Physics of Fluids **30**, no. 2, p. 526–532. 33

Surmin, I., Bastrakov, S., Efimenko, E., Gonoskov, A., Korzhimanov, A. & Meyerov, I. (2016). *Particle-in-cell laser-plasma simulation on xeon phi coprocessors.* Computer Physics Communications **202**, p. 204–210. 63

Ta Phuoc, K., Corde, S., Fitour, R., Shah, R., Albert, F., Rousseau, J.-P., Burgy, F., Rousse, A., Seredov, V. & Pukhov, A. (2008a). *Analysis of wakefield electron orbits in plasma wiggler.* Physics of Plasmas **15**, no. 7, p. 073106. 49

Ta Phuoc, K., Corde, S., Shah, R., Albert, F., Fitour, R., Rousseau, J.-P., Burgy, F., Mercier, B. & Rousse, A. (2006). *Imaging electron trajectories in a laser-wakefield cavity using betatron x-ray radiation.* Phys. Rev. Lett. **97**, p. 225002. 11, 49, 110

Ta Phuoc, K., Corde, S., Thaury, C., Malka, V., Tafzi, A., Goddet, J.-P., Shah, R., Sebban, S. & Rousse, A. (2012). *All-optical compton gamma-ray source.* Nature Photonics **6**, no. 5, p. 308–311. 66, 69, 145

Ta Phuoc, K., Esarey, E., Leurent, V., Cormier-Michel, E., Geddes, C. G. R., Schroeder, C. B., Rousse, A. & Leemans, W. P. (2008b). *Betatron radiation from density tailored plasmas.* Physics of Plasmas **15**, no. 6, p. 063102. 111, 127

Ta Phuoc, K., Fitour, R., Tafzi, A., Garl, T., Artemiev, N., Shah, R., Albert, F., Boschetto, D., Rousse, A., Kim, D.-E., Pukhov, A., Seredov, V. & Kostyukov, I. (2007). *Demonstration of the ultrafast nature of laser produced betatron radiation.* Physics of Plasmas **14**, no. 8, p. 080701. 110

Tajima, T. & Dawson, J. M. (1979). *Laser electron accelerator.* Phys. Rev. Lett. **43**, p. 267–270. 9

Thomas, A. G. R. (2010). *Scalings for radiation from plasma bubbles.* Physics of Plasmas **17**, no. 5, p. 056708. 49

Tzoufras, M., Lu, W., Tsung, F. S., Huang, C., Mori, W. B., Katsouleas, T., Vieira, J., Fonseca, R. A. & Silva, L. O. (2009). *Beam loading by electrons in nonlinear plasma wakesa).* Physics of Plasmas **16**, no. 5. 32

Umstadter, D., Kim, J. K. & Dodd, E. (1996). *Laser injection of ultrashort electron pulses into wakefield plasma waves.* Phys. Rev. Lett. **76**, p. 2073–2076. 29

Vay, J.-L. (2007). *Noninvariance of space- and time-scale ranges under a lorentz transformation and the implications for the study of relativistic interactions.* Phys. Rev. Lett. **98**, p. 130405. 63

Vay, J.-L. (2008). *Simulation of beams or plasmas crossing at relativistic velocitya).* Physics of Plasmas **15**, no. 5, p. 056701. 57

Vieira, J., Martins, J. & Sinha, U. (2016). *Plasma based helical undulator for controlled emission of circularly and elliptically polarised betatron radiation*. arXiv preprint arXiv :1601.04422 . 154

Vieira, J., Martins, S. F., Fiúza, F., Huang, C. K., Mori, W. B., Mangles, S. P. D., Kneip, S., Nagel, S., Najmudin, Z. & Silva, L. O. (2012). *Influence of realistic parameters on state-of-the-art laser wakefield accelerator experiments*. Plasma Phys. Controlled Fusion **54**, no. 5, p. 055010. 94, 99

Vieira, J., Martins, S. F., Pathak, V. B., Fonseca, R. A., Mori, W. B. & Silva, L. O. (2011). *Magnetic control of particle injection in plasma based accelerators*. Phys. Rev. Lett. **106**, p. 225001. 30

Wang, S., Clayton, C. E., Blue, B. E., Dodd, E. S., Marsh, K. A., Mori, W. B., Joshi, C., Lee, S., Muggli, P., Katsouleas, T., Decker, F. J., Hogan, M. J., Iverson, R. H., Raimondi, P., Walz, D., Siemann, R. & Assmann, R. (2002). *X-ray emission from betatron motion in a plasma wiggler*. Phys. Rev. Lett. **88**, p. 135004. 110, 111

Wang, X., Zgadzaj, R., Fazel, N., Li, Z., Yi, S. A., Zhang, X., Henderson, W., Chang, Y.-Y., Korzekwa, R., Tsai, H.-E., Pai, C.-H., Quevedo, H., Dyer, G., Gaul, E., Martinez, M., Bernstein, A. C., Borger, T., Spinks, M., Donovan, M., Khudik, V., Shvets, G., Ditmire, T. & Downer, M. C. (2013). *Quasi-monoenergetic laser-plasma acceleration of electrons to 2 gev*. Nat. Commun. **4**, p. 1988. 78

Whittum, D. H., Sharp, W. M., Yu, S. S., Lampe, M. & Joyce, G. (1991). *Electron-hose instability in the ion-focused regime*. Phys. Rev. Lett. **67**, p. 991–994. 141

Yee, K. S. *et al.* (1966). *Numerical solution of initial boundary value problems involving maxwell's equations in isotropic media*. IEEE Trans. Antennas Propag **14**, no. 3, p. 302–307. 55, 57

Zhang, C., Hua, J., Xu, X., Li, F., Pai, C.-H., Wan, Y., Wu, Y., Gu, Y., Mori, W., Joshi, C. *et al.* (2016). *Capturing relativistic wakefield structures in plasmas using ultrashort high-energy electrons as a probe*. Scientific Reports **6**. 93

université PARIS-SACLAY
ÉCOLE DOCTORALE
Ondes et Matière (EDOM)

Titre : Étude des rayonnements Bétatron et Compton dans l'accélération d'électrons par sillage laser.

Mots clefs : Interaction laser-matière, plasma, accélération par sillage laser, source X bétatron, code PIC (*Particle-In-Cell*

Résumé : Une impulsion laser ultra-courte et ultra-intense se propageant dans un gaz de faible densité est capable d'accélérer une partie des électrons de ce gaz à des énergies relativistes, de l'ordre de quelques centaines de MeV, sur des distances de seulement quelques millimètres. Pendant leur accélération et dû à leur mouvement transverse, ces électrons émettent de plus un rayonnement X fortement collimaté et dirigé vers l'avant appelé rayonnement bétatron. Les caractéristiques de cette source la rendent intéressante pour son utilisation en imagerie à ultra-haute résolution.
Dans ce manuscrit, nous explorons trois axes de travail autour de cette source à l'aide de simulations réalisées avec les codes *Particle-In-Cell* CALDER et CALDER-Circ. Nous commençons ainsi par étudier la création d'une source bétatron avec des impulsions laser de durée picoseconde et d'énergie kilojoule, donc plus longues et plus puissantes que celles habituellement utilisées par la communauté. Nous montrons que malgré les paramètres inhabituels de ces impulsions lasers il est toujours possible de générer des sources X, et ce dans deux régimes différents. Ensuite, afin de comprendre une partie des différences généralement observées entre expériences et simulations, nous montrons dans une autre étude que l'utilisation dans les simulations de profils lasers réalistes au lieu de profils parfaitement Gaussiens dégrade fortement les performances de l'accélérateur laser-plasma et de la source bétatron. De plus, ceci conduit à un meilleur accord qualitatif et quantitatif avec l'expérience. Enfin nous explorons plusieurs techniques pour augmenter l'émission X basées sur une manipulation des profils de plasmas utilisés pour l'accélération. Nous trouvons que l'utilisation d'un gradient transverse ou d'une marche de densité conduisent tous deux à une augmentation de l'amplitude du mouvement transverse des électrons, et donc de l'énergie émise par la source bétatron. Alternativement, nous montrons que cet objectif peut être atteint par la transition d'un régime de sillage laser vers un régime d'accélération par sillage plasma induit par une augmentation de la densité. L'accélération des électrons est optimisée dans le premier régime, tandis que l'émission X est fortement favorisée dans le second.

Title : Study of the Betatron and Compton X-ray sources produced in laser wakefield acceleration of electrons.

Keywords : Laser-matter interaction, plasma, laser wakefield acceleration, betatron X-ray source, PIC (Particle-In-Cell) code

Abstract : An ultra-short and ultra-intense laser pulse propagating in a low-density gas can accelerate in its wake a part of the electrons ionized from the gas to relativistic energies of a few hundreds of MeV over distances of a few millimeters only. During their acceleration, as a consequence of their transverse motion, these electrons emit strongly collimated X-rays in the forward direction, which are called betatron radiations. The characteristics of this source turn it into an interesting tool for high-resolution imagery.
In this thesis, we explore three different axis to work on this source using simulations on the Particles-In-Cells codes CALDER and CALDER-Circ. We first study the creation of a betatron X-ray source with kilojoule and picosecond laser pulses, for which duration and energy are then much higher than usual in this domain. In spite of the unusual laser parameters, we show that X-ray sources can still be generated, furthermore in two different regimes. In a second study, the generally observed discrepancies between experiments and simulations are investigated. We show that the use of realistic laser profiles instead of Gaussian ones in the simulations strongly degrades the performances of the laser-plasma accelerator and of the betatron source. Additionally, this leads to a better qualitative and quantitative agreement with the experiment. Finally, with the aim of improving the X-ray emission, we explore several techniques based on the manipulation of the plasma density profile used for acceleration. We find that both the use of a transverse gradient and of a density step increases the amplitude of the electrons transverse motions, and then increases the radiated energy. Alternatively, we show that this goal can also be achieved through the transition from a laser wakefield regime to a plasma wakefield regime induced by an increase of the density. The laser wakefield optimizes the electron acceleration whereas the plasma wakefield favours the X-ray emission.

Université Paris-Saclay
Espace Technologique / Immeuble Discovery
Route de l'Orme aux Merisiers RD 128 / 91190 Saint-Aubin, France