

Modélisation numérique et analytique de la fissuration de séchage des sols argileux

Thi Dong Vo

▶ To cite this version:

Thi Dong Vo. Modélisation numérique et analytique de la fissuration de séchage des sols argileux. Génie civil. Université Paris-Est, 2017. Français. NNT: 2017PESC1214. tel-01680866

HAL Id: tel-01680866 https://pastel.hal.science/tel-01680866

Submitted on 11 Jan2018

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers. L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.





École des Ponts ParisTech

THESE

Pour obtenir le grade de

Docteur de l'Université Paris-Est

Spécialité : Géotechnique

Présentée par :

Thi Dong VO

Modélisation numérique et analytique de la fissuration de séchage des sols argileux

(Thèse soutenue le 06 Octobre 2017 à Champs-sur-Marne)

Laboratoire Navier/ Equipe Géotechnique

JURY

M. Dominique LEGUILLON	CNRS	Président
Mme. Farimah MASROURI	Université de Lorraine	Rapporteur
M. Alberto LEDESMA	Université Polytechnique de Catalogne	Rapporteur
M. Jean-Bernard KAZMIERCZAK	INERIS	Examinateur
Mme. Sahar HEMMATI	IFSTTAR	Co-encadrante
M. Anh Minh TANG	Ecole des Ponts ParisTech	Co-encadrant
M. Amade POUYA	Ecole des Ponts ParisTech	Directeur de thèse

A ma famille et mon mari <3

Remerciements

Ce travail a été financé par l'IFSTTAR et réalisé au sein du laboratoire Navier/ Cermes. Ces travaux n'aurait été possible sans l'aide directe ou indirecte de plusieurs personnes depuis son commencement jusqu'à sa présentation devant le jury et sa diffusion.

La première personne que je voudrais remercier n'est autre que mon directeur de thèse, M. Amade POUYA. Je le remercie du fond du cœur d'avoir eu confiance en moi pour la réalisation de ce travail. Je le remercie pour ses conseils scientifiques, ses excellentes idées, également pour sa disponibilité et son soutien pendant les trois années de thèse.

Je remercie ensuite Mme. Sahar HEMMATI. Je la remercie vivement d'avoir été non seulement mon encadrante, mais aussi une très bonne amie. Je la remercie pour ses enseignements, ses suggestions et ses partages durant ces années.

J'adresse un grand remerciement à M. Anh Minh TANG, mon encadrant de thèse. C'est lui qui a écouté et a partagé tous mes soucis dès les premiers jours lors de la réalisation de cette thèse. Je le remercie vraiment pour ses encouragements, sa disponibilité et ses discussions.

Je remercie grandement M. Dominique LEGUILLON qui m'a fait l'honneur de présider mon jury de thèse et également pour ses commentaires et ses suggestions très utiles concernant l'étude de la fissuration. Je voudrais remercier vivement Mme. Farimah MASROURI et M. Alberto LEDESMA qui ont été les rapporteurs de mon travail de thèse. De plus, je remercie M. Jean-Bernard KAZMIERCZAK qui a examiné mon travail et a participé avec Mme. Farimah MASROURI au comité de pilotage de ma thèse. Je les remercie pour leurs conseils, leurs remarques importantes et leurs idées d'amélioration.

J'aimerais remercier tout l'équipe Géotechnique du laboratoire Navier, les professeurs, les chercheurs, les techniciens et surtout mes collègues qui m'ont offert une très bonne ambiance de travail et pour leur bonne humeur, leur partage et leur amitié. Je remercie bien Benjamin, Hugo, Xiu, Malik, Agustin, Edoardo qui m'ont beaucoup aidée dans la correction du français et la finalisation de ce mémoire de thèse.

Un grand merci à ma famille et ma belle-famille qui m'ont soutenue de loin durant ces années avec leurs encouragements, leur amour, et leur confiance.

Finalement, je remercie mon chéri, Huy, qui m'a accompagnée pendant ces années de travail et qui m'a toujours donné plein d'énergie pour franchir toutes les difficultés de la vie.

Résumé

Ce travail a pour objectif d'étudier la fissuration des sols due au séchage par des approches numérique et analytique. L'initiation et la propagation des fissures sont investiguées en utilisant un code de calcul aux éléments finis avec la présence des joints cohésifs. Les couplages hydromécaniques en présence des discontinuités sont considérés. La méthode de la fissure cohésive est appliquée pour modéliser l'initiation et la propagation des fissures.

Tout d'abord, les résultats d'un essai de séchage au laboratoire réalisé sur un sol argileux à l'état liquide sont utilisés afin d'évaluer la méthode numérique proposée. Les résultats numériques montrent que le modèle est capable de reproduire les tendances principales du processus de séchage. Ils soulignent aussi l'importance des conditions aux limites dans l'initiation des fissures. Ensuite, une approche énergétique est proposée pour étudier l'initiation d'une fissure. Les énergies élastiques avant et après l'initiation de la fissure sont estimées par les deux approches analytique et numérique. L'énergie dissipée lors de l'initiation de la fissure est comparée avec le taux d'énergie pour créer une fissure. Les analyses montrent que le critère d'énergie peut être atteint avant le critère de contrainte. La dissipation de l'énergie cumulée correspond à la propagation instable lors de l'initiation de la fissure. De plus, le développement et la géométrie des fissures sont étudiés essentiellement par les simulations numériques avec plusieurs joints cohésifs. Les résultats numériques montrent que la fissuration se produit souvent progressivement pour former différentes familles de fissures par un processus dichotomique (une fissure apparait au milieu de deux fissures existantes). La propagation d'une fissure est brutale dans la phase d'initiation pour atteindre une profondeur appelée « ultime ». Les fissures dans chaque famille peuvent apparaitre simultanément à un même niveau de succion et présentent une même profondeur ultime. En se basant sur les résultats numériques et quelques analyses analytiques supplémentaires, des relations empiriques sont proposées afin de prédire l'espacement et la profondeur ultime des fissures. Finalement, quelques calculs préliminaires sont réalisés afin d'évaluer le potentiel de la méthode numérique proposée pour prédire la fissuration liée au séchage des ouvrages en terre.

Mots-clés : fissuration, séchage, couplage hydromécanique, propagation des fissures, joints cohésifs, sols non saturés.

Abstract

This work focuses on the analysis of desiccation cracking by numerical and analytical approaches. The initiation and the propagation of cracks are investigated by using a finite element code including cohesive joints elements. Coupling between the hydraulic and the mechanical processes in the presence of discontinuities is considered. The cohesive crack's law is applied to simulate the initiation and the propagation of cracks.

Results of a laboratory experiments performed on slurry clay soil are first used to evaluate the proposed numerical modelling method. The results show that the method is able to reproduce the main trends of desiccation process. The importance of boundary conditions are also discussed. Second, an energy approach is proposed to study the initiation of cracks. The energies before and after crack initiation are estimated by both numerical and analytical solutions. The energy released by cracking is then compared to the crack energy to discuss crack initiation conditions. The analysis shows that the energy criterion can be reached before the stress criterion, and this can explain unstable crack propagation at the beginning. Third, the development and the geometry of desiccation cracks are studied by numerical simulation with several cohesive joints. The numerical results show that cracking occurs sequentially to form different cracks families with a dichotomy process (the subsequent cracks appear at the middle of two existing neighboring ones). The cracks in each family appear simultaneously and reach an identical ultimate depth. From the numerical results and additional analytical analysis, empirical correlations are proposed to predict the spacing and crack depth. Finally, some preliminary studies are performed showing that the proposed numerical method can be used to predict the desiccation crack phenomena observed on geotechnical earth structures.

<u>Keywords</u>: desiccation crack, hydro-mechanical coupling, crack propagation, cohesive joint element, unsaturated soils.

Sommaire

RemerciementsI
RésuméII
Abstract III
SommaireIV
Introduction générale1
Chapitre 1 : Etude de la fissuration des sols argileux 4
1.1. Phénomène du retrait des sols4
1.2. Fissuration due au séchage
1.3. Formation et morphologie du réseau de fissures : Observations expérimentales
1.4. Mécanisme de fissuration due au séchage15
1.4.1. Mode d'ouverture des fissures15
1.4.2. Figure 1-9 : Trois modes de propagation de la fissure (Nguyen 2015)Résistance en
traction du sol17
1.4.3. Les critères de rupture
1.4.4. Prédiction de l'initiation des fissures
1.5. Modélisation de la fissuration des sols
1.5.1. Généralités des méthodes de modélisation de la fissuration
1.5.2. Problème du couplage hydromécanique de la fissuration des sols
1.6. Prédiction de l'espacement et de la profondeur des fissures des sols
1.7. Conclusion
Chapitre 2 : Comportement hydromécanique d'un milieu poreux fissuré non saturé 39
2.1. Modélisation du comportement hydromécanique d'un milieu poreux fissuré non saturé

2.1.1. Comportement hydraulique d'un milieu poreux fissuré non saturé	40
2.1.1.1. Diffusion de fluide dans la matrice	40
2.1.1.2. Diffusion de fluide dans les joints cohésifs	43
2.1.2. Comportement mécanique	45
2.1.2.1. Comportement mécanique de la matrice	45
2.1.2.2. Comportement mécanique des joints cohésifs	46
2.1.3. Couplage hydromécanique	52
2.2. Joints cohésifs dans Porofis	53
2.2.1. Technique du maillage des joints cohésifs	53
2.2.2. Détermination des paramètres des joints cohésifs	55
2.2.2.1. Détermination de la raideur initiale <i>Rnn</i>	55
2.2.2.2. Détermination de la conductivité initiale <i>c</i>	56
2.2.2.3. Autres paramètres	57
2.3. Problème de séchage sans fissuration	57
2.3.1. Modèle numérique	58
2.3.2. Solutions analytiques	60
2.3.3. Comparaisons des résultats numériques avec les solutions analytiques	63
2.4. Conclusion	65
Chapitre 3 : Simulation d'un essai de séchage	67
3.1. Description de l'expérimentation réalisée	67
3.2. Modélisation en élasticité linéaire de la fissuration due au séchage	70
3.2.1. Caractéristiques du modèle	70
3.2.2. Résultats	76
3.2.2.1. Evolution de la morphologie de l'éprouvette	76
3.2.2.2. Evolution de la succion et du degré de saturation moyen	77
3.2.2.3. Evolution de la section transversale analysée	78

3.2.2.4. Mécanismes de l'initiation et de la propagation des fissures	. 81
3.3. Modélisation en élasticité non linéaire : Retrait sans fissuration	. 89
3.3.1. Loi d'élasticité non linéaire	. 89
3.3.2. Comparaison avec les expérimentations	. 94
3.3.2.1. Détermination des paramètres du modèle	. 94
3.3.2.2. Validation de l'implémentation du modèle par un test mécanique pur	. 94
3.3.2.3. Simulation de l'expérimentation	. 96
3.4. Conclusion	. 99
Chapitre 4 : Prédiction de la profondeur des fissures par les approches analytique	e et
numérique	101
4.1. Approche analytique	102
4.1.1. Géométrie du problème	102
4.1.2. Formulation du problème	104
4.1.3. Solutions analytiques	108
4.1.3.1. Avant la fissuration	108
4.1.3.2. Après la fissuration	109
4.2. Comparaison des résultats numériques et les solutions analytiques approximatives	118
4.2.1. Caractéristique du modèle numérique	119
4.2.2. Evolution de la succion et deux phases du processus du séchage par l'appro	oche
numérique	120
4.2.3. Déplacements et énergie avant la fissuration	123
4.2.4. Profondeur ultime de la fissure au moment de l'initiation	125
4.2.4.1. Profondeur ultime calculée par l'approche numérique (critère de contrai	nte) 125
4.2.4.2. Profondeur ultime calculée par l'approche analytique (critère énergétique)	126
4.2.5. Déplacements après l'initiation de la fissure	129

4.2.5.1. Déplacements horizontaux u_x	
4.2.5.2. Déplacements verticaux <i>u_y</i>	
4.2.5.3. Forme générale de déformation	
4.3. Profondeur ultime de la fissure	
4.3.1. Profondeur ultime unique pour un espacement donné	134
4.3.2. Profondeur ultime avec le taux de séchage	136
4.3.3. Profondeur ultime et l'espacement entre des fissures	139
4.4. Conclusion	
Chapitre 5 : Prédiction de la géométrie des fissures par approche numérique	143
5.1. Choix des caractéristiques du modèle numérique	
5.1.1. Condition de séchage	
5.1.2. Paramètres du modèle numérique	145
5.1.2.1. Géométrie du modèle numérique	145
5.2. Etude d'un cas de référence	150
5.2.1. Paramètres du modèle	150
5.2.2. Résultats	151
5.3. Etude paramétrique	155
5.4. Analyse théorique et corrélations empiriques	158
5.4.1. Corrélation empirique pour la densité des fissures	158
5.4.2. Corrélation empirique pour la profondeur ultime des fissures	161
5.4.3. Comparaison avec des observations in situ	
5.5. Retour sur l'étude d'un seul joint cohésif	164
5.6. Conclusion	167
Chapitre 6 : Applications	170
6.1. Introduction	170
6.2. Observations expérimentales de la fissuration	171

6.3. Modélisation numérique	
6.3.1. Fissuration horizontale	
6.3.2. Fissuration sur une pente	
6.4. Conclusion et perspective	
Conclusions générales	
Perspectives	
Publications	
Références	
Annexe	
Calcul des solutions analytiques : pour le sous-domaine Ω^1	
Calcul du potentiel $\mathcal{A}_1(u)$	

Introduction générale

Le changement climatique est l'objet de grandes préoccupations aujourd'hui. La variation saisonnière des conditions climatiques affecte la teneur en eau des sols. Au séchage, les sols argileux ont toujours tendance à se déformer et à effectuer du retrait. Celui-ci souvent provoque la fissuration si les contraintes, générées par la déformation empêchée, sont supérieures à la résistance du sol. La présence des fissures due au séchage affecte fortement les propriétés hydrauliques et mécaniques des sols. Elle peut causer plusieurs impacts sévères dans différents domaines. Dans le domaine géotechnique, le retrait peut causer un tassement majeur des fondations (Deck et al. 2012). Ensuite, les fissures peuvent diminuer la résistance mécanique et déclencher l'instabilité des talus et des barrages (Take 2003; Take & Bolton 2004; Utili et al. 2008; Dyer, Stefano, et al. 2007; Utili & Dyer 2008; Foster et al. 2000). De plus, les fissures liées au séchage sont une grande menace dans l'agriculture (Chertkov 2002b; Kodikara et al. 2002). Par rapport à l'environnement, les fissures existantes dans les couvertures d'enfouissement et dans les revêtements argileux peuvent être les chemins préférentiels de fuite des déchets et des gaz (Daniel & Wu 1993; Zhou & Rowe 2003; Drumm et al. 1997; Park et al. 2001). Les études expérimentales ont montré également que la fissuration liée au séchage pouvait introduire la salinisation dans les sédiments argileux (Baram et al. 2013).

La modélisation et la prédiction des fissures due au séchage présentent des applications potentielles dans plusieurs domaines. La plupart des études se sont concentrées sur l'observation de la formation des fissures et sur l'étude qualitative de l'influence de différents facteurs sur le développement des fissures, plutôt que sur une modélisation prédictive du processus de fissuration. En effet, la formation des fissures due au séchage est un phénomène très complexe avec le couplage hydromécanique. Ces aspects non linéaires pendant le séchage sont difficiles à saisir dans la modélisation numérique, ainsi que dans la modélisation analytique. De plus, la présence de la discontinuité, une fois que la fissure s'est initiée, représente aussi une difficulté dans la modélisation numérique.

Ce travail est consacré à l'étude de la fissuration des sols argileux lors du séchage monotone par les approches numérique et analytique. Les simulations numériques sont effectuées en utilisant un code aux éléments finis comprenant des joints cohésifs afin de modéliser l'initiation et la propagation des fissures. Le couplage hydromécanique du processus de séchage est aussi pris en compte. L'objectif principal de ce travail est d'étudier le processus de séchage et la formation des fissures. En outre, les interprétations des résultats numériques et des modélisations analytiques permettent de prédire la géométrie du réseau des fissures sous l'effet de séchage. Ce mémoire est organisé en 6 chapitres et des annexes :

Le premier chapitre porte sur une étude bibliographique de la fissuration des sols liée au séchage. Les observations expérimentales aux laboratoires et in situ sur la formation des fissures sont analysées. Les mécanismes de l'initiation des fissures sont également présentés. Une synthèse des méthodes numériques et analytiques existantes est ensuite décrite. De plus, la prédiction de l'espacement et de la profondeur des fissures due au séchage est abordée à travers quelques travaux types.

Le deuxième chapitre est consacré à présenter la méthode numérique utilisée dans ce travail. Cette méthode permet de modéliser les phénomènes hydromécaniques couplés. Les joints cohésifs sont mis en place dans le maillage comme des éléments d'interface d'épaisseur nulle pour modéliser la fissuration. Les équations gouvernant les écoulements hydrauliques et les comportements mécaniques de la matrice et des joints cohésifs sont présentées. L'interaction entre les problèmes hydraulique et mécanique est ensuite expliquée. Une première simulation simple est réalisée pour valider l'implémentation du code en comparant les résultats numériques et les solutions analytiques pour un problème de séchage sans fissures.

Le troisième chapitre est dédié à la simulation d'un essai de séchage réalisé au laboratoire (Sanchez et al. 2013) sur un sols argileux. Un modèle numérique avec un comportement d'élasticité linéaire est tout d'abord considéré. Ce modèle permet de modéliser les phases principales du processus de séchage comme le retrait sans fissure ainsi que la formation et le développement des fissures. L'évolution des propriétés hydrauliques et de la contrainte dans le sol est étudiée. L'initiation et la propagation d'une fissure individuelle sont expliquées par la loi d'endommagement. L'interaction entre des fissures est également étudiée. Cette simulation souligne l'importance des conditions aux limites dans l'initiation des fissures. Ensuite, une loi d'élasticité non linéaire est proposée pour améliorer la représentation du comportement de la matrice. Cette loi est appliquée dans la modélisation du retrait sans fissures. La comparaison entre les résultats numériques et les mesures expérimentales permet de valider la loi d'élasticité non linéaire proposée.

Le quatrième chapitre présente une approche énergétique pour prédire la profondeur de la fissure au moment de l'initiation. Une propagation simultanée et instable, dans la formation d'un réseau de fissures avec un espacement régulier et une profondeur identique, est considérée.

Le modèle est réduit à étudier une seule cellule élémentaire comprenant une seule fissure au milieu. Les solutions analytiques approximatives des déplacements des sols après l'initiation d'une fissure sont d'abord proposées. L'approche énergétique se base sur la comparaison entre l'énergie dissipée lors de l'initiation d'une fissure (la différence entre les énergies avant et après la fissuration) et celle nécessaire pour créer une fissure. Cette approche approximative montre que le critère d'énergie peut être atteint avant le critère de contrainte. Une fois que la contrainte atteint la résistance, la quantité d'énergie cumulée excédant l'énergie de fissuration explique une propagation instable de la fissure. La comparaison entre les résultats numériques et les solutions analytiques montre que l'approche analytique proposée permet d'estimer la profondeur de propagation instable de la fissure quand l'espacement est connu.

Le cinquième chapitre se consacre aux simulations numériques avec plusieurs joints cohésifs pour étudier l'espacement et la profondeur ultime des fissures. Les résultats numériques montrent que la fissuration se produit progressivement pour former différentes familles de fissures. Elle se déroule par un processus dichotomique : une nouvelle fissure peut apparaitre au milieu de deux fissures déjà ouvertes. De plus, les fissures dans une famille peuvent s'initier simultanément à un même niveau de succion et présentent une même profondeur instable. Des relations empiriques sont proposées en se basant sur les interprétations des résultats numériques avec quelques analyses théoriques. Ces relations empiriques permettent de prédire l'espacement et la profondeur instable des fissures. Ces relations sont également évaluées dans la comparaison avec les observations in situ (Konrad & Ayad 1997b).

Le sixième chapitre présente un résumé de quelques applications possibles de l'étude de la fissuration lors du séchage dans plusieurs domaines. Les simulations numériques présentées dans ce chapitre montrent les potentiels de la méthode numérique utilisée pour la prédiction quantitative du processus de fissuration liée au séchage dans les ouvrages en terre. Quelques perspectives sont présentées dans ce chapitre.

Ce mémoire se termine par des conclusions générales qui récapitulent les résultats principaux de ce travail. Certaines perspectives générales du présent travail sont aussi présentées. Quelques détails sur les solutions analytiques exposées dans le chapitre 4 sont reportés dans l'annexe.

Chapitre 1 : Etude de la fissuration des sols argileux

1.1. Phénomène du retrait des sols

Sous l'effet d'une variation de la température ou de l'humidité de l'air, l'eau dans le sol s'évapore. La diminution de la teneur en eau dans le sol qui en résulte augmente la succion jusqu'à un niveau critique appelé limite d'entrée d'air. Au-delà, l'air envahit rapidement l'espace des pores. Le séchage se passe tout d'abord à la surface et pénètre ensuite progressivement en profondeur. Sous le séchage, la succion peut atteindre 620-980 MPa correspondant à une teneur en eau de près de 0% (Dyer, Stefano, et al. 2007). Ainsi, lors du séchage, les particules solides tendent à se rapprocher. Elles se réorganisent et la porosité du matériau change. Cela entraine des déformations au sein du matériau qui tendent à réduire son volume initial (Nowamooz et al. 2013; Nowamooz & Masrouri 2009). Ce phénomène est nommé « retrait ». Trois phases de retrait sont distinguées à travers l'étude du changement du volume associé à la variation de la teneur en eau dans le sol (Haines 1921): phase de retrait normal, retrait résiduel et sans retrait (Figure 1-1). Une 4^{ème} phase de retrait qui est appelée « retrait structurel » a été définie par Stirk (Stirk 1954). Durant la première phase de séchage, le volume d'eau évaporé est compensé par une égale diminution des volumes des porosités internes (retrait normal). Les pores restent saturés en eau. Pendant la seconde phase, l'air pénètre dans les réseaux des pores (point d'entrée d'air). Les pores commencent à se toucher ce qui limite la réduction de volume possible. C'est le retrait résiduel. Enfin, dans la dernière phase, l'arrangement des particules cesse puisque le retrait est terminé. Les sols se désaturent en eau sans déformation et l'eau résiduelle est contenue dans les pores.



Figure 1-1 : Courbe de retrait des sols argileux (Haines 1921)

Une fois le de séchage terminé, les sols ne présentent jamais une teneur en eau nulle.. Les sols contiennent toujours un minimum d'environ 2% d'eau, ce qui garantit la cohésion de la matière.

La limite de retrait est une définition courante dans la mécanique des sols. Elle est déduite à partir de la courbe de retrait qui représente l'évolution de l'indice des vides en fonction de la teneur en eau. La limite de retrait est définie comme la limite de la teneur en eau au-delà de laquelle l'indice des vides du sol ne change plus avec la diminution de la teneur en eau. Péron et al. (Peron, Hueckel, et al. 2009) a effectué les tests pour étudier le phénomène de séchage sur trois types de sol : limon Bioley, limon Sion et argile de la Frasse. La limite de retrait a été mesurée et la valeur d'entrée d'air a été déduite par le modèle de Van Genuchten. Leurs résultats expérimentaux présentés dans la Figure 1-2 montrent que :

- La valeur de l'entrée d'air est très proche de la limite de retrait,

- Les deux phases principales du retrait sont reliées à la déformation de sol. Dans la 1^{ère} phase : la déformation due au séchage est irréversible jusqu'à la valeur de l'entrée d'air (avec une légère diminution du degré de saturation). La deuxième phase poursuit par un domaine de petite déformation et cette phase est réversible (avec la forte diminution du degré de saturation).

Ces observations sont en accord avec celles de certains autres auteurs (Tang, Cui, et al. 2011; Fleureau et al. 2002; Peron, Laloui, et al. 2009).



Figure 1-2 : Courbe de rétention d'eau et courbe de retrait (Peron, Hueckel, et al. 2009)

1.2. Fissuration due au séchage

Au séchage, les sols argileux vont toujours avoir tendance à se déformer et à subir du retrait. Celui-ci peut parfois provoquer la fissuration dans les sols si les contraintes, provoquées par la déformation empêchée sont supérieures à la limite de la résistance à la rupture des sols. Les observations expérimentales montrent que la fissuration ne peut pas avoir lieu dans le séchage libre, mais seulement sous la condition restreinte (Peron, Hueckel, et al. 2009). Trois types de conditions restreintes existent (Hueckel 1992): (*i*) par conditions aux limites comme le frottement, la traction ou le déplacement, (*ii*) par concentration de la contrainte à l'intérieur du sol et (*iii*) par facteurs d'hétérogénéité intrinsèque dans la structure de sol. Sur le site, le premier type peut se produire à cause de l'existence d'une structure adjacente et le deuxième peut être généré par le gradient de succion. Par ailleurs, les conditions restreintes peuvent être classées en se basant sur les propriétés de la contrainte en traction (Kodikara & Costa 2013) : soit des contraintes internes, soit des contraintes externes, ou la combinaison des deux. Les contraintes internes aux limites liées aux déplacements peuvent être considérées comme les contraintes externes.

Lors du séchage, les différentes étapes de formation des fissures sont distinguées comme présentées dans la Figure 1-3 (Barnier 2015). Au cours de la première étape (1-3), l'échantillon

reste saturé. Cependant, il s'effectue un retrait sur l'ensemble de l'échantillon. Du fait des contraintes trop importantes sur l'ensemble de l'échantillon, celui-ci commence à se fissurer. La deuxième phase est une phase de transition au cours de laquelle l'air pénètre dans les réseaux poreux (point d'entrée d'air). C'est le retrait résiduel. Le changement de volume est associé essentiellement au développement des fissures. Pendant la dernière phase, le réseau des fissures trouve l'état équilibre et l'échantillon ne change plus de volume. Ces trois phases de fissuration sont également observées par plusieurs autres auteurs (Sanchez et al. 2013; Li & Zhang 2011; Song et al. 2014).

La fissuration au séchage est un enjeu de taille dans plusieurs domaines. Les propriétés hydraulique et mécanique, ainsi que le comportement des sols fissurés sont différents de ceux des sols intacts. En hydraulique, la fissure peut modifier la perméabilité du matériau (Pouya & Vu 2012a; Pouya & Vu 2012b; Vu 2012) car elle agit comme un chemin préférentiel d'écoulement et de transport des pollutions (Flury et al. 1994; Omidi et al. 1996; Drumm et al. 1997). De plus, les fissures peuvent aussi affecter la résistance mécanique qui contrôle l'instabilité ou la performance des ouvrages en terre (Dyer, Stefano, et al. 2007; Utili & Dyer 2008).



Figure 1-3 : La formation progressive des fissures lors du séchage (Barnier 2015)

1.3. Formation et morphologie du réseau de fissures : Observations expérimentales

La formation et la propagation des fissures liées au séchage ont été étudiées par de nombreux travaux expérimentaux (voir le Tableau 1-1). Les travaux au laboratoire se concentrent essentiellement sur le comportement des sols à l'état liquide sous le séchage. Le but principal est d'observer le processus de formation et de propagation des fissures et d'analyser l'influence des paramètres (conditions aux limites, type de sol, taille de l'éprouvette, condition de séchage, *etc.*) sur la morphologie des fissures créées. Certains auteurs étudient le phénomène de la fissuration in situ pour observer les caractéristiques de la géométrie du réseau des fissures (profondeur, ouverture, densité, espacement, *etc.*) sous la condition réelle du séchage.

Type des tests	Références	Paramètres investigués
	(Corte&Higashi1960),(Kodikara et al.2000)	Etude des influences des paramètres : Interface sol/moule, densité, épaisseur de l'échantillon et inclusion des graviers sur la fissuration.
En rectangulaire	(Miller et al. 1998)	Fissuration sous un cycle de séchage/humidification. Introduction du calcul de facteur d'intensité des fissures.
	(Yesiller et al. 2000)	Effet du cycle de séchage/humidification et de la teneur en particules fines. Calcul de facteur d'intensité des fissures.
	(Lakshmikantha 2009)	Fissuration avec des différentes tailles et épaisseurs de l'échantillon.
	(Hirobe & Oguni 2016)	Effet de l'épaisseur de l'échantillon.
	(Tay et al. 2001)	Effet de la teneur en bentonite dans le mélange bentonite/sable sur la fissuration.
	(Tang et al. 2008)	Effet de la température, de l'épaisseur de l'échantillon et du cycle de séchage/humidification sur la fissuration.
	(Kindle 1917b)	Tests de séchage avec des différents taux de séchage et l'effet de la salinité.
En circulaire	(Tang, Cui, et al. 2011), (Cordero et al. 2014)	Effet du cycle de séchage/humidification

Tableau 1-1 : Résumé des travaux e	expérimentaux existants
------------------------------------	-------------------------

	(Tang, Shi, et al. 2011)	Définition des différentes phases de la fissuration.
	(Auvray et al. 2017)	Impacts des différents facteurs (succion, état initial de l'éprouvette) sur la fissuration du sol
	(Costa et al. 2013)	Effet de l'épaisseur de l'échantillon, du taux d'évaporation. Etude de l'initiation des fissures et de la présence des défauts
	(Nahlawi & Kodikara 2006)	Processus de fissuration, effet de l'épaisseur de l'échantillon sur l'espacement entre les fissures
En bande	(Peron, Hueckel, et al. 2009)	Evolution de la succion et de la teneur en eau lors du séchage. Etude de l'initiation de la fissuration.
	(Stirling 2014)	Processus de fissuration
	(Konrad & Ayad 1997b)	Processus de fissuration in situ. Espacement et profondeur des fissures
In situ	(Li & Zhang 2011)	Développement et morphologie des fissures sous un cycle de séchage/humidification
	(Cordero et al. 2016)	Evolution des paramètres du sol et morphologie du réseau de fissures

Dès que le critère de contrainte est satisfait, le réseau des fissures se formera. En général, l'initiation des fissures se produit à partir de la surface des sols où l'évaporation est maximale. Au cours du séchage, les fissures se développent horizontalement (ouverture) et verticalement (en profondeur).

Les fissures se produisent souvent progressivement et forment différentes familles : primaires, secondaires et tertiaires (Kodikara et al. 2000; Nahlawi & Kodikara 2006; Stirling 2014; Peron, Laloui, et al. 2009; Amarasiri et al. 2010; Konrad & Ayad 1997b). Théoriquement, l'apparition des fissures secondaires et tertiaires peut être considérée comme la bifurcation à partir des blocs créés par des fissures primaires (Kodikara et al. 1998; Bazant & Cedolin 1991).

Pour une bande de sol (éprouvette de grande longueur et petite épaisseur), la fissuration se déroule par la subdivision de l'éprouvette en petits blocs (Figure 1-4). Les fissures primaires se sont créées premièrement, souvent à partir des bords, aux défauts sur la surface ou au centre de l'éprouvette. Ces fissures primaires se propagent perpendiculairement à l'épaisseur de la bande. Les fissures secondaires apparaissent au milieu de l'intervalle entre des fissures primaires. Les fissures primaires et secondaires se développent et séparent l'échantillon en petits blocs. Finalement, les fissures tertiaires peuvent être crées ou non, entre des fissures primaires et des fissures secondaires existantes, ou entre des fissures secondaires.

Pour des analyses en 3D, les essais de séchage sont réalisés sur des éprouvettes rectangulaires (Figure 1-5) (Kodikara et al. 2000; Hirobe & Oguni 2016) ou circulaires (Figure 1-6) (Rodriguez et al. 2007; Sanchez et al. 2013; Tang, Cui, et al. 2011; Tang, Shi, et al. 2011). Deux principaux types d'intersection entre des fissures sont définis : orthogonal, non orthogonal et dans certains cas, la combinaison des deux. Pour le cas orthogonal, les fissures se développent progressivement et tendent à se croiser par un angle de 90°. Dans ce cas-là, les fissures secondaires s'initient à partir des fissures primaires existantes et tournent vers 90°. Le cas non orthogonal se produit dans le cas où les fissures se propagent simultanément et se connectent de l'une à l'autre par un angle de 120° (Morris et al. 1991; Tang et al. 2008; Costa et al. 2013; Kodikara & Costa 2013). L'orientation orthogonale entre deux fissures est expliquée par le critère de propagation. Une fissure se propagera dans la direction perpendiculaire à celle de la contrainte maximale (Morris et al. 1991). Cette contrainte maximale se trouve souvent à la pointe d'une fissure existante. La prochaine fissure apparaitra donc orthogonalement à la fissure existante. Par contre, le type non orthogonal est plutôt l'insertion des trois fissures qui tendent vers hexagonale afin de minimiser l'énergie (Costa et al. 2013). Ce type d'intersection se trouve souvent dans le cas de séchage rapide ou dans une couche très mince de sol (Kodikara et al. 2000).



Figure 1-4 : Développement des fissures d'une bande de l'argile Werribe (Nahlawi & Kodikara 2006)



Figure 1-5 : Observation du réseau de fissures sur un échantillon rectangulaire (Kodikara et al. 2000)



Figure 1-6 : Observation du réseau des fissures sur un échantillon circulaire (Tang, Shi, et al. 2011)

Le processus de la formation et de l'évolution du réseau de fissures dépendent de plusieurs facteurs : des facteurs internes (hétérogénéité de la structure, caractéristiques du sol, etc.) ou des facteurs externes (conditions aux limites, condition de séchage, etc.). En changeant certains facteurs, la dépendance de ces facteurs est évaluée à travers la morphologie et l'évolution des fissures. L'étude quantitative des fissures est abordée essentiellement sur l'espacement entre les fissures, la densité des fissures, le changement de la surface ou du volume de sol, la dimension moyenne des blocs créés par les fissures.

Kindle (Kindle 1917b) a conduit des expérimentations au laboratoire sur des argiles à l'état liquide. D'après Kindle, la température et la résistance des matériaux sont les deux paramètres majeurs qui contrôlent l'espacement entre les fissures. Longwell (Longwell 1928) a étudié la fissuration sur un site au Navada et suggéré l'existence d'autres facteurs, tels que le taux d'évaporation et le type de sol, gouvernant l'espacement entre les fissures.

Twenhofel (Twenhofel 1950) a souligné que l'espacement entre les fissures dépend des caractéristiques de l'échantillon, du taux de séchage, de l'épaisseur de l'échantillon. Par contre, aucune relation quantitative entre l'espacement et ces facteurs n'a été donnée. Ces influences ont été également observées dans plusieurs autres travaux (Kodikara et al. 2000; Nahlawi & Kodikara 2006; Sánchez et al. 2014; Hirobe & Oguni 2016; Peron, Hueckel, et al. 2009; Corte

& Higashi 1960; Stirling 2014; Prat et al. n.d.). Les forces de frottement entre l'échantillon et le support sont aussi un paramètre très important pour la fissuration (Kodikara et al. 2000; Amarasiri et al. 2010; Stirling 2014; Sánchez et al. 2014). Lors du retrait, l'échantillon de sol subit une déformation, qui l'oblige à glisser sur l'interface du support pour réduire son volume initial. L'augmentation de la rugosité du support peut augmenter la fissuration au séchage (Kodikara et al. 2000; Sánchez et al. 2014; Amarasiri et al. 2010; Stirling 2014). De plus, la morphologie des fissures est aussi évaluée avec le cycle de séchage/humidification. Sous l'effet de l'humidification, les fissures tendent à se refermer mais d'autres microfissures peuvent être créées (Li & Zhang 2011; Tang, Cui, et al. 2011). La Figure 1-7 et la Figure 1-8 présentent des exemples d'observations expérimentales sur l'effet de l'épaisseur de l'éprouvette sur la fissuration. Dans ces figures : \overline{A} est la surface moyenne des blocs établis par les fissures, *d* est l'épaisseur finale de l'éprouvette et \overline{s} représente l'espacement entre les fissures et augmenter la surface moyenne des blocs.

Les facteurs qui peuvent influencer le retrait et la fissuration de sol ont été résumés (Cauley & Kennedy 1972) de la manière suivante :

- Le taux de fissures (rapport entre la surface d'ouverture des fissures et la surface totale) augmente avec la teneur en argile et il dépend également du type d'argiles,
- La présence des grandes particules peut augmenter le taux de fissures,
- L'espacement et l'ouverture des fissures dépendent de la résistance en traction, du module d'élasticité et du frottement à la base,
- Le taux d'évaporation est aussi un des paramètres importants. Un taux d'évaporation plus important entraine plus de fissures.



Figure 1-7 : Surface moyenne des blocs en fonction de l'épaisseur de l'éprouvette (Corte & Higashi 1960; Lau 1987)



Figure 1-8 : Evolution de l'espacement des fissures en fonction de l'épaisseur de l'éprouvette pour un sol remanié (à gauche) et compacté (à droite) (Nahlawi & Kodikara 2006).

1.4. Mécanisme de fissuration due au séchage

1.4.1. Mode d'ouverture des fissures

Les mécanismes d'ouverture et de propagation de fissures sont liés aux théories de la mécanique de la rupture. Ces dernières permettent de décrire de nombreux phénomènes analogues à ceux rencontrés lors de l'observation, au séchage, de la fissuration dans les sols. Ainsi, les mécanismes décrivent la manière dont les fissures peuvent s'ouvrir et se propager par la suite. En général, les critères de fissuration peuvent être divisés en 2 approches : en contrainte (Abu-

Hejleh & Znidarcic 1995; Konrad & Ayad 1997a; Morris et al. 1991; Lachenbruch 1961) et en déformation (Meakin 1987; Vogel et al. 2005). Dans l'approche de contrainte, la fissuration aura lieu lorsque la contrainte atteint la résistance du matériau, tandis que d'après le critère de déformation, la fissuration commence quand la déformation critique est dépassée. Dans l'étude de la fissuration due au séchage des sols, les mécanismes sont expliqués essentiellement en se basant sur le critère de contrainte.

La prédiction du seuil de propagation des réseaux de fissures est un élément essentiel de la mécanique des matériaux. Il est possible de diviser les modèles de propagation de fissures en trois catégories distinctes (Figure 1-9) :

Le mode I (en traction): il s'agit du mode d'ouverture. Les surfaces des fissures se propagent dans des directions opposées et parallèlement au plan de propagation de la fissure. Dans ce mode, la contrainte tend à ouvrir la fissure et à rompre en traction les liaisons entre deux faces de la fissure.

Le mode II (en cisaillement) : il s'agit du mode de glissement de translation. Les surfaces des fissures se déplacent dans la même direction.

Le mode III (en mixte) : il s'agit du mode de glissement de rotation.

Les fissures observées lors du séchage des sols argileux dans les plupart des expériences sont principalement du mode I (par l'ouverture) (Lachenbruch 1961; Morris et al. 1991; Konrad & Ayad 1997a; Abu-Hejleh & Znidarcic 1995; Amarasiri et al. 2011; Stirling 2014; Ayad et al. 1997; Towner 1987a; Towner 1987b).



1.4.2. Figure 1-9 : Trois modes de propagation de la fissure (Nguyen 2015)Résistance en traction du sol

Dans le mode I, le réseau des fissures se forme quand la contrainte en traction atteint la résistance en traction du sol. La résistance en traction du sol est alors un paramètre majeur qui contrôle l'initiation de la fissure. Quelques propriétés de la résistance en traction du sol sont résumées ci-dessous(Krishnayya et al. 1974) :

- Le sol a une faible résistance en traction, de l'ordre de quelques kPa,
- La résistance en traction des sols plastiques est en général plus grande que celle des sols peu plastiques.

La résistance en traction des sols peut être mesurée expérimentalement par trois méthodes principales : la méthode d'extrapolation, la méthode indirecte et la méthode directe (Stirling 2014). La contrainte maximale en traction pour un sol compacté de faible plasticité est d'environ 4 *kPa* et la déformation en traction à la rupture est de 0,2 - 3% à travers des essais indirects(Krishnayya et al. 1974). A la rupture en traction, la déformation des argiles est d'environ 2 - 15% dans les essais de flexion et 1-5% pour les essais de traction directes (Ajaz & Parry 1975).

En réalité, sous l'effet de séchage, la succion augmente dans le sol entrainant l'augmentation de la force inter-particules. Une cohésion apparente entre les particules peut se produire et en conséquence, la résistance du sol peut également augmenter (Morris et al. 1991; Towner 1987a;

Corte & Higashi 1960). De plus, cette résistance est aussi affectée par le cycle de séchage/humidification (Towner 1987b; Rodriguez et al. 2007; Nahlawi & Kodikara 2006; Tang et al. 2015; Lu et al. 2007). La Figure 1-10 présente l'évolution de la résistance en traction d'un sol avec la teneur en eau pendant le premier séchage initial, l'humidification et le deuxième séchage (Stirling 2014). Le premier chemin de séchage présente une tendance exponentielle de la résistance en traction avec la diminution de la teneur en eau. Ensuite, sous l'humidification, une même tendance exponentielle peut être tracée. Puis, le deuxième chemin de séchage expose une résistance en traction plus faible que celle dans le premier séchage.



Figure 1-10 : Evolution de la résistance en traction du sol avec la teneur en eau (Stirling 2014)

1.4.3. Les critères de rupture

Comme expliqué ci-dessus, le mécanisme de fissuration lié au séchage le plus connu est celui en traction (mode I). Ainsi, si la contrainte en traction développée lors du séchage peut être estimée, la prédiction des fissures dépendra du critère de rupture utilisé. Cette partie est consacrée à la présentation de quelques critères connus dans la description de la fissuration.

Afin d'expliquer le phénomène de fissuration, la Mécanique Linéaire de la Rupture (MLR) est une approche très connue. Cette théorie a pour objectif d'étudier la propagation d'une fissure individuelle existante dans un matériau isotrope, élastique linéaire. Les solutions asymptotiques de la contrainte et du déplacement au voisinage de l'extrémité de la fissure sont décrites cidessous, voir Figure 1-11 (Westergaard 1939; Irwin 1958; Irwin 1957). Les paramètres principaux de MLR peuvent résumer dans le Tableau 1-2.

r	Distance entre le point d'observation et la pointe de la fissure
а	Longueur de la fissure existante
ν	Coefficient de Poisson
E	Module d'élasticité du matériau
σ	Chargement appliqué
σ _f	Résistance du matériau
K	Facteur d'intensité de contrainte
G	Taux énergétique
J-intégrale	Intégrale du contour autour de la pointe d'une fissure

Tableau 1-2 : Paramètres du MLR



Figure 1-11 : Champ de contrainte au voisinage de la fissure (Westergaard 1939)

$$\sigma_{x} = \frac{K}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left[1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right]$$
(1-1)
$$\sigma_{y} = \frac{K}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left[1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right]$$
$$\tau_{xy} = \frac{K}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2}$$

Et :

 $\sigma_z = \tau_{xz} = \tau_{yz} = 0$ pour le cas de contrainte plane

$$\sigma_{z} = \nu \left(\sigma_{x} + \sigma_{y} \right)$$
pour le cas de déformation plane
 $\tau_{xz} = \tau_{yz} = 0$

Avec :

- r : Distance entre le point d'observation et la pointe de la fissure
- a: Longueur de la fissure
- ν : Coefficient de Poisson
- *K* : Facteur d'intensité de contrainte $K = \sigma \sqrt{\pi a}$

Les solutions montrent que l'amplitude de la contrainte au voisinage de la pointe d'une fissure dépend du facteur d'intensité de contrainte K qui est considéré comme un paramètre fondamental. Ce facteur est utilisé pour caractériser l'intensité de la singularité du champ de contrainte au voisinage de la pointe d'une fissure. Théoriquement, ce facteur dépend de la géométrie de la structure, de la longueur de la fissure et des paramètres de chargement. Les premiers critères de propagation des fractures se basant sur MLR ont été établis par Griffith (Griffith 1921) par l'analyse énergétique, par Irwin (Irwin 1958) en se basant sur le concept du facteur d'intensité de contrainte, et par Rice (Rice 1968) en proposant une intégrale de contours autour de la fissure.

Le critère de Griffith (Griffith 1921) s'est basé sur une analyse énergétique nécessaire pour la propagation de la fissure. Une fissure soumise à une contrainte en traction uniforme se propagera si la condition ci-dessous est vérifiée :
$$G \ge G_c$$
 (1-2)

Où : *G* est le taux énergétique qui représente la variation d'énergie totale lors de la propagation de la fissure sous un chargement constant extérieur. G_c est le taux énergétique critique qui est considéré comme un paramètre caractéristique du matériau. Ces deux taux énergétiques peuvent être calculés en fonction du chargement appliqué σ , de la contrainte critique à la rupture σ_f ou la résistance du matériau, de la longueur de la fissure *a* et du module de Young du matériau *E* par l'expression ci-dessous :

$$G = \frac{\pi \sigma^2 a}{E}$$

$$G_c = \frac{\pi \sigma_f^2 a}{E}$$
(1-3)

Le critère de Irwin (Irwin 1958; Irwin 1957) s'est basé sur les analyses de contrainte à l'extrémité de la fissure en supposant l'existence d'un facteur de ténacité du matériau, noté K_c . La fissure se propagera sous la condition ci-dessous :

$$K \ge K_c \tag{1-4}$$

Par ailleurs, une équivalence entre le critère d'Irwin et celui de Griffith a été proposée en donnant la relation reliant des deux paramètres K et G (Irwin 1958) :

$$K = \sqrt{\frac{EG}{\eta}} \tag{1-5}$$

Où : $\eta = \begin{cases} 1 & \text{Contrainte plane} \\ 1 - v^2 & \text{Déformation plane} \end{cases}$

Rice (Rice 1968) a proposé une ligne intégrale valable pour tous les contours autour de la pointe d'une fissure dans un milieu élastique ou élasto-plastique. Ce dernier a pour objectif d'analyser la concentration de la contrainte et de la déformation au voisinage de la fissure. Cette intégrale est notée par « *J-intégrale* » et définie par l'équation ci-dessous :

$$J = \int_{\Gamma} W dy - \underline{T} \frac{\partial \underline{u}}{\partial x} ds$$
(1-6)

Avec :

 Γ : Contour de la pointe de la fissure,

W: Energie élastique calculée par
$$W = \int_{0}^{z} \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij}$$
,

- \underline{T} : Vecteur de traction sur tout le long de Γ ,
- ds: Longueur infinitésimale du contour Γ ,
- \underline{u} : Vecteur de déplacement.

Les relations entre « *J-intégrale* » et le facteur d'intensité de contrainte *K*, ainsi que le taux de restitution d'énergie *G* ont été également proposées :

$$J = \frac{1 - v^2}{E} K^2 = G \quad \text{en contrainte plane}$$

 $J = \frac{K^2}{E} = G$ en déformation plane

Le critère de Rice pour la propagation de fissure est donc écrit :

$$J \ge J_c \tag{1-7}$$

Où : J_c est la value critique à la rupture

En utilisant l'approche de MLR, les paramètres critiques du matériau comme K_c , G_c et *J*intégrale contrôlent la fissuration. Pour des sols argileux, la valeur de G_c est dans la gamme de 0,2 *N/m* à 9 *N/m* (Ayad et al. 1997; Nichols & Grismer 1997; Peron et al. 2013). Certaines paramètres mécaniques de la fissure comme G_c , K_c , *J*-intégrale des sols argileux compactés ont été recalculés expérimentalement (Costa et al. 2014; Costa & Kodikara 2012; Amarasiri et al. 2011; Nichols & Grismer 1997; Prat et al. 2008).

Le critère le plus connu et le plus utilisé pour la mécanique des sols est celui de Mohr-Coulomb (Figure 1-12) qui est exprimé par l'équation suivante :

$$\tau = \sigma' \tan \varphi + c' \tag{1-8}$$

Avec :

 τ : Contrainte tangentielle

 σ : Contrainte normale effective

 φ : Angle de frottement interne

c': Cohésion effective



Figure 1-12 : Critère de Mohr-Coulomb

Pour les sols non saturés, le comportement est caractérisé par trois variables principales (Fredlund & Morgenstern 1977) : (*i*) la contrainte totale nette $(\sigma_{ij} - p_a)$; (*ii*) la succion $(p_a - p_w)$ et (*iii*) l'indice des vides *e*. La compression et la fissuration du sol sous l'effet du séchage sont donc produites peut être par : un changement de contrainte totale, une évolution de la succion ou la combinaison des deux phénomènes. La résistance au cisaillement d'un sol non saturé peut être exprimée de la manière suivante (Fredlund & Morgenstern 1976) :

$$\tau = (\sigma - p_a) \tan \varphi + (p_w - p_a) \tan \varphi^{\rho} + c \tag{1-9}$$

Où : φ' et φ^b représentent l'effet de la contrainte totale et de la succion sur la résistance au cisaillement. p_w , p_a sont les pressions d'eau et d'air. Le comportement du sol saturé est retrouvé quand la succion est nulle : $p_a - p_w = 0$.

Pourtant, le critère de Mohr-coulomb a des limites dans la représentation du comportement en traction du sol, le mode de rupture considéré dans l'étude de la fissuration. Il existe également d'autres critères plus avancés permettant de décrie le comportement en traction du sol comme Mohr-Paul, Griffith-Bracen, Mohr-Coulomb modifié présentés généralement dans la Figure 1-13 (Lee & Ingles 1968).



Figure 1-13 : Surface de rupture d'après différents critères (Lee & Ingles 1968)

Au niveau des mécanismes, la fissuration est étudiée essentiellement comme un processus mécanique et les critères de fissuration sont alors basés sur le champ de contrainte. Pourtant, Corte et Higashi (Corte & Higashi 1960) ont mentionné que la fissuration par le séchage est complètement différente du mécanisme de fissuration mécanique dans le sens où le matériau perd une partie de sa masse initiale durant le procédé.

1.4.4. Prédiction de l'initiation des fissures

L'initiation de la fissure est une des observations essentielles dans l'étude de la fissuration due au séchage de sol. Il y a deux facteurs majeurs qui contrôlent l'initiation des fissures (Kodikara & Costa 2013). Comme mentionné ci-dessus, la fissuration du sol est générée tout d'abord par l'augmentation de la contrainte en traction développée lors du séchage. Le premier facteur concerne donc la distribution de la contrainte en traction qui est le résultat d'un retrait restreint. La fissure se propage quand la contrainte en traction atteint la résistance du sol. En conséquence, la fissuration peut souvent commencer à partir du centre d'un massif de sol où la contrainte en traction est maximale (Peron, Laloui, et al. 2009; Nahlawi & Kodikara 2006; Kodikara & Choi 2006). Le deuxième facteur concerne l'hétérogénéité du matériau. En effet, les ouvertures de fissures se produisent en général là où l'énergie est minimale pour se propager. Les microfissures peuvent être considérées comme des défauts existants dans la structure (Shin & Santamarina 2011; Kodikara & Costa 2013; Tang, Shi, et al. 2011). Celles-ci sont déjà ouvertes, ainsi il n'est pas nécessaire de fournir de l'énergie afin d'amorcer la fissure. Il s'agit seulement de la propager. De plus, les défauts peuvent être considérés comme les grandes pores. L'air y pénètre plus facilement. Le séchage à ces endroits peut se produire plus rapidement et favoriser ainsi la fissuration. La Figure 1-14 présente l'effet de la distribution de contrainte et la présence des défauts sur l'initiation des fissures (Kodikara & Costa 2013). L'augmentation de la contrainte en traction est nécessaire pour activer la fissuration. D'après la MLR présentée ci-dessous, la contrainte est donc singulière au voisinage de la pointe du défaut. La fissuration est donc favorisée autour des défauts et peut être éloignée des points de la contrainte maximale. De plus, le sol est généralement formé par des particules. En conséquence, des microfissures ou des défauts préexistants peuvent être considérés comme des vides entre des particules selon la définition de Griffith (Griffith 1921). Les macro-fissures se développeront à partir des microfissures sous l'augmentation de la contrainte en traction à la pointe de la fissure (Morris et al. 1991).



Figure 1-14 : L'effet des défauts et de la distribution de la contrainte en traction (Kodikara & Costa 2013)

Abu-Hedjleh and Znidarcic (Abu-Hejleh & Znidarcic 1995) ont analysé le séchage des sols fins. D'après cette approche, la fissuration commence quand l'indice des vides du sol *e* atteint une valeur critique e_{cr} . Cet indice des vides critique est relié à la contrainte verticale totale par une fonction de la fissuration *G* :

$$e_{cr} = G(\sigma_{cr}) \tag{1-10}$$

Shin et Santamarina (Shin & Santamarina 2011) ont expliqué le mécanisme de l'initiation et de la propagation des fissures des sols fins en donnant la définition de membrane de l'interface d'air-eau (Figure 1-15). Les mécanismes de l'initiation et de la propagation des fissures sont expliqués par l'avancement de cette interface d'air-eau. Sous l'effet de l'évaporation, cette membrane de l'interface d'air-eau se forme à cause de l'envahissement de l'air à partir de la surface. L'avancement de cette membrane pendant le séchage entraîne le déplacement des particules de sol. En conséquence, la fissure se propage. La fissuration démarre quand la succion est proche de la valeur d'entrée d'air qui est définie par l'équation suivante :

$$u_c^{AE} = \frac{2T_s / R}{\sqrt[3]{\frac{2}{3}\pi(1+e) - 1}}$$
(1-11)

Où : $T_s = 0.072 N/m$ est la tension surfacique, *R* est le rayon du ménisque et *e* est l'indice des vides.



Figure 1-15 : Mécanisme de fissuration par l'interface d'air-eau (Shin & Santamarina 2011)

Selon Li et Zhang (Li & Zhang 2011) il y trois phases dans le développement des fissures in situ: (*i*) la phase initiale où quelques fissures apparaissent et se développent ; (*ii*) la phase primaire où le réseau des fissures se développe fortement avec l'apparition de plusieurs des fissures ; (*iii*) et la phase finale où les fissures atteignent des valeurs d'équilibre et leur quantité ne change plus. La phase primaire commence lorsque la succion dépasse la valeur critique décrite ci-dessous :

$$p_{a} - p_{w} \ge \left(\frac{(0.45 \pm 0.15)H}{(1-\mu)E}\right)^{2} s_{0}^{'}$$
(1-12)

Où : p_a , p_w sont les pressions de l'air et de l'eau ; s est la succion ; μ est le coefficient de Poisson ; E est le module de Young, H est le module représentant la déformation du sol sous la variation de succion, et s_0 est la pression de pré-consolidation à l'état saturé. Le rapport E/Hse trouve dans la gamme de 0.15 -0.2 pour l'argile saturée (Lau 1987; Morris et al. 1991). La succion au moment de l'initiation de fissure est alors dans la gamme de 5 à 20 fois la pression de pré-consolidation. La teneur en eau pour l'initiation des fissures peut être traduite à partir de cette succion critique en connaissant la courbe de rétention d'eau.

En analysant l'espacement entre les fissures, Konrad et Ayad (Konrad & Ayad 1997a) ont prédit la succion critique ψ_{cr} au moment de l'initiation des fissures. Cette prédiction est basée sur l'analyse de la distribution de contrainte avec la présence de la succion (Abu-Hejleh & Znidarcic 1995). Pour le cas simple où le sol commence à sécher à partir de l'état liquide, ψ_{cr} peut être calculée comme une fonction de la résistance en traction σ_t et de l'angle de frottement de sol ϕ' par la relation suivante :

$$\psi_{cr} = \frac{\sigma_t}{\sin\phi} \tag{1-13}$$

1.5. Modélisation de la fissuration des sols

La formation et la propagation des fissures liées au séchage sont des processus couplés hydromécaniques. L'analyse théorique et la modélisation numérique de la fissuration posent donc un grand défi. Cette section a pour objectif de résumer certaines méthodes analytiques et numériques proposées pour modéliser la fissuration des sols sous l'effet d'un séchage.

1.5.1. Généralités des méthodes de modélisation de la fissuration

Le recours à la MLR est très courant pour étudier analytiquement la propagation des fissures. Pour le sol, les travaux originaux de Lachenbruch (Lachenbruch 1961) ont utilisé cette théorie afin d'expliquer la profondeur et l'espacement entre les fissures. Concernant les sols non saturés, cette approche a été développée pour l'étude de l'espacement et de la profondeur des fissures (Lau 1987; Morris et al. 1991; Abu-Hejleh & Znidarcic 1995; Konrad & Ayad 1997a). Les modèles analytiques de fissuration se basant sur la MLR ont eu des succès apparents. Pourtant, elles ne considèrent que la propagation d'une seule fissure individuelle. L'interaction entre les fissures n'est pas prise en compte. De plus, le comportement non linéaire ainsi que la plasticité du sol au cours du séchage limitent la validité de cette approche.

En se basant sur les équations constitutives du comportement hydromécanique des sols et en utilisant quelques hypothèses simplifiées, plusieurs modèles analytiques pour le séchage et la fissuration des sols ont été proposés (Kodikara & Choi 2006; Wu & Zhang 2009; Zhou & Rowe

2005; Peron, Laloui, et al. 2009). Ces modèles analytiques permettent de calculer l'évolution des contraintes, de la teneur en eau, de la succion au cours du séchage. La distribution des contraintes permet de prédire le moment et la localisation de l'initiation des fissures.

La mécanique des milieux continus et la méthode des éléments finis (MEF) ont été utilisées par de nombreux auteurs afin de modéliser le retrait et la fissuration (Rodriguez et al. 2007; Péron et al. 2007; Konrad & Ayad 1997a; Hu et al. n.d.; Coussy & Brisard 2009). La MEF permet de modéliser numériquement le processus de séchage avec l'évolution de la teneur en eau, ainsi que la variation du volume avant la fissuration. Cette approche permet également de prédire le moment de l'initiation des fissures par l'analyse de la distribution de contrainte et de déformation du sol au cours du séchage. L'initiation et la propagation des fissures impliquent la discontinuité, ce qui est un aspect difficile à reproduire avec des modèles basés sur le concept de milieu continu. Levatti et al.(Levatti et al. 2007) ont utilisé le MEF avec la technique du remaillage pour modéliser la fissuration due au séchage du sol.

La méthode des éléments discrets (MED) modélise le sol comme un assemblage d'éléments discrets. Cette méthode présente beaucoup de potentiel dans la simulation de la fissuration des sols (Amarasiri et al. 2010; Sima et al. 2014; Peron, Delenne, et al. 2009). Le principe de la MED est d'observer les réponses microscopique et macroscopique d'un assemblage de particules connectées par des ressorts fictifs sous différents chargements. Un modèle de retrait des particules doit être établi et dans certains cas, le séchage du sol est modélisé par l'application d'une condition de séchage à l'échelle microscopique pour chaque particule (Sima et al. 2014). En général, la MED tient compte de la cohésion entre les particules du sol (Peron, Delenne, et al. 2009). L'évolution de cette cohésion pendant le séchage est représentée par l'augmentation de la force de cohésion entre des éléments discrets dans la simulation. Quand cette contrainte atteint la résistance du sol, la cohésion de la liaison diminue de manière irréversible. L'initiation d'une fissure correspond à la rupture des ressorts reliant les particules par l'élimination de cette cohésion. L'évolution de certaines propriétés du sol implique un comportement non linéaire pendant le séchage. En utilisant la MED, ce comportement non linéaire est modélisé en considérant ces évolutions comme les fonctions de la succion ou de la teneur en eau (Amarasiri et al. 2010; Hirobe & Oguni 2016; Sima et al. 2014). Dans ces travaux, l'effet des paramètres affectant la fissuration a également pu être observé en changeant quelques paramètres du modèle (taille de l'échantillon, propriété du support, résistance en traction, paramètres de retrait). Malgré son potentiel dans la modélisation de la fissuration, la MED est considérée plus pertinente à l'échelle de l'éprouvette qu'à celle de la structure.

Comme mentionné ci-dessus, la représentation de la discontinuité due à l'initiation et la propagation des fissures reste une difficulté pour la MEF. La combinaison entre la MEF et la méthode de discrétisation de Voronoi a aussi été utilisée afin de traiter le couplage hydromécanique et la fissuration (Hirobe & Oguni 2016; Asahina et al. 2014). Dans cette approche, la MEF est utilisée pour simuler l'écoulement hydraulique et la technique de discrétisation de Voronoi est utilisée afin de traiter le problème mécanique ainsi que le développement des fissures. L'initiation des fissures est représentée par la rupture des ressorts reliant les cellules de Voronoi adjacentes sur tout le long de la trajectoire prévue de la fissure. La Figure 1-16 présente un exemple de la géométrie et de l'ouverture d'une fissure préfinie. La comparaison des simulations numériques avec les données expérimentales montre la capacité du modèle à reproduire la morphologie du réseau de fissures et la hiérarchie du processus de fissuration par familles. En outre, Sanchez et al. (Sánchez et al. 2014) proposent un modèle en se basant sur la fragmentation du maillage des éléments finis avec l'ajout des éléments d'interface par des éléments joints. La fissure se propage sur la longueur de ces éléments d'interface. Par contre, ce modèle a pu modéliser surtout le comportement mécanique. L'effet de l'évaporation est introduit comme la déformation mécanique des éléments solides. Malgré cette limitation, ces travaux permettent de montrer la capacité de la technique de fragmentation dans la modélisation des tendances principales du processus de fissuration des sols. De plus, les éléments d'interfaces ont aussi été utilisés par Stirling (Stirling 2014) en les intégrant dans le code FLAC.



Figure 1-16 : a) Géométrie d'une fissure sur un réseau irrégulier de Voronoi, (b) deux types de trajectoires de fissures prédéfinies (c) représentation 3D avec des fissures ouvertes (Asahina et al. 2014)

La méthode de fissure cohésive est aussi utilisée pour modéliser la fissuration. Le principe de la méthode est de mettre des fissures potentielles initialement représentées par des joints cohésifs. L'ouverture d'une fissure résulte de la rupture des ponts reliant les deux faces du joint cohésif. Quand ces deux faces se séparent, la contrainte normale diminue graduellement à partir de la valeur de la résistance jusqu'à zéro. L'utilisation de cette méthode permet de modéliser différents comportements de la matrice (non linéaire, endommagement, plasticité). La trajectoire des fissures prédéfinies est une des limites de la méthode de fissure cohésive. En revanche, cette limitation peut être réglée en mettant en place plusieurs fissures potentielles. L'origine du modèle de fissure cohésive se réfère aux travaux de (Dugdale 1960; Barenblatt et al. 1960) qui se sont basés sur les hypothèses suivantes (Sun & Jin 2012) :

- Il existe une zone cohésive à proximité de la pointe de fissure où les deux faces supérieure et inférieure de la fissure sont tenues par une force appelée : « traction cohésive »,
- La taille de la zone cohésive et la distribution de la force de traction cohésive sont indépendantes de la géométrie de la fissure et des chargements extérieurs.

Il y a deux paramètres importants décrivant le modèle de fissure cohésive : la résistance en traction et l'énergie de la rupture (le travail de séparation de deux faces) (Elices et al. 2002; Chen & Mai 2010). La loi cohésive représente la relation entre la contrainte en traction cohésive et l'ouverture de la fissure. Elle s'écrit de la manière suivante :

$$\sigma_n = \sigma_R f(u_n / u_0) \tag{1-14}$$

où : σ_R représente la résistance ou le pic de la traction cohésive ; u_n , u_0 sont respectivement le déplacement normal (ouverture) et le déplacement critique ; f est la fonction représentant la forme de la courbe. Plusieurs formes du comportement du modèle sont résumées par Chandra et al. (Chandra et al. 2002).

La méthode de fissure cohésive est encore récente dans la modélisation de la fissuration des sols. Amarasiri el al. (Amarasiri et al. 2011; Amarasiri & Kodikara 2013a; Amarasiri & Kodikara 2013b) ont montré la performance de cette méthode dans la modélisation de la fissuration des sols due au séchage. Une loi linéaire a été utilisée afin de décrire le comportement des joints cohésifs quand la contrainte atteint la résistance du sol. Le modèle est plus adapté aux sols mous et quand l'énergie des fissures est faible.

1.5.2. Problème du couplage hydromécanique de la fissuration des sols

En général, le couplage hydromécanique représente des interactions physiques entre les processus hydraulique et mécanique dans le comportement des matériaux. L'interaction entre les comportements mécanique et hydraulique peut être divisée en deux types résumés dans la Figure 1-17 (Rutqvist & Stephansson 2003). Le premier type est l'interaction indirecte liée au changement des propriétés des matériaux. Il présente l'évolution de certaines propriétés hydrauliques due à la réponse mécanique et vice versa. Par exemple, la variation de la perméabilité hydraulique due au changement de la porosité. Le deuxième type est l'interaction directe entre la pression du fluide et la contrainte mécanique. Par exemple, la présence de la pression interstitielle sur la contrainte effective.



Figure 1-17 : Couplage hydromécanique dans les géomatériaux : couplages directs liés aux interactions de volume des pores (i et ii) ; couplages indirects liées à la modification des propriétés des matériaux (iii et iv) (Rutqvist & Stephansson 2003).

La fissuration due au séchage des sols est un phénomène complexe lié aux couplages hydromécaniques. La diminution de la teneur en eau au cours du séchage entraîne la diminution du volume totale et le changement de l'état de contrainte dans les sols. Une fois la résistance atteinte, le réseau de fissures se forme. La diminution de la porosité avec le retrait ainsi que la présence de la fissure influencent la perméabilité et l'infiltration du fluide. Dans la modélisation numérique, le couplage hydromécanique avec la représentation de l'endommagement et l'initiation/la propagation de la fissure est encore une difficulté majeure (Tang et al. 2002). Plusieurs auteurs ont proposé des modèles théoriques du couplage thermo-hydro-mécanique pour les sols saturés (Dariusz & Bernhard 1996) et non saturés sans prendre en compte l'initiation et la propagation des fissures (Wu et al. 2004; Wu & Zhang 2009; Wilson et al. 1994; Thomas & King 1991; Hywel et al. 1995; Thomas & He 1995; Gens & Olivella 2001; Collin et al. 2002; Rodriguez et al. 2007; Jahangir & Sadrnejad 2012; Zhou & Rowe 2005; Thomas et al. 1998). D'autre part, certains auteurs ont considéré numériquement ce couplage indirect via le changement des propriétés mécaniques du sol au cours du séchage : par exemple l'évolution du module d'élasticité, de la résistance en traction en fonction de la teneur en eau (Amarasiri et al. 2010; Stirling 2014; Amarasiri & Kodikara 2013a; Amarasiri & Kodikara 2013b). Le couplage hydromécanique du processus de séchage incluant le développement de la fissure a également été proposé par Asahina et al. (Asahina et al. 2014) et par Hirobe et Oguni (Hirobe & Oguni 2016). Dans ces deux travaux, la diffusion hydraulique et le problème mécanique avec la formation des fissures ont été calculés séparément par deux modules différents (TOUGH2 et RBSN). Ils partagent le même maillage permettant d'échanger facilement les données de l'un à l'autre. Le couplage hydromécanique dans le travail de Hirobe et Oguni (Hirobe & Oguni 2016) a été réalisé en traduisant le changement de la teneur en eau par un changement du volume équivalent. De plus, la formation des fissures permet d'accélérer l'évaporation à partir de la surface des fissures. Cette interaction est modélisée en ajoutant un taux d'évaporation supplémentaire sur ces surfaces (Stirling 2014). En outre, Asahina et al. (Asahina et al. 2014) ont proposé un modèle de couplage complet hydromécanique qui est réalisé dans chaque incrément de calcul à travers l'échange des informations entre deux modules. Ce schéma de couplage est présenté sur la Figure 1-18.



Figure 1-18 : Couplage hydromécanique proposé par Asahina et al. (Asahina et al. 2014)

1.6. Prédiction de l'espacement et de la profondeur des fissures des sols

Par sa nature hydromécanique, la fissuration peut changer drastiquement les propriétés hydrauliques et mécaniques de sol. Un élément clé dans ces effets est la géométrie des fissures, *i.e.* espacement, profondeur et densité. Une fois la géométrie des fissures déterminée, la réponse du sol sous un cycle de séchage/humidification pourra être prédite (Perrier et al. 1995).

Les travaux précédents sur la fissuration des sols sont essentiellement qualitatifs et reflètent des observations sur la profondeur, l'espacement et les mécanismes de la formation des fissures (Kodikara et al. 2002). Ces études se contentent de présenter l'effet de plusieurs facteurs (*i.e.* épaisseur de l'éprouvette, taux de séchage, type de sol, température...) sur la morphologie des fissures (Kindle 1917a; Corte & Higashi 1960; Costa et al. 2013; Sánchez et al. 2014; Tang et al. 2008; Nahlawi & Kodikara 2006; Peron, Hueckel, et al. 2009; Stirling 2014). Certains auteurs se sont basés sur les résultats expérimentaux afin de prédire l'effet de ces facteurs sur la géométrie des fissures (Nahlawi & Kodikara 2006; Song et al. 2016; Lau 1987; Corte & Higashi 1960; Bai et al. 2000; Ta 2009). Pourtant, l'étude quantitative de l'espacement et la corrélation entre l'espacement et la profondeur des fissures sont encore restées limitées. Cette section a pour objectif de résumer quelques modèles de prédiction de la profondeur et de l'espacement et les fissures.

Lau (Lau 1987) et Morris et al. (Morris et al. 1991) ont proposé des modèles analytiques pour estimer la profondeur des fissures qui est une fonction des propriétés du sol et du profil de succion. Dans ces travaux, un profil uniforme (ou linéaire) de succion a été supposé afin de simplifier les calculs. Dans les travaux de Lau, la contrainte horizontale a été calculée par deux méthodes : basée sur l'analyse d'équilibre élastique et basée sur l'analyse d'équilibre plastique. Trois approches différentes ont été présentées dans les travaux de Morris et al. : Une basée sur la théorie d'élasticité linéaire, une basée sur MLR et une basée sur la fissuration avec la rupture en cisaillement. Ces solutions ont été établies en considérant que la fissuration a lieu à l'état non saturé. Pourtant, certaines observations expérimentales démontrent que l'initiation de la fissure se produit quand le sol reste encore saturé (Tang, Shi, et al. 2011; Shin & Santamarina 2011; Peron, Hueckel, et al. 2009). Par ailleurs, l'espacement entre les fissures n'a pas été considéré dans ces travaux.

L'existence d'une phase de propagation instable lors de l'initiation de la fissure a été supposée. En effet, la fissure peut se propager très brutalement au moment de l'initiation pour atteindre une profondeur finie que nous appelons « profondeur ultime ». Ensuite, la propagation de la fissure se fait progressivement avec l'évolution du chargement. Cette profondeur ultime a été étudiée et prédite par l'utilisation de MLR (Lachenbruch 1961; Konrad & Ayad 1997a). Par cette approche, ils ont calculé tout d'abord le facteur d'intensité K_I en fonction des différentes profondeurs. La profondeur ultime correspond à celle qui donne le facteur d'intensité K_I égal à la ténacité du matériau K_{IC} .

Généralement, il y a deux approches principales pour prédire l'espacement entre les fissures : l'approche de réduction de la contrainte et l'approche énergétique. L'approche de réduction de la contrainte est utilisée pour prédire l'espacement entre les fissures dans un cas de fissuration progressive (Lachenbruch 1961; Konrad & Ayad 1997a). Dans ce cas-là, l'espacement associé au développement de la 2^{ème} fissure dépendra de la zone de réduction de contrainte due à l'apparition de la 1^{ère} fissure. Une fissure individuelle se propage jusqu'à une profondeur ultime, la contrainte au voisinage de cette fissure est perturbée. A certaine distance, cette contrainte s'approche asymptotiquement de la valeur initiale. Les auteurs (Lachenbruch 1961; Konrad & Ayad 1997a) ont alors suggéré que la 2ème fissure peut apparaitre à l'endroit où la contrainte est égale à 90-95% de la résistance du sol. La Figure 1-19 présente le principe de l'approche de réduction de la contrainte. Les points forts et faibles dans la prédiction de Konrad et Ayad par l'utilisation de cette approche ont été discutés par Kodikara et al. (Kodikara et al. 1998). Ayad et al. (Ayad et al. 1997) ont analysé les mesures expérimentales in situ (Konrad & Ayad 1997b) et proposé ce facteur comme 80-88%. Kodikara et Choi (Kodikara & Choi 2006) ont aussi appliqué l'approche de réduction de la contrainte afin de prédire la subdivision qui se produit dans la fissuration progressive dans une bande de sol.



Figure 1-19 : Prédiction de l'espacement entre les fissures par l'approche de réduction de la contrainte (Konrad & Ayad 1997a)

L'approche énergétique est basée sur la comparaison entre l'énergie dissipée par la fissuration et le taux d'énergie nécessaire pour créer une fissure (Bazant & Cedolin 1991). Cette approche est valable plutôt dans le cas où les fissures apparaissent simultanément. L'approche énergétique a été appliquée dans les travaux de Peron et al. (Peron et al. 2013) afin de prédire l'espacement dans la fissuration d'une bande de sol. Toute l'énergie cumulée dans l'éprouvette a été supposée être dissipée pendant le processus de fissuration. Les fissures ont aussi été supposées pénétrer toute l'épaisseur de l'éprouvette. Le calcul d'énergie permet d'estimer le nombre de blocs et donc, l'espacement entre les fissures.

L'analyse statistique de la fissuration a été menée dans plusieurs études (Chertkov & Ravina 1998; Chertkov 2000; Chertkov 2008; Chertkov 2002a). Dans ces travaux, un modèle physique se basant sur l'analyse de probabilité a été développé. Ce modèle utilise la multi-fissuration et la fragmentation (Chertkov 1986; Chertkov 1987) afin de prédire la géométrie des fissures du sol (ouverture, surface transversale, volume des fissures). Par contre, l'espacement moyen et la connectivité entre les fissures sont introduits dans le modèle comme une fonction spéciale de la profondeur.

La prédiction de l'espacement entre les fissures est également applicable à d'autres matériaux comme les ciments, les chaussées ou les polymères (Jenkins 2009; Timm et al. 2003; Penev & Kawamura 1993; Leguillon et al. 2016; Carino & Clifton 1995).

1.7. Conclusion

La fissuration due au séchage des sols présente un enjeu important dans plusieurs domaines d'applications. La fissuration se produit souvent sous une condition restreinte. Une fissure s'initie quand la contrainte de traction développée pendant le séchage atteint la résistance du sol par le mode I de rupture.

Dans la littérature, un grand nombre de travaux expérimentaux au laboratoire et in situ ayant eu pour objectif d'observer le processus de séchage, ainsi que la morphologie, la géométrie et le développement des fissures sont présentés. L'effet quantitatif de plusieurs paramètres des sols et des conditions aux limites sur la formation et la propagation des fissures a été étudié.

Certaines approches analytiques et numériques existantes permettent de reproduire le processus de séchage et de calculer quantitativement l'évolution des propriétés des sols ainsi que des fissures. Par contre, le couplage hydromécanique et la discontinuité qui représente la fissure sont toujours difficiles à maîtriser dans la modélisation de la fissuration. L'étude quantitative de la géométrie des fissures reste encore limitée. Modéliser et prédire la formation des fissures restent un défi pour plusieurs domaines d'applications.

En se basant sur l'étude bibliographique et sur l'état de l'art de cette problématique, les objectifs principaux de cette thèse seront de :

- étudier par la simulation numérique le couplage hydromécanique et la fissuration des sols argileux due au séchage,
- proposer les solutions analytiques approximatives afin de prédire les déplacements des sols après l'initiation de la fissure,
- proposer une approche énergétique dans la prédiction de la profondeur ultime de la fissure au moment de l'initiation,
- proposer les corrélations empiriques en se basant sur les résultats numériques permettant de prédire l'espacement et la profondeur ultime des fissures de séchage des sols,
- présenter le potentiel de la méthode numérique dans la modélisation de la fissuration dans les ouvrages en terre.

Chapitre 2 : Comportement hydromécanique d'un milieu poreux fissuré non saturé

2.1. Modélisation du comportement hydromécanique d'un milieu poreux fissuré non saturé

Le couplage hydromécanique est un grand défi dans l'étude de la fissuration des sols. Dans le cadre de cette recherche, la fissuration est investiguée par les approches numérique et analytique. Pour les simulations numériques, les formulations de l'écoulement hydraulique et du comportement mécanique, ainsi que le couplage entre les deux phénomènes, sont décrites dans ce chapitre. Ensuite, à l'aide du code aux Eléments Finis 2D conçu pour un milieu POReux FISsuré (*Porofis*) (Pouya 2015b), l'initiation et la propagation des fissures sont simulées par l'introduction des joints cohésifs intégrés dans le modèle.

Dans le modèle numérique, un milieu poreux homogène contenant une famille de joints cohésifs est considéré (Figure 2-1). Pour le problème hydraulique, on peut imposer la pression ou l'écoulement de fluide sur la frontière, ainsi que dans les fissures intersectées avec la frontière. Pour le problème mécanique, la condition de contrainte ou de déplacement peut être appliquée à la frontière. Aucune force volumique n'est considérée. L'écoulement hydraulique, ainsi que le champ des déplacements dans ce milieu doivent satisfaire les conditions aux limites et les équations constitutives détaillées ci-dessous.



Figure 2-1: Problèmes hydraulique et mécanique dans un milieu fissuré (Pouya & Ghabezloo 2010)

2.1.1. Comportement hydraulique d'un milieu poreux fissuré non saturé

2.1.1.1. Diffusion de fluide dans la matrice

L'écoulement hydraulique dans la matrice est gouverné par la loi de Darcy :

$$\underline{v} = -\frac{k}{\rho g} \nabla p \tag{2-1}$$

Où \underline{v} est la vitesse du fluide ; p est la pression interstitielle ; k est la conductivité hydraulique ; g est la pesanteur ; ρ est la masse volumique du fluide.

Dans ce travail, une conductivité hydraulique isotrope dans la matrice est considérée. Cette conductivité hydraulique peut évoluer pendant le séchage (van Genuchten 1980; Deng et al. 2011; Li et al. 2011; Masrouri et al. 2008). Cette évolution peut être exprimée en fonction de la conductivité hydraulique de la matrice à l'état saturé k_s et du degré de saturation (Hemmati & Modaressi 2013) :

$$k = k_s \left(\frac{S_r - S_{res}}{1 - S_{res}}\right)^3 \tag{2-2}$$

 $O\hat{u}$: S_r et S_{res} sont respectivement le degré de saturation actuel et le degré de saturation résiduel du milieu.

La succion *s* dans le sol non saturé est définie comme la différence entre la pression de gaz (vapeur d'eau ou air) p_g et la pression de fluide *p* dans l'espace des pores par l'équation suivante :

$$s = p_g - p \tag{2-3}$$

Dans ce modèle numérique, la pression de gaz est considérée nulle et en conséquence, dans la condition non saturé s = -p.

En l'absence de terme de source, l'équation de conservation de la masse dans un milieu non saturé s'écrit de la manière suivante :

$$\frac{\partial m_f}{\partial t} - div(\rho \underline{v}) = 0 \tag{2-4}$$

Où : m_f est la masse de fluide dans l'unité de volume du milieu. Cette masse de fluide est calculée ci-dessous :

$$m_f = \rho \phi S_r \tag{2-5}$$

Où ϕ représente la porosité du milieu.

La variation de m_f doit dépendre d'une seule variable p afin d'établir une formulation standard résolue par la méthode des éléments finis. Pour cette raison, la variation de m_f s'écrit comme :

$$\frac{dm_f}{m_f} = \frac{d\rho}{\rho} + \frac{d\phi}{\phi} + \frac{dS_r}{S_r}$$
(2-6)

Les termes $d\rho/\rho$; $d\phi/\phi$ et dS_r/S_r peuvent être déterminés en fonction de p en utilisant respectivement les lois constitutives détaillées ci-dessous.

La variation de la densité du fluide ρ peut être reliée à la pression p par la compressibilité du fluide qui est définie par :

$$\frac{d\rho}{\rho} = \frac{dp}{K_f} \tag{2-7}$$

Avec K_f est le module de compressibilité du fluide.

La variation de la porosité est donnée par le modèle poro-élastique qui exprime cette dernière en fonction de la pression p et des déformations volumiques de la matrice ε_v par l'équation suivante :

$$d\phi = bd\varepsilon_v + \frac{dp}{N} \tag{2-8}$$

Avec: $\frac{1}{N} = \frac{b - \phi_0}{K_s}$ (Coussy 2004)

Où : *b* est le coefficient de Biot de la matrice, *N* est le module de Biot, K_s est le module de compressibilité de la matrice et ϕ_0 est la porosité initiale.

Pour un milieu non saturé, l'évolution du degré de saturation est reliée à la variation de succion par la courbe de rétention d'eau. Cette courbe de rétention d'eau est exprimée par la fonction $S_r = f(p)$. Dans le cadre de ce travail, la courbe de rétention d'eau est basée sur le modèle de Van Genuchten qui s'écrit de la manière suivante (van Genuchten 1980; Ghanbarian-Alavijeh et al. 2010) :

$$\frac{S_r - S_{res}}{1 - S_{res}} = \frac{1}{(1 + (\theta p)^n)^m}$$
(2-9)

Où : θ , *n*, *m* sont les constants du modèle avec m = 1-1/n.

A partir de l'expression de la courbe de rétention d'eau, on peut déduire :

$$\frac{dS_r}{S_r} = \frac{dS_r}{dp} \frac{dp}{S_r}$$
(2-10)

Où dS/dp est la dérivée de la courbe de rétention d'eau : $S' = \frac{dS_r}{dp} = \frac{-mnS_r}{p} \left(1 - S_r^{(1/m)}\right)$

En remplaçant les Eqs (2-7), (2-8) et (2-10) dans l'Eq. (2-6), on a :

$$\frac{\partial m_f}{\partial t} = \rho C_M \frac{\partial p}{\partial t} + \rho S_r b \frac{\partial \varepsilon_v}{\partial t}$$
(2-11)

Où : $C_M = S_r \left(\frac{\phi}{K_f} + \frac{1}{N} + \frac{\phi S'}{S_r} \right)$ est considéré comme un coefficient physique de la matrice.

Notons que $S_r b \frac{\partial \varepsilon_v}{\partial t} = r$ est le terme de source qui représente l'effet de la déformation volumique sur l'écoulement hydraulique.

En réécrivant l'équation de conservation de la masse dans Eq. (2-4) avec l'hypothèse du fluide incompressible, on obtient l'équation finale suivante qui permet de déterminer l'écoulement dans la matrice :

$$div\left(\frac{k}{\rho g}\nabla p\right) = C_M \frac{\partial p}{\partial t} + r$$
(2-12)

2.1.1.2. Diffusion de fluide dans les joints cohésifs

L'initiation et la propagation des fissures sont modélisées en mettant en place dans le modèle des joints cohésifs qui représentent des fissures potentielles. La conductivité hydraulique initiale d'un joint cohésif est considérée négligeable afin que leur présence ne perturbe pas l'écoulement dans la matrice avant la fissuration. Une fois que la fissure s'initie, la fissure est considérée comme une discontinuité. Leur conductivité hydraulique augmente fortement ensuite en fonction de leur ouverture, par la loi de Poiseuille (Zimmerman & Bodvarsson 1994). Dans ce travail, la conductivité transversale des joints (dans la direction perpendiculaire aux deux faces du joint) est supposée infinie ce qui implique la continuité de la pression à l'interface matrice/joint. En conséquence, il n'y a pas de saut de pression entre deux faces d'un joint. La pression dans le joint est donc représentée par une seule valeur de p à un point donné sur le long du joint.

Le débit d'écoulement dans le joint est représenté par \underline{q} qui a la dimension du produit de la vitesse multipliée par l'épaisseur. Ce débit \underline{q} peut varier en fonction de la position \underline{s} d'un point donné. Il est relié au gradient de pression par la loi cubique :

$$\underline{q}(\underline{s}) = -c_f(\underline{s})\nabla_s p(\underline{s})$$
(2-13)

Où ∇_s désigne le gradient tangentiel dans le plan local tangentiel au joint et c_f représente le tenseur de conductivité hydraulique dans le plan du joint. Dans les cas les plus fréquents, c_f est supposé isotrope dans le plan tangentiel et représenté par un scalaire c, ce qui est relié à l'ouverture de la fissure e et la viscosité du fluide μ par la loi de Poiseuille (Zimmerman & Bodvarsson 1994) :

$$c = \frac{e^3}{12\mu} \tag{2-14}$$

La modélisation de l'écoulement du fluide dans un joint et de l'échange de la masse du fluide avec la matrice environnante est difficile. Quelques études théoriques et numériques de l'écoulement dans la fissure ont été proposées (Vu 2012; Pouya 2015a; Pouya & Vu 2012b; Pouya & Vu 2012a; Vu et al. 2015). L'équation de conservation de la masse du fluide dans un joint est généralement écrite ainsi :

$$div(\rho \underline{q}) + \frac{\partial m_f^*}{\partial t} + [\rho \underline{v}] \underline{n} = 0$$
(2-15)

Dans cette équation, m_f^* est la masse du fluide dans le joint qui est calculée comme $m_f^* = \rho e$. La dérivation de la masse du fluide en fonction du temps donne :

$$\frac{\partial m_f^*}{\partial t} = \rho \frac{\partial e}{\partial t} + e \frac{\partial \rho}{\partial t} = \rho \frac{\partial e}{\partial t} + e \frac{\rho}{K_f} \frac{\partial p}{\partial t}$$
(2-16)

Le terme $[\rho \underline{v}] \cdot \underline{n}$ dans l'Eq. (2-15) représente la masse du fluide venant de la matrice qui est calculée comme la différence de la masse entrant et sortant du joint. De plus, le terme : $[\underline{v}] = [\underline{v}^+ - \underline{v}^-]$ est la discontinuité de la vitesse entre deux faces du joint (Pouya & Ghabezloo 2010) et \underline{n} représente le vecteur unitaire normale à la surface de la fissure (voir Figure 2-2). En remplaçant les Eqs.(2-13) et (2-16) dans l'Eq.(2-15), on trouve finalement :

$$div(\rho c \nabla p) = e \frac{\rho}{K_f} \frac{\partial p}{\partial t} + \rho \frac{\partial e}{\partial t} + \left[\rho \underline{v}\right] \underline{n}$$
(2-17)

Dans ce modèle, un fluide incompressible est considéré ce qui conduit à la simplification de l'Eq. (2-17) sous la forme :

$$div(c\nabla p) = r^f + r^{mf} \tag{2-18}$$

Avec $r^{f} = \frac{\partial e}{\partial t}$ et $r^{mf} = [\underline{v}] \underline{n}$

L'Eq.(2-18) est une équation clef dans le code qui permet de calculer l'écoulement du fluide dans un joint.



Figure 2-2 : Ecoulement dans une fissure (Pouya & Ghabezloo 2010)

2.1.2. Comportement mécanique

Dans ces modélisations numériques, le comportement mécanique de la matrice est écrit en fonction de la contrainte effective, tandis que le critère de rupture des joints cohésifs est basé sur la contrainte totale. En effet, pour un sol sous l'effet d'un séchage, l'augmentation de la résistance observée est égale à celle de la succion quand le degré de saturation reste important (Tang et al. 2015; Lu et al. 2007). Dans le cadre de ce travail, la résistance, représentée par le terme σ_R dans le modèle des joints cohésifs, est considérée constante au cours d'un séchage. C'est pourquoi, la contrainte totale est utilisée pour le critère de rupture des joints. Au niveau de l'interface entre la matrice et les joints, la continuité de la contrainte totale est assurée.

2.1.2.1. Comportement mécanique de la matrice

Dans le cadre de la mécanique des sols, la contrainte effective décrit l'état de contrainte qui s'applique sur les grains solides.

Pour un sol saturé, Terzaghi a défini la contrainte effective par l'équation suivante :

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ij} - p_w \tag{2-19}$$

Où: σ est la contrainte totale, p_w est la pression de fluide et σ' est la contrainte effective.

Pour un sol non saturé, la définition de la contrainte effective est la même, mais il est nécessaire de considérer un facteur supplémentaire : la succion. D'après Bishop (Bishop 1959), pour des sols non saturés, la contrainte effective de Terzaghi peut être adaptée de la manière suivante :

$$\sigma_{ij} = (\sigma_{ij} - p_a) + \chi (p_a - p_w)$$
(2-20)

Où $(\sigma_{ij} - p_a)$ est la contrainte nette et $(p_a - p_w)$ est la succion. La modification proposée par Bishop diminue la contrainte effective de Terzaghi pour l'application dans les sols non saturés en ajoutant le terme χ qui varie entre 0 et 1 pour prendre en compte l'effet de la succion. Quand $\chi = 0$ le sol est complètement sec et quand $\chi = 1$ le sol est saturé (correspondant à l'équation de Terzaghi). De plus, cette variable χ peut être reliée au degré de saturation *S* avec la relation suivante (Lu & Likos 2004) :

$$\chi = \chi(S_r) \tag{2-21}$$

Le comportement élastique a été considéré dans plusieurs travaux pour étudier le séchage des sols (Péron et al. 2007; Stirling 2014; Hirobe & Oguni 2016). Dans ce modèle, la matrice du sol est aussi supposée élastique linéaire isotrope. La contrainte effective de Bishop a été utilisée avec l'hypothèse $\chi = S_r$. Le comportement d'un sol non saturé est représenté par l'expression suivante :

$$\sigma = \mathbb{C} : \varepsilon - (S_r bp)\delta \tag{2-22}$$

Où : σ désigne le tenseur de contrainte totale, ε est le tenseur de déformation, \mathbb{C} représente le tenseur d'élasticité, *b* est le coefficient de Biot (pour le sol, *b* est supposé égale à 1) et δ est la matrice unité.

2.1.2.2. Comportement mécanique des joints cohésifs

L'initiation et la propagation des fissures sont modélisées en utilisant le modèle de fissure cohésive proposé par Pouya et Bemani (Pouya & Bemani 2015). C'est un modèle tenant compte de la plasticité et l'endommagement sous chargements normaux, tangentiels ou mixtes. Par contre, la partie de la plasticité des joints n'est pas prise en compte dans ces travaux. En effet, le modèle de Pouya et Bemani est basé sur le modèle de Carol et Prat (Carol & Prat 1997) en ajoutant l'évolution de la cohésion du joint, de la résistance en traction, ainsi que l'évolution des raideurs élastiques des joints avec l'endommagement. Comme mentionné dans le Chapitre 1, la fissuration due au séchage est connue comme le mode I de rupture (ouverture par la traction). Le comportement des joints cohésifs sous un chargement en traction est

particulièrement considéré dans ce travail. Sous une traction, les principaux aspects du modèle de Pouya et Bemani sont :

- Comportement linéaire élastique avant le pic de contrainte,
- Radoucissement et diminution de la résistance en traction après le pic,
- Dégradation de la raideur après le pic,
- Dégradation complète de la raideur et de la résistance en traction après l'endommagement entier.
- a) Définition de la variable d'endommagement d:

Dans le modèle d'endommagement, l'initiation et la propagation de la fissure sont représentées par le processus d'endommagement des éléments cohésifs reliant les deux faces du joint. Ce processus est géré par l'évolution d'une variable d'endommagement d dans le modèle numérique (Lemaitre & Desmorat 2005).

Dans ce modèle, la variable d'endommagement est un scalaire. Elle est défini comme le rapport entre la surface totale endommagée (S_D) et la surface totale initiale des joints reliant les faces de la fissure (S_B^i) (Figure 2-3) calculé par l'expression suivante (Bemani 2009) :

$$d = \frac{S_D}{S_B^i} \tag{2-23}$$

Par cette définition, la variable d'endommagement évolue entre 0 (à l'état vierge avec $S_D = 0$) et 1 (à l'état d'endommagement entier avec $S_D = S_B^i$).



Figure 2-3 : Définition de la variable d'endommagement (Bemani 2009)

b) Loi constitutive du modèle :

L'évolution de l'endommagement correspond à l'augmentation de la surface d'endommagement S_D . La surface effective est définie comme la différence entre la surface initiale et la surface endommagée, écrite par la relation suivante :

$$S_{eff} = S_B^i - S_D \tag{2-24}$$

La contrainte effective dans le cas d'un chargement unidimensionnel et d'endommagement isotrope est notée $\tilde{\sigma}$. Cette contrainte effective est définie en se basant sur le principe de l'équivalence de la force : La force résultante à l'état vierge et celle à l'état endommagé dans une même structure sont identique (Rabotnov 1968). Ce principe est exprimé par l'équation cidessous :

$$F = \sigma S_B' = \tilde{\sigma} S_{eff} \tag{2-25}$$

La contrainte effective pour des joints cohésifs peut être déduite en introduisant la variable d'endommagement *d* défini de l'Eq.(2-23) à l'Eq.(2-25):

$$\tilde{\sigma} = \frac{\sigma}{1-d} \tag{2-26}$$

Dans ce travail, un comportement du type élasticité-endommagement des joints cohésifs est considéré. A partir de l'Eq. (2-26), ce comportement élasticité-endommagement peut être écrit :

$$\underline{\sigma} = (1-d)\underline{\underline{R}}\underline{\underline{u}} \tag{2-27}$$

Où : σ , <u>R</u> et <u>u</u> sont respectivement la contrainte à l'interface matrice/joint, le tenseur de raideur du joint et le vecteur de déplacement élastique du joint.

L'Eq. (2-27) peut être précisée par :

$$\begin{bmatrix} \tau \\ \sigma_n \end{bmatrix} = (1-d) \begin{bmatrix} R_{tt} & R_{tn} \\ R_{nt} & R_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_t \\ u_n \end{bmatrix}$$
(2-28)

Où n et t sont les indices qui présentent la partie normale et tangentielle du joint.

Numériquement, l'ouverture de la fissure (e) est considérée comme la discontinuité des déplacements à travers les deux faces du joint. Cette ouverture de la fissure peut évoluer en fonction du déplacement normal, à partir de la valeur initiale e_0 jusqu'à :

$$e = e_0 + u_n \tag{2-29}$$

c) Critère d'endommagement:

Le modèle d'endommagement dans ce travail présente l'évolution de la résistance, ainsi que des raideurs élastiques des joints cohésifs avec l'avancement du processus d'endommagement. L'évolution de la résistance avec l'endommagement est présentée par une surface hyperbolique exprimée de la manière suivante :

$$F(\sigma,d) = \tau^2 - \sigma_n^2 \tan^2 \varphi + 2g(d)\sigma_c \sigma_n - g^2(d)C^2$$
(2-30)

Où :

- C représente la cohésion des joints intacts,
- φ est l'angle de frottement,
- σ_c est une constante reliée à *C*, φ et la résistance en traction σ_R des joints intacts à travers la relation suivante : $\sigma_c = \frac{C^2 + \sigma_R^2 \tan^2 \varphi}{2\sigma_R}$,
- β est une constante représentant la ductilité du matériau,
- g(d) est une fonction auxiliaire d'endommagement : $g(d) = (1-d)(1-\beta \ln(1-d))$

La fonction g(d) implique qu'à l'état vierge g(d) = 1 et à l'état endommagé complet g(d) = 0. Elle détermine l'effet de l'état d'endommagement sur la taille de la surface. Cette fonction auxiliaire est déterminée en se basant sur la condition de consistance. Cette condition exige que la fonction $F(\sigma, d)$ doit rester égale à zéro pendant le processus d'endommagement. Dès que *F* est différent de zéro, la variable d'endommagement *d* évoluera pour que cette condition soit toujours respectée.

Le critère présenté dans l'Eq. (2-30) est défini de la manière suivante : il n'y a pas d'endommagement si $F(\sigma, d) < 0$ et le matériau s'endommagera si $F(\sigma, d) = 0$ ainsi que $\dot{F}(\sigma, d) = 0$. La Figure 2-4 représente l'évolution de la surface en fonction de l'évolution de

1). A l'état initial, d = 0 (ou g(d) = 1), la surface du critère a une forme hyperbolique. A l'état limite quand le critère de l'Eq (2-30) est satisfait, la phase d'endommagement commence. L'augmentation de la variable d'endommagement d est accompagnée par le rétrécissement de la surface (Figure 2-4). Cela implique également la réduction de la résistance σ_R et de la cohésion C des joints cohésifs. A l'état d'endommagement complet avec d = 1 (ou g(d) = 0), ces deux paramètres sont nuls. Le critère est ainsi réduit au critère de Mohr-Coulomb sous la forme : $F(\sigma, d) = \tau^2 - \sigma_n^2 \tan^2 \varphi$. La condition de consistance entre les paramètres du critère implique que $C / \tan \varphi > \sigma_R$.



Figure 2-4 : Evolution du critère avec le processus d'endommagement (Bemani 2009)

d) Evolution de la variable d'endommagement d:

L'endommagement est représenté par l'évolution de la contrainte cohésive avec le déplacement relatif de la fissure. Il peut être représenté par plusieurs lois empiriques : linéaire, bilinéaire, exponentielle (Figure 2-5).



Figure 2-5 : Différents modèles de la fonction de contrainte normale/déplacement pour des matériaux quasi-fragiles (Galvez et al. 2002)

Dans ce travail, l'évolution de la variable d'endommagement *d* est également exprimée à travers le déplacement relatif *u* de la fissure. Pouya et Benmani ont supposé que sous une traction, la variable d'endommagement *d* reste égale à zéro jusqu'au déplacement limite u_0 . Le déplacement $u_0 = \sigma_R/R_{nn}$ représente la limite élastique. Après cette limite, *d* évolue exponentiellement avec *u* par la fonction suivante :

$$\begin{cases} d = 0 & \text{pour } u_n < u_0 \\ d = 1 - e^{-(u - u_0)/\beta u_0} & \text{pour } u_n \ge u_0 \end{cases}$$
(2-31)

A partir de l'Eq. (2-27) et l'Eq. (2-31), la relation constitutive du comportement des joints cohésifs sous un chargement normal devient :

$$\sigma_n = R_{nn} u_n e^{-(u - u_0)/\beta u_0}$$
(2-32)

L'Eq. (2-31) montre que l'évolution de la variable d'endommagement *d* est gouvernée par la constante β qui représente la ductilité du matériau. Une plus grande valeur de β correspond à un matériau plus ductile. Certaines valeurs de β ont été obtenue grâce à des mesures expérimentales (Slowik et al. 1996; Reinhardt & Cornelissen 1984; Backers 2004). En utilisant l'Eq. (2-32), la courbe de contrainte/déplacement a été tracée avec différentes values de β dans la Figure 2-6 (Pouya & Bemani 2015). Sur ces courbes, le pic correspond au point au-delà duquel l'endommagement se déclenchera. Pour $\beta < 1$, ce pic correspond à la résistance du

matériau. Pour $\beta > 1$, il présente une phase de radoucissement lors de laquelle la contrainte continue à augmenter après avoir dépassé u_0 . Dans les simulations de cette étude, la valeur de β est prise par défaut égale à 1.



Figure 2-6 : Courbe de contrainte normalisée/déplacement par différentes valeurs de β (Pouya & Bemani 2015)

2.1.3. Couplage hydromécanique

Dans ce travail, un couplage hydromécanique est proposé. Le couplage entre le problème hydraulique et mécanique dans le code est effectué à travers la résolution séquentielle des deux problèmes et les interactions entre eux. La Figure 2-7 présente ce couplage hydromécanique pour le problème de fissuration liée au séchage qui est résolu dans *Porofis*. Pour chaque incrément de calcul, le problème hydraulique est calculé tout d'abord en résolvant l'Eq. (2-12) pour la matrice et l'Eq.(2-18) pour les joints. Les résultats du problème sont la pression interstitielle, le degré de saturation et la conductivité hydraulique de la matrice. Ces valeurs sont ensuite introduites dans le problème mécanique. Pour la matrice, le couplage hydromécanique est exprimé par l'Eq. (2-22) qui permet de déterminer la contrainte effective avec la présence de la pression interstitielle. Numériquement, ce couplage est effectué en introduisant un terme « déformation libre », notée ε^L , qui permet d'écrire l'Eq. (2-22) sous la forme :

$$\sigma = \mathbb{C} : (\varepsilon - \varepsilon^{L}) \tag{2-33}$$

Avec $\varepsilon^{L} = \mathbb{C}^{-1}(S_{r}bp\delta)$

Dans le modèle d'élasticité linéaire isotrope, cette déformation libre peut être calculée en fonction du module d'élasticité E et du coefficient de Poisson v de la matrice par l'équation suivante :

$$\varepsilon^{L} = \left(\frac{1-2\nu}{E}\right) S_{r} b p \delta \tag{2-34}$$

Réciproquement, la déformation volumique ε_v de la matrice et l'ouverture *e* de la fissure calculées dans le module mécanique sont considérées dans le problème hydraulique à travers les termes de sources *r* dans l'Eq. (2-12) et r^f dans l'Eq.(2-18). De plus, une fois que la fissure s'initie, l'ouverture *e* de la fissure peut augmenter la conductivité hydraulique *c* de la fissure par la loi de cubique (Eq. (2-14)). Ce couplage implique l'ouverture mécanique de la fissure ce qui peut augmenter rapidement la pression dans la fissure et augmentera le potentiel d'évaporation depuis cette surface.



Figure 2-7 : Schéma du couplage hydromécanique du problème

2.2. Joints cohésifs dans Porofis

2.2.1. Technique du maillage des joints cohésifs

La méthode des éléments finis est une bonne méthode pour modéliser les processus couplés thermo-hydro-mécaniques. Une des principales difficultés existante dans la simulation de la fissuration liée au séchage est la prise en compte de la discontinuité. Pour le problème mécanique, il est nécessaire de dédoubler des nœuds par l'introduction des éléments joints qui permettent la production de la discontinuité en déplacement. Pour le problème hydraulique, au moins dans le cas d'une conductivité transversale infinie du joint, la pression doit être continue à travers le joint. En conséquence, il n'y a pas de dédoublement des nœuds dans le problème hydraulique.

Pour résoudre ce problème dans *Porofis*, le maillage est considéré identique pour les problèmes mécanique et hydraulique à l'exception de nœuds supplémentaires sur des éléments joints cohésifs. Les éléments joints sur la ligne de fissure sont représentés en effet par des éléments de 4 nœuds comme introduits premièrement par Goodman (Goodman 1976). Les éléments joints sont mis en place dans le maillage afin de prédéterminer des trajectoires de propagation potentielle de la fissure. La préparation du maillage a été réalisée en utilisant les logiciels commerciaux (GiD (www.gidhome.com) et DISROC (Pouya 2015b; http://www.mecharock.com/fracsima)) qui sont spécifiques pour mailler les milieux fissurés. La Figure 2-8 présente un exemple de maillage avec des éléments de joint.



Figure 2-8 : Un exemple de maillage avec des éléments de joint

2.2.2. Détermination des paramètres des joints cohésifs

Dans le modèle, la fissure est modélisée par des éléments joints cohésifs qui sont considérés comme des éléments d'épaisseur nulle. Ces joints cohésifs sont mis en place explicitement dans le modèle. Par contre, avant que la fissuration commence, les propriétés des joints cohésifs doivent être telles que leur impact sur la rigidité globale et la perméabilité globale du massif soit négligeable.

La détermination de la raideur initiale et de la conductivité hydraulique initiale des joints cohésifs est basée sur l'étude de l'homogénéisation. Une matrice du module d'élasticité E et de la conductivité k qui contient une série de joints cohésifs parallèles distancés de a est considérée. Ils ont une raideur normale initiale R_{nn} et une conductivité initiale c (voir les Figure 2-9 et Figure 2-10). Ces joints divisent le massif en n compartiments.

2.2.2.1. Détermination de la raideur initiale Rnn

Un chargement de type traction simple est imposé sur le massif dans la direction orthogonale aux joints (Figure 2-9). Avec l'hypothèse d'une épaisseur nulle des joints, la largeur du massif est donc : b = na.



Figure 2-9 : Modèle de calcul de la rigidité équivalente

Sous l'application de cette contrainte σ :

- La variation d'épaisseur pour chaque couche de la matrice est : $\Delta u_x = a \frac{\sigma}{F}$
- La variation d'ouverture pour chaque joint est : $\Delta u_n = \frac{\sigma}{R_{nn}}$
- La variation totale d'épaisseur de *n* couches sous le chargement est : $\Delta U = n \left(a \frac{\sigma}{E} + \frac{\sigma}{R_{nn}} \right)$

On note \tilde{E} la rigidité équivalente du massif. La déformation totale du massif sous la contrainte σ est donc :

$$\varepsilon = \frac{\Delta U}{na} = \frac{1}{na} \left(na \frac{\sigma}{E} + n \frac{\sigma}{R_{nn}} \right) = \frac{\sigma}{\tilde{E}}$$
(2-35)

On déduit :

$$\frac{1}{\tilde{E}} = \frac{1}{E} + \frac{1}{aR_{m}} \tag{2-36}$$

Afin de respecter l'équivalence de la rigidité avant la fissuration $\tilde{E} \approx E$, la raideur initiale R_{nn} des joints cohésifs est déterminée à partir de l'Eq. (2-36), en fonction de distance *a* imposée.

2.2.2.2. Détermination de la conductivité initiale c

En procédant de la même manière, la conductivité initiale des joints cohésifs est estimée par l'homogénéisation de conductivité du massif. Pour cela, un gradient de pression parallèle aux fissures est appliqué sur le massif (Figure 2-10). Le flux total du fluide est la somme de celui qui traverse la matrice et celui qui passe dans les joints.



Figure 2-10 : Modèle de calcul de la conductivité équivalente

Sous l'application d'un gradient de pression ∇p :

- Le flux passant par les joints est : $q_F = -c\nabla pn$
- Le flux passant par la matrice est : $q_M = -k\nabla pna$

- Le flux total passant par le massif est : $q = -(nak + nc)\nabla p$

On note \tilde{k} la conductivité équivalente du massif. Le flux total passant par le massif sous le gradient de pression ∇p est :

$$q = -(nak + nc)\nabla p = -kna\nabla p \tag{2-37}$$

On déduit :

$$\tilde{k} = k + \frac{c}{a} \tag{2-38}$$

Afin de respecter l'équivalence de la conductivité avant la fissuration $\tilde{k} \approx k$, la conductivité hydraulique *c* des joints cohésifs est déterminée à partir de l'Eq.(2-38), en fonction de la distance imposée *a*.

2.2.2.3. Autres paramètres

Dans ce travail, la fissuration est initiée et se propage principalement par le mode I de rupture (ouverture par la traction) et l'effet de contrainte en cisaillement est très faible. Néanmoins, le modèle d'endommagement fonctionne dans le code *Porofis* pour tous les comportements en traction et en cisaillement. Il permet ainsi de tenir compte du cisaillement s'il existe. Ce dernier n'est donc pas négligé bien que son influence soit faible. Dans ce modèle, la résistance en traction des joints σ_R est prise égale à la résistance en traction du sol. La cohésion *C* et l'angle de frottement φ ne sont pas importants dans le mode I de rupture qui est l'hypothèse de cette recherche. Néanmoins, afin de respecter la forme hyperbolique du critère, ces paramètres doivent satisfaire l'inégalité *C* / tan $\varphi > \sigma_R$. La cohésion est choisie par l'estimation: $C = 1,5\sigma_R$ *tan* φ

2.3. Problème de séchage sans fissuration

Dans cette partie, une simulation sans joints cohésifs est présentée. Elle permet de modéliser le retrait sans fissuration. Les résultats numériques sont comparés avec les calculs analytiques afin de valider l'implémentation du couplage hydromécanique dans le code.

Il convient de noter que les résultats présentés suivant les règles suivantes :

- Contrainte : Traction positive ; Compression négative
- Déformation : Gonflement positif ; Retrait négatif

2.3.1. Modèle numérique

On considère une éprouvette carrée de 1 $m \times 1 m$ avec les caractéristiques suivantes : E = 10MPa et v = 0,25 (voir Figure 2-11). La simulation est effectuée en déformation plane. Une succion est appliquée sur la surface supérieure. Les déplacements sont bloqués sur les côtés et sur le fond de l'échantillon. Les profils de contrainte horizontale et de tassement sont étudiés au cours du séchage.



Figure 2-11 : Modèle numérique du problème hydromécanique

La succion est appliquée sur la surface supérieure. Elle varie avec le temps sous la forme :

$$s = s_0 (1 - \exp(-\alpha t))$$
 (2-39)

Où *s* est la succion appliquée à un instant *t*, *s*₀ est la succion finale et la constante α représente le taux de séchage : une grande valeur de α représente un séchage rapide. La Figure 2-12 présente les différents séchages correspondant aux différentes valeurs de α avec une succion finale égale à 1 *MPa*. Dans cette simulation, une succion finale $s_0 = 1$ *MPa* et une valeur de $\alpha = 50$ (h^{-1}) sont utilisées. Au fond de l'échantillon la succion est $s_H = 0$ *MPa* pendant le séchage. La conductivité à l'état saturée vaut $k_s = 5 \times 10^{-7}$ (*m/s*).

La courbe de rétention d'eau utilisée est présentée dans la Figure 2-13. Les paramètres du modèle de Van Genuchten, $\theta = 310 MPa^{-1}$; n = 1,1; m = 0,09 sont déduits du calage de cette courbe.



Figure 2-12 : Différents taux de séchage



Figure 2-13 : Courbe de rétention d'eau (données expérimentales par (Konrad & Ayad 1997a))

2.3.2. Solutions analytiques

Le modèle étant symétrique, la succion imposée se diffusera uniquement selon la direction verticale et reste homogène horizontalement. Au niveau les conditions aux limites, on a :

$$\begin{cases} p = p(y) & (2-40) \\ u_x = 0 \text{ partout} \\ u_y = f(y) \\ \lim_{y \to \infty} u_y = 0 \\ \varepsilon_{zz} = 0 \end{cases}$$

Les déformations peuvent être calculées à partir des déplacements par les formules suivantes :

$$\begin{cases} \varepsilon_{xx} = \partial_x u_x = 0 \\ \varepsilon_{yy} = \partial_y u_y \\ \varepsilon_{xy} = \frac{1}{2} (\partial_y u_x + \partial_x u_y) = 0 \end{cases}$$
(2-41)

Pour simplifier le calcul, dans cette analyse théorique, avec la présence de la succion, la contrainte totale est calculée :

$$\sigma = \sigma' - bp\delta \tag{2-42}$$

L'équation d'équilibre div $\sigma = b\nabla p$ s'exprime en deux directions *x* et *y* :

$$\begin{cases} \partial_x \sigma'_{xx} + \partial_y \sigma'_{xy} = 0 \\ \partial_x \sigma'_{xy} + \partial_y \sigma'_{yy} = b \partial_y p \end{cases}$$
(2-43)

A partir des équations d'élasticité en déformation plane et de l'Eq. (2-41), on trouve :

$$\begin{cases} \sigma_{xx}^{'} = (\lambda + 2\mu)\varepsilon_{xx} + \lambda\varepsilon_{yy} = \lambda\partial_{y}u_{y} \\ \sigma_{yy}^{'} = (\lambda + 2\mu)\varepsilon_{yy} + \lambda\varepsilon_{xx} = (\lambda + 2\mu)\partial_{y}u_{y} \\ \sigma_{xy}^{'} = 2\mu\varepsilon_{xy} = 0 \end{cases}$$
(2-44)

En remplaçant l'Eq. (2-44) dans l'Eq. (2-43), on trouve finalement :

$$\left(\lambda + 2\mu\right)\partial_{yy}u_{y} = b\partial_{y}p \tag{2-45}$$

Et donc :

$$u_{y} = \frac{b}{(\lambda + 2\mu)} \int_{0}^{y} p(\xi) d\xi + \eta_{1} y + \eta_{2}$$
(2-46)

Pour satisfaire la condition $\lim_{y\to\infty} u_y = 0$, les deux constantes η_1 et η_2 doivent être prises égales

à:
$$\begin{cases} \eta_1 = 0\\ \eta_2 = -\frac{b}{(\lambda + 2\mu)} \int_0^\infty p(\xi) d\xi \end{cases}$$

Le tassement est donc donné par :

$$u_{y} = -\frac{b}{\left(\lambda + 2\mu\right)} \int_{y}^{\infty} p(\xi) d\xi \qquad (2-47)$$

Les contraintes effectives peuvent alors être calculées en remplaçant ce déplacement dans l'Eq. (2-44):

$$\begin{cases} \sigma'_{xx} = \frac{\lambda b}{(\lambda + 2\mu)} p(y) \\ \sigma'_{yy} = (\lambda + 2\mu) \varepsilon_{yy} = bp(y) \end{cases}$$
(2-48)

Les contraintes totales sont calculées à partir de l'Eq. (2-42) :

$$\begin{cases} \sigma_{xx} = \frac{-2\mu}{(\lambda + 2\mu)} bp(y) \\ \sigma_{yy} = 0 \end{cases}$$
(2-49)

A l'état transitoire, à un instant *t* donné, le profil de succion p(y) est supposé connu par le calcul numérique. On peut alors calculer analytiquement le profil du tassement, ainsi que la contrainte totale d'après les Eqs. (2-47) et (2-49).

A l'état stationnaire, un gradient linéaire de succion du haut vers le bas de l'échantillon peut être considéré. Avec un échantillon de hauteur H, la condition de pression à la surface p_0 et de pression nulle en bas, le gradient de pression à l'état stationnaire est trouvé de la manière suivante :

$$p(y) = p_0 \left(1 - \frac{y}{H}\right) \tag{2-50}$$

En remplaçant ce profil dans l'Eq. (2-47), le tassement à l'état stationnaire devient :

$$u_{y} = -\frac{b}{(\lambda + 2\mu)} \frac{p_{0}}{2} \left(1 - \frac{y}{H}\right)^{2}$$
(2-51)

Les contraintes totales à l'état stationnaire sont :

$$\begin{cases} \sigma_{xx} = \frac{-2\mu}{(\lambda + 2\mu)} b p_0 \left(1 - \frac{y}{H} \right) \\ \sigma_{yy} = 0 \end{cases}$$
(2-52)

2.3.3. Comparaisons des résultats numériques avec les solutions analytiques

La Figure 2-14 présente une visualisation numérique de la distribution de la pression interstitielle, du tassement vertical et de la contrainte totale horizontale de l'éprouvette à t = 0,04 h qui sont homogènes dans la direction horizontale.



Figure 2-14 : Distribution de la pression interstitielle (*a*), du tassement (*b*) et de la contrainte totale horizontale (*c*) à t = 0,04 h

La Figure 2-15 présente la distribution de la succion aux différents moments calculée numériquement. Sous l'application d'une succion sur la surface supérieure, la succion pénètre verticalement jusqu'à la profondeur de l'échantillon au cours du temps. La succion est maximale à la surface. Ces profils de succion sont introduits dans les solutions analytiques afin de calculer la distribution du tassement et de la contrainte totale horizontale pour chaque moment. La Figure 2-16 montre la comparaison des tassements et des contraintes totales horizontales calculés par des simulations numériques et par des solutions analytiques en utilisant les Eqs. (2-47) et (2-49). Le bon accord entre les résultats calculés par les deux méthodes permet de valider le couplage HM de la matrice implémenté dans *Porofis*, à l'état transitoire ainsi qu'à l'état stationnaire.



Figure 2-15 : Distribution de la succion calculée numériquement à t = 0,02 ; 0,04 ; 0,06 ; 0,08 *h* et à l'infini



Figure 2-16 : Comparaison des tassements et des contraintes totales horizontales obtenus par les méthodes numérique et analytique

2.4. Conclusion

Ce deuxième chapitre présente les équations constitutives du modèle numérique utilisé dans ce travail. Ce sont les équations qui gouvernent l'écoulement hydraulique, la déformation mécanique et le couplage hydromécanique du problème. Le comportement d'élasticité-endommagement des joints cohésifs est aussi expliqué en détail.

L'avantage principal du modèle numérique proposé est la prise en compte du couplage hydromécanique du processus de séchage, ainsi que l'initiation et la propagation des fissures. Le calcul incrémental dans le code *Porofis* permet d'intégrer facilement les lois constitutives et la variation des conditions aux limites. Les fissures sont modélisées en mettant en place explicitement les joints cohésifs dans le maillage. En mettant plusieurs joints cohésifs dans toutes les directions dans le maillage, la direction de propagation de la fissure n'est pas imposée et dépend du champ de contraintes. La simulation en 2D et la simplification du comportement de la matrice par l'élasticité linéaire sont les limitations de ce modèle numérique. Pourtant, le processus de la fissuration des sols due au séchage et la prédiction de la géométrie des fissures seront les résultats remarquables dans ces travaux de thèse.

Le Tableau 2-1 présente le récapitulatif de tous les paramètres nécessaires pour le sol et les joints cohésifs dans le modèle numérique.

	Module d'élasticité	Coefficient de Poison	Conductivité hydraulique	Porosité initiale	Courbe de retention d'eau			
Sol	E	V	k _s	φ	θ	n	m	S _{res}
	(MPa)	(-)	(m/s)	(-)	(MPa ⁻¹)	(-)	(-)	(-)

Tableau 2-1 : Paramètres nécessaires du modèle numérique

Joints cohésifs	Raideurs initiaux des joints cohésifs			Résistance en traction	Cohésion initiale	Angle de frottement	Constante β	Ouverture initiale
	R _{tt} (MPa/mm)	R _{nn} (MPa/mm)	$R_{tn} = R_{nt}$ (MPa/mm)	σ_R (MPa)	C (MPa)	φ (°)	β (-)	e ₀ (mm)

En appliquant le modèle numérique proposé, une simulation numérique a été réalisée afin de valider le module de couplage implémenté dans le code pour le cas d'un séchage sans fissuration. Le bon accord entre les résultats numériques et les solutions analytiques permet de valider ce module. La modélisation numérique avec la présence des joints cohésifs sera étudiée dans les chapitres suivants.

Chapitre 3 : Simulation d'un essai de séchage

Ce chapitre présente la modélisation numérique du couplage hydromécanique de la fissuration due au séchage, en utilisant le modèle de fissure cohésive. Les simulations numériques sont basées sur l'expérimentation réalisées par Sanchez et al. (Sanchez et al. 2013). Dans la première partie, les essais réalisés par ces auteurs sont simulés avec un comportement élastique linéaire isotrope de la matrice et la présence des joints cohésifs. Cette simulation a pour objectif d'évaluer le modèle de fissure cohésive avec du couplage HM dans la reproduction des tendances du processus de séchage. Dans la deuxième partie, un modèle d'élasticité non linéaire est proposé afin d'améliorer le comportement de la matrice. La fissuration n'est pas prise en compte dans cette deuxième partie, mais cette simulationpermet de montrer le potentiel du code dans la production du retrait de sol sous l'évaporation à la surface.

3.1. Description de l'expérimentation réalisée

La fissuration due au séchage des sols a été étudiée expérimentalement par Sanchez et al. (Sanchez et al. 2013). Les trois aspects suivants ont été observés : l'évolution du volume, la variation de la teneur en eau et le développement des fissures. Le sol « Begawan-Solo » venant de Surabaya, Indonésie, a été étudié. Le sol se compose de 30% de sable, 57% de limon et 13% d'argile. Le Tableau 3-1 présente les paramètres principaux du sol.

Limite de liquidité	54 %
Limite de plasticité	36 %
Limite de retrait	24,2 %
Coefficient d'activité	1,4
Densité des particules	2,73

Tableau 3-1 : Paramètres de sol « Begawan-Solo » (Sanchez et al. 2013)

Une éprouvette circulaire de 100 *mm* de diamètre et de 13 *mm* d'épaisseur a été préparée à l'état liquide, très proche de la limite de liquidité. Cette éprouvette a été séchée à l'air libre. La température et l'humidité relative moyenne pendant le test sont respectivement d'environ

19,5°C (\pm 0,30°C) et 37% (\pm 4%). Le dispositif expérimental se compose de: un scanner 2D/3D, un contrôleur de mouvement, une balance électrique, un capteur de température et d'humidité relative, un appareil photo et un système d'acquisition. Le schéma d'installation du test est présenté dans la Figure 3-1.



Figure 3-1 : Dispositif expérimental (Sanchez et al. 2013)

L'éprouvette a été placée sur une balance électrique qui enregistrait continuellement sa masse pendant le test. Dans ces travaux, la technique de profil a été utilisée pour scanner la surface totale de l'éprouvette au cours du séchage. Un faisceau de laser est généré par des lentilles spéciales et projeté sur la surface de l'éprouvette. Ce faisceau est déplacé avec une vitesse de $3,88 \times 10^{-3}$ *m/s* par un contrôleur de mouvement. Les données 3D (surface horizontale et profondeur verticale) obtenues par le scanner sont enregistrées et traitées par des logiciels spéciaux afin de créer un maillage représentant la déformation de l'éprouvette au cours du test. Un appareil photo a été mis en place afin de prendre des photos de la surface de l'éprouvette pendant le séchage.

La Figure 3-2 présente la comparaison entre les photos prises par l'appareil photo aux différents moments et les images 3*D* reconstitués par le logiciel *Surfer* en traitant des profils scannés. Cette figure montre que le dispositif est capable de reproduire l'évolution de la déformation de l'éprouvette, sauf pour des petites fissures.



Figure 3-2 : Images de l'éprouvette à différents temps obtenues par (a) l'appareil photo (b) et la reconstructions d'image à partir des profils scannés (Sanchez et al. 2013)

La Figure 3-3 présente l'évolution d'une section transversale typique au cours du séchage qui identifie les deux phases principales. Dans la 1^{ère} phase (t = 0 - 7 h), le sol présente seulement un tassement sans fissuration. Ensuite, dans la 2^{ème} phase (après t = 7 h), les fissures se forment et se développent. Dans ces travaux expérimentaux, l'évolution des propriétés du sol et des fissures (changement de volume, variation de degré de saturation, profondeur et ouverture des fissures) a été étudiée. La reproduction de ces tendances principales est l'objectif principal des modélisations numériques présentées dans ce chapitre.



Figure 3-3 : Morphologie d'une section transversale pendant le séchage (Sanchez et al. 2013)

3.2. Modélisation en élasticité linéaire de la fissuration due au séchage

3.2.1. Caractéristiques du modèle

Afin de modéliser l'expérimentation présentée ci-dessus, plusieurs données du test sont collectées pour déterminer des paramètres utilisés dans le modèle numérique.

Pour le problème hydraulique, des propriétés à déterminer sont la rétention d'eau et la conductivité hydraulique. Sur la Figure 3-4, la courbe de rétention d'eau expérimentale pour le même sol « Begawan-Solo », mais à l'état compacté est présentée (Mountassir et al. 2011). Cette courbe montre que le degré de saturation à des petites succions (environ 0,001 *MPa*) est significativement plus petit que 1 (état saturé) à cause de l'hystérésis (cette partie de la courbe a été obtenue par un chemin de remouillage à partir de l'état initial du sol compacté). Dans l'expérimentation à étudier, le sol a été séché à partir de l'état liquide. C'est la raison pour laquelle, la courbe de rétention d'eau utilisée dans le modèle numérique devrait commencer à l'état saturé. Le degré de saturation $S_r = 1$ correspond donc à la succion la plus petite sur la courbe expérimentale. De plus, plusieurs travaux mentionnent que la succion du sol au moment de l'initiation de la fissure est très proche de la valeur d'entrée d'air (Peron, Hueckel, et al.

2009; Tang, Shi, et al. 2011; Shin & Santamarina 2011). Sur la courbe de rétention d'eau expérimentale, cette valeur d'entrée d'air est autour de 0,1 *MPa*. En conséquence, la courbe de rétention d'eau numérique est calée à partir des données expérimentales en respectant cette valeur d'entrée d'air. Les constants du modèle de Van Genuchten (van Genuchten 1980) utilisés sont : $\theta = 9,81 MPa^{-1}$; n = 1,60 et m = 1-1/n = 0,375.



Figure 3-4 : Courbe de rétention d'eau (Données expérimentales selon (Mountassir et al. 2011))

La conductivité hydraulique du sol à l'état saturé est calculée d'après la méthode proposée par Mesri et Choi (Mesri & Choi 1994). Selon cette méthode, la conductivité hydraulique des argiles molles est estimée en fonction de l'indice des vides e, de la fraction d'argile CF et du coefficient d'activité du sol Ac par l'équation suivante (Deng et al. 2011) :

$$k = 6.54 \times 10^{-11} \times \left(\frac{e/CF}{Ac+1}\right)^4$$
(3-1)

Dans ce travail : e = 1,60-1,40 ; CF = 0,13 ; Ac = 1,4, la conductivité hydraulique du sol à l'état saturé est donc égale à $k_s = 10^{-8} m/s$. La conductivité hydraulique à l'état non saturé est calculée par le modèle, en fonction de cette conductivité hydraulique à l'état saturé k_s et l'évolution de degré de saturation (chapitre 2).

Pour le problème mécanique, la loi élastique linéaire isotrope est utilisée tout d'abord dans cette partie pour modéliser le comportement de la matrice. La compressibilité du sol est estimée d'après la courbe de compression œdométrique expérimentale sur le même sol, mais à l'état compacté (Mountassir et al. 2014). A partir des données expérimentales, la déformation volumique a été recalculée et tracée en fonction de la contrainte verticale (Figure 3-5). Le module d'élasticité E = 1 *MPa* et le coefficient de Poisson v = 0,3 sont choisis dans le modèle numérique en ajustant les données expérimentales valables dans une petite gamme de contrainte (jusqu'à 0,3 *MPa*). Cette gamme de contrainte sera la zone de la validité du modèle.



Figure 3-5 : Courbe de compression œdométrique (Données expérimentales selon (Mountassir et al. 2014))

Le modèle de fissure cohésive avec la loi d'élasticité-endommagement (chapitre 2) est utilisé pour modéliser l'initiation et la propagation des fissures. Le principe de détermination des paramètres des joints cohésifs est expliqué en détails dans le chapitre 2. La résistance des éléments joints est prise égale à celle du sol. En réalité, cette résistance de sol n'est pas facile à déterminer mais c'est un facteur majeur qui contrôle l'initiation de la fissure. Dans cette modélisation, la résistance en traction du sol est prise proche de la valeur d'entrée d'air à laquelle l'initiation de la fissure se produit (Peron, Hueckel, et al. 2009; Shin & Santamarina 2011; Tang, Shi, et al. 2011).

Concernant les caractéristiques du modèle, un maillage 2D rectangulaire en condition de déformation plane est considéré. La largeur du modèle est égale au diamètre de l'éprouvette (100 mm), et la hauteur du modèle est égale à l'épaisseur initiale (13 mm). L'observation expérimentale sur une section transversale typique (Figure 3-3) montre qu'il y avait 4 fissures développées après 24 h de séchage. Ces fissures se sont propagées verticalement vers la profondeur de l'éprouvette. Dans le code Porofis, un nombre arbitraire de joints cohésifs et des trajectoires peuvent être introduits pour représenter des fissures potentielles. L'initiation et la propagation des fissures seront détectées d'après le comportement du modèle. Au niveau de cette modélisation, afin d'optimiser le temps de calcul, 100 joints cohésifs orientés verticalement sont mis en place régulièrement avec une distance a = 1 mm dans le maillage (Figure 3-6). Par rapport aux conditions aux limites mécaniques, tous les déplacements sont bloqués à la base et aux deux côtés latéraux à gauche et à droite du modèle. La surface supérieure est laissé libre à se déplacer afin de modéliser le tassement vertical. Pour les conditions aux limites hydrauliques, le flux nul est appliqué à la base et sur les deux côtés latéraux. Sur la surface supérieure, un taux d'évaporation homogène calculé à partir des essais est appliqué. Numériquement, ce taux d'évaporation est appliqué sur les segments à la surface supérieure dans le maillage. L'évaporation n'est pas appliquée sur la surface des nouvelles fissures crées mais une fois que les fissures sont formées, leur conductivité hydraulique évolue rapidement d'après la loi de Poiseuille. Cette augmentation de la conductivité hydraulique correspond à la pénétration de la succion dans les fissures. En conséquence, la succion est plus élevée dans les fissures ouvertes que dans la matrice. Les détails du calcul de ce taux d'évaporation sont expliqués ci-dessous.



Figure 3-6 : Géométrie et conditions aux limites du modèle numérique

L'observation expérimentale de l'évaporation d'eau à la surface du sol à partir de l'état saturé ont montré trois phases principales (Wilson 1990; Wilson et al. 1994; Song et al. 2014; Song et

al. 2016; Ta 2009; Tang, Cui, et al. 2011). La première phase correspond à un taux d'évaporation constant au cours du temps. Dans cette phase, la succion se développe lentement et le sol reste toujours saturé. Dans la deuxième phase, le taux d'évaporation diminue rapidement avec une augmentation importante de la succion. Dans la dernière phase, le taux d'évaporation atteint la limite résiduelle qui dépend des caractéristiques de sol. Ces trois phases peuvent être présentées par la relation entre le taux d'évaporation en fonction de la variation de teneur en eau (Wilson et al. 1994) ou en fonction de la succion (Wilson et al. 1997). Wilson et al. (Wilson et al. 1994) ontmesuré le taux d'évaporation par les tests de séchage sur une colonne de sable. L'évolution de l'évaporation a montré que la première phase avait lieu avec un taux d'évaporation constant égale à 8 *mm/jour* (0,33 *mm/h*). Ensuite, la 2^{ème} phase commence quand la teneur en eau sur la courbe de rétention d'eau est égale à 0,5 – 0,6 *MPa*. De plus, Wilson et al. (Wilson et al. 1997) ont étudié l'évaporation sur trois types de sol : argile, limon et sable. Ils ont conclu que le taux d'évaporation diminuait forcément ($2^{ème}$ phase) quand la succion atteignait approximativement 3 *MPa*.

En se basant sur ces observations, un taux d'évaporation est appliqué sur la surface supérieure dans ce modèle. Ce taux d'évaporation évolue au cours du temps, en fonction de la succion sur la surface supérieure de l'éprouvette. Le taux d'évaporation expérimentale est recalculé tout d'abord à partir de l'évolution de la teneur en eau, de la porosité (changement du volume) et de la densité sèche au cours du temps. Ensuite, la relation entre le taux d'évaporation et le degré de saturation est établie (Figure 3-7a). Finalement, cette courbe est traduite vers le taux d'évaporation en fonction de la succion par l'utilisation de la courbe de rétention (Figure 3-7b).

Une forme exponentielle est proposée dans ce travail pour décrire l'évolution du taux d'évaporation actuelle avec la succion à la surface de l'éprouvette par l'expression suivante :

$$\begin{cases} E_a = E_p & \text{if } |s| \le |s_0| \\ E_a = E_p \exp\left[-\zeta(s - s_0)\right] & \text{if } |s| > |s_0| \end{cases}$$
(3-2)

Où:

s : Succion actuelle à la surface de l'éprouvette,

 s_0 : Succion critique pour déclencher la 2^{ème} phase de l'évaporation,

 E_p : Taux d'évaporation potentiel qui représente la capacité d'évaporation du sol dans la condition complètement saturé,

Ea : Taux d'évaporation actuel qui représente celui à un instant donné,

 ζ : Constante du modèle.

Les définitions du E_p et E_a sont présentées dans plusieurs travaux (Wilson et al. 1994; Wilson 1990; Wilson et al. 1997; Ta 2009; Hemmati 2009).

Dans cette simulation, en se basant sur la forme exponentielle proposée ci-dessus et en ajustant des données expérimentales, les paramètres du modèle dans l'Eq. (3-2) choisis sont : $E_p = 0,3$ *mm/h* ; $\zeta = 1,857 MPa^{-1}$ et $s_0 = 0,3 MPa$.

Le Tableau 3-2 résume les paramètres principaux du sol et des joints cohésifs, ainsi que la condition d'évaporation utilisés dans le modèle numérique.



Figure 3-7 : Taux d'évaporation en fonction : (a) du degré de saturation et (b) de la succion (Données expérimentales selon (Sanchez et al. 2013))

Sol	E (MPa)	V (-)	ks (m/s)	φ (-)	θ (MPa ⁻¹)	n (-)	т (-)	S _{res} (-)
	1	0,3	10-8	0,60	9,81	1,60	0,375	0,02

Tableau 3-2 : Paramètres du modèle numérique

Joints	R _{tt}	R _{nn}	$R_{tn} = R_{nt}$ (MPa/mm)	σ _R	C	φ	β	e ₀
cohésifs	(MPa/mm)	(MPa/mm)		(MPa)	(MPa)	(°)	(-)	(<i>mm</i>)
	1	10000	0	0,09	0,08	30	1	10-3

	E_p	ζ	<i>S0</i>
Taux d'évaporation	(<i>mm/h</i>)	(MPa^{-1})	(MPa)
1	0,3	1,857	0,3

3.2.2. Résultats

3.2.2.1. Evolution de la morphologie de l'éprouvette

La Figure 3-8 présente la morphologie de l'éprouvette obtenue par le calcul numérique au cours du séchage. A travers cette figure, les deux phases principales du processus de séchage sont bien reproduites par ce modèle du couplage HM incluant la méthode de fissure cohésive. Du début jusqu'à t = 3 h, le sol présente seulement un tassement sans fissuration. Les deux premières fissures sont apparues proche des deux côtés vers t = 4 h. Pendant les 4 h suivantes, l'ouverture de ces deux fissures augmente mais il n'y a pas d'autres fissures qui s'ouvrent. A partir de t = 8 h, les fissures se développent rapidement et sont apparues avec un espacement régulier d'environ 6 - 10 mm. A t = 12 h, l'éprouvette présente 17 fissures, tandis que 100 joints cohésifs sont mis en place initialement dans le modèle. Il existe un moment critique ($t \sim 8 h$ dans cette simulation) au-delà duquel les fissures se développent rapidement. Li et Zhang (Li & Zhang 2011) ont distingué trois phases dans le développement des fissures pendant un séchage: initiale, primaire et stationnaire. Dans la phase initiale, certaines fissures apparaissent avec une diminution de la teneur en eau. Une succion critique existe pour déclencher la phase primaire où les fissures apparaissent et se propagent rapidement. Dans l'état stationnaire, les fissures atteignent l'état équilibre et ne se développent plus. La Figure 3-8 montre que les fissures se propagent progressivement des deux bords latéraux vers le milieu de l'éprouvette. De plus, ces fissures ouvertes sont asymétriques alors que toutes les conditions aux limites sont symétriques. Ces résultats sont liés à une instabilité numérique. En effet, quand une fissure est ouverte, la contrainte est ensuite déchargée au niveau de la fissure et dans les autres points voisins. Cela peut ainsi retarder l'apparition des fissures suivantes. De plus, le maillage n'est pas uniforme et symétrique. Par conséquent, l'initiation des fissures peut se produire de manière dissymétrique dans cette simulation.



Figure 3-8 : Morphologie de l'éprouvette aux différents temps pendant le séchage

3.2.2.2. Evolution de la succion et du degré de saturation moyen

L'évolution de la succion aux points A et B (voir la Figure 3-6) est présentée sur la Figure 3-9a. La superposition de l'évolution aux points A et B montre que la succion est homogène dans toute l'éprouvette pendant le séchage. L'initiation de la fissure est observée expérimentalement à la fin de la première phase de l'évaporation quand la succion est proche de la valeur d'entrée d'air (Peron, Hueckel, et al. 2009; Shin & Santamarina 2011; Tang, Shi, et al. 2011). Dans cette simulation, les premières fissures sont ouvertes vers t = 4 *h* quand la succion est d'environ 0,08

MPa, plus petite que la valeur d'entrée d'air 0,10 *MPa*. A ce moment-là (t = 4 *h*), le taux d'évaporation est égal à la valeur maximale du taux d'évaporation potentiel (voir la Figure 3-7). Le développement rapide des fissures est observée vers t = 8 *h* quand la succion est proche de 0,18 *MPa*. Après 12 *h* de séchage, la succion dans l'éprouvette atteint 0,3 *MPa*. La simulation est réalisée seulement pour 12 *h* de séchage afin de respecter la zone de validité du comportement élastique linéaire où la succion est encore plus petite que 0,3 *MPa* (Figure 3-5)



Figure 3-9 : (a) Succion et (b) Degré de saturation pendant le séchage (Données expérimentales selon (Sanchez et al. 2013))

Le degré de saturation moyen de l'éprouvette calculé numériquement à travers la courbe de rétention est dessiné sur la Figure 3-9b. Ces résultats montrent que le modèle numérique sousestime le degré de saturation pendant le séchage mais arrive à reproduire la tendance observée (une diminution progressive du dégrée de saturation avec le temps pendant le séchage).

3.2.2.3. Evolution de la section transversale analysée

Dans le travail de Sanchez et al. (2013), une section transversale a été choisie. Les paramètres étudiés sont : le tassement vertical à la surface ; le retrait latéral (vides) ; et l'aire des fissures. Les deux fissures apparues sur les côtés dans la simulation numérique (Figure 3-8) sont considérées comme les « vides » comme dans le cas de l'expérimentation. La définition de ces composants est présentée dans la Figure 3-10. Les résultats numériques sont présentés dans la Figure 3-11. L'évolution de différents composants rappelle les deux phases principales dans le

processus de séchage. Au départ (t = 0- 3 h), le retrait correspond seulement au tassement et le retrait total est égal à celui lié au tassement. A t = 3- 8 h, les vides apparaissent. Pendant cette période, l'aire totale du retrait est encore associée essentiellement au tassement. A partir de t = 8 h, les fissures se développent rapidement. Une augmentation brutale de l'aire des fissures est observée.

La Figure 3-12 présente la comparaison entre les résultats numériques et les données expérimentales pour chaque composante du retrait au cours du temps. La Figure 3-12*a* montre que le modèle numérique permet de reproduire correctement les mesures expérimentales de l'évolution du retrait total au cours du séchage. En revanche, l'évolution de chaque composante, tracée sur les Figure 3-12*b*, *c*, *d*, présente un écart avec les résultats expérimentaux, surtout au niveau de la surface des fissures. La différence entre du réseau de fissures calculée par la simulation numérique et produit par le test expérimental est une des raisons pour cet écart.



Figure 3-10 : Schéma général de différents composants du retrait



Figure 3-11 : Evolution de différents composants du retrait au cours du temps (résultats numériques)





Figure 3-12 : L'évolution des différents composants du retrait au cours du temps : (a) retrait total ; (b) retrait lié au tassement ; (c) retrait lié aux vides ; (d) retrait lié aux fissures

3.2.2.4. Mécanismes de l'initiation et de la propagation des fissures

A part l'évolution des propriétés du sol pendant le séchage qui peuvent être mesurées expérimentalement, la simulation numérique permet aussi d'analyser l'initiation et la propagation des fissures. Dans cette analyse, deux familles de fissure sont identifiées : (*i*) les deux fissures apparues sur les côtés de l'éprouvette qui sont définies comme les vides et (*ii*) les fissures développées au milieu de l'éprouvette. L'initiation et la propagation de ces deux familles de fissure seront présentées séparément dans la suite.

La Figure 3-13 présente l'évolution de la contrainte en traction, du variable d'endommagement et de l'ouverture de tous les éléments joints sur la ligne du vide du côté gauche (X = 1 mm) en fonction de la succion développée dans l'éprouvette. Quand s < 0,0780 MPa (t < 4 h), la contrainte en traction de ces éléments joints augmente progressivement au cours du séchage. Ces contraintes sont encore plus petites que la résistance en traction du sol $\sigma_R = 0,09 MPa$ et donc, aucun endommagement ne se produit. A ce moment-là, les joints restent fermés, aucune ouverture est observée (voir Figure 3-13*c*) et l'éprouvette présente seulement un tassement sans fissures. A s = 0,0780 MPa, la contrainte en traction de certains éléments joints sur la surface supérieure s'approche de la résistance σ_R (Figure 3-13*a*). La limite élastique est donc dépassée et la phase d'endommagement commence. Pour la prochaine étape (s = 0,0782 MPa), certains éléments joints sur la surface supérieure (Y > 12 mm) sont endommagés complètement, c'est à dire leurs variables d'endommagement ont atteint la valeur 1 (Figure 3-13*b*). Cela engendre la relaxation de contraintes dans ces éléments et les éléments voisins (Figure 3-13*a*). Les liaisons entre les deux faces du joint sont considérées être en rupture. La fissure est donc partiellement ouverte à partir de la surface supérieure vers la base de l'éprouvette. L'initiation de cette fissure est autour de t = 4 h. Pour les autres éléments joints, la contrainte de traction continue à se développer, la phase d'endommagement se produit dans certains éléments, tandis que les autres restent dans la phase élastique avec un variable d'endommagent égale à 0. Ce processus est répété sur toute la longueur du joint, et la fissure se propage donc graduellement dans la profondeur (de s = 0,0780 MPa à s = 0,0789 MPa). Cette fissure se propage à partir de la surface supérieure vers le fond de l'éprouvette dans une petite gamme de succion et dans une période courte (environ 0.03 *h*) conformément aux observations expérimentales. Après la propagation totale, tous les éléments joints sur la ligne de cette fissure sont endommagés entièrement; leur contrainte normale se relaxe à zéro et leur variable d'endommagement atteint 1.



Figure 3-13 : Evolution de : (a) la contrainte normale; (b) la variable d'endommagement et (c) l'ouverture des éléments joints pour le vide à X = 1 mm

L'évolution de l'ouverture de cette fissure (X = 1 mm) pendant l'étape suivante (t = 4 - 12 h) est présentée dans la Figure 3-14. On peut voir que son ouverture continue à augmenter pendant le temps t = 4 - 8 h. Après t = 8 h, les autres fissures à côté se développent rapidement et entrainent une diminution de l'ouverture de cette première fissure. A la surface du sol, elle est diminuée de 1,7 mm à 0,3 mm et reste proche de cette valeur jusqu'à t = 12 h.



Figure 3-14 : Ouverture de la fissure X = 1 mm pour t = 4 h à t = 12 h

Avec la même méthode d'analyse ci-dessus, la Figure 3-15 présente l'évolution de la contrainte en traction, de la variable d'endommagement et de l'ouverture de tous les éléments joints sur la ligne de fissure à X = 35 mm (voir la Figure 3-6). Quand s < 0,1761 MPa (de t = 1 h à t =8,50 h), la contrainte en traction des éléments joints de cette fissure augmente progressivement avec le séchage. A s = 0,1761 MPa (t = 8,50 h), la contrainte en traction des élémentss joints proche du fond de l'éprouvette (au Y = 0.6 - 1 mm) s'approche à la résistance du sol $\sigma_R = 0.09$ *MPa*. Par contre, la contrainte des autres éléments joints plus hauts (avec Y > 1 mm) est encore inférieure à la résistance en traction (Figure 3-15a). Il correspond à la phase élastique de ces éléments joints et aucun endommagement n'est observé. A s = 0,1895 MPa, certains éléments joints au voisinage du fond de l'éprouvette (Y < 4 mm) sont entièrement endommagés avec un variable d'endommagement égal à 1 (Figure 3-15b). Cet endommagement supprime la contrainte, ce qui implique l'élimination des liaisons entre les deux faces. Cette fissure s'ouvre à partir du premier élément endommagé (très proche la surface inférieure) et se propage alors du bas vers le haut (Figure 3-15c) quand la succion varie de s = 0,1761 MPa à s = 0,1941 MPa. Elle est détectée à la surface supérieure quand s = 0,1941 MPa (vers t = 9,10 h). Après la propagation entière sur l'éprouvette, tous les éléments joints sur la ligne de la fissure sont endommagés complètement, leur contrainte est égale à zéro et leur variable d'endommagement atteint 1. La Figure 3-15c présente l'évolution de l'ouverture de cette fissure au cours de sa propagation. En effet, la surface supérieure est laissé libre à se déplacer, tandis que les déplacements sont restreints au fond par des conditions aux limites. Quand cette fissure est détectée à la surface supérieure, l'ouverture de cette fissure à la surface supérieure est donc toujours plus grande que celle au fond de l'éprouvette. L'évolution de cette ouverture est présentée dans la Figure 3-16 pour la période t = 10 -12 h. Cette évolution montre que cette fissure continue à augmenter son ouverture jusqu'à t = 10 h. Quand les autres fissures aux voisinages s'apparaissent et son ouverture en surface décroît de 1,6 mm à 0,3 mm.



Figure 3-15 : Evolution de : (a) la contrainte normale; (b) la variable d'endommagement et (c) l'ouverture des éléments de joint pour la fissure à X = 35 mm



Figure 3-16 : Ouverture de la fissure à X = 35 mm pour t = 10 h à t = 12 h

L'interaction entre les fissures est ensuite étudiée. La Figure 3-17 présente l'évolution de la contrainte en traction sur la surface supérieure pour la moitié de l'éprouvette avec X = 0.50 mm. A t = 3,5 h, la contrainte en traction est égale à 0,04 *MPa* pour X > 20 mm mais s'approche 0,09 *MPa* à X = 1 mm. A t = 4 h, la première fissure est déjà apparue à X = 1 mm (la fissure est représentée par la marque rouge sur la figure), la contrainte dans cette fissure se relaxe à zéro. L'apparition de cette première fissure introduit également la réduction de la contrainte en traction dans la zone au voisinage (Konrad & Ayad 1997a). Cette réduction de la contrainte est plus faible à une distance plus grande. A t = 4 h à t = 8 h, il n'y a pas d'autres fissures qui s'ouvrent et la contrainte continue à se développer avec le séchage. A t = 8,3 h, une autre fissure à X = 6 mm est initiée et ainsi diminue la contrainte. Ce phénomène continue à t = 8,5 h et t = 8,6 h quand les deux fissures à X = 11 mm et X = 16 mm sont ouvertes. L'interaction entre des fissures se produit quand une fissure s'initie, elle crée une zone de réduction de contrainte à laquelle la contrainte diminue. Tandis que le fond de l'éprouvette est toujours bloqué par des conditions aux limites qui conduisent à une concentration de la contrainte dans cette zone.



Figure 3-17 : Position des fissures et les contraintes sur la surface supérieure d'une moitié de l'éprouvette

La Figure 3-18 présente l'évolution de la contrainte en traction en fonction du temps à la section X = 35 mm pour un élément joint sur la surface supérieure (avec Y = 13 mm) et un élément joint près du fond de l'éprouvette (avec Y = 0,61 mm). L'évolution de la contrainte est similaire pour deux sections au début mais celle proche du fond de l'éprouvette est légèrement plus grande que celle sur la surface supérieure. A t = 8,5 h, la contrainte en traction à Y = 0,61 mm s'approche la résistance en traction de sol (0,09 *MPa*), tandis que celle à la surface Y = 13 mm est égale à 0,06 *MPa*. La fissure s'initie une fois que le critère de contrainte est atteinte et donc, la fissure à la section X = 35 mm est propagée du bas vers le haut comme montré sur la Figure 3-15.



Figure 3-18 : Evolution de la contrainte en traction de la fissure à X = 35 mm

Kodikara et Costa (Kodikara & Costa 2013) mentionnent deux facteurs majeurs qui contrôlent la fissuration due au séchage. Le premier est la distribution de la contrainte en traction développée par le retrait sous conditions restreintes. Cette distribution de la contrainte dépend forcément des conditions aux limites et de la rigidité du sol. Le deuxième facteur est lié aux défauts où la fissure peut s'initier facilement même au niveau de petite contrainte en traction. Costa et Kodikara (Costa & Kodikara 2012) ont observé que les fissures pouvaient apparaitre même à 1 *kPa* de succion pour des sols argileux à l'état liquide à cause de la présence des défauts. Dans cette simulation, il n'y a pas de gradient de succion dans l'éprouvette (Figure 3-9). Par ailleurs, l'hétérogénéité des propriétés et des défauts du matériau sont aussi négligés. En conséquence, l'initiation et la propagation dépendent seulement de la distribution de contrainte développée dans l'éprouvette ce qui est contrôlée essentiellement par des conditions aux limites. La propagation du bas vers le haut de la fissure dans ce modèle est le résultat de la combinaison entre la concentration de contrainte due à l'effet de bords et l'interaction entre des fissures (Figure 3-17 et Figure 3-18).

Weinberger (Weinberger 1999) a étudié l'initiation et la propagation des fissures pendant le séchage des sédiments boueux stratifiés. Leurs observations ont montré que les fissures pouvaient s'initier dans des zones près du fond des polygones en absence des défauts à la surface (Figure 3-19). Sous un séchage, les fissures pouvaient se propager verticalement vers le haut ou latéralement vers des fissures à proximité. L'initiation des fissures à partir du fond

de l'éprouvette a été aussi observée expérimentalement par Costa et al. (Costa et al. 2013) pendant le séchage des purées de pomme de terre (Figure 3-20). Dans la simulation numérique présentée, la perméabilité relative élevée entraine une succion homogène dans toute l'éprouvette. La propagation des fissures depuis la base vers le haut de l'éprouvette résulte de l'interaction entre les fissures et des conditions aux limites à la base. Dans l'essai de Costa et al. (Costa et al. 2013), la perméabilité relative des purées de pomme de terre est également élevée. Plus d'études pourraient permettre d'évaluer l'existence d'un lien entre ces phénomènes. Cette manière de propagation est également analysée numériquement par Jommi et al. (Jommi et al. 2016).



Figure 3-19 : Vue des deux fissures adjacent : (a) Surface de la morphologie et (b) Origine des fissures est dans le fond du polygone.



Figure 3-20 : Vue des fissures verticales à partir d'une côté latérale de l'éprouvette (Costa et al. 2013)

3.3. Modélisation en élasticité non linéaire : Retrait sans fissuration

Dans la simulation précédente, une loi d'élasticité linéaire isotrope est supposée pour le comportement de la matrice. Cette simulation permet de reproduire les deux phases principales du processus de séchage: le tassement sans fissuration et le développement des fissures. Afin d'améliorer la simulation du comportement de la matrice des sols argileux, une loi d'élasticité non linéaire est établie dans cette partie. Cette loi est appliquée pour simuler la première phase avec la prise en compte du couplage HM. Le tassement sans fissurations pendant le séchage calculé numériquement est comparé avec les mesures expérimentales.

3.3.1. Loi d'élasticité non linéaire

Dans le comportement élastique, la contrainte est reliée à la déformation à travers des constants élastiques du matériau : le module de Young E, le module de cisaillement G, le coefficient de Poisson v et le module de compressibilité K. Les deux paramètres élastiques G et K permettent de calculer le changement de volume et la distorsion par l'expression suivante :

$$\sigma = K tr(\varepsilon) + 2G\varepsilon \tag{3-3}$$

Avec :

$$\begin{cases} \varepsilon = e + \frac{1}{3} \varepsilon_{v} \delta \\ \sigma = s + \sigma_{m} \delta \\ \sigma_{m} = K \varepsilon_{v} \\ s = 2Ge \end{cases}$$
(3-4)

Où : ℓ et \$ sont respectivement la partie du déviateur du tenseur de la déformation & et de la contrainte σ . ε_{ν} est la déformation volumique et σ_m représente la contrainte moyenne.

La loi d'élasticité non linéaire proposée dans cette section s'est basée sur l'hypothèse que le module de compressibilité K peut évoluer au cours du séchage, tandis que le module de cisaillement G reste toujours constant. En conséquence, le coefficient de Poisson v n'est plus constant et il pourra être calculé par la relation :

$$\nu = \frac{3K - 2G}{2G + 6K} \tag{3-5}$$

Afin d'établir la loi d'élasticité non linéaire, il est nécessaire d'établir l'évolution du module de compressibilité *K*. Sous un séchage, le sol présente le retrait par la diminution du volume. La loi d'élasticité non linéaire se base alors sur l'évolution du module de compressibilité en fonction de la variation de la déformation volumique.



Figure 3-21 : Courbe de compressibilité de sol (Mountassir et al. 2014)

La Figure 3-21 présente une courbe de compressibilité du sol étudié, mais à l'état compacté (Mountassir et al. 2014) qui montre la variation de l'indice des vides sous le chargement vertical. Le sol étudié dans ce travail est séché à partir de l'état liquide et la partie 1 est considérée négligeable. De plus, le cycle de séchage/humidification n'est pas étudié. La partie 2 est donc considérée comme la partie élastique et sera le but de la modélisation dans cette partie.

Le modèle d'élasticité non linéaire étudié dans cette partie est présenté dans la Figure 3-22 représentant la variation du volume des sols avec l'évolution de chargement. Ce comportement peut être exprimé par la relation :

$$e_0 - e = \kappa \ln\left(\frac{\sigma_V}{\sigma_f}\right) \tag{3-6}$$

où :

 e_0 : Indice des vides initial,

e : Indice des vides correspondant à la charge verticale σ_{v} ,

 σ_f : Contrainte de pré-consolidation,

 κ : Coefficient de compression.



Figure 3-22 : Modèle d'élasticité non linéaire

Dans l'Eq.(3-6), σ_v est considéré comme la contrainte appliquée à la surface du sol. Expérimentalement, si $\sigma_v = 0$ ou $\sigma_v < \sigma_f$, le sol ne se déforme pas. Le comportement du sol est observé à partir de la contrainte de pré-consolidation. Numériquement, si $\sigma_v = 0$, l'Eq. (3-6) n'a pas de sens mais elle peut causer un problème numérique. Si on considère $\sigma_v >> \sigma_f$ et afin d'éviter ce problème numérique, la courbe de compressibilité est modifiée comme ci-dessous :

$$e_0 - e = \kappa \ln\left(\frac{\sigma_V}{\sigma_f} + 1\right) \tag{3-7}$$
Sachant que $\frac{e_0 - e}{1 + e_0} = \varepsilon_v$. Afin de faire apparaître la déformation volumique, l'Eq.(3-7) est divisée par le terme (1+ e_0) et devient :

 $\mathcal{E}_{v} = \frac{\kappa}{1+e_{0}} \ln \left(\frac{\sigma_{v}}{\sigma_{f}} + 1 \right)$ (3-8)

La contrainte verticale peut être déduite à partir de l'Eq. (3-8) :

$$\sigma_{V} = \sigma_{f} \left[\exp\left(\frac{\varepsilon_{v}(1+e_{0})}{\kappa}\right) - 1 \right]$$
(3-9)

Sous la condition œdométrique, la contrainte horizontale peut être calculée en fonction de la contrainte verticale et du coefficient de Poisson à travers la relation suivante :

$$\sigma_{H} = \left(\frac{\nu}{1-\nu}\right)\sigma_{V} \tag{3-10}$$

La contrainte moyenne est donc :

$$\sigma_m = \frac{\sigma_V + 2\sigma_H}{3} = \frac{1+\nu}{3(1-\nu)}\sigma_V \tag{3-11}$$

En remplaçant le coefficient de Poisson dans l'Eq (3-5) dans l'Eq.(3-11), on obtient finalement :

$$\sigma_m = \frac{3K}{3K + 4G} \sigma_V \tag{3-12}$$

En remplaçant le calcul de la contrainte verticale dans l'Eq. (3-9) dans l'Eq.(3-12), on déduit :

$$\sigma_m = \frac{3K}{3K + 4G} \sigma_f \left[\exp\left(\frac{\varepsilon_v (1 + e_0)}{\kappa}\right) - 1 \right]$$
(3-13)

Dans le code numérique, l'équation suivante est calculée :

$$\sigma_m = K\varepsilon_{\nu} \tag{3-14}$$

A partir de l'équation (3-13) et (3-14), on trouve finalement :

$$\frac{3K}{3K+4G}\sigma_f\left[\exp\left(\frac{\varepsilon_v(1+e_0)}{\kappa}\right)-1\right] = K\varepsilon_v$$
(3-15)

Comme mentionné ci-dessus, le module de cisaillement *G* est supposé constant au cours du séchage. Les paramètres σ_f ; e_0 et κ sont considérés connus comme des caractéristiques du sol. L'évolution du module de compressibilité est alors calculée avec la variation de la déformation volumique par l'équation suivante :

$$K = \frac{\sigma_f \left[\exp\left(\frac{\varepsilon_v (1+e_0)}{\kappa}\right) - 1 \right]}{\varepsilon_v} - \frac{4G}{3}$$
(3-16)

Notons :

$$\left(\frac{3K}{3K+4G}\right)\sigma_f = \sigma_0 \tag{3-17}$$

Et en remplaçant dans l'Eq (3-13) :

$$\sigma_m = \sigma_0 \left[\exp\left(\frac{\varepsilon_v (1+e_0)}{\kappa}\right) - 1 \right]$$
(3-18)

La contrainte σ_0 est introduite dans le modèle comme un paramètre. La valeur initiale de σ_0 est calculée par le module de compressibilité initiale K_0 qui est calculé comme la limite de K dans l'Eq. (3-16) quand la déformation volumique tend vers 0 :

$$K_{0} = \lim_{\varepsilon_{v} \to 0} \frac{\sigma_{f} \left[\exp\left(\frac{\varepsilon_{v}(1+e_{0})}{\kappa}\right) - 1 \right]}{\varepsilon_{v}} - \frac{4G}{3}$$
(3-19)

Cette limitation donne :

$$K_0 = \sigma_f \left(\frac{1+e_0}{\kappa}\right) - \frac{4G}{3} \tag{3-20}$$

Le principe du calcul incrémental de la partie mécanique et le couplage hydromécanique est similaire au cas de la loi d'élasticité linéaire. La seule différence est que, dans chaque incrément du calcul, le module de compressibilité et le coefficient de Poisson ne sont pas constants mais varient avec l'incrément de la déformation volumique sous le séchage. Dans ce modèle d'élasticité non linéaire, les paramètres mécaniques sont:

- La contrainte de pré-consolidation : σ_f ,
- L'indice des vides initial : *e*₀,
- Le module de compressibilité initial : $K_0 = \sigma_f \left(\frac{1+e_0}{\kappa}\right) \frac{4G}{3}$,
- Le module de cisaillement G.

Les paramètres hydrauliques restent les mêmes comme dans le cas avec le modèle d'élasticité linéaire.

3.3.2. Comparaison avec les expérimentations

3.3.2.1. Détermination des paramètres du modèle

Les paramètres du modèle d'élasticité non linéaire du sol étudié sont estimés à partir des données expérimentales. La courbe de compressibilité sur le même type de sol (Mountassir et al. 2014) donne :

- $\sigma_f = 30 \, kPa$
- $\kappa = 0,188$
- $E_0 = 0,6 MPa$

En supposant le coefficient de Poisson initial $v_0 = 0,25$. Le module de compressibilité initial K_0 et le module de cisaillement *G* sont calculés à partir des E_0 et $v : K_0 = 0,4$ *MPa* et G = 0,24 *MPa*

3.3.2.2. Validation de l'implémentation du modèle par un test mécanique pur

Cette première simulation a pour objectif de valider l'implémentation du modèle d'élasticité non linéaire dans le code *Porofis* en comparant la déformation volumique calculée par les méthodes numérique et théorique. Un test mécanique pur est effectué sur une éprouvette de dimension 100 $mm \times 13 mm$. Concernant les conditions aux limites, les déplacements horizontaux sont bloqués sur les deux côtés, tandis que tous les déplacements sont fixés sur la surface inférieure. Un seul chargement mécanique 0,2 MPa est appliqué sur la surface supérieure. Ce chargement est appliqué progressivement par 100 pas de charge, chacun de 2 kPa. La géométrie et les conditions aux limites pour le modèle numérique sont présentées sur la Figure 3-23.



Figure 3-23 : Géométrie et conditions aux limites du modèle

Théoriquement, la déformation volumique est calculée avec le chargement vertical et les paramètres de sol par l'Eq.(3-8). Le tassement vertical Δu relie à la déformation volumique par la relation : $\Delta u = H \varepsilon_v$.

Avec *H*, la hauteur de l'éprouvette. Le tassement est donc calculé théoriquement avec la loi d'élasticité non linéaire par la formulation :

$$\Delta u = H \left[\frac{\kappa}{1 + e_0} \ln \left(\frac{\sigma_V}{\sigma_f} + 1 \right) \right]$$
(3-21)

La Figure 3-24 présente une bonne cohérence entre les tassements calculés par les deux méthodes numérique et analytique. Elle permet de valider l'implémentation du modèle d'élasticité non linéaire dans le code *Porofis*.



Figure 3-24 : Tassements calculés par les méthodes numérique et analytique

3.3.2.3. Simulation de l'expérimentation

La section précédente a montré la capacité du code *Porofis*, avec l'utilisation de la loi de fissure cohésive, pour reproduire les phases principales du processus de séchage. Dans cette partie, la seule phase de tassement sans fissuration est simulée en appliquant la loi d'élasticité non linéaire proposée ci-dessus. Une même éprouvette et les conditions aux limites mécaniques présentées dans la Figure 3-23 sont modélisées dans cette étude. Concernant les conditions hydrauliques, comme imposés dans la simulation du test de séchage, le flux nul est appliqué sur la surface inférieure et les deux côtés latéraux. Sur la surface supérieure, un même taux d'évaporation homogène dans le test de séchage précédent est appliqué (Figure 3-7). La géométrie et les conditions aux limites de cette simulation sont présentées dans la Figure 3-25.

Pour cette géométrie, ainsi que ces conditions aux limites montrées sur la Figure 3-25, deux simulations de différents comportements de la matrice sont comparées: (*i*) élasticité linéaire avec le module de Young E = 1 MPa et le coefficient de Poisson v = 0,3 MPa (la même caractéristiques de la matrice dans la simulation précédente avec des joints cohésifs) et (*ii*) élasticité non linéaire avec même caractéristiques du test mécanique ci-dessous (partie 3.3.2.1). Ces simulations sont observées pendant 25 h de séchage afin de comparer avec les mesures expérimentales.



Figure 3-25 : Géométrie et conditions aux limites du modèle

La Figure 3-26 présente la distribution du tassement et de la succion à t = 25 h dans la simulation numérique avec la loi d'élasticité non linéaire. Le tassement est maximal à la surface et la succion est quasi homogène dans l'éprouvette.

La succion au milieu de l'éprouvette, (X = 50 mm, Y = 13 mm) est observé pour tous les deux simulations : (*i*) élasticité linéaire et (*ii*) élasticité non linéaire.

La Figure 3-27 présente l'évolution de la succion développée dans l'éprouvette sous le séchage. Les résultats obtenus par la simulation d'élasticité linéaire avec des joints cohésifs (Figure 3-9a) ont été aussi ajoutées dans cette figure. Dans cette étude, le terme source $d\varepsilon_v/dt$ concernant la variation de la déformation volumique vers l'écoulement hydraulique est négligé. Sous le même taux d'évaporation à la surface et les mêmes paramètres hydrauliques du sol, la succion développée dans l'éprouvette est la même pour les cas d'élasticité linéaire et d'élasticité non linéaire sans joints cohésifs. Pour le cas avec des joints cohésifs, la succion est similaire aux deux autres cas quand les fissures ne sont pas encore ouverts (t < 3 h). En fait, pendant cette phase, la présence des joints cohésifs n'influence pas l'écoulement hydraulique dans la matrice. A partir de 3 h quand les fissures apparaissent et se propagent, la succion dans le cas avec des joints cohésifs se développe plus rapidement, surtout après 8 h quand les fissures se développe ment rapidement (Figure 3-8). En effet, quand les fissures s'ouvrent, leur conductivité hydraulique augmente d'après la loi de Poiseuille et ceci favorise le transfert d'eau dans le massif.



Figure 3-26 : (a) Tassement et (b) Pression interstitielle à t = 25 h dans la simulation avec le modèle d'élasticité non linéaire



Figure 3-27 : Evolution de succion au cours du séchage

La Figure 3-28 présente l'évolution du tassement pour les deux simulations : (*i*) élasticité linéaire sans joints cohésifs et (*ii*) élasticité non linéaire, ainsi que les mesures expérimentales (Sanchez et al. 2013). On peut voir que la loi d'élasticité linéaire peut reproduire correctement le tassement seulement au début quand la succion reste encore faible (< 0,3 *MPa*; voir les simulations précédentes avec les joints cohésifs). Par contre, le modèle d'élasticité non linéaire peut reproduire correctement le tassement sur toute la durée de l'essai (25 *h*).



Figure 3-28 : Tassement à la surface au milieu de l'éprouvette (Données expérimentales selon (Sanchez et al. 2013))

3.4. Conclusion

Dans ce chapitre, l'expérimentation réalisée par Sanchez et al. (2013) (Sanchez et al. 2013) pour étudier la fissuration liée au séchage a été simulée.

Dans la première partie, la modélisation en élasticité linéaire isotrope est considérée. Les joints cohésifs sont intégrés dans le modèle afin de modéliser l'initiation et la propagation des fissures. L'intérêt principal de cette simulation numérique est la reproduction qualitative des tendances essentielles du processus de séchage. Les résultats numériques montrent que le modèle proposé est capable de reproduire le deux phases principales du processus: le tassement sans fissuration et le développement des fissures. De plus, le modèle peut reproduire correctement les différentes composantes de la déformation liées au retrait de l'éprouvette pendant le séchage.

L'évaporation se produit à partir de la surface supérieure du sol. Les fissures sont souvent donc supposées s'initier près de la surface du sol pour se propager vers le bas. La simulation numérique relève que dans certaines conditions, les fissures peuvent s'initier à un point qui se trouve près du fond de l'éprouvette et se propager vers la surface libre. Ce phénomène est expliqué dans ce travail par la combinaison de la concentration de la contrainte due à l'effet des conditions aux limites et de la présence d'une zone de réduction de contrainte quand une fissure s'ouvre (Figure 3-17 et Figure 3-18).

Dans la deuxième partie, une loi d'élasticité non linéaire est proposée afin d'améliorer la simulation du comportement de la matrice. Cette loi d'élasticité non linéaire est appliquée dans une matrice sans joints cohésifs pour modéliser la première phase du séchage: le tassement sans fissuration. Les résultats montrent que la loi d'élasticité linéaire peut reproduire correctement le tassement seulement quand la succion est encore petite tandis que la loi d'élasticité non linéaire reste valable sur un très long intervalle de séchage.

Avec l'augmentation du module de compressibilité K pendant le séchage, selon l'hypothèse du module de cisaillement G constant, la loi d'élasticité non linéaire est valable jusqu'à certaines limites de contraintes, qui dépendent des paramètres d'entrée (G, K_0 , v_0). Au-delà de cette gamme, les résultats ne convergent plus. La contrainte à la pointe de la fissure est toujours singulière et peut dépasser facilement cette limite lorsque la fissure est ouverte. La simulation en élasticité non linéaire avec la présence des joints cohésifs est donc limitée.

Chapitre 4 : Prédiction de la profondeur des fissures par les approches analytique et numérique

La morphologie et le développement des fissures sont influencés par plusieurs facteurs (Kindle 1917a; Kodikara et al. 2000; Tang et al. 2008; Stirling 2014; Nahlawi & Kodikara 2006; Peron, Hueckel, et al. 2009). L'espacement et la profondeur des fissures sont considérés comme les variables clés dans l'étude quantitative de la fissuration due au séchage. Plusieurs modèles ont été proposés afin de prédire ces paramètres en se basant sur de différentes approches.

La propagation instable de la fissure a été étudiée dans certains travaux (Konrad & Ayad 1997a; Lachenbruch 1961; Konrad & Ayad 1997b; Ayad et al. 1997; Leguillon 2002; Martin et al. 2012). Au moment de l'initiation, la fissure peut se propager brutalement pour atteindre une profondeur qu'on appellera ici « profondeur ultime ». Après, la propagation de fissure devient plus lente et progressive avec le séchage. En se basant sur l'approche de MLR, cette propagation instable a été expliquée par l'évolution du facteur d'intensité de contrainte K_I (Figure 4-1) (Lachenbruch 1961; Konrad & Ayad 1997a). Son évolution montre que la condition de propagation de la fissure ($K_I = K_{IC}$) est satisfaite avec deux valeurs de la profondeur de la fissure. La valeur plus petite, $a = A_m$ celle qui représente la profondeur initiale, est nécessaire pour la propagation instable. La grande valeur, a = A, correspond à la profondeur ultime après laquelle la fissure se propage lentement. La profondeur ultime a été aussi observée expérimentalement (Sanchez et al. 2013; Konrad & Ayad 1997b) dans les essais de séchage au laboratoire et in situ. Dans le cadre de ce travail, la profondeur ultime de la fissure est considérée. Ce chapitre a pour objectif de prédire cette profondeur par la combinaison des approches analytique et numérique.



Figure 4-1 : Facteur d'intensité de contrainte et la propagation de la fissure d'après la MLR (Konrad & Ayad 1997a)

4.1. Approche analytique

4.1.1. Géométrie du problème

Dans cette étude, le sol est représenté comme un matériau homogène poreux. L'analyse se concentre sur l'étude de la géométrie de la fissure (la profondeur, l'ouverture et l'espacement) au moment de l'initiation par la combinaison des approches numérique et analytique. Le scénario où les fissures apparaissent simultanément une fois que le critère est atteint (Peron et al. 2013) est retenu dans cette étude. En se basant sur cette hypothèse, une géométrie régulière des fissures, caractérisée par la profondeur *L* et l'espacement *B* est considérée (voir la Figure 4-2)



Figure 4-2 : Géométrie du problème

L'hypothèse d'une série de fissures régulières permet de réduire le modèle présenté sur la Figure 4-2 à une cellule élémentaire de largeur *B* (le domaine rouge présenté dans la Figure 4-2). La symétrie du problème permet d'étudier la moitié du domaine Ω de la cellule élémentaire qui contient deux sous domaines Ω^1 et Ω^2 définis par les quatre bords $\partial_{x0}\Omega$; $\partial_{y0}\Omega$; $\partial_{L1}\Omega$; $\partial_{L2}\Omega$ et la moitié de l'espacement *D* (*D* = *B*/2) présentés sur la Figure 4-3 (l'axe *y* est orientée vers le bas):



Figure 4-3 : Géométrie du modèle analytique

L'initiation de la fissure est supposée surfacique, très proche de la surface, et la contrainte induite par la gravité est donc supposée négligeable dans cette étude. Les équations qui gouvernent un milieu poreux élastique sont les suivantes :

$$div\sigma = 0 \tag{4-1}$$

$$\sigma + bp\delta = \mathbb{C} : \varepsilon \tag{4-2}$$

Pour le problème considéré ici, \mathbb{C} est le tenseur d'élasticité linéaire isotrope avec les coefficients de Lamé λ et μ ; σ représente le tenseur de la contrainte totale ; *b* est le coefficient de Biot ; et *p* est la pression interstitielle. Les conditions aux limites de la cellule élémentaire considérées dans la Figure 4-3 sont traduites de la manière suivante :

$\forall \underline{x} \in \partial_{x0} \Omega \cup \partial_{L2} \Omega; u_x(\underline{x}) = 0$	(I.1)	(4-3)
$\forall \underline{x} \in \partial_{Ll} \Omega; \sigma_{xx}(\underline{x}) = 0$	(I.2)	(+ 5)
$\forall \underline{x} \in \partial_{y_0} \Omega; \ \sigma_{y_y}(\underline{x}) = 0$	(I.3)	
$\forall \underline{x} \in \partial_{x0} \Omega \cup \partial_{y0} \Omega \cup \partial_L \Omega; \ \sigma_{xy}(\underline{x}) = 0$	(I.4)	
$\lim_{y\to\infty}\underline{u}(\underline{x})=0$	(I.5)	

Le champ de pression interstitielle p est déterminé numériquement par le calcul de l'écoulement hydraulique. Dans les solutions analytiques, ce champ de pression p est supposé connu, en fonction de la profondeur y et $\lim_{x \to \infty} p(y) = 0$.

4.1.2. Formulation du problème

Une formulation variationelle du système des équations (4-3) est établie afin de chercher des solutions approximatives. La contrainte effective est tout d'abord exprimée :

$$\sigma' = \sigma + bp\delta \tag{4-4}$$

L'Eq. (4-1) et le système des équations (4-3) sont écrits en utilisant la contrainte effective :

$$\forall \underline{x} \in \Omega; \quad div \mathbf{\sigma}' = b \nabla p \qquad (II.1)$$

$$\forall \underline{x} \in \partial_{x0} \Omega \cup \partial_{L2} \Omega; \quad u_x(\underline{x}) = 0 \qquad (II.2)$$

$$\forall \underline{x} \in \partial_{L1} \Omega; \quad \mathbf{\sigma}'_{xx}(\underline{x}) = b p(y) \qquad (II.3)$$

$$\forall \underline{x} \in \partial_{y0} \Omega; \quad \mathbf{\sigma}'_{yy}(\underline{x}) = b p(0) \qquad (II.4)$$

$$\forall \underline{x} \in \partial_{x0} \Omega \cup \partial_{y0} \Omega \cup \partial_{L1} \Omega; \quad \mathbf{\sigma}'_{xy}(\underline{x}) = 0 \qquad (II.5)$$

$$\lim_{y \to \infty} \underline{u}(\underline{x}) = 0 \qquad (II.6)$$

La formulation locale exprimée dans le système (4-5) est équivalente à la formulation variationelle du problème expliqué dans le système (4-3). Un ensemble des déplacements admissibles U_A cinématiquement satisfaisant les conditions aux limites des déplacements est défini ci-dessus :

$$U_{A}; \underline{u} / \forall \underline{x} \in \partial_{x0} \Omega \cup \partial_{L2} \Omega; u_{x}(\underline{x}) = 0 \text{ et } \lim_{y \to \infty} \underline{u}(\underline{x}) = 0$$

La solution du système (4-5) est le champ des déplacements qui minimisent le potentiel suivant :

$$\mathcal{A} = \frac{1}{2} \int_{\Omega} \varepsilon : \varepsilon \, d\Omega - \int_{\Omega} \underline{f} \, \underline{u} \, d\Omega - \int_{\partial_T \Omega} \underline{T} \, \underline{u} \, ds \tag{4-6}$$

Où :

$$\begin{cases} \underline{x} \in \Omega; \quad \underline{f} = -b\nabla p \quad : \text{ force volumique} \\ \partial_T \Omega = \partial_{Ll} \Omega \cup \partial_{y0} \Omega \\ \underline{x} \in \partial_{Ll} \Omega; \quad \underline{T} = bp(y) \, \underline{n}(\underline{x}) = bp(y) \underline{e}_x \\ \underline{x} \in \partial_{y0} \Omega; \quad \underline{T} = bp(0) \, \underline{n}(\underline{x}) = -bp(0) \underline{e}_y \end{cases}$$

$$(4-7)$$

En supposant que ε^s et \underline{u}^s sont les solutions de la déformation et du déplacement du système d'équations (4-5) pour $L \neq 0$, l'inégalité suivante est donc valable pour tous les déplacements admissibles $\underline{u} \in U_A$:

$$\mathcal{A}(u) \ge \mathcal{A}(u^s) \tag{4-8}$$

De plus, les solutions ε^s et <u>u</u>^s peuvent être exprimées avec les conditions aux limites cidessous (Eslami 2014) :

$$\int_{\Omega} \varepsilon^{s} : \mathbb{C} : \varepsilon^{s} \, d\omega = \int_{\Omega} \underline{f} \cdot \underline{u}^{s} \, d\Omega + \int_{\partial_{T}\Omega} \underline{T} \cdot \underline{u}^{s} \, ds \tag{4-9}$$

En combinant les équations (4-6) et (4-9), le potentiel $\mathcal{A}(u^s)$ des solutions est déduit de la manière suivante :

$$\mathcal{A}(u^{s}) = -\frac{1}{2} \int_{\Omega} \varepsilon^{s} : \mathbb{C} : \varepsilon^{s} d\Omega$$
(4-10)

L'énergie élastique du matériau poreux élastique avec la présence de la pression interstitielle est calculée par les analyses suivantes. Le travail externe dW est calculé à partir de la contrainte totale σ multiplié par l'incrément de déformation $d\varepsilon$: $dW = \sigma$: $d\varepsilon$. La déformation libre ε^L est introduite par l'effet de la pression interstitielle p définie par : $\varepsilon^L = \mathbb{C}^{-1}$: $(bp\delta)$. Ce travail dWet la loi constitutive poreuse élastique sont alors écrits sous la forme suivante :

$$\sigma = \mathbb{C} : (\varepsilon - \varepsilon^L) \tag{4-11}$$

$$dW = \sigma : d\varepsilon = (\varepsilon - \varepsilon^{L}) : \mathbb{C} : d\varepsilon$$
(4-12)

Dans cette étude, l'effet de la déformation volumique sur la diffusion hydraulique (le terme source *r*) est négligeable. La pression est supposée constante pendant la propagation instable de la fissure qui implique que ε^L reste constant avant et après l'initiation de la fissure. Par l'intégration de l'Eq. (4-12), on a :

$$dW = d\left[\frac{1}{2}(\varepsilon - \varepsilon^{L}):\mathbb{C}:(\varepsilon - \varepsilon^{L})\right]$$
(4-13)

L'énergie élastique dissipée par la fissuration est définie comme la différence entre l'énergie avant et celle après la fissuration. Elle est donc calculée par :

$$\Delta \mathbf{E} = \frac{1}{2} \Delta \int_{\Omega} (\varepsilon - \varepsilon^{L}) : \mathbb{C} : (\varepsilon - \varepsilon^{L}) d\Omega$$
(4-14)

En effet, l'énergie élastique avant la fissuration, E^{avant} , peut être calculée analytiquement à partir du champ des déplacements, qui sont les solutions du système (4-5) avec L = 0. L'énergie élastique après l'initiation de la fissure, $E^{après}$, est déduite à partir des solutions des déplacements du système (4-5) avec $L \neq 0$. La formulation variationelle permet d'établir une estimation à la marge inférieure de l'énergie élastique après l'initiation de la fissure. Avec les solutions de la déformation ε^s et du déplacement \underline{u}^s après l'initiation de la fissure, $E^{après}$ est calculée de la manière suivante :

$$E^{après} = \frac{1}{2} \int_{\Omega} (\varepsilon^{s} - \varepsilon^{L}) : \mathbb{C} : (\varepsilon^{s} - \varepsilon^{L}) d\Omega$$

$$= \frac{1}{2} \int_{\Omega} \varepsilon^{s} : \mathbb{C} : \varepsilon^{s} d\Omega - \int_{\Omega} \varepsilon^{s} : \mathbb{C} : \varepsilon^{L} d\Omega + \frac{1}{2} \int_{\Omega} \varepsilon^{L} : \mathbb{C} : \varepsilon^{L} d\Omega$$
(4-15)

A partir de la définition de la déformation libre ε^{L} ci-dessus, la 2^{ème} intégrale dans l'Eq. (4-15) peut être transformée en :

$$\int_{\Omega} \varepsilon^{L} : \mathbb{C} : \varepsilon^{s} d\Omega = \int_{\Omega} bp\delta : \varepsilon^{s} d\Omega = \int_{\Omega} bp\partial_{i} u_{i}^{s} d\Omega$$
(4-16)

L'intégration par parties de l'Eq. (4-16) permet d'obtenir :

$$\int_{\Omega} bp \partial_i u_i^s d\Omega = \int_{\partial \Omega} bp u_i^s n_i d\Omega - \int_{\Omega} bu_i^s \partial_i p d\Omega$$
(4-17)

L'intégration sur la frontière $\partial\Omega$ peut-être décomposée par l'intégration de $\partial_u\Omega$ (sur laquelle les déplacements sont imposés) et de $\partial_f\Omega$ (sur laquelle la force surfacique est appliquée). En effet, aucun déplacement n'est imposé sur les bords de $\partial_{x0}\Omega$ et $\partial_{L2}\Omega$. Pour ces bords, leur contribution dans la 1^{ère} intégrale de l'Eq.(4-17) est alors éliminée car $u_i^s = 0$. La contribution de $\partial_f\Omega$ correspond à la force appliquée <u>T</u>. De plus, en remplaçant le terme $b\partial_i p$ par $-f_i$ (voir l'Eq.(4-7)), l'intégration (4-17) prend la forme suivante :

$$\int_{\Omega} bp \partial_i u_i^s d\Omega = \int_{\partial_f \Omega} T_i u_i^s d\Omega + \int_{\Omega} f_i u_i^s d\Omega$$
(4-18)

Par la combinaison des Eqs. (4-9); (4-16) et (4-18), on déduit :

$$\int_{\Omega} \varepsilon^{L} : \mathbb{C} : \varepsilon^{s} d\Omega = \int_{\Omega} \varepsilon^{s} : \mathbb{C} : \varepsilon^{s} d\Omega$$
(4-19)

En remplaçant l'Eq. (4-19) dans l'Eq. (4-15), l'énergie élastique après l'initiation de la fissure devient :

$$E^{après} = -\frac{1}{2} \int_{\Omega} \varepsilon^s : \mathbb{C} : \varepsilon^s d\Omega + \frac{1}{2} \int_{\Omega} \varepsilon^L : \mathbb{C} : \varepsilon^L d\Omega$$
(4-20)

La même analyse peut être effectuée pour les solutions du déplacement et de la déformation avant la fissuration, notées par \underline{u}^0 et ε^0 . L'énergie élastique avant la fissuration est donc :

$$E^{avant} = -\frac{1}{2} \int_{\Omega} \varepsilon^{0} : \mathbb{C} : \varepsilon^{0} d\Omega + \frac{1}{2} \int_{\Omega} \varepsilon^{L} : \mathbb{C} : \varepsilon^{L} d\Omega$$
(4-21)

La différence entre les énergies élastiques avant et après la fissuration d'après les Eqs. (4-20), (4-21) et (4-10) est calculée :

$$E^{avant} - E^{après} = -\frac{1}{2} \int_{\Omega} \varepsilon^0 : \mathbb{C} : \varepsilon^0 d\Omega - \mathcal{A}(u^s)$$
(4-22)

En utilisant l'inégalité (4-8), pour une solution approximative de déplacement \underline{u} , à partir de l'Eq. (4-22), on obtient :

$$E^{avant} - E^{après} \ge -\frac{1}{2} \int_{\Omega} \varepsilon^{0} : \mathbb{C} : \varepsilon^{0} d\Omega - \mathcal{A}(u)$$
(4-23)

L'approche énergétique dans l'analyse de la propagation des fissures consiste à calculer l'énergie élastique dissipée par la fissuration et la comparer avec l'énergie surfacique qui est nécessaire pour créer la fissure. Si l'énergie de la fissure par unité de surface (équivalent de la profondeur dans la géométrie 2D) est notée par G_c , la condition suffisante pour la propagation d'une fissure de longueur L est exprimée par :

$$E^{avant} - E^{après} \ge G_c L \tag{4-24}$$

En utilisant l'inégalité (4-23), la condition suffisante pour le critère énergétique (4-24) devient :

$$-\mathcal{A}(u) - \frac{1}{2} \int_{\Omega} \varepsilon^{0} : \mathbb{C} : \varepsilon^{0} d\Omega \ge G_{c} L$$
(4-25)

Notons l'énergie approximative dissipée par la fissuration :

$$\mathcal{E} \equiv -\mathcal{A}(u) - \frac{1}{2} \int_{\Omega} \varepsilon^0 : \mathbb{C} : \varepsilon^0 d\Omega$$
(4-26)

Le critère énergétique (4-25) se simplifie alors en :

$$\mathcal{E}/L \ge G_c \tag{4-27}$$

Par la suite, le calcul analytique de l'énergie élastique avant la fissuration et des solutions approximatives \underline{u} du sol après l'initiation de la fissure sont présentés dans l'objectif d'estimer la condition de propagation de la fissure.

4.1.3. Solutions analytiques

4.1.3.1. Avant la fissuration

Les déplacements avant la fissuration sont les solutions du système d'équations (4-5) avec L = 0, et donc les conditions aux limites $u_x = 0$ pour tous les points avec x = 0 ou x = D. Ces solutions

de déplacements ont été calculées dans la section 2.3.2 du chapitre 2. Ces déplacements, notés par \underline{u}^0 , sont donnés par :

$$\begin{cases} u_x^0(x, y) = 0 \\ u_y^0(x, y) = -b \int_y^{\infty} P(\xi) d\xi \end{cases}$$
(4-28)

Avec $P = \frac{p(y)}{\lambda + 2\mu}$ est la pression adimensionnelle. L'énergie élastique avant la fissuration est

calculée à partir de l'Eq. (4-21) :

$$\frac{E^{avant}}{\lambda + 2\mu} = b^2 D \frac{1 - \psi}{1 + 2\psi} \int_0^\infty \mathbf{P}^2 dy$$
(4-29)

Avec $\Psi = \frac{\lambda}{\lambda + 2\mu}$. Le terme $\frac{1}{2} \int_{\Omega} \varepsilon^0 : \mathbb{C} : \varepsilon^0 d\Omega$ dans l'Eq.(4-26) est aussi calculé de la manière

suivante :

$$\frac{\frac{1}{2}\int_{\Omega}\varepsilon^{0}:\mathbb{C}:\varepsilon^{0}d\Omega}{\lambda+2\mu} = \frac{1}{2}b^{2}D\int_{0}^{\infty}P^{2}dy$$
(4-30)

4.1.3.2. Après la fissuration

a) Choix de la forme des solutions approximatives

On ne connait pas de solutions analytiques exactes du champ des déplacements et des contraintes du système (4-5) pour $L \neq 0$. Les solutions approximatives des déplacements sont proposées dans cette approche analytique en minimisant le potentiel $\mathcal{A}(u)$ dans l'Eq. (4-6). Les déplacements après l'initiation de la fissure sont supposés sous des formes polynomiales de x et des paramètres $a_n(y)$ dépendant de la profondeur y. En réalité, les fonctions f(x,y) sur le domaine $\Omega = [0,D] \times [0,\infty[$ peuvent être décomposées de la manière suivante :

$$f(x, y) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n(y) \frac{(x/D)^n}{n!}$$
(4-31)

Une solution approximative est considérée en prenant en compte uniquement des premiers termes jusqu'au deuxième degré de x comme :

$$\begin{cases} u_x(x, y) = a_0(y) + a_1(y) (x/D) + a_2(y) (x/D)^2 / 2 \\ u_y(x, y) = b_0(y) + b_1(y) (x/D) + b_2(y) (x/D)^2 / 2 \end{cases}$$
(4-32)

L'équation d'équilibre sous la condition de la déformation plane peut être écrite :

$$\begin{cases} (\lambda + 2\mu)\partial_{xx}u_{x} + \mu\partial_{yy}u_{x} + (\lambda + \mu)\partial_{xy}u_{y} = 0 \\ (\lambda + 2\mu)\partial_{yy}u_{y} + \mu\partial_{xx}u_{y} + (\lambda + \mu)\partial_{xy}u_{x} = b\frac{\partial p}{\partial y} \end{cases}$$
(4-33)

En remplaçant la fonction des déplacements dans l'Eq. (4-32) dans l'Eq. (4-33), elle devient :

$$\begin{cases} \left[\mu a_{0}^{"} + (\lambda + \mu) \frac{b_{1}^{'}}{D} + (\lambda + 2\mu) \frac{a_{2}}{D^{2}} \right] + \left[\mu \frac{a_{1}^{"}}{D} + (\lambda + \mu) \frac{b_{2}^{'}}{D^{2}} \right] x = 0 \\ \left[(\lambda + 2\mu) b_{0}^{"} + (\lambda + \mu) \frac{a_{1}^{'}}{D} + \mu \frac{b_{2}}{D^{2}} \right] + \left[(\lambda + 2\mu) \frac{b_{1}^{"}}{D} + (\lambda + \mu) \frac{a_{2}^{'}}{D^{2}} \right] x = b \frac{\partial p}{\partial y} \end{cases}$$
(4-34)

Cette équation d'équilibre est valable pour tous *x* et *y*. On en déduit alors :

$$\begin{cases} \mu a_{0}^{"} + (\lambda + \mu) \frac{b_{1}^{'}}{D} + (\lambda + 2\mu) \frac{a_{2}}{D^{2}} = 0 \\ \mu \frac{a_{1}^{"}}{D} + (\lambda + \mu) \frac{b_{2}^{'}}{D^{2}} = 0 \\ (\lambda + 2\mu) b_{0}^{"} + (\lambda + \mu) \frac{a_{1}^{'}}{D} + \mu \frac{b_{2}}{D^{2}} = b \frac{\partial p}{\partial y} \\ (\lambda + 2\mu) \frac{b_{1}^{"}}{D} + (\lambda + \mu) \frac{a_{2}^{'}}{D^{2}} = 0 \end{cases}$$
(4-35)

De plus, les contraintes peuvent être calculées à partir des déplacements par les relations suivantes :

$$\begin{cases} \sigma_{xx} = (\lambda + 2\mu)\partial_{x}u_{x} + \lambda\partial_{y}u_{y} \\ \sigma_{yy} = (\lambda + 2\mu)\partial_{y}u_{y} + \lambda\partial_{x}u_{x} \\ \sigma_{xy} = \mu(\partial_{y}u_{x} + \partial_{x}u_{y}) \end{cases}$$
(4-36)

En remplaçant des expressions des déplacements dans l'Eq. (4-32) dans l'Eq. (4-36), on a :

$$\sigma_{xx} = (\lambda + 2\mu) \left(\frac{a_1}{D} + \frac{a_2}{D^2} x \right) + \lambda \left(b_0^{'} + b_1^{'} \frac{x}{D} + b_2^{'} \frac{x^2}{2D^2} \right)$$

$$\sigma_{yy} = (\lambda + 2\mu) \left(b_0^{'} + b_1^{'} \frac{x}{D} + b_2^{'} \frac{x^2}{2D^2} \right) + \lambda \left(\frac{a_1}{D} + \frac{a_2}{D^2} x \right)$$

$$\sigma_{xy} = \mu \left[\left(a_0^{'} + a_1^{'} \frac{x}{D} + a_2^{'} \frac{x^2}{2D^2} \right) + \left(\frac{b_1}{D} + \frac{b_2}{D^2} x \right) \right]$$

$$(4-37)$$

Les conditions à $x = 0, \forall y$ $\begin{cases} u_x(x=0) = 0 \\ \sigma_{xy}(x=0) = 0 \end{cases}$ conduisent : $\begin{cases} a_0(y) = 0 \\ b_1(y) = 0 \end{cases}$

En introduisant ces résultats dans la première équation du système (4-35), on déduit : $a_2(y) = 0$. Le champ des déplacements présentés dans (4-32) est donc réécrit :

$$\begin{cases} u_x(x, y) = a_1(y) x / D \\ u_y(x, y) = b_0(y) + b_2(y) (x / D)^2 / 2 \end{cases}$$
(4-38)

Les fonctions de $y : a_1(y) ; b_0(y)$ et $b_2(y)$ sont déterminées séparément pour deux sous domaines $\Omega^1 = [0,D] \times [0,L]$ et $\Omega^2 = [0,D] \times [L,\infty[$ (voir la Figure 4-3). La continuité des déplacements sur tout le domaine et sur la ligne de l'interface y = L est supposée.

b) Solutions approximatives

Dans le sous-domaine Ω^1 , les solutions approximatives satisfont les conditions (II.1), (II.2), (II.4), (II.5) et (II.6) dans le système (4-5). De plus, la continuité des déplacements sur la ligne de l'interface entre deux sous-domaines (y = L) donne une équation supplémentaire: u_x (x = D, y = L) = 0. Toutes ces conditions permettent d'obtenir les expressions suivantes pour u_x et u_y dans le sous-domaine Ω^1 . Les deux constantes C_1 et C_2 sont à déterminer. Les détails de la détermination de ces solutions sont présentés dans l'**Annexe**. On trouve :

$$\underline{x} \in \Omega^{1}; \begin{cases} u_{x}(x, y) = \frac{C_{1}}{D}(y - L)x \\ u_{y}(x, y) = u_{y}^{0}(x, y) + C_{2} + \frac{\psi C_{1}}{D} \left(Ly - \frac{y^{2}}{2}\right) - \frac{C_{1}}{2D}x^{2} \end{cases}$$
(4-39)

où \underline{u}^0 est le déplacement avant la fissuration calculé dans l'Eq. (4-28).

Dans le sous-domaine Ω^2 , la continuité des déplacements sur l'interface (y = L) doit être satisfaite, ainsi que des conditions aux limites des déplacements. En effet, les solutions des

déplacements avant la fissuration satisfont déjà les conditions aux limites exigées dans le sous domaine Ω^2 sauf la continuité des déplacements à l'interface des deux sous-domaines.

A partir de l'Eq. (4-39), à l'interface y = L, le déplacement $u_x(y = L) = 0$. Le déplacement u_x est alors supposé nul comme la solution avant la fissuration dans tout le sous-domaine Ω^2 .

Pour le déplacement u_y , un terme de correction $\Delta u = u_y(x, y) - u_y^0(x, y)$ est défini. A partir de la condition (II.6) : $\lim_{y \to \infty} u_y = 0$, les deux groupes de solutions de u_y dans le sous-domaine Ω^2 sont proposés correspondant aux deux termes de correction suivants :

- Terme de correction 1 :

$$\Delta u_1 = \left[u_y(x,L) - u_y^0(x,L) \right] \frac{\mathbf{P}(y)}{\mathbf{P}(L)} \tag{4-40}$$

- Terme de correction 2 :

$$\Delta u_2 = \left[u_y(x,L) - u_y^0(x,L) \right] \frac{L^2}{y^2}$$
(4-41)

Comme $\lim_{y\to\infty} P(y) = 0$ et $\lim_{y\to\infty} \frac{L^2}{y^2} = 0$, la condition (II.6) est satisfaite par l'ajout de ces termes. Les deux expressions générales du déplacement pour le sous-domaine Ω^2 sont déduites en respectant la continuité des déplacements sur la ligne d'interface :

- Groupe 1 (correspond au 1^{er} terme de correction)

$$\underline{x} \in \Omega^{2}; \begin{cases} u_{x}(x, y) = 0 \\ u_{y}(x, y) = u_{y}^{0}(x, y) + \left(C_{2} + \frac{\psi C_{1}L^{2}}{2D} - \frac{C_{1}}{2D}x^{2}\right)\frac{P(y)}{P(L)} \end{cases}$$
(4-42)

- Groupe 2 (correspond au 2^{ème} terme de correction)

$$\underline{x} \in \Omega^{2}; \begin{cases} u_{x}(x, y) = 0 \\ u_{y}(x, y) = u_{y}^{0}(x, y) + \left(C_{2} + \frac{\psi C_{1}L^{2}}{2D} - \frac{C_{1}}{2D}x^{2}\right)\frac{L^{2}}{y^{2}} \end{cases}$$
(4-43)

Les déplacements approximatifs exprimés dans les équations (4-39) pour le sous-domaine Ω^1 et (4-42), (4-43) pour le sous-domaine Ω^2 satisfont toutes les conditions imposées sauf la condition de la contrainte (II.3) pour le sous-domaine Ω^1 et l'équation d'équilibre (II.1) pour le sous-domaine Ω^2 . Ces solutions sont les fonctions de deux constantes C_1 et C_2 qui sont déterminées par la méthode de la minimisation du potentiel $\mathcal{A}(u)$ afin d'obtenir les meilleures approximations. On peut remarquer que si $C_1 = C_2 = 0$ dans les solutions exprimées par les Eqs.(4-39), (4-42), (4-43), les expressions des déplacements avant la fissuration sont obtenues.

c) Calcul du potentiel approximatif $\mathcal{A}(u)$

Le potentiel $\mathcal{A}(u)$ sur tout le domaine Ω est calculé par la somme des deux potentiels calculés séparément par l'Eq.(4-6) pour Ω^1 et Ω^2 à partir de leurs déplacements.

- Groupe 1 (correspond à la 1^{ère} solution du sous-domaine Ω^2):

$$\mathcal{A}_{\mathbf{I}}(u) = \left(\lambda + 2\mu\right) \begin{bmatrix} -\frac{1}{2}b^{2}D\int_{0}^{\infty}P^{2}dy + C_{1}b(\psi - 1)P_{1} + \frac{(1 - \psi^{2})C_{1}^{2}L^{3}}{6D} \\ + \frac{(1 - \psi)DC_{1}^{2}}{12P_{L}^{2}}P_{2} + \frac{1}{2P_{L}^{2}}\left(\frac{1}{D}\chi^{2} + \frac{C_{1}^{2}D^{3}}{20} - \chi\frac{C_{1}D}{3}\right)P_{3} \end{bmatrix}$$
(4-44)

où : $\chi = \left(\frac{2DC_2 + \psi C_1 L^2}{2}\right)$ et les constantes suivantes dépendent du champs de pression:

$$P_L = P(L), P_1 = \int_0^L (y - L)P(y)dy, P_2 = \int_L^\infty P^2(y)dy, P_3 = \int_L^\infty (P'(y))^2 dy$$

- Groupe 2 (correspond à la 2^{ime} solution du sous-domaine Ω^2)

$$\mathcal{A}_{2}(u) = \left[\frac{3C_{1}^{2}D^{3}}{5L^{3}} + \frac{(1-\psi)C_{1}^{2}D}{3L} + \frac{12D}{L^{3}} \left(C_{2} + \frac{\psi C_{1}L^{2}}{2D} \right) \left(C_{2} + \frac{\psi C_{1}L^{2}}{2D} - \frac{C_{1}D}{3} \right) - bDP_{L} \left(C_{2} + \frac{\psi C_{1}L^{2}}{2D} - \frac{C_{1}}{6}D \right) - \frac{1}{2}b^{2}D_{0}^{\infty} P^{2}dy + \frac{(1-\psi^{2})C_{1}^{2}L^{3}}{6D} + C_{1}b(\psi-1)P_{1} \right]$$

$$(4-45)$$

avec $P_L = P(L)$, $P_1 = \int_{0}^{L} (y - L)P(y)dy$

d) Détermination des constantes C_1 et C_2

Les potentiels $\mathcal{A}(u)$ trouvées dans les Eqs. (4-44) et (4-45) sont les fonctions quadratiques des deux constantes C_1 et C_2 . La minimisation du potentiel $\mathcal{A}(u)$ avec le respect des (C_1, C_2) sont alors les solutions des équations ci-dessous :

$$\frac{\partial}{\partial C_1} \mathcal{A}(C_1, C_2) = \frac{\partial}{\partial C_2} \mathcal{A}(C_1, C_2) = 0$$
(4-46)

Les deux constantes C_1 et C_2 sont calculées à partir des Eqs. (4-44), (4-45) et (4-46) correspondant aux deux propositions des solutions.

- Groupe 1 (correspond à la 1^{ère} solution du sous-domaine Ω^2):

$$\begin{cases} C_{1} = \frac{-6b(\psi - 1)DP_{L}^{2}P_{1}}{2P_{L}^{2}(1 - \psi^{2})L^{3} + (1 - \psi)D^{2}P_{2} + 2D^{4}P_{3}/15} \\ C_{2} = \frac{-C_{1}}{2D} \left(\psi L^{2} - \frac{D^{2}}{3}\right) \end{cases}$$
(4-47)

En remplaçant ces constantes dans l'Eq.(4-44), le potentiel pour le groupe 1 des solutions est calculé :

$$\mathcal{A}\mathbf{1}(u) = (\lambda + 2\mu) \left[-\frac{1}{2} b^2 D_0^{\infty} \mathbf{P}^2 dy + C_1 b(\psi - 1) \mathbf{P}_1 + \frac{(1 - \psi^2) C_1^2 L^3}{6D} + \frac{(1 - \psi) D C_1^2}{12 \mathbf{P}_L^2} \mathbf{P}_2 + \frac{C_1^2 D^3}{90 \mathbf{P}_L^2} \mathbf{P}_3 \right]$$
(4-48)

- Groupe 2 (correspond à la $2^{\text{ème}}$ solution du sous-domaine Ω^2)

$$\begin{cases} C_1 = \frac{-15DL^3b(\psi - 1)P_1}{5L^6(1 - \psi^2) + 10D^2L^2(1 - \psi) + 8D^4} \\ C_2 = -\frac{C_1}{2D} \left(\psi L^2 - \frac{D^2}{3}\right) \end{cases}$$
(4-49)

En remplaçant ces constantes dans l'Eq. (4-45), le potentiel pour le groupe 2 des solutions est calculé :

$$\mathcal{A}_{2}(u) = (\lambda + 2\mu) \left[\frac{4C_{1}^{2}D^{3}}{15L^{3}} + \frac{(1-\psi)C_{1}^{2}D}{3L} + \frac{(1-\psi^{2})C_{1}^{2}L^{3}}{6D} - \frac{1}{2}b^{2}D\int_{0}^{\infty} P^{2}dy + C_{1}b(\psi-1)P_{1} \right]$$
(4-50)

e) Calcul de l'énergie dissipée par la fissuration

L'énergie dissipée par la fissuration est égale à la différence entre les énergies avant et après la fissuration. Pour les solutions approximatives après la fissuration, cette énergie dissipée est calculée à partir des Eqs. (4-26), (4-30) et les potentiels proposés dans les Eqs. (4-48) et (4-50) pour les deux groupes de solutions sont :

- Groupe 1 (correspond à la 1^{ère} solution du sous-domaine Ω^2)

$$\frac{\mathcal{E}_1}{\lambda + 2\mu} = -C_1 b(\psi - 1) \mathbf{P}_1 - C_1^2 \left[\frac{(1 - \psi^2) L^3}{6D} + \frac{(1 - \psi) D}{12 \mathbf{P}_L^2} \mathbf{P}_2 + \frac{D^3}{90 \mathbf{P}_L^2} \mathbf{P}_3 \right]$$
(4-51)

- Groupe 2 (correspond à la $2^{\text{ème}}$ solution du sous-domaine Ω^2)

$$\frac{\mathcal{E}_2}{\lambda + 2\mu} = -C_1 b(\psi - 1) \mathbf{P}_1 - C_1^2 \left(\frac{(1 - \psi^2)L^3}{6D} + \frac{(1 - \psi)D}{3L} + \frac{4D^3}{15L^3} \right)$$
(4-52)

f) Calcul de l'énergie dissipée normalisée par la fissuration

L'énergie dissipée normalisée par la fissuration définie par \mathcal{E}/L est calculée en remplaçant la constante C_1 trouvée dans les Eqs. (4-47) et (4-49) aux Eqs. (4-51) et (4-52).

- Groupe 1 (correspond à la 1^{ère} solution du sous-domaine Ω^2)

$$\frac{\mathcal{E}_{1}}{L} = \frac{(\lambda + 2\mu)45DP_{L}^{2} \left[b\left(\psi - 1\right)P_{1}\right]^{2}}{L \left[30P_{L}^{2}(1 - \psi^{2})L^{3} + 2D^{4}P_{3} + 15(1 - \psi)D^{2}P_{2}\right]}$$
(4-53)

- Groupe 2 (correspond à la $2^{\text{ème}}$ solution du sous-domaine Ω^2)

$$\frac{\mathcal{E}_2}{L} = \frac{(\lambda + 2\mu)15DL^3 \left[b\left(\psi - 1\right) \mathbf{P}_1 \right]^2}{L \left[10L^6 (1 - \psi^2) + 20D^2 L^2 (1 - \psi) + 16D^4 \right]}$$
(4-54)

Comme
$$\Psi = \frac{\lambda}{\lambda + 2\mu} < 1$$
 et $P_2 = \int_{L}^{\infty} P^2(y) dy$, $P_3 = \int_{L}^{\infty} (P'(y))^2 dy$ sont toujours positifs, à partir

des équations (4-53) et (4-54), on peut déduire que \mathcal{E}/L est toujours positif. De plus, ces énergies dissipées normalisées par la fissuration calculées approximativement dépendent des géométries des fissures (la profondeur *L* et la moitié de l'espacement *D*), ainsi que des propriétés du sol (les coefficients de Lamé) et un champ de la pression p(y) donné. C'est pourquoi, si les propriétés du sol, ainsi que le profil de succion à l'état de l'initiation de la fissure et l'espacement entre des fissures sont connues, l'énergie dissipée normalisée dépend seulement de la profondeur *L*. A partir de l'Eq. (4-27), la connaissance de G_c permettra de prédire la profondeur ultime de la fissure.

g) Application : Choix entre les deux groupes de solutions

Comme mentionnés ci-dessus, les deux groupes de solutions approximatives après la fissuration sont proposés en fonction de deux termes de correction du sous-domaine Ω^2 . Ces solutions sont estimées par la méthode de minimisation du potentiel et donc l'énergie est le seul critère pour le choix de la meilleure solution entre les deux.

Afin de choisir la meilleure solution entre les deux, les énergies dissipées calculées par les deux groupes de solutions présentées dans les Eqs. (4-53) et (4-54) sont utilisées dans une application. L'argile de Chine (Konrad & Ayad 1997a) est étudiée dans cette application. Les observations expérimentales et l'analyse théorique (Morris et al. 1991; Konrad & Ayad 1997a) montrent que l'espacement moyen entre les fissures primaires était d'environ 1 *m*. Dans cette application, 1 *m* de l'espacement (ou bien D = 0,5 m) est supposé connu. Les paramètres du sol (E = 10 MPa et v = 0,3), ainsi que le profil de succion au moment de l'initiation des fissures trouvées dans les analyses de Konrad et Ayad (Konrad & Ayad 1997a) sont utilisés.

Les coefficients de Lamé et ψ sont calculés à partir de *E* et ν : $\lambda = 5,77$; $\mu = 3,85$ et $\psi = 0,43$.

La Figure 4-4 présente le profil de succion à l'initiation de la fissure prédite par Konrad et Ayad (Konrad & Ayad 1997a). Pour simplifier, le profil p(y) utilisé dans cette application est ajusté à partir des données de Konrad et Ayad par une fonction exponentielle de *y* exprimée par : $p(y) = p_s e^{-\gamma y}$ où p_s est la succion à la surface et γ est une constante. La Figure 4-4 présente la comparaison entre le profil donné par Konrad et Ayad et la courbe d'ajustement proposée avec $\gamma = 4,34 \ (m^{-1})$. Cette forme exponentielle p(y) est introduite dans les calculs d'énergie dissipée normalisée par la fissuration qui dépendent maintenant uniquement de la profondeur *L* de la

fissure. L'énergie dissipée des solutions du groupe 1 est calculée par l'Eq. (4-53), tandis que celle des solutions du groupe 2 est calculée par l'Eq. (4-54).



Figure 4-4 : Profil de succion à l'initiation de fissure (Expérimental par (Konrad & Ayad 1997a))

La Figure 4-5 présente la comparaison entre les énergies dissipées normalisées pour différentes profondeurs *L* de la fissure pour les deux groupes des solutions. La comparaison montre que :

avec L < 1,8 m: $\mathcal{E}_1 / L > \mathcal{E}_2 / L$. A partir de l'Eq. (4-26), on en déduit : $\mathcal{A}_1(u) < \mathcal{A}_2(u)$

avec $L \ge 1,8 \ m$: $\mathcal{E}_1 / L \approx \mathcal{E}_2 / L$. Car dans ces profondeurs, le sol reste encore saturé (Figure 4-4).

Le principe de l'approche analytique se base sur la minimisation de l'énergie après la fissuration représentée par le terme $\mathcal{A}(u)$. Cette application montre que $\mathcal{A}_1(u) \leq \mathcal{A}_2(u)$. Les solutions du groupe 1 semblent être plus pertinentes que les solutions du groupe 2. En conséquence, les solutions du groupe 1 présentées par les Eqs. (4-39), (4-42), (4-47) et (4-53) seront alors utilisées dans la suite.



Figure 4-5 : Energie dissipée normalisée calculée par les solutions approximatives

4.2. Comparaison des résultats numériques et les solutions analytiques approximatives

Les solutions approximatives des déplacements après la fissuration ont été proposées dans la section précédente. L'analyse analytique (Eq. (4-53)) permet de calculer l'énergie dissipée normalisée par la fissuration \mathcal{E}/L qui est fonction de la moitié de l'espacement D et de la profondeur ultime L. Elle permet de prédire la profondeur ultime correspondant à un espacement donné et vice versa. L'espacement entre des fissures est considéré comme la distance entre deux fissures ouvertes voisines. Numériquement, cet espacement peut être obtenu en mettant une famille de fissures potentielles dans le modèle. Certaines fissures seront ouvertes et l'espacement sera détecté automatiquement par le comportement du modèle. Afin de simplifier la simulation numérique pour le cas d'un espacement imposé, la simulation contenant une fissure individuelle est investiguée dans ce chapitre. Les conditions aux limites des modélisations numériques sont basées sur la cellule élémentaire représentée sur la Figure 4-2. Le processus de la fissuration est donc simulé par l'initiation et la propagation d'un seul joint

cohésif mis en place au milieu d'une éprouvette. Les principes des calculs numériques par l'utilisation du code *Porofis* incluant la loi de fissure cohésive ont été expliqués dans le chapitre 2.

4.2.1. Caractéristique du modèle numérique

Dans cette simulation numérique, une éprouvette rectangulaire de 1 m de largeur et 4 m de hauteur est simulée. Un seul joint cohésif est mis en place au milieu de l'éprouvette afin de modéliser l'initiation et la propagation de la fissure. Les conditions aux limites appliquées sont exprimées dans l'Eq.(4-5). Du point de vue mécanique, des déplacements horizontaux sont fixés sur les deux bords latéraux, tandis que des déplacements verticaux sont bloqués sur toute la surface inférieure de l'éprouvette. La surface supérieure est laissée libre afin de simuler le tassement de l'éprouvette. Du point de vue hydraulique, le séchage est appliqué sur la surface supérieure de l'éprouvette par une succion qui augmente au cours du temps (pour plus de détails, voir la partie 2.3.1 du chapitre 2). Pour rappeler, la variation de cette succion appliquée avec le temps est exprimée par la fonction suivante :

$$s = s_0 (1 - e^{-\alpha t}) \tag{4-55}$$

Le Tableau 4-1 présente les paramètres de sol (Konrad & Ayad 1997a) et les paramètres du joint cohésif utilisés dans le modèle numérique. La géométrie et les conditions aux limites du modèle sont présentées sur la Figure 4-6.

Sol	E (MPa)	ν (-)	$k_s (m/s)$	Courbe de rétention d'eau (Modèle de Van Genuchten)			ele de Van
				θ (MPa ⁻¹)	n (-)	<i>m</i> (-)	$S_{res}(-)$
	10	0,3	5×10 ⁻⁶	310	1,1	0,09	0,02

Tableau 4-1 : Paramètres du modèle numérique

Joint	R _{tt}	R _{nn}	$R_{tn} = R_{nt}$ (MPa/m)	σ_R	C	φ	β	e ₀
cohésif	(MPa/m)	(MPa/m)		(MPa)	(MPa)	(°)	(-)	(m)
	1	10000	0	0,01	0,006	20	1	10-5

Condition de	$s_0(MPa)$	$\alpha (h^{-1})$		
sechage	0,03	50		

Un calcul transitoire est simulé avec le pas de temps de calcul $\Delta t = 10^{-6} h$ afin d'observer la pénétration de la succion dans la profondeur de l'éprouvette, ainsi que l'initiation et la propagation de cette fissure.



Figure 4-6 : Géométrie et conditions aux limites du modèle numérique

4.2.2. Evolution de la succion et deux phases du processus du séchage par l'approche numérique

La Figure 4-7 présente la distribution des pressions interstitielles y compris la forme de la déformation de l'éprouvette calculée par la simulation numérique. Avant la fissuration, la pression interstitielle est quasi homogène horizontalement. Les profils de la succion à la section x = 0,3 m sont présentés sur la Figure 4-8 pour différentes succions à la surface. La succion qui se trouve à une profondeur plus grande que 1 *m* reste encore intact et le profil de succion à partir de cette profondeur n'est pas présenté.



Figure 4-7 : Evolution des pressions interstitielles (approche numérique)

La Figure 4-8 montre que la succion augmente sur la surface supérieure (y = 0 m) ce qui peut représenter l'avancement du séchage. La succion pénètre à partir de la surface supérieure vers le bas de l'éprouvette due à la diffusion hydraulique. La plus grande succion est toujours sur la surface supérieure et elle diminue progressivement avec la profondeur.

Les deux phases du processus de séchage peuvent être identifiées à partir de la Figure 4-7. Dans la première phase quand la succion à la surface s < 0,0184 MPa, l'éprouvette présente seulement un tassement, sans aucune fissure. Dans cette phase, la présence du joint cohésif ne perturbe pas la distribution générale de la pression interstitielle. Dans la deuxième phase (s = 0,0184 MPa), la fissure s'initie partiellement par une ouverture. Une fois que la fissure s'ouvre, la conductivité hydraulique de la fissure augmente rapidement d'après la loi de Poiseuille en représentant une succion plus grande autour cette fissure (Figure 4-7). Le mécanisme de l'initiation de cette fissure est expliqué plus en détails sur la Figure 4-9 en se basant sur le critère de contrainte.



Figure 4-8 : Profils de succion aux différentes succions à la surface (approche numérique)

La Figure 4-9 présente l'évolution de la contrainte en traction de tous les éléments joints sur la ligne de la fissure à partir de la surface jusqu'à 1 *m* de profondeur. Cette évolution montre que, quand la succion à la surface s < 0.018 MPa, la contrainte en traction développe progressivement dans la partie haute de l'éprouvette (du y = 0 au y = 0,5 m). La contrainte maximale se trouve sur la surface supérieure correspondant à la distribution de la succion (Figure 4-8). Dans ces moments, la contrainte en traction augmente, mais reste encore plus petite que la résistance en traction du sol (0,01 MPa). En conséquence, tous les éléments joints sont encore dans la phase élastique, à laquelle aucun endommagement ne se produit. Le joint reste fermé. C'est la première phase expliquée ci-dessus où l'éprouvette présente seulement le tassement, sans fissures. Quand la succion à la surface s = 0.018 MPa, la contrainte en traction à la surface de l'éprouvette (y = 0) atteint la résistance en traction du sol (0,01 MPa) qui déclenche la phase d'endommagement avec l'initiation de la fissure. La propagation de la fissure au moment de l'initiation est instable. Quand s = 0.0184 MPa, tous les éléments joints de y = 0 à y = 0.31 m sont complètement endommagés. Cet endommagement entier est représenté par la relaxation de la contrainte à zéro. Le moment auquel la succion à la surface s = 0.0184 MPa peut être considéré comme le moment critique qui distingue les deux phases précisées dans l'analyse analytique : avant et après la fissuration. Le profil de la succion à ce moment est donc considéré comme le profil à l'initiation de la fissure supposé dans l'approche analytique.



Figure 4-9 : Evolution de la contrainte en traction (approche numérique)

4.2.3. Déplacements et énergie avant la fissuration

Comme mentionné dans l'analyse analytique, le déplacement horizontal u_x est supposé nul et le tassement u_y varie seulement verticalement avant la fissuration. Ces tassements verticaux peuvent être calculés analytiquement par l'Eq. (4-28), en fonction des paramètres du sol et des profils de succion calculés numériquement. A partir des profils de succion présentés sur la Figure 4-8, les tassements des cinq moments (s = 0,007; 0,01; 0,014; 0,017 et 0,018 *MPa*) sont calculés analytiquement et comparés avec les résultats numériques. La Figure 4-10 présente un très bon accord entre les tassements calculés par les solutions analytiques (les lignes) et ceux calculés par la simulation numérique (les points). On trouve que le tassement augmente pendant le séchage et le tassement maximal se trouve sur la surface de l'éprouvette.

L'énergie cumulée dans l'éprouvette avant la fissuration est calculée analytiquement par l'Eq. (4-29), en fonction des paramètres du sol et de l'évolution de la succion. Dans la simulation numérique, cette énergie E^{num} est calculée par la somme de l'énergie des éléments de la matrice et celle des éléments de joints par l'équation suivante :

$$E^{num} = \left[\frac{1}{2}\int_{\Omega} (\varepsilon - \varepsilon^{L}) : \mathbb{C} : (\varepsilon - \varepsilon^{L}) + \frac{1}{2}\int_{\Omega} u : R : u\right] dv$$
(4-56)

Où : *u* et *R* sont respective l'ouverture et le tenseur de la raideur des éléments joints.



Figure 4-10 : Tassement de l'éprouvette avant la fissuration

La Figure 4-11 présente une bonne comparaison entre les énergies cumulées calculées par la simulation numérique et par les solutions analytiques. Ces résultats permettent de valider la méthode de calcul de l'énergie avec la présence de la succion et l'implémentation des calculs dans le code.



Figure 4-11 : Evolution de l'énergie cumulée avec l'augmentation de succion à la surface

4.2.4. Profondeur ultime de la fissure au moment de l'initiation

Dans le cadre de l'analyse théorique, la fissure est supposée se propager brusquement après l'initiation pour atteindre une profondeur ultime. Suite à cette phase, la propagation est plus lente. La profondeur ultime au moment de l'initiation de la fissure est étudiée par les approches numérique et analytique. La simulation numérique montre que la fissure s'initie quand la succion à la surface atteint 0,0184 *MPa* (Figure 4-7 et Figure 4-9). Le profil de succion à ce moment est alors considéré comme celui de l'initiation de la fissure. Il est introduit ensuite dans l'approche analytique afin de calculer la profondeur ultime de la fissure.

4.2.4.1. Profondeur ultime calculée par l'approche numérique (critère de contrainte)

L'évolution de l'énergie cumulée dans l'éprouvette et l'évolution de la profondeur de la fissure sont déterminées tout d'abord par la simulation numérique. Dans la simulation numérique, l'énergie cumulée dans l'éprouvette est calculée par l'Eq. (4-56). De plus, la profondeur de la fissure est calculée numériquement comme la distance entre la surface supérieure et le dernier élément joint endommagé qui présente une variable d'endommagement égale à 1. La fissure s'initie une fois que la contrainte développée pendant le séchage, atteint la résistance du sol (Figure 4-9).

La Figure 4-12 présente l'évolution de l'énergie cumulée dans l'éprouvette et de la profondeur de la fissure avec l'évolution de la succion à la surface, calculée par la simulation numérique. Au départ (s < 0,018 *MPa*), l'énergie élastique cumulée dans l'éprouvette augmente avec l'augmentation de la succion (Figure 4-12a). Pendant cette période, le joint reste fermé par la présence d'une profondeur nulle. Quand la succion à la surface atteint 0,0184 *MPa*, l'énergie cumulée dans l'éprouvette diminue brutalement et l'énergie est dissipée due à l'initiation d'une fissure avec une profondeur de 0,31 *m*. L'évolution de la profondeur de la fissure (Figure 4-12b) permet d'identifier deux phases de propagation après leur initiation. Dans la première phase, la fissure se propage rapidement pendant un court temps afin d'atteindre à une profondeur ultime. Dans la seconde phase, une propagation lente et plus graduelle de la fissure se présente (Figure 4-12b). Par l'approche numérique, la profondeur ultime de fissure est trouvée à 0,31 *m*.



Figure 4-12 : Evolution de l'énergie cumulée et de la profondeur de la fissure au cours du temps (approche numérique)

4.2.4.2. Profondeur ultime calculée par l'approche analytique (critère énergétique)

Dans l'analyse analytique, le profil p(y) est supposée connu. Les profils de succion calculés numériquement (Figure 4-8) sont introduits dans la solution analytique afin de calculer l'énergie dissipée normalisée \mathcal{E}/L des différentes L (Eq.(4-53)). Par l'approche énergétique, la fissure s'initie une fois que le critère énergétique est satisfait (Eq.(4-27)).

La MLR a indiqué que l'énergie de la fissure G_c peut être calculée à partir du facteur d'intensité de contrainte K_{IC} , du module d'élasticité et du coefficient de Poisson (Griffith 1921). Dans le

modèle de fissure cohésive, l'énergie de la fissure G_c est calculée par la surface totale de la courbe contrainte/déplacement qui peut être exprimée par l'équation suivante :

$$G_c = \int_0^\infty \sigma_n du_n \tag{4-57}$$

Dans le modèle de fissure cohésive utilisé (Pouya & Bemani 2015) (voir le chapitre 2), cette énergie est calculée en fonction des paramètres du modèle sous la forme suivante (Nguyen 2015; Pouya & Bemani 2015) :

$$G_{c} = \int_{0}^{u_{0}} R_{n} u_{n} du_{n} + \int_{u_{0}}^{u_{0}} R_{n} u_{n} e^{-(u_{n} - u_{0})/\beta u_{0}} du_{n} = R_{n} u_{0}^{2} \left(\frac{1}{2} + \beta(\beta + 1)\right)$$
(4-58)

En remplaçant $u_0 = \sigma_R / R_n$, l'Eq. (4-58) devient:

$$G_c = \frac{\sigma_R^2}{R_n} \left(\frac{1}{2} + \beta(\beta + 1) \right)$$
(4-59)

La Figure 4-13 présente les courbes \mathcal{E}/L (Eq.(4-53)) en fonction des différentes L calculées par l'approche analytique qui correspondent aux différents profils p(y) présentés sur la Figure 4-8. De plus, G_c calculé par l'Eq. (4-59) est également tracé sur la Figure 4-13. On peut trouver que le critère énergétique ($\mathcal{E}/L \ge G_c$) est satisfait quand la succion à la surface s = 0,01 *MPa* où le pic de la courbe de l'énergie dissipée normalisée \mathcal{E}/L atteint la ligne G_c . Mais, la Figure 4-9 indique que, à ce temps-là (s = 0,01 *MPa*), la contrainte en traction est encore plus petite que la résistance du sol. En conséquence, malgré le fait que le critère énergétique soit déjà satisfait à ce moment, la fissure n'est pas initiée et le joint reste fermé. Après, l'énergie cumulée de l'éprouvette continue d'augmenter sous l'augmentation de la succion. Quand s = 0,0184 *MPa*, quand le critère de contrainte est atteint (Figure 4-9), tous les deux critères énergétique et de contrainte sont satisfaits et donc, la fissure s'initie et se propage.


Figure 4-13 : Evolution de l'énergie dissipée normalisée et l'énergie de la fissure G_c (approche analytique)

D'après le critère énergétique, la profondeur ultime de fissure est celle qui satisfait la condition $\mathcal{E}/L \ge G_c$. La Figure 4-13 montre que, au moment de l'initiation, s = 0,0184 *MPa*, cette condition est satisfaite avec une gamme de L = 0,08 - 1,65 *m*. La dérivée des courbes \mathcal{E}/L avec *L* est présentée sur la Figure 4-14. Cette Figure 4-14 indique que toutes les courbes \mathcal{E}/L sur la Figure 4-13 présentent une même profondeur au pic qui est égale à 0,33 *m*. Cette profondeur ultime est très proche à celle obtenue par l'approche numérique (voir la Figure 4-12).

Dans l'effort de prédire la profondeur ultime et l'espacement entre des fissures primaires, Konrad et Ayad (Konrad & Ayad 1997a) ont trouvé une profondeur ultime de fissure égale à 0,30 m qui correspond à un espacement moyen de 1- 1,2 m (une moitié de l'espacement est 0,5 m comme ce cas d'étude) sur le même sol observé dans cette étude.



Figure 4-14 : Dérivée des courbes \mathcal{E}/L avec L

4.2.5. Déplacements après l'initiation de la fissure

Dans cette section, les solutions analytiques approximatives des déplacements après la fissuration sont évaluées. Dans ce but, les déplacements de l'éprouvette après l'initiation de la fissure calculés par les méthodes numérique et analytique sont comparés. Le profil p(y) à s = 0,0184 *MPa* et la profondeur de fissure L = 0,31 *m* sont introduites dans les solutions analytiques (Eqs. (4-39), (4-42), (4-47)) afin de calculer des déplacements. Le côté gauche de la fissure (pour x = 0 - 0,5 *m*) est étudié dans cette partie. Comme précisé dans l'analyse analytique, dans le sous-domaine Ω^1 contenant la fissure avec $y \le L = 0,31$ *m*, les déplacements sont calculés par l'Eq. (4-39). Dans le sous-domaine Ω^2 en dessous de la fissure avec y > L = 0,31 *m*, les déplacements sont calculés d'après l'Eq. (4-42). Les deux constantes C_1 et C_2 sont calculées par l'Eq. (4-47).

4.2.5.1. Déplacements horizontaux ux

Les déplacements horizontaux u_x sont en fonction de x, y dans le sous-domaine Ω^1 tandis qu'ils sont nuls dans le sous-domaine Ω^2 (Eqs. (4-39), (4-42)). Les solutions analytiques des déplacements horizontaux u_x dans le sous-domaine Ω^1 sont donc évaluées en comparant avec les résultats numériques. Pour évaluer la solution u_x avec la profondeur y, 4 sections verticales x = 0,2; 0,3, 0,4 ; 0,5 m sont considérées (Figure 4-15a). De plus, pour évaluer la solution u_x avec la distance x, 4 sections horizontales sont donc analysées avec y = 0; 0,1 ; 0,2 ; 0,3 m(Figure 4-15b).



Figure 4-15 : Les sections considérées pour évaluer les déplacements horizontaux u_x

La Figure 4-16 présente les comparaisons entre les déplacements u_x calculés par la simulation numérique (points) et par les solutions analytiques approximatives (lignes) : pour les sections verticales (Figure 4-16a) et les sections horizontales (Figure 4-16b). La Figure 4-16a montre que l'hypothèse des déplacements horizontaux u_x nuls dans le sous-domaine Ω^2 est raisonnable. Les déplacements numériques sont un peu différents par rapport à ceux calculés analytiquement. En effet, dans la solution analytique, u_x varie linéairement avec x et y. L'augmentation du degré de cette fonction polynomiale pourra réduire cet écart entre les déplacements de la simulation numérique et ceux de la solution analytique.



Figure 4-16 : Distribution des déplacements horizontaux u_x : (a) Sections verticales et (b) Sections horizontales

4.2.5.2. Déplacements verticaux u_y

L'évaluation des solutions analytiques approximatives des déplacements verticaux u_y est faite de la même manière. Pour évaluer la solution u_y avec la profondeur y, 4 sections verticales x =0,2 ; 0,3, 0,4 ; 0,5 m sont aussi considérées. Pour évaluer la solution u_y avec la distance x, 6 sections horizontales sont donc observées dans cette étude avec y = 0 ; 0,4 ; 0,8 ; 1,2 ; 1,5 ; 2,0 m.

La Figure 4-17 présente une bonne comparaison entre les déplacements verticaux (tassement) u_y calculés par la simulation numérique (points) et par les solutions analytiques approximatives (lignes) : pour les sections verticales (Figure 4-17a) et les sections horizontales (Figure 4-17b). Dans la solution analytique, le déplacement u_y est supposé du second degré avec x et y, tandis que u_x varie linéairement de x et y. En conséquence, les solutions des déplacements verticaux marchent mieux que celle des déplacements horizontaux, surtout dans la zone proche de la fissure.



Figure 4-17 : Distribution des déplacements verticaux u_y : (a) Sections verticales et (b) Sections horizontales

4.2.5.3. Forme générale de déformation

En regroupant les calculs des déplacements horizontaux et verticaux ci-dessus, la forme générale de la déformation de l'éprouvette peut être observée. La Figure 4-18 présente la forme de la déformation du maillage de l'éprouvette calculée par la simulation numérique (lignes rouges discontinues) et par des résultats analytiques (lignes continues). Les déplacements présentés dans cette figure ont été multipliés par 300 fois afin d'avoir une visualisation lisible. Une comparaison raisonnable entre les résultats numériques et les solutions analytiques approximatives après la fissuration est observée sur la Figure 4-18. Les déplacements horizontaux dans la ligne de la fissure (x = 0,5 m) représentent l'ouverture de la fissure. Le déplacement horizontal maximal se trouve sur la ligne de la fissure et diminue à partir de-là vers les bords latéraux. De plus, le tassement après la fissuration n'est plus uniforme dans chaque section horizontale comme avant la fissuration, mais maximal sur les bords (au centre de la cellule élémentaire), et minimal à la fissure.



Figure 4-18 : Déformation du maillage de l'éprouvette d'après les résultats analytiques et numériques

4.3. Profondeur ultime de la fissure

La simulation numérique précédente identifie les deux phases de la propagation de la fissure. Au moment d'initiation, la fissure peut se propager rapidement pour atteindre une profondeur ultime. La propagation est ensuite lente et graduelle. La combinaison des résultats numériques et analytiques montre que le critère énergétique peut être atteint avant le critère de contrainte. En conséquence, une fois que le critère de contrainte est dépassé, l'énergie cumulée est déjà plus grande que l'énergie nécessaire. Le surplus de l'énergie au moment de l'initiation de la fissure peut causer la propagation rapide de la fissure pour atteindre une profondeur ultime. Dans cette partie, certains facteurs qui peuvent avoir une influence sur la profondeur ultime sont étudiés. Dans les simulations numériques, les paramètres du sol et les conditions aux limites dans cette partie sont les mêmes que dans la simulation précédente (Figure 4-6 et Tableau 4-1) sauf certains paramètres qui seront modifiés et précisés ci-dessous pour chaque partie.

4.3.1. Profondeur ultime unique pour un espacement donné

Dans les solutions analytiques, un domaine infini de la profondeur avec un espacement donné est considéré. Afin d'étudier l'influence de la taille de l'éprouvette étudiée, trois simulations numériques de même espacement B = 1 m avec différentes hauteurs H de l'éprouvette : 4 ; 6 et 8 m sont considérées. Tous les paramètres du sol et du chargement (Tableau 4-1), ainsi que les conditions aux limites (Figure 4-6) sont les mêmes que la simulation précédente. Les tests sont simulés à l'état transitoire, avec pas de temps de calcul $\Delta t = 10^{-6} h$. Comme la simulation précédente, l'évolution de l'énergie cumulée dans l'éprouvette et de la profondeur de la fissure sont observées numériquement au cours du temps.

Les résultats numériques montrent que l'initiation de la fissure se produit aux moments proches pour les 3 tests et sous le même profil de succion p(y) (voir Figure 4-19). En utilisant les solutions analytiques, l'évolution de \mathcal{E}/L en fonction de L peut être tracée. Avec le même profil p(y) à l'initiation de la fissure, le même D imposé et les mêmes paramètres du sol, les trois tests présentent alors la même courbe \mathcal{E}/L en fonction de L (s = 0,0184 MPa dans la Figure 4-13). Par l'approche analytique, si la profondeur ultime est toujours déterminée par le pic de la courbe \mathcal{E}/L en fonction de L, elles sont alors égale dans ces trois cas et égales à 0,33 m.

Dans la simulation numérique, l'évolution de l'énergie cumulée dans l'éprouvette et de la profondeur de la fissure avec l'évolution de la succion à la surface sont présentées sur la Figure 4-20. Comme le test précédent avec H = 4 m, les deux phases du processus de la propagation de la fissure sont toujours présentées. L'énergie dans l'éprouvette est tout d'abord cumulée sous le séchage sans fissuration. La chute brutale de l'énergie correspond à l'initiation d'une fissure. La limite de l'énergie au moment de l'initiation de la fissure est la même pour tous les trois tests (~ 4,1×10⁻⁷ *MPa.m*²) (Figure 4-20a). De plus, l'énergie dissipée est aussi la même pour les trois tests correspondant à l'initiation d'une fissure de la même profondeur ultime égale à 0,31 *m* (Figure 4-20b).

Les résultats numériques dans cette partie confirment que la profondeur ultime de la fissure ne dépend pas de la hauteur de l'éprouvette.



Figure 4-19 : Profil de succion à l'initiation de la fissure



Figure 4-20 : Evolution de : (a) Energie cumulée de l'éprouvette et (b) Profondeur de la fissure avec l'évolution de la succion à la surface

4.3.2. Profondeur ultime avec le taux de séchage

Dans les simulations de ce chapitre, le séchage est appliqué par l'évolution du profil de succion à travers la constante α dans le modèle (Eq.(4-55)). Cette constante représente le taux de séchage : une grande valeur de α représente un chargement rapide. L'influence du taux de séchage sur la profondeur ultime est étudiée dans cette section par des simulations avec différentes valeurs de α . Les trois simulations numériques de la même largeur B = 1 m avec les conditions aux limites (Figure 4-6) et des paramètres du sol (Tableau 4-1) sont considérées. La condition de séchage pour trois simulations est présentée dans le Tableau 4-2.

Condition de séchage	Test 1	Test 2	Test 3
$s_0(MPa)$	0,03	0,04	0,06
$\alpha (h^{-1})$	100	30	10

Tableau 4-2 : Condition de séchage pour trois simulations

La Figure 4-21 présente le profil de succion à l'initiation de la fissure pour les trois simulations. Cette figure montre que la succion à la surface pour déclencher la fissuration est similaire pour tous les trois tests. Par contre, la profondeur de diffusion de succion est différente pour chaque valeur de α . Un séchage rapide (une grande valeur de α) correspond à une augmentation plus rapide de la succion à la surface. Elle conduit alors à un développement rapide de la contrainte en traction. Une fois la contrainte en traction atteinte la résistance du sol, la fissuration commence. En conséquence, le séchage rapide (grande valeur de α) crée plus tôt la fissuration que le séchage lente (Figure 4-22). En outre, l'énergie dissipée est plus grande sous un séchage lent (α plus petit) (Figure 4-22a) pour créer une fissure avec la profondeur ultime plus grande (Figure 4-22b). Cette profondeur ultime est en effet reliée à la profondeur de diffusion de la succion. La succion pénètre plus profondément sous le séchage lent par rapport au séchage rapide (Figure 4-21).



Figure 4-21 : Profil de la succion à l'initiation de la fissure

Les profils de succion à l'initiation de la fissure (Figure 4-21) sont introduits dans la solution analytique (Eq. (4-53)) afin de calculer l'évolution de \mathcal{E}/L en fonction de *L*. Ces évolutions des trois tests sont tracées sur la Figure 4-23. Le principe de détermination de la profondeur ultime de fissure par l'approche analytique est toujours respecté : la profondeur ultime de la fissure correspond à la profondeur au pic de la courbe de \mathcal{E}/L . La profondeur ultime de la fissure pour chaque test peut être déduite. La Figure 4-24 présente l'ensemble des valeurs de la profondeur ultime calculée par la simulation numérique (Figure 4-22b) et déduite par l'approche analytique (Figure 4-23). Les résultats de la première simulation précédente (avec $\alpha = 50 h^{-1}$ et $s_0 = 0,03$ *MPa*) sont aussi présentés sur cette Figure 4-24. Ils présentent une même tendance : la profondeur ultime de la fissure est plus grande sous l'effet de séchage plus lent.



Figure 4-22 : (a) Evolution de l'énergie cumulée de l'éprouvette et (b) Evolution de la profondeur de la fissure (approche numérique)



Figure 4-23 : Energie dissipée normalisée contre la profondeur de la fissure à l'initiation pour différentes valeurs de α (approche analytique)



Figure 4-24 : Profondeur ultime de la fissure calculée par l'approche numérique et l'approche analytique

4.3.3. Profondeur ultime et l'espacement entre des fissures

Afin d'étudier l'effet de l'espacement entre des fissures (*B*) sur la profondeur ultime, 5 simulations numériques de différents largeurs sont considérées : 0,8; 1; 1,2; 1,5 et 2 *m*. Ces largeurs de l'éprouvette peuvent représenter différentes moitiés d'espacements D : 0,4; 0,5; 0,6; 0,75 et 1 *m*. La même charge et les mêmes paramètres du sol (Tableau 4-1), ainsi que les même conditions aux limites (Figure 4-6) sont utilisés dans ces modélisations.

La Figure 4-25 présente l'évolution de la profondeur ultime calculée par les simulations numériques pour tous les cinq tests. La profondeur ultime de la fissure à la phase de l'initiation est déterminée pour chaque simulation par l'approche numérique (Figure 4-27).



Figure 4-25 : Evolution de la profondeur ultime avec le temps (approche numérique)

Les résultats numériques montrent que l'initiation de la fissure se produit au même profil de succion pour tous les 5 tests (correspond à s = 0,0184 *MPa* présenté dans la Figure 4-8 ou Figure 4-19). Ce profil de succion est appliqué dans la solution analytique afin de calculer l'énergie dissipée normalisée en utilisant l'Eq. (4-53). Ces calculs analytiques sont présentés dans la Figure 4-26. A partir de ces courbes analytiques, les profondeurs ultimes des fissures peuvent être estimées, correspondant aux pics des courbes \mathcal{E}/L .

La Figure 4-27 compare les profondeurs ultimes de la fissure pour les différentes moitiés d'espacement D déterminées à partir des résultats numériques (Figure 4-25) et analytiques (Figure 4-26). Cette figure présente un bon accord entre les résultats numériques et analytiques. Ce bon accord confirme que la profondeur ultime de la fissure peut être calculée par l'approche analytique approximative correspondant à la profondeur avec laquelle l'énergie dissipée normalisée maximale. A partir de cette conclusion, l'approche analytique proposée est capable de prédire la profondeur ultime de la fissure au moment de l'initiation avec un espacement B imposé.



Figure 4-26 : Energie dissipée normalisée contre la profondeur de fissure à la phase d'initiation pour des différentes valeurs de la moitié d'espacement *D* (approche analytique)



Figure 4-27 : Profondeur ultime de fissure calculée par l'approche numérique et l'approche analytique

4.4. Conclusion

L'approche analytique dans ce chapitre se base sur l'approximation des déplacements après l'initiation de la fissure par une fonction simple de *x* et *y*. Les fonctions polynômes de second degré de *x* et *y* sont considérées. Les simulations présentées dans ce chapitre montrent que ces solutions simples donnent des déplacements acceptables après l'initiation de la fissure et une bonne prédiction de la profondeur ultime comparable aux résultats numériques. De plus, les solutions analytiques approximatives proposées donnent quelques estimations du tassement, ainsi que de l'ouverture de la fissure au moment de son initiation.

L'approche énergétique est établie en supposant qu'une famille de fissures peut s'initier simultanément avec la même profondeur et un espacement régulier. Cette hypothèse permet de simplifier le problème et d'étudier une seule moitié de la cellule élémentaire dans l'analyse analytique.

L'existence d'une phase de propagation instable au moment d'initiation des fissures est observée expérimentalement (Konrad & Ayad 1997b; Sanchez et al. 2013) et a été étudié dans plusieurs travaux (Konrad & Ayad 1997a; Lachenbruch 1961; Ayad et al. 1997; Leguillon 2002; Leguillon et al. 2016). Dans cette étude, cette propagation instable est trouvée numériquement en utilisant la méthode de fissure cohésive. De plus, la simulation numérique montre que le critère énergétique peut être atteint avant le critère de contrainte. En conséquence, certaines énergies sont cumulées quand la fissure s'initie. La dissipation de cette quantité d'énergie peut causer la propagation rapide de la fissure, pour atteindre une certaine profondeur ultime.

En se basant sur les résultats numériques, l'approche analytique permet de prédire la profondeur ultime de la fissure correspondant à celle au pic d'énergie dissipée normalisée. Cette profondeur ultime de la fissure peut être affectée par le taux de séchage et elle est différente pour chaque famille de fissures (différents espacements).

Chapitre 5 : Prédiction de la géométrie des fissures par approche numérique

La fissuration des sols due au séchage est souvent étudiée qualitativement et reliée à l'observation sur la profondeur, l'espacement et les mécanismes de formation (Kodikara et al. 2002). Ces travaux sont consacrés à l'effet de certains facteurs (taille de l'éprouvette, taux de séchage, type de sol, température, interface sol/moule, *etc.*) sur l'initiation et la propagation des fissures (Kindle 1917a; Corte & Higashi 1960; Costa et al. 2013; Sánchez et al. 2014; Tang et al. 2008; Nahlawi & Kodikara 2006; Peron, Hueckel, et al. 2009; Stirling 2014). Quelques travaux se concentrent sur la prédiction de la profondeur et de l'espacement entre des fissures primaires (Morris et al. 1991; Lachenbruch 1961; Konrad & Ayad 1997a; Ayad et al. 1997; Peron et al. 2013; Chertkov 2000). L'étude quantitative et la prédiction de l'espacement, ainsi que la corrélation entre l'espacement et la profondeur restent encore mal connues dans le domaine géotechnique.

La formation des fissures peut être le résultat de la combinaison de deux processus où les fissures apparaissent successivement ou simultanément (Peron et al. 2013). Dans le chapitre 4, la formation simultanée des fissures est considérée afin d'investiguer la profondeur ultime de la fissure au moment d'initiation par les approches analytique et numérique. L'approche numérique s'est basée sur la simulation qui contient un seul joint cohésif avec un espacement *B* imposé, égal à la largeur de l'éprouvette. Dans ce chapitre 5, l'espacement et la profondeur ultime des fissures sont étudiés en parallèle, essentiellement par l'approche numérique. Ce chapitre est consacré aux interprétations des résultats numériques et aux prédictions empiriques de l'espacement et de la profondeur des fissures.

5.1. Choix des caractéristiques du modèle numérique

5.1.1. Condition de séchage

Dans ce chapitre, des joints cohésifs sont mis en place dans le modèle numérique afin de modéliser l'initiation et la propagation des fissures potentielles. L'étude de l'espacement et de la profondeur ultime des fissures est l'objectif principal de cette étude. La diffusion hydraulique n'est pas prise en compte dans les modélisations numériques. Le séchage est modélisé numériquement par l'application des profils de succion sur l'éprouvette. La succion diminue

exponentiellement à partir de la valeur maximale à la surface vers le bas de l'éprouvette. L'allure exponentielle du profil de succion est représentée par deux paramètres principaux : la succion à la surface s_t qui évolue avec le temps et la constante γ (m^{-1}) qui représente la distribution de succion avec la profondeur y. L'application du séchage est représentée par l'expression suivante :

$$s(y,t) = s_t \exp(-\gamma y) \tag{5-1}$$

La Figure 5-1a présente les profils de succion appliqués avec $\gamma = 15 \ (m^{-1})$. L'évolution de la succion à la surface représente l'avancement du séchage au cours du temps. La Figure 5-1b présente l'effet du paramètre γ sur la distribution de la succion en profondeur avec $s_t = 0,05$ *MPa*. Un gradient plus faible est observé dans le cas d'une petite valeur de γ avec la même succion à la surface. Le cas d'une grande valeur de γ correspond à un séchage rapide (ou une petite perméabilité du sol), ainsi que une petite valeur de γ représente un séchage lent (ou une grande perméabilité du sol).



Figure 5-1 : Profil de succion appliquée : (a) avec différentes succions à la surface et (b) avec différentes valeurs de γ

5.1.2. Paramètres du modèle numérique

Le Tableau 5-1 présente les caractéristiques de sol étudié (Konrad & Ayad 1997a), des paramètres des joints cohésifs et la condition de séchage utilisés dans cette étude de choix des caractéristiques du modèle numérique.

Tableau 5-1 : Paramètres du sol, des joints cohésifs et du séchage

Sol	E (MPa)	v (-)
	10	0,3

Joints cohésifs	R_{nn} (MPa/m)	$\sigma_R(MPa)$	C (MPa)	φ(°)	β(-)
	20000	0,0085	0,006	20	1

Condition de séchage	$\gamma(m^{-1})$	
	10	

5.1.2.1. Géométrie du modèle numérique

Dans la simulation numérique, l'espacement entre les fissures est défini par la distance entre deux fissures voisines ouvertes. Cette sous-section a pour objectif de choisir la géométrie du modèle numérique. Les influences des conditions aux limites et du nombre de joints cohésifs mis en place sur l'espacement obtenu sont étudiées. Plusieurs simulations numériques sont présentées ci-dessous pour montrer que le modèle de joints cohésifs est capable de simuler l'espacement physique entre les fissures d'une manière indépendante des conditions aux limites et du nombre de joints cohésifs prédéfinis.

a) Effet des conditions aux limites

Largeur de l'éprouvette

L'effet de bords est tout d'abord étudié à travers des simulations avec différentes largeurs de l'éprouvette. Trois éprouvettes de 1 m de hauteur et 5, 10, 15 m de largeur avec des joints cohésifs sont considérées. La distance a = 0,125 m entre les joints cohésifs est respectée dans

les trois simulations. Il y a donc respectivement 40, 80, 120 joints cohésifs qui sont mis en place dans les simulations. Concernant les conditions aux limites, les déplacements horizontaux dans ces simulations sont fixés aux deux bords latéraux, tandis que les déplacements verticaux sont bloqués à la base de l'éprouvette. La surface supérieure est laissée libre à se déplacer. Le séchage est appliqué comme expliquée dans l'Eq. (5-1) avec $\gamma = 10 (m^{-1})$. La Figure 5-2 présente un exemple de la géométrie et les conditions aux limites de la simulation avec une largeur b = 5 m.



Figure 5-2 : Géométrie et conditions aux limites pour le cas b = 5 m

La Figure 5-3 présente l'ouverture des fissures y compris la distribution de la contrainte horizontale pour ces trois simulations. Les résultats montrent que quand la succion à la surface atteint 0,03 *MPa*, il y a seulement 3 fissures ouvertes parmi 40 joints cohésifs mis en place initialement dans le modèle de 5 m de largeur. De plus, quand cette largeur de l'éprouvette est doublée (b = 10 m) ou triplée (b = 15 m), le nombre des fissures ouvertes augmente aussi proportionnellement. L'espacement moyen entre les fissures ouvertes obtenu est donc identique dans ces trois simulations et donc ne dépend pas de la largeur de l'éprouvette.



Figure 5-3 : Ouverture des fissures dans les 3 simulations avec différentes largeurs de l'éprouvette ($s_t = 0.03 MPa$)

Déplacement horizontal aux côtés latéraux

Une autre simulation avec deux bords latéraux libres à se déplacer a été réalisée. Les autres conditions aux limites et les caractéristiques du modèle sont identiques avec la simulation de b = 5 m présentée dans la Figure 5-2. La Figure 5-4 présente les fissures et la distribution de la contrainte horizontale pour les deux simulations quand la succion à la surface s_t atteint 0,05 *MPa*. 40 joints cohésifs sont mis en place initialement dans les deux modèles mais il n'y a que certaines fissures qui s'ouvrent. Dans la simulation avec deux bords latéraux bloqués, les deux fissures à côté des bords sont initiées premièrement. Les fissures au milieu sont apparues ensuite. La Figure 5-4 montre que tous les deux simulations donnent le même espacement moyen entre des fissures ouvertes quand $s_t = 0,05 MPa$. La comparaison présentée dans la Figure 5-4 confirme que l'espacement entre les fissures dans la simulation numérique ne dépend pas aux conditions de déplacement aux deux extrémités latérales.



Figure 5-4 : Ouverture des fissures pour les deux simulations avec différentes conditions de déplacement aux deux extrémités latérales ($s_t = 0.05 MPa$)

Epaisseur de l'éprouvette

Dans cette étude, un domaine avec une profondeur infinie est considéré. La Figure 5-5 présent les résultats des deux simulations avec 5 m de largeur (40 joints cohésifs mis en place régulièrement et verticalement dans le maillage) et 1 ou 2 m d'épaisseur à $s_t = 0,05$ MPa. Le même espacement moyen obtenu par les deux simulations confirme que le modèle est capable de modéliser l'espacement physique indépendamment de l'épaisseur de l'éprouvette. Les observations expérimentales et numériques ont indiqué que l'espacement entre les fissures peut être affecté par l'épaisseur d'une couche mince (Corte & Higashi 1960; Nahlawi & Kodikara 2006; Sánchez et al. 2014; Hirobe & Oguni 2016; Bai et al. 2000; Prat et al. n.d.). En effet, l'écoulement hydraulique est ignoré dans cette étude et le séchage est simulé en appliquant directement les profils de succion. La distribution de succion en profondeur dépend du paramètre γ . Pour que la condition de profondeur infinie soit valable, l'épaisseur de l'éprouvette doit être supérieure à la zone influencée par le profil de succion. En observant la Figure 5-1b, une épaisseur de 1 *m* pourra être utilisée pour quand $\gamma \ge 8$ (m^{-1}). Dans ces simulations numériques, $\gamma = 10$ (m^{-1}) et donc la succion est négligeable à une profondeur plus importante que 1 *m*. L'augmentation de l'épaisseur de l'éprouvette n'influence donc pas des résultats de la simulation.





b) Effet du nombre de joints cohésifs mis en place

Les joints cohésifs sont utilisés dans cette thèse pour modéliser l'initiation et la propagation des fissures. La prédéfinition de la position des fissures est une limitation de cette méthode. Mais cette limitation peut être nuancée par la mise en place de plusieurs joints cohésifs correspondant aux fissures potentielles dans le modèle. Parmi ces fissures potentielles, seulement certaines s'ouvrent selon le comportement du modèle. L'espacement entre les fissures est alors détecté automatiquement. Afin d'étudier l'effet du nombre des joints cohésifs mis en place dans le modèle, 3 simulations avec un maillage de 5 m de largeur, 1 m d'épaisseur, et deux bords latéraux bloqués sont considérées. Ces trois simulations contiennent respectivement 40, 80 et

100 joints cohésifs. Le séchage est appliqué avec $\gamma = 10 \ (m^{-1})$. Dans la section 2.2.2 du chapitre 2, on a expliqué la détermination des paramètres des joints cohésifs, en fonction de la distance entre deux joints mis en place. L'équivalence de rigidité du massif permet de déterminer la raideur des joints cohésifs pour chaque cas comme montré dans le Tableau 5-2.

Tableau 5-2 : Raideur normale des joints cohésifs dans des trois simulations

R _{nn}	40 joints	80 joints	100 joints	
(MPa/m)	cohésifs	cohésifs	cohésifs	
	20000	40000	50000	

La Figure 5-6 présente les résultats pour les trois simulations quand la succion à la surface atteint 0,05 *MPa*. Dans tous ces trois cas, il y a 5 fissures ouvertes avec un espacement moyen quasi identique. Avec un grand nombre de joints cohésifs mis en place, l'espacement physique entre les fissures peut être détecté par le modèle. Les résultats numériques dans cette étude sont considérés valables quand il y a 5-6 joints cohésifs restés fermés entre deux fissures ouvertes.

$$s_t = 0.05 \text{ MPa}$$



Figure 5-6 : Ouverture des fissures des trois simulations avec différents nombres de joints cohésifs

5.2. Etude d'un cas de référence

5.2.1. Paramètres du modèle

En se basant sur l'étude des conditions aux limites et du maillage, un cas de référence, avec un maillage de 5 $m \times 1$ m contenant 80 joints cohésifs verticaux, est étudié. Concernant des conditions aux limites, la surface supérieure et les deux côtés latéraux sont laissés libres à se déplacer. Les déplacements verticaux sont fixés à la base de l'éprouvette. Le Tableau 5-3 résume les paramètres principaux du sol, des joints cohésifs et du séchage utilisés dans le modèle. La Figure 5-7 décrit la géométrie et les conditions aux limites du cas de référence. Le processus de fissuration : initiation et propagation des fissures, ainsi que l'espacement et la profondeur des fissures sont essentiellement observés dans cette partie.

Tableau 5-3 : Paramètres utilisés dans le modèle numérique

Sol	E (MPa)	v (-)
	10	0,3

Joints cohésifs	R_{nn} (MPa/m)	$\sigma_R(MPa)$	C (MPa)	φ (°)	β(-)
	40000	0,0085	0,006	20	1



Figure 5-7 : Géométrie et conditions aux limites du cas de référence

5.2.2. Résultats

Dans la simulation numérique, la profondeur d'une fissure est calculée comme la distance à partir de la surface de l'éprouvette au dernier élément joint endommagé où la variable d'endommagement est égale à 1. La Figure 5-8 présente l'évolution de profondeur de chaque fissure ouverte en fonction de la succion à la surface s_t . De plus, la forme déformée de l'éprouvette incluant la contrainte horizontale et la succion s_t des différentes étapes est montrée sur la Figure 5-9.



Figure 5-8 : Evolution de la profondeur des fissures pendant le séchage

Quand la succion à la surface s_t est plus petite que 0,024 *MPa*, l'éprouvette présente seulement un tassement et un retrait latéral sans fissures. Quand s_t dépasse 0,024 *MPa*, la première fissure s'apparait au milieu du modèle (X = 2,5 m) qui divise le modèle en deux cellules. Cette fissure ouverte peut être considérée comme la fissure primaire. Le développement séquentiel de succion à la surface augmente la contrainte en traction dans le sol (Figure 5-9). Quand s_t atteint 0,033 *MPa*, deux autres fissures s'initient à X = 1,25 m et X = 3,75 m, exactement au milieu entre la fissure primaire existante et des bords latéraux de l'éprouvette. Le scénario est répété à $s_t = 0,051 MPa$ et $s_t = 0,0975 MPa$ pour former les $3^{\text{ème}}$ et $4^{\text{ème}}$ familles de fissures d'après le processus dichotomique (une nouvelle série de fissures se forme au milieu de deux fissures voisines existantes). En outre, la Figure 5-9 montre que la fissuration se produit progressivement pour créer différentes familles de fissures. Pourtant, les fissures s'initient simultanément à une même succion pour chaque famille (Figure 5-8). L'évolution de profondeur des fissures présentée sur la Figure 5-8 présente deux phases dans la propagation d'une fissure. Au moment de l'initiation, la fissure peut s'initier brutalement afin d'atteindre une profondeur ultime et après, la propagation est plus lente sous le séchage. Les fissures d'une même famille présentent une même profondeur ultime. Par ailleurs, cette profondeur ultime de fissure est plus grande pour les fissures qui apparaissent plus tôt. La fissure primaire est la plus profonde. La profondeur ultime est désignée dans ce travail par L.



Figure 5-9 : Développent des fissures avec l'évolution de succion à la surface (s_t)

Comme mentionné au-dessus, il y a 80 joints cohésifs mis en place dans le modèle, mais il y a seulement 15 fissures ouvertes quand s_t atteint 0,15 *MPa* (Figure 5-9). L'espacement entre les

fissures est considéré comme la distance entre deux fissures voisines ouvertes. A partir de la Figure 5-9, l'espacement entre les fissures peut être évalué. Si l'espacement est désigné par *B*, la densité des fissures est donc déduite comme l'inverse de l'espacement (1/B). Sur la Figure 5-10, la densité des fissures est tracée en fonction de s_t (la ligne continue). Les points marqués sur la Figure 5-10 représentent les moments d'initiation des nouvelles familles des fissures. Ces points peuvent être calés par une fonction linéaire qui est tracée par la ligne discontinue sur la Figure 5-10. Par ailleurs, la Figure 5-10 indique que la densité des fissures peut rester constante dans certaine gamme de succion. Par exemple, la densité des fissures est égale 1,65 m^{-1} pour la gamme 0,055- 0,1 *MPa* de succion à la surface.



Figure 5-10 : Evolution de densité des fissures pendant le séchage

Les profondeurs ultimes pour des différentes familles de fissure sont présentées en fonction de l'espacement des fissures sur la Figure 5-11a. Comme observé sur la Figure 5-8, un espacement plus important correspond à une profondeur ultime plus grande. La Figure 5-11a présente une diminution de la profondeur ultime à partir de la fissure primaire, jusqu'aux fissures suivantes. Sur la Figure 5-11b, la profondeur ultime de fissure *L* est tracée en fonction de la racine de l'espacement $B^{0,5}$. Une corrélation linéaire entre ces deux paramètres peut être introduite et exprimée par la ligne discontinue.



Figure 5-11 : Profondeur ultime *L* de fissure: (a) en fonction de l'espacement *B* et (b) en fonction de $B^{0.5}$

Afin de mieux comprendre la formation des fissures, sur la Figure 5-12, la contrainte sur la surface supérieure de l'éprouvette est tracée en fonction de la coordonnée horizontale (X), pour différents moments correspondant à l'initiation d'une nouvelle famille de fissures. La succion s_t est aussi présentée sur cette figure. Quand $s_t = 0.024 MPa$, la contrainte en traction est minimale près des côtés latéraux tandis qu'elle est maximale au milieu de l'éprouvette. La fissuration a lieu quand la contrainte atteint la résistance. La fissure primaire au centre de l'éprouvette (X = 2,5 m) s'initie ensuite avec une petite augmentation de la succion (à s_t = 0,0255 MPa) car le critère de contrainte est satisfait. L'apparition de cette fissure primaire entraîne la réduction de la contrainte au niveau de la fissure et également au voisinage de cette fissure (chemin 1 sur la Figure 5-12). Cette réduction de contrainte diminue avec la distance à partir de la fissure. Pour les zones plus éloignées de la fissure (les deux zones à côté des bords latéraux) la contrainte reste quasi identique avant et après l'apparition de la première fissure. Sur la ligne de fissure, la contrainte se relaxe à zéro et divise la courbe en deux parties. Après la formation de cette fissure, la contrainte maximale se trouve au milieu de chaque partie. Quand la succion appliquée continue à augmenter jusqu'à $s_t = 0,0315 MPa$ (chemin 2 présenté sur la Figure 5-12) la contrainte en traction au centre de chaque partie s'approche la résistance (0,0085 *MPa*). A $s_t = 0,033$ *MPa*, les deux fissures secondaires (à X = 1,25 et 3,75 m) s'ouvrent. Puis, les contraintes diminuent après l'apparition de ces fissures (chemin 3 sur la Figure 5-12). Ce processus se répète pendant le séchage. L'initiation des 3^{ème} ainsi 4^{ème} familles de fissures peuvent être expliquées de la même manière.



Figure 5-12 : Distribution des contraintes à la surface correspondant aux différentes succions à la surface

5.3. Etude paramétrique

Comme mentionné ci-dessus, la diffusion hydraulique n'est pas prise en compte dans ce calcul. L'effet du séchage est simulé en appliquant directement des profils de succion sur l'éprouvette. La distribution de succion en profondeur est exprimée par le paramètre γ . Les différentes valeurs de γ peuvent représenter différents taux de séchage. La Figure 5-13 présente l'évolution de la densité des fissures au cours du séchage correspondant aux différentes valeurs de γ ; les autres paramètres sont identiques à ceux présentés dans le Tableau 5-3. De manière similaire au cas de référence, les points au moment d'initiation de nouvelle famille sont collectés et calés par une fonction linéaire. Pour un même niveau de densité de fissures, la fissuration se produit à une succion plus grande pour un γ plus petit. C'est intéressant de noter que, la première fissure apparait à une succion très proche, environ 0,02 *MPa* pour toutes les valeurs de γ .



Figure 5-13 : Densité de fissures en fonction de la succion à la surface avec différentes valeurs de γ

La profondeur ultime des fissures est tracée en fonction de la racine de l'espacement pour différentes valeurs de γ sur la Figure 5-14. Pour un espacement donné, la profondeur ultime est plus grande dans un cas de γ plus petit. La Figure 5-14 montre que la corrélation entre la profondeur ultime et la racine d'espacement peut être calée par une fonction linéaire avec une bonne précision pour tous les cas considérés.

Afin d'analyser l'effet de σ_R sur la corrélation entre la densité des fissures et la succion à la surface s_t , plusieurs simulations numériques sont effectuées avec différentes valeurs de σ_R . Dans ces simulations, $\gamma = 15 \ (m^{-1})$ et les autres paramètres sont présentés dans la Tableau 5-3. Les résultats sont exposés sur la Figure 5-15. L'augmentation de σ_R peut retarder l'initiation de fissure. Une succion s_t plus grande est nécessaire pour atteindre une même densité de fissures quand la résistance σ_R est plus grande. En effet, la fissuration se produit quand la contrainte atteint la résistance. Une résistance plus grande demande une contrainte plus grande pour activer la fissuration, et ce dernier est reliée directement à l'évolution de succion s_t .



Figure 5-14 : Profondeur ultime des fissures en fonction de la racine des espacements pour différentes valeurs de γ .



Figure 5-15 : Evolution de la densité de fissures pendant le séchage avec différentes valeurs

de $\sigma_{R.}$

5.4. Analyse théorique et corrélations empiriques

5.4.1. Corrélation empirique pour la densité des fissures

En se basant sur les résultats présentés dans la Figure 5-13 et la Figure 5-15, la corrélation empirique suivante peut être proposée pour prédire la densité des fissures :

$$\frac{1}{B} = k(\gamma) \left(\frac{s - s_0}{\sigma_R} \right)$$
(5-2)

où :

- s_0 : succion minimale pour initier une fissure (correspondant à 1/B = 0)
- $k(\gamma)$: paramètre dépendant du taux de séchage (fonction de γ)

L'espacement *B* peut être déterminé à partir de l'Eq. (5-2) :

$$B = \frac{1}{k(\gamma)} \left(\frac{\sigma_R}{s - s_0} \right)$$
(5-3)

Sur la Figure 5-13, la valeur s_0 peut être déterminée par l'extrapolation des courbes vers à l'axe horizontale x. De plus, cette succion peut être aussi déterminée par l'analyse théorique du champ de contrainte du sol avant la fissuration. En effet, avant la fissuration, le champ de contrainte totale dans l'éprouvette peut être déterminé à partir des conditions aux limites et des équations équilibres de la manière suivante (détails dans la section 2.3.2 du chapitre 2):

$$\begin{cases} \sigma_{xx} = \frac{-2\mu}{\left(\lambda + 2\mu\right)} bp(y) \\ \sigma_{yy} = 0 \end{cases}$$
(5-4)

La fissuration se produit une fois que cette contrainte totale horizontale atteint la résistance en traction σ_R . La fissure s'initie souvent à la surface du sol. La succion s_0 à la surface (y = 0 dans l'Eq.(5-4)) est déterminée comme ci-dessous :

$$\sigma_{xx}(y=0) = \frac{-2\mu}{(\lambda + 2\mu)} bp(y=0) = \frac{-2\mu}{(\lambda + 2\mu)} bs_0 = \sigma_R$$
(5-5)

En remplaçant : $\frac{\lambda}{\mu} = \frac{2\nu}{1-2\nu}$ dans l'Eq. (5-5), la succion *s*₀ est ensuite calculée théoriquement comme:

$$s_0 = \sigma_R \frac{1}{b} \left(\frac{1 - \nu}{1 - 2\nu} \right) \tag{5-6}$$

L'Eq. (5-6) montre qu'une résistance σ_R plus grande conduit à une valeur de s_0 plus grande. Elle donne la même tendance des courbes présentées sur la Figure 5-15. En remplaçant b = 1 (avec l'hypothèse des particules incompressibles), v = 0,3, la valeur de s_0 correspond à chaque σ_R , est tracée sur la Figure 5-16, pour les deux approches : approximation des résultats numériques et analyse théorique. Un bon accord entre les deux méthodes peut être observé. C'est intéressant de noter que ce sont deux méthodes indépendantes : une corrélation empirique par l'extrapolation des résultats numériques à condition $B = \infty$ et une méthode analytique par l'analyse des contraintes avant la fissuration qui donne une valeur similaire s_0 .

Par ailleurs, à partir des observations in situ, Konrad et Ayad (Konrad & Ayad 1997b) ont montré que la succion à la surface était égale à 0,02 *MPa* au moment d'initiation des fissures pour le sol ayant la résistance égale à 0,01 *MPa*. En remplaçant $\sigma_R = 0,01$ *MPa* dans l'Eq.(5-6), la succion s_0 peut être estimée théoriquement d'environ 0,018 *MPa*. Cette valeur est très proche des mesures de Konrad et Ayad (Konrad & Ayad 1997b). Un bon accord de trois méthodes (analytique, numérique et expérimental) dans le calcul de s_0 permet de valider l'hypothèse utilisée dans la corrélation empirique.



Figure 5-16 : La succion critique s_0 en fonction de σ_R

Le paramètre $k(\gamma)$ dans l'Eq. (5-2) permet de représenter l'effet du taux de séchage sur l'espacement obtenu. A partir des résultats présentés sur la Figure 5-13, la valeur de k correspondant à chaque valeur de γ est estimée et présentée sur la Figure 5-17. A partir de cette figure, la fonction $k(\gamma)$ peut être déterminée approximativement par l'équation suivante :

$$k = 4\gamma \tag{5-7}$$

En remplaçant l'Eq. (5-7) dans l'Eq. (5-2), une corrélation empirique qui prédit la densité des fissures peut être proposée comme :

$$\frac{1}{B} = 4 \, \gamma \left(\frac{s - s_0}{\sigma_R} \right) \tag{5-8}$$

L'espacement entre des fissures est ainsi déduit:



$$B = \frac{1}{4\gamma} \left(\frac{\sigma_R}{s - s_0} \right) \tag{5-9}$$

Figure 5-17 : Approximation de la fonction $k(\gamma)$

5.4.2. Corrélation empirique pour la profondeur ultime des fissures

La Figure 5-8 montre que la fissure peut se propager brusquement au moment d'initiation pour atteindre une profondeur ultime à partir de laquelle la propagation devient plus progressivement. La Figure 5-8 montre également que cette profondeur ultime est identique pour chaque famille de fissures. Elle est plus grande pour la famille apparue plus tôt. En observant la Figure 5-14, pour chaque cas de γ , une fonction linéaire peut bien exprimer la corrélation entre la profondeur ultime avec la racine de l'espacement des fissures. Cette corrélation doit prendre en compte l'effet du paramètre γ . La corrélation empirique ci-dessous est proposée afin d'estimer la profondeur ultime L d'après les résultats numériques présentés sur la Figure 5-14 :

$$L = f(\gamma)\sqrt{B} \tag{5-10}$$

Dans l'Eq. (5-10), $f(\gamma)$ est une fonction représentant l'effet du taux de séchage sur la profondeur ultime de fissure. A partir des fonctions linéaires montrées sur la Figure 5-14, la valeur f pour chaque cas de γ est déterminée et tracée en fonction de l'inverse de racine de γ sur la Figure 5-18.



Figure 5-18 : Approximation de la fonction $f(\gamma)$

A partir de la Figure 5-18, l'effet du paramètre γ sur la profondeur ultime de fissure peut être aussi approché par une fonction linéaire. La fonction $f(\gamma)$ peut être déterminée approximativement par la relation linéaire suivante :

$$f = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{\gamma}} + 0.0403 \tag{5-11}$$

En remplaçant l'Eq. (5-11) dans l'Eq. (5-10), la corrélation empirique pour estimer la profondeur ultime devient :

$$L = \frac{1}{2} \left(\sqrt{\frac{1}{\gamma}} + 0.08 \right) \sqrt{B}$$
 (5-12)

La corrélation empirique proposée dans l'Eq. (5-12) permet d'estimer la profondeur ultime de fissure si l'espacement entre des fissures et la distribution de succion (γ) sont connus. De plus, si l'espacement entre des fissures est prédit par l'Eq. (5-9), la profondeur ultime peut être donc calculée en fonction de la succion, la résistance en traction et le taux de séchage. La corrélation proposée dans l'Eq. (5-12) montre qu'avec un même γ , un espacement *B* plus petit correspond à une profondeur ultime *L* plus petite. Cette observation est en accord avec la tendance observée sur la Figure 5-8. Par ailleurs, avec un espacement *B* fixé (une famille de fissures observée), un séchage lent avec γ plus petit donne une profondeur ultime plus grande (Figure 5-14)

5.4.3. Comparaison avec des observations in situ

Konrad et Ayad (Konrad & Ayad 1997b) ont étudié le séchage des argiles sur un site. Une excavation avec trois différents niveaux a été exposée à l'air libre pendant 35 jours afin d'observer la formation des fissures. Le séchage des argiles intactes Saint-Alban (à 2 m de profondeur) sous les conditions restreintes et un taux d'évaporation de 0,18 mm/h a produit des fissures primaires après 17 h, avec un espacement moyen 0,20 - 0,24 m et 0,05 – 0,07 m de profondeur au moment d'initiation. La succion à la surface au moment d'initiation des fissures primaire a été mesurée à environ 20 kPa. Ces données in situ ont été aussi utilisées par Ayad et al. (Ayad et al. 1997) afin d'évaluer la performance du modèle CRACK qui permet de prédire la profondeur et l'espacement des fissures (Konrad & Ayad 1997a). Dans ce modèle, la profondeur ultime est déterminée par l'approche de MLR, tandis que l'espacement est proposé par l'utilisation de l'approche de réduction de la contrainte. Selon ce modèle, la profondeur ultime pour ce cas d'étude se trouvait dans la gamme de 0,08 – 0,11 m.

A partir des mesures expérimentales de la profondeur ultime et de l'espacement ci-dessus, on obtient $\gamma = 5 \times 10^{-4} - 2 \times 10^{-3} m^{-1}$ en utilisant la corrélation empirique proposée dans l'Eq. (5-12). Ces valeurs de γ et la succion mesurée à la surface au moment d'initiation des fissures sont introduites dans le modèle exprimé par l'Eq.(5-1) afin de déterminer la distribution de succion au moment d'initiation des fissures.

La Figure 5-19 exprime la comparaison entre les profils de succion au moment d'initiation des fissures par : (*i*) données mesurés de Konrad et Ayad (Konrad & Ayad 1997b) en utilisant les tensiomètres ou (*ii*) les capteurs de teneur en eau, (*iii*) profil prédit par le modèle de Ayad et al. (Ayad et al. 1997) et (*iv*) l'Eq. (5-1) du modèle numérique avec $\gamma = 5 \times 10^{-4} - 2 \times 10^{-3} m^{-1}$. La Figure 5-19 montre que le faisceau des résultats calculés par le modèle proposé (zone verte) permet de recouvrir les données expérimentales (points)Cette comparaison permet de valider globalement le modèle proposé.



Figure 5-19 : Comparaison des profils de succion calculés par le modèle proposé et des données expérimentales (Konrad & Ayad 1997b)
5.5. Retour sur l'étude d'un seul joint cohésif

L'étude avec plusieurs joints cohésifs dans ce chapitre montre que la fissuration a lieu progressivement pour former différentes familles de fissures par le processus dichotomique. De plus, les fissures peuvent apparaître simultanément avec un même espacement et présentent une même profondeur ultime dans chaque famille. Les corrélations empiriques se basant sur les résultats numériques sont proposées pour prédire l'espacement, ainsi que la profondeur ultime des fissures.

Dans le chapitre 4 précédent, un modèle analytique est proposé afin d'estimer la profondeur ultime au moment d'initiation des fissures instantanées. Le modèle est réduit par l'étude d'une cellule élémentaire avec un espacement connu qui contient un seul joint cohésif dans la simulation numérique. L'étude avec plusieurs joints cohésifs confirme que ce scénario d'initiation peut être valable pour la formation des fissures dans une famille. La profondeur ultime d'une famille de fissures simulées obtenues par plusieurs joints cohésifs, celle par la simulation d'un seul joint cohésif, et elle par les deux modèles analytique et empirique proposés ci-dessus sont comparées dans cette sous-section.

Pour la simulation avec plusieurs joints cohésifs, la profondeur ultime de 2^{ème} famille des fissures avec l'espacement B = 1,25 m dans les tests précédents est considérée (Figure 5-8). Les trois simulations de différents γ égaux 15, 10, 8 (m^{-1}) sont considérées. A partir de la Figure 5-14, la profondeur ultime correspondant à chaque γ est déterminée. De plus, ces profondeurs ultimes peuvent être estimées par la corrélation empirique en reliant à l'espacement *B* et γ par l'Eq. (5-12).

En renvoyant la simulation d'un seul joint cohésif présentée dans le chapitre 4 précédent, l'éprouvette de largeur B = 1,25 m et profondeur H = 4 m est étudié. Un seul joint cohésif est mise en place au milieu de l'éprouvette afin de modéliser l'initiation et la propagation de fissure. Les paramètres de sol et des joints cohésifs sont pris identiques dans le Tableau 5-3. Dans le chapitre 4, la diffusion hydraulique a été calculée et un couplage hydromécanique a été pris en compte. Par contre, afin de mettre l'équivalence avec l'étude de plusieurs joints cohésifs dans ce chapitre 5, les profils de succion exprimés dans l'Eq. (5-1) sont aussi appliqués dans ces simulations d'un seul joint cohésif. La Figure 5-20 présente la géométrie et les conditions aux limites étudiées dans la simulation d'un seul joint cohésif. La Figure 5-21a présente le profil de succion au moment d'initiation de fissure qui correspond aux trois valeurs de γ égaux 15, 10, 8 (m^{-1}) . La Figure 5-21b trace l'évolution de la profondeur de fissure avec le temps pour ces trois

simulations. Il montre que la fissuration a déclenché à la même succion à la surface qui atteint 0,016 *MPa* (Figure 5-21a) indépendant de la valeur de γ . De plus, cette valeur de succion est très proche de la valeur *s*₀ présentée dans les simulations avec plusieurs joints cohésifs et dans l'approche empirique calculé par l'Eq. (5-6) correspondant $\sigma_R = 0,0085 MPa$ (Figure 5-16). La différente profondeur ultime au moment d'initiation de fissure pour chaque valeur de γ peut être également observée dans la Figure 5-21b. La profondeur ultime est plus grande sous le séchage plus lente (ou γ est plus petit). Ces résultats présentent une même tendance dans les simulations avec plusieurs joints cohésifs et dans l'approche empirique dans l'Eq. (5-12). Les profils de succion à l'initiation de fissure présentés dans la Figure 5-21a sont introduits dans l'approche énergétique approximative proposée dans le chapitre 4 afin d'estimer la profondeur ultime pour chaque cas. Par cette approche énergétique, la profondeur ultime de fissure est déduite par l'hypothèse de maximum d'énergie dissipée normalisée lors la fissuration.



Figure 5-20 : Géométrie et conditions aux limites de simulation d'un joint cohésif

La Figure 5-22 présente la comparaison des profondeurs ultimes de fissure pour les trois cas de γ calculés par les 4 approches expliquées ci-dessus : simulation numérique d'un seul joint

cohésif, simulation numérique avec plusieurs joints cohésifs (2^{eme} famille), approche analytique approximative (énergétique) (chapitre 4) et approche empirique (Eq. (5-12)). Dans la Figure 5-22, la profondeur ultime évolue avec une même tendance : elle augmente avec la réduction de γ (séchage plus lente). La taille du maillage de chaque élément joint dans les simulations numériques est 2,5 *cm*. Il y a donc une différence entre 1-2 éléments entre les résultats présentés dans la Figure 5-22.



Figure 5-21 : (a) Succion à l'initiation de fissure et (b) Evolution de profondeur ultime de fissure



Figure 5-22 : Profondeur ultime de fissure calculée par 4 approches différentes

5.6. Conclusion

Ce chapitre est axé sur l'étude de l'initiation et de la propagation des fissures par l'approche numérique. Les simulations numériques avec plusieurs joints cohésifs sont réalisées. La diffusion hydraulique n'est pas calculée dans ce chapitre, mais le séchage est simulé par l'application des profils de succion variant avec le temps. En effet, la distribution de la succion est le résultat de la diffusion hydraulique et elle peut être influencée par plusieurs facteurs (perméabilité, taux de séchage, par exemple). En régime permanent, la succion peut diminuer linéairement à partir de la valeur maximale à la surface jusqu'à zéro au niveau de la nappe. Un profil linéaire a été utilisé dans certains travaux pour prédire la profondeur de fissure (Morris et al. 1991; Lau 1987). Par contre, un profil de succion non linéaire est plus souvent présenté (Morris et al. 1991; Stirling 2014; Konrad & Ayad 1997b; Wu & Zhang 2009). En se basant sur des résultats numériques des diffusions hydrauliques présentés dans les chapitres précédents, une forme exponentielle pour la profondeur du profil de succion est supposée et appliquée dans cette étude. Ces profils sont représentés par deux paramètres : la succion à la surface s_t et le paramètre γ . L'augmentation de la succion s_t avec le temps peut présenter l'avancement du séchage. Par ailleurs, la distribution de la succion avec la profondeur est exprimée à travers y. Ce paramètre permet de présenter indirectement le taux de séchage: une petite valeur de y correspond à un séchage lent. Le bon accord de l'allure de la succion entre le modèle proposé, les données in situ et le modèle théorique proposé par Ayad et al. (Ayad et al. 1997) permet de valider l'hypothèse pour le profil de succion utilisée dans le modèle (Figure 5-19).

En générale, la fissuration de sol se produit souvent progressivement pour former différentes familles : primaires, secondaires et tertiaires (Kodikara et al. 2000; Nahlawi & Kodikara 2006; Stirling 2014; Peron, Laloui, et al. 2009; Amarasiri et al. 2010; Konrad & Ayad 1997b; Avila et al. 2013). Les résultats présentés dans ce chapitre montrent que la fissuration se produit progressivement par différentes familles. De plus, les fissures dans chaque famille peuvent s'initier simultanément avec un même espacement et présentent une même profondeur ultime. Les résultats montrés sur la Figure 5-9 présentent la formation des fissures par le processus de subdivision de l'éprouvette en petites cellules. Ce scénario de subdivision a été aussi observé par plusieurs auteurs (Amarasiri et al. 2010; Stirling 2014; Sánchez et al. 2014; Nahlawi & Kodikara 2006; Konrad & Ayad 1997b). Les simulations ont mis en évidence la formation des fissures par le processus dichotomique : les nouvelles fissures apparaissent au milieu des fissures existantes. Cette formation est expliquée par l'évolution de la contrainte montrée sur la Figure 5-12. Il y a deux facteurs majeurs qui contrôlent l'initiation des fissures : distribution des contraintes et présence des défauts (Kodikara & Costa 2013). Pour une éprouvette sans défauts, en se basant sur la distribution des contraintes, les fissures s'initient souvent au milieu du massif du sol (avec des côtés libres) où la contrainte est maximale (Kodikara & Costa 2013; Kodikara & Choi 2006; Peron et al. 2013). En outre, le processus dichotomique a été supposé dans l'étude de fissuration sous chargement thermique pour d'autres matériaux (Leguillon et al. 2017; Timm et al. 2003). En effet, une fissure se forme une fois la contrainte atteint la résistance en traction du matériau. Timm et al. (Timm et al. 2003) ont étudié la fissuration thermique d'une chaussée en bitume. Ils ont expliqué qu'en l'absence de défauts du matériau et les considérations de symétrie suggèrent la formation des fissures au milieu de la chaussée qui divise la section saine en deux parties égales. Ce scénario de la division peut être répéter pour former les fissures suivantes.

L'existence d'une phase de propagation instable des fissures au moment d'initiation est discutée et étudiée dans le chapitre 4. Dans ce chapitre 5, les relations empiriques se sont basées essentiellement sur des résultats numériques avec plusieurs joints cohésifs. Ces relations permettent de prédire l'espacement et la profondeur ultime des fissures, en fonction de la succion (*s*), des paramètres du sol (v, σ_R) et du taux de séchage (à travers γ). Un grand espacement et une grande profondeur ultime peuvent se produire sous une grande résistance en traction du sol ou un séchage lent. Ces tendances ont été observées par plusieurs auteurs (Corte & Higashi 1960; Costa et al. 2013; Konrad & Ayad 1997b; Stirling 2014; Morris et al. 1991; Nahlawi & Kodikara 2006; Kindle 1917a). Par ailleurs, la comparaison entre *s*₀ trouvé approximativement à partir des résultats numériques ou déterminé par le calcul analytique (Figure 5-16), ainsi que le profil de succion calculé par le modèle empirique proposé avec des données in situ (Figure 5-19) permettent de valider globalement ces corrélations.

Chapitre 6 : Applications

6.1. Introduction

La fissuration des sols liée au séchage est un grand défi dans la recherche depuis des décennies. La présence des fissures dans le sol peut affecter significativement leurs propriétés hydrauliques et mécaniques. En effet, la fissure peut changer la perméabilité de sol qui agit comme un chemin préférentiel d'écoulement hydraulique et du transport des pollutions (Flury et al. 1994; Omidi et al. 1996; Drumm et al. 1997). L'influence des fissures sur les propriétés hydrauliques est étudiée dans un certain nombre d'applications, par exemple pour la performance des couvertures d'enfouissement et des revêtements en argiles (Yesiller et al. 2000; Albright et al. 2006). De plus, les fissures peuvent aussi affecter la résistance mécanique et des autres propriétés mécaniques (la densité et la porosité par exemple) qui contrôlent la stabilité et la durabilité des ouvrages en terre (Dyer, Stefano, et al. 2007; Utili & Dyer 2008). La présence des fissures peut favoriser l'érosion (interne et surfacique) et ainsi déclenche l'instabilité des pentes. Le Tableau 6-1 résume quelques applications dans lesquelles la fissuration liée au séchage peut jouer un rôle important.

Tableau 6-1 : Applications des fissures dues au séchage dan	ns différents domaines (Kodikara
& Costa 2013).	

Domaine	Applications
Géotechnique	• Pente : la fissuration à la tête d'une pente peut initier la
_	rupture (Take 2003; Take & Bolton 2004).
	• Digue : la rupture d'une digue est déclenchée par la présence
	des fissures due au séchage sur la pente en aval. Ces fissures
	fournissent des chemins d'infiltration et l'instabilité se
	produit par l'enlèvement des blocs de sol lors de l'inondation
	(Dyer, Utili, et al. 2007; Dyer, Stefano, et al. 2007; Utili &
	Dyer 2008).
	• Barrage : les érosions internes sont la cause d'environ 50%
	des cas de rupture de barrages. L'érosion potentielle est

		souvent assistée par des fissures au séchage, des tassements
		différentiels, des séismes (Foster et al. 2000).
Géo- Environnement	•	Couvertures d'enfouissement et revêtements en argiles : les
		fissures existantes peuvent être les chemins préférentiels pour
		des lixiviats et des gaz (Daniel & Wu 1993; Zhou & Rowe
		2003).
	•	Stockage des déchets nucléaires : la zone en bentonite peut
		subir un séchage et donc la fissuration (Park et al. 2001).
Transport	•	Chaussée : la présence des fissures lors du séchage peuvent
		diminuer la performance de la chaussée et augmenter le prix
		de la maintenance annuelle (Lytton et al. 1976).
Exploitation minière	•	Gestion des résidus miniers : les fissures dans les résidus
et Ressources		miniers peuvent influencer leur stabilité (Morris et al. 1991)
		et changer leur perméabilité qui gère l'infiltration (Rodriguez
		et al. 2007).
	•	Les fissures liées au séchage peuvent favoriser la salinisation
		des sédiments argileux (Baram et al. 2013).
Agriculture/ Sol/	•	Les fissures influencent fortement les propriétés des sols dans
Géologie		le domaine d'agriculture (Chertkov 2002b).
Matériaux	•	La fissuration peut causer des problemes dans le processus
		d'élaboration des matériaux de colloïdales (Pauchard et al.
		1999).

6.2. Observations expérimentales de la fissuration

Konrad et Ayad (Konrad & Ayad 1997b) ont investigué la fissuration due au séchage des argiles sur un site. Une excavation avec trois différents niveaux a été exposée à une évaporation continue pendant 35 jours afin d'observer la formation des fissures. Les différentes phases de fissuration observées sont présentées dans la Figure 6-1.

(a) Premièrement, les fissures primaires s'initient après 17 h de séchage avec une profondeur de 5 -7 cm et un espacement régulier de 20- 24 cm.

(*b*) Deuxièmement, le séchage continue mais il n'y a pas d'autres fissures apparues. Pendant cette phase, le changement du volume de sol est associé à l'augmentation de l'ouverture et de la profondeur des fissures primaires.

(c) Troisièmement, vers 80 h, les fissures secondaires apparaissent quand la contrainte en traction à la surface atteint la résistance. Comme les fissures primaires, ces fissures secondaires se propagent brusquement au moment de l'initiation pour atteindre une profondeur ultime qui est contrôlée par des propriétés intrinsèques du sol.

(*d*) Dans la quatrième phase, les déformations différentielles conduisent à la propagation des fissures horizontales, dans le plan horizontal se trouvant à 6-8 *cm* de profondeur, vers le centre de chaque polygone. La longueur de ces fissures horizontales est d'environ un tiers de la taille des polygones (3-4 *cm*).

(e) La cinquième phase correspond à l'initiation et la propagation d'une nouvelle famille de fissures verticales en dessous des fissures horizontales.

(*f*) Enfin, le séchage et le retrait séquentiel induisent la formation des protubérances. La taille des protubérances correspond à la profondeur des fissures verticales.



(f) Formation des protubérances à t > 192 h

Figure 6-1 : Fissuration des argiles intactes Saint – Alban (Konrad & Ayad 1997b)

La formation des fissures horizontales a été aussi observée par Dyer et al. (Dyer, Stefano, et al. 2007) en découpant certaines tranches sur une digue à Thorngumbald. L'excavation a permis de mesurer la profondeur, l'espacement et l'orientation des fissures. La Figure 6-2 montre une photo d'une tranche d'essai observée sur une pente de la digue. La morphologie des fissures présentée dans la Figure 6-2 permet de distinguer deux zones A et B. Dans la zone A, les fissures se propagent perpendiculairement à la surface et terminent avec des fissures horizontales. Les blocs de sol sont formés dans la zone A par les intersections entre des fissures verticales et horizontales. Dans la zone B, les fissures verticales s'initient et se propagent à partir du niveau des fissures horizontales vers le sol intact plus profond.

Un mécanisme d'instabilité de la digue, associé aux fissures liées au séchage, a été proposé par Dyer et al. (Dyer, Stefano, et al. 2007). Les principes de ce mécanisme sont exposés dans la

Figure 6-3. Dans la phase (a), le niveau d'eau est plus faible que la tête de la digue. La présence des blocs de sol formés par des fissures horizontales et verticales sur la pente se trouvant à gauche risque de favoriser le glissement. Dans la phase (b), le niveau d'eau atteint la tête de la digue. Les fissures existantes à la surface sont les chemins préférentiels qui favorisent l'écoulement d'eau. L'instabilité peut se produire dans la phase (c) par le soulèvement des blocs du sol sur la pente se trouvant à gauche.



Figure 6-2 : Fissuration observée sur une tranche d'excavation d'une digue (Dyer, Stefano, et al. 2007)

De plus, le comportement d'une digue en modèle réduit sous la variation saisonnière a été observé expérimentalement par Take (Take 2003; Take & Bolton 2004) en utilisant la modélisation physique en centrifugeuse. Lors du séchage, trois fissures s'initient sur la tête de la digue. Ces fissures peuvent déclencher le glissement de la pente sous l'effet d'infiltration (Figure 6-4).



Figure 6-3 : Proposition d'un mécanisme de rupture par la formation des blocs (Dyer, Stefano, et al. 2007)



Figure 6-4 : La déformation de la dingue sous l'effet d'infiltration (Take 2003; Take & Bolton 2004)

6.3. Modélisation numérique

Dans cette section, les observations expérimentales sur la fissuration présentées ci-dessus sont étudiées qualitativement par des simulations numériques. L'intérêt de ce travail est de montrer le potentiel de la méthode numérique proposée dans la reproduction des tendances principales de la fissuration dans les ouvrages en terre.

6.3.1. Fissuration horizontale

Un modèle de 2 $m \times 1$ m avec les conditions aux limites présenté dans la Figure 6-5 est étudié. Tous les côtés verticaux et horizontaux de chaque élément du maillage sont représentés par des joints cohésifs. Les fissures s'initient et se propagent ainsi automatiquement selon le comportement du modèle. Le séchage est appliqué sur la surface supérieure du modèle, par une variation de succion, comme exprimée dans la section 2.3.1 du chapitre 2. Dans cette simulation, un séchage rapide est modélisé, en utilisant un grand coefficient α ($\alpha = 100$ h^{-1}). Un couplage hydromécanique est aussi pris en compte. La Tableau 6-2 résume les paramètres du sol et des joints cohésifs, ainsi que la condition de séchage utilisés dans le modèle numérique.

Tableau 6-2 : Paramètres du modèle numérique

Sol	E (MPa)	v (-)	k (m/s)
	10	0,3	10-7

Joints	R _{tt}	R _{tt}	$R_{nt} = R_{tn}$ (MPa/m)	σ_R	C	φ	β
cohésifs	(MPa/m)	(MPa/m)		(MPa)	(MPa)	(°)	(-)
	10000	10000	0	0,01	0,006	30	1

Condition de	s ₀ (MPa)	$\alpha(h^{-1})$
seenage	1	100



Figure 6-5 : Géométrie et conditions aux limites du modèle numérique

La Figure 6-6 présente l'évolution de la morphologie du modèle y compris de la pression interstitielle correspondant aux différentes succions à la surface. Qualitativement, ces résultats numériques donnent une tendance similaire à celle des observations expérimentales in situ de Konrad et Ayad (Konrad & Ayad 1997b). Quand $s_t < 0.18 MPa$, on observe seulement un retrait sans fissures. Les trois fissures primaires s'initient vers $s_t = 0,18$ MPa. Il n'y a pas d'autres fissures ouvertes jusqu'à $s_t < 0.39 MPa$. Dans cette phase, le changement de volume est associé au tassement séquentiel, l'augmentation de l'ouverture et de la profondeur des fissures primaires. Quand st atteint 0,39 MPa, deux fissures secondaires s'ouvrent au milieu entre les fissures primaires. Ces fissures primaires et secondaires continuent ensuite de se développer en ouverture et en profondeur. Les fissures secondaires présentent une ouverture et une profondeur plus petites que celles des fissures primaires. Les fissures horizontales apparaissent dans un plan horizontal vers le fond des fissures primaires à $s_t = 0.82 MPa$ et vers le fond des fissures secondaires à $s_t = 0.86 MPa$. C'est intéressant de noter que toutes les fissures horizontales sont créées à peu près à une même profondeur. De plus, cette profondeur (0,42 m) est très proche de l'espacement entre les fissures (0,48 m). Ces particularités sont similaires à celles observées expérimentalement par Konrad et Ayad (Konrad & Ayad 1997b).

177



Figure 6-6 : Evolution de la morphologie du modèle y compris de la pression interstitielle aux différents moments

6.3.2. Fissuration sur une pente

Une simulation d'une pente présentée dans la Figure 6-7 est réalisée. Tous les paramètres du sol et des joints cohésifs sont identiques à ceux présentés dans le Tableau 6-2. Dans cette simulation, tous les côtés de chaque élément du maillage sont modélisés par des éléments joints.

La Figure 6-8 présente le développement des fissures pendant le séchage. Les joints cohésifs sont mis en place partout dans le modèle, mais il n'y a que certaines fissures qui s'ouvrent ce qui peuvent choisir la direction de propagation en fonction du champ de contraintes. Les fissures se propagent plutôt perpendiculairement à la surface du sol. De plus, la Figure 6-8 confirme la fissuration suivant le processus dichotomique expliqué dans le chapitre 5 : une nouvelle fissure peut s'initier au milieu de deux fissures voisines ouvertes.



Figure 6-7 : Géométrie et conditions aux limites du modèle



Figure 6-8 : Fissuration obtenue sur la pente

6.4. Conclusion et perspective

Ce chapitre a pour objectif de montrer le potentiel de la méthode numérique proposée afin d'étudier la fissuration due au séchage dans des ouvrages en terre.

La première simulation permet de reproduire qualitativement les observations expérimentales in situ. Trois types des fissures sont modélisés dans cette simulation. Tout d'abord, les fissures primaires s'initient avec un espacement quasi identique. Les fissures secondaires s'ouvrent et se propagent au milieu des fissures primaires existantes. Les fissures horizontales apparaissent à une certaine profondeur au fond des fissures verticales existantes.

La fissuration sur une pente est modélisée dans la deuxième simulation. Les joints cohésifs sont mis en place sur tous les côtés du maillage. Certaines fissures s'ouvrent perpendiculairement à la surface libre avec un espacement régulier. La fissuration s'est déroulée avec le principe de subdivision comme étudié dans le chapitre précédent. Une nouvelle famille des fissures s'ouvre au milieu des fissures existantes.

La fissuration due au séchage est étudiée seulement d'une manière qualitative dans ce chapitre. Pourtant, ces résultats permettent de présenter plusieurs perspectives dans l'application de ces travaux dans l'analyse du comportement des ouvrages en terre due à la fissuration :

- La prise en compte de la force volumique, le terme négligeable dans ce travail, permettra de modéliser la rupture de la pente avec la présence des fissures formées lors du séchage.

- Un comportement d'élasticité linéaire a été considéré pour la matrice. Tandis que les joints cohésifs sont modélisés par un comportement avec l'endommagement. La formation des fissures en effet changera la perméabilité de la pente. La connaissance de l'espacement et de la profondeur des fissures (l'application des lois empiriques proposées dans le chapitre 5 par exemple) permet de calculer la perméabilité équivalente d'une pente fissurée par la méthode d'homogénéisation. Un milieu continu équivalent pour un massif fissuré peut être établi. L'application du comportement d'élasto-plasticité sur ce milieu continu équivalent simplifie le problème numérique et améliore le comportement du modèle.

- Dans ces travaux, seule l'évaporation est considérée. Le comportement d'une pente sous des cycles de séchage/humidification pourra aussi être étudié. Numériquement, l'humidification peut être modélisée par l'application d'une pression positive ou un taux d'injection. L'utilisation du modèle d'élasticité-endommagement des joints cohésifs permet de modéliser la fermeture élastique des fissures existantes et la création de nouvelles fissures lors de

l'humidification. Par contre, une fois que la fissure est ouverte, la variable d'endommagement atteint 1. Cette variable ne peut pas revenir vers 0 lors d'un déchargement ou dans la phase d'infiltration. En conséquence, ce modèle ne peut pas simuler la cicatrisation.- La perméabilité horizontale est souvent plus grande que la perméabilité verticale. La fissuration sur cette pente peut être étudiée différemment avec l'utilisation d'une perméabilité anisotrope dans la matrice.

Conclusions générales

Ce travail de thèse a pour objectif d'étudier l'initiation et la propagation des fissures lors du séchage des sols argileux par les approches numérique et analytique. Dans l'approche numérique, le processus de séchage est modélisé en utilisant un modèle couplé hydromécanique implémenté dans un code aux éléments finis Porofis. De plus, les joints cohésifs sont mis en place explicitement dans le modèle par des éléments d'interface à 4-nœuds et d'épaisseur nulle afin de représenter des fissures potentielles. L'initiation de la fissure correspond à l'endommagement entier des éléments joints quand la contrainte développée au cours du séchage atteint la résistance du sol. Par ailleurs, l'approche analytique est aussi utilisée dans ce travail pour valider les calculs numériques. Dans ces travaux, la fissuration est observée essentiellement par la mode I (ouverture par la traction) et l'effet de cisaillement est très faible. En effet, quand la succion développe, une compression est appliquée dans toutes les directions d'un point. La surface de rupture n'est pas parfaite et lisse. Par conséquent, la contrainte en cisaillement peut être existante. Il est en résulte l'interaction entre les fissures voisines présentée dans les simulations numériques. Néanmoins, le modèle d'endommagement fonctionne dans le code Porofis pour tous les comportements en traction et en cisaillement. Il permet ainsi de tenir compte automatique du cisaillement s'il existe. Ce dernier n'est donc pas négligé bien que son influence soit faible.

Un essai de séchage au laboratoire est reproduit numériquement par une simulation avec plusieurs joints cohésifs. Les deux phases principales du processus de séchage ont été reproduites par la simulation numérique. Dans la première phase, les sols présentent un retrait sans fissures. La deuxième phase correspond à la formation et le développement des fissures. Les résultats numériques présentent un bon accord avec les observations expérimentales en termes de la hiérarchie du processus de séchage, de la variation du degré de saturation et de l'évolution du retrait. Les fissures sont souvent supposées s'initier à partir de la surface où l'évaporation est maximale. Cette simulation numérique montre que dans certains cas, les fissures peuvent s'initier près du fond de l'éprouvette et se propagent ensuite vers la surface libre. Par ailleurs, un comportement d'élasticité non linéaire de la matrice est proposé et pris en compte dans la simulation sans joints cohésifs. Cette loi est établie en supposant que le module de compressibilité augmente en fonction de la déformation volumique lors du séchage, tandis que le module de cisaillement reste constant. En effet, sous l'effet de séchage les sols diminuent

l'espace des vides et se tassent. Par contre, ce tassement évolue au cours du séchage et se stabilise quand la limite de retrait du sol est atteinte. L'application de la loi d'élasticité non linéaire proposée permet de reproduire correctement la phase du retrait sans fissures durant l'essai.

La formation des fissures peut se produire progressivement pour créer différentes familles des fissures (primaire, secondaire, tertiaire). Les résultats numériques dans ce travail montrent que la fissure peut se propager brusquement au moment d'initiation pour atteindre une profondeur ultime. Au-delà, la propagation est plus lente et plus progressive. En outre, les fissures dans chaque famille peuvent apparaître simultanément à un même niveau de la succion, avec un espacement régulier et une profondeur ultime identique.

Le scénario de la propagation simultanée pour former un réseau des fissures avec un espacement régulier et une profondeur ultime identique est étudié par les approches analytique et numérique. Le problème d'une seule cellule élémentaire contenant une seule fissure au milieu est étudiée. Les solutions analytiques approximatives des déplacements des sols après l'initiation de la fissure sont tout d'abord déterminées analytiquement par la méthode de minimisation du potentiel. L'énergie dissipée par la fissuration est calculée analytiquement par la différence entre les énergies avant et après l'initiation d'une fissure. Cette énergie dissipée est comparée avec le taux d'énergie pour créer une fissure permet d'estimer la géométrie de la fissure. Le modèle d'un espacement imposé est étudié. Les résultats numériques et analytiques montrent que le critère d'énergie peut être atteint avant le critère de contrainte. Pourtant, la fissure s'initie quand tous les deux critères sont atteints. La dissipation le surplus de l'énergie cumulée lors de l'initiation de la fissure peut expliquer la propagation instable pendant cette phase. La profondeur instable est plus grande avec un espacement entre les fissures plus grand ou un taux de séchage plus lent. De plus, le bon accord entre les résultats numériques et les solutions analytiques en termes des déplacements des sols et de la profondeur ultime permet de valider l'approche analytique proposée.

Les simulations avec plusieurs joints cohésifs permettent d'étudier la propagation et l'espacement des fissures. La formation de différentes familles de fissures se produit souvent progressivement d'après un processus dichotomique : une nouvelle fissure s'initie au milieu de deux fissures existantes. En considérant une éprouvette de sol avec deux côté libres, l'initiation de la fissure a lieu souvent au centre où la contrainte de traction est maximale. L'apparition de cette fissure est accompagnée de la réduction de la contrainte à la ligne de fissure et dans la

zone au voisinage. La fissure divise l'éprouvette en deux cellules égales et la contrainte maximale se trouve au milieu de chaque cellule. Le séchage séquentiel permet de développer cette contrainte et les fissures suivantes peuvent apparaitre au milieu de chaque cellule. Il existe un seuil de succion *so* à l'initiation de la fissure qui dépend seulement de la résistance en traction du sol. Ce seuil peut être calculé analytiquement à partir du champ de contrainte avant la fissuration du sol. Les corrélations empiriques sont aussi proposées à partir des interprétations des résultats numériques. Ces corrélations empiriques permettent de prédire l'espacement et la profondeur ultime des fissures en fonction de la succion à la surface, des paramètres du sol et du taux de séchage. Par ailleurs, la corrélation empirique représente une relation simple entre l'espacement et la profondeur ultime. Il y une tendance générale d'un espacement plus grand et d'une profondeur ultime plus importante sous un séchage plus lent.

La méthode numérique permet également de reproduire qualitativement les observations in situ de la fissuration des sols. Sous le séchage, les fissures primaires peuvent s'ouvrir avec un espacement régulier avec certaine profondeur ultime. Les fissures secondaires s'apparaissent ensuite au milieu des fissures primaires avec une profondeur ultime plus petite. Sous le séchage séquentiel, les fissures horizontales peuvent s'initier à certaine profondeur au fond des fissures verticales. Ces fissures horizontales peuvent être produites par la déformation différentielle. En outre, une application simple sur une pente présente l'intérêt de cette méthode de calcul pour la prédiction de la fissuration liée au séchage dans les ouvrages en terre.

Perspectives

Nous pouvons envisager d'explorer les pistes suivantes comme perspectives du présent travail :

- Le comportement d'élasticité non linéaire proposé peut être utilisé dans un modèle avec la présence des joints cohésifs. Il permet de reproduire correctement le comportement du sol au cours de séchage, ainsi que l'initiation et la propagation des fissures observés dans l'essai de séchage,
- Dans les solutions approximatives des déplacements du sol après l'initiation de la fissure, l'augmentation du degré de la fonction polynôme peut être envisagée. Cette dernière pourra approcher plus les solutions exactes. Il permettra de donner une meilleure estimation de la géométrie de fissures (profondeur ultime, ouverture) ainsi que les déplacements du sol à l'initiation de la fissure,

- Des essais sur la fissuration des sols liée au séchage sont nécessaires afin d'observer expérimentalement l'initiation de la fissure. Les mesures expérimentales de la profondeur ultime et de l'espacement des fissures permettront d'évaluer les lois empiriques proposées,
- Les résultats de ce travail peuvent être appliqués à l'étude du comportement des ouvrages en terre sous le séchage. L'instabilité des ouvrages en terre peut être étudiée en prenant en compte la force volumique. De plus, la méthode de l'homogénéisation permettra d'estimer la perméabilité équivalente d'un sol fissuré.

Publications

Vo et al. (2017), "Numerical modelling of desiccation cracking of clayey soil using a cohesive fracture method", Computers and Geotechnics 85, 15-27

Pouya, Vo et al. (2017), "Modeling soil desiccation cracking by analytical and numerical approaches", Computers and Geotechnics (En revision)

Vo et al. (2017), "Modelling desiccation crack geometry evolution in clayey soils by analytical and numerical approaches", Acta Geotechnica (Soumis)

Vo et al. (2015), "Modélisation numérique de la fissuration hydrique d'un sol non saturé", Symposium International SEC 2015

Vo et al. (2016), "Modélisation de la fissuration hydrique des sols argileux par la méthode fissure cohésive", Journées Nationales de Géotechnique et de Géologie de l'Ingénieur, JNGG2016

Vo et al. (2016), "Numerical modelling of desiccation cracking of clayey soil", European Conference on Unsaturated Soil, E-UNSAT 2016

Vo et al. (2017), "Numerical modelling of desiccation cracking of clayey soil by using cohesive fracture method", International Conference New Challenges In Civil Engineering, CIGOS 2017

Vo et al. (2017), "Numerical modelling of desiccation cracking of clayey soil by using cohesive fracture model", 2nd Pan American Conference on Unsaturated Soil, PanAm-UNSAT2017

Références

- Abu-Hejleh, A.N. & Znidarcic, D., 1995. Desiccation Theory for Soft Cohesive Soils. *Journal* of Geotechnical Engineering, 121(June), pp.493–502.
- Ajaz, A. & Parry, R.H.G., 1975. Stress-strain behaviour of two compacted clays in tension and compression. *Géotechinique*, 25(3), pp.495–512.
- Albright, W.H. et al., 2006. Field performance of a compacted clay langfill final cover at a humid site. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 132, pp.1393–1403.
- Amarasiri, A.., Kodikara, J.. & Costa, S., 2010. Numerical modelling of desiccation cracking. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 35, pp.82– 96.
- Amarasiri, A.L., Costa, S. & Kodikara, J.K., 2011. Determination of cohesive properties for mode I fracture from compacted clay beams. *Canadian Geotechnical Journal*, 38, pp.1163–1173.
- Amarasiri, A.L. & Kodikara, J., 2013a. Numerical Modeling of Desiccation Cracking Using the Cohesive Crack Method. *International Journal of Geomechanics*, 13, pp.213–221.
- Amarasiri, A.L. & Kodikara, J., 2013b. Numerical modelling of a field desiccation test. *Géotechinique*, 63(2013), pp.983–986.
- Asahina, D. et al., 2014. Hydro-mechanical model for wetting/drying and fracture development in geomaterials. *Computers & Geosciences*, 65, pp.13–23. Available at: http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0098300413003154 [Accessed October 21, 2014].
- Auvray, R., Abdallah, A. & Masrouri, F., 2017. Quantification of soft soil cracking during suction cycles by image processing. *European Journal of Environmental and Civil Engineering*, 18, pp.11–32.
- Avila, G., Ledesma, A. & Lloret, A., 2013. One-dimensional cracking model in clayey soils. In Proceedings of the 18th International Conference on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering. pp. 1077–1080.
- Ayad, R., J.M.Konrad & M.Soulié, 1997. Desiccation of a sensitive clay: application of the

model CRACK. Canadian Geotechnical Journal, 34, pp.943–951.

- Backers, T., 2004. Fracture Toughness Determination and Micromechanics of Rock Under Mode I and Mode II Loading. University of Posdam, Germany.
- Bai, T., Pollard, D.D. & Gao, H., 2000. Explanation for fracture spacing. *Nature*, 403(February), pp.753–756.
- Baram, S. et al., 2013. Desiccation-crack-induced salinization in deep clay sediment. *Hydrology* and Earth System Sciences, 17(4), pp.1533–1545. Available at: http://www.hydrol-earthsyst-sci.net/17/1533/2013/ [Accessed September 8, 2016].
- Barenblatt, G., Zheltov, I.. & Kochina, I., 1960. Basic concepts in the theory of seepage of homogeneous liquids in fissured rocks. *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*, 24, pp.1286–1303.
- Barnier, F., 2015. Fissuration et déformation des mortiers de terre crue au séchage,
- Bazant, Z. & Cedolin, L., 1991. Stability of structures. Oxford University Press.
- Bemani, Y., 2009. Modélisation de la stabilité des massifs rocheux avec prise en compte de l'endommagement des joints et des effets hydromécaniques. Ecole Nationale des Ponts et Chaussées.
- Bishop, A., 1959. The principe of effective stress,
- Carino, N.J. & Clifton, J.R., 1995. Prediction of Cracking in Reinforced Concrete Structures,
- Carol, I. & Prat, P.C., 1997. Normal/Shear cracking model: Application to discrete crack analysis. *J.Eng.Mech*, 123(August), pp.765–773.
- Cauley, R.F. & Kennedy, T.W., 1972. Improved Tensile Strength for Cement-Treated Bases and Subbases,
- Chandra, N. et al., 2002. Some issues in the application of cohesive zone models for metal– ceramic interfaces. *International Journal of Solids and Structures*, 39(10), pp.2827–2855. Available at: http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S002076830200149X [Accessed February 20, 2017].
- Chen, C.-R. & Mai, Y.-W., 2010. Comparison of cohesive zone model and linear elastic fracture mechanics for a mode I crack near a compliant/stiff interface. *Engineering Fracture Mechanics*, 77(17), pp.3408–3417. Available at:

http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0013794410004133 [Accessed February 20, 2017].

- Chertkov, 2002a. Characteristic Crack Dimension of Saturated Drying Soils: Theory and Applications., IV(1995), pp.1–9.
- Chertkov, 1986. Chip development during multiple crack formation in a brittle rock. *Rock Destruction*, (6), pp.489–495.
- Chertkov, 1987. Model of fragment formation for short- delay detonation of a series of elongated chages in fissured rock. *Rock Fracture*, (6), pp.447–455.
- Chertkov, 2002b. Modelling cracking stages of saturated soils as they dry and shrink. *European Journal of Soil Science*, 53(1), pp.105–118.
- Chertkov, 2008. The Geometry of Soil Crack Networks. The open Hydrology Journal, p.25.
- Chertkov, 2000. Using Surface Crack Spacing to Predict Crack Network Geometry in Swelling Soils. *Soil Science Society of America Journal*, 64, pp.1918–1921.
- Chertkov & Ravina, 1998. Modeling the crack network of swelling clay soils. *Soil Science Society of America Journal*, 62(i), pp.1162–1171. Available at: http://www.scopus.com/inward/record.url?eid=2-s2.0-0032170135&partnerID=tZOtx3y1.
- Collin, F. et al., 2002. Thermo-hydro-mechanical coupling in clay barriers. *Engineering Geology*, 64, pp.179–193.
- Cordero, J. et al., 2016. Description of a field test involving cracking in a drying soil. In *E-UNSAT2016*. pp. 4–9.
- Cordero, J. et al., 2014. Patterne of cracking in soil due to drying and wetting clycles. In Unsaturated soil : Research & Application. pp. 381–387.
- Corte, A. & Higashi, A., 1960. *Experimental Research on Desiccation Cracks in Soil*, Army Snow Ice and Permafrost Research Establishment, Illinois, USA.
- Costa, S. et al., 2014. Determination of J-integral for clayey soils. *Environmental Geotech*, p.26.
- Costa, S. & Kodikara, J., 2012. Evaluation of J Integral for Clay Soils Using a New Ring Test.
 Geotechnical Testing Journalournal, 35(6), pp.981–989. Available at: http://cat.inist.fr/?aModele=afficheN&cpsidt=26674744 [Accessed October 6, 2014].

- Costa, S., Kodikara, J. & Shannon, B., 2013. Salient factors controlling desiccation cracking of clay in laboratory experiments. *Géotechnique*, 63(1), pp.18–29. Available at: http://www.icevirtuallibrary.com/doi/10.1680/geot.9.P.105 [Accessed August 5, 2016].
- Coussy, O., 2004. Poromechanics,
- Coussy, O.P. & Brisard, S., 2009. Prediction of drying shrinkage beyond the pore isodeformation assumption. *Journal of Mechanics of Materials and structures*, 4(February), pp.263–279.
- Daniel, D.E. & Wu, Y.-K., 1993. Compacted clay liners and covers for arid sites. *Journal of Geotechnical Engineering*, 119(2), pp.223–237.
- Dariusz, G. & Bernhard, A.S., 1996. Thermo-hydro-mechanical analysis of partially saturated porous materials. *Engineering Computations*, 13(7), pp.113–143.
- Deck, O. et al., 2012. Estimation of ground settlement beneath foundations due to shrinkage of clayey soils. *Can.Geotech*, 49, pp.1–18.
- Deng, Y.-F. et al., 2011. Study on the hydraulic conductivity of Boom clay. *Canadian Geotechnical Journal*, 48, pp.1461–1470.
- Drumm, E., Boles, D. & Wilson, G., 1997. Desiccation cracks result in preferential flow. *Environmental Geotechnics*, pp.22–26. Available at: http://www.infomine.com/library/publications/docs/Drumm1997.pdf.
- Dugdale, D., 1960. Yielding of steel sheets containing slits. J. Mech. Phys. Solids, 8, pp.100–104.
- Dyer, M., Stefano, U. & Marcin, Z., 2007. The influence of desiccation fine fissuring on the stabiliy of flood embankments,
- Dyer, M., Utili, S. & Smith, P., 2007. The geotechnical inspection and assessment of flood defence embankments. , (May).
- Elices, M. et al., 2002. The cohesive zone model: advantages, limitations and challenges. *Engineering Fracture Mechanics*, 69, pp.137–163.
- Eslami, M.R., 2014. Finite Elements Methods in Mechanics. In *Solid Mechanics and Its Applications*. Springer, pp. 209–222.
- Fleureau, J.-M. et al., 2002. Aspects of the behaviour of compacted clayey soils on drying and

wetting paths. *Canadian Geotechnical Journal*, 39(6), pp.1341–1357. Available at: http://www.nrcresearchpress.com/doi/abs/10.1139/t02-100 [Accessed May 23, 2016].

- Flury, M. et al., 1994. Susceptibility of soils to preferential flow of water: A field study. *Water Resources Research*, 30(7), pp.1945–1954.
- Foster, M., Fell, R. & Spannagle, M., 2000. The statistics of embankment dam failures and accidents. *Canadian Geotechnical Journal*, 37(5), pp.1000–1024. Available at: http://www.nrcresearchpress.com/doi/abs/10.1139/t00-030.
- Fredlund, D.. & Morgenstern, N.R., 1976. Constitutive relations for volume change in unsaturated soils. *Canadian Geotechnical Journal*, 13, pp.261–276.
- Fredlund, D.G. & Morgenstern, N.R., 1977. Stress state variables for unsaturated soils. *Journal* of the Geotechnical Engineering Division, pp.447–466.
- Galvez, J.. et al., 2002. A discrete crack approach to normal / shear cracking of concrete. *Cement and Concrete Research*, 32, pp.1567–1585.
- Gens, A. & Olivella, S., 2001. THM phenomena in saturated and unsaturated porous media. *Environmental Geomechanics*, 5, pp.693–717.
- van Genuchten, M.T., 1980. A Closed-form Equation for Predicting the Hydraulic Conductivity of Unsaturated Soils1. *Soil Science Society of America Journal*, 44, p.8.
- Ghanbarian-Alavijeh, B. et al., 2010. Estimation of the van Genuchten Soil Water Retention Properties from Soil Textural Data. *Pedosphere*, 20(4), pp.456–465. Available at: http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S1002016010600355 [Accessed June 5, 2014].
- Goodman, R.E., 1976. Methods of Geological Engineering in Discontinuous Rocks,
- Griffith, A., 1921. The Phenomena of Rupture and Flow in Solids. *Phildophical Transactions* of the Royal Society of London, 22, pp.163–198.
- Haines, B.Y.W.B., 1921. The volume-changes associated with variations of water content in soil. *Agri. Sci.*, (4), pp.296–310.
- Hemmati, S., 2009. Etude de l'interaction Sol-Végétation- Atmosphère avec une approche couplée Thermo-hydro-Mécanique.
- Hemmati, S. & Modaressi, A., 2013. Etude de la stabilite des pentes non saturees sous les effets de l'infiltration prenant en compte la vegetation. In *International Conference on Soil*

Mechanics and Geotechnical Engineering. pp. 1117–1120.

- Hirobe, S. & Oguni, K., 2016. Coupling analysis of pattern formation in desiccation cracks. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 607, pp.470–488. Available at: http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0045782516302808 [Accessed May 18, 2016].
- http://www.mecharock.com/fracsima, Fracture Simulation in Materials. http://www.mecharock.com/fracsima.
- Hu, L. et al., Numerical and Phenomenological Study of Desiccation of Soil. *Unsaturated Soil, Seepage, and Environmental Geotechnics*, pp.166–173.
- Hueckel, T., 1992. On effective stress concepts and deformation in clays subjected to environmental loads: Discussion. *Canadian Geotechnical Journal*, 29(6), pp.1120–1125.
 Available at: http://www.nrcresearchpress.com/doi/abs/10.1139/t92-130 [Accessed August 4, 2016].
- Hywel, B., Thomas, R. & Sansom, M.R., 1995. Fully coupled analysis of heat, moisture and air transfer in unsaturated soil. *Journal of Engineering Mechanics*, 121(3), pp.392–405.
- Irwin, G., 1957. Analysis of Stresses and Strains near the end of a crack traversing a plate. *Journal of Applied Mechanics*, pp.361–364.
- Irwin, G., 1958. Fracture,
- Jahangir, M.H. & Sadrnejad, S.A., 2012. A new coupled heat, moisture and air transfer model in unsaturated soil. *Journal of Mechanical Science and Technology*, 26(11), pp.3661– 3672.
- Jenkins, D.R., 2009. Determination of crack spacing and penetration due to shrinkage of a solidifying layer. *International Journal of Solids and Structures*, 46(5), pp.1078–1084. Available at: http://dx.doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2008.10.017.
- Jommi, C. et al., 2016. Modelling desiccation cracking in a homogenous soil clay layer: comparison between different hypotheses on constitutive behaviour. In *E3S Web of Conferences*. p. 6.
- Kindle, E., 1917a. Some factor affecting the development of mud-cracks. *Chicago Journals*, 25(2), pp.135–144.
- Kindle, E., 1917b. Some Factors Affecting the Development of Mud-Cracks. The journal of

Geology, 25(2), pp.135–144.

- Kodikara, J., Barbour, S.. & Fredlund, D., 1998. An idealized framework for the analysis of cohesive soils undergoing desiccation: Discussion. *Canadian Geotechnical Journal*, 35, pp.1112–1114.
- Kodikara, J., Barbour, S.L. & Fredlund, D.G., 2002. Structure development in surficial heavy clay soils: a synthesis of mechanisms. *Australian Geomechanics*, (June), pp.25–40.
- Kodikara, J. & Costa, S., 2013. Desiccation Cracking in Clayey Soils: Mechanisms and Modelling. *Multiphysical Testing of Soils and Shales*, pp.21–32. Available at: http://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-642-32492-5_2.
- Kodikara, J.K., Barbour, S.L. & Fredlund, D.G., 2000. Desiccation cracking of soil layers. In UNSAT ASIA 2000. pp. 693–698.
- Kodikara, J.K. & Choi, X., 2006. A simplified analytical model for desiccation cracking of clay layers in laboratory tests. In *Fourth International Conference on Unsaturated Soils*. ASCE Geotechnical Special Publication 147, pp. 2558–2567.
- Konrad & Ayad, 1997a. An idealized framework for the analysis of cohesive soils undergoing desiccation. *Canadian Geotechnical Journal*, 34, pp.477–488.
- Konrad & Ayad, 1997b. Desiccation of a sensitive clay: field experimental observations. *Canadian Geotechnical Journal*, 34, pp.929–942.
- Krishnayya, Eisensrein & Morgenstern, 1974. Behavior of Compacted Soil in Tension. *Journal* of the Geotechnical Engineering Division, 100, pp.1051–1061.
- Lachenbruch, A., 1961. Depth and spacing of tension cracks. *Journal of Geophysical Research*, 66(12), p.4273.
- Lakshmikantha, M.R., 2009. Experimental and theoretical analysis of cracking in drying soils.
- Lau, J.T.K., 1987. Desiccation cracking of soils. University of Saskatchewan.
- Lee, I. & Ingles, O., 1968. Strength and deformation of soils and rocks,
- Leguillon, D. et al., 2016. Prediction of the surface cracking pattern of an oxidized polymer induced by residual and bending stresses. *International Journal of Solids and Structures*, 91, pp.89–101. Available at: http://dx.doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2016.04.019.
- Leguillon, D., 2002. Strength or toughness? A criterion for crack onset at a notch. European

Journal of Mechanics A/Solids, 21, pp.61–72.

- Leguillon, D., Li, J. & Martin, E., 2017. Multi-cracking in brittle thin layers and coatings using a FFM model. *European Journal of Mechanics / A Solids*, 63, pp.14–21. Available at: http://dx.doi.org/10.1016/j.euromechsol.2016.12.003.
- Lemaitre, J. & Desmorat, R., 2005. Engineering Damage Mechanics Springer, ed.,
- Levatti, H.U., Prat, P. & Ledesma, A., 2007. Numerical modelling of formation and propagation of drying cracks in soils. In *IX International Conference on Computational Plasticity*. p. 4.
- Li, J.H.. & Zhang, L.M., 2011. Study of desiccation crack initiation and development at ground surface. *Engineering Geology*, 123, pp.347–358.
- Li, J.H., Zhang, L.M. & Li, X., 2011. Soil-water characteristic curve and permeability function for unsaturated cracked soil. *Canadian Geotechnical Journal*, 48, pp.1010–1031. Available at: http://www.nrcresearchpress.com/doi/abs/10.1139/t11-027 [Accessed November 19, 2014].
- Longwell, C.R., 1928. Three common types of desert mud cracks. *American Journal of Science*, 86, pp.136–145.
- Lu, N. et al., 2007. Tensile Strength Characteristics of Unsaturated Sands. *Geotech. Geoenviron. Eng.*, 133, pp.144–154.
- Lu, N. & Likos, W.J., 2004. Unsaturated Soil Mechanics Wiley, ed.,
- Lytton, R.L., Boggess, R.L. & Spotts, J.W., 1976. Characteristics of expansive clay roughness of pavements. In *54th Annual Meeting of the Transportation Research Board*. pp. 9–23.
- Martin, E., Leguillon, D. & Carrère, N., 2012. A coupled strength and toughness criterion for the prediction of the open hole tensile strength of a composite plate. *International Journal* of Solids and Structures, 49(26), pp.3915–3922. Available at: http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0020768312003654 [Accessed January 27, 2017].
- Masrouri, F., Bicalho, K. & Kawai, K., 2008. Laboratory Hydraulic Testing in Unsaturated Soils. *Geotechnical and Geological Engineering*, pp.691–704.
- Meakin, P., 1987. A simple model for elastic fracture in thin films. *Thin Solid Films*, 151(4176), pp.165–190.

- Mesri, G. & Choi, Y.K., 1994. Settlement of Embankments on Soft Clays. In *Settlements*. ASCE Geotechnical Special Publication, pp. 8–56.
- Miller, C., Mi, H. & Yessiller, N., 1998. Experimental analysis of desiccation crack propagation in clay liners. *Journal of the american water ressouces association*, 34(3), pp.677–686.
- Morris, P.H., Graham, J. & Williams, D.J., 1991. Cracking in drying soil. *Can.Geotech*, 29, pp.263–277.
- Mountassir, G. et al., 2011. Behaviour of compacted silt used to construct flood embankment.
 Proceedings of the ICE Geotechnical Engineering, 164(3), pp.195–210. Available at: http://www.icevirtuallibrary.com/content/article/10.1680/geng.10.00055 [Accessed November 24, 2014].
- Mountassir, G., Sánchez, M. & Romero, E., 2014. An experimental study on the compaction and collapsible behaviour of a flood defence embankment fill. *Engineering Geology*, 179, pp.132–145. Available at: http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0013795214001562 [Accessed November 24, 2014].
- Nahlawi, H. & Kodikara, J.K., 2006. Laboratory experiments on desiccation cracking of thin soil layers. *Geotechnical and Geological Engineering*, 24(6), pp.1641–1664. Available at: http://link.springer.com/10.1007/s10706-005-4894-4 [Accessed October 29, 2014].
- Nguyen, V., 2015. Modélisation numérique du comportement hydromécanique des milieux poreux fracturé : analyse des conditions de propagations des fractures. Université Paris Est.
- Nichols, J.. & Grismer, M.., 1997. Measurement of fracture mechanics parameters in silty-clay soils. *Soil Science*, 162(5), pp.309–322.
- Nowamooz, H., Jahangir, E. & Masrouri, F., 2013. Volume change behaviour of a swelling soil compacted at different initial states. *Engineering Geology*, 153, pp.25–34. Available at: http://dx.doi.org/10.1016/j.enggeo.2012.11.010.
- Nowamooz, H. & Masrouri, F., 2009. Shrinkage / swelling of compacted clayey loose and dense soils. C. R. Mecanique, 337(11–12), pp.781–790. Available at: http://dx.doi.org/10.1016/j.crme.2009.10.002.

- Omidi, G.H., Thomas, J.C. & Brown, K.W., 1996. Effect of desiccation cracking on the hydraulic conductivity of a compacted clay liner. *Water, Air, and Soil Pollution*, 89, pp.91–103.
- Park, J.W., Chang, K. & Kim, C.L., 2001. Numerical simulations of the moisture movement in unsaturated bentonite under a thermal gradient. *Journal of the Korean Nuclear Society*, 33(1).
- Pauchard, L., Parisse, F. & Allain, C., 1999. Influence of salt content on crack patterns formed through colloidal suspension desiccation. *Physical Review E*, 59(3), pp.3737–3740. Available at: https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevE.59.3737.
- Penev, D. & Kawamura, M., 1993. Estimation of the spacing and the width of cracks caused by shrinkage in the cement-treated slab under restraint. *Cement and Concrete Research*, 23, pp.925–932.
- Peron, Laloui, et al., 2009. Desiccation cracking of soils. *Failure in multiphase geomaterials*, 13, pp.869–888. Available at: http://ejece.revuesonline.com/article.jsp?articleId=13758
 [Accessed December 3, 2014].
- Peron, Delenne, et al., 2009. Discrete element modelling of drying shrinkage and cracking of soils. *Computers and Geotechnics*, 36(1–2), pp.61–69. Available at: http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0266352X08000451 [Accessed June 5, 2014].
- Peron, Hueckel, et al., 2009. Fundamentals of desiccation cracking of fine- grained soils: experimental characterisation and mechanisms identification. *Canadian Geotechnical Journal*, 46, pp.1177–1201.
- Péron et al., 2007. Numerical and Experimental Investigation of Desiccation of Soil., (3), pp.3– 8.
- Peron, H. et al., 2013. Formation of drying crack patterns in soils: A deterministic approach. *Acta Geotechnica*, 8, pp.215–221.
- Perrier, E., Mullon, C. & Rieu, M., 1995. Computer construction of fractal soil structures: Simulation of their hydraulic and shrinkage properties. *Water Resources Research*, 31(12), pp.2927–2943.
- Pouya, A., 2015a. A Finite Element code for flow and deformation in porous fractured materials

and structures. http://www.mecharock.net/.

- Pouya, A., 2015b. A finite element method for modeling coupled flow and deformation in porous fractured media. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 32.
- Pouya, A. & Bemani, P., 2015. A damage-plasticity model for cohesive fractures. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 73, pp.194–202. Available at: http://dx.doi.org/10.1016/j.ijrmms.2014.09.024.
- Pouya, A. & Ghabezloo, S., 2010. Flow Around a Crack in a Porous Matrix and Related Problems. *Transport in Porous Media*, 84, pp.511–532.
- Pouya, A. & Vu, M.N., 2012a. Fluid flow and effective permeability of an infinite matrix containing disc-shaped cracks. *Advances in Water Resources*, 42, pp.37–46. Available at: http://dx.doi.org/10.1016/j.advwatres.2012.03.005.
- Pouya, A. & Vu, M.N., 2012b. Numerical Modelling of Steady-State Flow in 2D Cracked Anisotropic Porous Media by Singular Integral Equations Method. *Transport in Porous Media*, 93(3), pp.475–493.
- Prat, P.C. et al., 2008. Fracture Mechanics for Crack Propagation in Drying Soils. In *The 12th International conference of IACMAG*. pp. 1–6.
- Prat, P.C., Ledesma, A. & Lakshmikantha, M.R., Size effect in the cracking of drying soil. *Fracture of Nano and Engineering Materials and Structures*, pp.1373–1374.
- Rabotnov, Y.N., 1968. Creep rupture. In Applied Mechanics. pp. 342–349.
- Reinhardt, H.. & Cornelissen, H.A., 1984. Post-Peak cyclic behaviour of concrete in uniaxial tensile and alternating tensile and compressive loading. *Cement and Concrete Research*, 14, pp.263–270.
- Rice, J.R., 1968. A Path Independent Integral and the Approximate Analysis of Strain Concentration by Notches and Cracks. *Journal of Applied Mechanics*, 35(379–386), pp.379–386.
- Rodriguez, R. et al., 2007. Experimental and numerical analysis of desiccation of a mining waste. *Canadian Geotechnical Journal*, 658, pp.644–658. Available at: http://dx.doi.org/10.1139/T07-016.
- Rutqvist, J. & Stephansson, O., 2003. The role of hydromechanical coupling in fractured rock

engineering. *Hydrogeology Journal*, 11(1), pp.7–40. Available at: http://link.springer.com/10.1007/s10040-002-0241-5 [Accessed February 24, 2017].

- Sanchez, M. et al., 2013. Exploring desiccation cracks in soils using a 2D profile laser device. *Acta Geotechnica*, 8(6), pp.583–596. Available at: http://link.springer.com/10.1007/s11440-013-0272-1 [Accessed June 5, 2014].
- Sánchez, M., Manzoli, O.L. & Guimarães, L.J.N., 2014. Modeling 3-D desiccation soil crack networks using a mesh fragmentation technique. *Computers and Geotechnics*, 62, pp.27–39. Available at: http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0266352X14001177 [Accessed October 10, 2014].
- Shin, H. & Santamarina, J.C., 2011. Desiccation cracks in saturated fine-grained soils : particlelevel phenomena and effective-stress analysis. *Géotechnique*, 61(11), pp.961–972.
- Sima, J., Jiang, M. & Zhou, C., 2014. Numerical simulation of desiccation cracking in a thin clay layer using 3D discrete element modeling. *Computers and Geotechnics*, 56, pp.168–180. Available at: http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0266352X13001924 [Accessed June 5, 2014].
- Slowik, V., Saouma, V. & Thompson, A., 1996. Large scale direct tension test of concrete. *Cement and Concrete Research*, 26(6), pp.949–954.
- Song, W. et al., 2014. Experimental study on water evaporation from sand using environmental chamber. *Can.Geotech*, 51, pp.115–128.
- Song, W.-K. et al., 2016. Experimental study on water evaporation from compacted clay using environmental chamber. *Can.Geotech*, pp.1–12.
- Stirk, G., 1954. Some aspects of soil shrinkage and the effect of cracking upon water entry into the soil. *Australian Journal Of Agriculrural Research*, 2, pp.279–296.
- Stirling, R.A., 2014. *Multiphase Modelling of Desiccation Cracking in Compacted Soil*. Newcastle University.
- Sun, C., & Jin, Z., 2012. Cohesive zone model. In Fracture Mechanics. pp. 227–247.
- Ta, A.N., 2009. Etude de l'interaction sol- atmosphère en chambre environnementale.
- Take, W.A., 2003. *The influence of seasonal moisture cycles on clay slopes*. Cambridge University Toramaru,.

- Take, W.A. & Bolton, M.D., 2004. Identification of seasonal slope behaviour mechanisms from centrifuge case studies. *Advances in Geotechnical Engineering: The Skempton Conference*, pp.992–1004.
- Tang, C. et al., 2008. Influencing factors of geometrical structure of surface shrinkage cracks in clayey soils. *Engineering Geology*, 101, pp.204–217. Available at: http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0013795208001531.
- Tang, C. et al., 2015. Tensile Strength of Compacted Clayey Soil. *Geotech. Geoenviron. Eng.*, 141(4).
- Tang, C.-S., Cui, Y.-J., et al., 2011. Desiccation and cracking behaviour of clay layer from slurry state under wetting–drying cycles. *Geoderma*, 166, pp.111–118. Available at: http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0016706111002205 [Accessed June 5, 2014].
- Tang, C.-S., Shi, B., et al., 2011. Experimental characterization of shrinkage and desiccation cracking in thin clay layer. *Applied Clay Science*, 52, pp.69–77. Available at: http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0169131711000536 [Accessed June 5, 2014].
- Tang, C.A. et al., 2002. Coupled analysis of flow, stress and damage (FSD) in rock failure. *Rock Mechanics and Mining Sciences*, 39, pp.477–489.
- Tay, Y.Y., Stewart, D.I. & Cousens, T.W., 2001. Shrinkage and desiccation cracking in bentonite-sand landfill liners. *Engineering Geology*, 60, pp.263–274.
- Thomas, H.R. & He, Y., 1995. Analysis of coupled heat, moisture and air transfer in a deformable unsaturated soil. *Géotechnique*, 45(4), pp.677–689.
- Thomas, H.R. & King, S.D., 1991. Coupled Temperature/Capillary Potential Variations in Unsaturated Soil. *Journal of Engineering Mechanics*, 117(11), pp.2475–2491.
- Thomas, H.R., Rees, S.W. & Sloper, N.J., 1998. Three-dimensional heat, moisture and air transfer in unsaturated soils. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 22(July 1996), pp.75–95. Available at: http://doi.wiley.com/10.1002/(SICI)1096-9853(199802)22:2%3C75::AID-NAG909%3E3.0.CO;2-K.
- Timm, D.H., Guzina, B.B. & Voller, V.R., 2003. Prediction of thermal crack spacing. *International Journal of Solids and Structures*, 40, pp.125–142.
- Towner, 1987a. The Mechanics of Cracking of Drying. J. agric. Engng Res, 36, pp.115–124.
- Towner, 1987b. The Tensile Stress Generated in Clay through Drying. *J. agric. Engng Res*, 37, pp.279–289.
- Twenhofel, W.H., 1950. Principles of sedimentation,
- Utili, A.S., Dyer, M. & Zielinski, M., 2008. Failure mechanisms and ultimate resistance of earth flood embankment with attention to desiccation fissuring. In *Congrès annuel 2008 de la SCGC*. pp. 1–8.
- Utili, S. & Dyer, M., 2008. Desiccation fissuring induced failure mechanisms for clay levees. In Z. Chen et al., eds. CRC Press. Available at: http://www.crcnetbase.com/doi/book/10.1201/9780203885284 [Accessed February 7, 2017].
- Vogel, H.-J., Hoffmann, H. & Roth, K., 2005. Studies of crack dynamics in clay soil soil. Experimental methods, results, and morphological quantification. *Geoderma*, 125(3–4), pp.203–211. Available at: http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S001670610400196X [Accessed February 10, 2017].
- Vu, M.-N., 2012. Modélisation des écoulements dans des milieux poreux fissurés par la méthode des équations intégrales singulières.
- Vu, M.N., Nguyen, S.T. & Vu, M.H., 2015. Modeling of fluid flow through fractured porous media by a single boundary integral equation. *Engineering Analysis with Boundary Elements*, 59, pp.166–171.
- Weinberger, R., 1999. Initiation and growth of cracks during desiccation of stratified muddy sediments. *Journal of Structural Geology*, 21, pp.379–386.
- Westergaard, H.M., 1939. Bearing pressure and cracks. *Journal of Applied Mechanics*, pp.49–53.
- Wilson, G.W., 1990. Soil Evaporative Fluxes for Geotechnical Engineering Problems.
- Wilson, G.W., Fredlund, D.G. & Barbour, S.L., 1994. Coupled soil-atmosphere modelling for soil evaporation. *Canadian Geotechnical Journal*, 31(2), pp.151–161. Available at: http://www.nrcresearchpress.com/doi/abs/10.1139/t94-021 [Accessed October 12, 2016].
- Wilson, G.W., Fredlund, D.G. & Barbour, S.L., 1997. The effect of soil suction on evaporative fluxes from soil surfaces. *Can.Geotech*, (1990).

- Wu, L.Z. & Zhang, L.M., 2009. Analytical solution to 1D coupled water infiltration and deformation unsaturated soils. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 33, pp.773–790.
- Wu, W. et al., 2004. A thermo-hydro-mechanical constitutive model and its numerical modelling for unsaturated soils. *Computers and Geotechnics*, 31, pp.155–167.

www.gidhome.com, Gidhome. www.gidhome.com.

- Yesiller, N. et al., 2000. Desiccation and cracking behavior of three compacted landfill liner soils. *Engineering Geology*, 57, pp.105–121.
- Zhou, Y. & Rowe, R.K., 2003. Development of a technique for modelling clay liner desiccation. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 27(6), pp.473–493.
- Zhou, Y. & Rowe, R.K., 2005. Modeling of Clay Liner Desiccation. *International Journal of Geomechanics*, 5(March), pp.1–9.
- Zimmerman, R.W. & Bodvarsson, G.S., 1994. Hydraulic Conductivity of Rock Fractures,

Annexe

Calcul des solutions analytiques : pour le sous-domaine Ω^1

A partir de l'Eq.(4-38), la forme générale des déplacements du sous-domaine Ω^1 s'écrit comme :

$$\begin{cases} u_x(x, y) = a_1(y) x / D \\ u_y(x, y) = b_0(y) + b_2(y) (x / D)^2 / 2 \end{cases}$$
(A-1)

A partir l'Eq. (4-35), on peut déduire :

$$\begin{cases} \mu \frac{a_{1}^{''}}{D} + (\lambda + \mu) \frac{b_{2}^{'}}{D^{2}} = 0 & (a) \\ (\lambda + 2\mu)b_{0}^{''} + (\lambda + \mu) \frac{a_{1}^{'}}{D} + \mu \frac{b_{2}}{D^{2}} = b \frac{\partial p}{\partial y} & (b) \end{cases}$$

En calculant la contrainte dans l'Eq.(4-37) et en respectant la condition $\sigma_{xy}(x=D)=0$, on obtient finalement :

$$b_2 = -Da_1^{\prime} \tag{A-3}$$

A partir les Eqs.(A-2)a et (A-3), on déduit :

$$a_1 = C_1 y + \eta_1 \tag{A-4}$$

En remplaçant l'Eq. (A-4) dans l'Eq. (A-1), le déplacement horizontal dans le sous-domaine Ω^1 a la forme :

$$u_x(x, y) = \left(C_1 y + \eta_1\right) x / D \tag{A-5}$$

En combinaison (A-3) et (A-4), b_2 peut être calculé :

$$b_2 = -DC_1 \tag{A-6}$$

En remplaçant les fonctions de a_1 et b_2 à l'Eq. (A-2), on peut trouver la fonction de b_0 comme:

$$b_0 = \int_0^y b \mathbf{P}(\xi) d\xi - \psi \frac{C_1}{2D} y^2 + \eta_2 y + \eta_3$$
 (A-7)

Avec :

$$\begin{cases} \psi = \frac{\lambda}{\lambda + 2\mu} \\ P(y) = \frac{p(y)}{\lambda + 2\mu} \end{cases}$$

Le déplacement vertical dans le sous-domaine Ω^1 a donc la forme suivante :

$$u_{y} = \left[\int_{0}^{y} b\mathbf{P}(\xi)d\xi - \psi \frac{C_{1}}{2D}y^{2} + \eta_{2}y + \eta_{3}\right] - \frac{C_{1}}{2D}x^{2}$$
(A-8)

Avec C_1 , η_1 , η_2 , η_3 sont les constantes à déterminer.

♦ Condition de la contrainte à la surface : $\sigma_{yy}(y=0) = bp(0) \quad \forall x$

A partir de l'Eq. (4-37) pour le calcul de la contrainte pour cette condition, on obtient :

$$\eta_2 = -\frac{\psi}{D}\eta_1 \tag{A-9}$$

♦ Condition à l'extrémité de la fissure : $u_x(x = D, y = L) = 0$

En remplaçant cette condition dans l'Eq. (A-5), on trouve :

$$\eta_1 = -C_1 L \tag{A-10}$$

A partir des Eqs. (A-9) et (A-10) :

$$\eta_2 = \frac{\psi L}{D} C_1 \tag{A-11}$$

Les formes finales des déplacements dans le sous-domaine Ω^1 sont donc :

$$u_{x}(x, y) = C_{1}(y - L)\frac{x}{D}$$

$$u_{y} = \left[\int_{0}^{y} bP(\xi)d\xi - \psi \frac{C_{1}}{2D}y^{2} + \frac{\psi L}{D}C_{1}y + \eta_{3}\right] - \frac{C_{1}}{2D}x^{2}$$
(A-12)

Le déplacement vertical dans l'Eq. (A-12) peut être réécrit sous la forme :

$$u_{y} = -b \int_{y}^{\infty} \mathbf{P}(\xi) d\xi + b \int_{0}^{\infty} \mathbf{P}(\xi) d\xi - \psi \frac{C_{1}}{2D} y^{2} + \frac{\psi L C_{1}}{D} y + \eta_{3} - \frac{C_{1}}{2D} x^{2}$$
(A-13)

Avec les notations :

$$\begin{cases} u_y^0 = -b \int_y^\infty \mathbf{P}(\xi) d\xi \\ C_2 = b \int_0^\infty \mathbf{P}(\xi) d\xi + \eta_3 \end{cases}$$

Les déplacements pour le sous-domaine Ω^1 deviennent finalement :

$$u_{x}(x, y) = C_{1}(y - L)\frac{x}{D}$$

$$u_{y} = u_{y}^{0}(x, y) + C_{2} + \frac{\psi C_{1}}{D} \left(Ly - \frac{y^{2}}{2}\right) - \frac{C_{1}}{2D}x^{2}$$
(A-14)

Calcul du potentiel $\mathcal{A}_1(u)$

Dans la partie précédente, deux groupes de solutions ont été proposés, mais les solutions du premier groupe ont été choisies selon le critère énergétique. Dans cette partie, les calculs du potentiel $A_1(u)$ sont détaillés.

Le principe de calcul du potentiel $\mathcal{A}_1(u)$ est basé sur l'Eq.(4-6). Les solutions des déplacements et les conditions aux limites sont proposées différemment pour les deux sous-domaines Ω^1 et Ω^2 . Le potentiel $\mathcal{A}_1(u)$ est alors calculé comme la somme des potentiels $\mathcal{A}_{11}(u)$ et $\mathcal{A}_{12}(u)$ calculés séparément dans les sous-domaines Ω^1 et Ω^2 .

1.1. Calcule de $A_{11}(u)$ pour le sous domaine Ω^{l}

Rappel des solutions approximatives des déplacements dans le sous domaine Ω^1

$$u_{x}(x, y) = C_{1}(y - L)\frac{x}{D}$$
$$u_{y} = u_{y}^{0}(x, y) + C_{2} + \frac{\psi C_{1}}{D}\left(Ly - \frac{y^{2}}{2}\right) - \frac{C_{1}}{2D}x^{2}$$

Les déformations peuvent être calculées de la manière suivantes :

$$\mathcal{E}_{xx} = \frac{\partial u_x}{\partial x} = \frac{C_1 \left(y - L \right)}{D} \tag{A-15}$$

$$\varepsilon_{yy} = \frac{\partial u_y}{\partial y} = \left(u_y^0\right) + \frac{\psi C_1}{D}(L - y)$$
(A-16)

$$\mathcal{E}_{xy} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x} \right) = 0 \tag{A-17}$$

Le potentiel est calculé par l'Eq. (4-6) :

$$\mathcal{A}_{\mathbf{11}}(u) = \frac{1}{2} \int_{\Omega_{1}} \varepsilon : \mathbb{C} : \varepsilon \, d\omega - \int_{\Omega_{1}} \underline{f} \cdot \underline{u} \, d\omega - \int_{\partial_{T}\Omega_{1}} \underline{T} \cdot \underline{u} \, ds$$
$$\mathcal{A}_{\mathbf{11}}(u) = \frac{1}{2} \int_{\Omega_{1}} \varepsilon : \mathbb{C} : \varepsilon \, d\omega + \int_{\Omega_{1}} b\partial_{y} p u_{y} d\Omega + \int_{\partial\Omega_{1}} b p(0) u_{y}(y=0) dx - \int_{\partial\Omega_{1}} b p u_{x}(x=D) dy$$

Chaque partie dans cette équation est calculée séparément.

a) Calcul de la partie $\phi_1 = \int_{\Omega_1} \varepsilon : C : \varepsilon d\omega$

$$\operatorname{Car} \int_{\Omega} \varepsilon : C : \varepsilon = \iint_{\Omega} \left[\lambda (\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy})^2 + 2\mu (\varepsilon_{xx}^2 + \varepsilon_{yy}^2 + 2\varepsilon_{xy}^2) \right] dxdy$$

A partit des Eqs. (A-15), (A-16) et (A-17), on a: $\frac{\phi_1}{\lambda + 2\mu} = \iint \varepsilon_{xx}^2 + \varepsilon_{yy}^2 + 2\psi \varepsilon_{xx} \varepsilon_{yy} dx dy$

A partir des déformations calculées dans les Eqs (A-15), (A-16) et (A-17), on trouve finalement :

$$\frac{\phi_1}{\lambda + 2\mu} = \frac{(1 - \psi^2)C_1^2 L^3}{3D} + D \int_0^L \left(\left(u_y^0 \right)^2 \right)^2 dy$$

Mais $u_y^0 = -b \int_y^\infty P(\xi) d\xi \Longrightarrow (u_y^0)' = b P(y)$. On trouve finalement :

$$\frac{\phi_1}{\lambda + 2\mu} = \frac{(1 - \psi^2)C_1^2 L^3}{3D} + Db^2 \int_0^L P^2 dy$$
 (A-18)

b) Calcul de la partie $\phi_2 = \int_{\Omega} b \partial_y p u_y d\Omega$

Rappel : $P(y) = \frac{p(y)}{\lambda + 2\mu}$ et alors : $\frac{\phi_2}{\lambda + 2\mu} = b \int_{\Omega} \partial_y P u_y dx dy$

En remplaçant u_y exprimé dans l'Eq. (A-14), cette partie devient :

$$\frac{\phi_2}{\lambda + 2\mu} = b \left[P(L) \left(Du_y^0(L) + DC_2 + \psi C_1 \frac{L^2}{2} - \frac{C_1}{6} D^2 \right) - P(0) \left(Du_y^0(0) + DC_2 - \frac{C_1 D^2}{6} \right) \right]$$
(A-19)
$$-b \int_{0}^{L} P \left[b DP + \psi C_1 \left(L - y \right) \right] dy$$

c) Calcul de la partie $\phi_3 = \int_{\partial \Omega_1} bp(0)u_y(y=0)dx$

Cette partie peut être calculée facilement de la manière suivante :

$$\frac{\phi_3}{\lambda + 2\mu} = b\mathbf{P}(0) \left(u_y^0(0)D + DC_2 - \frac{C_1 D^2}{6} \right)$$
(A-20)

d) Calcul de la partie $\phi_4 = \int_{\partial \Omega_4} bpu_x(x=D)dy$

On peut trouver :

$$\frac{\phi_4}{\lambda + 2\mu} = bC_1 \int_0^L P(y - L) dy$$
(A-21)

A partir des équations (A-18), (A-19), (A-20) et (A-21), on peut calculer :

$$\mathcal{A}_{\mathbf{11}}(u) = \left[\frac{1}{2}\phi_1 + \phi_2 + \phi_3 - \phi_4\right]$$

Alors :

$$\mathcal{A}\mathbf{11}(u) = (\lambda + 2\mu) \begin{bmatrix} \left(\frac{(1 - \psi^2)C_1^2 L^3}{6D} - \frac{Db^2}{2}\int_0^L P^2 dy\right) + bP(L) \left(Du_y^0(L) + DC_2 + \psi C_1 \frac{L^2}{2} - \frac{C_1 D^2}{6}\right) \\ + bC_1(\psi - 1)\int_0^L P(y - L) dy \end{bmatrix}$$

On note : $\chi = \left(\frac{2DC_2 + \psi C_1 L^2}{2}\right)$

Donc :

$$\mathcal{A}_{11}(u)$$
(A-22)
= $(\lambda + 2\mu) \begin{bmatrix} \left(\frac{(1-\psi^2)C_1^2L^3}{6D} - \frac{Db^2}{2}\int_0^L P^2 dy\right) + bP(L) \left(Du_y^0(L) + \chi - \frac{C_1D^2}{6}\right) \\ + bC_1(\psi - 1)\int_0^L P(y-L) dy \end{bmatrix}$

1.2. Calcule de $A_{12}(u)$ pour le sous-domaine Ω^2

Rappelons les solutions approximatives des déplacements dans le sous-domaine Ω^2 :

$$u_{x}(x, y) = 0$$

$$u_{y}(x, y) = u_{y}^{0}(x, y) + \left(C_{2} + \frac{\psi C_{1}L^{2}}{2D} - \frac{C_{1}}{2D}x^{2}\right)\frac{P(y)}{P(L)}$$

Les déformations sont donc :

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\partial u_x}{\partial x} = 0 \tag{A-23}$$

$$\varepsilon_{yy} = \frac{\partial u_y}{\partial y} = b\mathbf{P} + \left[-\frac{C_1}{2D} x^2 + \left(C_5 + \frac{\psi C_1 L^2}{2D} \right) \right] \frac{\mathbf{P}}{\mathbf{P}(L)}$$
(A-24)

$$\varepsilon_{xy} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x} \right) = -\frac{C_1 x}{2D} \frac{P(y)}{P(L)}$$
(A-25)

Le potentiel $A_{12}(u)$ est calculé par l'Eq.(4-6) mais les déplacements sont nuls sur les deux bords, donc il peut être simplifié sous la forme suivante :

$$\mathcal{A}_{12}(u) = \frac{1}{2} \int_{\Omega_2} \varepsilon : \mathbb{C} : \varepsilon \, d\omega - \int_{\Omega_2} \underline{f} \cdot \underline{u} \, d\omega$$

Ou bien :

$$\mathcal{A}_{12}(u) = \frac{1}{2} \int_{\Omega_2} \varepsilon : \mathbb{C} : \varepsilon \, d\omega + \int_{\Omega_2} b \partial_y p u_y d\Omega$$

a) Calcul de la partie $\phi_5 = \int_{\Omega_2} \varepsilon : \mathbb{C} : \varepsilon \, d\omega$

Comme mentionné précédemment :

$$\int_{\Omega} \varepsilon : C : \varepsilon = \iint_{\Omega} \left[\lambda (\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy})^2 + 2\mu (\varepsilon_{xx}^2 + \varepsilon_{yy}^2 + 2\varepsilon_{xy}^2) \right] dxdy$$

Avec les déformations dans les Eqs. (A-23), (A-24), (A-25) (A-23), (A-24), (A-25), on a:

$$\frac{\phi_5}{\lambda + 2\mu} = \int_{L_0}^{\infty} \int_{0}^{D} \left[\mathcal{E}_{yy}^2 + 2(1 - \psi) \mathcal{E}_{yy}^2 \right] dxdy$$

$$\Rightarrow \frac{\phi_5}{\lambda + 2\mu} = \qquad (A-26)$$

$$\left[(1 - \psi) \frac{DC_1^2}{6P^2(L)} + Db^2 \right]_{L}^{\infty} P^2 dy + \left[\frac{C_1 D^2}{6} - \chi \right] bP(L) + \left[\frac{1}{D} \chi^2 + \frac{C_1^2 D^3}{20} - \frac{\chi C_1 D}{3} \right] \frac{\int_{L}^{\infty} (P^2)^2 dy}{P^2(L)}$$
b) Calcul de la partie $\phi_6 = \int_{\Omega_2} b\partial_y pu_y d\Omega$

$$\frac{\phi_6}{\lambda + 2\mu} = \int_{L_0}^{\infty} \int_{0}^{D} b \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial y} u_y dx dy$$

En remplaçant les déplacements, on trouve :

$$\frac{\phi_6}{\lambda + 2\mu} = -bDP(L)u_y^0(L) - b^2 D \int_L^{\infty} P^2 dy + bP(L) \left[\frac{C_1}{12}D^2 - \frac{\chi}{2}\right]$$
(A-27)

A partir des Eqs. (A-26) et (A-27) :

$$\mathcal{A}_{12}(u) = \frac{1}{2}\phi_5 + \phi_6$$

$$\mathcal{A}_{12}(u)$$

$$= (\lambda + 2\mu) \begin{pmatrix} \left[(1 - \psi) \frac{DC_1^2}{12P^2(L)} - \frac{Db^2}{2} \right]_L^{\infty} P^2 dy + \left(\frac{C_1 D^2}{6} - \chi - Du_y^0(L) \right) bP(L) \\ + \left(\frac{1}{D} \chi^2 + \frac{C_1^2 D^3}{20} - \frac{\chi C_1 D}{3} \right) \frac{\int_L^{\infty} (P^2)^2 dy}{2P^2(L)} \end{pmatrix}$$
(A-28)

1.3. Calcule de $A_1(u)$ pour les solutions du groupe 1

A partir des Eqs. (A-22) et (A-28), le potentiel sur tout le domaine devient :

$$\mathcal{A}_{\mathbf{1}}(u) = \mathcal{A}_{\mathbf{11}}(u) + \mathcal{A}_{\mathbf{12}}(u)$$

$$\mathcal{A}\mathbf{1}(u) = (\lambda + 2\mu) \begin{bmatrix} \left(\frac{(1 - \psi^2)C_1^2 L^3}{6D} - \frac{Db^2}{2} \int_0^\infty P^2 dy\right) + bC_1(\psi - 1) \int_0^L P(y - L) dy + \left[(1 - \psi)\frac{DC_1^2}{12P^2(L)}\right]_L^\infty P^2 dy \\ + \left(\frac{1}{D}\chi^2 + \frac{C_1^2 D^3}{20} - \frac{\chi C_1 D}{3}\right) \int_{-\frac{L}{2}P^2(L)}^\infty P^2 dy \end{bmatrix}$$

Notons: $P_L = P(L)$, $P_1 = \int_0^L (y-L)P(y)dy$, $P_2 = \int_L^\infty P^2(y)dy$, $P_3 = \int_L^\infty (P'(y))^2 dy$

On trouve finalement:

$$\mathcal{A}\mathbf{1}(u) = \left(\lambda + 2\mu\right) \begin{bmatrix} -\frac{1}{2}b^2 D_0^{\infty} \mathbf{P}^2 dy + C_1 b(\psi - 1)\mathbf{P}_1 + \frac{(1 - \psi^2)C_1^2 L^3}{6D} \\ + \frac{(1 - \psi)DC_1^2}{12\mathbf{P}_L^2} \mathbf{P}_2 + \frac{1}{2\mathbf{P}_L^2} \left(\frac{1}{D}\chi^2 + \frac{C_1^2 D^3}{20} - \chi \frac{C_1 D}{3}\right) \mathbf{P}_3 \end{bmatrix}$$