Rhéologie des matériaux granulaires non saturés

Michel Badetti

▶ **To cite this version:**

Michel Badetti. Rhéologie des matériaux granulaires non saturés. Matériaux. Université Paris-Est, 2017. Français. NNT : 2017PESC1020 . tel-01917066

HAL Id: tel-01917066
https://pastel.hal.science/tel-01917066

Submitted on 9 Nov 2018

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Rhéologie des Matériaux Granulaires Non Saturés : Expériences et Simulations

Thèse présentée pour obtenir le diplôme de
Docteur de l'Université Paris-Est Marne-la-Vallée

par

Michel Badetti

soutenue le 09/10/2017, devant le jury composé de :

M. Patrick Richard	(examinateur)
M. Pierre-Yves Lagrée	(examinateur)
M. Bruno Chareyre	(rapporteur)
M. Guillaume Ovarlez	(rapporteur)
M. Jean-Noël Roux	(directeur de thèse)
M. Abdoulaye Fall	(codirecteur de thèse)

Résumé

Nous reportons dans ce travail le comportement mécanique, solide et liquide, de matériaux granulaires liés par un liquide non saturant, qui intervient par sa viscosité et par des effets capillaires. De tels matériaux, intermédiaires entre les assemblages granulaires secs et les suspensions très concentrées, sont étudiés expérimentalement et par simulations discrètes depuis la microstructure jusqu'au comportement macroscopique. Ainsi, on adopte une démarche multi-échelle, dont l'objectif est d'établir les fondements de la compréhension des phénomènes capillaires, qui interviennent dans la formulation de lois de comportement, et d'y intégrer une caractérisation de la microstructure de ces matériaux. Nous nous intéressons notamment au modèle d'interactions capillaire par ponts simples (régime pendulaire), dans un cadre où l'on fait varier l'inertie, le degré de confinement, le frottement intergranulaire du matériau ainsi que la quantité de liquide introduite. Pour répondre à cet objectif, ce travail de thèse s'articule autour de trois volets.

Un travail de rhéologie expérimentale macroscopique sur matériau modèle (billes de polystyrènes monodisperses, mouillées avec une huile de silicone newtonienne) nous permet de délimiter des régimes d'écoulement et de caractériser l'influence de l'effet cohésif. Le dispositif expérimental adopté nous permet de cisailler les échantillons sur des temps très longs et d'atteindre des régimes d'écoulement stationnaires. Ainsi, à l'instar des matériaux secs, on retrouve des régimes quasistatiques puis inertiels à mesure que la vitesse d'écoulement augmente. On met aussi en avant une très forte influence de l'effet cohésif qui tend à augmenter drastiquement la résistance au cisaillement et à diminuer la compacité de nos échantillons.

Des expériences de microtomographie à rayons X permettent d'étudier la microstructure à l'état statique. On remarque notamment une bonne homogénéité des échantillons, qu'ils soient faiblement ou fortement saturés. On détecte aussi un nombre non-négligeable de morphologies capillaires complexes, ce qui, par comparaison aux résultats de rhéologie macroscopique, ne semble pas influencer les propriétés d'écoulement. Ce résultat est particulièrement intéressant puisqu'il montre la capacité du modèle d'interactions par pont simple à décrire le comportement de systèmes à priori hors de sa portée descriptive.

Des simulations numériques discrètes nous permettent d'élargir la gamme de paramètres étudiée expérimentalement, notamment avec des caractéristiques du matériau comme la friction de Coulomb. L'étude micromécanique, permise par les simulations, autorise aussi l'analyse des questions d'anisotropie, de coordination et de contraintes capillaires. On met en avant l'importance des interactions capillaires à distance lors de l'utilisation d'un modèle de contraintes effectives. Les limites de ce modèle, usuellement adapté à la description du comportement en régime quasi-statique, sont aussi testées et discutées dans le régime inertiel.

La bonne concordance entre résultats expérimentaux et numériques permet de valider le modèle numérique qui, en retour, aura donc fourni une analyse viable des effets microstructurels pour la compréhension du comportement et la transition de l'échelle microscopique à l'échelle macroscopique.

Abstract

With this doctoral research, we report on the solid and liquid-like mechanical behaviors of wet granular materials, which exhibit viscous and capillary effects. Such systems, standing between dry and immersed granular materials, are studied both in experiments and discrete numerical simulations, from the microstructural aspects to the mechanical behavior. We therefore adopt a multiscale approach whose purposes are to understand the origins and roles of capillary effects in constitutive laws and to include a microstructural description within these laws. We are interested in the simple bridge model for the illustration of capillary effects in the case of quasistatic and inertial flows, where the confining forces, the Coulomb friction and the liquid quantity can vary. To answer such questions, this thesis is articulated around the 3 topics.

A study based on macroscopic rheological experiments with a simple model material (monodisperse polystyrene beads, wetted with a Newtonian silicon oil) allows us to distinguish the flow regimes and to characterize the influence of cohesive effects. The experimental framework allows for long time shearing experiments, where the materials can reach their steady state behavior. Alike dry systems, wet granular materials still exhibit a quasistatic and an inertial regime with increasing flow velocity. We show the noticeable influence of capillary effects which strongly increases the shear resistance and reduces the materials density.

X-ray microtomographic experiments enable the microstructural study of static samples. We witness a good homogeneity of our samples whether slightly or strongly saturated. A non-negligible number of very complex capillary bonds were detected, which stresses, when compared with macroscopic rheological results, their lack of influence on the flow properties. This result is very noticeable as it demonstrates the ability of the simple bridge model to illustrate the behavior of materials which would not be included a priori within its reach.

Discrete numerical simulations allow to strongly improve the range of the parameters of the study, especially in the case of material characteristics such as Coulomb friction. The micromechanical study emerging from simulations, allows us to analyze anisotropy, coordination and capillary stresses questions. We underline the great importance of long-range capillary interactions when using an effective stress model. The limits of such model, usually adopted to describe the behavior in the quasistatic regime, are also tested and debated in the inertial regime.

The good agreement between numerical and experimental results validates the numerical approach which, in return, offered a reliable analysis of microstructural effects for the understanding of the mechanical behavior and for the transition from the microscopic to the macroscopic scale.

Sommaire

1 Rhéophysique des matériaux granulaires **12**
1.1 Cisaillement simple et viscosité . . . 12
1.2 Introduction aux matériaux granulaires . . . 13
1.2.1 Les matériaux granulaires : définition et enjeux . . . 13
1.2.2 Dualité des matériaux granulaires . . . 13
1.2.3 Localisation de la déformation . . . 16
1.2.4 Effets d'un ajout de liquide . . . 19
1.2.5 Morphologies capillaires et forces . . . 21
1.3 Comportement mécanique . . . 26
1.3.1 Grandeurs physiques pertinentes : cas du cisaillement simple avec confinement . . . 26
1.3.2 Paramètres de contrôle adimensionnés . . . 27
1.3.3 Grandeurs physiques mesurées . . . 30
1.4 Ecoulement de matériaux granulaires : la rhéologie $\mu^*(I)$ . . . 30
1.5 Microstructure . . . 33
1.5.1 Coordination . . . 33
1.5.2 Proches voisins . . . 34
1.5.3 Distribution des forces . . . 36
1.6 Micromécanique . . . 36
1.6.1 Transmission des contraintes . . . 36
1.6.2 Tenseur des contraintes de Cauchy . . . 39
1.6.3 Influence de la lubrification . . . 42
1.6.4 Rôle de l'anisotropie . . . 44

2 Étude par simulations numériques discrètes **47**
2.1 Introduction . . . 47
2.2 Matériau modèle . . . 47
2.3 Description de l'outil numérique . . . 48
2.3.1 Algorithmique . . . 48
2.3.2 Dynamique granulaire . . . 50
2.4 Calibrage . . . 54
2.5 Traitement des données . . . 55
2.5.1 Localisation . . . 55
2.5.2 Taille du système . . . 57
2.5.3 Traitement de données corrélées . . . 57
2.6 Comportement en régime quasi-statique . . . 59
2.6.1 Jeu de paramètres . . . 59
2.6.2 Résultats macroscopiques . . . 61

2.6.3 Modélisation : Approche de Mohr-Coulomb . . . 63
2.6.4 Modélisation : Contraintes effectives . . . 65
2.6.5 Évaluation de σ_{12}^{cap} : anisotropie, interactions de contact et à distance 70
2.6.6 Microstructure en régime quasistatique . . . 73
2.7 Comportement en régime inertiel . . . 77
2.7.1 Jeu de paramètres . . . 77
2.7.2 Résultats macroscopiques . . . 77
2.7.3 Extension des contraintes effectives vers des systèmes inertiels . . . 78
2.8 Introduction d'une légère polydispersité . . . 81
2.8.1 Caractéristiques des nouveaux matériaux . . . 81
2.8.2 Jeu de paramètres . . . 82
2.8.3 Résultats macroscopiques . . . 82
2.9 Introduction d'une viscosité . . . 82
2.9.1 Jeu de paramètres . . . 82
2.9.2 Résultats macroscopiques . . . 83
2.9.3 Effets sur la microstructure . . . 83
2.10 Conclusion . . . 85

3 Étude expérimentale : Rhéométrie et Microtomographie 87
3.1 introduction . . . 87
3.2 Matériau modèle . . . 87
3.3 Dispositif expérimental . . . 88
3.3.1 Cellule rhéologique . . . 88
3.3.2 Rhéomètre et limites de travail . . . 89
3.3.3 Séries temporelles : grandeurs contrôlées et mesurées . . . 90
3.4 Vérifications d'usage en rhéologie expérimentale . . . 92
3.4.1 Correction de la contrainte . . . 92
3.4.2 Taille d'échantillons . . . 92
3.4.3 Artefacts . . . 94
3.5 Etude du régime quasistatique . . . 95
3.5.1 Jeu de paramètres . . . 95
3.5.2 Résultats macroscopiques . . . 95
3.6 Etude du régime inertiel . . . 97
3.6.1 Jeu de paramètres . . . 97
3.6.2 Résultats macroscopiques : courbes d'écoulement . . . 98
3.6.3 Application des contraintes effectives . . . 100
3.7 Microtomographie . . . 102
3.7.1 Dispositif . . . 102
3.7.2 Matériaux et méthodes . . . 102
3.7.3 Morphologies . . . 104
3.7.4 Profils radiaux et azimutaux . . . 106
3.8 Conclusion . . . 108

Table des figures

1.1 Cisaillement simple . . . 12
1.2 Illustration des domaines liquide et solide. . . . 13
1.3 Représentation schématique du plan incliné . . . 14
1.4 Illustration de la pluviation . . . 15
1.5 Cône granulaire et adjonction de fluide . . . 15
1.6 Dilatance des matériaux granulaires . . . 16
1.7 Exemples d'écoulements à surface libre . . . 17
1.8 Illustration d'une bande de cisaillement . . . 18
1.9 Représentation schématique d'une bande de cisaillement . . . 18
1.10 Représentation schématique d'un effet de paroi. . . . 19
1.11 Structures granulaires en présence de liquide . . . 20
1.12 Interface liquide/gaz . . . 20
1.13 Pont capillaire . . . 21
1.14 Schéma du pont capillaire . . . 22
1.15 Force capillaire : données et modèles . . . 23
1.16 Zoologie de morphologies observables . . . 24
1.17 Morphologies complexes : images et schemas . . . 25
1.18 Elongation du trimère . . . 26
1.19 Force cohésive dans un trimère . . . 26
1.20 Cisaillement d'un granulaire . . . 27
1.21 Courbes d'écoulement des matériaux secs . . . 32
1.22 courbes d'écoulement 3D $\mu^*(I)$ et $\Phi_S(I)$: divers P^* . . . 32
1.23 Microstructure 2D : cohesion et inertie . . . 33
1.24 Influence de I sur z et z_c : divers P^* . . . 34
1.25 Illustration des proches voisins . . . 35
1.26 Fonction $z(h)$: divers P^* . . . 35
1.27 Distribution des forces . . . 36
1.28 Distributions des forces normales . . . 37
1.29 Cisaillement simple 2D : interactions . . . 37
1.30 cisaillement simple 2D : frottement et densité . . . 38
1.31 Illustration des chaînes de force . . . 39
1.32 Paires en interactions : caractéristiques géométriques . . . 39
1.33 Temps de ruptures des ponts visqueux . . . 43
1.34 Anisotropie des contacts . . . 44
1.35 Anisotropie structurelle en fonction de I . . . 46

2.1 Cellule numérique . . . 48
2.2 Conditions de bord périodiques . . . 49

2.3 Contrôle numérique : contrainte normale et inertie . . . 49
2.4 Séries temporelles : $H(\gamma)$ et $\sigma_{12}(\gamma)$ . . . 50
2.5 Schéma du contact . . . 51
2.6 relation χ - ξ . . . 52
2.7 Illustration du glissement . . . 53
2.8 Illustration des mouvements relatifs : pivot et roulement . . . 54
2.9 Calibrage numérique : $\mu^*(\mu)$ et $\Phi_S(\mu)$ . . . 55
2.10 résultat de calibrage : $\mu^*(I)$ et $\Phi_S(I)$ . . . 55
2.11 Contrôle visuel des échantillons numériques . . . 56
2.12 Quantification de la localisation . . . 58
2.13 Données corrélées : $\sigma_{12}(\gamma)$ . . . 59
2.14 Exemple de transformation par bloc . . . 59
2.15 série temporelle de la teneur en liquide . . . 60
2.16 Teneur en liquide : influence du triplet (μ,V_0/a^3,P^*) . . . 61
2.17 $\mu^*(1/P^*)$ et $\Phi_S(1/P^*)$ en régime quasistatique : divers Φ_L/Φ_S . . . 62
2.18 $\mu^*(1/P^*)$ et $\Phi_S(1/P^*)$ en régime quasistatique : divers μ . . . 62
2.19 $\mu_w^*(P^*)$: régime quasistatique . . . 64
2.20 Cohésion : $C^*(P^*)$ . . . 64
2.21 $\mu_{w,0,\infty}^*(\mu)$ et $C^*(\mu)$: divers Φ_L/Φ_S . . . 65
2.22 Prédiction de comportement : Mohr-Coulomb . . . 66
2.23 $\sigma_{12}^{cont}/\sigma_{22}^{cont}(P^*)$: divers μ . . . 67
2.24 Prédiction de comportement : équations 2.30 et 2.33 . . . 68
2.25 Prédiction de la cohésion C^* . . . 69
2.26 Prédiction de comportement : équation 2.34 . . . 69
2.27 Ratio des contributions capillaires au frottement macroscopiques . . . 70
2.28 Evolution de σ_{12}^{cap} avec P^* . . . 70
2.29 Schéma des quadrants de compression et traction . . . 71
2.30 Prédiction et mesure de $\sigma_{12}^{cap,C}$ et $\sigma_{12}^{cap,D}$ . . . 72
2.31 Prédiction et mesure de σ_{12}^{cap} . . . 73
2.32 Évolutions de z_C et z_D avec $1/P^*$ . . . 73
2.33 Évolution de $\langle d \rangle$ avec $1/P^*$ . . . 74
2.34 Évolution de $\langle F_N^D \rangle$ avec $1/P^*$ . . . 74
2.35 Évolutions de $\mathcal{O}_{12}^C$ et $\mathcal{O}_{12}^D$ avec $1/P^*$ . . . 75
2.36 Prédiction de $z^*\Phi_{S,w,0}/\pi$ . . . 76
2.37 Prédiction de $\mu_{w,0}^*$ . . . 77
2.38 $\mu_w^*(I)$ et $\Phi_{S,w}(I)$: divers P^*S . . . 78
2.39 Prédiction de comportement en domaine inertiel . . . 79
2.40 $\sigma_{22}^{cap}(I)$ et $\sigma_{12}^{cap}(I)$: divers P^* . . . 80
2.41 $z_C(I)$ et $z_D(I)$: divers P^* . . . 81
2.42 Prédiction de comportement en domaine inertiel . . . 82
2.43 Courbes d'écoulement de matériaux polydisperses . . . 83
2.44 Séries temporelles : σ_{12} . . . 84
2.45 Séries temporelles : $\Phi_{S,w}$ . . . 84

3.1 cellule de cisaillement annulaire . . . 89
3.2 champs de déformation expérimental . . . 89
3.3 Grandeurs contrôlées : variations de σ_{22c} . . . 90
3.4 Grandeurs contrôlées : variations de $\dot{\gamma}_c$ . . . 91

3.5 séries temporelles : $T(t)$ et $H(t)$ . . . 91
3.6 Expérience rhéologique de VER . . . 93
3.7 série temporelle avec coincement : $T(t)$ . . . 94
3.8 Résultats en régime quasistatique . . . 96
3.9 Confrontation expérience-simulations : $\mu^*_{w,0}(1/P^*)$ et $\Phi_{S,w,0}(1/P^*)$ . . . 97
3.10 C^* fonction de Φ_L/Φ_S : confrontation expérience-simulation . . . 97
3.11 Courbes d'écoulement μ^* et Φ_S : divers P^* . . . 98
3.12 courbes d'écoulement μ^* et Φ_S : divers Φ_L/Φ_S . . . 99
3.13 Confrontation expérience-numérique : courbes d'écoulement . . . 100
3.14 confrontation prédiction-mesure expérimentale . . . 101
3.15 Cohésion en régime inertiel . . . 102
3.16 Microtomographe de Navier . . . 102
3.17 Schéma de principe . . . 103
3.18 Correction des images de microtomographie . . . 104
3.19 Reconstruction 3D : découpage 4x4x4 billes . . . 105
3.20 Reconstruction 3D : morphologies observées . . . 105
3.21 reconstruction 3D : morphologie complexe . . . 105
3.22 Proportions de morphologies capillaires . . . 106
3.23 Schéma de principe : calculs des profils . . . 107
3.24 Profil radiaux de Φ_S et Φ_L . . . 108
3.25 Profil azimutaux de Φ_S et Φ_L . . . 109

Liste des tableaux

2.1 valeurs de Δ_V avec μ et P^* pour $\Phi_L/\Phi_S = 0.0299$. 59
2.2 Correspondance entre V_0/a^3 et Φ_L/Φ_S 60
2.3 Valeurs moyennes de $< d >$ et $< F_D^N >$ avec Φ_L/Φ_S, $I = 10^{-3}$, μ et P^* variables. 75
2.4 Valeurs moyennes de $\mathcal{O}_{12}^C$ et $\mathcal{F}_{12}^C$ avec μ - pour divers Φ_L/Φ_S et P^* - et de $\mathcal{O}_{12}^D$ avec Φ_L/Φ_S - pour divers μ et P^* - , $I = 10^{-3}$. 76
2.5 Paramètres d'ajustement de Hatano : résultats numériques μ_w^*. 78
2.6 Paramètres d'ajustement de Hatano : résultats numériques Φ_S. 78
2.7 jeu de paramètre : effet visqueux 83
2.8 ratio F^{vis}/F_0, $P^* = 3$, $\mu = 0,09$ et $\Phi_L/\Phi_S = 0,0069$ 84
2.9 ratio F^{vis}/F_0, $P^* = 3$, $\mu = 0,09$ et $\Phi_L/\Phi_S = 0,0069$ 85

3.1 Estimation de la cohésion 96
3.2 paramètres d'ajustement de μ^* (Eq. 1.32) : $\Phi_L/\Phi_S = 0.030$ et $\eta = 50\,\mathrm{mPa\,s}$, puis $P^* = 4.6$ et $\eta = 50\,\mathrm{mPa\,s}$ 99
3.3 paramètres d'ajustement de Φ_S (Eq. 1.32) : $\Phi_L/\Phi_S = 0.030$ et $\eta = 50\,\mathrm{mPa\,s}$, puis $P^* = 4.6$ et $\eta = 50\,\mathrm{mPa\,s}$ 99

Introduction

Les matériaux granulaires sont des assemblages de particules qui interagissent exclusivement aux points de contacts. On y retrouve les sables, les graines, les poudres ainsi que les graviers. Ils sont omniprésents dans la nature et dans le monde industriel, agricole, pharmaceutique et minier. Leur prééminence dans le domaine géotechnique leur a d'ailleurs valu, jusqu'à aujourd'hui, des études très fournies tant en sciences des sols qu'en physique de la matière molle. De très nombreuses expériences ont donc été menées tant avec des systèmes à surface libre tels la géométrie de Couette [9], les plans inclinés [118, 120], les tambours tournants [52], les silos [12] ou encore la pluviation [56] qu'avec des systèmes confinés comme la boîte de cisaillement [69, 75, 105, 97], l'essai triaxial [108] ou la géométrie annulaire [119, 30]. En parallèle, on dénombre de plus en plus de simulations numériques avec des modèles discrets [26, 119, 109] et des éléments finis [25, 70, 53]. Toutes les études ont pu montrer que le comportement d'un matériau granulaire est en très grande partie tributaire de sa géométrie interne, dépendante elle même des caractéristiques des particules (élongation, taille, angularité,...) ainsi que des conditions de chargement (contraintes normales, tangentielles, humidité, ...). La transition d'échelle entre caractéristiques microscopiques et propriétés macroscopiques est pourtant très complexe pour ces matériaux. Depuis les années 2000, on constate tout de même une remarquable progression dans la compréhension de ces matériaux. Notamment grâce aux analyses numériques à la fois microscopiques et macroscopiques rendues possibles sur des échantillons de grandes tailles. Les simulations numériques permettent notamment l'investigation des mécanismes d'agglomération et de structuration, des hétérogénéités et anisotropies, ainsi que des différents modes d'interaction. Au milieux des années 2000, la collection de l'ensemble des données a donc permis de mettre en avant la rhéologie $\mu(I)$ qui décrit l'évolution du frottement macroscopique μ^* et de la compacité Φ_S avec la variable d'état adimensionnée I, appelée nombre d'inertie [82]. L'implémentation des lois $\mu(I)$ et $\Phi_S(I)$ dans des modèles numériques par éléments finis permet de reproduire assez fidèlement les écoulements de silo [37] et de plan inclinés [114]. Les écoulements hétérogènes ont aussi soulevé des questions d'effets non-locaux, notamment avec la géométrie dite "split-bottom" [44] et avec les plans inclinés à bords rugueux [37]. L'une des caractéristiques les plus marquantes des matériaux granulaires est la dualité liquide-solide de leur comportement avec d'une part une capacité à s'écouler comme un fluide non-newtonien sous l'effet d'un cisaillement rapide (I élevé) et d'autre part à soutenir des efforts intenses sans s'écouler comme un solide lorsque les contraintes demeurent sous un certain seuil. Jusque dans les années 2010, la plupart des études sur les écoulements de matériaux granulaires sont concentrées sur la matériaux secs ou sur le comportement solide des matériaux non-saturés. Ces derniers font intervenir des interactions d'origine attractives qui tendent à faire bondir la résistance au cisaillement et à diminuer la compacité des matériaux, dans la mesure où la quantité de liquide ajoutée reste faible. Le croisement des techniques de cisaillement numérique des matériaux secs et des modèles d'interactions dans les matériaux cohésifs permet de décrire bien plus en détails les propriétés des matériaux granulaires non-saturés plus ou

moins complexes, en 2D ou en 3D. L'exemple le plus simple et pourtant le plus parlant de matériau granulaire humide est le château de sable, sa grande résistance provient d'une légère quantité de fluide ajoutée à un sable sec, avec plus de liquide on observe parfois des coulures et c'est sous l'effet du séchage ou sous l'effet d'une immersion à marée haute que le château finira par s'écrouler en perdant, avec une saturation extrême en eau ou en air, ses propriétés mécaniques. Avec cet exemple on soulève pour de bon la question de la quantité de fluide introduite et de son effet, les matériaux granulaires traversent effectivement plusieurs régimes de saturation en liquide avec des cas extrêmes secs et immergés de saturations où les interactions attractives sont absentes et des cas intermédiaires où le liquide va se loger successivement dans la rugosité des grains, aux points de contacts, puis dans les pores. C'est notamment la perte de résistance mécanique avec la saturation qui est mise en cause dans la plupart des glissements de terrains. Dans le cas simple du régime pendulaire où les interactions entre particules sont exclusivement des interactions de paires, la plupart des études expérimentales et numériques reposent sur des modèles d'interaction par ponts entre particules sphériques [97, 105, 106, 59]. La mesure des forces qui s'exercent dans les ponts simples a elle-même été largement étudiée expérimentalement avec des dispositifs par pesée sur billes monodisperses [79, 98] et polydisperses [134].

Dans cette thèse nous adoptons une démarche qui se veut à la fois numérique et expérimentale, nous confrontons les résultats des deux approches, dans les deux cas nous utilisons un matériau modèle composé de billes de polystyrène monodisperses légèrement mouillées avec une huile de silicone newtonienne et la teneur en liquide Φ_L/Φ_S est connue et modifiable. Nous nous intéressons particulièrement aux propriétés d'écoulement stationnaire de matériaux granulaires non saturés en régime pendulaire. A l'instar de la rhéologie bien connue des matériaux secs, nous caractérisons l'inertie de nos systèmes avec le nombre d'inertie I et nous cherchons les propriétés d'écoulement macroscopiques, à savoir le coefficient de frottement macroscopique μ^* et la compacité Φ_S. L'effet capillaire, quant à lui, est caractérisé via la pression réduite P^* qui compare forces de confinement et forces cohésives. Les lois de frottement et de dilatance que nous cherchons s'écrivent donc sous la forme $\mu^*(I, P^*)$ et $\Phi_S(I, P^*)$. Le chapitre 1 décrit le contexte bibliographique dans lequel cette étude s'inscrit, on y présente notamment les mécanismes de transmission de contraintes ainsi que la rhéologie $\mu(I)$. Dans le chapitre 2, nous présentons une méthode de simulation déjà mise en place dans des travaux précédents [59] ainsi que les résultats correspondants, on s'attache notamment à évaluer la pertinence du modèle de contraintes effectives qui permet de prédire le frottement macroscopique des matériaux non-saturés. Avec le chapitre 3, nous décrivons et exploitons notre dispositif de cisaillement expérimental qui s'inspire très largement des cellules de rhéologie annulaires proposées par le passé pour des systèmes granulaires un peu différents [15, 62, 30], avec ce montage le contrôle du cisaillement et du confinement assure une maîtrise fine de I et P^*, nous présentons des données rhéologiques expérimentales assez nouvelles que nous confrontons aux données numériques. Une cellule de cisaillement dédiée à la microtomographie nous permet aussi d'imager en 3D la structure de nos matériaux de sorte à analyser la répartition du liquide et les morphologies des liaisons capillaires dans nos échantillons. Enfin, en conclusion nous revenons brièvement sur l'apport de ce travail ainsi que sur les perspectives qu'il ouvre.

Chapitre 1

Rhéophysique des matériaux granulaires

1.1 Cisaillement simple et viscosité

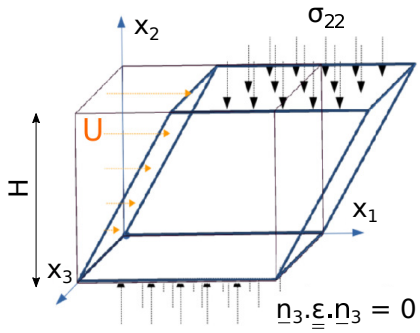


FIGURE 1.1 – Cisaillement simple : σ_{22} et $\dot{\gamma}$ sont contrôlés, on mesure H et σ_{12}

Sous l'effet d'un écoulement à vitesse $U(x_2)$ et à contrainte normale σ_{22} imposées, comme illustré par la figure 1.1, on observe des champs de contraintes $\underline{\underline{\sigma}}$ et de déformation $\underline{\underline{\epsilon}}$. Le taux de déformation $\dot{\gamma}$ est défini par :

$$\dot{\gamma} = \left| \frac{\partial U}{\partial x_2} \right| \tag{1.1}$$

La viscosité η d'un fluide est définie comme le rapport de la contrainte tangentielle au taux de cisaillement, dans le cadre du cisaillement simple décrit précédemment on écrit donc :

$$\eta = \frac{\sigma_{12}}{\dot{\gamma}} \tag{1.2}$$

Les fluides non-newtoniens ont la particularité de présenter des viscosité tributaires des conditions de chargement. Classiquement on écrira $\eta = \eta(\dot{\gamma})$, et pour les matériaux dilatants de compacité Φ soumis à un confinement σ_{22} on aura même $\eta = \eta(\dot{\gamma}, \sigma_{22})$ et $\Phi(\dot{\gamma}, \sigma_{22})$.

1.2 Introduction aux matériaux granulaires

1.2.1 Les matériaux granulaires : définition et enjeux

Un matériau granulaire est une matière divisée en particules solides qui interagissent principalement aux points de contacts. Pour de tels matériaux ce sont l'exclusion stérique et le frottement des grains qui gouvernent le comportement à l'échelle macroscopique.

Pour un oeil averti, ces matériaux sont omniprésents aussi bien dans un milieu naturel (sable, terre, avalanche, glissement de terrain, ...) qu'industriel (granulation, silos, bétons, tamisage). Autant de matériaux aux propriétés mécaniques étonnantes, telles que la dilatance de Reynolds introduite au XIX^{eme} siècle [103], qui les classent dans la catégories des fluides non-newtonniens. La maîtrise des écoulements de ces matériaux répond donc à de forts enjeux sociaux, économiques et environnementaux.

Pourtant, les fortes avancées dans le domaine des granulaires datent au mieux des années 2000. Ce qui nous laisse aujourd'hui bien loin d'une maîtrise parfaite de ces matériaux. Avec un comportement fortement tributaire des notions de frottement, de polydispersité, de rugosité, de cohésion, de localisation, d'hétérogénéisation, et d'anisotropie. Ce sont autant de données à maîtriser pour parvenir à une compréhension fine de comment ces matériaux s'écoulent.

1.2.2 Dualité des matériaux granulaires

Domaine solide : Contrainte seuil

Les matériaux granulaires font partie de la famille des matériaux à seuil, parmis lesquels se retrouvent gels, mousses, dentifrice, yaourts, boues de forage, etc [23]. Tous ces matériaux présentent la particularité de pouvoir se comporter comme liquide ou solide selon les conditions de chargement qui leurs sont imposées. La figure 1.2 illustre parfaitement cette dualité avec la séparation d'un matériau granulaire en 2 phases, la première, en haut, roulant et glissant sur la seconde, en bas, qui lui offre une pente sur laquelle s'écouler. Notons que les matériaux granulaires présentent des comportements similaires selon qu'ils sont secs ou immergés. La figure 1.4 expose à nouveau très bien cette dualité lors d'une pluviation, le matériau présentant en effet des zones en écoulement et des zones statiques solides dans les deux cas. Des expériences sur matériaux secs et immergés auront effectivement montré des comportements statiques similaires avec des dispositifs variés [19, 15]

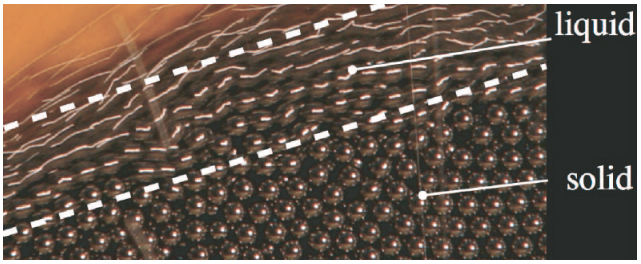


FIGURE 1.2 – Illustration des domaines liquide et solide.

En rhéologie, la transition entre domaines solide et liquide est définie par la simple notion de seuil de contrainte τ_y. Pour une contrainte σ_{12} de cisaillement inférieur à τ_y, le matériau se comporte comme un solide visco-élastique, dans le cas contraire le matériau s'écoule comme un liquide visqueux. Les matériaux granulaires représentent un cas particulier, dans

le sens où c'est l'existence d'une contrainte normale σ_{22} qui leur permet de soutenir une contrainte tangentielle σ_{12} non nulle. C'est la loi de Coulomb qui décrit le plus simplement ce comportement avec :

$$\sigma_{12} \leq \sigma_{22} \tan \psi, \tag{1.3}$$

où ψ est appelé angle de frottement. Sur un plan incliné d'angle θ, comme illustré par la figure 1.3, lorsque la gravité est à l'origine des contraintes, une épaisseur de matériau d'épaisseur δz génère une pression hydrostatique $\rho gdeltaz$. Pour un matériau au repos les conditions d'équilibre imposent donc pour les contraintes tangentielles et normales :

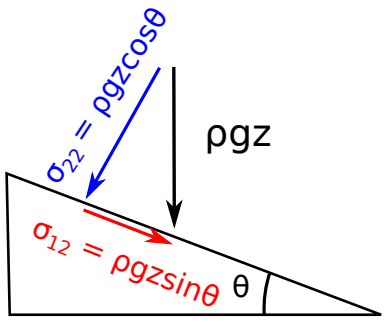


FIGURE 1.3 – Représentation schématique du plan incliné : la gravité comme moteur des forces

$$\sigma_{22} = \rho gzcos(\theta) \tag{1.4}$$
$$\sigma_{12} = \rho gzsin(\theta), \tag{1.5}$$

soit

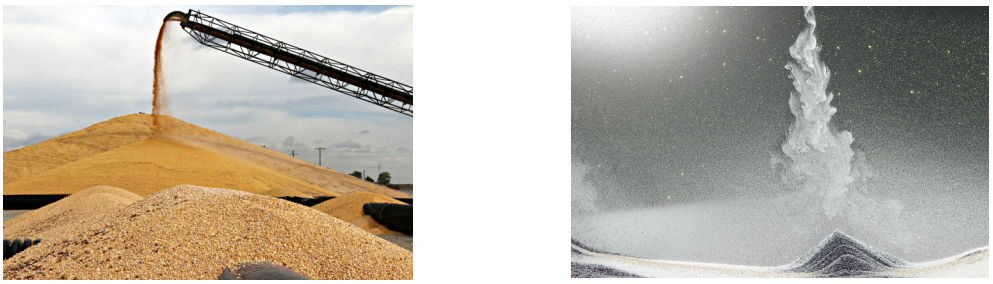
$$\sigma_{12} = \sigma_{22} \tan \theta \tag{1.6}$$

L'écoulement du matériau ne survient que lorsque θ est supérieur à l'angle ψ de la loi de Mohr-Coulomb [89]. De fait, cette loi capture très bien la forme cônique spontanément adoptée par des matériaux granulaires pulvérulents (sans cohésion) sous pluviation, comme le mettent en évidence les figures 1.4-a) et 1.4-b). D'autres critères de rupture plus précis comme le critère de Lade-Duncan peuvent être invoqués pour les matériaux pulvérulents [63].

Si granulaires secs et immergés présentent un comportement similaire, il n'en est pas de même pour les matériaux partiellement saturés. En effet, l'adjonction d'une fluide mouillant est connue pour introduire un certain degré de cohésion dans les matériaux granulaires. La loi la plus simple pour décrire le comportement de ces nouveaux matériaux non-saturés est toujours une loi de Mohr-Coulomb avec :

$$\sigma_{12} \leq \sigma_{22} \tan \psi\prime + C, \tag{1.7}$$

où la quantité C, nommée cohésion, est une contrainte tangentielle minimale à appliquer pour générer un écoulement dans un matériau non confiné. D'après cette nouvelle loi, les



(a) (b)

FIGURE 1.4 – Illustration de la pluviation d'un granulaire a) en milieux sec et b) en milieux immergé. Dans les deux cas un cône se forme.

matériaux granulaires cohésifs sous la seule contrainte gravitaire ne devraient plus nécessairement présenter une forme conique, dès lors que le critère de rupture n'est plus simplement proportionnel à σ_{22}. Sont visibles sur la figure 1.5-a) du sucre en poudre sec et -b) du sucre glace légèrement humidifié obtenus par pluviation, la perte de la forme conique dans le cas du sucre glace est particulièrement notable. Avec l'utilisation de matériaux modèles, la cohésion de Mohr-Coulomb a été largement étudiée ces dernières années, tant expérimentalement que numériquement [97, 105, 59].

FIGURE 1.5 – Cône granulaire et adjonction de fluide : deux matériaux granulaire, à gauche un sucre sec avec des particules de diamètre 1 mm, à droite un sucre humidifié avec des particules de diamètre 50 µm. Extrait de [68].

Domaine liquide : Notions d'état critique et stationnaire

A l'instar de certains fluides à seuil, dans le domaine liquide, les propriétés d'écoulement des matériaux granulaires dépendent de l'histoire de leur chargement. Ainsi on constate que η est une fonction non seulement de $\dot{\gamma}$ mais aussi de l'amplitude de la déformation ! Cette dépendance est une caractéristique récurrente parmis les matériaux microstructurés, dans le cas des matériaux granulaires, elle se traduit notamment par une dilatance en début d'écoulement. Sous chargement (σ_{22}, $\dot{\gamma}$) fixé, au-delà d'une certaine déformation la microstructure est fixée, le comportement ne dépend alors plus de l'histoire du chargement, Φ_S et η deviennent constantes et le matériau entre dans un régime d'écoulement stationnaire. Dans la limite des écoulement très lents, lorsque les effets inertiels sont négligeables, l'écoulement stationnaire correspond à **état critique** communément décrit en géotechnique [143, 123]. En écoulement, si une description du comportement à travers $\underline{\underline{\sigma}}$ et $\underline{\underline{\epsilon}}$ comme définis en 1.1 peut donc sembler lacunaire, elle est néanmoins suffisante pour celui qui s'intéresse exclusivement aux propriétés de l'état stationnaire. La figure 1.6b met en évidence les deux régimes d'écoulement transitoire et stationnaire pour une expérience avec boîte de cisaillement, dont

un schéma de principe est proposé en Fig. 1.6a. Passé un certain seuil de déformation la compacité et la contrainte tangentielle sont constantes.

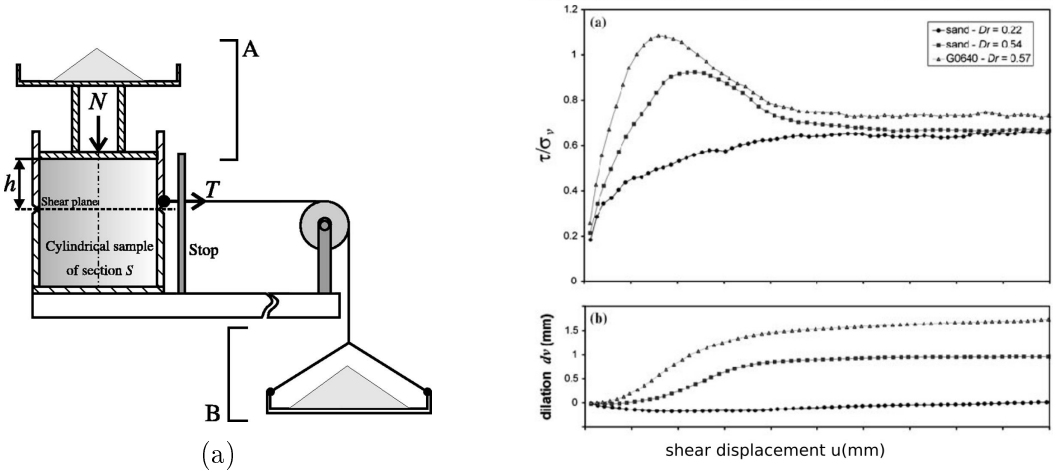


FIGURE 1.6 – Dilatance des matériaux granulaires soumis à un test dans une boîte de cisaillement. a) A gauche le schéma de principe d'une boîte de cisaillement, extrait de [105], b) à droite les courbes de contrainte et dilatation, extrait de [130].

Il est tout de même intéressant de s'attarder sur la figure 1.6b qui met en avant deux comportement caractéristiques en régime transitoire :

— Si $H(\gamma \to \infty) < H(\gamma = 0)$ le matériau est initialement **lâche** ("sand - DR =0.22") : τ et H sont respectivement croissant et décroissant de façon **monotone** et atteignent leurs valeurs d'équilibre pour une déformation suffisament grande avec γ de l'ordre de 1

— Si $H(\gamma \to \infty) > H(\gamma = 0)$ le matériau est initialement **dense** ("sand - DR =0.54") : τ est initialement croissant, le matériau présente un **pic de déviateur** puis τ décroît jusqu'à atteindre une valeur d'équilibre. H est très légèrement décroissant puis croît assez vite vers une valeur d'équilibre. Comme dans le cas lâche, le régime stationnaire est atteint lorsque γ est de l'ordre de 1

À l'instar des propriétés statiques, les propriétés d'écoulement des matériaux granulaires sont aussi extrêmement sensibles à l'adjonction d'un fluide mouillant. Les problèmes à surface libre en sont un très bon exemple, qu'il s'agisse de tambours tournants (Fig. 1.7a) ou de silos (Fig. 1.7b), puisque les matériaux présentant une cohésion sont connus pour couler par avalanches successives (ou en blocs) plutôt que continuement. Sur les deux figures, le matériau cohésif montre aussi des pentes extrêmement abruptes, avec des angles éventuellement supérieurs à 90 °, indiquant même une capacité du matériau à soutenir localement des efforts de traction !

1.2.3 Localisation de la déformation

Bandes de cisaillement et glissement

Á l'instar de bien des fluides à seuil, l'existence de contraintes tangentielles hétérogènes ou de zones de faiblesse est susceptible de générer des bandes de cisaillement, voire un glissement. Idéalement, lors d'un cisaillement simple 2D où contrainte tangentielle et taux

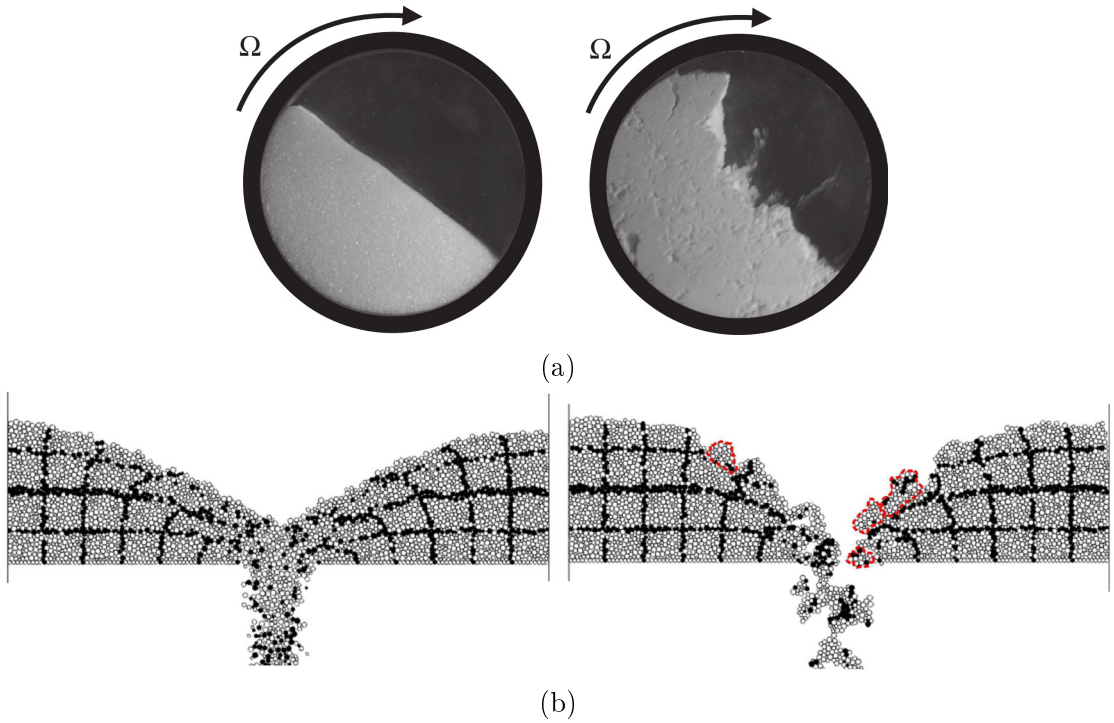


FIGURE 1.7 – Exemples d'écoulements à surface libre : a) Le tambour tournant, avec à gauhe un matériau pulvérulent (sucre en poudre sec) et à droite un matériau cohésif (sucre glace humidifié), extrait de [68]. b) Le silo, avec à gauche un matériau pulvérulent et à droite un matériau cohésif, extrait de [104].

de cisaillement $\dot{\gamma}$ sont uniformes dans la hauteur, l'équation 1.1 prévoit une relation linéaire entre la vitesse U dans la direction 1 et la coordonnée x_2, avec :

$$U(x_2) = \dot{\gamma} x_2 \tag{1.8}$$

Dans les matériaux présentant une bande de cisaillement, contrainte et déformation se concentrent dans ladite bande comme illustré par la figure 1.8.

La figure 1.9 présente le cas simple d'une bande de cisaillement d'épaisseur constante H'. Ce schéma modélise plutôt bien la bande de cisaillement présentée par la figure 1.8, le taux de déformation $\dot{\gamma}_{app}$ apparemment appliqué au système est inférieur au taux de cisaillement réel $\dot{\gamma}$ et on a la relation :

$$\dot{\gamma}_{app} = \dot{\gamma} \left(\frac{H'}{H} \right) \tag{1.9}$$

La relation 1.9 sous-tend donc que le taux de cisaillement apparent $\dot{\gamma}_{app}$ sous-estime d'autant plus le taux de cisaillement réel $\dot{\gamma}$ que la hauteur d'échantillon H est importante. Ce phénomène de localisation ne pose pas seulement le problème de la valeur de $\dot{\gamma}$ mais soulève aussi la question de volume élémentaire pour laquelle une fine bande n'est potentiellement pas représentative. À noter que, le cas du glissement n'est qu'une forme extrême de la bande de cisaillement, où contrainte et déformation se concentre dans une bande d'épaisseur quasi-nulle.

Hétérogénéité de la compacité

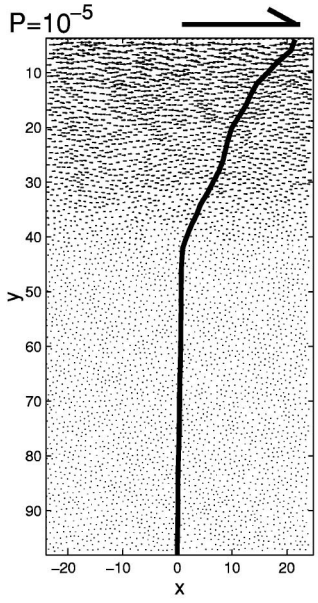


FIGURE 1.8 – Illustration d'une bande de cisaillement observable numériquement, lors du cisaillement plan d'un écoulement 2D, $I = 10^{-5}$. Extrait de [4].

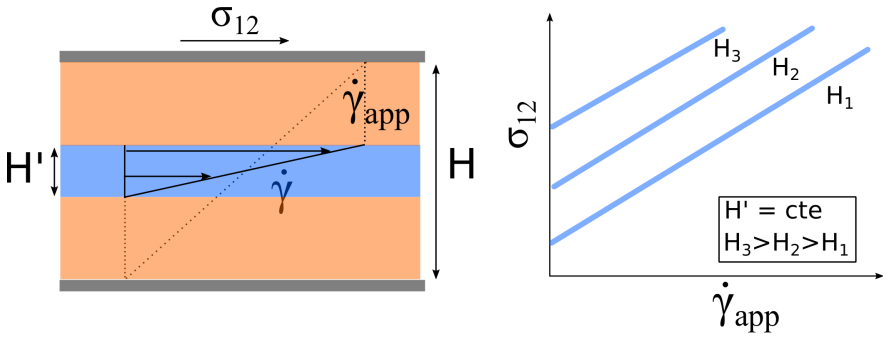


FIGURE 1.9 – Représentation schématique d'une bande de cisaillement

Microscopiquement, les particules composant un matériau granulaire peuvent s'arranger pour mener à des densités locales erratiques. En 2D comme en 3D, l'effet de paroi est un exemple particulièrement connu de mode de perturbation de la densité locale $\Phi_{S,loc}$ [65]. Dans le cas simple d'une bande d'épaisseur $H - H'$ constante dont la compacité $\Phi_{S,loc}$ est perturbée par la présence d'une paroi, comme illustré par la figure 1.10, la relation entre compacité observée $\Phi_{S,app}$ et compacité locale est donnée par :

$$\Phi_{S,app} = \Phi_{S,loc} - \frac{H'}{H}(\Phi_{S,loc} - \Phi_S) \tag{1.10}$$

Cette relation met en avant une dépendance plus ou moins forte de $\Phi_{S,app}$ à H selon que $\Phi_{S,loc}$ et Φ_S sont des grandeurs proches ou éloignées.

Mise en évidence macroscopique

Hétérogénéité locale, glissement et bande de cisaillement sont tous 3 susceptibles d'introduire des défauts de mesure. Néanmoins, qu'il s'agisse d'une sur-estimation/sous-estimation de Φ_S ou d'une sous-estimation de $\dot{\gamma}$, les modélisations simplistes évoquées ci-dessus mettent

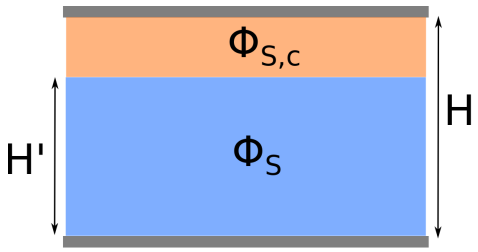


FIGURE 1.10 – Représentation schématique d'un effet de paroi.

surtout en avant le fait que ces défauts sont décelables grâce à la comparaison d'échantillon de hauteurs H différentes. Pour des essais exclusivement macroscopiques, où champs de vitesse et compacités ne sont pas localement accessibles, à défaut de pouvoir corriger les données, il reste possible de trier les mesures avec et sans localisation. Des simulations numériques ont montré que les cisaillements non-homogènes ne permettent pas de retrouver macroscopiquement la rhéologie $\mu(I)$ (rhéologie définie en section 1.4) [60, 55].

1.2.4 Effets d'un ajout de liquide

Structures et interactions

Qui a déjà construit des châteaux de sable a constaté que l'adjonction d'un liquide mouillant dans un milieu granulaire en modifie drastiquement les propriétés mécaniques, et a peut-être même conscience que l'ampleur et la nature de ces modifications est fortement tributaire de la quantité de liquide introduite. Quantitativement, des expériences montrent effectivement que la résistance au cisaillement varie fortement sur de larges plages de teneur en liquide [36] et globalement un comportement mixte entre viscosité, élasticité et plasticité est évoqué [138, 85]. Microscopiquement, des expériences en microtomographie montrent que la structure des matériaux se modifie puis s'effondre à mesure qu'on les laisse s'imbiber avec un fluide mouillant [17]. Pour comprendre les modifications des propriétés macroscopiques, il est donc nécessaire de s'intéresser aux nouveaux modes d'interaction introduits par le liquide. La figure 1.11 illustre les structures granulaires issues de différents états de saturation.

Deux types d'états différents sont visibles, à savoir les états saturés et non saturés dont les limites se traduisent par des quantités de liquides plus ou moins élevées [87, 61]. Les quantités de liquides pertinentes dans notre cas seront brièvement discutées en section 1.3.2. Notons tout de même que la littérature met en avant 3 états non-saturés : pendulaire, funiculaire et capillaire [47, 87, 86].

Les états saturés

Les états saturés constituent les cas extrêmes d'adjonction de fluide. Ces états présentent 2 types d'interactions : l'exclusion stérique et l'hydrodynamique (négligeable avec l'air dans le cas sec). Pour des matériaux statiques on peut légitimement attendre une absence d'effet hydrodynamique, il est donc tout à fait cohérent de retrouver des comportements statiques similaires pour des matériaux en état saturé comme l'ont illustré les figures 1.4a et 1.4b. Les expériences rhéologiques ont d'ailleurs mis en évidence des propriétés statiques identiques [15].

Les états non saturés

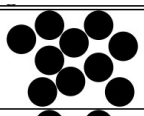
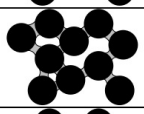
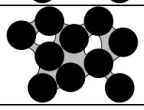
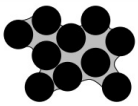
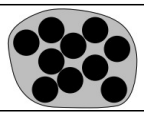
quantité liquide	Etats	Schéma	Interactions
Aucune	Sec		Exclusions stériques
Faible	Pendulaire		Exclusions stériques + Liaison capillaire (+ lubrification)
Moyenne	Funiculaire		Exclusions stériques + Liaison capillaire (+ lubrification)
Quasi-saturé	Capillaire		Exclusions stériques + Liaison capillaire + Hydrodinamique (+ lubrification)
Saturé	Suspension		Exclusions stériques + Hydrodinamique + lubrification

FIGURE 1.11 – Structures granulaires en présence de liquide. Extrait de [86].

Les états non saturés se caractérisent par la présence d'un fluide mouillant qui se loge soit aux points de contacts entre les particules soit dans les pores. Le rayon de courbure de l'interface liquide-gaz, conformément à la loi de Young-Laplace, induit localement une différence de pression ΔP entre les deux fluides avec [64] :

$$\Delta P = P_L - P_G = \Gamma(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}), \tag{1.11}$$

où Γ est la tension superficielle du liquide, P_L sa pression et P_G celle du gaz. Les courbures R_1 et R_2 sont comptées positivement si les centres de courbure sont du côté du gaz, la courbure moyenne $R_1R_2/(R_1 + R_2)$ définit donc si le liquide est en surpression (courbure positive) ou en dépression (courbure négative). Sur la figure 1.12 par exemple, R_1 est positif et R_2 est négatif, le fluide sera en dépression si $R_1 > -R_2$.

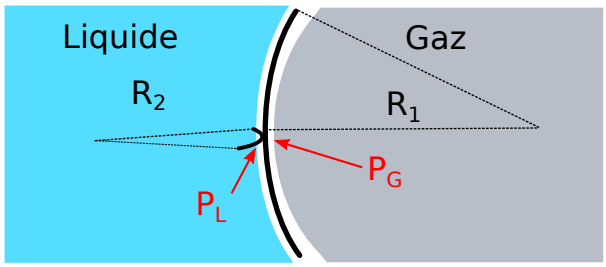


FIGURE 1.12 – Interface liquide/gaz : la courbure de l'interface génére localement une différence de pression ΔP (Eq. 1.11) entre les deux milieux.

Dans le cas d'un fluide mouillant, dans un environnement non saturé, l'adhésion du liquide aux particules génère des courbures négatives aux interfaces liquide-gaz mettant, d'après l'équation de Young-Laplace (Eq. 1.11), le fluide en dépression vis-à-vis de la phase gazeuse. Cette dépression crée une interaction de nature attractive entre les particules, interaction que l'on qualifie de capillaire. Par opposition à des interactions exclusivement répulsives (et notamment les interactions de contact), les interactions capillaires introduisent 3 nouvelles

caractéristiques majeures dont nous discuterons les origines et influences plus tard dans ce manuscrit :

— Une résistance locale à la traction,
— Une pression ressentie plus importante que la simple pression de confinement,
— Une mobilisation plus importante du nombre de particules participant à la transmission de contrainte, stabilisant de ce fait les chaînes de force.

Si seule la première caractéristique permet d'expliquer la capacité, visuellement impressionnante, des matériaux non-saturés à présenter des angles de repos locaux supérieurs à 90 °, ce sont bien la surpression locale et la démultiplication des interactions qui sont à l'origine des différences de comportement majeures entre matériaux secs et non-saturés.

1.2.5 Morphologies capillaires et forces

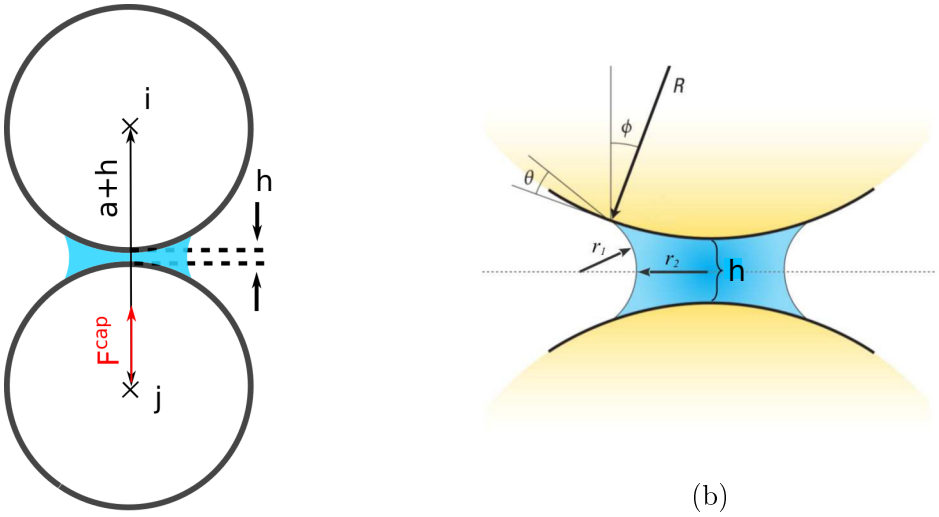
Régime pendulaire : Cas du pont simple et interaction à deux corps

L'interaction capillaire à deux corps est bien connue [47]. Elle a fait l'objet à la fois d'études expérimentales [79, 98] et d'implémentations numériques avec divers modèles [83, 42, 105, 124, 59]. Conformément à l'équation de Young-Laplace (Eq. 1.11), les efforts générés par les liaisons capillaires sont fortement tributaires de la morphologie des liaisons [64]. Pour un pont simple, comme illustré par la figure 1.13, la morphologie est adéquatement modélisée par les schémas des figures 1.14a et 1.14b [6], la force capillaire issue du différentiel de pression peut être donnée en première approximation par [6, 79] :

FIGURE 1.13 – Pont capillaire. Extrait de [133]

$$F^{cap} = F_0 = \pi a \Gamma \cos\theta \tag{1.12}$$

Pour aller plus loin dans la détermination des forces, pour inclure notamment les notions de distance h et de volume V_0 de liquide dans la liaison, il est classique de passer par une approximation toroïdale. C'est-à-dire que le volume peut être défini comme une surface de révolution faisant intervenir deux rayons r_1 et r_2, illustrés par la figure 1.14b, pour laquelle on obtient :



(a) (b)

FIGURE 1.14 – Schéma du pont capillaire : a) caratéristiques géomètriques b) approximation toroïdale

$$\begin{aligned} r_1(z_h) &= r_1 \\ r_2(z_h) &= r_2(0) + r_1 \left[1 - \sqrt{1 - \left(\frac{z_h}{r_1} \right)^2} \right], \end{aligned} \tag{1.13}$$

où z_h est la coordonnée azimuthale, comprise entre $-h/2$ et $+h/2$. Equations 1.11 et 1.13 indiquent que la différence de pression à l'interface dépend donc de z_h. L'approximation dite "Gorge method" consiste à estimer que la pression du liquide au niveau de la gorge est constante ($z_h = 0$), la force capillaire est alors la somme d'un terme de pression et d'un terme de tension superficielle avec [67, 98] :

$$\begin{aligned} F^{cap} &= \pi r_2(0)^2 \Delta P + 2\pi r_2(0)\Gamma \\ &= \pi r_2(0)\Gamma \left[1 + \frac{r_2}{r_1} \right] \end{aligned} \tag{1.14}$$

Le calcul de r_2 et r_1 requiert de connaître h et V_0 et est complexe, une approximation moins précise, mais dont le calcul est plus simple, est donnée par la formule de Maugis [78] :

$$F^{cap} = \pi a \Gamma (1 - \frac{h}{\sqrt{h^2 + \frac{4V_0}{a}}}) \tag{1.15}$$

La formule de Soulié se veut plus précise et permet d'introduire une polydispersité entre les particules avec [135]

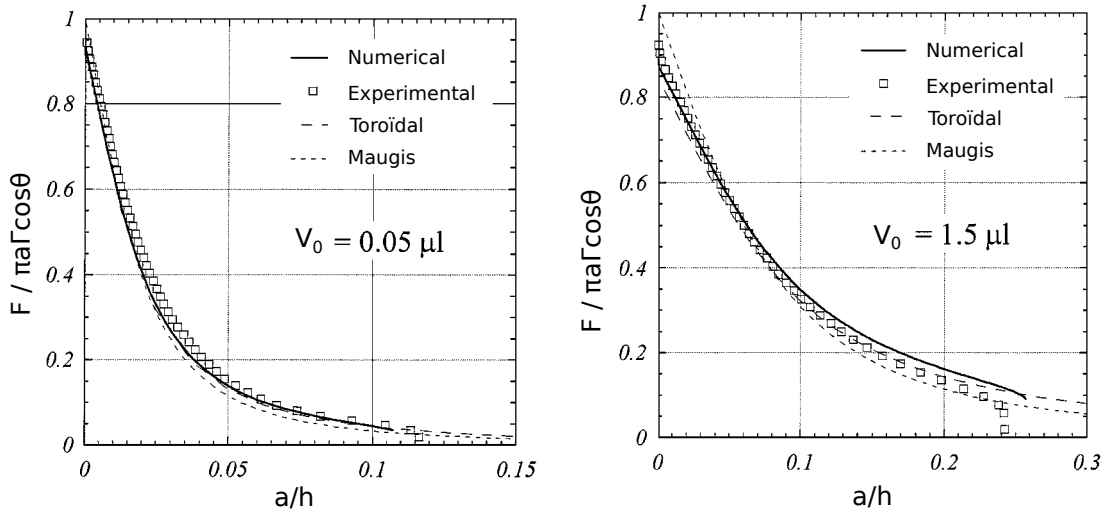
$$F^{cap} = \pi \Gamma \sqrt{R_1 R_2} (C + e^{A\frac{a+h}{R_2} + B}), \tag{1.16}$$

où R_1 et R_2 sont les rayons respectifs de la petite et de la grande particule et A, B et C sont des fonctions du volume du pont capillaire.

Dans le cas d'un déplacement quasistatique, il est possible de montrer que pour des distances h trop grandes, les forces capillaires ne peuvent plus stabiliser les ponts qui se rompent, est alors définie une distance de rupture d_{rupt} qui est tributaire du volume de liquide V_0 avec [45, 142] :

$$d_{rupt} = (1 + \frac{\theta}{2})(V^{1/3} + 0,1V^{2/3}) \approx V^{1/3} \tag{1.17}$$

Les données expérimentales permettent de confirmer ce critère théorique de rupture, pour les matériaux présentant une forte affinité ($\theta \approx 0$) il est raisonnablement approximé par le premier terme en puissance 1/3 [45, 79, 98]. Ce critère introduit un comportement hystérétique des ponts capillaires dont la formation se fait au contact (ou proche du contact) alors que la rupture survient pour des distances bien plus grandes, de l'ordre de $10^{-1}a$ (pour des fractions en liquide Φ_L de l'ordre de 0.1). La figure 1.15 compare des résultats expérimentaux et numériques avec les approximations de Maugis et toroïdale. Si dans l'ensemble, les équations 1.14 et 1.15 décrivent la force avec une très bonne précision, les données expérimentales présentent un décrochage à proximité de la rupture qui n'est capturé par aucun des deux modèles [98]. Numériquement, l'utilisation de l'équation 1.15 avec l'ajout d'un cut-off pour $h > d_{rupt}$ suffit à obtenir une précision convaincante [135, 45]. Les études numériques montrent que la forme de l'hystérésis de formation-rupture a une forte influence sur les propriétés d'écoulement des matériaux granulaires [59, 128]. Cependant en termes de quantité de liquide, Les limites restreintes de l'état pendulaire font que cette forme évoluent peu en réalité.



(a) (b)

FIGURE 1.15 – Force capillaire : données expérimentales, numériques et modèles. a) faible volume de liquide b) fort volume de liquide. Extrait de [98]

Il faut finalement noter, que l'expérience montre que la rupture d'un pont survient plus tardivement, c'est-à-dire que la distance de rupture augmente, lors de rupture dynamiques [98, 79].

Régime funiculaire : Cas des liaisons complexes

Avec l'adjonction d'une quantité de fluide importante, les ponts capillaires sont susceptibles de coalescer pour former des morphologies plus complexes. À ce stade, il existe toute une zoologie de liaisons, dont la formation et la quantité est largement tributaire du volume de liquide introduit (cf Fig. 1.16) [122]. Parmis ces dernières, la liaison la plus étudiée est le trimère (cf Fig. 1.17a, 1.17b et 1.18). Cette morphologie implique trois particules liées deux à deux par une interface liquide/gaz (cf Fig. 1.17a), les interactions engendrées sont tributaires des distances entre les centres des particules. Il faut aussi noter que pour des écartements trop importants, la morphologie est aussi susceptible de se transformer en dimère (cf Fig. 1.17d), le dimère étant à distinguer du cas pendulaire par l'existence d'une interface liquide/gaz qui lie toujours chaque couple de particules (cf Fig. 1.17c et 1.17e).

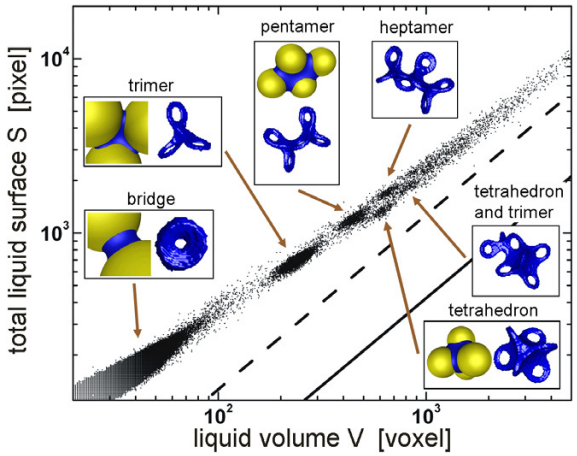


FIGURE 1.16 – Zoologie de morphologies observables au microtomographe. Extrait de [122]

La difficulté à modéliser le système trimère/dimère reste aujourd'hui un obstacle majeur à la compréhension des interactions qu'il engendre. Cette difficulté est le résultat d'un double problème :

— Similairement au cas du pont simple, l'existence d'une double morphologie trimère-dimère implique la notion d'un comportement hystérétique avec des distances de coalescence et de rupture différentes. Le domaine d'existence du dimère ne peut cependant pas être limité à une simple distance de rupture, dans le cas d'une séparation par élongation comme illustré par la figure 1.18, il faut s'attendre à voir apparaître un pont capillaire simple. L'existence du système trimère-dimère dépend donc non de une, ni de deux mais bien des trois distances intercentres.

— Contrairement au pont simple, la courbure de l'interface liquide/gaz ne décrit pas une surface de révolution, cette dernière est notamment dépendante des 3 distances intercentres et ne peut être décrite convenablement aussi simplement qu'avec l'approximation toroïdale. La plupart des études de la courbure avec les distances demandent donc une résolution de l'équilibre de l'interface via des logiciels de type "Surface Evolver" [127, 141]. La difficulté à déterminer l'interface rend très complexe le calcul des pressions de Laplace et donc des forces cohésives.

Dans le cadre d'une élongation simple comme illustrée par la figure 1.18, il est possible d'évaluer la force cohésive qui s'applique sur la bille du bas en fonction de l'angle de contact θ et de la distance de séparation. L'expérience montre, conformément aux figures 1.19 a) et b), que la force décroît avec la distance et l'angle de contact [141, 127]. Son maximum n'est d'ailleurs pas atteint au contact pour θ non nuls. Contrairement au cas pendulaire, l'influence du volume de liquide est aussi notable. Au contact la force décroît avec le volume,

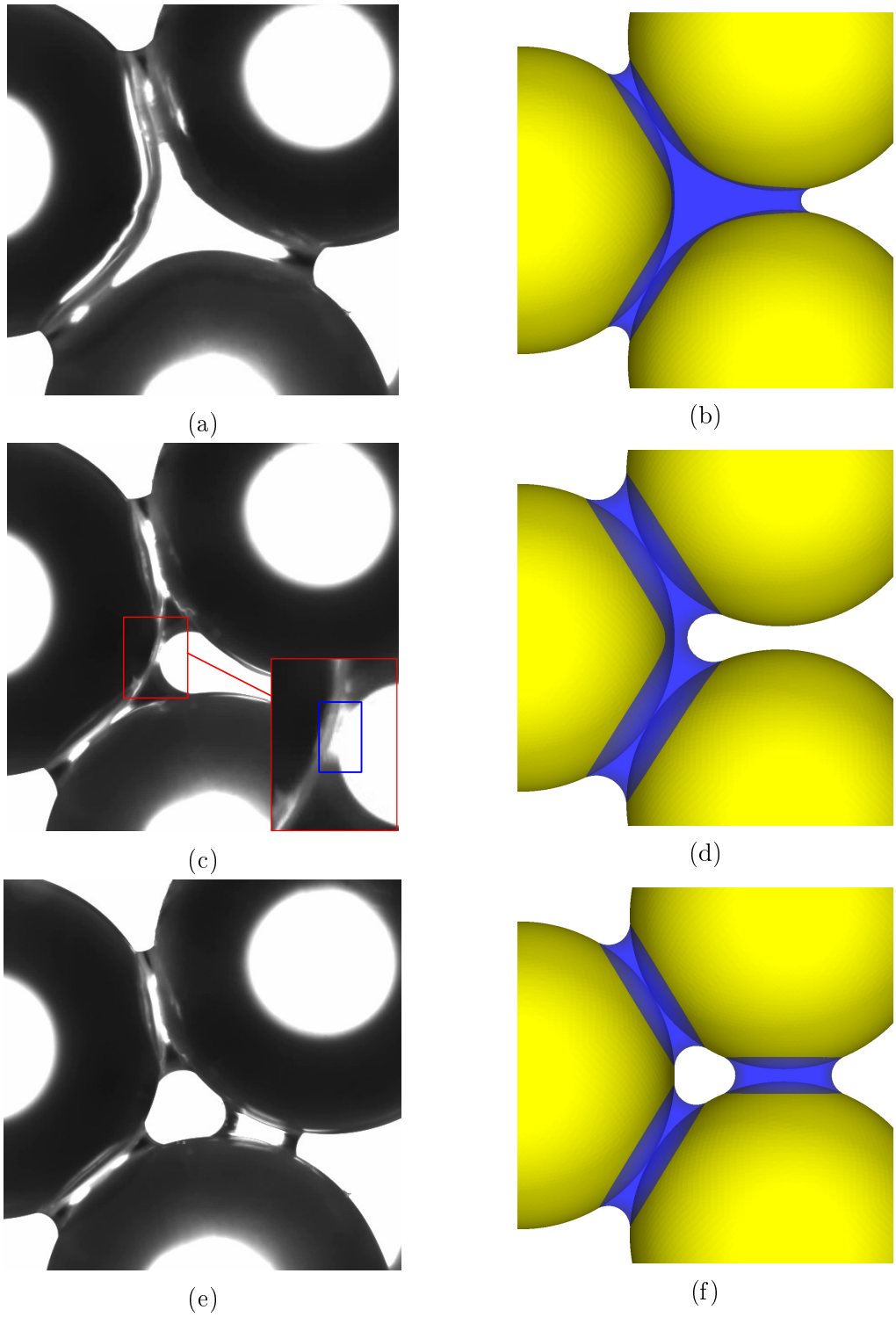


FIGURE 1.17 – Morphologies complexes : a) et b) photo et schéma d'un trimère. c) et d) photo et schéma d'un dimère. e) et f) photo et schéma d'une liaison tripendulaire. Extrait de [127].

puis passée une certaine distance de rupture d'environ $0,3$ rayon la force augmente avec le volume [141]. Enfin, il faut noter que la force mesurée dans cette expérience peut dépasser la force du pont capillaire pour de faibles volumes de liquide et au contact (cf Fig 1.19 a)).

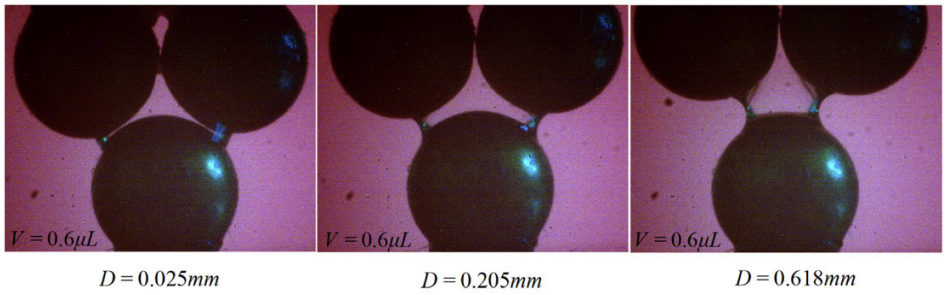


FIGURE 1.18 – Elongation du trimère : expérience sur billes de ruby. Extrait de [141].

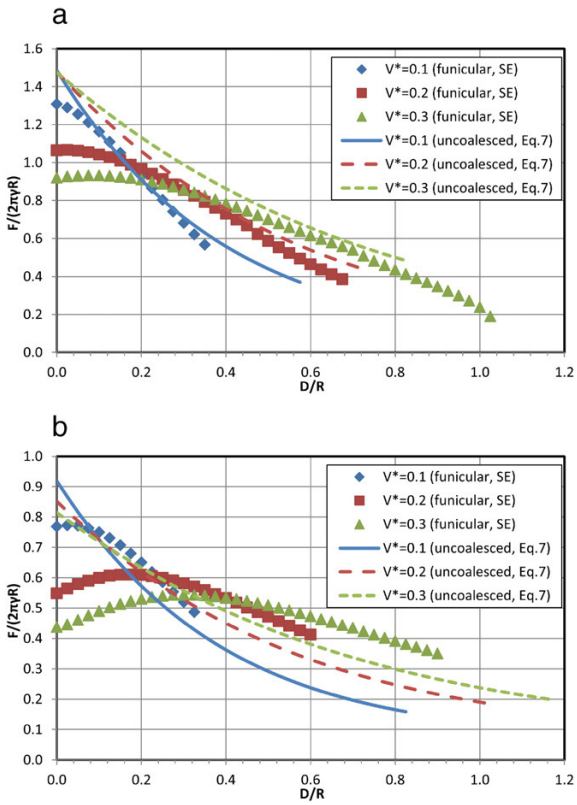


FIGURE 1.19 – Force cohésive dans un trimère : Mesure de la force cohésive pour un angle de contact de a) 0° et b) 50° pour divers volumes de liquide. En ligne, des estimations via un modèle de pont double non coalescents. Extrait de [141].

1.3 Comportement mécanique

1.3.1 Grandeurs physiques pertinentes : cas du cisaillement simple avec confinement

Dans le cadre du cisaillement simple d'un matériau granulaire non-saturé, schématisé par la figure 1.20, on est amené à se demander quelles sont les grandeurs pertinentes qui vont gouverner l'écoulement. Pour décrire le système le plus simple possible, ces grandeurs sont :

- Pour les grains
  - le diamètre a,
  - la densité ρ_s,

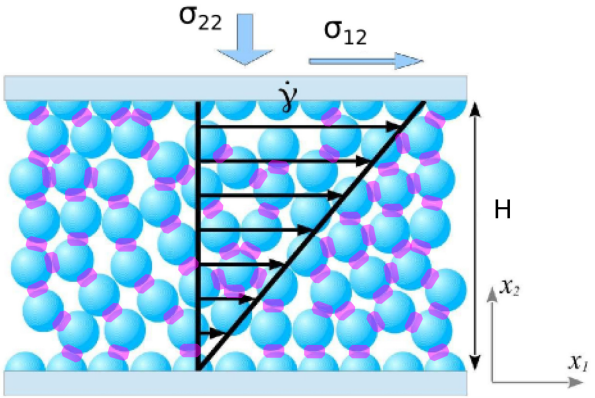


FIGURE 1.20 – Cisaillement d'un granulaire : le matériau est composé de grains (bleus) et d'un liquide (violet) qui remplit des interstice ou se loge aux points de contacts.

- le module d'Young $\tilde{E}$,
- le coefficient de Poisson ν,
- une rugosité h_r,
- un coefficient de frottement intergranulaire μ,
- un coefficient de restitution χ,
- le volume total V_S.

— Pour le fluide mouillant
- la viscosité η_f,
- la densité ρ_f,
- la tension de surface Γ,
- un angle de contact θ,
- le volume total V_L.

— Pour le système
- le confinement σ_{22},
- le cisaillement $\dot{\gamma}$,
- la température T,
- la hauteur H.

1.3.2 Paramètres de contrôle adimensionnés

Dans les systèmes étudiés, la taille des grains de l'ordre du mm proscrit toute diffusion (nombre de Peclet $P_e \sim 10^{-10}$). Dans des conditions ambiantes usuelles, avec des variations de température de l'ordre de 5° les évolutions des propriétés physico-chimiques sont négligeables (densité, tension superficielle, viscosité, ...). En plus des coefficients μ et χ déjà adimensionnés, les nombres sans dimension susceptibles d'avoir une influence sont au nombre de 3 ou 4. Pour chacun, il est nécessaire de contextualiser sa construction via une expression des forces ou des échelles de temps en jeu.

Raideur des contacts

La raideur κ des contacts compare la pression ressentie à l'échelle du grain à son module d'Young. Son inverse caractérise la déformation typique des grains sous l'effet d'une contrainte normale macroscopique σ_{22} [112, 99]. Pour des sphères de diamètre a, le modèle de Hertz-Mindlin (détaillé en section 2.3.2) décrit convenablement la déflexion h du contact et amène :

$$\kappa = \left(\frac{\tilde{E}}{\sigma_{22}}\right)^{2/3} \tag{1.18}$$

$$\frac{h}{a} \sim \kappa^{-1} \tag{1.19}$$

On constate une absence d'effet de la raideur des contacts dans la limite des grains indéformables, lorsque $\kappa \geq 10^3$. Classiquement, en simulation on trouve $\kappa > 10^4$.

Pression réduite

La pression réduite P^* compare les ordres de grandeur de la force nominale du confinement sur les grain et de la force cohésive F_0 générée par les liaisons capillaires [54, 39, 111, 59] (cf section 1.2.5). Dans le cas de ponts simples [57, 99], la pression réduite est définie par :

$$P^* = \frac{\sigma_{22} a^2}{F_0} \tag{1.20}$$

L'influence des forces cohésives doit donc d'autant plus se faire ressentir que P^* est faible. La pression réduite P^* est notamment connue pour avoir une forte influence sur l'état structurel des matériaux [106, 59], dans certaines publication on retrouve plutôt l'usage d'un nombre de cohésion $\eta_c = 1/P^*$ [11, 107]. Les matériaux cohésifs sont connus pour générer facilement une localisation du cisaillement qu'il s'agisse d'émulsions adhésives [32], de matériaux granulaires cimentés [29] ou de matériaux granulaires non-saturés [126, 59]. Les forts risques d'hétérogénéisation des matériaux et l'apparition de bande de cisaillement sont notamment pointés du doigt dans la littérature [32, 93]. Il est donc nécessaire de s'assurer qu'aucun phénomène de localisation ne survienne, à plus forte raison pour des effets cohésifs prédominants ($P^* < 1$).

Nombre d'inertie

Le nombre d'inertie I compare des temps caractéristiques de structuration $\tau_r = \sqrt{m/a\sigma_{22}}$ et de cisaillement $\tau_s = 1/\dot{\gamma}$ avec :

$$I = \dot{\gamma} a \sqrt{\frac{\rho}{\sigma_{22}}} \tag{1.21}$$

Le nombre I correspond donc à un taux de cisaillement adimensionné (racine carrée du nombre de Savage [119]) qui permet de séparer des régimes d'écoulement [24, 82, 46, 41, 30, 52, 43, 35, 136]. Dans le cadre des matériaux secs, on observe les 3 types de comportements solide, liquide et gazeux pour des valeurs de I croissantes [49, 82], chaque régime se caractérisant par une structure et/ou un type d'interaction différent (exclusion stérique ou chocs)

[30] dont nous discutons en section 1.6.1. En l'absence d'effets inertiels, lorsque $I << 1$, on observe un régime quasistatique où le comportement du matériau est indépendant de I, au-delà la destructuration du matériau entraîne une évolution de ses propriétés, on parle alors de régime inertiel. En général la transition entre les deux régimes peut se situer aux alentours de $I = 10^{-2}$. Le nombre inertiel fait l'objet d'une utilisation très extensive en rhéologie des matériaux granulaires depuis le milieu des années 2000, tant pour les études expérimentales [52, 106, 6, 15, 30, 11] que numériques [24, 43, 106, 95, 6, 8, 59].

La teneur en liquide

La teneur en liquide est définie ici avec :

$$\frac{\Phi_L}{\Phi_S} = \frac{V_L}{V_S} \tag{1.22}$$

Cette teneur ne doit pas être inversée avec celle fréquemment invoquée dans la littérature, qui compare le rapport des masses liquide et solide. Contrairement à la saturation S_w ou à la teneur volumique en liquide Φ_L, la teneur en liquide est indépendante des conditions de chargement. Un matériau est donc complètement défini sur la base de sa teneur en liquide et de la viscosité dudit liquide. On a une importante relation :

$$\frac{\Phi_L}{\Phi_S} = S_w \frac{1 - \Phi_S}{\Phi_S} \tag{1.23}$$

Si les bornes de l'état pendulaire peuvent être définies par [47, 87, 45, 57] :

$$10^{-3} \leq S_w \leq 1.5 \times 10^{-1} \tag{1.24}$$

En supposant que Φ_S est raisonnablement compris entre $0,59$ et $0,64$ ces bornes se traduisent à nouveau avec :

$$7 \times 10^{-4} \leq \frac{\Phi_L}{\Phi_S} \leq 8.5 \times 10^{-2} \tag{1.25}$$

Connaître la quantité de liquide est primordial pour déterminer la manière dont le fluide influence les propriétés mécaniques des matériaux granulaires. Si en état pendulaire ce sont les ponts capillaires qui déterminent le comportement, en dehors de cet état, il faut s'attendre à ce que ce soit l'écoulement du fluide dans les pores qui ait une influence prépondérante [137]. Il faut aussi noter qu'en état pendulaire, faire croître Φ_L/Φ_S augmente sensiblement la contrainte de cisaillement [105, 33, 59].

Le nombre visqueux

Dans le cas de matériaux granulaires immergés et confinés, différent du cas des suspensions denses gouvernées par une loi de comportement de type Krieger-Dougherty, le nombre visqueux V_i permet de caractériser efficacement le comportement macroscopique sous écoulement [15, 14]. Ce nombre compare la contrainte de cisaillement $\eta_f \dot{\gamma}$ du fluide immergeant au confinement σ_{22} avec :

$$V_i = \frac{\eta_f \dot{\gamma}}{\sigma_{22}} \tag{1.26}$$

Dans le cadre des matériaux non saturés cependant, dans la mesure où le fluide mouillant ne constitue plus une phase suspendante pour le système, ce nombre semble inapproprié pour décrire le comportement, la contrainte macroscopique visqueuse $\eta_f \dot{\gamma}$ n'ayant plus de source physique. Si la viscosité du liquide interstitiel a une influence sur le comportement macroscopique du système, il semble donc plus cohérent d'aller chercher les origines de cette influence dans des effets microscopiques (abordés en section 1.6.3).

1.3.3 Grandeurs physiques mesurées

Dans le cas d'un cisaillement simple comme défini par la figure 1.20, l'aspect dilatant des matériaux et la présence d'un seuil (divergence de la viscosité macroscopique η - à ne pas confondre avec celle du liquide η_f) nous invite à caractériser le comportement des matériaux granulaires en écoulement via les deux paramètres adimensionnés Φ_S et μ^*, appelés respectivement **compacité** et **coefficient de frottement macroscopique**, définis par :

$$\Phi_S = \frac{V_S}{\Omega}, \tag{1.27}$$

$$\mu^* = \frac{\langle \sigma_{12} \rangle_t}{\sigma_{22}}, \tag{1.28}$$

où Ω est le volume de la cellule, tributaire uniquement de la hauteur H de matériau cisaillé et $\langle \sigma_{12} \rangle_t$ est une moyenne temporelle de σ_{12}. Dès lors que κ est suffisamment grand, l'étude des matériaux granulaires sous format de sphères monodisperses se résume donc à l'étude de l'influence des 3 paramètres du matériau μ, χ et Φ_L/Φ_S et des 3 paramètres de chargement P^*, I et V_i, avec des lois de comportement sous la forme :

$$\Phi_S = \Phi_S(P^*, I, \chi, \mu, V_i, \Phi_L/\Phi_S) \tag{1.29}$$

$$\mu^* = \mu^*(P^*, I, \chi, \mu, V_i, \Phi_L/\Phi_S) \tag{1.30}$$

1.4 Ecoulement de matériaux granulaires : la rhéologie $\mu^*(I)$

Régimes d'écoulement

La caractérisation du comportement via le nombre I est désormais très classique en rhéologie des matériaux granulaires. Elle présente l'avantage de séparer adéquatement les domaines d'écoulement, notamment :

- En domaine quasistatique $I \to 0$: les propriétés d'écoulement macroscopiques μ^* et Φ_S ne dépendent pas de I.
- Et en régime d'écoulement inertiel $I < 0,1$: le temps de structuration du matériau n'est plus négligeable, μ^* et Φ_S dépendent fortement de I.

Lois de comportement : matériaux secs

Pour des matériaux secs présentant de faible déflexions $\kappa \geq 10^4$, à frottement intergranulaire μ fixé, les lois de frottement et de dilatance sont des fonctions de I seul conformément aux équations 1.65 et 1.64 :

$$\left\{ \begin{array}{ll} \mu^* = & \mu^*(I) \\ \Phi_S = & \Phi_S(I) \end{array} \right. \tag{1.31}$$

Selon la plage d'inertie I étudiée les résultats ont pu suggérer plusieurs formes pour les dépendances de μ^* et Φ_S à I. Ainsi, les gammes de I restreintes (en dessous de 2 décades) sont bien décrites par des dépendances linéaires :

$$\left\{ \begin{array}{l} \mu^*(I) = \mu_0^* + (\mu_1^* - \mu_0^*)I \\ \Phi_S(I) = \Phi_{S,0} + (\Phi_{S,1} - \Phi_{S,0})I \end{array} \right. \tag{1.32}$$

Les gammes de I plus larges sont, quant à elles, mieux décrites par des dépendances en loi puissance, dites de Hatano, avec :

$$\left\{ \begin{array}{l} \mu^*(I) = \mu_0^* + \alpha I^{n_1} \\ \Phi_S(I)^{-1} = \Phi_{S,0}^{-1} + \beta I^{n_2} \end{array} \right. \tag{1.33}$$

De telles lois (1.32 et 1.33) sont inadaptées dans la limite $I \to \infty$, si c'est une évidence dans le cas de la compacité pour laquelle seraient, à terme, observées des valeurs négatives, la question peut néanmoins se poser dans le cadre du frottement. L'étude expérimentale sur plan incliné suggère une convergence de μ^* plutôt qu'une divergence lorsque $I \to \infty$. Pour balayer les régimes solide, liquide et gazeux, l'ajustement des données jugé adéquat est donné par une loi de Jop [52] :

$$\mu^*(I) = \mu_s^* + \frac{\mu_\infty^* - \mu_s^*}{1 + \frac{I_0}{I}} \tag{1.34}$$

L'utilisation des ajustements décrits par les équations 1.33 et 1.34 requiert de balayer des plages de I relativement grandes (2 à 3 décades minimum), mais la reproduction des données est extrêmement fidèle comme peut en attester la figure 1.21

Lois de comportement : matériaux non-saturés

Matériaux cohésifs et matériaux pulvérulents présentent des comportements qualitativement similaires. Qu'il s'agisse de systèmes numériques 2D ([11]), 3D ([59] ou expérimentaux [97, 105]), les études récentes montrent que les matériaux granulaires non saturés conservent un seuil d'écoulement et leur écoulement visco-plastique expose toujours, au moins, les deux premiers régimes d'écoulement à savoir le régime quasistatique et le régime inertiel. Ces observations qualitatives sont toutes décelables sur des courbes d'écoulement obtenues sur des matériaux numériques 3D (cf. figure 1.22). La différence majeure entre figures 1.21 et 1.22 semble être une translation des courbes de μ^* vers le haut et de Φ_S vers le bas à mesure que P^* décroît.

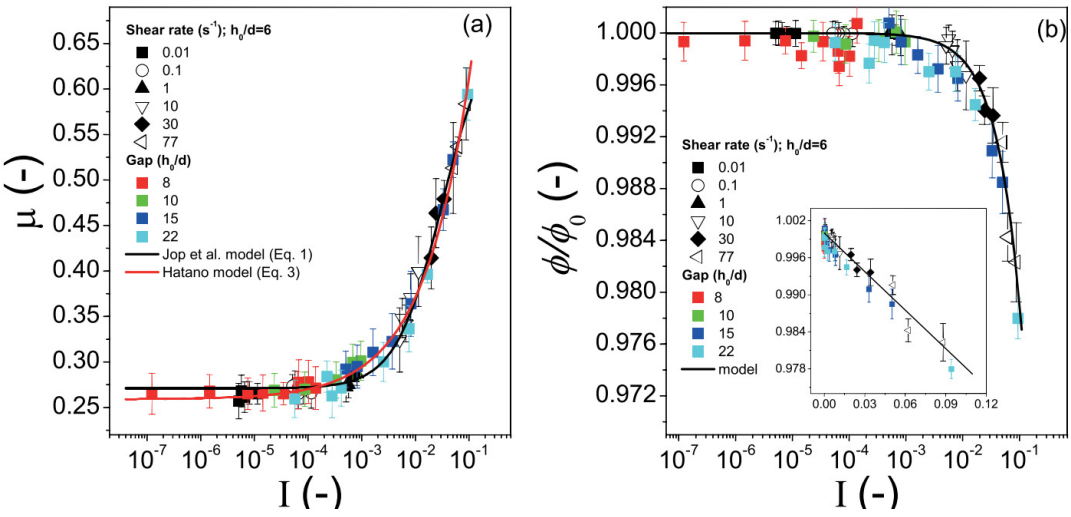


FIGURE 1.21 – Courbes d'écoulement des matériaux secs pour diverses tailles de grains et avec différents set-up expérimentaux. Des ajustements de Hatano (en rouge à gauche et noir à droite) et de Jop (en noir à gauche).

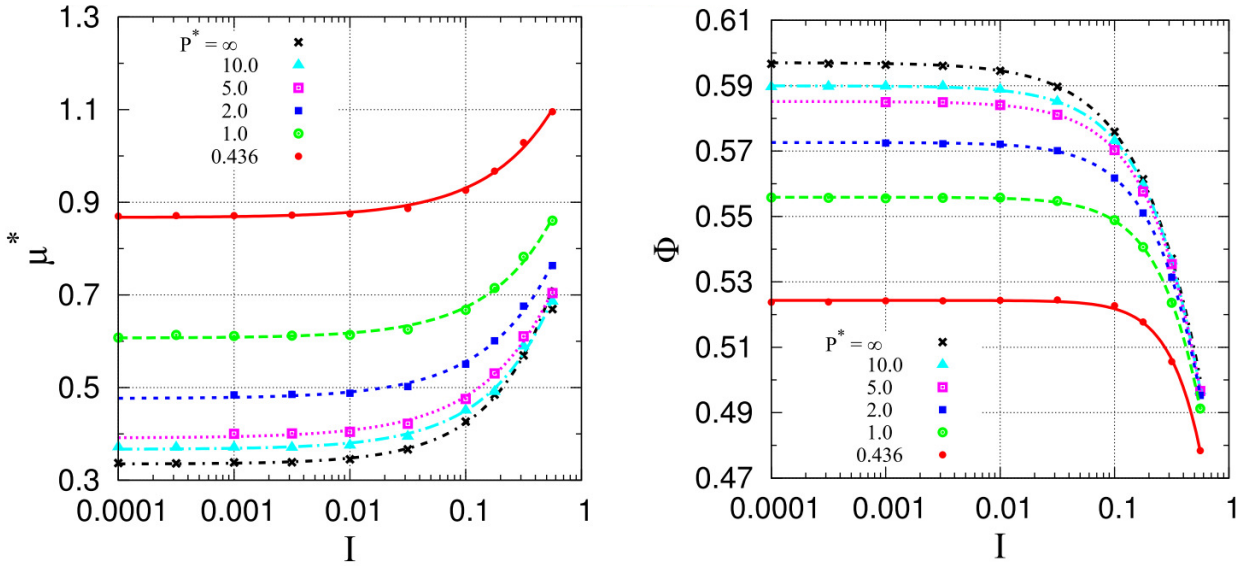


FIGURE 1.22 – courbes d'écoulement 3D : a) $\mu^*(I)$ et b) $\Phi_S(I)$, pour $\mu = 0,3$ et diverses valeurs de P^*. Extrait de [57].

Aperçu structurel des matériaux non-saturés

Comme illustré par la figure 1.23 pour un système numérique 2D, les matériaux non-saturés conservent, à l'instar des matériaux secs, leur comportement dilatant avec I. Mais, ils présentent aussi une dilatation à mesure que l'effet cohésif croît (P^* décroissant) [38, 107]. La dilatance dans le cas cohésif est notamment due à la capacité de structures lâches à soutenir un confinement [38], capacité qui s'amenuise à mesure que P^* croît [39].

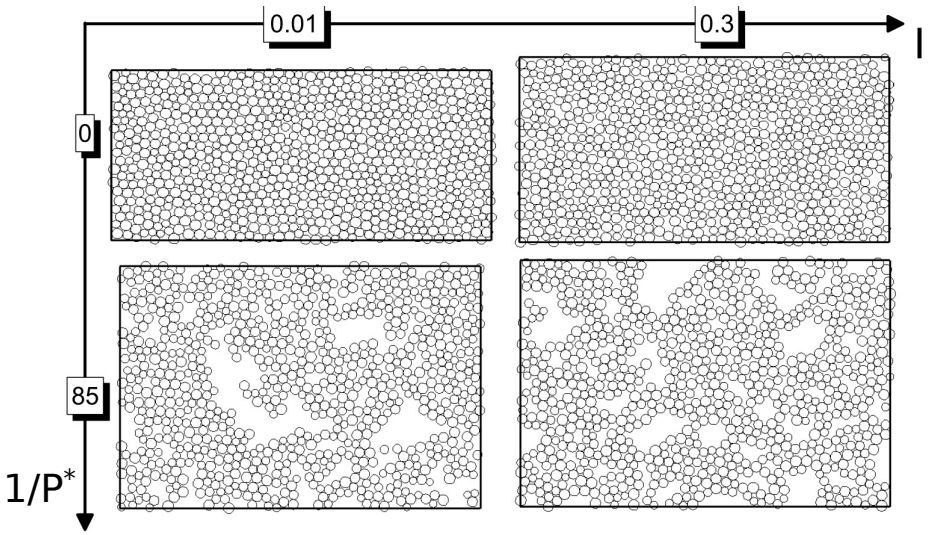


FIGURE 1.23 – Microstructure 2D : cohesion et inertie. Extrait de [107]

1.5 Microstructure

1.5.1 Coordination

Le nombre de coordination z estime la moyenne des interactions par particule. Pour un nombre N d'interactions entre N_P particules, z s'écrit donc :

$$z = \frac{2N}{N_P} \tag{1.35}$$

Numériquement, certaines particules sont exemptes de participation à la transmission des contraintes. Elles n'ont donc aucune influence sur le comportement macroscopique. Si l'on décompte selon un nombre n_p ces particules, il est possible d'écrire une nouvelle coordination z_r de sorte que :

$$z_r = \frac{2N}{(N_P - n_p)} \tag{1.36}$$

Empiriquement, l'expérience montre que, dans un assemblage de sphères monodisperses qui n'interagissent que par contact, z et z_r sont limités à une valeur de 6 [1, 110, 92, 27]. Et dans le cas d'un équilibre statique, il est possible de montrer que z_r est aussi nécessairement supérieur à 4 (condition d'hypostaticité) [57]. Dans le cadre de matériaux cohésifs, où les particules sont capables d'interagir à distance, la coordination se subdivise selon les interactions de contact z_C et les interactions à distance z_D. La figure 1.24b montre, pour un système cohésif 3D, que le nombre de contact décroît très faiblement pour P^* croissant [2, 74], la forte dépendance de z avec l'effet cohésif repose quasi-entièrement sur une forte dépendance de z_D à ce même effet. À l'instar des matériaux sec, les matériaux cohésifs exhibent une forte décroissance de z avec I qui est attribuable à la chute drastique de z_C hors du régime quasistatique, lorsque les situations hors équilibre peuvent exister.

Pour des matériaux présentant des interactions de contact et à distance, aux nombres respectifs de N_c et N_d, on a alors :

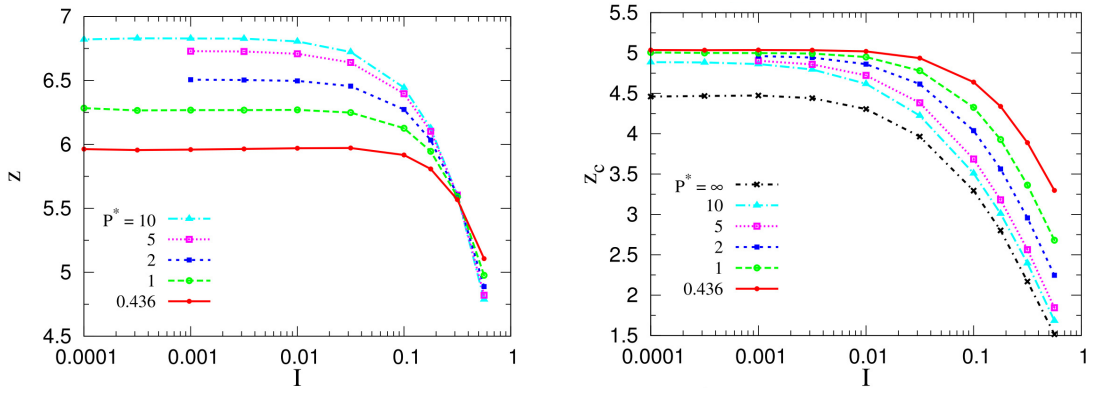


FIGURE 1.24 – Influence de I sur z et z_c pour diverses valeurs de P^*, $\mu = 0.35$. Extraits de [59]

$$z_C = \frac{2N_c}{(N_P)} \tag{1.37}$$

$$z_D = \frac{2N_d}{(N_P)} \tag{1.38}$$

$$z = z_C + z_D \tag{1.39}$$

1.5.2 Proches voisins

Le nombre de proche voisin, définit comme la somme du nombre de coordination et de l'intégrale jusqu'à une distance h de la fonction de corrélation de paires ,s'écrit :

$$z(h) = z(0) + 4\pi \int_a^{a+h} r^2 g(r) dr \tag{1.40}$$

avec l'égalité $z(0) = z$. Cette information microstructurelle permet de décrire l'environnement directement accessible aux particules, si l'on s'intéresse à la grandeur $z(h) - z(0)$ on met notamment en avant la réserve d'interactions mobilisables et non-mobilisées à courte portée. Pour un matériau sec, présentant deux configurations avec des compacités similaires mais des nombre de coordination très différents, c'est donc que la distribution des proches voisins exhibe dans un cas une très forte réserve d'interactions mobilisables et pas dans l'autre [2]. Dans cet esprit, la figure 1.25 offre une comparaison de $z(h)$ pour un matériau sec sous deux configuration A et C différentes. Sous une compression de 100 kPa, ces configurations ont des compacités respectives de 0.637 et 0.635 et des nombres de coordination respectifs de 6.074 et 4.56. On peut effectivement constater que la configuration C, moins contactante, présente une croissance de sa distribution $z(h)$ bien plus forte que celle de la configuration A et donc a fortiori des valeurs plus importantes de $z(h) - z(0)$. Cette plus forte valeur de $z(h) - z(0)$ souligne la possibilité, sous une nouvelle contrainte, de mobiliser plus aisément de nouvelles interactions dans la configuration C que dans la configuration A.

S'il est contre-intuitif de penser qu'un système sec et dense présente une coordination plus faible qu'un système cohésif et lâche, c'est parce que le moteur de cette coordination plus élevée réside dans le drainage des proches voisins. Ainsi pour un système 3D cohésif, la figure 1.26 illustre l'évolution de $z(h)$ avec P^*. Si la valeur de $z(0) = z_c$ décroît légèrement

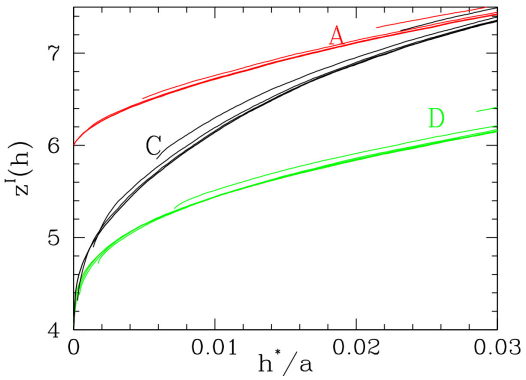


FIGURE 1.25 – Illustration des proches voisins pour 3 configurations A, C et D d'un même matériau. À pression de confinement égale, les configurations A et C présentent une compacité extrêmement similaire. Extrait de [2]

avec P^*, la fonction $z(h)$ croît beaucoup plus vite avec h, de sorte qu'à longue distance ($h = 0,1a$) le nombre de proche voisin est finalement bien supérieur dans les matériaux secs et/ou faiblement cohésifs. Cette figure illustre donc un resserrement, voire un drainage, des proches voisins autour de valeurs de h plus faibles à mesure que la cohésion est plus forte (voir insert de la figure 1.26).

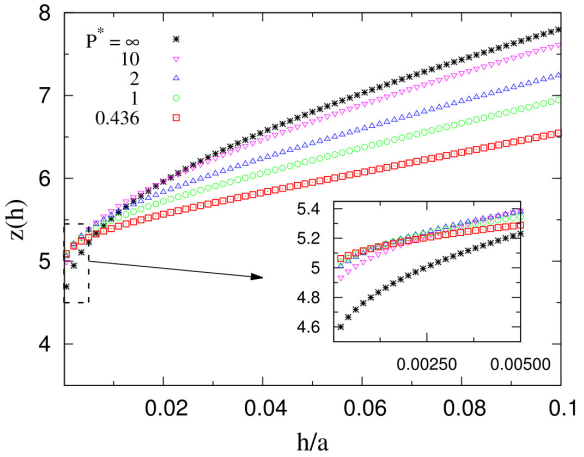
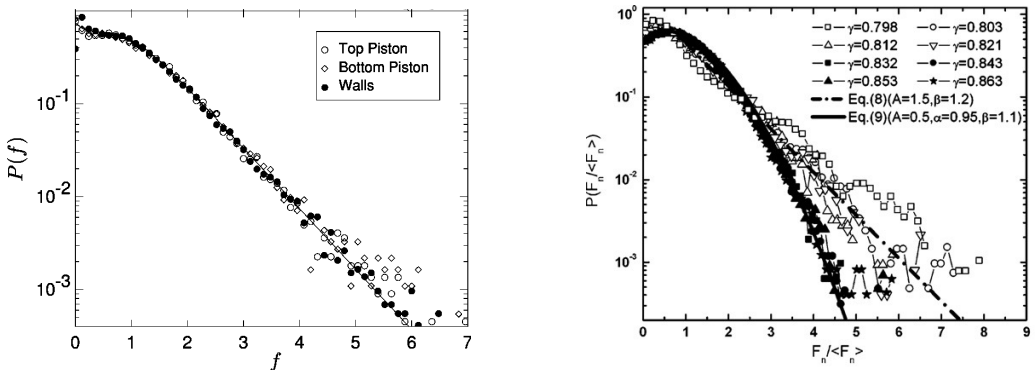


FIGURE 1.26 – Fonction $z(h)$ pour diverses valeurs de P^*, $I = 10^{-3}$ et $\mu = 0.35$. Extrait de [59].

D'un point de vue structurel, il est possible de faire un parallèle entre ces résultats, évoqués par la figure 1.26, et les clusters qui apparaissent dans les milieux cohésifs comme évoqués par la figure 1.23. Lesdits clusters présentent une très forte coordination, sont en interaction les uns avec les autres et génère de grandes zones de vide dans le matériau. Ils sont donc à l'origine de la diminution de la pente de $z(h)$ aux fortes valeurs des h et de l'augmentation contre-intuitive de z malgré une décroissance de Φ_S. La question se pose alors quant à l'introduction d'un diamètre caractéristique de cluster qui gouvernerait le comportement des matériaux cohésifs. L'évolution de la fonction de proches voisins $z(h)$ avec I a aussi été étudiée mais l'effet inertiel, bien qu'existant, est très négligeable face à l'effet de la pression réduite [94, 95].

1.5.3 Distribution des forces

Similairement aux simulations numériques, il a été montré que l'utilisation de papier carbone lors d'expériences de compression permet d'obtenir, localement, des données sur les distributions de forces dans les matériaux secs [88]. Malgré l'aspect local de ces données, la distribution des forces mise en avant (voir figure 1.27a) présente la même décroissance exponentielle que pour des données obtenues numériquement sur l'ensemble d'un matériau granulaire (voir figure 1.27b) [129, 101]. La rareté des forces élevées, souligne le caractère anisotrope de la répartition des forces fortes dans les assemblées granulaires [102]. Toujours en se référant à la figure 1.27a, il est assez notable de remarquer que, pour une éprouvette cylindrique, la distribution des forces est la même sur tout le pourtour de l'éprouvette, soulignant ainsi l'absence de formation d'arches.



(a) (b)

FIGURE 1.27 – Distribution des forces dans le cas a) d'une compression quasi-statique expérimentale d'une éprouvette cylindrique avec relevé des forces sur les poutour de l'échantillon b) du cisaillement en géométrie de Couette d'un échantillon numérique pour diverses valeurs de densité (désignée par γ ici. Extraits respectifs de [88] et [140]

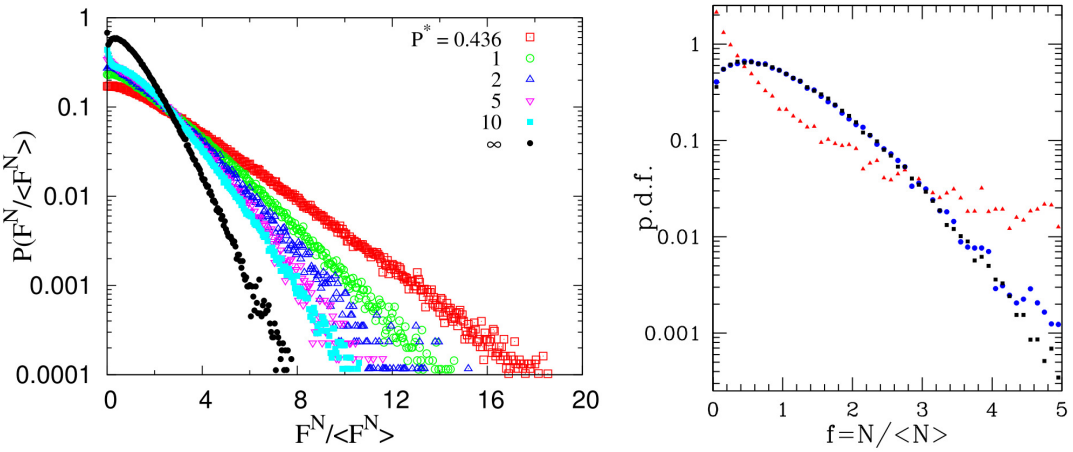
Dans le cadre de matériaux cohésifs, la distribution des forces normales est tributaire de I et P^*. Les figures 1.28b et 1.28a illustrent l'évolution de la probabilité P d'avoir une force égale à f pour des systèmes granulaires 3D, on constate que pour I croissant ou P^* décroissant les courbes s'aplatissent, signalant une augmentation de la fréquence d'apparition des forces fortes au détriment de l'apparition des forces faibles. Il est difficile de donner une forme systématique au début de courbe $f \to 0$ qui semble tributaire à la fois de I et de P^*, en contrepartie, la décroissance exponentielle de la queue de courbe $f \to \infty$ est bien connue dans le cas sec et est conservée dans le cas non-saturé. Les cas $I \to 0$ et $P^* \to \infty$ constituent des limites de comportement asymptotique où les distributions de forces ne varient plus.

1.6 Micromécanique

1.6.1 Transmission des contraintes

solides, liquides et gaz granulaires

Numériquement, il est possible, via une représentation du réseau des contacts illustré par les figures 1.29a et 1.29b, de mettre en évidence deux modes principaux de transmission des



(a) (b)

FIGURE 1.28 – Distributions des forces normales a) pour divers P^*, $I = 10^{-3}$ et $\mu = 0.35$ b) pour un matériau sec avec $I = 3.2 \times 10^{-1}$ (triangles rouges), $I = 3.2 \times 10^{-3}$ (disques bleus) et $I = 3.2 \times 10^{-5}$ (carrés noirs). Extraits respectifs de [59] et [94].

contraintes. Si aux faibles valeurs de I le cisaillement est repris par des chaînes de forces qui percolent à travers le système, ce sont des évènements rares ou plutôt des collisions binaires qui dissipent l'énergie du milieu dès lors que I est suffisament grand (régime collisionel). La chute drastique du nombre de coordination z (défini en section 1.5.1) avec I peut aussi attester de cette transition d'un comportement "liquide" à un comportement "gazeux".

(a) (b)

FIGURE 1.29 – Cisaillement simple 2D : les lignes représentent des interactions de paires d'autant plus fortes qu'elles sont larges. a) système lent $I = 10^{-2}$ b) système rapide $I = 0.2$, extrait de [24]

Collisions

En écoulement très rapide, l'interaction qui gouverne le comportement est la collision, à tel point que le parallèle avec le comportement d'un gaz a déjà été évoqué dans la littérature [40, 18]. L'énergie cinétique est non-négligeable et les interactions sont des évènements rares qui transfèrent, momentanément, beaucoup d'énergie. Pourtant, dans ces systèmes, le coefficient de restitution χ ne joue un rôle important que dans la limite $\mu \to 0$, comme en attestent, dans le cas 2D, les figures 1.30a à 1.30d [24, 94].

A fortiori, pour des écoulements lents $I < 0,1$ les lois d'écoulement peuvent donc se résumer à :

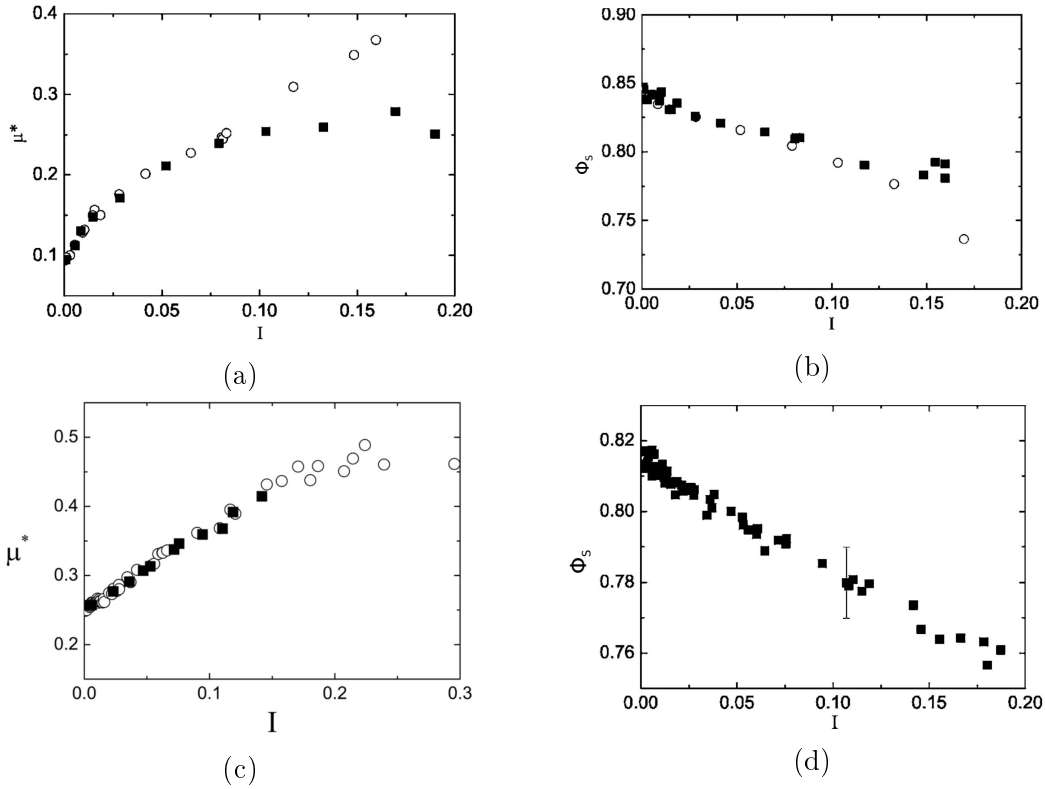


FIGURE 1.30 – Cisaillement simple 2D : a) et b) $\mu = 0$, χ vaut 0,1 (cercles ouverts) ou 0,9 (carrés pleins), c) $\mu = 0,4$, χ vaut 0,1 (cercles ouverts) ou 0,9 (carrés pleins) et d) $\mu = 0,4$ et les 2 valeurs de χ sont figurées en carrés noirs. Extraits de [24].

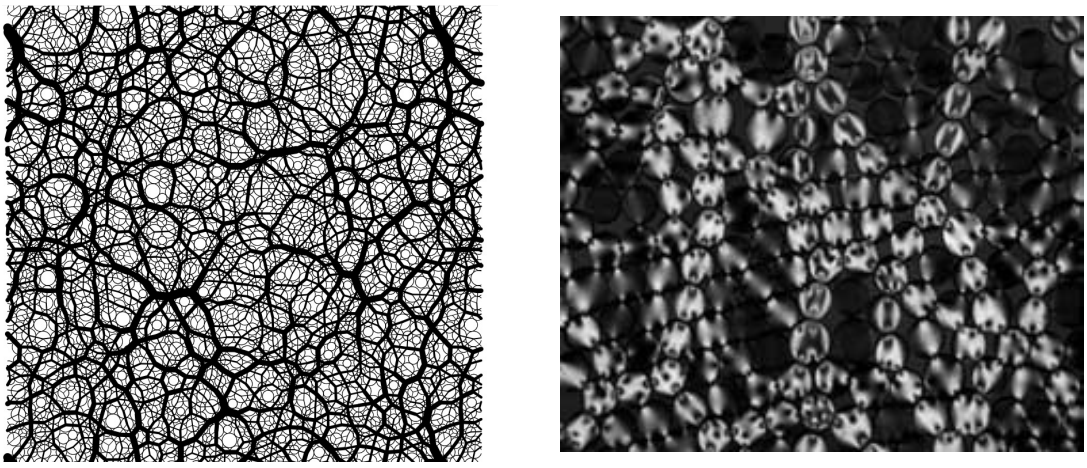
$$\Phi_S = \Phi_S(P^*, I, \mu, V_i, \Phi_L/\Phi_s) \tag{1.41}$$

$$\mu^* = \mu^*(P^*, I, \mu, V_i, \Phi_L/\Phi_s) \tag{1.42}$$

Chaînes de force

Des réseaux de forces peuvent être mis en avant expérimentalement avec des disques photo-élastiques, la figure 1.31b illustre un essai de compression œdométrique avec des disques photo-élastiques d'autant plus brillants qu'ils sont soumis à des efforts importants [73]. Les réseaux de forces obtenus, qu'ils le soient numériquement ou expérimentalement comme illustré par les figures 1.31a et 1.31b, exhibent de très importantes hétérogénéités caractérisées par un alignement de forces très intenses sur des distances aussi grandes qu'une dizaine de grains, alignement qui entre donc sous le vocable de **chaînes de forces**.

Ce sont ces chaînes qui, dans le squelette granulaire, relayent la majeure partie des contraintes. Pour des matériaux en apparence solide et liquide, le comportement est donc gouverné par la géométrie de ces chaînes ainsi que par l'intensité des forces qu'elles relayent [101, 102]. La persistance de ces chaînes dans le temps, notamment dans le cas d'un chargement statique, est néanmoins tributaire de l'existence de forces plus faibles qui stabilisent les chaînes en diffusant l'énergie dans l'ensemble de la structure granulaire [6]. Ces chaînes de force soulèvent donc les deux questions de la distributions de forces (cf. section 1.5.3) et de le l'anisotropie des interactions (cf. section 1.6.4).



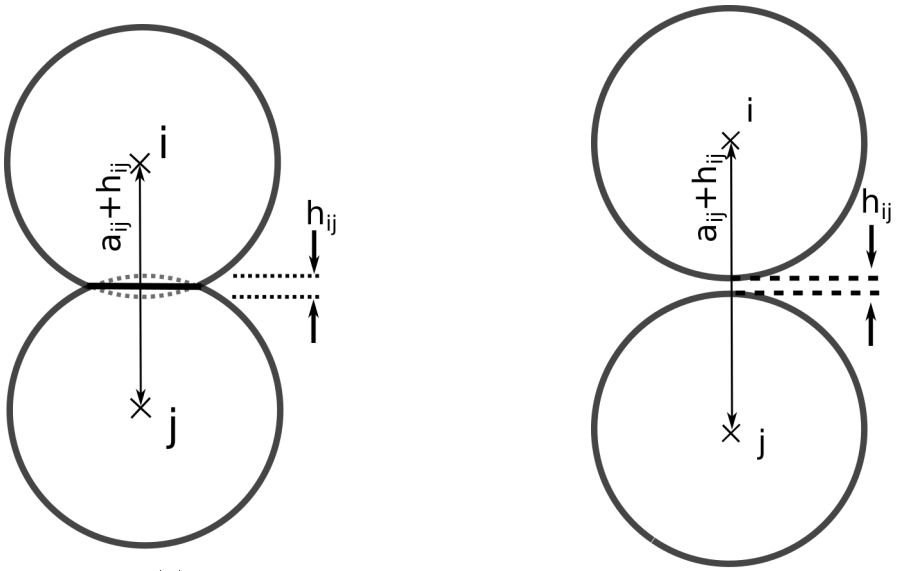
(a) (b)

FIGURE 1.31 – Illustration des chaînes de force dans un système granulaire a) numérique 2D sous l'effet d'un cisaillement simple et b) expérimental 2D sous l'effet d'une compression oedométrique. Extraits respectifs de [94] et [73]

1.6.2 Tenseur des contraintes de Cauchy

Expression du tenseur

Comme indiqué par les figures 1.32a et 1.32b On définit par $a_{ij} + h_{ij}$ la distance centre à centre pour deux particules en interaction, avec h_{ij} comptée négativement ou positivement selon que l'interaction est respectivement une interaction de contact (Fig. 1.32a) ou à distance (Fig. 1.32b). Pour des raisons de simplicité, on se place dans le cas d'une assemblée de sphères monodisperses de diamètre a.



(a) (b)

FIGURE 1.32 – Caractéristiques géométriques des paires en interaction pour les cas de particules a) en contact b) en interaction à distance.

Soit $\vec{F_{ij}}$ la force qu'une bille i transmet à une bille j et $\vec{n_{ij}}$ vecteur unitaire normal.

Le vecteur vitesse d'une particule "i" est notée $\vec{v_i}$, sa masse m_i. Pour un milieu granulaire consitué de N particules et de volume Ω, le tenseur des contraintes de Cauchy $\underline{\underline{\sigma}}$ s'écrit alors [21] :

$$\underline{\underline{\sigma}} = \frac{1}{\Omega}\left[\sum_{i=1}^{N} m_i \vec{v_i} \otimes \vec{v_i} + \sum_{i<j}(a_{ij} + h_{ij})\vec{F_{ij}} \otimes \vec{n_{ij}}\right] \tag{1.43}$$

Pour $\dot{\gamma}$ et a fixés, un ordre de grandeur pour le terme cinétique σ^k est donné par :

$$\sigma^k \sim \rho_s \Phi_s a^2 \dot{\gamma}^2 \tag{1.44}$$

Pour des cas assez extrêmes en termes d'inertie $a = 1\,\text{mm}$ et $\dot{\gamma} = 100\,\text{s}^{-1}$, on obtient $\sigma^k \sim 10^{-1}\,\text{Pa}$. Classiquement on sera amené à avoir $\sigma_{22} > 10^2\,\text{Pa}$. Le terme cinétique est donc négligeable et le tenseur des contraintes est adéquatement défini par le second terme de l'équation 1.43 qui devient simplement :

$$\underline{\underline{\sigma}} = \frac{1}{\Omega}\left[\sum_{i<j}(a_{ij} + h_{ij})\vec{F_{ij}} \otimes \vec{n_{ij}}\right] \tag{1.45}$$

En plus des contraintes élastiques du contact, décrites par le tenseur $\underline{\underline{\sigma}}^{cont}$, l'adjonction d'un fluide mouillant fait apparaître de nouvelles contraintes capillaires avec le tenseur $\underline{\underline{\sigma}}^{cap}$ et éventuellement des contraintes visqueuses avec le tenseur $\underline{\underline{\sigma}}^{vis}$. Le tenseur des contraintes de Cauchy est alors défini par la somme :

$$\underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{\sigma}}^{cont} + \underline{\underline{\sigma}}^{cap} + \underline{\underline{\sigma}}^{vis} \tag{1.46}$$

Le principe de contraintes effectives de Terzaghi [139], introduit pour décrire le comportement des matériaux saturés, peut être utilisé pour tenter de modéliser l'évolution des propriétés mécaniques d'un matériau comme le résultat d'une contrainte effective modifiée [91]. Dans un matériau où une pression capillaire P^{cap} (négative lorsque le fluide est mouillant) peut être définie, ce principe prévoit donc :

$$\sigma^{cont}_{\alpha\beta} = \sigma_{\alpha\beta} - P^{cap}\delta_{\alpha\beta} \tag{1.47}$$

Avec $\delta_{\alpha\beta}$ le symbole de Kronecker. Pour un matériau non-saturé, l'équation 1.47 prévoit donc un accroissement des contraintes normales et, dans l'hypothèse où σ^{cont}_{12} est proportionnel à σ^{cont}_{22}, comme dans le cas du matériau sec, alors on s'attend aussi à un accroissement de σ^{cont}_{12}. Bishop propose un raffinement de l'équation 1.47 pour prendre en compte la pression de l'air dans le comportement des sols non saturés [13], mais dans les deux cas le concept de contrainte effective repose toujours sur une vision isotrope du tenseur des contraintes capillaires. Vision mise en défaut dans les études numériques les plus récentes qui simulaient des essais triaxiaux de matériaux non saturés [124, 125]. En prenant en compte l'anisotropie de la contrainte capillaire un effet non négligeable est révélé sur la contrainte tangentielle, les grandeurs d'intérêts σ_{12} et σ_{22} deviennent :

$$\sigma_{22} = \sigma_{22}^{cont} + \sigma_{22}^{cap} \tag{1.48}$$
$$\sigma_{12} = \sigma_{12}^{cont} + \sigma_{12}^{cap} \tag{1.49}$$

Forces moyennes

L'expression du tenseur définie précédemment (cf Eq. 1.45) permet d'écrire la pression comme la moyenne des éléments diagonaux avec :

$$\begin{aligned} P &= \frac{1}{3} tr(\underline{\underline{\sigma}}) \\ &= \frac{1}{3} \sum_{\alpha=1}^{3} \left(\vec{n_\alpha}^{\,t} \cdot \underline{\underline{\sigma}} \cdot \vec{n_\alpha} \right) \\ &= \frac{1}{3\Omega} \sum_{ij} (a_{ij} + h_{ij}) \left[\sum_{\alpha=1}^{3} \left(\vec{n_\alpha}^{\,t} \cdot \vec{F_{ij}} \otimes \vec{n_{ij}} \cdot \vec{n_\alpha} \right) \right] \end{aligned} \tag{1.50}$$

Avec $\vec{n_\alpha}$ le vecteur unitaire selon la direction 1,2 ou 3 et $\vec{n_\alpha}^{\,t}$ sa transposée. Les forces tangentielles (dues au frottement) ne participent qu'à la partie déviatorique du tenseur des contraintes. On peut donc se ramener, lorsque l'on étudie la trace, à un cas où seules des forces normales seraient présentes. Ce qui nous permettra toujours d'écrire $\vec{F_{ij}} = f_{ij}\vec{n_{ij}}$, où f_{ij} est la norme des forces s'appliquant sur la paire ij. L'équation 1.50 se simplifie avec :

$$\begin{aligned} P &= \frac{1}{3\Omega} \sum_{ij} (a_{ij} + h_{ij}) f_{ij} \left[\sum_{\alpha=1}^{3} \left(\vec{n_\alpha}^{\,t} \cdot \vec{n_{ij}} \otimes \vec{n_{ij}} \cdot \vec{n_\alpha} \right) \right] \\ &= \frac{1}{3\Omega} \sum_{ij} (a_{ij} + h_{ij}) f_{ij} \left(n_1^2 + n_2^2 + n_3^2 \right) \\ &= \frac{1}{3\Omega} \sum_{ij} (a_{ij} + h_{ij}) f_{ij} \end{aligned} \tag{1.51}$$

Dans le cas de billes monodisperses de diamètre a, présentant un nombre de coordination z_C et des interactions de contact F_c^N pour lesquelles l'interpénétration est faible ($\kappa \geq 10^3$), l'équation 1.51 permet de relier pression et moyenne des forces normales avec :

$$P = \frac{z_C \Phi_S}{\pi a^2} \langle F_C^N \rangle_{N_c} \tag{1.52}$$

Cette relation se généralise en présences de forces normales F_d^N à distance $a+h$, une fois que l'on inclue la coordination à distance z_D on obtient donc [105] :

$$P = \frac{z_C \Phi_S}{\pi a^2} \langle F_C^N \rangle_{N_c} + \frac{z_S \Phi_S}{\pi a^3} \langle F_D^N (a+h) \rangle_{N_d} \tag{1.53}$$

1.6.3 Influence de la lubrification

Dans le cadre des ponts capillaires ainsi que des suspensions, il n'y a pas de large consensus sur des modèles d'interaction visqueuse. La forme hyperbolique d'une force normale $F_{v,N}(h,\dot{h})$ avec la distance semble cependant bien établie avec :

$$F_{v,N} \propto \eta a^2 \frac{\dot{h}}{h} \tag{1.54}$$

Des expériences permettent de montrer que cette forme est adaptée à la description de notre problème. On a ainsi la formule de Matthewson [98, 77] :

$$F_{v,N}(h) = \frac{3\pi\eta a^2}{8}(1 - \frac{h}{\sqrt{h^2 + \frac{4V_0}{a}}})\frac{\dot{h}}{h} = k_\eta(h)\frac{\dot{h}}{h} \tag{1.55}$$

Même si la queue de courbe ($h \sim d_{rupt}$) est discutable, ce n'est qu'à courte distance que les forces visqueuses sont intéressantes, là où elles sont susceptible de dominer la dynamique [81, 80]. Cette forme, issue d'un raisonnement sur sphère lisse, introduit cependant une divergence pour $h \to 0$ rendant tout contact impossible [10]. De fait, ce modèle reste trop simple et l'impossibilité de mise en contact est une grosse lacune physique. Il nous semble cohérent d'estimer que la rugosité des particules joue en fait un rôle de réservoir de vidange par lequel le liquide peut s'écouler, et ce, même pour des particules en déflexion. Plusieurs nouveaux modèles peuvent alors être proposés, en estimant que la déflexion impacte la rugosité :

$$F_{v,N}(h) = k_\eta(h)\frac{\dot{h}}{h + h_r} \tag{1.56}$$

En estimant que la rugosité n'est pas impacté par la déflexion :

$$F_{v,N}(h) = k_\eta(h)\frac{\dot{h}}{h + h_r}, h > 0 \tag{1.57}$$

$$F_{v,N}(h) = k_\eta(0)\frac{\dot{h}}{h_r}, h < 0 \tag{1.58}$$

Ou encore en estimant que la pente est conservée pour des valeurs négative de $h + h_r$ [131, 57] :

$$F_{v,N}(h) = k_\eta(h)\frac{\dot{h}}{h + h_r}, h > -h_r \tag{1.59}$$

$$F_{v,N}(h) = k_\eta(0)\frac{\dot{h}}{h_r}(2 - \frac{h}{h_r}), h < -h_r \tag{1.60}$$

En implémentant ces forces dans un modèle de mécanique des milieux continus, il est possible de simuler la rupture d'un pont unique. À une force F de séparation de deux particules de masse m s'opposent une force capillaire F_c et une force visqueuse $F_{v,N}$. On peut alors intégrer le temps de rupture $\tau_{c,\eta}$ correspondant au temps mis pour passer d'une distance $h = 0$ à $h = d_{rupt}$ en résolvant l'équation :

$$m\ddot{h} = F - F_c - F_{\eta,N} \tag{1.61}$$

$$h(t=0) = 0, \dot{h(t=0)} = 0$$
$$h(\tau_{c,\eta}) = d_{rupt}$$

Un temps de rupture de référence τ_c peut être défini comme le temps mis pour rompre, selon la même dynamique, un pont non-visqueux $F_{\eta,N} = 0$. La figure 1.33 montre l'évolution du ratio $\tau_{c,\eta}/\tau_c$ avec F, le jeu de paramètres proposé pour ces figures correspond aux paramètres imposés dans cette thèse. On constate qu'avec η_f de l'ordre de $100\,\mathrm{mPa\,s^{-1}}$, l'influence de la viscosité est négligeable ($\tau_{c,\eta}/\tau_c < 1,2$) sur la dynamique de rupture dès lors que $\Delta F/F_0$ est supérieur à 1. Pour η_f de l'ordre de $1000\,\mathrm{mPa\,s^{-1}}$, l'effet visqueux a une influence non négligeable sur cette même dynamique avec des temps de rupture multiplié d'un facteur 1 à 10 selon le couple (h_r,F).

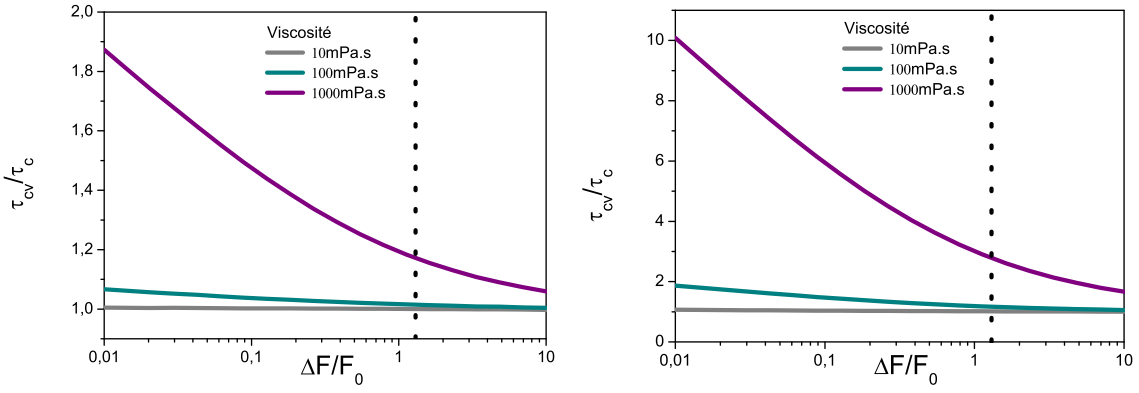


FIGURE 1.33 – Temps de rupture des ponts avec : une forte rugosité ($h_r/a = 10^{-2}$) (gauche) et une faible rugosité ($h_r/a = 10^{-3}$) (droite). En ordonnée $t_{rupt}(\eta)/t_{rupt}(\eta_f = 0)$ et en abscisse $F - F_{cap}/F_{cap}$.

L'équation 1.52 permet d'accéder à un ordre de grandeur pour F :

$$F \sim \frac{\pi a^2 \sigma_{22}}{z\Phi} \sim a^2\sigma_{22} = P^* F_0, \tag{1.62}$$

où z est le nombre de coordination. On en déduit un ordre de grandeur pour $\Delta F/F_0$:

$$\Delta F/F_0 = P^* - 1 \tag{1.63}$$

En expérience on a $P^* > 2$ soit $\Delta F/F_0 > 1$, on peut s'attendre à n'observer un effet visqueux que lorsque η_f est supérieur à $100\,\mathrm{mPa\,s^{-1}}$. Avec un frottement intergranulaire μ constant on s'attend donc à observer des lois de comportement simplifiées :

$$\Phi_S = \Phi_S(P^*, I, \Phi_L/\Phi_S) \tag{1.64}$$
$$\mu^* = \mu^*(P^*, I, \Phi_L/\Phi_S) \tag{1.65}$$

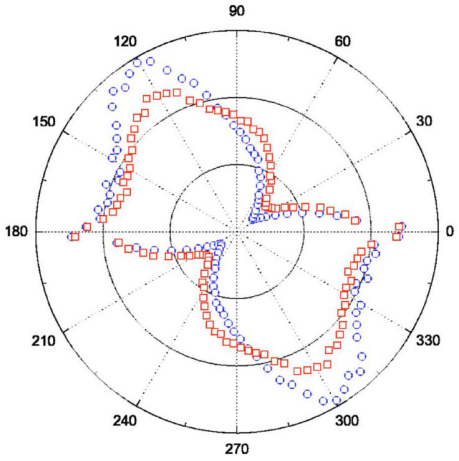


FIGURE 1.34 – Anisotropie des contacts dans un matériau granulaire sec en écoulement quasistatique, $\mu = 0,4$, en bleu $I = 10^{-3}$ et en rouge $I = 10^{-2}$, extrait de [24]

1.6.4 Rôle de l'anisotropie

Calcul des facteurs d'anisotropie

Dans l'hypothèse d'un matériau isotrope présentant uniquement des interactions normales ($\vec{F_{ij}}$ et $\vec{n_{ij}}$ colinéaires), la somme des produits tensoriels $\vec{F_{ij}} \otimes \vec{r_{ij}}$ est égale, à une constante multiplicative près, au tenseur identité [97] :

$$\sum \vec{F_{ij}} \otimes \vec{r_{ij}} \propto \underline{\underline{I}} \tag{1.66}$$

L'expression du tenseur des contraintes macroscopiques (Eq. 1.45) dépend notamment de cette somme. L'existence d'une contrainte tangentielle macroscopique dans les milieux granulaires pulvérulents ($\mu = 0$) (cf Fig. 1.30a) souligne donc très clairement l'existence d'une anisotropie générée par le cisaillement [95]. Dans les matériaux granulaires, les contraintes tangentielles trouvent donc leur source non seulement dans **le frottement intergranulaire** mais aussi dans **l'anisotropie**. La figure 1.34 illustre qualitativement l'intensité des forces normales avec l'orientation, ces dernières sont plus importantes pour un angle approchant $3\pi/4$ avec l'horizontale. La notion d'anisotropie est en réalité intimement liée à l'orientation préférentielle des chaînes de forces ainsi qu'à leur intensité dans le système, l'orientation des chaînes les plus importantes dans les figures 1.31 et 1.29a n'étant en effet pas sans rappeler l'angle susdit. Si l'on définit respectivement $O(\vec{n})$, $F(\vec{n})$ et $L(\vec{n})$ comme les valeurs moyennes de nombre, de force et de distance d'interactions dans la direction $\vec{n}$, alors l'anisotropie peut être caractérisée par les trois tenseurs d'ordre 2 suivants :

— Le tenseur d'anisotropie structurelle $\underline{\underline{\mathcal{O}}}$ dont les composantes sont notées $\mathcal{O}_{\alpha\beta}$
— Le tenseur d'anisotropie mécanique $\underline{\underline{\mathcal{F}}}$ dont les composantes sont notées $\mathcal{F}_{\alpha\beta}$
— Et, le tenseur d'anisotropie des distances $\underline{\underline{\mathcal{L}}}$ dont les composantes sont notées $\mathcal{L}_{\alpha\beta}$

Basées sur la définition classique de $\underline{\underline{\mathcal{O}}} = \langle n \otimes n \rangle$, pour un ensemble d'interaction de paires ij, chacune orientée selon un vecteur unitaire $\vec{n}$, les composantes des tenseurs sont alors calculées avec :

$$\mathcal{O}_{\alpha\beta} = \sum_{ij} O(\vec{n}) n_\alpha n_\beta \tag{1.67}$$

$$\mathcal{F}_{\alpha\beta} = \sum_{ij} F(\vec{n}) n_\alpha n_\beta \tag{1.68}$$

$$\mathcal{L}_{\alpha\beta} = \sum_{ij} L(\vec{n}) n_\alpha n_\beta \tag{1.69}$$

$$\tag{1.70}$$

Caractère anisotropique des contraintes tangentielles

Pour des interactions de contact ayant une coordination z_C et une moyenne de forces $F^{N,C}$, la contribution de des anisotropies $\mathcal{O}^C_{\alpha\beta}$, $\mathcal{F}^C_{\alpha\beta}$ et $\mathcal{L}^C_{\alpha\beta}$ aux contraintes tangentielles induites par les contacts $\sigma^{N,C}_{\alpha\beta}$ $(\alpha \neq \beta)$ s'écrit [100, 7, 29, 107, 96] :

$$\sigma^{N,C}_{\alpha\beta} = \frac{3 z_C \Phi_S}{\pi a^2} F^{N,C} \left[\mathcal{O}^C_{\alpha\beta} + \mathcal{F}^C_{\alpha\beta} + \mathcal{L}^C_{\alpha\beta}\right] \tag{1.71}$$

Cette formule s'étend bien au cas de forces normales à distances ayant une coordination z_D, des moyennes de force $F^{N,D}$ et de distance l_0 avec :

$$\sigma^{N,D}_{\alpha\beta} = \frac{3 z_D \Phi_S}{\pi a^3} F^{N,D} l_0 \left[\mathcal{O}^D_{\alpha\beta} + \mathcal{F}^D_{\alpha\beta} + \mathcal{L}^D_{\alpha\beta}\right] \tag{1.72}$$

Et pour les contraintes tangentielles $\sigma^N_{\alpha\beta}$ induites par les interactions normales on a la simple égalité :

$$\sigma^N_{\alpha\beta} = \sigma^{N,C}_{\alpha\beta} + \sigma^{N,D}_{\alpha\beta} \tag{1.73}$$

L'anisotropie en écoulement inertiel

La figure 1.35 renvoie à l'évolution de la composante tangentielle de l'anisotropie structurelle des contacts $\mathcal{O}^C_{12}$ (désignée par F^C_{12} sur la figure) dans un système cohésif 3D. En valeurs absolues, $\mathcal{O}^C_{12}$ décroît un peu avec P^* décroissant et croît fortement avec I croissant. Le signe négatif de $\mathcal{O}^C_{12}$ suggère que les contacts sont formées préférentiellement dans le sens des paires approchantes et la croissance de $-\mathcal{O}^C_{12}$ avec I est donc la conséquence d'une prise d'orientation plus forte dans les écoulements rapides. D'autre part, les simulations montrent que $\mathcal{O}^C_{12}$ et $\mathcal{O}^D_{12}$ sont de signes opposés soulignant une compétition entre un effet minorant (contribution de $\mathcal{O}^C_{12}$) et un majorant (contribution de $\mathcal{O}^D_{12}$) de la contrainte tangentielle macroscopique. $\mathcal{O}^D_{12}$ croît avec P^* décroissant. Dans l'ensemble, les anisotropies hors du plan d'écoulement sont faibles voire très souvent négligeables face aux composantes 12 [94]. Via l'équations 1.73, on comprend que la croissance des facteurs d'anisotropie avec l'inertie des systèmes granulaires est susceptible d'influencer assez largement les propriétés d'écoulement.

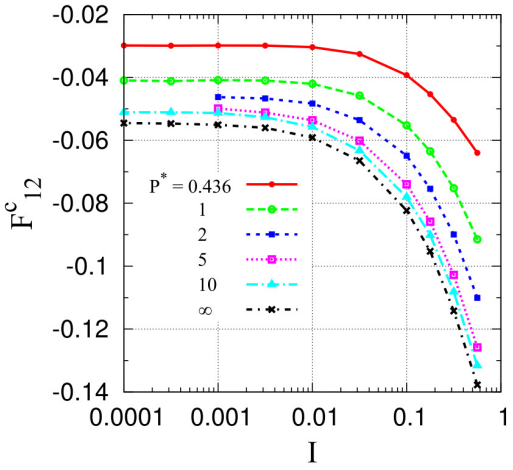


FIGURE 1.35 – Anisotropie structurelle des contacts désignée par F_{12}^C en fonction de I pour diverses valeurs de P^*. Extrait de [59].

Chapitre 2

Étude par simulations numériques discrètes

2.1 Introduction

Dans ce chapitre nous présentons le matériau et les méthodes de travail numérique ainsi que les résultats correspondants. Les méthodes proprement dites sont assez classiques en DEM et ont déjà fait l'objet de quelques publications par le passé [1, 2, 3, 95, 59]. Lors d'une description de l'outil numérique en section 2.3nous revenons brièvement sur les ingrédients essentiels de la méthode utilisée et nous présentons les modèles d'interaction considérés. Pour des raisons de comparabilité quantitative avec les expériences de rhéologie macroscopique nous présentons un calibrage du matériau modèle en section 2.4. Après avoir présenté notre méthode de traitement des données en section 2.5, nous présentons des résultats sur le comportement des matériaux granulaires non-saturés en régime quasistatique en section 2.6, comportement que nous tentons de capturer avec des modèles de Mohr-Coulomb et de contraintes effectives qui nous permettent d'analyser les influences du tenseur des contraintes capillaires. Les données numériques en régime inertiel sont alors présentées en section 2.7 où nous tentons à nouveau une application du principe des contraintes effectives, une réévaluation du temps de relaxation des matériaux est aussi proposée pour une meilleure capture des résultats.

Enfin, nous discutons en sections 2.8 et 2.9 de l'influence de l'introduction d'une légère polydispersité ou d'une viscosité.

Les résultats numériques des sections 2.6 et 2.7 sont confrontés aux résultats des mesures expérimentales dans le chapitre suivant.

2.2 Matériau modèle

Le matériau dont nous cherchons à reproduire le comportement est une assemblée de billes de polystyrène monodisperses légèrement mouillées avec une huile de silicone newtonnienne. Conformément à la description préliminaire fournie en section 1.3.1 et pour un fluide parfaitement mouillant, les caractéristiques physiques qui nous intéressent dans le domaine numérique sont :

— Pour les grains
  — le diamètre a : 500 µm,

- le module d'Young $\tilde{E}$: 3 GPa,
- le coefficient de Poisson ν : 0.35,
- le frottement intergranulaire μ : 0.05 à 0.25

— Pour le fluide mouillant
- la tension de surface Γ : 20.6 mN m^{-1}
- le volume de pont V_0/a^3 : 5×10^{-4} à 8×10^{-3}

Les propriétés mécaniques $\tilde{E}$ et ν sont tirées de la littérature [90]. Notons que pour des matériaux dont on ne cherche pas les propriétés élastiques, dans la mesure où leur raideur est importante $\kappa \geq 5000$ la valeur de ces données importe peu en réalité. Le frottement intergranulaire est tributaire de la nature et de la forme des interfaces en contact. Tension de surface et taille de bille sont les données fournisseurs de nos matériaux expérimentaux. Dans ces conditions on attend $F_0 = 3.236 \times 10^{-5}$ N, et on a $P^* = 1$ lorsque $\sigma_{22} \approx 129.3$ Pa. Pour comparer matériaux expérimentaux et numériques, μ est la seule grandeur que nous avons besoin de calibrer (discuté en section 2.9. En dehors des tentatives de comparaison entre résultats expérimentaux et numériques, μ et V_0/a^3 sont donc les deux seuls paramètres du matériaux que nous faisons varier. Notons enfin que la notion de volume de pont (V_0/a^3) remplace ici celle de teneur en liquide. Cette nouvelle notation émerge de la manière dont le fluide est distribué dans nos échantillons numériques (discuté en fin de section 2.3.2). Les résultats montrent néanmoins que les deux notions sont pratiquement équivalentes (discuté en section 2.6.1).

Dans les sections 2.8 et 2.9 nous sortons un peu des sentiers battus avec des matériaux plus complexes qui présentent respectivement une légère polydispersité et une viscosité du fluide interstitiel.

2.3 Description de l'outil numérique

2.3.1 Algorithmique

Cellule numérique

Les simulations reproduisent une cellule, illustrée par la figure 2.1, initialement cubique de dimensions $L_1 = L_2 = L_3$ dans les directions respectives 1, 2 et 3, contenant $N = 4000$ particules sphériques de diamètre a.

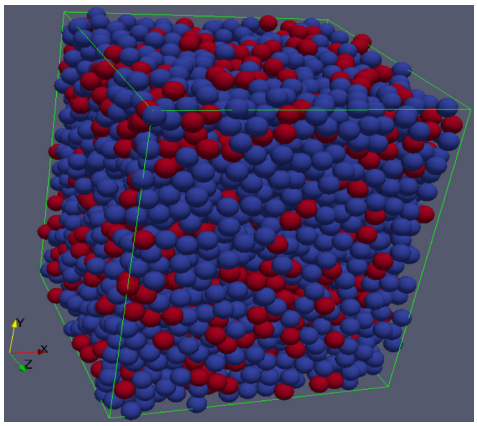


FIGURE 2.1 – Illustration de la cellule numérique.

Cette cellule est périodique dans les 3 directions de l'espace. Le cisaillement est généré via la méthode de Lees-Edwards, illustrée par la figure 2.2, un petit déplacement $\pm\Delta/2$ est imposé dans la direction 1 aux copies inférieures et supérieures de la cellule. Dans ces conditions le cisaillement est naturellement engendré par les interactions entre particules de cellules voisines [5]. La symétrie dans le plan d'écoulement (x_1,x_2) permet de supposer un champs d'écoulement plan-plan, à $\dot{\gamma}$ fixé la vitesse U selon l'axe 1 et pour une coordonnée x_2 quelqconque est donc donnée par l'équation 1.8 décrite en section 1.2.3.

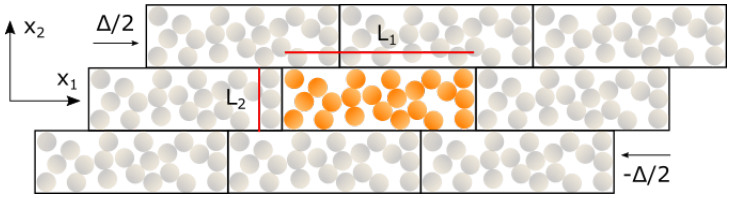


FIGURE 2.2 – Conditions de bord périodiques : implémentation de la méthode de Lees-Edwards, cisaillement d'une boîte périodique selon les 3 directions de l'espace.

Le confinement de la cellule, c'est-à-dire le contrôle de la contrainte normale σ_{22} est assuré en rendant la dimension $L_2 = H$ ajustable. La boucle de rétroaction sur la hauteur H du système fait appel à une dynamique de Parrinello-Rahman, pour laquelle on calcule l'accélération de la cellule comme celle d'un oscillateur amorti avec :

$$\ddot{H} = \frac{(\sigma_{22} - \sigma_{22,c}) - k_b\dot{H}}{M}, \tag{2.1}$$

où $\sigma_{22,c}$ est la valeur de consigne que l'on cherche à attribuer à σ_{22}, M est une masse généralisée du système traduisant surtout sa sensibilité à la différence $\sigma_{22} - \sigma_{22,c}$ et $k_b\dot{H}$ et un terme d'amortissement pris suffisamment faible pour ne pas générer de suramortissement. Avec notre convention de signe on a une compression lorsque $\sigma_{22} > 0$, pour $\sigma_{22} - \sigma_{22,c} > 0$ on s'attend donc à une dilatation de la cellule. Le contrôle de σ_{22} et I est illustré par la figure 2.3. Visuellement, il est déjà possible de constater que l'écart relatif maximal à la moyenne, dans un domaine stationnaire, est inférieur à 5 millièmes, ce qui signale un très bon contrôle des sollicitations.

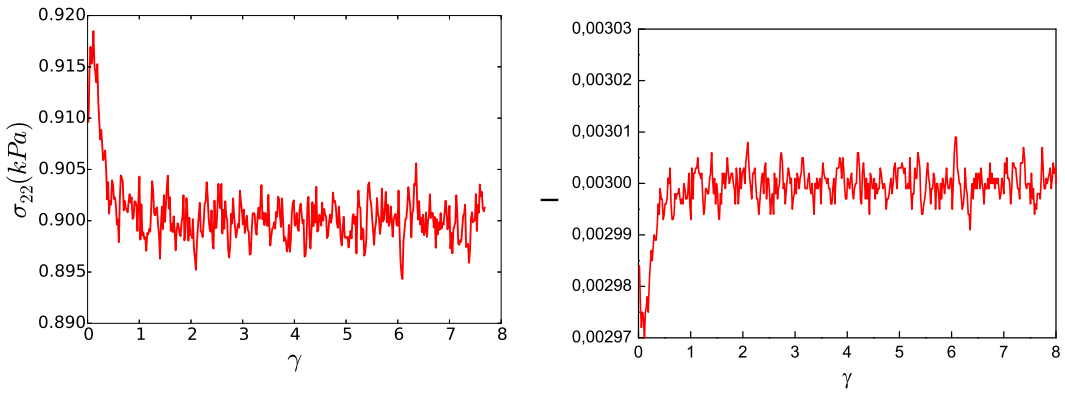


FIGURE 2.3 – Contrôle numérique : séries temporelles $\sigma_{22}(\gamma)$ (gauche) et $I(\gamma)$ (droite), pour $I = 0.03$, $P^* = 3$ et $\Phi_L/\Phi_S = 0.03$.

Grandeurs macroscopiques mesurées, calculées et adimensionnnées

Les grandeurs macroscopiques mesurées sont le tenseur des contraintes, à l'exception de la composante normale σ_{22}, et la hauteur H du système. Si la mesure de cette dernière est directe, les composantes du tenseur sont définies par l'équation 1.45 avec $\Omega = L_1 \cdot H \cdot L_3$. Les séries temporelles de H et σ_{12} en particulier présentent l'évolution de ces deux grandeurs avec t (ou γ de manière équivalente), comme illustré par la figure 2.4. A partir de valeurs suffisamment importantes de γ, de l'ordre de l'unité, on constate l'existence d'un plateau, les moyennes temporelles $\langle H \rangle_t$ et $\langle \sigma_{12} \rangle_t$ ne dépendent donc plus du temps ou de la déformation, ce qui constitue un régime d'**écoulement stationnaire**. Ce sont ces deux moyennes, prises dans le domaine stationnaire qui constituent les valeurs de contrainte tangentielle et de hauteur pertinentes.

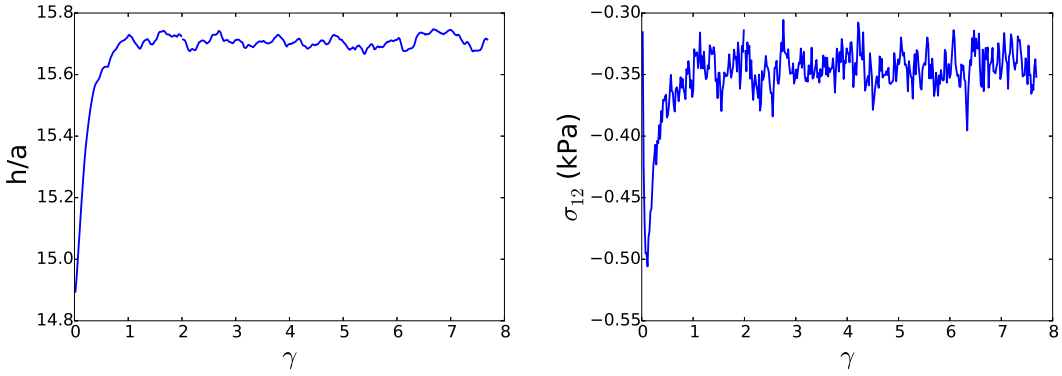


FIGURE 2.4 – Séries temporelles de $H(\gamma)$ (gauche) et $\sigma_{12}(\gamma)$ (droite), pour $I = 0.03$, $P^* = 3$ et $\Phi_L/\Phi_S = 0.03$.

Ces deux grandeurs particulières permettent à leur tour de calculer les deux grandeurs adimensionnées d'intérêt μ^* et Φ_S selon les équations 1.27 et 1.28.

2.3.2 Dynamique granulaire

Résolution de l'équation de mouvement

La méthode aux éléments discrets proposée résout les équations du mouvement de chaque grain. La rotation $\vec{\omega}_i$ et la vitesse $\vec{v}_i$ d'un grain sphérique de masse m_i présentant un moment d'inertie c_i est calculée en fonction de la résultante des forces $\vec{F}_i$ et des couples ou moments $\vec{\Gamma}_i$ qui s'appliquent sur lui avec :

$$m_i \frac{d\vec{v}_i}{dt} = \vec{F}_i \tag{2.2}$$

$$c_i \frac{d\vec{\omega}_i}{dt} = \vec{\Gamma}_i \tag{2.3}$$

Pour être résolues, les équations du mouvement sont discrétisées en temps et l'on fait appel à un schéma prédicteur-correcteur d'ordre 3. Connaissant les propriétés m_i et c_i des grains et vue l'absence de couple dans le système la question qui se pose désormais concerne la détermination des forces et des moments. On va donc tenter de décrire les interactions à partir de modèles pour les forces au contact et à distance.

Interactions implémentées

Dans les systèmes proposés on attend :
— Une réaction normale du contact, issue de la déflexion ($h < 0$) entre les grains,
— une réaction tangentielle, qui intervient pour des grains en déflexion lorsqu'un petit incrément de déplacement relatif entre les grains survient,
— Une interaction capillaire qui résulte de l'existence d'un pont en dépression entre deux grains.

Description du contact

Dans le cas des sphères lisses, le modèle de Hertz est adapté à la description de l'interaction normale élastique [51]. L'extension vers le modèle de Hertz-Mindlin permet à son tour le calcul des interactions tangentielles élastiques [84]. La figure 2.5 illustre l'interaction de contact ($h < 0$) entre deux grains implémentée dans les simulations, il s'agit d'une implémentation simplifiée, et néanmoins classique, dudit modèle d'interaction de Hertz-Mindlin [1, 72] pour lequel nous avons rajouté un amortissement normal. L'interaction se décompose donc selon :
— une force normale N avec une contribution élastique N_e et une contribution visqueuse N_v
— une force tangentielle T résultant du frottement avec ou sans glissement entre les grains.

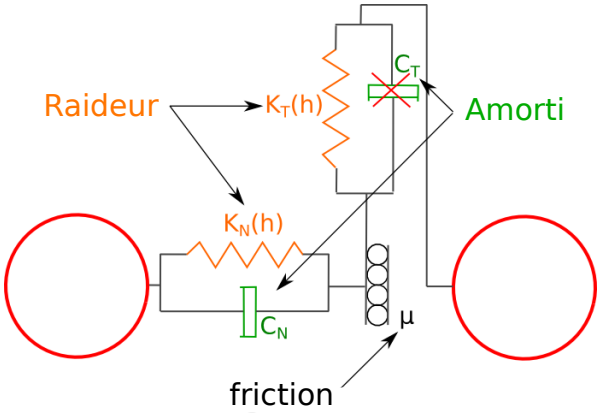


FIGURE 2.5 – Schéma du contact : Elasticité de Hertz-Mindlin avec un frottement intergranulaire et amortissement normal.

Avec le modèle proposé, la raideur normale K_N est définie avec :

$$K_N = \frac{dN}{dh} = \frac{\tilde{E}}{2}(ah)^{(1/2)} \tag{2.4}$$

$$K_T = \frac{2-2\nu}{2-\nu}K_N = \frac{1-\nu}{2-\nu}\tilde{E}(ah)^{(1/2)} \tag{2.5}$$

Le calcul de la force normale élastique s'opère donc directement avec la valeur de déflexion h selon :

$$N_e = \frac{\tilde{E}}{3}(ah^3)^(1/2) \tag{2.6}$$

La réaction normale du contact est complètement décrite une fois que l'on rajoute un amortissement à cette interaction élastique. S'il est censé traduire une certaine dissipation d'énergie lors du choc, l'amortissement est surtout une manière pratique en DEM d'approcher plus aisément des états stationnaires surtout dans la limite $\mu \to 0$. Dans le modèle proposé, la force d'amortissement N_v est calculée avec :

$$N_v = -\xi\sqrt{2m^*\tilde{E}}(ah)^{1/4}\dot{h} \tag{2.7}$$

Où le coefficient d'amortissement ξ est inférieur à 1 de sorte à avoir un oscillateur sous-amorti. Lorsque l'amorti du contact est défini de la sorte, le coefficient de restitution des chocs est directement tributaire de la valeur de ξ, et non de la vitesse desdits chocs [16], comme en atteste la figure 2.6. Pour des systèmes frottants $\mu \neq 0$ (voir Eq. 2.11) ou pour $I < 0,1$, il a été montré que la valeur du coefficient de restitution n'a que peu d'importance sur le comportement macroscopique du matériau en écoulement (comme expliqué en section 1.6.1) [94, 112]. L'amortissement joue cependant un rôle lors des procédures d'assemblage des matériaux granulaires [28].

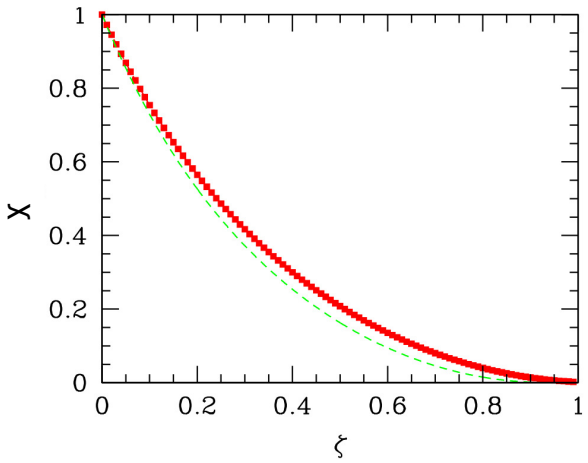


FIGURE 2.6 – relation χ - ξ. Extrait de [94].

La réaction tangentielle du contact traduit le frottement entre les grain. Dans un premier temps elle se calcule comme une force élastique à mémoire de chargement, c'est-à-dire que l'on a :

$$T(t+dt) = T(t) + \Delta T, \tag{2.8}$$

où ΔT est un petit incrément de force résultant de l'étirement d'un ressort de raideur K_T selon un petit déplacement d'ampleur Δu_T. Avec le modèle proposé on a :

$$K_T = \frac{2-2\nu}{2-\nu}K_N = \frac{1-\nu}{2-\nu}\tilde{E}(ah)^{(1/2)}, \tag{2.9}$$

Au temps $t+dt$, la résolution des équations de mouvement amène Δu_T et on en déduit grâce aux deux équations précédentes :

$$T(t+dt) = T(t) + K_T\Delta u_T, \tag{2.10}$$

Ce choix d'élasticité tangentielle permet d'approximer assez fidèlement les efforts entre deux sphères frottantes [1]. Cependant, comme illustré par la figure 2.7, il faut noter que le frottement intergranulaire impose à la réaction élastique $\vec{R} = \vec{N}_e + \vec{T}$ du contact de demeurer dans le cône de frottement. Cette condition impose :

$$|T| \leq \mu N \tag{2.11}$$

La valeur de μ est importante et est connue pour avoir une forte influence sur le comportement macroscopique des matériaux granulaires. Lors d'une comparaison expérience-simulation la question de la valeur que l'on doit attribuer à μ est soulevée. Nous discutons de cette question en section 2.4.

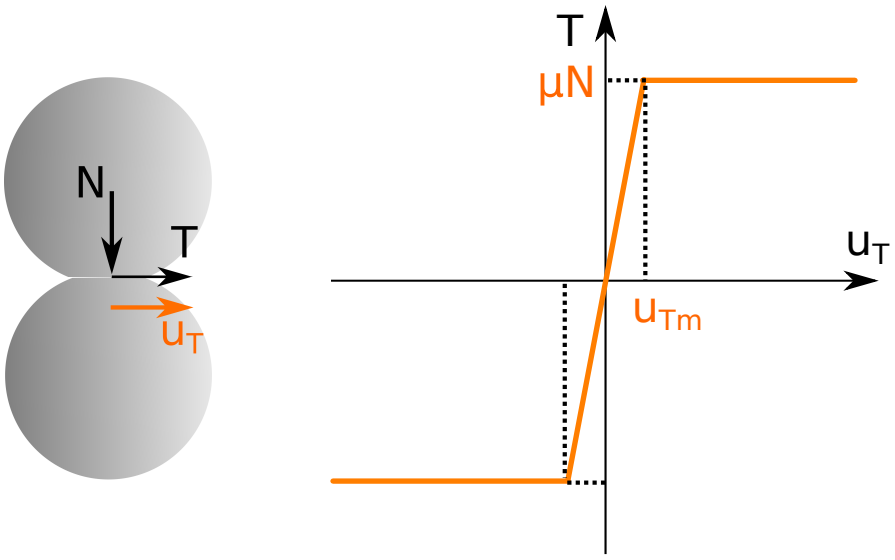


FIGURE 2.7 – Illustration du glissement : Il n'y a pas de glissement dès lors que l'on vérifie $u_T < u_{Tm}$. μN définit la valeur maximale de force tangentielle admissible dans le contact.

Enfin, pour éviter toute création d'énergie lorsque N_e décroit, la force tangentielle décroît dans la même proportion que la raideur tangentielle K_T.

On pourrait aussi implémenter la capacité des contacts en déflexion à soutenir des moments de roulement Γ_R et de pivot Γ_P (illustrés par la figure 2.8). Dans notre cas, ces résistances sont ignorées. Une bonne concordance entre simulation et expérience dont nous discutons en section 2.4 semble indiquer que cette approximation est tout à fait raisonnable dans la modélisation du comportement granulaire.

Description de la capillarité

Les interactions capillaires sont implémentées selon le modèle de Maugis décrit en section 1.2.5. Dans notre cas le fluide n'est pas redistribué entre les particules ni lors de la formation, ni lors de la rupture d'un pont. Ce choix de non redistribution entraîne des variations de quantités de liquides dans le temps à mesures que les ponts se forment et disparaissent. Il s'agit donc d'un choix physiquement questionnable, quoiqu'en réalité peut influant sur le comportement. En effet, les variations de Φ_L/Φ_S induites sont très faibles et, de ce fait, insuffisantes pour modifier substantiellement le comportement dans le temps et dans des systèmes homogènes [59, 58]. Certaines études montrent cependant que l'implémentation

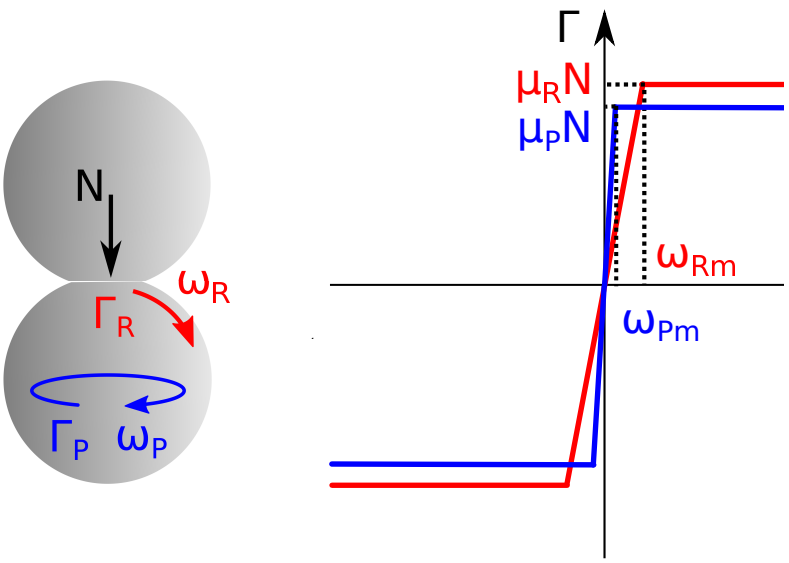


FIGURE 2.8 – Illustration des mouvements relatifs : pivot et roulement ainsi que leur moments associés.

d'une redistribution est nécessaire dans le cadre d'écoulements hétérogènes (en présence de bandes de cisaillement par exemple) puisque la distribution géographique du fluide n'est pas correctement reproduite autrement [76].

2.4 Calibrage

Les simulations numériques font l'objet d'un calibrage dont l'objectif est de rendre quantitativement comparable résultats expérimentaux et numériques. Pour ce faire, les paramètres directement injectés comme définis en section 2.2 sont le module d'Young $\tilde{E}$ et le coefficient de Poisson ν. Reste à injecter la valeur du coefficient de frottement intergranulaire μ dont l'influence sur le comportement est très importante [95, 66]. Dans le cadre de nos simulations, μ constitue donc un paramètre ajustable, dont la valeur est selectionnée de sorte à reproduire le comportement d'un matériau sec dans le domaine quasistatique, lorsque $I \to 0$, sachant que cette reproduction sous-entend l'obtention d'une valeur similaire de μ^* en simulation et en expérience.

La figure 2.9 reprend les résultats du calibrage proposé. Numériquement, en imposant $\mu = 0.09$, on obtient $\mu^* = 0.257 \pm 0.0019$ ce qui se rapproche beaucoup de la valeur obtenue expérimentalement avec $\mu^* = 0.25 \pm 0.022$. Il est intéressant de noter qu'avec un tel calibrage, la valeur de $\Phi_S = 0.616 \pm 0.0003$ se rapproche de la valeur expérimentale $\Phi_S = 0.615 \pm 0.002$. Cette proximité des résultats expérimentaux et numériques, tant pour le frottement macroscopique que pour la densité, permet de valider l'ajustement $\mu = 0.09$. En étendant le comportement du matériau sec à un domaine inertiel, lorsque la valeur de I n'est plus négligeable, la comparaison entre résultats expérimentaux et numériques, illustrée par la figure 2.10, montre une excellente concordance des résultats et permet de valider définitivement le calibrage des simulations.

À noter que dans le cas mouillé, la présence d'un fluide interstitiel soulève la question de la valeur de μ. S'il est effectivement possible de s'interroger sur l'existence d'une lubrification du contact due à la rémanence d'une fine couche de liquide qui s'immisce dans le contact (à ne pas confondre avec la notion de lubrification exposée en section 1.6.3) qui mènerait à une

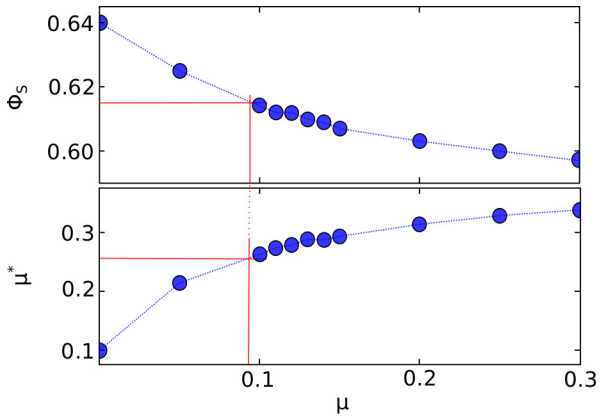


FIGURE 2.9 – Calibrage numérique : $\mu^*(\mu)$ et $\Phi_S(\mu)$ lorsque $I \to 0$, résultats présentés pour des matériaux secs. En rouge, les valeurs de μ^* et Φ_S dans le cadre expérimental, en bleu celles obtenues dans le cadre numérique.

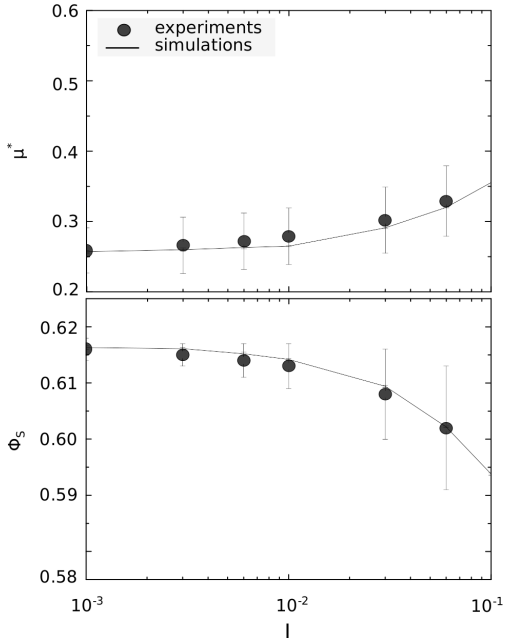


FIGURE 2.10 – résultat de calibrage : $\mu^*(I)$ et $\Phi_S(I)$. En points les valeurs expérimentales, en ligne les valeurs numériques.

chute de μ, l'unification expérimentale des théories sur matériaux secs et suspensions denses sous-tend une constance de μ malgré toute présence d'un fluide interstitiel [15].

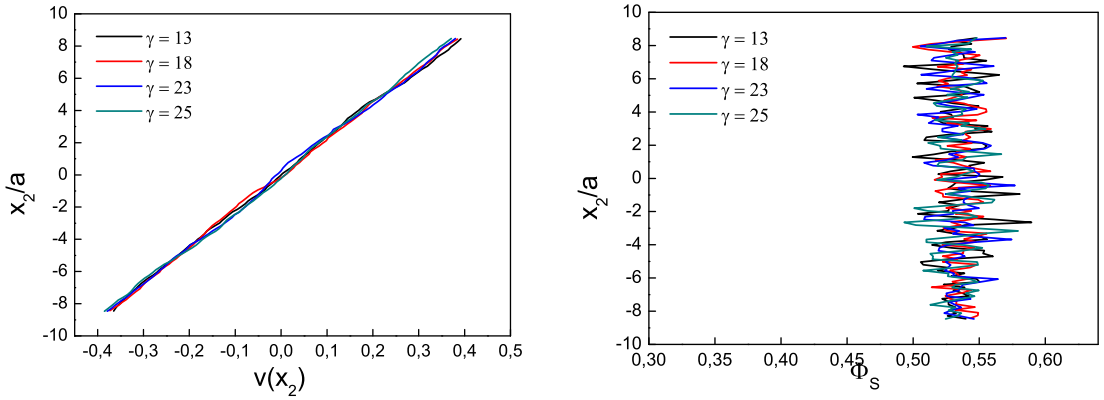
2.5 Traitement des données

2.5.1 Localisation

Contrôle des échantillons

Physiquement les matériaux granulaires ont une très forte propension à présenter des comportements locaux erratiques (bande de cisaillement, cristallisation, glissement, ...). Les comportements observés à l'échelle d'un échantillon qui localisent, quoique intéressants, ne

sont plus des caractéristiques du matériau seul. Pour mesurer des contraintes et des compacités représentatives d'un matériau homogène, il est donc nécessaire d'éviter toute localisation. Le contrôle visuel des profils de vitesse et de compacité est le moyen le plus évident permettant de s'assurer de l'absence d'effet locaux indésirables. La figure 2.11 illustre ces profils pour des valeurs successives de déformation, ici l'observation de ces derniers permet d'affirmer avec sérénité que l'échantillon est homogène et que le champ de vitesse admet un gradient uniforme.



(a) (b)

FIGURE 2.11 – Contrôle visuel des échantillons numériques : a) profil de vitesse et b) profil de densité tracés dans la hauteur pour diverses valeurs de γ. $I = 10^{-3}$, $P^* = 2$, $\mu = 0,3$, $V_0 = 10^{-3}$

En contrepartie, ce contrôle visuel est lourd, voire rébarbatif, car il requiert de tracer de multiples profil de vitesse et de compacité pour l'ensemble des simulations, suivi d'un contrôle systématique. Dans la pratique, il est plus simple de définir deux grandeurs Δ_V et Δ_Φ, qui quantifient respectivement un écart à la linéarité et un écart à l'homogénéité. Ces grandeurs sont définies ci-après.

Linéarité du champs de vitesse

Pour quantifier l'écart à la linéarité du champs de vitesse, on somme sur toute la hauteur de l'échantillon les différences entre la vitesse v_1 observée et la vitesse U attendue selon l'équation 1.8. Dans la mesure où la vitesse du centre de masse est nulle, Δ_V est donc définie par :

$$\Delta_V{}^2 = \frac{12}{\dot{\gamma}^2 H^3} \int_{-H/2}^{H/2} \left(v_1(x_2) - \dot{\gamma} x_2\right)^2 dx_2 \tag{2.12}$$

Définie de la sorte, $\Delta_V{}^2$ est une grandeur adimensionnée qui évolue entre 0 (champs de vitesse parfaitement linéaire) et 1 (glissement parfait de deux blocs l'un sur l'autre) [57]. En pratique, la boîte de simulation est coupée en N_B bandes d'épaisseur $\Delta_H = H/N_B$ et l'on a :

$$\Delta_V{}^2 = \frac{12}{\dot{\gamma}^2 H^3} \sum_{i=1}^{N_B} (V_i - \dot{\gamma} x_{2i})^2 \, \Delta_H, \tag{2.13}$$

où V_i est la vitesse de la bande i et $x_{2i} = -H/2 + (i-1)\Delta_H$ sa hauteur.

Homogénéité de l'échantillon

Dans un système présentant une compacité Φ_S, la quantification d'une hétérogénéité de l'échantillon dans la hauteur x_2 peut-être réalisée grâce à la grandeur Δ_Φ, définie par :

$$\Delta_\Phi{}^2 = \frac{1}{H} \int_{-H/2}^{H/2} (\Phi(x_2) - \Phi_S)^2 \, dx_2, \tag{2.14}$$

où $\Phi(x_2)$ est la compacité à la hauteur z. Similairement à Δ_V, Δ_Φ est donc une grandeur adimensionnée bornée par 0 et 1. Dans la pratique, un découpement de la boîte numérique en N_B bande donne cette fois :

$$\Delta_\Phi{}^2 = \frac{1}{H} \sum_{i=1}^{N_B} (\Phi_i - \Phi_S)^2 \, \Delta_H \tag{2.15}$$

Où Φ_i est la compacité de la bande i.

Déviations observées

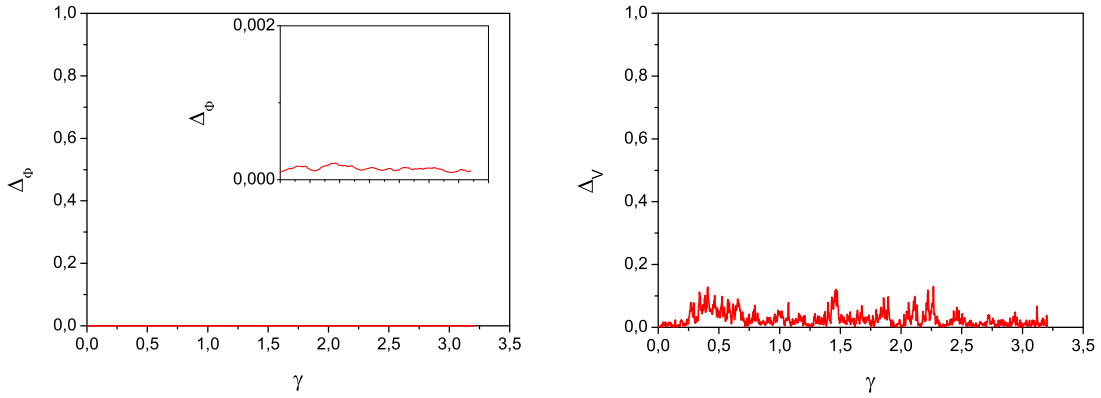
L'ensemble des mesures est sujet à un contrôle des deux grandeurs Δ_V et Δ_Φ. La boîte de simulation est coupée en $N_B = 100$ bandes, la plupart des mesures, et même aux $P^* < 1$ là où la cohésion est la plus susceptible de générer des bandes de cisaillement, présentent des Δ_V de l'ordre de $0.02 \pm 3 \times 10^{-4}$ et des Δ_Φ de l'ordre de $0.0002 \pm 2 \times 10^{-9}$. Les figures 2.12a et 2.12b illustrent l'évolution de ces deux grandeurs avec γ dans l'un des cas les plus contraignants où $P^* = 0.5$, on peut aisément constater que le système semble homogène et que son profil de vitesse est bien linéaire dès les premiers instants du cisaillement.

2.5.2 Taille du système

Les assemblées de sphères monodisperses sont promptes à cristalliser pour de petits échantillons et sont donc susceptibles de se comporter différemment de l'assemblée désordonnée que nous essayons de simuler. La comparaison des comportements d'échantillons de tailles $N = 500, 2048, 4000, 8788$ montre que les simulations deviennent très insensibles à la taille d'échantillon dès lors que le nombre de particule N est au moins égal à 2048 [57].

2.5.3 Traitement de données corrélées

Dans des simulations numériques, où la reproductibilité est intrinséquement parfaite, l'acquisition de moyennes et de barres d'erreur ne peuvent être obtenues par des répétitions



(a) (b)

FIGURE 2.12 – Quantification de la localisation : a) inhomogénéité dans la hauteur b) écart du profil de vitesse à la linéarité

des sollicitations. Il est plus simple de réaliser des mesures très longues pour lesquelles on va obtenir une moyenne précise, par contre, du fait de la corrélation temporelle des grandeurs physiques, les barres d'erreur pour ces mêmes grandeurs ne sont pas adéquatement décrites par de simples écarts-type calculés sur l'ensemble de la plage de temps balayée. La méthode de transformation en blocs permet l'obtention de ces barres d'erreurs, l'idée consiste à déterminer un temps de décorrélation ΔT_{cor} pour une grandeur physique quelconque m, de sorte qu'à tout temps t la valeur de $m(t + \Delta T_{cor})$ n'est plus corrélée à la valeur de $m(t)$. La barre d'erreur de la mesure est correctement décrite par l'écart-type d'un ensemble de blocs décorrélés (donc de taille ΔT_{cor}), sachant que la moyenne elle est insensible à cette décorrélation [34]. En pratique la méthode consiste donc à appliquer un algorithme qui décompose les données en blocs qui balayent des intervalles ΔT de plus en plus grands. Pour une grandeur m dont on dispose de N points de données et dont on cherche une estimation de la barre d'erreur σ_m, la décomposition en blocs se traduit par une boucle d'opérations successives décrite par le pseudo-code 1 :

Algorithm 1 Transformation par blocs : Estimation de la barre d'erreur avec σ_m.

while $N \geq 2$ **do**
  $\langle m \rangle \leftarrow \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} m_i$
  $\sigma_m^2 \leftarrow \frac{1}{(N-1)} \sum_{i=1}^{N} (m_i - \langle m \rangle)^2$
  $N \leftarrow N/2$
  for i in $[0, N]$ **do**
    $m_i \leftarrow 0,5 \cdot (m_{2i} + m_{2i+1})$
  end for
end while

A la i-ème opération, ΔT_i est donc réévalué et la taille des blocs regroupés croît comme l'illustre la figure 2.13. La décorrélation des données est adéquatemment décrite par une indépendance de σ_m à ΔT_i. Dans le cas présenté par la figure 2.14 cette indépendance est caractérisée par la présence d'un palier où la variance de σ_{12} est constante entre 4 et 7 opérations et vaut $5\,\mathrm{Pa}^2$. Dans cet exemple, l'écart-type et donc la barre d'erreur de σ_{12} vaut $2.24\,\mathrm{Pa}$.

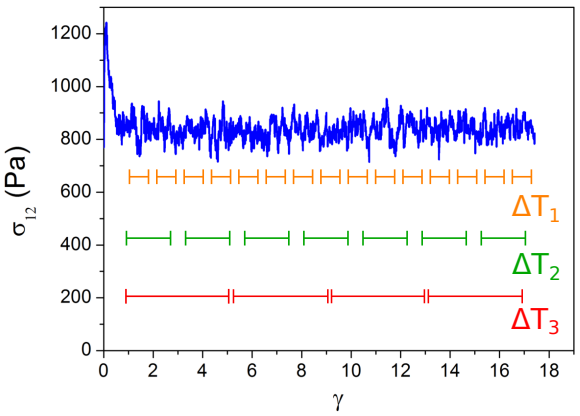


FIGURE 2.13 – Données corrélées illustrées par $\sigma_{12}(\gamma)$, pour $I = 0.001$, $P^* = 10$ et $\Phi_L/\Phi_S = 0.003$. Les ΔT_i représentent schématiquement des blocs de données regroupés lors d'opérations successives dans le cadre de la méthode de transformation par blocs.

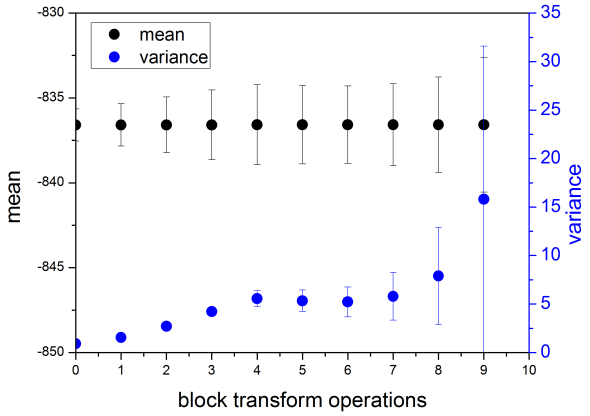


FIGURE 2.14 – Exemple d'un jeu de données subissant une transformation par blocs : moyenne et variance de σ_{12}, pour $I = 0.001$, $P^* = 10$ et $\Phi_L/\Phi_S = 0.003$. En noir la moyenne obtenue avec σ_m en barre d'erreur et en bleu σ_m^2 pour diverses valeurs de ΔT_i.

2.6 Comportement en régime quasi-statique

2.6.1 Jeu de paramètres

L'étude numérique du domaine quasi-statique s'affranchit en partie du calibrage pour permettre d'étudier le comportement des granulaires non-saturés en faisant varier le triplet de variables (μ,P^*,Φ_L/Φ_S) selon :

— μ : 0.05, 0.09, 0.15, 0.20, 0.25
— V_0/a^3 : 3×10^{-4}, 1×10^{-3},2×10^{-3},4×10^{-3},8×10^{-3},16×10^{-3}
— P^* : 0.5,1, 2, 3, 5, 10, 15

Pour des raisons de localisations quelques simulations à faible confinement ($P^* = 0.5$) ne sont pas conservées, surtout aux fortes valeurs de $\mu \geq 0.20$. Les valeurs de Δ_V reportées dans la table 2.1 mettent effectivement en lumière la localisation du cisaillement dans le domaine de μ et P^* évoqué.

TABLE 2.1 – valeurs de Δ_V avec μ et P^* pour $\Phi_L/\Phi_S = 0.0299$.

Δ_V	$\mu = 0.05$	$\mu = 0.09$	$\mu = 0.15$	$\mu = 0.20$	$\mu = 0.25$
$P^* = 0.5$	0.0215	0.0270	0.0781	0.276	0.322
$P^* = 1$	0.0326	0.0316	0.0234	0.0452	0.0480
$P^* = 3$	0.0175	0.0170	0.0155	0.0179	0.0256

Des simulations avec $P^* = 4$ et 30 ont aussi été réalisées lorsque $\mu = 0.09$, portant le nombre de simulations exploitées à près de 150. Dans le cas le plus discutable en terme d'élasticité ($P^* = 30$) leniveau de raideur atteint $\kappa = 5000$, dans le cas courant ($P^* \leq 15$) ce niveau dépasse aisément 7600, voire 10 000.

Variations de la teneur en liquide

Comme évoqué en section 2.3.2, le système numérique présente une teneur en liquide variable mesurable avec :

$$\Phi_L/\Phi_S = \frac{3z}{\pi}\frac{V_0}{a^3} \tag{2.16}$$

Dans le temps, l'écart-type de cette teneur est très faible, de l'ordre de 10^{-6}, largement en deçà des valeurs minimales de teneur qui nous intéressent, de l'ordre, elles, de 10^{-3}. La figure 2.15 permet de s'assurer que pour diverses valeurs de V_0/a^3, toutes choses égales par ailleurs, les teneurs en liquides des divers systèmes ne se chevauchent pas et sont constantes.

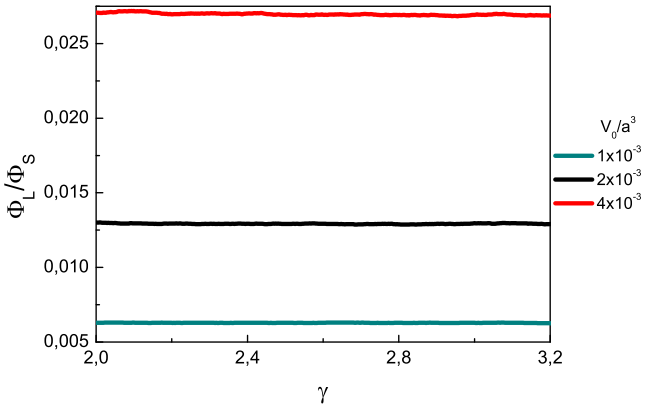


FIGURE 2.15 – série temporelle de la teneur en liquide pour diverses valeurs de V_0/a^3, $P^* =$ 0,05 et $\mu = 0,15$

Il est donc parfaitement raisonnable d'admettre que la variabilité de Φ_L/Φ_S n'a aucune influence sur le comportement macroscopique des matériaux que nous étudions. Pour les valeurs de paramètres étudiés, la figure 2.16 illustre les teneurs en liquide mesurées pour tout triplet (P^*, μ, V_0/a^3), malgré de légères variations de la teneur en liquide avec P^* et μ, 5 populations sont clairement distinguables et correspondent aux 5 différentes valeurs de V_0/a^3 proposées. L'influence existante mais faible de la teneur en liquide sur le comportement macroscopique nous invite donc à négliger encore une fois les légères variations de Φ_L/Φ_S en réunissant chaque population sous une seule valeur de Φ_L/Φ_S de sorte que l'on considère la moyenne lorsque $P^* > 3$ avec la table 2.2 :

TABLE 2.2 – Correspondance entre V_0/a^3 et Φ_L/Φ_S

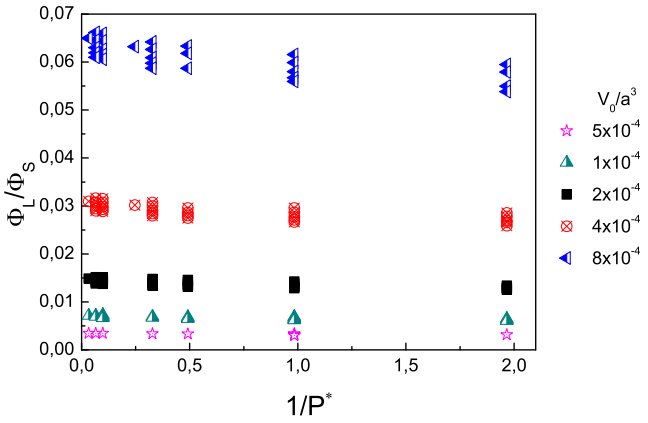


FIGURE 2.16 – Teneur en liquide : influence du triplet (μ,V_0/a^3,P^*), $I = 1 \times 10^{-3}$

V_0/a^3	Φ_L/Φ_S
5×10^{-4}	$0,00342 \pm 4.5 \times 10^{-5}$
1×10^{-3}	$0,00694 \pm 2.1 \times 10^{-4}$
2×10^{-3}	$0,0143 \pm 5.4 \times 10^{-4}$
4×10^{-3}	$0,0299 \pm 1.1 \times 10^{-3}$
8×10^{-3}	$0,0627 \pm 2.1 \times 10^{-3}$

Les échantillons numériques sont par la suite désignés par les valeurs de Φ_L/Φ_S données par la table 2.2.

2.6.2 Résultats macroscopiques

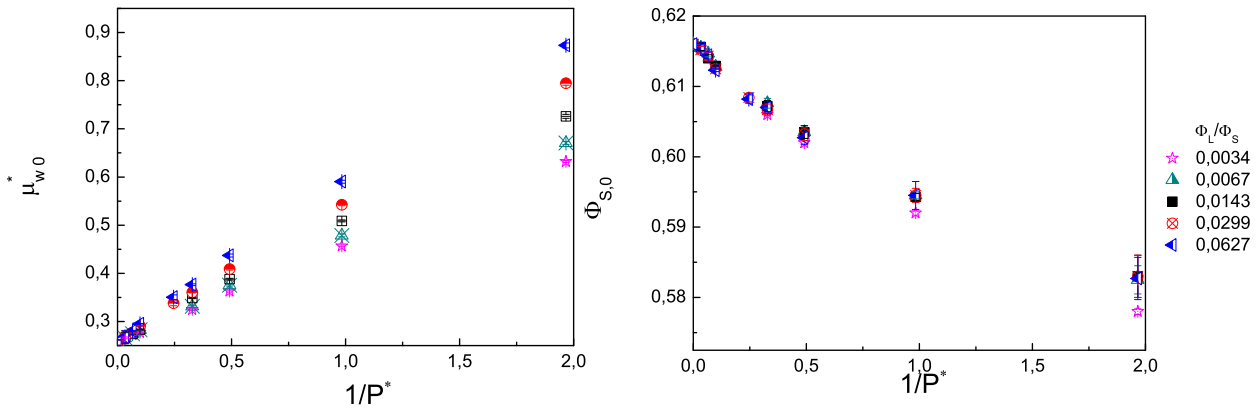
En régime quasistatique, l'indépendance de μ_w^*, μ_d^*, $\Phi_{S,w}$ et $\Phi_{S,d}$ à I nous invite à utiliser les formes $\mu_{w,0}^* = \mu_w^*(I \to 0)$, $\mu_{d,0}^* = \mu_d^*(I \to 0)$, $\Phi_{S,w,0} = \Phi_{S,w}(I \to 0)$ et $\Phi_{S,d,0} = \Phi_{S,d}(I \to 0)$ où l'indice 0 est donc relatif à cette limite $I \to 0$. D'après les équations 1.65 et 1.64 on attend donc des lois sous la forme :

$$\mu_{w,0}^* = \mu_{w,0}^*(P^*, \Phi_L/\Phi_S, \mu) \tag{2.17}$$

$$\Phi_{S,w,0} = \Phi_{S,w,0}(P^*, \Phi_L/\Phi_S, \mu) \tag{2.18}$$

Variation du couple (P^*, Φ_L/Φ_S)

Les figures 2.17a et 2.17b présentent l'évolution de $\mu_{w,0}^*$ et $\Phi_{S,w,0}$ avec $1/P^*$ pour diverses valeurs de Φ_L/Φ_S avec $\mu = 0.09$. Il est intéressant de remarquer que $\mu_{w,0}^*$ croît pour Φ_L/Φ_S croissant, alors que $\Phi_{S,w,0}$ est quasi-invariant. $\mu_{w,0}^*$ et Φ_L/Φ_S sont aussi des fonctions respectivement croissante et décroissante de $1/P^*$. Dans la limite $1/P^* \to 0$, les courbes $\mu_{w,0}^*$ se rejoignent indépendamment de la valeur de Φ_L/Φ_S pour retrouver le comportement des matériaux secs avec $\mu_{w,0,\infty}^* \approx 0,257 \approx \mu_{d,0}^* = 0,2561$, similairement on a $\Phi_{S,w,0,\infty} = \Phi_{S,d,0} = 0,616$, l'indice ∞ faisant donc référence à cette limite. Ce comportement asymptotique des matériaux granulaires faiblement cohésifs n'a rien de neuf, il est même attendu puisqu'il est à la



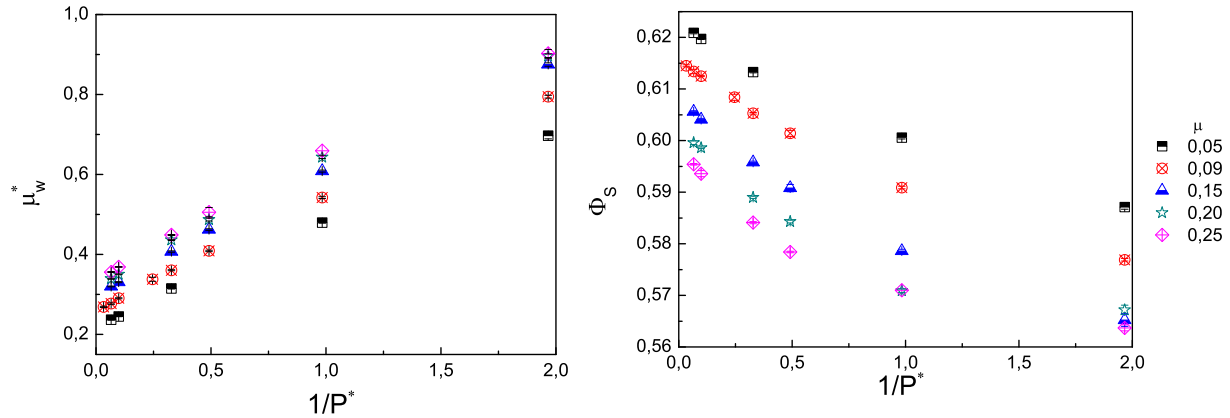
(a) (b)

FIGURE 2.17 – Régime quasistatique : a) $\mu^*(1/P^*)$ et b) $\Phi_S(1/P^*)$ pour diverses valeurs de Φ_L/Φ_S, $\mu = 0,09$ et $I = 10^{-3}$.

source du modèle de Mohr-Coulomb (abordé en section 2.6.3). L'apparente linéarité de $\mu^*_{w,0}$ avec $1/P^*$ est discuté par la suite en section 2.6.3.

Variation du couple (P^*, μ)

Les figures 2.18a et 2.18b présentent l'évolution de $\mu^*_{w,0}$ et $\Phi_{S,w,0}$ avec $1/P^*$ pour diverses valeurs de μ avec $\Phi_L/\Phi_S = 0.0299$. À l'instar des courbes précédentes (cf Fig. 2.17a et 2.17b), les matériaux présentent un comportement asymptotique qui se rapproche du comportement des matériaux secs dans la limite $P^* \to 0$. Les matériaux secs ayant d'ailleurs un comportement largement tributaire de la valeur de μ, il est tout à fait normal que les courbes ne se rejoignent pas dans cette limite. Dans l'ensemble on constate une forte croissance de $\mu^*_{w,0}$ et une forte décroissance de $\Phi_{S,w,0}$ pour des μ et $1/P^*$ croissants. Similairement à la figure 2.17a, $\mu^*_{w,0}$ conserve une apparente linéarité avec $1/P^*$.



(a) (b)

FIGURE 2.18 – Régime quasistatique : a) $\mu^*(1/P^*)$ et b) $\Phi_S(1/P^*)$ pour diverses valeurs de μ, $\Phi_L/\Phi_S = 0.0299$ et $I = 10^{-3}$.

Évolution quantitative et variable d'intérêt

Cette section met entre autre en avant des variations relatives et absolues bien plus importante de $\mu^*_{w,0}$ que de $\Phi_{S,0}$ avec P^*, μ et/ou surtout Φ_L/Φ_S. Les valeurs de $\mu^*_{w,0}$ évoluent entre 0.2 et 1.0, là où $\Phi_{S,0}$ évolue entre 0.56 et 0.62. Ce constat nous invite désormais à nous pencher plus amplement sur les évolutions de $\mu^*_{w,0}$. Sans non plus considérer que $\Phi_{S,0}$ est une constante, nous allons par la suite essayer de capturer et modéliser seulement les évolutions de $\mu^*_{w,0}$.

2.6.3 Modélisation : Approche de Mohr-Coulomb

Définition d'une cohésion

L'inégalité de Mohr-Coulomb (Eq. 1.7) est un modèle décrivant le seuil de rupture dans le domaine quasistatique. A ladite rupture, cette équation 1.7 devient une simple égalité entre les termes structurants C, $\tan(\psi\prime)\sigma_{22}$ et le terme destructurant σ_{12}. Comme vu précédemment (cf 2.6.2), dans le domaine quasistatique $\mu^*_{w,0}$ ne dépend que du triplet (P^*, Φ_L/Φ_S, μ), le couplage des équations 1.7 et 2.17 donne alors :

$$\mu^*_{w,0}(P^*, \Phi_L/\Phi_S, \mu) = \tan\psi\prime + \frac{C}{\sigma_{22}} \tag{2.19}$$

Un simple raisonnement aux limites permet d'établir une relation entre le coefficient de frottement macroscopique et l'angle de frottement interne avec :

$$\mu^*_{w,0,\infty}(P^* \to \infty), \mu, \Phi_L/\Phi_S) = \tan\psi\prime(\mu, \Phi_L/\Phi_S) \tag{2.20}$$

Dans la mesure où la cohésion est négligeable, on peut attendre la relation $\mu^*_{w,0,\infty} = \mu^*_{d,0}$. La force de cette relation est importante, $\mu^*_{d,0}$ étant plus facile à mesurer que $\tan(\psi\prime)$ aussi bien numériquement qu'expérimentalement. La cohésion au sens de Mohr-Coulomb se résume donc à l'étude d'un ajustement des données par une loi à un paramètre C et un constante $\mu^*_{d,0}$ (Eq. 2.22) ou deux paramètres C et $\mu^*_{w,0,\infty}$ (Eq. 2.21) ou par le calcul direct de C selon l'équation 2.22 pour n'importe quelle valeur de P^*

$$\mu^*_w = \mu^*_{w,0,\infty} + \frac{a^2 C}{P^* F_0} \tag{2.21}$$

$$\mu^*_w = \mu^*_{d,0} + \frac{a^2 C}{P^* F_0} \tag{2.22}$$

Notons, indépendamment de la solution choisie, qu'il est possible de définir une cohésion adimensionnée C^* avec :

$$C^* = \frac{a^2 C}{F_0} \tag{2.23}$$

Variation de P^* : calcul brutal de C^*

Avec les lois de comportement proposées (Eq. 2.21 et 2.22), C^* est une constante. On s'attend donc à une croissance linéaire de $\mu_w^*(I \to 0)$ avec $1/\sigma_{22}$ (ou $1/P^*$ de manière équivalente). Visuellement, la figure 2.19 représente très bien cette linéarité dans le domaine des fortes contraintes normales, une droite en pointillés est tracée dans le seul but de souligner une légère inflexion des points de données dès lors que les forces cohésives sont d'un ordre de grandeur similaire à celui des forces de confinement, lorsque $P^* \leq 1$.

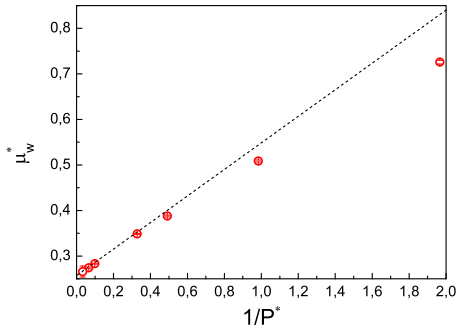


FIGURE 2.19 – $\mu_w^*(P^*)$ en régime quasistatique ($I = 1 \times 10^{-3}$), $\Phi_L/\Phi_S = 0.0143$ et $\mu = 0.09$. La droite en pointillé est un repère visuel pour constater l'inflexion des points de données aux faibles P^*

La mesure de μ_w^* et la connaissance de $\mu_{d,0}^*$ permettent une évaluation brute de C^* via les équations 2.22 et 2.23 qui donnent :

$$C^* = P^*(\mu_{w,0}^*(P^*) - \mu_{d,0}^*) \tag{2.24}$$

La figure 2.20 présente la cohésion C^* en fonction de P^* calculée avec l'équation 2.24 pour les données présentées sur la figure 2.19. La première caractéristique notable de ce tracé est la présence d'un plateau aux forts P^* où $C^* \approx 0,275$, assimilable au domaine d'applicabilité du critère de Mohr-Coulomb, critère qui devient donc discutable dans la zone $P^* \leq 1$. La seconde est l'augmentation drastique, mais attendue, de la barre d'erreur avec P^*, imputable à la quasi-constance des erreurs sur μ_w^* et $\mu_{d,0}^*$ avec P^*.

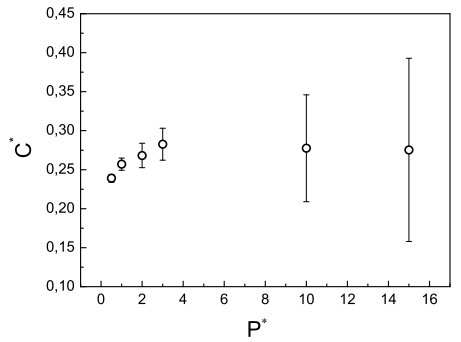


FIGURE 2.20 – Évolution de la cohésion : $C^*(P^*)$, pour $\mu = 0,09$ et $\Phi_L/\Phi_S = 0,0143$.

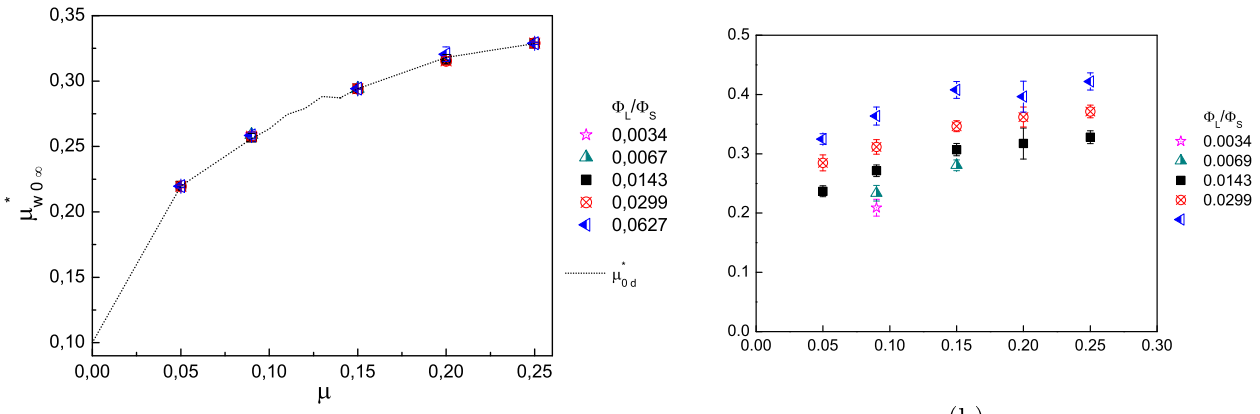
La présence du plateau aux forts P^*, là où les barres d'erreurs sont invariablement les plus importantes est une gêne pour le calcul brutal de C^*. Gène qui pousse à chercher C^* comme une variable d'ajustement dans les équations 2.22 ou 2.21 dans la zone où μ^* est linéaire. Avec un ajustement des données pour $P^* \geq 2$:

— à 1 variable (cf Eq. 2.22, $\mu_{d,0} = 0.2561$) : $C^* = 0,27743 \pm 0,00237$
— à 2 variables (cf Eq. 2.21) : $\mu_{w,0,\infty} = 0.2569 \pm 0,00281$, $C^* = 0,2749 \pm 0,0098$

Les valeurs de $\mu^*_{w,0,\infty}$ et $\mu^*_{d,0}$ sont confondues et celle de C^* ne rappelle la valeur du plateau présentées en figure 2.20. Les qualités des ajustements sont supérieures à 0.9 et généralement meilleures dans le cas de l'ajustement à 2 paramètres (Eq. 2.21) qui sera donc notre méthode de détermination de C^*.

variations de Φ_L/Φ_S et μ : ajustement à 2 paramètres

La variation du triplet (P^*,Φ_L/Φ_S,μ) nous permet de chercher C^* comme une variable d'ajustement dans un modèle à deux paramètres défini par l'équation 2.21. En procédant de la sorte on obtient les deux courbes de résultats 2.21a et 2.21b qui représentent respectivement les évolutions de $\mu^*_{w,0,\infty}$ et C^* avec μ pour diverses valeurs de Φ_L/Φ_S. La qualité des ajustements toujours supérieure à 0,95 et la proximité de $\mu^*_{w,0,\infty}$ et $\mu^*_{d,0}$,clairement visible sur la figure 2.21a, attestent de la cohérence du modèle de Mohr-Coulomb dans le domaine $P^* > 2$. On constate donc que les matériaux cohésifs exhibent une cohésion croissante à la fois avec μ et avec Φ_L/Φ_S. En section 2.6.4 on s'attachera notamment à expliquer ces évolutions.



(a) (b)

FIGURE 2.21 – Variables d'ajustement a) $\mu^*_{w,0,\infty}(\mu)$ avec en pointillés noirs la valeur de $\mu^*_{d,0}$ mesurée, b) $C^*(\mu)$. Plusieurs valeurs de Φ_L/Φ_S sont proposées. $I = 10^{-3}$

Les prédictions obtenues par les ajustements peuvent être comparées au données mesurées avec la figure 2.22. Pour tout couple (μ ,Φ_L/Φ_S) cette figure souligne assez bien la bonne capture de $\mu^*_{w,0}$, sur l'ensemble de la plage de P^* proposée malgré une légère divergence dès lors que $P^* < 2$. A noter que ladite divergence consiste en des valeurs toujours plus surévaluées de $\mu^*_{w,0}$, comme indiqué par la figure 2.20 une bonne évaluation de la loi de frottement devrait comprendre une cohésion décroissante avec $1/P^*$.

Pour comprendre cette décroissance il est nécessaire de comprendre comment les forces capillaires génèrent des contraintes, ainsi que leur influence éventuelle sur la microstructure.

2.6.4 Modélisation : Contraintes effectives

Les contraintes effectives dans la littérature

Le tenseur des contraintes du contact $\underline{\underline{\sigma}}^{cont}$ peut se calculer comme la soustraction du

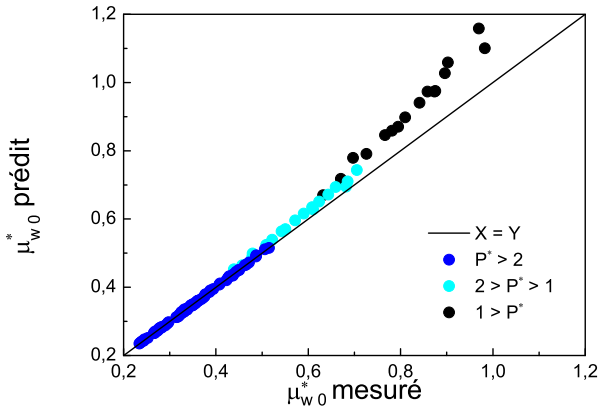


FIGURE 2.22 – Prédiction de comportement avec la loi de Mohr-Coulomb

tenseur des contraintes capillaire $\underline{\underline{\sigma}}^{cap}$ au tenseur des contraintes totales $\underline{\underline{\sigma}}^{Tot}$ selon :

$$\underline{\underline{\sigma}}^{cont} = \underline{\underline{\sigma}}^{Tot} - \underline{\underline{\sigma}}^{cap} \tag{2.25}$$

Cette forme tensorielle peut se réécrire sous la forme indicielle avec :

$$\sigma_{ij}^{cont} = \sigma_{ij}^{Tot} - \sigma_{ij}^{cap} \tag{2.26}$$

Dans le cas du cisaillement simple confiné qui nous intéresse, dans la mesure où la différence des contraintes normales est faible, on se focalisera surtout sur les composantes tangentielles $ij = 12$ et normale $ij = 22$. Le modèle de contraintes effectives repose sur l'hypothèse qu'il est possible d'admettre que le squelette granulaire, seul à l'origine du tenseur $\underline{\underline{\sigma}}^{cont}$, se comporte de façon identique dans les cas secs et mouillé. Avec ce postulat, l'équation 2.26 peut se réécrire dans le cas des contraintes tangentielles avec :

$$\sigma_{12}^{cont} = \mu_{d,0}^{*} \sigma_{22}^{cont} \tag{2.27}$$

Et on en déduit en réinjectant les contraintes normales de l'équation 2.26 dans le second terme et les contraintes tangentielles dans le premier :

$$\sigma_{12}^{Tot} - \sigma_{12}^{cap} = \mu_{d,0}^{*}(\sigma_{22}^{Tot} - \sigma_{22}^{cap}) \tag{2.28}$$

$$\sigma_{12}^{Tot} = \mu_{d,0}^{*}(\sigma_{22}^{Tot} - \sigma_{22}^{cap}) + \sigma_{12}^{cap} \tag{2.29}$$

la contrainte normale totale étant égale à la contrainte normale de confinement σ_{22} on obtient finalement en divisant par cette contrainte :

$$\mu_{w,0}^{*} = \mu_{d,0}^{*}(1 - \frac{\sigma_{22}^{cap}}{\sigma_{22}}) - \frac{\sigma_{12}^{cap}}{\sigma_{22}} \tag{2.30}$$

La figure 2.23 propose un tracé de $\sigma_{12}^{cont}/\sigma_{22}^{cont}$ en fonction de P^* pour diverses valeurs de μ, les symboles choisis ne proposent pas de distinction entre les différentes valeurs de Φ_L/Φ_S dont l'effet est relativement marginal. D'après l'équation 2.27 on attend des plateaux centrés

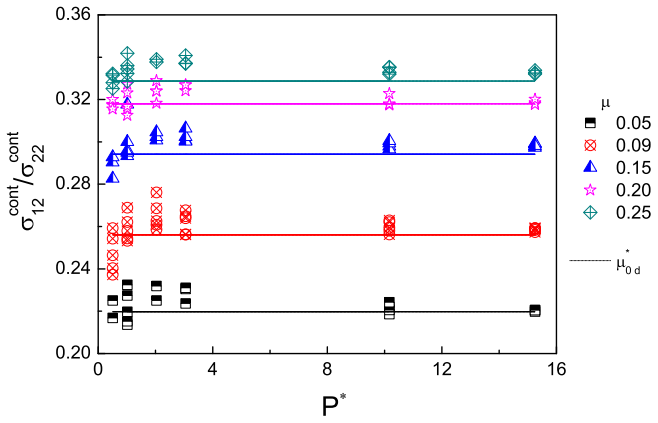


FIGURE 2.23 – $\sigma_{12}^{cont}/\sigma_{22}^{cont}(P^*)$: divers μ

sur la valeur de $\mu_{d,0}^*$ subissant donc une translation verticale selon la valeur de μ, résultat bien vérifiée sur la figure, à plus forte raison lorsque P^* est important.

Évaluation de σ_{22}^{cap} : première approximation

Les forces capillaires, en maintenant les particules ensembles, génèrent, entre autres, une surpression entre les grains. Cet excédent de pression P^{cap} est la somme des termes diagonaux du tenseur de contraintes capillaires, elle se calcule donc comme une fonction des forces moyennes décrites par l'équation 1.53 avec :

$$P^{cap} = \frac{z_C \Phi_S}{\pi a^2} F_0 + \frac{z_D \Phi_S}{\pi a^3} \langle F_D^N d \rangle_{N_D} \tag{2.31}$$

Cette équation 2.31 nous fourni une borne supérieure et inférieure de P^{cap} puisque le premier terme du membre de droite est calculable et que le second est compris entre 0 et $z_D \Phi_S D_{rupt} F_0 / \pi a^3$. Une approximation brutale consiste à se placer à mi-chemin de ces bornes et en négligeant le terme D_{rupt} avec :

$$P^{cap} \approx \frac{z^* \Phi_S}{\pi a^2} F_0 \tag{2.32}$$

Avec $z^* = z_C + z_D/2$. L'approximation de P^{cap} avec cette formule est très bonne et fournit des estimations erronées au plus de 2%. Dans la mesure où la différence des contraintes normales est faible [59], il est aussi possible d'approximer σ_{22}^{cap} avec P^{cap}. En procédant de la sorte, l'erreur maximale que nous obtenons sur l'évaluation de σ_{22}^{cap} est de l'ordre de 10%. On obtient une nouvelle estimation de $\mu_{w,0}^*$ en injectant cette estimation de la contribution capillaire à la contrainte normale dans l'équation 2.30 :

$$\mu_{w,0}^* = \mu_{d,0}^* (1 + \frac{z^* \Phi_S}{\pi} \frac{1}{P^*}) - \frac{\sigma_{12}^{cap} a^2}{F_0} \frac{1}{P^*} \tag{2.33}$$

La figure 2.24 présente une comparaison des prédictions obtenues sur $\mu_{w,0}^*$ avec les équations 2.30 et 2.33 et des données mesurées. Outre la très bonne qualité de la prédiction, visible grâce à la proximité à la courbe x=y, les deux méthodes de prédiction présentent des résultats extrêmement similaires ce qui est attendu du fait de la bonne évaluation de σ_{22}^{cap}

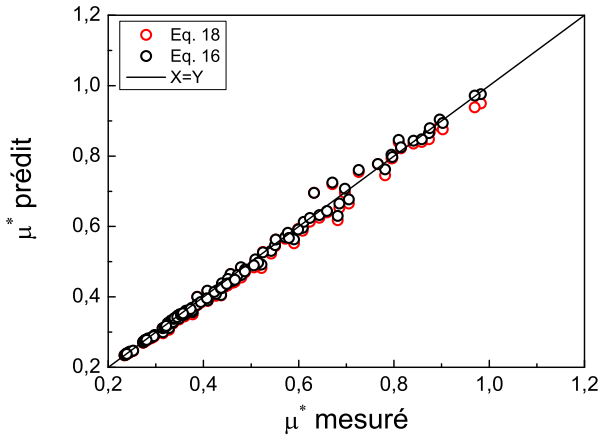


FIGURE 2.24 – Prédiction de comportement avec les contraintes effectives : équations 2.30 et 2.33

Approximation isotrope de $\underline{\underline{\sigma}}^{cap}$: parallèle avec la cohésion

Si la quantité σ_{22}^{cap} est aisément évaluable grâce à des arguments de forces moyennes, il n'en va pas de même pour la quantité σ_{12}^{cap}. Une manière simple et brutale d'évaluer $\mu_{w,0}^*$ consiste donc à supposer un tenseur des contraintes capillaires isotrope, c'est-à-dire que l'on néglige σ_{12}^{cap}. En procédant de la sorte l'équation 2.33 devient simplement :

$$\mu_{w,0}^* = \mu_{d,0}^*(1 + \frac{z^*\Phi_S}{\pi}\frac{1}{P^*}) \tag{2.34}$$

Il faut noter que cette forme n'est pas sans rappeler l'équation 2.22 et fait ressortir une potentielle linéarité de $\mu_{w,0}^*$ avec $1/P^*$ dans la mesure où le terme $z^*\Phi_S/\pi$ peut être considéré comme une constante. On peut donc envisager une prédiction de la cohésion avec :

$$C^* = \frac{\mu_{d,0}^* z^* \Phi_S}{\pi} \tag{2.35}$$

Cette expression de la cohésion est associée à Rumpf et a déjà fait l'objet de nombre d'études numériques par le passé [113, 42, 97, 105], elle capture assez bien les données de la plupart des études sur la cohésion [97, 105, 59]. Cette forme s'avère simple d'utilisation, même dans le cas où l'on devrait inférer des valeurs approximatives de z^* et Φ_S **??**. La figure 2.25 représente le ratio des mesures et prédictions de C^* fonction de $1/P^*$ pour Φ_L/Φ_S. La proximité de ce ratio à 1 dénote une bonne concordance entre prédiction et mesure de la cohésion. On peut notamment remarquer que pour $P^* > 2$ on a systématiquement $C^* < \mu_{d,0}^* z^* \Phi_{S,w,0}/\pi$, résultat attendu puisque C^* est mesuré dans ce domaine et que $\mu_{d,0}^* z^* \Phi_{S,w,0}/\pi$ néglige le terme négatif $-\sigma_{12}^{cap}$ dans le calcul de $\mu_{w,0}^*$.

Approximation isotrope de $\underline{\underline{\sigma}}^{cap}$: seconde approximation de $\mu_{w,0}^*$

A l'instar de la figure 2.24, la figure 2.26 présente une comparaison entre prédiction (Eq. 2.34) et mesure de $\mu_{w,0}^*$ pour tout triplet (P^*,Φ_L/Φ_S,μ). On constate que pour un couple (P^*,μ) fixé l'écart de la prédiction à la mesure est d'autant plus important que Φ_L/Φ_S est faible, l'écart étant d'ailleurs systématiquement imputable à une surestimation de $\mu_{w,0}^*$.

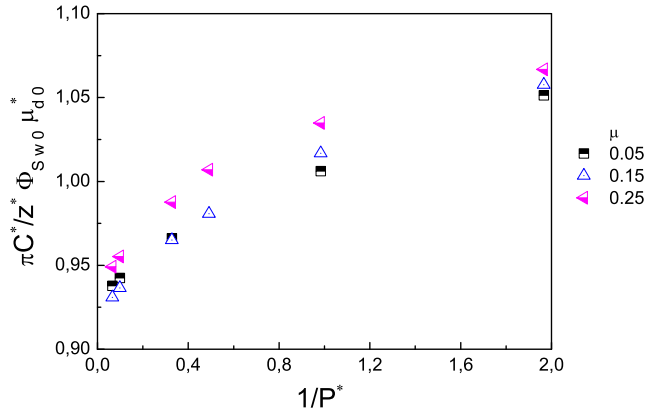


FIGURE 2.25 – Prédiction de la cohésion C^* pour $\Phi_L/\Phi_S = 0.0299$

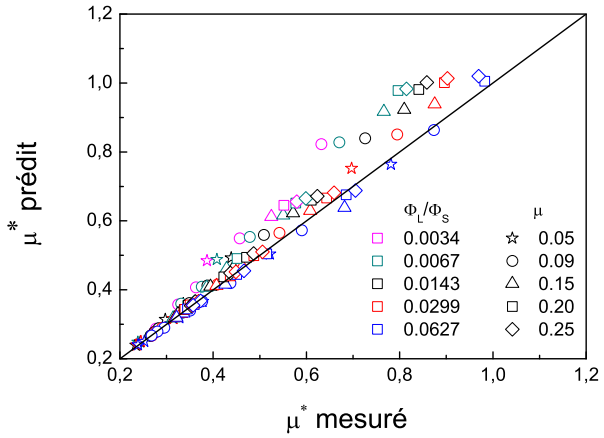


FIGURE 2.26 – Prédiction de comportement avec les contraintes effectives : équation 2.34

Cette surestimation systématique pose la question du signe et de la valeur de σ_{12}^{cap}. Si σ_{22}^{cap} pouvait être assimilé à une surpression ($\sigma_{22}^{cap} < 0$) qui amplifie le phénomène frictionnel et fait donc croître $\mu_{w,0}^*$, σ_{12}^{cap} lui est strictement positif et tend à fluidifier le matériaux pour faire décroître $\mu_{w,0}^*$. La valeur de $\mu_{w,0}^*$ est donc le résultat d'une compétition entre la contribution capillaire à la contrainte normale et la contribution capillaire à la contrainte tangentielle. Pour Φ_L/Φ_S décroissant on observe en valeur absolue une décroissance de σ_{22}^{cap} et une croissance de σ_{12}^{cap}, le matériau est donc d'autant moins frottant et plus "fluidifié" que la quantité de liquide est faible. Cette dernière observation explique pourquoi l'équation 2.34 capture mieux les résultats aux hautes valeurs de Φ_L/Φ_S là où σ_{12}^{cap} se rapproche de 0. La figure 2.27 illustre le rapport $\sigma_{12}^{cap}/\mu_{d,0}^*\sigma_{22}^{cap}$ des contributions capillaires normales et tangentielles à $\mu_{w,0}^*$. On constate aisément que les matériaux les plus cohésifs et exhibant les plus faibles teneurs en liquide présentent les contributions capillaires tangentielles les moins négligeables avec un ratio pouvant atteindre -0.3.

Dès lors, on comprend que le modèle simple relatif à l'équation 2.34 est insuffisant, et qu'il est nécessaire d'accéder à une estimation de σ_{12}^{cap} pour pouvoir prédire $\mu_{w,0}^*$ pour toute gamme de P^*. La figure 2.28 montre que l'ensemble des résultats numériques pointent vers une valeur largement tributaire de P^* et Φ_L/Φ_S qui ne peut être approximée par une constante, fut-elle différente de 0. La maîtrise de cette quantité requiert donc un questionnement sur ses origines physiques que nous discutons en section 2.6.5.

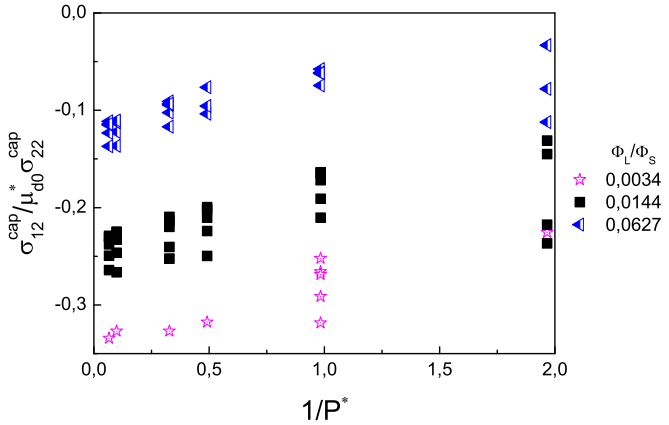


FIGURE 2.27 – ratio des contributions capillaires au frottement macroscopiques

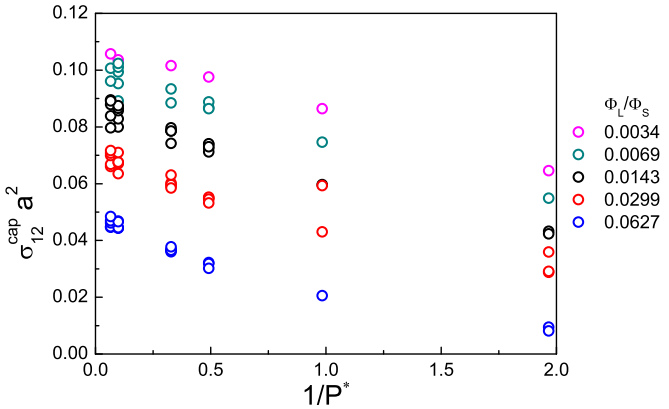


FIGURE 2.28 – Evolution de σ_{12}^{cap} avec P^* pour diverses valeurs de Φ_L/Φ_S. μ varie aussi de 0.05 à 0.25 mais aucun distinguo n'est fait en termes de symboles.

2.6.5 Évaluation de σ_{12}^{cap} : anisotropie, interactions de contact et à distance

Origine de l'anisotropie

La force capillaire étant une force normale centre à centre, elle n'est pas en mesure de générer un tenseur de contraintes anisotrope dans un matériau qui serait, lui, isotrope. L'existence même de σ_{12}^{cap} suggère donc une anisotropie du matériau à laquelle il faut s'intéresser. Phénoménologiquement, le cisaillement dans le plan 1-2 génère naturellement dans les matériaux granulaires des zones où les grains tendent à se rapprocher (quadrant de compression) ou à s'éloigner (quadrant de traction) comme illustré par la figure 2.29.

Dans un matériau sec, la figure 1.31b illustre des chaînes de force beaucoup plus importantes dans le quadrant de compression que dans le quadrant de tension, la valeur moyenne de d est notamment plus importante dans le second quadrant puisque les paires de grains prises isolément ne peuvent soutenir aucun des nombreux efforts de traction que l'on y trouve. Similairement, dans le cadre des matériaux non-saturés, les efforts de traction et les valeurs de d demeurent plus importantes dans le quadrant de tension, malgré une capacité des paires à résister à un certain degré de tension. L'anisotropie des distances génère 3 types d'anisotropie différentes du point de vue des interactions capillaires :

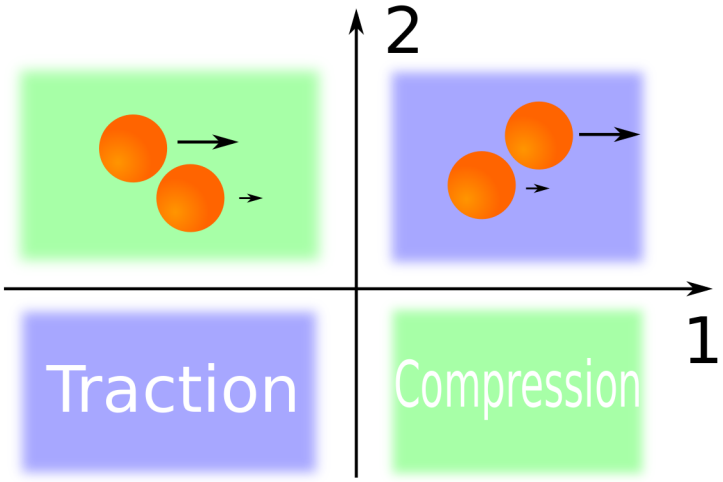


FIGURE 2.29 – Schéma des quadrants de compression et traction dans le plan d'écoulement. Les billes s'approchent dans le quadrant de compression et s'écartent dans le quadrant de traction.

— Une anisotropie structurelle - d'orientation - due à la sur-représentation des contacts dans le quadrant de compression.
— Une anisotropie mécanique - des forces - due à la décroissance de la force avec d, la moyenne de d étant plus faible dans le quadrant de compression.
— Et l'anistropie des distances, elle-même déjà évoquée.

Calcul des contraintes au contact et à distance

La contrainte tangentielle capillaire peut être subdivisée selon la contrainte induite par les interactions au contact $\sigma_{12}^{cap,C}$ ou à distance $\sigma_{12}^{cap,D}$. Dans le cas des contacts, la force capillaire et les distances étant constantes, il n'y a ni anistropie mécanique ni anisotropie des distances. Le calcul des contraintes tangentielles repose donc sur une composante tangentielle $\mathcal{O}_{12}^{C}$ du tenseur d'anisotropie structurelle des interactions de contact et 3 composantes tangentielles $\mathcal{O}_{12}^{D}$, $\mathcal{F}_{12}^{D}$ et $\mathcal{L}_{12}^{D}$ des tenseurs d'anisotropie structurelle, mécanique et des distances des interactions à distance. D'après [57], $\sigma_{12}^{cap,C}$ et $\sigma_{12}^{cap,D}$ se calculent alors au premier ordre selon :

$$\sigma_{12}^{cap,C} = \frac{3z_C\Phi_S F_0}{\pi a^2}\left[\mathcal{O}_{12}^{C}\right] \tag{2.36}$$

$$\sigma_{12}^{cap,D} = \frac{3z_D\Phi_S}{\pi a^3}\langle F_D^N d\rangle\left[\mathcal{O}_{12}^{D} + \mathcal{F}_{12}^{D} + \mathcal{L}_{12}^{D}\right] \tag{2.37}$$

Selon que l'on néglige la différence entre $\langle F_D^N d\rangle$ et $\langle F_D^N\rangle\langle d\rangle$ et/ou les termes $\mathcal{F}_{12}^{D}$ et $\mathcal{L}_{12}^{D}$ on obtient des approximations de l'équation 2.37 avec :

$$\sigma_{12}^{cap,D} = \frac{3z_D\Phi_S}{\pi a^3}\langle F_D^N\rangle\langle d\rangle\left[\mathcal{O}_{12}^D\right] \tag{2.38}$$

$$\sigma_{12}^{cap,D} = \frac{3z_D\Phi_S}{\pi a^3}\langle F_D^N\rangle\langle d\rangle\left[\mathcal{O}_{12}^D + \mathcal{F}_{12}^D + \mathcal{L}_{12}^D\right] \tag{2.39}$$

La prévision de $\sigma_{12}^{cap,C}$ fournie par l'équation 2.36 et celles de $\sigma_{12}^{cap,D}$ fournies par les équations 2.37, 2.38 et 2.39 sont confrontées aux valeurs mesurées numériquement sur la figure 2.30. Sur cette figure, on peut constater que différencier la moyenne des produits $\langle F_D^N d\rangle$ ou le produit des moyennes $\langle F_D^N\rangle\langle d\rangle$ ne fait pratiquement aucune différence, à contrario de la négligence de $\mathcal{F}_{12}^D + \mathcal{L}_{12}^D$ qui induit une forte erreur sur la mesure de $\sigma_{12}^{cap,D}$, erreur due avant tout à $\mathcal{F}_{12}^D$. La valeur de $\sigma_{12}^{cap,C}$ est, quant à elle, toujours très bien estimée.

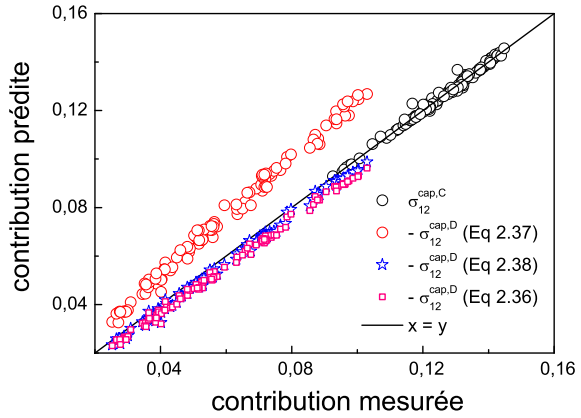


FIGURE 2.30 – Prédiction et mesure de $\sigma_{12}^{cap,C}$ et $\sigma_{12}^{cap,D}$. Toutes les valeurs du triplet (P^*, μ, Φ_L/Φ_S) sont proposées.

En sommant les équations 2.36 et 2.37 on obtient une estimation de σ_{12}^{cap} avec :

$$\sigma_{12}^{cap} = \frac{3z_C\Phi_S F_0}{\pi a^2}\left[\mathcal{O}_{12}^c + (\frac{z_D\langle F_D^N d\rangle}{z_C a F_0})(\mathcal{O}_{12}^D + \mathcal{F}_{12}^D + \mathcal{L}_{12}^D)\right] \tag{2.40}$$

La figure 2.31 compare l'estimation de σ_{12}^{cap} avec l'équation 2.40, aux valeurs mesurées numériquement. Estimation et mesure sont très proches, ce qui n'est pas très étonnant du fait des très bonnes estimations de $\sigma_{12}^{cap,C}$ et $\sigma_{12}^{cap,D}$ déjà illustrées par la figure 2.30. En négligeant anisotropie mécanique et des distances, c'est-à-dire en sommant équations 2.38 et 2.36 on obtient une sous-estimation systématique de σ_{12}^{cap}.

Le calcul de σ_{12}^{cap} via les anisotropies met donc en avant la nécessité de maîtriser 8 grandeurs différentes pour une estimation fine des contraintes :

— Les coordinations z_D et z_C,
— les 3 termes d'anisotropie $\mathcal{O}_{12}^c$, $\mathcal{O}_{12}^D$ et $\mathcal{F}_{12}^D$ (l'anisotropie des distances étant négligeable),
— les moyennes de forces $\langle F_D^N\rangle$ et de distance $\langle d\rangle$ des interactions à distance,
— et la compacité Φ_S.

L'étude de ces grandeurs est proposé dans la section 2.6.6 suivante.

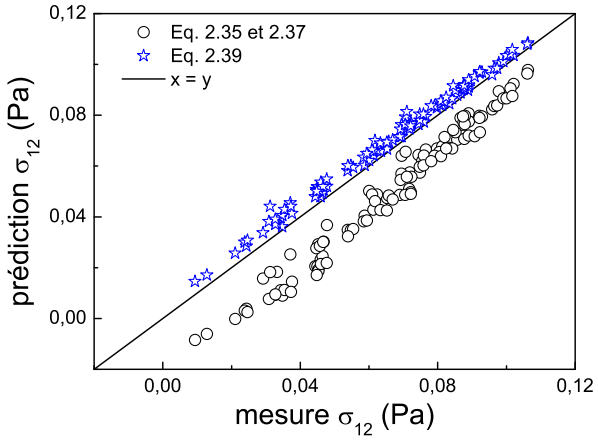
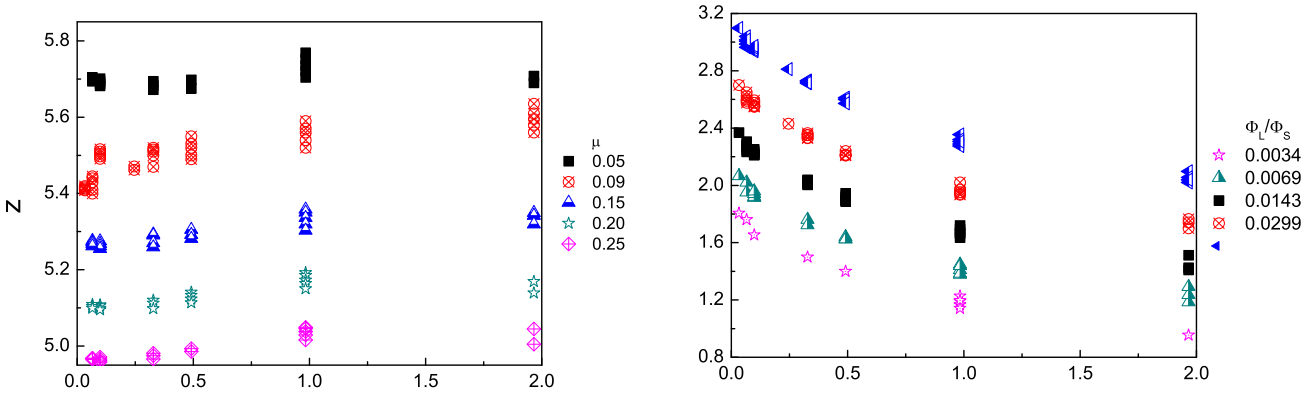


FIGURE 2.31 – Prédiction et mesure de σ_{12}^{cap} toutes les valeurs du triplet (P^*, μ, Φ_L/Φ_S) sont représentées.

2.6.6 Microstructure en régime quasistatique

Coordination

Les figures 2.32a et 2.32b présentent l'évolution de z_C et z_D avec $1/P^*$. Dans le cas de z_C diverses valeurs de μ sont présentées et pour toute valeur de Φ_L/Φ_S les courbes se superposent, c'est l'inverse pour z_D où les symboles distinguent les diverses valeurs de Φ_L/Φ_S et où les courbes se superposent pour toute valeur de μ. A l'échelle des grains, on peut supposer que l'adjonction de liquide et un confinement plus important ne devrait pas rompre les contacts qui participent à z_C, à contrario des interactions à distance qui peuvent perdurer plus longtemps à mesure que la distance de rupture augmente (augmentation du volume de liquide) et que l'on force le confinement du système et donc le rapprochement des grains.



(a) (b)

FIGURE 2.32 – Évolutions de a) z_C et b) z_D avec $1/P^*$. Sur les deux graphes toutes les valeurs du triplet (P^*,Φ_L/Φ_S,μ) sont représentées.

L'indépendance de z_C à Φ_L/Φ_S et P^* et de z_D à μ nous invite à ajuster ces grandeurs selon les modèles suivants :

$$z_C = z_C(\mu) = z_{C,0}(1 - \alpha_0\mu)$$
$$z_D = z_D(\Phi_L/\Phi_S, P^*) = z_{D,0}(1 + \alpha_1\Phi_L/\Phi_S)^{\alpha_2}(1 - \frac{\alpha_3}{\alpha_3 + P^*})$$

Les ajustements proposés mènent à $z_{C,0} = 5,831$, $\alpha_0 = 0,593$, $z_{D,0} = 0,8684$, $\alpha_1 = 5,898$, $\alpha_2 = 0,196$ et $\alpha_3 = 0,3437$, avec des qualités respectives de 0,957 et 0,934 pour z_C et z_D.

Forces et distances moyennes

Les figures 2.33 et 2.34 présentent respectivement, dans le cas des interactions à distance, la moyenne des distances et des forces comme fonctions de $1/P^*$ pour diverses valeurs de Φ_L/Φ_S. Diverses valeurs de μ sont aussi proposées mais aucun distinguo n'est fait sur les symboles. $< F_D^N >$ et $< d >$ croissent et décroissent respectivement légèrement lorsque P^* décroît, l'influence de μ est négligeable et Φ_L/Φ_S induit une forte croissance des deux moyennes. Pour $P^* \geq 1$ il est raisonnable d'estimer que $< F_D^N >$ et $< d >$ sont uniquement fonctions de Φ_L/Φ_S et $< F_D^N >$.

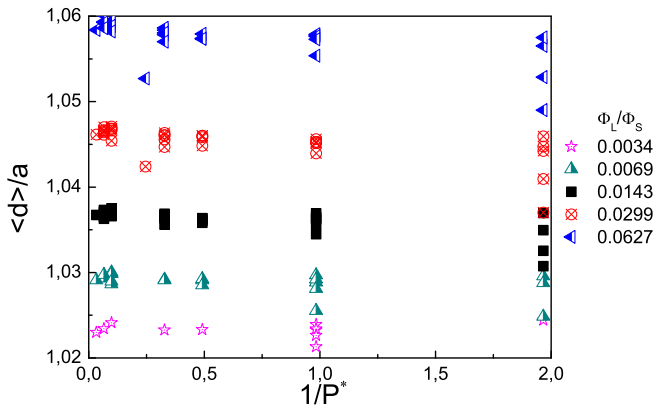


FIGURE 2.33 – Évolution de $\langle d \rangle$ avec $1/P^*$ pour diverses valeurs de Φ_L/Φ_S. Toutes les valeurs de μ sont présentées sans distinguo sur les symboles.

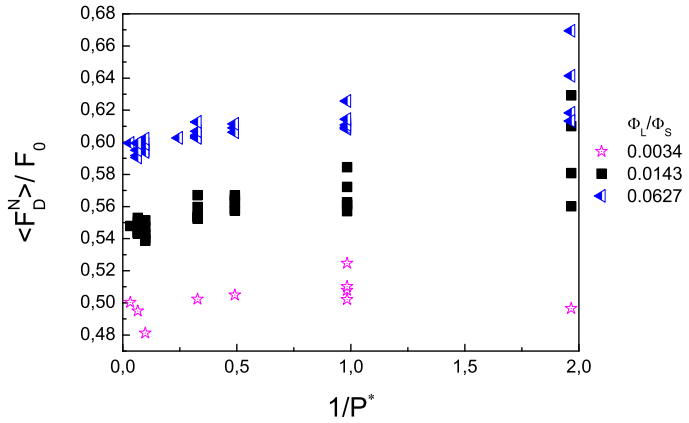


FIGURE 2.34 – Évolution de $\langle F_N^D \rangle$ avec $1/P^*$ pour diverses valeurs de Φ_L/Φ_S

À l'instar de z_D l'augmentation de $< d >$ avec Φ_L/Φ_S peut être attribuée à une persistance plus importante des interactions à distance, celle de $< F_D^N >$ est liée à la décroissance

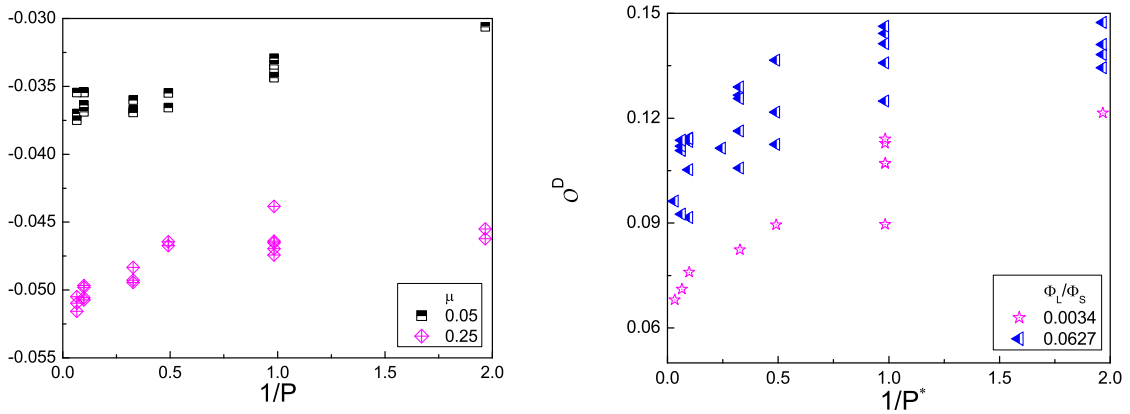
plus faible de la force avec la distance lors d'un accroissement de volume de ménisque. Le tableau 2.3 donne les moyennes de $< d >$ et $< F_D^N >$ en fonction de Φ_L/Φ_S.

TABLE 2.3 – Valeurs moyennes de $< d >$ et $< F_D^N >$ avec Φ_L/Φ_S, $I = 10^{-3}$, μ et P^* variables.

Φ_L/Φ_S	$< d >$	$< F_D^N >$
0.0034	1.023	0.50
0.0069	1.028	0.53
0.0143	1.036	0.56
0.0299	1.046	0.59
0.0627	1.057	0.61

Anisotropies

Les figures 2.35a et 2.35b présentent l'évolution de $\mathcal{O}_{12}^C$ et $\mathcal{O}_{12}^D$ avec $1/P^*$. Dans le cas de $\mathcal{O}_{12}^C$ diverses valeurs de μ sont présentées et pour toute valeur de Φ_L/Φ_S les courbes se superposent, c'est l'inverse pour $\mathcal{O}_{12}^D$ où les symboles distinguent les diverses valeurs de Φ_L/Φ_S et où les courbes se superposent pour toute valeur de μ. On constate une faible augmentation de $\mathcal{O}_{12}^D$ avec Φ_L/Φ_S et $1/P^*$ une faible augmentation en valeur absolue de $\mathcal{O}_{12}^C$ avec μ.



(a) (b)

FIGURE 2.35 – Évolutions de a) $\mathcal{O}_{12}^C$ et b) $\mathcal{O}_{12}^D$ avec $1/P^*$. Sur les deux graphes toutes les valeurs du triplet (P^*,Φ_L/Φ_S,μ) sont représentées

La valeur de $\mathcal{F}_{12}^D$, de signe opposée à $\mathcal{O}_{12}^D$ varie assez peu avec l'ensemble des paramètres. On trouve des valeurs oscillant entre $-0,02$ et $-0,04$ et surtout tributaires de μ. Le tableau 2.4 donne les moyennes de $\mathcal{O}_{12}^C$ et $\mathcal{F}_{12}^D$ en fonction de μ pour diverses valeurs de Φ_L/Φ_S et P^* ainsi que les valeurs moyennes de $\mathcal{O}_{12}^D$ avec Φ_L/Φ_S pour diverses valeurs de μ et P^*. Estimer les anisotropies comme des variables indépendantes de P^* est un peu brutal mais la dispersion des points dans les cas de $\mathcal{F}_{12}^D$ et $\mathcal{O}_{12}^D$ est un handicap difficile à surmonter dans le cadre d'un ajustement. Ces valeurs moyennes mettent néanmoins en exergue une plus grande anisotropie des interactions à distance avec $\mathcal{O}_{12}^D + \mathcal{F}_{12}^D > -\mathcal{O}_{12}^C$. Si le signe de σ_{12}^{cap} est pourtant du signe de $\mathcal{O}_{12}^C$ c'est parce que les coordinations entrent aussi en jeu dans le calcul de la contrainte (cf Eq. 2.40) et que z_C est bien supérieur à z_D.

TABLE 2.4 – Valeurs moyennes de $\mathcal{O}_{12}^C$ et $\mathcal{F}_{12}^C$ avec μ - pour divers Φ_L/Φ_S et P^* - et de $\mathcal{O}_{12}^D$ avec Φ_L/Φ_S - pour divers μ et P^* - , $I = 10^{-3}$.

Φ_L/Φ_S	$\mathcal{O}_{12}^D$	μ	$\mathcal{O}_{12}^C$	$\mathcal{F}_{12}^D$
0.0034	0.09	0.05	−0.034	−0.028
0.0069	0.10	0.09	−0.038	−0.030
0.0143	0.11	0.15	−0.042	−0.032
0.0299	0.12	0.20	−0.045	−0.034
0.0627	0.13	0.25	−0.048	−0.036

Produit $z^*\Phi_S$

Comme évoqué précédemment avec la figure 2.18b (cf. section 2.6.2), Φ_S est seulement fonction de P^* et μ. Un ajustement des courbes peut être proposé avec un modèle simple :

$$\Phi_{S,w,0} = \Phi_{S,c}(1 + \alpha_4\mu^{\alpha_5})(1 + \alpha_6(\frac{1}{P^*})^{\alpha_7})$$

où $\Phi_{S,c} = 0,64$ est la densité bien connue d'un matériau sec non frottant ($\mu = 0$). On obtient alors $\alpha_4 = -0,149$, $\alpha_5 = 0,518$, $\alpha_6 = -0,0356$ et $\alpha_7 = 0,849$ avec une qualité de 0,932.

Pour rappel, l'équation 2.30 repose aussi sur le produit $z^*\Phi_L/\Phi_S/\pi$. Il est donc intéressant de tenter une estimation de ce ratio grâce aux paramètres d'ajustement proposés précédemment. Estimation et mesure sont confrontées, pour tout triplet ($P*$, μ, Φ_L/Φ_S), sur la figure 2.36.

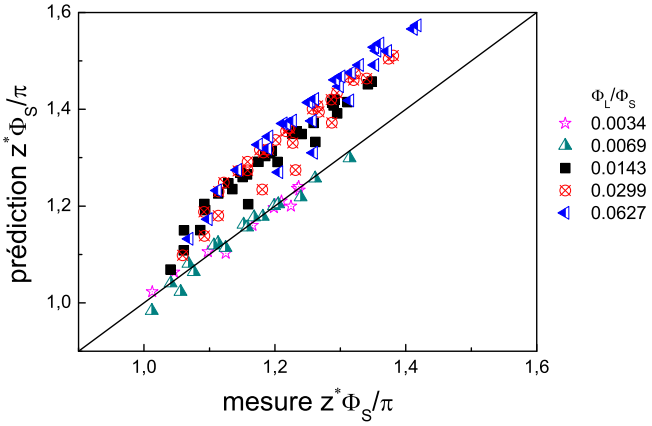


FIGURE 2.36 – Prédictions de $z^*\Phi_{S,w,0}/\pi$ confrontées aux mesures pour tout triplet (P^*,μ,Φ_L/Φ_S), $I = 10^{-3}$

Estimation de $\mu^*_{w,0}$ sans élément microstructurel

Les indépendances de certaines caractéristiques microstructurelles et la possibilité d'appliquer des ajustement nous encourage à tenter une estimation de $\mu^*_{w,0}$ sans recourir aux mesures de ces mêmes caractéristiques. Avec les moyennes de $\mathcal{O}_{12}^C$, $\mathcal{O}_{12}^D$, $\mathcal{F}_{12}^D$, $< d >$ et

$< F_D^N >$ et les ajustement proposés pour $\Phi_{S,w,0}$, z_C et z_D on estime $\mu^*_{w,0}$ comme une fonction de P^*, μ et Φ_L/Φ_S. Les estimations sont comparés aux mesures déjà effectuées sur la figure 2.37. Si prédictions et mesures se comparent relativement bien pour une gamme de P^* intermédiaire, la prédiction paye le prix de l'approximation de $\mathcal{O}_{12}^C$, $\mathcal{O}_{12}^D$, $\mathcal{F}_{12}^D$, $< d >$ et $< F_D^N >$ par des moyennes. Si l'écart à la mesure s'avère d'ailleurs relativement indépendant de μ aux basses valeurs de P^*, il n'en va pas de même à l'approche de $P^* \to \infty$ où l'estimation semble translatée vers la droite à mesure que μ augmente. Cette translation est la signature très certaine que σ_{22}^{cap} n'est pas très bien estimé aux P^* forts, mésestimation qui se gomme donc à l'approche de $P^* \to 0$ puisque les courbes s'alignent.

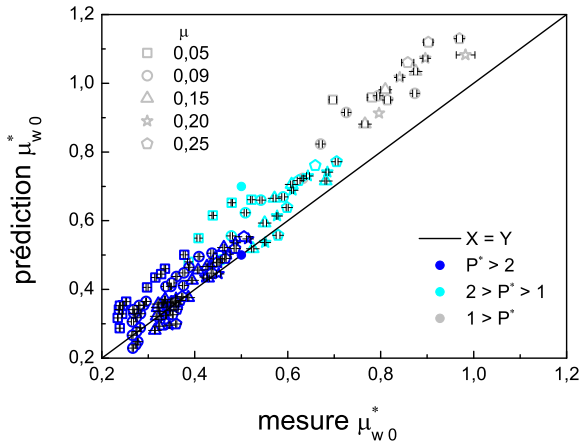


FIGURE 2.37 – Prédictions de $\mu^*_{w,0}$ confrontées aux mesures pour tout triplet (P^*,μ,Φ_L/Φ_S), $I = 10^{-3}$

Cette démarche grossière pourrait très certainement donner de bien meilleurs résultats si $\mathcal{O}_{12}^C$, $\mathcal{O}_{12}^D$, $\mathcal{F}_{12}^D$, $< d >$ et $< F_D^N >$ faisaient l'objet d'ajustements plus précis.

2.7 Comportement en régime inertiel

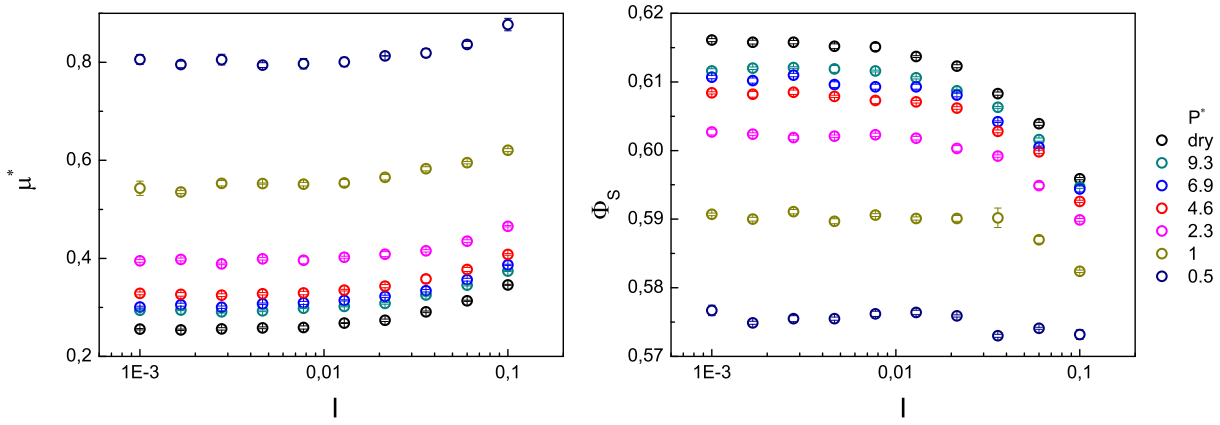
2.7.1 Jeu de paramètres

Dans cette étude, les grandeurs physiques fixées sont $\mu = 0,09$ et $\Phi_L/\Phi_S = 0,0299$. I varie de 10^{-3} à 10^{-1} par facteur $\sqrt[10]{100}$ et P^* prend les valeurs 0.5, 1, 2.3, 4.6, 6.9, 9.3 et ∞.

2.7.2 Résultats macroscopiques

Les figures 2.38a et 2.38b présentent respectivement μ_w^* et $\Phi_{S,w}$ comme fonctions de I pour les diverses valeurs de P^*. Les courbes d'écoulement présentées ainsi ne sont pas sans rappeler les résultats présentés par [57], la différence majeure réside dans la valeur de μ prise à 0.09 ici. On observe donc une croissance de μ_w^* et une décroissance de $\Phi_{S,w}$ avec I croissant ou P^* décroissant. Il faut aussi noter que la transition entre régimes quasistatique et régime inertiel ($I \approx 10^{-2}$) n'est pas influencée par l'adjonction du liquide mouillant quelque soit l'intensité du confinement. Si la courbure de μ^* avec I semble inchangée avec P^*, il n'en va pas de même pour celle de $\Phi_{S,w}$ qui diminue à mesure que le confinement s'amenuise.

En appliquant un ajustement de Hatano sur les courbes on obtient les résultats présentés en tables 2.5 et 2.6. La qualité des ajustements est systématiquement supérieure à 0,99 sauf lorsque $P^* = 0,5$ ou 1. On constate un accroissement systématique de μ_H^* et Φ_0^* avec P^* et,



(a) (b)

FIGURE 2.38 – $\mu_w^*(I)$ et $\Phi_{S,w}(I)$ pour diverses valeurs de P^*, ici $\mu = 0.09$ et $\Phi_L/\Phi_S = 0,0299$

à part lorsque$P^* = 0,5$ ou 1 où l'on constate des paramètre un peu erratiques, α, β, n_1 et n_2 présentent des variations toujours contenues dans les barres d'erreur. Dans la gamme de I balayée, cette dernière observation souligne une indépendance certaine de la courbure à P^*. Remarque que nous avons déjà évoquée avec l'aspect visuel des figures 2.38a et 2.38b, l'applanissement de la courbure pour $\Phi_{S,w}$ ne devenant flagrant que lorsque $P^* \leq 1$.

TABLE 2.5 – Paramètres d'ajustement de Hatano : résultats numériques μ_w^*.

P^*	μ_0^*	α	n_1
Sec	$0.252\,31 \pm 9.043\,41 \times 10^{-4}$	$0.711\,12 \pm 0.044\,15$	$0.878\,83 \pm 0.0285$
9.3	$0.290\,85 \pm 0.0016$	$0.741\,89 \pm 0.111\,12$	$0.945\,26 \pm 0.068\,03$
6.9	$0.299\,96 \pm 0.001\,22$	$0.656 \pm 0.061\,32$	$0.878\,03 \pm 0.043\,78$
4.6	$0.324\,49 \pm 0.001\,22$	$0.826\,22 \pm 0.1053$	$0.993\,74 \pm 0.059\,41$
2.3	$0.392\,58 \pm 0.002\,07$	$0.844\,64 \pm 0.242\,23$	$1.064\,12 \pm 0.128\,41$
1.0	$0.537\,19 \pm 0.0078$	$0.321\,04 \pm 0.105\,44$	$0.595\,82 \pm 0.166\,61$
0.5	$0.794\,97 \pm 0.004\,12$	$0.601\,83 \pm 0.229\,72$	$0.910\,48 \pm 0.148\,79$

TABLE 2.6 – Paramètres d'ajustement de Hatano : résultats numériques Φ_S.

P^*	Φ_0^*	β	n_2
Sec	$1.622 \pm 5 \times 10^{-4}$	0.561 ± 0.052	1.002 ± 0.040
9.3	$1.633 \pm 6 \times 10^{-4}$	0.578 ± 0.071	1.072 ± 0.053
6.9	$1.637 \pm 1.0 \times 10^{-3}$	0.465 ± 0.097	1.005 ± 0.089
4.6	$1.643 \pm 6 \times 10^{-4}$	0.605 ± 0.096	1.139 ± 0.068
2.3	$1.660 \pm 6 \times 10^{-4}$	0.558 ± 0.123	1.187 ± 0.094
1.0	$1.694 \pm 7 \times 10^{-4}$	2.429 ± 2.015	2.011 ± 0.356
0.5	$1.736 \pm 2.0 \times 10^{-3}$	0.053 ± 0.081	0.754 ± 0.675

2.7.3 Extension des contraintes effectives vers des systèmes inertiels

Adaptation du principe des contraintes effectives

A l'instar des mesures réalisées dans le domaine quasistatique, on peut se poser la question de l'applicabilité du principe de contraintes effectives aux matériaux en écoulement inertiel. De ce fait, on attend un coefficient de frottement macroscopique suivant une loi similaire à l'équation 2.30 selon :

$$\mu_w^* = \mu_d^*(1 - \frac{\sigma_{22}^{cap} a^2}{F_0}\frac{1}{P^*}) + \frac{\sigma_{12}^{cap} a^2}{F_0}\frac{1}{P^*} \tag{2.41}$$

Où μ_w^* et μ_d^* sont désormais des fonctions de I contrairement à $\mu_{w,0}^*$ et $\mu_{d,0}^*$. A l'instar du régime quasistatique on attend donc un comportement asymptotique avec $\mu_w^*(P^* \to \infty) = \mu_d^*$. On peut toujours envisager 2 niveaux d'approximation impliquant d'abord un calcul de σ_{22}^{cap} menant à

$$\mu_w^* = \mu_d^*(1 - \frac{z^*\Phi_S}{\pi}\frac{1}{P^*}) + \frac{\sigma_{12}^{cap} a^2}{F_0}\frac{1}{P^*}, \tag{2.42}$$

puis avec une négligence de la contrainte capillaire tangentielle induisant

$$\mu_w^* = \mu_d^*(1 - \frac{z^*\Phi_S}{\pi}\frac{1}{P^*}), \tag{2.43}$$

La figure 2.39 compare les estimations de μ_w^* avec l'équation 2.41 et ses mesures numériques, la très bonne prédiction dans le domaine des forts P^* est une signature du comportement asymptotique attendu. On constate cependant une assez forte surestimation de μ_w^* dès lors que P^* est inférieur ou égal à 4.6, surestimation amplifiée lorsque I croît. La proximité des 3 prédictions avec les équations 2.41, 2.42 et 2.43 nous invite à penser que σ_{12}^{cap} n'a que peu d'influence d'autant plus qu'il n'y a pas de raison de douter de la manière dont cette grandeur est prise en compte dans l'équation 2.41. C'est bien sur le premier terme que l'on peut se poser des questions notamment parce que la divergence entre prédiction et mesure croît avec I.

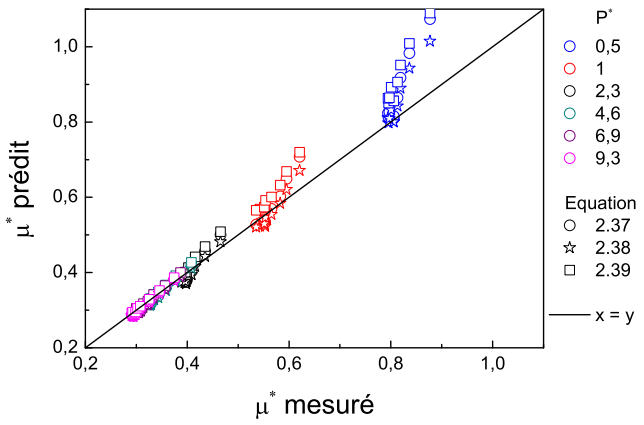
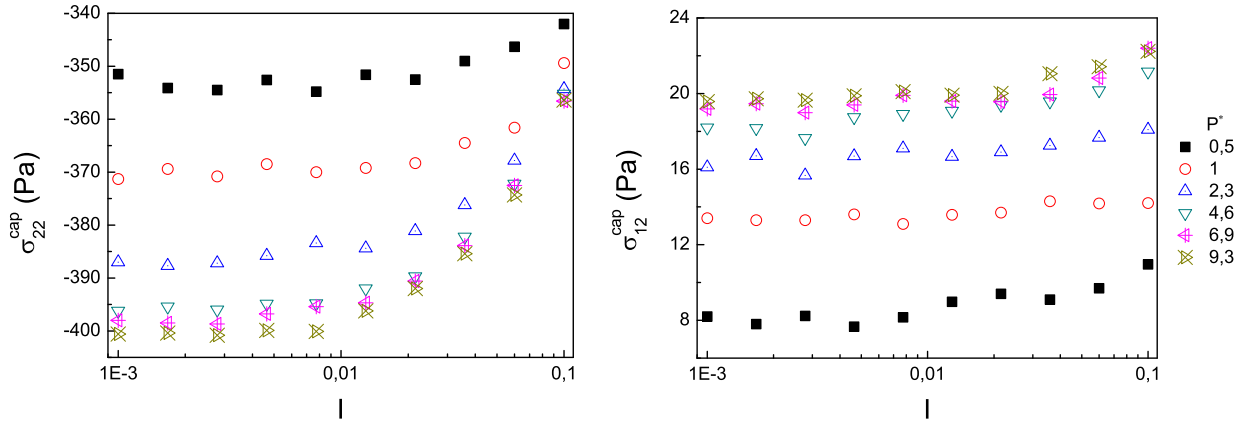


FIGURE 2.39 – Prédiction de comportement avec les contraintes effectives : équation 2.41, 2.42 et 2.43, variation du couple (P^*,I) pour $\mu = 0,09$ et $\Phi_L/\Phi_S = 0,0299$

Aspects microscopiques : contraintes

En sections 2.6.4 et 2.6.5 nous avons insisté sur l'influence considérable des contraintes capillaires normales et tangentielles sur μ_w^*. Leurs évolutions respectives avec I et P^* sont capturées par les figures 2.40a et 2.40b. En valeurs absolues, ces deux grandeurs sont des fonctions croissantes de I et de $1/P^*$, si la croissance relative de σ_{12}^{cap} est sensiblement supérieure à celle de σ_{22}^{cap}, le terme $\mu^*\sigma_{22}^{cap}$ demeure toujours au moins 4 fois supérieur au terme σ_{12}^{cap} sur l'ensemble de la plage de I et P^* balayée. Les contraintes capillaires exhibent aussi un comportement asymptotique et ne varient plus dans la limite $P^* \to \infty$.



(a) (b)

FIGURE 2.40 – Contraintes capillaires en domaine inertiel a) $\sigma_{22}^{cap}(I)$ et b) $\sigma_{12}^{cap}(I)$ pour diverses valeurs de P^*, $\mu = 0,09$ et $\Phi_L/\Phi_S = 0,0299$

Aspects microscopiques : coordinations

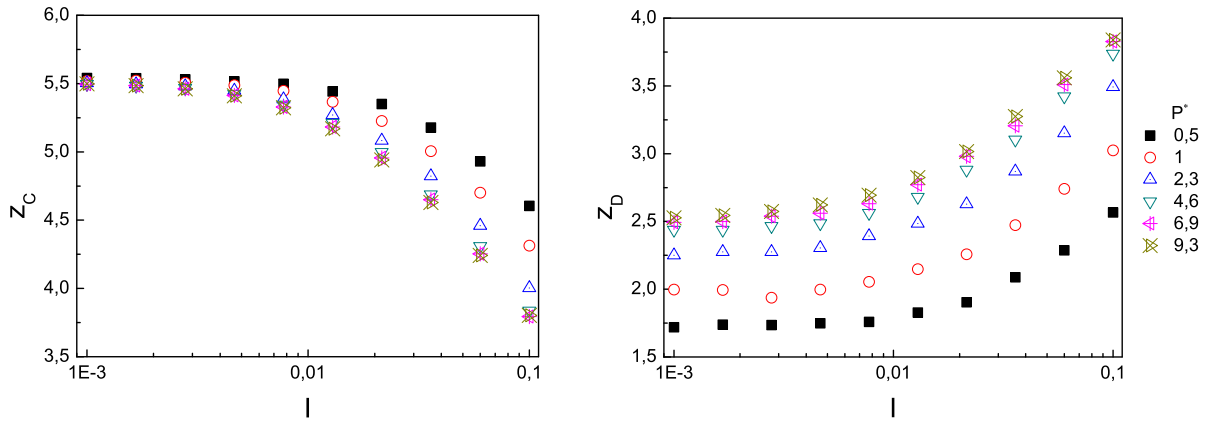
Comme évoqué en sections 2.6.4 et 2.6.5, les nombres de coordinations z_C et z_D entrent en jeu à la fois dans la détermination de σ_{22}^{cap} et dans celle de σ_{12}^{cap}. En régime inertiel, leurs évolutions avec I et P^* sont capturées par les figures 2.41a et 2.41b. On constate de très nettes augmentation de z_D et diminution de z_C pour I croissant. Une croissance de P^* engendre aussi une forte croissance de z_D et ne fait décroitre z_C que dans le domaine inertiel pour $I \geq 10^{-1}$. Pour z_C comme pour z_D on constate un comportement asymptotique dans la limite $P^* \to \infty$ où P^* n'a plus d'influence.

Révision du nombre d'inertie

Le modèle de contraintes effectives part du principe que le squelette granulaire réagit de la même façon dans le cas mouillé et sec. Dans un cadre où l'inertie a une influence non négligeable, on peut s'interroger sur l'existence d'un nouveau temps de relaxation du matériau non-saturé $\tau_{r,w}$ dont le squelette se voit justement soumis à une nouvelle contrainte capillaire. Dans le cas sec nous avions τ_r avec :

$$\tau_r = \frac{1}{a}\sqrt{\frac{\sigma_{22}}{\rho_s}} \tag{2.44}$$

Dans le cas mouillé on envisage donc simplement la nouvelle contrainte normale effective et on obtient $\tau_{r,w}$:



(a) (b)

FIGURE 2.41 – Coordinations en domaine inertiel a) $z_C(I)$ et b) $z_D(I)$ pour diverses valeurs de P^*, $\mu = 0,09$ et $\Phi_L/\Phi_S = 0,0299$

$$\tau_{r,w} = \frac{1}{a}\sqrt{\frac{\sigma_{22} - \sigma_{22}^{cap}}{\rho_s}} \tag{2.45}$$

On en déduit donc un nombre d'inertie I' plus faible que le nombre d'inertie originel I avec :

$$I' = I\sqrt{\frac{\sigma_{22}}{\sigma_{22} - \sigma_{22}^{cap}}} \tag{2.46}$$

On s'attend à de meilleures estimation de μ_w^* si l'on prend en compte une dépendance de μ_d^* en I' plutôt qu'en I. La loi de Hatano évoquée en section 2.7.2 nous permet justement de réévaluer ces valeurs de μ_d^* auxquelles nous n'avons pas directement accès. Pour I' inférieur à I on obtient des valeurs plus faible de μ_d^*, à plus forte raison lorsque P^* est faible, ce qui va dans le sens de nos observations précédentes où le terme $\mu_d^*(1 - \sigma_{22}^{cap}/\sigma_{22})$ semblait surévalué dans les équations 2.41, 2.42 et 2.43. Ces nouvelles de μ_d^* nous autorisent de nouvelles prédictions illustrée par la figure 2.42. Par comparaison avec la figure 2.39 on constate une très nette amélioration de la prédiction quelque soit la valeur de P^* et I concernée, les équations 2.41 et 2.42 en particulier donnent de très bon résultats. Une divergence entre modèle et prédiction reste observée aux faible P^* lorsque cohésion et confinement sont du même ordre de grandeur.

2.8 Introduction d'une légère polydispersité

2.8.1 Caractéristiques des nouveaux matériaux

Diamètres et distribution

Les échantillons proposés dans cette section présentent une faible polydispersité, les diamètres minimaux et maximaux sont respectivement $a_{min} = 1.0$ et $a_{max} = 1.1$. La distribu-

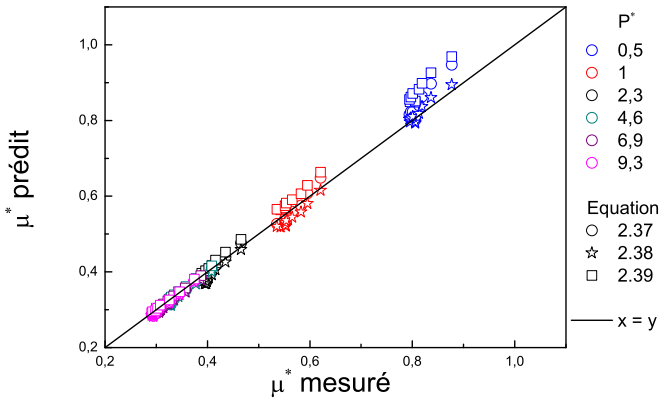


FIGURE 2.42 – Prédiction de comportement avec les contraintes effectives : équation 2.41, 2.42 et 2.43, variation du couple (P^*,I') pour $\mu = 0,09$ et $\Phi_L/\Phi_S = 0,0299$

tion des diamètres est générée de sorte que le volume occupé par chaque taille de grain soit constant.

Modèles de forces

L'introduction d'une polydispersité n'est pas prise en compte dans le modèle de Maugis. Des études expérimentales sur matériaux polydisperses indique une meilleure pertinence du modèle de Soulié, plus complexe. Avec ce modèle la force au contact vaut approximativement $F_0 = \alpha\pi < a > \Gamma$, où α est un préfacteur valant 0.888 et $< a >$ est le diamètre moyen des grains valant respectivement 1 et $1,048$ dans les cas monodisperses et polydisperses.

2.8.2 Jeu de paramètres

Soulié et monodispersité

La force au contact étant modifiée avec le modèle d'interaction, l'évaluation de l'influence de la polydispersité est réalisé en comparant des échantillons monodisperses et polydisperses avec le nouveau modèle. Les échantillons monodisperses et polydisperses ont été soumis à des variations de $I = 10^{-3}$, 10^{-2} ou 10^{-1} et $P^* = 1.8$ ou 5.5.

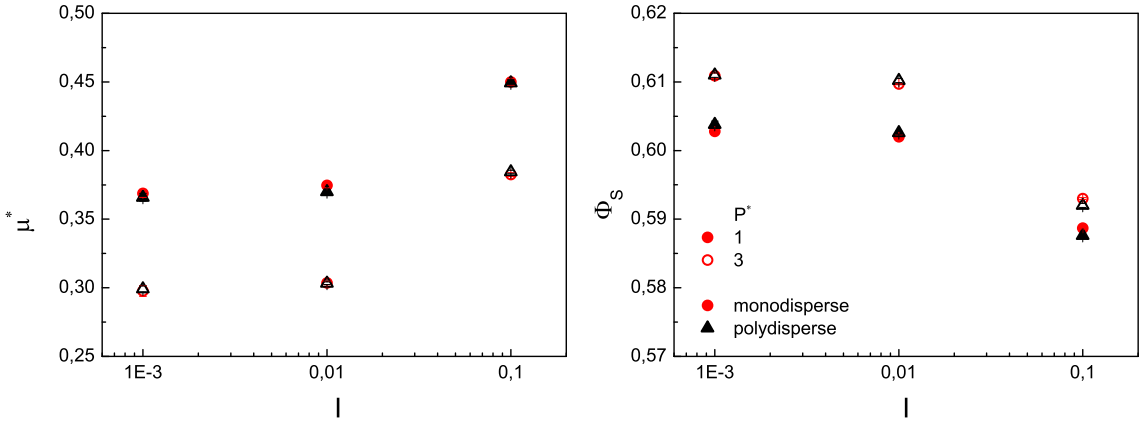
2.8.3 Résultats macroscopiques

Les figures 2.43a et 2.43b représentent les courbes d'écoulements d'un matériau monodisperse et d'un matériau polydisperse. Sur toute la gamme de I et P^* balayée on ne constate aucune différence de comportement du fait de l'introduction d'une légère polydispersité.

2.9 Introduction d'une viscosité

2.9.1 Jeu de paramètres

Lors de l'introduction d'une viscosité, ont été fixés $\mu = 0,09$, $V_0/a^3 = 10^{-3}$ et $\sigma_{22} = 600\,\text{kPa}$, seuls η_f et I ont été variés selon le tableau 2.7. On introduit une rugosité plutôt forte avec $h_r/h = 0.01$ mais qui semble raisonnable pour simuler nos matériaux expérimentaux. La



(a) (b)

FIGURE 2.43 – Courbes d'écoulement a) $\mu^*(I)$ et b) $\Phi_S(I)$ pour des matériaux monodisperses (cercles) et faiblement polydisperses (triangle) avec une pression réduite $P^* = 1.8$ (symboles entiers) ou 5.5 (symboles ouverts)

force visqueuse est implémentée selon l'équation 1.60 et fait appel au même type de cut-off que la force capillaire.

TABLE 2.7 – jeu de paramètre : effet visqueux

I	η(mPa s)
10^{-3}	0, 50, 1000
10^{-2}	0, 1000

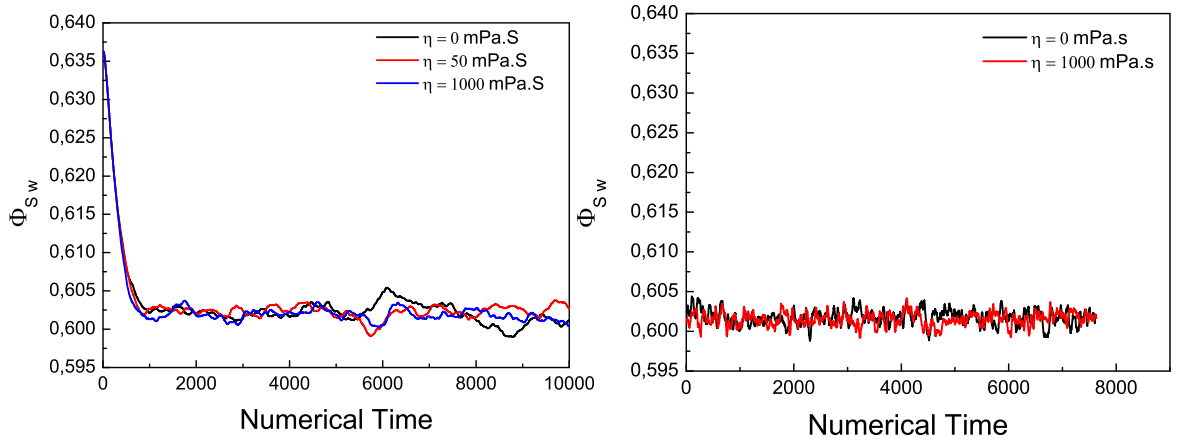
Dans ces conditions, on peut essayer de prévoir la prépondérance des forces visqueuses sur le comportement du matériau. Le nombre visqueux V_I, notamment défini en section 1.3.1, peut permettre cette anticipation. Avec le jeu de paramètres proposé V_I varie entre 0 et 0.13 là où $1/P^*$ vaut 0.5 ce qui laisse penser que l'on pourra voir une légère influence de la viscosité avec la gamme de paramètres proposés.

2.9.2 Résultats macroscopiques

Après l'implémentation d'une viscosité les figures 2.44a, 2.44b, 2.45a et 2.45b présentent les séries temporelles de σ_{12} et $\Phi_{S,w}$ avec un temps numérique. Les courbes se superposent extrêmement bien ce qui souligne l'absence totale d'effet visqueux au niveau macroscopique. Avec les valeurs de V_I évoquées on aurait pu s'attendre à un effet moindre des forces visqueuses mais tel n'est pas le cas. La section suivante (2.9.3) aborde la microstructure des échantillons testés avec notamment une interrogation sur le rapport des forces visqueuses et capillaires.

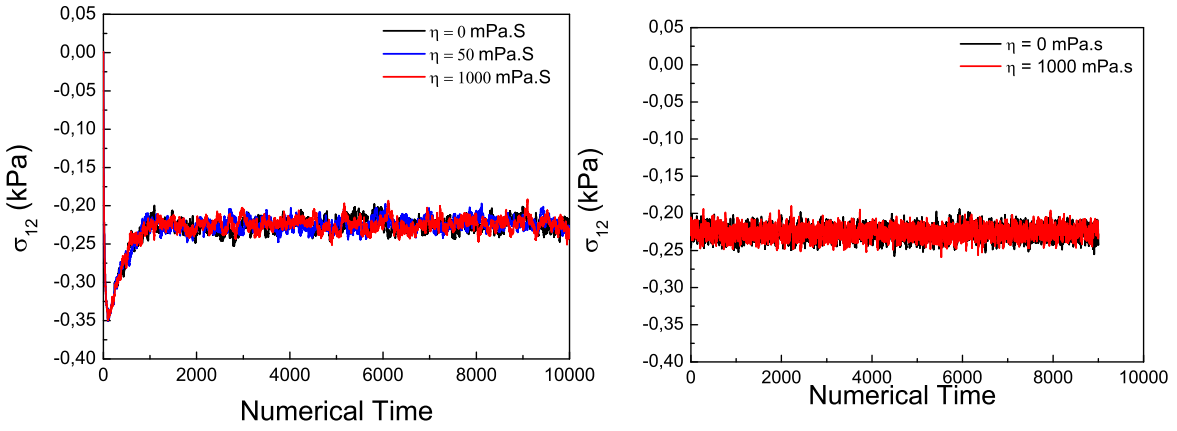
2.9.3 Effets sur la microstructure

Coordinations



(a) (b)

FIGURE 2.44 – Séries temporelles : σ_{12} évolue avec le temps numérique a) $I = 10^{-3}$ b) $I = 10^{-2}$, $\mu = 0.09$, $P^* = 3$ et $\Phi_L/\Phi_S = 0.0069$.



(a) (b)

FIGURE 2.45 – Séries temporelles : $\Phi_{S,w}$ évolue avec le temps numérique a) $I = 10^{-3}$ b) $I = 10^{-2}$, $\mu = 0.09$, $P^* = 3$ et $\Phi_L/\Phi_S = 0.0069$.

Une des interrogations autour de l'effet des forces visqueuses au niveau microscopique est l'augmentation potentielle de la persistence des ponts capillaires. Abordé numériquement en section 1.6.3, les résultats laissaient penser que la viscosité ne doit pas conférer aux ponts une persistance bien supérieure aux ponts non-visqueux dans les conditions proposées ici. Effectivement, les nombres coordination total et à distance, reportés en table 2.8, présentent très peu de variation avec η_f ou I. On peut éventuellement souligner la diminution de z_D et la constance de z lorsque $I = 10^{-3}$ qui semble souligner une résistance sensiblement plus élevée des ponts qui suffit à les maintenir au contact lorsqu'ils ne sont que faiblement contraints.

TABLE 2.8 – ratio F^{vis}/F_0, $P^* = 3$, $\mu = 0,09$ et $\Phi_L/\Phi_S = 0,0069$

η_f	$z(I = 10^{-3})$	$z_D(I = 10^{-3})$	$z(I = 10^{-2})$	$z_D(I = 10^{-2})$
0	7.167	1.865	7.171	1.867
50	7.179	1.647		
1000	7.172	1.640	7.171	1.866

Forces moyennes

La force visqueuse moyenne F^{vis} est négligeable devant la force capillaire F_0 dans toutes les simulations proposées. Au plus ($I = 10^{-2}$ et $\eta_f = 1000mPa.s$), le ratio de la première sur la seconde s'élève à 3.04×10^{-6} bien loin du ratio $V_I/P^* \approx 0.2$ qui compare forces et capillaires visqueuses macroscopiques. A priori, avec le modèle proposé, le nombre visqueux surestime donc largement l'influence des forces visqueuses, potentiellement parce que le nombre visqueux est construit dans le cas de grains immergés pour lesquels la phase liquide percole. Reporté sur la table 2.9 le ratio F^{vis}/F_0 semble proportionnel à la fois à η et I de manière à priori linéaire. Cette vraisemblable proportionnalité, nous invite à penser qu'à $P^* = 3$ le produit $\eta_f I$ devrait atteindre 10^6 pour avoir un ordre de grandeur similaire entre F^{vis} et F_0, dans notre cas ce produit atteint 10 au plus. A titre d'exemple, un tel ordre de grandeur avec nos pressions et nos billes, serait atteint pour un liquide avec une viscosité 100 fois supérieure au miel, soit quasiment du bitume, dans une assemblée d'une dizaine de billes d'épaisseurs, s'écoulant avec une vitesse de $100\,\mathrm{m\,s^{-1}}$.

TABLE 2.9 – ratio F^{vis}/F_0, $P^* = 3$, $\mu = 0,09$ et $\Phi_L/\Phi_S = 0,0069$

η_f	$F^{vis}/F_0(I = 10^{-3})$	$F^{vis}/F_0(I = 10^{-2})$
0	0	0
50	-1.52×10^{-8}	
1000	-3.05×10^{-7}	-3.04×10^{-6}

2.10 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté les simulations numériques avec en particulier les types d'interactions implémentées, les méthodes de confinement et de cisaillement ainsi que le calibrage du matériau modèle. Les méthodes proposées sont les mêmes que lors de travaux numériques précédents sur les écoulements de matériaux granulaires non-saturés [59]. Ici nous nous sommes particulièrement intéressés aux modèles de Mohr-Coulomb et de contraintes effectives, nous avons cherché les limites de ces modèles en variant à la fois P^*, μ et Φ_L/Φ_S. Comme d'autres études l'ont souligné auparavant, nous remarquons que le comportement des matériaux granulaires non-saturés n'est pas convenablement décrit par un tenseur de contraintes capillaires isotrope [124, 125, 48], surtout dans la limite des faibles $P^* \leq 1$. Les degrés de précisions successifs dans le modèles de contraintes effectives consistent donc à prendre en compte la contrainte normale capillaire σ_{22}^{cap}, l'anisotropie structurelle des contacts $\mathcal{O}_{12}^C$, l'anisotropie structurelle des interactions à distance $\mathcal{O}_{12}^D$ et enfin l'anisotropie mécanique de ces dernières $\mathcal{F}_{12}^D$. Il peut-être noté que le signe de chacune des contributions de ces termes à la contrainte macroscopique est alterné. Nous testons aussi le modèle de contraintes effectives dans le régime inertiel, s'il apparaît que la contribution de σ_{12}^{cap} est bien prise en compte, il n'en va pas de même pour l'effet de σ_{22}^{cap}, surtout aux forts I, où la contrainte finit par être surestimée. Avec la prise en compte d'un temps de relaxation sensible aux effet capillaires, on constate une bien meilleure estimation des contraintes. La légère divergence, persistante aux P^* faibles et I forts, souligne la nécessité d'une étude de la construction du terme σ_{12}^{cont}.

Nos résultats sont indifférents à l'introduction d'une faible polydispersité ou d'une viscosité. Si les forces visqueuses doivent avoir un effet, il semble plus probant d'aller chercher cette influence dans des questions de répartition et de mobilité du liquide.

Les données obtenues dans ce chapitre sont confrontées aux données expérimentales dans le chapitre suivant.

Chapitre 3

Étude expérimentale : Rhéométrie et Microtomographie

3.1 introduction

Dans ce chapitre nous présentons le matériau et les méthodes de travail expérimental ainsi que les résultats correspondants. Le dispositif expérimental que nous utilisons est relativement nouveau dans le cadre du travail sur les matériaux granulaires [15, 62, 31], nous revenons sur les caractéristiques de cet outil en section 3.3. Quelques vérifications d'usage sont discutées en section 3.4 où nous discutons notamment des phénomènes de taille d'échantillon et des éventuels artefacts de mesure. Nous présentons nos résultats en régimes quasistatique puis inertiel respectivement dans les sections 3.5 et 3.6 où l'on opère une confrontation avec les mesures de rhéologie numérique et des tentatives d'application des modèles de Mohr-Coulomb et de contraintes effectives. La bonne concordance des résultats donne une très bonne légitimité à la démarche numérique. Pour finir, nous présentons des résultats de rhéologie pour des échantillons soumis à la microtomographie en section 3.7, nous discutons des méthode de travail, de l'homogénéité des matériaux ainsi que des morphologies de liquide présentent dans nos matériaux.

3.2 Matériau modèle

Composition

Le matériau modèle proposé dans cette thèse est une assemblée de billes monodisperses, de diamètre $a = 500\,\mu\text{m}$, mélangée (matériau non-saturé) ou non (matériau sec) avec une huile de silicone newtonienne de viscosité $\eta_f = 50\,\text{mPa}\,\text{s}$ et de tension de surface $\Gamma = 20.6\,\text{mN}\,\text{m}^{-1}$. L'angle de contact huile-polystyrene est faible $\theta \leq 5°$ ($\cos(\theta) > 0,996$) [132]. Enfin, la proportion d'huile est décrite par le rapport des volumes huile-solide Φ_L/Φ_S variant de 0.015 à 0.075, indépendant des conditions de chargement. Pour de telles proportions d'huile, la saturation S_w varie de 0.02 à 0.12 dans les limites de l'état pendulaire [47]. Dans ces conditions on attend $F_0 = 3.236 \times 10^{-5}\,\text{N}$ (Eq. 1.12), soit $P^* = 1$ (Eq. 1.20) lorsque $\sigma_{22} \approx 129.3\,\text{Pa}$.

Fabrication

Pour minimiser les surfaces de contact susceptibles de capter le liquide et fausser la mesure de Φ_L/Φ_S et afin d'obtenir un mélange homogène, le mélange est réalisé à la main. Une grande proportion de matériau sec (400 g) est pesée, l'ajout de liquide se fait progressivement tout en continuant à contrôler la masse de l'échantillon. En même temps, l'ensemble est malaxé délicatement avec une tige métallique fine. A la fin du mélange l'épaisseur de la couche de liquide sur la tige ne se voit pas à l'œil nu. Pour les matériaux présentant le moins de liquide $\Phi_L/\Phi_S = 0.015$, la masse introduite dans ces conditions est de 5.49 g, ce qui semble suffisamment grand pour négliger toute déperdition par transfert sur des surfaces étrangères.

Manipulation

Les matériaux non-saturés sont stockés dans des bocaux. Lors de leur utilisation ils sont remélangés à même leur contenant, un échantillonnage grossier est réalisé et 20 à 60 g de matériau sont prélevés. Après utilisation, les matériaux testés sous des conditions rudes ($I \geq 10^{-2}$,$P^* > 3$ et/ou temps d'expérience supérieur à 4h) ont été jetés, le polystyrène étant susceptible de s'être abîmé, les autres ont été remis en bocal. Le matériel expérimental utilisé est nettoyé au savon et éventuellement à l'alcool puis séché entre deux échantillons différents.

3.3 Dispositif expérimental

3.3.1 Cellule rhéologique

La figure 3.1 est une représentation schématique de la cellule de cisaillement expérimentale. Il s'agit d'un outil désormais classique en rhéologie des matériaux granulaires [15, 62, 30], au même titre que le tambour tournant [138, 20], le plan incliné [116, 115], la boîte de cisaillement [97, 105] ou les tubes vibrés [121, 122]. Cette géométrie est néanmoins une des rares à permettre de fixer des pressions de confinement plutôt que des volumes d'où son usage de plus en plus fréquent [15, 62, 33, 30]. Ici, le matériau granulaire est inséré dans le stator (gris), le rotor (jaune + bleu) l'entraine avec une vitesse de rotation ω. Une rugosité bien maitrisée, formée de pyramides à base carrée de la taille des grains disposées sur toute la surface inférieure du stator et sur la surface supérieure du rotor, assure une condition de non glissement des grains, qui se traduit par une vitesse dans la direction 1 avec $U(x_2 = \pm H/2, x_3) = \dot{\gamma} x_3/x_2$. Dans la pratique cette rugosité double, sur le plan supérieur et inférieur peut poser des problèmes de mesure de hauteur dont nous discutons en section 3.4.3. Les bords interne et externe en polyoxyméthylène lissé permet un glissement parfait avec $U(x_2, x_3 = R_i) = R_i\omega(x_2)$ et $U(x_2, x_3 = R_e) = R_e\omega(x_2)$ et un couple engendré proche de 0.

Dans ces conditions, le cisaillement homogène de type plan-plan annulaire présenté en figure 3.2 est décrit par l'équation de mouvement 3.3. On obtient les équations suivantes :

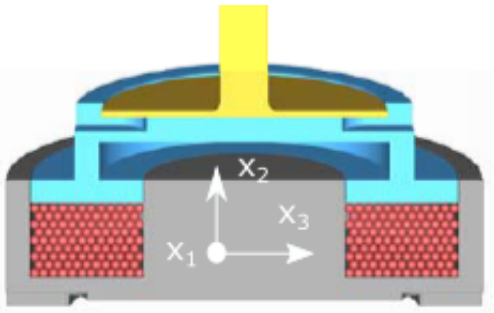


FIGURE 3.1 – cellule de cisaillement annulaire.

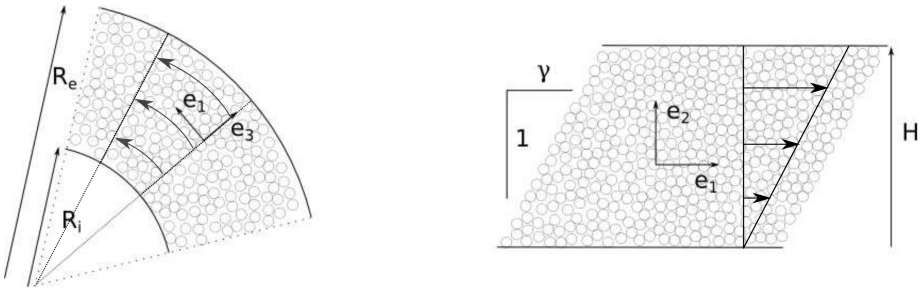


FIGURE 3.2 – champs de déformation expérimental, les flèches représente la vitesse selon le vecteur unitaire $\vec{e}_1$.

$$\sigma_{22} = \frac{F_N}{\pi R_e^2 (1 - (\frac{R_i}{R_e})^2)} \tag{3.1}$$

$$\sigma_{12} = \frac{3T}{2\pi R_e^3 (1 - (\frac{R_i}{R_e})^3)} \tag{3.2}$$

$$\dot{\gamma} = \omega \frac{R_e + R_i}{2H} \tag{3.3}$$

$$\Phi_S = \frac{m_s}{\pi H R_e^2 (1 - (\frac{R_i}{R_e})^2)} \tag{3.4}$$

Si la valeur de σ_{22} ne souffre pas trop de discussion, le système d'équations proposé est sujet à quelques vérifications d'usage, ayant trait par exemple aux éventuels soucis de localisation (valeurs de $\dot{\gamma}$ et Φ_S) ou d'inhomogénéité de la contrainte (valeur de σ_{12}). Toutes ces questions sont discutées en section 3.4.

3.3.2 Rhéomètre et limites de travail

Le rhéomètre utilisé est un Kinexus Pro+ Stress-Controlled-Rheometer. Ses moteurs de rotation et de translation verticales sont respectivement contrôlés en couple et en hauteur. Des consignes en vitesse de rotation et en force normale impliquent donc des boucles de rétroaction respectivement sur le couple et la hauteur. Le rhéomètre est limité en force normale et en couple, les limites raisonnables de travail sont :

— de 1 à 20 N pour la force normale - sous 1 N la force gravitaire est telle qu'il devient discutable de négliger ses effets, au-delà de 20 N le rhéomètre sature et n'est plus capable d'adapter sa hauteur.

— de 10^{-6} à 2×10^{-2} N m pour le couple.

Pour des raisons d'échauffement du moteur, il est raisonnable de limiter les mesures à une dizaine de minutes, pour protéger le matériel susdit plus que pour la capacité à mesurer malgré l'échauffement (cf. section 3.4.3). Ce qui, pour une révolution complète de la géométrie impose des taux de cisaillement minimaux de l'ordre de 1. La limite maximale du taux de cisaillement a vocation, elle aussi, à préserver le matériaux et la cellule rhéologique et l'on pourra imposer $\dot{\gamma}_{max} = 10^2$.

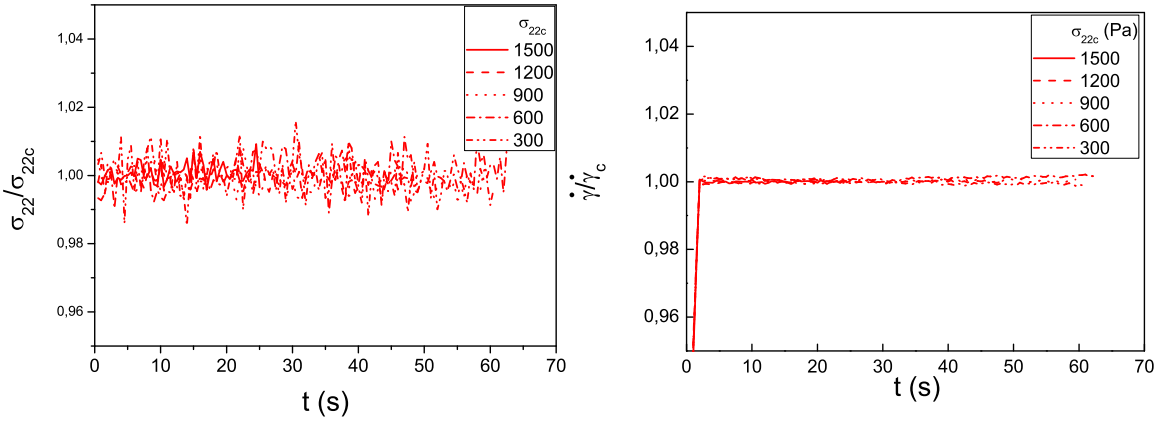
Avec ces limites de travail en tête, et vu le matériau utilisé (cf. 3.2) nous sommes en mesure d'imposer $2 < P^* < 10$ et $10^{-3} < I < 10^{-1}$.

3.3.3 Séries temporelles : grandeurs contrôlées et mesurées

Il est nécessaire de s'assurer d'une bonne maîtrise des paramètres de contrôle F_N et ω ou de manière équivalente de σ_{22} et $\dot{\gamma}$. Dans cette partie, on s'attache à vérifier que les valeurs de consigne imposées, notées d'un indice "c", sont respectées.

Variations des consignes $\sigma_{22,c}$ et $\dot{\gamma}_c$

Les figures 3.3a et 3.3b puis les figures 3.4a et 3.4b présentent des séries temporelles de σ_{22} et $\dot{\gamma}$ pour lesquelles on a fait varier respectivement $\sigma_{22,c}$ puis $\dot{\gamma}_c$. Pour toutes les valeurs de $\sigma_{22,c}$ puis $\dot{\gamma}_c$ proposées, le contrôle est excellent avec un écart à la consigne toujours inférieur à 2 %. Dans le cas des taux de cisaillement élevés il arrive de constater un pic de vitesse au début de l'écoulement mais la valeur de consigne est très bien respectée dans le domaine stationnaire.

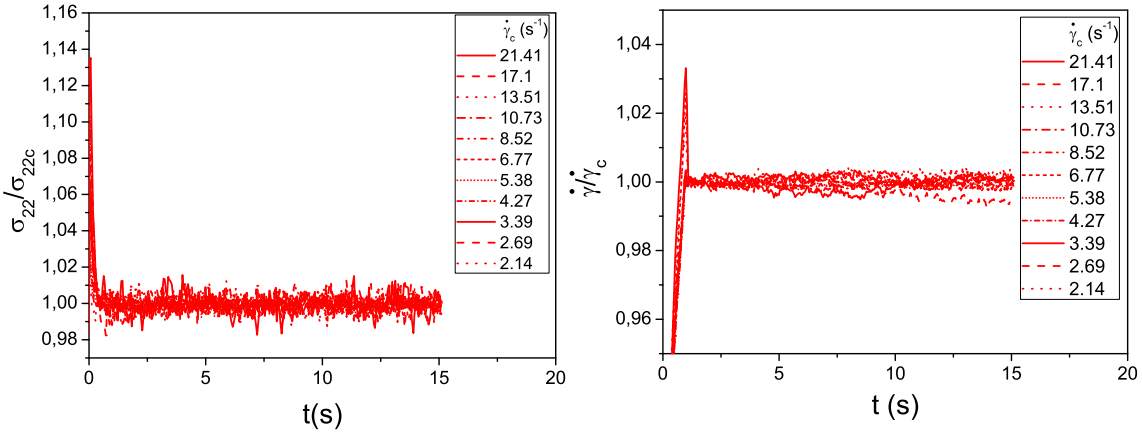


(a) (b)

FIGURE 3.3 – Grandeurs contrôlées : a) σ_{22} et b) $\dot{\gamma}$ pour une variation de σ_{22c} à $\dot{\gamma}_c$ fixé avec $\Phi_L/\Phi_S = 0.015$ et $\eta_f = 50$ mPa s.

Grandeurs mesurées, domaine stationnaire et acquisition des données

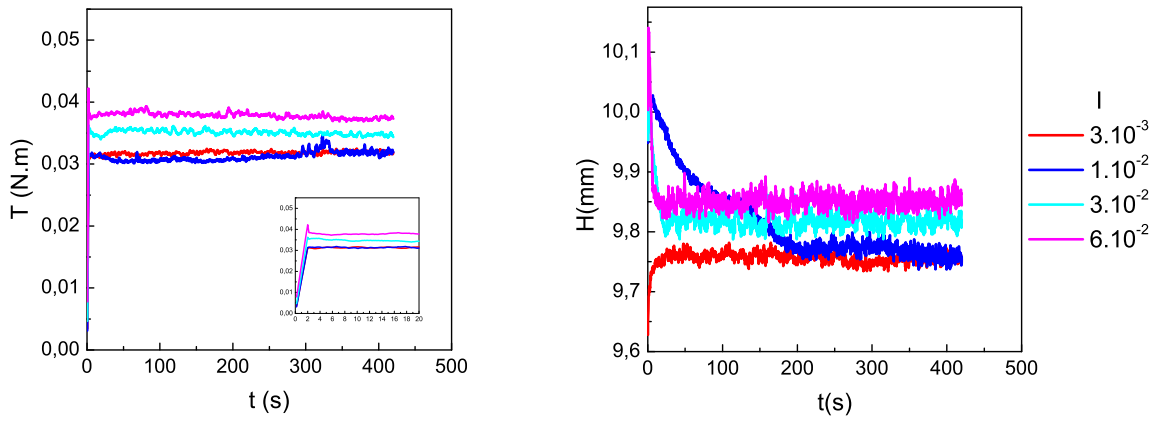
Les grandeurs physiques mesurées en régime stationnaire sont le couple T et la hauteur H. Pour s'assurer qu'un tel régime est bien atteint nous appliquons des cisaillements sur des temps longs de quelques minutes, ce qui est amplement suffisant pour dépasser des déformations de l'ordre de 10 même pour les vitesses d'écoulement les plus faibles, lorsque I vaut 10^{-3}. Dans cette esprit, les figures 3.5a et 3.5b présentent respectivement les séries



(a) (b)

FIGURE 3.4 – Grandeurs contrôlées : a) σ_{22} et b) $\dot{\gamma}$ pour une variation de $\dot{\gamma}_c$ à σ_{22c} fixé avec $\Phi_L/\Phi_S = 0.015$ et $\eta_f = 50\,\mathrm{mPa\,s}$

temporelles $T(t)$ et $H(t)$ pour diverses valeurs de I. Le régime stationnaire est atteint lorsque $H(t)$ et $T(t)$ présentent un plateau, les données sont alors acquises sur les 50 dernières secondes de la mesure.



(a) (b)

FIGURE 3.5 – séries temporelles : a) $T(t)$ et b) $H(t)$ pour $P^* = 4.6$, $\Phi_L/\Phi_S = 0.015$ et $\eta_f = 50\,\mathrm{mPa\,s}$. L'insert de la figure a) présentent les valeurs de couple aux premiers instants du cisaillement lorsque $t < 20s$.

Répétabilité et estimateurs

Avec les méthodes de mesure et d'acquisition proposées, les figures 3.6a et 3.6b présentent respectivement les valeurs de $\mu^*(I)$ et $\Phi_S(I)$ obtenues pour 2 échantillons du même matériau préparés séparément avec 2 géométries annulaires différentes lorsque P^* vaut 2.3. Malgré ces changements les résultats obtenus sont extrêmement proches ce qui nous invite à penser que nos manipulations expérimentales sont très bien répétables. Les résultats peuvent donc être obtenus avec un seul essai dès lors que ce dernier est suffisamment long, ce qui aura notamment motivé des temps d'essai supérieurs à la minute. La moyenne sur les 50

dernières secondes d'essai constitue notre estimateur de grandeur mesurée. Expérimentalement le temps qui s'écoule entre deux points de données acquis est très élevé ($1/10^{eme}$s) par rapport à celui de la simulation ($1/1000^{eme}$s). Les données sont donc peu voire pas corrélées et l'écart-type fournit un bon estimateur de la barre d'erreur pour un intervalle de confiance supérieur à 95 %[117].

3.4 Vérifications d'usage en rhéologie expérimentale

3.4.1 Correction de la contrainte

Sur une géométrie plan-plan, il convient d'évaluer l'effet de l'inhomogénéité de la contrainte et du taux de déformation. Dans le cas où l'hétérogénéité de la vitesse radiale peut-être négligée on est effectivement en droit d'estimer la contrainte tangentielle avec l'équation 3.2 [50, 22]. Autrement, un terme correctif doit être ajouté pour prendre en compte l'inhomogénéité (dépendance avec x_3) du champs d'écoulement [71], dans notre cas on devrait donc écrire :

$$\sigma_{12} = \frac{3T}{2\pi R_e^3(1-(\frac{R_i}{R_e})^3)}\left[1+\frac{1}{3}\frac{d\ln(T)}{d\ln(\dot\gamma)}\right] \tag{3.5}$$

L'équation 3.2 n'est donc admissible que lorsque le terme correctif $d\ln(T)/3d\ln(\dot\gamma)$ est très inférieur à 1. Cette condition est automatiquement remplie lorsque T est indépendant de $\dot\gamma$, en régime quasistatique par exemple puisque μ^* est indépendant de I. Pour ce qui est du régime inertiel la vérification reste cependant à faire. Notre traitement de données repose sur des relations de proportionnalité entre I et $\dot\gamma$ ainsi que T et μ^*. Ce terme correctif peut donc se réécrire avec des valeurs *non corrigées* de μ^* selon :

$$\frac{1}{3}\frac{d\ln(T)}{d\ln(\dot\gamma)} = \frac{I}{3\mu^*}\frac{d\mu^*}{dI} \tag{3.6}$$

Les valeurs non corrigées font notamment l'objet d'ajustements linéaire proposés en section 3.6.2, le cas le plus défavorable (là où le terme correctif est le plus élevé) est obtenu lorsque $P^* = 2,3$ et $I = 10^{-1}$ et l'on peut écrire :

$$\frac{1}{3}\frac{d\ln(T)}{d\ln(\dot\gamma)} = \frac{1}{3}\frac{d\ln(\mu^*)}{d\ln(I)} \tag{3.7}$$

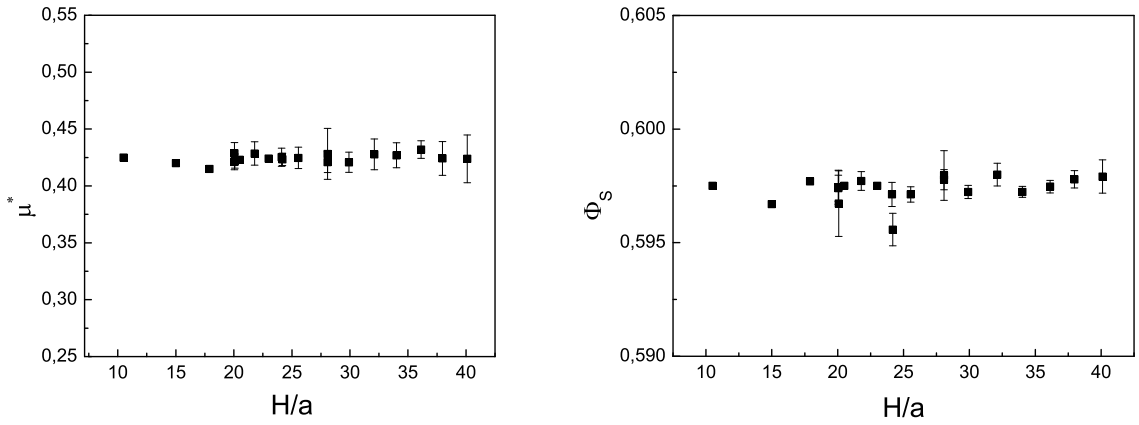
$$= \frac{I(\mu_1^*-\mu_0^*)}{3\mu_w^*}, \tag{3.8}$$

où $\mu_w^* \approx 0,45$, $\mu_1^*-\mu_0^* \approx 1$. On obtient $I(\mu_1^*-\mu_0^*)/3\mu^* \approx 1/15$, et dans le cas général on vérifie $I(\mu_1^*-\mu_0^*)/3\mu^* < 1/20$ ce qui nous semble suffisamment faible pour estimer qu'il a été raisonnable de ne pas corriger la contrainte sur l'ensemble de la plage de I balayée. Pour $I > 0.1$, une telle absence de correction pourrait par contre devenir assez rapidement discutable.

3.4.2 Taille d'échantillons

Volume élementaire représentatif (VER)

Des mesures à I, P^* et Φ_L/Φ_S fixés ont été menées en variant la masse d'échantillon dans la cellule, de sorte à observer des rapports H/a très différents et à pouvoir discerner une taille d'échantillon qui corresponde à un VER. Les figures 3.6*a* et 3.6*b* présentent donc μ_w^* et Φ_S comme des fonctions de H/a. Pour les deux grandeurs, un palier très net correspondant à notre taille de VER se situe dès 10 tailles de bille et perdure jusqu'à un rapport H/a de 40. On peut aussi noter que le matériau ne souffre certainement d'aucune cristallisation à proximité des pyramides en haut et en bas de la cellule, puisque les valeurs de Φ_S sont remarquablement constantes même aux plus basse valeurs de H/a.



(a) (b)

FIGURE 3.6 – Expérience rhéologique de VER, $I = 3 \times 10^{-2}$, $P^* = 2.3$, $\Phi_L/\Phi_S = 0.030$ et $\eta_f = 50\,\mathrm{mPa\,s}$.

Discussion autour des bandes de cisaillement

Pour une valeur de consigne $\dot{\gamma}$ fixée, la présence d'une bande de cisaillement, comme évoquée en section 1.2.3, induit une sous-évaluation de $\dot{\gamma}$. Augmenter H/a revient donc à augmenter le taux de cisaillement réellement ressenti par le matériau. En expérience comme en simulation, la transition entre les régimes quasistatique et inertiel survient aux alentours de $I = 10^{-2}$. Dans les conditions évoquées ici, le matériau s'écoule donc en régime inertiel puisque $I = 3 \times 10^{-2}$, μ_w^* présente donc une forte dépendance à I, ce qui signifie qu'en présence d'une bande de cisaillement on doit s'attendre à une augmentation nette de μ_w^* avec H/a. Cette augmentation n'est pas observée sur l'ensemble de la plage de hauteur balayée indiquant clairement une absence de bande de cisaillement.

Les données fournies par le travail numérique, présentent la grandeur Δ_V qui traduit l'écart à la linéarité du profil des vitesses, fonction de μ et P^* et dont les valeurs sont reportées sur la table 2.1 en section 2.6.1. Une forte valeur de Δ_V (> 0.1) est la signature d'une localisation du cisaillement. Or, on constate alors que l'écart à la linéarité n'est source de questionnement que lorsque $P^* \leq 1$ et uniquement pour les plus hautes valeurs de μ (supérieur à 0.20). Bien que les bandes de cisaillement soient très fortement influencées par les conditions de bords, qui ne sont pas exactement identiques en simulation et en expérience, nous travaillons avec un matériau présentant un frottement intergranulaire $\mu = 0.09$ (cf section 2.4) et $P^* > 1.5$, ce qui nous porte donc bien loin du domaine à priori préoccupant dans les simulations. Sans constituer une preuve directe, il s'agit donc d'un indice qui nous

conforte un peu dans notre observation précédente.

3.4.3 Artefacts

Inertie

le rotor utilisé expérimentalement a une masse de 310 g, ce qui est relativement lourd comparé à des géométries plus classiques (65 g pour une géométrie plan-plan de diamètre 65 mm). Pour une pièce si massive, il est légitime de vérifier que l'inertie du rotor $I_r = 3.0 \times 10^{-4}\,\mathrm{kg\,m^2}$ n'impacte pas les mesures. L'équation de mouvement du rotor tournant à vitesse de rotation ω, soumis à un couple moteur T et mis en contact avec un matériau qui présente une résistance au cisaillement τ s'écrit :

$$I_r \frac{\partial \omega}{\partial t} = T\omega + \tau \tag{3.9}$$

Dans le domaine stationnaire, où les variations de $\dot{\gamma}$ (et donc de ω) sont infimes, le terme inertiel est donc faible. Négliger l'inertie de la géométrie est donc parfaitement raisonnable, mis à part dans le cadre de mesure d'élasticité où le premier terme de l'équation 3.9 doit être évalué.

Coincements

La présence d'un jeu, même très faible, comparé à la taille des billes (un dizième du diamètre) ne protège pas complètement la géométrie de coincements rares (billes cassées ou applaties, impuretés), mais qui justifie d'écarter certaines mesures. Le coincement d'objet dans le jeu a une signature très remarquable sur le couple qu'il fait augmenter drastiquement comme on peut le voir sur la figure 3.7. La présence de telles explosions du couple aura systématiquement justifié un rejet de la mesure et de l'échantillon testé.

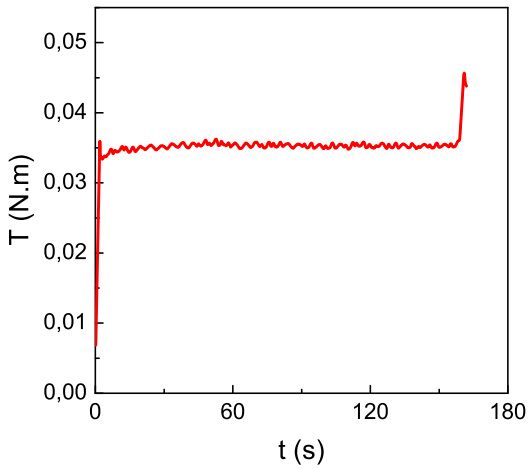


FIGURE 3.7 – série temporelle avec coincement : signature sur le couple $T(t)$. $P^* = 4.6$, $I = 3 \times 10^{-3}$ et $\Phi_L/\Phi_S = 0.030$

Echauffement du rhéomètre

A l'instar des questions d'inertie, la lourdeur inhabituelle de notre géométrie peut entraîner une inquiètude quant à l'échauffement du moteur. Cet échauffement a une influence sur les mesures qui se traduit par une dérive du couple mesuré, artefact qui est normalement corrigé par le rhéomètre qui dispose d'un système correctif. Des temps de pause d'une demi-heure à une heure ont été instaurés entre chaque mesure pour laisser au matériel le temps de refroidir, la répétition de certaines des mesures après les temps de pauses a mené à des résultats identiques. Cette identité des résultats après pause laisse penser que notre protocole expérimental permet d'écarter toute influence de l'échauffement du matériel.

Double rugosité et point de contact

La double rugosité évoquée en section 3.3.1 n'est pas classique en rhéologie. Le rhéomètre ayant besoin de détecter le contact $H = 0$, la présence de pyramides peut engendrer une imbrication ou a contrario un contact pointe à pointe entre deux mesures. La double rugosité peut donc introduire de légères erreurs sur la mesure de la hauteur. Pour palier à ce problème, une cale de 2 cm a systématiquement était mesurée après chaque détermination du point $H = 0$. En cas de mauvaises mesure de la cale nous sommes alors en mesure de corriger très simplement H.

3.5 Etude du régime quasistatique

3.5.1 Jeu de paramètres

L'étude expérimentale en régime quasistatique nous permet de faire varier le couple de données (P^*, Φ_L/Φ_S) selon :

— P^* : 1.55 à 11.6 par incréments de 0.773

— Φ_L/Φ_S : 0.015, 0.030 et 0.075

Pour un total de 42 mesures, répétées 10 fois sur des temps court (1 minute) et 1 fois sur le temps long (7 minutes) pour des résultats identiques. Les barres d'erreurs sont issues de l'écart-type sur les mesures de 7 minutes.

3.5.2 Résultats macroscopiques

Variation du couple (P^*,Φ_L/Φ_S)

Similairement aux résultats numériques, les résultats expérimentaux sont représentés sous le format $\mu^*_{w,0}$ et $\Phi_{S,w,0}$ comme fonctions de $1/P^*$. Les données sont acquises pour des nombres d'inertie suffisamment faibles pour assurer une mesure dans le domaine quasistatique, ici $I = 10^{-3}$ est assez faible pour remplir cette condition comme en attestent les courbes d'écoulement expérimentales de la section 3.6.2. Lorsque le critère de Mohr-Coulomb est respecté on attend une croissance linéaire de $\mu^*_{w,0}$ avec $1/P^*$. La figure 3.8b illustre effectivement cette tendance linéaire dès lors que $1/P^* < 0.5$ pour les trois valeurs de teneur en liquide proposées. On remarque aussi la très notable indépendance de $\Phi_{S,w,0}$ avec les deux valeurs de Φ_L/Φ_S proposées. A l'instar des données numériques on constate aussi une variation relative de $\mu^*_{w,0}$ avec $1/P^*$ bien plus importante que celle de $\Phi_{S,w,0}$ ce qui nous invite, pour la suite de l'étude, à nous intéresser exclusivement à l'analyse de $\mu^*_{w,0}$.

Confrontation expérience-simulation et loi de Mohr-Coulomb

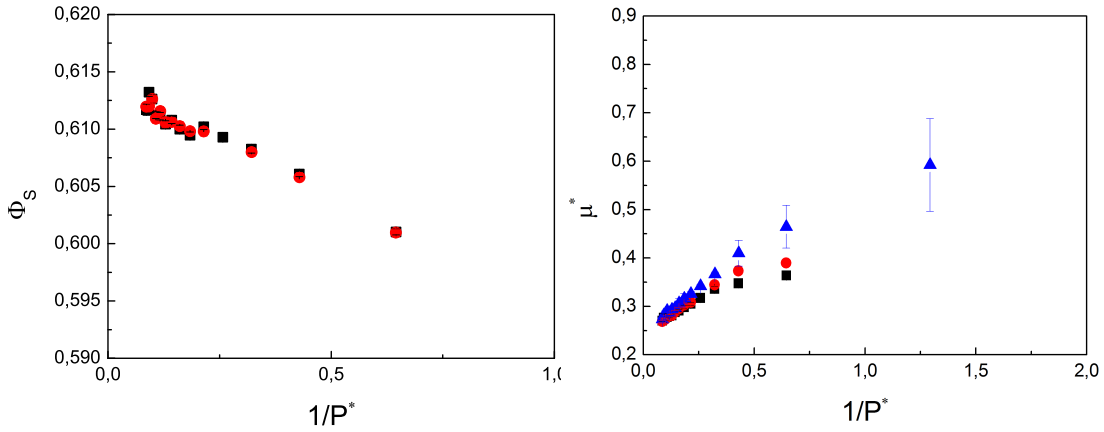


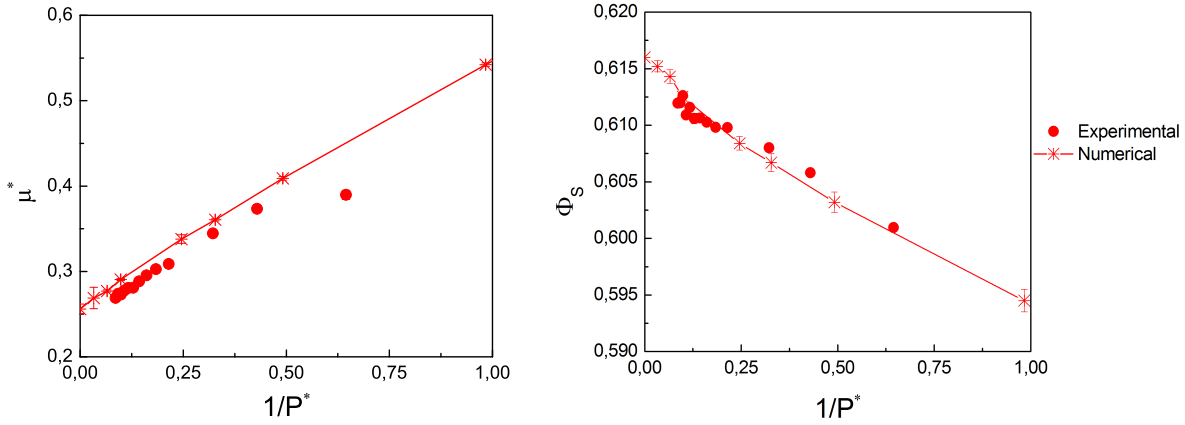
FIGURE 3.8 – Résultats en régime quasistatique a) $\Phi_{S,w,0}(1/P^*)$ et b) $\mu^*_{w,0}(1/P^*)$ pour $I = 10^{-3}$, $\eta_f = 50\,\mathrm{mPa\,s}$ et diverses valeurs de Φ_L/Φ_S

Les figures 3.9a et 3.9b illustrent la confrontation entre données numériques et expérimentales pour $\Phi_L/\Phi_S = 0.030$. On constate une excellent accord entre données numériques et expérimentales pour $\Phi_{S,w,0}$ sur l'ensemble de la plage de P^* balayée. Les valeurs de $\mu^*_{w,0}$ exhibent des pentes très similaires dans le domaine linéaire avec un léger offset pour $1/P^* \to 0$ imputable à un calibrage numérique de $\mu = 0.09$ légèrement surestimée. On constate aussi un décrochage du domaine linéaire plus flagrant dans le cas expérimental avec des déviations à la linéarité dès lors que $1/P^* > 0.5$. Comme pour les simulations numériques on peut s'attendre à une influence croissante de la contrainte capillaire tangentielle qui vient amenuiser la valeur de $\mu^*_{w,0}$, il semble cependant peu vraisemblable qu'elle induise un décrochage à la linéarité aussi brutal, aussi tôt. Expérimentalement des valeurs de $1/P^*$ aussi fortes correspondent à des valeurs de forces normales inférieures à 1 N qu'il est difficile d'imposer, du fait de phénomène perturbants comme la perte de contact chronique entre le rotor et le matériau ou la contrainte gravitaire avoisinant 25 % de la contrainte normale qu'il devient plus discutable de négliger. Expérimentalement, pour de faibles pressions on peut aussi envisager le début d'une lubrification du contact au sens d'une chute de μ (phénomène différent d'une interaction hydrodynamique) ce qui mènerait invariablement à une chute de $\mu^*_{w,0}$. Pour toutes ces raisons, ce décrochage, qui peut paraître brutal, est tout à fait compréhensible. L'étude de valeur plus élevées de $1/P^*$ requiert l'utilisation de billes bien plus petites, mais on a alors besoin de jeux très faibles entre rotor et stator, que l'usinage du laboratoire ne nous permet pas d'assurer. Sans compter que les très faibles jeux entraînent aussi des problématiques d'appel d'air très nuisibles au contrôle du confinement.

Dans le domaine d'applicabilité du modèle de Mohr-Coulomb, lorsque $\mu^*_{w,0}$ semble linéaire, on peut ajuster les données avec un paramètre de cohésion via l'équation 2.22. En procédant de la sorte, lorsque $1/P^* < 0.5$ on obtient les valeurs de cohésion illustrées par la figure 3.10, ces valeurs sont confrontées aux valeurs numériques sur les figures 3.9a et 3.9b, qui montrent un bon accord des résultats.

A l'instar des données numériques on peut tenter une prévision de C^* avec la relation 2.35. Pour $\mu^*_{d,0} = 0,247$ et $\Phi_S = 0,61$ la table 3.1 donne ces estimations pour les 3 valeurs de Φ_L/Φ_S moyennant une estimation préalable de z^*.

TABLE 3.1 – Estimation de la cohésion



(a) (b)

FIGURE 3.9 – Confrontation expérience-simulations : a) $\mu^*_{w,0}(1/P^*)$ et b) $\Phi_{S,w,0}(1/P^*)$ pour $I = 10^{-3}$ et $\Phi_L/\Phi_S = 0.030$

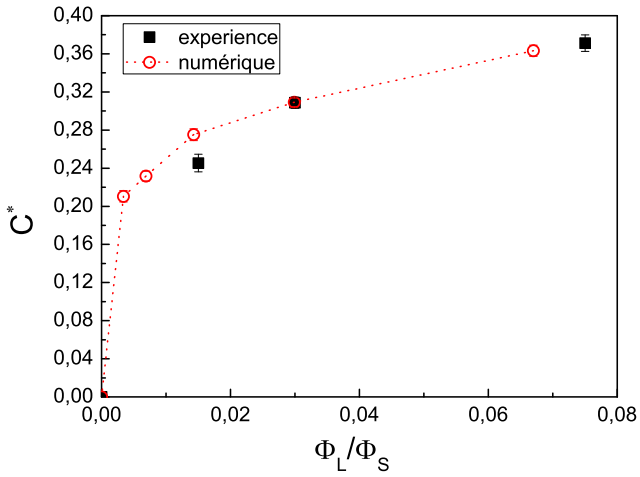


FIGURE 3.10 – C^* fonction de Φ_L/Φ_S : résultats numériques et expérimentaux obtenus comme des paramètres d'ajustement de la loi de Mohr-Coulomb.

Φ_L/Φ_S	z^*	C^* estimé (Eq. 2.35)	C^* ajusté (Eq. 2.22)
$0,015$	$5,1$	$0,248$	$0,247$
$0,030$	$6,4$	$0,311$	$0,311$
$0,075$	$8,6$	$0,417$	$0,422$

3.6 Etude du régime inertiel

3.6.1 Jeu de paramètres

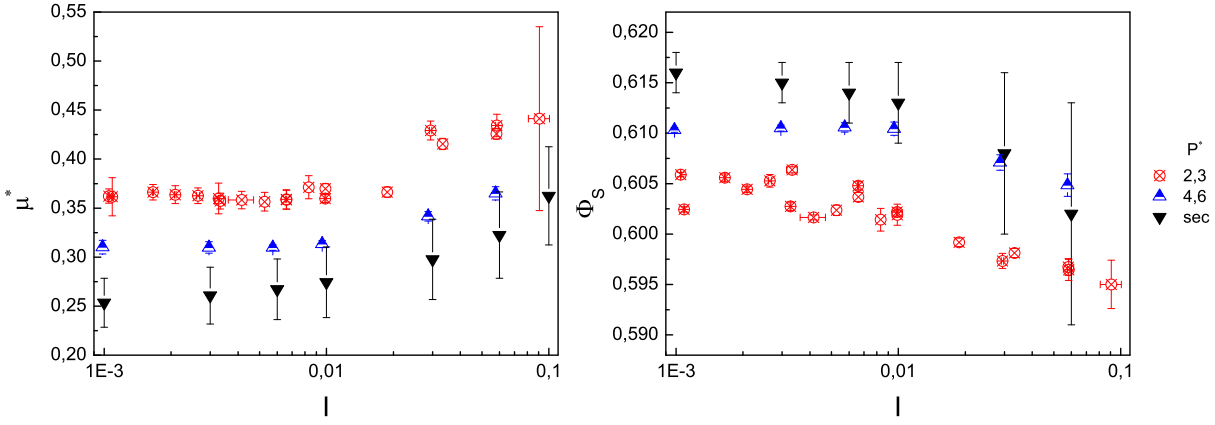
L'étude expérimentale en régime inertiel se décompose en 2 volets avec d'une part une variation de P^* avec $\Phi_L/\Phi_S = 0.030$ sur l'ensemble de la plage de I proposée et d'autre part une variation de Φ_L/Φ_S avec $P^* = 4.64$ sur la même plage de I. Les temps de manipulation nous imposent en ordre de grandeur $1 < \dot{\gamma} < 100\,\mathrm{s}^{-1}$, la gamme de I accessible se situe donc entre 10^{-3} et 10^{-1}. Nous testons dans un premier temps 3 valeurs de $P^* = 2.3$, 4.6 et ∞

puis trois valeurs de $\Phi_L/\Phi_S = 0.015$, 0.030 et 0.075.

3.6.2 Résultats macroscopiques : courbes d'écoulement

Variations autour du couple (I,P^*)

Les figures 3.11a et 3.11b illustrent respectivement les évolutions de μ_w^* et Φ_S avec I lorsque P^* vaut 2.3, 4.6 et pour un matériau sec ($P^* \to \infty$). On constate un accroissement de μ_w^* ainsi qu'une diminution de Φ_S lorsque I croit et/ou P^* décroit. Ce résultat assez majeur est attendu suite aux nombreuses études numériques 2D et 3D de ces dernières années (cf section 1.4) [107, 59, 11] mais à notre connaissance il s'agit aussi de sa première mise en évidence expérimentale. L'ensemble des données sur μ_w^* semble présenter une courbure qui ne dépend pas de P^*, c'est une remarque importante puisqu'elle motive une tentative d'application du modèle des contraintes effectives avec l'équation 2.41 en section 3.6.3.



(a) (b)

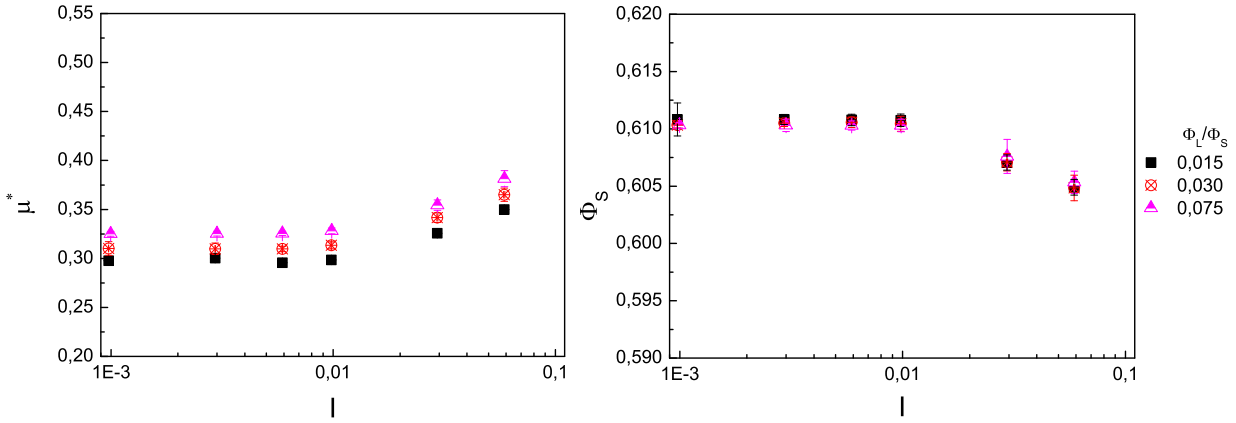
FIGURE 3.11 – Courbes d'écoulement a) μ^* et b) Φ_S : pour divers P^* avec $\Phi_L/\Phi_S = 0.030$ et $\eta = 50\,\mathrm{mPa\,s}$.

Variations autour du couple (I,Φ_L/Φ_S)

Les courbes d'écoulement représentées sur les figures 3.12a et 3.12b illustrent l'évolution de μ^* avec I pour les différentes valeurs de teneur en liquide Φ_L/Φ_S. A l'instar d'une décroissance de P^*, une croissance de Φ_L/Φ_S induit elle aussi une croissance de μ_w^*, quoique plus légère, ainsi qu'une vraisemblable conservation de la courbure avec I. On remarque aussi une très notable indépendance de Φ_S avec Φ_L/Φ_S qui n'est pas sans rappeler celle déjà mise en avant en régime quasistatique avec la figure 3.8a.

Ajustement de linéaire

À l'instar des mesures numériques, les données font l'objet d'un ajustement linéaire (Eq. 1.32), la plage de I balayée étant trop réduite pour permettre un ajustement de Hatano ou de Jop. Sur la plage de I proposée, les paramètres résultants de ces ajustements pour divers P^* puis divers Φ_L/Φ_S sont donnés par les tableaux 3.2 et 3.3. En ce qui concerne la loi de



(a) (b)

FIGURE 3.12 – courbes d'écoulement a) μ^* et b) Φ_S : pour divers Φ_L/Φ_S avec $P^* = 4.6$ et $\eta = 50\,\text{mPa s}$.

frottement, on constate une augmentation systématique de μ_0^* avec P^* décroissant et Φ_L/Φ_S croissant. Les variations de μ_1^* ne sont pas systématiques et de toutes manières trop faibles par rapport à l'incertitude de mesure pour conclure sur l'effet de P^* et Φ_L/Φ_S sur ces deux paramètres. Sur la plage de I balayée, les variations de ces grandeurs sont d'ailleurs trop faibles pour induire un changement substantiel de la courbure observée ce que nous avons déjà relevé dans les paragraphes précédents. Du côté de la loi de dilatance, pour P^* croissant on remarque une croissance de $\Phi_{S,0}^*$ et une variation un peu erratique de $\Phi_{S,1}^*$. Les paramètres d'ajustement numériques (cf tab. 2.5 et 2.6) mettaient eux aussi en avant la décroissance assez nette de Φ_0^*, et une relative indifférence de la courbure à P^*. Pour Φ_L/Φ_S croissant, $\Phi_{S,0}^*$ décroit très légèrement et $\Phi_{S,1}^*$ croit très légèrement, la très faible ampleur de ces variations est à l'origine des valeurs visuellement confondues de Φ_S sur la figure 3.12b sur la plage de I balayée.

TABLE 3.2 – paramètres d'ajustement de μ^* (Eq. 1.32) : $\Phi_L/\Phi_S = 0.030$ et $\eta = 50\,\text{mPa s}$, puis $P^* = 4.6$ et $\eta = 50\,\text{mPa s}$

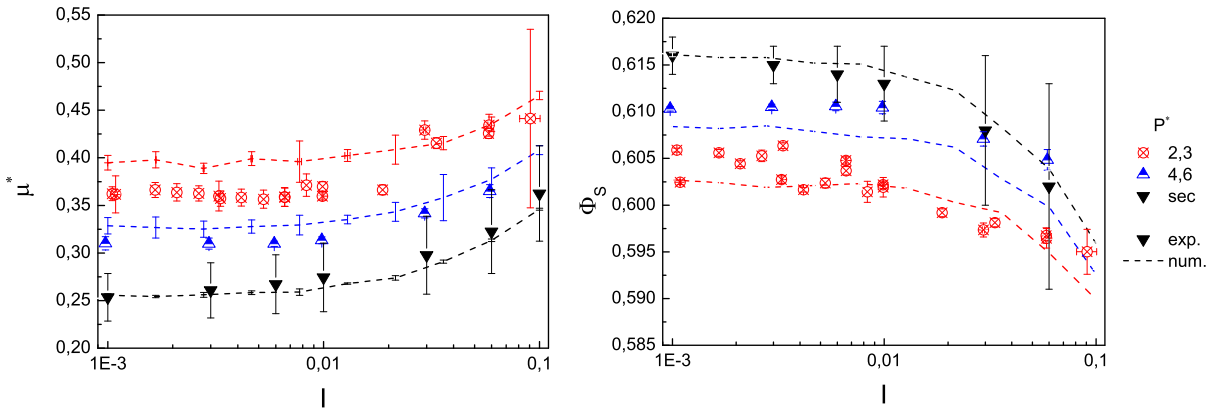
P^*	μ_0^*	μ_1^*	Qualité
2.3	0.355 ± 0.003	1.343 ± 0.136	0.911
4.6	0.305 ± 0.002	1.089 ± 0.093	0.975
∞	0.254 ± 0.002	1.152 ± 0.086	0.975
Φ_L/Φ_S			
$0,015$	0.294 ± 0.002	0.957 ± 0.124	0.963
$0,075$	0.321 ± 0.002	$1.00 \pm 0,115$	0.986

TABLE 3.3 – paramètres d'ajustement de Φ_S (Eq. 1.32) : $\Phi_L/\Phi_S = 0.030$ et $\eta = 50\,\text{mPa s}$, puis $P^* = 4.6$ et $\eta = 50\,\text{mPa s}$

P^*	$\Phi^*_{S,0}$	$\Phi^*_{S,1}$	Qualité
2.3	0.6038 ± 0.0005	0.4818 ± 0.016	0.744
4.6	0.6109 ± 0.0003	0.5050 ± 0.011	0,950
∞	0.6160 ± 0.0004	0.3753 ± 0.014 0,980	
Φ_L/Φ_S			
0,015	0.6112 ± 0.0003	0.499 ± 0.012	0,949
0,075	0.6107 ± 0.0002	0.5184 ± 0.007	0,971

Confrontation expérience-numérique

Les figures 3.13a et 3.13b confrontent les résultats expérimentaux et numériques sous forme de courbes d'écoulements. On constate un bon accord pour les valeurs de μ^*_w et un excellent pour celles de $\Phi_{S,w}$ sur l'ensemble de la plage de I balayée. Si la valeur de μ^*_w est relativement concordante dans le régime quasistatique, elle est moins bonne aux faibles valeurs de P^*, ici on rejoint la remarque faite en section 3.5.2 comme quoi la mesure à P^* faible est expérimentalement complexe et sujette à caution.



(a) (b)

FIGURE 3.13 – Confrontation expérience-numérique : courbes d'écoulement a) μ^*_w b) Φ_S avec $\Phi_L/\Phi_S = 0.030$.

3.6.3 Application des contraintes effectives

Prédiction de μ^*_w

Comme dans le cas des résultats numériques, nous avons constaté, à la fois dans les chiffres et visuellement, une courbure de μ^*_w relativement indépendante de P^*. Cette observation nous pousse à tester le modèle des contraintes effectives sur nos données expérimentales. Si l'on souhaite notamment réévaluer I dans la même veine que l'équation 2.46, il n'est pas possible d'accéder expérimentalement à la valeur de σ^{cap}_{22} mais on peut se contenter d'un assez bon ordre de grandeur avec $-F_0/a^2$ ce qui nous donne la nouvelle équation :

$$I'' = I\sqrt{\frac{P^*}{P^*+1}} \tag{3.10}$$

On est alors en mesure d'évaluer μ_w^* à l'aide de $\mu_d^*(I)$ ou $\mu_d^*(I'')$ que l'on injecte dans l'équation 2.43. En inférant une valeur $z^* = 5,5$ et en connaissant la valeur de Φ_S on obtient les résultats illustrés par la figure 3.14 où estimations et mesures sont confrontées. Malgré une surévaluation relativement systématique, la prédiction est plutôt bonne tant que I n'est pas trop élevé ($\leq 10^{-2}$), il n'est pas d'ailleurs pas incohérent de supposer une valeur constante de z^* puisque z_C et z_D évoluent en sens contraire avec I (cf fig. 2.41a et 2.41b). En contrepartie ladite valeur de z^* sélectionnée est un peu faible, ce qui souligne la problématique de la mesure aux P^* les plus faibles où l'on semble obtenir des valeurs un peu faibles de μ_w^*. On constate une amélioration de la prédiction lorsque l'on réévalue I, qui s'avère assez nette lorsque $P^* = 2,3$.

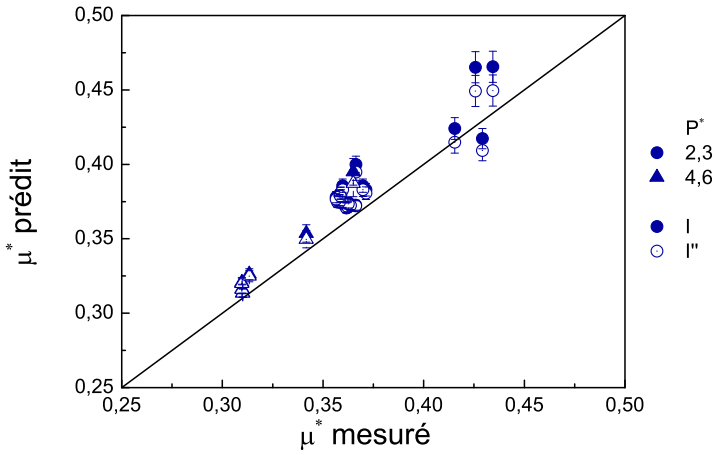


FIGURE 3.14 – confrontation entre prédiction et mesure expérimentale de μ_w^* pour $\Phi_L/\Phi_S = 0,030$ et $\eta_f = 50\,\mathrm{mPa\,s}$.

Vers une cohésion inertielle ?

La cohésion définie dans le modèle de Mohr-Coulomb est une grandeur caractéristique des écoulements plastiques lents. Il est donc évident que la notion de cohésion inertielle jure avec cette précédente définition, pourtant rien ne nous interdit d'envisager une dépendance en I des termes de l'équation 2.35 ce qui mène à :

$$C^*(I) = (\mu_w^*(I) - \mu_d^*(I))P^* \tag{3.11}$$

A proprement parler $C^*(I)$ décrit simplement la différence entre les résistances au cisaillement des matériaux non-saturés et secs, qui se trouve être équivalente à une cohésion dans la limite $I \to 0$. A l'instar du paragraphe précédent nous accédons aux valeurs $\mu_d^*(I)$ grâce à l'ajustement linéaire proposé en section 3.6.2 et les valeurs de C^* sont illustrées sur la figure 3.15. On constate des valeurs de C^* qui dépendent assez peu de P^*, présentent une légère décroissance avec I, et dans la limite $I \to 0$ C^* s'approche des valeurs obtenues en régime quasistatique à la barre d'erreur près. La décroissance en I a notamment déjà été reportée lors d'études numériques 2D [11]. On constate finalement une assez forte dépendance de C^* à Φ_L/Φ_S.

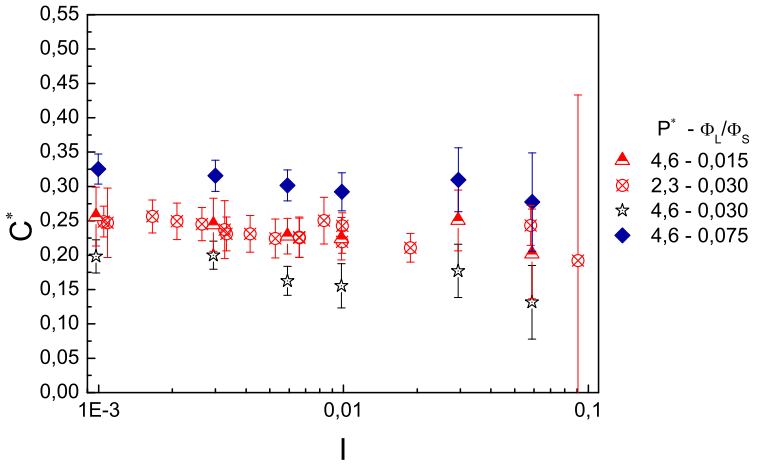


FIGURE 3.15 – Cohésion en régime inertiel pour diverses valeurs de P^* et Φ_L/Φ_S, $\eta_f = 50\,\mathrm{mPa\,s}$.

3.7 Microtomographie

3.7.1 Dispositif

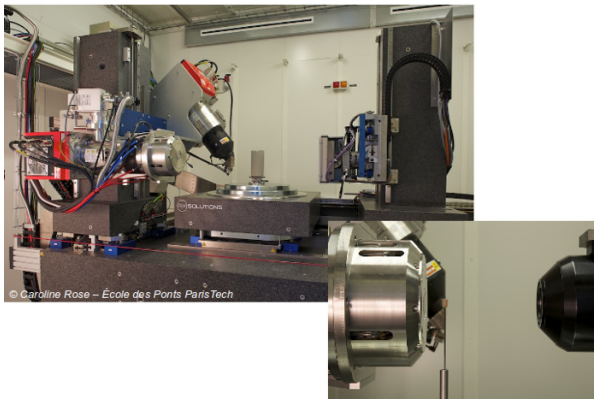


FIGURE 3.16 – photo du microtomographe de Navier.

Le dispositif de microtomographie, disponible au laboratoire Navier, permet d'imager en volume des matériaux soumis à des contraintes de chargement. Il est notamment possible d'adjoindre un dispositif de cisaillement (non présent sur la figure 3.16). Sont aussi présent dans le dispositif :

— une source de rayon X Hamatsu L10712 ou L10801
— un imageur Paxscan 2520DX
— une platine de rotation
— un processeur graphique pour la reconstruction des images

L'ensemble permet de générer des volumes de $10^3 \times 10^3 \times 10^3$ voxels pour une résolution maximale de $5\,\mu\mathrm{m}$.

3.7.2 Matériaux et méthodes

Échantillons

Seuls 2 échantillons ont été soumis à des expériences de microtomographie, avec $\eta_f = 550\,\mathrm{mPa\,s}$ et $\Phi_L/\Phi_S = 0.030$ ou 0.075. Ils sont identiques, dans leur mode de préparation, aux échantillons préparés en rhéologie expérimentale (voir section 3.2).

Cellule de cisaillement

Les matériaux sont insérés dans une cellule de cisaillement cylindrique qui, une fois adjointe au dispositif de cisaillement, permet de générer un écoulement de type plan-plan. La cellule de cisaillement a un rayon $R_c = 20\,\mathrm{mm}$ et une hauteur $H = 9\,\mathrm{mm}$. Le rotor est piloté en incrément de rotation. Sont donc contrôlés $\Phi_S \approx 0.63$ et $\dot{\gamma} \approx 10^{-5}\,\mathrm{s}^{-1}$. En contrepartie, le matériel disponible à ce jour ne permet ni de mesure du couple ni de la force normale, il n'est donc pas possible de reproduire des expériences de rhéologie complètes. Malgré tout, pour des paramètres de contrôle fixés, la microtomographie autorise l'investigation de la microstructure. L'échantillon avec $\Phi_L/\Phi_S = 0.030$ a été imagé pour des déformations cumulées de $\theta = 0, \pi, 7\pi, 15\pi$ et plus de 30π, le second échantillon avec $\Phi_L/\Phi_S = 0.075$ l'a été pour $\theta = 0, \pi$ et 5π.

Production des images

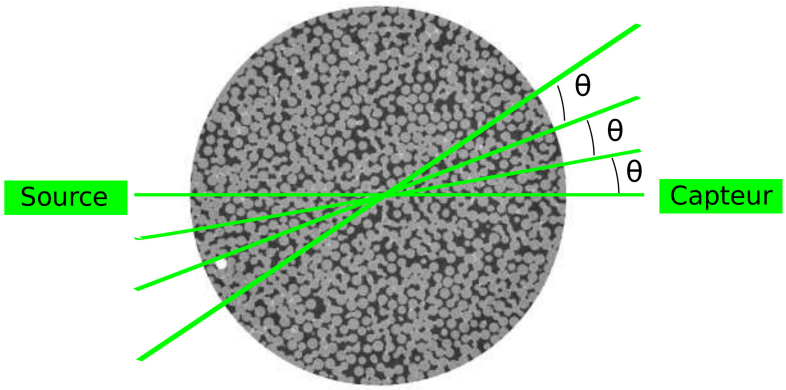


FIGURE 3.17 – Schéma de principe de la microtomographie.

La figure 3.17 illustre le schématiquement le principe de la microtomographie. La source lumineuse bombarde l'échantillon d'un faisceau de rayon X, la platine de rotation (à ne pas confondre avec le dispositif de cisaillement !) fait tourner l'échantillon pour illuminer un plan entier, les plans de coupe se suivent selon la verticale, pendant ce temps les pixels du capteur LCD reçoivent des intensités lumineuses. A la fin de l'acquisition le capteur fourni un sinogramme que le processeur graphique traite grâce à des transformées de Radon et de Fourier, cette reconstruction permet d'obtenir les images finales. Le temps d'acquisition des données est de l'ordre de l'heure. Pour obtenir des images de qualité, l'échantillon doit être au repos ou le temps de cisaillement caractéristique τ_s doit être très supérieur au temps d'acquisition. Dans ce second cas de figure on doit donc avoir $\dot{\gamma} \sim 10^{-5}$. Dans un cas comme dans l'autre on est donc forcé de travailler dans le régime quasistatique.

Notons finalement qu'il est quand même envisageable d'appliquer des taux de cisaillement plus élevés pour tenter d'aller chercher des informations microstructurelles dans le régime d'écoulement inertiel, mais 2 problèmes sont alors soulevés :

1. Après l'incrément de rotation pendant un temps court, il faut imposer un temps de repos pendant lequel on peut procéder à l'acquisition de données. Pour le matériau,

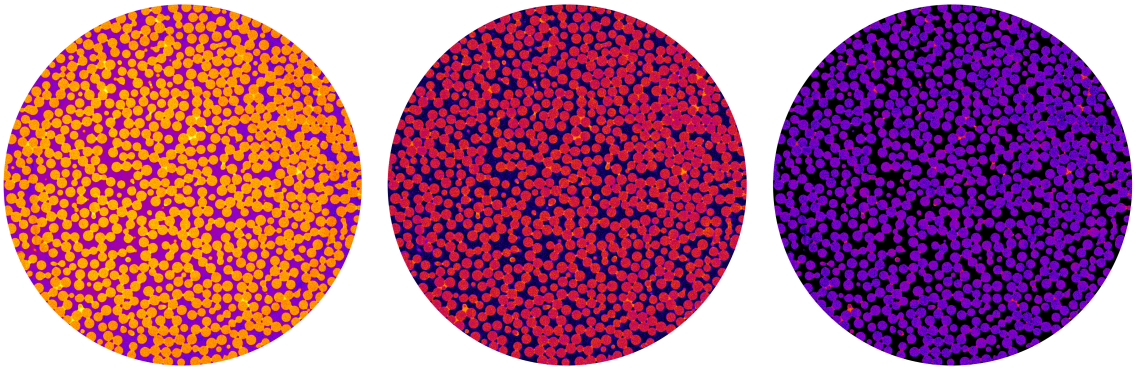
cela constitue une phase de relaxation d'environ 1 heure, rendant ainsi la notion d'investigation dans le domaine inertiel discutable.

2. La cellule étant contrôlée en volume, la dilatance d'un échantillon en régime d'écoulement inertiel peut entraîner des efforts normaux très importants, avec le risque d'endommager le dispositif de mesure.

Pour ces raisons et fautes d'une capacité à mesurer les efforts normaux il n'a pas semblé raisonnable de travailler dans le régime d'écoulement inertiel.

Traitement d'images

Les images reconstruites et produites par le microtomographe sont illustrées par la figure 3.18a, elles ont toutes une résolution de 14 µm. Le principe d'acquisition, présenté précédemment, génère une hétérogénéité dans le plan de coupe, on peut en effet constater que les échantillons présentent une luminosité qui croit vers le centre, là où ont concouru les faisceaux lumineux successifs.



(a) (b) (c)

FIGURE 3.18 – Correction des images de microtomographie : a) image brute, b) correction avec algorithme rolling-ball et c) soustraction du fond.

Préalablement à toute mesure sur les images il est donc préférable d'homogénéiser ces dernières. Pour ce faire, la correction la plus simple consiste à appliquer un algorithme "rolling ball", algorithme qui soustrait à un point P la luminosité minimale détectée dans un cercle de rayon r_{ball} et de centre P. Pour que la correction soit bonne il faut donc minimiser r_{ball} tout en conservant $r_{ball} > a/2$, sans quoi le centre des billes risque fortement d'être mal corrigé. Avec la résolution de 14 µm on a $a/2 \approx 34$ pixels, et on impose $r_{ball} = 40$ pixels. Cette correction génère la figure 3.18b. La comparaison des figures 3.18a et 3.18b permet de constater que la luminosité des échantillons est désormais plus homogène dans la direction radiale.

Dans chaque image, la luminosité du fond est soustraite à l'ensemble de l'image ce qui permet d'homogénéiser la luminosité selon la direction verticale. La correction de la figure 3.18b mène alors à la figure 3.18c.

3.7.3 Morphologies

La figure 3.19b donne un aperçu des morphologies de liaisons capillaires présentes dans un échantillon faiblement mouillé $\Phi_L/\Phi_S = 0.03$. On détecte quelques ponts simples et plus rarement des trimères.

(a) (b)

FIGURE 3.19 – Reconstruction 3D d'une partie de la cellule de taille 4x4x4 billes a) fluide et solide b) fluide uniquement.

Une investigation plus fine permet d'obtenir les morphologies les plus fréquentes et de les traiter une par une. Dans un échantillons faiblement mouillé on trouve des ponts simples 3.20a, des trimères 3.20b et très rarement des doubles trimères 3.20c.

(a) (b) (c)

FIGURE 3.20 – Reconstruction 3D : morphologies observées dans un échantillon à faible teneur en liquide $\Phi_L/\Phi_S = 0.03$.

Les échantillons les plus fortement saturés présentent, eux, des morphologies bien plus complexes assez fréquemment, à l'instar de celle illustrée par la figure 3.21.

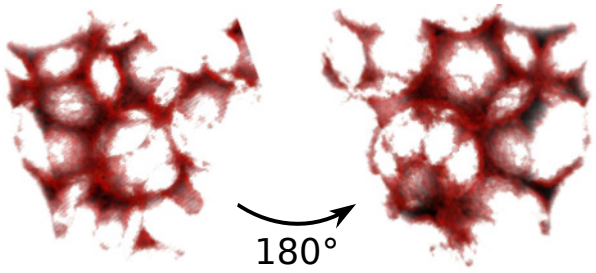


FIGURE 3.21 – reconstruction 3D : morphologie observée dans un échantillons à forte teneur en liquide $\Phi_L/\Phi_S = 0.075$. Une rotation de 180 ° est appliquée entre les images de gauche et droite.

Les liaisons capillaires détectées ont été échantillonnées puis décomptées manuellement pour obtenir les histogrammes 3.22a et 3.22b qui décrivent les proportions de chaque type de morphologie pour Φ_L/Φ_S valant respectivement 0.030 et 0.075 pour 3 valeurs de déformation dans chaque cas. Sur ces figures on distingue les ponts simples, les dimères, les trimères et toute morphologie restante entre sous le vocable "autre". Pour les deux échantillons testés, la

proportion de ponts simples tend à augmenter avec la déformation au détriment des trimères et autres liaisons plus complexes. L'augmentation est légère dans l'échantillon faiblement saturé mais très conséquente dans le cas de l'échantillon fortement saturé où la proportion passe de 0.25 à 0.46 indiquant une redistribution de liquide assez majeure. La différence importante entre les deux échantillons réside dans les proportions de trimères et de morphologies complexes qui sont bien supérieures dans le cas de l'échantillon fortement saturé. Ainsi, le premier échantillon (Fig. 3.22a) présente au plus des proportions de trimères de 0.1 et de morphologies complexes de 0.03 contre au moins 0.3 et 0.22 pour le second. Évidemment cette différence survient au détriment de la proportion de ponts simples qui s'élève à près de 0.9 pour le premier échantillon, soit au moins plus du double du second. La grande proportion de morphologies complexes dans second échantillon doit être mise en parallèle avec les résultats de rhéologie en section 3.5.2. En effet, les bons accords des résultats numériques et expérimentaux dans le cadre d'un matériau hors du régime pendulaire suppose que le modèle d'interaction que nous envisageons, bien qu'ignorant les régions liquides autres que les ponts binaires, suffit à capturer le comportement macroscopique. En section 3.6.2, on peut aussi remarquer que $\Phi_{S,w}$ est insensible à une modification de Φ_L/Φ_S et que la courbure de μ^* avec I semble elle aussi insensible à cette modification de la teneur en liquide, indiquant un comportement qualitativement indépendant du type de morphologies présentent. Notons finalement que quelques très rares dimères sont détectés dans l'échantillon fortement saturé et que nous ne détectons jamais de couche de fluide enveloppant une bille.

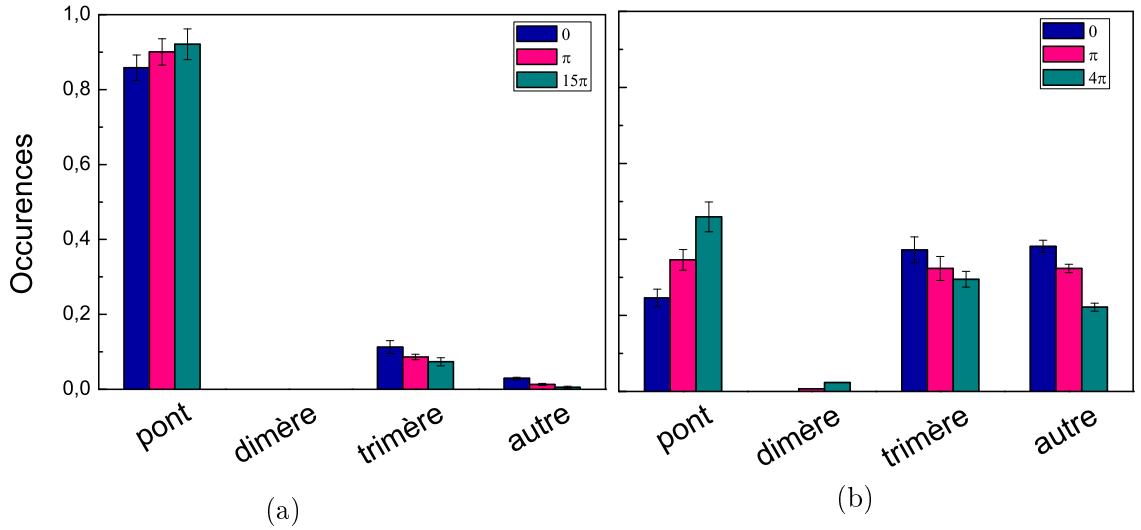


FIGURE 3.22 – Proportions de morphologies capillaires pour diverses valeurs de déformation avec a) $\Phi_L/\Phi_S = 0.030$ et b) $\Phi_L/\Phi_S = 0.075$

3.7.4 Profils radiaux et azimutaux

Calcul

Après seuillage des images et séparation des pixels selon qu'ils contiennent de l'air, du liquide ou du solide on est en mesure d'effectuer des moyennes radiales et azimutales de Φ_S et Φ_L. Le calcul des moyennes est illustré par les figures 3.23a et 3.23b, la moyenne azimutale est donc obtenue en moyennant l'intensité de l'ensemble des pixels d'une tranche à la hauteur z, les limites $z = 0$ et $z = 18$ correspondent respectivement aux bords inférieurs et supérieurs

de la cellule de cisaillement. La moyenne radiale est obtenue en moyennant l'ensemble des pixels sur un anneau de rayon r dont la hauteur z varie de 0 à H/a, les limites $r = 0$ et $r = 19$ correspondent respectivement au centre et à la bordure extérieure de la cellule de cisaillement.

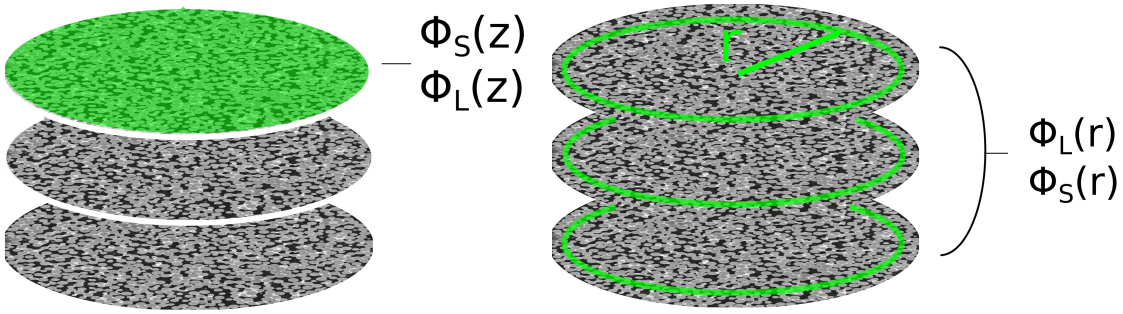


FIGURE 3.23 – Schéma de principe : calculs des profils en microtomographie.

Profils radiaux

Les profils radiaux de Φ_S et Φ_L sont présentés en figures 3.24a, 3.24b, 3.24c et 3.24c. Les valeurs un peu fortes de Φ_S sont dues au confinement à volume imposé et à l'amalgame du liquide et du solide dans les voxels où billes et liquide sont présents, typiquement dans les voxels qui imagent une interface liquide-solide. Un seuillage plus précis pour Φ_S mènerait au contraire à une surestimation très forte de Φ_L. Les seuls moyens d'avoir une précision accrue sont de diminuer la taille de voxels, qui est aujourd'hui de 14 µm, ou d'augmenter le contraste entre billes et liquide. Pour $\Phi_L/\Phi_S = 0.030$ et 0.075 on constate une forte croissance de Φ_S lorsque $r \to 19$ attribuable à la formation d'une zone légèrement cristallisée sur le bord de la cellule, le reste des échantillons présentent des compacités très homogènes. Les profils de Φ_L montrent aussi une très grande homogénéité du matériau dans la direction radiale avec une légère décroissance à proximité de la paroi externe de la cellule et une légère croissance à proximité du centre. Dans le cas de $\Phi_L/\Phi_S = 0.075$ on peut remarquer une légère hétérogénéité au début de l'écoulement qui est lissée lorsque $\theta = 5\pi$ ce qui indique un effet homogénéisateur du cisaillement dans la direction radiale.

Profils azimutaux

Les profils azimutaux de Φ_S et Φ_L sont présentés en figures 3.25a, 3.25b, 3.25c et 3.25c. A l'instar des profils radiaux, on peut voir que la présence des bordures en $z = 0$ et $z = 17.9$ génère une cristallisation avec une forte croissance de Φ_S, cette croissance est d'ailleurs plus forte que celle observée dans le profil radial du fait de la présence de pyramides sur les bordures inférieures et supérieures, alors que la bordure extérieure est lisse. Au cœur la cellule les échantillons demeurent très homogènes à la fois en termes de compacité et de teneur en liquide. Toutefois, les fortes valeurs de compacités, de l'ordre de 0.63 dépassent la valeur de compacité de l'état critique $\Phi_{S,w,0} \approx 0,61$ décrit dans les sections précédentes. Dans ces conditions il est fort probable que l'écoulement soit localisé dans une bande de cisaillement, les données azimutales semblent en attester avec des valeurs de compacité qui chutent en haut de la cellule, aux alentours de $z = 17$. Pour l'échantillon avec $\Phi_L/\Phi_S = 0,075$ on constate notamment une perte de fluide avec le temps à proximité de cette même zone,

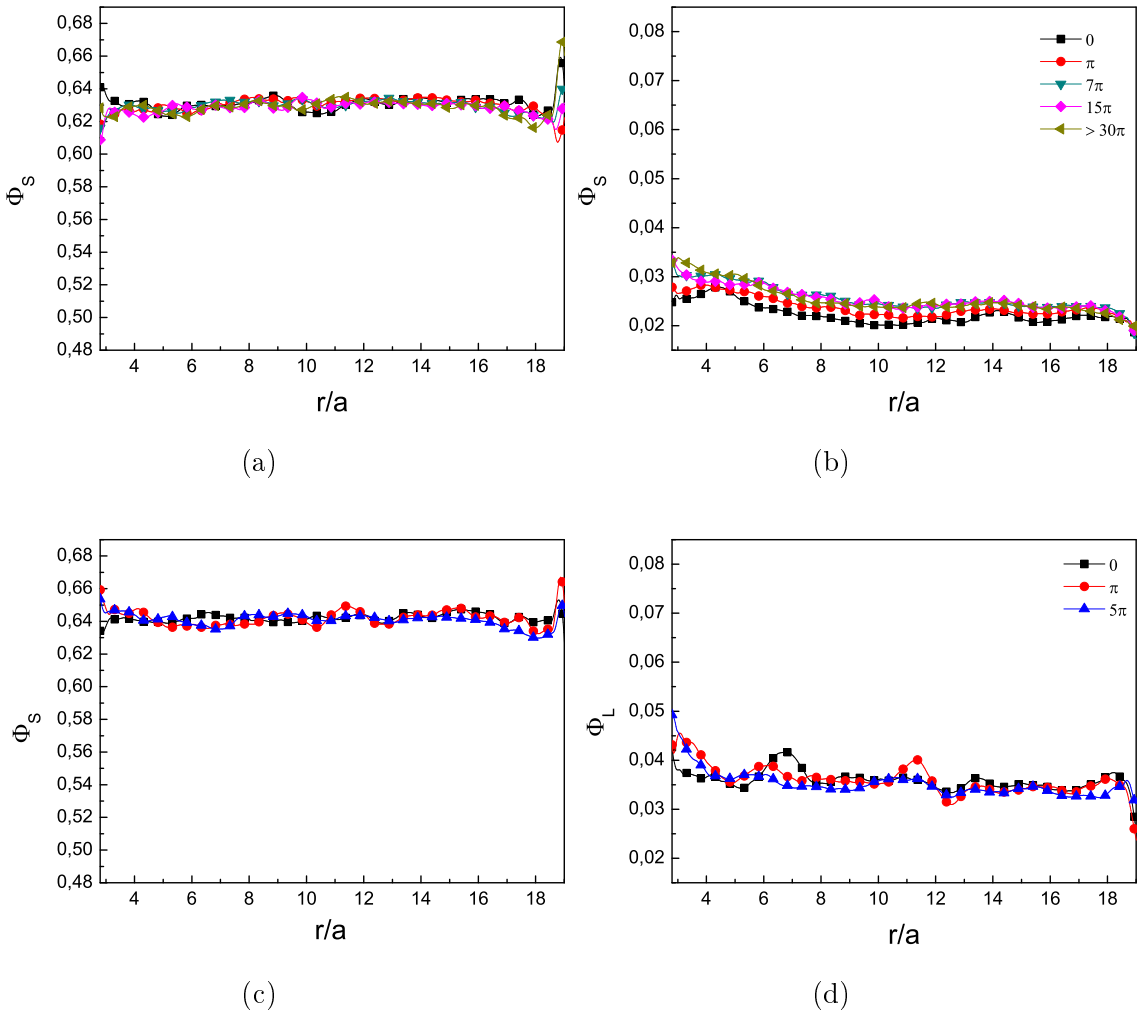


FIGURE 3.24 – Profil radiaux de Φ_S pour a) $\Phi_L/\Phi_S = 0,030$ et c) $\Phi_L/\Phi_S = 0,075$ et Φ_L pour b) $\Phi_L/\Phi_S = 0,030$ et d) $\Phi_L/\Phi_S = 0,075$

à mesure que l'échantillon est cisaillé. Cette dernière observation est compatible avec les résultats de la littérature numérique qui met en avant des chute drastique de la quantité de liquide dans les bandes de cisaillement [76]. Pour l'échantillon avec $\Phi_L/\Phi_S = 0,030$ on remarque une croissance de Φ_L à proximité des bordures, cette croissance correspond très certainement à un nombre de ponts liquides plus élevés du fait du plus grand nombres de billes dans les zones cristallisées.

3.8 Conclusion

La rhéologie expérimentale présentée dans ce chapitre repose sur l'utilisation d'une géomètrie annulaire novatrice éprouvée auparavant dans le cadre des matériaux secs [31] et des suspensions granulaires [15]. L'utilisation d'un matériau modèle simple, composé de billes sphériques et d'une huile newtonienne visqueuse nous permet d'envisager un modèle d'interaction ainsi qu'une estimation de l'intensité des forces capillaires. Après avoir vérifié que nous travaillons avec un volume élémentaire représentatif, les résultats obtenus sont confrontés systématiquement aux résultats de rhéologie numérique et les deux approches présentent

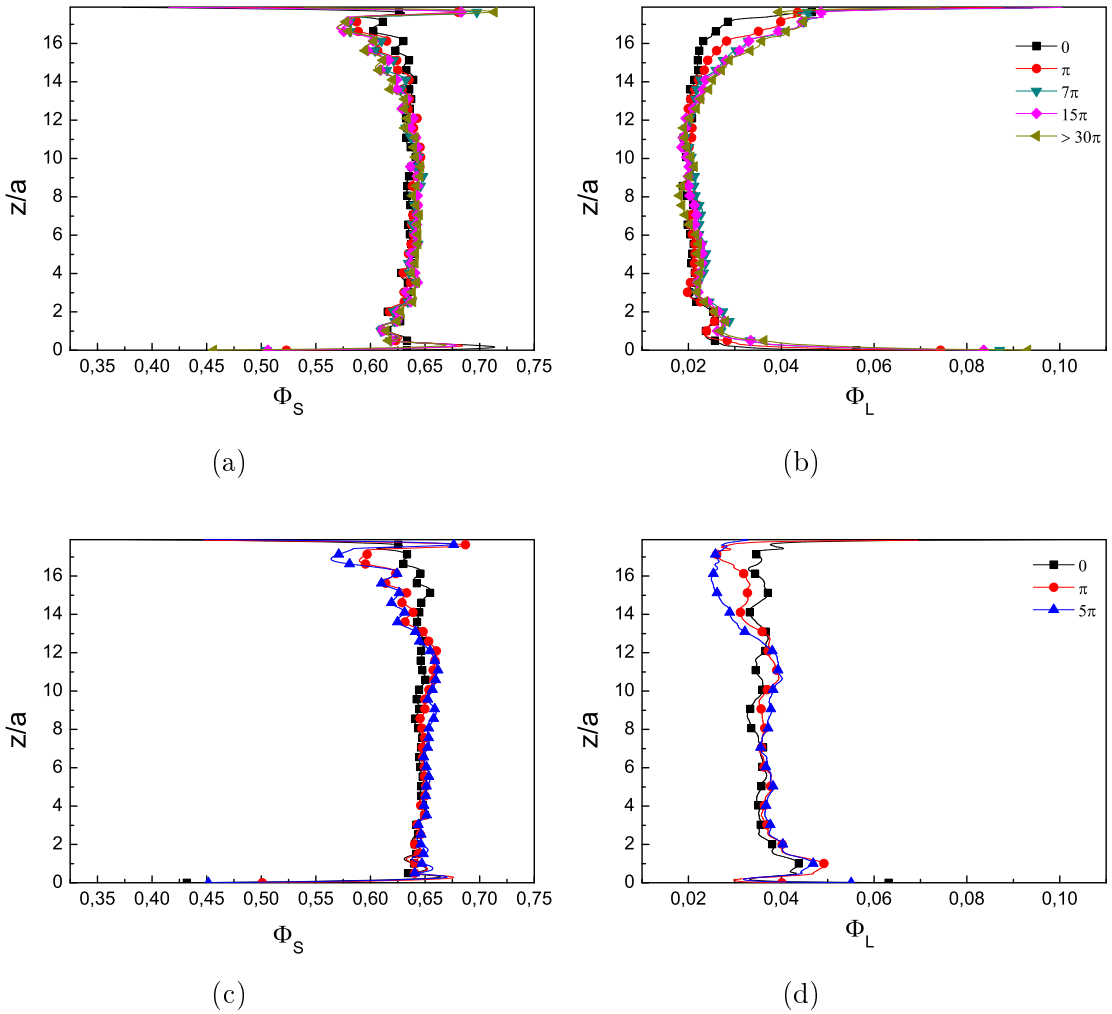


FIGURE 3.25 – Profil azimutaux de Φ_S pour a) $\Phi_L/\Phi_S = 0,030$ et c) $\Phi_L/\Phi_S = 0,075$ et Φ_L pour b) $\Phi_L/\Phi_S = 0,030$ et d) $\Phi_L/\Phi_S = 0,075$

un très bon accord dans les régimes quasistatique et inertiel. Une légère différence est néanmoins décelée dans le cadre des faibles confinements, là où contraintes normale et gravitaire sont du même ordre de grandeur. En domaine inertiel, la plage de I balayée représente 2 décades ce qui est un peu juste pour appliquer un ajustement de Hatano ou de Jop (équations 1.33 et 1.34) aujourd'hui très utilisés, l'utilisation d'un ajustement linéaire est alors plus indiquée. Cet ajustement nous permet de tenter une extension des modèles de contraintes effectives et de Mohr-Coulomb dans le régime inertiel où l'on trouve des valeurs de cohésion croissantes avec Φ_L/Φ_S et faiblement décroissantes avec I, les tentatives de prédiction de μ^* se révèle cependant ardues avec des prédictions qui surévalue assez systématiquement les valeurs mesurées. La microtomographie nous a permis de vérifier l'homogénéité de nos échantillons, il est assez intéressant de remarquer que les morphologies présentes peuvent évoluer de façon assez notable avec la déformation. Pour les échantillons les plus fortement saturés nous trouvons d'ailleurs une multitude de morphologies plus complexes que des ponts simples (près de 60%) alors que nous travaillons à la frontière supposée du domaine pendulaire ! Cette dernière remarque est particulièrement intéressante car, confrontée au bon accord des résultats expérimentaux et numériques, elle met en avant la capacité de notre modèle d'interaction à décrire le comportement macroscopique de matériaux a priori hors

de sa portée.

Des mesures en RMN mettent notamment en avant l'aspect primordial d'un contrôle des champs d'écoulement en rhéologie [31]. Il serait notamment très intéressant de se pencher sur le cas des confinements faibles et sur les questions de répartition du liquide dans les échantillons cisaillés, à plus forte raison parce que les résultats de microtomographie montrent des mouvements de liquide aussi bien à l'échelle du grain (évolution des morphologies) qu'à l'échelle du matériau (migration hors des zones fortement cisaillées).

Conclusion

Dans cette thèse, nous avons étudié le comportement solide et liquide des matériaux granulaires non-saturés soumis à un cisaillement homogène. Nous nous sommes particulièrement intéressés aux régimes d'écoulement quasistatique et inertiel. L'intensité des effets cohésifs a été caractérisée via la pression réduite P^* qui repose sur une comparaison des forces attractives et de confinement, et dans notre cas nous avons pris le parti d'une description micromécanique simple reposant sur l'existence exclusive de ponts capillaires simples. Nous avons mené en parallèle un travail expérimental et numérique. Ces deux approches complémentaires, avec un calibrage et une validation expérimentale du modèle numérique d'un côté et une investigation des caractéristiques microstructurelles de l'autre, nous ont permis d'explorer une assez large gamme de paramètres de contrôle et du matériau.

Lors du chapitre 2, nous avons discuté des méthodes de simulation et des résultats correspondants. Les modèles de Mohr-Coulomb et de contraintes effectives ont été testés sur nos matériaux dans les régimes d'écoulement quasistatique et inertiels. L'analyse micromécanique nous permet d'affirmer que la modification drastique des propriétés d'écoulement macroscopique est imputable à une pression ressentie plus importante dans le matériau ainsi qu'à une multiplication des interactions à distances. Pourtant, les contraintes capillaires ne sauraient être réduites à un simple tenseur de contraintes isotropes et nous avons souligné l'importance des anisotropies structurelle et mécanique dès lors que $P^* \leq 1$. Un degré de précision supérieur est finalement atteint lorsque l'on inclut l'influence des interactions de contact et des interactions à distance. La littérature récente fait beaucoup usage du modèle des contraintes effectives pour décrire le comportement du matériau, il est assez intéressant de noter que, moyennant une réévaluation du temps de relaxation du matériau, ce modèle semble aussi bien s'adapter au cas des écoulements en régime inertiel. Notons finalement que notre méthode de travail implique une non conservation du fluide dans le temps ou selon les conditions de chargement qui est évidemment discutable. Cette variation de la quantité de fluide est cependant trop faible pour induire une modification substantielle des propriétés mécaniques de nos matériaux.

Le chapitre 3 traite de nos méthodes de travail expérimentales et des résultats obtenues avec ces dernières. Nous présentons notamment une cellule rhéologique innovante ainsi que des expériences de microtomographie. Nous retrouvons expérimentalement un comportement rhéologique très similaire à celui obtenu numériquement. La transition entre les régimes inertiel et quasistatique survient notamment pour I de l'ordre de 10^{-2} et on montre que pour un effet cohésif croissant on obtient une résistance au cisaillement accrue ainsi qu'une structure plus lâche. Les confrontations successives entre simulations et expériences montrent une bonne concordance des résultats sur l'ensemble de la gamme de paramètres variés sauf pour les faibles confinements, lorsque $P^* \leq 2$. La bonne homogénéité de nos échantillons, mise en évidence en microtomographie, valide notre méthode de préparation des échantillons. La microtomographie nous a aussi permis de souligner l'existence de morphologies complexes dès $\Phi_L/\Phi_S = 0.030$, voire très complexes lorsque $\Phi_L/\Phi_S = 0.075$, qui ne semblent pas influencer

le comportement macroscopique, indiquant par la même occasion une bonne pertinence de notre modélisation dans des domaines a priori hors de sa portée.

Lors de nos travaux se sont posées diverses questions, notamment sur la divergence des résultats expérimentaux et numériques aux faibles valeurs de $P^*(\leq 2)$. Nous avons évoqué la possibilité d'une lubrification du contact, au sens d'une diminution de μ, bien que cohérente cette explication nécessiterait une étude tribologique assez complète pour être confirmée. La question de la mobilité du fluide a aussi été évoquée, la microtomographie attestant d'une migration du fluide des zones les plus fortement cisaillées vers celles qui le sont moins. Avec une étude RMN on pourrait accéder aux échelles de temps de la redistribution du liquide. De nombreux modèles pourraient amplement profiter de ce genre d'informations qui fait défaut aujourd'hui, surtout lorsqu'il s'agit de redistribuer le liquide d'un pont rompu vers ses proches voisins. Une perspectives numérique majeure consisterait donc à implémenter une dynamique du fluide et d'un modèle d'interaction à 3 corps qui permettraient une modélisation plus fine des matériaux granulaires non-saturés.

Bibliographie

[1] I. Agnolin et J.-N. Roux. "Internal states of model isotropic granular packings. I. Assembling process, geometry and contact networks". In : *Physical Review E* (2007).

[2] I. Agnolin et J.-N. Roux. "Internal states of model isotropic granular packings. II. Compression and pressure cycles". In : *Physical Review E* (2007).

[3] I.a Agnolin et J.-N. Roux. "Internal states of model isotropic granular packings. III. Elastic properties". In : *Physical Review E* (2007).

[4] E. Aharonov et D. Sparks. "Shear profiles and localization in simulations of granular materials". In : *Physical Review E* (2002).

[5] M. Allen et D. Tildesley. *Computer simulations of liquids*. Oxford University Press, 1987.

[6] B. Andreotti, Y. Forterre et Olivier Pouliquen. *Granular media Between fluid and solid*. Cambridge University Press, 2013.

[7] E. Azéma et F. Radjaï. "Force chains and contact network topology in sheared packings of elongated particles". In : *Physical Review E* (2012).

[8] E. Azéma et F. Radjaï. "Internal structure of inertial granular flows". In : *Physical Review Letters* (2014).

[9] R.A. Bagnold. "The flow of cohesionless grains in fluids". In : *Philosophical Transactions of the Royal Society* (1956).

[10] R.C. Ball et J.R. Melrose. "A simulation technique for many spheres in quasi-static motion under frame invariant pair drag and Brownian forces". In : *Physica A* (1997).

[11] N. Berger et al. "scaling behaviour of cohesive granular flows". In : *EuroPhysics Lettters* (2017).

[12] W.A. Beverloo, H.A. Leniger et J. Van de Velde. "The flow of granular solids through orifices". In : *Chemical Engineering Science* (1961).

[13] A.W. Bishop. *The principle of effective stress*. Tecnisk Ukelab, 1959.

[14] F. Boyer. *Suspensions concentrées Expériences originales de rhéologie*. Université de Provence, 2011.

[15] F. Boyer, E. Guazzelli et O. Pouliquen. "Unifying Suspension and Granular Rheology". In : *Physical Review Letters* (2011).

[16] N. V. Brilliantov et T. Pöschen. "Collision of adhesive Viscoelastic Particles". In : *H. Hinrichsen and D. Wolf* (2005).

[17] J.-F. Bruchon et al. "Full 3D investigation and characterization of capillary collapse of a loose unsaturated sand using XRay CT". In : *Granular matter* (2013).

[18] C.S. Campbell. "Rapid granular flows". In : *Annual Review of Fluid Mechanics* (1990).

[19] C. Cassar, M. Nicolas et O. Pouliquen. "Submarine granular flows down inclined planes". In : *Physics of fluids* (2004).

[20] S.H. Chou et S.S. Hsiau. "Velocities in moving granular bed filters". In : *Powdet Technology* (2011).

[21] J. Christoffersen, M.M Mehrabadi et S. Nemat-Nasser. "A micromechnical description of granular material behavior". In : *Journal of Applied Mechanics* (1981).

[22] C. Coste. "Shearing of a confined granular layer Tangential stress and dilatancy". In : *Physical Review E* (2004).

[23] P. Coussot. *Rheophysique La matière dans tous ses états.* EDP Sciences, 2012.

[24] F. Da Cruz et al. "Rheophysics of dense granular materials Discrete simulation of plane shear flows". In : *Physical Review E* (2005).

[25] P.A. Cundall. "Numerical experiments on localization in frictional materials". In : *Archive of Applied Mechanics* (1989).

[26] P.A. Cundall et O.D.L. Strack. "A discrete numerical model for granular assemblies". In : *Géotechnique* (1979).

[27] A. Donev, S. Torquato et F.H. Stillinger. "Pair correlation function characteristics of nearly jammed disordered and ordered hard sphere solids". In : *Physical Review E* (2005).

[28] S. Emam et al. "Granular packings assembled by rain deposition an experimental and numerical study". In : *Garcia Rojo et al.* (2005).

[29] N. Estrada et al. "Identification of rolling resistance as a shape parameter in sheared granular media". In : *Physical Review E* (2011).

[30] A. Fall et al. "Dry granular flows Rheological measurements of the $\mu(I)$ Rheology". In : *Journal of Rheology* (2015).

[31] A. Fall et al. "Macroscopic discontinuous shear thickening versus local shear jamming in cornstarch." In : *Physical Review Letters* (2015).

[32] A. Fall et al. "Shear Thickening and migration in granular suspensions". In : *Physical Review Letters* (2010).

[33] A. Fall et al. "Sliding friction on wet and dry sand". In : *Physical Review Letters* (2014).

[34] H. Flyvbjerg et H.G. Petersen. "Error estimates on averages of correlated data". In : *Journal of Chemistry and Physics* (1989).

[35] Y. Forterre et O. Pouliquen. "Flows of dense granular media". In : *Annual Review of Fluid Mechanics* (2008).

[36] Z. Fournier et al. "Mechanical properties of wet granular materials". In : *Journal of Physics : Condensed Matter* (2005).

[37] L. Fullard et al. "Testing the $\mu(I)$ granular rheology against experimental silo data". In : *proceedings : Powders and grains* (2017).

[38] F.A. Gilabert, J.-N. Roux et A. Castellanos. "Computer simulation of model cohesive powders Influence of assembling procedure and contact law on low consolidation states". In : *Physical Review E* (2007).

[39] F.A. Gilabert, J.-N. Roux et A. Castellanos. "Computer simulation of model cohesive powders Plastic consolidation, structural changes, and elasticity under isotropic loads". In : *Physical Review E* (2008).

[40] I. Goldhirsch. "Scale and kinetics of granular flows". In : *Chaos : an interdisciplinary journal for nonlinear sciences* (1999).

[41] J.M.N.T. Gray et A.N. Edwards. "A depth averaged $\mu(I)$ Rheology for shallow granular free surface flows". In : *Journal of Fluid Mechanics* (2014).

[42] T. Gröger, U. Tüzün et D. Heyes. "Modelling and measuring of cohesion in wet granular materials". In : *Powder Technology* (2003).

[43] T. Hatano. "Power law friction in closely packed granular materials". In : *Physical Review E* (2007).

[44] D. L. Henann et K. Kamrin. "A predictive, size dependent continuum model for dense granular flows". In : *Proceedings of the National Academy of Sciences* (2013).

[45] S. Herminghaus. "Dynamics of wet granular matter". In : *Advances in Physics* (2005).

[46] I. Iordanoff. "Granular lubrication Toward an understanding of the trasition between kinetic and quasi fluid regime". In : *Journal of Tribology* (2004).

[47] S.M. Iverson et al. "Nucleation, growth and breakage phenomena in agitated wet granulation processes a review". In : *Powder Technology* (2001).

[48] N. Guo J. Zhao. "Rotational resistance and shear induced anisotropy in granular media". In : *Acta Mechanica Solida Sinica* (2013).

[49] H. M. Jaeger, S. R. Nagel et R. P. Behringer. "Granular solids, liquids and gases". In : *Reviews of Modern Physics* (1996).

[50] J.A.S.Cleaver, R.M.Nedderman et R.B.Thorpe. "Accounting for granular material dilation during the operation of an annular shear cell". In : *Advanced Powder Technology* (2000).

[51] K.L. Johnson. *Contact Mechanics*. Cambridge University Press, 1985.

[52] P. Jop, Y. Forterre et O. Pouliquen. "A Constitutive law for dense granular flow". In : *Nature* (2006).

[53] C. Josserand, P.-Y. Lagrée et D. Lhuillier. "Stationnary shear flows of dense granular materials ; a tentative continuum modeling". In : *The European Physical Journal E* (2004).

[54] D. Kadau et al. "Contact dynamics simulations of compacting cohesive granular systems". In : *Phase Transitions* (2003).

[55] K. Kamrin et G. Koval. "Effect of particle surface friction on nonlocal constitutive behavior of flowing franular media". In : *Computational Particular Mechanics* (2014).

[56] D.V. Khakhar et al. "Surface flow of granular materials model and experiments in heap formation". In : *Journal of Fluid Mechanics* (2001).

[57] S. Khamseh. *Rheophysics of granular materials with an interstitial fluid a numerical simulation study*. Thèse Université Paris-Est Marne-la-Vallée, 2014.

[58] S. Khamseh, J.-N. Roux et F. Chevoir. "Flow of dry and wet granular materials numerical simulations results". In : *proceedings : Powders and grains* (2013).

[59] S. Khamseh, J.-N. Roux et F. Chevoir. "Flow of wet granular materials a numerical study". In : *Physical Review E* (2015).

[60] G. Koval et al. "Annular shear of cohesionless granular materials From the inertial to quasistatic regime". In : *Physical Review E* (2009).

[61] A. Kudrolli. "Granular matter Sticky sand". In : *Nature Materials* (2008).

[62] O. Kuwano, R. Ando et T. Hatano. "Crossover from negative to positive shear rate dependence in granular friction". In : *Geophysical Research Letters* (2013).

[63] P.V. Lade et J.M. Duncan. "Elastic stress strain theory for cohesionless soil". In : *Journal of the Geotechnical Engineering Division* (1975).

[64] L.D. Landau et E.M. Lifchitz. *Mécanique des fluides*. Ellipses, 1989.

[65] F. De Larrard. *Structures granulaires et formulation des bétons*. Études et Recherche des Laboratoires des Ponts et Chaussées, 1999.

[66] A. Lemaître, J.-N. Roux et François Chevoir. "What do dry granular flows tell us about dense non brownian suspension rheology ?" In : *Rheologica Acta* (2009).

[67] G. lian, C. Thornton et M.J. Adams. "A theoretical study of the liquid bridges forces between two rigid spherical bodies". In : *Journal of Colloid and Interaces Science* (1993).

[68] G. Lumay et al. "Measuring the flowing properties of powders and grains". In : *Powder Technology* (2012).

[69] J. Konishi M. Oda. "Microscopic deformation mechanism of granular material in simple shear". In : *Soils and Foundations* (1974).

[70] A. Needleman M. Ortiz Y. Leroy. "A finite element method for localized failure analysis". In : *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* (1989).

[71] C. Macosko. *Rheology principles, measurements and applications*. Wiley, 1994.

[72] V. Magnanimo et al. "Characterizing the shear and bulk moduli o an idealized granular material". In : *EuroPhysics Letters* (2008).

[73] T.S. Majmudar et R.P. Behringer. "contact force measurements and stress induced anisotropy in granular materials". In : *Nature* (2005).

[74] H.A. Makse, D.L. Johnson et L.M. Schwartz. "Packing of compressible granular materials". In : *Physical Review Letters* (2000).

[75] G. Mandl, L.N.J. De Jong et A. Maltha. "Shear zones in granular material". In : *Rock mechanics* (1977).

[76] R. Mani et al. "Fluid depletion in shear bands". In : *Journal of Physics : Condensed Matter* (2012).

[77] M. J. Matthewson. "Adhesion of spheres by thin liquid films". In : *Philosophical Magazine A* (1988).

[78] D. Maugis. *Contact, adhesion and rupture of elastic solids*. Springer, Berlin, 2000.

[79] D. N. Mazzone, G. I. Tardos et R. Pfeffer. "The Behavior of Liquid Bridges Between Two Relatively Moving Particles". In : *Powder Technology* (1986).

[80] J.R. Melrose et R.C. Ball. "Continuous shear thinckening transitions in model concentrated colloids the role of interparticle forces". In : *Journal of Rheology* (2004).

[81] J.R. Melrose et R.C. Ball. "The pathological behaviour o sheared hard spheres with hydrodynamic interactions". In : *Europhysics Letters* (1995).

[82] GDR MiDi. "On dense granular flows". In : *Eropean Physical Journal E* (2004).

[83] T. Mikamia, H. Kamiyaa et M. Horio. "Numerical simulation of cohesive powder behaviour in a fluidized bed". In : *Chemical Engineering Science* (1998).

[84] R.D. Mindlin et H. Deresiewicz. "Elastic spheres in contact under varying oblique forces." In : *Journal of Applied Mechanics* (1953).

[85] N. Mitarai et H. Nakanishi. "Granular flow Dry and wet". In : *European Physical Journal Special Topics* (2012).

[86] N. Mitarai et H. Nakanishi. "Simple Model for Wet Granular Materials with Liquid Clusters". In : *Journal of Physics : Condensed Matter* (2009).

[87] N. Mitarai et F. Nori. "Wet granular materials". In : *Advances in Physics* (2006).

[88] D.M. Mueth, H.M. Jaeger et S.R. Nagel. "Force distribution in a granular medium". In : *Physical Review E* (1998).

[89] R.M. Nedderman. *Statics and kinetics of granular materials*. Cambridge University Press, 1992.

[90] B. Le Neindre. *Constantes mécaniques Coefficients d'élasticité*. Techniques de l'Ingénieur, 1991.

[91] M. Nuth et L. Laloui. "Effective stress concept in unsaturated soils Clarification and validation of a unified framework". In : *International Journal for Numerical and Analitycal Methods in Geomechanics* (2008).

[92] C. O'Hern et al. "Jamming at zero temperature and zero applied stress The epitome of disorder." In : *Physical Review E* (2003).

[93] J. Paredes, N. Shahidzadeh-Bonn et D. Bonn. "Shear banding in thixotropic and normal emulsions". In : *Journal of Physics : Condensed Matter* (2011).

[94] P.-E. Peyneau. *Etude du comportement et du compactage de pâtes granulaires par simulation numérique discrète*. université Paris-Est Marne-La-Vallée, 2009.

[95] P.-E. Peyneau et J.-N. Roux. "Frictionless bead packs have macroscopic friction, but no dilatancy". In : *Physical Review E* (2008).

[96] P.-E. Peyneau et J.-N. Roux. "Solidlike behavior and anisotropy in rigid frictionless bead assemblies". In : *Physical Review E* (2008).

[97] P. Pierrat, D.K. Agrawal et H.S. Caram. "Effect of moisture on the yield locus of granular materials theory of shift". In : *Powder Technology* (1999).

[98] O. Pitois, P. Moucheront et X. Chateau. "Liquid Bridge between Two Moving Spheres An Experimental Study of Viscosity Effects". In : *Journal of Colloidal and Interface Science* (2000).

[99] F. Radjaï et F. Dubois. *Discrete element modeling of granular materials*. Wiley, 2011.

[100] F. Radjaï et V. Richefeu. "Bond anisotropy and cohesion of wet granular materials". In : *Philosophical Transactions of the Royal Society* (2009).

[101] F. Radjaï, S. Roux et J.-J. Moreau. "Contact forces in a granular packing". In : *Chaos : An Internation Journal of Nonlinear Science* (1999).

[102] F. Radjaï et al. "Bimodal character of stress transmission in granular packings". In : *Physical Review Letters* (1999).

[103] O. Reynolds. "On the dilatancy of media composed of rigid particles in contact". In : *Philosophical Magazine* (1885).

[104] V. Richefeu. *Approche par éléments discrets 3D du comportement de matériaux cohésifs faiblement contraints*. Université Montpellier II, 2005.

[105] V. Richefeu, M.S. El Youssoufi et F. Radjaï. "Shear strength properties of wet granular materials". In : *Physical Review E* (2006).

[106] P. Rognon, J.-N. Roux et F. Chevoir D. Wolf M.Naaïm. "Rheophysics of cohesive granular materials". In : *EuroPhysics Letters* (2009).

[107] P. Rognon et al. "Dense flows of cohesive granular materials". In : *Journal of Fluid Mechanics* (2008).

[108] K.H. Roscoe, A.N. Schofield et C.P. Wroth. "On the yielding of soils". In : *Géotechnique* (1958).

[109] L. Rothenburg et R.J. Bathurst. "Analytical study of induced anisotropy in idealized granular materials". In : *Géotechnique* (1989).

[110] J.-N. Roux. "Geometric origin of mechanical properties of granular materials". In : *Physical Review E* (2000).

[111] J.-N. Roux et F. Chevoir. "Dimensional analysis and control parameters". In : *Discrete-element Modeling of Granular materials, chapter 8, Wiley* (2011).

[112] J.-N. Roux et F. Chevoir. "Simulation numérique discrète et comportement mécanique des matériaux granulaires". In : *Bulletin des Laboratoires des Ponts et Chaussées* (2005).

[113] H. Rumpf. "Zur Theorie der Zugfestigkeit von Agglomeraten bei der Kraftübertragung an Kontaktpunkten." In : *Chemie Ingenieur Technik* (2015).

[114] G. Salvador-Vieira et al. "Modeling flow arrest using a non local rheology". In : *proceedings : Powders and grains* (2017).

[115] A. Samadani et A. Kudrolli. "Angle of repose and segregation in cohesive granular matter". In : *Physical Review E* (2001).

[116] A. Samadani et A. Kudrolli. "Segregation Transitions in wet granular materials". In : *Physical Review Letters* (2000).

[117] G. Saporta. *Probabilités, analyse des données et statistique*. Editions TECHNIP, 2011.

[118] S.B. Savage. "Gravity flow of cohesionless granular materials in chutes and channels". In : *Journal of Fluid Mechanics* (1979).

[119] S.B. Savage. "The Mechanics of Rapid Granular Flows". In : *Advances in Applied Mechanics* (1984).

[120] S.B. Savage et K. Hutter. "The motion of a finite mass of granular material down a rough incline". In : *Journal of Fluid Mechanics* (1989).

[121] M. Scheel, D. Geromichalos et S. Herminghaus. "Wet granular matter under vertical agitation". In : *Journal of Physics : Condensed Matter* (2004).

[122] M. Scheel et al. "Liquid distribution and cohesion in wet granular assemblies beyond the capillary bridge regime". In : *Journal of Physics : Condensed Matter* (2009).

[123] A.N. Schofield et C.P Wroth. *Critical state soil mechanics*. McGraw-Hill, 1968.

[124] L. SCholtès et al. "Micromechanics of granular materials with capillary effects". In : *Internation Journal of Engineering Science* (2009).

[125] L. SCholtès et al. "On the capillary stress tensor in wet granular materials". In : *Internation Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics* (2009).

[126] R. Schwarze et al. "Rheology of weakly wetted granular materials a comparison of experimental and numerical data". In : *granualar matter* (2013).

[127] C. Semprebon et al. "Liquid morphologies and capillary forces between three spherical beads". In : *Physical Rev E* (2015).

[128] U. El Shamy et T. Gröger. "Micromechanical aspects of the shear strength of we granular soils". In : *International Journal for Numerical and Analitycal Methods in Geomechanics* (2008).

[129] L.E. Silbert, G.S. Grest et J. Landry. "Statistics of the contact network in frictionless and frictional granular packings". In : *Physical Review E* (2002).

[130] A. Simoni et G.T. Houlsby. "The direct shear strength and dilatancy of sand gravel mixtures". In : *Geotechnical and Geological Engineering* (2006).

[131] J.R. Smart et D.T. Leighton Jr. "Measurement of the hydrodynamic surface roughness of noncolloidal spheres". In : *Physic of Fluids A* (1988).

[132] F. Soulié. "Determination of contact angle from contact area of liquid droplet spreading on solid substrate". In : *Leonardo Electronic Journal of Practices and Technologies* (2007).

[133] F. Soulié. "Etude micromécanique de la cohésion par capillarité dans les milieux granulaires humides". In : *XXIV^{emes} Rencontres Universitaires de Génie Civil - prix jeunes chercheurs* (2006).

[134] F. Soulié et al. "Capillary cohesion and mechanical strength of polydisperse granular materials". In : *The European Physical Journal E* (2006).

[135] F. Soulié et al. "Influence of liquid bridges on the mechanical behaviour of polydisperse granular materials". In : *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics* (2006).

[136] L. Staron et al. "Flow and jamming of a two dimensional granular bed toward a nonlocal rheology ?" In : *Physics of Fluids* (2010).

[137] D. Or T.A. Ghezzehei. "Dynamics of soil aggregate coalescence governed by capillary and rheological processes". In : *Water Resources Research* (2000).

[138] P. Tegzes, T. Vicsek et P. Schiffer. "Avalanche dynamics in wet granular materials". In : *Physical Review Letters* (2002).

[139] K. Terzaghi. *Principles of soil mechanics a summary of experimental studies of clay and sand*. Heidelberg, 2008.

[140] D. Wang et Y. Zhou. "Statistics of contact force network in dense granular matter". In : *Particuology* (2009).

[141] J.-P. Wang et al. "Capillary force and rupture of funicular liquid bridges between three spherical bodies". In : *Powder Technology* (2017).

[142] C.D. Willett et al. "Capillary bridges between two spherical bodies". In : *School of Chemical Engineering* (2000).

[143] D. Muir Wood. *Soil Behaviour and critical state soil mechanics*. Cambridge University Press, 1990.