



Mémoire quantique de haute efficacité pour la mise en oeuvre de protocoles d'information quantique

Benjamin Pointard

► To cite this version:

Benjamin Pointard. Mémoire quantique de haute efficacité pour la mise en oeuvre de protocoles d'information quantique. Optique [physics.optics]. Université Paris-Saclay, 2021. Français. NNT : 2021UPASP024 . tel-03327793

HAL Id: tel-03327793

<https://pastel.hal.science/tel-03327793>

Submitted on 27 Aug 2021

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Mémoire quantique de haute efficacité pour la mise en œuvre de protocoles d'information quantique.

Thèse de doctorat de l'Université Paris-Saclay

École doctorale n° 572, Ondes et Matière (EDOM)

Spécialité de doctorat: Physique

Unité de recherche: Université Paris-Saclay, Institut d'Optique
Graduate School, CNRS, Laboratoire Charles Fabry, 91127, Palaiseau,
France

Référent: Institut d'Optique

Thèse présentée et soutenue à Palaiseau, le 30 Mars 2021, par

Benjamin POINTARD

Composition du jury:

Philippe DELAYE

Directeur de recherche, Laboratoire Charles Fabry - Institut d'Optique Graduate School - Université Paris Saclay

Président

Eleni DIAMENTI

Directrice de recherche, Laboratoire d'Informatique de Paris 6 - Sorbonne Université

Rapporteuse

Valentina PARIGI

Maître de conférences, Laboratoire Kastler Brossel - Sorbonne Université

Rapporteuse

Kamel BENCHEIKH

Chargé de recherche, Centre de Nanoscience et de Nanotechnologie - Université Paris Saclay

Examineur

Thomas COUDREAU

Directeur de la recherche et de l'innovation, Sorbonne Université

Examineur

Rosa TUALLE-BROURI

Professeure d'université, Laboratoire Charles Fabry - Institut d'Optique Graduate School - Université Paris Saclay

Directrice de thèse

Remerciements

En premier lieu, j'aimerais remercier ma directrice de thèse Rosa Tualle-Brouiri. Il va sans dire que cette thèse n'aurait pas été possible sans toi. Je te remercie de m'avoir accueilli dans cette aventure et d'avoir eu confiance en mes capacités pour prendre en main cette expérience compliquée, quand bien même je n'y avais pas effectué mon stage de Master 2. Tu as toujours su être rassurante quand au déroulé de la thèse, et toujours suivi avec assiduité les étapes clefs de l'expérience. Ces trois années sous ta supervision m'ont beaucoup appris tant sur le plan personnel que professionnel.

Je voudrais en second lieu remercier les autres membres passés, présents et futurs de la team Photons. D'une part Martin Bouillard et Guillaume Boucher, malgré le peu de temps que l'on a eu en commun vous avez réussi à me transmettre votre expérience sur la *manip'*, votre enthousiasme et le plaisir que vous avez pris à monter l'expérience. Ensuite, je remercie chaleureusement Viviane (alias JaJa) de m'avoir rejoint sur l'expérience au cours de ma deuxième année. Après une année seul avec Rosa, ton arrivée a été une rafraichissante nouvelle. Merci de m'avoir supporté, moi et mon spleen de la *manip'* après un an à désaligner, réaligner, désaligner, réaligner... Ce fut un réel plaisir de partager ces temps en salle de *manip'* avec toi, à ne parvenir à faire fonctionner la *manip'* que sur *When I Kiss The Teacher*, ou à chanter tout et n'importe quoi pendant que l'on beam-walkait. Il est vrai qu'il est difficile de travailler en parallèle sur cette expérience exigeante en alignement, mais ta présence en salle de *manip'* m'a donné un regain de motivation à mi-thèse. J'espère ne pas avoir été trop difficile à vivre au cours de ces presque 2 ans ensemble, ni trop difficile à suivre quand je commençais des phrases sans avoir la moindre idée de comment la finir. Je te souhaite une bonne continuation et une très belle fin de thèse pleine de chats! Enfin, il me faut encourager le successeur de mon successeur sur l'expérience, Hector Simon, je te souhaite d'apprendre énormément sur cette expérience. Petit encart pour remercier un membre émérite de la team Photon qu'est Antoine. Notre relation ne commence ni ne s'arrête à la thèse, voilà maintenant 7 ans que l'on tisse des liens d'amitié et c'est un honneur te t'avoir admis comme membre officiel de la team Photon.

Un grand merci aux autres membres du groupe Optique Quantique, permanents comme doctorants : Antoine, Philippe, Yara, Thierry, Florence, Yvan, Igor, Daniel, Ludovic, Tom, Sylvain, Vincent, Pascal, Kay et Eric. et tout particulièrement, Florence pour ta gentillesse et ta bienveillance (et pour avoir apprécié ma conduite sur le trajet entre l'Institut et Paris!). Un merci spécial à Thierry pour avoir sauvé le chiller. ;) Merci aussi à Ludovic pour les pauses dans ta salle de *manip'*. Un grand merci aux autres doctorants du sous-sol, en particulier Baptiste, Romaric et

Ziyad dans le bureau desquels j'ai pris plaisir à squatter régulièrement. ;) Je remercie aussi Patrick pour son accueil chaleureux au laboratoire et sa disponibilité. Je remercie ensuite l'ensemble du personnel de l'administration de l'institut ainsi que le service technique qui nous permettent de travailler dans de bonnes conditions.

Durant ma thèse, j'ai eu la chance d'enseigner aux 1A et 2A de l'IOGS ce qui m'avait été appris quelques années plus tôt. Les TP et TD ont été l'occasion de consolider mes connaissances, mais aussi d'acquérir une première expérience d'enseignement. Dans ce cadre, je remercie notamment Fabienne, Thierry, Cédric, Julien, Henri, Marc, Sylvie, Matthieu, François G., Gaëlle, Yvan et Xavier.

Je dois maintenant remercier tous mes amis qui m'ont accompagné tout au long de cette thèse, où que je me suis fait en chemin, Antoine, Aliénor, Alexandre, Adrien, Nicolas, Sylvain, Camille, Baptiste, Anaïs, mais aussi Claudine, François, Sirandou, Flora, Tina, Justine, Benjamin, Poucher et Thibault, même si pour certains ça a commencé depuis plus longtemps. Et ça continue encore et encore.

Merci à ma famille, mon frère ma sœur et mes parents. Un merci spécial pour ma mère qui m'a aidé à relire ce manuscrit et à préparer ma soutenance.

Enfin je dois finir ces remerciement par celle par qui toute cette aventure a commencé. Clémence, ta présence à mes côtés durant ces 3 ans a été primordiale pour la bonne réalisation de cette thèse. Tu as toujours été là pour moi dans les bons comme les mauvais moments, de part et d'autre du couloir du sous-sol de l'Institut comme à mes côtés pendant la rédaction. Je ne mesurerai jamais assez la chance que j'ai.

Table des matières

Introduction	1
I Outils pour l’optique quantique	5
1 Outils théoriques : Optique quantique en variables continues	7
1.1 Variables discrètes et continues	8
1.1.1 Variables discrètes	9
1.1.2 Variables continues	10
1.1.3 Lien entre les deux descriptions	12
1.2 Transformations unitaires du champ électromagnétique	13
1.2.1 Déplacement	13
1.2.2 Déphasage	13
1.2.3 Lame séparatrice	14
1.2.4 Compression monomode	15
1.2.5 Compression bimode	15
1.2.6 Implémentation numérique	16
1.3 Représentation des états quantiques usuels	16
1.3.1 États gaussiens usuels en optique quantique	16
1.3.2 États non-gaussiens usuels en optique quantique	21
1.4 Mesures en optique quantique	26
1.4.1 Mesures de photons	26
1.4.2 Mesure de quadratures	27
1.4.3 Reconstruction d’états par tomographie	28
2 Outils expérimentaux	31
2.1 Dispositif laser	32
2.1.1 Laser impulsionnel Mira Optima 900-D	32
2.1.2 Diagnostic des impulsions émises et asservissement du pointé du laser . .	34
2.2 Fluorescence paramétrique	36
2.2.1 Génération de seconde harmonique	36
2.2.2 Amplification paramétrique optique	39

2.3	Génération conditionnelle de photons uniques	42
2.3.1	Conditionnement	42
2.3.2	Détection homodyne	44
2.3.3	État théorique attendu	48
2.3.4	Acquisitions	49
2.4	Modulateur électro-optique	49
2.4.1	Effet électro-optique linéaire : effet Pockels	50
2.4.2	Modulation de polarisation avec un modulateur électro-optique	50
2.4.3	Modulation de phase avec un modulateur électro-optique	52
II	Source d'états Chat de Schrödinger de haute cadence	55
3	Motivations de l'expérience	57
3.1	Introduction	58
3.2	Génération d'états Chat de Schrödinger	58
3.2.1	État de l'art	58
3.2.2	Un protocole itératif de croissance	62
3.3	Processus itératifs pour des états plus complexes	72
3.3.1	États « peignes en quadrature »	72
3.3.2	Génération d'états peignes en quadrature	75
4	Source brillante de photons uniques « à la demande »	79
4.1	Cavités d'exaltation	80
4.1.1	Génération de seconde harmonique	80
4.1.2	Amplificateur paramétrique optique	85
4.1.3	Dégénérescence paramétrique optique	88
4.2	Ligne à retard optique	89
4.2.1	Nécessité d'une synchronisation temporelle	89
4.2.2	Principe de fonctionnement de la ligne à retard optique	92
4.2.3	Modélisation des paramètres de la ligne à retard	93
4.2.4	Photons produits	95
4.3	Une cavité optique comme mémoire quantique	100
4.3.1	Nécessité d'une cavité mémoire	100
4.3.2	Un système d'insertion/extraction	101
4.3.3	Alignement et calibration des cellules de Pockels	103
4.3.4	Stockage des états de Fock	106
5	Génération efficace d'états Chat de Schrödinger optique en espace libre	115
5.1	Principe de l'expérience	116
5.1.1	Présentation générale	116
5.1.2	Croissance itérative avec une mémoire quantique	117
5.1.3	Lame à retard programmable	122
5.2	Mesure de phase	126
5.2.1	Nécessité d'une mesure de phase	126
5.2.2	Principe de la mesure	127

5.2.3	Algorithme d'estimation de la phase	128
5.2.4	Modulation de phase	130
5.2.5	Une nouvelle voie pour la mesure de phase	131
5.3	Montages expérimentaux	132
5.3.1	Montages optiques	132
5.3.2	Montages électroniques	134
6	Réalisation expérimentale et analyse des résultats	137
6.1	Utilisation de la mémoire FPGA	138
6.1.1	Configuration à deux séquences	139
6.1.2	Configuration à trois séquences	142
6.2	Implémentation préliminaire	144
6.2.1	Évaluation du gain de la carte d'acquisition	145
6.2.2	Limitation du temps de stockage	146
6.2.3	Événements de génération	147
	Conclusion	149
	Bibliographie	159

Introduction

Depuis sa naissance, au début du XX^e siècle, la théorie de la mécanique quantique suscite auprès d'un public non averti de multiples réactions, entre répulsion et fascination. De la répulsion pour son côté parfois formel et faisant appel à des concepts abstraits n'ayant pas d'analogies possibles avec notre monde macroscopique, mais de la fascination pour cette théorie qui utilise des approches, parfois « contre-intuitives », mais toujours avec succès, pour tenter d'éclaircir la compréhension du monde de l'infiniment petit. Cette dichotomie entre, d'une part, des résultats expérimentaux obtenus en laboratoire validant encore et toujours la théorie de la mécanique quantique et, d'autre part, les difficultés à faire correspondre ces résultats au monde macroscopique auquel on est habitué, partage les physiciens les plus éminents du domaine. Ainsi, l'interprétation du principe de superposition quantique a mené à une confrontation entre différentes écoles de la mécanique quantique, débouchant sur le célèbre paradoxe EPR, du nom de ses auteurs, Einstein, Podolsky et Rosen [1] en 1935. Ces auteurs, réfutant l'idée d'un monde non-déterministe, ont tenté de montrer l'incomplétude de la théorie de la mécanique quantique en se reposant sur l'impossibilité de transmettre de l'information à une vitesse supérieure à celle de la lumière. C'est en 1964 que John Bell [2] proposa une expérience pour trancher la question du paradoxe EPR. Même si cette expérience a été proposée en 1964, sa réalisation, dont l'une des plus récentes date de 2015 [3], suscite toujours de l'intérêt. Chaque réalisation comble, au fur et à mesure, les failles des précédentes expériences, tranchant toujours en faveur de la théorie de la mécanique quantique. Ces nouveaux principes de superposition quantique, d'intrication ou d'incertitude qui découlent de la théorie de la mécanique quantique ont permis d'ouvrir de nouveaux horizons dans de nombreux domaines aussi différents que ceux de la biologie ou de la matière condensée.

Lorsqu'ils furent confrontés aux limites de la théorie de l'information, comme formulée par Shannon en 1948 [4], c'est vers la mécanique quantique que des physiciens se sont tournés pour trouver des solutions. L'idée est alors de mettre à profit les concepts propres à la mécanique quantique pour réaliser des opérations de calculs ou sécuriser des communications de manière certaine, donnant naissance à l'information quantique. Celle-ci possède trois branches remarquables que sont : la simulation quantique, la cryptographie quantique et le calcul quantique.

Simulation quantique La première de ces branches, la simulation quantique, repose sur une idée proposée par Richard Feynman en 1982 [5], qui est d'utiliser une plateforme quantique dont on maîtrise tous les différents paramètres afin de simuler le comportement d'un système qui ne peut l'être avec un ordinateur classique. En effet, si les systèmes sont régis par les mêmes lois

physiques, ils doivent alors évoluer de la même manière. En disposant d'une plateforme dont on contrôle finement les paramètres, on pourrait ainsi étudier des phénomènes physiques tels que la diffusion, la dynamique quantique hors équilibre ou encore des systèmes chaotiques.

Cryptographie quantique La deuxième branche notable de l'information quantique est la cryptographie quantique. Afin de garantir une sécurité des communications supérieure à celles des protocoles classiques, la cryptographie quantique utilise les incertitudes quantiques liées aux mesures. Ainsi, disposant d'un canal classique de transfert d'informations, deux interlocuteurs s'échangent une clé secrète de décryptage. Il est alors possible pour ces deux interlocuteurs de savoir si un espion a pu mesurer la clé pendant son transfert par une série de mesures adaptées. Si tel n'est pas le cas, alors l'échange peut se faire de manière parfaitement sécurisée en cryptant le message avec la clé [6]. Des dispositifs de cryptographie quantique sont déjà sortis des laboratoires et sont commercialisés.

Calcul quantique La troisième branche, qui mérite d'être évoquée, est le calcul quantique. Il utilise le principe de la superposition quantique d'un système pour définir de nouveaux objets, les qubits, implémentables dans des algorithmes plus efficaces que les algorithmes classiques [7][8]. Quand dans un ordinateur classique, un bit ne peut avoir que deux valeurs, 0 ou 1, le qubit, grâce au principe de superposition, peut se trouver à la fois dans les états $|0\rangle$ et $|1\rangle$:

$$|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle \quad (1)$$

où $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$. Ce type d'algorithmes permet de décomposer de grands nombres en produit de facteurs premiers, avec une dépendance polynomiale du nombre de calculs en fonction du nombre de chiffres au lieu d'une dépendance exponentielle pour le meilleur algorithme classique [7]. L'implémentation d'un tel algorithme sur un ordinateur, qui serait alors quantique, permettrait de compromettre la sécurité des cryptages dont la robustesse repose sur un temps de déchiffrement exponentiellement long. La parade réside alors dans la cryptographie quantique. L'implémentation expérimentale de cet algorithme ne l'a été que pour des faibles nombres de qubits [9]. La difficulté d'implémentation expérimentale de tels ordinateurs, contrairement aux dispositifs de cryptographie quantique, tient au fait que cela nécessite un contrôle de l'interaction entre un grand nombre d'objets quantiques, sur lesquels est encodée l'information quantique, de façon à pouvoir appliquer des portes quantiques dites universelles.

Un dernier élément est nécessaire pour l'implémentation d'algorithmes de calcul quantique : ce sont les codes correcteurs d'erreurs [10]. Ces erreurs sont plus nombreuses et de nature plus complexe que pour un ordinateur classique, où elles consistent principalement en des retournements de bits.

De nombreuses plateformes sont entrevues pour implémenter ces algorithmes, comme les atomes neutres, les ions, ou les supraconducteurs [11]. Ces plateformes présentent de nombreux avantages dont celui de permettre des interactions entre les objets quantiques mais aussi des inconvénients majeurs : un temps de cohérence court, et une difficulté pour transférer l'information quantique entre qubits éloignés. A l'inverse, les photons, interagissant peu avec leur environnement, présentent des temps de cohérence plus longs, ce qui va de paire avec des difficultés à les faire interagir entre eux. Par ailleurs, avec les développements des techniques de télécommunication

TABLE DES MATIÈRES

optique, les photons sont des candidats idéaux pour les télécommunications quantiques, ce qui est intéressant pour le développement d'un système nécessitant des bus de données quantiques pour connecter différentes unités de calcul.

Contexte

L'objectif de ce travail de thèse est de chercher à implémenter de nouveaux outils en optique quantique pour la génération efficace d'états « exotiques » de la lumière, avec à terme, l'ambition d'évaluer la pertinence des techniques « tout optique » pour le traitement de l'information quantique. L'utilisation de photons permet l'implémentation d'une multitude de types possibles de qubits utilisant la description discrète ou continue de la lumière, dont les états « Chat de Schrödinger ». Ces derniers tirent leur nom de la célèbre expérience de pensée d'Erwin Schrödinger [12] et sont constitués d'une superposition quantique d'états cohérents $|\alpha\rangle$ de phase opposée :

$$|\psi\rangle = |\alpha\rangle \pm |-\alpha\rangle \quad (2)$$

Le qubit $|0\rangle$ peut être encodé sur l'état cohérent $|\alpha\rangle$ et le qubit $|1\rangle$ sur l'état $|-\alpha\rangle$. L'avantage de ce codage est la facilité de différenciation entre les états $|0\rangle$ et $|1\rangle$ à l'aide d'une simple mesure homodyne. Bien que la génération d'états cohérents à l'aide de lasers peut être réalisée facilement, la superposition est quant à elle difficile à effectuer. De nombreux protocoles complexes ont alors été proposés pour la génération [13], [14], [15] d'états contenant toujours de plus en plus de photons. Cependant, l'utilisation de tels états pour des protocoles d'information quantique nécessite des taux de génération élevés, ce que ne permettent pas ces protocoles.

L'objectif de ce travail de thèse est de mettre en œuvre une mémoire quantique de haute efficacité dans le cadre du protocole de génération d'états quantiques de la lumière proposé précédemment dans notre équipe [13], avec pour finalité une augmentation de plusieurs ordres de grandeur du taux de génération de ces états. Nous montrons comment une telle architecture peut être utilisée en pratique pour la génération d'états clés pour l'optique quantique, tels que ces états Chat de Schrödinger optique.

Plan de la thèse

Première Partie : Outils pour l'optique quantique

Dans cette partie, nous allons présenter les outils théoriques et expérimentaux à notre disposition pour l'élaboration des modèles théoriques et des développements expérimentaux proposés dans ce manuscrit. Le premier chapitre fait un bref rappel des différentes descriptions des états de la lumière, des outils mathématiques et des moyens de transformation et de mesure associés à ces descriptions. Le second chapitre de cette partie introduit les différentes techniques expérimentales utilisées pour la génération et la mesure de ces états quantiques, en particulier la génération d'états de Fock à un photon nécessaires à la réalisation de protocoles de génération d'états plus complexes.

Seconde Partie : Génération d'états Chat de Schrödinger optique

Cette seconde partie utilisera les outils mis en place à la partie précédente pour étudier la génération théorique et expérimentale d'états non-classiques de la lumière, en particulier d'états Chat de Schrödinger. Le chapitre 3 s'intéresse à la génération théorique de ces états non-classiques. Après un état de l'art des différents protocoles de génération de tels états, il présente le protocole allant être implémenté avec ses avantages et les possibilités qu'il offre pour la génération d'états plus complexes que sont les états « peignes en quadrature ». Le chapitre 4 présente les différentes améliorations expérimentales mises en place pour la génération d'états de Fock à un photon et d'états Chat de Schrödinger. Ceci passe par l'utilisation de cavités synchrones pour exalter les effets non-linéaires, ainsi qu'une ligne à retard et une cavité de stockage pour améliorer le taux de production d'états Chat de Schrödinger. La réalisation de cette mémoire, à l'aide d'une cavité optique de haut facteur de qualité, nécessite un dispositif actif permettant d'insérer et d'extraire une impulsion lumineuse à la demande. Le chapitre 5 aborde la réalisation expérimentale du protocole de génération d'états Chat de Schrödinger. Après le détail de notre protocole expérimental, il présente l'utilisation de notre mémoire afin de réaliser le protocole de génération d'états Chat de Schrödinger. La mise en œuvre d'une telle mémoire nécessite une connaissance complète des paramètres physiques, et notamment de la phase des états quantiques, menant à la mise en place de moyens de mesure de la phase des états générés. Le chapitre 6 expose les différents choix techniques retenus pour la combinaison des protocoles de générations d'états et de mesures de phases ainsi que les résultats obtenus issus des tests préliminaires.

Première partie

Outils pour l'optique quantique

Chapitre 1

Outils théoriques : Optique quantique en variables continues

Sommaire

1.1 Variables discrètes et continues	8
1.1.1 Variables discrètes	9
1.1.2 Variables continues	10
1.1.3 Lien entre les deux descriptions	12
1.2 Transformations unitaires du champ électromagnétique	13
1.2.1 Déplacement	13
1.2.2 Déphasage	13
1.2.3 lame séparatrice	14
1.2.4 Compression monomode	15
1.2.5 Compression bimode	15
1.2.6 Implémentation numérique	16
1.3 Représentation des états quantiques usuels	16
1.3.1 États gaussiens usuels en optique quantique	16
1.3.2 États non-gaussiens usuels en optique quantique	21
1.4 Mesures en optique quantique	26
1.4.1 Mesures de photons	26
1.4.2 Mesure de quadratures	27
1.4.3 Reconstruction d'états par tomographie	28

Ce chapitre présente les différents outils théoriques auxquels nous aurons recours dans ce manuscrit de thèse. Après une présentation des descriptions discrètes et continues de la lumière, dont on pourra trouver le détail dans [16], nous nous pencherons sur différentes transformations élémentaires du champs électromagnétique. Nous présenterons ensuite quelques états quantiques « usuels » en optique quantique et pour finir nous décrirons les différents moyens de mesures et de reconstruction d'états par tomographie quantique.

1.1 Variables discrètes et continues

La thématique qui sous-tend ce sujet de thèse est la manipulation de l'état quantique d'une impulsion lumineuse, avec pour objectif la génération d'états quantiques « exotiques » de la lumière. Dans tout ce manuscrit, nous ne nous intéresserons ainsi qu'à la quantification d'un unique mode du champ électromagnétique, en l'occurrence celui de l'impulsion en question. Rappelons que les modes monochromatiques du champ électromagnétique, vus comme des vibrations sinusoïdales de pulsation ω_l , sont traités comme des oscillateurs harmoniques en théorie quantique des champs. Si l'on se place dans un espace borné de volume V de façon à avoir une base discrète de modes monochromatiques normalisables, l'énergie de ces modes est quantifiée, $\hbar\omega_l$ étant le *quantum* d'énergie associé au mode l . On associe ainsi à chaque mode monochromatique l des opérateurs annihilation et création $\hat{a}_l$ et $\hat{a}_l^\dagger$, vérifiant la relation $[\hat{a}_l, \hat{a}_l^\dagger] = 1$, ainsi que l'opérateur "nombre de photons" $\hat{N}_l \equiv \hat{a}_l^\dagger \hat{a}_l$, dont les valeurs propres sont les entiers positifs ou nuls. Bien sûr, une impulsion n'est pas une onde monochromatique, et ne sera donc pas un état propre du Hamiltonien du champ électromagnétique libre. Mais on peut toujours lui associer un opérateur de création :

$$\hat{a}^\dagger = \sum_l f_l \hat{a}_l^\dagger, \quad (1.1)$$

l'opérateur d'annihilation $\hat{a}$ correspondant étant le transconjugué de cet opérateur, où les f_l sont les composantes de l'impulsion dans la base discrète des modes monochromatiques, et où l'on a $[\hat{a}, \hat{a}^\dagger] = 1$ si les f_l sont normés ($\sum_l |f_l|^2 = 1$). On peut donc définir un opérateur "nombre de photons" $\hat{N} = \hat{a}^\dagger \hat{a}$ dans le cas d'une impulsion, et c'est effectivement un nombre de photons que l'on mesure lorsqu'on analyse une impulsion avec un compteur de photons : l'opérateur $\hat{N}$ est bien l'observable adaptée dans ce cas. Elle est directement reliée à la nature corpusculaire de la lumière, et on parle de "variables discrètes" lorsqu'on utilise ainsi une observable à spectre discret. Mais on peut également envisager un autre type de mesure, correspondant à des observables nommées "quadratures" et ainsi définies :

$$\hat{X} = \frac{\hat{a} + \hat{a}^\dagger}{\sqrt{2}} \quad (1.2)$$

$$\hat{P} = \frac{\hat{a} - \hat{a}^\dagger}{i\sqrt{2}} \quad (1.3)$$

On appelle ces observables quadratures car elles peuvent être associées aux quadratures du champ électromagnétique (selon $a \exp(-i\omega t + i\mathbf{k}\mathbf{r}) + a^* \exp(i\omega t - i\mathbf{k}\mathbf{r}) = \sqrt{2}X \cos(\omega t - \mathbf{k}\mathbf{r}) + \sqrt{2}P \sin(\omega t - \mathbf{k}\mathbf{r})$). Elles sont associées à une mesure interférométrique, la détection homodyne, sur laquelle nous reviendrons au chapitre suivant, et sont donc liées à la nature ondulatoire de la lumière. Elles se comportent mathématiquement comme les observables $\hat{X}$ et $\hat{P}$ en mécanique, et sont notamment des observables à spectre continu : on parle ainsi de "variables continues". Les protocoles dits "hybrides", qui mêlent ces descriptions discrète et continue de la lumière, exploitant ainsi tant sa double nature corpusculaire et ondulatoire, constituent le fondement du sujet de ce travail de thèse. Et nous allons commencer par présenter plus en détails ces deux descriptions.

1.1.1 Variables discrètes

1.1.1.1 États de Fock

Comme on vient de le voir, on peut associer un opérateur nombre $\hat{N} = \hat{a}^\dagger \hat{a}$ à un mode optique donné, qui peut être une impulsion lumineuse. Cet opérateur permet de quantifier les excitations du champ et donc ici le nombre de photons. Cette expression nous pousse à adopter une description corpusculaire de la lumière. Dans un espace de Hilbert, l'application des opérateurs annihilation $\hat{a}$ et création $\hat{a}^\dagger$ aux vecteurs propres de l'opérateur $\hat{N}$ permet de détruire ou de créer un photon :

$$\hat{a}^\dagger |n\rangle = \sqrt{n+1} |n+1\rangle \quad (1.4)$$

$$\hat{a} |n\rangle = \sqrt{n} |n-1\rangle \quad (1.5)$$

Ainsi en partant d'un état vide ne comprenant aucun photon, on peut créer l'ensemble des vecteurs propres $|n\rangle$ par application itérative de l'opérateur création $\hat{a}^\dagger$:

$$|n\rangle = \frac{1}{\sqrt{n!}} (\hat{a}^\dagger)^n |0\rangle \quad (1.6)$$

Ces états sont nommés états de Fock à n photons. Ils forment une base non-dégénérée de l'espace de Hilbert, et on peut décomposer n'importe quel état quantique pur $|\psi\rangle$ sur cette base :

$$|\psi\rangle = \sum_{n \in \mathbb{N}} a_n |n\rangle \quad (1.7)$$

$$\text{avec } \sum_{n \in \mathbb{N}} |a_n|^2 = 1$$

1.1.1.2 Matrice densité

La décomposition sur la base des états de Fock ne peut s'appliquer qu'à des états quantiques purs. Pour généraliser la description discrète de la lumière à tous types d'états quantiques, l'outil le plus adapté est la matrice densité [17]. Cet outil permet aussi de rendre compte des superpositions *classiques* d'états purs, appelées *mélanges statistiques*. On considère ainsi un système qui a une probabilité non nulle p_k d'être dans l'état pur $|\psi_k\rangle$. On peut décrire un tel système en introduisant la matrice densité qui s'écrit :

$$\hat{\rho} = \sum_k p_k |\psi_k\rangle \langle \psi_k| = \sum_{n,m} \rho_{n,m} |n\rangle \langle m| \quad (1.8)$$

avec, si $|\psi_k\rangle \equiv \sum_n a_{k;n} |n\rangle$, $\rho_{n,m} = \sum_k p_k a_{k;n} a_{k;m}^*$ et $\text{Tr}(\hat{\rho}) = \sum_k p_k = \sum_k \rho_{k,k} = 1$. Les éléments non-diagonaux de la matrice densité sont appelés *cohérences* et les éléments diagonaux *populations*. Le terme de *population* correspond au fait que si l'on désire mesurer un nombre de photons, la probabilité d'en mesurer k vaut $\rho_{k,k}$. La différence entre une superposition *classique* et une superposition *quantique* tient dans la présence ou non d'éléments non-diagonaux. Les éléments non-diagonaux renseignent sur la présence de superpositions quantiques plus ou moins prononcées. Afin d'évaluer le degré de mélange d'un état quantique, on définit la pureté $\mathcal{P}$, telle que :

$$\mathcal{P} = \text{Tr}(\hat{\rho}^2) \quad (1.9)$$

1.1.2 Variables continues

Comme nous l'avons vu, il existe une autre description des états quantiques de la lumière, qui repose, non plus sur sa nature corpusculaire, mais sur sa nature ondulatoire et sur la mesure des quadratures du champ électromagnétique.

1.1.2.1 Quadrature du champ électromagnétique

Les quadratures $\hat{X}$ et $\hat{P}$ définies par l'équation 1.2, qui se comportent comme la position et l'impulsion en mécanique quantique avec notamment $[\hat{X}, \hat{P}] = i$, permettent une autre description du champ électromagnétique. Cette description utilise l'aspect ondulatoire de la lumière, représenté par son amplitude et sa phase. On appelle cette description *continue* car la mesure des observables $\hat{X}$ et $\hat{P}$ peut prendre toutes les valeurs réelles. Les états propres de ces observables sont les états $|x\rangle$ et $|p\rangle$ pour lesquels on aura toujours :

$$\hat{X} |x\rangle = x |x\rangle \quad (1.10)$$

$$\hat{P} |p\rangle = p |p\rangle \quad (1.11)$$

Ces deux observables vérifient l'inégalité de Heisenberg :

$$\Delta X \Delta P \geq \frac{1}{2} \quad (1.12)$$

Si on projette un état $|\psi\rangle$ sur les états $|x\rangle$ ou $|p\rangle$, on obtient une description de notre état suivant les variables x ou p via les fonctions d'onde de notre état dans l'espace des quadratures :

$$\psi(x) = \langle x | \psi \rangle \quad (1.13)$$

$$\tilde{\psi}(p) = \langle p | \psi \rangle \quad (1.14)$$

Ces fonctions d'onde sont deux différentes manières de représenter le même état. On peut passer de l'une à l'autre par transformée de Fourier :

$$\tilde{\psi}(p) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int \psi(x) e^{-ixp} dx \quad (1.15)$$

Il s'agit ici d'un cas totalement similaire à la description mécanique d'une particule.

1.1.2.2 Fonction de Wigner

Ce formalisme fonctionne pour décrire des états purs. Mais il nous faut introduire un nouvel outil pour prendre en compte les superpositions *classiques* d'états. En effet, dans la description discrète, on utilisait la matrice densité. Mais maintenant on veut refléter la symétrie entre les variables x et p , ce que ne permet pas de faire la matrice densité. Une de nos options est d'utiliser une fonction de deux variables x et p , dont la projection suivant la direction x_θ (respectivement p_θ) correspond à la distribution de probabilités suivant la quadrature $\hat{P}_\theta$ (respectivement $\hat{X}_\theta$). Les quadratures $\hat{X}_\theta$ et $\hat{P}_\theta$ sont obtenues à partir des quadratures $\hat{X}$ et $\hat{P}$ par rotation d'un angle θ :

$$\hat{X}_\theta = \hat{X} \cos \theta + \hat{P} \sin \theta \quad (1.16)$$

$$\hat{P}_\theta = \hat{P} \cos \theta - \hat{X} \sin \theta \quad (1.17)$$

Cette fonction à deux variables s'appelle la fonction de Wigner (W). La propriété de projection mentionnée ci-dessus se traduit par la propriété suivante :

$$P_\theta(x_\theta) = \int W(x_\theta, p_\theta) dp_\theta \quad (1.18)$$

où $P_\theta(x_\theta)$ est la densité de probabilité suivant la quadrature $\hat{X}_\theta$, avec $x_\theta = x \cos \theta + p \sin \theta$ et $p_\theta = p \cos \theta - x \sin \theta$

On peut montrer [18] que cette propriété de la fonction permet de la définir entièrement grâce à la fonction caractéristique $\mathcal{W}$ définie par :

$$\mathcal{W}(\mu, \nu) = \text{Tr} \left[\hat{\rho} e^{-i(\mu \hat{X} + \nu \hat{P})} \right] \quad (1.19)$$

En effet, on peut alors montrer que la fonction de Wigner W est la transformée de Fourier inverse de cette fonction caractéristique $\mathcal{W}$:

$$W(x, p) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int \int \mathcal{W}(\mu, \nu) e^{i\mu x + \nu p} d\mu d\nu \quad (1.20)$$

On en déduit ainsi une expression en fonction de la matrice densité :

$$W(x, p) = \frac{1}{2\pi} \int e^{i\nu p} \left\langle x - \frac{\nu}{2} \left| \hat{\rho} \left| x + \frac{\nu}{2} \right. \right. \right\rangle d\nu \quad (1.21)$$

Des exemples de fonctions de Wigner d'états usuels en optique quantique seront présentés en partie 1.3. Son intégrale, comme l'intégrale d'une distribution de probabilité, est égale à 1 :

$$\int \int W(x, p) dx dp = 1 \quad (1.22)$$

La fonction de Wigner peut être vue comme une pseudo-distribution de probabilités dans l'espace des quadratures. On parle de pseudo-distribution de probabilités car elle peut prendre des valeurs négatives. Le fait que la fonction de Wigner puisse prendre des valeurs négatives est très important pour qualifier les états quantiques. En effet, le théorème d'Hudson-Picquet ([19]) stipule que pour un état pur, seuls les états gaussiens peuvent avoir une fonction de Wigner positive en tous points. Cela implique que, pour un état pur, la présence d'une valeur négative dans la fonction de Wigner d'un état caractérise la *non-gaussianité* de l'état. Ce résultat a été étendu aux mélanges statistiques [20]. On peut ainsi se servir de la négativité de la fonction de Wigner pour évaluer la qualité de nos états quantiques.

1.1.3 Lien entre les deux descriptions

Comme on l'a vu lors de la définition de la fonction de Wigner (1.21), l'expression de cette dernière fait intervenir l'expression de la matrice densité. Il existe en fait une bijection entre la matrice densité et la fonction de Wigner. On peut mathématiquement passer de la description discrète de l'état décrit par sa matrice densité $\hat{\rho}$ à la description continue par la fonction de Wigner $W(x, p)$. Le passage de l'une à l'autre se fait au moyen des équations [18] :

$$W(x, p) = \frac{1}{2\pi} \int e^{i\nu p} \langle x - \frac{\nu}{2} | \hat{\rho} | x + \frac{\nu}{2} \rangle d\nu, \quad (1.23)$$

$$\langle x | \hat{\rho} | y \rangle = \int e^{i(x-y)p} W \left[\frac{x+y}{2}, p \right] dp \quad (1.24)$$

Le passage $\langle n | \hat{\rho} | m \rangle$ à $\langle x | \hat{\rho} | y \rangle$ se fait à l'aide des équations :

$$\langle n | \hat{\rho} | m \rangle = \int \int \langle x | \hat{\rho} | y \rangle \varphi_n^*(x) \varphi_m(y) dx dy, \quad (1.25)$$

et

$$\langle x | \hat{\rho} | y \rangle = \sum_{n,m} \varphi_n^*(x) \varphi_m(y) \langle n | \hat{\rho} | m \rangle, \quad (1.26)$$

où $\varphi_k(x) \equiv \langle x | k \rangle$ est la fonction d'onde d'un état de Fock à k photons dont on précisera l'expression à l'équation 1.75. On peut généraliser l'expression de la fonction de Wigner W en fonction de la matrice densité à tout opérateur $\hat{O}$ par :

$$W_{\hat{O}}(x, p) = \frac{1}{2\pi} \int e^{i\nu p} \langle x - \frac{\nu}{2} | \hat{O} | x + \frac{\nu}{2} \rangle d\nu \quad (1.27)$$

On peut utiliser la fonction de Wigner pour exprimer la trace d'un produit d'opérateurs, grâce à la *formule de recouvrement* :

$$Tr(\hat{O}\hat{R}) = 2\pi \int \int W_{\hat{O}}(x, p) W_{\hat{R}}(x, p) dx dp, \quad (1.28)$$

Cette formule nous permet d'exprimer la fidélité $\mathcal{F}$ d'un mélange d'états $\hat{\rho}$, généré expérimentalement, à l'état pur $|\psi\rangle \langle\psi|$ attendu :

$$\mathcal{F} = Tr(\hat{\rho} |\psi\rangle \langle\psi|) = 2\pi \int \int W_{\hat{\rho}}(x, p) W_{|\psi\rangle \langle\psi|}(x, p) dx dp, \quad (1.29)$$

Cette définition de la fidélité n'est valable que pour se comparer à des états purs. Si on souhaite calculer la fidélité à un mélange statistique, il nous faut une nouvelle définition de la fidélité telle que : $\mathcal{F} = \sqrt{\sqrt{\hat{\rho}_1} \hat{\rho}_2 \sqrt{\hat{\rho}_1}}$ [21]. Cette définition nécessite de pouvoir calculer la racine carrée de la matrice densité, ce qui ne rend pas facile l'obtention d'une expression analytique, voire d'une évaluation numérique de la fidélité [22]. Pour finir, on peut aussi définir la pureté d'un état quantique :

$$\mathcal{P} = Tr(\hat{\rho}^2) = 2\pi \int \int W_{\hat{\rho}}^2(x, p) dx dp, \quad (1.30)$$

Les deux descriptions des états quantiques de la lumière étant équivalentes, le choix d'une représentation plutôt qu'une autre dépendra de l'état quantique que l'on manipule. En effet, certains

états tels que les états de Fock ou bien les superpositions d'un nombre limité de photons se prêtent plus à une description avec des variables discrètes, et donc à l'utilisation de la matrice densité, alors que pour d'autres états, tels que les états cohérents, les états Chat de Schrödinger optique ou les états comprimés, une description en variables continues, utilisant les quadratures du champ électromagnétique, sera plus appropriée, en particulier quand il s'agit de les caractériser. Pour autant, aucune de ces deux descriptions n'est supérieure à l'autre, elles sont même, comme l'ont montré des expériences récentes [23],[24],[25],[26],[27], indissociables. Notre dispositif expérimental tire ainsi le bénéfice des deux descriptions comme nous le verrons au cours de ce manuscrit.

1.2 Transformations unitaires du champ électromagnétique

Nous allons présenter quelques transformations unitaires du champ qui vont nous servir par la suite dans ce manuscrit, ainsi que leur effet sur les différents opérateurs que l'on a défini précédemment.

1.2.1 Déplacement

L'expression de l'opérateur déplacement d'une valeur complexe α s'écrit :

$$\hat{D}(\alpha) = e^{\alpha\hat{a}^\dagger - \alpha^*\hat{a}} \quad (1.31)$$

Son action sur l'opérateur annihilation s'écrit simplement :

$$\hat{a}' = D^\dagger(\alpha)\hat{a}D(\alpha) = \hat{a} + \alpha\hat{\mathbb{1}} \quad (1.32)$$

On peut démontrer cette dernière expression à l'aide de la formule de Baker-Hausdorff [28]. Elle nous indique que l'opérateur annihilation a été translaté dans d'une quantité complexe α . Par un raisonnement similaire sur les quadratures on obtient :

$$\hat{X}' = \hat{X} + \sqrt{2}\Re(\alpha) \quad (1.33)$$

$$\hat{P}' = \hat{P} + \sqrt{2}\Im(\alpha) \quad (1.34)$$

On observe le même comportement que pour l'opérateur annihilation, c'est-à-dire une translation, respectivement de la partie réelle et de la partie imaginaire de $\sqrt{2}\alpha$. L'opérateur déplacement correspond à une simple translation dans l'espace des quadratures.

1.2.2 Déphasage

Le déphasage, comme le déplacement, est une transformation simple du champ. Elle est décrite par l'opérateur suivant :

$$\hat{U}_d = e^{-i\theta\hat{a}^\dagger\hat{a}} \quad (1.35)$$

Comme pour l'opérateur de déplacement, on regarde son effet sur l'opérateur annihilation :

$$\hat{a}' = \hat{U}_d^\dagger\hat{a}\hat{U}_d = e^{-i\theta}\hat{a} \quad (1.36)$$

1.2. Transformations unitaires du champ électromagnétique

On en déduit son action sur les quadratures $\hat{X}$ et $\hat{P}$ du champ :

$$\hat{X}' = \cos(\theta)\hat{X} + \sin(\theta)\hat{P} \quad (1.37)$$

$$\hat{P}' = -\sin(\theta)\hat{X} + \cos(\theta)\hat{P} \quad (1.38)$$

Ces équations sont identiques aux équation 1.16. Cela signifie que l'application de l'opérateur déphasage, qui peut être vu comme le propagateur du hamiltonien du champ libre pendant un temps θ/ω , est identique à une rotation dans l'espace des quadratures. Son action sur la base des états de Fock $|n\rangle$ est :

$$\hat{U}_d |n\rangle = e^{-in\theta} |n\rangle \quad (1.39)$$

1.2.3 lame séparatrice

On peut aussi envisager des transformations agissant sur deux modes de manière conjointe, en introduisant par exemple l'opérateur suivant, qui ressemble beaucoup à l'opérateur de déphasage, mais agit sur un état bimode :

$$\hat{U}_{ls}(t) = e^{\arccos(t)(\hat{a}_1^\dagger \hat{a}_2 - \hat{a}_1 \hat{a}_2^\dagger)} \quad (1.40)$$

Son action sur les opérateurs annihilation $\hat{a}_1$ et $\hat{a}_2$ est la suivante :

$$\begin{pmatrix} \hat{a}_3 \\ \hat{a}_4 \end{pmatrix} = \hat{U}_{ls}^\dagger(t) \begin{pmatrix} \hat{a}_1 \\ \hat{a}_2 \end{pmatrix} \hat{U}_{ls}(t) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{a}_1 \\ \hat{a}_2 \end{pmatrix} \quad (1.41)$$

avec $\theta = \arccos(t)$.

Son action sur les quadratures du champs s'en déduit :

$$\hat{X}_3 = \cos(\theta)\hat{X}_1 - \sin(\theta)\hat{X}_2, \quad \hat{P}_3 = \cos(\theta)\hat{P}_1 - \sin(\theta)\hat{P}_2 \quad (1.42)$$

$$\hat{X}_4 = \sin(\theta)\hat{X}_1 + \cos(\theta)\hat{X}_2, \quad \hat{P}_4 = \sin(\theta)\hat{P}_1 + \cos(\theta)\hat{P}_2 \quad (1.43)$$

Cette transformation peut être mise en place expérimentalement à l'aide d'une lame séparatrice. En effet, la lame séparatrice est un outil composé d'une simple lame de verre de transmission $t = \cos(\theta)$ en amplitude et de réflectivité $r = \sqrt{1 - t^2} = \sin(\theta)$. La lame séparatrice prenant en entrée deux modes et ayant en sortie deux autres modes, on peut lui associer l'opérateur U_{ls} . La figure 1.1 représente la lame et ses différents modes. On obtient les expressions des opérateurs annihilation suivantes :

$$\begin{pmatrix} \hat{a}_3 \\ \hat{a}_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t & -r \\ r & t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{a}_1 \\ \hat{a}_2 \end{pmatrix} \quad (1.44)$$

Et pour les quadratures :

$$\hat{X}_3 = t\hat{X}_1 - r\hat{X}_2, \quad \hat{P}_3 = t\hat{P}_1 - r\hat{P}_2 \quad (1.45)$$

$$\hat{X}_4 = r\hat{X}_1 + t\hat{X}_2, \quad \hat{P}_4 = r\hat{P}_1 + t\hat{P}_2 \quad (1.46)$$

Ces équations (1.42) sont celles d'une rotation comme pour l'opérateur déphasage. Mais cette fois-ci, son action est dans l'espace bimode des quadratures. La présence en sortie d'une combinaison

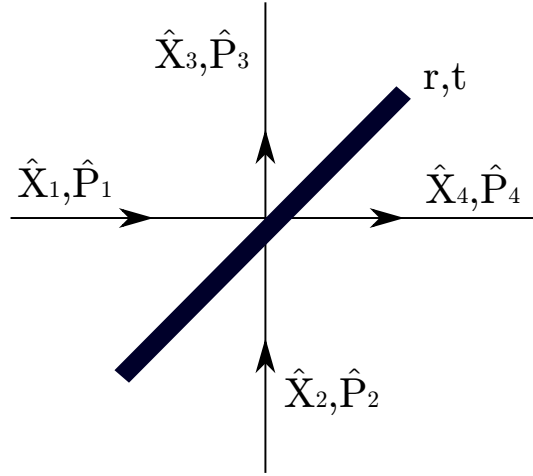


FIGURE 1.1 – Schéma d'une lame séparatrice de transmission t et de réflexion $r = \sqrt{1 - t^2}$

linéaire des deux modes d'entrées permettra alors, avec les états qui s'y prêtent en entrée, d'utiliser la lame séparatrice pour intriquer des états. Cette transformation est la base de nos protocoles de génération d'états quantiques complexes qui seront définis à la partie 1.3 et dont la génération sera présentée au chapitre 3.

1.2.4 Compression monomode

Une autre transformation est la compression monomode, dont l'opérateur s'écrit :

$$\hat{U}_{comp1,s}(r) = e^{\frac{r}{2}(\hat{a}^2 - (\hat{a}^\dagger)^2)} \quad (1.47)$$

Son action sur l'opérateur annihilation est :

$$\hat{a}' = \hat{U}_{comp1,s}^\dagger(r) \hat{a} \hat{U}_{comp1,s}(r) = \hat{a} \cosh(r) + \hat{a}^\dagger \sinh(r) \quad (1.48)$$

Ce qui nous donne la transformation suivante sur les quadratures :

$$\hat{X}' = e^r \hat{X} \quad (1.49)$$

$$\hat{P}' = e^{-r} \hat{P} \quad (1.50)$$

Si $r > 0$ cela signifie que les valeurs suivant la quadrature $\hat{X}$ sont « amplifiées » et que celles suivant la quadrature $\hat{P}$ sont "comprimées". Le paramètre $s = e^{-r}$ est nommé *facteur de compression*

1.2.5 Compression bimode

Il existe un opérateur compression dit bimode qui applique une compression sur deux modes différents de manière conjointe. Son expression est :

$$\hat{U}_{comp2,s}(r) = e^{r(\hat{a}_1 \hat{a}_2 - \hat{a}_1^\dagger \hat{a}_2^\dagger)} \quad (1.51)$$

1.3. Représentation des états quantiques usuels

Son action sur les opérateurs annihilations de chacun des deux modes est le suivant :

$$\begin{pmatrix} \hat{a}_3 \\ \hat{a}_4 \end{pmatrix} = \hat{U}_{comp2,s}(r)^\dagger(t) \begin{pmatrix} \hat{a}_1 \\ \hat{a}_2 \end{pmatrix} \hat{U}_{comp2,s}(r) = \begin{pmatrix} \cosh(r) & \sinh(r) \\ \sinh(r) & \cosh(r) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{a}_1 \\ \hat{a}_2 \end{pmatrix} \quad (1.52)$$

Comme pour la lame séparatrice, les quadratures en sortie sont une combinaison linéaire des quadratures d'entrée. On a donc :

$$\hat{X}_3 = \cosh(r)\hat{X}_1 + \sinh(r)\hat{X}_2, \quad \hat{P}_3 = \cosh(r)\hat{P}_1 - \sinh(r)\hat{P}_2 \quad (1.53)$$

$$\hat{X}_4 = \sinh(r)\hat{X}_1 + \cosh(r)\hat{X}_2, \quad \hat{P}_4 = \sinh(r)\hat{P}_1 + \cosh(r)\hat{P}_2 \quad (1.54)$$

Pour faire apparaitre, comme pour la compression monomode, le paramètre de compression $s = e^{-r}$ et justifier l'appellation de la transformation, il faut considérer les sommes et les différences des quadratures :

$$\hat{X}_3 + \hat{X}_4 = e^r (\hat{X}_1 + \hat{X}_2), \quad \hat{P}_3 + \hat{P}_4 = e^{-r} (\hat{P}_1 + \hat{P}_2) \quad (1.55)$$

$$\hat{X}_3 - \hat{X}_4 = e^{-r} (\hat{X}_1 - \hat{X}_2), \quad \hat{P}_3 - \hat{P}_4 = e^r (\hat{P}_1 - \hat{P}_2) \quad (1.56)$$

On peut bien définir la *compression* $s = e^{-r}$.

1.2.6 Implémentation numérique

La facilité des programmes informatiques à travailler avec des tableaux de nombres rend l'implémentation des différents opérateurs introduits dans ce chapitre assez directe à l'aide du logiciel Matlab. Une hypothèse est à faire sur la dimension de l'espace de travail donnée par celle de l'espace de Hilbert. Certains opérateurs, tel l'opérateur de compression monomode $\hat{U}_{comp1,s}$, que l'on sera amené à utiliser dans le chapitre 3, a un nombre infini de composantes non nulles dans la base des états de Fock. Il convient de travailler avec des matrices densité de grandes dimensions ce qui alourdit considérablement les calculs. En revanche, d'autres opérateurs, tel l'opérateur de la lame séparatrice $\hat{U}_{ls}$, ne génèrent pas de photons. On peut alors travailler avec des espaces de petites dimensions ce qui, étant donné le petit nombre de photons que l'on manipule habituellement, est une hypothèse réaliste. En pratique, on vient alors utiliser des matrices de grandes dimensions pour la génération des matrices densité des états, nécessitant l'utilisation d'opérateurs compressions par exemple. On normalise ces matrices dans ces espaces de grandes dimensions, puis on les tronque dans l'espace de Fock, à des dimensions plus raisonnables pour leur utilisation, correspondant au petit nombre de photons habituellement rencontré.

1.3 Représentation des états quantiques usuels

1.3.1 États gaussiens usuels en optique quantique

Les états dits gaussiens sont en général les états dont on peut disposer le plus aisément. Leur fonction de Wigner se met sous la forme d'une gaussienne en 2 dimensions. Détaillons-en quelques-uns.

1.3.1.1 Le vide quantique

Le premier état présenté est l'état le plus simple auquel on peut penser, à savoir le niveau fondamental du champ électromagnétique quantifié : le vide quantique $|0\rangle$.

Sa fonction de Wigner est la suivante :

$$W(x, p) = \frac{1}{\pi} e^{-x^2 - p^2} \quad (1.57)$$

La figure 1.2 représente la matrice densité ainsi que la fonction de Wigner d'un tel état.

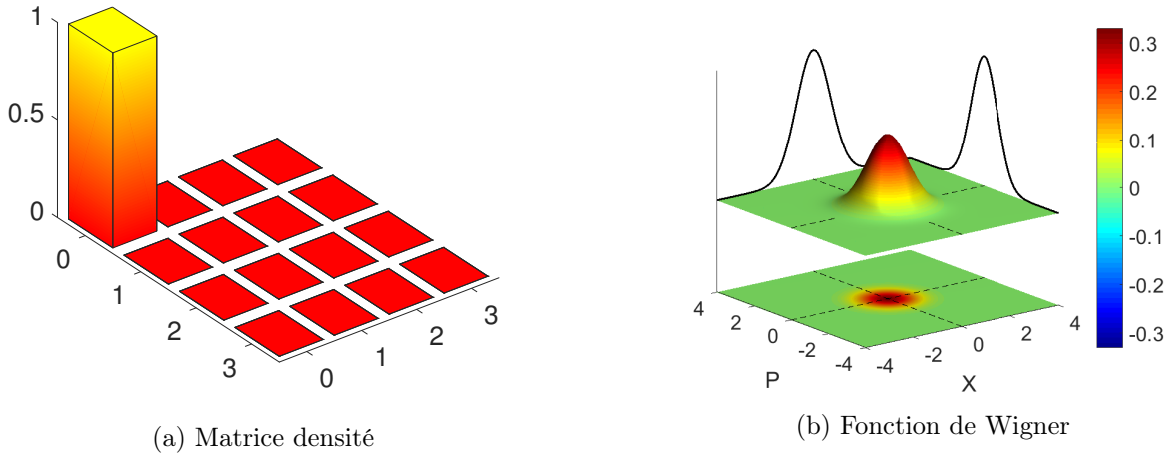


FIGURE 1.2 – Représentation d'un état vide quantique

Les valeurs moyennes des deux quadratures $\langle \mathcal{X} \rangle$ et $\langle \mathcal{P} \rangle$ de cet état sont nulles. Par contre, d'après le principe d'incertitude de Heisenberg le champ électromagnétique fluctue et les écarts types de ces fluctuations sur les deux quadratures X et P ne sont pas nuls et valent :

$$\Delta X = \Delta P = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (1.58)$$

Cet état est qualifié d'état d'incertitude minimale, car la relation d'incertitude $\Delta X \Delta P$ atteint sa valeur minimale. Ces fluctuations du champ marquent une limite dans la précision de nos mesures et le bruit associé correspond au bruit de photon (nous reviendrons sur ce point lorsque nous présenterons le dispositif de mesure d'une quadrature au chapitre 2). C'est cette limite qu'on cherchera à atteindre dans la précision de nos mesures.

1.3.1.2 États cohérents

Les états cohérents $|\alpha\rangle$ sont les plus « classiques » des états que l'on rencontre en optique quantique. En effet, les valeurs moyennes de champ et d'énergie d'un tel état sont identiques aux valeurs obtenues pour une Onde Plane Progressive Monochromatique (OPPM) d'amplitude complexe α .

$$\langle \alpha | \hat{E}(\mathbf{r}, t) | \alpha \rangle = E(\mathbf{r}, t) \quad (1.59)$$

$$\langle \alpha | \hat{H}_{em} | \alpha \rangle = \hbar \omega |\alpha|^2 \quad (1.60)$$

1.3. Représentation des états quantiques usuels

Ces états sont, dans un laboratoire, les états quantiques de la lumière obtenus directement en sortie d'un laser si ce dernier est très au dessus de son seuil [29]. Plus rigoureusement, les états cohérents sont définis comme les vecteurs propres de l'opérateur annihilation $\hat{a}$:

$$\hat{a} |\alpha\rangle = \alpha |\alpha\rangle \quad (1.61)$$

Ainsi l'expression de la décomposition des états cohérents sur la base des états de Fock $|n\rangle$:

$$|\alpha\rangle = e^{-\frac{|\alpha|^2}{2}} \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} |n\rangle \quad (1.62)$$

On en déduit que la statistique P_α de distribution des photons d'un état cohérent, telle que $P_\alpha(n) = |\langle n|\alpha\rangle|^2$, suit une loi de Poisson. On a donc un nombre moyen de photons N dans notre état cohérent qui vaut $N = \langle \hat{n} \rangle = |\alpha|^2$. La fonction de Wigner d'un état cohérent est la suivante :

$$W(x, p) = \frac{1}{\pi} e^{-(x - \sqrt{2}\Re(\alpha))^2 - (p - \sqrt{2}\Im(\alpha))^2} \quad (1.63)$$

Cette fonction de Wigner est celle d'un état vide quantique déplacé d'une quantité $\sqrt{2}\alpha$ dans l'espace des phases. On peut donc aussi définir un état cohérent comme un état vide quantique auquel on a appliqué l'opérateur déplacement (1.31) :

$$|\alpha\rangle = D(\alpha) |0\rangle \quad (1.64)$$

A tout état cohérent non nul, on peut associer une amplitude et une phase correspondant au module et à la phase du nombre complexe α . La figure 1.3 représente la matrice densité ainsi que la fonction de Wigner d'un état cohérent d'amplitude $\alpha = 2.5$.

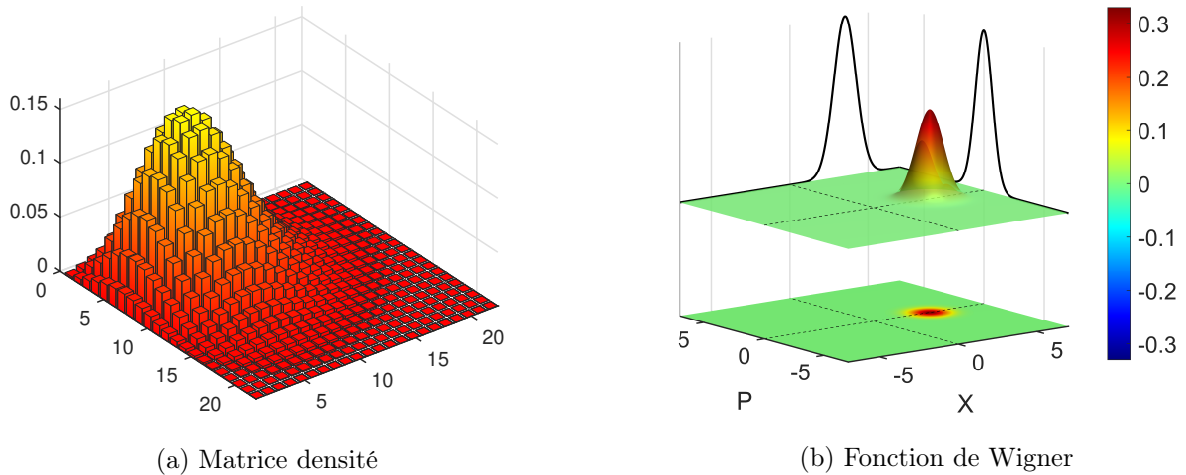


FIGURE 1.3 – Représentation d'un état cohérent d'amplitude $\alpha = 2.5$

1.3.1.3 Vide comprimé monomode

Un autre état gaussien typique des expériences d'optique quantique est le vide comprimé monomode. Il résulte de la transformation d'un état vide quantique par l'opérateur de compression monomode (1.47) avec un paramètre de compression $s = e^{-r}$. Sa fonction de Wigner est alors :

$$W(x, p) = \frac{1}{\pi} e^{-\frac{x^2}{1/s^2} - \frac{p^2}{s^2}} \quad (1.65)$$

Elle est semblable à la fonction de Wigner d'un état vide quantique, à ceci près que la quadrature suivant la direction p est *comprimée* d'un facteur s et la quadrature suivant la direction x est quand elle *étirée* de $1/s$. Ce sont aussi des états d'incertitude minimale, les écarts types sur les quadratures valant :

$$\Delta \hat{X} = \frac{1}{\sqrt{2}s} \quad (1.66)$$

$$\Delta \hat{P} = \frac{s}{\sqrt{2}} \quad (1.67)$$

Si on suppose que $s < 1$ alors l'incertitude liée au bruit quantique sur la mesure de la quadrature p devient inférieure à la limite imposée par le bruit de photons. Il est envisageable d'effectuer des mesures avec des précisions supérieures aux limites imposées par les fluctuations quantiques du vide. On peut écrire cet état vide comprimé monomode sur la base des états de Fock [30], ce qui donne :

$$|\psi_{comp}\rangle_s = \frac{1}{\sqrt{\cosh r}} \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{\sqrt{(2n)!}}{n!} \left[\frac{1}{2} \tanh r \right]^n |2n\rangle \quad (1.68)$$

Il apparait dans cette expression que cet état n'est plus vide, et qu'il contient uniquement des nombres pairs de photons. Le facteur de compression $s = e^{-r}$ peut aussi s'exprimer en décibel selon :

$$c_{dB} = 10 \log_{10} \left(e^{2|r|} \right) \quad (1.69)$$

Le vide comprimé est le plus souvent généré par amplification paramétrique du vide à l'aide de cristaux non linéaires [31]. C'est d'ailleurs cette technique que nous utilisons et que nous détaillerons au chapitre 2 de ce manuscrit. La figure 1.4 représente la matrice densité ainsi que la fonction de Wigner d'un état vide comprimé d'un facteur $s = 2.2$ suivant la direction x .

1.3.1.4 État comprimé bimode

Comme on a vu à la partie précédente (1.2.5), on peut aussi définir un opérateur de compression bimode. On peut donc également définir un état vide comprimé bimode par application de cet opérateur (1.51) au vide. La fonction de Wigner obtenue dépend non plus seulement de deux variables mais de quatre, et s'exprime toujours en fonction du paramètre de compression s :

$$W(x_1, p_1, x_2, p_2) = \frac{1}{\pi} e^{-\frac{(x_1 + x_2)^2}{2/s^2} - \frac{(p_1 + p_2)^2}{2s^2} - \frac{(x_1 - x_2)^2}{2s^2} - \frac{(p_1 - p_2)^2}{2/s^2}} \quad (1.70)$$

Le paramètre s vaut toujours : $s = e^{-r}$. Comme on l'a vu pour la compression bimode (1.55), il faut considérer les sommes $\frac{x_1 + x_2}{\sqrt{2}}$ et les différences $\frac{x_1 - x_2}{\sqrt{2}}$ pour faire apparaître les compressions

1.3. Représentation des états quantiques usuels

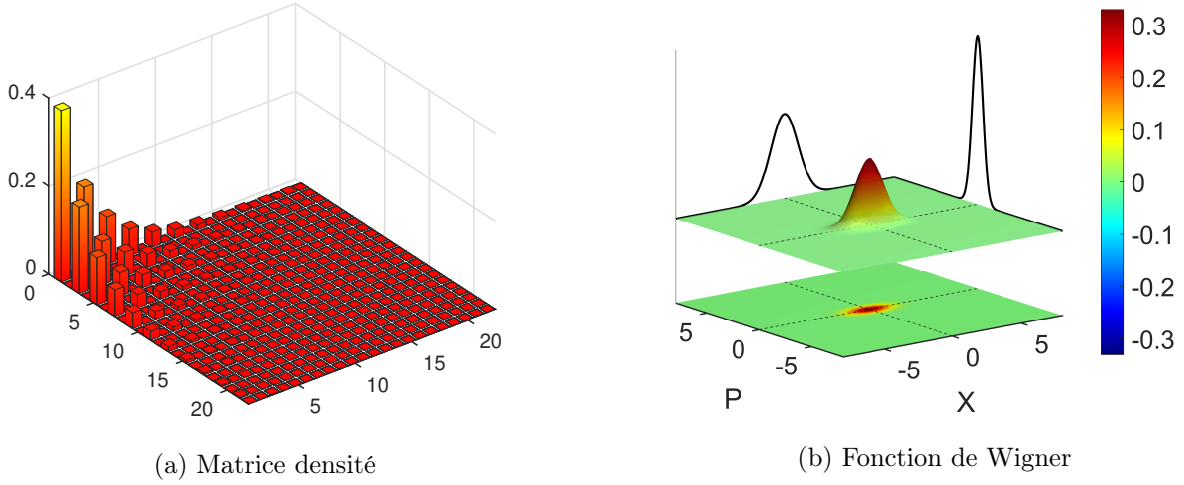


FIGURE 1.4 – Représentation d'un état comprimé monomode selon la quadrature X avec un facteur de compression $s = 2$

d'un facteur s et les anti-compression d'un facteur $1/s$ pour la quadrature x et inversement pour la quadrature p . Il est parfois fait référence à ces états sous le nom d'états EPR, du nom de l'état énoncé par Einstein, Podolsky et Rosen en 1935 pour tenter de démontrer l'incomplétude de la théorie de la mécanique quantique. En effet, en prenant la limite lorsque $s \rightarrow 0$, on obtient une corrélation parfaite $x_1 = x_2$ et $p_1 = -p_2$, qui est l'exemple de corrélation considéré [1] dans leur article. Leur décomposition sur la base des états de Fock s'écrit :

$$|\psi_{comp2}\rangle_s = \sqrt{1 - \lambda^2} \sum_{n=0}^{+\infty} \lambda^n |n\rangle |n\rangle \quad (1.71)$$

où $\lambda = \tanh r$. Sous cette forme, l'état laisse apparaître une intrication entre les deux modes et une corrélation entre le nombre de photons de chacun des modes [32]. Ainsi, une source de tels états peut être intéressante pour la génération d'états de Fock à faible nombre de photons : en effet si l'on compte n photons dans un mode, l'autre mode est projeté dans l'état de Fock $|n\rangle$. La matrice densité d'un tel état s'écrit :

$$\hat{\rho}_{comp2,s} = (1 - \lambda^2) \sum_{n,m \in \mathbb{N}^2} \lambda^{n+m} |n, n\rangle \langle m, m| \quad (1.72)$$

La génération de ces états peut être obtenue en mélangeant sur une lame séparatrice 50/50 ($r = t = \frac{\sqrt{2}}{2}$) (1.45) deux états vide comprimé monomode [33]. Mais aussi, et c'est cette technique qu'on utilisera, à l'aide d'un amplificateur paramétrique non-dégénéré par pompage d'un cristal non-linéaire [34] comme nous le verrons au chapitre 2.

1.3.1.5 État thermique

Un dernier état gaussien notable est l'état thermique. Ces états sont le résultat du couplage de la lumière avec un réservoir de température T à l'équilibre thermodynamique. La distribution

des populations suit alors une distribution de Maxwell-Boltzmann :

$$\hat{\rho}_{th} = \frac{1}{\sum_{n \in \mathbb{N}} e^{-\hbar\omega n/k_B T}} \sum_{n=0}^{+\infty} e^{-\hbar\omega n/k_B T} |n\rangle \langle n| = (1 - \lambda^2) \sum_{n=0}^{+\infty} \lambda^{2n} |n\rangle \langle n| \quad (1.73)$$

ou $\lambda = e^{-\frac{1}{2} \frac{\hbar\omega}{k_B T}}$. Cette matrice densité ne présente que des populations et pas de termes de cohérence. Ces états sont donc des mélanges statistiques d'états de Fock. De plus, en posant $\lambda = \tanh(r)$, on note que cette matrice densité est la trace partielle de la matrice densité d'un état bimode comprimé (1.72) prise sur un seul des deux modes. Ces états peuvent être obtenus en ne gardant qu'un des deux modes d'un état bimode comprimé, l'autre étant *perdu dans l'environnement*. La fonction de Wigner de cet état s'écrit :

$$W(x, p) = \frac{1}{\pi \cosh(2r)} e^{-\frac{x^2 + p^2}{\cosh(2r)}} \quad (1.74)$$

La figure 1.5 représente un état thermique pour un paramètre $\lambda = 0,66$, soit un paramètre $r = 0.8$. Comme pour un état vide, la fonction de Wigner est centrée et invariante en phase. Mais elle est élargie d'un facteur $\sqrt{\cosh(2r)}$ selon les deux quadratures x et p . Cet état n'est donc pas un état d'incertitude minimale.

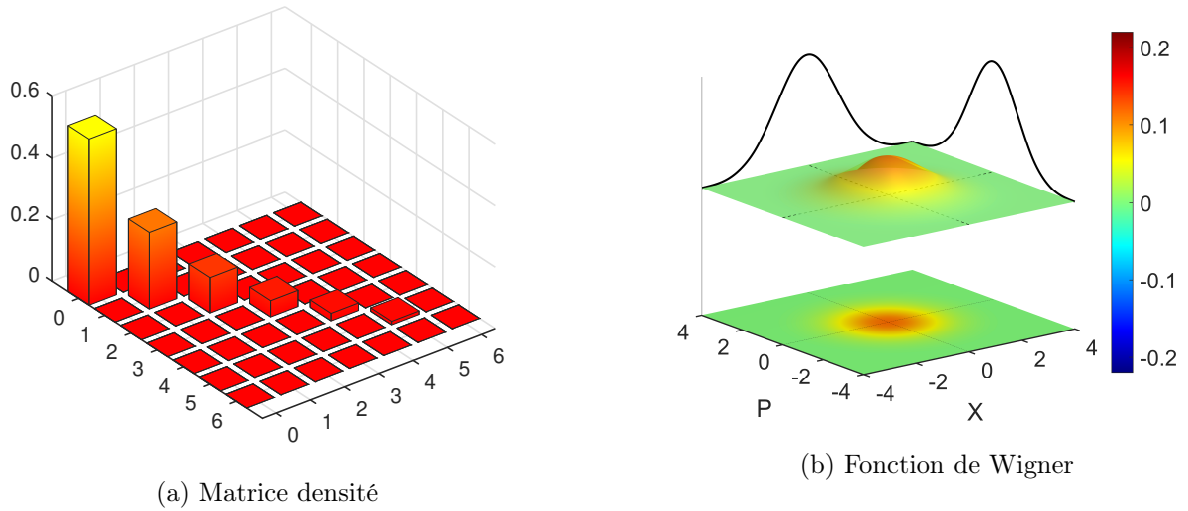


FIGURE 1.5 – Représentation d'un état thermique pour un paramètre $\lambda = 0,66$

1.3.2 États non-gaussiens usuels en optique quantique

Tous les états présentés précédemment, comme rappelé au début de la sous-partie 1.3.1, ont une fonction de Wigner qui se met sous la forme d'une gaussienne. En se restreignant à ces états, on pourrait être amené à considérer la fonction de Wigner comme une densité de probabilité classique puisqu'elle est positive en tous points. C'est bien en sortant du domaine gaussien que le caractère quantique de la fonction de Wigner apparaît. On présentera ici deux états dont la fonction de Wigner n'est plus gaussienne et qui, comme énoncé en partie 1.1.2.2, prendra des valeurs négatives : les états de Fock et les états "Chat de Schrödinger optique"

1.3.2.1 États de Fock

Comme présenté ci-dessus, notre premier exemple d'état non-gaussien est l'état de Fock $|n\rangle$, avec $n > 0$. En effet, un état de Fock pour $n = 0$ correspond à l'état vide quantique qui, lui, est gaussien. Ces états, de par leur définition en fonction des opérateurs annihilation et création $\hat{a}$ et $\hat{a}^\dagger$ (1.41.6), sont analogues aux états stationnaires d'un oscillateur harmonique. Leurs fonctions d'ondes en représentation x et p sont :

$$\langle x|n\rangle = \varphi_n(x) = \frac{1}{\pi^{\frac{1}{4}} \sqrt{2^n n!}} H_n(x) e^{-\frac{x^2}{2}} \quad (1.75)$$

$$\langle p|n\rangle = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int \varphi_n(x) e^{-ipx} dx = \tilde{\varphi}_n(p) = e^{i\frac{n\pi}{2}} \varphi_n(p) \quad (1.76)$$

où $H_n(x)$ est le polynôme d'Hermite d'ordre n dont l'expression vaut :

$$H_n(x) = \left[\frac{\partial^n}{\partial t^n} e^{-t^2+2xt} \right]_{t=0}$$

On en déduit facilement les expressions des fonctions d'onde en représentation x pour $n = 0$ et $n = 1$ et en représentation p pour $n = 1$.

$$\varphi_0(x) = \frac{1}{\pi^{\frac{1}{4}}} e^{-\frac{x^2}{2}}, \quad \varphi_1(x) = \frac{\sqrt{2}}{\pi^{\frac{1}{4}}} x e^{-\frac{x^2}{2}}, \quad \tilde{\varphi}_1(p) = \frac{i\sqrt{2}}{\pi^{\frac{1}{4}}} p e^{-\frac{p^2}{2}} \quad (1.77)$$

Leur fonctions de Wigner est la suivante :

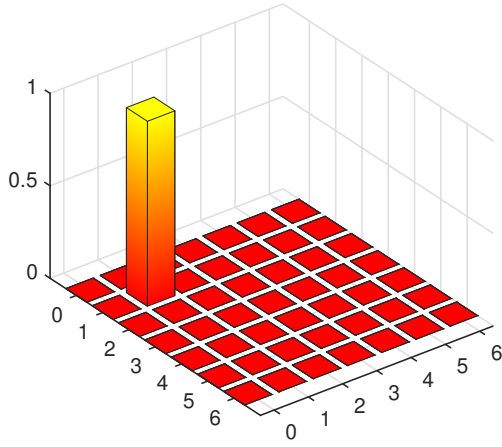
$$W_n(x, p) = \frac{(-1)^n}{\pi} L_n(2(x^2 + p^2)) e^{-x^2 - p^2} \quad (1.78)$$

où $L_n(x)$ est le polynôme de Laguerre d'ordre n défini par :

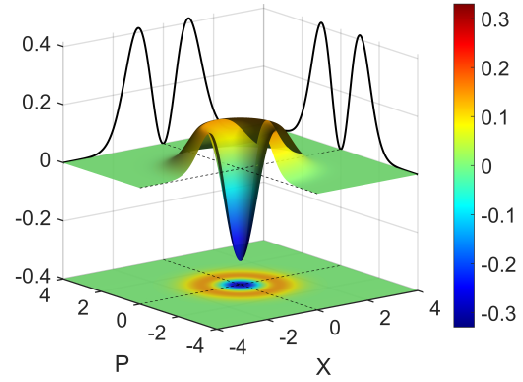
$$L_n(x) = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} \frac{(-x)^k}{k!} \quad (1.79)$$

Le nombre d'annulations dans la fonction d'onde d'un état de Fock correspond au nombre de photons présents dans cet état. Il en va de même avec les annulations de la fonction de Wigner. Les figures 1.6 et 1.7 représentent respectivement la matrice densité et la fonction de Wigner d'un état de Fock à un photon, ou photon unique, et d'un état de Fock à 3 photons.

Ces états sont invariants de phase, leur fonction de Wigner est centrée et à symétrie de révolution. Cette particularité va nous être utile plus tard au chapitre 4.

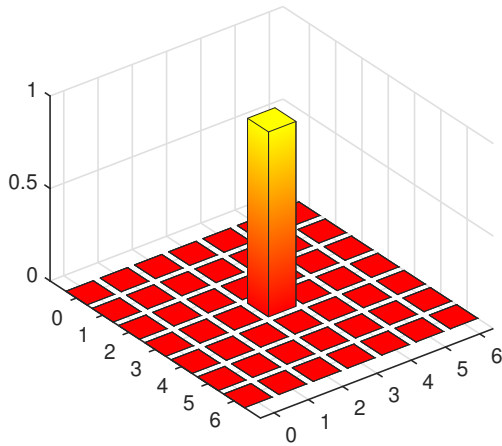


(a) Matrice densité

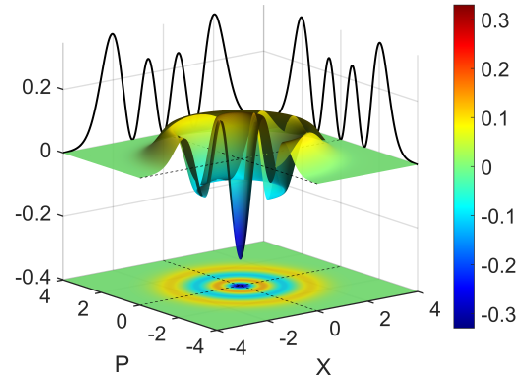


(b) Fonction de Wigner

FIGURE 1.6 – Représentation d'un état de Fock à 1 photon



(a) Matrice densité



(b) Fonction de Wigner

FIGURE 1.7 – Représentation d'un état de Fock à 3 photons

1.3.2.2 États Chat de Schrödinger optique

Nous allons maintenant présenter le dernier de nos états d'intérêt. L'intérêt pour ces états tient au fait qu'ils peuvent jouer un grand rôle dans la mise en œuvre de protocoles d'information quantique [35-37]. Ces états sont les états Chat de Schrödinger optique. Ils tirent leur nom du physicien Erwin Schrödinger qui, en 1935, proposa une expérience de pensée autour d'un paradoxe de la mécanique quantique à propos de la superposition cohérente [12]. Dans son expérience, il couple la superposition des états d'excitation d'un objet microscopique (un atome excité/désexcité) aux états internes d'un objet macroscopique (un chat vivant/mort). Par ce couplage, l'objet macroscopique se trouverait hypothétiquement lui aussi dans une superposition cohérente, en étant vivant et mort tant qu'aucune mesure n'a été effectuée. La principale limitation de la

1.3. Représentation des états quantiques usuels

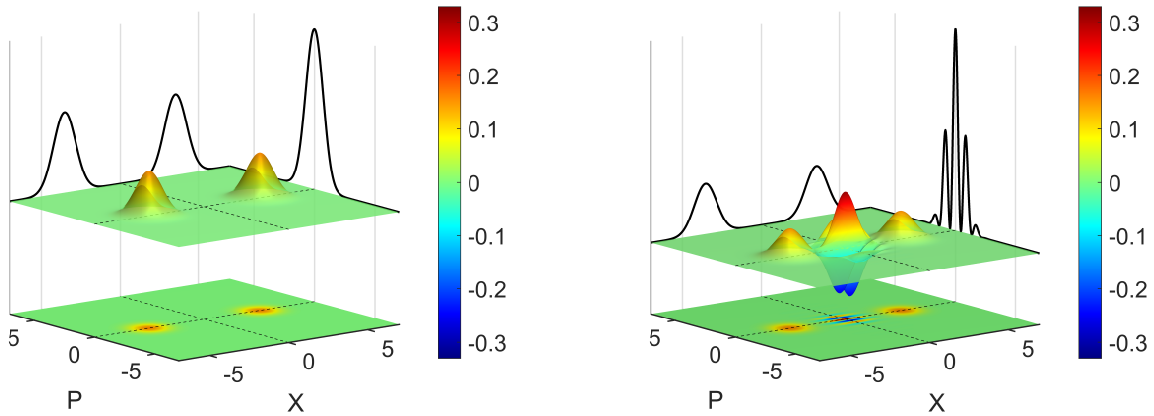
transposition d'une superposition cohérente d'états d'un objet microscopique aux états d'un objet macroscopique est liée à la décohérence, matérialisée par la forte interaction entre l'objet macroscopique et son environnement. La lumière quant à elle interagit peu avec son environnement, ce qui en fait un candidat idéal pour transposer ce paradoxe. La version macroscopique de la lumière sont les états cohérents : ils sont mesurables facilement avec des mesures « classiques » (type photodiode). Ainsi une superposition d'états cohérents portera le nom d'état Chat de Schrödinger optique. Un état Chat peut ainsi être défini comme une superposition d'états cohérents de phases opposées $|\alpha\rangle$ et $|\alpha\rangle$:

$$|\psi_{CS}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2(1 + e^{-2\alpha^2} \cos \phi)}} [|\alpha\rangle + e^{i\phi} |\alpha\rangle] \quad (1.80)$$

On définit l'amplitude de l'état Chat comme étant α . La fonction de Wigner d'un tel état s'écrit :

$$W(x, p) = \frac{e^{-(x^2+p^2)}}{\pi(1 + e^{-2\alpha^2} \cos \phi)} \left[e^{-2\alpha^2} \cosh(2\sqrt{2}\alpha x) + \cos(2\sqrt{2}\alpha p - \phi) \right] \quad (1.81)$$

On représente sur la figure 1.8 la fonction de Wigner d'un état Chat de Schrödinger optique et la fonction de Wigner d'un mélange statistique de deux états cohérents. Ces deux fonctions de Wigner comprennent deux pics gaussiens centrés respectivement en $x = \sqrt{2}\alpha$ et $x = -\sqrt{2}\alpha$. Mais dans le cas de notre état Chat, on voit apparaître entre les deux pics gaussiens des oscillations autour de l'origine du repère. Ces oscillations sont dues aux interférences quantiques liées à la superposition cohérente et sont la signature de la nature quantique de notre état.



(a) Fonction de Wigner d'un superposition classique de deux états cohérents de phase opposée

(b) Fonction de Wigner d'un état Chat de Schrödinger optique

FIGURE 1.8 – Représentation d'une superposition classique de deux états cohérents de phase opposée et d'un état Chat de Schrödinger optique

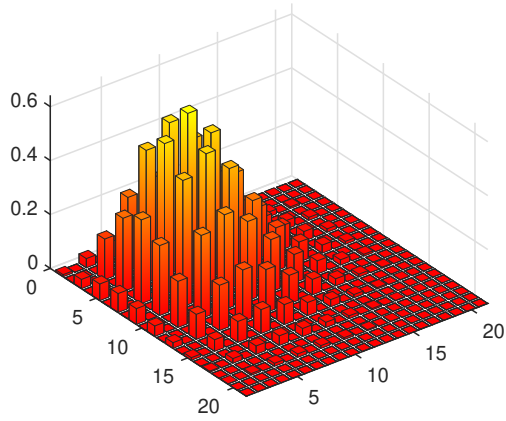
L'expression de la fonction de Wigner fait apparaître deux types d'états Chat de Schrödinger remarquables, pour $\phi = 0$ et $\phi = \pi$. Pour $\phi = 0$, seuls les états de Fock à nombres de photons pairs interviennent dans la décomposition de l'état sur la base des états de Fock. Inversement, pour $\phi = \pi$ seuls les états de Fock à nombres de photons impairs interviennent dans la décomposition

de l'état. On nomme ces états Chat de Schrödinger optique pair pour $\phi = 0$ et impair pour $\phi = \pi$. Leur décomposition sur la base des états de Fock est la suivante :

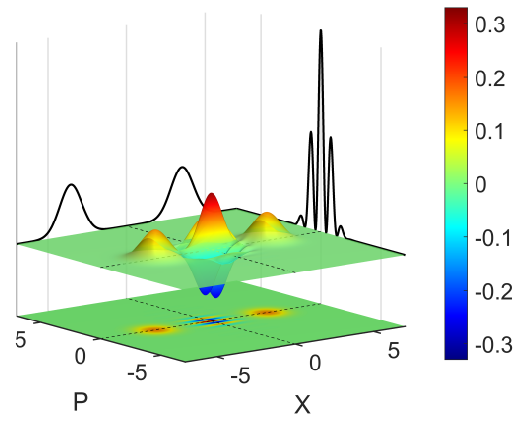
$$|\psi_{CS, pair}\rangle = \frac{\sqrt{2}e^{-\frac{\alpha^2}{2}}}{\sqrt{1+e^{-2\alpha^2}}} \sum_{k=0}^{+\infty} \frac{\alpha^{2k}}{\sqrt{(2k)!}} |2k\rangle \quad (1.82)$$

$$|\psi_{CS, impair}\rangle = \frac{\sqrt{2}e^{-\frac{\alpha^2}{2}}}{\sqrt{1-e^{-2\alpha^2}}} \sum_{k=0}^{+\infty} \frac{\alpha^{2k+1}}{\sqrt{(2k+1)!}} |2k+1\rangle \quad (1.83)$$

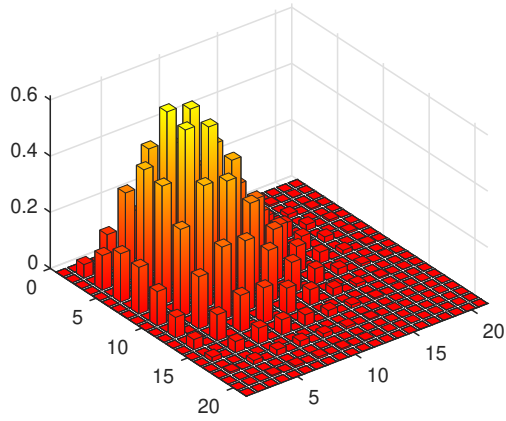
La figure 1.9 représente la matrice densité et la fonction de Wigner pour ces deux type d'états Chat de Schrödinger, pair et impair.



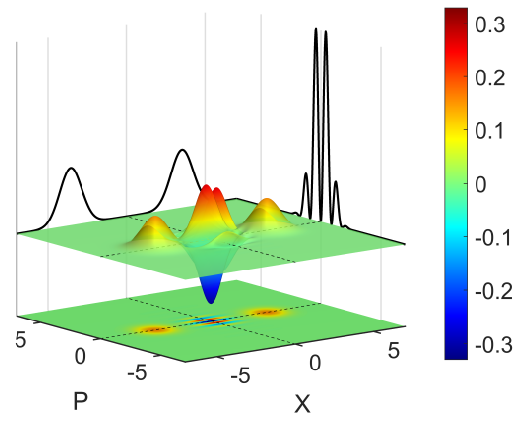
(a) Matrice densité d'un état Chat de Schrödinger optique pair



(b) Fonction de Wigner d'un état Chat de Schrödinger optique pair



(c) Matrice densité d'un état Chat de Schrödinger optique impair



(d) Fonction de Wigner d'un état Chat de Schrödinger optique impair

FIGURE 1.9 – Représentation d'états Chat de Schrödinger optique pair et impair

1.4 Mesures en optique quantique

Nous allons maintenant nous intéresser aux différentes manières de réaliser les mesures des variables discrètes et continues en optique quantique.

1.4.1 Mesures de photons

La mesure en variables discrètes a pour objectif de reconstruire la matrice densité et se concentre pour notre part sur la mesure des états de Fock, ou plus simplement la mesure du nombre de photons. La difficulté qui apparaît d'emblée est de différencier deux états de Fock à nombre de photons différents, et donc a fortiori d'être en mesure de compter les photons afin de reconstruire les matrices densités de nos états. Il existe ainsi deux catégories d'appareil pour détecter les photons : ceux qui ne font que détecter la présence d'un état en le distinguant du vide, et ceux qui permettent de compter les photons détectés.

Détection de photons Les détecteurs de photons sont des appareils qui fonctionnent en tout ou rien. Soit ils envoient un signal parce qu'ils ont détecté un état, peu importe le nombre de photons tant qu'il est non nul, soit ils n'envoient pas de signal. On peut définir un opérateur de mesure associé à ce type de dispositif :

$$\hat{\Pi} = \hat{1} - |0\rangle\langle 0| \quad (1.84)$$

Ce type de dispositif, bien que possédant le désavantage structurel de ne pas pouvoir compter les photons, s'avère très utile et efficace si on travaille avec des sources d'états de Fock à 1 photon. On peut facilement distinguer entre un événement de génération de photon et un non-événement. Ce type de détecteur est souvent associé à des sources d'états de Fock utilisant la fluorescence paramétrique car, pour ce type de source, la probabilité de génération d'un état de Fock à N photons décroît exponentiellement avec l'augmentation de N . Le plus connu de ces détecteurs est la photodiode à avalanche (APD), dans lequel le signal émis par une photodiode lors de la détection d'un photon est amplifié à l'aide d'une forte tension de polarisation accélérant la paire électron-trou nouvellement générée, déclenchant ainsi une avalanche d'électrons. Ce type de dispositif a le grand avantage de fonctionner à température ambiante. Il possède en règle générale des efficacités de détection de l'ordre de 50%, mais possède une bande passante de l'ordre de 5 MHz. C'est ce type d'appareil dont nous disposons pour l'expérience.

Comptage de photons La deuxième famille d'appareils mesurant des photons sont donc les compteurs de photons. Ils envoient un signal proportionnel au nombre de photons détectés. Leur opérateur de mesure est le suivant :

$$\hat{\Pi} = |n\rangle\langle n| \quad (1.85)$$

Le principal type de compteur de photons est le *Transition-Edge Sensor* (TES). C'est un capteur opérant à température cryogénique, de type bolométrique, utilisant la supraconductivité. En effet, l'arrivée de l'état à mesurer va venir chauffer la surface du détecteur. Cet échauffement va modifier la résistance du capteur induisant une baisse du courant. Cette baisse de courant est ensuite mesurée par un magnétomètre. Ce signal est enfin amplifié pour pouvoir être interprété. Les photons ayant une énergie finie, en ajustant correctement le seuil, on arrive à compter le

nombre de photons dans l'état. Les principaux défauts de tels compteurs sont qu'il faut travailler à des températures cryogéniques, et leur relative lenteur. Ce type de dispositif a permis de compter jusqu'à 10 photons dans un état avec une efficacité d'environ 98% [38].

1.4.2 Mesure de quadratures

Pour accéder à la fonction de Wigner de notre état, il est nécessaire de pouvoir mesurer les différentes quadratures X_θ de l'impulsion lumineuse. Cette mesure repose sur une détection interférométrique : nous utilisons pour cela une détection homodyne dont le principe est présenté en figure 1.10. Il consiste à faire interférer sur une lame séparatrice 50/50 l'état « quantique » $|\psi\rangle$ dont on veut connaître les quadratures avec un signal « classique », c'est-à-dire un état cohérent d'intensité suffisante pour que les fluctuations quantiques de son amplitude α et de sa phase θ soient négligeables. Ce dernier sert d'*oscillateur local*. La phase de l'oscillateur local est ajustable à l'aide d'une cale piezo-électrique placée sur un miroir sur son trajet. En plaçant une photodiode sur chaque bras de sortie de la lame séparatrice, on peut récupérer la différence des photocourants des deux photodiodes. Cette différence de photocourant est proportionnelle à la quadrature que l'on cherche à mesurer, comme nous allons le montrer.

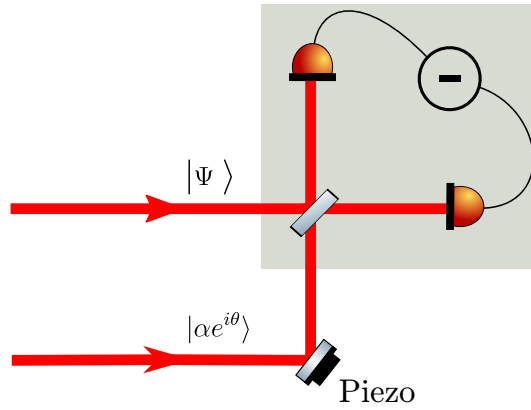


FIGURE 1.10 – Schéma du principe de la mesure par détection homodyne. L'état à mesurer $|\Psi\rangle$ interfère sur une lame séparatrice 50/50 avec un état cohérent $|\alpha e^{i\theta}\rangle$ de l'oscillateur local dont la phase est ajustable à l'aide de la cale piezo-électrique. La différence des photocourants mesurés par chacune des deux photodiodes placées en sortie de la lame séparatrice, fournit une mesure proportionnelle à la valeur de la quadrature X mesurer suivant l'angle θ

On souhaite mesurer la quadrature X_θ d'un état quantique $|\phi\rangle_s$ dans un mode opérateur annihilation $\hat{a}_S$. L'oscillateur local est quant à lui représenté par l'opérateur annihilation $\hat{a}_{OL}$. En appliquant l'opérateur de la transformation effectuée par la lame séparatrice $\hat{U}_{ls}$ (1.40) avec $r = t = \frac{1}{\sqrt{2}}$ à nos deux modes d'entrée $\begin{pmatrix} \hat{a}_S \\ \hat{a}_{OL} \end{pmatrix}$, on obtient en sortie de la lame :

$$\begin{pmatrix} \hat{a}_1 \\ \hat{a}_2 \end{pmatrix} = \hat{U}_{ls}^\dagger(t) \begin{pmatrix} \hat{a}_S \\ \hat{a}_{OL} \end{pmatrix} \hat{U}_{ls}(t) = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{a}_S \\ \hat{a}_{OL} \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \hat{a}_S - \hat{a}_{OL} \\ \hat{a}_S + \hat{a}_{OL} \end{pmatrix} \quad (1.86)$$

Le photocourant $\hat{I}$ mesuré par une photodiode s'exprime de la manière suivante : $\hat{I} = \hat{a}^\dagger \hat{a}$. La différence de photocourant $\delta\hat{I} = \hat{I}_2 - \hat{I}_1$ entre les deux photodiodes placées en sortie de la lame

donne :

$$\delta\hat{I} = \hat{I}_2 - \hat{I}_1 = \hat{a}_2^\dagger \hat{a}_2 - \hat{a}_1^\dagger \hat{a}_1 = \hat{a}_{OL}^\dagger \hat{a}_S - \hat{a}_{OL} \hat{a}_S^\dagger \quad (1.87)$$

Comme vu précédemment, on utilise un oscillateur local intense de telle sorte qu'on puisse négliger les fluctuations quantiques de la phase θ et de l'amplitude α de ce dernier. On peut traiter classiquement l'oscillateur local, c'est à dire remplacer l'opérateur $\hat{a}_{OL}$ par sa valeur moyenne dans l'état $|\alpha\rangle$: $\hat{a}_{OL} \approx \alpha e^{i\theta}$. En remplaçant dans l'expression 1.87, et en utilisant la définition de la quadrature $\hat{X}_\theta$ (1.16), on obtient :

$$\delta\hat{I} = \sqrt{2}\alpha\hat{X}_\theta \quad (1.88)$$

On a bien, comme on le désirait, une mesure proportionnelle à la quadrature X_θ . En faisant varier θ à l'aide de la cale piezo-électrique, on pourra remonter à toutes les valeurs de quadratures $\hat{X}_\theta$. De plus, le signal obtenu est amplifié par l'oscillateur local, d'un facteur $\sqrt{2}\alpha$. Cette amplification permet de rendre mesurable les fluctuations quantiques en les transposant en des fluctuations macroscopiques mesurables avec de simples photodiodes.

1.4.3 Reconstruction d'états par tomographie

Maintenant que l'on sait comment accéder à la mesure des quadratures de notre signal, il faut s'intéresser à la manière de reconstruire la fonction de Wigner à partir de ces mesures. En itérant une mesure de quadrature suivant une phase θ donnée, on accède à l'histogramme des valeurs obtenues pour cette quadrature et on peut alors reconstruire la densité de probabilité associée à cette quadrature. Or on a vu en définissant la fonction de Wigner, que la distribution de probabilité associée à une quadrature est la projection de la fonction de Wigner suivant cette même quadratures. Donc, comme en imagerie où l'on reconstruit une image à partir de ses projections dans différentes directions, on va reconstruire la fonction de Wigner à partir de ses projections que sont les densités de probabilité des quadratures. Cette technique s'appelle de la tomographie quantique. Il existe plusieurs méthodes pour effectuer cette reconstruction et on en présentera deux : la transformée de Radon et le maximum de vraisemblance.

1.4.3.1 Transformée de Radon

La première de ces méthodes est appelée transformée de Radon. Introduite par Johann Radon, en 1917, le théorème de projection de Radon établit la possibilité de reconstruire une fonction réelle à deux variables (la fonction de Wigner ici) à partir de la totalité des projections de cette fonction selon des droites concourantes [39]. Cela revient à prendre la réciproque de la formule 1.18, c'est à dire exprimer la fonction de Wigner W en fonction de ses projections $P_\theta(x_\theta)$ sur la quadrature X_θ ,

$$W(x, p) = \frac{1}{2\pi} \int_0^\pi \int_{-\infty}^{+\infty} P_\theta(x_\theta) K(x \cos \theta + p \sin \theta - x_\theta) dx_\theta d\theta \quad (1.89)$$

Où K est une distribution telle que

$$K(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} |\xi| e^{-i\xi x} d\xi \quad (1.90)$$

K n'est pas une fonction mais une distribution [18], si bien qu'implémenter numériquement cette transformation implique de travailler avec une version lissée de K pour éliminer tout bruit lié à l'expérience et à l'échantillonnage. La première démonstration de l'utilisation de la transformée de Radon pour effectuer une tomographie d'une fonction de Wigner à l'aide d'une détection homodyne date de 1993 [40]. Elle a été effectuée pour reconstruire la fonction de Wigner d'un état vide ainsi que celle d'un état vide comprimé monomode.

1.4.3.2 Maximum de vraisemblance

Principe La seconde méthode fait appel à l'algorithme du maximum de vraisemblance qui, de manière générale, permet de trouver les paramètres d'une distribution dont on connaît l'expression théorique en fonction des dits paramètres à partir d'un ensemble d'échantillons mesurés [41]. Dans notre cas, il est théoriquement possible de déduire la densité de probabilité selon une quadrature X_θ à partir de la matrice densité : on écrira simplement $P_\theta(x) = \text{Tr}[|\theta, x\rangle\langle\theta, x|\hat{\rho}]$. On va donc utiliser cette méthode pour chercher la matrice densité produisant les distributions de quadratures les plus proches de celles mesurées [42]. Les paramètres d'optimisation étant les coefficients de la matrice densité, il est nécessaire de faire une hypothèse sur la taille de cette dernière. Le faible nombre de photons dans les états que l'on considère permet de considérer des matrices densités d'uniquement 5 photons tout en conservant un fidélité théorique 99.9% sur nos états.

Algorithme L'algorithme se compose en deux étapes. La première est de trouver un opérateur $\hat{\mathcal{R}}$ qui laisse invariant la matrice densité la plus vraisemblable $\hat{\rho}_v$ selon :

$$\hat{\rho}_v = \hat{\mathcal{R}}\hat{\rho}_v\hat{\mathcal{R}} \quad (1.91)$$

Il est possible de montrer que l'opérateur :

$$\hat{\mathcal{R}}(\hat{\rho}) = \sum_{i=1}^N \frac{|\theta_i, x_i\rangle\langle\theta_i, x_i|}{P_{\theta_i}(x_i)}, \quad (1.92)$$

avec $P_{\theta_i}(x_i) = \text{Tr}[|\theta_i, x_i\rangle\langle\theta_i, x_i|\hat{\rho}]$, vérifie la relation 1.91.

La seconde étape, qui fait le caractère itératif de l'algorithme, est d'appliquer cet opérateur $\hat{\mathcal{R}}$ à une matrice densité quelconque $\hat{\rho}$ en itérant jusqu'à l'obtention de la matrice $\hat{\rho}_v$. En effet, le théorème du point fixe nous montre qu'en itérant l'opération :

$$\hat{\rho}_{k+1} = \mathcal{N}\hat{\mathcal{R}}\hat{\rho}_k\hat{\mathcal{R}} \quad (1.93)$$

où $\mathcal{N}$ est un coefficient de normalisation, on converge vers la matrice densité la plus vraisemblable $\hat{\rho}_v$. On peut tout à fait choisir comme matrice initiale la matrice identité $\mathbb{I}$. Il se peut que, dans certain cas, l'algorithme ne converge pas. Dans ce cas, il suffit de modifier simplement l'opérateur

$\hat{\mathcal{R}}$ en le remplaçant par l'opérateur $\frac{\mathbb{I} + \epsilon\hat{\mathcal{R}}}{1 + \epsilon}$ où $\epsilon \ll 1$ [43].

Correction des pertes L'un des avantages de cette méthode est de pouvoir inclure les pertes dues à la détection homodyne afin de les prendre en compte et de remonter à l'état tel qu'il était avant sa mesure, et donc de fournir la matrice densité de l'état tel qu'il a réellement été généré. Ces pertes de mesures sont présentes du fait des efficacités quantiques de nos photodiodes qui ne

sont pas de 100%, mais aussi des pertes de mode-matching entre notre état et l'oscillateur local. Ces imperfections peuvent être modélisées comme l'effet d'une lame séparatrice de transmission finie η [18] placée sur le chemin de nos états avant la lame séparatrice 50/50 de mélange de la détection homodyne. En utilisant la formule pour une lame séparatrice [44], appliquée à notre cas, on en déduit alors la forme de la nouvelle matrice densité à utiliser dans l'algorithme de reconstruction itérative :

$$\langle n | \hat{\rho}_c | m \rangle = t^{\frac{n+m}{2}} \sum_{j=0}^{\infty} \sqrt{\binom{n+j}{n} \binom{m+j}{m}} (1-t)^j \langle n+j | \hat{\rho}_{nc} | m+j \rangle \quad (1.94)$$

avec $\hat{\rho}_c$ la matrice densité à utiliser pour corriger les pertes et $\hat{\rho}_{nc}$ la matrice densité utilisée sans correction. Ces corrections ne prennent bien évidemment pas en compte les pertes qui ne sont pas strictement dépendantes du dispositif de détection.

Chapitre 2

Outils expérimentaux

Sommaire

2.1	Dispositif laser	32
2.1.1	Laser impulsionnel Mira Optima 900-D	32
2.1.2	Diagnostic des impulsions émises et asservissement du pointé du laser	34
2.2	Fluorescence paramétrique	36
2.2.1	Génération de seconde harmonique	36
2.2.2	Amplification paramétrique optique	39
2.3	Génération conditionnelle de photons uniques	42
2.3.1	Conditionnement	42
2.3.2	Détection homodyne	44
2.3.3	État théorique attendu	48
2.3.4	Acquisitions	49
2.4	Modulateur électro-optique	49
2.4.1	Effet électro-optique linéaire : effet Pockels	50
2.4.2	Modulation de polarisation avec un modulateur électro-optique	50
2.4.3	Modulation de phase avec un modulateur électro-optique	52

Le chapitre précédent a permis d'introduire de nombreux outils théoriques. Nous allons voir dans ce chapitre comment ces outils s'appliquent concrètement dans le cadre d'une expérience d'optique quantique. En particulier, nous allons chercher à générer des états non-classiques de la lumière par le biais des opérateurs 1.47 et 1.51.

2.1 Dispositif laser

La source laser que nous avons utilisée au cours de cette thèse est un laser Titane-Saphir, le *Mira Optima 900-D* de la marque *Coherent*, fonctionnant en mode impulsionnel. Il est utilisé pour générer des impulsions de l'ordre de 3 ps à la longueur d'onde de 850 nm.

2.1.1 Laser impulsionnel Mira Optima 900-D

Le principe de fonctionnement d'un laser impulsionnel est de faire interférer constructivement entre eux, en un point particulier, les différents modes générés par la cavité laser (figure 2.1c) en venant verrouiller leur phase. L'intensité de faisceau présentera alors un pic au point où tous les modes interfèrent constructivement, donnant lieu à une impulsion qui va se répéter périodiquement à chaque tour dans la cavité laser (figure 2.1d). Ce phénomène nécessite donc l'existence d'un grand nombre de modes fréquentiels co-existant dans la cavité, ainsi qu'une relation de phase fixe entre ces modes. Si cette relation de phase n'existe pas (figure 2.1a) alors, en sortie du laser, l'amplitude sera bruitée (figure 2.1b). Le verrouillage des modes en phase s'effectue sur le *Mira 900-D* passivement en utilisant l'effet Kerr optique ainsi qu'un diaphragme judicieusement placé. L'effet Kerr se manifeste par une modification de l'indice optique n_0 du matériau proportionnellement à l'intensité lumineuse. L'indice n_0 est alors modifié suivant la loi :

$$n = n_0 + n_2 I. \quad (2.1)$$

Dans le cas d'un faisceau gaussien, l'indice optique du matériau en question va donc varier avec la distance au centre du faisceau, et l'indice vu par le centre du faisceau sera plus élevé que celui vu au bord du faisceau. Cela conduira alors, pour des intensités suffisantes, à l'apparition d'un effet de lentille convergente : on parle d'autofocalisation par effet Kerr. En plaçant un diaphragme au point de focalisation de cette lentille, on favorise le fonctionnement en régime impulsionnel au détriment du régime continu. L'effet de lentille nécessitant une forte intensité, il ne sera présent qu'en régime impulsionnel, permettant ainsi au faisceau de passer par le diaphragme. Par contre, en régime continu, une partie du faisceau sera coupée par le diaphragme ce qui va engendrer dans ce cas de fortes pertes.

La cavité laser est présentée en figure 2.2. Elle est composée d'un cristal de Titane-Saphir ($Ti : Al_2O_3$) pompé par un laser continu à 532 nm, le *Verdi V5* de *Coherent*, focalisé à l'aide de la lentille *L1*. La fente permettant de réaliser le verrouillage des modes en phase est noté *SLIT* sur le schéma. La lame notée *BRF* est une lame biréfringente réalisant un filtre de Lyot afin de régler la longueur d'onde centrale du laser. La relativement grande largeur spectrale de l'impulsion induit, lors du passage de cette dernière dans les différentes optiques de la cavité, un effet de dispersion et d'étalement spatial de l'impulsion. C'est pour compenser cet effet qu'a été placé dans la cavité un interféromètre de Gires-Tournois (*GTI*). Ce dernier permet d'introduire un déphasage lors de la réflexion du faisceau dont la valeur dépend de la longueur d'onde. En ajustant précisément

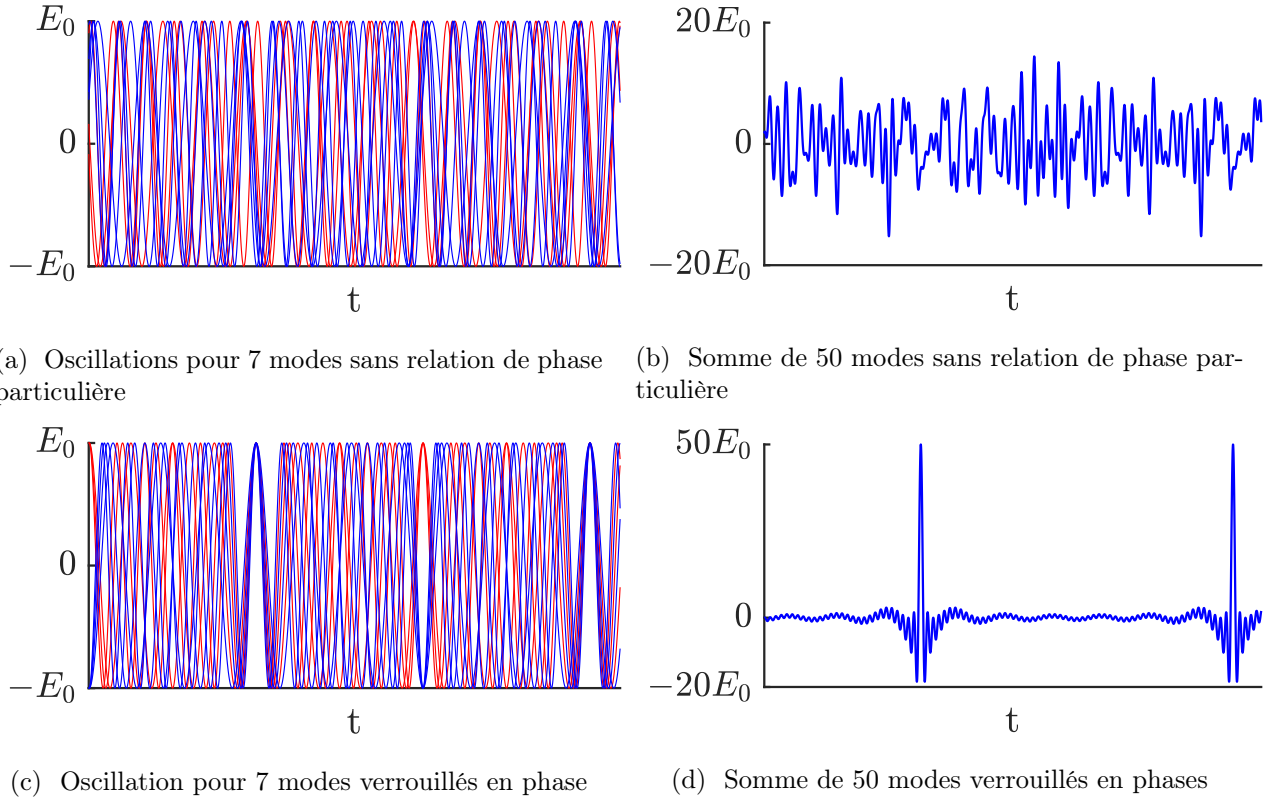


FIGURE 2.1 – Représentation de l'importance du verrouillage des modes en phase. (2.1a) On représente les oscillations pour 7 modes de la cavité sans relation particulière entre eux. Les fréquences sont aléatoires et lorsqu'on somme l'ensemble des fréquences, ici 50 fréquences (2.1b), l'amplitude du champ ne possède pas de structure particulière. (2.1c) On représente les oscillations pour 7 modes de la cavité mais avec un verrouillage des modes en phase. Lorsqu'on représente cette fois ci la somme de ces oscillations, (2.1d) ici 50 modes, des impulsions apparaissent périodiquement dans l'amplitude du champ

la taille de la cavité de l'interféromètre, on peut compenser les effets de la dispersion. Afin de permettre à la cavité « d'explorer » les différentes configurations accessibles à l'allumage du laser, un lame de verre nommée *Starter* vibre jusqu'au verrouillage des modes en phase.

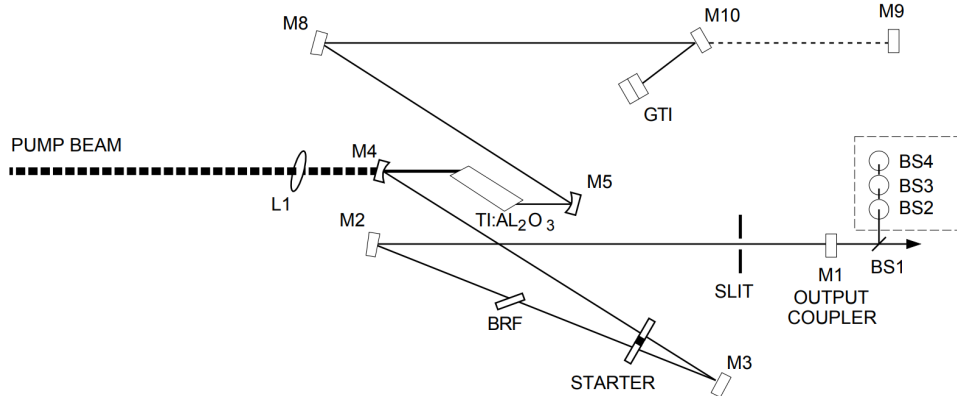


FIGURE 2.2 – Schéma du laser en configuration picoseconde à 76 MHz. BRF : lame biréfringente, GTI : interféromètre de Gires-Tournois.

2.1.2 Diagnostic des impulsions émises et asservissement du pointé du laser

Afin de caractériser au mieux notre faisceau en sortie de la cavité laser, un autocorrélateur *APE PulseCheck 15* ainsi qu'un analyseur de spectre optique *Advantest Q8384* nous permettent d'établir un diagnostic du faisceau. Le spectre et le signal d'autocorrélation ainsi obtenus en configuration picoseconde sont présentés en figure 2.3.

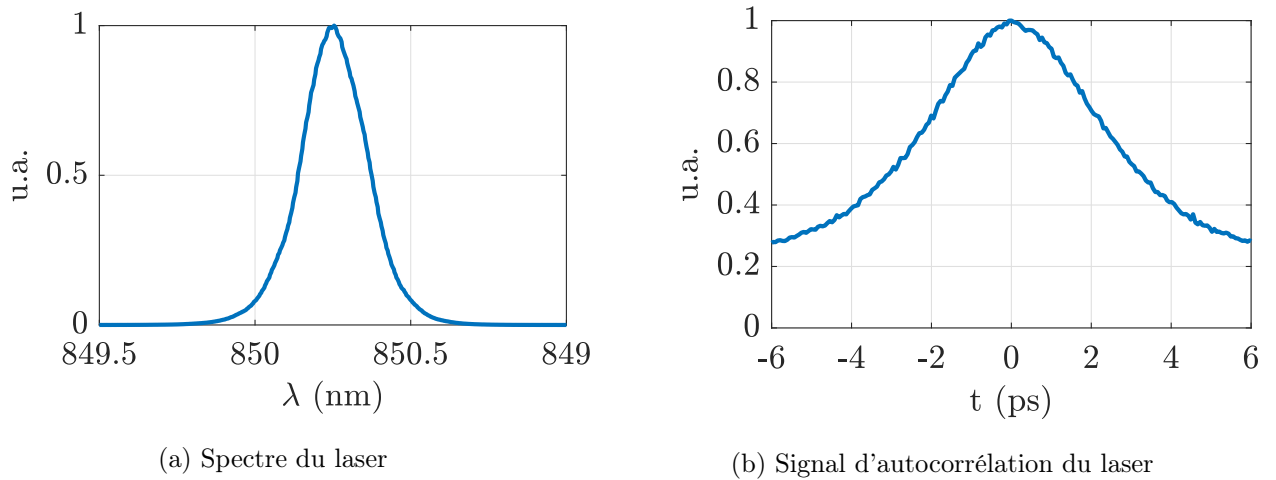


FIGURE 2.3 – Caractéristiques spectrale et temporelle du laser

Afin de réduire les fluctuations spatiales du pointé du faisceau en sortie de la cavité laser, source de bruit sur notre détection homodyne comme on le verra à la partie 2.3.2.3, un asservissement a été mis en place. Ce dernier est constitué de deux photodiodes à quatre quadrants qui permettent de mesurer la position du spot sur la photodiode, en champ proche pour la première et en champ lointain pour la seconde avec l'ajout d'une lentille devant cette dernière. Le signal d'erreur ainsi mesuré est envoyé aux correcteurs qui sont deux modules PID *Thorlabs TQD001*. On rétroagit sur la position du faisceau grâce à deux actionneurs, des miroirs placés dans des montures *Thorlabs KC1-PZ/M* comprenant des cales piezo-électriques, elles-mêmes placées en sortie du laser. On représente sur la figure 2.4 le schéma du système d'asservissement.

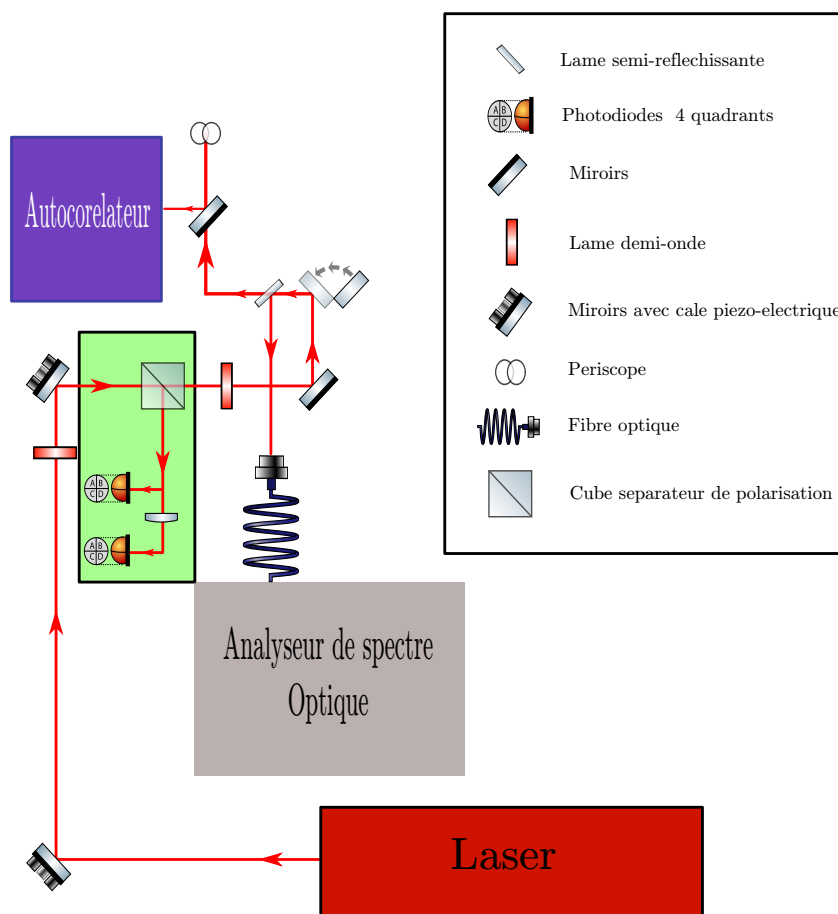


FIGURE 2.4 – Schéma de l'implémentation de l'asservissement de la position du pointé du laser (zone en vert) ainsi que de l'implémentation des outils de diagnostic du laser (autocorrélateur et analyseur de spectre optique). Le miroir basculable permet de détourner le faisceau vers les outils de diagnostic.

2.2 Fluorescence paramétrique

2.2.1 Génération de seconde harmonique

Penchons-nous sur la génération de seconde harmonique nécessaire à la génération de nos états quantiques.

2.2.1.1 Paramètres de conversion

Le cristal utilisé pour cette génération de seconde harmonique est un cristal de BiB_3O_6 . C'est un cristal biréfringent bi-axe, donc avec trois axes propres, associés à trois indices de réfraction n_x, n_y, n_z . Il a un coefficient non linéaire d_{eff} à 850 nm qui vaut $d_{eff} = 3,5 \text{ pm V}^{-1}$. Ce n'est pas le matériau avec le plus grand coefficient non linéaire disponible, mais il a l'avantage de pouvoir être utilisé à température ambiante. On l'utilise avec un accord de phase critique de type I. On utilise deux ondes de pompe dans une direction de polarisation qui se combinent pour former une onde signal de fréquence double par rapport à la fréquence de la pompe. L'onde de fréquence double est polarisée suivant une direction orthogonale à celle de l'onde de la pompe et qui sera ici l'axe x du cristal. L'accord de phase étant critique, il s'obtient en ajustant l'orientation des axes du cristal. Il n'est pas nécessaire de faire varier la température du cristal pour obtenir l'accord de phase. Ainsi la conservation de l'énergie et l'accord de phase imposent les relations suivantes :

$$\omega_{850} + \omega_{850} = \omega_{425} \quad (2.2)$$

$$\mathbf{k}_{850} + \mathbf{k}_{850} = \mathbf{k}_{425} \quad (2.3)$$

Sachant que $|\mathbf{k}_i| = \frac{n_i}{c}\omega_i$, il nous faut alors vérifier la relation :

$$n_{x,425} = n_{850} \quad (2.4)$$

Comme dit précédemment, on va jouer sur l'orientation du cristal pour faire correspondre la valeur de l'indice n_x à 425 nm et celle de l'indice n à 850 nm. Cette relation est alors vérifiée pour un angle θ_c entre les axes n_y et n_z qui vaut $\theta_c = 155,2^\circ$ [45][46]. Contrairement à un accord de phase non-critique, la contrainte sur l'orientation des axes du cristal fait apparaître du *walk-off* spatial.

2.2.1.2 Épaisseur du cristal

Il faut maintenant déterminer les paramètres qui vont contraindre le choix de la taille du cristal de BiB_3O_6 . Pour cela, il faut résoudre les équations couplées de Manley-Rowe qui gouvernent le lien entre l'intensité du faisceau doublé et celle du faisceau pompe [47]. Leur résolution, dans l'hypothèse d'un accord de phase parfait, donne l'équation suivante :

$$I_{2\omega} = I_{\omega} \tanh^2 \left(\frac{l_c}{l} \right) \quad (2.5)$$

où l_c est la longueur du cristal et $l = \sqrt{\frac{w_0^2 \epsilon_0 c \lambda^2 n_x n_y n_z}{16 \pi d_{eff}^2 P_c}}$ avec w_0 le *waist* du faisceau de pompe dans le cristal, P_c sa puissance crête, c la vitesse de la lumière dans le vide, n_x, n_y, n_z les indices

de réfraction du cristal de BiB_3O_6 pris à la longueur d'onde du faisceau de pompe λ et ϵ_0 la perméabilité diélectrique du vide. Le premier critère de choix de l'épaisseur du cristal est la nécessité d'éviter l'effet de la diffraction du faisceau laser dans le cristal. On choisit alors que la taille maximale du cristal doit être égale à la moitié de la longueur de Rayleigh z_R du faisceau pompe, à savoir $z_R = \frac{\pi w_0^2}{2\lambda}$. En $l_c = z_R/2$, l'expression de l'intensité du faisceau doublé devient $I_{2\omega} = I_\omega \tanh^2 \left(\sqrt{l_c} \sqrt{\frac{8\pi^2 d_{eff}^2 P_c}{\epsilon_0 c \lambda^3 n_x n_y n_z}} \right)$. On constate que pour augmenter l'intensité du faisceau doublé, il est plus avantageux d'augmenter la longueur du cristal l_c que de chercher à focaliser fortement. Mais on ne peut pas augmenter arbitrairement la longueur du cristal, cette dernière étant limitée par au moins deux phénomènes : la dispersion de vitesse de groupe (ou *GVD* pour *Group Velocity Dispersion*) et le désaccord de vitesse de groupe (*GVM* pour *Group Velocity Mismatch*).

GVD et GVM La *GVD* correspond à de la dispersion liée à la largeur spectrale de notre impulsion qui va en faire se déphaser les différentes composantes spectrales, menant ainsi à l'étalement temporel par unité de longueur de notre impulsion initiale. Elle a lieu sur les deux impulsions mais avec des valeurs différentes. Pour le BiB_3O_6 elle vaut $124 \text{ fs}^2 \text{ mm}^{-1}$ à 850 nm et $350 \text{ fs}^2 \text{ mm}^{-1}$ à 425 nm . On représente l'étalement relatif des impulsions lié à la *GVD* sur la figure 2.5. On voit

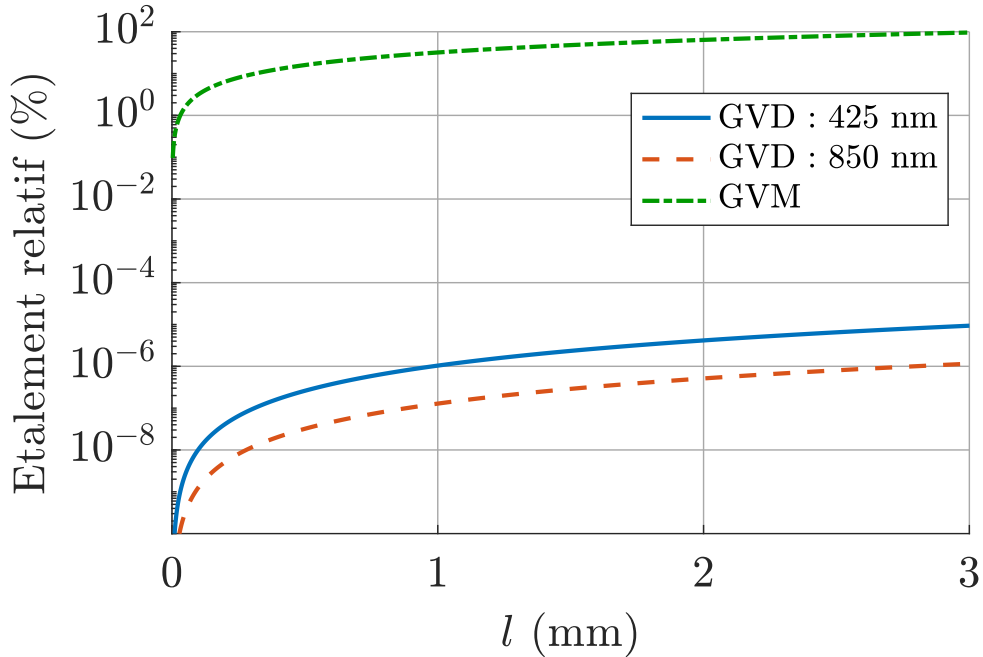


FIGURE 2.5 – Étalement relatif de la durée de l'impulsion en fonction de la taille du cristal. La courbe verte représente la séparation entre les deux impulsions due à la *GVM*, le trait bleu l'étalement de l'impulsion, dont la fréquence a été doublée, dû à la *GVD* et la courbe orange l'étalement dû à la *GVD* pour l'impulsion à 850 nm . Ces courbes sont issues de la thèse de M. Bouillard [48]

que la *GVD* est toujours négligeable à 850 nm et à 425 nm .

La *GVM* correspond à la différence de vitesses de propagation dans le cristal entre le faisceau de pompe et le faisceau doublé due aux différents indices vus par les deux longueurs d'onde. Cette différence induit, comme pour la *GVM*, un étalement temporel de l'impulsion par unité de longueur. L'expression de cette *GVM* est :

$$GVM = \frac{1}{v_{g,2\omega}} - \frac{1}{v_{g,\omega}} = \left. \frac{\partial k}{\partial \omega} \right|_{2\omega} - \left. \frac{\partial k}{\partial \omega} \right|_{\omega} \quad (2.6)$$

La valeur de la *GVM* pour un cristal de BiB_3O_6 est $0,35 \text{ ps mm}^{-1}$. On représente aussi sur la figure 2.5 la séparation entre les deux impulsions liée à la *GVM*. On remarque que c'est le phénomène de *GVM* qui limite la taille du cristal. En effet, on obtient une séparation entre les deux impulsions de 100% pour une taille de cristal qui vaut 3 mm. Cette taille sera alors la taille maximale de notre cristal. Le rendement de conversion non linéaire augmente avec la taille du cristal. Pour un cristal de longueur égale à 3 mm le *waist* idéal sera plus grand que pour toute autre longueur inférieure de cristal. Il nous faut ainsi jouer sur la focalisation pour optimiser la conversion non linéaire.

Walk-off spatial Les contraintes liées à l'accord de phase impliquent la présence de *walk-off* spatial qui dépend de la longueur du cristal et aussi de la focalisation, contrairement à la *GVD* et la *GVM*. Le *walk-off* spatial se traduit par une déformation du profil spatial du faisceau due à une différence de direction de propagation entre d'une part le vecteur d'onde et d'autre part le vecteur de Pointing de notre onde. On note α l'angle entre ces deux directions de propagation. Il s'exprime comme la dérivée de l'indice de réfraction n en fonction de l'angle θ entre le vecteur d'onde et l'axe propre du cristal portant l'indice le plus élevé. Les indices les plus élevés pour le BiB_3O_6 correspondent à l'indice n_y dans le plan xOy et à l'indice n_z pour les plans xOz et yOz . On a alors :

$$\alpha = -\frac{1}{n} \frac{\partial n}{\partial \theta} \quad (2.7)$$

Le *walk-off* spatial est donc bi-directionnel pour le BiB_3O_6 . Pour en juger l'influence sur la focalisation de notre faisceau, il suffit d'étudier la valeur maximale du *walk-off* spatial. Le faisceau bleu étant polarisé suivant l'axe propre du cristal portant l'indice n_x , il est orthogonal aux directions des axes propres dont les indices sont n_y et n_z . On n'a alors pas de *walk-off* spatial pour le faisceau de fréquence double car la dérivée est alors nulle. Ce n'est pas le cas du faisceau de pompe qui, lui, est polarisé dans le plan yOz . L'équation 2.7 nous permet de déterminer la valeur maximale que peut prendre l'angle de *walk-off* $\alpha = 53 \text{ mrad}$. On représente alors sur la figure 2.6 l'écart relatif entre le faisceau de pompe et le faisceau doublé en fréquence à leur *waist* dans le cristal, en supposant qu'ils sont superposés à l'entrée du cristal, pour trois tailles de cristal. On s'aperçoit alors que les effets dus au *walk-off* spatial sont d'autant plus important que le *waist* diminue. Le *waist* idéal pour un cristal de 3 mm est d'après la formule 2.5 de $15 \mu\text{m}$, ce qui correspondrait alors à un étalement de l'impulsion supérieur à 300%. Il faut trouver un compromis. On choisit alors une taille de *waist* qui vaut $180 \mu\text{m}$ pour que l'étalement dû au *walk-off* spatial soit inférieur à 100% pour des cristaux de longueur inférieure à 3 mm. On démontrera tout de même au chapitre 4 des efficacités de conversion de l'ordre de 70% avec une exaltation dans une cavité optique.

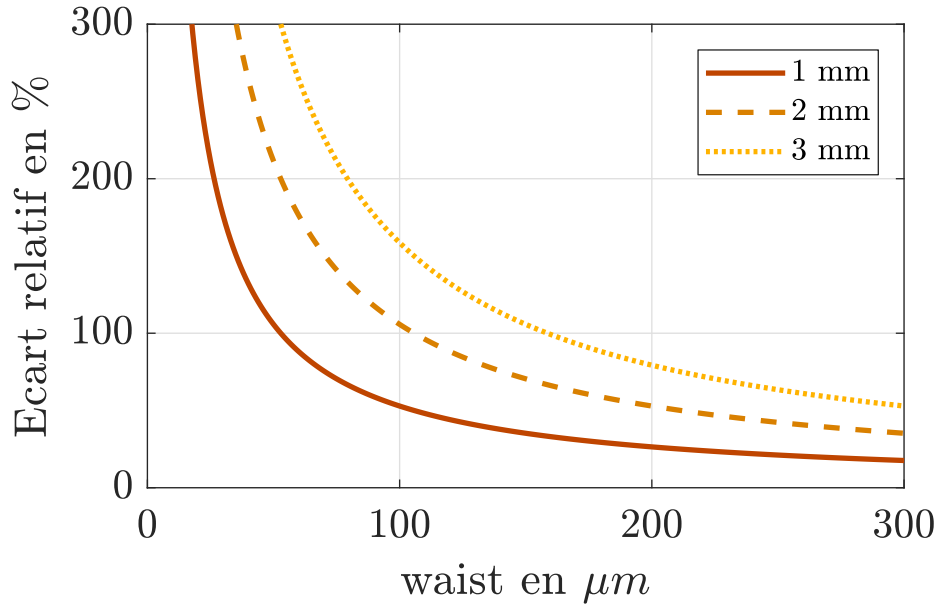


FIGURE 2.6 – Écart relatif entre la taille des faisceaux à 425 nm et 850 nm dû au *walk-off* spatial.

2.2.2 Amplification paramétrique optique

2.2.2.1 Paramètres de conversion

L'amplification paramétrique, comme la génération de seconde harmonique, est un phénomène de mélange à trois ondes. Au lieu d'envoyer uniquement le faisceau de pompe, ici à 425 nm, on envoie également un faisceau signal dont la longueur d'onde est deux fois celle de la pompe, soit 850 nm. Cela va avoir pour conséquence de convertir des photons de la pompe en photons signal et donc d'amplifier le signal. Pour satisfaire la conservation de l'énergie ainsi que les conditions d'accord de phase qui sont :

$$\omega_{425} = \omega_{850} + \omega_{850} \quad (2.8)$$

$$\mathbf{k}_{425} = \mathbf{k}_{s,850} + \mathbf{k}_{c,850} \quad (2.9)$$

un second faisceau appelé complémentaire est généré à la même longueur d'onde. Comme pour la génération de seconde harmonique, on utilise un cristal de BiB3O6, ici de longueur 1 mm. Si on incline la face d'entrée du cristal par rapport au vecteur d'onde du faisceau incident, alors la conservation de l'impulsion nous indique qu'il existera un angle β entre les faisceaux signal et complémentaire dans le plan contenant les vecteurs d'onde du faisceau pompe, du faisceau signal et du faisceau complémentaire. L'expression de cet angle dépend alors de l'angle d'inclinaison de la face d'entrée du cristal θ . Elle vaut :

$$\beta = \arccos \left(n_{425} \sqrt{\frac{\cos^2 \theta}{n_{y,850}^2} + \frac{\sin^2 \theta}{n_{z,850}^2}} \right) \quad (2.10)$$

Cet angle est de quelques degrés, typiquement 2° . Le gain d'amplification paramétrique γ vaut ici :

$$\gamma = \sqrt{\frac{\omega_{850}^2}{2\epsilon_0 n_x n_y n_z c^3} [\chi_{eff}^{(2)}] I_{pompe}} \quad (2.11)$$

2.2.2.2 Principe de la fluorescence paramétrique

La fluorescence paramétrique est un cas particulier d'amplification paramétrique optique où on ne vient pas amplifier un signal, mais où un photon de la pompe est converti en un photon signal et un photon complémentaire. On peut le mettre facilement en évidence en utilisant une analogie avec un laser. On peut voir la partie comprenant le faisceau de pompe et le cristal non linéaire d'un amplificateur paramétrique optique comme un milieu à gain pour le faisceau signal ou complémentaire. Ainsi, en le plaçant dans une cavité, on obtient un rayonnement cohérent comparable à celui d'un laser, menant à ce qu'on appelle un oscillateur paramétrique optique. Tout comme un laser, l'oscillation démarre spontanément sur le bruit, la différence étant qu'il ne s'agit pas ici d'émission spontanée, mais de la conversion d'un photon de pompe en un photon signal et un photon complémentaire. Ce processus de conversion ne dépend pas de l'utilisation d'une cavité et ne peut être expliqué classiquement. Le hamiltonien qui gouverne ce mélange à 3 ondes peut alors s'écrire [49, 50] :

$$\hat{H}_{param} \propto -i(\hat{a}_p \hat{a}_s^\dagger \hat{a}_c^\dagger - \hat{a}_p^\dagger \hat{a}_s \hat{a}_c) \quad (2.12)$$

où $\hat{a}_p$ est le mode du faisceau pompe, $\hat{a}_s$ celui du faisceau signal et $\hat{a}_c$ celui du faisceau complémentaire. Le terme $\hat{a}_p \hat{a}_s^\dagger \hat{a}_c^\dagger$ correspond alors à l'annihilation du photon pompe pour créer des photons signal et complémentaire, et le second terme correspond au processus inverse. Ce premier terme permet alors de passer d'un état $|n_p, n_s, n_c\rangle$ à un état $|n_p - 1, n_s + 1, n_c + 1\rangle$, son élément de matrice étant alors :

$$\langle n_p - 1, n_s + 1, n_c + 1 | \hat{a}_p \hat{a}_s^\dagger \hat{a}_c^\dagger | n_p, n_s, n_c \rangle = n_p (n_s + 1) (n_c + 1). \quad (2.13)$$

Cet élément de matrice est non nul même en présence uniquement du faisceau pompe ($n_s = 0, n_c = 0$), correspondant à l'émission spontanée de deux photons, un signal et un complémentaire, à partir de l'annihilation d'un photon pompe, ce qui correspond à de la fluorescence paramétrique. Le mode pompe est le plus souvent un état cohérent intense de telle sorte qu'on peut en faire une approximation classique en remplaçant l'opérateur destruction par sa valeur moyenne, $\hat{a}_p \approx \alpha_p \hat{1}$, ce qui revient à supposer que la pompe n'est pas déplétée par le processus de conversion. La conservation de l'énergie et l'accord de phase sont les mêmes que pour une amplification paramétrique classique (2.8). On verra au chapitre 4 comment on implémente expérimentalement un tel hamiltonien à l'aide d'un cristal de $B_i B_3 O_6$ identique à celui utilisé pour la génération de seconde harmonique pompé par un faisceau à fréquence double. Il existe deux configurations pour les états en sortie de conversion : soit les photons signal et complémentaire sont dans le même mode, soit ils sont dans deux modes différents.

Fluorescence paramétrique dégénérée Dans le cas où les deux photons signal et complémentaire sont dans le même mode, on parle de fluorescence paramétrique dégénérée. En faisant l'hypothèse de non-déplétion du faisceau pompe, le hamiltonien et le propagateur associé

s'écrivent alors :

$$\hat{H}_{param,d} = -i\hbar\kappa_d(\hat{a}^2 - \hat{a}_s^{\dagger 2}) \quad (2.14)$$

$$\hat{U}_{param,d} = e^{-i\hbar T\kappa_d(\hat{a}_s^2 - \hat{a}_s^{\dagger 2})} \quad (2.15)$$

On constate que le propagateur s'écrit comme 1.47, avec $r = 2T\kappa_d$ et où T est le temps correspondant à la traversée du cristal par l'impulsion et κ_d contient d'une part la susceptibilité non linéaire de couplage et d'autre part l'amplitude (classique) de la pompe. On peut alors utiliser cette configuration pour générer des états vide comprimé monomode de paramètre r (1.68).

Fluorescence paramétrique non-dégénérée Dans le cas où les deux photons signal et complémentaire n'ont pas le même mode (mode spatial, polarisation, longueur d'onde, ...), le hamiltonien, dans l'hypothèse de non-déplétion de la pompe, et le propagateur associé s'écrivent :

$$\hat{H}_{param,nd} = -i\hbar T\kappa_{nd}(\hat{a}_s\hat{a}_c - \hat{a}_s^{\dagger}\hat{a}_c^{\dagger}) \quad (2.16)$$

$$\hat{U}_{param,nd} = e^{-i\hbar T\kappa_{nd}T(\hat{a}_s\hat{a}_c - \hat{a}_s^{\dagger}\hat{a}_c^{\dagger})} \quad (2.17)$$

où T est le temps correspondant à la traversée du cristal par l'impulsion et κ_{nd} contient d'une part la susceptibilité non linéaire de couplage et d'autre part l'amplitude (classique) de la pompe. Ainsi le propagateur s'écrit comme dans 1.51, avec $r = T\kappa_{nd}$. On peut alors générer des états vide comprimé bimode 1.71. Expérimentalement on passe d'une configuration à l'autre en changeant l'angle du cristal par rapport au faisceau de pompe. C'est cette configuration que l'on utilisera pour générer nos états de Fock.

2.2.2.3 État bimode imparfait

L'état produit expérimentalement n'est pas un état pur à cause des imperfections de l'ensemble du montage. On va exprimer, pour la configuration non dégénérée, la fonction de Wigner de l'état vide comprimé bimode imparfait qu'on aura en sortie du cristal non linéaire. Pour cela, on fait l'hypothèse que l'état généré est un état gaussien de moyenne nulle. Alors on peut montrer [51, 52] qu'il peut être vu comme un état thermique comprimé. Tout état thermique peut se voir comme la trace partielle sur un des deux modes d'un état vide comprimé bimode (1.73). Un état thermique peut ainsi être obtenu en sortie d'un amplificateur paramétrique non dégénéré dont l'une des voies serait perdue dans la nature, et on peut donc modéliser l'état de sortie de notre cristal non-linéaire comme deux états vides ayant subi chacun une amplification non-dégénérée de paramètre γr (génération des états thermiques) suivie d'une autre amplification non-dégénérée de paramètre r pour obtenir deux états thermiques intriqués.

Comme montré dans l'appendice de [53], la fonction de Wigner d'un tel état est :

$$W(x_1, p_1, x_2, p_2) = \frac{e^{-\frac{(x_1+x_2)^2}{2(h/s+h-1)} - \frac{(p_1-p_2)^2}{2(h/s+h-1)} - \frac{(x_1-x_2)^2}{2(hs+h-1)} - \frac{(p_1+p_2)^2}{2(hs+h-1)}}}{\pi^2(h/s+h-1)(hs+h-1)} \quad (2.18)$$

Avec $s = e^{-2r}$ et $h = \cosh^2(\gamma r)$.

2.3 Génération conditionnelle de photons uniques

L'état en sortie de la fluorescence paramétrique est un vide comprimé bimode. On a vu à la partie 1.3.1.5 que si on ne fait que tomographier un des modes de notre état en laissant libre le second mode, notre état vide comprimé bimode deviendra un état thermique. Pour générer un état photon unique, il faut projeter le second mode de notre état sur un état photon unique. C'est ce qu'on appelle le conditionnement.

2.3.1 Conditionnement

Principe de génération Le principe de génération conditionnelle de photons uniques à l'aide d'un état vide comprimé bimode est assez simple. Les deux modes étant intriqués entre eux, il suffit de compter un photon dans un mode pour que le second mode soit projeté dans un état photon unique. Pour effectuer cette opération de comptage, comme on ne souhaite détecter qu'un photon, on utilise un détecteur de photons et non un compteur de photons, dont l'opérateur a été présenté précédemment (1.84). On implémente cet opérateur à l'aide d'une photodiode à avalanche *Perkin-Elmer-SPCM-AQR-13*. Pour rappel, le vide comprimé bimode $|\psi_{bi}\rangle$ s'écrit de la manière suivante :

$$|\psi_{bi}\rangle = \sqrt{1 - \lambda^2} \sum_{n=0}^{+\infty} \lambda^n |n\rangle |n\rangle \quad (2.19)$$

On voit que pour des valeurs de λ petites, la probabilité d'avoir plus d'un photon décroît exponentiellement. Ainsi pour des valeurs de $\lambda = 10^{-1}$ la probabilité que l'état mesuré soit un photon unique est de 0.99. Il est alors raisonnable de faire l'hypothèse que pour des taux de détection faible, lorsque le détecteur de photons mesure un état, ce dernier est un état de Fock à un photon.

Le conditionnement, ici présenté pour générer des états de Fock à un photon, peut être réalisé pour tout type d'état de Fock. En effet, il suffit d'avoir le bon appareil pour mesurer les photons. Si l'on souhaite générer des états de Fock à n photons, il faudra alors remplacer la photodiode à avalanche par un module permettant de compter des états à n photons. En particulier, on peut utiliser ce conditionnement ainsi que la source d'états paramétriques pour générer des états de Fock à 2 photons. Pour cela on rajoute un second détecteur de photons séparé du premier par un lame séparatrice 50/50. Ainsi, deux événements de mesure simultanés projeteront le second mode dans un état à deux photons. Il faut juste bien veiller à séparer les deux modules spatialement, car, lors de la détection d'un photon par un module, un flash lumineux peut être généré déclenchant la seconde photodiode si elle est trop proche, menant alors à un faux positif.

Filtrages spatial et spectral Le détecteur de photons seul ne suffit pas pour être certain que le photon ainsi conditionné puisse être tomographié par la détection homodyne. En effet, il faut que ce dernier soit dans le même mode que l'oscillateur local pour pouvoir interférer. Or l'utilisation de cristaux faiblement épais pour la génération paramétrique, ainsi que l'emploi d'impulsions courtes, font qu'en sortie du cristal l'état vide comprimé bimode est fortement élargi spatialement et spectralement. En effet, on ne favorise aucunement la génération d'une paire de photons plutôt qu'une autre donc toutes les paires vérifiant l'accord de phase vont pouvoir être émises. La largeur spectrale de l'accord de phase étant plus grand que la largeur spectrale de la

Implémentation expérimentale L'implémentation du conditionnement pour la génération de photons uniques est présentée sur la figure 2.7.

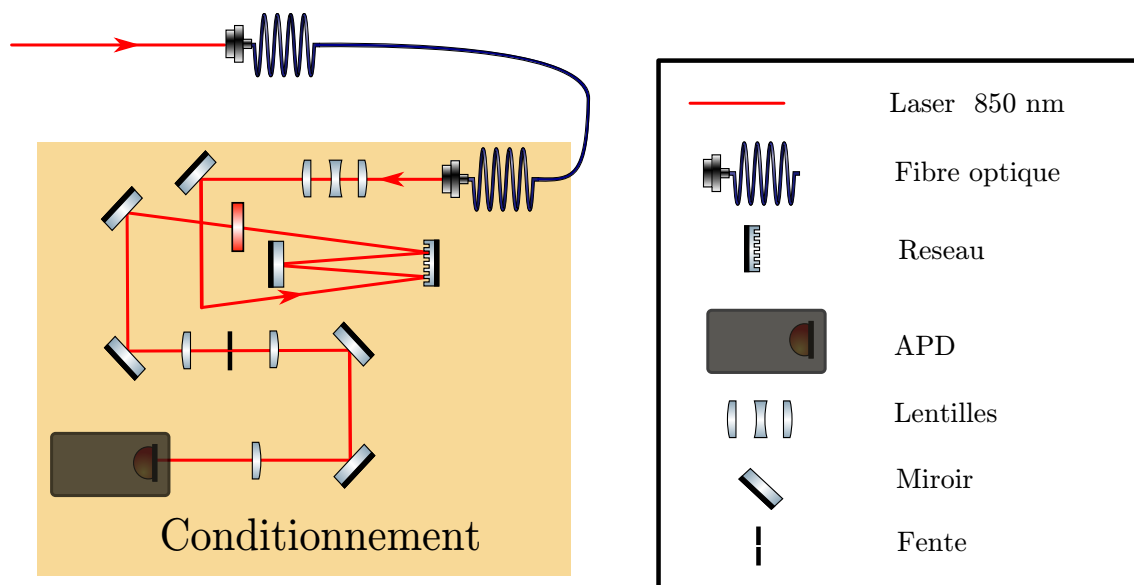


FIGURE 2.7 – Schéma d'implémentation du conditionnement

Le conditionnement est donc constitué de quatre étapes :

- En premier, un filtrage spatial réalisé par une fibre optique monomode à maintien de polarisation. De plus cette fibre nous permet de nous placer dans une partie isolée du montage expérimental à l’abri de la lumière. Le couplage dans une telle fibre est de l’ordre de $80 \pm 3\%$.
- Le filtrage spectral, réalisé ensuite, à l’aide d’un réseau blazé dans l’ordre -1 sur lequel on vient passer deux fois. L’efficacité de diffraction du réseau est de 81% , ce qui nous donne une efficacité de diffraction totale d’environ 65% .
- Puis le signal passe dans une fente placée au point focal d’une lentille. Cette fente est dans une monture permettant de l’élargir ou la rétrécir pour modifier la sélectivité du filtrage spectral. Cette monture permet aussi de déplacer la fente afin de sélectionner la longueur d’onde d’intérêt. Le réglage de la largeur de la fente s’effectue alors directement avec les photons uniques générés. On commence avec la fente ouverte au maximum, puis on la réduit, ce qui a pour conséquence d’augmenter la qualité de nos photons. On arrête de réduire la fente lorsque la qualité des photons cesse d’augmenter. A l’issu de ce réglage on laisse encore passer environ 20% du signal. On optimise de même la position de la fente pour optimiser la qualité de nos photons uniques. En cas d’optimisation quotidienne seul le réglage de la position de la fente suffit. Une fois trouvée la position optimale pour la fente, on peut recentrer le faisceau sonde pour augmenter la puissance transmise par le filtre, et repositionner la fente à l’aide des photons uniques.

2.3. Génération conditionnelle de photons uniques

- Pour finir le signal est focalisé sur un détecteur de photons de type photodiode à avalanche *Perkin-Elmer-SPCM-AQR-13* afin de projeter notre état dans un état de Fock à un photon. Cette photodiode a une efficacité de détection à 850 nm qui vaut environ 45%. Le temps mort de cette photodiode vaut 50 ns, ce qui pourrait être un problème avec un taux de répétition de notre laser à 76 MHz, mais on verra au chapitre 4 que ce n'est pas ce temps mort qui est limitant.

On a alors une efficacité totale de notre conditionnement qui vaut environ 5%, ce qui participe à diminuer le taux de production des photons uniques. Ce filtrage modal n'est pas parfait, et on peut exprimer la matrice densité de l'état qui en résulte en fonction de l'efficacité du conditionnement, c'est à dire du pourcentage de détections par notre détecteur de photons qui mènent réellement à la projection dans le bon mode. On appelle cette efficacité ξ , *efficacité modale*. Alors, ξ représente la probabilité, après avoir effectué une mesure de conditionnement, de générer un photon unique, et $1 - \xi$ la probabilité d'avoir du vide

On a alors la matrice densité en sortie qui sera la combinaison linéaire d'une matrice densité ayant subi la transformation que l'on souhaite réaliser, que l'on notera $\mathcal{B}(\hat{\rho})$, et une matrice densité ayant subi une autre transformation, que l'on notera $\mathcal{M}(\hat{\rho})$. On aura alors une expression de la matrice densité $\hat{\rho}_{out}$ de l'état en sortie qui sera :

$$\hat{\rho}_{out} = \xi \mathcal{B}(\hat{\rho}) + (1 - \xi) \mathcal{M}(\hat{\rho}) \quad (2.20)$$

2.3.2 Détection homodyne

Maintenant que nous avons réussi à préparer un état non-gaussien à l'aide du conditionnement, il nous faut réaliser une mesure à l'aide d'une détection homodyne afin de reconstruire sa fonction de Wigner. Comme nous l'avons vu en partie 1.4.2, la détection homodyne se compose principalement d'une lame séparatrice 50/50 sur laquelle sont mélangés notre état à mesurer et l'oscillateur local. Sur chaque bras de sortie de la lame est placée une photodiode afin de permettre de réaliser la différence des photocourants.

2.3.2.1 Montage optique

Intéressons-nous maintenant à l'implémentation du montage de la détection homodyne. Le schéma de principe de la détection homodyne utilisée sur l'expérience est représenté en figure 2.8. Le but de ce montage est de pouvoir réaliser un équilibrage précis des deux voies de la détection homodyne tout en introduisant le moins de pertes possible. L'influence des pertes et de l'équilibre des voies sera décrit dans les parties suivantes. Sur notre détection homodyne, l'état dont on veut réaliser la tomographie $|\psi\rangle$ est mélangé grâce à une lame séparatrice 50/50 à un oscillateur local intense de même polarisation. L'ajustement de polarisation se fait alors en utilisant une lame demi-onde placée en amont de la lame séparatrice sur le trajet de l'état à mesurer. L'utilisation d'une lame séparatrice plutôt qu'un cube séparateur de polarisation a pour objectif de réduire les pertes optiques. Ces lames séparatrices sont réalisées à partir de lames de verre sur lesquelles est déposé un traitement diélectrique permettant la séparation. Ce type de traitement est sensible à la polarisation et on peut utiliser cette sensibilité pour équilibrer les deux voies de la détection homodyne en utilisant la lame demi-onde placée sur le trajet de l'oscillateur local. En sortie de la lame séparatrice, chacun des faisceaux est focalisé sur une photodiode à l'aide d'une lentille de focal $f = 100$ mm placée sur une platine de translation. Les

photodiodes utilisées sont des photodiodes *Hamamatsu S3883*. Ces photodiodes ont été choisies pour leur grande efficacité quantique, leur large bande passante (de l'ordre de 300 MHz) ainsi que leur faible courant d'obscurité. Les faisceaux de fuite liés aux réflexions sur la face externe des photodiodes sont récupérés puis re-focalisés à l'aide d'un miroir sphérique sur chaque photodiode afin d'augmenter l'efficacité de détection d'environ 4%. Le photocourant provenant de la différence des photocourants de chaque photodiode est par la suite amplifié puis converti en tension afin de pouvoir être lu et enregistré sur une carte d'acquisition.

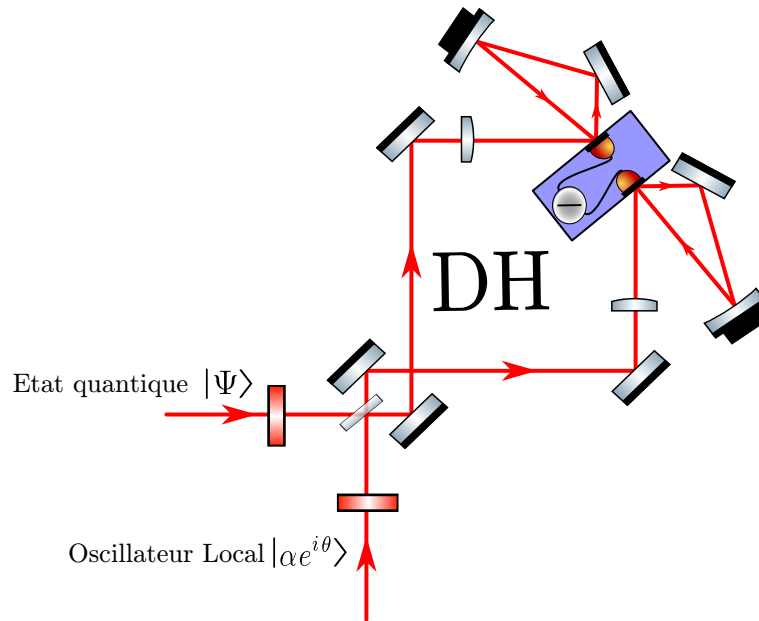


FIGURE 2.8 – Schéma de principe de la détection homodyne.

Montage électronique Le montage de soustraction, d'amplification et de conversion en tension des photocourants issus des deux photodiodes de la détection homodyne est présenté en figure 2.9. Les deux photodiodes sont polarisées en inverse à ± 6 V avec des tensions de polarisation réglables afin de pouvoir égaliser les capacités parasites. La différence des photocourants se fait alors simplement par la loi de Kirchhoff pour le courant. Le courant résultant est ensuite converti en tension à l'aide d'un montage amplificateur de charge (*Amptek A250*, $gain = 0,16 \mu V/electron$). Ce montage est suivi d'un montage dérivateur pour ôter la composante continue, puis d'un montage amplificateur de tension (*Max 4107*) amplifiant d'un facteur 44. Le système a une bande passante de l'ordre de 10 MHz. Le signal obtenu en sortie a un temps de montée rapide et un temps de descente long. Il en résulte alors une impulsion en sortie de l'ordre de 200 ns. Cette bande passante n'est pas suffisante pour résoudre les impulsion du laser à 76 MHz. La solution pour ne pas saturer la détection homodyne sera présentée au chapitre 4.

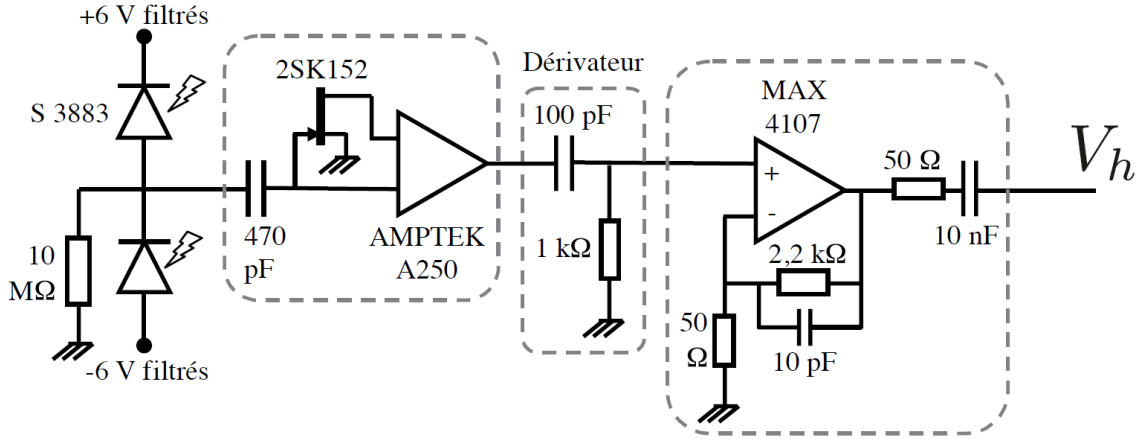


FIGURE 2.9 – Schéma du montage électronique de la détection homodyne.

2.3.2.2 Calibration

La mesure effectuée par la détection homodyne est une valeur de tension qui dépend du système d'amplification électronique. Il est donc nécessaire d'effectuer une calibration afin de pouvoir remonter à la valeur de la quadrature mesurée X . Pour effectuer cette calibration, on utilise un état simple dont on connaît la variance, l'état vide quantique. On sait que cet état a une variance théorique qui vaut $\sigma_0^2 = \frac{1}{2}$. En venant mesurer la variance $\sigma^2(V)$ d'une mesure de vide sur un grand nombre d'échantillons (typiquement 500 000), on peut alors en déduire que le facteur de proportionnalité entre les mesures sera $\frac{\sigma(V)}{\sigma_0} = \sqrt{2\sigma^2(V)}$. La valeur de la quadrature sera alors de :

$$X = \frac{V}{\sqrt{2\sigma^2(V)}} \quad (2.21)$$

La mesure de la variance du vide, comme toutes mesures effectuées à l'aide de la détection homodyne, dépend de la puissance de l'oscillateur local. La figure 2.10 représente l'évolution de la variance du vide en fonction de la puissance de l'oscillateur local. On représente aussi la variance du bruit électronique de la mesure. On a réduit le taux d'émission du laser d'un facteur 100 à l'aide d'une cellule de Pockels et d'un polariseur afin d'effectuer cette mesure. La variance du vide, ou plus précisément la variance des mesures homodynes en l'absence de signal, est d'abord proportionnelle à la puissance puis, passé un seuil, elle devient quadratique. Ce caractère quadratique provient du bruit technique du laser. L'équilibrage des deux voies de la DH permet normalement de compenser ce bruit, mais à forte puissance cet équilibrage est plus difficile à faire. En effet, un mauvais équilibrage des voies de la détection homodyne est équivalent à une modification de la transmission ($T = t^2$) de la lame séparatrice 50/50, $T' = T + \epsilon = \frac{1}{2} + \epsilon$. En reprenant le raisonnement fait pour la différence de photocourant lorsque les voies sont équilibrées (1.87), on a

$$\delta \hat{I} = \delta \hat{I}_0 + 2\epsilon(\hat{a}_{OL}^\dagger \hat{a}_{OL} - \hat{a}_S^\dagger \hat{a}_S) \quad (2.22)$$

où $\delta\hat{I}_0$ correspond à la différence de photocourant lorsque les deux voies sont équilibrées. En considérant que l'oscillateur local est très intense, on obtient :

$$\delta\hat{I} = \sqrt{2}\alpha\hat{X}_\theta + 2\epsilon\alpha^2 \quad (2.23)$$

Afin de s'assurer d'un bon équilibrage, on regarde le bruit en fonction de la puissance de l'oscillateur local. En effet la valeur de la variance du bruit d'après l'équation 2.23 est linéaire suivant la puissance de l'oscillateur local lors d'un bon équilibrage, et quadratique en cas de déséquilibre. Comme on souhaite être limité par le bruit de photon, c'est à dire par la variance du vide, on peut utiliser la courbe 2.10 afin de vérifier que la détection homodyne est suffisamment bien équilibrée par rapport à la puissance de l'oscillateur local, qui lui-même doit être suffisamment intense pour limiter l'impact du bruit électronique. On choisit ainsi une puissance qui est dans la zone linéaire de la caractéristique : une puissance pour l'OL de 2 μW permet d'optimiser le rapport signal sur bruit.

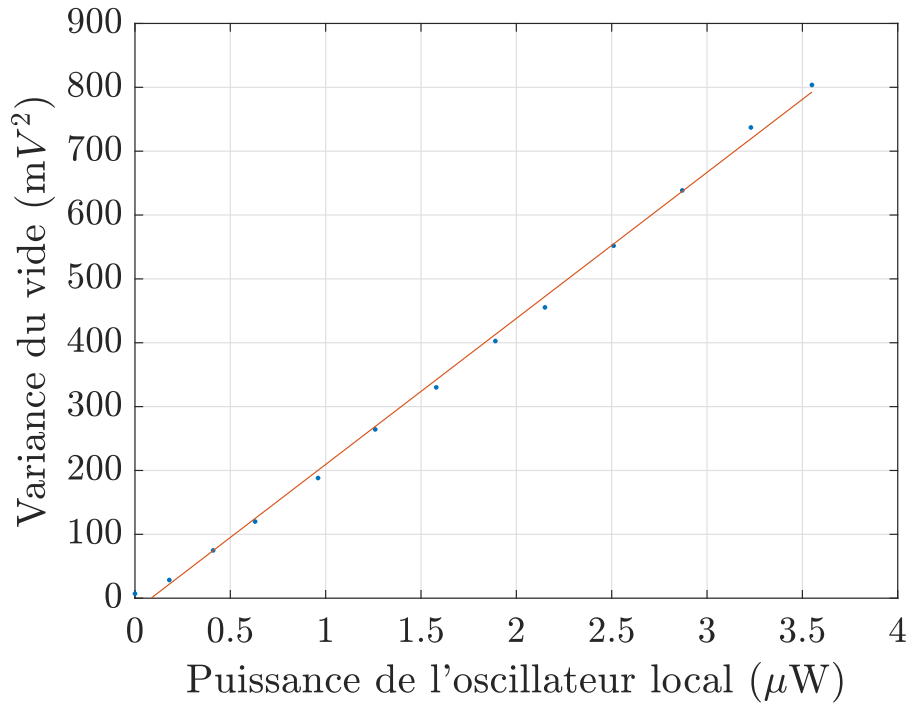


FIGURE 2.10 – Évolution de la variance du vide en fonction de la puissance de l'oscillateur local.

2.3.2.3 Pertes

Même si on fait tout pour les minimiser, l'implémentation expérimentale d'une détection homodyne implique l'introduction de pertes. Ce sont ces pertes qui, en utilisant l'algorithme de maximum de vraisemblance, peuvent être corrigées. Elles se composent de :

Pertes optiques (η_{opt}) : Ces pertes sont liées à la transmission des optiques (lame semi-réfléchissante, lentilles, ...) ou proviennent de la qualité des traitements diélectriques (miroir, anti-reflet). On les mesure en comparant l'intensité d'un laser avant et après passage par l'optique concernée. Elles sont de l'ordre de 1%.

Pertes d'adaptation de mode (ou *mode matching* η_m) : Ces pertes correspondent au recouvrement (spatial et temporel) entre le mode du faisceau d'oscillateur local et celui de l'état à tomographier. On peut montrer [23] qu'on peut estimer ces pertes à partir du contraste C des interférences entre l'oscillateur local et un état cohérent envoyé à la place de l'état à tomographier dans le même mode spatio-temporel (on utilise la sonde d'alignement pour cela) : ces pertes correspondent alors à une "transmission" η_m donnée par le carré du contraste : $\eta_m = C^2$. Le contraste est optimisé en ajustant la polarisation à l'aide de la lame demi-onde présente sur le trajet de l'état à tomographier, et en ajustant pour l'oscillateur local le profil spatial à l'aide de lentilles, le profil temporel à l'aide d'une platine de translation, et le recouvrement spatial avec l'état à tomographier à l'aide de deux miroirs. Le contraste mesuré est de l'ordre de $C = 90\%$, ce qui correspond à une valeur de pertes de l'ordre de $1 - \eta_m = 19\%$.

Pertes de détection (η_d) : Ce sont les pertes liées à l'efficacité quantique des photodiodes de la détection homodyne. L'efficacité de détection peut être augmentée de 4% par rapport aux spécifications en renvoyant les réflexions sur les photodiodes comme précisé précédemment. Elles correspondent à la pente de la réponse de la photodiode en A W^{-1} . Ces pertes sont de l'ordre de 6%.

Bruit électronique (η_e) : Il correspond certes à un bruit σ_e^2 , mais on peut montrer [55] que ce bruit est équivalent des pertes correspondant à $\eta_{elec} = \frac{\sigma_0^2}{\sigma_0^2 + \sigma_e^2}$. On peut mesurer σ_e^2 en prenant la variance des mesures homodynes en l'absence de signal et d'oscillateur local.

L'efficacité totale de la détection homodyne est alors égale à

$$\eta_{DH} = \eta_{opt}\eta_m\eta_d\eta_e = 75 \pm 4\% \quad (2.24)$$

L'incertitude provient des fluctuations du mode-matching au quotidien. A ces pertes s'ajoutent aussi deux principaux bruits, liés à notre source laser, qui vont contribuer à élargir la fonction de Wigner de nos mesures : le bruit de fluctuation en amplitude du laser et les fluctuations de pointé du faisceau. Le bruit de pointé est partiellement réduit par le système de verrouillage du pointé du laser.

2.3.3 État théorique attendu

Penchons-nous maintenant sur l'état théorique attendu après la mesure homodyne et le conditionnement. On cherche à exprimer la fonction de Wigner du photon unique généré (le traitement complet de ce calcul est présenté dans [56]). Partons de l'expression de la fonction de Wigner de l'état vide comprimé bimode obtenu en sortie du cristal par fluorescence paramétrique (2.18) : il s'agit d'un état vide comprimé bimode imparfait. On ajoute ensuite les pertes liées à l'efficacité de la détection homodyne évoquées à la section précédente : η_{DH} . Pour cela on considère que l'état passe au travers d'une lame séparatrice de transmission η_{DH} . En utilisant la formule de transformation du champ par une lame séparatrice (1.42), on obtient l'expression suivante pour la fonction de Wigner de cet état vide comprimé bimode :

$$W_{comp2,\eta_{DH}}(x_1, p_1, x_2, p_2) = \frac{1}{\pi^2 ab} e^{-\frac{(x_1+x_2)^2}{2a} - \frac{(p_1+p_2)^2}{2b} - \frac{(x_1-x_2)^2}{2b} - \frac{(p_1-p_2)^2}{2b}} \quad (2.25)$$

où $a = \eta_{DH}(\frac{h}{s} + h - 1) + 1 - \eta_{DH}$ et $b = \eta_{DH}(hs + h - 1) + 1 - \eta_{DH}$. En ajoutant l'action du conditionnement (1.84) et en prenant en compte le fait qu'il n'est pas parfait (2.20), on montre que la fonction de Wigner théorique attendue pour un photon unique est :

$$W_1(x, p) = \frac{e^{-\frac{x^2+p^2}{\sigma^2}}}{\pi\sigma^2} \left[1 - \delta + \frac{\delta}{2\sigma^2} (x^2 + p^2) \right] \quad (2.26)$$

où :

$$\sigma^2 = 2\eta_{DH}(hg - 1) + 1 \quad (2.27)$$

$$\delta = \frac{2\xi\eta_{DH}h^2g(g-1)}{\sigma^2(hg-1)} \quad (2.28)$$

$$g = \cosh^2(r) \quad (2.29)$$

Un critère pour quantifier la qualité de cet état est la négativité de sa fonction de Wigner. Il apparait que la fonction de Wigner théorique de notre état W_1 ne peut être négative que si $\delta > 1$. Cela nous donne un critère expérimental puisque, comme nous le verrons, le paramètre δ peut être rapidement obtenu à partir des données. On retrouve l'expression de la fonction de Wigner d'un état de Fock à un photon idéal en prenant $\delta = 2$ et $\sigma^2 = 1$. L'expression de la densité de probabilité $P_1(x)$ de cet état s'écrit :

$$P_1(x) = \frac{e^{-\frac{x^2}{\sigma^2}}}{\sqrt{\pi\sigma^2}} \left[1 - \frac{\delta}{2} + \frac{\delta x^2}{\sigma^2} \right] \quad (2.30)$$

Comme on le verra à la partie 4.2.4 du chapitre 4, on peut, à partir de cette dernière expression, exprimer les paramètres δ et σ^2 en fonction des moments d'ordre de 2 et 4 de la distribution des quadratures. Ces moments pouvant être facilement obtenus à partir de la distribution des résultats expérimentaux, on peut s'en servir pour qualifier les états produits quasiment en temps réel.

2.3.4 Acquisitions

Les acquisitions des données sur l'expérience sont réalisées à l'aide d'une carte *National Instrument PCI-6110* dont la bande passante est de 10 MHz. Elle permet d'acquérir des données sur 12 bits sur 4 voies analogiques indépendantes. Elle possède un gain allant de 0.1 à 50 permettant de faire des mesures sur des plages allant de $[-42 \text{ V}, 42 \text{ V}]$ à $[-200 \text{ mV}, 200 \text{ mV}]$. Sa bande passante permet de résoudre les impulsions envoyées par la détection homodyne. Il suffit pour cela de synchroniser la mesure via un pulse TTL envoyé à la carte à chaque fois que l'on effectue une mesure homodyne. Le logiciel d'acquisitions employé est le logiciel IGOR qui, bien que plus lent qu'un programme en C++, possède l'avantage de pouvoir afficher les données de manière graphique au fur et à mesure de leur acquisition et ainsi d'optimiser les paramètres. De nombreuses procédures ont déjà été mises en place, facilitant ainsi son utilisation.

2.4 Modulateur électro-optique

La génération d'états plus complexes que des états de Fock peut nécessiter la manipulation en temps réel des impulsions lumineuses. Pour ce faire nous serons amenés à utiliser des modulateurs

électro-optiques, qui permettent de modifier la polarisation d'un faisceau lumineux avec des temps de réponse de l'ordre de quelques nanosecondes.

2.4.1 Effet électro-optique linéaire : effet Pockels

Tout comme l'effet Kerr utilisé pour favoriser le régime impulsionnel du laser, l'effet Pockels résulte en une modification de l'ellipsoïde des indices du milieu lorsque celui-ci est soumis à un champ électrostatique. Mais cette fois-ci, cette modification est linéaire avec le champ électrique appliqué. Cet effet dépend du matériau ainsi que de l'orientation du champ électrostatique. Dans la configuration dite "transverse", le champ est orienté orthogonalement à la direction de propagation de l'onde lumineuse selon un axe propre du cristal, et l'indice n_i selon cet axe vérifie :

$$n_i \approx n_{i,0} + \alpha E \quad (2.31)$$

où α est une constante qui dépend de l'indice de réfraction et des constantes électro-optiques du matériau, et E est la valeur du champ électrique suivant l'axe propre considéré. Les variations d'indice alors induites par effet électro-optique sont en règle générale très faibles. Cependant, elles interviennent en optique sous la forme d'un déphasage, ce qui augmente considérablement leur impact : ainsi une variation d'indice δn de l'ordre de $\delta n \approx 10^{-5}$ engendrera un déphasage de 2π pour un cristal d'épaisseur $e \approx 10^5 \lambda$, soit 8,5 cm pour une longueur d'onde $\lambda = 850$ nm. Cet effet est ainsi plus prononcé pour des longueurs d'onde visibles qu'infrarouges.

2.4.2 Modulation de polarisation avec un modulateur électro-optique

En configuration transverse (figure 2.11), l'effet Pockels permet de modifier l'indice de réfraction selon un axe spécifique par application d'un champ électrique suivant ce même axe. Nous disposons ainsi d'une lame à retard dont la biréfringence peut être contrôlée électriquement avec un temps de réponse négligeable, permettant ainsi de modifier en temps réel la polarisation d'une impulsion lumineuse. Bien sûr, les cristaux utilisés présentent généralement aussi une biréfringence naturelle à tension nulle.

On peut alors jouer sur la taille du cristal pour fixer la valeur du déphasage introduit entre les composantes de polarisation à un multiple de 2π , mais on peut aussi compenser la biréfringence naturelle en utilisant un second cristal. On peut utiliser des cristaux longs pour réduire la valeur du champ appliqué, mais les pertes par absorption dans le cristal peuvent alors être plus élevées. A contrario, l'usage de cristaux courts pour limiter l'absorption nécessite un champ, et donc une tension appliquée, plus important. Un tel modulateur électro-optique, utilisé pour modifier uniquement la polarisation, porte le nom de cellule de Pockels. Nous en utiliserons deux sur le dispositif expérimental. Elles sont composées de deux cristaux de *RTP*, achetés à la société *Raicol*, munis chacun d'une paire d'électrodes et formant un ensemble de 25 mm de long dans une configuration compensant la biréfringence naturelle [57] comme présenté sur la figure 2.12. Ces cristaux courts, munis d'un traitement anti-reflets spécifique, permettent d'atteindre de très faibles pertes (inférieures à 0.4%). Ces cellules sont alimentées par un dispositif électronique permettant de générer les impulsions de haute tension aux bornes des cristaux à partir d'une source de haute tension. Ce dispositif est composé du générateur de haute tension, d'une carte électronique de synchronisation pour commander l'application de la tension aux bornes des cristaux, d'une enceinte accueillant les cristaux, ainsi que d'un système permettant de découper une impulsion de haute tension en suivant les commandes délivrées par la carte de synchronisation.

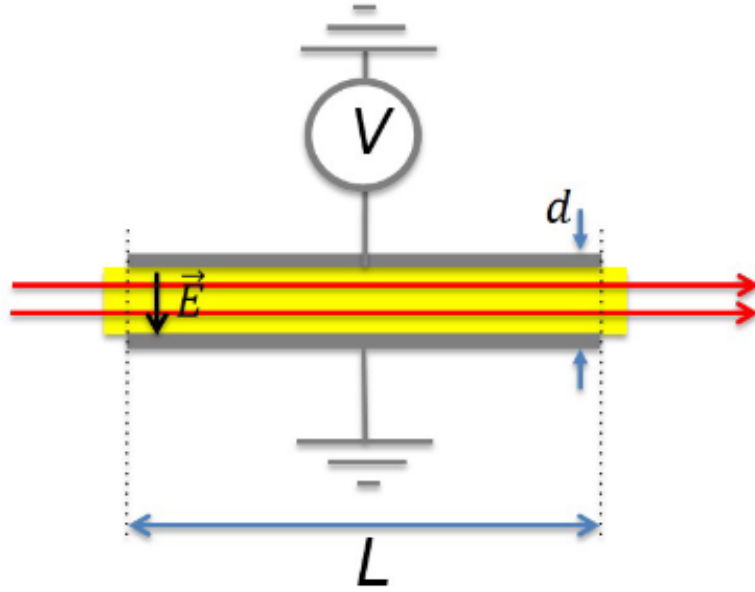


FIGURE 2.11 – Représentation de la configuration transverse pour un modulateur électro-optique

L'ensemble de ce dispositif provient de la société *BME Bergmann*. La carte de synchronisation est une carte PCI *BME_SG08p*.

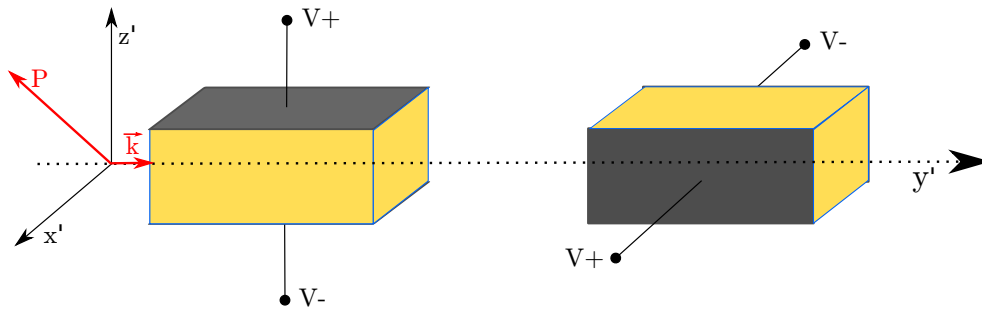


FIGURE 2.12 – Schéma de représentation de l'alignement des cristaux de RTP dans le modulateur électro-optique. Le second cristal est tourné de 90° autour de l'axe optique afin de compenser les effets thermiques

Le déphasage $\Delta\varphi$ alors introduit par ces cellules s'écrit [58] :

$$\Delta\varphi = \frac{\pi}{\lambda} n_z^3 r_{el} V \frac{l}{d} \quad (2.32)$$

où n_z est l'indice porté par l'axe z , où r_{el} est le coefficient électro-optique effectif du RTP, l la longueur des cristaux, V la tension entre les électrodes suivant la direction z et d la distance entre les électrodes. On définit alors une tension V_π dite « demi-onde » pour laquelle ce déphasage vaut

$\Delta\varphi = \pi$, soit au final :

$$\Delta\varphi = \pi \frac{V}{V_\pi} \quad (2.33)$$

avec

$$V_\pi = \left(\frac{\lambda}{r_{el} n_z^3} \right) \left(\frac{d}{l} \right) \quad (2.34)$$

Pour nos cellules de Pockels, à 850 nm, la tension V_π est de 1 800 V.

2.4.3 Modulation de phase avec un modulateur électro-optique

Si la polarisation de l'onde incidente est parallèle à l'un des axes propres du cristal, alors sa polarisation ne sera plus modifiée, et le dispositif agira comme un modulateur de phase : L'onde subira alors un déphasage proportionnel à la tension entre les électrodes du modulateur, mais sans modification ni de sa polarisation ni de son amplitude.

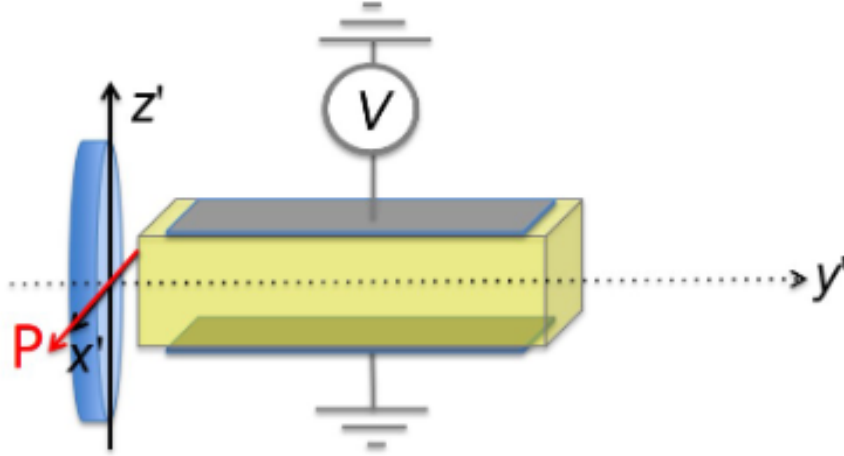


FIGURE 2.13 – Représentation d'un modulateur électro-optique en configuration traverse pour une modulation de la phase du signal.

On utilise un modulateur de phase dans le dispositif expérimental afin de changer la phase de l'oscillateur local lors de certaines mesures avec notre détection homodyne. Ce modulateur de phase est le *Linos LM0202 PHAS* produit par la société *Qioptiq*. Il est composé de 4 cristaux de KD^*P agencés de manière à compenser les effets thermiques et la biréfringence naturelle, avec des électrodes montées en dérivation. La polarisation de l'onde incidente étant parallèle aux axes propres du cristal, le déphasage s'écrit alors simplement [59] :

$$\Delta\Phi = \frac{2\pi}{\lambda_0} n_0 L \left(1 - \frac{r_{63} n_0^2 V}{2d} \right) = \frac{2\pi}{\lambda_0} n_0 L - \pi V/V_\pi \quad (2.35)$$

avec n_o l'indice de réfraction ordinaire du KD^*P , r_{63} le coefficient électro-optique du KD^*P , L la longueur du cristal, d la distance entre les électrodes et V_π la tension de demi-onde. La tension de demi-onde V_π est alors égale à :

$$V_\pi = \frac{\lambda_0 d}{L n_0^3 r_{63}} \quad (2.36)$$

soit, pour $\lambda_0 = 850\text{ nm}$, une valeur de V_π qui vaut environ $V_\pi \cong 282\text{ V}$ d'après les données du constructeur. Cette valeur de tension relativement faible permet alors de mettre en place de tel dispositif plus facilement que des modulateurs de polarisation. L'utilisation de cristaux plus longs dans de tels dispositif permet d'atteindre ces tensions plus faibles au prix d'une augmentation des pertes optiques liées à la propagation à travers les cristaux. Mais comme ce modulateur est placé sur le trajet de l'oscillateur local, ces pertes ne sont pas critiques.

2.4. Modulateur électro-optique

Deuxième partie

Source d'états Chat de Schrödinger de haute cadence

Chapitre 3

Motivations de l'expérience

Sommaire

3.1	Introduction	58
3.2	Génération d'états Chat de Schrödinger	58
3.2.1	État de l'art	58
3.2.2	Un protocole itératif de croissance	62
3.3	Processus itératifs pour des états plus complexes	72
3.3.1	États « peignes en quadrature »	72
3.3.2	Génération d'états peignes en quadrature	75

3.1 Introduction

Comme nous l'avons vu en introduction de ce manuscrit, l'objectif de ce travail de thèse est de chercher à implémenter de nouveaux outils en optique quantique pour la génération efficace d'états « exotiques » de la lumière, avec à terme, l'ambition d'évaluer la pertinence des techniques « tout optique » pour le traitement de l'information quantique. Il existe déjà de nombreuses plateformes prometteuses telles que les ions [60], plateforme qui a été utilisée pour la réalisation des premières superpositions d'états cohérents [61], les atomes neutres [62] ou les supraconducteurs [63]. Cependant, les solutions « tout optique » présentent des avantages spécifiques qui pourraient être déterminants, avec la possibilité de multiplexer les signaux et de connecter les différentes parties d'un système grâce notamment à tout le savoir-faire des télécommunications optiques.

Dans ce chapitre nous allons surtout nous intéresser à la génération d'états Chat de Schrödinger, même si d'autres états plus complexes seront également évoqués. En optique quantique à variable continue, ces états Chat sont des outils essentiels qui offrent des perspectives dans de nombreux domaines, allant des calculs quantiques [24][64][65][35], à la cryptographie quantique [66], à la métrologie de précision [36], [67] jusqu'à la construction de codes correcteurs d'erreurs quantiques [68].

3.2 Génération d'états Chat de Schrödinger

3.2.1 État de l'art

La diversité d'utilisation des états Chat de Schrödinger optique en font une ressource clé et une génération efficace de tels états suscite un intérêt grandissant. Le premier protocole, proposé pour leur génération, date de 1986 [69], et utilise des non-linéarités d'ordre 3 ou supérieur. Ces non-linéarités nécessitent des champs de pompe trop importants pour que l'on puisse envisager de générer ainsi de tels états en espace libre. Il est par contre possible d'exalter ces non-linéarités par l'utilisation de l'interaction entre lumière et atomes dans une cavité [70][71]. Les premiers états Chat de Schrödinger générés de cette manière ont été obtenus en 2008 [72] à l'aide du dispositif expérimental présenté en figure 3.1a. La fonction de Wigner de ces états est représentée à la figure 3.1b. Mais l'utilisation de cavité d'exaltation force les états générés à rester dans cette cavité, ces derniers ne pouvant alors plus être utilisés dans un but de communication optique longue distance, par exemple.

D'autres protocoles ont par ailleurs été proposés pour la génération d'états Chat de Schrödinger optique en espace libre, basés sur l'utilisation de faisceaux intriqués ou comprimés et de mesures projectives. L'idée est d'utiliser deux états intriqués pour « extraire » du premier les informations nécessaires afin de projeter le second dans l'état désiré. Ces méthodes sont non-déterministes et peuvent être triées en fonction des états ressources qu'elles utilisent : d'un côté, celles qui utilisent des états comprimés, et de l'autre, celles qui utilisent des états de Fock issus d'un vide comprimé bimode.

Vide comprimé monomode Les premières réalisations d'états Chat de Schrödinger en régime propagatif ont été effectuées à partir d'un état vide comprimé monomode par soustraction de photon à l'aide de détecteur de photons uniques [73] dans notre équipe en 2006. Le schéma

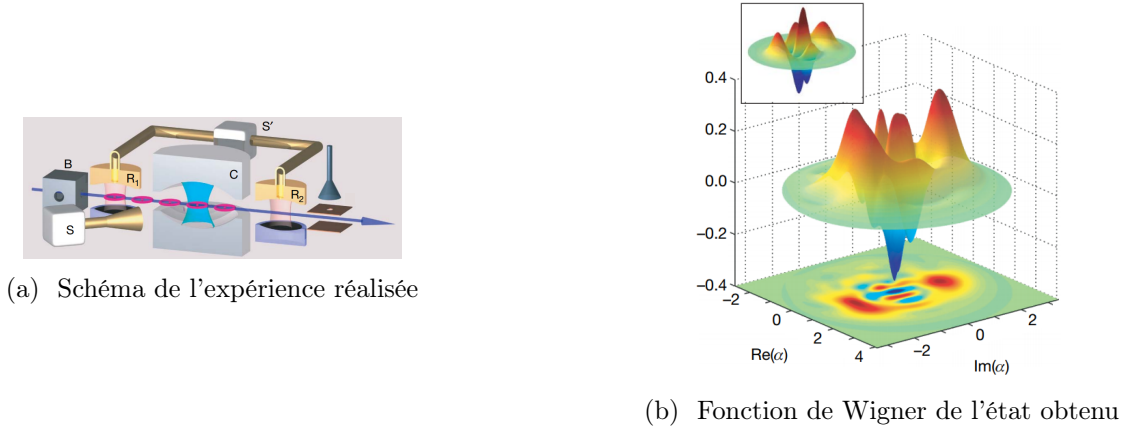


FIGURE 3.1 – Utilisation de cavité micro-onde pour générer des superpositions d'états cohérents présenté par le groupe de Serge Haroche en 2008

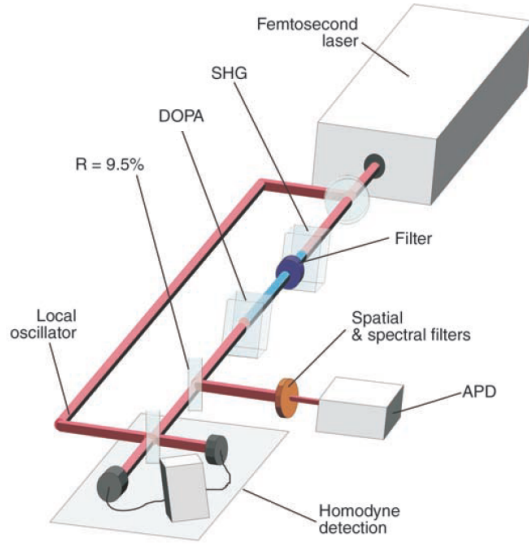
expérimental est présenté à la figure 3.2a. Ces états sont proches d'états Chat de Schrödinger impairs de faible amplitude ($\alpha \approx 0.89$), ce qui leur a valu le qualificatif de « Chatons de Schrödinger ». Leur fonction de Wigner est présentée à la figure 3.2b. Plus récemment, l'équipe de Akira Furusawa a pu générer des Chatons ($\alpha \approx 1$) avec une fidélité de 78% avant correction des pertes de détection, en combinant un conditionnement homodyne et un étage complexe de filtration [14]. Par ailleurs, à l'aide de compteurs de photons pouvant mesurer davantage de photons, il a été possible d'extraire jusque 3 photons d'un vide comprimé monomode, générant alors des états de plus forte amplitude ($\alpha \approx 1.76$) [74]. Cette méthode possède le désavantage d'avoir un taux de production très bas (environ 18 états générés par heure pour la soustraction de 3 photons dans [74]) ce qui rend impossible l'utilisation d'une telle méthode pour des applications nécessitant un taux d'émission élevé.

Vide comprimé bimode D'autres méthodes ont été proposées et testées expérimentalement pour la génération d'états Chat de Schrödinger, utilisant cette fois-ci des états de Fock issus d'un vide comprimé bimode. Ces méthodes diffèrent par le conditionnement utilisé pour la génération. Une première méthode consiste à envoyer un état de Fock à plusieurs photons sur une lame séparatrice symétrique pour créer une intrication spatiale puis, en utilisant un conditionnement homodyne sur l'une des voies de sortie de la lame, à créer un état Chat sur la seconde voie comme présenté à la figure 3.3a. Ce protocole a été réalisé avec un état de Fock à 2 photons par notre équipe en 2007 [75], ce qui constitue la première génération d'un état Chat de grande amplitude ($\alpha \approx 1.61$). La fonction de Wigner de l'état obtenu est présentée en figure 3.3b.

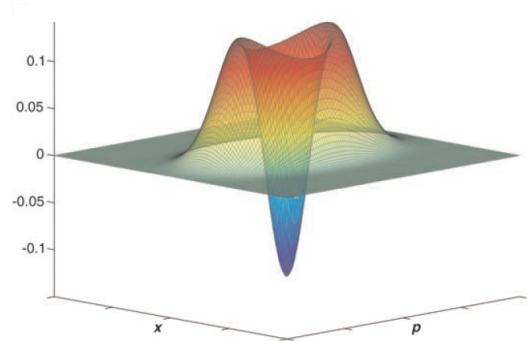
Une seconde méthode utilise, non plus une détection homodyne pour conditionner la génération d'états Chat, mais deux détecteurs de photons (APD) placés chacun en sortie d'une lame séparatrice symétrique mixant une partie du signal avec un état cohérent auxiliaire de faible amplitude, comme représenté sur la figure 3.4a. On crée ainsi une incertitude sur la provenance du photon détecté, menant à la superposition désirée [76]. La fonction de Wigner ainsi obtenue est représentée sur la figure 3.4b. Plus on ajoute de détecteurs, plus on peut inclure de photons dans notre superposition [77].

Plus récemment, des états Chat de Schrödinger optique de grande amplitude ont été obtenus

3.2. Génération d'états Chat de Schrödinger

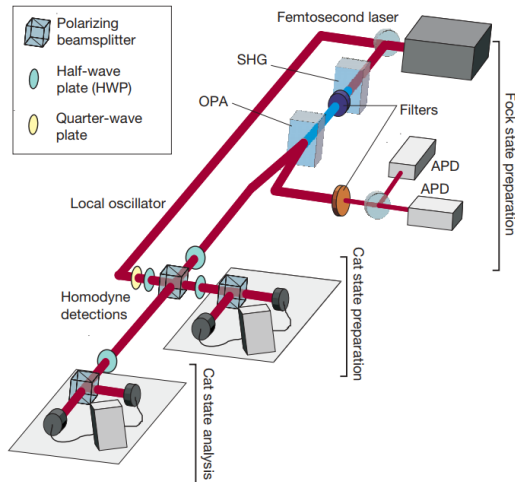


(a) Schéma de l'expérience réalisée

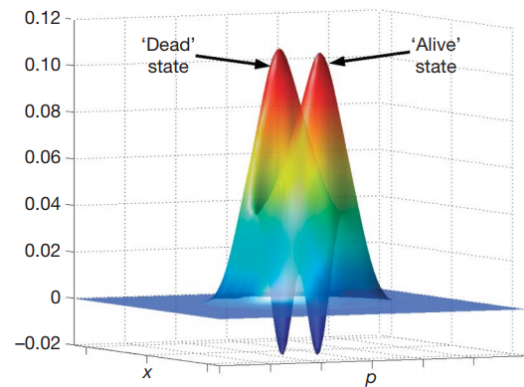


(b) Fonction de Wigner de l'état obtenu

FIGURE 3.2 – Génération d'états Chat de Schrödinger par soustraction de photon sur un vide comprimé monomode réalisée à l'Institut d'Optique en 2006



(a) Schéma de l'expérience réalisée



(b) Fonction de Wigner de l'état obtenu

FIGURE 3.3 – Utilisation d'une détection homodyne pour le conditionnement en vue de générer des superpositions d'états cohérents. Expérience réalisée à l'Institut d'Optique en 2007

en utilisant, non plus des photodiodes à avalanche, mais des compteurs de photons supraconducteurs [78]. La figure 3.5a représente le schéma utilisé pour ce protocole. Des états Chat de Schrödinger d'amplitude $\alpha \approx 1.73$ ont pu alors être produits à une fréquence de 200Hz, dont on présente la fonction de Wigner sur la figure 3.5b.

Ces méthodes font face à un obstacle important quant à leur mise en œuvre pour la production

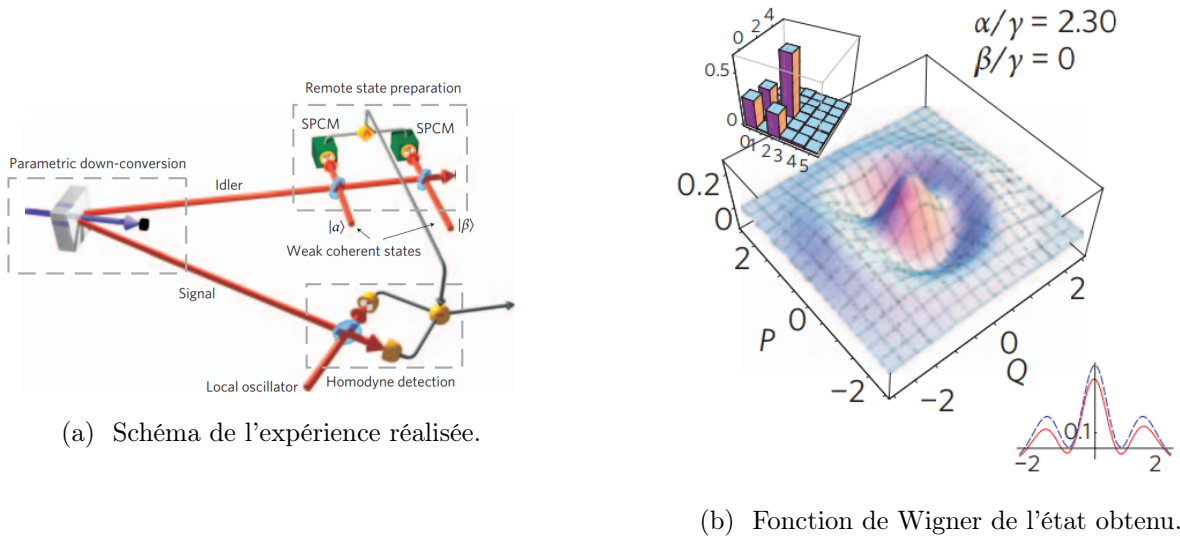


FIGURE 3.4 – Utilisation d'un conditionnement à l'aide de photodiodes à avalanche pour la génération de superposition d'états cohérents présentée par le groupe d'Alexander Lvovsky en 2010.

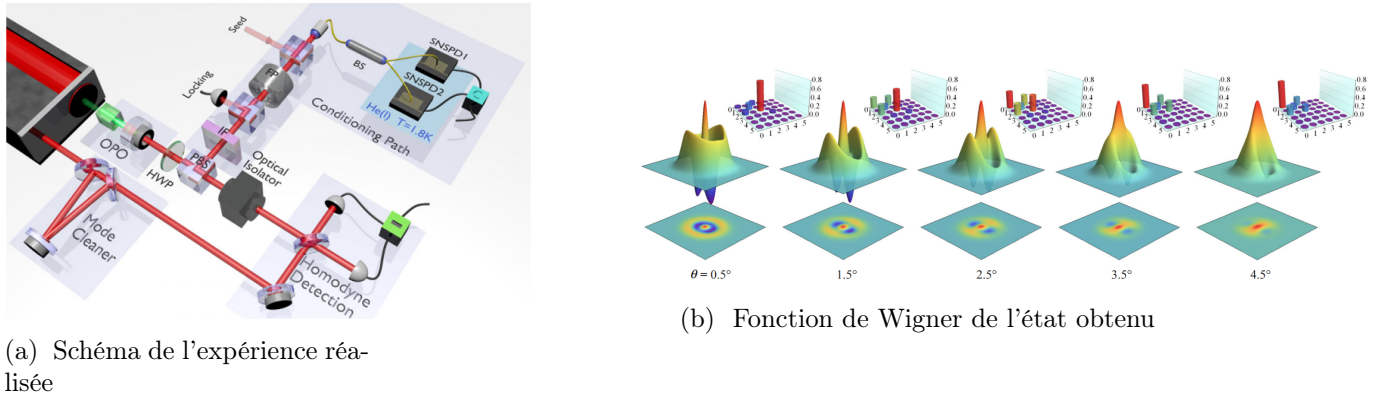
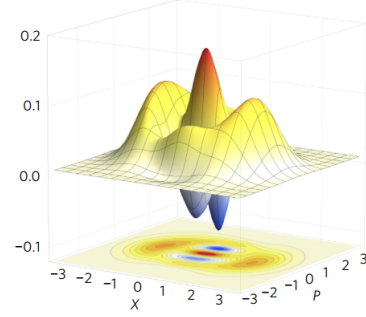
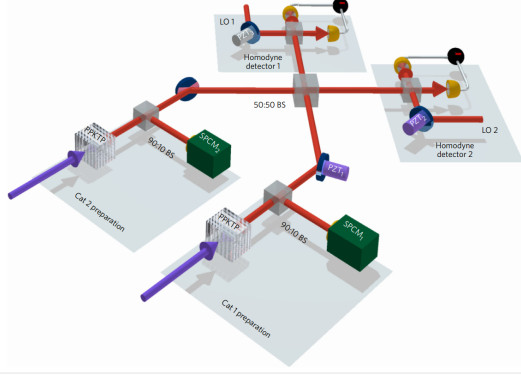


FIGURE 3.5 – Utilisation d'un conditionnement à l'aide de détecteurs de photons supraconducteurs pour la génération de superpositions d'états cohérents présentée par le groupe de Julien Laurat en 2015-16

d'états Chat à forte amplitude : elles nécessitent un nombre de photons dans l'état de départ qui croît avec l'amplitude de l'état Chat de Schrödinger désiré. Ces états de départ étant issus de processus non-déterministes, la probabilité de création décroît alors exponentiellement avec l'augmentation de l'amplitude. Pour pallier ce problème, l'idée est de construire des protocoles itératifs, c'est-à-dire qui vont augmenter l'amplitude de l'état par étapes répétées, permettant l'introduction de mémoires quantiques entre deux applications. Des protocoles de ce type ont d'abord été proposés sur la base de la soustraction de photon [79], [80] et [81]. En 2017, un protocole itératif utilisant, comme états ressource des états Chatons de Schrödinger obtenus par soustraction de photon, a été réalisé par l'équipe d'Alexander Lvovsky, permettant la réalisation

3.2. Génération d'états Chat de Schrödinger

d'états Chat de Schrödinger d'amplitude $\alpha \approx 1.85$ avec un paramètre de compression $s = 1.42$ [15].



(a) Schéma de l'expérience réalisée par l'équipe de A. Lvovsky en 2017.

(b) Fonction de Wigner de l'état obtenu par l'équipe de A. Lvovsky en 2017

FIGURE 3.6 – Utilisation d'un protocole itératif à base d'états Chatons de Schrödinger et d'un conditionnement homodyne. (a) et (b) : schéma et fonction de Wigner, publiée par le groupe d'Alexander Lvovsky en 2017.

Notre équipe a proposé en 2014 un protocole itératif [82][83] utilisant uniquement des photons uniques et un conditionnement homodyne. C'est ce protocole que nous avons mis en œuvre dans le cadre de cette thèse, et que nous allons maintenant exposer plus en détails.

3.2.2 Un protocole itératif de croissance

3.2.2.1 Protocole de croissance

Ce protocole de génération d'états Chat de Schrödinger est un protocole itératif [83][82] mis en œuvre expérimentalement par notre équipe en 2015 [13]. Ce protocole se base sur la coalescence de photons. Son principe, représenté sur la figure 3.7, est simple : deux états de Fock à un photon sont mélangés sur une lame séparatrice 50/50 et une mesure homodyne est réalisée sur une des deux voies de sortie de la lame. Si nos deux états de Fock sont indiscernables et spatialement superposés, en sortie de la lame sera alors généré un état NOON [84] à deux photons. Lorsque l'on effectue la mesure homodyne, si cette dernière tombe dans un intervalle de longueur ξ centré en 0, et dans le cas idéal où $\xi \rightarrow 0$, on projette l'état $|\psi_{out}\rangle$ dans une superposition d'un état vide et d'un état de Fock à deux photons telle que :

$$|\psi_{out}\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}} |0\rangle + \sqrt{\frac{2}{3}} |2\rangle \approx 0.58 |0\rangle + 0.81 |2\rangle \quad (3.1)$$

On peut résumer ces transformations successives comme suit :

$$|\psi_{in}\rangle = |11\rangle \xrightarrow{50/50} \frac{1}{\sqrt{2}} [|02\rangle - |20\rangle] \xrightarrow{x'=\xi \rightarrow 0} N [\varphi_0(0) |2\rangle - \varphi_2(0) |0\rangle] = \frac{1}{\sqrt{3}} |0\rangle + \sqrt{\frac{2}{3}} |2\rangle \quad (3.2)$$

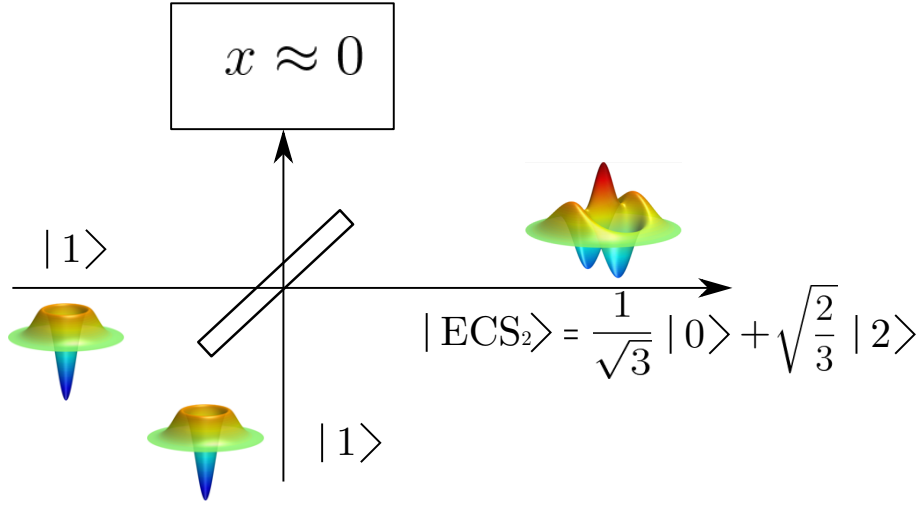


FIGURE 3.7 – Schéma du protocole de croissance.

où $N = \sqrt{\sqrt{\pi}2/3}$ et $\varphi_n(x)$ est la fonction d'onde en représentation x de l'état de Fock à n photons, donnée par l'équation (1.75). On représente sur la figure 3.8 les fonctions d'onde en représentation x , $\varphi_0(x)$ et $\varphi_2(x)$, des états de Fock à 0 et 2 photons. Cet état a une fidélité $\mathcal{F} = 99\%$ avec un état Chat de Schrödinger pair d'amplitude $\alpha = 1.63$ comprimé d'un facteur $s = 1.52$ suivant la quadrature x [13]. L'écriture de cet état Chat dans la base de Fock est :

$$|\psi_{Chat}\rangle \cong 0.61 |0\rangle + 0.79 |2\rangle + \dots \quad (3.3)$$

où les termes suivants peuvent être négligés mais restent non nuls.

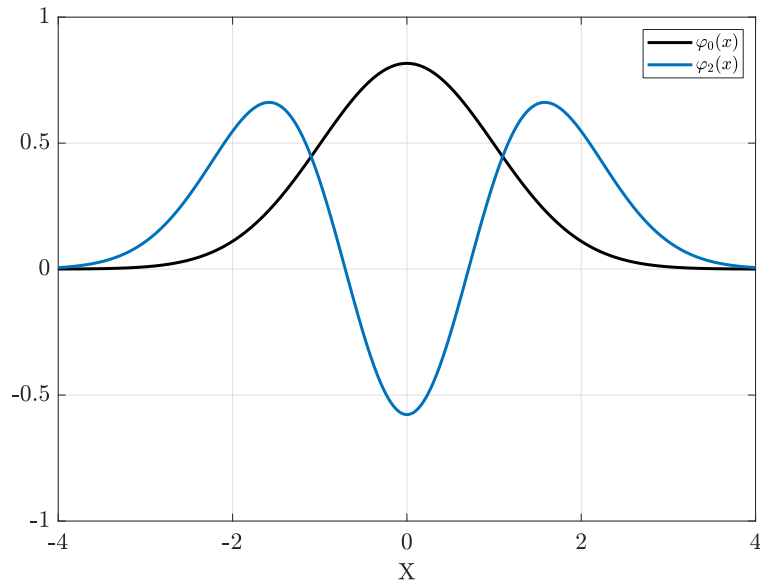


FIGURE 3.8 – Représentation des fonctions d'onde pour les états de Fock à 0 et 2 photons

3.2. Génération d'états Chat de Schrödinger

Cas Général On peut généraliser ce protocole en prenant deux fonction d'onde $|\psi_a\rangle$ et $|\psi_b\rangle$ en entrée d'une lame de transmittivité t (et de réflectivité $r = \sqrt{1 - t^2}$). Dans ce cas, la fonction d'onde bimode en sortie sera :

$$\langle xx' | \psi_{ab} \rangle = \psi_{ab}(x, x') = \psi_a(tx - rx')\psi_b(rx + tx'). \quad (3.4)$$

En mesurant la quadrature $x' = \xi$ sur une des deux voies de sortie à l'aide d'une mesure homodyne, on projette l'état de sortie de l'autre voie sur l'état monomode :

$$\psi_{out} \propto \psi_a(tx - r\xi)\psi_b(rx + t\xi) \quad (3.5)$$

Ce protocole permet donc plus généralement de générer des états dont la fonction d'onde est le produit de deux fonctions d'onde sur lesquelles on peut régler les coefficients d'échelle via les coefficients t et ξ . Il est ainsi possible de générer n'importe quelle superposition d'états à 0, 1 et 2 photons [83]. On peut en effet générer une superposition quelconque des états à 0 et à 1 photon, soit avec un conditionnement homodyne analogue à ce qui a été présenté ci-dessus, mais avec un seul photon en entrée [85], soit en rajoutant un état cohérent atténué dans en entrée de la voie de conditionnement lors de la génération du photon unique [86] :

$$|\psi_{1,a}\rangle = \alpha_a |0\rangle + \beta_a |1\rangle \quad (3.6)$$

où $\alpha_a^2 + \beta_a^2 = 1$.

Ainsi, en mélangeant deux états $|\psi_{1,a}\rangle$ et $|\psi_{1,b}\rangle$ sur une lame de transmittivité t et en effectuant un conditionnement suivant la quadrature $x' = \xi$, l'équation 3.5 nous donne la fonction d'onde en représentation x de l'état de sortie :

$$|\psi_{out}\rangle(x) \propto (c_{1,a}x - c_{2,a})(c_{1,b}x - c_{2,b})e^{-\frac{x^2}{2}} \quad (3.7)$$

avec

$$c_{1,a} = \sqrt{2}\beta_a t \quad c_{2,a} = -\alpha_a + \sqrt{2}\beta_a r\xi \quad (3.8)$$

$$c_{1,b} = \sqrt{2}\beta_b r \quad c_{2,b} = -\alpha_b - \sqrt{2}\beta_b t\xi \quad (3.9)$$

Si β_a et β_b ne sont pas nuls, alors l'état de sortie se met sous la forme d'un polynôme du second degré multiplié par une gaussienne, donc d'une superposition d'états allant jusqu'à 2 photons. En appliquant ce formalisme à notre protocole de génération d'états Chat de Schrödinger, c'est-à-dire avec $\alpha_a = \alpha_b = 0$ et $\xi \rightarrow 0$, on obtient :

$$\begin{aligned} \psi_{out}(x) &\propto \frac{1}{\sqrt{2}}(2x^2 + 1 - 1)e^{-\frac{x^2}{2}} \\ \psi_{out}(x) &\propto \frac{1}{\sqrt{2}}(2x^2 + 1)e^{-\frac{x^2}{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}}e^{-\frac{x^2}{2}} \\ \psi_{out}(x) &\propto \varphi_0(0)\varphi_2(x) - \varphi_2(0)\varphi_0(x) \end{aligned} \quad (3.10)$$

On retrouve l'expression obtenue à l'équation (3.2).

3.2.2.2 Croissance d'états Chat de Schrödinger

Un des avantages de ce protocole est de pouvoir faire grossir l'état initial par itération en venant alimenter le protocole de croissance, non plus avec des états photons uniques, mais avec des superpositions arbitraires de 2 photons ou plus. En effet, si on remplace les états $|\psi_a\rangle$ et $|\psi_b\rangle$ utilisés dans l'équation (3.5) par des états $|\psi^{(k)}\rangle$ et $|\psi^{(l)}\rangle$, qui sont des superpositions arbitraires d'états allant respectivement jusqu'à k et l photons :

$$\psi^{(k)}(x) \propto P_k(x)e^{-\frac{x^2}{2}} \quad (3.11)$$

$$\psi^{(l)}(x) \propto P_l(x)e^{-\frac{x^2}{2}}, \quad (3.12)$$

l'équation 3.5 nous indique alors que l'état créé par le protocole sera de la forme :

$$\psi_{out}(x) \propto P_k(tx - r\xi)P_l(rx + t\xi)e^{-\frac{x^2}{2}} \propto P_{k+l}(x)e^{-\frac{x^2}{2}} \quad (3.13)$$

avec P_{k+l} un polynôme de degré $k + l$, qui, étant donné que les polynômes P_l et P_k ont été pris arbitraires, sera arbitraire. Ce protocole permet donc bien de générer une superposition arbitraire à $k + l$ photons en partant de deux superpositions arbitraires de respectivement l et k photons. Comme on vient de voir à l'équation 3.2, ce protocole permet, en plaçant des photons uniques à l'entrée du dispositif de croissance, si $r = t$ et que l'on conditionne sur $\xi = 0$, de générer des états Chat de Schrödinger. En itérant ce processus avec un état Chat sur l'une des entrées et un photon unique sur l'autre, il est possible d'obtenir des états Chat d'amplitude et de fidélité croissantes avec le nombre d'itérations. L'état généré après m opérations de croissance de ce type, alimentées par des photons uniques, s'écrit [83] :

$$\psi_m(x) = \sqrt{\frac{2^{2m}m!}{\sqrt{\pi}(2m)!}} x^m e^{-\frac{x^2}{2}} \quad (3.14)$$

Cette fonction d'onde tend, lorsque $m \rightarrow +\infty$, vers celle d'un état Chat de Schrödinger d'amplitude $\sqrt{m}$ et comprimé d'un facteur $\sqrt{2}$ suivant la quadrature x , état Chat dont la parité est donnée par la parité du nombre m d'itérations du protocole. Cependant, l'amplitude des états augmente beaucoup plus rapidement lorsque l'on parallélise le protocole en envoyant dans les deux voies d'entrée un état Chat obtenu à partir de l'étape de génération précédente. La figure 3.9a (respectivement 3.9b)) représente le protocole de croissance en série (respectivement en parallèle).

La figure 3.10 présente l'allure des fonctions d'onde (selon la quadrature x) des états Chat de Schrödinger générés par le protocole de croissance pour un et pour deux étages, les états ressources utilisés dans ce dernier cas étant les états générés par le premier étage du protocole de croissance.

3.2. Génération d'états Chat de Schrödinger

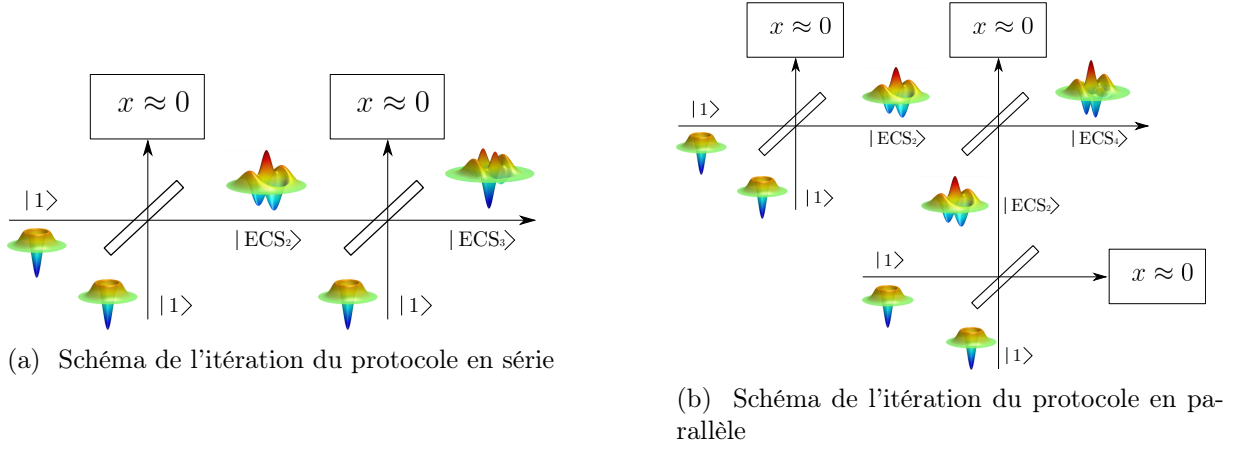


FIGURE 3.9 – Schéma de l'itération du protocole de croissance en série (a) ou en parallèle(b)

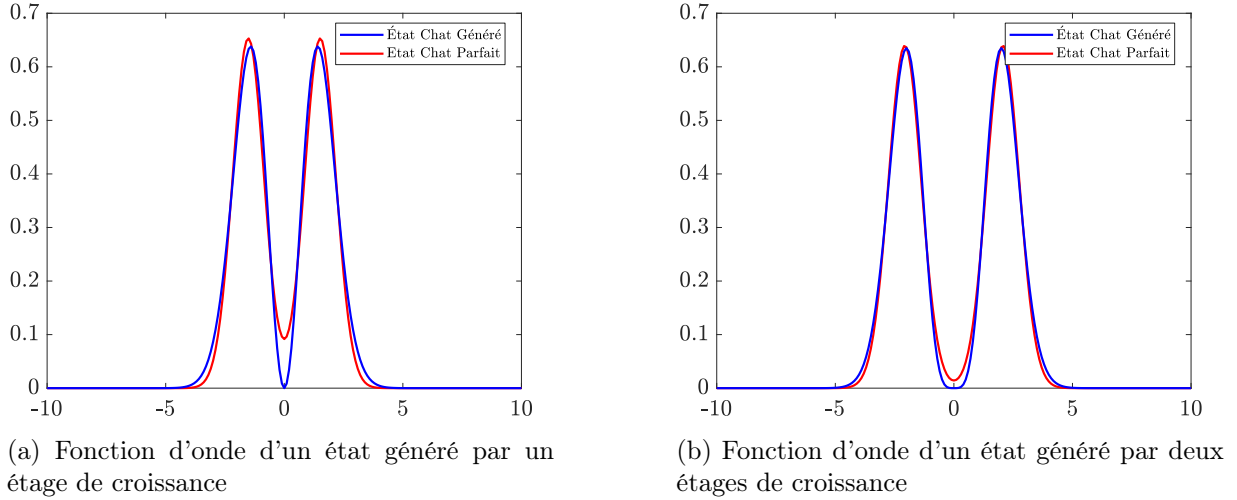


FIGURE 3.10 – Allure des fonctions d'ondes des états Chat générés par notre protocole de croissance. Pour le premier étage de croissance (a), l'état généré est fidèle à 99% à un état Chat d'amplitude $\alpha = 1.63$ et de compression $s = 1.52$ suivant la quadrature X . Si on effectue un second étage de croissance avec comme état ressource deux états générés par le premier étage de croissance (b), l'état généré est fidèle à 99.7% à un état Chat d'amplitude $\alpha = 2.12$ et de compression $s = 1.45$

La preuve de principe du premier étage du protocole de croissance a été réalisée par notre équipe en 2015 [13] avec un taux de production de l'ordre de 1 Hz. Cependant, la génération des photons uniques et le protocole sont des processus probabilistes, et les taux de production chutent exponentiellement avec le nombre d'itérations.

3.2.2.3 Génération d'états Chat de Schrödinger avec une mémoire quantique

Pour pallier ce problème, ce protocole permet l'utilisation de mémoires quantiques, à la fois pour stocker les photons uniques avant la réalisation du premier étage du protocole, mais aussi pour stocker les états produits entre deux étages du protocole de croissance.

Mémoire quantique pour la génération d'états Chat de Schrödinger Afin d'accroître le taux de production des états issus du premier étage du protocole de croissance, on peut introduire une mémoire quantique afin de stocker le premier photon unique dans l'attente de la génération du second. Ainsi on améliore le taux production de ces états en augmentant le taux de synchronisation des photons uniques sur la lame séparatrice. On représente sur la figure 3.11, le schéma du protocole de croissance avec l'utilisation d'une mémoire quantique.

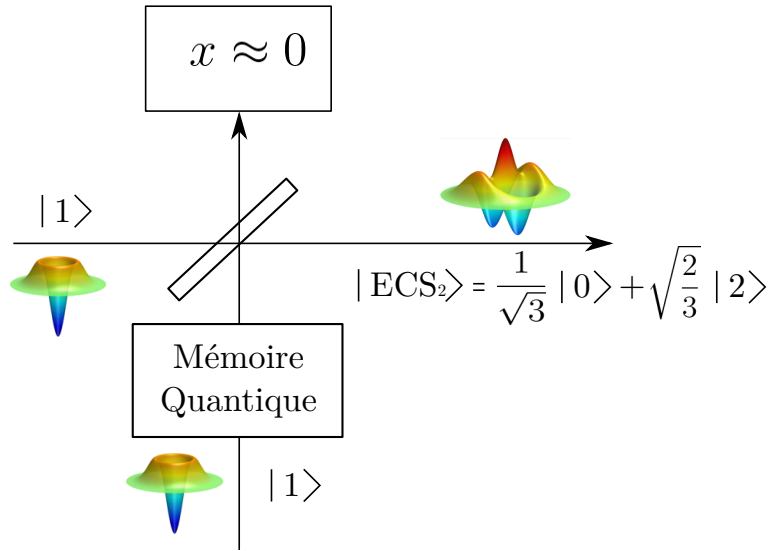


FIGURE 3.11 – Schéma du protocole de croissance avec une mémoire quantique

Il n'est pas nécessaire ici d'implémenter une mémoire sur chaque bras : en effet, il suffit qu'un des états « attende » le second pour se synchroniser sur la lame séparatrice. Il existe différents moyens de réaliser expérimentalement une mémoire quantique, par exemple avec des atomes froids [87], des cristaux [88], ou des cavités optiques [89]. C'est cette dernière approche que nous avons retenue. L'implémentation d'une telle mémoire, avant la lame séparatrice, ne change pas le fonctionnement du protocole. En revanche, elle introduit des pertes liées à l'efficacité du stockage. Si on considère dans les simulations une efficacité de stockage de 100%, on retrouve les résultats obtenus précédemment, c'est à dire une fidélité de 99% avec un état Chat de Schrödinger d'amplitude $\alpha = 1.63$ et de facteur de compression $s = 1.52$. On représente la fonction de Wigner de l'état généré sans pertes liées au stockage, et celle de l'état Chat de Schrödinger d'amplitude $\alpha = 1.63$ et de facteur de compression $s = 1.52$, sur la figure 3.12.

En prenant en compte l'efficacité du stockage, on peut simuler le résultat du protocole de croissance pour une mémoire quantique basée sur une cavité optique. Pour s'assurer de sa réalisation, il est nécessaire de s'assurer que les deux photons uniques arriveront de manière synchronisée sur la lame séparatrice. On considère à ce stade une « petite » cavité, c'est-à-dire une cavité dont

3.2. Génération d'états Chat de Schrödinger

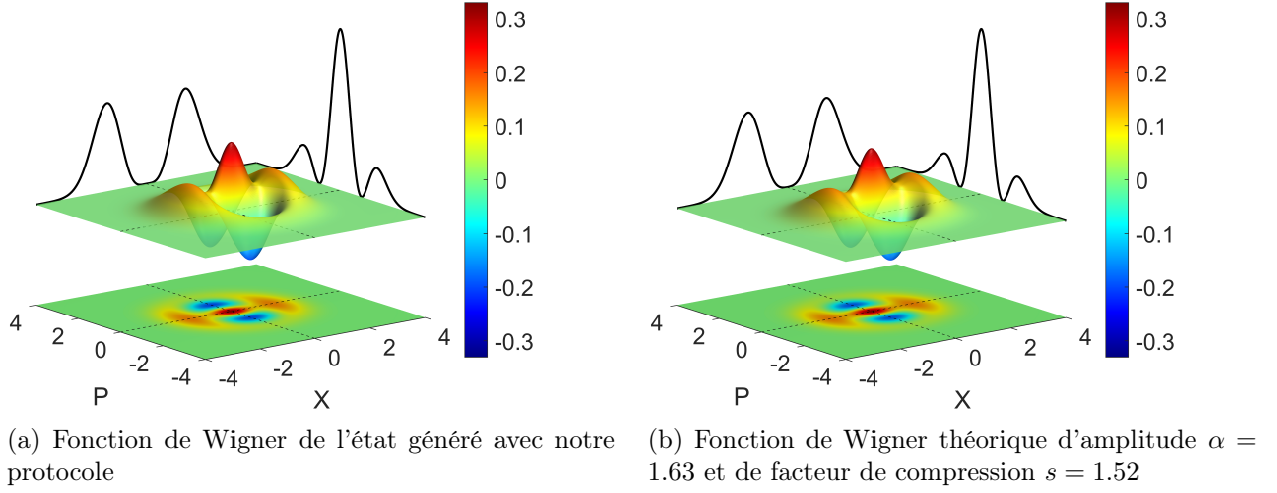


FIGURE 3.12 – Fonction de Wigner de l'état généré sans aucune perte, ainsi que celle de l'état Chat de Schrödinger d'amplitude $\alpha = 1.63$ et de facteur de compression $s = 1.52$.

le temps de parcours correspond exactement au temps séparant deux impulsions de notre laser. C'est ce type de cavité qui a été étudié au cours de cette thèse, et qui fera l'objet des chapitres suivants. Pour une cavité mémoire, le temps de stockage est lié au nombre de tours parcourus dans cette dernière et à sa longueur. On peut alors évaluer quel sera le taux de production d'états Chat de Schrödinger en fonction du nombre de tours de stockage dans la cavité. Pour déterminer ce taux de production, il faut évaluer la probabilité de succès de chaque étape suivant l'émission du premier photon unique. Une fois celui-ci généré, avec une fréquence $f_{|1\rangle}$, on vient le stocker dans la mémoire dans l'attente du second photon. On attend ce second photon un maximum de N_1 tours, ce nombre N_1 étant un paramètre fixé préalablement à l'expérience. On peut alors écrire la probabilité d'avoir un second photon pendant ces N_1 tours en fonction de la probabilité d'avoir généré un photon unique $P_{|1\rangle}$:

$$P = 1 - (1 - P_{|1\rangle})^{N_1} \approx N_1 P_{|1\rangle} \quad (3.15)$$

On peut évaluer la probabilité de générer un photon unique comme le rapport entre la fréquence de génération d'un photon unique et la fréquence de répétition f de notre laser. Pour une fréquence de génération $f_{|1\rangle} = 100 \text{ kHz}$ et un taux de répétition de notre laser de $f = 76 \text{ MHz}$, on obtient une probabilité de génération de $P_{|1\rangle} = 1,3 \cdot 10^{-3}$. Une fois les deux photons générés, on effectue le protocole de croissance. Ce dernier a une probabilité de succès P_{succ} qui est fonction de la probabilité de conditionnement $P_{c,1}$, l'indice 1 se référant au fait qu'il s'agit ici d'une première étape de croissance, qui dépend de la largeur de l'intervalle du conditionnement homodyne Δ_c [13]. Ce dernier a été déterminé de manière empirique et, pour cette étape du protocole de croissance, sera fixé à $\Delta_c = 0.2$, ce qui nous donne une probabilité de conditionnement homodyne pour cette première étape de croissance d'environ $P_{c,1} \approx 15\%$. La probabilité de succès globale s'écrit ainsi :

$$P_{succ} = P_{c,1} * P \approx P_{c,1} N_1 P_{|1\rangle} \quad (3.16)$$

On peut alors écrire le taux de production d'états Chat de Schrödinger, τ_{Chat} , comme étant la probabilité de succès du protocole multipliée par le nombre de fois où ce protocole peut être

réalisé, c'est à dire par le taux de génération des photons uniques. On a donc :

$$\tau_{Chat} \approx P_{c,1} N_1 P_{|1\rangle} f_{|1\rangle} \quad (3.17)$$

On représente l'évolution du taux de production τ_{Chat} , en fonction du nombre maximal N_1 de tours effectués par le photon unique dans la cavité, sur la figure 3.13.

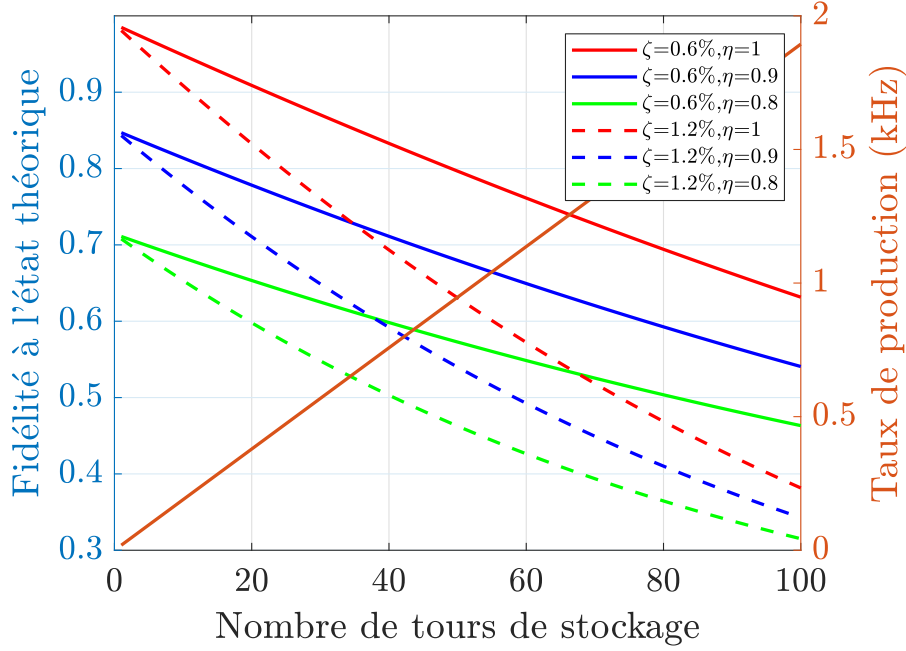


FIGURE 3.13 – Évolution du taux de production et de la fidélité de l'état généré à l'état Chat de Schrödinger d'amplitude $\alpha = 1.63$ et de facteur de compression $s = 1.52$, en fonction du nombre maximal de tours N_1 dans la cavité mémoire. Cette fidélité est présentée pour différents pourcentages de pertes dans la cavité mémoire, et pour différentes valeurs de la fidélité du photon unique initial.

Le taux de production augmente linéairement avec le nombre de tours de stockage. Bien que l'utilisation d'une mémoire permette ainsi d'augmenter considérablement le taux de production, ces cavités introduisent des pertes pour chaque tour parcouru. Pour la simulation de cette expérience, nous envisageons le scénario le plus défavorable où le photon fait N_1 tour de cavité. On représente sur la figure 3.13 l'évolution de la fidélité de l'état en sortie du protocole de croissance avec un état Chat de Schrödinger d'amplitude $\alpha = 1.63$ et de facteur de compression $s = 1.52$, en fonction du nombre de tours de stockage dans la cavité mémoire et pour les valeurs des pertes de stockage 0.6% et 1.2%. Ces dernières ne sont pas prises au hasard et correspondent aux valeurs que l'on retrouvera lors de l'implémentation expérimentale de la cavité au chapitre 4. On effectue aussi ce calcul en tenant compte de la fidélité η des photons uniques initiaux. Les matrices densité des états photons uniques considérés s'écrivent ainsi :

$$\rho_{phot} = (1 - \eta) |0\rangle \langle 0| + \eta |1\rangle \langle 1| \quad (3.18)$$

La simulation est réalisée sous Matlab en décomposant les matrices densité dans l'espace de Fock,

et en utilisant les différents opérateurs introduits au chapitre 1. Comme on pouvait s'y attendre, la fidélité décroît avec le nombre de tours de stockage d'autant plus rapidement que les pertes par tour sont grandes. Il faut alors trouver un compromis entre un grand taux de production et une grande fidélité par rapport à l'état idéalement généré.

Grande cavité mémoire Pour améliorer la fidélité mais sans diminuer le temps de stockage pour conserver le taux de production, on augmente la taille de la cavité de stockage. Pour conserver la capacité de synchroniser les photons pour la mise en œuvre du protocole de croissance, on conserve la « petite » cavité mémoire étudiée précédemment. La taille de la « grande » cavité sera un multiple entier m de la taille de la « petite » cavité (qui elle-même correspond à la distance séparant deux impulsions laser). Le protocole sera alors modifié selon le schéma du protocole présenté sur la figure 3.14 :

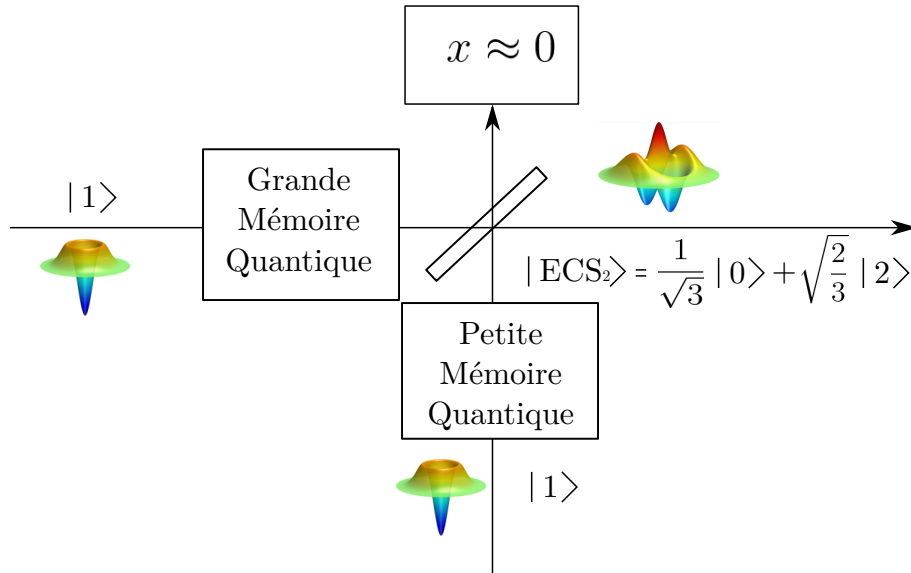


FIGURE 3.14 – Schéma du protocole de croissance avec deux mémoires quantiques, une grande et une petite cavité

Le premier photon généré sera directement stocké dans la grande cavité. Il restera un nombre maximal N_1 de tours dans celle-ci. Pour chaque tour de cette grande cavité du premier photon, un second photon pourra faire un maximum de m tours de petite cavité avant d'entrer en coïncidence avec le premier photon. Comme on le verra dans le prochain chapitre 4, la principale source de perte est liée au système d'insertion/extraction. Il est donc raisonnable de considérer que les pertes de stockage sont identiques pour les deux cavités. Ces cavités ayant, dans ces conditions, un rôle symétrique par rapport aux pertes, il est pertinent d'imposer au second photon un maximum de N_1 tours de petite cavité pour entrer en synchronisation avec le photon de la grande cavité (avec la condition $N_1 \leq m$). Ainsi la probabilité, pour chaque tour de grande cavité, d'avoir un second photon synchronisé en provenance de la petite cavité, est donc P , tel que défini à l'équation 3.15. La probabilité P_1 d'avoir un second photon après N_1 tours de « grande » cavité est :

$$P_1 = 1 - (1 - P)^{N_1} \approx N_1 P \approx N_1^2 P_{|1\rangle} \quad (3.19)$$

Le taux de production $\tau_{Chat,g}$ sera :

$$\tau_{Chat,g} = P_{c,1} N_1^2 P_{|1\rangle} f_{|1\rangle} \quad (3.20)$$

On présente sur la figure 3.15 l'évolution du taux de production des états Chat de Schrödinger en fonction du nombre de tours de stockage N_1 .

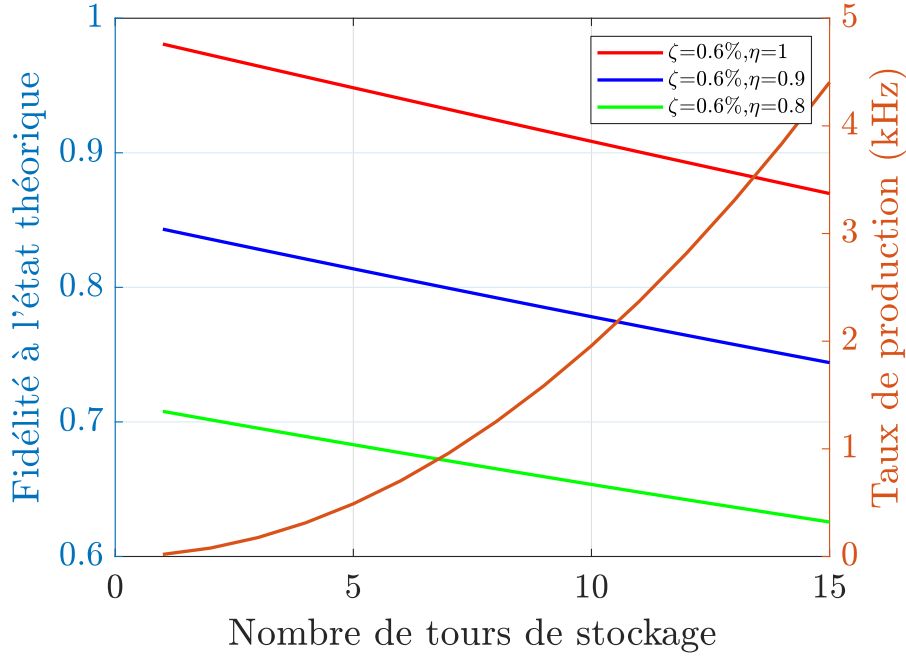


FIGURE 3.15 – Évolution du taux de production et de la fidélité de l'état généré avec l'état Chat de Schrödinger d'amplitude $\alpha = 1.63$ et de facteur de compression $s = 1.52$ en fonction du nombre maximal de tours N_1 dans la cavité mémoire. Cette fidélité est présentée pour différentes valeurs de la fidélité des photons uniques initiaux.

L'évolution est cette fois-ci quadratique. Le taux de production atteint les mêmes ordres de grandeur pour $N_1 = 10$ tours de grande cavité que pour $N_1 = 100$ tours de petite cavité. L'utilisation de deux cavités mémoires implique que les deux photons subissent des pertes liées au stockage dans une cavité. Nous avons vu que l'on considère des pertes de stockage identiques pour les deux cavités, et on considère encore une fois, pour l'évaluation de ces pertes, le cas le plus défavorable où chaque photon fait N_1 tours de cavité. On représente sur la figure 3.15 l'évolution de la fidélité de l'état en sortie du protocole de croissance avec un état Chat de Schrödinger d'amplitude $\alpha = 1.63$ et de facteur de compression $s = 1.52$, en fonction du nombre de tours de stockage dans la cavité mémoire, et pour différentes fidélités η des états photons uniques.

La comparaison des figures 3.13 et 3.15 montre tout l'intérêt d'un montage avec grande cavité, la fidélité obtenue pour un taux de production donnée étant alors bien supérieure.

3.3 Processus itératifs pour des états plus complexes

Nous avons vu que le protocole de croissance itérative permet la génération d'états Chat de Schrödinger. Une autre application de ce protocole permet de générer des états plus complexes, dont des états baptisés « peignes en quadrature ».

3.3.1 États « peignes en quadrature »

3.3.1.1 Définition historique

Les états « peignes en quadrature », aussi appelés états « GKP », ont été introduits par D. Gottesman, A. Kitaev et J. Preskill pour la première fois en 2001 [10], comme des états permettant un encodage de l'information sur les variables continues de la lumière [90][91], mais surtout pour l'encodage de codes correcteurs d'erreurs, notamment contre des erreurs de type décalage en amplitude ou en phase. Une proposition d'un protocole de génération tout optique de tels états a été faite pour la première fois en 2010 [92]. Nous allons présenter dans cette section le protocole développé dans notre équipe [83][82], qui correspond à une méthode proche de celle de 2010 mais différente dans son analyse et son traitement. Une autre méthode a été proposée en 2019 [93], utilisant alors des états cohérents en plus des photons uniques, ainsi que des compteurs de photons.

La densité de probabilité de ces états, représentée en figure 3.16, est composée de pics gaussiens distribués régulièrement suivant chaque quadrature, d'où leur nom. Une modulation gaussienne globale permet de donner une forme physique à ces états, en limitant le nombre de pics et donc l'énergie contenue dans l'état. Ces états permettent d'encoder un qubit d'informations, les états $|0\rangle$ et $|1\rangle$ étant différenciés par un décalage sur la position des pics (voir figure 3.16). Ce type d'encodage offre une protection optimale contre les erreurs quantiques. En effet, l'implémentation des opérations nécessaires à la correction d'erreurs quantiques est réalisable à l'aide de simples opérations symplectiques [10]. Tout l'intérêt de ces états tient dans leur structure particulière qui est du même type, selon les quadratures x et p . Ainsi, alors qu'une mesure selon la quadrature x permet la meilleure discrimination possible entre les états $|0\rangle$ et $|1\rangle$, une mesure selon la quadrature p permet d'obtenir une discrimination entre les superpositions $|0\rangle + |1\rangle$ et $|0\rangle - |1\rangle$. En comparaison, en encodant le qubit sur un pic unique, par exemple un état cohérent comme lors de l'utilisation d'un protocole avec des états Chat de Schrödinger, la distinction, par une simple mesure homodyne, entre les superpositions $|\alpha\rangle + |-\alpha\rangle$ et $|\alpha\rangle - |-\alpha\rangle$, qui correspondent à des états Chats pairs et impairs, est entachée d'erreurs car il existe un recouvrement des deux fonctions d'onde suivant la quadrature p .

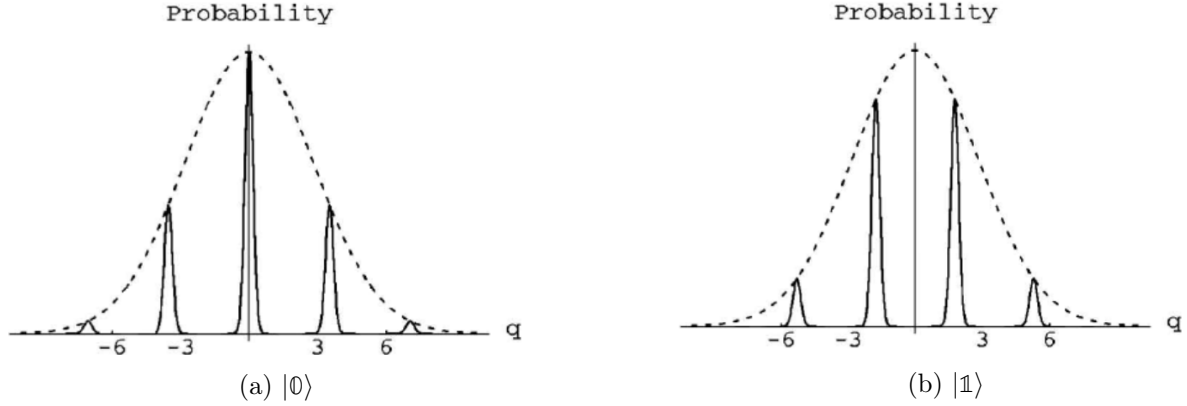


FIGURE 3.16 – État peigne comme introduit dans [10] pour l'implémentation de codes correcteurs d'erreurs. L'enveloppe gaussienne est représentée en pointillés.

3.3.1.2 Définition mathématique

Après avoir vu la définition historique, regardons la définition mathématique de ces états.

Fonction d'onde Pour la définition de la fonction d'onde de ces états nous n'utiliserons pas la définition de l'état parfait, mais non physique car contenant une énergie infinie [10], mais une définition qui donne une forme physique à ces états [82] :

$$\langle x|0\rangle_a^{s_1, s_2} = \frac{1}{N_0} e^{-\frac{s_1^2 x^2}{2}} \sum_{k \in \mathbb{Z}} e^{-\frac{[x-ka]^2}{2s_2^2}} \quad (3.21)$$

$$\langle x|1\rangle_a^{s_1, s_2} = \frac{1}{N_1} e^{-\frac{s_1^2 x^2}{2}} \sum_{k \in \mathbb{Z}} e^{-\frac{[x-(k+1/2)a]^2}{2s_2^2}} \quad (3.22)$$

où

$$N_0 = \left[\sqrt{\frac{\pi}{s_1^2 + 1/s_2^2}} \sum_{n, m \in \mathbb{Z}^2} e^{\frac{nm}{2V_1} - \frac{n^2 + m^2}{2V_2}} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (3.23)$$

$$N_1 = \left[\sqrt{\frac{\pi}{s_1^2 + 1/s_2^2}} \sum_{n, m \in \mathbb{Z}^2} e^{\frac{(n+1/2)(m+1/2)}{2V_1} - \frac{(n+1/2)^2 + (m+1/2)^2}{2V_2}} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (3.24)$$

$$(3.25)$$

avec $V_1 = \frac{s_2^2(1 + s_1^2 s_2^2)}{a^2}$ et $V_2 = \frac{2V_1}{1 + 2s_1^2 s_2^2}$.

On retrouve alors les états GKP idéaux en faisant tendre s_1 et s_2 vers 0. Les paramètres $1/s_1$, a , et s_2 caractérisent ces états peignes : $1/s_1$ définit la largeur de l'enveloppe gaussienne, s_2 la largeur de chaque pic gaussien, et a l'écart entre deux pics consécutifs. La figure 3.17 illustre l'influence de ces trois paramètres.

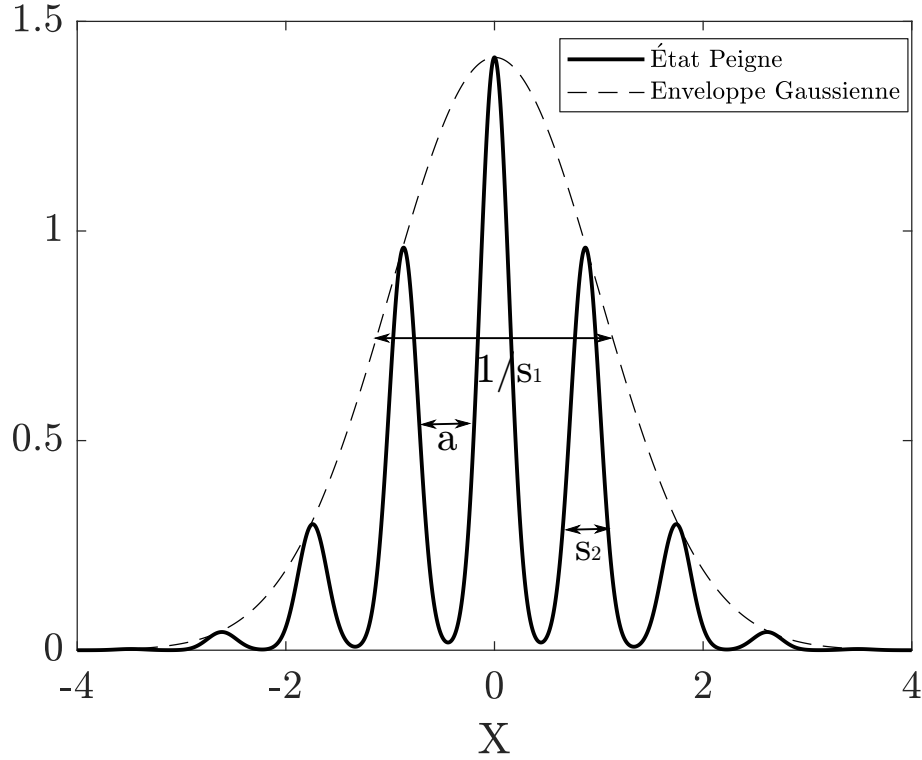


FIGURE 3.17 – Allure de la fonction d’onde de l’état $|0\rangle$. On représente l’influence des paramètres s_1 , s_2 et a ainsi que l’allure de l’enveloppe gaussienne

On peut alors se rapprocher le plus du code correcteur d’erreurs parfait en choisissant ces paramètres tels que :

$$s_2 \ll a \ll \frac{1}{s_1} \quad (3.26)$$

En effet, dans ce cas, les pics sont très fins par rapport à leur écartement, et l’enveloppe gaussienne englobe de nombreux pics. On peut alors montrer que [82] :

$$N_0 \cong N_1 \cong \sqrt{\frac{\pi s_2}{a s_1}}. \quad (3.27)$$

Fonction de Wigner Les fonctions de Wigner des états $|0\rangle$ et $|1\rangle$, W_0 et W_1 , que l’on peut calculer en utilisant la formule 1.21, sont [82] :

$$W_0(x, p) = \frac{1}{K_0} \sum_{n, m} e^{-s_1 x^2 - \frac{1}{2s_2^2} [(x-na)^2 + (x-ma)^2] + \frac{1}{s_1^2 + 1/s_2^2} \left[ip + \frac{a}{2s_2^2} (n-m) \right]^2} \quad (3.28)$$

$$W_1(x, p) = \frac{1}{K_1} \sum_{n, m} e^{-s_1 x^2 - \frac{1}{2s_2^2} [(x-(n+\frac{1}{2})a)^2 + (x-(m+\frac{1}{2})a)^2] + \frac{1}{s_1^2 + 1/s_2^2} \left[ip + \frac{a}{2s_2^2} (n-m) \right]^2} \quad (3.29)$$

On représente les fonction W_0 et W_1 sur la figure 3.18 pour les paramètres $s_1 = 1$, $s_2 = \frac{1}{4\sqrt{2}}$ et $a = \frac{\pi}{2\sqrt{2}}$. Comme pour la fonction d'onde, la fonction de Wigner correspond à un agencement de pics suivant les quadrature X et P , dont la polarité est alternée. Le paramètre s_1 régit la largeur des pics suivant la direction P et le paramètre s_2 celle des pics suivant la direction X . Sur les figures 3.18a et 3.18b, on représente, en plus des fonctions de Wigner, les projections suivant les quadratures X et P . On note alors la propriété remarquable énoncée précédemment, c'est-à-dire la similitude des allures de ces projections dans la direction X et la direction P .

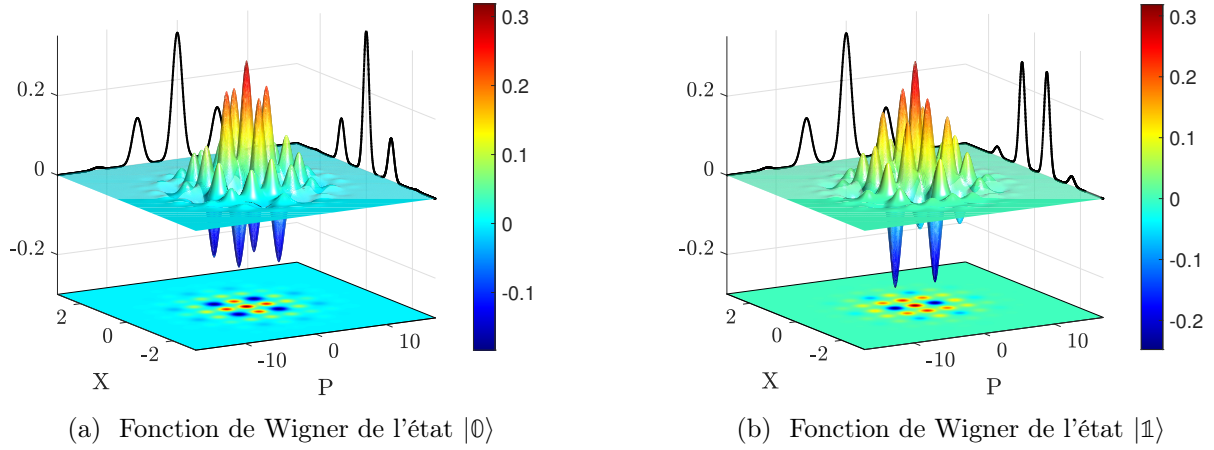


FIGURE 3.18 – Représentation des fonctions de Wigner pour les états $|0\rangle$ et $|1\rangle$ du code correcteur d'erreur. On représente en plus sur chaque figure les projections des fonctions de Wigner suivant les quadratures X et P .

3.3.2 Génération d'états peignes en quadrature

La génération de ces états complexes peut être effectuée avec le protocole de croissance présenté à la figure 3.7. En effet, la fonction d'onde que l'on cherche à générer (3.21) est composée d'une somme de pics gaussiens modulée par une gaussienne de plus grande largeur. Or on peut montrer [82] que si l'on alimente le protocole de croissance avec une fonction d'onde composée d'une structure périodique modulée par une gaussienne, alors, après un certain nombre d'étages de croissance, ces pics initiaux ressembleront à des gaussiennes. Or l'état Chat de Schrödinger déphasé de $\pi/2$, qui peut être produit avec notre dispositif expérimental, est un état dont la fonction d'onde est une sinusoïde modulée par une gaussienne (1.82). Le nombre d'oscillations de la sinusoïde comprise dans l'enveloppe gaussienne dépend de l'amplitude de l'état Chat de Schrödinger. La fonction d'onde en représentation x d'états Chat pairs (respectivement impairs) déphasés de $\pi/2$, d'amplitude α , comprimés, avec un facteur de compression s , s'écrit pour α réel :

$$\langle x | \psi_{pair}(\alpha, s) \rangle = \sqrt{\frac{s}{e^{-\alpha^2} \sqrt{\pi} \cosh \alpha^2}} \cos(\sqrt{2} \alpha s x) e^{-\frac{s^2 x^2}{2}} \quad (3.30)$$

$$\langle x | \psi_{impair}(\alpha, s) \rangle = \sqrt{\frac{s}{e^{-\alpha^2} \sqrt{\pi} \sinh \alpha^2}} \sin(\sqrt{2} \alpha s x) e^{-\frac{s^2 x^2}{2}} \quad (3.31)$$

3.3. Processus itératifs pour des états plus complexes

La valeur en $x = 0$ des fonctions d'onde de ces états Chats suggère d'utiliser des Chats pairs pour générer les états peignes correspondant au qubit $|0\rangle$ et des états Chats impairs pour le qubit $|1\rangle$.

En utilisant la formule 3.5 pour une lame séparatrice 50/50, on calcule les fonctions d'onde en sortie du protocole de croissance [82] :

$$\langle x|0_{pc}(\alpha, s, p)\rangle = \frac{1}{N_{0,pc}} \cos^{2^p} \left(2^{\frac{1-p}{2}} \alpha s x \right) e^{-\frac{s^2 x^2}{2}} \quad (3.32)$$

$$\langle x|1_{pc}(\alpha, s, p)\rangle = \frac{1}{N_{1,pc}} \sin^{2^p} \left(2^{\frac{1-p}{2}} \alpha s x \right) e^{-\frac{s^2 x^2}{2}} \quad (3.33)$$

$$(3.34)$$

avec les facteurs de normalisation suivants :

$$N_{0,pc} = \left[\frac{\sqrt{\pi}}{s_2^{2^{p+1}}} \sum_{j=0}^{2^{p+1}} \binom{2^{p+1}}{j} e^{-\frac{\alpha^2 (2j-2^{p+1})^2}{2^{p+1}}} \right]^{1/2} \quad (3.35)$$

$$N_{0,pc} = \left[\frac{\sqrt{\pi}}{s_2^{2^{p+1}}} \sum_{j=0}^{2^{p+1}} \binom{2^{p+1}}{j} (-1)^{j-2^p} e^{-\frac{\alpha^2 (2j-2^{p+1})^2}{2^{p+1}}} \right]^{1/2} \quad (3.36)$$

$$(3.37)$$

où p est le nombre d'étages du protocole de croissance, c'est-à-dire le nombre d'itérations du protocole.

En considérant que les états Chat initiaux sont suffisamment gros, on peut écrire que les états en sortie du protocole convergent avec l'augmentation du nombre d'étages vers des états peignes de paramètre $s_1 = s$, où s est le paramètre de compression des états Chat de Schrödinger initiaux, $s_2 = \frac{1}{\sqrt{2}\alpha s}$ où α est l'amplitude de ces états Chat de Schrödinger et enfin $a = \frac{2^{\frac{p-1}{2}}\pi}{\alpha s}$, où p est le nombre d'étages du protocole de croissance. La convergence des états ainsi générés vers l'état cible est extrêmement rapide [82] : en effet dès le premier étage, la fidélité est de 99%. On représente sur la figure 3.19 les fonctions d'onde pour les états $|0\rangle$ et $|1\rangle$ du code correcteur d'erreurs pour différents nombres d'étages d'itération du protocole. En superposition, on représente la fonction d'onde de l'état parfait attendu pour ce nombre d'étages d'itération. Les figures 3.19a et 3.19d représentent les fonctions d'onde des états Chat de Schrödinger pairs et impairs d'amplitude $\alpha = \sqrt{2^6}$ et de compression $s = \sqrt{2}$, qui sont les ressources utilisées dans cet exemple pour alimenter le protocole pour la génération des états $|0\rangle$ et $|1\rangle$.

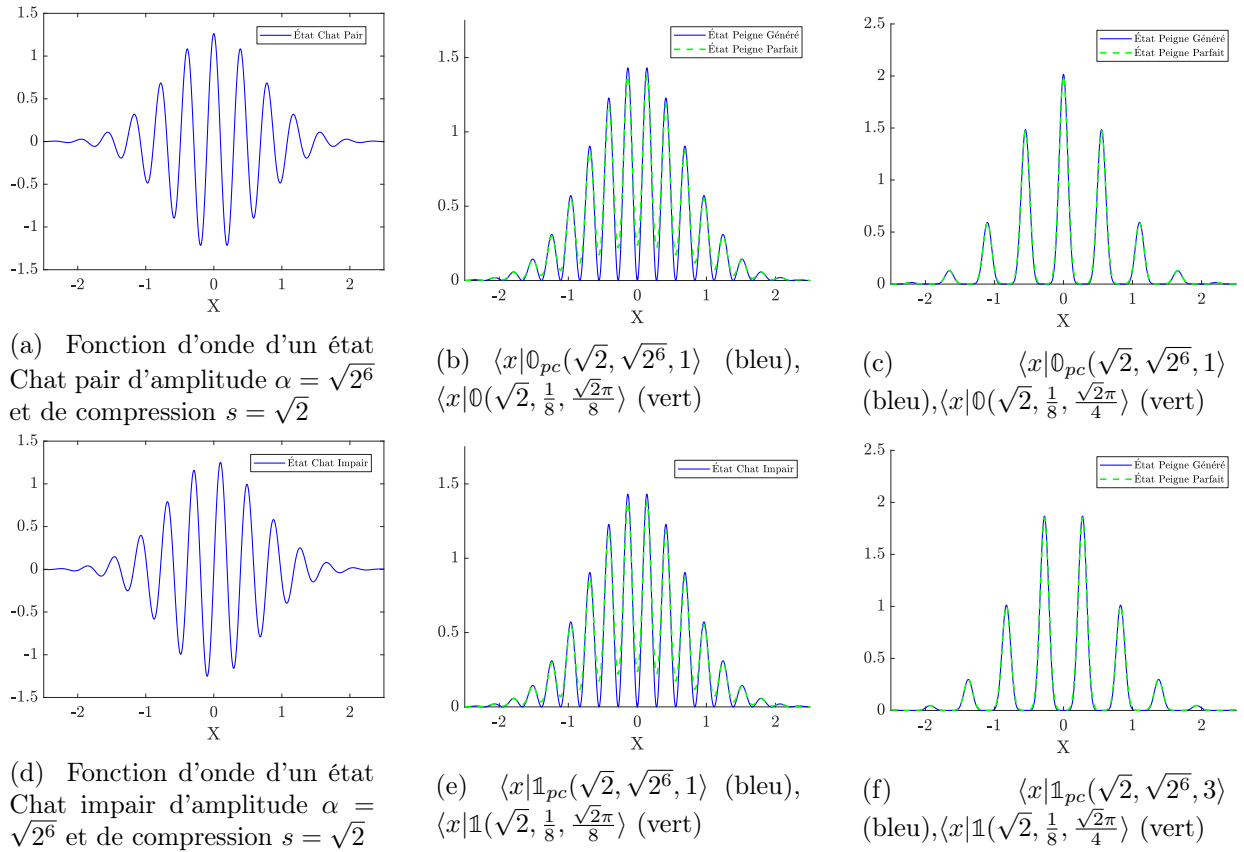


FIGURE 3.19 – Allure des fonctions d'ondes résultant de la croissance d'états peignes pour un Chat pair (a),(b) et (c)), et impair ((d), (e) et (f)) d'amplitude $\alpha = \sqrt{2^6}$ et de compression $s = \sqrt{2}$ en tant que ressource initiale du protocole. On présente les fonctions d'onde des états ressource ((a) et (d)) et les fonctions après 1 étage ((b) et (e)) et 3 étages de croissance ((c) et (f))

3.3. Processus itératifs pour des états plus complexes

Chapitre

4

Source brillante de photons uniques « à la demande »

Sommaire

4.1 Cavités d'exaltation	80
4.1.1 Génération de seconde harmonique	80
4.1.2 Amplificateur paramétrique optique	85
4.1.3 Dégénérescence paramétrique optique	88
4.2 Ligne à retard optique	89
4.2.1 Nécessité d'une synchronisation temporelle	89
4.2.2 Principe de fonctionnement de la ligne à retard optique	92
4.2.3 Modélisation des paramètres de la ligne à retard	93
4.2.4 Photons produits	95
4.3 Une cavité optique comme mémoire quantique	100
4.3.1 Nécessité d'une cavité mémoire	100
4.3.2 Un système d'insertion/extraction	101
4.3.3 Alignement et calibration des cellules de Pockels	103
4.3.4 Stockage des états de Fock	106

La preuve de principe pour la génération, par coalescence de photons, d'états Chat de Schrödinger optique en espace libre a été apportée dans notre équipe en 2015 avec un taux de production de l'ordre du hertz [13]. Ce taux est satisfaisant pour caractériser ces états ainsi produits et montrer la fiabilité de ce protocole, mais insuffisant pour pouvoir mettre en œuvre des protocoles d'information quantique utilisant les états ainsi créés. Il a donc été nécessaire d'augmenter le taux de production de nos états Chat de Schrödinger. La première piste suivie a été d'augmenter le taux de répétition de notre laser.

4.1 Cavités d'exaltation

Si on reprend l'expérience utilisée pour apporter la preuve de principe à notre protocole de croissance pour la génération d'états Chat de Schrödinger optique [13], on voit que, pour compenser la faible énergie par impulsion en sortie de notre laser (de l'ordre de 4 nJ), un dispositif augmentant l'énergie par impulsion avait été installé. Il s'agissait plus précisément d'un *pulse picker* réduisant d'un facteur 100 le taux de production au profit d'une énergie par impulsion plus importante. Sans ce dispositif, l'énergie par impulsion est insuffisante pour induire les effets non-linéaires requis pour la génération d'états Chat de Schrödinger par coalescence de photons. L'objectif alors est d'obtenir à la fois des hauts taux de production tout en gardant une énergie par impulsion au moins équivalente à celle utilisée pour la preuve de principe.

4.1.1 Génération de seconde harmonique

Afin de se passer du *pulse picker* tout en gardant une énergie par impulsion suffisante pour générer un doublement de fréquence puis une paire de photons par fluorescence paramétrique, l'idée est de réaliser ces deux opérations chacune dans une cavité dite d'exaltation. Le principe est d'ajouter à chaque tour de cavité une nouvelle impulsion, de manière synchrone et résonante avec l'impulsion dans la cavité, l'énergie de cette dernière étant alors beaucoup plus importante que celle de l'impulsion incidente initiale. En insérant dans la cavité notre cristal non linéaire, on dispose alors d'impulsions laser plus énergétiques pour pomper les effets non-linéaires qui nous intéressent. Les pertes par conversion non-linéaire sont alors compensées par l'ajout de l'impulsion laser dans la cavité. Il a ainsi été réalisé une première cavité pour la génération de seconde harmonique permettant de générer un faisceau à 425 nm à partir de notre faisceau de pompe à 850 nm.

4.1.1.1 Description

La cavité ainsi conçue est une cavité papillon (voir figure 4.1), comprenant deux miroirs sphériques, dont l'un est un miroir dichroïque, un coupleur d'entrée et un miroir plan. Le miroir dichroïque permet de réfléchir le faisceau à 850 nm tout en ayant une transmission supérieure à 98% à 425 nm afin d'extraire le faisceau doublé en fréquence. La cavité mesure 3,96 m, ce qui correspond à la distance entre deux impulsions de notre laser, qui a un taux de répétition de 76 MHz. La finesse F de cette cavité est de $F \approx 60$. Ainsi, en moyenne, la durée de vie N d'une impulsion laser est de $N = \frac{F}{2\pi} \approx 10$ tours. La génération de seconde harmonique est réalisée par l'insertion d'un cristal dans la cavité. Ce dernier est placé au niveau du *waist* de la cavité situé entre les deux miroirs concaves. On a choisi un cristal de BiB_3O_6 pour sa bonne efficacité

de conversion à température ambiante. Une étude des paramètres du cristal effectuée à la partie 2.2.1 nous permet de définir sa taille optimale mais aussi le *waist* du faisceau lors du passage dans le cristal. Comme vu à la partie 2.2.1, le cristal de BiB_3O_6 présente un angle de *walk-off* α de l'ordre de $\alpha = 53 \text{ mrad}$. Pour éviter les effets trop indésirables du *walk-off* sur nos faisceaux, on a donc choisi une taille de faisceau au *waist* de $180 \mu\text{m}$. La taille du faisceau nous permet alors de choisir le rayon de courbure R_c de nos miroirs sphériques, que l'on prend de $R_c = 1 \text{ m}$. Il nous reste alors à déterminer la taille du cristal. En effet, comme on ne peut pas focaliser beaucoup à cause du *walk-off* spatial, il faut allonger la taille du cristal pour augmenter la conversion non-linéaire. Pour déterminer la taille du cristal, on prend en compte les effets de *Group Velocity Mismatch* et de *Group Velocity Dispersion* entre le faisceau de pompe à 850 nm et le faisceau doublé à 425 nm , comme vu à la partie 2.2.1. Comme montré sur la figure 2.5, la *Group Velocity Dispersion* est négligeable dans nos conditions. Le *Group Velocity Mismatch* limite la longueur du cristal à 3 mm maximum. Pour maximiser l'efficacité de conversion non linéaire, on choisit un coupleur d'entrée avec une réflexion de 95% et une longueur de cristal de 2 mm pour limiter les effets du *Group Velocity Mismatch* et du *walk-off* spatial.

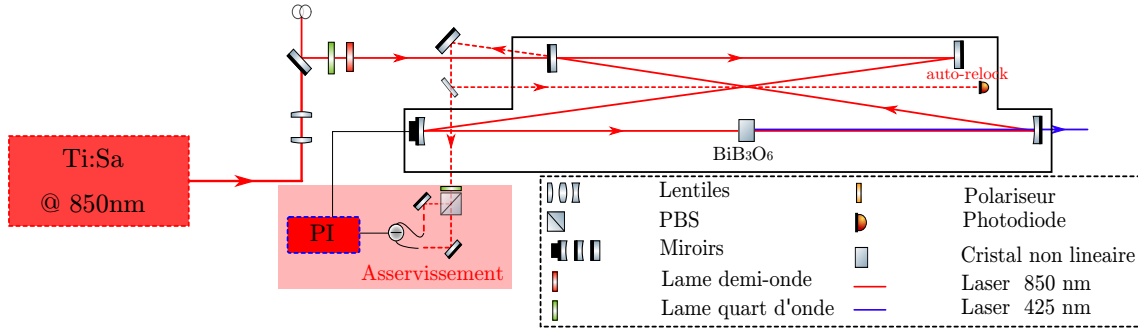


FIGURE 4.1 – Schéma de la cavité de génération de seconde harmonique

Pour s'assurer que l'on est bien à résonance, maximisant ainsi l'énergie de l'impulsion intracavité, on doit asservir la longueur de la cavité. Pour réaliser un asservissement, on a besoin d'une mesure, d'un actionneur et d'un correcteur. On utilise la méthode de Hansch et Couillaud [94]. Cet asservissement repose sur le fait que la réflexion par le coupleur d'entrée s'annule à résonance. La mesure de l'intensité lumineuse réfléchie est cependant insuffisante car ce signal est positif et ne donne pas le signe de la correction à effectuer. Cependant, si on tourne légèrement la polarisation incidente, seule la polarisation orthogonale à la polarisation couplée est réfléchie, et la polarisation réfléchie est alors linéaire, tandis qu'on peut montrer qu'elle est elliptique hors résonance. Ainsi, en analysant l'ellipticité de la polarisation réfléchie à l'aide d'une lame quart d'onde et d'un cube séparateur de polarisation, on génère notre signal d'erreur. On collecte alors, via deux photodiodes, les signaux en sortie du cube et on obtient notre signal d'erreur en faisant la différence des photocourants [94]. Notre correcteur est un circuit proportionnel-intégral, dont le signal de sortie est amplifié puis envoyé à notre actionneur qui corrige alors la longueur de la cavité. Ce dernier est une cale piezo-électrique qui est fixée sur l'arrière d'un des miroirs sphériques. Afin de garantir la stabilité de l'asservissement de la cavité pour des temps longs d'expérimentation, un système dit d'*autorelock* a été installé. Ce système permet de réinitialiser l'asservissement en cas de forte dérive. Il est composé d'un comparateur et d'un *relay reed*¹. Le comparateur permet

1. interrupteur fonctionnant à l'aide d'un électro-aimant

d'évaluer la dérive de l'asservissement et, au dessus ou en dessous d'une certaine plage acceptable pour le signal d'erreur, le comparateur active le *relay-reed* qui vient relancer l'asservissement et remettre la fonction d'erreur dans la plage acceptable (voir figure 4.2).

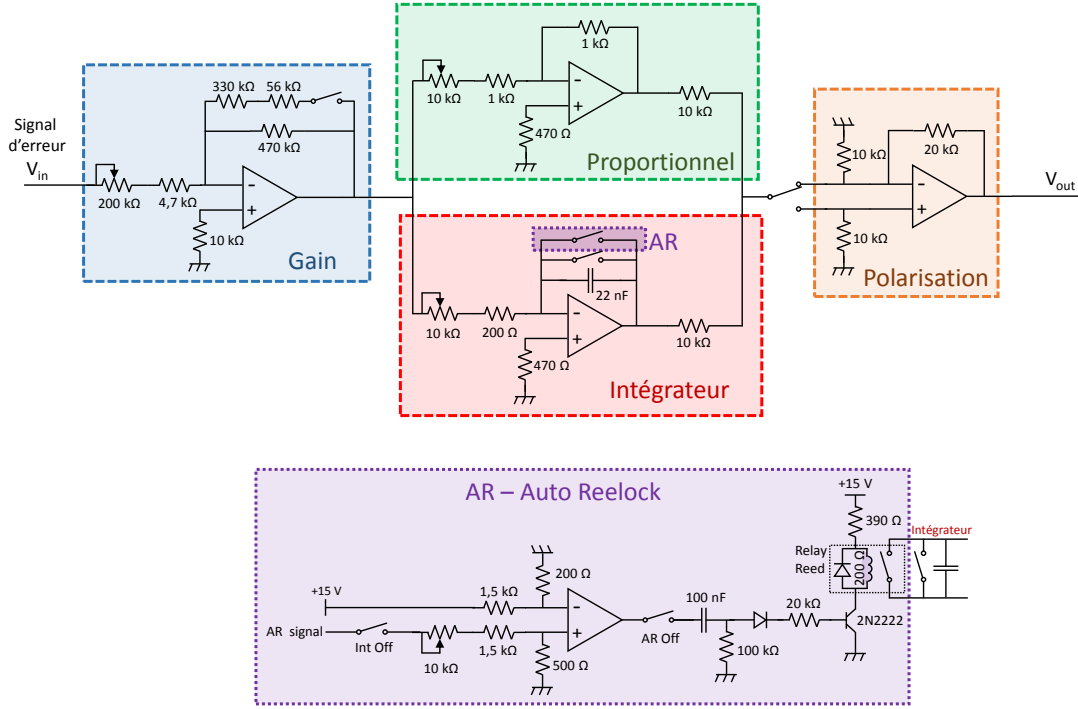


FIGURE 4.2 – Schéma de l'asservissement de la cavité de génération de seconde harmonique

4.1.1.2 Modélisation de la cavité

Pour déterminer la distance entre les miroirs concaves et la taille du faisceau incident dans la cavité, on modélise la stabilité ainsi que le comportement du faisceau dans la cavité. Pour ce faire on utilise le formalisme des matrices ABCD. Ce sont des matrices de transfert permettant de décrire l'évolution des faisceaux après le passage d'un système optique, comme notre cavité. On définit T_c la matrice de transfert de la cavité telle que :

$$T_c = \begin{pmatrix} A_c & B_c \\ C_c & D_c \end{pmatrix}$$

Le déterminant de la matrice T_c est unitaire donc la condition de stabilité de la cavité nous donne :

$$m \equiv \left| \frac{A_c + D_c}{2} \right| < 1 \quad (4.1)$$

On représente sur la figure 4.3 la quantité m en fonction de la distance entre les deux miroirs concaves L_m . Cela nous dit que si la distance entre les deux miroirs concaves est comprise entre 1 m et 2 m alors on a $|m| < 1$ et donc que notre cavité est stable.

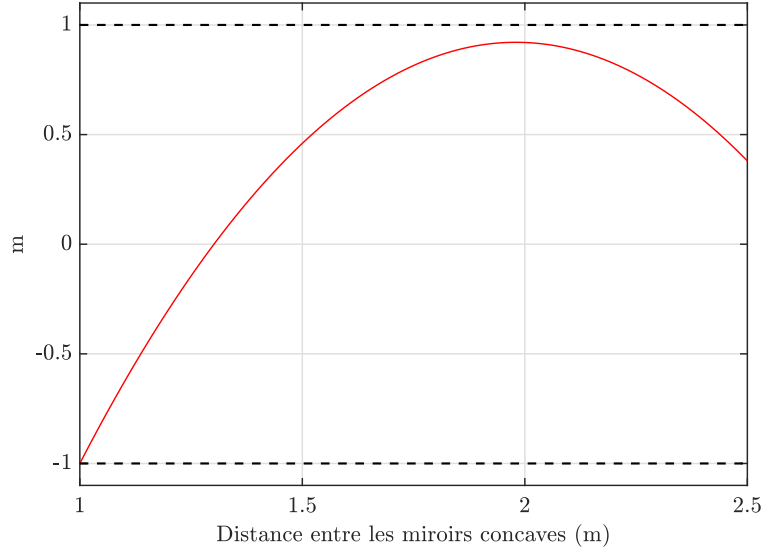


FIGURE 4.3 – Évolution du paramètre m de la cavité SHG en fonction de la longueur entre les deux miroirs concaves L_m . Les droites en pointillés de valeur ± 1 correspondent aux bornes de stabilité de la cavité. La valeur du paramètre m doit toujours être telle que $|m| < 1$ pour que la cavité soit stable.

On représente ensuite sur la figure 4.4 l'évolution du *waist* en fonction de la distance entre les deux miroirs concaves. Sachant que l'on souhaite une taille de faisceau au *waist* de $180 \mu\text{m}$, cela nous fixe la distance entre les deux miroirs concaves. On dispose alors de 3 solutions, et on choisit celle qui allie compacité et des bras de même longueur, à savoir $L_m = 1,14 \text{ m}$.

Intéressons-nous maintenant à l'évolution du faisceau dans la cavité. Tout faisceau gaussien peut être défini par son rayon de courbure complexe $q(z)$ tel que :

$$\frac{1}{q(z)} = \frac{1}{R(z)} + i \frac{\lambda_0}{\pi w(z)^2} \quad (4.2)$$

où R est le rayon de courbure du front d'onde du faisceau et w est le rayon du faisceau. Pour assurer le mode-matching du faisceau dans la cavité, il faut que le mode spatial après un tour soit identique au mode spatial du faisceau qui entre dans la cavité :

$$q_{in} = q_{out} = T_c q_{in} = \frac{A_c q_{in} + B_c}{C_c q_{in} + D_c} \quad (4.3)$$

Cela nous mène à un rayon de faisceau qui est de :

$$w_{in}^2 = \frac{\lambda_0 |B_c|}{\pi \sqrt{1 - \left(\frac{A_c + D_c}{2}\right)^2}} \quad (4.4)$$

ainsi qu'à un rayon de courbure pour notre faisceau de :

$$R_{in} = \frac{2B_c}{A_c - D_c} \quad (4.5)$$

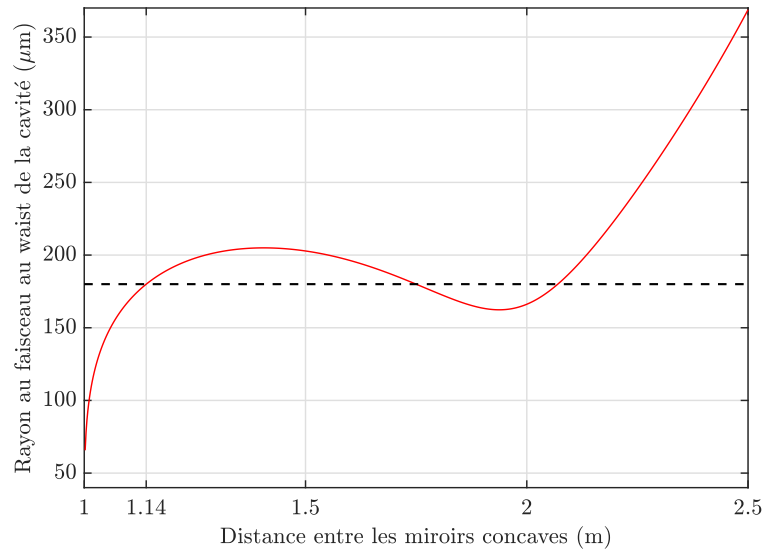


FIGURE 4.4 – Évolution théorique de la taille du faisceau au *waist* en fonction de la distance entre les miroirs concaves de la cavité SHG. La droite en pointillés correspond à la taille de faisceau au *waist* recherchée. On dispose alors de 3 solutions. On choisit celle qui allie compacité et des bras de même longueur.

Une fois déterminés les paramètres du faisceau en entrée de cavité, il est aisé de calculer son évolution au sein de cette dernière (toujours en utilisant le formalisme des matrices ABCD). La figure 4.5 représente l'évolution du rayon du faisceau résonnant dans la cavité en fonction de sa position dans celle-ci, l'origine étant prise en un point situé à égale distance des deux miroirs sphériques (waist de $180\ \mu\text{m}$).

Cette solution est unique. Si le faisceau incident n'est pas égal au faisceau résonnant dans la cavité, alors il se produit des oscillations du mode spatial, et en particulier au niveau du *waist* de la cavité qui correspond à l'emplacement de notre cristal. On représente sur la figure 4.6 la variation du rayon du faisceau au *waist* en fonction du nombre de tours dans la cavité, et pour différentes valeurs du rayon du faisceau initial incident sur la cavité. Le waist est stable si le faisceau incident a le bon rayon, mais il oscille dans le cas contraire. Comme vu à la partie 2.2.1.2, l'efficacité de la génération de seconde harmonique dépend de la taille du faisceau et donc de la taille au *waist*. Une oscillation de cette dernière entraînera des pertes de conversions et un moins bon rendement, voire des fluctuations dans la génération de seconde harmonique.

4.1.1.3 Performance

Grâce à notre cavité nous avons obtenu des efficacités de conversion de l'ordre de 71% et, en sortie de la cavité, des puissances crêtes de l'ordre de 1 kW pour nos impulsions doublées à 425 nm. Cependant, on est loin des valeurs obtenues avec le *pulse picker* qui étaient de l'ordre de 8 kW. Il a alors été décidé de construire une seconde cavité pour l'Amplification paramétrique optique.

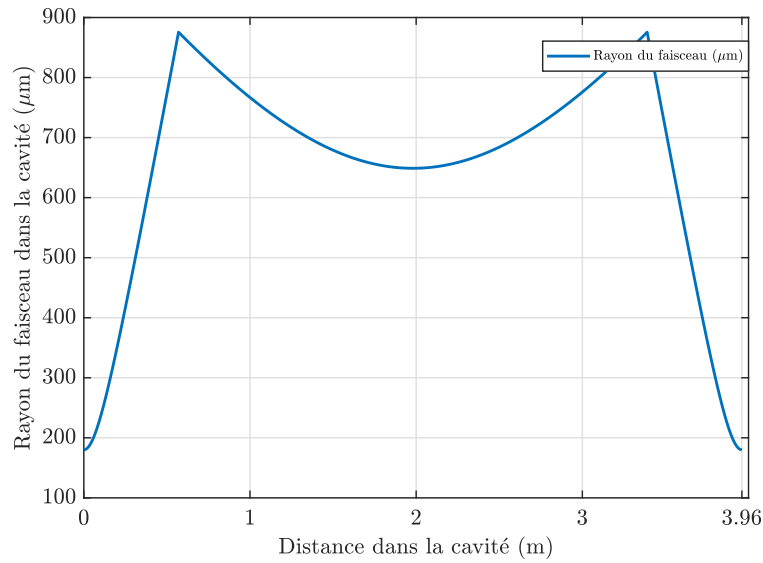


FIGURE 4.5 – Évolution de la taille théorique du faisceau stable dans la cavité SHG. On prend comme origine un point situé à égale distance des deux miroirs sphériques. Comme on s’y attend, il existe deux minima locaux pour la taille du faisceau. On place alors le cristal non linéaire au minimum global.

4.1.2 Amplificateur paramétrique optique

Le principe de cette cavité est le même que pour la cavité de génération de seconde harmonique : on veut augmenter l’énergie par impulsion du faisceau pompe en additionnant les impulsions laser grâce à la cavité. On pourra ainsi générer des paires de photons uniques par fluorescence paramétrique en plaçant un cristal non-linéaire au *waist* de la cavité. L’objectif est toujours d’atteindre au moins une puissance crête de 8 kW.

4.1.2.1 Description

On réalise pour l’amplification paramétrique une cavité papillon de même longueur que la cavité précédente. Elle est donc aussi composée d’un miroir plan, d’un coupleur d’entrée et de deux miroirs concaves de rayon de courbure $R_c = 1$ m, mais pas de miroir dichroïque. En effet la génération des photons uniques n’est pas colinéaire au faisceau de pompe, et les photons ne sont donc pas stockés dans la cavité. Elle est représentée sur la figure 4.7. Le cristal utilisé pour cette cavité est aussi un cristal de BiB_3O_6 . On travaille avec un accord de phase de type I. La grande différence entre les deux cavités est que l’on souhaite à présent générer des paires de photons uniques, et les pertes de conversion non-linéaire sont donc négligeables devant la puissance du faisceau de pompe. On peut alors obtenir des puissances crêtes beaucoup plus importantes que dans la cavité SHG. On dispose de plusieurs types de coupleurs d’entrée avec des transmissions allant de 90% à 98%, et on peut donc adapter les pertes dans la cavité en fonction des puissances recherchées. On choisit de travailler avec une polarisation P^2 . De par l’accord de phase dans le cristal, les paires de photons uniques ainsi générées seront de polarisation S, ce qui optimise la

2. Polarisation contenue dans le plan d’incidence

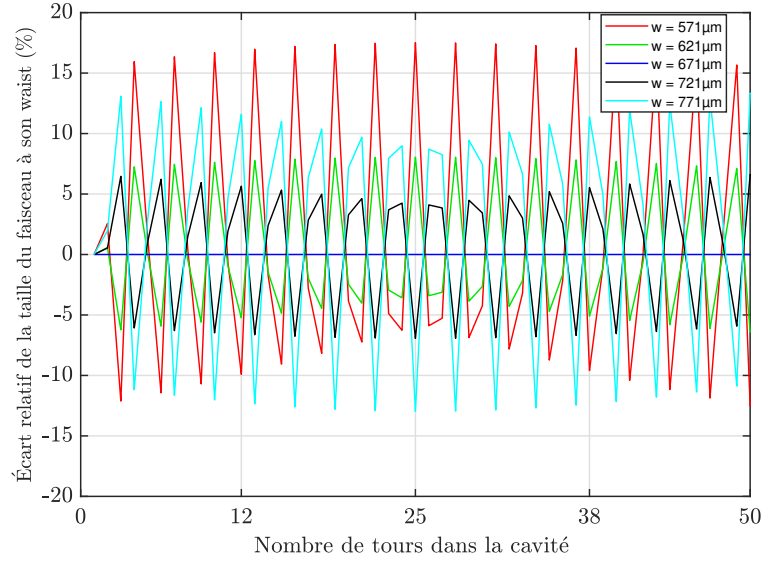


FIGURE 4.6 – Évolution de l'écart relatif de la taille du faisceau à la taille de faisceau stable dans la cavité en fonction du nombre de tours dans la cavité. Le point de comparaison choisi est l'emplacement du *waist* de la cavité où l'on a placé le cristal. On a pris 5 tailles de faisceaux différentes en entrée de cavité, dont une (en bleu foncé) correspondant à la solution stable. Si on s'écarte de part et d'autre de la taille du faisceau stable, on obtient une oscillation du mode spatial du faisceau en fonction du nombre de tours. L'intensité au centre de notre faisceau est inversement proportionnelle au carré de sa taille. En moyenne un mode oscillant nous fait donc perdre en intensité vue par le cristal.

réflexion sur les miroirs.

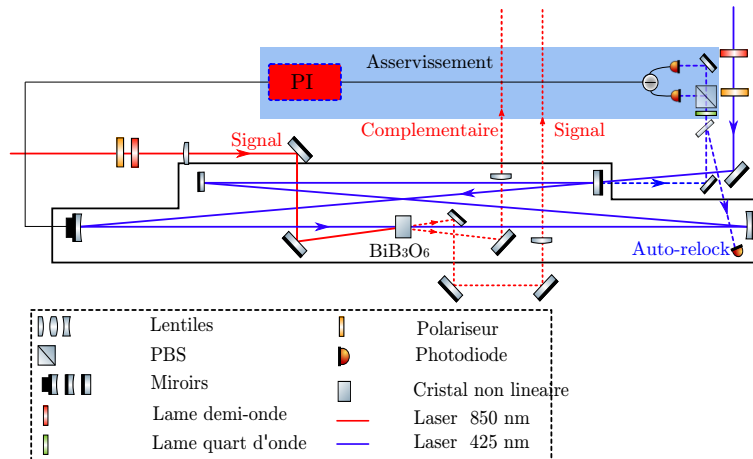


FIGURE 4.7 – Schéma de la cavité d'amplification paramétrique optique

L'asservissement de la longueur de la cavité est effectué de manière identique à celui de la cavité précédente, avec le même système d'*auto-relock*. La cavité a une finesse de $F = 155$ avec un coupleur d'entrée de réflexion $R = 98\%$

4.1.2.2 Modélisation de la cavité

Nous sommes dans une situation similaire à ce que nous avons vu précédemment pour la cavité de génération de seconde harmonique, et nous pouvons utiliser les mêmes relations. Le critère sur la stabilité de la cavité reste le même, cependant comme certains paramètres de la cavité dépendent de la longueur d'onde, la distance entre les miroirs ainsi que le profil du faisceau changent. On représente sur la figure 4.8 l'évolution de la taille du faisceau au *waist* pour différentes longueurs entre les miroirs concaves.

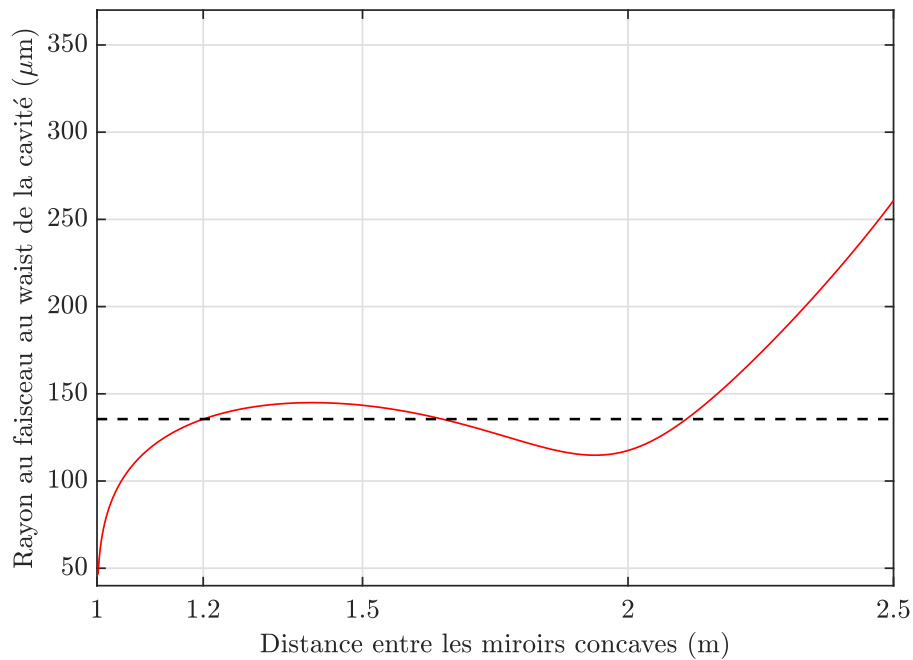


FIGURE 4.8 – Évolution de la taille du faisceau au *waist* de la cavité OPA en fonction de la distance entre les deux miroirs concaves. Comme pour la cavité SHG, on représente en pointillés la taille du faisceau désirée au *waist* de la cavité. La différence vient de la valeur de la longueur d'onde, dont la taille du *waist* dépend.

On en déduit alors que pour avoir une taille au *waist* de $135\ \mu\text{m}$, il est nécessaire d'avoir une distance entre les deux miroirs concaves de l'ordre de $1,2\ \text{m}$. Maintenant que l'on a déterminé la distance entre les deux miroirs, on peut calculer le mode spatial du faisceau en entrée de la cavité pour qu'il y soit stable, c'est-à-dire que la taille en entrée soit égale à la taille après un tour. On représente cette solution sur la figure 4.9.

4.1.2.3 Performance

L'objectif était, on le rappelle, de parvenir à obtenir au moins la même puissance crête que dans les expériences précédentes de l'équipe, c'est-à-dire au moins $8\ \text{kW}$ pour nos impulsions laser à $425\ \text{nm}$. Il se trouve que nous avons pu obtenir, avec un coupleur d'entrée de réflexion $R = 98\%$ une puissance crête d'environ $44(5)\ \text{kW}$ soit une puissance moyenne d'environ $11 \pm 1\ \text{W}$. L'objectif a ainsi été dépassé de presque un ordre de grandeur. Cette augmentation d'un facteur

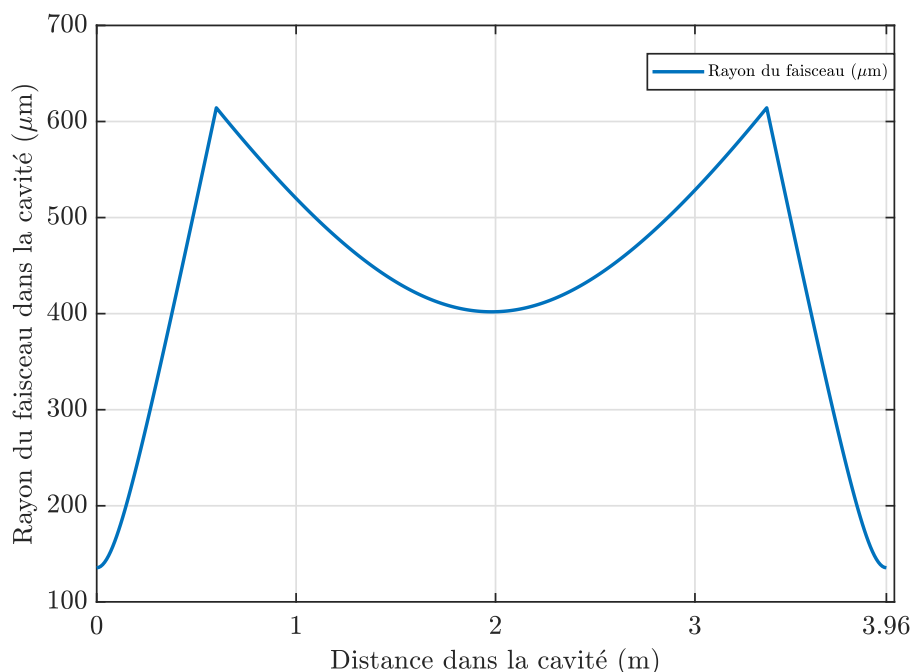


FIGURE 4.9 – Évolution théorique du mode stable de la cavité OPA. On note l'influence du changement de longueur d'onde sur la taille du faisceau, qui est réduite pour une distance plus grande entre les miroirs.

44 par rapport à la sortie de la précédente cavité peut s'expliquer par les faibles pertes liées à la génération de paires de photons par fluorescence paramétrique. Comme on cherche plutôt à travailler avec des puissances moyennes de l'ordre d'1 W, nous avons mis en place un système de diminution de la puissance injectée dans la cavité à l'aide d'une lame demi-onde suivie d'un polariseur. Nous pouvons ainsi maîtriser la puissance dans la cavité. De plus, comme on se trouve avec un excès de puissance, et afin d'améliorer la stabilité de la cavité, nous avons diminué la finesse de la cavité en remplaçant le coupleur d'entrée par un autre de réflexion $R = 96\%$, ce qui nous donne une finesse de l'ordre de $F = 77$.

4.1.3 Dégénérescence paramétrique optique

Nous générons les états photons uniques par fluorescence paramétrique. Pour ce faire, il faut utiliser le cristal de BiB_3O_6 en configuration non-colinéaire. Afin de se placer dans cette configuration, mais aussi pour permettre d'aligner le reste du montage expérimental, on utilise un faisceau signal, et on incline aussi le cristal dans un plan vertical, légèrement, afin de pouvoir continuer d'obtenir l'accord de phase. Dans cette configuration, le faisceau pompe va amplifier le faisceau signal et générer un faisceau complémentaire (le faisceau « *idler* ») par amplification paramétrique. Afin de satisfaire les conditions de conservation d'énergie et d'impulsion, le faisceau complémentaire est à 850 nm et il forme un angle β avec le faisceau signal, dépendant de l'angle

θ d'inclinaison du cristal, tel que :

$$\beta = \arccos \left(n_{425} \sqrt{\frac{\cos^2 \theta}{n_{y,850}^2} + \frac{\sin^2 \theta}{n_{z,850}^2}} \right) \quad (4.6)$$

On détermine alors l'angle optimal du faisceau signal en optimisant la puissance du faisceau complémentaire. En revanche, cette optimisation ne nous permet pas de définir le bon mode spatial du faisceau signal et en particulier la bonne taille du faisceau au *waist*. On peut évaluer théoriquement la taille $w_{0,c}$ du faisceau complémentaire à son *waist* en fonction de la taille $w_{0,s}$ du *waist* du faisceau signal en utilisant la relation $w_{0,c}^{-2} = w_{0,s}^{-2} w_{0,p}^{-2}$, où $w_{0,p}$ est la taille de la pompe. Cette expression résulte de l'écriture du profil transverse du champ complémentaire comme le produit du champ pompe et du champ signal, en supposant des profils gaussiens. Pour un *waist* optimal du faisceau signal, les deux modes des faisceaux signal et complémentaire seront les mêmes. On représente cette évolution théorique sur la figure 4.10. On peut alors noter deux choses : premièrement, pour des tailles au *waist* du faisceau signal plus grandes que la taille au *waist* du faisceau de pompe, on a bien une saturation de la taille au *waist* du faisceau complémentaire qui est alors limité par la taille de la pompe. Deuxièmement, pour des tailles au *waist* du faisceau signal plus petites que la taille au *waist* du faisceau pompe, on a bien une convergence des deux tailles des faisceaux signal et complémentaire, les modes seront alors les mêmes.

La technique expérimentale que nous avons mise en place pour effectuer le diagnostic du mode spatial du faisceau signal consiste à faire interférer les deux faisceaux signal et complémentaire en sortie du cristal. On optimise alors la valeur du contraste en modifiant le mode du faisceau signal (également appelé faisceau sonde). C'est ce que l'on représente sur la figure 4.11. On a bien une diminution du contraste avec l'augmentation de la taille au *waist* du faisceau signal et une saturation pour des tailles au *waist* petites devant la taille au *waist* du faisceau de pompe, typiquement pour des tailles au *waist* plus petites que 75 μm . Nous avons finalement choisi une taille au *waist* du faisceau sonde de 75 μm . En effet, le faisceau complémentaire sert ici à aligner le reste de l'expérience, c'est-à-dire le trajet qu'effectuons les photons uniques. Il est ainsi primordial que le mode du faisceau complémentaire ne soit pas trop petit pour ne pas avoir de défaut d'alignement ou de recouvrement avec l'oscillateur local.

4.2 Ligne à retard optique

4.2.1 Nécessité d'une synchronisation temporelle

Adaptation du taux de répétition de l'oscillateur local Après avoir enlevé le *pulse picker*, le taux de répétition de notre oscillateur local est de 76 MHz. De ce fait, il nous faut réduire ce taux pour ne pas saturer notre détection homodyne qui a une bande passante de l'ordre de 10 MHz. Nous avons choisi d'utiliser une cellule de Pockels couplée avec un polariseur. Ainsi, en croisant le polariseur avec la polarisation du faisceau incident, ce dernier ne laissera passer que les impulsions laser affectées par la cellule de Pockels. On peut alors choisir le taux de répétition que l'on désire pour l'oscillateur local : il suffit pour cela de choisir le délai entre deux applications de la haute tension sur la cellule de Pockels. Afin de pouvoir discriminer deux impulsions laser successives, il faut choisir une cellule de Pockels dont le temps de montée et le temps de descente sont rapides devant la période de répétition du laser. Cette période, que l'on appellera T_L , est

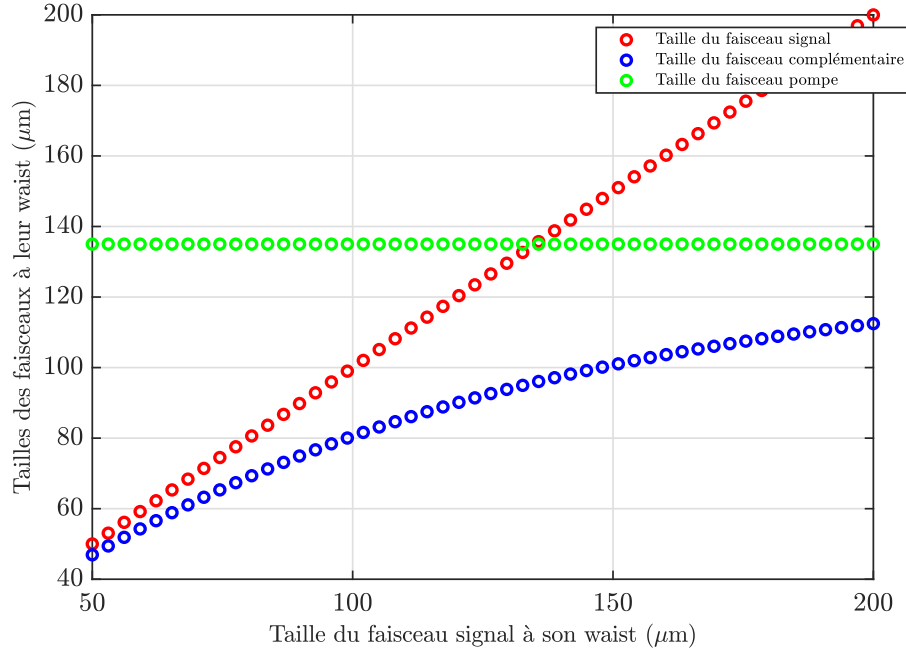


FIGURE 4.10 – Évolution théorique de la taille du faisceau complémentaire à son *waist* en fonction de la taille du faisceau signal à son *waist*. Pour des tailles de *waist* du faisceau signal plus grandes que la taille au *waist* du faisceau de pompe, on a une saturation de la taille au *waist* du faisceau complémentaire qui est alors limitée par la taille de la pompe. Pour des tailles au *waist* du faisceau signal plus petites que la taille au *waist* du faisceau pompe, on a une convergence des deux tailles des faisceaux signal et complémentaire, les modes seront alors les mêmes.

d'environ $T_L \approx 13,15 \text{ ns}$. Cela définit une borne supérieure pour le temps de montée ou de descente de notre cellule. Nous avons choisi la cellule la plus rapide disponible. Elle est composée d'un premier ensemble comprenant deux cristaux de RTP, achetés à la société *Raicol*, formant un ensemble de 25 mm de long, ainsi que des électrodes. Le second ensemble consiste en un dispositif électronique permettant de générer les impulsions de haute tension aux bornes des cristaux à partir d'une source de haute tension. Ce dispositif est composé du générateur de haute tension, d'une carte électronique pour contrôler l'application de la tension aux bornes des cristaux, d'une enceinte accueillant les cristaux, mais aussi d'un dispositif permettant de convertir la haute tension continue délivrée par le générateur en impulsions de haute tension telles que définies par la carte électronique. Le dispositif électronique provient de la société *BME Bergmann*. La carte utilisée est une carte PCI *BME_SG08p*. Pour comprendre le fonctionnement de l'ensemble, on présente sur la figure 4.12, un exemple de chronogramme des signaux électronique envoyés par la carte et des impulsions hautes tensions envoyées aux cristaux de la cellule de Pockels.

Ainsi en bleu, on présente les impulsions envoyées par la carte vers le driver de la cellule de Pockles, lui-même alimenté par une source haute tension. Ce sont les fronts montants impulsions qui vont venir basculer deux à deux des interrupteurs façonnant les impulsions haute tension représentées en rouge. Afin de générer les impulsions hautes tensions les plus courtes possibles, ces deux impulsions sont soustraites l'une à l'autre générant les deux impulsions, représentées en violet, envoyées aux cristaux de la cellule. Ce dispositif permet d'avoir une précision de 25 ps sur

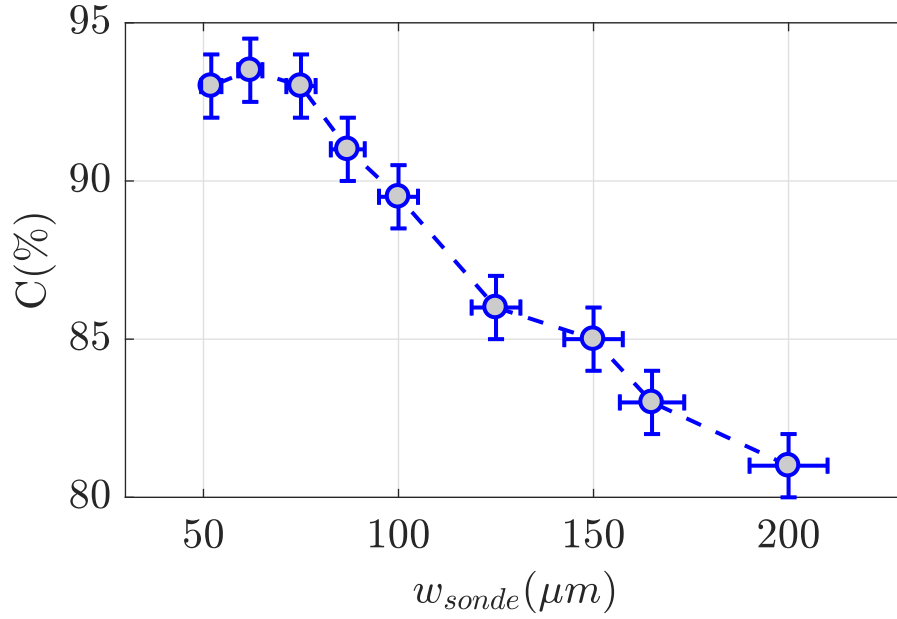


FIGURE 4.11 – Évolution du contraste expérimental des interférences enregistrées entre le faisceau complémentaire et le faisceau signal en fonction de la taille au waist du faisceau signal.

la taille des impulsions.

Un tel dispositif possède un système de déclenchement externe. On peut alors optimiser notre oscillateur local en ne déclenchant la cellule de Pockels que lorsque l'on a détecté la génération d'une paire de photons uniques. La carte ayant des sorties surnuméraires, on peut alors en utiliser une pour déclencher la carte d'acquisition. La détection d'une paire de photons déclenchera alors la mesure homodyne, avec l'envoi d'une impulsion de l'oscillateur local synchronisée sur le photon unique, mais aussi son acquisition par la carte. En faisant cela, on réduit à l'essentiel les données prises par la détection homodyne. L'utilisation de la cellule de Pockels et de la carte électronique associée nous oblige à maîtriser parfaitement les différents délais aussi bien électroniques qu'optiques entre la génération de la paire de photons, la détection du premier photon unique de la paire par la photodiode à avalanche et l'acquisition de la mesure homodyne du second photon de la paire.

Synchronisation de l'électronique Pour maîtriser ces délais, il faut d'abord les identifier et les mesurer. Les différents délais peuvent se décomposer en deux parties : les délais immuables, qui nous sont imposés, et les délais modulables, que l'on peut ajuster facilement. Ce sont surtout les délais immuables qu'il nous faut identifier et déterminer. Notre point de départ se situe au niveau de la génération de la paire de photons uniques, et notre point d'arrivée au moment où l'on va activer la cellule de Pockels pour laisser passer l'impulsion laser de l'oscillateur local. On a un premier délai optique correspondant au trajet du photon depuis le cristal vers la photodiode à avalanche (APD). Ensuite, il faut prendre en compte le temps que met la photodiode à avalanche pour traiter l'information et générer son impulsion TTL. Il faut ensuite prendre en compte le temps que met l'impulsion pour arriver sur la carte électronique de la cellule de Pockels, ainsi que le temps que prend la carte pour traiter l'information. Une fois que la carte a envoyé ses

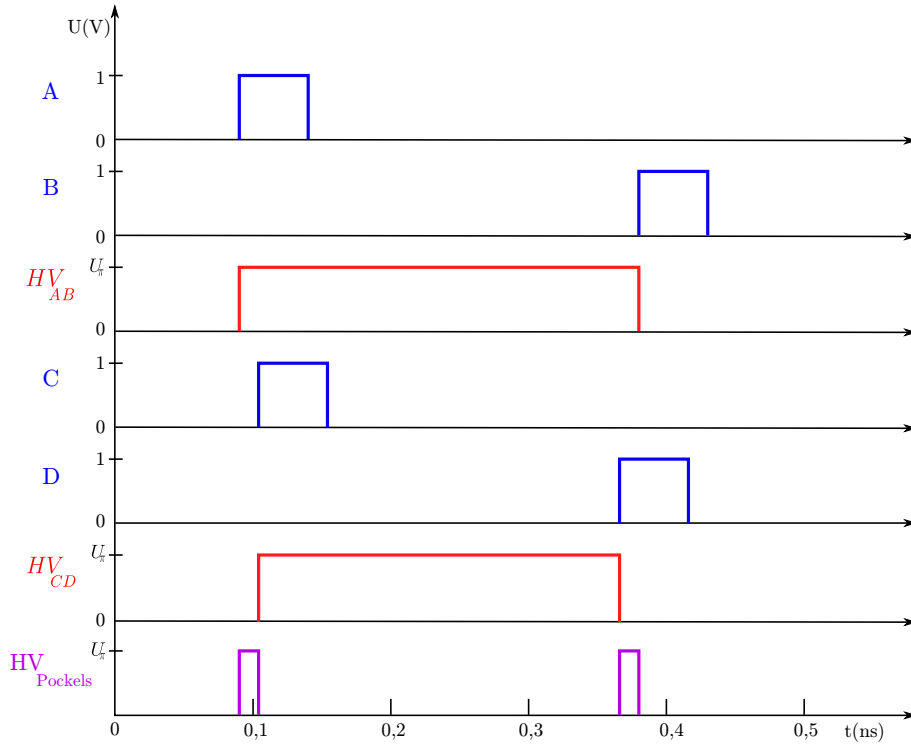


FIGURE 4.12 – Chronogramme des différents signaux de la carte électronique pour la génération d'impulsions hautes tensions appliquées à la cellule de Pockels.

instructions, le *driver* de la cellule doit l'interpréter, ce qui ajoute un délai. Et enfin, il reste à prendre en compte le temps de montée de la tension aux bornes des cristaux.

On résume les différentes mesures de délais :

- Cristal -> APD : $\tau_{det} \approx 20$ ns
- APD -> Carte PCI : $\tau_{APD} \approx 30$ ns
- Carte PCI -> Driver : $\tau_{PCI} \approx 61$ ns
- Driver -> Cellule : $\tau_{driver} \approx 38$ ns
- Temps de montée Cellule : $\tau_{cell} \approx 7$ ns

L'ensemble de ces délais immuables nous donne un délai total minimal de $\tau \approx 156$ ns. Pendant ce temps, le second photon aurait le temps de parcourir 47 m. Il est ainsi nécessaire, non pas juste d'adapter le trajet, mais de fortement retarder ce second photon. Nous avons pour cela implémenté une ligne à retard optique.

4.2.2 Principe de fonctionnement de la ligne à retard optique

Le principe de fonctionnement de la ligne à retard est simple : on veut faire parcourir une certaine distance, ici au moins 47 m, au second photon de notre paire, afin de le retarder le temps que la détection du premier photon soit traitée par l'électronique. Pour cela, on va faire effectuer à notre photon plusieurs allers-retours entre deux miroirs concaves de rayons de courbure identique, comme indiqué sur la figure 4.13. Ainsi si on injecte un faisceau hors du centre d'un des miroirs, il

sera réfléchi plusieurs fois sur les deux miroirs avant de sortir. Afin de gagner en encombrement, on va replier sur elle même la cavité, en ajoutant un miroir plan à mi-distance entre les deux miroirs sphériques, les deux miroirs se retrouvant alors côte à côte. Cette configuration est également représentée sur la figure 4.13.

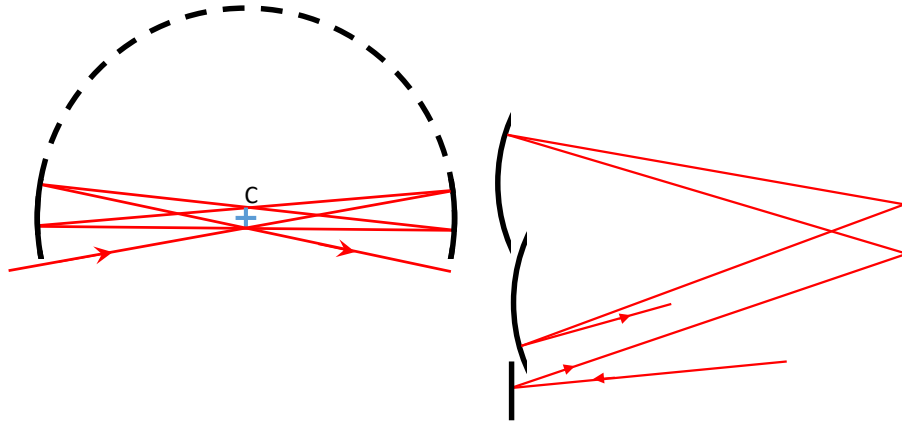


FIGURE 4.13 – Schéma de principe de la ligne à retard optique.

Nous avons choisi d'utiliser des miroirs *Layertec* de rayons de courbure $R_c = 2,5$ m. Pour déterminer la distance entre les miroirs concaves et le miroir plan, il est nécessaire d'étudier la stabilité de la ligne à retard.

4.2.3 Modélisation des paramètres de la ligne à retard

Cette ligne à retard peut être considérée comme une cavité ouverte. Bien qu'ouverte, on veut que le faisceau soit stable dans la cavité, c'est-à-dire que la taille du faisceau après un tour ne dépende pas du nombre de tours. La condition de stabilité est alors la même que pour une cavité fermée classique. Ceci nous donne la condition suivante sur la distance d entre les deux miroirs concaves de rayon de courbure $R_c = 2,5$ m :

$$d < 2R_c \implies d < 5 \text{ m} \quad (4.7)$$

Nous avons choisi une distance de $d = 4,8$ m afin de maximiser la taille de la cavité tout en restant stable. Maintenant que l'on a déterminé la longueur de notre ligne à retard, il faut que l'on détermine le nombre d'allers-retours que l'on veut y faire, et donc le retard que l'on souhaite appliquer à notre photon. La distance d'un aller-retour équivaut à deux fois la distance entre les miroirs. On a choisi des miroirs de deux pouces de diamètre ce qui autorise théoriquement un nombre d'allers-retours allant de 1 à 9, soit des temps de retard allant de 32 à 288 ns par pas de 32 ns, ce qui est largement suffisant pour nous. Pour avoir un retard d'au moins 156 ns, il nous faut au moins 5 allers-retours correspondant à un temps de retard de ≈ 160 ns. Pour faciliter la superposition temporelle avec nos impulsions d'oscillateur local, il a été décidé d'effectuer 6 allers-retours dans la ligne à retard. Il est alors toujours possible de jouer sur les délais des cartes

PCI ou d'ajouter une ligne à retard électronique pour gérer le retard supplémentaire introduit par l'ajout d'un aller-retour.

Intéressons-nous maintenant à l'évolution de notre faisceau dans une telle cavité et en particulier comment sont répartis les différents points sur les miroirs sphériques. Commençons par introduire un axe optique qui soit orthogonal aux deux miroirs, et qui satisfasse les lois de réflexion au niveau du miroir plan. Cet axe est unique, et croise le miroir de droite (D) au point O_1 et le miroir de gauche (G) au point O_2 . Il est possible de repérer les différents points d'impact du faisceau par rapport à cet axe. Plus précisément, la position X_i d'un point d'impact sera repérée par rapport à O_1 si ce point est sur le miroir D, et à O_2 s'il est sur le miroir G. De même, l'angle θ_i sera défini par rapport à la direction de l'axe au niveau du miroir considéré. On peut montrer que, dans ces conditions, les points d'impacts successifs (X_i, θ_i) suivent la même loi de récurrence que dans le cas d'un unique miroir sphérique faisant face au miroir plan [95], à savoir la relation suivante :

$$\begin{pmatrix} X_{i+1} \\ \theta_{i+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & d \\ -\frac{1}{f} & 1 - \frac{d}{f} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_i \\ \theta_i \end{pmatrix} \quad (4.8)$$

où d est la distance entre les deux miroirs sphériques, soit deux fois la distance entre les miroirs sphériques et le miroir plan, et f la focale des miroirs sphériques.

Les points parcourent alors une ellipse avec un incrément angulaire θ tel que :

$$\cos(\theta) = 1 - \frac{d}{f} \quad (4.9)$$

Cet incrément angulaire ne dépend alors uniquement que de la distance entre les miroirs. Le second paramètre sur lequel on peut jouer est la position de la première réflexion, ainsi que l'angle d'incidence après cette réflexion (*i.e.* position de la seconde réflexion). Une fois ces paramètres choisis, on peut déterminer l'ensemble des points pour le nombre d'allers-retours que l'on souhaite. Un exemple d'ellipse de disposition des impacts du faisceau sur les miroirs sphérique est représenté sur la figure 4.14.

Sur cette figure, nous avons aussi représenté la position des bords des deux miroirs sphériques, toujours dans le système de coordonnées relatif à l'axe optique : en rouge le bord gauche du miroir G, et en vert le bord droit du miroir D. D'après le principe de fonctionnement de notre ligne à retard, le faisceau va se réfléchir alternativement sur chaque miroir, les réflexions paires seront donc toutes sur le même miroir et les réflexions impaires sur l'autre. Il suffira alors uniquement de connaître le choix du sens d'insertion du faisceau dans la cavité pour savoir si les réflexions paires sont sur le miroir de gauche ou de droite. On a ici choisi d'insérer le faisceau de telle sorte que les points impairs soient sur le miroir de gauche. On constate alors qu'à part les points 1 et 13 tous les points impairs sont bien à droite de la ligne rouge et tous les points pairs sont bien à gauche de la ligne verte. Les réflexions 1 et 13 sont des réflexions particulières. Les points 1 et 13 correspondent à l'insertion et à l'extraction du faisceau : il est donc normal qu'ils passent à gauche du miroir de gauche. On place des miroirs taillés pour intercepter le faisceau de sortie et contrôler l'injection du faisceau d'entrée.

On représente sur la figure 4.15 les points tels qu'ils soient effectivement répartis sur chaque miroir, ce qui revient à translater les points de l'ellipse de la figure 4.14 de façon à ramener les points O_1 et O_2 sur la position réelle.

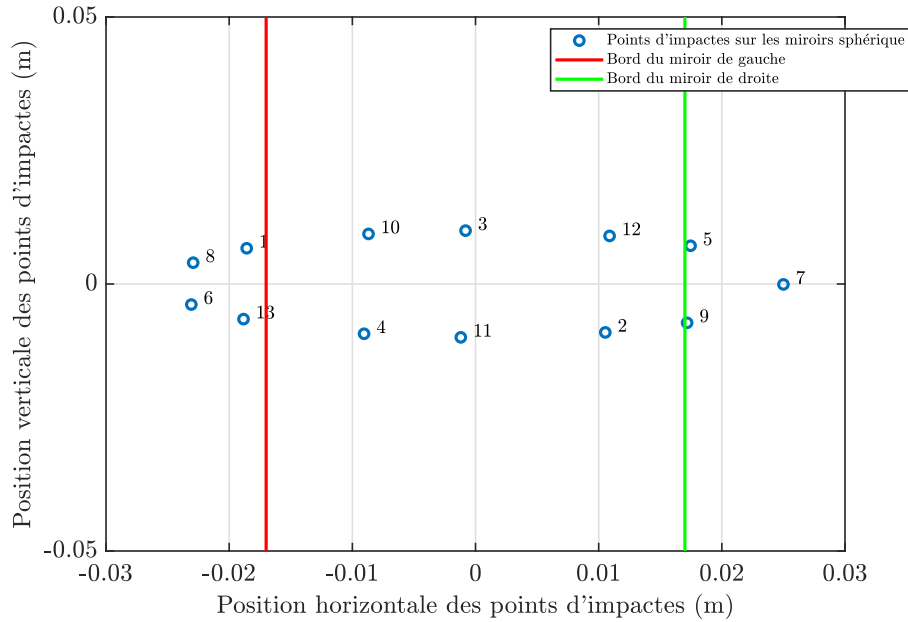


FIGURE 4.14 – Représentation de l'ellipse des points d'impacts du faisceau. La droite en rouge représente le bord du miroir de gauche. La droite en vert celui du miroir de droite. Les points pairs sont tous à gauche de la ligne bleue. Les points impairs sont tous à droite de la ligne rouge sauf 2, le premier et le dernier point. Pour le premier aller-retour le faisceau tape sur un miroir en dehors des deux miroirs sphériques. Pour le dernier aller-retour, le faisceau est intercepté avant les miroirs sphériques.

On utilise des miroirs *Layertec* dont les traitements diélectriques permettent d'atteindre des coefficients de réflexion $R > 99,99\%$, ce qui permet de limiter les pertes optiques liées aux nombreuses réflexions dans la ligne à retard.

4.2.4 Photons produits

Maintenant que l'on a notre source de photons uniques et notre ligne à retard, on s'intéresse alors à la qualité des photons uniques produits.

4.2.4.1 Principe de l'expérience

Le principe de la génération de photons uniques est le suivant :

- On part d'un laser Ti :Sa impulsif de taux de répétition 76 MHz et de longueur d'onde 850 nm.
- On sépare ces impulsions en deux parties.
- La première partie vient pomper un cristal de BiB_3O_6 dans une cavité afin de générer des impulsions laser à 425 nm par conversion non linéaire. La seconde partie nous servira d'oscillateur local pour la mesure homodyne.

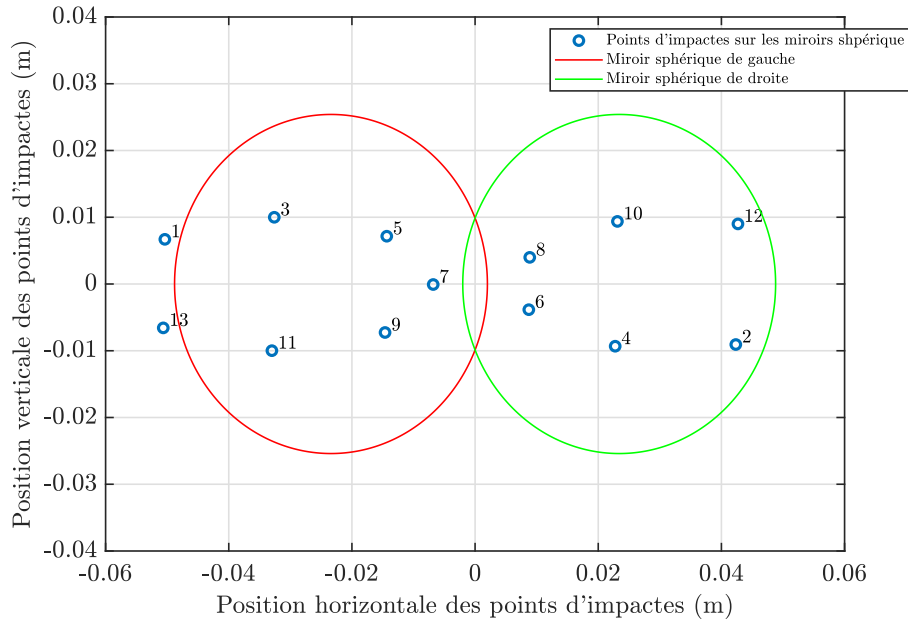


FIGURE 4.15 – Représentation des points d’impact du faisceau sur les miroirs sphériques de la ligne à retard. On répartit les points d’impacts sur les miroirs comme ils le sont en réalité. Les points pairs sur le miroir de droite en vert et les points impairs sur le miroir de gauche en rouge.

- Les impulsions laser ainsi doublées en fréquence vont venir pomper en cavité un second cristal de BiB_3O_6 et générer des paires de photons uniques par fluorescence paramétrique optique.
- Un des photons de la paire est envoyé sur une photodiode à avalanche pour signaler la création de la paire de photons uniques.
- Sur le trajet vers la photodiode, le photon passe à travers un étage de filtrage spectral et spatial pour maximiser le mode-matching avec l’oscillateur local.
- Une fois le photon détecté, la photodiode à avalanche envoie un signal à la carte PCI contrôlant la cellule de Pockels placée sur le trajet de l’oscillateur local.
- La cellule de Pockels s’active alors libérant une impulsion laser.
- Pendant ce temps le second photon de la paire est retardé dans une ligne à retard optique.
- Une fois sorti de la ligne à retard, le second photon unique est envoyé pour caractérisation dans une détection homodyne.
- On effectue alors une mesure homodyne de notre photon unique avec l’impulsion laser de l’oscillateur local.

La figure 4.16 représente le schéma de l’expérience de génération de photon unique.

4.2.4.2 Analyse des résultats

Afin de réduire les probabilités de génération d’autres états de Fock que des états de Fock à 1 photon, on réduit la puissance résonnante dans la cavité OPA à 3,7 kW de puissance moyenne,

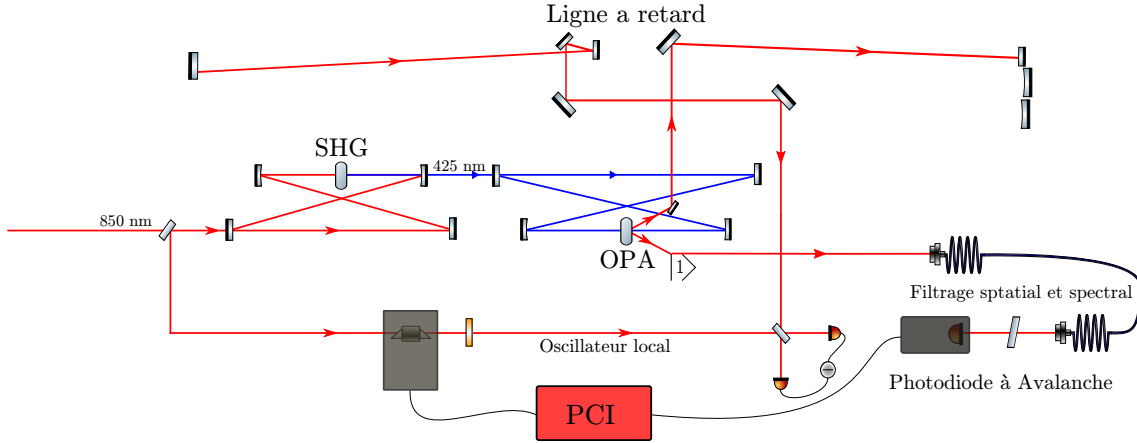


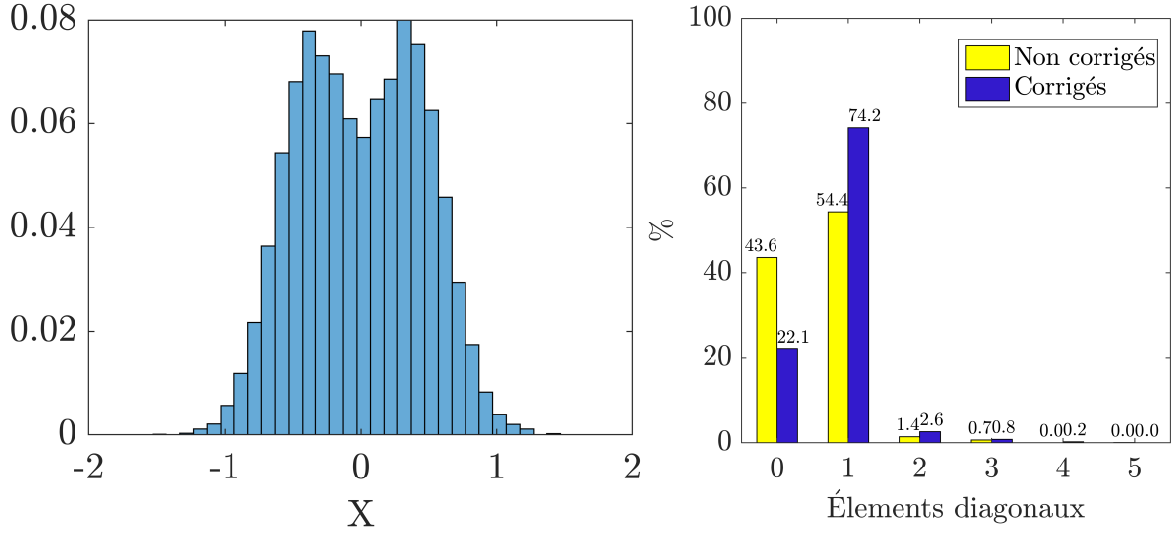
FIGURE 4.16 – Schéma de principe de l'expérience de génération d'état de Fock à un photon avec la ligne à retard et la cellule de Pockels. Le premier photon de la paire est détecté par la photodiode à avalanche qui envoie un signal à la cellule de Pockels pour libérer une impulsion laser de l'oscillateur local. Pendant ce temps, le second photon de la paire parcourt la ligne à retard. La libération de l'impulsion laser de l'oscillateur local est synchronisée temporellement pour qu'il interfère avec le photon unique sur la lame séparatrice de la détection homodyne.

soit environ 19 W en puissance crête. En effet, il a été mesuré que c'est à cette puissance que l'on obtient la meilleure fidélité pour nos états. On contrôle la puissance dans la cavité à l'aide d'une lame demi-onde placée avant le polariseur en amont de la cavité. On mesure la puissance par une fuite sur un des miroirs de la cavité. On acquiert 50 000 points pour faire la tomographie avec et sans correction des pertes à l'aide de la méthode du maximum de vraisemblance présentée en partie 1.4.3.2. On obtient un taux de production de l'ordre de 250 kHz. L'histogramme des éléments diagonaux de la matrice densité de notre état ainsi que celui de la distribution des points mesurés par notre détection homodyne sont représentés en figure 4.17.

Comme on a vu à la partie 1.1.2.2, la négativité $\mathcal{N}$ de la fonction de Wigner nous renseigne sur le caractère quantique de notre état. Pour les états photons uniques ainsi générés, elle vaut $\mathcal{N}_{nc} = -0,03$ sans correction de pertes et $\mathcal{N}_c = -0,14$ avec correction des pertes. La fonction de Wigner avant et après correction des pertes est représentée sur la figure 4.18.

Comme on a vu en partie 2.3.3, on peut caractériser la fonction de Wigner de notre état par deux paramètres : δ et σ^2 . Et on peut déterminer ces deux paramètres à partir des moments d'ordre 2 et 4 ($V_2 = \langle x^2 \rangle$ et $V_4 = \langle x^4 \rangle$) de la distribution des points expérimentaux, en utilisant les relations [56][53] :

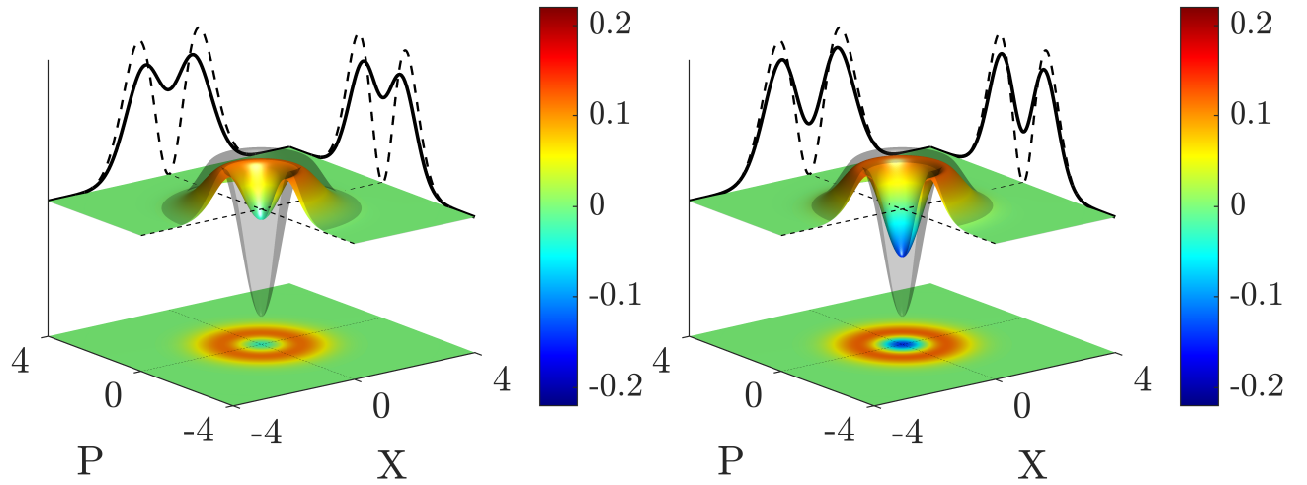
$$\begin{cases} V_2 = \frac{\sigma^2(1+\delta)}{2} \\ V_4 = \frac{3\sigma^4(1+2\delta)}{4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sigma^2 = 2V_2 \left(1 - \sqrt{1 - \frac{V_4}{3V_2^2}} \right) \\ \delta = \frac{\sqrt{1 - \frac{V_4}{3V_2^2}}}{1 - \sqrt{1 - \frac{V_4}{3V_2^2}}} \end{cases} \quad (4.10)$$



(a) Histogramme de la distribution des points mesurés par la détection homodyne pour un état de Fock à 1 photon

(b) Histogramme des éléments diagonaux de la matrice densité de notre état avec et sans correction des pertes pour un état de Fock à 1 photon

FIGURE 4.17 – Représentation de la qualité de notre état de Fock généré.



(a) Fonction de Wigner sans correction des pertes pour un état de Fock à 1 photon

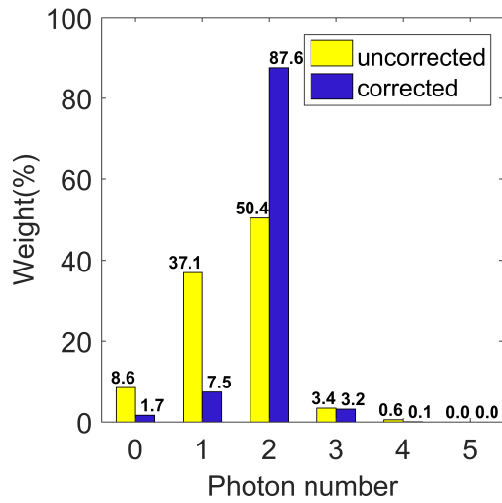
(b) Fonction de Wigner avec correction des pertes pour un état de Fock à 1 photon

FIGURE 4.18 – Fonction de Wigner de notre état de Fock ainsi généré avec et sans correction des pertes. On représente aussi la fonction de Wigner théorique de l'état de Fock pur.

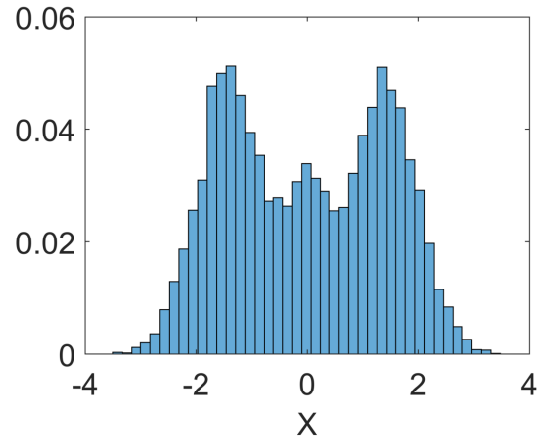
L'expression du paramètre δ ne fait intervenir que le quotient $V_4/(3V_2^2)$ qui peut être calculé sans avoir besoin d'une renormalisation des données expérimentales par la variance du vide. Il est alors facile d'afficher les valeurs que prend le paramètre δ en temps réel, ce qui fournit un critère d'optimisation pour l'alignement de l'expérience. On a pu obtenir une valeur du paramètre δ de l'ordre de 1.8 après correction des pertes.

4.2.4.3 États de Fock à deux photons

Nous avons réduit la puissance dans la cavité OPA pour limiter l'influence des événements impliquant l'émission simultanée de plusieurs paires de photons. Nous assurons ainsi que l'occurrence de ces événements soit négligeable par rapport à l'émission des paires de photons uniques. Pour autant, ces événements existent, et on a notamment une génération résiduelle d'états de Fock à deux photons. Ces derniers peuvent être détectés avec une modification mineure de notre expérience. En effet, l'ajout d'une seconde photodiode à avalanche ainsi qu'une lame séparatrice entre les deux photodiodes permet d'annoncer la génération d'un état à deux photons. Il suffit alors de libérer l'impulsion laser de l'oscillateur local lorsque les deux photodiodes détectent un photon simultanément et on aura alors la présence d'un état à deux photons. La probabilité de génération et l'efficacité de détection étant beaucoup plus faibles que pour le photon unique, le taux de production maximum de tels états avec notre expérience est alors de 800 Hz. On effectue une tomographie après acquisition de 10000 points expérimentaux, par maximum de vraisemblance avec et sans correction des pertes. On présente alors, comme pour l'état de Fock à 1 photon, les histogrammes des éléments diagonaux de la matrice densité de nos états avec et sans correction des pertes ainsi que la distribution des points mesurés par la détection homodyne sur la figure 4.19.



(a) Histogramme des éléments diagonaux de la matrice densité de notre état avec et sans correction des pertes pour un état de Fock à 2 photons.



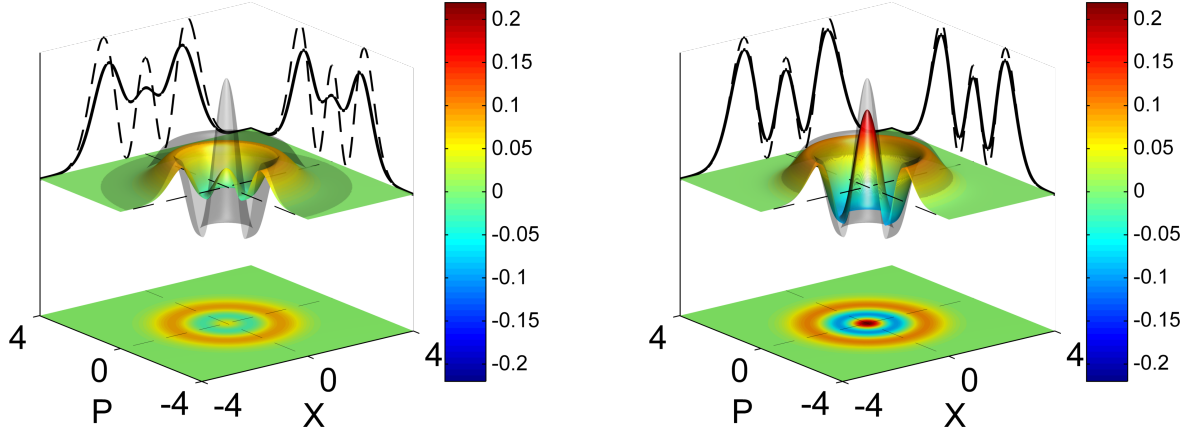
(b) Histogramme de la distribution des points mesurés par la détection homodyne pour un état de Fock à 2 photons.

FIGURE 4.19 – Représentation de la qualité de notre état de Fock généré.

On mesure une négativité non-corrigée $\mathcal{N}_{nc}$ de l'ordre de $\mathcal{N}_{nc} = -0.02$ pour la fonction de Wigner sans correction et de $\mathcal{N}_c = -0.09 \pm 0.02$ après correction des pertes. Les fonctions de Wigner de nos états sans et avec correction sont représentées sur la figure 4.20.

De même que pour l'état de Fock à un photon, on peut écrire l'expression des paramètres δ et σ^2 en fonction du quotient des moments d'ordre 2 et 4, V_4 et V_2 [56][53] :

4.3. Une cavité optique comme mémoire quantique



(a) Fonction de Wigner sans correction des pertes pour un état de Fock à 2 photons

(b) Fonction de Wigner avec correction des pertes pour un état de Fock à 2 photons

FIGURE 4.20 – Représentation de la fonction de Wigner de notre état de Fock ainsi généré avec et sans correction des pertes. On représente aussi la fonction de Wigner théorique de l'état de Fock pur.

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma^2 = 2V_2 \left(1 - \sqrt{\frac{4}{3} - \frac{4V_4}{9V_2^2}} \right) \\ \delta = \frac{\sqrt{\frac{1}{3} - \frac{V_4}{9V_2^2}}}{1 - \sqrt{\frac{4}{3} - \frac{4V_4}{9V_2^2}}} \end{array} \right. \quad (4.11)$$

L'expression du paramètre δ ne nécessite pas non plus dans ce cas de normalisation par la valeur de la variance du vide, et ainsi sa valeur peut être calculée en temps réel comme pour les photons uniques.

4.3 Une cavité optique comme mémoire quantique

Le remplacement du *pulse picker* par des cavités optiques d'exaltation nous a permis d'augmenter de deux ordres de grandeur le taux de production des photons uniques. Toutefois, comme la génération d'un état Chat de Schrödinger nécessite de disposer simultanément de deux photons uniques, ce taux reste encore trop faible et ne permet pas d'envisager l'implémentation de nouveaux protocoles d'information quantique utilisant ces états comme ressource.

4.3.1 Nécessité d'une cavité mémoire

L'idée que l'on a retenue alors pour augmenter le taux de production de nos états Chat de Schrödinger est d'utiliser une mémoire quantique. En effet le protocole utilisé pour la génération

d'états Chat permet d'envisager une telle implémentation. Le principe repose sur l'idée de stocker le premier photon généré en attendant la génération du second. On n'a alors besoin que d'une seule source de photons uniques, et non de deux comme précédemment [13]. Cette mémoire est constituée d'une cavité optique en espace libre ainsi que d'un système permettant d'insérer ou d'extraire à la demande les états stockés en utilisant la polarisation de la lumière. De plus, ce type de mémoire permet de stocker non pas uniquement des états de Fock à un photon, mais aussi des états plus complexes tel des états Chat de Schrödinger, rendant alors possible l'implémentation de protocoles de génération d'états plus complexes.

4.3.2 Un système d'insertion/extraction

Comme la longueur d'onde des photons uniques est la même que celle du laser, nous avons choisi de réaliser la cavité mémoire sur la même base que la cavité de génération de seconde harmonique. De plus, on n'a pas ici de milieu non-linéaire, mais seulement des pertes, donc il n'y a pas de condition particulière sur la taille du *waist*. Afin de faciliter la conception de la cavité mémoire, on fixe la taille du faisceau au *waist* à la même valeur que pour la cavité de génération de seconde harmonique. Cela implique que les rayons de courbure des miroirs sphériques soient les mêmes et que l'évolution du mode stable dans la cavité reste elle aussi inchangée (figure 4.5). Pour des raisons d'encombrement, on a aussi augmenté le nombre de miroirs plans, qui sont au nombre de 9. Mais la différence majeure entre ces deux cavités réside dans le système d'insertion/extraction. En effet, on cherche non plus à favoriser un effet non-linéaire dans la cavité, mais à stocker un état et à le libérer de la mémoire quand on le souhaite. Pour réaliser une telle opération, on va jouer sur la polarisation de notre état. On dote alors la cavité mémoire d'une lame séparatrice de polarisation (Thin Film Polarizer) comme miroir d'entrée. On choisit pour cela une lame *Layertec* dont la réflectivité pour la polarisation S est, d'après la caractérisation constructeur, supérieure à 99,9% quand la réflectivité de la polarisation P est elle inférieure à 0.2%. Afin de changer la polarisation de notre état à l'intérieur de la mémoire, on y insère une cellule de Pockels identique à celle utilisée pour le contrôle de l'oscillateur local. On aligne les axes propres de la cellule à 45° des axes de la lame séparatrice. Ainsi, si on effectue une opération de $\lambda/2$ avec notre cellule, la polarisation sera tournée de 90° . On passera alors d'une polarisation p transmise par la lame séparatrice à une polarisation s réfléchi par la lame. Le principe de fonctionnement, illustré sur la figure 4.21 est alors le suivant :

- L'état arrive sur la lame séparatrice avec une polarisation P (Fig. 4.21a) et est transmis dans la cavité (Fig. 4.21b).
- On effectue une opération de $\lambda/2$ avec la cellule de Pockels, la polarisation de notre état est alors S (Fig. 4.21c).
- Lorsque l'état rencontre à nouveau la lame séparatrice, il est réfléchi par cette dernière (Fig. 4.21d).
- L'état reste alors stocké dans la cavité mémoire.
- Lorsqu'on souhaite libérer notre état, on effectue une nouvelle opération de $\lambda/2$ avec la cellule de Pockels (Fig. 4.21e).
- L'état passe alors d'une polarisation S à P .
- Lorsque l'état rencontrera la lame séparatrice il sera alors transmis par cette dernière et sortira de la cavité mémoire (Fig. 4.21f).

4.3. Une cavité optique comme mémoire quantique

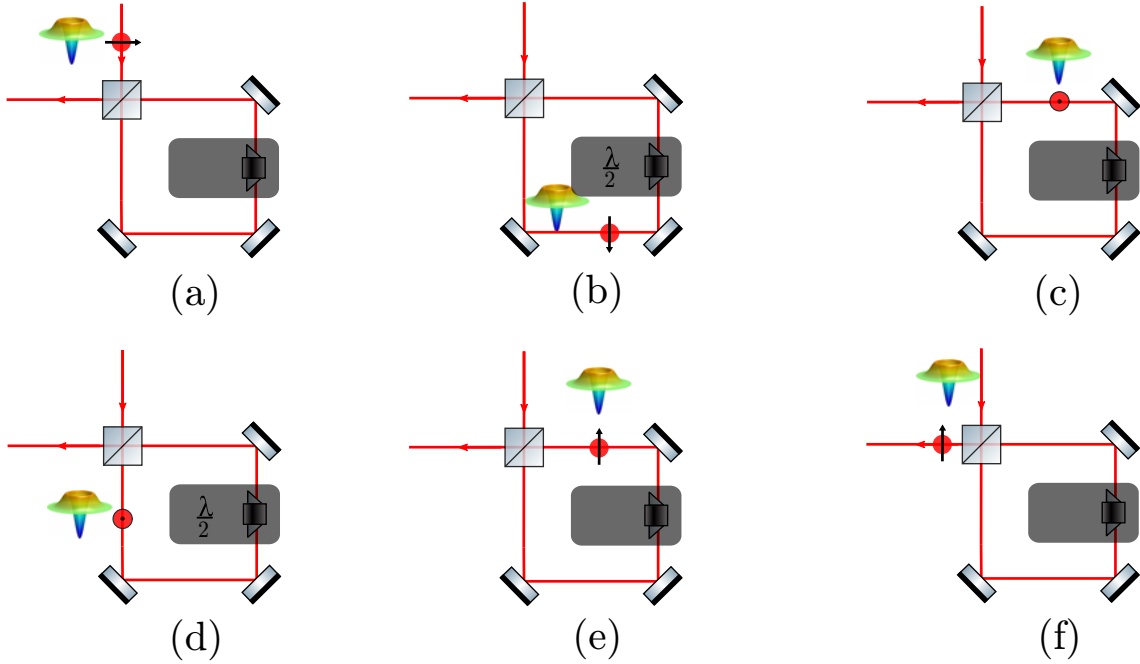


FIGURE 4.21 – Principe de fonctionnement de la cavité mémoire

Pour réaliser cette cavité, nous avons utilisé des miroirs Layertec. Qu'ils soient sphériques, ou plans avec des angles d'incidences de 0° ou de 45° , ces miroirs ont des coefficients de réflectivité supérieurs à 99,99% d'après les données fournies par le constructeur. La transmission de la cellule de Pockels est quant à elle de 99,6%.

La cavité a été conçue de telle sorte que nos états, même s'ils ne sont pas stockés, doivent faire un tour dans la cavité. Ils subissent alors les pertes de chaque optique présente dans la cavité sauf pour la transmission à travers la lame séparatrice qu'ils rencontrent deux fois : une fois en entrée dans la cavité et une fois pour en sortir. Il existe donc un total de perte optique minimal :

$$p_0 = 1 - R_m^9 T_{Pockels} T_{PBS_p}^2 = 0.7\% \quad (4.12)$$

Ensuite, lorsqu'on stocke, on ajoute à ces pertes minimales des pertes par tour équivalentes à l'ensemble des pertes de chaque optique, mais cette fois-ci on prend en considération la réflexion par la lame séparatrice en non plus sa transmission. On a alors des pertes qui valent :

$$p_{QMC} = 1 - R_m^9 T_{Pockels} R_{PBS_s} = 0.6\% \quad (4.13)$$

L'intensité en sortie après un tour s'écrit alors :

$$I_{out_1} = (1 - p_0)(1 - p_{QMC})I_{in} \quad (4.14)$$

Après N tours de stockage, l'intensité en sortie vaudra :

$$I_{out_N} = (1 - p_0)(1 - p_{QMC})^N I_{in} \quad (4.15)$$

Étant donné les faibles valeurs des pertes p_0 et p_{QMC} , on peut en première approximation réécrire cette équation et la mettre sous la forme :

$$I_{out_N} \approx e^{-p_{QMC}N} I_{in} \equiv e^{-\frac{N}{\tau_{QMC}}} I_{in} \quad (4.16)$$

On a alors $\tau_{QMC} \equiv p_{QMC}^{-1} = 167$ tours. Le temps de vie théorique est ainsi estimé à $\tau_{QMC} = 2,2 \mu s$. Cela nous permet d'avoir une borne supérieure du temps de vie de nos états dans la cavité.

4.3.3 Alignement et calibration des cellules de Pockels

Pour que notre système d'insertion/extraction fonctionne correctement, et occasionne le minimum de pertes possible, il faut s'assurer que la cellule de Pockels soit correctement alignée par rapport à la lame séparatrice de polarisation. Mais aussi il faut s'assurer que les délais de traitement électronique d'activation de la cellule de Pockels soient correctement calibrés.

4.3.3.1 Alignement des cellules de Pockels

Principe L'alignement des cellules de Pockels demande une attention particulière. On cherche ici à aligner les axes propres de la cellule de Pockels à 45° de ceux de la lame séparatrice de polarisation en entrée de la cavité mémoire. En règle générale, pour aligner une cellule de Pockels ou tout autre modulateur électro-optique, on utilise une lame demi-onde devant celle-ci pour tourner le polarisation incidente au bon angle. Et on peut réutiliser une lame demi-onde en sortie pour ajuster la polarisation de sortie, et compenser par exemple l'effet de la première lame demi-onde. Mais dans notre cas, on ne peut se permettre d'utiliser des lames demi-onde en supplément de notre cellule. En effet, même si ces lames ont des transmissions de l'ordre de 99.5%, cela reviendrait quasiment à multiplier nos pertes par tour par un facteur 3 et donc diviser notre temps de vie dans la cavité d'un même facteur. Il faut donc s'assurer que ce soit, non pas la polarisation incidente qui s'adapte à l'orientation de la cellule, mais bien l'orientation de la cellule qui s'adapte à la polarisation incidente. Pour cela, on met en place un outil de diagnostic de la polarisation. On veut utiliser un faisceau dont la polarisation incidente est P pour régler la lame séparatrice de polarisation à 45° de la direction de ce faisceau. Pour cela on fait passer notre faisceau diagnostic dans un cube séparateur de polarisation, de façon à être bien réglé en polarisation P en sortie de ce cube. On règle alors notre lame séparatrice de polarisation de sorte à minimiser les réflexions parasites, et à maximiser ainsi la puissance entrant dans la cavité.

Premier outil Après s'être assuré qu'on était bien en polarisation p dans la cavité et que la lame séparatrice de polarisation est bien à 45° de notre faisceau, on va procéder à un réglage grossier de l'orientation de la cellule en jouant sur la rotation autour de l'axe optique. Pour ce faire, l'atelier de mécanique de l'Institut d'Optique nous a fabriqué une monture pour le driver de notre cellule de Pockels, qui permet cette rotation autour de l'axe optique. En plaçant une photodiode rapide, dont la bande passante est plus grande que le taux de répétition du laser, on peut visualiser, après la lame séparatrice de polarisation, les impulsions laser dont la polarisation aura été affectée par la cellule. Lorsque la cellule est bien alignée, on doit passer d'une polarisation p avant la cellule à une polarisation s après la cellule, et donc ne plus voir d'impulsion laser sur la photodiode. Pour les autres impulsions laser non affectées par la cellule, on doit avoir un maximum

4.3. Une cavité optique comme mémoire quantique

de tension. On ajoute une lame demi-onde entre la cellule de Pockels et la lame séparatrice de polarisation afin de pouvoir tourner la polarisation des impulsions laser et nous assurer ainsi que l'angle entre la cellule et la lame est bien de 45° . En tournant la lame à retard de 45° , on peut alors passer d'un minimum de tension à un maximum pour l'impulsion laser en question, et à l'inverse d'un maximum à un minimum pour le reste des impulsions laser. Si les extrema de tension ne correspondent pas, alors on sait qu'on n'est pas exactement à 45° des axes propres. Cette lame nous permettra aussi de mesurer le ratio d'extinction, qui se définit comme le rapport entre la tension maximale et la tension minimale mesurée, et qui est un autre outil de diagnostic. En maximisant ce ratio on s'assure d'être dans la configuration la plus optimale. Pour affiner nos réglages, la monture de la cellule de Pockels possède deux jeux de deux vis permettant, pour l'un, de jouer sur la rotation autour de l'axe perpendiculaire au plan du faisceau, pour l'autre, d'assurer la translation suivant l'axe optique.

Second outil Pour confirmer notre alignement et le modifier si besoin, un dernier diagnostic a été mis en place. On utilise les propriétés d'interférences des cristaux biréfringents. On place un morceau de *lense tissue* avant la cellule de Pockels, ce qui a pour effet de diffuser et faire ainsi diverger une partie du faisceau, réalisant ainsi un éclairage conoscopique de la cellule de Pockels, tout en permettant d'en transmettre une autre sans trop de déformation. En plaçant un polariseur croisé avec la polarisation incidente en sortie de notre cellule, on obtient alors une figure d'interférence avec une croix sombre au centre comme sur la figure 4.22. Cette croix sombre correspond à une isogyre, c'est-à-dire que c'est le lieu des points correspondant aux directions de transmission à travers la cellule pour lesquelles la polarisation du faisceau incident reste inchangée après le passage à travers la cellule. En mettant la partie non diffusée de notre faisceau au centre de la croix, on s'assure que la cellule est bien alignée sur le faisceau incident et ne le dépolarise pas.

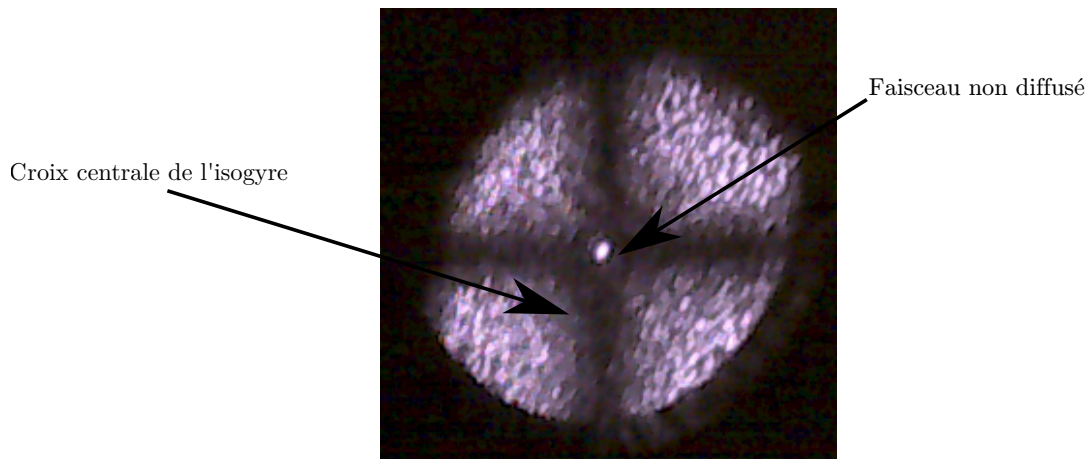


FIGURE 4.22 – Représentation de la figure d'interférence isogyre obtenue pour un faisceau dépolarisé passant à travers la cellule de Pockels. Au centre de la croix de la figure, on peut alors voir le faisceau non diffusé.

4.3.3.2 Calibration des cellules de Pockels

Pour pouvoir stocker nos états dans la cavité, on a besoin d’allumer et d’éteindre notre cellule de Pockels avant que notre état ne fasse deux passages. Sinon il serait déstocké immédiatement après avoir été stocké. Pour ce faire, on utilise le même modèle de cellule de Pockels que pour la partie 4.2.1. On possède un contrôle électronique sur nos cellules de Pockels et la cellule avec un temps de montée de l’ordre de 7 ns. Il faut s’assurer de deux choses : que l’on applique l’impulsion haute tension au moment exact où le photon passe dans la cavité, mais aussi que les délais demandés pour le stockage correspondent effectivement à ceux appliqués par l’électronique. En effet, nous nous sommes aperçus que les cartes PCI présentaient un certain nombre de « *bugs* », avec notamment des différences entre la consigne et le délai réellement appliqué : tout cela doit donc être soigneusement vérifié.

Mesure des délais Comme à la partie 4.2.4.3, c’est la détection d’un photon unique par la photodiode à avalanche qui va générer le signal déclencheur pour les cartes électroniques de contrôle de nos cellules de Pockels. Les délais électroniques sont les mêmes que pour la cellule de Pockels de l’oscillateur local. On a donc toujours un délai minimum de $\tau_{ec} = 156$ ns entre le moment où le détecteur détecte le photon et le moment où l’on peut appliquer une impulsion demi-onde avec notre cellule de Pockels. On mesure alors la différence de trajet optique entre le photon de la paire qui va à la photodiode à avalanche et celui qui va dans la cavité, ce qui correspond à environ 63 m. On estime alors à $\tau_{stock} \approx 30$ ns le délai entre le moment où la carte reçoit le signal déclencheur et le moment où il faudra appliquer l’impulsion pour stocker notre état. On peut utiliser la voie complémentaire pour affiner cette estimation, en ajustant le délai de façon à stocker l’impulsion laser sans empiéter sur l’impulsion suivante. On peut se permettre d’empiéter sur l’impulsion précédente car la probabilité que deux impulsions laser successives génèrent un photon et qu’on détecte les deux est très faible (de l’ordre de $\approx 10^{-5}$). On peut alors vérifier la bonne réalisation d’un stockage d’un état cohérent à l’aide d’un polariseur et d’une photodiode permettant de visualiser les impulsions laser. Pour vérifier le bon fonctionnement de l’ensemble, on observe la disparition de la mesure du photon unique avec notre détection homodyne.

Calibration des cartes électroniques Maintenant qu’on connaît le délai à appliquer pour stocker notre état, il nous faut connaître le délai pour libérer ce même état après le nombre de tours souhaités. Sachant que l’on a une cavité synchrone, dans le cas idéal pour avoir notre délai de libération τ_{lib} , il suffit d’ajouter à la valeur du délai initial τ_{stock} un multiple de l’inverse du taux de répétition de notre laser ν_l : $\tau_{lib} = \tau_{stock} + n \frac{1}{\nu_l} = \tau_{stock} + n\tau_l$ pour un nombre de tours n . En pratique ce n’est pas ce qu’il se passe. Il existe deux manières de synchroniser nos cartes électroniques : soit avec l’horloge interne de la carte qui peut être synchronisée si on le désire sur un signal externe, soit en synchronisant les cartes avec une horloge externe. On souhaite synchroniser nos deux cartes électroniques avec une même horloge pour ne pas avoir de *jitter* entre les deux cartes. On a alors réalisé une étude détaillée de la calibration des cartes électroniques pour chacun des deux modes de fonctionnement : horloge interne avec synchronisation externe et horloge externe. Pour cela, on regarde les sorties des cartes PCI deux à deux sur un oscilloscope dont la bande passante est de 4 GHz. Sur la première sortie, on définit alors un délai de consigne nul. Cette sortie servira de référence. Sur la seconde sortie du couple, on définit des délais variables pour mesurer l’écart entre la mesure et la consigne. On vérifie alors dans un premier temps que,

4.3. Une cavité optique comme mémoire quantique

pour une même carte, on obtient le même comportement sur toutes les sorties. Une fois qu'on a déterminé que pour toutes les cartes, toutes les sorties ont exactement le même comportement, on peut étudier ce comportement pour les deux modes de fonctionnement de nos cartes. On en déduit alors une calibration pour chaque mode de fonctionnement :

- Lorsqu'on utilise une horloge interne avec une synchronisation externe, on aperçoit un écart à la consigne de 25 ns pour toute consigne supérieure ou égale à 100 ns
- Lorsqu'on utilise une horloge externe, on a un premier écart de 7 ns pour toute consigne supérieure ou égale à 100 ns. Ensuite on note un nouvel écart de 21,5 ns à chaque ajout de 100 ns à la consigne.

Mode de synchronisation	Consigne T envoyé à la carte		
	$T < 100$ ns	$100 \text{ ns} < T < 200$ ns	$T \geq 200$ ns
Horloge interne + signal externe	T	$T + 25$ ns	$T + 25$ ns
Horloge externe	T	$T + 7$ ns	$T + 7 \text{ ns} + k * 21,5 \text{ ns } k \in \mathbb{N}$

FIGURE 4.23 – Tableau des écarts entre la réponse de la carte et la consigne, en fonction de la consigne T envoyée à la carte pour les différents modes de synchronisation

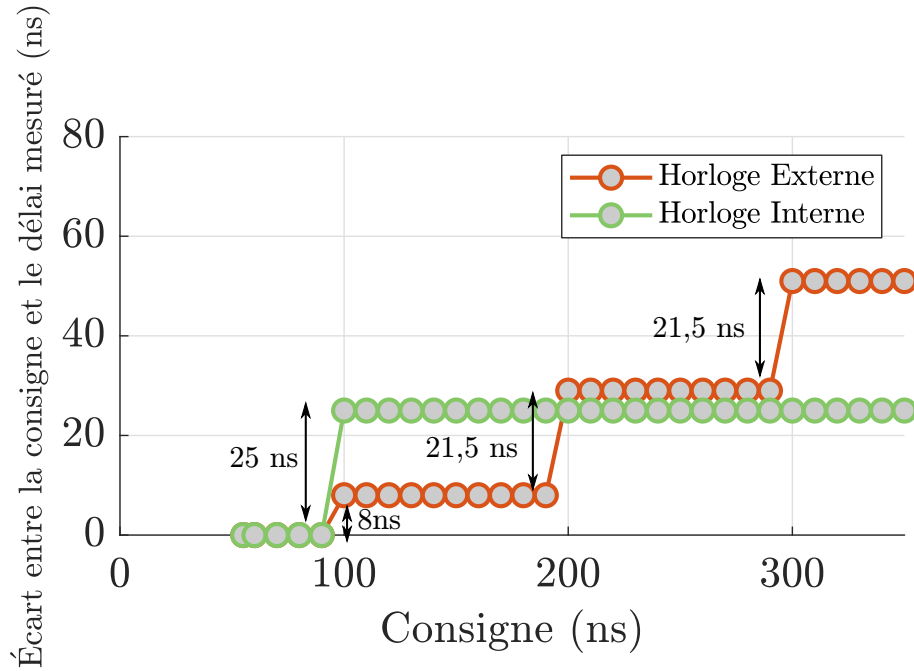


FIGURE 4.24 – Différence entre le délai mesuré et la consigne pour les deux modes de synchronisation des carte PCI, en fonction de la consigne.

4.3.4 Stockage des états de Fock

Maintenant qu'on a mis en place notre cavité mémoire, il nous faut la tester. La figure 4.25 représente le schéma de l'expérience de stockage des états de Fock à un ou deux photons. Comme

on a ajouté des optiques sur le trajet de nos états, on va alors regarder dans un premier temps l'évolution de la qualité de ses états depuis nos dernière mesures. Puis il nous faut nous intéresser au stockage et à la qualité de nos états après stockage.

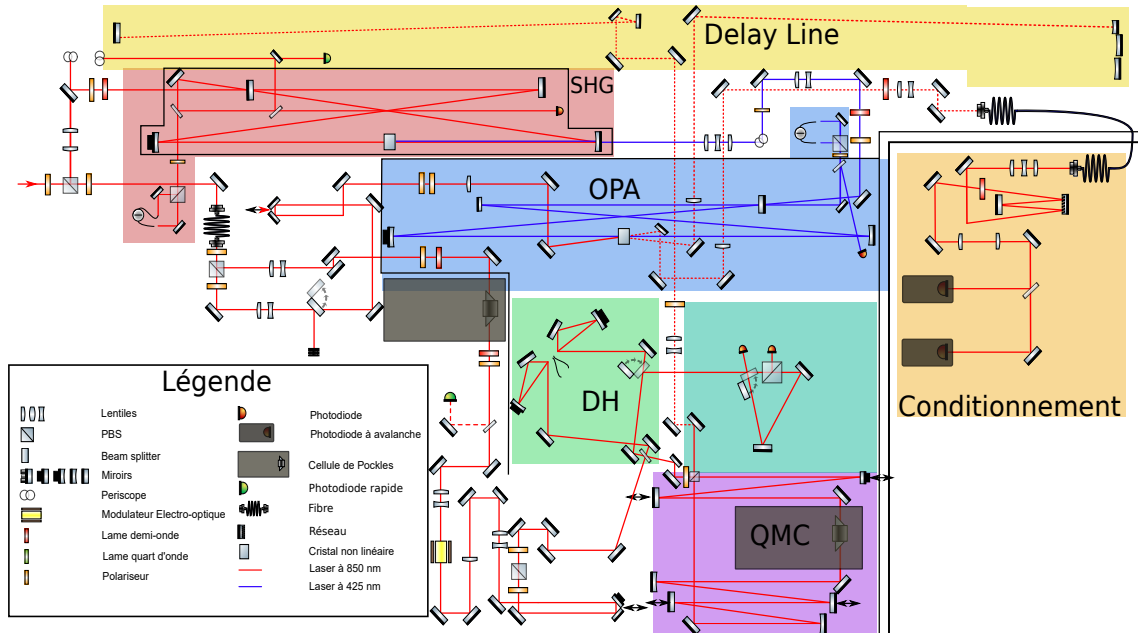
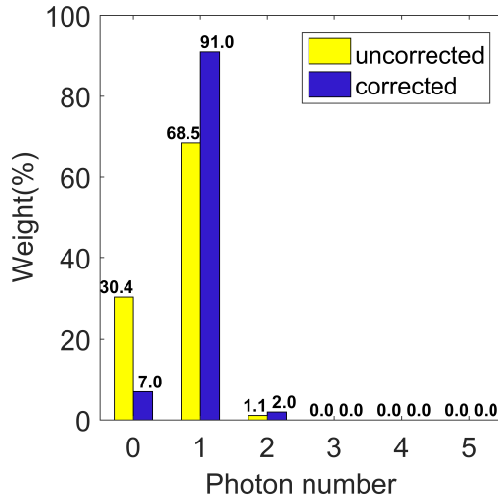


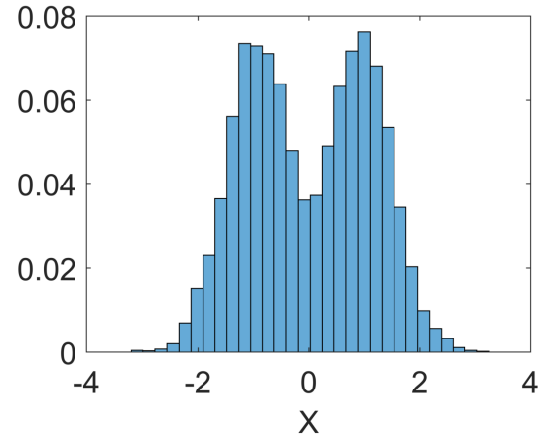
FIGURE 4.25 – Schéma expérimental du stockage d'états de Fock à un ou deux photons. Le laser utilisé n'est pas représenté sur le schéma.

4.3.4.1 État de Fock à un photon

Génération d'états de Fock Comme on a vu à la partie 4.3.2, l'introduction du système d'insertion/extraction de la mémoire va induire de légères pertes dues aux passages dans la cellule et dans la transmission par la lame séparatrice. On va alors étudier l'influence de ces pertes sur nos états en comparaison avec ceux générés à la partie 4.2.4.3. On réalise la même expérience de génération d'états de Fock à un photon qu'à la partie 4.2.4.3 à ceci près que maintenant les photons vont parcourir un trajet rallongé par l'implémentation de la mémoire. On n'active pas le système d'insertion/extraction pour cette expérience. On rajoute juste un trajet optique équivalent à 3,96 m en espace libre. Il ne faut plus libérer la même impulsion laser de l'oscillateur local au même instant que pour l'expérience de la partie 4.2.4.3, mais l'impulsion suivante. De même, pour synchroniser la mesure et l'acquisition sur la carte électronique, on retarde le signal de déclenchement de la carte d'environ ≈ 13 ns. On acquiert aussi 50000 points pour faire la tomographie avec et sans correction des pertes. L'histogramme des éléments diagonaux de la matrice densité de notre état ainsi que celui de la distribution des points mesurés par notre détection homodyne sont représentés en figure 4.26. On mesure alors la négativité $\mathcal{N}$ de la fonction



(a) Histogramme des éléments diagonaux de la matrice densité de notre état avec et sans correction des pertes pour un état de Fock à 1 photon en présence de la cavité.



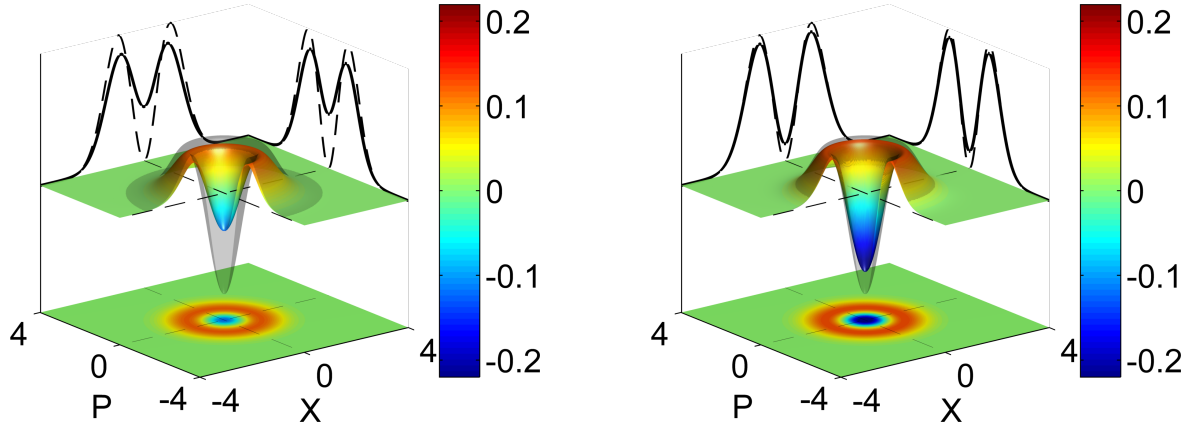
(b) Histogramme de la distribution des points mesurés par la détection homodyne pour un état de Fock à 1 photon en présence de la cavité.

FIGURE 4.26 – Représentation de la qualité de notre état de Fock généré en présence de la cavité mémoire mais sans stockage

de Wigner, qui vaut $\mathcal{N}_{nc} = -0,12$ sans correction de pertes et $\mathcal{N}_c = -0,25 \pm 0.03$ après correction des pertes. On représente alors la fonction de Wigner de notre état avant et après correction des pertes en figure 4.27.

La fidélité $\mathcal{F}$ de notre état alors reconstruit est de $\mathcal{F} = 91\%$.

On obtient une fidélité plus élevée à l'issue de l'ajout de la cavité mémoire. Cela s'explique par l'optimisation du montage expérimental, la réduction des pertes optiques. Il nous faut maintenant nous intéresser au temps de vie dans notre cavité mémoire et en particulier au nombre de tours à



(a) Fonction de Wigner sans correction des pertes pour un état de Fock à 1 photon en présence de la cavité mémoire

(b) Fonction de Wigner avec correction des pertes pour un état de Fock à 1 photon en présence de la cavité mémoire

FIGURE 4.27 – Représentation de la fonction de Wigner de notre état de Fock ainsi généré en présence de la cavité mémoire avec et sans correction des pertes. On représente aussi la fonction de Wigner théorique de l'état de Fock pur.

l'issue desquels notre état de Fock conserve une fidélité à un état de Fock pur supérieure à 50%, correspondant à une fonction de Wigner toujours négative.

Fidélité après stockage Comme énoncé dans la partie 4.3.2, la séquence de l'expérience est la suivante :

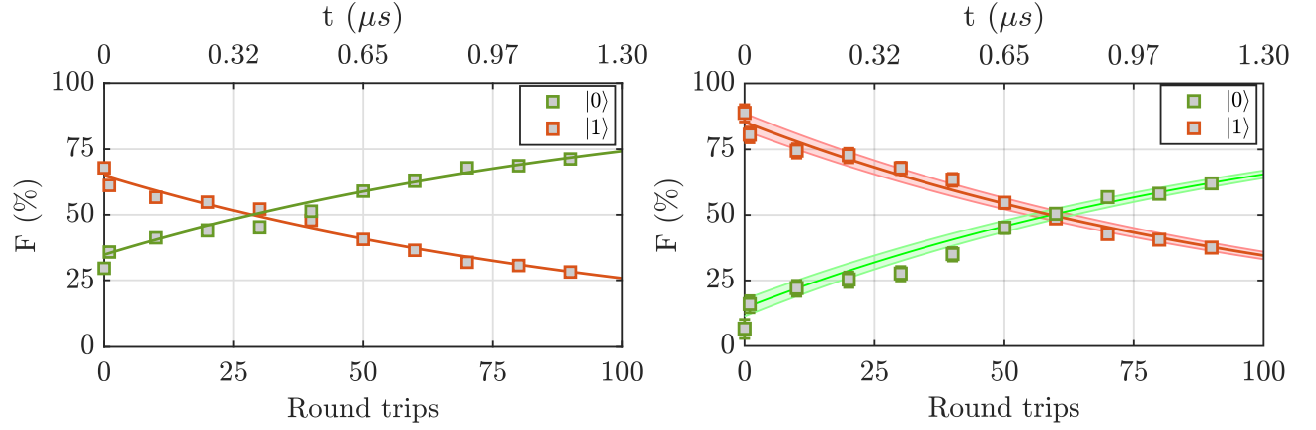
- On détecte la création d'une paire de photons avec notre APD.
- On applique une impulsion de durée 16 ns sur la cellule de Pockels de la cavité mémoire pour changer l'état de polarisation de notre photon unique.
- Le photon unique est maintenant réfléchi par la lame séparatrice de polarisation et est stocké dans la cavité.
- Après le nombre de tours de stockage que l'on désire, on applique une nouvelle impulsion de durée 16 ns aux deux cellules de Pockels, celle de l'oscillateur local et celle de la cavité, afin de libérer le photon unique et l'impulsion laser de l'oscillateur local pour la mesure.
- On fait alors une mesure homodyne de notre photon unique.

Pour un nombre de tours de stockage donné, on réitère cette séquence 50000 fois avant de réaliser la tomographie de nos états avec et sans correction des pertes. Les barres d'incertitude estimées sont déduites en faisant varier la valeur estimée de l'efficacité homodyne de $\pm 3\%$ en raison des fortes incertitudes sur cette valeur. On représente alors sur la figure 4.28 la fidélité de notre état stocké à un état de Fock à 1 photon en fonction du nombre de tours, avec et sans correction de pertes. On a bien le comportement exponentiel attendu. On peut écrire la fidélité $\mathcal{F}$ comme une exponentielle décroissante, soit :

$$\mathcal{F} = \mathcal{F}_0 e^{-\frac{t}{\tau_{QMC}}} \quad (4.17)$$

4.3. Une cavité optique comme mémoire quantique

avec τ_{QMC} le temps de vie de notre état dans la cavité et $\mathcal{F}_0$ la fidélité de l'état non-stocké. On ajuste alors nos données par cette exponentielle décroissante, et on en déduit la valeur de $\tau_{QMC} = 1,44 \mu s \pm 0.01$, ce qui correspond à 111 tours de stockages plus ou moins 1 tour.



(a) Évolution des proportions d'état de Fock à 1 et de vide dans notre mélange statistique en fonction du nombre de tours de stockage sans correction des pertes.

(b) Évolution des proportions d'état de Fock à 1 et de vide dans notre mélange statistique en fonction du nombre de tours de stockage avec correction des pertes.

FIGURE 4.28 – Évolution des pourcentages des éléments diagonaux de la matrice densité de notre état en fonction du nombre de tour de stockage. Le pourcentage d'état de Fock à 1 photon dans notre mélange statistique correspond à la fidélité de notre état à un état de Fock à 1 photon théorique

Mais ce qui nous intéresse pour l'implémentation future de protocoles d'information quantique, ce n'est pas la durée de vie dans la cavité mais la durée de vie de la négativité de la fonction de Wigner dans la cavité. Pour cela, on représente alors sur la figure 4.29 la négativité de la fonction de Wigner en fonction du nombre de tours avec et sans correction des pertes. Après correction des pertes, on trouve alors une durée pendant laquelle la fonction de Wigner garde sa négativité de ≈ 770 ns ce qui correspond à 59 tours environ.

4.3.4.2 État de Fock à deux photons

On a vu précédemment qu'on pouvait générer des états de Fock à deux photons. On doit alors adapter le protocole expérimental.

Modification du protocole En effet, pour distinguer la génération d'un état à un photon de celle d'un état à deux photons, on utilise une seconde photodiode à avalanche et une lame séparatrice. Comme énoncé à la partie 4.2.4.3, si on détecte simultanément un photon sur chaque photodiode, alors on considère qu'on a généré un état à deux photons. Maintenant pour mettre en place le stockage il nous faut pouvoir déclencher nos deux cellules de Pockels avec nos photodiodes à avalanche. Ce qui se faisait pour le stockage d'un état à un photon, c'est à dire qu'une photodiode à avalanche déclenche les deux cellules, n'est plus possible. Si on combine juste le signal des deux cartes pour déclencher les deux cellules, on déclenchera aussi bien pour des états à un photon que

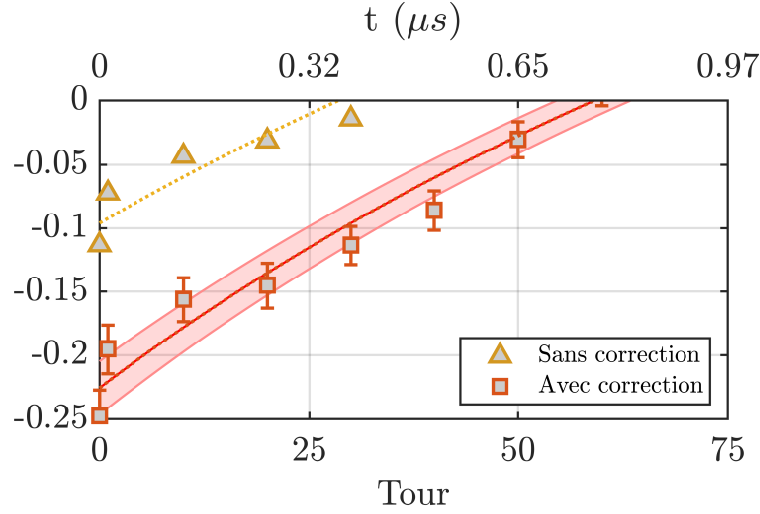
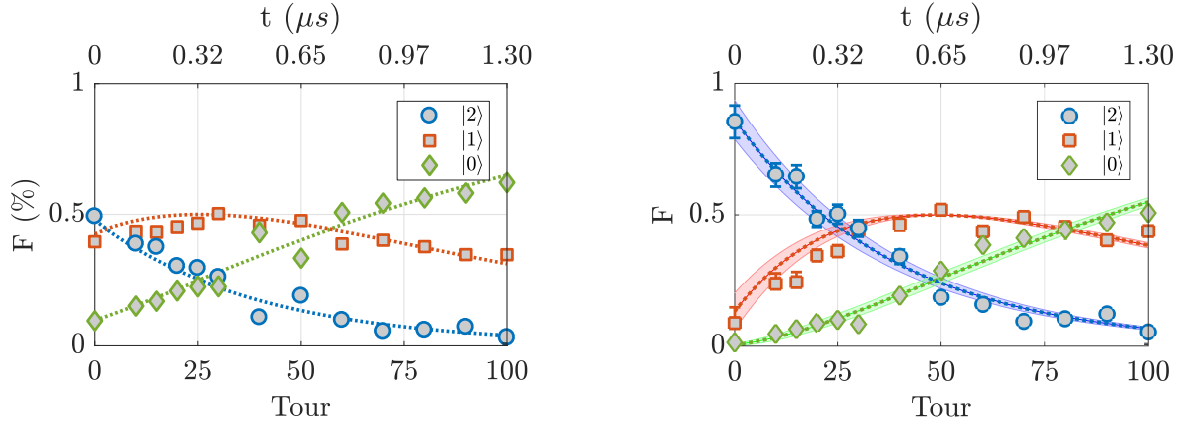


FIGURE 4.29 – Évolution de la négativité de la fonction de Wigner de notre état de Fock à 1 photon en fonction du nombre de tours de stockage avec et sans correction des pertes. La valeur de la négativité correspond à la valeur prise au centre de la fonction de Wigner. Quand cette dernière devient positive, la négativité est nulle.

des états à deux photons. Une solution pourrait alors être d'utiliser un *ET* logique pour déclencher les cellules. La solution qu'on a retenue consiste à faire déclencher chaque cellule par une seule photodiode à avalanche. Si on ne détecte un photon que sur une des deux photodiode, alors on ne déclenche qu'une seule des deux cellules. Si l'on déclenche uniquement la cellule de Pockels de la cavité mémoire, on n'effectue pas de mesure. De même lorsque l'on déclenche uniquement la cellule libérant une impulsion de l'oscillateur local, on vient alors mesurer un état vide. Les deux cellules ne sont alors déclenchées que si les deux détecteurs envoient un signal au même moment. Pour exclure les points mesurés lors du déclenchement d'une seule des deux cellules, on ajoute un signal émis par la carte PCI qui contrôle la cellule de la cavité mémoire. La présence de ce signal lors de l'acquisition d'une mesure nous garantit alors le déclenchement des deux cellules.

Négativité après stockage Pour un nombre de tours donné, on acquiert 10000 points sur la détection homodyne avant de réaliser la tomographie de nos états par la méthode du maximum de vraisemblance avec et sans correction des pertes. On estime aussi l'incertitude sur nos mesures en faisant varier la valeur estimée de l'efficacité homodyne de $\pm 3\%$. On représente alors en figure 4.30 la fidélité de notre état en sortie de la cavité mémoire à un état de Fock à 2 photons après un nombre de tours allant de 0 (pas de stockage) à 100 tours par pas de 10 tours. Comme pour l'état à un photon, notre état n'est pas un état de Fock parfait mais un ensemble statistique de vide, d'état de Fock à 1 photon et d'état de Fock à deux photons. On représente alors, en plus de la fidélité, l'évolution des proportions de ces différents états de Fock dans notre mélange statistique.

On constate alors qu'on a bien une diminution de la fidélité lorsqu'on augmente le nombre de tours, comme on pouvait s'y attendre. Le temps de vie alors obtenu à partir de la fidélité, de manière analogue à ce qui a été fait pour le photon unique, est de 39 ± 1 tours, soit 510 ± 10 ns. Par ailleurs, le pourcentage d'états photon unique dans notre mélange augmente puis semble saturer



(a) Évolution des pourcentages d'état de Fock à 1 et 2 photons ainsi que de vide dans notre mélange statistique en fonction du nombre de tours de stockage sans correction des pertes.

(b) Évolution des pourcentages d'état de Fock à 1 et 2 photons ainsi que de vide dans notre mélange statistique en fonction du nombre de tours de stockage avec correction des pertes.

FIGURE 4.30 – Évolution des pourcentages d'état de Fock à 1 et 2 photons ainsi que de vide dans notre mélange statistique en fonction du nombre de tours de stockage avec et sans correction des pertes. Le pourcentage d'état à de Fock à 2 photons correspond à la fidélité de notre état à un état de Fock à 2 photons théorique

avant de diminuer, alors que le pourcentage de vide augmente continûment. L'augmentation de la part de photons uniques dans le mélange s'explique par le fait que, sous l'effet des pertes, l'état à 2 photons vient favoriser la partie « état de Fock à 1 photon » de notre mélange statistique. Si ce pourcentage semble alors saturer, cela est dû aux pertes de la partie « photons uniques » de notre état, jusqu'à ce qu'il n'y ait plus d'état de Fock à 2 photons dans notre mélange. Et alors la partie photon uniques commence à diminuer.

Comme on a vu précédemment, le critère le plus important pour la mise en œuvre de protocoles d'informations quantiques n'est pas la fidélité de notre état en sortie de la cavité mais bien sa négativité. Or avec la présence d'état photon unique dans notre mélange qui présente lui aussi une négativité, on ne peut plus estimer la négativité de la fonction de Wigner à partir de la fidélité, comme pour l'état de Fock à 1 photon. Il a alors été développé un nouveau protocole pour extraire la négativité de notre état en utilisant le paramètre δ de l'expression de la fonction de Wigner. Il faut dans un premier temps exprimer les éléments diagonaux de la matrice densité de notre état à l'aide des paramètres δ et σ^2 . Si dans un second temps on cherche les valeurs de négativité après correction des pertes, il faut alors remonter à la valeur du paramètre δ corrigée des pertes. Ce qui est toujours possible. On trace sur la figure 4.31 la valeur du paramètre δ avec et sans correction des pertes pour différents nombres de tours de stockage. On en déduit alors l'évolution de la valeur de la négativité de la fonction de Wigner de notre état en fonction du nombre de tours de stockage que l'on représente sur la figure 4.32. On en déduit alors un temps de vie de la négativité de l'état qui vaut 26 ± 1 tours sans correction des pertes, soit un temps de stockage de 400 ± 10 ns. Après correction des pertes, on en déduit un temps de vie de la négativité de notre état de l'ordre de 49 ± 1 tours, soit 640 ± 10 ns.

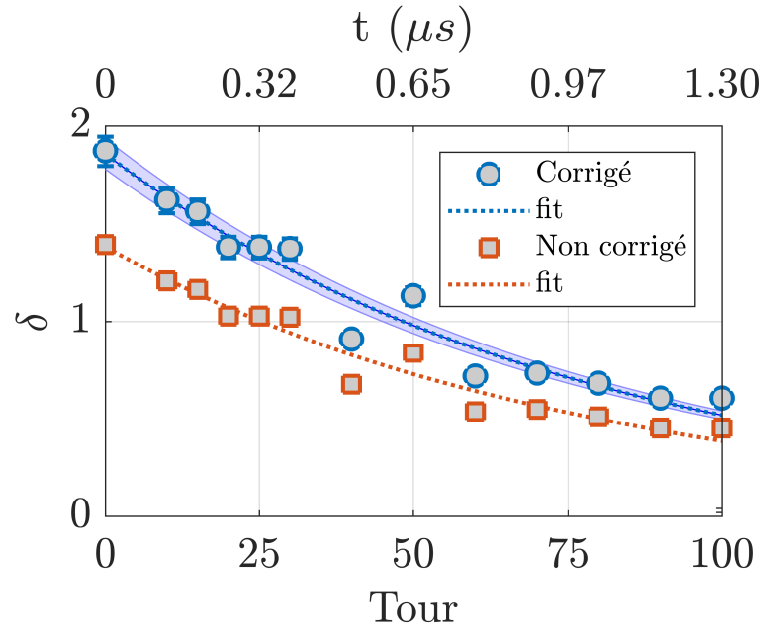


FIGURE 4.31 – Évolution de la valeur du paramètre δ de notre état avec et sans correction en fonction de nombre de tours de stockages

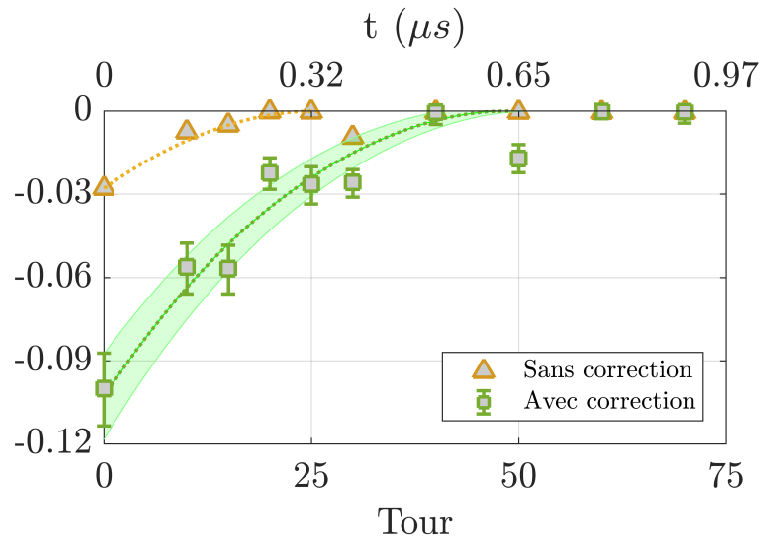


FIGURE 4.32 – Évolution de la valeur de la négativité de notre état obtenue à partir de la valeur du paramètre δ en fonction du nombre de tours de stockage

Le stockage de notre état est, à notre connaissance, la première démonstration expérimentale du stockage d'un état non gaussien contenant plus de un photon.

4.3. Une cavité optique comme mémoire quantique

Chapitre 5

Génération efficace d'états Chat de Schrödinger optique en espace libre

Sommaire

5.1	Principe de l'expérience	116
5.1.1	Présentation générale	116
5.1.2	Croissance itérative avec une mémoire quantique	117
5.1.3	Lame à retard programmable	122
5.2	Mesure de phase	126
5.2.1	Nécessité d'une mesure de phase	126
5.2.2	Principe de la mesure	127
5.2.3	Algorithme d'estimation de la phase	128
5.2.4	Modulation de phase	130
5.2.5	Une nouvelle voie pour la mesure de phase	131
5.3	Montages expérimentaux	132
5.3.1	Montages optiques	132
5.3.2	Montages électroniques	134

Maintenant que nous avons vu les modifications mises en place afin d'augmenter le taux de production de nos états Chat de Schrödinger optique, il faut nous intéresser à l'intégration de tous ces éléments pour permettre d'avoir une génération efficace de ces états en espace libre.

5.1 Principe de l'expérience

Les modifications apportées afin d'améliorer notre taux de production d'états Chat de Schrödinger ont un impact sur notre protocole expérimental.

5.1.1 Présentation générale

L'essence générale de l'expérience n'est pas modifiée : on veut utiliser le protocole de croissance pour générer des états Chat de Schrödinger optique. Les ingrédients de base de notre protocole sont des états photons uniques. On va alors utiliser notre nouvelle source brillante de photons uniques "à la demande" comme source pour notre protocole. Le principe de l'expérience est le suivant :

- On attend qu'une première paire de photons uniques soit générée par fluorescence paramétrique dans l'amplificateur paramétrique optique. Cette génération est annoncée par un premier « clic » sur la photodiode à avalanche de conditionnement. On se sert alors de cet événement de détection comme événement déclencheur pour activer la cellule de Pockels qui contrôle le stockage dans la cavité.
- Pour compenser les délais liés à la détection de conditionnement, et afin de garantir une bonne synchronisation des événements, on retarde l'autre photon de la paire grâce à notre ligne à retard.
- Ce photon unique est alors stocké lorsqu'il pénètre dans la mémoire quantique.
- Lorsque l'on génère une deuxième paire de photons uniques, on obtient un second événement de détection sur notre photodiode à avalanche de conditionnement.

Deux possibilités s'offrent à nous :

- Soit cette génération intervient dans un laps de temps inférieur au temps de vie du premier photon unique stocké dans la cavité mémoire (environ 50 tours de cavité, soit 657,5 ns), alors :
 - On s'en sert alors comme événement déclencheur pour libérer le photon stocké en mémoire, et le mélanger avec le nouveau photon incident sur le séparateur de polarisation.
 - Des deux ports de sortie du cube, l'un est envoyé à la détection homodyne et l'autre dans la cavité mémoire. Après un temps d'attente, l'état stocké dans la mémoire est libéré pour être mesuré et caractérisé par la même détection homodyne.
- Soit la génération du deuxième photon unique est trop tardive, auquel cas le protocole est abandonné, et les photons sont purgés. Ce point sera discuté en section 5.2.
- Périodiquement, des états cohérents sont injectés dans la cavité mémoire à l'aide d'un hacheur optique et d'une lame de forte réflectivité, et ceci afin de mesurer les différents déphasages optiques.

La figure 5.1 montre le principe de l'expérience en vue de réaliser la génération ainsi que la mesure des états Chat de Schrödinger comprimés.

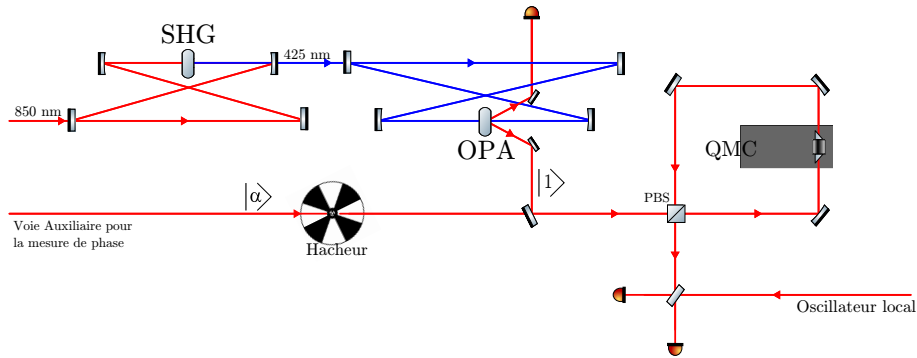


FIGURE 5.1 – Schéma de principe de l'expérience de génération d'états Chat de Schrödinger avec une cavité mémoire. Des états à un photon sont produits par un amplificateur paramétrique optique (OPA), et la cavité mémoire permet à la fois de stocker les différents états quantiques et de générer les états Chat de Schrödinger.

5.1.2 Croissance itérative avec une mémoire quantique

Cette implémentation de la mémoire nous permet de nous affranchir d'une seconde source de photons uniques et, surtout, de la simultanéité de la génération de ces états. Par ailleurs, ces photons suivent les mêmes trajets optiques, dans les mêmes modes spatiaux, ce qui peut simplifier les réglages expérimentaux pour assurer leur bon recouvrement. Cependant, pour utiliser le protocole de croissance, on doit avoir deux photons arrivant sur chacune des faces d'entrée d'une lame séparatrice 50/50. Ici, on a deux photons arrivant sur la même face d'un séparateur de polarisation. On va donc devoir adapter le protocole pour pouvoir se mettre dans les mêmes conditions. La longueur de la cavité mémoire est égale à la distance qui sépare deux impulsions laser, donc tous les états présents dans notre mémoire seront toujours superposés spatialement.

Présentation du protocole Nous proposons alors le protocole suivant pour se mettre dans les bonnes conditions pour réaliser nos états Chat de Schrödinger :

- Le premier photon arrive dans la cavité.
- On effectue une $\lambda/2$ à l'aide de la cellule de Pockels pour changer sa polarisation. Le photon est alors réfléchi par le séparateur de polarisation et stocké dans la cavité le temps que le second photon soit annoncé.
- Le second photon est produit et arrive dans la cavité.
- Les deux photons sont superposés spatialement mais avec des polarisations linéaires orthogonales.
- On effectue alors une $\lambda/4$ avec la cellule de Pockels.
- On a alors deux photons superposés spatialement avec deux polarisations circulaires opposées, une droite et une gauche.
- Lorsque les deux photons arrivent sur le séparateur de polarisation, ce dernier se comporte comme si chaque photon arrivait sur une face d'entrée différente d'une lame séparatrice 50/50.

Équivalence des protocoles Pour se convaincre de l'équivalence entre le protocole ici présenté et celui présenté au chapitre 3, regardons de plus près ce qu'il se passe lorsque les deux photons arrivent sur le séparateur de polarisation. Tout d'abord, définissons nos deux états après la $\lambda/4$, à savoir un état circulaire gauche et état circulaire droit. Toute polarisation peut se décomposer sur la base formée par les polarisations linéaires verticale et horizontale V et H , et on a ici :

$$|1_L\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|1_H\rangle - i|1_V\rangle) = \frac{1}{\sqrt{2}}(a_h^\dagger - ia_v^\dagger)|0\rangle \quad (5.1)$$

et

$$|1_R\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|1_H\rangle + i|1_V\rangle) = \frac{1}{\sqrt{2}}(a_h^\dagger + ia_v^\dagger)|0\rangle \quad (5.2)$$

où $a_h^\dagger$ et $a_v^\dagger$ sont les opérateurs de création associés à la voie d'entrée du séparateur de polarisation, respectivement pour les polarisations horizontales et verticales. En entrée du séparateur de polarisation on a ainsi l'état :

$$|\Psi\rangle = |1_R\rangle \otimes |1_L\rangle = \frac{A}{2}(a_h^\dagger + ia_v^\dagger)(a_h^\dagger - ia_v^\dagger)|0\rangle \quad (5.3)$$

Le séparateur de polarisation possède en fait deux voies d'entrée, que l'on notera a_i et b_i (avec $i = h$ ou $i = v$, selon que l'on considère une polarisation horizontale ou verticale), et deux voies de sortie c_i et d_i . On rappelle que cet élément optique réfléchit la polarisation verticale entrante et transmet la polarisation horizontale entrante. On peut donc relier la sortie à l'entrée avec la matrice unitaire U telle que :

$$\begin{pmatrix} c_h^\dagger \\ c_v^\dagger \\ d_h^\dagger \\ d_v^\dagger \end{pmatrix} = U \begin{pmatrix} a_h^\dagger \\ a_v^\dagger \\ b_h^\dagger \\ b_v^\dagger \end{pmatrix} \quad U = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (5.4)$$

Ce qui nous donne les relations : $a_h^\dagger = c_h^\dagger$, $a_v^\dagger = d_v^\dagger$, $b_h^\dagger = d_h^\dagger$ et $b_v^\dagger = c_v^\dagger$. Notre état $|\Psi\rangle$ en sortie sera alors :

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{2}(c_h^\dagger + d_v^\dagger)(c_h^\dagger - id_v^\dagger)|0\rangle \quad (5.5)$$

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{2}(c_h^{\dagger 2} + i[d_v^\dagger, c_h^\dagger] + d_v^{\dagger 2})|0\rangle \quad (5.6)$$

Les opérateurs $d_v^\dagger, c_h^\dagger$ opèrent sur des modes orthogonaux, donc le commutateur $[d_v^\dagger, c_h^\dagger]$ est nul. On a donc bien ici coalescence des photons, avec :

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{2}(c_h^{\dagger 2} + i(d_v^\dagger c_h^\dagger - d_v^\dagger c_h^\dagger) + d_v^{\dagger 2})|0\rangle \quad (5.7)$$

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{2}(c_h^{\dagger 2} + d_v^{\dagger 2})|0\rangle \quad (5.8)$$

et finalement,

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|2, 0\rangle + |0, 2\rangle) \quad (5.9)$$

On obtient bien le même état en sortie que celui prévu par le protocole de croissance à un facteur de phase près : le signe '-' entre les deux états à 2 photons peut être obtenu en déphasant l'un des deux modes de $\pi/2$ (en remplaçant par exemple d_v par $d_v e^{-i\pi/2}$).

Conditionnement homodyne Pour la suite du protocole, on vient placer une détection homodyne sur l'une des sorties du séparateur de polarisation afin de réaliser le conditionnement. En mesurant la bonne valeur de quadrature sur la détection homodyne, on obtiendra un état Chat de Schrödinger sur l'autre sortie du séparateur de polarisation. La figure 5.2 résume schématiquement le protocole précédemment énoncé.

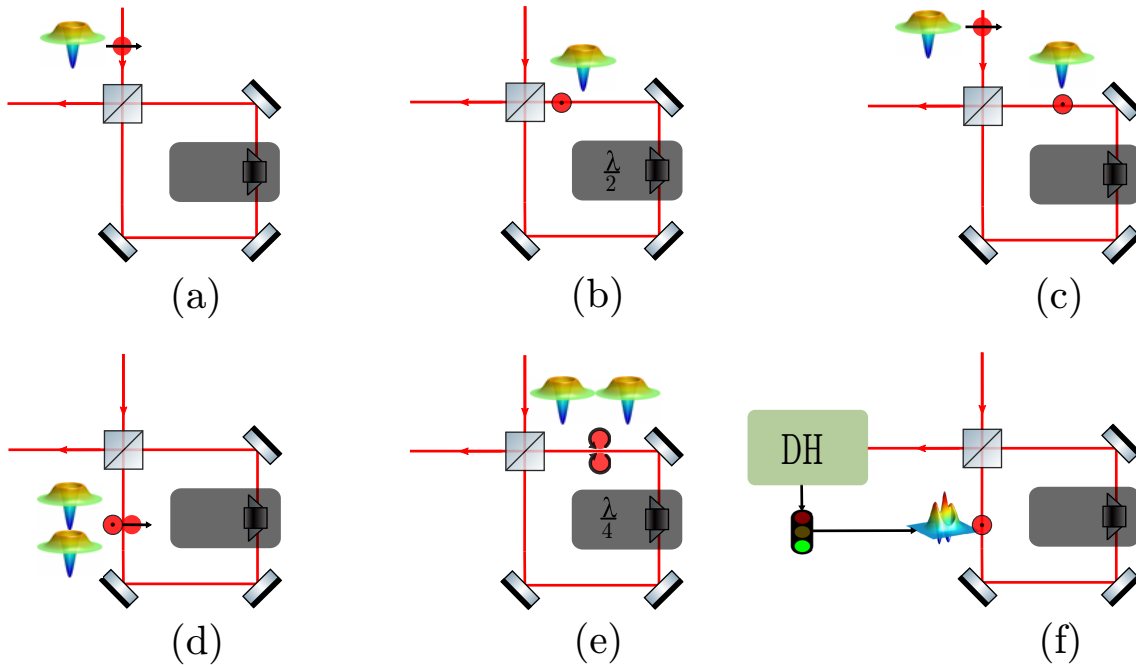


FIGURE 5.2 – Schéma du protocole de croissance pour la génération d'états Chat de Schrödinger optique avec une cavité mémoire. (a) Le premier photon arrive dans la cavité. (b) On effectue une opération $\lambda/2$ à l'aide de la cellule de Pockels pour changer sa polarisation. Le photon est alors réfléchi par le séparateur de polarisation. (c) Le second photon est produit et arrive dans la cavité. (d) Les deux photons sont superposés spatialement mais avec des polarisations différentes. (e) On effectue alors une opération de $\lambda/4$ avec la cellule de Pockels. Il en résulte deux photons superposés spatialement avec deux polarisations circulaires opposées, droite et gauche. Lorsque les deux photons arrivent sur le séparateur de polarisation, ce dernier se comporte comme si chaque photon arrivait sur une face d'entrée différente d'une lame séparatrice 50/50. (f) Si on mesure à l'aide de la détection homodyne placée en sortie de cavité la bonne valeur de quadrature, alors l'état stocké dans la mémoire sera un état Chat de Schrödinger optique.

Dans notre cas, le second port de sortie du séparateur de polarisation envoie l'état dans la cavité. Cela signifie que si on mesure la bonne valeur de quadrature, on obtient notre état Chat de Schrödinger stocké dans la cavité mémoire. La dernière étape de notre protocole consiste

alors en une dernière opération $\lambda/2$ avec notre cellule de Pockels afin libérer notre état Chat de Schrödinger de la mémoire et de le caractériser avec notre détection homodyne.

Acquisition de l'état Chat de Schrödinger Si on veut caractériser l'état Chat de Schrödinger ainsi produit, il est nécessaire de stocker le temps que l'on puisse acquérir de nouvelles données avec la détection homodyne. En effet, nous avons une contrainte liée à la bande passante de notre système détection homodyne + carte d'acquisition, qui requiert un temps mort entre deux mesures successives. Comme on l'a vu dans le chapitre 2, la bande passante de l'ensemble est d'environ 5 MHz, correspondant à un temps de réponse impulsionnelle de l'ordre de 200 ns. On présente sur la figure 5.3, une accumulation de réponses de la détection homodyne pour des mesures d'états vide quantique. La réponse de la détection homodyne est composée de deux parties.

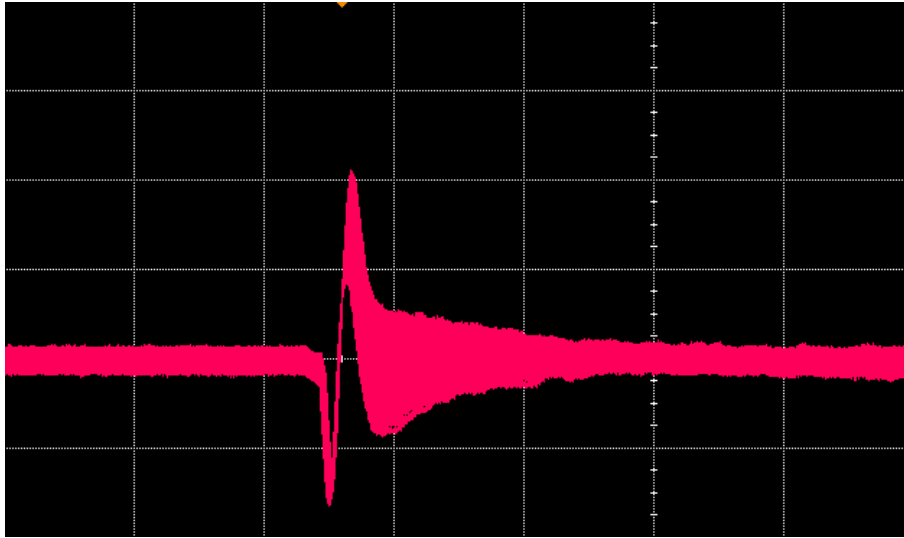


FIGURE 5.3 – Réponse de la détection homodyne à la mesure d'états vide quantique. L'échelle horizontale est de 100 ns par division, l'échelle verticale est de 100 mV par division.

Dans la première partie, la variation du signal est rapide mais la largeur reste la même que celle du signal nul. Cette partie correspond aux réponses des photodiodes et ne comprend pas de signal utile. La seconde partie correspond à une largeur plus grande : c'est cette partie qui comprend le signal utile. On voit que le signal s'amortit sur environ deux divisions, ce qui correspond à environ 200 ns. Chaque mesure acquise a une valeur différente de la précédente. En mesurant la variance totale de toutes les mesures on peut ainsi déterminer la variance du vide pour une puissance de l'oscillateur local. Pour la mise en œuvre du protocole précédemment présenté, il est nécessaire de réaliser deux mesures homodynes successives. On fixe la plage de temps acceptable entre les deux mesures en tenant compte du temps de réponse de la carte mais aussi des pertes subies par notre état avec le temps de stockage. Pour déclencher la seconde acquisition, on dédouble le signal de déclenchement utilisé pour la première acquisition que l'on retarde en à l'aide une ligne à retard électronique. On peut faire varier le temps entre nos deux mesures entre 184 ns et 236 ns, ce qui correspond à entre 14 et 18 tours de stockage.

La figure 5.4 présente deux mesures homodynes successives séparées de 184 ns. On voit que la seconde mesure arrive légèrement avant la fin de la réponse de la détection homodyne. Cela se

traduit alors par une augmentation, pour second signal, de sa valeur moyenne et de son amplitude. Allonger le temps entre les deux mesures ne nous assure pas qu'il n'y ait plus de chevauchement. Pour en être certain il faudrait augmenter d'une centaine de nanosecondes ce délai. Mais cela implique alors d'effectuer près d'une dizaine de tours supplémentaires dans la cavité, dégradant d'autant plus cet état. Il est alors nécessaire de corriger la seconde mesure avec le résultat de la première, en calculant le coefficient de proportionnalité entre les deux mesures.

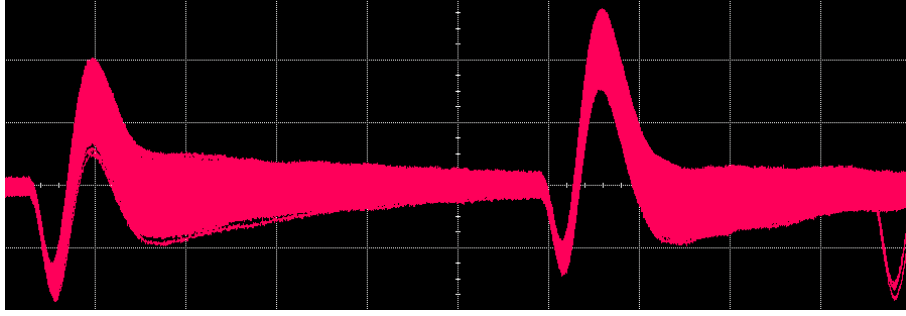


FIGURE 5.4 – Chevauchement des réponses de la détection homodyne en fonction de l'écart entre deux mesures. L'échelle verticale est de 100 mV par division et l'échelle horizontale est de 32,5 ns.

Pour calculer ce coefficient, on peut poser :

$$V_2 = V_{2, reel} + \alpha V_1 \quad (5.10)$$

où V_1 et V_2 sont les tensions mesurées pour les deux mesures homodynes. On corrige les données en faisant :

$$V_{2, reel} = V_2 - \alpha V_1 \quad (5.11)$$

Pour obtenir la valeur de α , on suppose que, lorsque l'on mesure du bruit quantique, V_1 et $V_{2, reel}$ ne sont pas corrélées :

$$\langle V_1 V_{2, reel} \rangle = \langle V_1 V_2 \rangle - \alpha \langle V_1^2 \rangle = 0 \quad (5.12)$$

Ce qui nous donne :

$$\alpha = \frac{\langle V_1 V_2 \rangle}{\langle V_1^2 \rangle} \quad (5.13)$$

La figure 5.5, représente la valeur de α pour plusieurs jeux de mesures homodynes donnés. La valeur mesurée à partir du bruit quantique est stable et a pour valeur moyenne 0.19 pour ce jeu de données. Les trois points où la valeur chute brutalement sont dus à la perte du lock de la cavité laser. Ce couplage n'est pas négligeable, il est donc important de le corriger.

Croissance d'états Chat de Schrödinger Les avantages de notre mémoire ne se limitent pas uniquement à la possibilité d'augmenter la probabilité de générer un état Chat de Schrödinger optique. On peut aussi avoir la possibilité d'agir sur l'état stocké dans notre mémoire à la fin du protocole de génération. En effet, on libère notre état afin de le caractériser par une mesure homodyne, mais rien ne nous y oblige. On pourrait à la place faire grossir notre état Chat de Schrödinger optique en venant itérer notre protocole avec un autre état Chat de Schrödinger ou avec un photon unique comme schématisé sur la figure 5.6.

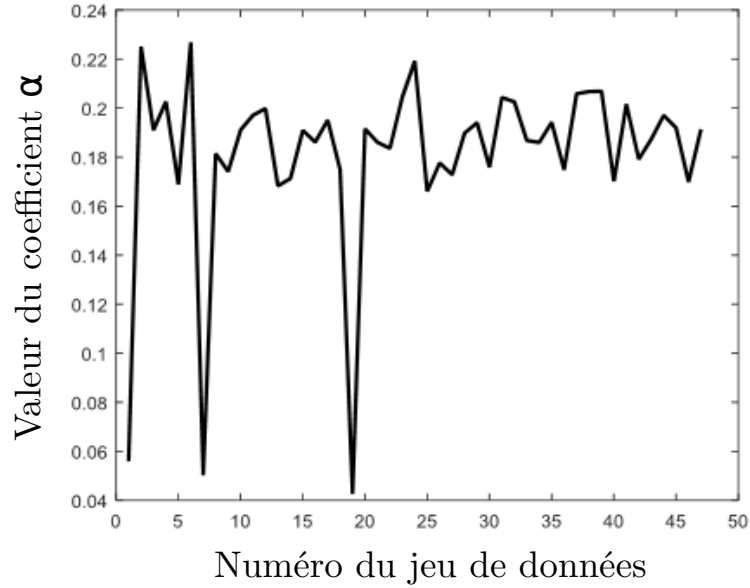


FIGURE 5.5 – Évolution du coefficient α pour un jeu de mesures homodynes donné. La valeur moyenne de ce coefficient est ici de 0.19, ce qui n'est pas négligeable et il donc est important de corriger la mesure. Les trois points où la valeur chute brutalement sont dûs à la perte du lock de la cavité laser.

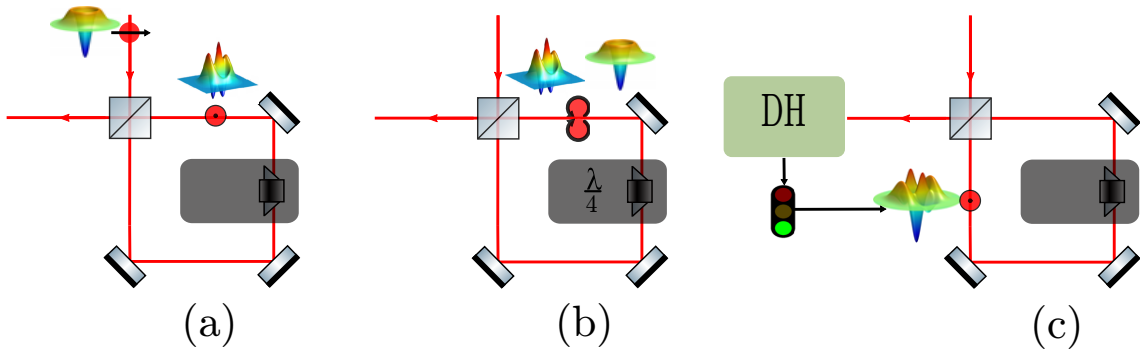


FIGURE 5.6 – Schéma de principe de l'itération du protocole de croissance appliqué à un état Chat de Schrödinger Optique. (a) On a un état Chat de Schrödinger Optique stocké dans la cavité mémoire. Un photon unique se présente à l'entrée de la mémoire. (b) L'état Chat de Schrödinger et le photon unique sont superposés spatialement mais n'interagissent pas car ils sont de polarisations orthogonales. On effectue alors un changement de polarisation avec la cellule de Pockels agissant comme une lame quart d'onde. On obtient alors en sortie nos deux états avec des polarisations circulaires de signes opposés : une droite et une gauche. (c) Si la détection homodyne en sortie de cavité donne la bonne valeur de quadrature, alors l'état stocké dans la cavité ne sera plus un état Chat de Schrödinger mais un état Chat de Schrödinger augmenté d'un photon unique.

5.1.3 Lame à retard programmable

Comme on vient de le voir, afin de réaliser le protocole de croissance avec notre cavité mémoire, nous avons besoin de réaliser une lame quart d'onde avec notre cellule de Pockels. Pour cela,

comme nous l'avons vu dans la partie 2.4.2, il suffit de changer la tension aux bornes du cristal. Cette tension est en effet proportionnelle au déphasage entre les deux axes de polarisation. Pour que nos deux photons voient une lame quart d'onde en passant à travers la cellule de Pockels, ce qui correspond à un déphasage de $\pi/2$, il faut que la tension aux bornes du cristal soit la moitié de celle appliquée pour avoir une lame demi-onde qui, elle, correspond à un déphasage de π .

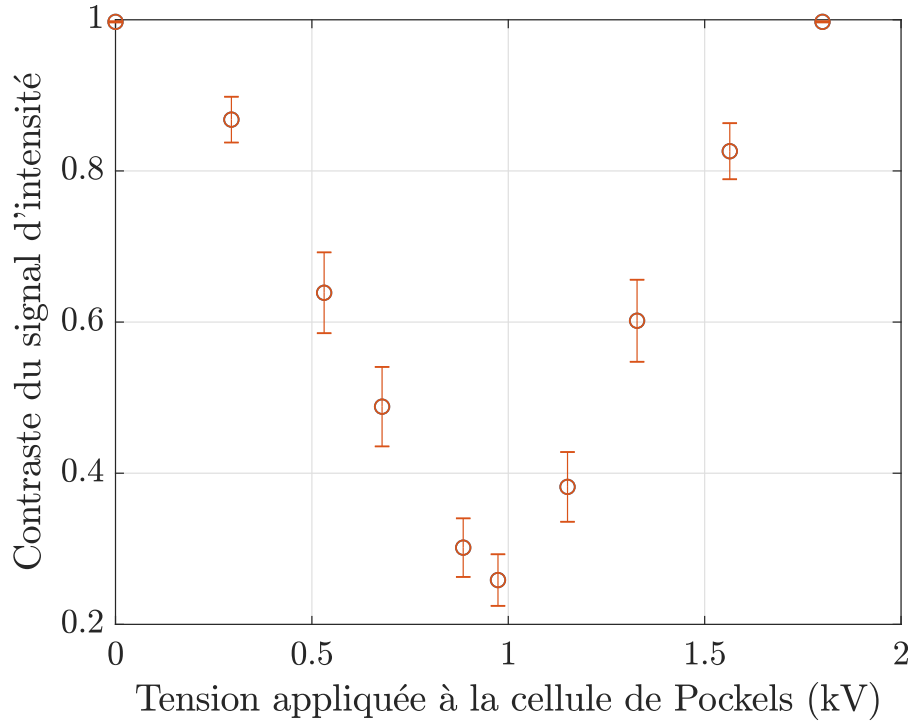


FIGURE 5.7 – Contraste de l'intensité en sortie de la cavité en fonction de la tension. On présente ici le contraste entre le minimum et le maximum de l'intensité d'un état cohérent en fonction de la tension appliquée aux bornes des cristaux de la cellule de Pockels. La mesure de l'intensité est effectuée après un polariseur que l'on fait tourner pour trouver le maximum et le minimum d'intensité.

On peut caractériser le retard de phase introduit par la cellule de Pockels comme on caractériserait n'importe quelle lame à retard : on injecte de états cohérents polarisés à 45° des lignes neutres, et on analyse la polarisation en plaçant un polariseur en sortie, le faisceau étant ensuite mesuré avec un photodiode rapide. Sur la figure 5.7 on présente l'évolution du contraste entre le minimum et le maximum de l'intensité des états cohérents mesurée par une photodiode rapide après le couple cellule de Pockels - polariseur, pour différentes tension appliquées à la cellule de Pockels. On s'attend à ce que, si le retard évolue bien linéairement en fonction de la tension, le contraste de l'intensité évolue également linéairement. D'abord décroissant entre 0 et la tension $U_{\pi/2}$, puis croissant entre $U_{\pi/2}$ et U_{π} . La tension $U_{\pi/2}$ correspond à la tension pour un retard de $\pi/2$, la cellule se comporte alors comme une lame quart d'onde. Il apparaît sur cette figure que l'on a bien, pour une tension égale à la moitié de la tension de la $\lambda/2$, un contraste minimal. Pour la valeur de tension $U_{\pi/2}$, on note peu d'évolution de la puissance en fonction de l'angle du polariseur. On a alors bien une polarisation circulaire en sortie. Si l'on se réfère à notre protocole

5.1. Principe de l'expérience

expérimental, on utilise en premier la cellule de Pockels pour faire une $\lambda/2$ afin de stocker notre premier état photon unique. On a donc déjà fixé notre tension à la valeur U_π qui correspond à la tension pour un déphasage de π et donc à une $\lambda/2$. Il nous faut alors pouvoir modifier la tension appliquée au cristal entre les deux utilisations de la cellule de Pockels.

Comme on l'a vu à la section 4.3.3, le driver de la cellule de Pockels permet de délivrer la tension aux cristaux sous forme de pulse où la tension maximale est fixe. Cette tension maximale est fixée manuellement directement sur le driver délivrant la haute tension.

Ce driver que nous avons choisi est celui qui permet de délivrer les impulsions haute tension les plus courtes disponibles sur le marché. Il n'inclut cependant pas la possibilité de moduler la tension maximale dans des temps courts. Or, dans notre cas, le changement de tension $U_\pi \rightarrow U_{\pi/2}$ doit se faire dans un laps de temps de l'ordre de quelques dizaines de nanosecondes. Il a donc fallu trouver une autre manière de moduler la tension appliquée quand le photon passe dans la cellule de Pockels.

Sur la figure 5.8, on présente la réponse d'une cellule de Pockels identique à la nôtre mais mesurée pour un laser à 1 064 ns par l'entreprise à qui on a acheté les drivers des cellules. La valeur de la tension pour obtenir une lame demi-onde est différente de la nôtre car le laser n'est pas à la même longueur d'onde mais ce qui nous intéresse ici c'est le profil de la réponse de la cellule. Lorsque l'on applique un pulse de haute tension, il existe un régime transitoire au cours duquel on passe continûment d'une tension nulle à une tension de U_π . L'idée, pour moduler la tension, est d'exploiter le régime transitoire de la commutation de tension par le driver. En particulier, il existe alors un instant t correspondant à une tension $U_{\pi/2} = \frac{U_\pi}{2}$. D'après la documentation du fabricant, le temps de montée est estimé à 7 ns.

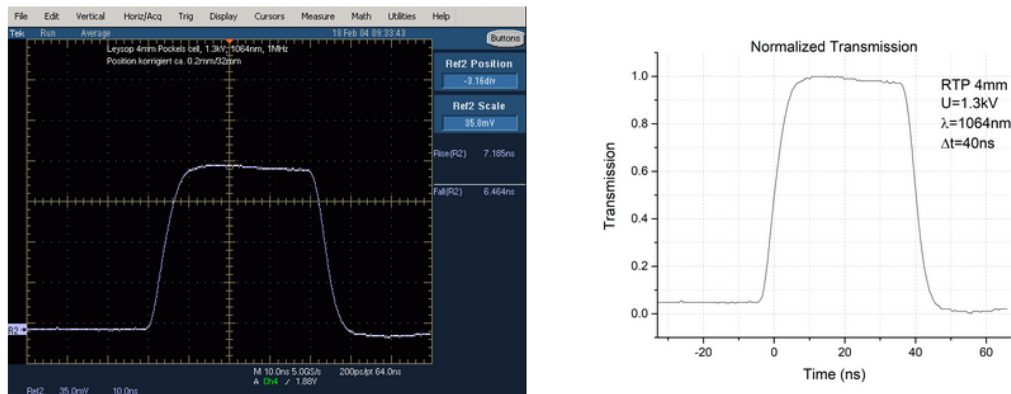


FIGURE 5.8 – Transmission d'une cellule de Pockels identique à la nôtre, mesurée par l'entreprise qui nous a fourni notre cellule de Pockels.

On peut donc se servir de cette propriété afin que nos états photon unique subissent les effets d'une lame $\lambda/4$ lorsqu'ils passent dans la cellule de Pockels. Comme nous l'avons vu en 4.3.3, pour commander les cellules de Pockels, les cartes PCI émettent deux séries de deux pulses rectangulaires permettant de commuter deux interrupteurs différents. Ceux-ci permettent de contrôler la largeur des deux impulsions de haute tension envoyées aux cristaux. La largeur de ces impulsions doit être précisément contrôlée afin que tout autre état que notre état d'intérêt ne voit pas

celles-ci. Pour avoir une $\lambda/4$, il nous suffit alors d'avancer ou de retarder temporellement le timing d'application de cette séquence d'impulsion par rapport au timing utilisé pour avoir une $\lambda/2$. On choisit d'utiliser le front descendant de l'impulsion haute tension, afin que l'état produit stocké dans la cavité ne voit pas la fin de l'impulsion lors du passage suivant à travers la cellule.

On représente sur la figure 5.9 les deux différents scénarios discutés précédemment :

- Sur la figure de gauche, on règle les timings d'un pulse haute tension de durée 16 ns de telle sorte que la tension soit égale à U_π lorsque notre état passe dans la cellule de Pockels. Plus précisément, comme représenté sur la figure 5.9a, on reçoit un événement déclencheur sur la carte PCI à $t_0 = 0$ ns. On génère alors un pulse de durée $\tau = 15$ ns, à l'instant $t_1 = 10$ ns. Notre état traverse la cellule de Pockels à $t_2 = 21$ ns après la réception de l'événement déclencheur. L'intervalle entre t_2 et t_1 est inférieur à τ . La tension U aux bornes du cristal est alors à t_2 de $U = U_\pi = 1,8$ kV. L'état voit alors une lame $\lambda/2$.
- Sur la figure de droite, on décale temporellement le même pulse pour que la tension soit égale à $U_{\pi/2}$ lorsque notre état traverse la cellule. Plus précisément, on reçoit un événement déclencheur sur la carte PCI à $t_0 = 0$ ns. On génère alors un pulse de durée $\tau = 9$ ns, à l'instant $t_1 = 10$ ns. Notre état traverse la cellule de Pockels à $t_2 = 21$ ns après la réception de l'événement déclencheur. L'intervalle entre t_2 et t_1 est supérieur à τ , l'état ne verra alors pas une tension $U = U_\pi$ mais une tension $U < U_\pi$ comme par exemple sur la figure 5.9b $\frac{U_\pi}{2} = U_{\pi/2}$. En changeant la durée de l'impulsion haute tension, on peut alors changer la valeur de la tension U aux bornes du cristal lorsque l'état passe à travers la cellule. On peut définir la largeur de l'impulsion avec un pas de 25 ps, ce qui nous donne une précision sur la tension inférieure à 10 V environ. L'état voit alors une lame $\lambda/4$.

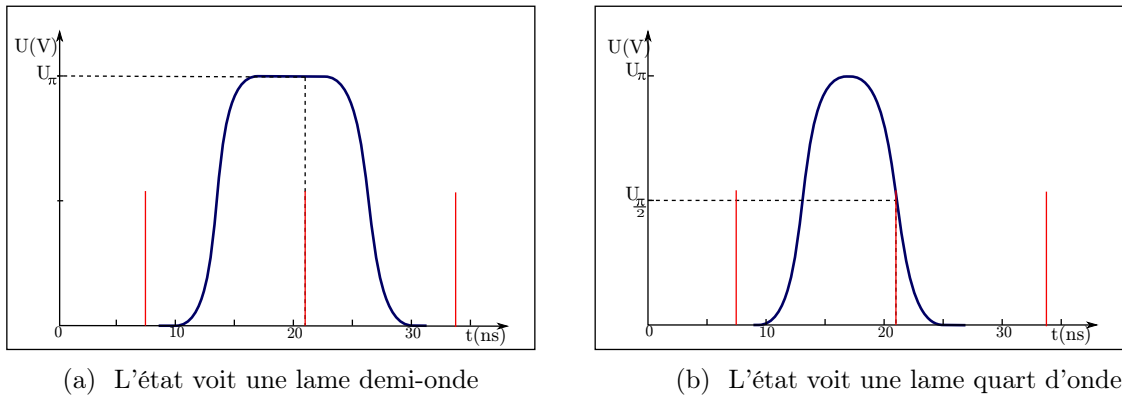


FIGURE 5.9 – Représentation schématique de l'évolution de tension aux bornes du cristal en fonction du temps. On représente en rouge des états espacés de l'écart minimal entre deux états successifs donné par le taux de répétition du laser. (a) : On génère alors un pulse de durée $\tau = 16$ ns. L'état voit alors une lame $\lambda/2$. (b) : On génère alors un pulse de durée $\tau = 16$ ns, décalé temporellement par rapport au passage de notre photon. L'état voit alors une lame $\lambda/4$.

On peut comparer les résultats obtenus avec cette méthode et ceux obtenus précédemment afin de confirmer l'obtention d'une polarisation circulaire en sortie de la cellule, comme présenté en figure 5.10.

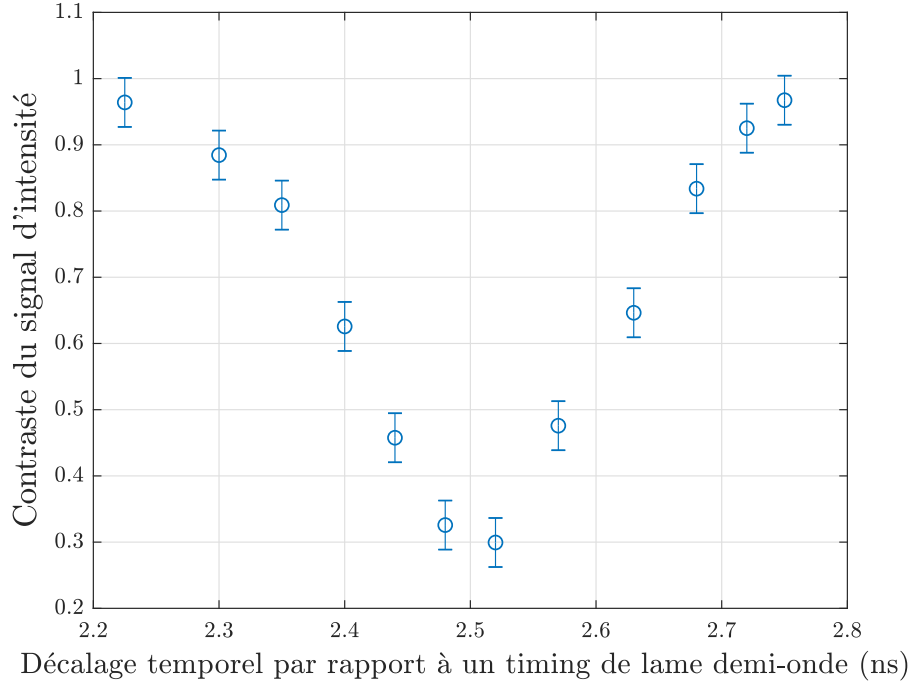


FIGURE 5.10 – Contraste de l'intensité en sortie de la cavité en fonction de l'écart avec le délai pour une lame demi-onde. On présente alors le contraste entre le minimum et le maximum de l'intensité d'un état cohérent en fonction de l'écart avec le délai utilisé pour définir une lame demi-onde avec la cellule de Pockels. La mesure de l'intensité est alors effectuée après un polariseur que l'on fait tourner pour trouver le maximum et le minimum d'intensité.

On peut noter, qu'avec cette méthode, on peut non seulement obtenir un lame quart d'onde avec notre cellule de Pockels, mais aussi n'importe quelle lame à retard. Ce qui fait de notre cellule de Pockels une lame à retard programmable.

5.2 Mesure de phase

Maintenant qu'on a vu qu'on pouvait appliquer le protocole de croissance pour la génération d'états Chat de Schrödinger optique, intéressons-nous à la tomographie de ces états. Les états Chat de Schrödinger sont des états sensibles à la phase. En effet, leurs fonctions de Wigner ne sont pas à symétrie de révolution, et plusieurs mesures de quadratures effectuées pour plusieurs phases différentes sont nécessaires pour tomographier ces états.

5.2.1 Nécessité d'une mesure de phase

Il est donc nécessaire de connaître la phase selon laquelle on mesure notre état afin de le caractériser entièrement. Plus précisément, il est nécessaire de connaître la phase relative entre nos deux mesures homodynes (à savoir la mesure de conditionnement permettant la génération du Chat de Schrödinger, et la mesure de caractérisation de cet état), pour connaître quelle quadrature on mesure. Nous allons pour cela introduire les phases suivantes :

- $\Phi_1^{OL} = k.L_1^{OL}$ la phase du pulse d'oscillateur local utilisé pour la première mesure homodyne
- $\Phi_2^{OL} = k.L_2^{OL}$ la phase du pulse d'oscillateur local utilisé pour la seconde mesure homodyne
- $\Phi_1 = k.L_1$ la phase du premier état mesuré
- $\Phi_2 = k.L_2$ la phase du second état mesuré

Les phases relatives lors de chaque mesure sont alors :

$$\Delta_{\Phi_1} = \Phi_1^{OL} - \Phi_1 = k.(L_1^{OL} - L_1) \quad (5.14)$$

et

$$\Delta_{\Phi_2} = \Phi_2^{OL} - \Phi_2 = k.(L_2^{OL} - L_2) \quad (5.15)$$

On note alors notre différence de phases relatives entre nos deux mesures :

$$\Delta_{\Phi} = \Delta_{\Phi_2} - \Delta_{\Phi_1} \quad (5.16)$$

Les deux pulses d'oscillateur local pour la mesure homodyne vont parcourir sensiblement le même trajet optique. On peut raisonnablement considérer que seules les variations thermiques et mécaniques des montures optiques peuvent influencer le trajet optique. Or on peut estimer l'intervalle de temps entre les deux mesures homodynes à 184 ns. Il ne paraît donc pas aberrant de considérer les trajets optiques parcourus par chacun des pulses d'oscillateur local comme de même longueur sur cet intervalle de temps. On a alors :

$$\Phi_1^{OL} = \Phi_2^{OL} = \Phi^{OL} \quad (5.17)$$

Notre différence s'écrit alors :

$$\Delta_{\Phi} = \Delta_{\Phi_2} - \Delta_{\Phi_1} = k.(L_2 - L_1) \quad (5.18)$$

Il est facile alors de remarquer que les seules variations de trajets optiques susceptibles d'amener une variation des phases relatives entre les deux mesures, et donc que l'on se doit de connaître, sont celles engendrées par le stockage de l'état Chat de Schrödinger dans la cavité mémoire. En effet, si on note L_{QMC} la longueur du trajet optique dans la cavité, on a $L_2 = L_1 + n * L_{QMC}$ avec $n \in \mathbb{N}$, le nombre de tours de stockage dans la cavité, et on peut alors écrire (en négligeant encore une fois les fluctuations lentes liées aux variations thermiques et mécaniques) :

$$\Delta_{\Phi} = k.(L_2 - L_1) = k.(n * L_{QMC}) \quad (5.19)$$

Les différents chemins optiques sont représentés schématiquement sur la figure 5.11.

5.2.2 Principe de la mesure

Comme vu précédemment, la différence de phases relatives entre les deux mesures homodynes (conditionnement et caractérisation) peut être réduite uniquement au trajet parcouru par le second état dans la cavité mémoire, qui est un multiple entier de la longueur de cavité, L_{QMC} . Il est intéressant de noter alors que la phase accumulée pendant le stockage de notre état ne dépend absolument pas de la nature de l'état en question. Il dépend uniquement du comportement de la cavité mémoire. Il existe un candidat tout désigné pour venir faire la mesure de la longueur de la cavité : l'état cohérent. En effet, comme présenté au paragraphe 1.3.1.2, c'est l'état le

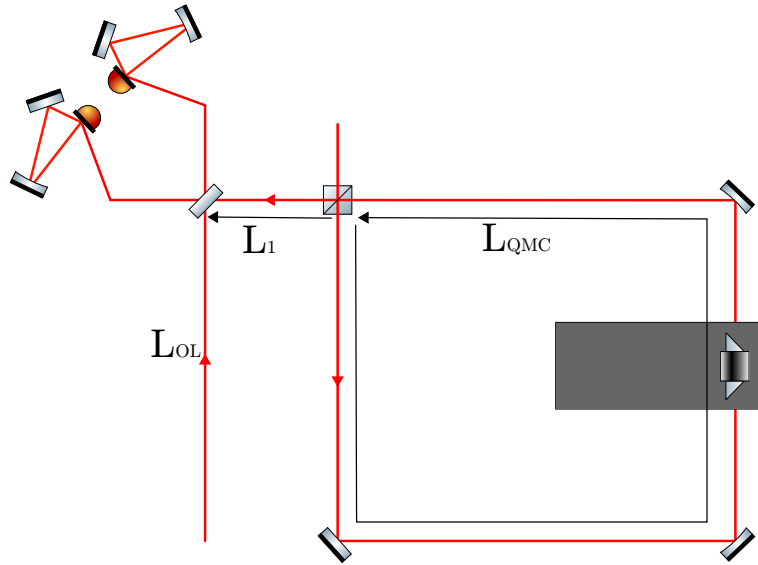


FIGURE 5.11 – Schéma de la cavité mémoire ainsi que les chemins optiques empruntés par les différents états

plus facile à produire car il s'agit d'une impulsion laser. La mesure homodyne est une mesure interférométrique, et on vient faire interférer ici notre état cohérent avec un second état cohérent, l'impulsion d'oscillateur local. En balayant la phase avec une cale piezo-électrique, on attend alors un signal sinusoïdal de la forme :

$$V_0 + A \cos(\Phi(t)) \quad (5.20)$$

où V_0 est la valeur moyenne du signal mesuré, A son amplitude et Φ sa phase. Plusieurs stratégies peuvent être adoptées pour extraire cette phase. La plus simple consisterait à accumuler, sur un petit intervalle de temps, des mesures prises successivement sur un état stocké un tour et sur un état non-stocké, puis de reconstruire la courbe de Lissajous entre les deux mesures et d'en extraire leur phase relative. Cela suppose que le déphasage entre les deux mesures est constant sur le petit intervalle de temps considéré, et cette hypothèse n'est pas forcément vérifiée en présence de bruits acoustiques de l'ordre de la centaine de Hz.

Une autre solution consiste à extraire directement la phase du signal d'interférence correspondant aux deux mesures précédentes (pour un état stocké un tour et pour un état non-stocké). On peut alors remonter à la phase relative entre ces deux mesures en faisant la différence entre les deux phases ainsi extraites. En comparant les signaux mesurés entre 0 (pas de stockage) et n tours de stockage, on peut alors déduire la valeur de la variation de phase introduite par un nombre n de tours de stockage dans la cavité. C'est cette deuxième solution qu'on adopte. De plus, la forme des signaux obtenus apparaît comme simple, et nous permet d'envisager un algorithme d'extraction de la valeur de la phase en tout instant t .

5.2.3 Algorithme d'estimation de la phase

Comme nous venons de le voir, le principe de notre mesure de phase est de venir comparer les phases de deux états cohérents stockés un nombre différent de tours. En sortie de la détection

homodyne, on récupère des signaux de la forme $V_0 + A\cos(\Phi(t))$ pour chaque état cohérent. On a donc besoin d'un algorithme pour pouvoir extraire nos différentes phases de nos différents signaux :

$$V_1(t) = V_{01} + A_1\cos(\Phi_1(t)) \quad (5.21)$$

$$V_2(t) = V_{02} + A_2\cos(\Phi_2(t)) \quad (5.22)$$

Les deux mesures sont prises à 184 ns d'écart, ce qui nous permet de considérer que la longueur du trajet optique d'un tour dans la cavité est toujours la même entre les deux mesures. La phase pouvant évoluer avec le temps, on décide que notre algorithme extraira notre phase en segmentant le signal, de façon à ce que, sur chaque segment, la phase varie peu avec le temps.

L'algorithme comporte 3 étapes que l'on va répéter pour chaque signal afin d'en extraire $\Phi_1(t)$ et $\Phi_2(t)$:

- On cherche la valeur moyenne des maxima du signal ainsi que la valeur moyenne des minima. On en déduit alors la valeur moyenne du signal V_0 ainsi que son amplitude moyenne A_0 .
- Ensuite, on va chercher une fonction continue $\Phi(t)$ telle que $V(t) = V_0 + A\cos(\Phi(t))$, avec V notre signal. On va alors construire $\Phi(t)$ de manière itérative par intervalles de temps de taille T :

- Dans un premier temps on cherche le plus petit $t_0 < T$ tel que $V(t_0) > V_0$.
- Ensuite on détermine les valeurs a, b, c optimales telles que, si

$$\Phi(t) = a(t - t_0)^2 + b(t - t_0) + c \quad (5.23)$$

alors $V(t) = V_0 + A\cos(\Phi(t))$ représente au mieux les données V sur l'intervalle $[t_0 - T, t_0 + T]$

- A partir de ces valeurs, on en déduit alors la valeur de $\Phi(t)$ sur l'intégralité de l'intervalle $[t_0 - T, t_0 + T]$ en particulier pour $t = t_0 - T$ et $t = t_0 + T$
- On va ensuite construire $\Phi(t)$ par intervalles adjacents, avec continuité de $\Phi(t)$:
- On prolonge $\Phi(t)$ par valeurs croissantes de t . On cherche alors à déterminer $\Phi(t)$, par interpolation polynomiale d'ordre 2 sur tous les intervalles $[t_n, t_n + T]$ avec $t_n = n * t_0 + T$, $n \in \mathbb{N}$, connaissant $\Phi(t_n)$ et $\Phi'(t_n)$.
- On prolonge $\Phi(t)$ par valeurs décroissantes de t . On cherche alors à déterminer $\Phi(t)$ sur tous les intervalles $[t_m - T, t_m]$, avec $t_m = mt_0 - T$, $m \in \mathbb{N}$, connaissant $\Phi(t_m)$ et $\Phi'(t_m)$.

Finalement, une fois obtenues les deux $\Phi_1(t)$ et $\Phi_2(t)$, on en fait la différence pour obtenir la valeur de la phase introduite par le stockage dans la cavité :

$$\Delta_\Phi = \Phi_2(t) - \Phi_1(t) \quad (5.24)$$

5.2.4 Modulation de phase

Le propre de notre algorithme est, qu'en sortie, notre phase est continue dans le temps mais, à cause du cosinus, définie à un signe près. Cela engendre alors des ambiguïtés lorsque la valeur de la phase passe par une valeur égale à $k\pi$ où $k \in \mathbb{N}$, à cause de la symétrie $\cos(k\pi + x) = \cos(k\pi - x)$. Cela engendre alors des points de rebroussement illégitime. En effet, on présente sur la figure 5.12, des résultats préliminaires obtenus avec cet algorithme qui montre ces points de rebroussement.

On mesure l'amplitude à l'aide de notre détection homodyne de deux états cohérents $|\alpha_1\rangle$ et $|\alpha_2\rangle$ qui ont parcouru le même trajet optique, chaque état cohérent étant séparé de 236 ns à un taux de mesures de 200 kHz. Ces mesures sont présentées sur les figures 5.12a pour le premier état cohérent, et 5.12b pour le second état cohérent. En pointillé vert sur chacune de ces figures, on présente les résultats de $V_1(t) = V_{01} + A_1 \cos(\Phi_1(t))$ et de $V_2(t) = V_{02} + A_2 \cos(\Phi_2(t))$ obtenus avec l'algorithme. On peut alors en extraire la valeur de la phase de chaque signal ainsi que la différence des deux phases qu'on présente sur les figures 5.12c et 5.12d. Les deux états cohérents ayant parcouru le même trajet, les phases sont alors identiques et la différence de phases doit être nulle. Or aux alentours de $t = 20$ ms, on voit que lorsque les phases passent par une valeur égale à $k\pi$, il existe un point de rebroussement sur la courbe rouge représentant la phase du premier état cohérent et non sur la phase du second état cohérent. De cela résulte alors une valeur de la différence de phase qui n'est plus proche de 0 mais qui varie jusqu'à ce qu'un autre point de rebroussement d'une des deux courbes les fasse se superposer de nouveau. On a aussi une illustration pratique du chevauchement entre les deux mesures comme énoncé en partie 5.1.2. L'amplitude du second état cohérent est plus grande que pour le premier état cohérent et sa valeur moyenne est légèrement supérieure, aux alentours de 100 mV. Ce chevauchement ne change pas les résultats de l'algorithme, car ni la valeur moyenne, ni l'amplitude n'impactent la différence des phases. Mais il est nécessaire d'estimer le coefficient de proportionnalité entre la première et la seconde mesure pour les mesures d'états photons uniques et Chat de Schrödinger.

Pour pallier ce problème, on ajoute alors sur la voie de l'oscillateur local un modulateur de phase, afin d'en modifier la phase sans en changer la polarisation. Comme on l'a vu à la section 2.4.3, on peut moduler la phase de notre faisceau pour obtenir un déphasage entre $-\pi$ et π . Pour s'affranchir du signe de la phase, on va alors réaliser notre mesure de phase en alternant la valeur de la phase de notre oscillateur local. On choisit alors de moduler la phase de $\pi/2$. On obtient alors deux signaux différents en fonction de la modulation soit $V(t) = V_0 + a * \cos(\Phi(t))$ ou $V(t) = V_0 + A * \cos(\Phi(t) + \pi/2)$.

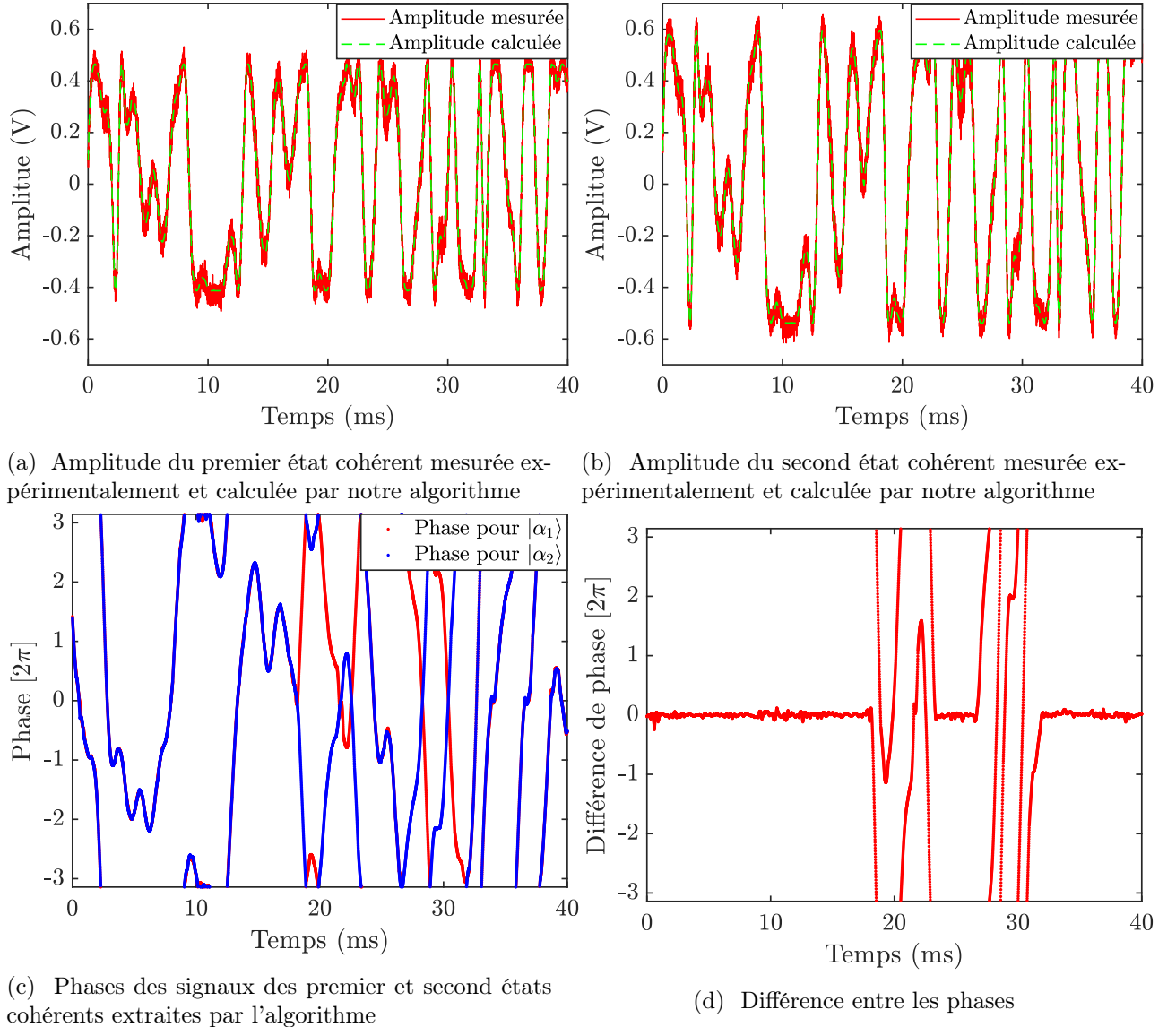


FIGURE 5.12 – Mise en évidence des problèmes liés à la symétrie $\cos(k\pi + x) = \cos(k\pi - x)$ dans l'extraction de phase par l'algorithme. (5.12a) Amplitude mesurée du premier état cohérent ainsi que l'amplitude calculée par l'algorithme. (5.12b) Amplitude mesurée du second état cohérent ainsi que l'amplitude calculée par l'algorithme. (5.12c) Phases des signaux mesurés extraites par l'algorithme pour le premier (rouge) et le second (bleu) états cohérents. (5.12d) Différence des phases des deux signaux.

5.2.5 Une nouvelle voie pour la mesure de phase

Maintenant que l'on a défini notre stratégie pour mesurer la phase introduite par le stockage dans la cavité, voyons comment la mettre en place en pratique.

Source d'états cohérents Tout d'abord, il faut pouvoir disposer d'une source d'états cohérents. Nous allons détourner une infime partie de l'oscillateur local avant la cellule de Pockels placée sur son trajet. Il faut ensuite injecter ces états cohérents sur le trajet qu'emprunteront nos états Chat de Schrödinger. Pour cela, nous avons fait le choix d'injecter les états cohérents par l'arrière du dernier miroir avant la cavité : ce miroir a en effet une transmission non nulle et, même si l'essentiel de l'énergie de l'état cohérent sera réfléchi et perdue, une partie de cet état sera quand même transmise et superposée au mode optique des photons uniques incidents dans la cavité. Cela nous permet de réaliser deux choses : premièrement, d'injecter l'état cohérent exactement sur le même trajet que celui qui est emprunté par les états photons uniques et, deuxièmement, d'atténuer l'amplitude des états cohérents. Comme nous allons mesurer ces états cohérents sur notre détection homodyne, il ne faut pas que leur amplitude soit trop importante afin de ne pas saturer la mesure. L'alignement de cette nouvelle voie sur la cavité et sur le trajet des états photons uniques se fait alors naturellement, en utilisant le fait que l'on a aligné notre oscillateur local sur le faisceau en sortie de cavité. On peut alors faire battre notre nouvelle voie optique avec notre voie d'oscillateur local, et en maximisant le contraste des interférences, on optimise l'alignement de cette voie sur la cavité de stockage.

Mesure alternée On veut pouvoir faire une mesure de phase au plus proche temporellement de notre mesure homodyne d'état Chat de Schrödinger afin que cette mesure soit bien représentative de la phase de celui-ci, et ce, malgré les fluctuations acoustiques qui sont de l'ordre de la centaine de Hertz. Pour cela, on a alors décidé d'alterner les mesures d'états avec les mesures de phase. On utilise un hacheur optique que l'on place en amont de la cavité sur le trajet du faisceau de mesures de phase. On utilise une lame *Thorlabs MC1F30* qui nous permet une fréquence de mesures entre 30 et 3 000 Hz. On prend pour fréquence 200 Hz, ce qui correspond à des plages de mesures de 5 ms.

Modulation de phase Il faut faire la modulation de phase de l'oscillateur local au moins deux fois pendant une mesure de phase de nos états. On décide de changer la phase de l'oscillateur local à une fréquence de 10 kHz. On applique la tension de façon périodique avec un profil en créneau. On présente à la figure 5.13 le schéma de la nouvelle voie et sa position par rapport à la cavité mémoire et à l'oscillateur local.

5.3 Montages expérimentaux

Après avoir explicité le protocole expérimental pour faire un état Chat de Schrödinger et celui de la mesure de phase, intéressons-nous aux différents montages expérimentaux optiques et électroniques.

5.3.1 Montages optiques

Le montage optique complet est montré sur la figure 5.15, à la fin du chapitre. Un laser Ti :Sa impulsif produit des pulses de largeur 3 ps à 850 nm à une fréquence de 76 MHz. Ces impulsions sont doublées en fréquence par génération de seconde harmonique dans une cavité optique d'exaltation. Ces pulses doublés pompent alors un OPA, lui aussi en cavité, générant ainsi des paires de photons uniques. Un des photons de la paire est alors dirigé vers une partie

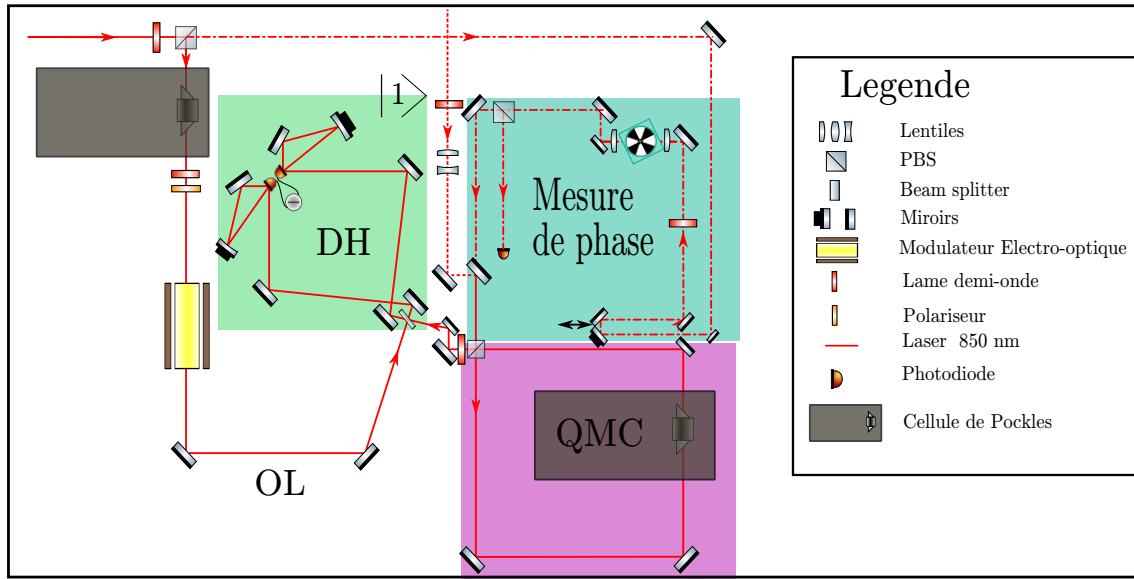


FIGURE 5.13 – Schéma optique de la nouvelle voie pour la mesure de phase et sa position par rapport avec la cavité mémoire (notée QMC), l'oscillateur local (noté OL) et la détection homodyne (notée DH). Afin de réaliser la mesure, on injecte périodiquement dans la cavité à l'aide d'un hacheur optique des états cohérents atténués par l'arrière d'un miroir en amont de la mémoire. On mesure alors avec la détection homodyne les signaux obtenus pour deux temps de stockages différents. Pour mesurer le signe de la phase, on utilise périodiquement un modulateur de phases placé sur la voie de l'oscillateur local pour déphaser les signaux de $\pi/2$. Les représentations de la cavité mémoire et de l'oscillateur local ont été simplifiées et représentent ici une version schématique de la réalité. (La version complète se trouve en figure 5.15)

conditionnement comprenant un filtrage spectral et spatial. Ce photon est alors détecté par un module compteur de photons (APD). Le second photon, pendant ce temps, est stocké dans une cavité ouverte servant de ligne à retard optique. Il est ensuite dirigé vers la cavité mémoire quantique, dont le stockage est déclenché par la réception du pulse généré par la détection du premier photon de la paire. Il est ainsi stocké en attendant la génération d'une seconde paire de photons. Suivant le même chemin, le second photon de la seconde paire arrive dans la cavité mémoire et le signal de l'APD permet alors de changer la polarisation des deux photons en deux polarisations circulaires à l'aide de la cellule de Pockels. Les deux photons sont alors mélangés sur le PBS servant de miroir d'entrée de la cavité mémoire. L'un des ports de sortie est envoyé sur une détection homodyne. La mesure de la bonne valeur de quadrature projette alors la part restant du mélange sur un état Chat de Schrödinger optique, stocké dans la mémoire. On peut alors relâcher ce dernier pour venir le caractériser par une mesure homodyne. Périodiquement sont insérés dans la cavité mémoire des états cohérents atténués par l'arrière d'un miroir afin de mesurer la phase induite par le stockage dans la cavité. Les principales difficultés de cette expérience sont premièrement qu'elle requiert une précision inférieure au millimètre pour des chemins optiques, pouvant aller jusqu'à plusieurs mètres, amenant à la mise en place de nombreux asservissements de longueur ajoutant de la complexité électronique au montage optique. Deuxièmement, le travail avec des états extrêmement sensibles aux pertes nous impose de régulièrement optimiser les

alignements afin de ne pas détériorer la fidélité de nos états. Finalement, le travail avec la lumière impose un contrôle des interactions entre les différents dispositifs électroniques à l'échelle de la nanoseconde.

5.3.2 Montages électroniques

Le montage électronique complet est présenté sur la figure 5.14 :

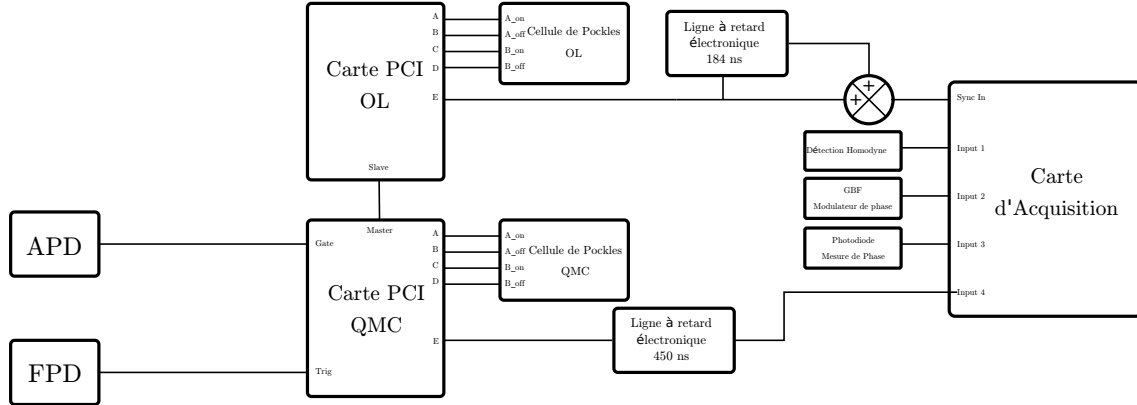


FIGURE 5.14 – Schéma général de l'électronique de l'expérience. En montage Master/Slave, seule la carte électronique, contrôlant la cellule de Pockels placée dans la cavité mémoire est déclenchée, par un signal issu d'une photodiode à avalanche signalant la création d'une paire de photons. Une photodiode rapide (FPD) imageant les pulses de notre laser sert d'horloge à la carte.

Afin de maîtriser au mieux les délais, on synchronise les deux cartes PCI qui contrôlent les cellules de Pockels en utilisant une configuration maître/esclave (Master/Slave). Les deux cartes sont alors physiquement reliées afin de permettre le transfert d'informations. En configuration Master/Slave, seule la carte électronique, contrôlant la cellule de Pockels placée dans la cavité mémoire, est déclenchée par une photodiode à avalanche (APD). L'horloge de cette carte PCI est synchronisée avec la fréquence de répétition du laser grâce au signal reçu par la photodiode rapide (FPD). L'ensemble des signaux transite alors par le bus Master/Slave pour synchroniser les deux cartes. Pour compenser le délai créé par le transit des informations d'une carte à l'autre, même la carte directement déclenchée vient récupérer ses informations auprès du bus Master/Slave. La carte d'acquisition est activée par la carte PCI de l'OL dont on détourne une partie du signal pour générer un second pulse, identique, retardé de 184 ns par une ligne à retard électronique, pour effectuer les deux mesures homodynes nécessaires au conditionnement et à la caractérisation de l'état. On utilise alors les quatre ports de la carte d'acquisition afin de recueillir le maximum d'informations concernant les différentes séquences de mesures :

- Le premier port de la carte permet d'acquérir les données mesurées par la détection homodyne.
- Afin de séparer les périodes de mesure de phase, lorsque le hacheur est passant, des périodes de génération d'états Chat de Schrödinger, quand le chopper bloque le faisceau de la voie de mesures de phase, on extrait une partie du faisceau utilisé pour la mesure de phase que l'on vient détecter avec une photodiode. Ainsi, on obtient un signal rectangulaire qui est

l'image de l'état passant ou bloquant du hacheur optique. Ce signal de photodiode est alors envoyé sur un deuxième port de la carte d'acquisition.

- Afin de séparer les signaux acquis pendant la période de mesures de phase par la carte d'acquisition en fonction de l'état du modulateur de phases, on divise le signal de modulation avant son amplification et on l'envoie sur un troisième port de la carte d'acquisition.
- Le dernier port de la carte permet d'acquérir le signal servant à conserver les points issus des générations d'états Chat de Schrödinger faites avec des photons uniques stockés moins de 50 tours. Ce point sera traité en détail au chapitre 6.

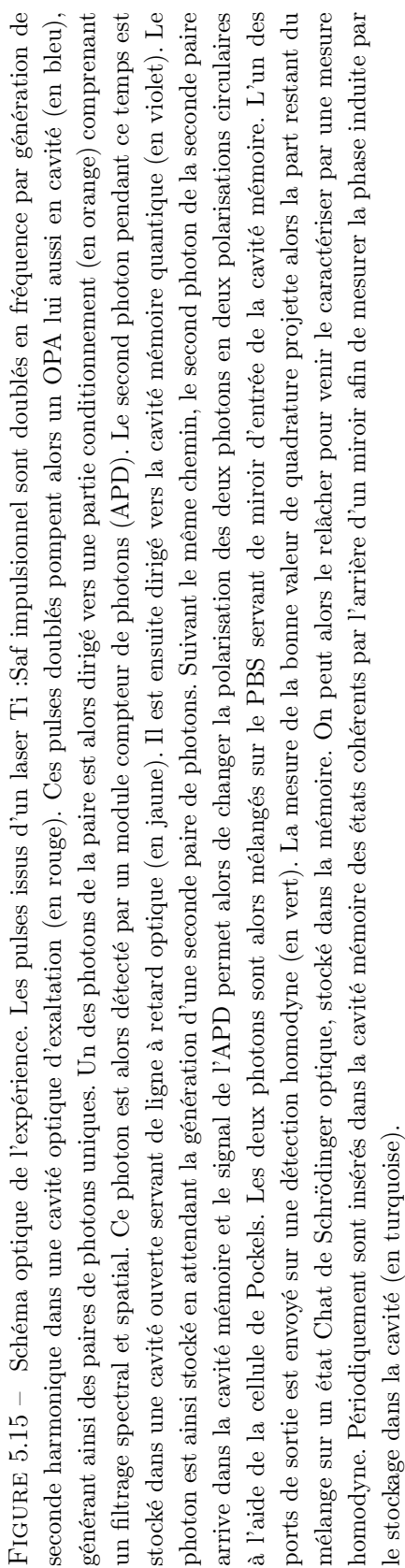


FIGURE 5.15 – Schéma optique de l'expérience. Les pulses issus d'un laser Ti :Saf impulsif sont doublés en fréquence par génération de seconde harmonique dans une cavité optique d'excitation (en rouge). Ces pulses doublés pompent alors un OPA lui aussi en cavité (en bleu), générant ainsi des paires de photons uniques. Un des photons de la paire est alors dirigé vers une partie conditionnement (en orange) comprenant un filtrage spectral et spatial. Ce photon est alors détecté par un module compteur de photons (APD). Le second photon pendant ce temps est stocké dans une cavité ouverte servant de ligne à retard optique (en jaune). Il est ensuite dirigé vers la cavité mémoire quantique (en violet). Le photon est ainsi stocké en attendant la génération d'une seconde paire de photons. Suivant le même chemin, le second photon de la seconde paire arrive dans la cavité mémoire et le signal de l'APD permet alors de changer la polarisation des deux photons en deux polarisations circulaires à l'aide de la cellule de Pockels. Les deux photons sont alors mélangés sur le PBS servant de miroir d'entrée de la cavité mémoire. L'un des ports de sortie est envoyé sur une détection homodyne (en vert). La mesure de la bonne valeur de quadrature projette alors la part restante du mélange sur un état Chat de Schrödinger optique, stocké dans la mémoire. On peut alors le relâcher pour venir le caractériser par une mesure homodyne. Périodiquement sont insérés dans la cavité mémoire des états cohérents par l'arrière d'un miroir afin de mesurer la phase induite par le stockage dans la cavité (en turquoise).

Chapitre 6

Réalisation expérimentale et analyse des résultats

Sommaire

6.1	Utilisation de la mémoire FPGA	138
6.1.1	Configuration à deux séquences	139
6.1.2	Configuration à trois séquences	142
6.2	Implémentation préliminaire	144
6.2.1	Évaluation du gain de la carte d'acquisition	145
6.2.2	Limitation du temps de stockage	146
6.2.3	Événements de génération	147

Précédemment, nous avons vu comment réaliser, d’une part, le protocole de croissance d’états Chat de Schrödinger avec la mémoire quantique grâce à la lame retard programmable et, d’autre part, la mesure de la phase introduite par le stockage des états générés dans la cavité mémoire. Maintenant, pour avoir une source d’états Chat de Schrödinger, il est nécessaire de pouvoir enchaîner la génération d’états et la mesure de phase lors d’une seule expérience. Dans de ce chapitre, nous allons aborder les solutions permettant d’enchaîner les séquences de génération et de mesure de phase à l’aide de la mémoire FPGA des cartes PCI. Nous allons aussi présenter ce que nous apprennent les résultats des premières mesures effectuées ainsi que les difficultés rencontrées.

6.1 Utilisation de la mémoire FPGA

L’utilisation des cartes électroniques fournies avec les drivers des cellules de Pockels entraîne des contraintes techniques. Premièrement, il n’est possible d’envoyer qu’un maximum de deux impulsions haute tension aux cellules de Pockels pour chaque déclenchement des cartes PCI. Comme on l’a vu à la section 4.3.3, ce sont les cartes PCI qui contrôlent les délais entre la réception du signal déclencheur et la délivrance des impulsions haute tension, et ces délais sont à la base de l’implémentation du protocole de génération. Au vu de la complexité de ce protocole, il faut pouvoir programmer plusieurs séquences pour réaliser les différentes étapes de la génération d’états Chat de Schrödinger. On va alors utiliser la mémoire FPGA des cartes PCI qui nous permet de programmer différentes séquences sous forme d’une liste, et de passer de l’une à l’autre à chaque déclenchement de la carte (par détection de l’émission d’un photon unique, voir chapitre 5) en remontant la liste. Lorsqu’on est arrivé en haut de celle-ci, on recommence alors cette dernière depuis le bas. Cette fonctionnalité des cartes requiert l’utilisation d’une synchronisation en maître/esclave si l’on veut faire communiquer plusieurs cartes entre elles. Elle nous a par ailleurs posé de nombreuses difficultés de mise en œuvre, qui ont notamment nécessité une reprogrammation du FPGA par l’entreprise BME qui nous a fourni ces cartes (et que nous remercions au passage pour leur support technique, au vu des caractéristiques très particulières de notre application).

Chaque séquence dispose d’un temps mort, pendant lequel la carte ignore les nouveaux événements déclencheurs potentiels. Il n’est pas possible de passer à la séquence suivante avant la fin de la séquence en cours. Pour des raisons techniques, ce temps est le même pour toutes les séquences enregistrées dans la liste, et la durée de chaque séquence est égal à la durée de la plus longue, à laquelle il faut encore rajouter 40 ns.

Les différentes étapes de la génération d’états Chat de Schrödinger, comme présentées à la partie 5.1.2, obligent d’effectuer, avec la cellule de Pockels présente dans la cavité mémoire, deux lames demi-onde et une lame quart d’onde pour la génération de l’état Chat de Schrödinger, et deux lames demi-onde pour la mesure de phase. Devoir utiliser au moins trois fois la cellule de Pockels pour chaque réalisation du protocole de croissance impose le recours à deux séquences distinctes : l’une avec uniquement le stockage du premier photon, et l’autre avec la génération de l’état Chat et sa libération de la mémoire. Ce découpage des séquences est indispensable pour qu’on puisse attendre l’arrivée du second photon pendant le stockage du premier. On a donc au minimum deux séquences avec les cartes PCI. Or la génération d’états Chat de Schrödinger s’effectue toujours en dehors des périodes de mesure de phase. Il est alors envisageable soit

d'utiliser une troisième séquence de deux lames demi-onde, soit de se servir de la seconde séquence de la génération de Chat de Schrödinger pour effectuer la mesure de phase. Il se dégage ainsi deux configurations possibles pour réaliser cette expérience : l'une avec deux séquences et l'autre avec trois séquences.

6.1.1 Configuration à deux séquences

Comme on vient de le voir, on peut découper notre expérience en deux grandes séquences électroniques principales correspondant aux deux événements déclencheurs :

- Le stockage du premier photon dans la cavité, que l'on appellera séquence de Stockage ;
- La génération de l'état Chat de Schrödinger ainsi que sa mesure, lorsque le hacheur est bloquant, ou la mesure de la phase induite par la cavité, que l'on appellera séquence de Génération et Mesure.

La mesure de phase nécessite la comparaison entre deux états cohérents avec différents temps de stockage. Avec cette configuration, la lame quart d'onde vient alors séparer en deux un état cohérent en faisant en sorte qu'une partie soit stockée dans la mémoire et que l'autre soit directement envoyée à la détection homodyne. On a bien deux états cohérents qui vont être stockés un nombre différent de tours.

Les deux séquences de l'expérience sont enregistrées dans la mémoire FPGA des cartes PCI OL et QMC. À chacune de ces séquences correspond une séquence de timing pour les deux cartes PCI qui contrôlent les cellules de Pockels et l'acquisition des données. Les figures 6.1 et 6.2 résument l'ensemble des pulses envoyés par les cartes PCI sous forme de chronogrammes pour chaque séquence. Sur ces figures, les signaux A à D sont les commandes de la cellule de Pockels (voir fig. 4.12 du chapitre 4). Le signal E/F émis par la carte PCI de l'oscillateur local déclenche l'acquisition des données par la carte d'acquisition (voir fig. 5.14 du chapitre 5), tandis que le signal E/F émis par la carte PCI de la cavité mémoire va servir à caractériser le temps de séparation entre deux photons consécutifs : nous reviendrons en détails sur ce dernier point à la section 6.2.

Pour la carte PCI de l'oscillateur local, on ne présente que la séquence Génération et Mesure car on n'utilise pas la cellule de Pockels présente sur le trajet de l'oscillateur local pendant la séquence de Stockage. Les différents modes de fonctionnement des deux cellules de Pockels, celle de l'oscillateur local et celle de la cavité mémoire, ainsi que la largeur des pulses E générés par les différentes cartes PCI, sont résumés dans le tableau présenté en figure 6.3 (le symbole $\emptyset$ dans ce tableau signifie l'absence de pulse envoyé).

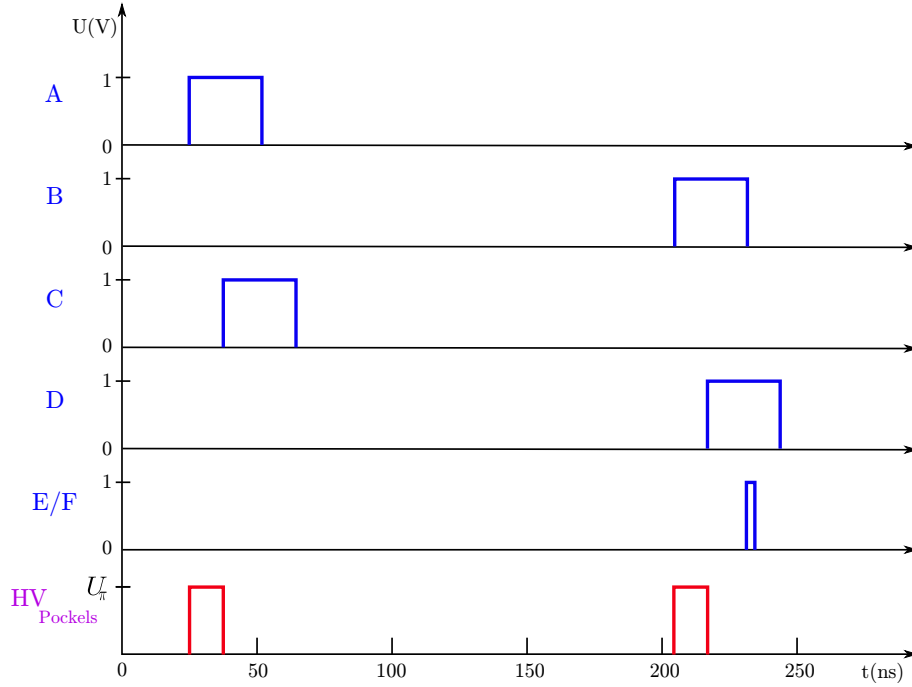
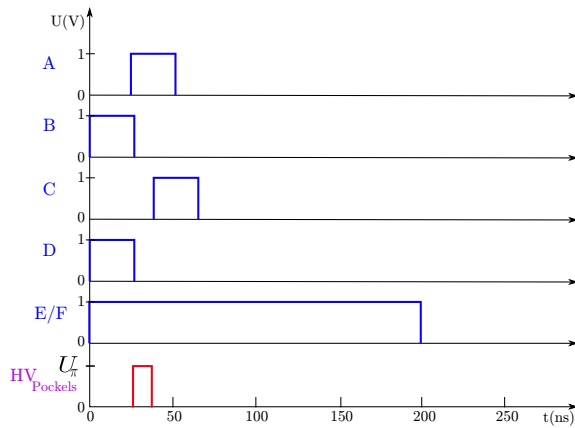
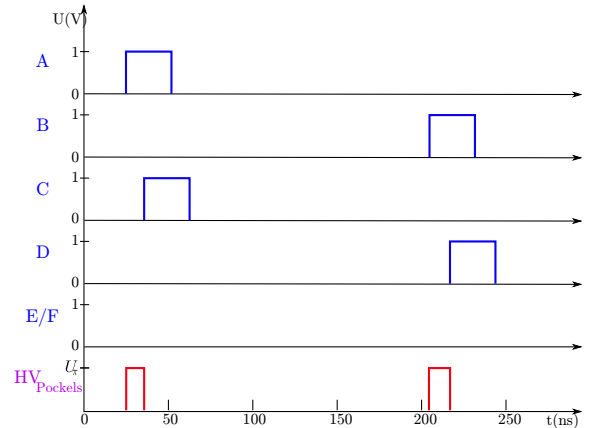


FIGURE 6.1 – Chronogramme du fonctionnement de la carte PCI pilotant la cellule de Pockels de l'oscillateur local pour la séquence Génération et Mesure



(a) Séquence Stockage



(b) Séquence Génération et Mesure

FIGURE 6.2 – Chronogrammes du fonctionnement de la carte PCI pilotant la cellule de Pockels placée dans la cavité mémoire pour les deux séquences

Avantages Le premier avantage d'utiliser uniquement deux séquences est un gain sur le taux de production d'états Chat de Schrödinger. En effet, l'utilisation de deux séquences permet, lorsque le chopper est bloquant, d'optimiser la génération d'états Chat de Schrödinger : lorsqu'on a trois séquences, un tiers des photons uniques générés pendant les périodes de génération d'états Chat de Schrödinger ne sont pas utilisés, puisque chaque séquence (qu'il s'agisse d'une séquence

Séquence	Premier pulse Haute Tension		Second pulse Haute Tension		Pulse E/F	
	Pockels OL	Pockels QMC	Pockels OL	Pockels QMC	Pockels OL	Pockels QMC
Stockage	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\lambda/2$	$\emptyset$	200 ns
Génération et Mesure	$\lambda/2$	$\lambda/4$	$\lambda/2$	$\lambda/2$	5 ns	$\emptyset$

FIGURE 6.3 – Résumé des modes de fonctionnement des cellules de Pockels en fonction des séquences de l’expérience

de génération ou de mesure de phase) est déclenchée par l’émission d’un photon. Le second avantage est de simplifier la programmation des cartes électroniques. Ainsi, avec uniquement deux séquences, il est rare que l’ordre des séquences s’inverse, limitant alors le nombre possible d’erreurs sur ces dispositifs.

Inconvénients Le premier inconvénient vient de l’utilisation de la lame quart d’onde pour stocker l’état cohérent. Quand la lame séparatrice de polarisation sépare en deux l’état cohérent, elle divise aussi son amplitude par $\sqrt{2}$ menant alors à une diminution du rapport signal sur bruit. On présente sur la figure 6.4, les signaux de phase obtenus pour deux états cohérents, l’un non-stocké et l’autre stocké 14 tours, dans la configuration à deux séquences.

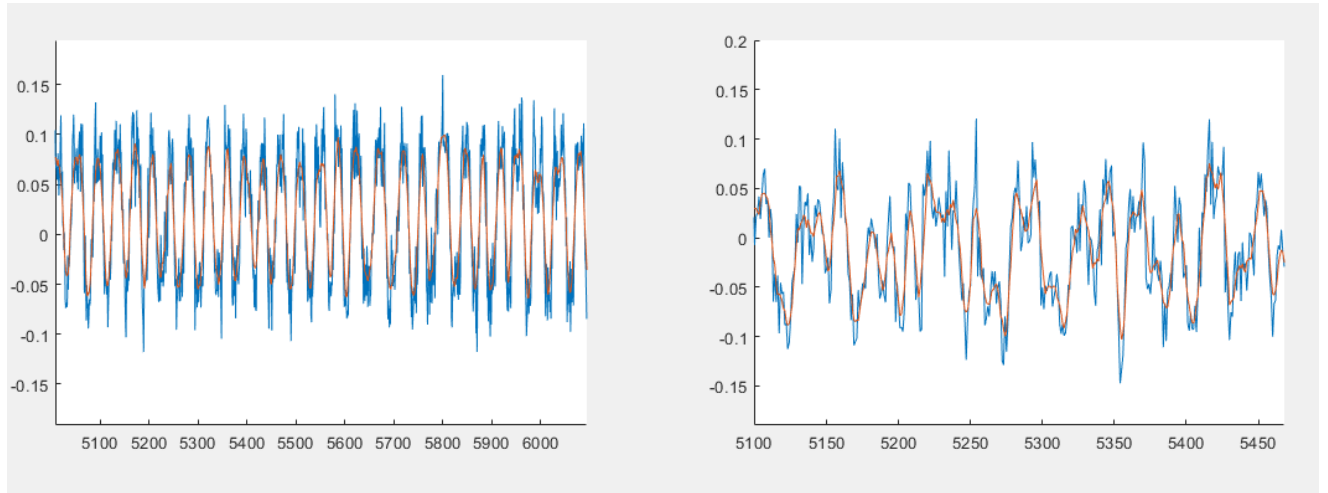


FIGURE 6.4 – Signaux de phase (bleu) pour la configuration à deux séquences ainsi que les signaux filtrés (jaune) pour un état non-stocké (gauche) et un état stocké 14 tours (droite).

On s’aperçoit que l’amplitude du bruit est proche de l’amplitude du signal pour l’état stocké 14 tours, cela rendant plus difficile le filtrage du bruit et l’extraction de la phase. Compte tenu de la fréquence élevée des oscillations du signal, un filtrage à moyenne mobile doit se faire sur moins de 10 points pour empêcher toute perte d’information. Le filtrage utilisé ici s’appuie sur la fonction de débruitage *wdenoise*, native dans le logiciel Matlab. Sous l’hypothèse d’un bruit blanc additif et gaussien, cette fonction va décomposer le signal en un nombre fini N de vaguelettes. Elle applique ensuite un seuil aux coefficients de la décomposition en vaguelettes, puis elle recombine les vaguelettes ainsi seuillées pour reformer le signal [96].

Le second inconvénient est lié à la rigidité du nombre de tours de stockage pour la mesure de phase. En effet, comme on réutilise la même séquence que pour la génération d'états, le temps de stockage est fixé à 184 ns, soit 14 tours. On ne peut donc pas modifier ce nombre de tours et on est obligé de comparer deux états cohérents stockés 0 et 14 tours. Or avec notre nouvelle voie de mesures de phase, lorsqu'on ne stocke pas l'état cohérent et qu'on le mesure sur la détection homodyne, la variation du signal due au bruit de phase est trop lente devant le temps d'acquisition. Afin de pouvoir utiliser notre algorithme d'extraction de la valeur de la phase de ce signal, il est alors nécessaire d'utiliser une cale piézoélectrique montée au dos d'un miroir hors de la cavité. L'utilisation d'une piézo va alors nécessairement introduire des bruits supplémentaires. Si ce bruit reste tolérable pour de faibles nombres tours de stockage, plus on augmente le nombre de tours, plus il introduit des erreurs pour l'extraction de la phase. Ainsi, l'utilisation d'une piezo peut introduire des artefacts dans le signal aux points de rebroussements. Après 14 tours de stockage, il devient plus difficile d'extraire la valeur de la phase sur ce signal. On présente sur la figure 6.5, des signaux de mesures de phase obtenus avec des artefacts liés à l'utilisation d'une piezo pour un état non-stocké et un état stocké 14 tours.

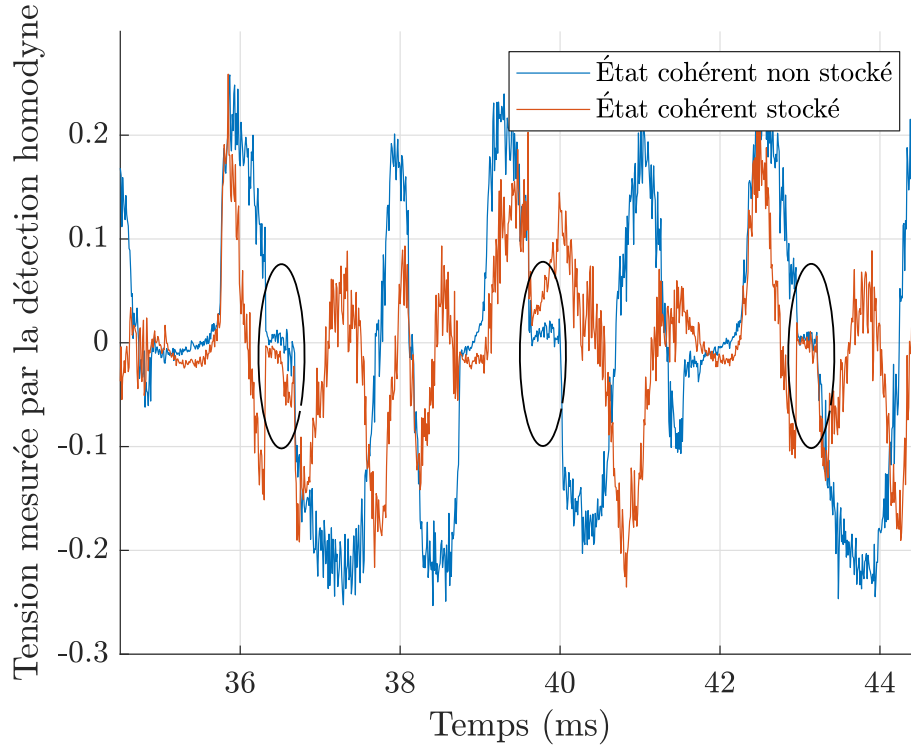


FIGURE 6.5 – Signaux de mesures de phase pour un état non-stocké et un état stocké 14 tours mettant en évidence des artefacts introduits par la piezo.

6.1.2 Configuration à trois séquences

Si on découpe notre expérience en trois grandes séquences électroniques principales correspondant à trois événements déclencheurs distincts, on obtient :

- Le stockage du premier photon dans la cavité, que l'on appellera séquence de Stockage

- La génération de l'état Chat de Schrödinger ainsi que sa mesure, que l'on appellera séquence de Génération
- La mesure de la phase induite par la cavité, que l'on appellera séquence de Mesure.

Avec cette configuration pour la mesure de phase, on mesure un premier état cohérent non-stocké (ou stocké un tour), puis on stocke un second état cohérent le nombre de tours souhaité avant de le relâcher et de le mesurer également avec la détection homodyne. Les différentes séquences de l'expérience sont enregistrées dans la mémoire FPGA des cartes PCI OL et QMC.

À chacune de ces trois séquences correspond une séquence de timing pour les deux cartes PCI qui contrôlent les cellules de Pockels et l'acquisition des données. Résumons l'ensemble des pulses envoyés par les cartes PCI en des chronogrammes pour chaque séquence : les séquences de Stockage et de Génération sont identiques à celles utilisées pour la configuration à deux séquences. La séquence de Mesure de la carte qui contrôle la cellule de l'oscillateur local est du même type que la séquence de Génération (voir fig. 6.1). Seule la séquence de Mesure pour la cavité mémoire diffère un peu de ce qui a été présenté précédemment : le chronogramme de cette séquence est représenté sur la figure 6.6.

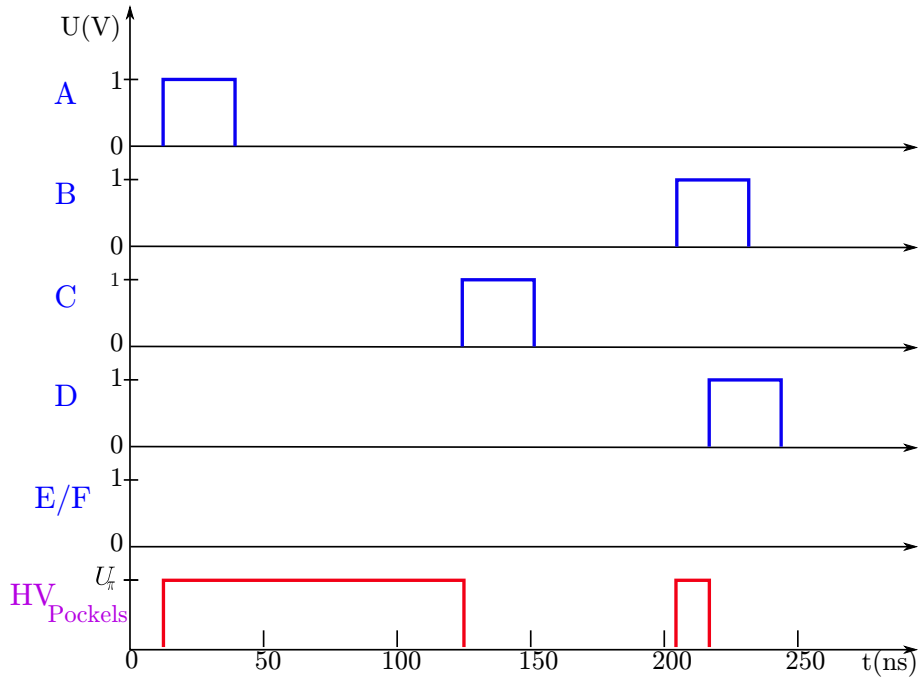


FIGURE 6.6 – Chronogrammes du fonctionnement de la carte PCI pilotant la cellule de Pockels placée dans la cavité mémoire pour la séquence de mesures de phase

Stocker un état avec notre mémoire nécessite l'utilisation de deux impulsions et donc d'une séquence complète de la carte PCI. Pour pouvoir stocker le premier état cohérent pendant 1 tour, sans rajouter de séquence supplémentaire, on crée un pulse haute tension qui dure l'équivalent de plusieurs tours de stockage. De ce fait, l'état cohérent voit une lame demi-onde lors de son premier passage, sa polarisation change et il est stocké dans la mémoire. Puis immédiatement après lors de son second passage, il voit toujours une lame demi-onde, sa polarisation est de nouveau changée et

6.2. Implémentation préliminaire

il est donc libéré. Tant que ce pulse haute tension n'est pas terminé, de nombreux états cohérents vont successivement être stockés un tour puis libérés. Mais tant que l'on n'envoie pas d'impulsion d'oscillateur local, ils ne seront pas mesurés. Le dernier état cohérent, passant dans la cellule avant la fin du pulse, sera uniquement stocké et non relâché. On viendra alors le libérer pour faire notre seconde mesure d'états cohérents avec la détection homodyne. La taille de cette impulsion haute tension détermine le temps de stockage de ce second état. Les différents modes de fonctionnement des deux cellules de Pockels, celle de l'oscillateur local et celle de la cavité mémoire, ainsi que la largeur des pulses E générés par les différentes cartes, sont résumés dans le tableau présenté en figure 6.7.

Séquence	Premier pulse Haute Tension		Second pulse Haute Tension		Pulse E/F	
	Pockels OL	Pockels QMC	Pockels OL	Pockels QMC	Pockels OL	Pockels QMC
Stockage	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\lambda/2$	$\emptyset$	200 ns
Génération	$\lambda/2$	$\lambda/4$	$\lambda/2$	$\lambda/2$	5 ns	$\emptyset$
Mesure	$\lambda/2$	$\lambda/2$	$\lambda/2$	$\lambda/2$	5 ns	$\emptyset$

FIGURE 6.7 – Résumé des modes de fonctionnement des cellules de Pockels en fonction des séquences de l'expérience

Avantages Le principal avantage, comme on l'a vu, est de pouvoir stocker le premier état cohérent 0 ou 1 tour et de faire varier le temps de stockage du second état cohérent entre 1 et 14 tours pour la mesure de phase. Cela permet d'avoir un signal plus facilement exploitable malgré l'utilisation de la piézo.

Un deuxième avantage est qu'on ne divise plus l'amplitude de nos états cohérents, contrairement à la configuration à deux séquences, augmentant alors notre rapport signal à bruit.

Pendant les mesures de phase, les états cohérents arrivent sans cesse à chaque tour. Si ne serait-ce qu'une toute petite partie se couple dans la cavité, de l'énergie va s'accumuler dans la cavité jusqu'à atteindre une puissance équivalente à celle du faisceau incident pour que les pertes équilibrent la petite fraction couplée dans la cavité. La cavité n'est donc jamais vide. En utilisant trois séquences, on élimine le champ parasite résident dans la cavité entre deux mesures de phase.

Inconvénients Un des avantages de la configuration à deux séquences était l'optimisation du taux de génération d'états Chat de Schrödinger. Notre principal inconvénient avec trois séquences est que, pour chaque cycle de génération d'états Chat de Schrödinger, il y a un tiers des photons uniques générés qui ne seront pas utilisés, réduisant d'autant le taux de production de ceux-ci. De même, l'utilisation de trois séquences impose de maîtriser parfaitement la succession des séquences pour éviter les erreurs et nécessite donc de prendre plus de précautions.

6.2 Implémentation préliminaire

On implémente l'une des configurations évoquées précédemment pour mettre en place la génération d'états Chat de Schrödinger. Sur la figure 6.8, on présente un ensemble de points typiques mesurés par la détection homodyne au cours d'une expérience de génération d'états

Chat de Schrödinger. L’alternance d’oscillations avec l’ensemble de points plus compacts signale le passage entre les périodes de mesures de phase, lorsque le hacheur optique est ouvert, et les périodes de générations d’états Chat.

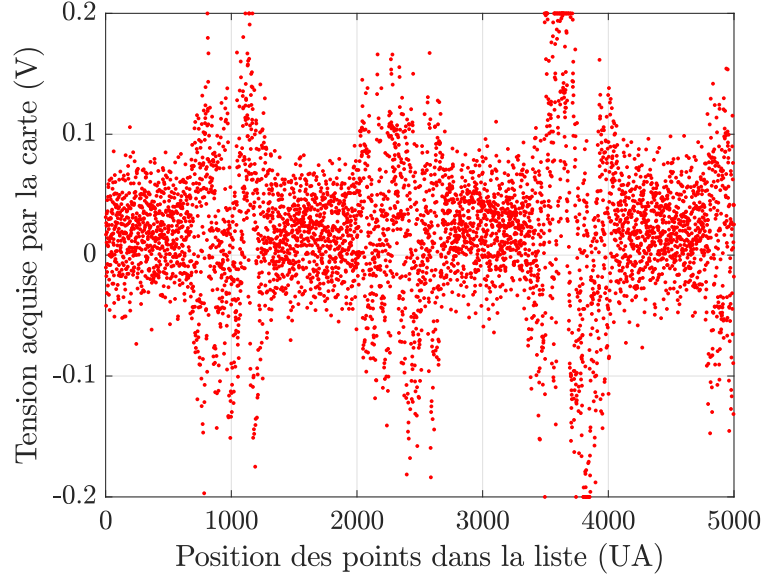


FIGURE 6.8 – Nuages de points des mesures effectuées par la détection homodyne pour une expérience de génération de Chat de Schrödinger. On remarque l’alternance entre les mesures de phase, lorsque le hacheur optique est ouvert, et les mesures d’états Chat.

6.2.1 Évaluation du gain de la carte d’acquisition

La génération d’états Chat de Schrödinger impose de devoir mesurer deux types d’états successivement avec la détection homodyne : des états cohérents, dont on peut contrôler l’amplitude et des états comportant de faibles nombres de photons. Précédemment, lorsque l’on mesurait des états de Fock à un ou deux photons, on utilisait le gain maximal de la carte d’acquisition, qui est de 50, limitant les mesures à une plage de tensions de ± 200 mV. Si on utilise ce gain pour la mesure de phase, on doit réduire l’amplitude des états cohérents utilisés pour éviter une saturation de la détection homodyne, comme présentée sur la figure 6.8. Cette diminution de l’amplitude a pour conséquence une réduction du rapport signal à bruit, qui évolue comme $\sqrt{N}$, où N est le nombre de photons. L’extraction de la valeur de la phase est alors rendue plus complexe pour des temps de stockage élevé. On envisage donc de diminuer le gain pour augmenter la plage d’amplitude des états cohérents. La carte possède des valeurs de gains prédéfinies. La deuxième plus grande valeur de gains accessible est 20, permettant des mesures sur une plage de ± 500 mV. On vérifie qu’il sera toujours possible d’effectuer la tomographie de notre état Chat avec une telle valeur de gain. Pour cela, on compare les résultats obtenus après tomographie d’états photons uniques acquis pour des gains de 20 et de 50. On présente sur la figure 6.9 les valeurs des coefficients diagonaux des matrices densité après corrections des pertes pour deux ensembles de photons uniques acquis avec un gain de 20 et un gain de 50. L’utilisation d’un gain de 50 apporte un raffinement supplémentaire sur la quantité d’états à deux et trois photons dans l’état mesuré.

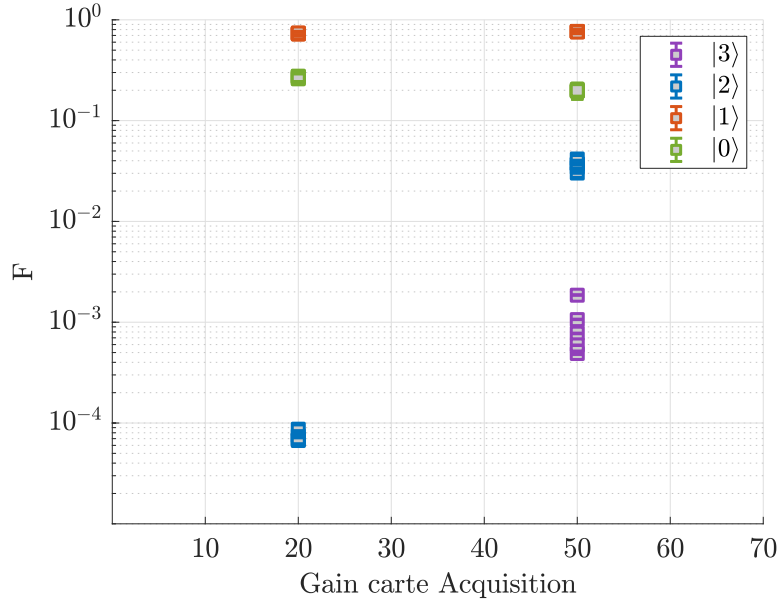


FIGURE 6.9 – Éléments diagonaux de la matrice densité des états photons uniques mesurés pour deux gains différents de la carte d’acquisition. La valeur de l’élément diagonal correspondant aux pourcentages d’états à trois photons pour le gain de 20 n’est pas présent sur la figure car il est inférieur à 10^{-5} .

La plus grande différence vient du pourcentage de vide dans notre état qui est plus grand pour les états mesurés avec un gain de 20. C’est le pourcentage de photons uniques qui nous importe pour le protocole de génération de Chat. La différence sur l’élément de matrice concernant l’état de Fock à un photon n’est que d’environ 2% entre les deux gains. L’utilisation d’un gain de la carte d’acquisition de 20 est possible pour la mesure d’états Chat de Schrödinger.

6.2.2 Limitation du temps de stockage

Si nous venons de voir comment implémenter concrètement les opérations de génération et de contrôle de la phase avec le matériel à notre disposition, il reste une difficulté à résoudre : connaître le temps de stockage du photon dans la cavité ou, à défaut, pouvoir annuler les opérations si le temps de stockage est trop long (nombre de tour supérieur à la limite N_1 introduite au chapitre 3). Normalement, les cartes PCI ont une fonctionnalité de « timeout », qui permet justement d’annuler une procédure si le temps d’attente avant déclenchement est trop long. Nous avons passé énormément de temps à essayer de mettre cette fonctionnalité en place, avec de nombreux échanges avec le constructeur, mais il s’avère finalement que cette fonctionnalité ne peut être utilisée dans une liste de plus de deux séquences. Nous avons donc dû chercher une alternative. Il nous faut un signal qui nous indique la durée de stockage. Ou plus simplement, un signal qui nous indique si le temps attendu par le photon a été suffisamment court. Pour cela, la solution que nous avons retenue est d’utiliser le signal E envoyé par la carte de la cellule de la cavité mémoire pendant la séquence de Stockage. On vient retarder ce signal de 400 ns grâce à une ligne à retard électronique. Si l’entrée de la carte d’acquisition, sur laquelle est branché le signal, a une valeur positive lors de la génération de l’état Chat de Schrödinger, alors cet état a été généré avec

un photon correct. Dans le cas contraire, on ne considère pas l'état généré. On représente sur la figure 6.10, les oscillogrammes du signal émis par la carte PCI (en bleu) et du signal reçu par la carte d'acquisition (en vert).

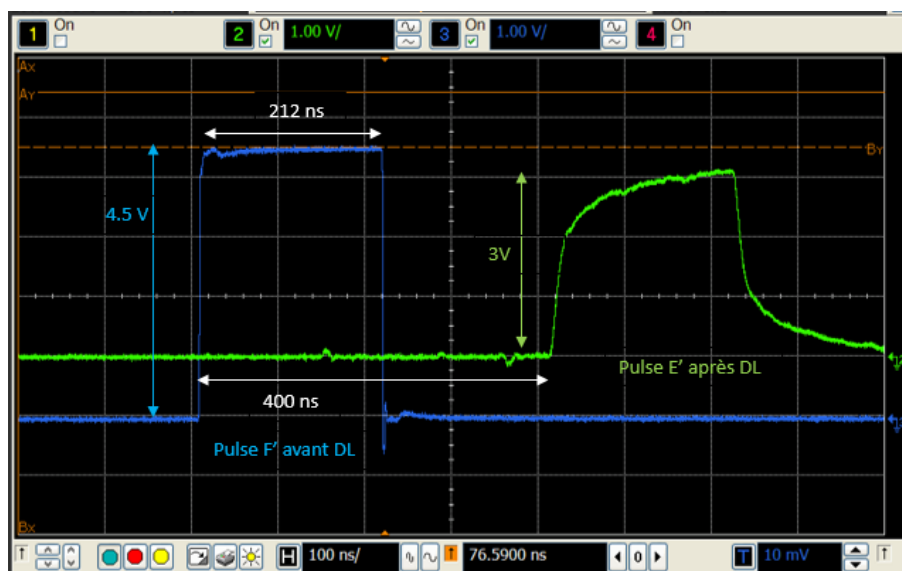


FIGURE 6.10 – Signal envoyé par la séquence de Stockage (en bleu) et signal reçu pendant la séquence de Génération (en vert) pour s'assurer que le temps de stockage du premier photon unique est suffisamment court.

La séquence de Génération, quelque soit la configuration utilisée, est la plus longue de toutes. Elle impose alors la durée totale de toutes les séquences, qui est de 315 ns. En conséquence, le temps entre l'application du pulse haute tension pour le stockage du premier photon unique et celle du pulse générant la lame quart d'onde est de 315 ns. Cela confère au stockage un nombre minimal de 25 tours. En ajoutant la durée du pulse E, on en déduit que la plage de nombre de tours de stockage possible pour le photon unique court de 25 à 40 tours environ soit entre 315 et 527 ns.

6.2.3 Événements de génération

En implémentant ce dispositif, on peut alors vérifier que l'on a bien des mesures d'états qui arrivent en même temps que le pulse de contrôle. On représente sur la figure 6.11, le signal E reçu par la carte d'acquisition pour chaque acquisition avec la configuration à deux séquences. On se place pendant les périodes de génération d'états Chat de Schrödinger pour ne pas prendre en compte les points acquis pendant celles de mesures de phase. La carte ne mesurant pas exactement 0 lors de l'absence de signal, on définit un seuil. Pour définir ce dernier, on acquiert des points sur la carte sans envoyer de signaux. On obtient un signal de largeur non nulle centré autour de 0. On fixe la valeur du seuil à deux fois la valeur maximale obtenue pour ce signal.

La carte acquérant des points au dessus du seuil, fixé à 1 V, le dispositif génère bien des états avec des photons émis dans un délai suffisamment court à savoir, au vu des paramètres programmés ici, moins de 40 tours d'attente pour le photon en cavité. L'acquisition a été effectuée

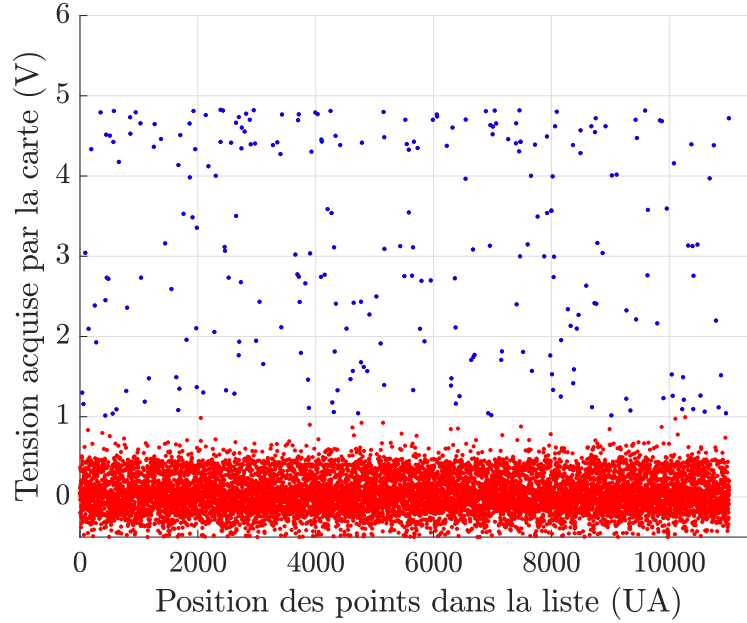


FIGURE 6.11 – Signal reçu par la carte pendant la séquence de Génération d'états Chat. Chaque point au dessus du seuil (en bleu) représente une génération potentielle d'un état Chat avec un photon qui a attendu moins de 40 tours.

sur 250 ns, et on compte un taux d'événements de génération de l'ordre d'environ 1 kHz. En prenant en compte un taux de succès de notre protocole de l'ordre de 15%, on obtiendrait un taux de production d'états Chat de l'ordre de quelques centaines de Hz. La prochaine étape est d'extraire la phase afin de pouvoir réaliser la tomographie quantique des états générés. Étant donné les nombreux problèmes techniques auxquels nous avons dû faire face, avec les cavités à re-régler régulièrement, les difficultés de programmation des cartes PCI, sans compter les délais liés au confinement et plus récemment, la mise à l'arrêt temporaire de l'expérience pour cause d'une fuite d'eau sur le laser de pompe, notre équipe n'a pas encore pu atteindre cet objectif. Nous sommes cependant très confiants sur la possibilité d'y arriver dans un délai très court maintenant.

Conclusion et perspectives

Conclusion

Les travaux de thèse présentés dans ce manuscrit portent sur l'utilisation de mémoires quantiques pour l'amélioration des taux de génération d'états non-classiques de la lumière. Cette génération s'appuie sur un protocole itératif utilisant des états de Fock à un photon [83], le protocole de croissance. Ce dernier a déjà permis la génération expérimentale d'états Chat de Schrödinger optique [13] d'amplitude $\alpha = 1.63$ et de facteur de compression $s = 1.52$, mais dont le taux de production était de l'ordre de 1 Hz.

Ce protocole reposant sur la coalescence de photons uniques sur une lame séparatrice, une amélioration du taux de production théorique de plusieurs ordres de grandeur est attendue par le stockage d'un de ces photons uniques dans une cavité mémoire. L'utilisation d'une seconde cavité mémoire de plus grande longueur permettrait théoriquement d'augmenter la qualité des états Chat de Schrödinger produits pour un même taux de génération. Cette dernière rendrait possible la production d'états plus complexes comme les états peignes en quadrature.

Pour améliorer le taux de production, de nombreuses solutions ont été implémentées. L'augmentation de la fréquence de répétition du laser impulsif a nécessité la mise en place de cavités afin d'exalter les effets non-linéaires nécessaires à la génération d'états de Fock à un photon. Cela nous a permis d'augmenter le taux de génération des états de Fock à un photon de deux ordres de grandeur ainsi que leur fidélité [97]. Une autre amélioration a consisté en l'implémentation de la cavité mémoire et de son système d'insertion/extraction basé sur l'utilisation d'une cellule de Pockels et d'une lame séparatrice de polarisation. Grâce à cette cavité, nous avons pu réaliser le stockage d'états de Fock à un et deux photons [98]. Nous avons alors démontré que leurs fonctions de Wigner respectives conservaient leur négativité 770 ns pour un photon unique et 520 ns pour un état à deux photons. L'ajout de la mémoire et l'augmentation du taux de répétition du laser a nécessité la mise en place d'une ligne à retard optique composée d'une cavité ouverte de 4,8 m de long, que les états parcourent onze fois avant d'en sortir.

Une fois ces améliorations mises en place, nous nous sommes consacrés à l'adaptation du protocole de croissance à notre dispositif expérimental. L'utilisation d'une cavité mémoire impose d'utiliser une lame quart d'onde pour pouvoir effectuer la coalescence des deux photons sur la lame séparatrice de polarisation. Le temps d'un tour de stockage est, avec cette cavité mémoire, d'environ 13 ns. Il faut pouvoir passer d'une configuration lame demi-onde à celle d'une lame quart d'onde en l'espace que quelques dizaines de nanosecondes. L'utilisation du régime transitoire de la

cellule de Pockels permet d'obtenir une lame à retard variable pour la réalisation du protocole. Si les états de Fock sont des invariants de phases, ce n'est pas le cas des états Chat de Schrödinger que l'on souhaite générer. Il a donc fallu implémenter un dispositif de mesure de la phase introduite par le stockage des états Chat de Schrödinger dans la cavité mémoire.

Le fonctionnement en parallèle de la génération d'états Chat de Schrödinger et la mesure de phase constitue le dernier défi à relever avant de pouvoir disposer d'une source d'états Chat de Schrödinger de haute cadence. Cette source sera la première brique de nombreux protocoles d'information quantique.

Perspectives

Génération d'états Chat de Schrödinger Le travail accompli pendant cette thèse nous a amenés à la mise en place de tous les éléments indispensables à la génération d'états Chat de Schrödinger à l'aide d'une cavité mémoire. Des problèmes techniques liés à des événements extérieurs ont retardé la fin des tests expérimentaux. La prochaine étape sur l'expérience consistera à combiner efficacement les étapes de générations d'états Chat de Schrödinger et de mesures de la phase induite par la cavité. Le taux de comptage réalisé sur les premiers tests laisse espérer une augmentation de deux ordres de grandeur du taux de production en prenant en compte un taux de succès du protocole de croissance de 15%. Ce haut taux de production potentiel laisse envisager des prises de données plus fréquentes et donc une concrétisation rapide de l'expérience.

Électronique en temps réel De nombreuses difficultés ont été soulevées par l'utilisation de systèmes électroniques qui ne sont pas prévus pour fonctionner ensemble. L'amélioration de l'expérience passera nécessairement par l'unification de l'électronique de contrôle des cellules de Pockels et celle de l'acquisition. En utilisant des cartes FPGA, il est alors envisageable de réaliser la tomographie des états Chat de Schrödinger en temps réel [14] et non plus en post-traitement.

Amélioration du système de détection Un des points qui limite le taux de génération des états Chats de Schrödinger sont les pertes liées au stockage dans la cavité. Les pertes optiques sont difficilement réductibles, mais on peut optimiser le temps d'attente du photon dans la cavité. Ce temps d'attente est fortement lié au taux d'annonce de la création de la seconde paire. Une des possibilités pour limiter ce temps d'attente est d'augmenter le taux de production d'états de Fock. Ce dernier dépend de l'efficacité de détection du conditionnement qui, comme on l'a vu dans le chapitre 2, est de l'ordre de 5%. Ce faible taux provient majoritairement du filtrage spectral. La solution envisagée est d'éliminer ce filtrage. Cela est rendu possible par l'utilisation de sources de fluorescence paramétrique où le cristal est choisi de telle sorte que l'accord de phase soit contrôlé de façon à n'émettre que des paires de photons ayant la bonne longueur d'onde [99].

Verrouillage de la phase Une autre possibilité pour augmenter le taux de production d'états Chat de Schrödinger est de diminuer la fréquence des étapes de mesures de phases. En contrôlant l'injection et la mesure des états cohérents utilisés pour sonder la phase, on pourrait imaginer faire ces mesures de phase dans l'intervalle séparant les étapes de génération. Ceci permettrait d'augmenter augmentant le taux de production. Cette possibilité permettrait à court terme d'optimiser le taux de production avec une seule cavité.

Conclusion

Augmentation du temps de stockage Une dernière possibilité pour accroître ce taux de production est d'augmenter le temps de stockage. En effet, on ne peut pas réduire les pertes optiques liées essentiellement aux passages du photon uniques dans la cellule de Pockels, mais on peut allonger la durée d'un tour de stockage dans la cavité. Ainsi, le photon subira toujours autant de pertes par tour mais effectuera moins de tours pour un même temps de stockage. Une cavité 15 fois plus longue permettrait en théorie d'augmenter d'un facteur 15 le temps de stockage. L'utilisation théorique d'une telle cavité permettrait d'obtenir des taux de production comparables pour des nombres de tours 10 fois moindres, améliorant la qualité de nos états. L'utilisation de ce type de cavité nécessite une cavité de synchronisation afin de provoquer la coalescence des photons. Cette petite cavité envisagée peut être celle déjà implémentée sur l'expérience. L'utilisation d'une cavité à des fins de synchronisation ne nécessite pas de verrouillage de phase, les états de Fock à un photon étant invariants de phases.

Génération d'états plus complexes D'autres étapes importantes pour l'expérience peuvent être envisagées sur des temps plus longs. Une grande cavité permet de générer des états Chat de Schrödinger, mais aussi de stocker ces états, permettant la génération d'états plus complexes comme les états peignes en quadrature, comme vu au chapitre 3. La possibilité d'implémenter des codes correcteurs d'erreurs avec de tels états [10], couplée à une utilisation de la cavité comme mémoire à registre, laisse envisager la réalisation d'un processeur quantique.

Bibliographie

- [1] A. EINSTEIN, B. PODOLSKY et N. ROSEN, « Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality Be Considered Complete? », *Physical Review* **47**, 777-780 (1935).
- [2] J. S. BELL, « On the Einstein Podolsky Rosen Paradox », *Physics Physique Fizika* **1**, 195 (1964).
- [3] B. HENSEN, H. BERNIEN, A. E. DRÉAU, A. REISERER, N. KALB, M. S. BLOK, J. RUITENBERG, R. F. L. VERMEULEN, R. N. SCHOUTEN, C. ABELLÁN, W. AMAYA, V. PRUNERI, M. W. MITCHELL, M. MARKHAM, D. J. TWITCHEN, D. ELKOSS, S. WEHNER, T. H. TAMINIAU et R. HANSON, « Loophole-free Bell inequality violation using electron spins separated by 1.3 kilometres », *Nature* **526**, 682-686 (2015).
- [4] C. E. SHANNON, « A Mathematical Theory of Communication », *The Bell System Technical Journal* **27**, 379-423 (1948).
- [5] R. P. FEYNMAN, « Simulating physics with computers », *International Journal of Theoretical Physics* **21**, 467-488 (1982).
- [6] C. H. BENNETT et G. BRASSARD, « Quantum cryptography: Public key distribution and coin tossing », *Theoretical Computer Science, Theoretical Aspects of Quantum Cryptography – Celebrating 30 Years of BB84* **560**, 7-11 (2014).
- [7] P. W. SHOR, « Polynomial-Time Algorithms for Prime Factorization and Discrete Logarithms on a Quantum Computer », *SIAM Journal on Computing* **26**, 1484-1509 (1997).
- [8] L. K. GROVER, « Quantum Mechanics Helps in Searching for a Needle in a Haystack », *Physical Review Letters* **79**, 325-328 (1997).
- [9] T. MONZ, D. NIGG, E. A. MARTINEZ, M. F. BRANDL, P. SCHINDLER, R. RINES, S. X. WANG, I. L. CHUANG et R. BLATT, « Realization of a scalable Shor algorithm », *Science* **351**, 1068-1070 (2016), pmid : 26941315.
- [10] D. GOTTESMAN, A. KITAEV et J. PRESKILL, « Encoding a Qubit in an Oscillator », *Physical Review A* **64**, 012310 (2001).

- [11] F. ARUTE, K. ARYA, R. BABBUSH, D. BACON, J. C. BARDIN, R. BARENDTS, R. BISWAS, S. BOIXO, F. G. S. L. BRANDAO, D. A. BUELL, B. BURKETT, Y. CHEN, Z. CHEN, B. CHIARO, R. COLLINS, W. COURTNEY, A. DUNSWORTH, E. FARHI, B. FOXEN, A. FOWLER, C. GIDNEY, M. GIUSTINA, R. GRAFF, K. GUERIN, S. HABEGGER, M. P. HARRIGAN, M. J. HARTMANN, A. HO, M. HOFFMANN, T. HUANG, T. S. HUMBLE, S. V. ISAKOV, E. JEFFREY, Z. JIANG, D. KAFRI, K. KECHEDZHI, J. KELLY, P. V. KLIMOV, S. KNYSH, A. KOROTKOV, F. KOSTRITSA, D. LANDHUIS, M. LINDMARK, E. LUCERO, D. LYAKH, S. MANDRÀ, J. R. MCCLEAN, M. MCEWEN, A. MEGRANT, X. MI, K. MICHELSEN, M. MOHSENI, J. MUTUS, O. NAAMAN, M. NEELEY, C. NEILL, M. Y. NIU, E. OSTBY, A. PETUKHOV, J. C. PLATT, C. QUINTANA, E. G. RIEFFEL, P. ROUSHAN, N. C. RUBIN, D. SANK, K. J. SATZINGER, V. SMELYANSKIY, K. J. SUNG, M. D. TREVITHICK, A. VAINSENCER, B. VILLALONGA, T. WHITE, Z. J. YAO, P. YEH, A. ZALCMAN, H. NEVEN et J. M. MARTINIS, « Quantum supremacy using a programmable superconducting processor », *Nature* **574**, 505-510 (2019).
- [12] E. SCHRÖDINGER, « Die gegenwärtige Situation in der Quantenmechanik », *Naturwissenschaften* **23**, 823-828 (1935).
- [13] J. ETESSE, M. BOUILLARD, B. KANSERI et R. TUALLE-BROURI, « Experimental Generation of Squeezed Cat States with an Operation Allowing Iterative Growth », *Physical Review Letters* **114**, 193602 (2015).
- [14] W. ASAVANANT, K. NAKASHIMA, Y. SHIOZAWA, J.-I. YOSHIKAWA et A. FURUSAWA, « Generation of highly pure Schrödingers cat states and real-time quadrature measurements via optical filtering », *Optics Express* **25**, 32227-32242 (2017).
- [15] D. V. SYCHEV, A. E. ULANOV, A. A. PUSHKINA, M. W. RICHARDS, I. A. FEDOROV et A. I. LVOVSKY, « Enlargement of optical Schrödinger's cat states », *Nature Photonics* **11**, 379-382 (2017).
- [16] C. COHEN-TANNOUDJI, B. DIU et F. LALOË, *Mécanique quantique* (Centre de Publications Universitaire, Téhéran, 1986), 600 environ.
- [17] U. FANO, « Description of States in Quantum Mechanics by Density Matrix and Operator Techniques », *Reviews of Modern Physics* **29**, 74-93 (1957).
- [18] U. LEONHARDT et H. PAUL, « Measuring the quantum state of light », *Progress in Quantum Electronics* **19**, 89-130 (1995).
- [19] R. L. HUDSON, « When is the wigner quasi-probability density non-negative? », *Reports on Mathematical Physics* **6**, 249-252 (1974).
- [20] A. MANDILARA, E. KARPOV et N. J. CERF, « Extending Hudson's Theorem to Mixed Quantum States », *Physical Review A* **79**, 062302 (2009).
- [21] R. JOZSA, « Fidelity for Mixed Quantum States », *Journal of Modern Optics*, 10.1080/09500349414552171 (2007).
- [22] X. WANG, C.-S. YU et X. YI, « An alternative quantum fidelity for mixed states of qudits », *Physics Letters A* **373**, 58-60 (2008).
- [23] F. GROSSHANS et P. GRANGIER, « Effective quantum efficiency in the pulsed homodyne detection of a n-photon state », *The European Physical Journal D - Atomic, Molecular, Optical and Plasma Physics* **14**, 119-125 (2001).

- [24] T. C. RALPH, A. GILCHRIST, G. J. MILBURN, W. J. MUNRO et S. GLANCY, « Quantum Computation with Optical Coherent States », *Physical Review A* **68**, 042319 (2003).
- [25] P. KOK, W. J. MUNRO, K. NEMOTO, T. C. RALPH, J. P. DOWLING et G. J. MILBURN, « Linear Optical Quantum Computing with Photonic Qubits », *Reviews of Modern Physics* **79**, 135-174 (2007).
- [26] N. C. MENICUCCI, P. van LOOCK, M. GU, C. WEEDBROOK, T. C. RALPH et M. A. NIELSEN, « Universal Quantum Computation with Continuous-Variable Cluster States », *Physical Review Letters* **97**, 110501 (2006).
- [27] S. NAUERTH, F. MOLL, M. RAU, C. FUCHS, J. HORWATH, S. FRICK et H. WEINFURTER, « Air-to-ground quantum communication », *Nature Photonics* **7**, 382-386 (2013).
- [28] H. F. BAKER, « Further Applications of Metrix Notation to Integration Problems », *Proceedings of the London Mathematical Society* **s1-34**, 347-360 (1901).
- [29] R. LOUDON et P. L. KNIGHT, « Squeezed Light », *Journal of Modern Optics* **34**, 709-759 (1987).
- [30] B. L. SCHUMAKER et C. M. CAVES, « New Formalism for Two-Photon Quantum Optics. II. Mathematical Foundation and Compact Notation », *Physical Review A* **31**, 3093-3111 (1985).
- [31] L.-A. WU, H. J. KIMBLE, J. L. HALL et H. WU, « Generation of Squeezed States by Parametric Down Conversion », *Physical Review Letters* **57**, 2520-2523 (1986).
- [32] S. M. BARNETT et S. J. D. PHOENIX, « Entropy as a Measure of Quantum Optical Correlation », *Physical Review A* **40**, 2404-2409 (1989).
- [33] A. FURUSAWA, J. L. SØRENSEN, S. L. BRAUNSTEIN, C. A. FUCHS, H. J. KIMBLE et E. S. POLZIK, « Unconditional Quantum Teleportation », *Science* **282**, 706-709 (1998), pmid : 9784123.
- [34] Z. Y. OU, S. F. PEREIRA, H. J. KIMBLE et K. C. PENG, « Realization of the Einstein-Podolsky-Rosen Paradox for Continuous Variables », *Physical Review Letters* **68**, 3663-3666 (1992).
- [35] H. JEONG et M. S. KIM, « Efficient Quantum Computation Using Coherent States », *Physical Review A* **65**, 042305 (2002).
- [36] A. FACON, E.-K. DIETSCH, D. GROSSO, S. HAROCHE, J.-M. RAIMOND, M. BRUNE et S. GLEYZES, « A sensitive electrometer based on a Rydberg atom in a Schrödinger-cat state », *Nature* **535**, 262-265 (2016).
- [37] C. SILBERHORN, T. C. RALPH, N. LÜTKENHAUS et G. LEUCHS, « Continuous Variable Quantum Cryptography: Beating the 3 dB Loss Limit », *Physical Review Letters* **89**, 167901 (2002).
- [38] D. FUKUDA, G. FUJII, T. NUMATA, K. AMEMIYA, A. YOSHIZAWA, H. TSUCHIDA, H. FUJINO, H. ISHII, T. ITATANI, S. INOUE et T. ZAMA, « Titanium-based transition-edge photon number resolving detector with 98% detection efficiency with index-matched small-gap fiber coupling », *Optics Express* **19**, 870-875 (2011).
- [39] J. RADON, « On the Determination of Functions from Their Integral Values along Certain Manifolds », *IEEE Transactions on Medical Imaging* **5**, 170-176 (1986).

- [40] D. T. SMITHEY, M. BECK, M. G. RAYMER et A. FARIDANI, « Measurement of the Wigner distribution and the density matrix of a light mode using optical homodyne tomography: Application to squeezed states and the vacuum », *Physical Review Letters* **70**, 1244-1247 (1993).
- [41] R. A. FISHER, « On an Absolute Criterion for Fitting Frequency Curves », *Statistical Science* **12**, 39-41 (1997), JSTOR : 2246266.
- [42] A. I. LVOVSKY, « Iterative maximum-likelihood reconstruction in quantum homodyne tomography », *Journal of Optics B: Quantum and Semiclassical Optics* **6**, S556-S559 (2004).
- [43] J. ŘEHÁČEK, Z. HRADIL, E. KNILL et A. I. LVOVSKY, « Diluted Maximum-Likelihood Algorithm for Quantum Tomography », *Physical Review A* **75**, 042108 (2007).
- [44] T. KISS, U. HERZOG et U. LEONHARDT, « Compensation of Losses in Photodetection and in Quantum-State Measurements », *Physical Review A* **52**, 2433-2435 (1995).
- [45] X. YIN, S. ZHANG et Z. TIAN, « Refractive indices of biaxial crystals evaluated from the refractive indices ellipsoid equation », *Optics & Laser Technology* **39**, 510-513 (2007).
- [46] M. V. HOB DEN, « Phase-Matched Second-Harmonic Generation in Biaxial Crystals », *Journal of Applied Physics* **38**, 4365-4372 (1967).
- [47] R. W. BOYD, *Nonlinear Optics* (Elsevier, 15 août 2019), 634 p., Google Books : ynzZDwAAQBAJ.
- [48] M. BOUILLARD, « Développement de cavités synchrones et d'une mémoire quantique: des outils pour l'ingénierie quantique hybride. » ().
- [49] F. HACHE, *Optique Non Linéaire Ed. 1* (EDP Sciences, 2016).
- [50] M. ORSZAG, *Quantum Optics: Including Noise Reduction, Trapped Ions, Quantum Trajectories, and Decoherence*, Advanced Texts in Physics (Springer Berlin / Heidelberg, Springer, Berlin/Heidelberg, 2008).
- [51] M. G. A. PARIS, F. ILLUMINATI, A. SERAFINI et S. DE SIENA, « Purity of Gaussian States: Measurement Schemes and Time Evolution in Noisy Channels », *Physical Review A* **68**, 012314 (2003).
- [52] G. ADAM, « Density Matrix Elements and Moments for Generalized Gaussian State Fields », *Journal of Modern Optics* **42**, 1311-1328 (1995).
- [53] A. OURJOUTSEV, R. TUALLE-BROURI et P. GRANGIER, « Quantum Homodyne Tomography of a Two-Photon Fock State », *Physical Review Letters* **96**, 213601 (2006).
- [54] T. AICHELE, A. LVOVSKY et S. SCHILLER, « Optical mode characterization of single photons prepared by means of conditional measurements on a biphoton state », *The European Physical Journal D - Atomic, Molecular, Optical and Plasma Physics* **18**, 237-245 (2002).
- [55] J. APPEL, D. HOFFMAN, E. FIGUEROA et A. I. LVOVSKY, « Electronic Noise in Optical Homodyne Tomography », *Physical Review A* **75**, 035802 (2007).
- [56] A. OURJOUTSEV, « Étude théorique et expérimentale de superpositions quantiques cohérentes et d'états intriqués non-gaussiens de la lumière », thèse de doct. (Université Paris Sud - Paris XI, 19 nov. 2007).
- [57] C. A. EBBERS et S. P. VELSKO, « High Average Power KTiOPO4 Electro-optic Q-switch », *Applied Physics Letters* **67**, 593-595 (1995).

- [58] X. D. WANG, P. BASSÉRAS, R. J. D. MILLER et H. VANHERZEELE, « Investigation of KTiOPO_4 as an electro-optic amplitude modulator », *Applied Physics Letters* **59**, 519-521 (1991).
- [59] A. YARIV, *Optical waves in crystals: propagation and control of laser radiation*, avec la coll. d'A. P. YEH, Wiley Classics Library (Hoboken NJ: JWiley & sons, C 2003, 2003), xi+589.
- [60] D. LEIBFRIED, E. KNILL, S. SEIDELIN, J. BRITTON, R. B. BLAKESTAD, J. CHIAVERINI, D. B. HUME, W. M. ITANO, J. D. JOST, C. LANGER, R. OZERI, R. REICHLE et D. J. WINELAND, « Creation of a six-atom 'Schrödinger cat' state », *Nature* **438**, 639-642 (2005).
- [61] C. MONROE, D. M. MEEKHOF, B. E. KING et D. J. WINELAND, « A "Schrödinger Cat" Superposition State of an Atom », *Science* **272**, 1131-1136 (1996), pmid : 8662445.
- [62] A. OMRAN, H. LEVINE, A. KEESLING, G. SEMEGHINI, T. T. WANG, S. EBADI, H. BERNIEN, A. S. ZIBROV, H. PICHLER, S. CHOI, J. CUI, M. ROSSIGNOLO, P. REMBOLD, S. MONTANGERO, T. CALARCO, M. ENDRES, M. GREINER, V. VULETIĆ et M. D. LUKIN, « Generation and manipulation of Schrödinger cat states in Rydberg atom arrays », *Science* **365**, 570-574 (2019), pmid : 31395778.
- [63] I. CHIORESCU, Y. NAKAMURA, C. J. P. M. HARMANS et J. E. MOOIJ, « Coherent Quantum Dynamics of a Superconducting Flux Qubit », *Science* **299**, 1869-1871 (2003), pmid : 12589004.
- [64] A. P. LUND, T. C. RALPH et H. L. HASELGROVE, « Fault-Tolerant Linear Optical Quantum Computing with Small-Amplitude Coherent States », *Physical Review Letters* **100**, 030503 (2008).
- [65] S. LLOYD et S. L. BRAUNSTEIN, « Quantum Computation over Continuous Variables », *Physical Review Letters* **82**, 1784-1787 (1999).
- [66] S.-W. LEE et H. JEONG, « Near-deterministic quantum teleportation and resource-efficient quantum computation using linear optics and hybrid qubits », *Physical Review A* **87**, 022326 (2013).
- [67] M. KIRA, S. W. KOCH, R. P. SMITH, A. E. HUNTER et S. T. CUNDIFF, « Quantum spectroscopy with Schrödinger-cat states », *Nature Physics* **7**, 799-804 (2011).
- [68] P. T. COCHRANE, G. J. MILBURN et W. J. MUNRO, « Macroscopically Distinct Quantum-Superposition States as a Bosonic Code for Amplitude Damping », *Physical Review A* **59**, 2631-2634 (1999).
- [69] B. YURKE et D. STOLER, « Generating Quantum Mechanical Superpositions of Macroscopically Distinguishable States via Amplitude Dispersion », *Physical Review Letters* **57**, 13-16 (1986).
- [70] Q. A. TURCHETTE, C. J. HOOD, W. LANGE, H. MABUCHI et H. J. KIMBLE, « Measurement of Conditional Phase Shifts for Quantum Logic », *Physical Review Letters* **75**, 4710-4713 (1995).
- [71] K. VOGEL, V. M. AKULIN et W. P. SCHLEICH, « Quantum State Engineering of the Radiation Field », *Physical Review Letters* **71**, 1816-1819 (1993).

- [72] S. DELÉGLISE, I. DOTSENKO, C. SAYRIN, J. BERNU, M. BRUNE, J.-M. RAIMOND et S. HAROCHE, « Reconstruction of non-classical cavity field states with snapshots of their decoherence », *Nature* **455**, 510-514 (2008).
- [73] A. OURJOUNTSEV, R. TUALLE-BROURI, J. LAURAT et P. GRANGIER, « Generating Optical Schrödinger Kittens for Quantum Information Processing », *Science* **312**, 83-86 (2006), pmid : 16527930.
- [74] T. GERRITS, « Generation of Optical Coherent-State Superpositions by Number-Resolved Photon Subtraction from the Squeezed Vacuum », *Physical Review A* **82**, 10.1103/PhysRevA.82.031802 (2010).
- [75] A. OURJOUNTSEV, H. JEONG, R. TUALLE-BROURI et P. GRANGIER, « Generation of optical ‘Schrödinger cats’ from photon number states », *Nature* **448**, 784-786 (2007).
- [76] E. BIMBARD, N. JAIN, A. MACRAE et A. I. LVOVSKY, « Quantum-optical state engineering up to the two-photon level », *Nature Photonics* **4**, 243-247 (2010).
- [77] M. YUKAWA, K. MIYATA, T. MIZUTA, H. YONEZAWA, P. MAREK, R. FILIP et A. FURUSAWA, « Generating superposition of up-to three photons for continuous variable quantum information processing », *Optics Express* **21**, 5529-5535 (2013).
- [78] K. HUANG, H. LE JEANNIC, J. RUAUDEL, V. B. VERMA, M. D. SHAW, F. MARSILI, S. W. NAM, E. WU, H. ZENG, Y.-C. JEONG, R. FILIP, O. MORIN et J. LAURAT, « Optical Synthesis of Large-Amplitude Squeezed Coherent-State Superpositions with Minimal Resources », *Physical Review Letters* **115**, 023602 (2015).
- [79] J. FIURÁŠEK, R. GARCÍA-PATRÓN et N. J. CERF, « Conditional Generation of Arbitrary Single-Mode Quantum States of Light by Repeated Photon Subtractions », *Physical Review A* **72**, 033822 (2005).
- [80] M. DAKNA, J. CLAUSEN, L. KNÖLL et D.-G. WELSCH, « Generation of Arbitrary Quantum States of Traveling Fields », *Physical Review A* **59**, 1658-1661 (1999).
- [81] A. P. LUND, H. JEONG, T. C. RALPH et M. S. KIM, « Conditional Production of Superpositions of Coherent States with Inefficient Photon Detection », *Physical Review A* **70**, 020101 (2004).
- [82] J. ETESSE, « Proposal for a loophole-free violation of Bell’s inequalities with a set of single photons and homodyne measurements », *New J. Phys.*, **19** (2014).
- [83] J. ETESSE, B. KANSERI et R. TUALLE-BROURI, « Iterative tailoring of optical quantum states with homodyne measurements », *Optics Express* **22**, 30357-30367 (2014).
- [84] C. K. HONG, Z. Y. OU et L. MANDEL, « Measurement of Subpicosecond Time Intervals between Two Photons by Interference », *Physical Review Letters* **59**, 2044-2046 (1987).
- [85] S. A. BABICHEV, B. BREZGER et A. I. LVOVSKY, « Remote Preparation of a Single-Mode Photonic Qubit by Measuring Field Quadrature Noise », *Physical Review Letters* **92**, 047903 (2004).
- [86] K. J. RESCH, J. S. LUNDEEN et A. M. STEINBERG, « Quantum State Preparation and Conditional Coherence », *Physical Review Letters* **88**, 113601 (2002).

- [87] V. PARIGI, V. D’AMBROSIO, C. ARNOLD, L. MARRUCCI, F. SCIARRINO et J. LAURAT, « Storage and retrieval of vector beams of light in a multiple-degree-of-freedom quantum memory », *Nature Communications* **6**, 7706 (2015).
- [88] P. JOBEZ, C. LAPLANE, N. TIMONEY, N. GISIN, A. FERRIER, P. GOLDNER et M. AFZELIUS, « Coherent Spin Control at the Quantum Level in an Ensemble-Based Optical Memory », *Physical Review Letters* **114**, 230502 (2015).
- [89] J.-i. YOSHIKAWA, K. MAKINO, S. KURATA, P. van LOOCK et A. FURUSAWA, « Creation, Storage, and On-Demand Release of Optical Quantum States with a Negative Wigner Function », *Physical Review X* **3**, 041028 (2013).
- [90] S. L. BRAUNSTEIN, « Error Correction for Continuous Quantum Variables », *Physical Review Letters* **80**, 4084-4087 (1998).
- [91] S. LLOYD et J.-J. E. SLOTINE, « Analog Quantum Error Correction », *Physical Review Letters* **80**, 4088-4091 (1998).
- [92] H. M. VASCONCELOS, L. SANZ et S. GLANCY, « All-optical generation of states for “Encoding a qubit in an oscillator” », *Optics Letters* **35**, 3261-3263 (2010).
- [93] M. EATON, R. NEHRA et O. PFISTER, « Non-Gaussian and Gottesman–Kitaev–Preskill state preparation by photon catalysis », *New Journal of Physics* **21**, 113034 (2019).
- [94] T. HANSCH et B. COUILLAUD, « Laser frequency stabilization by polarization spectroscopy of a reflecting reference cavity », *Optics Communications* **35**, 441-444 (1980).
- [95] D. R. HERRIOTT et H. J. SCHULTE, « Folded Optical Delay Lines », *Applied Optics* **4**, 883-889 (1965).
- [96] S. SARDY, P. TSENG et A. BRUCE, « Robust Wavelet Denoising », *IEEE Transactions on Signal Processing* **49**, 1146-1152 (2001).
- [97] M. BOUILLARD, G. BOUCHER, J. F. ORTAS, B. KANSERI et R. TUALLE-BROURI, « High production rate of single-photon and two-photon Fock states for quantum state engineering », *Optics Express* **27**, 3113-3120 (2019).
- [98] M. BOUILLARD, G. BOUCHER, J. F. ORTAS, B. POINTARD et R. TUALLE-BROURI, « Quantum Storage of Single-Photon and Two-Photon Fock States with an All-Optical Quantum Memory », *Physical Review Letters* **122**, 210501 (2019), arXiv :1810.07419.
- [99] P. J. MOSLEY, J. S. LUNDEEN, B. J. SMITH, P. WASYLCHYK, A. B. U’REN, C. SILBERHORN et I. A. WALMSLEY, « Heralded Generation of Ultrafast Single Photons in Pure Quantum States », *Physical Review Letters* **100**, 133601 (2008).

Titre: Mémoire quantique de haute efficacité pour la mise en œuvre de protocoles d'information quantique.

Mots clés: Information quantique - Intrication - Optique non-linéaire - Optique quantique - Mémoire quantique - Détection homodyne

Résumé: L'objectif de ce travail de thèse est de mettre en œuvre une mémoire quantique de haute efficacité dans le cadre d'un protocole de génération d'états quantiques de la lumière, avec pour finalité une augmentation de plusieurs ordres de grandeur du taux de génération de ces états. Nous montrons comment une telle architecture peut être utilisée en pratique pour la génération d'états clés pour l'optique quantique, tels que les états "chats de Schrödinger optiques" (superposition quantique d'états cohérents de phases opposées) qui sont une brique de base pour de nombreux protocoles dans le

domaine de l'information quantique. Nous réalisons cette mémoire à l'aide d'une cavité optique de haut facteur de qualité, un dispositif actif permettant d'insérer et d'extraire une impulsion lumineuse à la demande, et nous l'alimentons avec des photons uniques issus d'une source rapide en cavité optique synchronisée. La mise en œuvre d'une telle mémoire nécessite une connaissance complète des paramètres physiques, et notamment de la phase des états quantiques, menant à la mise en place d'outils de diagnostics précis. Il s'agit là d'un premier pas vers la manipulation en temps réel d'états encodés sur la lumière en espace libre.

Title: High efficiency quantum memory for the implementation quantum information protocols

Keywords: Quantum information - Entanglement - Non-linear optics - Quantum optics - Quantum memory - Homodyne detection

Abstract: The aim of this thesis work is to implement a high efficiency quantum memory as part of a generation protocol for quantum states of light, targeting an increase of the generation rate by several orders of magnitude. We show how such an architecture can be used in practice for the generation of key states for quantum optics, as the "optical Schrödinger cat states" (quantum superposition of coherent states with opposite phases) which are an elementary piece for numerous protocols in the field of quantum

information. We implement this memory with a high finesse optical cavity, an active device allowing to store/extract a light pulse on demand, and we feed it with single photons from a high-rate source in a synchronized optical cavity. The use of such memory requires a complete knowledge of the physical parameters, such as the phase of the generated quantum states. This led us to develop accurate diagnostic tools. This constitutes a first step towards the real-time manipulation of states encoded on free-propagating light.